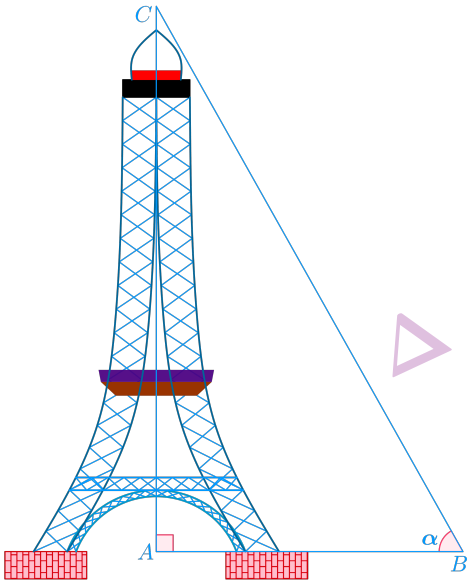
TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

TUYỂN TẬP
ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN



$\Delta = b^2 - 4ac$

TOÁN 9

TẬP 2

Năm - 2020

Biên soạn & sưu tầm: Ths NGUYỄN CHÍN EM

Mục lục

Đề số 1. Đề thi tuyển sinh lớp 10 năm học 2019-2020, Bà Rịa - Vũng Tàu . . 8
Đề số 2. Đề thi tuyển sinh lớp 10 năm học 2019-2020, Bạc Liêu 14
Đề số 3. Đề thi tuyển sinh lớp 10 năm học 2019-2020, Bến Tre 18
Đề số 4. Đề thi tuyển sinh lớp 10 năm học 2019-2020, Bình Phước 23
Đề số 5. Đề thi tuyển sinh lớp 10 năm học 2019-2020, Bình Định 30
Đề số 6. Đề thi tuyển sinh lớp 10 năm học 2019-2020, Đắk Lắk 35
Đề số 7. Đề thi tuyển sinh lớp 10 năm học 2019-2020, Đắk Nông 39
Đề số 8. Đề thi tuyển sinh lớp 10 năm học 2019-2020, Điện Biên 43
Đề số 9. Đề thi tuyển sinh lớp 10 năm học 2019-2020, Đồng Nai 48
Đề số 10. Đề thi tuyển sinh lớp 10 năm học 2019-2020, Hà Nam 53
Đề số 11. Đề thi tuyển sinh lớp 10 năm học 2019-2020, Hà Nội 58
Đề số 12. Đề thi tuyển sinh lớp 10 năm học 2019-2020, Hà Tĩnh-1 64
Đề số 13. Đề thi tuyển sinh lớp 10 năm học 2019-2020, Hà Tĩnh-2 68
Đề số 14. Đề thi tuyển sinh lớp 10 năm học 2019-2020, Hải Dương 72
Đề số 15. Đề thi tuyển sinh lớp 10 năm học 2019-2020, Hải Phòng 79
Đề số 16. Đề thi tuyển sinh lớp 10 năm học 2019-2020, Hòa Bình 84
Đề số 17. ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10-LONG AN-2019-2020 88
Đề số 18. ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10-NAM ĐỊNH-2019-2020 92
Đề số 19. ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10-NGHỆ ÁN-2019-2020 98
Đề số 20. ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10-NINH THUẬN-2019-2020 102
Đề số 21. ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10-QUẢNG NAM-2019-2020 106
Đề số 22. Đề thi tuyển sinh lớp 10 năm học 2019-2020, Quảng Ninh 111
Đề số 23. Đề thi tuyển sinh lớp 10 năm học 2019-2020, Thái Bình 115
Đề số 24. Đề thi tuyển sinh lớp 10 năm học 2019-2020, Thái Nguyên 121
Đề số 25. Đề thi tuyển sinh lớp 10 năm học 2019-2020, Thanh Hóa 125
Đề số 26. Đề thi tuyển sinh lớp 10 năm học 2019-2020, Trà Vinh 129

0.1 CHUNG DÀNH CHO TẤT CẢ CÁC THÍ SINH (7,0 ĐIỂM) . . . 129
0.2 TỰ CHỌN (3,0 ĐIỂM) . . . 131
Đề số 27. Đề thi tuyển sinh lớp 10 năm học 2019-2020, Vĩnh Long . . . 134
Đề số 28. ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10-KonTum-2019-2020 . . . 141
Đề số 29. Đề thi tuyển sinh lớp 10 năm học 2018-2019, An Giang . . . 144
Đề số 30. Đề thi tuyển sinh lớp 10 năm học 2018-2019, Bắc Giang . . . 149
Đề số 31. Đề thi tuyển sinh lớp 10 năm học 2018-2019, Bắc Kạn . . . 154
Đề số 32. Đề thi tuyển sinh lớp 10 năm học 2018-2019, Bạc Liêu . . . 160
Đề số 33. Đề thi tuyển sinh lớp 10 năm học 2018-2019, Bắc Ninh . . . 164
Đề số 34. Đề thi tuyển sinh lớp 10 năm học 2018-2019, Bà Rịa Vũng Tàu . . . 171
Đề số 35. Đề thi tuyển sinh lớp 10 năm học 2018-2019, Bến Tre . . . 177
Đề số 36. Đề thi tuyển sinh lớp 10 năm học 2018-2019, Bình Định . . . 182
Đề số 37. Đề thi tuyển sinh lớp 10 năm học 2018-2019, Bình Dương . . . 187
Đề số 38. Đề thi tuyển sinh lớp 10 năm học 2018-2019, Bình Phước . . . 192
Đề số 39. Đề thi tuyển sinh lớp 10 năm học 2018-2019, Cần Thơ . . . 197
Đề số 40. Đề thi tuyển sinh lớp 10 năm học 2018-2019, Cao Bằng . . . 210
Đề số 41. Đề thi tuyển sinh lớp 10 năm học 2018-2019, Đắk Lắk . . . 214
Đề số 42. Đề thi tuyển sinh lớp 10 năm học 2018-2019, thành phố Đà Nẵng . . . 219
Đề số 43. Đề thi tuyển sinh lớp 10 năm học 2018-2019, Điện Biên . . . 225
Đề số 44. Đề thi tuyển sinh lớp 10 năm học 2018-2019, Đồng Nai . . . 233
Đề số 45. Đề thi tuyển sinh lớp 10 năm học 2018-2019, Hải Dương . . . 238
Đề số 46. Tuyển sinh 10 Hải Phòng 2019 . . . 243
Đề số 47. Đề thi tuyển sinh lớp 10 năm học 2018-2019, Hà Nam . . . 249
Đề số 48. Đề thi tuyển sinh lớp 10 năm học 2018-2019, Hà Nội . . . 254
Đề số 49. Đề thi tuyển sinh lớp 10 năm học 2018-2019, Hà Tĩnh - Đề 1 . . . 258
Đề số 50. Đề thi tuyển sinh lớp 10 năm học 2018-2019, Hà Tĩnh - Đề 2 . . . 262
Đề số 51. Đề thi tuyển sinh lớp 10 năm học 2018-2019, Hậu Giang . . . 266
Đề số 52. Đề thi tuyển sinh lớp 10 năm học 2018-2019, TP Hồ Chí Minh . . . 276
Đề số 53. Đề thi tuyển sinh lớp 10 năm học 2018-2019, Hưng Yên . . . 283
Đề số 54. Đề thi tuyển sinh lớp 10 năm học 2018-2019, Kiên Giang . . . 296
Đề số 55. Đề thi tuyển sinh lớp 10 năm học 2018-2019, Lào Cai . . . 301
Đề số 56. Đề thi tuyển sinh lớp 10 năm học 2018-2019, Long An . . . 308
Đề số 57. Đề thi tuyển sinh lớp 10 năm học 2018-2019, Nam Định . . . 313

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Đề số 58. Đề thi tuyển sinh lớp 10 năm học 2018-2019, Nghệ An 320
Đề số 59. Đề thi tuyển sinh lớp 10 năm học 2018-2019, Ninh Bình 324
Đề số 60. Đề thi tuyển sinh lớp 10 năm học 2018-2019, Phú Thọ 329
Đề số 61. Đề thi tuyển sinh lớp 10 năm học 2018-2019, Phú Yên 336
Đề số 62. Đề thi tuyển sinh lớp 10 năm học 2018-2019, Quãng Ngãi 344
Đề số 63. Đề thi tuyển sinh lớp 10 năm học 2018-2019, Quảng Ninh 349
Đề số 64. Đề thi tuyển sinh lớp 10 năm học 2018-2019, Quảng Trị 353
Đề số 65. Đề thi tuyển sinh lớp 10 năm học 2018-2019, Tây Ninh 357
Đề số 66. Đề thi tuyển sinh lớp 10 năm học 2018-2019, Thái Bình 363
Đề số 67. Đề thi tuyển sinh lớp 10 năm học 2018-2019, Thái Nguyên 367
Đề số 68. Đề thi tuyển sinh lớp 10 năm học 2018-2019, Thanh Hóa 372
Đề số 69. Đề thi tuyển sinh lớp 10 năm học 2018-2019, Thừa Thiên Huế . . . 377
Đề số 70. Đề thi tuyển sinh lớp 10 năm học 2018-2019, Tiền Giang 382
Đề số 71. Đề thi tuyển sinh lớp 10 năm học 2018-2019, Trà Vinh 387
Đề số 72. Đề thi tuyển sinh lớp 10 năm học 2018-2019, Vĩnh Long 393
Đề số 73. Đề thi tuyển sinh lớp 10 năm học 2018-2019, Vĩnh Phúc 398
Đề số 74. Đề thi tuyển sinh lớp 10 năm học 2018-2019, Yên Bái, mã đề 009 . 405
Đề số 75. Đề thi tuyển sinh lớp 10 năm học 2018-2019, tỉnh Yên Bái, mã 022 423
Đề số 76. Đề thi vào 10, Sở giáo dục An Giang, 2017 441
Đề số 77. Đề thi vào 10, Sở giáo dục Bắc Giang, 2017 446
Đề số 78. Đề thi vào 10, Sở GD-ĐT Bắc Ninh, 2017 451
Đề số 79. Đề thi vào 10, Sở giáo dục Bến Tre, 2017 455
Đề số 80. Đề thi vào 10, Sở giáo dục Bình Định, 2017 - 2018 460
Đề số 81. Đề thi vào 10, Sở Giáo dục và Đào tạo Bình Dương, 2017 465
Đề số 82. Đề thi vào 10, Sở giáo dục Bình Thuận, 2017 470
Đề số 83. Đề thi vào 10, Sở giáo dục Cà Mau, 2017 473
Đề số 84. Đề thi vào 10, Sở giáo dục Cần Thơ, 2017 477
Đề số 85. Đề thi vào 10, Sở giáo dục Cao Bằng, 2017 481
Đề số 86. Đề thi vào 10, Sở giáo dục Đăklak, 2017 484
Đề số 87. Đề thi vào 10, Sở giáo dục Đà Nẵng, 2017 489
Đề số 88. Đề thi vào 10, Sở giáo dục tỉnh Đồng Nai, 2017 493
Đề số 89. Đề thi vào 10, Sở giáo dục Gia Lai, 2017 498
Đề số 90. Đề thi vào 10, Sở GD-ĐT Hải Dương, năm 2017 502

Đề số 91. Đề thi vào 10, Sở giáo dục Hải Phòng, 2017 506
Đề số 92. Đề thi vào 10, Sở giáo dục Hà Nam, 2017 513
Đề số 93. Đề thi vào 10, Sở giáo dục Hà Nội, 2017 517
Đề số 94. Đề thi vào 10, Sở giáo dục Hà Tĩnh, 2017 523
Đề số 95. Đề thi vào 10, Sở giáo dục Hòa Bình, 2017 526
Đề số 96. Đề thi vào 10, Sở giáo dục TP HCM, 2017 530
Đề số 97. Đề thi vào 10, Sở giáo dục Thừa Thiên Huế, 2017 536
Đề số 98. Đề thi vào 10, Sở giáo dục Hưng Yên, 2017 541
Đề số 99. Đề thi vào 10, Sở giáo dục Khánh Hòa, 2017 544
Đề số 100. Đề thi vào 10, Sở giáo dục Kiên Giang, 2017 548
Đề số 101. Đề thi vào 10, Sở giáo dục Lai Châu, 2017 551
Đề số 102. Đề thi vào 10, Sở giáo dục Lâm Đồng, 2017 556
Đề số 103. Đề thi vào 10, Sở giáo dục Lạng Sơn, 2017 560
Đề số 104. Đề thi vào 10, Sở giáo dục Long An, 2017 563
Đề số 105. Đề thi vào 10, Sở giáo dục Nam Định, 2017 567
Đề số 106. Đề thi vào 10, Sở giáo dục Nghệ an, 2017 571
Đề số 107. Đề thi vào 10, Sở giáo dục Ninh Bình, 2017 575
Đề số 108. Đề thi vào 10, Sở giáo dục Ninh Thuận, 2017 579
Đề số 109. Đề thi vào 10, Sở giáo dục Phú Thọ, 2017 582
Đề số 110. Đề thi vào 10, Sở giáo dục đào tạo Phú Yên, 2017 587
Đề số 111. Đề thi vào 10, Sở giáo dục Quãng Ngãi, 2017 591
Đề số 112. Đề thi vào 10, Sở giáo dục Quảng Ninh, 2017 596
Đề số 113. Đề thi vào 10, Sở giáo dục Tây Ninh, 2017 600
Đề số 114. Đề thi vào 10, Sở giáo dục Thái Bình, 2017 604
Đề số 115. Đề thi vào 10, Sở giáo dục Thái Nguyên, 2017 608
Đề số 116. Đề thi vào 10, Sở giáo dục Thanh Hóa, 2016 612
Đề số 117. Đề thi vào 10, Sở giáo dục Tiền Giang, 2017 616
Đề số 118. Đề thi vào 10, Sở giáo dục Trà Vinh, 2017 620
Đề số 119. Đề thi vào 10, Sở giáo dục Vĩnh Long, 2017-2018 624
Đề số 120. Đề thi vào 10, Sở giáo dục Vĩnh Phúc, 2017 629
Đề số 121. Đề thi vào 10, Sở giáo dục Bà Rịa Vũng Tàu, 2017 634
Đề số 122. Đề thi vào 10 thành phố Hà Nội năm 1998 640
Đề số 123. Đề thi vào 10 thành phố Hà Nội năm 2000 643

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Đề số 124. Đề thi vào 10 thành phố Hà Nội năm 2002 646
Đề số 125. Đề thi Toán vào lớp 10 năm học 2004-2005, Hà Nội 651
Đề số 126. Đề thi Toán vào lớp 10 năm học 2005-2006, Hà Nội 656
Đề số 127. Đề thi vào lớp 10, Sở GD&ĐT Hà Nội năm 2007 660
Đề số 128. Đề thi vào 10, Sở GD&ĐT Hà Nội năm 2008 663
Đề số 129. Đề thi vào lớp 10, Sở GDHN, năm 2009 - 2010 669
Đề số 130. Đề thi vào lớp 10 - TP Hà Nội năm 2010 673
Đề số 131. Đề Tuyển sinh vào 10 SGD Hà Nội 2011 677
Đề số 132. ĐỀ THI VÀO LỚP 10, SGD HÀ NỘI 2012 681
Đề số 133. ĐỀ THI VÀO LỚP 10, SGD HÀ NỘI 2013 684
Đề số 134. ĐỀ THI VÀO LỚP 10, SGD HÀ NỘI 2014 690
Đề số 135. ĐỀ THI VÀO LỚP 10, SGD HÀ NỘI 2015 694
Đề số 136. Đề thi vào 10, Sở giáo dục Bắc Giang, 2016 699
Đề số 137. Đề thi vào 10, Sở giáo dục Bắc Ninh, 2016 703
Đề số 138. Đề thi vào 10, Sở giáo dục Bến Tre, 2016 707
Đề số 139. Đề thi vào 10, Sở giáo dục Bình Dương, 2016 711
Đề số 140. Đề thi vào 10, Sở giáo dục Bình Phước, 2016 715
Đề số 141. Đề thi vào 10, Sở giáo dục Bình Thuận, 2016 720
Đề số 142. Đề thi vào 10, Sở giáo dục Cần Thơ, 2016 724
Đề số 143. Đề thi vào 10, Sở giáo dục Điện Biên, 2016 730
Đề số 144. Đề thi vào 10, Sở giáo dục Đồng Nai, 2016 735
Đề số 145. Đề thi vào 10, Sở giáo dục Gia Lai, 2016 741
Đề số 146. Đề thi vào 10, Sở Giáo Dục Hải Dương, 2016 746
Đề số 147. Đề thi vào 10, Sở Giáo dục Hải Phòng, 2016 750
Đề số 148. Đề thi vào 10, Sở giáo dục Hà Nam, 2016 755
Đề số 149. Đề thi vào 10, Sở giáo dục Hà Nội, 2016 760
Đề số 150. Đề thi vào 10, Sở giáo dục Hà Tĩnh, 2016 765
Đề số 151. Đề thi vào 10, Sở giáo dục Hòa Bình, 2016 770
Đề số 152. Đề thi vào 10, Sở giáo dục TP HCM, 2016 775
Đề số 153. Đề thi vào 10, Sở giáo dục Hưng yên, 2016 780
Đề số 154. Đề thi vào 10, Sở giáo dục Kiên Giang, 2016 785
Đề số 155. Đề thi vào 10, Sở giáo dục Lào Cai, 2016 789
Đề số 156. Đề thi vào 10, Sở giáo dục Long An, 2016 793

Đề số 157. Đề thi vào 10, Sở Giáo dục Nam Định, 2016 797
Đề số 158. Đề thi vào 10, Sở giáo dục Nghệ an, 2016 801
Đề số 159. Đề thi vào 10, Sở giáo dục Ninh Bình, 2016 805
Đề số 160. Đề thi vào 10, Sở giáo dục Ninh Thuận, 2016 809
Đề số 161. Đề thi vào 10, Sở Giáo dục Phú Thọ, 2016 813
Đề số 162. Đề thi vào 10, Sở giáo dục Quảng Nam, 2016 817
Đề số 163. Đề thi vào 10, Sở giáo dục Quảng Ninh, 2016 821
Đề số 164. Đề thi vào 10, Sở giáo dục Sơn La, 2016 825
Đề số 165. Đề thi vào 10, Sở giáo dục Thái Bình, 2016 829
Đề số 166. Đề thi vào 10, Sở giáo dục Thái Nguyên, 2016 833
Đề số 167. Đề thi vào 10, Sở giáo dục Thanh Hóa, 2016, Đề A 838
Đề số 168. Đề thi vào 10, Sở giáo dục Thanh Hóa, 2016, Đề B 842
Đề số 169. Đề thi vào 10, Sở giáo dục Vĩnh Long, 2016 846
Đề số 170. Đề thi vào 10, Sở giáo dục Vĩnh Phúc, 2016 850
Đề số 171. Đề thi vào 10, Sở giáo dục Bà Rịa - Vũng Tàu, 2016 853
Đề số 172. Đề thi vào 10, Sở giáo dục Yên Bái, 2016 858

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 1

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 NĂM HỌC 2019-2020, BÀ RỊA - VŨNG TÀU

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

Bài 1. a) Giải phương trình $x^2-3x+2=0$.

b) Giải hệ phương trình $\begin{cases} x+3y=3 \\ 4x-3y=-18. \end{cases}$

c) Rút gọn biểu thức $A=\dfrac{2}{3+\sqrt{7}}+\dfrac{\sqrt{28}}{2}-2$.

d) Giải phương trình $(x^2-2x)^2+(x-1)^2-13=0$.

Lời giải.

a) Do $a+b+c=1-3+2=0$ nên phương trình có 2 nghiệm phân biệt $x_1=1, x_2=2$.

b) Ta có $\begin{cases} x+3y=3 \\ 4x-3y=-18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x=-15 \\ x+3y=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-3 \\ -3+3y=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-3 \\ y=2. \end{cases}$

Vậy hệ phương trình có 1 nghiệm duy nhất $\begin{cases} x=-3 \\ y=2. \end{cases}$

c) $A=\dfrac{2}{3+\sqrt{7}}+\dfrac{\sqrt{28}}{2}-2=\dfrac{2(3-\sqrt{7})}{(3+\sqrt{7})(3-\sqrt{7})}+\dfrac{2\sqrt{7}}{2}-2$

Suy ra $A=3-\sqrt{7}+\sqrt{7}-2=1$.

d) Ta có $(x^2-2x)^2+(x-1)^2-13=0 \Leftrightarrow (x^2-2x)^2+(x^2-2x+1)-13=0$.

Đặt $t=x^2-2x$, khi đó ta có $t^2+t-12=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=3 \\ t=-4. \end{array}\right.$

- Với $t=3 \Rightarrow x^2-2x=3 \Leftrightarrow x^2-2x-3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=3. \end{array}\right.$
- Với $t=-4 \Rightarrow x^2-2x=-4 \Leftrightarrow x^2-2x+4=0$ (vô nghiệm).

Vậy phương trình đã cho có hai nghiệm $x=-1; x=3$.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Bài 2. Cho Parabol $(P)\colon y = -2x^2$ và đường thẳng $(d)\colon y = x - m$ (với m là tham số).

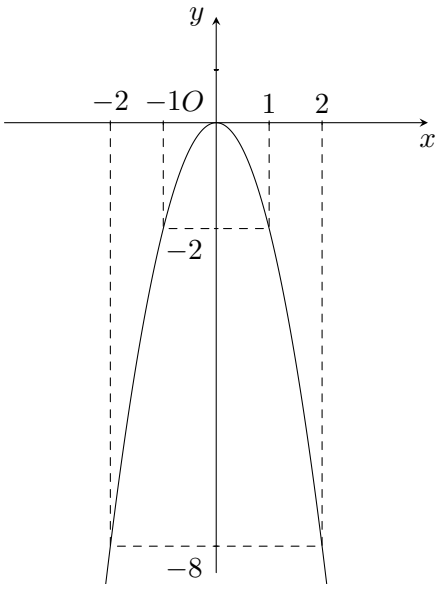
a) Vẽ parabol (P).

b) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn điều kiện $x_1 + x_2 = x_1.x_2$.

Lời giải.

a) Bảng giá trị

x	-2	-1	0	1	2
$-2x^2$	-8	-2	0	-2	8



b) Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) là

$-2x^2 = x - m. \Leftrightarrow 2x^2 + x - m = 0.$

Ta có $\Delta = 1 + 8m.$

Để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt $\Leftrightarrow m > \dfrac{-1}{8}$.

Vì x_1, x_2 là hai nghiệm của pt hoành độ giao điểm, nên ta có

$$x_1 + x_2 = \frac{-1}{2}; x_1 \cdot x_2 = \frac{-m}{2}.$$

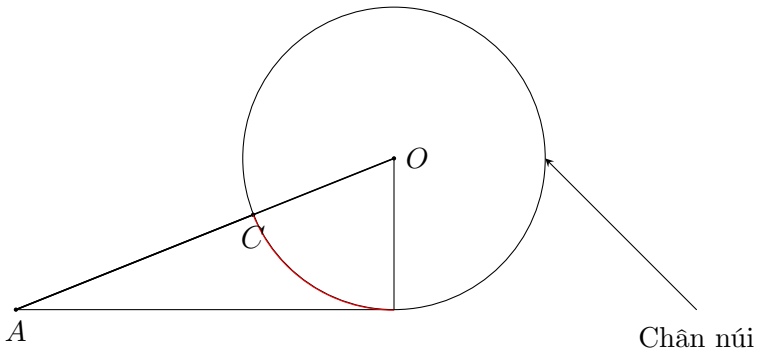
Khi đó $x_1 + x_2 = x_1 \cdot x_2 \Leftrightarrow \dfrac{-1}{2} = \dfrac{-m}{2} \Leftrightarrow m = 1$ (Thỏa ĐK).

Bài 3. Có một vụ tai nạn ở vị trí B tại chân của một ngọn núi (chân núi có dạng đường tròn tâm O, bán kính3 km) và một trạm cứu hộ ở vị trí A (tham khảo hình vẽ). Do chưa biết đường đi nào để đến vị trí tai nạn nhanh hơn nên đội cứu hộ quyết định điều hai xe cứu thương cùng xuất phát ở trạm đến vị trí tai nạn theo hai cách sau

- *Xe thứ nhất*: đi theo đường thẳng từ A đến B, do đường xấu nên vận tốc trung bình của xe là 40 km/h.
- *Xe thứ hai*: đi theo đường thẳng từ A đến C với vận tốc trung bình 60 km/h, rồi đi từ C đến B theo đường cung nhỏ CB ở chân núi với vận tốc trung bình 30 km/h (3 điểm A, O, C thẳng hàng và C ở chân núi). Biết đoạn đường AC dài 27 km và $\widehat{ABO} = 90^\circ$.

a) Tính độ dài quãng đường xe thứ nhất đi từ A đến B.

b) Nếu hai xe cứu thương xuất phát cùng một lúc tại A thì xe nào đến vị trí tai nạn trước?



Lời giải.

a) Ta có $OA = AC + R = 27 + 3 = 30$ km.
Xét ΔABO vuông tại B, có $AB = \sqrt{OA^2 - OB^2} = \sqrt{30^2 - 3^2} = 9\sqrt{11}$ km.

b) Thời gian xe thứ nhất đi từ A đến B là $\dfrac{9\sqrt{11}}{40} \approx 0{,}75$ (giờ).
Thời gian xe thứ hai đi từ A đến C là $\dfrac{27}{60} = 0{,}45$ (giờ).
Xét ΔABO vuông tại B, có $\tan \widehat{O} = \dfrac{AB}{OB} = \dfrac{9\sqrt{11}}{3} \Rightarrow \widehat{O} \approx 84{,}3^\circ$.
Độ dài đoạn đường từ C đến B là $l_{\overset{\frown}{CB}} = \dfrac{3 \cdot \pi \cdot 84,3}{180} \approx 4{,}41$ km.
Thời gian đi từ C đến B là $\dfrac{4{,}41}{30} \approx 0{,}15$ giờ.
Suy ra thời gian xe thứ hai đi từ A đến B là $0{,}45 + 0{,}15 = 0{,}6$ giờ.
Vậy xe thứ hai đến điểm tai nạn trước xe thứ nhất.

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Bài 4. Cho nửa đường tròn tâm O đường kính AB và E là điểm tùy ý trên nửa đường tròn đó (E khác A, B). Lấy 1 điểm H thuộc đoạn EB (H khác E, B). Tia AH cắt nửa đường tròn tại điểm thứ hai là F. Kéo dài tia AE và tia BF cắt nhau tại I. Đường thẳng IH cắt nửa đường tròn tại P và cắt AB tại K.

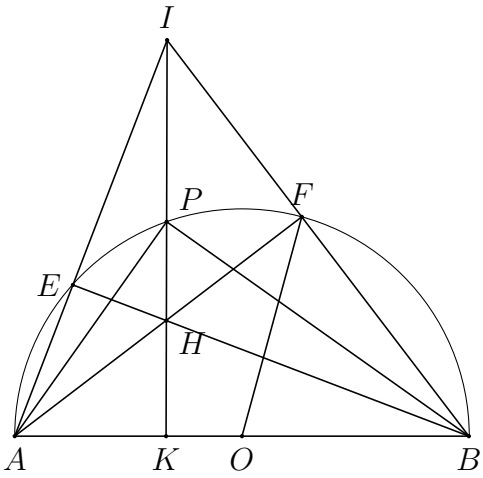
a) Chứng minh tứ giác $IEHF$ nội tiếp được đường tròn.

b) Chứng minh $\widehat{AIH} = \widehat{ABE}$.

c) Chứng minh $\cos\widehat{ABP} = \dfrac{PK + BK}{PA + PB}$.

d) Gọi S là giao điểm của tia BF và tiếp tuyến tại A của nửa đường tròn (O). Khi tứ giác $AHIS$ nội tiếp được đường tròn, chứng minh EF vuông góc với EK.

Lời giải.



a) Ta có $\widehat{AEB} = 90^0$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn).
$\Rightarrow \widehat{HEI} = 90^0$ (kề bù với $\widehat{AEB}$).
Tương tự, ta có $\widehat{HFI} = 90^0$.
Suy ra $\Rightarrow \widehat{HEI} + \widehat{HFI} = 90^0 + 90^0 = 180^0$.
$\Rightarrow$ tứ giác $IEHF$ nội tiếp được đường tròn (tổng hai góc đối nhau bằng 180°).

b) Ta có $\widehat{AIH} = \widehat{AFE}$ (cùng chắn cung EH).
Mà $\widehat{ABE} = \widehat{AFE}$ (cùng chắn cung AE).
Suy ra $\widehat{AIH} = \widehat{ABE}$.

c) Ta có $AF \perp BI$, $BE \perp AI$ nên suy ra$H$ là trực tâm của $\triangle IAB$.
$\Rightarrow IH \perp AB \Rightarrow PK \perp AB$.

Tam giác ABP vuông tại P có PK là đường cao nên ta có $BP \cdot PA = AB \cdot PK$ và $BP^2 = AB \cdot BK$.

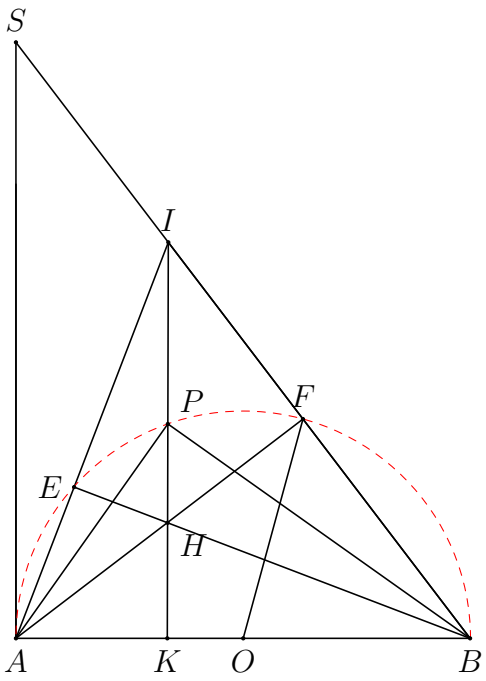
Suy ra $BP \cdot PA + BP^2 = AB.BK + AB \cdot PK$.

$\Leftrightarrow BP \cdot (PA + BP) = AB \cdot (PK + BK)$.

$\Leftrightarrow \dfrac{BP}{AB} = \dfrac{PK + BK}{PA + BP}$

$\Leftrightarrow \cos \widehat{ABP} = \dfrac{PK + BK}{PA + BP}$.

d)



Ta có $SA \parallel IH$ (cùng vuông góc với AB).

$\Rightarrow$ Tứ giác $AHIS$ là hình thang.

Mà tứ giác $AHIS$ nội tiếp được đường tròn (gt).

Suy ra $AHIS$ là hình thang cân.

$\Rightarrow \triangle ASF$ vuông cân tại F.

$\Rightarrow \triangle AFB$ vuông cân tại F.

Ta lại có $\widehat{FEB} = \widehat{FAB} = \widehat{BEK} = 45°$.

$\Rightarrow \widehat{FEK} = 2 \cdot \widehat{FEB} = 90°$

$\Rightarrow EF \perp EK$.

Bài 5. Cho các số thực dương $x,\ y$ thỏa mãn $x + y \leq 3$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \dfrac{1}{5xy} + \dfrac{5}{x + 2y + 5}$.

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

Lời giải.

$$P=\frac{1}{5xy}+\frac{5}{x+2y+5}=\frac{1}{5xy}+\frac{5}{(x+y)+y+5}\geq\frac{1}{5xy}+\frac{5}{y+8}.$$

$$\Leftrightarrow P\geq\frac{1}{5xy}+\frac{xy}{20}+\frac{5}{y+8}+\frac{y+8}{20}-\frac{xy+y+8}{20}.$$

Ta lại có $\dfrac{xy+y+8}{20}=\dfrac{y(x+1)+8}{20}\leq\dfrac{\dfrac{(x+y+1)^2}{4}+8}{20}\leq\dfrac{3}{5}$.

Khi đó

$$P\geq\left(\frac{1}{5xy}+\frac{xy}{20}\right)+\left(\frac{5}{y+8}+\frac{y+8}{20}\right)-\frac{xy+y+8}{20}$$

$$\Leftrightarrow P\geq\frac{1}{5}+1-\frac{3}{5}.$$

$$\Leftrightarrow P\geq\frac{3}{5}.$$

Vậy $P_{\min}=\dfrac{3}{5}\Leftrightarrow\begin{cases}x=1\\y=2.\end{cases}$

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 2

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 NĂM HỌC 2019-2020, BẠC LIÊU

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

Bài 1. Rút gọn biểu thức:

a) $A = \sqrt{45} - 2\sqrt{20}$.

b) $B = \dfrac{3\sqrt{5} - \sqrt{27}}{\sqrt{3} - \sqrt{5}} - \sqrt{(3 - \sqrt{12})^2}$.

Lời giải.

a) $A = \sqrt{45} - 2\sqrt{20} = \sqrt{3^2 \cdot 5} - 2\sqrt{2^2 \cdot 5} = 3\sqrt{5} - 2 \cdot 2\sqrt{5} = -\sqrt{5}$.

b)

$$\begin{aligned} B &= \frac{3\sqrt{5} - \sqrt{27}}{\sqrt{3} - \sqrt{5}} - \sqrt{(3 - \sqrt{12})^2} = \frac{3\sqrt{5} - 3\sqrt{3}}{\sqrt{3} - \sqrt{5}} - |3 - \sqrt{12}| \\ &= \frac{3(\sqrt{5} - \sqrt{3})}{\sqrt{3} - \sqrt{5}} - (-3 + \sqrt{12}) \ (\text{do } 3^2 < 12 \Rightarrow 3 < \sqrt{12}) \\ &= -3 + 3 - \sqrt{12} = -\sqrt{12} = -2\sqrt{3}. \end{aligned}$$

Bài 2.

a) Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2x - y = 4 \\ x + y = 5. \end{cases}$

b) Cho hàm số $y = 3x^2$ có đồ thị (P) và đường thẳng $(d) : y = 2x + 1$. Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d) bằng phép tính.

Lời giải.

a) Ta có $\begin{cases} 2x - y = 4 \\ x + y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x = 9 \\ y = 5 - x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 2. \end{cases}$

Vậy hệ phương trình có nghiệm là: $(x; y) = (3; 2)$

b) Phương trình hoành độ giao điểm: $3x^2 = 2x + 1 \Leftrightarrow 3x^2 - 2x - 1 = 0$. $(*)$

Phương trình $(*)$ có hệ số: $a = 3$; $b = -2$; $c = -1 \Rightarrow a + b + c = 0 \Rightarrow$ Phương trình $(*)$ có hai nghiệm: $x_1 = 1$; $x_2 = \dfrac{c}{a} = \dfrac{-1}{3}$.

- Với $x_1 = 1 \Rightarrow y = 3.1^2 = 3 \Rightarrow A(1;3)$.
- Với $x_2 = \dfrac{-1}{3} \Rightarrow y = 3\left(\dfrac{-1}{3}\right)^2 = \dfrac{1}{3} \Rightarrow B\left(\dfrac{-1}{3};\dfrac{1}{3}\right)$.

Vậy tọa độ giao điểm của (P) và (d) là $A(1;3)$ và $B\left(\dfrac{-1}{3};\dfrac{1}{3}\right)$.

Bài 3. Cho phương trình: $x^2 - 2mx - 4m - 5$ (1) (m là tham số).

a) Giải phương trình (1) khi $m = -2$.

b) Chứng minh phương trình (1) luôn có nghiệm với mọi giá trị của m.

c) Gọi x_1; x_2 là hai nghiệm của phương trình (1). Tìm m để:

$$\frac{1}{2}x_1^2 - (m-1)x_1 + x_2 - 2m + \frac{33}{2} = 762019.$$

Lời giải.

a) Thay $m = -2$ vào phương trình (1) ta có:

$$x^2 + 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow x(x+3) + (x+3) = 0 \Leftrightarrow (x+3)(x+1) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -3 \\ x = -1. \end{array}\right.$$

Vậy với $m = -2$ thì phương trình có tập nghiệm $S = \{-3; -1\}$.

b) Ta có: $\Delta' = m^2 - (-4m - 5) = (m+2)^2 + 1 > 0,\ \forall m$.

Do đó phương trình (1) luôn có hai nghiệm với mọi giá trị của m.

c) Do phương trình (1) luôn có hai nghiệm với mọi giá trị của m, gọi $x_1; x_2$ là hai nghiệm của phương trình (1).

Áp dụng định lí Vi-ét ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m \\ x_1 x_2 = -4m - 5. \end{cases}$

Ta có:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2}x_1^2 - (m-1)x_1 + x_2 - 2m + \frac{33}{2} = 762019 \\ \Leftrightarrow\ & x_1^2 - 2(m-1)x_1 + 2x_2 - 4m + 33 = 1524038 \end{aligned}$$

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

$\Leftrightarrow \quad x_1^2 - 2mx_1 - 4m - 5 + 2(x_1 + x_2) = 1524000$

$\Leftrightarrow \quad 2(x_1 + x_2) = 1524000$ (do $x_1$là nghiệm của (1) nên $x_1^2 - 2mx_1 - 4m - 5 = 0$)

$\Leftrightarrow \quad 2 \cdot 2m = 1524000$

$\Leftrightarrow \quad m = 381000.$

Vậy $m = 381000$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

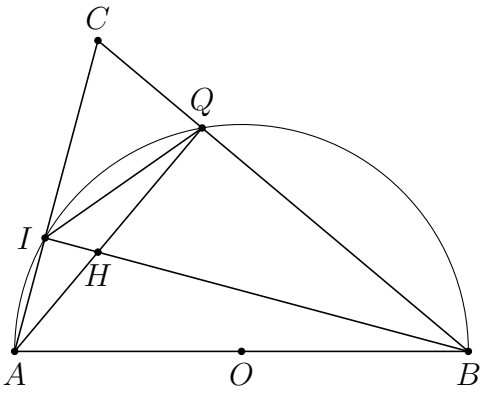
Bài 4. Trên nửa đường tròn đường kính AB, lấy hai điểm I, Q sao cho I thuộc cung AQ. Gọi C là giao điểm hai tia AI và BQ; H là giao điểm hai dây AQ và BI.

a) Chứng minh tứ giác $CIHQ$ nội tiếp.

b) Chứng minh: $CI.AI = HI.BI$.

c) Biết $AB = 2R$. Tính giá trị biểu thức: $M = AI.AC + BQ.BC$ theo R.

Lời giải.



a) Ta có: $\widehat{AIB} = \widehat{AQB} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)
$\Rightarrow \widehat{CIH} = \widehat{CQH} = 90^\circ$.
Xét tứ giác $CIHQ$ có $\widehat{CIH} + \widehat{CQH} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$
$\Rightarrow$ tứ giác $CIHQ$ nội tiếp.

b) Xét $\triangle AHI$ và $\triangle BCI$ có: $\begin{cases} \widehat{AIH} = \widehat{BIC} = 90^\circ \\ \widehat{IAH} = \widehat{IBC} \end{cases} \Rightarrow \triangle AHI \backsim \triangle BCI$ (g.g).
$\Rightarrow \dfrac{AI}{BI} = \dfrac{HI}{CI} \Rightarrow CI.AI = HI.BI$

c) Ta có:

$$M = AI.AC + BQ.BC = AC(AC - IC) + BQ(BQ + QC)$$

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

$$\begin{aligned} &= AC^2 - AC \cdot IC + BQ^2 + BQ \cdot QC \\ &= AQ^2 + QC^2 - AC \cdot IC + BQ^2 + BQ \cdot QC \\ &= (AQ^2 + BQ^2) + QC(QC + BQ) - AC \cdot IC \\ &= AB^2 + QC \cdot BC - AC \cdot IC. \end{aligned}$$

Tứ giác AIBQ nội tiếp $(O) \Rightarrow \widehat{CIQ} = \widehat{CBA}$ (cùng phụ với $\widehat{AIQ}$).

Xét $\triangle CIQ$ và $\triangle CBA$ có: $\begin{cases} \widehat{ACB} \text{ chung} \\ \widehat{CIQ} = \widehat{CBA} \end{cases} \Rightarrow \triangle CIQ \backsim \triangle CBA$ (g.g)

$\Rightarrow \dfrac{IC}{BC} = \dfrac{QC}{AC} \Rightarrow QC \cdot BC = AC \cdot IC \Rightarrow QC \cdot BC - AC \cdot IC = 0.$

Suy ra: $M = AB^2 = (2R)^2 = 4R^2$.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 3

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 NĂM HỌC 2019-2020, BẾN TRE

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

Bài 1.

a) Rút gọn biểu thức: $A = \sqrt{27} - \sqrt{12}$.

b) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 7x - 3y = 5 \\ x + 3y = 3. \end{cases}$

Lời giải.

a) Ta có $A = 3\sqrt{3} - 2\sqrt{3} = \sqrt{3}$

b) Ta có $\begin{cases} 8x = 8 \\ x + 3y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x + 3y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8x = 8 \\ y = \dfrac{2}{3}. \end{cases}$

Vậy hệ có nghiệm $\left(1; \dfrac{2}{3}\right)$.

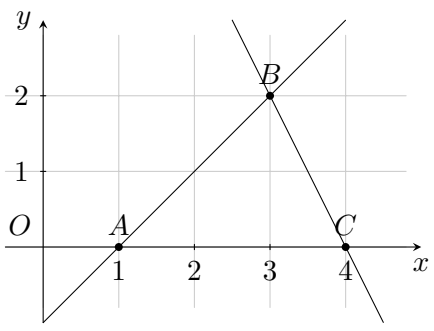
Bài 2.

a) Trong mặt phẳng tọa độ (Oxy), cho parabol $(P) : y = -2x^2$. Vẽ (P).

b) Tìm m để đường thẳng $y = (5m - 2)x + 2019$ song song với đường thẳng $y = x + 3$.

c)

Hai đường thẳng $y = x - 1$ và $y = -2x + 8$ cắt nhau tại điểm B và lần lượt cắt trục Ox tại điểm A, C (hình 1). Xác định tọa độ các điểm A, B, C và tính diện tích tam giác ABC.

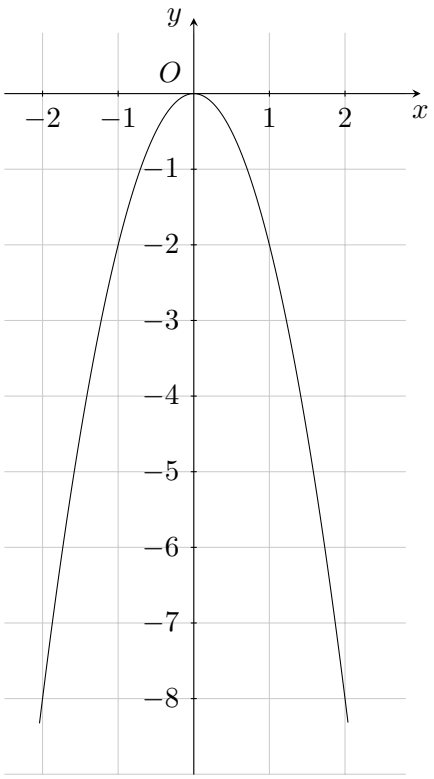


Lời giải.

a) Ta có bảng giá trị

x	-2	-1	0	1	2
$y=-2x^2$	-8	-2	0	-2	-8

Đồ thị



b) Để hai đường thẳng đã cho song song với nhau $\Leftrightarrow 5m-2=1 \Leftrightarrow m=\dfrac{3}{5}$.

c) Từ hình vẽ ta có $A(1;0), B(3;2), C(4;0)$.
Diện tích $S_{\triangle ABC}=\dfrac{1}{2}\cdot 3\cdot 2=3$ (đvdt).

Bài 3.

a) Giải phương trình: $x^2+2x-3=0$.

b) Tìm m để phương trình: $x^2-2(m+1)x+m^2+3m-7=0$ vô nghiệm.

Lời giải.

a) Ta có tổng hệ số $a+b+c=0$ nên $x_1=1, x_2=-3$.
Vậy $x_1=1$, $x_2=-3$.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

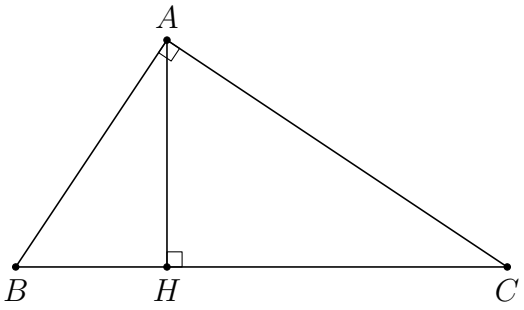
b) Ta có $\Delta' = -m + 8$.

Để phương trình vô nghiệm $\Leftrightarrow -m + 8 > 0 \Leftrightarrow m > 8$.

Bài 4. Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH. Biết $AB = 3$ cm, $AC = 4$ cm. Tính độ dài đường cao AH, tính $\cos \widehat{ACB}$ và chu vi tam giác ABH.

Lời giải.

Do tam giác ABC vuông tại A nên ta có $BC = 5$.



Mặt khác

$$AH \cdot BC = AB \cdot AC \Leftrightarrow AH = \frac{AB \cdot AC}{BC} = \frac{3 \cdot 4}{5} = \frac{12}{5}.$$

Ta có $\cos \widehat{ACB} = \dfrac{AC}{BC} = \dfrac{4}{5}$.

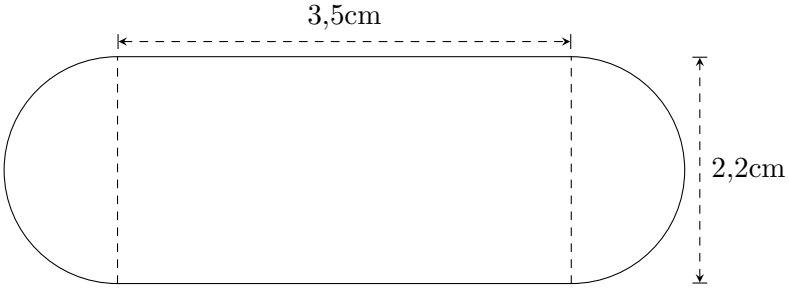
Ta lại có $BH = \dfrac{AB^2}{BC} = \dfrac{9}{5}$.

Chu vi tam giác ABH là $C = 3 + \dfrac{9}{5} + \dfrac{12}{5} = \dfrac{36}{5}$.

Bài 5.

a) Sau Kỳ thi tuyển sinh vào lớp 10 năm học 2019-2020, học sinh hai lớp 9A và 9B tặng lại thư viện trường 738 quyển sách gồm hai loại sách giáo khoa và sách tham khảo. Trong đó, mỗi học sinh lớp 9A tặng 6 quyển sách giáo khoa và 3 quyển sách tham khảo; mỗi học sinh lớp 9B tặng 5 quyển sách giáo khoa và 4 quyển sách tham khảo. Biết số sách giáo khoa nhiều hơn số sách tham khảo là 166 quyển. Tính số học sinh của mỗi lớp.

b) Một bồn chứa xăng đặt trên xe gồm hai nửa hình cầu có đường kính là 2,2 m và một hình trụ có chiều dài 3,5 m (hình 2). Tính thể tích của bồn chứa xăng (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai sau dấu phẩy).



Lời giải.

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

a) Gọi x, y lần lượt là số học sinh lớp 9A, 9B ($x, y \in \mathbb{N}^*$).

Theo đề bài ta có hệ phương trình: $\begin{cases} 6x+3x+5y+4y=738 \\ 6x+5y-(3x+4y)=166 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y=82 \\ 3x+y=166 \end{cases} \Leftrightarrow$

$\begin{cases} x=42 \\ y=40. \end{cases}$

Vậy số học sinh của lớp 9A là 42; của lớp 9B là 40.

b) $V_{\text{khối cầu}} = \dfrac{4}{3}\pi(1{,}1)^3 \approx 5{,}58$ (m^3).

$V_{\text{khối trụ}} = \pi \cdot (1{,}1)^2 \cdot 3 \cdot 5 \approx 13{,}3$ (m^3).

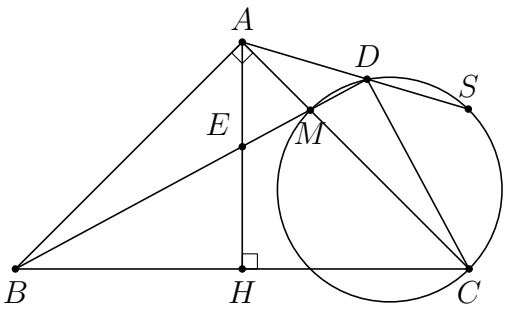
Thể tích của bồn chứa là $V = V_{\text{kc}} + V_{\text{kt}} = 18{,}88$ (m^3).

Bài 6. Cho tam giác ABC vuông cân ở A, đường cao $AH (H \in BC)$. Trên AC lấy điểm $M (M \neq A, M \neq C)$ và vẽ đường tròn đường kính MC. Kẻ BM cắt AH tại E và cắt đường tròn tại D. Đường thẳng AD cắt đường tròn tại S. Chứng minh rằng:

a) Tứ giác $CDEH$ là một tứ giác nội tiếp.

b) $\widehat{BCA} = \widehat{ACS}$.

Lời giải.



a) Vì $AH \perp BC$ nên $\widehat{EHC} = 90°$.

Vì $MD \perp CD$ (đường tròn đường kính CM) nên $\widehat{EDC} = 90°$.

Suy ra $\widehat{EDC} + \widehat{EHC} = 180°$ và $\widehat{EDC}, \widehat{EHC}$ đối nhau.

Vậy tứ giác $CDEH$ là tứ giác nội tiếp.

b) Ta có $\widehat{CDE} = 90° \Rightarrow \widehat{CDB} = 90°$.

Xét tứ giác $ADCB$ có $\widehat{CDE} + \widehat{CHE} = 180°$, suy ra tứ giác $ADCB$ là tứ giác nội tiếp

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

(cùng nhìn BC một góc 90°).

$\Rightarrow \widehat{BDA} = \widehat{BCA}$ (hai góc nội tiếp chắn cung AB).

Tứ giác $CSDM$ nội tiếp đường tròn đường kính CM, suy ra $\widehat{MCS} = \widehat{ADM} = \widehat{BDA}$ (góc ngoài và góc trong tại đỉnh đối diện của tứ giác nội tiếp).

Nên $\widehat{BCA} = \widehat{MCS} = \widehat{ACS}$ (đpcm).

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 4

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 NĂM HỌC 2019-2020, BÌNH PHƯỚC

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Bài 1.

1) Tính giá trị của các biểu thức sau:
$A = 3\sqrt{49} - \sqrt{25}$; $B = \sqrt{(3-2\sqrt{5})^2} - \sqrt{20}$

2) Cho biểu thức $= \left(\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} + \dfrac{\sqrt{x}}{x-\sqrt{x}}\right) : \dfrac{\sqrt{x}+1}{3}$ với $x > 0; x \neq 1$.

(a) Rút gọn biểu thức P.

(b) Tìm giá trị của x để $= 1$.

Lời giải.

1) $A = 3\sqrt{49} - \sqrt{25}A = 3\sqrt{7^2} - \sqrt{5^2}A = 3.7 - 5A = 21 - 5A = 16.$
$B = \sqrt{(3-2\sqrt{5})^2} - \sqrt{20} = |3-2\sqrt{5}| - \sqrt{2^2 \cdot 5} = -(3-2\sqrt{5}) - 2\sqrt{5} = -3+2\sqrt{5}-2\sqrt{5} = -3.$

2) (a)

$$\begin{aligned} P &= \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}}{x-\sqrt{x}}\right) : \frac{\sqrt{x}+1}{3} = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)}\right) : \frac{\sqrt{x}+1}{3} \\ &= \left(\frac{\sqrt{x}\sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)}\right) : \frac{\sqrt{x}+1}{3} = \frac{x+\sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} : \frac{\sqrt{x}+1}{3} \\ &= \frac{x+\sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} \cdot \frac{3}{\sqrt{x}+1} = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1).3}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} = \frac{3}{\sqrt{x}-1} \end{aligned}$$

(b) $P = 1 \Leftrightarrow \dfrac{3}{\sqrt{x}-1} = 1 \Leftrightarrow \sqrt{x} - 1 = 3 \Leftrightarrow \sqrt{x} = 4 \Leftrightarrow x = 16.$
Vậy $x = 16$ thì $P = 1$.

Bài 2.

1) Cho parabol (P): $y = \dfrac{1}{2}x^2$ và đường thẳng (d) : $y = x + 2$.

(a) Vẽ parabol (P) và đường thẳng (d) trên cùng hệ trục tọa độ Oxy.

(b) Viết phương trình đường thẳng $(d_1): y = ax + b$ song song với (d) và cắt (P) tại điểm A có hoành độ bằng -2.

2) Không sử dụng máy tính, giải hệ phương trình: $\begin{cases} 2x + y = 5 \\ x + 2y = 4 \end{cases}$

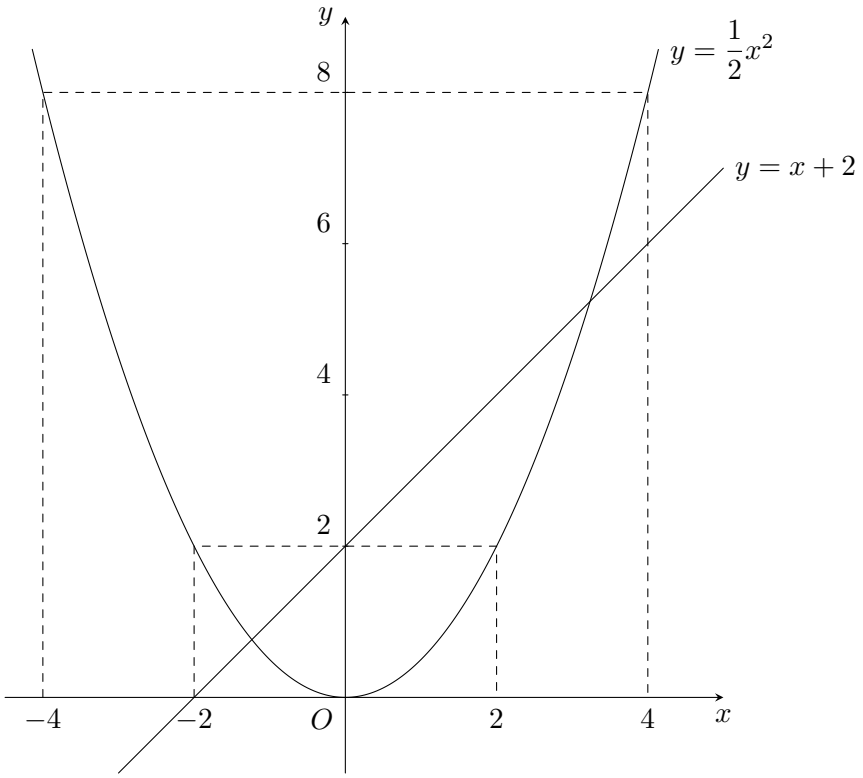
Lời giải.

1) (a) Bảng giá trị:

x	-4	-2	0	2	4
$y = \frac{1}{2}x^2$	8	2	0	2	8

Đồ thị hàm số $y = \frac{1}{2}x^2$ là đường Parabol đi qua các điểm $(-4;8); (-2;2); (0;0); (2;2); (4;8)$ và nhận Oy làm trục đối xứng.

Đồ thị hàm số $y = x + 2$ là đường thẳng đi qua điểm $(0;2)$ và điểm $(-2;0)$.



(b) Vì đường thẳng $(d_1): y = ax + b$ song song với (d) nên ta có phương trình của đường thẳng $(d_1): y = x + b$ $(b \neq 2)$.

Gọi $A(-2; y_A)$ là giao điểm của parabol (P) và đường thẳng (d_1).

$\Rightarrow A \in (P) \Rightarrow y_A = \frac{1}{2} \cdot (-2)^2 = 2 \Rightarrow A(-2;2)$.

Mặt khác, $A \in (d_1)$, thay tọa độ của điểm A vào phương trình đường thẳng (d_1),

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

ta được: $2 = -2 + b \Leftrightarrow b = 4$ (nhận).

Vậy phương trình đường thẳng $(d_1) : y = x + 4$.

2) Không sử dụng máy tính, giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} 2x + y = 5 \\ x + 2y = 4 \end{cases} \begin{cases} 2x + y = 5 \\ x + 2y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x + 2y = 10 \\ x + 2y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x = 6 \\ x + 2y = 4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x + 2y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ 2 + 2y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ 2y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1. \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất: $(x; y) = (2; 1)$.

Bài 3.

1) Cho phương trình $x^2 - (m + 2)x + m + 8 = 0 \quad (1)$ với m là tham số.

(a) Giải phương trình (1) khi $m = -8$.

(b) Tìm các giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm dương phân biệt $x_1; x_2$ thỏa $x_1^3 - x_2 = 0$.

2) Nông trường cao su Minh Hưng phải khai thác 260 tấn mũ trong một thời gian nhất định. Trên thực tế, mỗi ngày nông trường đều khai thác vượt định mức 3 tấn. Do đó, nông trường đã khai thác được 261 tấn và song trước thời hạn 1 ngày. Hỏi theo kế hoạch mỗi ngày nông trường khai thác được bao nhiêu tấn mũ cao su.

Lời giải.

1) (a) Thay $m = -8$ vào phương trình (1) , ta được:

$$x^2 - (-8 + 2)x - 8 + 8 = 0 \Leftrightarrow x^2 + 6x = 0 \Leftrightarrow x(x + 6) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x + 6 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -6. \end{cases}$$

Vậy $m = -8$ thì phương trình (1) có 2 nghiệm: $x = -6; x = 0$.

(b) $\Delta = (m + 2)^2 - 4(m + 8) = m^2 + 4m + 4 - 4m - 32 = m^2 - 28$.

Phương trình (1) có 2 nghiệm dương phân biệt khi

$$\begin{cases} \Delta > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 28 > 0 \\ m + 2 > 0 \\ m + 8 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -2\sqrt{7} \text{ hoặc } m > 2\sqrt{7} \\ m > -2 \\ m > -8 \end{cases} \Leftrightarrow m > 2\sqrt{7}.$$

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Theo đề bài, ta có:

$$x_1^3 - x_2 = 0 \Leftrightarrow x_1^3 = x_2 \Leftrightarrow x_1x_2 = x_1^4 = m+8 \Leftrightarrow x_1 = \sqrt[4]{m+8} \Rightarrow x_2 = \sqrt[4]{(m+8)^3}$$

$\Rightarrow x_1 + x_2 = m+2 \Leftrightarrow \sqrt[4]{m+8} + \sqrt[4]{(m+8)^3} = m+8-6.$

Đặt $\sqrt[4]{m+8} = t$ $(t \geq 0)$, ta có:

$$\begin{aligned}
& t + t^3 = t^4 - 6 \Leftrightarrow t^4 - t^3 - t - 6 = 0 \Leftrightarrow t^4 - 16 - (t^3 + t - 10) = 0 \\
\Leftrightarrow\ & (t^2-4)(t^2+4) - (t^3 - 8 + t - 2) = 0 \\
\Leftrightarrow\ & (t-2)(t+2)(t^2+4) - [(t-2)(t^2+2t+4) + (t-2)] = 0 \\
\Leftrightarrow\ & (t-2)(t+2)(t^2+4) - (t-2)(t^2+2t+5) = 0 \\
\Leftrightarrow\ & (t-2)(t^3+2t^2+4t+8-t^2-2t-5) = 0 \\
\Leftrightarrow\ & (t-2)(t^3+t^2+2t+3) = 0 \\
\Leftrightarrow\ & t = 2 \text{ (vì } t \geq 0 \Rightarrow t^3+t^2+2t+3 > 0) \\
\Rightarrow\ & \sqrt[4]{m+8} = 2 \Leftrightarrow m+8 = 2^4 = 16 \\
\Leftrightarrow\ & m = 8 \text{ (nhận)}.
\end{aligned}$$

2) Gọi số tấn mũ cao su mỗi ngày nông trường khai thác được là x (tấn) $(0 < x < 260)$.

Thời gian dự định khai thác mũ cao su của nông trường là: $\dfrac{260}{x}$ (ngày).

Trên thực tế, mỗi ngày nông trường khai thác được: $x+3$ (tấn).

Thời gian thực tế khai thác mũ cao su của nông trường là: $\dfrac{261}{x+3}$ (ngày).

Theo đề bài, ta có phương trình:

$$\begin{aligned}
& \frac{261}{x+3} + 1 = \frac{260}{x} \\
\Rightarrow\ & \frac{261x}{x(x+3)} + \frac{x(x+3)}{x(x+3)} = \frac{260(x+3)}{x(x+3)} \\
\Rightarrow\ & 261x + x(x+3) = 260(x+3) \\
\Leftrightarrow\ & 261x + x^2 + 3x = 260x + 780 \\
\Leftrightarrow\ & 261x + x^2 + 3x - 260x - 780 = 0 \\
\Leftrightarrow\ & x^2 + 4x - 780 = 0. \quad (1)
\end{aligned}$$

$\Delta' = 4 + 780 = 784 > 0 \Rightarrow \sqrt{\Delta'} = \sqrt{784} = 28.$

Phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt: $x_1 = 26$ (nhận) hoặc $x_2 = -30$ (loại).

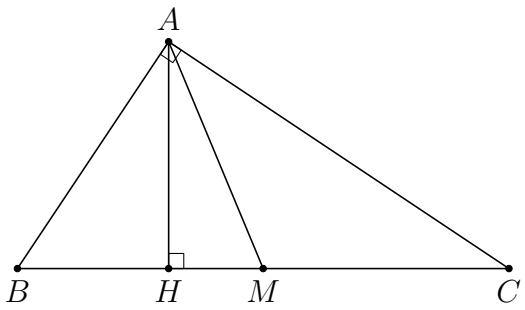
Vậy theo kế hoạch, mỗi ngày nông trường cao su khai thác 26 tấn.

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Bài 4. Cho tam giác ABC vuông tại A có đường cao AH và đường trung tuyến AM. Biết $AH = 3$ cm; $HB = 4$ cm. Hãy tính AB, AC, AM và diện tích tam giác ABC.

Lời giải.



Xét ΔAHB vuông tại H, theo định lí Pitago, ta có: $AB^2 = AH^2 + HB^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$

$\Rightarrow AB = \sqrt{25} = 5$ cm.

Xét ΔABC vuông tại A, có đường cao AH.

Theo hệ thức lượng trong tam giác vuông, ta có:

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2} \Rightarrow \frac{1}{AC^2} = \frac{1}{AH^2} - \frac{1}{AB^2} = \frac{1}{3^2} - \frac{1}{5^2} = \frac{1}{9} - \frac{1}{25}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{AC^2} = \frac{16}{225} \Rightarrow AC^2 = \frac{225}{16} \Rightarrow AC = \sqrt{\frac{225}{16}} = \frac{15}{4} \text{ cm}.$$

Xét ΔABC vuông tại A, theo định lí Pitago, ta có:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 = 5^2 + \left(\frac{15}{4}\right)^2 = 25 + \frac{225}{16} = \frac{625}{16}$$

$\Rightarrow BC = \sqrt{\frac{625}{16}} = \frac{25}{4}$ cm.

ΔABC vuông tại A, AM là đường trung tuyến ứng với cạnh huyền BC

$\Rightarrow AM = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2} \cdot \frac{25}{4} = \frac{25}{8}$ cm.

Diện tích tam giác ABC: $S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot \frac{15}{4} = \frac{75}{8}$ cm^2.

Bài 5. Cho đường tròn tâm O đường kính $AB = 2R$. Gọi C là trung điểm của OA, qua C kẻ đường thẳng vuông góc với OA cắt đường tròn (O) tại hai điểm phân biệt M và N. Trên cung nhỏ BM lấy điểm K(K khác B và M). Gọi H là giao điểm của AK và MN.

a) Chứng minh tứ giác $BCHK$ nội tiếp đường tròn.

b) Chứng minh $AK.AH = R^2$.

c) Trên tia KN lấy điểm I sao cho $KI = KM$. Chứng minh $NI = BK$.

Lời giải.

a) Chứng minh tứ giác $BCHK$ nội tiếp đường tròn.

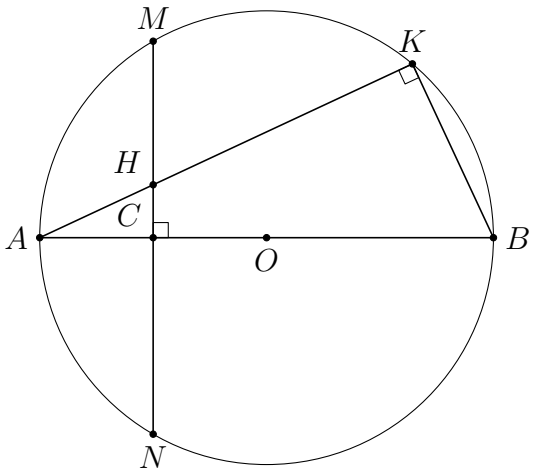
Vì $AB \perp HC$ tại C nên $\widehat{BCH} = 90^\circ$.

Ta có: $\widehat{AKB} = 90^\circ$ (Góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) $\Rightarrow \widehat{BKH} = 90^\circ$.

Xét tứ giác $BCHK$ có: $\widehat{BCH} + \widehat{BKH} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$.

Mà $\widehat{BCH}; \widehat{BKH}$ là hai góc đối nhau.

Suy ra: Tứ giác $BCHK$ là tứ giác nội tiếp.



b) Chứng minh $AK.AH = R^2$.

Xét ΔACH và ΔAKB có: $\widehat{ACH} = \widehat{AKB} = 90^\circ$; $\widehat{BAK}$ là góc chung.

Do đó: $\Delta ACH \backsim \Delta AKB$ (g.g) $\Rightarrow \dfrac{AH}{AB} = \dfrac{AC}{AK} \Rightarrow AH.AK = AB.AC = 2R \cdot \dfrac{R}{2} = R^2$.

Vậy $AK.AH = R^2$.

c) Trên tia KN lấy điểm I sao cho $KI = KM$. Chứng minh $NI = BK$.

Trên tia đối của tia KB lấy điểm E sao cho $KE = KM = KI$.

Xét ΔOAM có MC là đường cao đồng thời là đường trung tuyến (vì C là trung điểm của OA) $\Rightarrow \Delta OAM$ cân tại $M \Rightarrow AM = OM$.

Mà $OA = OM = R \Rightarrow OA = OM = AM \Rightarrow \Delta OAM$ là tam giác đều $\Rightarrow \widehat{OAM} = 60^\circ$.

Ta có: $\widehat{AMB} = 90^\circ$ (Góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

$\Rightarrow \Delta AMB$ vuông tại M. $\Rightarrow \widehat{ABM} = 30^\circ$.

Xét ΔBMC vuông tại C có: $\widehat{BMC} + \widehat{MBC} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{BMC} = 90^\circ - \widehat{MBC} = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ \Rightarrow \widehat{BMN} = 60^\circ$ (1)

Vì tứ giác $ABKM$ là tứ giác nội tiếp nên $\widehat{EKM} = \widehat{MAB} = 60^\circ$.

Mặt khác: $KM = KE$ (cách dựng) $\Rightarrow \Delta EKM$ cân tại K.

Và $\widehat{EKM} = 60^\circ \Rightarrow \Delta EKM$ là tam giác đều. $\Rightarrow \widehat{KME} = 60^\circ$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra: $\widehat{BMN} = \widehat{KME} = 60^\circ$

$\Rightarrow \widehat{BMN} + \widehat{BMK} = \widehat{KME} + \widehat{BMK}$

$\Rightarrow \widehat{NMK} = \widehat{BME}$.

Xét ΔBCM vuông tại C có: $\sin\widehat{CBM} = \sin 30^\circ \Rightarrow \dfrac{CM}{BM} = \dfrac{1}{2} \Leftrightarrow BM = 2CM$.

Mà $OA \perp MN$ tại $C \Rightarrow C$ là trung điểm của MN (đường kính vuông góc với dây cung thì đi qua trung điểm của dây cung).

$\Rightarrow MN = 2CM \Rightarrow MN = BM$ (vì $= 2CM$).

Xét ΔMNK và ΔMBE có: $\widehat{MNK} = \widehat{MBE}$ (Hai góc nội tiếp cùng chắn $\overset{\frown}{MK}$) $MN = BM$ (cmt); $\widehat{NMK} = \widehat{BME}$ (cmt).

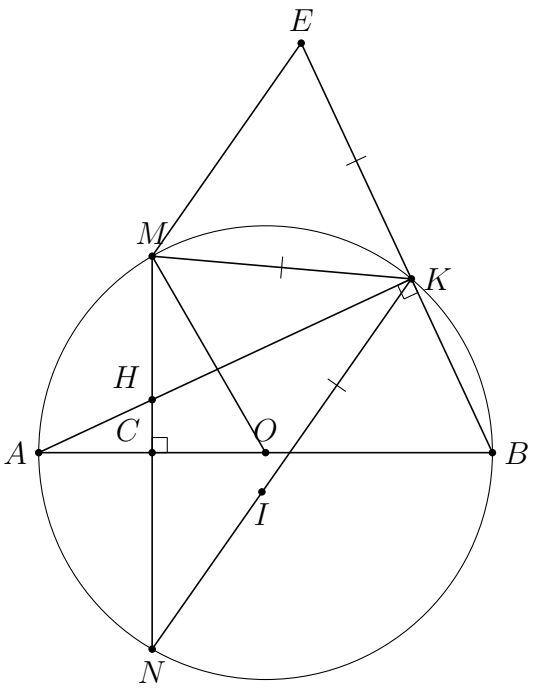
Do đó: $\Delta MNK = \Delta MBE$ (g.c.g)

$\Rightarrow NK = BE$ (Hai cạnh tương ứng)

$\Rightarrow IN + IK = BK + KE$.

Mà $IK = KE$.

Suy ra: $IN = BK$.



Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 5

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 NĂM HỌC 2019-2020, BÌNH ĐỊNH

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

Câu 1. Giải phương trình $3(x-1)=5x+2$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} 3(x-1)=5x+2 &\Leftrightarrow 3x-3=5x+2\\ &\Leftrightarrow 2x=-5\\ &\Leftrightarrow x=-\frac{5}{2}. \end{aligned}$$

Vậy phương trình có nghiệm $x=-\dfrac{5}{2}$.

Câu 2. Cho biểu thức $A=\sqrt{x+2\sqrt{x-1}}+\sqrt{x-2\sqrt{x-1}}$, với $x\geq 1$.

a) Tính giá trị biểu thức A khi $x=5$;

b) Rút gọn biểu thức A khi $1\leq x\leq 2$.

Lời giải.

a) Khi $x=5$ ta có

$$\begin{aligned} A &= \sqrt{5+2\sqrt{5-1}}+\sqrt{5-2\sqrt{5-1}}\\ &= \sqrt{9}+\sqrt{1}\\ &= 3+1=4. \end{aligned}$$

b) Vì $1\leq x\leq 2$ nên $0\leq x-1\leq 1$ suy ra $\sqrt{x-1}\leq 1$. Do đó

$$\begin{aligned} A &= \sqrt{\left(\sqrt{x-1}+1\right)^2}+\sqrt{\left(\sqrt{x-1}-1\right)^2}\\ &= |\sqrt{x-1}+1|+|\sqrt{x-1}-1|\\ &= \sqrt{x-1}+1+|\sqrt{x-1}-1|\\ &= \sqrt{x-1}+1+1-\sqrt{x-1}\\ &= 2. \end{aligned}$$

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Câu 3. Cho phương trình $x^2-(m-1)x-m=0$.

Tìm m để phương trình có một nghiệm bằng 2. Tính nghiệm còn lại.

Lời giải.

$$x^2-(m-1)x-m=0. \tag{1}$$

Thay $x=2$ vào phương trình (1) ta được

$$2^2-(m-1)\cdot 2-m=0 \Leftrightarrow 4-2m+2-m=0 \Leftrightarrow 3m=6 \Leftrightarrow m=2.$$

Thay $m=2$ vào phương trình (1) ta được

$$x^2-x-2=0.$$

Ta có các hệ số: $a-b+c=0$ nên phương trình có hai nghiệm phân biệt là $x_1=-1;\ x_2=2$.

Vậy với $m=2$ phương trình đã cho có một nghiệm bằng 2, nghiệm còn lại là -1.

Câu 4. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho ba đường thẳng $d_1\colon y=2x-1;\ d_2\colon y=x$ và $d_3\colon y=-3x+2$. Tìm hàm số có đồ thị là đường thẳng d song song với đường thẳng d_3 đồng thời đi qua giao điểm của hai đường thẳng d_1 và d_2.

Lời giải.

Tọa độ giao điểm A giữa d_1 và d_2 là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} y=2x-1 \\ y=x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-1=x \\ y=x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=1. \end{cases}$$

Vậy $A(1;1)$.

Vì $d \mathbin{/\!/} d_3$ nên $d\colon y=-3x+b$ (với $b\neq 2$).

Vì d đi qua $A(1;1)$ nên $-3\cdot 1+b=1 \Rightarrow b=4$.

Vậy $d\colon y=-3x+4$.

Câu 5. Hai đội công nhân cùng làm chung trong 4 giờ thì hoàn thành được $\frac{2}{3}$ công việc. Nếu làm riêng thì thời gian hoàn thành công việc đội thứ hai ít hơn đội thứ nhất là 5 giờ. Hỏi nếu làm riêng thì thời gian hoàn thành công việc của mỗi đội là bao nhiêu?

Lời giải.

Gọi thời gian đội thứ nhất làm riêng hoàn thành công việc là x (giờ, $x>5$).

Thời gian đội thứ hai làm riêng hoàn thành công việc là y (giờ, $y>0$).

Mỗi giờ đội thứ nhất làm được $\frac{1}{x}$ công việc, đội thứ hai làm được $\frac{1}{y}$ công việc.

Trong 4 giờ đội thứ nhất làm được $\frac{4}{x}$ công việc, đội thứ hai làm được $\frac{4}{y}$ công việc.
Theo đề ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} \frac{4}{x}+\frac{4}{y}=\frac{2}{3} & (1) \\ x-y=5. & (2) \end{cases}$$

$(2) \Leftrightarrow x=y+5$ thế vào (1) ta được

$$\frac{4}{y+5}+\frac{4}{y}=\frac{2}{3} \Rightarrow 6y+6(y+5)=y(y+5)$$

$$\Leftrightarrow y^2-7y-30=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} y=-3 & \text{(loại)} \\ y=10 \Rightarrow x=15. \end{array}\right.$$

Vậy nếu làm riêng thì thời gian hoàn thành công việc của đội thứ nhất là 15 giờ, đội thứ hai là 10 giờ.

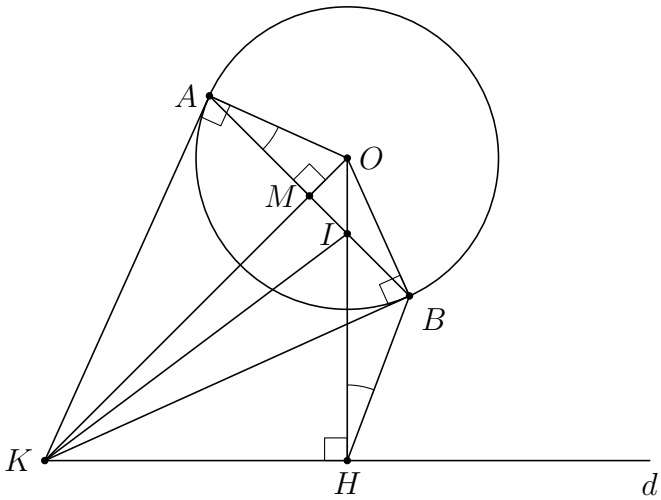
Câu 6. Cho đường tròn tâm O, bán kính R và một đường thẳng d không cắt đường tròn (O). Dựng đường thẳng OH vuông góc với đường thẳng d tại điểm H. Trên đường thẳng d lấy điểm K (khác điểm H), qua K vẽ hai tiếp tuyến KA và KB với đường tròn (O), (A và B là các tiếp điểm) sao cho A và H nằm về hai phía của đường thẳng OK.

a) Chứng minh tứ giác $KAOH$ nội tiếp được trong một đường tròn.

b) Đường thẳng AB cắt đường thẳng OH tại điểm I. Chứng minh rằng $IA\cdot IB=IH\cdot IO$ và điểm I cố định khi điểm K chạy trên đường thẳng d cố định.

c) Khi $OK=2R$, $OH=R\sqrt{3}$. Tính diện tích tam giác KAI theo R.

Lời giải.



a) Ta có $\widehat{KAO}=90^\circ$ và $\widehat{KHO}=90^\circ$.
Tứ giác $KAOH$ có $\widehat{KAO}+\widehat{KHO}=90^\circ+90^\circ=180^\circ$ nên nội tiếp.

b)

- Vì $\widehat{KAO}, \widehat{KHO}$ và $\widehat{KBO}$ cùng nhìn OK dưới một góc vuông nên đa giác $KAOBH$ nội tiếp đường tròn đường kính KO.
  Xét $\triangle IAO$ và $\triangle IHB$ ta có
  $\widehat{IAO} = \widehat{IHB}$ (cùng chắn cung OB) và $\widehat{AIO} = \widehat{HIB}$ (đối đỉnh).
  Suy ra $\triangle IAO \backsim \triangle IHB$ (g-g). Do đó $\dfrac{IA}{IH} = \dfrac{IO}{IB} \Leftrightarrow IA \cdot IB = IH \cdot IO$.
- Gọi M là giao điểm của AB và OK, khi đó
  $\triangle OMI \backsim \triangle OHK$ (g-g) suy ra

$$\frac{IO}{OK} = \frac{OM}{OH} \Rightarrow IO = \frac{OM \cdot OK}{OH} = \frac{OA^2}{OK} = \frac{R^2}{OH}.$$

  Vì O, R và OH cố định nên I cố định.

c) Ta có

$$S_{\triangle KAI} = \frac{1}{2} AI \cdot KM \tag{1}$$

Mà

$$KM \cdot KO = KA^2 \Rightarrow KM = \frac{KA^2}{KO} = \frac{3R}{2} \tag{2}$$

$OM = \dfrac{R}{2}, OI = \dfrac{R^2}{OH} = \dfrac{R}{\sqrt{3}}, MI = \sqrt{OI^2 - OM^2} = \dfrac{R}{2\sqrt{3}}, AM = \sqrt{KA^2 - KM^2} = \dfrac{R\sqrt{3}}{2}$.

Suy ra

$$AI = AM + MI = \frac{2R}{\sqrt{3}} \tag{3}$$

Thay (2) và (3) vào (1) ta được $S_{\triangle KAI} = \dfrac{1}{2} AI \cdot KM = \dfrac{R^2\sqrt{3}}{2}$.

Câu 7. Cho $x,\ y$ là hai số thực thỏa $\begin{cases} x > y \\ xy = 1 \end{cases}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \frac{x^2 + y^2}{x - y}.$$

Lời giải.

Với $x > y,\ xy = 1$, ta có

$$P = \frac{x^2 + y^2}{x - y} = \frac{(x - y)^2 + 2xy}{x - y} = x - y + \frac{2}{x - y}.$$

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Vì $x > y \Rightarrow x - y > 0$; $\dfrac{2}{x-y} > 0$ và $xy = 1$.

Áp dụng bất đẳng thức Cô-si cho hai số dương $x - y$ và $\dfrac{2}{x-y}$, ta có

$$x - y + \frac{2}{x-y} \geq 2\sqrt{\frac{2(x-y)}{x-y}} = 2\sqrt{2} = 2\sqrt{2}.$$

Suy ra $\min P = 2\sqrt{2}$.

Dấu đẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow x - y = \dfrac{2}{x-y} \Leftrightarrow (x-y)^2 = 2 \Leftrightarrow x - y = \sqrt{2} \Leftrightarrow x = y + \sqrt{2}$.

Mà $xy = 1 \Rightarrow \left(y + \sqrt{2}\right) y = 1 \Leftrightarrow y^2 + \sqrt{2}y = 1 \Leftrightarrow y^2 + \sqrt{2}y - 1 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} y = \dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2} & \text{(TM)} \\ y = \dfrac{-\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2} & \text{(TM)}. \end{array}\right.$

Vậy $\min P = 2\sqrt{2}$ tại $\begin{cases} x = \dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2} \\ y = \dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2} \end{cases}$; $\begin{cases} x = \dfrac{-\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2} \\ y = \dfrac{-\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2} \end{cases}$.

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 6

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 NĂM HỌC 2019-2020, ĐẮK LẮK

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Bài 1.

a) Rút gọn biểu thức: $A = \sqrt{32} - \sqrt{6}\sqrt{3} + \dfrac{\sqrt{22}}{\sqrt{11}}$.

b) Giải phương trình: $x^2 - 2x = 0$.

c) Xác định hệ số a của hàm số $y = ax^2$, biết đồ thị của hàm số đó đi qua điểm $A(-3;1)$.

Lời giải.

a) $A = \sqrt{32} - \sqrt{6}\sqrt{3} + \dfrac{\sqrt{22}}{\sqrt{11}} = 4\sqrt{2} - \sqrt{2}\sqrt{3}\sqrt{3} + \sqrt{\dfrac{22}{11}} = 4\sqrt{2} - 3\sqrt{2} + \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$.

b) $x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow x(x-2) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x - 2 = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2. \end{array}\right.$

c) Đồ thi hàm số $y = ax^2$ đi qua điểm $A(-3;1)$ khi và chỉ khi $a(-3)^2 = 1 \Leftrightarrow a = \dfrac{1}{9}$.

Bài 2. Cho phương trình: $x^2 - (2m - n)x + (2m + 3n - 1) = 0 \quad (1)$ (m, n là tham số).

a) Với $n = 0$, chứng minh rằng phương trình (1) luôn có nghiệm với mọi giá trị của m.

b) Tìm m, n để phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + x_2 = -1$ và $x_1^2 + x_2^2 = 13$.

Lời giải.

a) Với $n = 0$, phương trình (1) trở thành: $x^2 - 2mx + (2m - 1) = 0$.

Ta có $\Delta' = m^2 - 2m + 1 = (m-1)^2$.

$\Rightarrow \Delta' \geq 0, \forall m$ nên phương trình (1) luôn có nghiệm với mọi giá trị của m.

b) Ta có $\begin{cases} x_1+x_2=-1 \\ x_1^2+x_2^2=13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1+x_2=-1 \\ (x_1+x_2)^2-2x_1x_2=13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1+x_2=-1 \\ x_1x_2=-6. \end{cases}$

Phương trình (1) có hai nghiệm thỏa mãn $\begin{cases} x_1+x_2=-1 \\ x_1^2+x_2^2=13 \end{cases}$ khi và chỉ khi:

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2m-n=-1 \\ 2m+3n=-5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=-1 \\ n=-1. \end{cases}$$

Bài 3.

a) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng d có phương trình: $y=-x+\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. Gọi A, B lần lượt là giao điểm của d với trục hoành và trục tung; H là trung điểm của đoạn thẳng AB. Tính độ dài các đoạn thẳng OH (đơn vị đo trên các trục tọa độ là xentimét).

b) Một cốc nước dạng hình trụ có chiều cao là 12 cm, bán kính đáy là 2 cm, lượng nước trong cốc cao 8 cm. Người ta thả vào cốc nước 6 viên bi hình cầu có cùng bán kính 1 cm và ngập hoàn toàn trong nước làm nước trong cốc dâng lên. Hỏi sau khi thả 6 viên bi vào thì mực nước trong cốc cách miệng cốc bao nhiêu xentimét? (Giả sử độ dày của cốc là không đáng kể)

Lời giải.

a) $y=0 \Rightarrow x=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. Do đó, giao điểm của d với trục hoành là $A\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2};0\right)$.

$x=0 \Rightarrow y=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. Do đó, giao điểm của d với trục tung là $B\left(0;\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)$.

$\Rightarrow OA=OB=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ (cm).

Áp dụng định lý Pitago trong tam giác vuông ABC, ta có: $AB=\sqrt{OA^2+OB^2}=1$ (cm)

$\Rightarrow OH=\dfrac{AB}{2}=\dfrac{1}{2}$ (cm).

b) Thể tích nước dâng lên chính là tổng thể tích của 6 viên bi thả vào và bằng:

$$6\cdot\frac{4}{3}\pi\cdot 1^3=8\pi \text{ cm}^3$$

. Dễ thấy phần nước dâng lên dạng hình trụ có đáy bằng với đáy của cốc nước và có thể tích bằng 8π cm^3.

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

Chiều cao của phần nước dâng lên là $\dfrac{8\pi}{\pi \cdot 2^2} = 2$ (cm).

Vậy mực nước dâng cao cách miệng cốc là: $12 - 8 - 2 = 2$ (cm).

Bài 4. Cho đường tròn (O) có hai đường kính AB và CD vuông góc với nhau. Điểm M thuộc cung nhỏ BD sao cho $\widehat{BOM} = 30^\circ$ Gọi N là giao điểm của CM và OB. Tiếp tuyến tại M của đường tròn (O) cắt OB, OD kéo dài lần lượt tại E và F. Đường thẳng qua N và vuông góc với AB cắt EF tại P.

a) Chứng minh tứ giác $ONMP$ là tứ giác nội tiếp.

b) Chứng minh tam giác EMN là tam giác đều.

c) Chứng minh $NC = OP$.

d) Gọi H là trực tâm của tam giác AEF. Hỏi ba điểm A, H, P có thẳng hàng không? Vì sao?

Lời giải.

a) Ta có: $\widehat{ONP} = 90^\circ$ $(PN \perp OB)$.

$\widehat{OMP} = 90^\circ$ (EF là tiếp tuyến tại M của đường tròn (O)).

Tứ giác $ONMP$ có N, M cùng nhìn OP dưới một góc vuông nên là tứ giác nội tiếp.

b) Ta có: $\widehat{CME} = \dfrac{1}{2}\widehat{CMO} = \dfrac{90^\circ + 30^\circ}{2} = 60^\circ$ (góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung).

Tam giác OME vuông tại M, có $\widehat{MOE} = 30^\circ \Rightarrow \widehat{OEM} = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$.

Tam giác EMN có $\widehat{NME} = \widehat{NEM} = 60^\circ$ nên là tam giác đều.

c) Tứ giác $ONMP$ nội tiếp nên $\widehat{NME} = \widehat{NOP}$, mà $\widehat{NME} = \widehat{MNE}$ (tam giác EMN đều).

$\Rightarrow \widehat{NOP} = \widehat{MNE} \Rightarrow OP \parallel CM$.

Tứ giác $OCNP$ có $OP \parallel CN$; $NP \parallel CO$ nên là hình bình hành $\Rightarrow OP = CN$.

d)

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Tam giác ENM đều, $NM \parallel OP$ nên suy ra tam giác EOP đều.

Giả sử ba điểm A, H, P thẳng hàng

$\Rightarrow AP \perp EF$

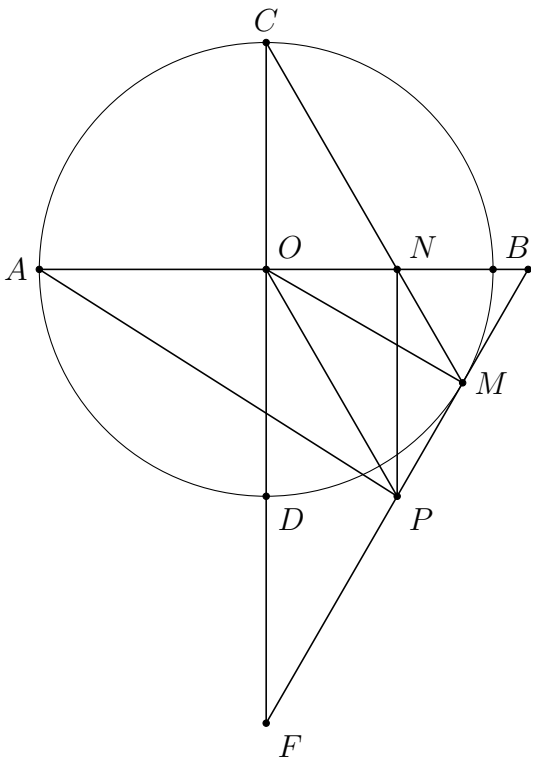
$\Rightarrow \widehat{APO} = 90^\circ - \widehat{OPE} = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$.

$AP \perp EF \Rightarrow AP \parallel OM$

$\Rightarrow \widehat{PAO} = \widehat{MOE} = 30^\circ$(đồng vị).

Suy ra tam giác AOP cân $\Rightarrow OP = OA$ (mâu thuẫn vì P nằm trên tiếp tuyến tại M của đường tròn (O) nên P không thuộc đường tròn (O)).

Vậy ba điểm A, H, P không thẳng hàng.



Bài 5. Cho ba số thực dương x, y, z thỏa mãn: $x + 2y + 3z = 2$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: $S = \sqrt{\dfrac{xy}{xy+3z}} + \sqrt{\dfrac{3yz}{3yz+x}} + \sqrt{\dfrac{3xz}{3xz+4y}}$.

Lời giải.

Đặt $a = x; b = 2y; c = 3z$, ta được: $a, b, c > 0; a + b + c = 2$.

Khi đó: $S = \sqrt{\dfrac{ab}{ab+2c}} + \sqrt{\dfrac{bc}{bc+2a}} + \sqrt{\dfrac{ac}{ac+2b}}$.

Xét $\sqrt{\dfrac{ab}{ab+2c}} = \sqrt{\dfrac{ab}{ab+(a+b+c)c}} = \sqrt{\dfrac{ab}{(a+c)(b+c)}} \le \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{a}{a+c} + \dfrac{b}{b+c}\right)$.

Dấu đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $\dfrac{a}{a+c} = \dfrac{b}{b+c}$.

Tương tự ta có: $\sqrt{\dfrac{bc}{bc+2a}} \le \dfrac{1}{2}(\dfrac{b}{b+a} + \dfrac{c}{c+a})$; $\sqrt{\dfrac{ac}{ac+2b}} \le \dfrac{1}{2}(\dfrac{a}{a+b} + \dfrac{c}{c+b})$.

Dấu đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $\dfrac{b}{b+a} = \dfrac{c}{c+a}$; $\dfrac{a}{a+b} = \dfrac{c}{c+b}$.

Cộng các vế ta được: $S \le \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{a+b}{a+b} + \dfrac{b+c}{b+c} + \dfrac{a+c}{a+c}\right) = \dfrac{3}{2}$.

Vậy giá trị lớn nhất của S bằng $\dfrac{3}{2}$ khi và chỉ khi $a = b = c = \dfrac{2}{3}$ hay giá trị lớn nhất của S bằng $\dfrac{3}{2}$ khi và chỉ khi $x = \dfrac{2}{3}$; $y = \dfrac{1}{3}$; $z = \dfrac{2}{9}$.

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 7

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 NĂM HỌC 2019-2020, ĐẮK NÔNG

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

Bài 1. Giải phương trình và hệ phương trình

a) $x-3=0$.

b) $\begin{cases} x+3y=4 \\ 2x+5y=7. \end{cases}$

Lời giải.

a) $x-3=0 \Leftrightarrow x=3$

b) $\begin{cases} x+3y=4 \\ 2x+5y=7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+6y=8 \\ 2x+5y=7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=1 \\ 2x+5y=7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=1 \\ 2x+5\cdot 1=7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=1. \end{cases}$

Vậy hệ phương trình có nghiệm $(1;1)$.

Bài 2. Rút gọn các biểu thức sau

a) $A=\sqrt{45}+\sqrt{20}-\sqrt{5}$.

b) $B=\dfrac{x+\sqrt{x}}{\sqrt{x}}+\dfrac{x-4}{\sqrt{x}+2}$ với $x>0$.

Lời giải.

a) $A=3\sqrt{5}+2\sqrt{5}-\sqrt{5}=4\sqrt{5}$.

b) $B=\dfrac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)}{\sqrt{x}}+\dfrac{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)}{\sqrt{x}+2}=\sqrt{x}+1+\sqrt{x}-2=2\sqrt{x}-1.$

Bài 3. Cho Parapol $(P)\colon y=x^2$ và đường thẳng $(d)\colon y=2x+3$.

a) Vẽ Parapol $(P)\colon y=x^2$ và đường thẳng $(d)\colon y=2x+3$ trên cùng một mặt phẳng tọa độ.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

b) Tìm tọa độ giao điểm (nếu có) của (P) và (d).

Lời giải.

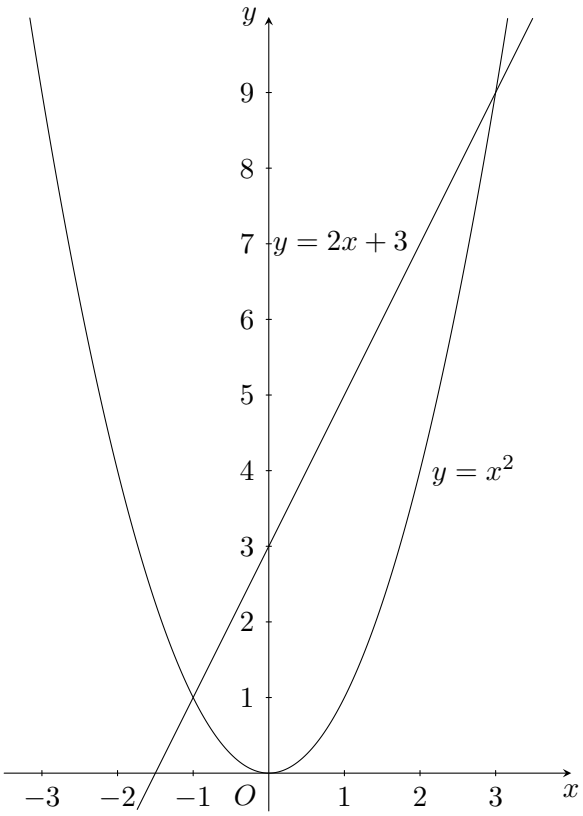
a) Tọa độ điểm của đồ thị (P): $y = x^2$

x	-2	-1	0	1	2
$y = x^2$	4	1	0	1	4

Tọa độ điểm của đồ thị $(d): y = 2x + 3$

x	0	$-\frac{3}{2}$
$y = 2x + 3$	3	0

Đồ thị



b) Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d): $x^2 = 2x + 3 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0$.

Có dạng $a - b + c = 1 - (-2) + (-3) = 0$.

Phương trình có hai nghiệm $\begin{bmatrix} x_1 = -1 \\ x_2 = 3 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} y_1 = 1 \\ y_2 = 9. \end{bmatrix}$

Vậy, tọa độ giao điểm của (P) và (d) là $A(-1;1)$, $B(3;9)$.

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Bài 4. Một mảnh vườn hình chữ nhật có diện tích bằng 1200 m^2. Tính chiều dài và chiều rộng của mảnh vườn hình chữ nhật đó, biết rằng chiều dài hơn chiều rộng là 10 m.

Lời giải.

Gọi x là chiều rộng của hình chữ nhật, $(x > 0)$.

Vì chiều dài hơn chiều rộng là 10 m nên chiều dài là: $x + 10$ m.

Diện tích hình chữ nhật 1200 m^2 nên ta có phương trình: $x(x + 10) = 1200$.

Giải phương trình: $x^2 + 10x - 1200 = 0$ ta được $x_1 = 30$ (thỏa) ; $x_2 = -40$ (loại).

Vậy chiều rộng mảnh vườn là 30 m, chiều dài mảnh vườn là: 40 m.

Bài 5. Cho một điểm M nằm bên ngoài đường tròn $(O; 6\text{cm})$. Kẻ hai tiếp tuyến MN, MP (N, P là hai tiếp điểm) của đường tròn (O). Vẽ cát tuyến MAB của đường tròn (O) sao cho đoạn thẳng $AB = 6$ cm với A, B thuộc đường tròn (O), A nằm giữa M và B.

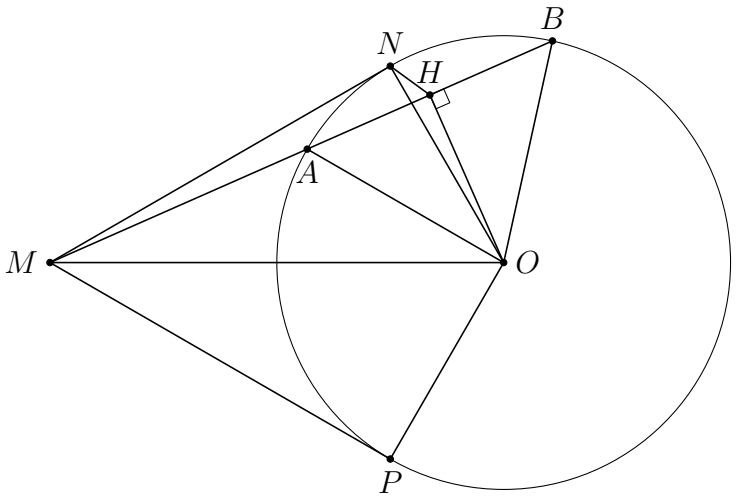
a) Chứng minh tứ giác $OPMN$ nội tiếp đường tròn.

b) Gọi H là trung điểm đoạn thẳng AB. So sánh góc $\widehat{MON}$ và góc $\widehat{MHN}$.

c) Tính diện tích hình viên phân giới hạn bởi cung nhỏ AB và dây AB của hình tròn tâm (O).

Lời giải.

a) Tứ giác $PMNO$ có góc $P = 90°$ và $N = 90°$ (Tính chất tiếp tuyến).
$\Rightarrow P + N = 180° \Rightarrow$ Tứ giác $PMNO$ nội tiếp được trong đường tròn đường kính MO.



b) Vì: H là trung điểm của AB, nên: $OH \perp AB$.
$\Rightarrow \widehat{OHM} = \widehat{ONM} = 90°$.

$\widehat{OHM}$ và $\widehat{ONM}$ cùng nhìn đoạn OM một góc 90°.

$\Rightarrow$ Tứ giác $MNHO$ nội tiếp trong một đường tròn.

$\Rightarrow \widehat{MHN} = \widehat{MON}$ (vì cùng chắn cung MN).

c) Gọi diện tích cần tính là S_{VP} $S_{\text{VP}} = S_{\triangle AOB} - S_{\triangle AOB}$.

Ta có: $OA = OB = AB = 6$ cm $\Rightarrow \triangle AOB$ đều

$\Rightarrow S_{\triangle AOB} = 9\sqrt{3} \approx 15{,}59$ cm^2.

$S_{\triangle AOB} = \dfrac{\pi R^2 n}{360} = \dfrac{\pi \cdot 6^2 \cdot 60}{360} = 6\pi \approx 18{,}84$ cm^2

$\Rightarrow S_{\text{VP}} = 6\pi - 9\sqrt{3} = 3(2\pi - 3\sqrt{3}) \approx 18,84 - 15,59 \approx 3,25$ (cm^2).

Bài 6. Cho các số thực dương a, b, c thỏa mãn $a + b + c = \dfrac{1}{abc}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = (a + b)(a + c)$.

Lời giải.

Ta có: $a + b + c = \dfrac{1}{abc} \Rightarrow abc(a + b + c) = 1$.

Theo bất đẳng thức Cô-si ta có: $P = (a+b)(a+c) = a^2+ab+ac+bc \geq 2\sqrt{a(a + b + c).bc} = 2$.

Đẳng thức xảy ra khi: $\begin{cases} a(a + b + c) = bc \\ bc = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a(a + b + c) = 1 \\ bc = 1 \end{cases}$

Ta thấy hệ có vô số nghiệm dương chẳng hạn $b = c = 1, a = \sqrt{2} - 1$.

Vậy $P_{\min} = 2$.

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 8

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 NĂM HỌC 2019-2020, ĐIỆN BIÊN

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Bài 1. Cho biểu thức: $A=\dfrac{x+5}{\sqrt{x}-3}$ và $B=\dfrac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+3}+\dfrac{7\sqrt{x}-3}{x-9}$

a) Tính A khi $x=25$.

b) Rút gọn biểu thức B.

c) Tìm giá trị nhỏ nhất của $\dfrac{A}{B}$.

Lời giải.

Điều kiện: $x\geq 0, x\neq 9$

a) Với $x=25\Rightarrow A=\dfrac{25+5}{\sqrt{25}-3}=\dfrac{30}{5-3}=15$.

b) Ta có:

$$B=\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+3}+\frac{7\sqrt{x}-3}{x-9}=\frac{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}-3)}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)}+\frac{7\sqrt{x}-3}{x-9}$$
$$=\frac{x-4\sqrt{x}+3+7\sqrt{x}-3}{x-9}=\frac{x+3\sqrt{x}}{x-9}=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}$$

c) Ta có: $\dfrac{A}{B}=\dfrac{x+5}{\sqrt{x}-3}:\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}=\dfrac{x+5}{\sqrt{x}}$.

Điều kiện: $x>0$.

$\Rightarrow \dfrac{A}{B}=\dfrac{x+5}{\sqrt{x}}=\sqrt{x}+\dfrac{5}{\sqrt{x}}\geq 2.\sqrt{\sqrt{x}\cdot\dfrac{5}{\sqrt{x}}}=2\sqrt{5}$.

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow \sqrt{x}=\dfrac{5}{\sqrt{x}}\Leftrightarrow x=5$ (TM).

Vậy $\min A=2\sqrt{5}\Leftrightarrow x=5$.

Bài 2.

1) Giải phương trình:

(a) $x^2-5x+4=0$.

(b) $x^4+x^2-6=0$.

2) Giải hệ phương trình: $\begin{cases}2x-y=7\\x-2y=-1.\end{cases}$

Lời giải.

1) (a) $x^2-5x+4=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=1\\x=4.\end{array}\right.$

(b) $x^4+x^2-6=0 \Leftrightarrow (x^2-2)(x^2+3)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}(x^2-2)=0 \Leftrightarrow x=\pm\sqrt{2}\\(x^2+3)=0 \text{ (Vô lý).}\end{array}\right.$

2) $\begin{cases}2x-y=7\\x-2y=-1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}4x-2y=14\\x-2y=-1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}3x=15\\x-2y=-1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=5\\y=3.\end{cases}$

Bài 3. Cho phương trình: $x^2+ax+b+1=0$ (a, b là các tham số). Tìm a, b để phương trình có 2 nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn: $\begin{cases}x_1-x_2=3\\x_1^3-x_2^3=9.\end{cases}$

Lời giải.

Ta có: $\Delta=a^2-4(b+1)=a^2-4b-4$.

Để phương trình có nghiệm thì: $\Delta\geq 0 \Leftrightarrow a^2-4b-4\geq 0$.

Theo Vi-ét ta có: $\begin{cases}x_1-x_2=-a\\x_1\cdot x_2=b+1.\end{cases}$

Mà:

$$\begin{cases}x_1-x_2=3\\x_1^3-x_2^3=9\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x_1-x_2=3\\(x_1-x_2)(x_1^2+x_1x_2+x_2^2)=9\end{cases}$$
$$\Leftrightarrow \quad (x_1+x_2)^2-x_1x_2=3 \Leftrightarrow (-a)^2-b-1=3$$
$$\Leftrightarrow \quad b=a^2-4.$$

Thay $b=a^2-4$ vào biểu thức Delta ta có: $\Delta=a^2-4b-4=a^2-4(a^2-4)-4=-3a^2+12$.

Điều kiện: $\Delta\geq 0 \Leftrightarrow -3a^2-12\geq 0 \Leftrightarrow -2\leq a\leq 2$.

$\Rightarrow x_1=\dfrac{-a+\sqrt{\Delta}}{2}=\dfrac{-a+\sqrt{-3a^2+12}}{2}$; $x_2=\dfrac{-a-\sqrt{\Delta}}{2}=\dfrac{-a-\sqrt{-3a^2+12}}{2}$.

Do:

$$x_1-x_2=3 \Rightarrow x_1-x_2=\frac{-a+\sqrt{-3a^2+12}}{2}-\frac{-a-\sqrt{-3a^2+12}}{2}=3$$

$$\Rightarrow \quad -3a^2+12=9 \Rightarrow \begin{bmatrix} a=1 \text{ (TM)} \\ a=-1 \text{ (TM)} \end{bmatrix} \Rightarrow b=-3.$$

Vậy $\begin{cases} a=\pm 1 \\ b=-3 \end{cases}$ thì phương trình có nghiệm thỏa mãn đề bài.

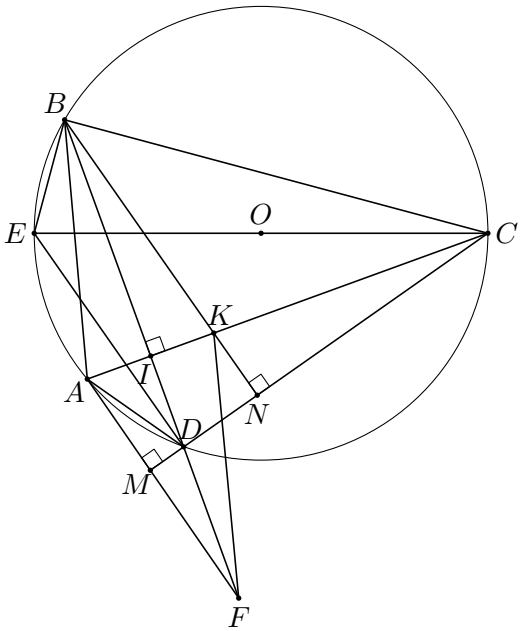
Bài 4. Cho tứ giác $ABCD$ nội tiếp $(O;R)$ và có hai đường chéo AC, BD vuông góc với nhau tại I (I khác O). Kẻ đường kính CE.

a) Chứng minh tứ giác $ABDE$ là hình thang cân.

b) Chứng minh: $\sqrt{AB^2+CD^2+BC^2+AD^2}=2\sqrt{2}R$.

c) Từ A, B kẻ các đường thẳng vuông góc với CD lần lượt cắt BD, AC tại F và K. Tứ giác $ABKF$ là hình gì?

Lời giải.



a) Ta có: $\widehat{EAC}=\widehat{EBC}=\widehat{EDC}=90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

$\Rightarrow EA\perp AC \Rightarrow EA \parallel BD(\perp AC) \Rightarrow EADB$ là hình thang. (1)

Mà: $\begin{cases} \widehat{BEC}=\widehat{BCE}=90^\circ \\ \widehat{IDC}=\widehat{ICD}=90^\circ \end{cases}$ (cmt).

Do: $\widehat{IDC}=\widehat{BDC}=\widehat{ADC}=\dfrac{1}{2}\overset{\frown}{BC}$ (Góc nt chắn $\overset{\frown}{BC}$)

$=> \widehat{ICD}=\widehat{ACD}=\widehat{BCE} => \Rightarrow \overset{\frown}{EB}=\overset{\frown}{AD} \Rightarrow EB=AD.$ (2)

Từ (1) và (2) $=>$ $AEBD$ là hình thang cân (đpcm).

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

b) Ta có: $\sqrt{AB^2+CD^2+BC^2+AD^2}=\sqrt{(ED^2+CD^2)+(BC^2+EB^2)}$

$(AB=ED,\ AD=EB$ (cmt))

$\Rightarrow \sqrt{AB^2+CD^2+BC^2+AD^2}=\sqrt{(ED^2+CD^2)+(BC^2+EB^2)}$

$=\sqrt{(EC^2+EC^2)}=\sqrt{2\cdot(2R)^2}=2\sqrt{2}R$ (đpcm).

c) Giả sử: $AF\perp CD=M; BK\perp CD=N\Rightarrow \widehat{MCA}=\widehat{IFA}$ (dùng phụ với $\widehat{CAM}$)

$\Rightarrow \triangle AFB$ cân tại A. $=>$ $AB=AF$ (3)

$\Rightarrow \widehat{IAB}=\widehat{IAF}$(đường cao trong tam giác cân).

Mà: $BK\ /\!/\ AF$ (cùng $\perp DC$) $\Rightarrow \widehat{IKB}=\widehat{IAF}$(so le trong) $\Rightarrow \widehat{IKB}=\widehat{IAB}(=\widehat{IAF})$

$\Rightarrow \triangle ABK$ cân tại B $=>$ $BA=BK$. (4)

Từ (3) và (4) $=>$ $AB=BK=AF$.

$\Rightarrow \begin{cases} AF\ /\!/\ BK \\ AF=BK \end{cases} \Rightarrow ABKF$ là hình bình hành.

Mặt khác: $\Rightarrow ABKF$ là hình thoi.

Bài 5.

a) Tìm nghiệm nguyên của phương trình: $y^3=x^3+x^2+x+1$.

b) Cho các số nguyên a, b, c thỏa mãn $ab+bc+ca=1$. Chứng minh rằng: $A=(1+a^2)(1+b^2)(1+c^2)$ là một số chính phương.

Lời giải.

a) Với

$$\begin{aligned} y=0 &\Rightarrow x^3+x^2+x+1=0\Leftrightarrow (x+1)(x^2+1)=0 \\ &\Leftrightarrow (x+1)=0\ (\text{Do } x^2+1>0,\forall x) \\ &\Leftrightarrow x=-1. \end{aligned}$$

Với

$$\begin{aligned} y\neq 0 &\Rightarrow y\cdot y^2=(x+1)(x^2+1) \\ &\Rightarrow \begin{cases} y=x+1 \\ y^2=x^2+1 \end{cases} (\text{Vì: } x,y\in\mathbb{Z}\Rightarrow y<y^2, x+1<x^2+1) \\ &\Rightarrow (x+1)^2=x^2+1\Leftrightarrow x^2+2x+1=x^2+1\Leftrightarrow x=0\Rightarrow y=1. \end{aligned}$$

Vậy phương trình có nghiệm là: $(x;y)=(-1;0);(0;1)$

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

b) Vì: $ab+bc+ca=1 \Rightarrow 1+a^2=ab+bc+ca+a^2=(a+b)(a+c)$. (1)

Tương tự: $1+b^2=ab+bc+ca+b^2=(a+b)(b+c)$. (2)

Tương tự: $1+c^2=ab+bc+ca+c^2=(c+b)(a+c)$. (3)

Từ (1), (2) và (3) $\Rightarrow A=(a+b)2(b+c)^2(c+a)^2$

$\Rightarrow A$ là số chính phương (đpcm).

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 9

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 NĂM HỌC 2019-2020, ĐỒNG NAI

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

Bài 1.

a) Rút gọn biểu thức: $A = \sqrt{36} - \sqrt{4}$.

b) Tìm x biết $\sqrt{x} = 3$.

Lời giải.

a) Ta có: $A = \sqrt{36} - \sqrt{4} = 6 - 2 = 4$. Vậy $A = 4$.

b) Điều kiện: $x \geq 0$ Ta có:$\sqrt{x} = 3 \Leftrightarrow x = 3^2 \Leftrightarrow x = 9$ (thỏa mãn).

Vậy $x = 9$.

Bài 2. Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 2x + 5y = 12 \\ 2x + y = 4. \end{cases}$

Lời giải.

Ta có: $\begin{cases} 2x + 5y = 12 \\ 2x + y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4y = 8 \\ 2x + y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 \\ 2x + 2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 \\ x = 1. \end{cases}$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất: $(x; y) = (1; 2)$.

Bài 3. Giải phương trình: $x^2 - 7x + 12 = 0$

Lời giải.

$x^2 - 7x + 12 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 3x - 4x + 12 = 0$

$\Leftrightarrow x(x-3) - 4(x-3) = 0 \Leftrightarrow (x-3)(x-4) = 0$

$\Leftrightarrow \begin{bmatrix} x - 3 = 0 \\ x - 4 = 0 \end{bmatrix} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} x = 3 \\ x = 4 \end{bmatrix}$

Vậy phương trình có nghiệm $S = \{3; 4\}$

.

Bài 4. Trong hệ trục tọa độ Oxy, cho đường thẳng $(d) : y = 6x + b$ và parabol $(P) : y = ax^2 (a \neq 0)$

a) Tìm giá trị của b để đường thẳng (d) đi qua điểm $M(0;9)$.

b) Với b tìm được, tìm giá trị câu a để (d) tiếp xúc với (P).

Lời giải.

a) Thay $x=0; y=9$ vào phương trình đường thẳng $(d): y=6x+b$ ta được: $9=6\cdot 0+b \Leftrightarrow b=9$.

Vậy $b=9$.

b) Theo câu a ta có $b=9 \Rightarrow ax^2-6x+9=0(*)$

để đường thẳng (d) tiếp xúc với (P) thì phương trình (*) có nghiệm kép

$$\begin{cases} a\neq 0 \\ \Delta'=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a\neq 0 \\ (3)^2-a\cdot(-9)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a\neq 0 \\ 9+9a=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a\neq 0 \\ a=-1. \end{cases}$$

$\Rightarrow a=-1$

Vậy $a=-1$ là giá trị cần tìm.

Bài 5. Cho phương trình $x^2-mx-2m^2+3m-2=0$ (với m là tham số). Chứng minh rằng phương trình đã cho có 2 nghiệm phân biệt với mọi giá trị của m.

Lời giải.

Phương trình $x^2-mx-2m^2+3m-2=0$ có $a=1; b=-m; c=-2m^2+3m-2$.

Ta có: $\Delta=b^2-4ac=(-m)^2-4\cdot 1\cdot(-2m^2+3m-2)=9m^2-12m+8=(3m-2)^2+4$.

Vì $(3m-2)^2\geq 0; \forall m \Leftrightarrow (3m-2)^2+4>0, \forall m$.

Hay $\Delta>0, \forall m$ nên phương trình đã cho luôn có 2 nghiệm phân biệt với mọi m.

Bài 6. Chiều cao trung bình của 40 học sinh lớp 9A là 1,628 m. Trong đó chiều cao trung bình của học sinh nam là 1,64 m và chiều cao trung bình của học sinh nữ là 1,61 m. Tính số học sinh nam, số học sinh nữ của lớp 9A.

Lời giải.

Gọi số học sinh nam và số học sinh nữ của lớp 9A lần lượt là x, y $(x,y\in \mathrm{N}^*, x,y<40)$ (học sinh).

Lớp 9A có 40 học sinh nên ta có phươn trình: $x+y=40 \quad (1)$

Vì chiều cao trung bình của học sinh lớp 9A là 1,628 m nên ta có phương trình:

$$\frac{1{,}64x+1{,}61y}{40}=1{,}628 \Leftrightarrow 1{,}64x+1{,}61y=65{,}12 \quad (2)$$

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Từ (1) và (2) ta có phương trình:

$$\begin{cases} x+y=40 \\ 1{,}64x+1{,}61y=65{,}12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=40-x \\ 1{,}64x+1{,}61y=65{,}12 \end{cases}$$

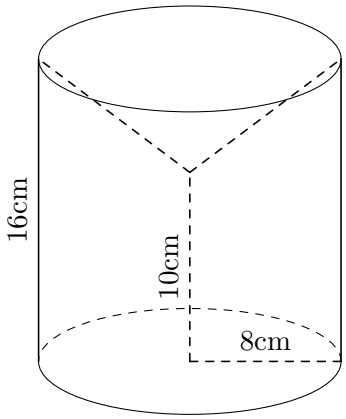
$$\Leftrightarrow \begin{cases} y=40-x \\ 1{,}64x+1{,}61(40-x)=65{,}12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=40-x \\ 1{,}64x+64{,}4-1{,}61x=65{,}12 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y=40-x \\ 0{,}03x=0{,}72 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=24 \\ y=16 \end{cases} \text{ (tm)}$$

Vậy số học sinh nam lớp 9A là 24 học sinh và số học sinh nữ của lớp 9A là 16 học sinh.

Bài 7.

Người ta muốn tạo một cái khuôn đúc dạng hình trụ, có chiều cao bằng 16 cm, bán kính đáy bằng 8 cm, mặt đáy trên lõm xuống dạng hình nón và khoảng cách từ đỉnh hình nón đến mặt đáy dưới hình trụ bằng 10 cm (như hình vẽ bên). Tính diện tích toàn bộ mặt khuôn (lấy $\pi = 3{,}14$)



Lời giải.

Hình trụ có bán kính $r = 8$ cm và chiều cao $h = 16$ cm nên diện tích xung quanh hình trụ là $S_1 = 2\pi rh = 2\pi \cdot 8 \cdot 16 = 256\pi^2$ (cm^2).

Diện tích 1 mặt đáy của hình trụ là $S_2 = \pi r^2 = \pi \cdot 8^2 = 64\pi$ (cm^2).

Phần hình nón bị lõm xuống có chiều cao $h_1 = 16 - 10 = 6$ cm và bán kính đáy $r = 8$ cm. Đường sinh của hình nón là $l = \sqrt{r^2+h^2} = \sqrt{8^2+6^2} = 10$ cm. Diện tích xung quanh của hình nón là $S_3 = \pi rl = \pi \cdot 8 \cdot 10 = 80\pi$ (cm^2).

Diện tích toàn bộ mặt khuôn là $S = S_1 + S_2 + S_3 = 256\pi + 64\pi + 80\pi = 400\pi = 1256$ (cm^2).

Vậy diện tích toàn bộ mặt khuôn là 1256 (cm^2).

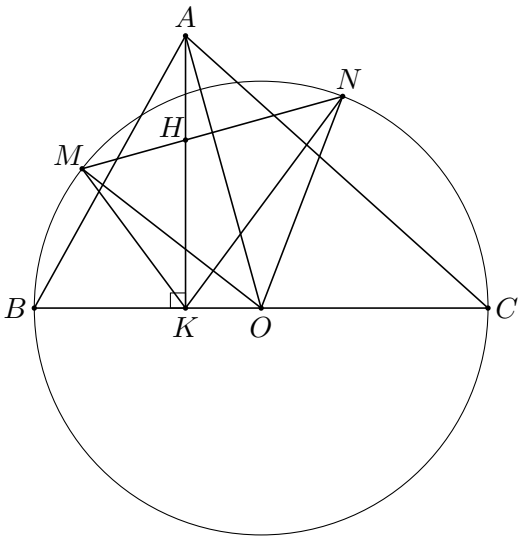
Bài 8. Cho tam giác ABC có ba góc nhọn ($AB < AC$) và đường cao AK ($K \in BC$). Vẽ đường tròn (O) đường kính BC. Từ A kẻ các tiếp tuyến AM, AN với đường tròn (O) (với M, N là các tiếp điểm, M và B nằm trên nữa mặt phẳng có bờ là đường thẳng AO). Gọi H là giao điểm của hai đường thẳng MN và AK.

a) Chứng minh tứ giác $AMKO$ là tứ giác nội tiếp.

b) Chứng minh KA là tia phân giác góc AKN.

c) Chứng minh $AN^2 = AK \cdot AH$.

Lời giải.



a) Chứng minh tứ giác $AMKO$ là tứ giác nội tiếp.

Xét đường tròn (O) có AM là tiếp tuyến nên $AM \perp OM$ hay $\widehat{AMO} = 90°$.

Lại có $AK \perp BC$ suy ra $\widehat{AKO} = 90°$.

Xét tứ giác $AMKO$ có $\widehat{AMO} = \widehat{AKO} = 90°$ nên hai đỉnh M, K kề nhau cùng nhìn cạnh AO dưới các góc vuông, do đó tứ giác $AMKO$ là tứ giác nội tiếp (đpcm).

b) Chứng minh KA là tia phân giác AKN.

Xét đường tròn (O) có AN là tiếp tuyến nên $AN \perp ON$ hay $\widehat{ANO} = 90°$.

Xét tứ giác $KONA$ có $\widehat{AKO} = \widehat{ANO} = 90° + 90° = 180°$ mà hai góc ở vị trí đối nhau nên tứ giác $KONA$ là tứ giác nội tiếp.

Suy ta $\widehat{NKA} = \widehat{NOA}$ (1)

Lại có tứ giác $AMKO$ là tứ giác nội tiếp (theo câu a) nên $\widehat{MKA} = \widehat{MOA}$. (2)

Xét đường tròn (O) có AM , AN là 2 tiếp tuyến nên OA là tia phân giác của $\widehat{MON}$ (Tính chất).

Do đó $\widehat{MOA} = \widehat{NOA}$. (3)

Từ (1), (2), (3) suy ra $\widehat{MKA} = \widehat{NKA}$ hay KA là tia phân giác góc MKN (đpcm).

c) Chứng minh $AN^2 = AK \cdot AH$.

Xét đường tròn (O) có $\widehat{AMN}$ là góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung MN nên

$$\widehat{AMN} = \frac{1}{2}\text{sđ}\overset{\frown}{MN}. \quad (4)$$

Lại có $\widehat{MKA} = \widehat{MOA} = \frac{1}{2}\widehat{MON}$ (theo câu b) nên $\widehat{MKA} = \frac{1}{2}\text{sđ}\overset{\frown}{MN}$ (5).

Từ (4), (5) suy ra $\widehat{AMH} = \widehat{MKA}$.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Xét ΔAMH và ΔAKM có: $\widehat{MAH}$ (chung); $\widehat{AMH} = \widehat{MKA}$ (cmt).

Nên $\Delta AMH \backsim \Delta AKM (g \cdot g)$ suy ra $\dfrac{AM}{AK} = \dfrac{AH}{AM} \Leftrightarrow AM^2 = AK \cdot AH$.

Lại có $AM = AN$ (tinh chất hai tiếp tuyến cắt nhau) nên $AN^2 = AK \cdot AH$ (đpcm).

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 10

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 NĂM HỌC 2019-2020, HÀ NAM

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Bài 1.

a) Giải phương trình $x^2 - 5x + 4 = 0$.

b) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 3x - y = 3 \\ 2x + y = 7. \end{cases}$

Lời giải.

a) Ta có $a + b + c = 1 + (-5) + 4 = 0 \Rightarrow x_1 = 1; x_2 = 4$.

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \{1; 4\}$.

b) Ta có $\begin{cases} 3x - y = 3 \\ 2x + y = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x = 10 \\ 2x + y = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ 4 + y = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases} \Rightarrow (x; y) = (2; 3)$.

Bài 2.

a) Rút gọn biểu thức: $A = \dfrac{4}{\sqrt{5} - 1} - 3\sqrt{45} + \sqrt{(\sqrt{5} - 1)^2}$.

b) Cho biểu thức: $B = \left(\dfrac{1}{3 - \sqrt{x}} - \dfrac{1}{3 + \sqrt{x}}\right) \cdot \dfrac{3 + \sqrt{x}}{\sqrt{x}}$, (với $x > 0; x \neq 9$). Rút gọn biểu thức và tìm tất cả các giá trị nguyên của x để $B > \dfrac{1}{2}$.

Lời giải.

a) Ta có

$$\begin{aligned} A &= \frac{4}{\sqrt{5} - 1} - 3\sqrt{45} + \sqrt{(\sqrt{5} - 1)^2} = \frac{4(\sqrt{5} + 1)}{5 - 1} - 9\sqrt{5} + |\sqrt{5} - 1| \\ &= \sqrt{5} + 1 - 9\sqrt{5} + \sqrt{5} - 1 = -7\sqrt{5}. \end{aligned}$$

b) Ta có

$$\begin{aligned} B &= \left(\frac{1}{3-\sqrt{x}}-\frac{1}{3+\sqrt{x}}\right)\cdot\frac{3+\sqrt{x}}{\sqrt{x}} = \frac{3+\sqrt{x}-(3-\sqrt{x})}{(3-\sqrt{x})(3+\sqrt{x})}\frac{3+\sqrt{x}}{\sqrt{x}} \\ &= \frac{2\sqrt{x}}{(3-\sqrt{x})(3+\sqrt{x})}\frac{3+\sqrt{x}}{\sqrt{x}} = \frac{2}{3-\sqrt{x}}. \\ B &> \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{2}{3-\sqrt{x}} > \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{2}{3-\sqrt{x}} - \frac{1}{2} > 0 \\ &\Leftrightarrow \frac{4-(3-\sqrt{x})}{2(3-\sqrt{x})} > 0 \Leftrightarrow \frac{1+\sqrt{x}}{2(3-\sqrt{x})} > 0 \quad (*) \end{aligned}$$

Vì $1+\sqrt{x}>0$ nên $(*) \Leftrightarrow 3-\sqrt{x}>0 \Leftrightarrow \sqrt{x}<3 \Leftrightarrow 0<x<9$.

Vì $x \in \mathbb{Z} \Rightarrow x \in \{1;2;3;4;5;6;7;8\}$.

Bài 3. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho parabol (P) có phương trình $y=\frac{1}{2}x^2$ và đường thẳng (d) có phương trình $y=-mx+3-m$ (với m là tham số).

a) Tìm tọa độ điểm M thuộc parabol (P), biết điểm M có hoành độ bằng 4.

b) Chứng minh đường thẳng (d) luôn cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt. Gọi x_1, x_2 lần lượt là hoành độ của hai điểm A, B. Tìm m để $x_1^2+x_2^2=2x_1x_2+20$.

Lời giải.

a) Vì $M \in (P) \Rightarrow y=\frac{1}{2}\cdot 4^2=8 \Rightarrow M(4;8)$.

b) Phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P) là

$$\frac{1}{2}x^2=-mx+3-m \Leftrightarrow x^2+2mx+2m-6=0.$$

Ta có $\Delta=(-m)^2-(2m-6)=m^2-2m+6=(m-1)^2+5>0, \forall m$.

Suy ra đường thẳng (d) luôn cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt.

Ta có hệ thức Vi-ét $\begin{cases} x_1+x_2=-2m \\ x_1\cdot x_2=2m-6. \end{cases}$

Yêu cầu

$$\begin{aligned} & x_1^2+x_2^2=2x_1x_2+20 \Leftrightarrow x_1^2+x_2^2+2x_1x_2=4x_1x_2+20 \\ \Leftrightarrow\ & (x_1+x_2)^2=4x_1x_2+20 \Leftrightarrow (-2m)^2=4(2m-6)+20 \\ \Leftrightarrow\ & 4m^2-8m+4=0 \Leftrightarrow 4(m-1)^2=0 \Leftrightarrow m-1=0 \Leftrightarrow m=1 \text{ (thỏa mãn)}. \end{aligned}$$

Vậy $m=1$.

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Bài 4.

1) Cho nửa đường tròn $(O;R)$ đường kính AB. Trên cùng nửa mặt phẳng bờ AB chứa nửa đường tròn $(O;R)$ vẽ các tiếp tuyến Ax, By với nửa đường tròn đó. Gọi M là một điểm bất kì trên nửa đường tròn $(O;R)$ (với M khác A, M khác B), tiếp tuyến của nửa đường tròn tại M cắt Ax, By lần lượt tại C và D.

   (a) Chứng minh tứ giác $ACMO$ nội tiếp.

   (b) Chứng minh tam giác COD vuông tại O.

   (c) Chứng minh $AC \cdot BD = R^2$.

   (d) Kẻ $MN \perp \text{AB}, (N \in AB)$; BC cắt MN tại I. Chứng minh I là trung điểm của MN.

2) Tính thể tích của một hình nón có bán kính đáy $r = 4$ cm, độ dài đường sinh $l = 5$ cm.

Lời giải.

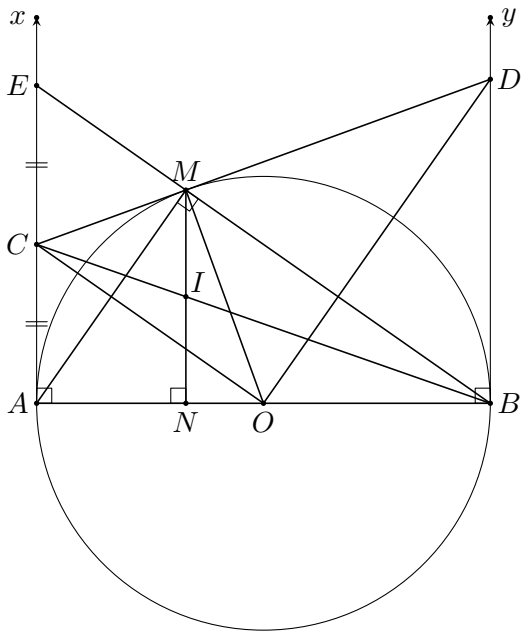
1) (a) Chứng minh tứ giác $ACMO$ nội tiếp.

   Theo tính chất tiếp tuyến ta có $\begin{cases} OA \perp AC \\ OM \perp CM \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \widehat{OAC} = 90^\circ \\ \widehat{OMC} = 90^\circ. \end{cases}$

   Xét tứ giác $ACMO$ có tổng hai góc ở vị trí đối nhau $\widehat{OAC} + \widehat{OMC} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$.

   Suy ra tứ giác $ACMO$ nội tiếp.

   (b)



Chứng minh tam giác COD vuông tại O.

Tương tự ý a) ta cũng chứng minh được tứ giác $BDMO$ nội tiếp. Ta có $\widehat{AMB} = 90°$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) suy ra tam giác ABM vuông tại B.

Suy ra $\widehat{OAM} + \widehat{OBM} = 90°$.

Lại có $\widehat{OAM} = \widehat{MCO}$ (cùng chắn cung MO của đường tròn ngoại tiếp tứ giác $ACMO$), $\widehat{ODM} = \widehat{OBM}$ (cùng chắn cung MO của đường tròn ngoại tiếp tứ giác $BDMO$),

$\widehat{DCO} + \widehat{ODC} = \widehat{MCO} + \widehat{ODM} = \widehat{OAM} + \widehat{OBM} = 90° \Rightarrow \Delta COD$ vuông tại O.

(c) Chứng minh $AC \cdot BD = R^2$.

Theo tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau ta có $\begin{cases} AC = MC \\ BD = MD. \end{cases}$

Tam giác COD vuông tại O có đường cao OM.

Áp dụng hệ thức lượng tam giác vuông ta có $MC \cdot MD = OM^2 \Leftrightarrow AC \cdot BD = R^2 \Rightarrow$ đpcm.

(d) Kẻ $MN \perp$AB, $(N \in AB)$; BC cắt MN tại I. Chứng minh I là trung điểm của MN.

Kẻ BM cắt Ax tại E.

Theo tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau ta có CO là đường phân giác trong của tam giác cân ACM. Suy ra OC vừa phân giác vừa là đường cao của tam giác ACM.

Suy ra $OC \perp AM$, mà $EB \perp AM \Rightarrow OC // EB$.

Lại có O là trung điểm của AB suy ra OC là đường trung bình tam giác ABE.

Suy ra C là trung điểm của AE.

Ta có $AE//MN$ (vì cùng vuông góc với AB).

Áp dụng hệ quả định lý Ta-lét vào tam giác ABE ta có $\dfrac{BA}{BN}=\dfrac{AE}{NM}$.

Áp dụng hệ quả định lý Ta-lét vào tam giác ABC ta có

$$\frac{BA}{BN}=\frac{AC}{NI}\Rightarrow\frac{AE}{NM}=\frac{AC}{NI}=\frac{BA}{BN}\Rightarrow\frac{AE}{NM}=\frac{AC}{NI}\Rightarrow\frac{AE}{AC}=\frac{NM}{NI}=2$$

$\Rightarrow I$ là trung điểm của MN.

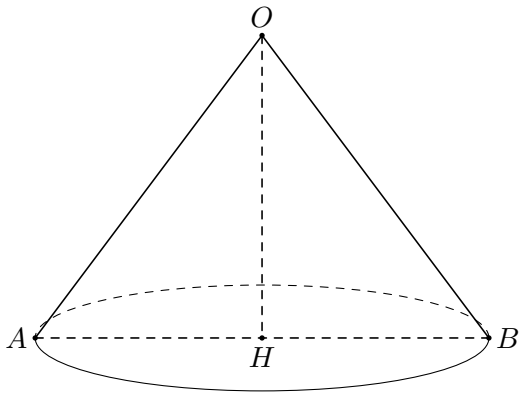
2)

Tính thể tích của một hình nón có bán kính đáy $r=4$ cm, độ dài đường sinh $l=5$ cm.

Ta có $AH=r=4$ cm; $AO=l=5$ cm

$\Rightarrow OH=\sqrt{AO^2-AH^2}=\sqrt{9}=3$ cm.

Thể tích hình nón là $V=\dfrac{1}{3}OH\cdot\pi\cdot r^2=16\pi$ (cm^3).



Bài 5. Cho a, b, c là các số thực dương và thỏa mãn điều kiện $abc=1$. Chứng minh

$$\frac{1}{2+a}+\frac{1}{2+b}+\frac{1}{2+c}\le 1.$$

Lời giải.

Bất đẳng thức cần chứng minh

$$\begin{aligned}
&\frac{1}{2+a}+\frac{1}{2+b}+\frac{1}{2+c}\le 1\\
\Leftrightarrow\ &(b+2)(c+2)+(a+2)(c+2)+(a+2)(b+2)\le(a+2)(b+2)(c+2)\\
\Leftrightarrow\ &ab+bc+ca+4(a+b+c)+12\le abc+2(ab+bc+ca)+4(a+b+c)+8\\
\Leftrightarrow\ &ab+bc+ca+4(a+b+c)+12\le 1+2(ab+bc+ca)+4(a+b+c)+8\\
\Leftrightarrow\ &ab+bc+ca\ge 3.
\end{aligned}$$

Thật vậy áp dụng bất đẳng thức Cô-si cho 3 số dương ta có $\Leftrightarrow ab+bc+ca\ge 3\sqrt[3]{(abc)^2}\ge 3$.

Dấu "=" xảy ra khi $a=b=c=1$. (đpcm)

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 11

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 NĂM HỌC 2019-2020, HÀ NỘI

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

Bài 1. Cho hai biểu thức $A=\dfrac{4(\sqrt{x}+1)}{25-x}$ và $B=\left(\dfrac{15-\sqrt{x}}{x-25}+\dfrac{2}{\sqrt{x}+5}\right):\dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-5}$ với $x\geq 0;\ x\neq 25$.

a) Tìm giá trị của biểu thức A khi $x=9$.

b) Rút gọn biểu thức B.

c) Tìm tất cả các giá trị nguyên của x để biểu thức $P=A\cdot B$ đạt giá trị nguyên lớn nhất.

Lời giải.

a) Với $x=9$ Thay vào A ta có: $A=\dfrac{4(\sqrt{x}+1)}{25-x}=\dfrac{4(\sqrt{9}+1)}{25-9}=\dfrac{4.(3+1)}{16}=1.$

b) Rút gọn biểu thức B.

Với $x\geq 0,\ x\neq 25$, ta có

$$\begin{aligned}
B &= \left(\frac{15-\sqrt{x}}{x-25}+\frac{2}{\sqrt{x}+5}\right):\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-5}\\
&= \left[\frac{15-\sqrt{x}}{(\sqrt{x}+5)(\sqrt{x}-5)}+\frac{2}{\sqrt{x}+5}\right]:\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-5}\\
&= \frac{15-\sqrt{x}+2(\sqrt{x}-5)}{(\sqrt{x}+5)(\sqrt{x}-5)}:\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-5}\\
&= \frac{15-\sqrt{x}+2\sqrt{x}-10}{(\sqrt{x}+5)(\sqrt{x}-5)}:\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-5}\\
&= \frac{\sqrt{x}+5}{(\sqrt{x}+5)(\sqrt{x}-5)}\cdot\frac{\sqrt{x}-5}{\sqrt{x}+1}\\
&= \frac{1}{\sqrt{x}+1}.
\end{aligned}$$

c) Tìm tất cả giá trị nguyên của x để biểu thức $P=A\cdot B$ đạt giá giá trị nguyên lớn nhất.

Ta có $P = A \cdot B = \dfrac{4(\sqrt{x}+1)}{25-x} \cdot \dfrac{1}{\sqrt{x}+1} = \dfrac{4}{25-x}$.

Để P nhận giá trị nguyên khi $x \in \mathbb{Z}$ thì $4 \vdots (25-x)$ hay $25-x \in U_{(4)} = \{-4; -2; -1; 1; 2; 4\}$.

Khi đó, ta có bảng giá trị sau:

$25-x$	-4	-2	-1	1	2	4
x	29	27	26	24	23	21
$P = A \cdot B$	-1	-2	-4	4	2	1
Đánh giá	Thỏa mãn	Thỏa mãn	Thỏa mãn	Thỏa mãn	Thỏa mãn	Thỏa mãn

Do P đạt giá trị nguyên lớn nhất nên ta có $P = 4$. Khi đó giá trị cần tìm của x là $x = 24$.

Bài 2.

a) Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình.

Hai đội công nhân cùng làm chung một công việc thì sau 15 ngày làm xong. Nếu đội thứ nhất làm riêng trong 3 ngày rồi dừng lại và đội thứ hai làm tiếp công việc đó trong 5 ngày thì cả hai đội hoàn thành được 25% công việc. Hỏi mỗi đội làm riêng thì bao nhiêu ngày mới hoàn thành xong công việc trên.

b) Một bồn nước inox có dạng một hình trụ với chiều cao 1,75 m và diện tích đáy là 0,32 m^2. Hỏi bồn nước này đựng đầy được bao nhiêu mét khối nước? (Bỏ qua bề dày của bồn nước).

Lời giải.

a) Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình: Gọi thời gian để đội thứ nhất và đội thứ hai làm riêng một mình hoàn thành xong công việc lần lượt là x và $y (x > 15, y > 15)$, đơn vị (ngày).

Một ngày đội thứ nhất làm được $\dfrac{1}{x}$ (công việc).

Một ngày đội thứ hai làm được $\dfrac{1}{y}$ (công việc).

Vì hai đội cùng làm trong 15 ngày thì hoàn thành xong công việc. Như vậy trong một ngày cả hai đội làm được $\dfrac{1}{15}$ (công việc).

Suy ra, ta có phương trình: $\dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{y} = \dfrac{1}{15}$ (1).

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Ba ngày đội đội thứ nhất làm được $\frac{3}{x}$ (công việc).

Năm ngày đội thứ hai làm được $\frac{5}{y}$ (công việc).

Vì đội thứ nhất làm trong 3 ngày rồi dừng lại đội thứ hai làm tiếp trong 5 ngày thì cả hai đội hoàn thành xong $25\% = \frac{1}{4}$ (công việc). Suy ra, ta có phương trình: $\frac{3}{x} + \frac{5}{y} = \frac{1}{4}$ (2).

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình: $\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{15} \\ \frac{3}{x} + \frac{5}{y} = \frac{1}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} = \frac{1}{24} \\ \frac{1}{y} = \frac{1}{40} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 24 \\ y = 40 \end{cases}$ (thỏa mãn).

Vậy thời gian để đội thứ nhất làm riêng một mình hoàn thành xong công việc là 24 (ngày) và thời gian để đội thứ hai làm riêng một mình hoàn thành xong công việc là 40 (ngày).

b) Số mét khối nước đựng được của bồn chính là thể tích của bồn chứa. Như vậy số mét khối đựng được của bồn sẽ là: $V = 0{,}32 \cdot 1{,}75 = 0{,}56$ (m^3).

Bài 3.

1) Giải phương trình: $x^4 - 7x^2 - 18 = 0$.

2) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng $(d) : y = 2mx - m^2 + 1$ và parabol (P): $y = x^2$.

(a) Chứng minh (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt

(b) Tìm tất cả giá trị của m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{-2}{x_1 x_2} + 1.$$

Lời giải.

1) Giải phương trình: $x^4 - 7x^2 - 18 = 0$ (1).

Đặt $t = x^2 (t \geq 0)$ $(*)$ Phương trình (1) trở thành: $t^2 - 7t - 18 = 0$ (2).

Ta có: $\Delta = (-7)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-18) = 121 = 11^2 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 11$.

Suy ra: Phương trình (2) có hai nghiệm phân biệt là:

$$t_1 = \frac{7 + 11}{2} = 9 \text{ (thỏa) và } t_2 = \frac{7 - 11}{2} = -2 \text{ (loại).}$$

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

Thay $t = 9$ vào $(*)$ ta có: $x^2 = 9 \Leftrightarrow x = \pm 3$.

Vậy nghiệm của phương trình là: $x = \pm 3$.

2) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng $(d) : y = 2mx - m^2 + 1$ và parabol (P): $y = x^2$.

(a) Xét phương trình hoành độ giao điểm $x^2 - 2mx + m^2 - 1 \quad (1)$.

Để (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt thì phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt với $\forall m$.

Ta có: $\begin{cases} a = 1 \neq 0 \\ \Delta' = (b')^2 - ac > 0, \forall m. \end{cases}$

Xét $\Delta' = m^2 - (m^2 - 1) = m^2 - m^2 + 1 = 1 > 0, \forall m$.

Vậy (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt

(b) Tìm tất cả giá trị của m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{-2}{x_1 x_2} + 1 \quad (2)$$

Ta có $x_1 \cdot x_2 \neq 0 \Rightarrow m^2 - 1 \neq 0 \Rightarrow m \neq \pm 1$.

Hai nghiệm của phương trình: $x_1 = m - 1$; $x_2 = m + 1$.

Biến đổi biểu thức (2) ta có:

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{-2}{x_1 x_2} + 1 \Rightarrow \frac{x_1 + x_2}{x_1 x_2} = \frac{-2 + x_1 x_2}{x_1 x_2} \Rightarrow x_1 + x_2 = -2 + x_1 x_2.$$

Thay $x_1 = m - 1; x_2 = m + 1$ vào biểu thức $x_1 + x_2 = -2 + x_1 x_2$ ta có:

$$\begin{aligned} & m - 1 + m + 1 = -2 + (m - 1)(m + 1) \Leftrightarrow m^2 - 1 - 2 = 2m \\ \Leftrightarrow \quad & m^2 - 2m - 3 = 0 \Leftrightarrow (m - 3)(m + 1) = 0 \\ \Leftrightarrow \quad & \left[\begin{array}{l} m - 3 = 0 \\ m + 1 = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 3 \\ m = -1 \text{ (L)}. \end{array}\right. \end{aligned}$$

Kết Luận: Với $m = 3$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Bài 4. Cho tam giác ABC có ba góc nhọn $(AB < AC)$ nội tiếp đường tròn (O). Hai đường cao BE và CF của tam giác ABC cắt nhau tại điểm H.

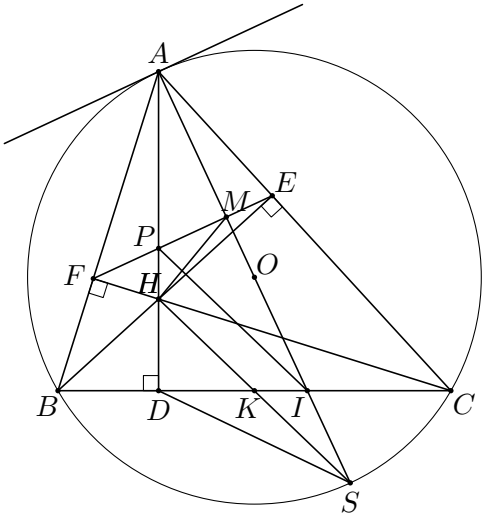
a) Chứng minh bốn điểm B, C, E, F cùng thuộc một đường tròn.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

b) Chứng minh đường thẳng OA vuông góc với đường thẳng EF.

c) Gọi K là trung điểm của đoạn thẳng BC. Đường thẳng AO cắt đường thẳng BC tại điểm I, đường thẳng EF cắt đường thẳng AH tại điểm P. Chứng minh tam giác APE đồng dạng với tam giác AIB và đường thẳng KH song song với đường thẳng IP.

Lời giải.



a) Chứng minh bốn điểmB, C, E, F cùng thuộc một đường tròn.

Xét tứ giác $BCEF$ ta có: $\widehat{BEC} = 90^\circ$(BE là đường cao); $\widehat{BFC} = 90^\circ$ (CF là đường cao).

$\Rightarrow BCEF$ là tứ giác nội tiếp (đỉnh E, F cùng nhìn cạnh BC dưới một góc vuông).

b) Chứng minh đường thẳng OA vuông góc với đường thẳng EF.

Vẽ tiếp tuyến Ax như hình vẽ $\Rightarrow \widehat{BAF} = \widehat{ACB}$(tính chất giữa đường tiếp tuyến và dây cung).

Do tứ giác $BCEF$ nội tiếp $\Rightarrow \widehat{AFE} = \widehat{ACB}$. Ta suy ra $\widehat{BAF} = \widehat{AFE} \Rightarrow EF \parallel Ax$ (do hai góc so le trong).

Lại có $Ax \perp OA \Rightarrow OA \perp EF$ (đpcm).

c) Chứng minh $\triangle APE \backsim \triangle ABI$.

Ta có: $\widehat{AEB} = \widehat{ABI}$ (Vì $\widehat{AEB} + \widehat{EFC} = \widehat{ABI} + \widehat{EFC} = 180^\circ$).

Mặt khác $\widehat{APE} + \widehat{PAI} = 90^\circ$ (vì $AI \perp PE$); $\widehat{AIB} + \widehat{PAI} = 90^\circ$ (vì $AH \perp BC$)$\Rightarrow$ $\widehat{APE} = \widehat{AIB}$.

Vậy $\triangle APE \backsim ABI$ (g-g).

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

Chứng minh $KH \parallel PI$.

Gọi M là giao điểm của AO và EF, dung đường kính AS.

Ta có $BE \parallel CS$ cùng vuông góc AC; $BS \parallel CF$ cùng vuông góc AB.

$\Rightarrow BHCS$ là hình bình hành nên H, K, S thẳng hàng.

Ta có $AE \cdot AC = AH \cdot AD$ và $AE \cdot AC = AM \cdot AS$.

$\Rightarrow AH \cdot AD = AM \cdot AS \Rightarrow \dfrac{AH}{AS} = \dfrac{AM}{AD} \Rightarrow \triangle AHM \backsim \triangle ASD \Rightarrow \widehat{AHM} = \widehat{\triangle ASD}$.

$\Rightarrow HMSD$ nội tiếp đường tròn.

Kết hợp $PMID$ nội tiếp đường tròn $\Rightarrow \widehat{PIM} = \widehat{PDM} = \widehat{HSM} \Rightarrow HS \parallel PI$.

Bài 5. Cho biểu thức $P = a^4 + b^4 - ab$ với a, b là các số thực thỏa mãn $a^2 + b^2 + ab = 3$. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của P.

Lời giải.

Ta có $a^2 + b^2 + ab = 3 \Leftrightarrow a^2 + b^2 = 3 - ab$ thay vào P ta được.

$$\begin{aligned} P &= a^4 + b^4 - ab = (a^2 + b^2)^2 - 2a^2b^2 - ab = (3 - ab)^2 - 2a^2b^2 - ab \\ &= 9 - 6ab + a^2b^2 - 2a^2b^2 - ab = 9 - 7ab - a^2b^2 \\ &= -\left[(ab)^2 + 2 \cdot ab \cdot \frac{7}{2} + \frac{49}{4}\right] + \frac{49}{4} + 9 = -\left(ab + \frac{7}{2}\right)^2 + \frac{85}{4} \end{aligned}$$

Vì $a^2 + b^2 = 3 - ab$, mà $(a + b)^2 \geq 0 \Leftrightarrow a^2 + b^2 \geq -2ab \Rightarrow 3 - ab \geq -2ab \Leftrightarrow ab \geq -3$. (1)

Và $(a - b)^2 \geq 0 \Leftrightarrow a^2 + b^2 \geq 2ab \Rightarrow 3 - ab \geq 2ab \Leftrightarrow ab \leq 1$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra

$$\begin{aligned} & -3 \leq ab \leq 1 \Leftrightarrow -3 + \frac{7}{2} \leq ab + \frac{7}{2} \leq \frac{7}{2} + 1 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \leq ab + \frac{7}{2} \leq \frac{9}{2} \\ \Leftrightarrow\ & \frac{1}{4} \leq \left(ab + \frac{7}{2}\right)^2 \leq \frac{81}{4} \Leftrightarrow -\frac{81}{4} \leq -\left(ab + \frac{7}{2}\right)^2 \leq -\frac{1}{4} \\ \Leftrightarrow\ & -\frac{81}{4} + \frac{85}{4} \leq -\left(ab + \frac{7}{2}\right)^2 + \frac{85}{4} \leq -\frac{1}{4} + \frac{85}{4} \\ \Leftrightarrow\ & 1 \leq -\left(ab + \frac{7}{2}\right)^2 + \frac{85}{4} \leq 21. \end{aligned}$$

Vậy $\max P = 21$. Dấu "=" xảy ra khi $\begin{cases} ab = -3 \\ a^2 + b^2 = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \sqrt{3} \\ b = -\sqrt{3} \end{cases} \vee \begin{cases} b = \sqrt{3} \\ a = -\sqrt{3}. \end{cases}$

$\min P = 1$. Dấu "=" xảy ra khi $\begin{cases} ab = 1 \\ a^2 + b^2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 1 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} a = -1 \\ b = -1. \end{cases}$

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 12

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 NĂM HỌC 2019-2020, HÀ TĨNH-1

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

Bài 1. Rút gọn các biểu thức sau:

a) $A = \sqrt{50} - \sqrt{18}$.

b) $B = \left(\dfrac{2}{a^2+a} - \dfrac{2}{a+1}\right) : \dfrac{1-a}{a^2+2a+1}$ (với $a \neq 0$ và $a \neq \pm 1$).

Lời giải.

a) $A = \sqrt{25 \cdot 2} - \sqrt{9 \cdot 2} = \sqrt{25}\sqrt{2} - \sqrt{9}\sqrt{2} = 5\sqrt{2} - 3\sqrt{2} = 2\sqrt{2}$.

b) $B = \dfrac{2(1-a)}{a(a+1)} : \dfrac{1-a}{(a+1)^2} = \dfrac{2(1-a)}{a(a+1)} \cdot \dfrac{(a+1)^2}{1-a} = \dfrac{2a+2}{a}$.

Bài 2.

a) Tìm các giá trị của a và b để đường thẳng d: $y = ax + b$ đi qua hai điểm $M(1;5)$ và $N(2;8)$.

b) Cho phương trình $x^2 - 6x + m - 3 = 0$ (m là tham số). Tìm giá trị của m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $(x_1 - 1)(x_2^2 - 5x_2 + m - 4) = 2$.

Lời giải.

a) Do đường thẳng (d) qua điểm $M(1;5)$ nên ta có: $a + b = 5$, (d) qua điểm $N(2;8)$ ta có: $2a + b = 8$.

a, b là nghiệm của hệ $\begin{cases} a+b=5 \\ 2a+b=8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=3 \\ b=2. \end{cases}$

b) Ta có $\Delta' = 12 - m$ Để phương trình có nghiệm phân biệt thì $\Delta' > 0 \Leftrightarrow m < 12$.

Theo định lí Viet ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = 6 \\ x_1 x_2 = m - 3. \end{cases}$

Vì x_2 là nghiệm phương trình $x^2-6x+m-3=0$ nên

$$x_2^2-6x_2+m-3=0 \Leftrightarrow x_2^2-5x_2+m-4=x_2-1.$$

Khi đó

$$\begin{aligned}&(x_1-1)(x_2^2-5x_2+m-4)=2 \Leftrightarrow (x_1-1)(x_2-1)=2\\ \Leftrightarrow\ & x_1x_2-(x_1+x_2)-1=0 \Leftrightarrow m-3-6-1=0\\ \Leftrightarrow\ & m=10 \text{ (thoả mãn).}\end{aligned}$$

Bài 3. Một đội xe vận tải được phân công chở 112 tấn hàng. Trước giờ khởi hành có 2 xe phải đi làm nhiệm vụ khác nên mỗi xe còn lại phải chở thêm 1 tấn hàng so với dự tính. Tính số xe ban đầu của đội xe, biết rằng mỗi xe đều chở khối lượng hàng như nhau.

Lời giải.

Gọi x là số xe ban đầu, với $x\in\mathbb{Z}; x>2$, theo dự kiến mỗi xe phải chở $\dfrac{112}{x}$ (tấn).

Khi khởi hành số xe còn lại $x-2$ và mỗi xe phải chở $\dfrac{112}{x-2}$ (tấn).

Theo bài toán ta có phương trình:

$$\frac{112}{x}=\frac{112}{x-2}-1112(x-2)=112x-x(x-2)\Leftrightarrow x^2-2x-224=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=16\\ x=-14.\end{array}\right.$$

Đối chiếu điều kiện và kết luận số xe ban đầu là 16 (xe).

Bài 4. Cho đường tròn tâm O và điểm M nằm ngoài đường tròn đó. Qua M kẻ các tiếp tuyến MA, MB với đường tròn (A, B là tiếp điểm). Đường thẳng (d) thay đổi đi qua M, không đi qua O và luôn cắt đường tròn tại hai điểm phân biệt C và D (C nằm giữa M và D).

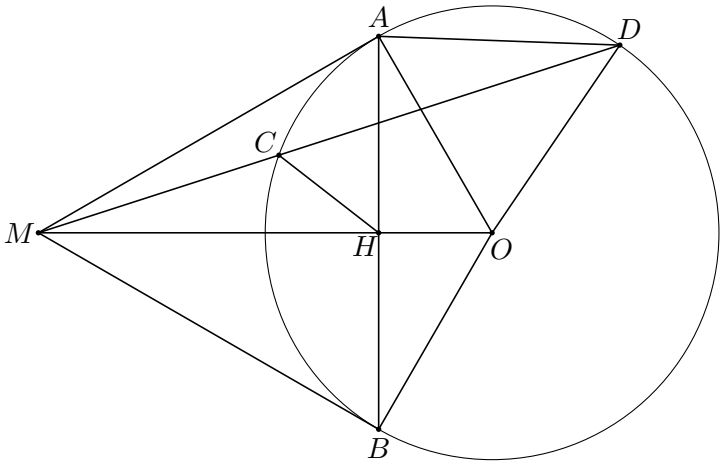
a) Chứng minh $AMBO$ là tứ giác nội tiếp.

b) Chứng minh $MC\cdot MD=MA^2$.

c) Chứng minh đường tròn ngoại tiếp tam giác OCD luôn đi qua điểm cố định khác O.

Lời giải.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/



a) Theo tính chất tiếp tuyến có $\widehat{MAO} = 90°$, $\widehat{MBO} = 90°$ suy ra tứ giác $AMBO$ nội tiếp đường tròn (đpcm).

b) Xét $\triangle MCA$ và $\triangle MAD$ có góc M chung, có $\widehat{MAC} = \widehat{MDA}$ (cùng bằng $\frac{1}{2}$sđ$\overset{\frown}{AC}$).
Suy ra $\triangle MCA$ và $\triangle MAD$ đồng dạng.
Suy ra$\dfrac{MC}{MA} = \dfrac{MA}{MD}$ (đpcm)
$\Rightarrow MC \cdot MD = MA^2$.

c) Gọi H là giao điểm OM và AB suy ra H cố định.
Xét trong tam giác $\triangle MAO$ vuông tại A có đường cao AH suy ra có $\Rightarrow MH \cdot MO = MA^2$.
Kết hợp với $MC \cdot MD = MA^2$ nên có $MH \cdot MO = MC \cdot MD$.
Từ đó có $\dfrac{MC}{MO} = \dfrac{MH}{MD}$ và góc M chung$\Rightarrow \triangle MCH$ và $\triangle MOD$ đồng dạng $\Rightarrow \widehat{CHM} = \widehat{MDO}$ nên tứ giác $OHCD$ nội tiếp đường tròn.
Từ đó có đường tròn ngoại tiếp tam giác $\triangle OCD$ luôn đi qua điểm H cố định.

Bài 5. Cho hai số thực dương a, b thỏa mãn: $a + b + 3ab = 1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \dfrac{6ab}{a+b} - a^2 - b^2$.

Lời giải.

Ta có: $(a-b)^2 \geq 0 \Leftrightarrow a^2 + b^2 \geq 2ab \Leftrightarrow (a+b)^2 \geq 4ab; a^2 + b^2 \geq \dfrac{(a+b)^2}{2}$.
Từ giả thiết

$$\begin{aligned} & a + b + 3ab = 1 \Rightarrow a + b = 1 - 3ab \geq 1 - \frac{3}{4}(a+b)^2 \\ \Leftrightarrow\ & 3(a+b)^2 + 4(a+b) - 4 \geq 0 \Leftrightarrow [a+b+2][3(a+b)-2] \geq 0 \\ \Leftrightarrow\ & a + b \geq \frac{2}{3} \ (\text{vì} a, b > 0) \end{aligned}$$

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

Do đó $\dfrac{3ab}{a+b}=\dfrac{1-(a+b)}{a+b}=\dfrac{1}{a+b}-1\le\dfrac{3}{2}-1=\dfrac{1}{2}$;

$a^2+b^2\ge\dfrac{(a+b)^2}{2}\ge\dfrac{2}{9}\Leftrightarrow-(a^2+b^2)\le-\dfrac{2}{9}$.

Suy ra $P=\dfrac{6ab}{a+b}-a^2-b^2=2\dfrac{3ab}{a+b}-(a^2+b^2)\le1-\dfrac{2}{9}=\dfrac{7}{9}$.

Vậy giá trị lớn nhất của P bằng $\dfrac{7}{9}$ khi $\begin{cases}a=b\\a+b+3ab=1\end{cases}\Leftrightarrow a=b=\dfrac{1}{3}$.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 13

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 NĂM HỌC 2019-2020, HÀ TĨNH-2

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

Bài 1. Rút gọn các biểu thức:

a) $A=\sqrt{72}-\sqrt{8}$.

b) $B=\left(\dfrac{1}{a^2+a}-\dfrac{1}{a+1}\right):\dfrac{1-a}{a^2+2a+1}$ với $a\neq 0$ và $a\neq \pm 1$.

Lời giải.

a) $A=\sqrt{36\cdot 2}-\sqrt{4\cdot 2}=\sqrt{36}\sqrt{2}-\sqrt{4}\sqrt{2}=6\sqrt{2}-2\sqrt{2}=4\sqrt{2}$.

b) $B=\left(\dfrac{1}{a^2+a}-\dfrac{1}{a+1}\right):\dfrac{1-a}{a^2+2a+1}=\dfrac{(1-a)}{a(a+1)}:\dfrac{1-a}{(a+1)^2}=\dfrac{1-a}{a(a+1)}\cdot\dfrac{(a+1)^2}{1-a}=\dfrac{a+1}{a}$.

Bài 2.

a) Tìm các giá trị của m và n để đường thẳng d: $y=mx+n$ đi qua hai điểm $A(2;7)$ và $B(1;3)$.

b) Cho phương trình $x^2-4x+m-4=0$ (m là tham số). Tìm giá trị của m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1,x_2 thỏa mãn $(x_1-1)(x_2^2-3x_2+m-5)=-2$.

Lời giải.

a) Do đường thẳng (d) qua điểm $A(2;7)$ nên ta có: $2m+n=7$ (d) qua điểm $B(1;3)$ ta có: $m+n=3$.

m,n là nghiệm của hệ $\begin{cases}2m+n=7\\ m+n=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m=4\\ n=-1.\end{cases}$

b) Ta có $\Delta'=8-m$.

Để phương trình có nghiệm phân biệt thì $\Delta'>0\Leftrightarrow m<8$.

Theo định lí Viet ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = 4 \\ x_1 x_2 = m - 4. \end{cases}$

Vì x_2 là nghiệm phương trình $x^2 - 4x + m - 4 = 0$ nên

$$x_2^2 - 4x_2 + m - 4 = 0 \Leftrightarrow x_2^2 - 3x_2 + m - 5 = x_2 - 1.$$

Khi đó

$$\begin{aligned} & (x_1 - 1)(x_2^2 - 3x_2 + m - 5) = -2 \Leftrightarrow (x_1 - 1)(x_2 - 1) = -2 \\ \Leftrightarrow\ & x_1 x_2 - (x_1 + x_2) + 3 = 0 \Leftrightarrow m - 4 - 4 + 3 = 0 \\ \Leftrightarrow\ & m = 5 \text{ (thoả mãn).} \end{aligned}$$

Bài 3. Một đội xe vận tải được phân công chở 144 tấn hàng. Trước giờ khởi hành có 2 xe phải đi làm nhiệm vụ khác nên mỗi xe còn lại phải chở thêm 1 tấn hàng so với dự tính. Tính số xe ban đầu của đội xe, biết rằng mỗi xe đều chở khối lượng hàng như nhau.

Lời giải.

Gọi x là số xe ban đầu, với $x \in \mathbb{Z}; x > 2$, theo dự kiến mỗi xe phải chở $\dfrac{144}{x}$ (tấn).

Khi khởi hành số xe còn lại $x - 2$ và mỗi xe phải chở $\dfrac{144}{x-2}$ (tấn).

Theo bài toán ta có phương trình:

$$\frac{144}{x} = \frac{144}{x-2} - 1 \Leftrightarrow 144(x-2) = 144x - x(x-2) \Leftrightarrow x^2 - 2x - 288 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 18 \\ x = -16. \end{array}\right.$$

Đối chiếu điều kiện và kết luận số xe ban đầu là 18 (xe).

Bài 4. Cho đường tròn tâm O và điểm M nằm ngoài đường tròn đó. Qua M kẻ các tiếp tuyến ME, MF với đường tròn (E, F là tiếp điểm). Đường thẳng (d) thay đổi đi qua M, không đi qua O và luôn cắt đường tròn tại hai điểm phân biệt P và Q (P nằm giữa M và Q).

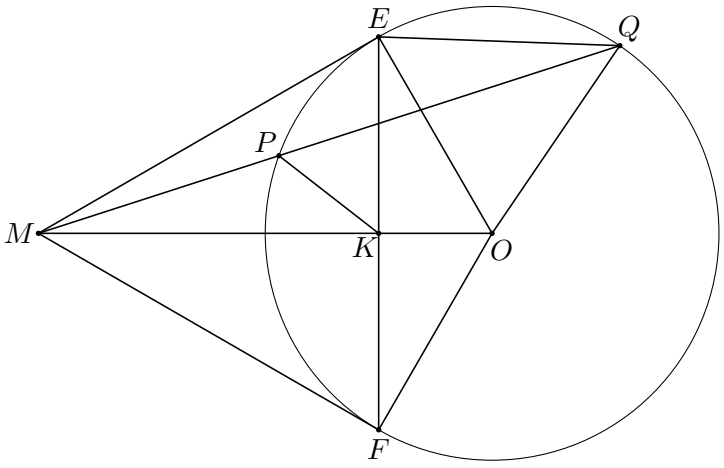
a) Chứng minh $EMFO$ là tứ giác nội tiếp.

b) Chứng minh $MP \cdot MQ = ME^2$.

c) Chứng minh đường tròn ngoại tiếp tam giác OPQ luôn đi qua điểm cố định khác O.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Lời giải.



a) Theo tính chất tiếp tuyến có $\widehat{MEO} = 90^\circ$.

Và $\widehat{MFO} = 90^\circ$ suy ra tứ giác $EMFO$ nội tiếp đường tròn (đpcm).

b) Xét $\triangle MPE$ và $\triangle MEQ$ có góc M chung, có $\widehat{MEP} = \widehat{MQE}$ (cùng bằng $\frac{1}{2}$sđ$\overset{\frown}{EP}$)

Suy ra $\triangle$MPE và $\triangle$MEQ đồng dạng.

Suy ra $\dfrac{MP}{ME} = \dfrac{ME}{MQ}$

$\Rightarrow MP \cdot MQ = ME^2$ (đpcm).

c) Gọi K giao điểm của OM và EF suy ra K là điểm cố định.

Xét tam giác $\triangle MEO$ vuông E, có đường cao EK nên có $MK \cdot MO = ME^2$.

Kết hợp với $MP \cdot MQ = ME^2$ nên $MP \cdot MQ = MK \cdot MO$.

Từ đó có $\dfrac{MP}{MO} = \dfrac{MK}{MQ}$ và góc M chung$\Rightarrow \triangle MPK$ và $\triangle MOQ$ đồng dạng $\Rightarrow \widehat{MKP} = \widehat{MQO}$ nên tứ giác $OKPQ$ nội tiếp đường tròn.

Từ đó đường tròn ngoại tiếp tam giác $\triangle OPQ$ luôn đi qua điểm K cố định.

Bài 5. Cho hai số thực dương a, b thỏa mãn $a + b + 3ab = 1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \dfrac{12ab}{a+b} - a^2 - b^2$.

Lời giải.

Ta có: $(a-b)^2 \geq 0 \Leftrightarrow a^2 + b^2 \geq 2ab \Leftrightarrow (a+b)^2 \geq 4ab$; $a^2 + b^2 \geq \dfrac{(a+b)^2}{2}$.

Từ giả thiết

$$\begin{aligned} & a + b + 3ab = 1 \Rightarrow a + b = 1 - 3ab \geq 1 - \frac{3}{4}(a+b)^2 \\ \Leftrightarrow\ & 3(a+b)^2 + 4(a+b) - 4 \geq 0 \Leftrightarrow [a+b+2][3(a+b)-2] \geq 0 \\ \Leftrightarrow\ & a + b \geq \frac{2}{3}. \end{aligned}$$

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

Do đó $\dfrac{3ab}{a+b} = \dfrac{1-(a+b)}{a+b} = \dfrac{1}{a+b} - 1 \le \dfrac{3}{2} - 1 = \dfrac{1}{2}$,

$a^2 + b^2 \ge \dfrac{(a+b)^2}{2} \ge \dfrac{2}{9} \Rightarrow -(a^2+b^2) \le -\dfrac{2}{9}$.

Suy ra $P = \dfrac{12ab}{a+b} - a^2 - b^2 = 4 \cdot \dfrac{3ab}{a+b} - (a^2+b^2) \le 2 - \dfrac{2}{9} = \dfrac{16}{9}$.

Giá trị lớn nhất của P bằng $\dfrac{16}{9}$ khi $\begin{cases} a = b \\ a+b+3ab = 1 \end{cases} \Leftrightarrow a = b = \dfrac{1}{3}$.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 14

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 NĂM HỌC 2019-2020, HẢI DƯƠNG

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

Bài 1.

a) Giải phương trình: $\sqrt{4x^2-4x+9}=3$.

b) Giải hệ phương trình: $\begin{cases}3x-y=5\\2y-x=0.\end{cases}$

Lời giải.

a) Ta có

$$\sqrt{4x^2-4x+9}=3\Leftrightarrow 4x^2-4x+9=9\Leftrightarrow 4x^2-4x=0$$
$$\Leftrightarrow\ 4x(x-1)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x-1=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=1.\end{array}\right.$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S=\{0;1\}$

b) Ta có $\begin{cases}3x-y=5\\2y-x=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}6y-y=5\\x=2y\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=1\\x=2y\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=2\\y=1.\end{cases}$

Vậy nghiệm của hệ phương trình là $(x;y)=(2;1)$.

Bài 2.

a) Cho hai đường thẳng $(d_1):y=2x-5$ và $(d_2):y=4x-m$ (m là tham số). Tìm tất cả các giá trị của tham số m để (d_1) và (d_2) cắt nhau tại một điểm trên trục hoành Ox.

b) Rút gọn biểu thức: $P=\left(\dfrac{\sqrt{x}}{3+\sqrt{x}}+\dfrac{2x}{9-x}\right):\left(\dfrac{\sqrt{x}-1}{x-3\sqrt{x}}-\dfrac{2}{\sqrt{x}}\right)$ với $x>0, x\neq 9, x\neq 25$.

Lời giải.

a) Thay $y=0$ vào phương trình $y=2x-5$ được: $2x-5=0 \Leftrightarrow x=2,5$.
(d_1) và (d_2) cắt nhau tại một điểm trên trục hoành $Ox \Leftrightarrow (d_2)$ đi qua điểm $(2{,}5;0)$
$\Leftrightarrow 4\cdot 2{,}5-m=0 \Leftrightarrow m=10$.
Vậy $m=10$ là giá trị cần tìm.

b)

$$\begin{aligned}
P &= \left(\frac{\sqrt{x}}{3+\sqrt{x}}+\frac{2x}{9-x}\right):\left(\frac{\sqrt{x}-1}{x-3\sqrt{x}}-\frac{2}{\sqrt{x}}\right)\\
&= \frac{\sqrt{x}(3-\sqrt{x})+2x}{(3+\sqrt{x})(3-\sqrt{x})}:\frac{\sqrt{x}-1-2(\sqrt{x}-3)}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-3)}\\
&= \frac{3\sqrt{x}-x+2x}{(3+\sqrt{x})(3-\sqrt{x})}:\frac{\sqrt{x}-1-2\sqrt{x}+6}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-3)}\\
&= \frac{3\sqrt{x}+x}{(3+\sqrt{x})(3-\sqrt{x})}:\frac{5-\sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-3)}\\
&= \frac{\sqrt{x}(3+\sqrt{x})}{(3+\sqrt{x})(3-\sqrt{x})}\cdot\frac{\sqrt{x}(3-\sqrt{x})}{\sqrt{x}-5}\\
&= \frac{x}{\sqrt{x}-5}.
\end{aligned}$$

Vậy $P=\dfrac{x}{\sqrt{x}-5}$ với $x>0, x\neq 9, x\neq 25$.

Bài 3.

a) Theo kế hoạch, một xưởng may phải may xong 360 bộ quần áo trong một thời gian quy định. Đến khi thực hiện, mỗi ngày xưởng đã may được nhiều hơn 4 bộ quần áo so với số bộ quần áo phải may trong một ngày theo kế hoạch. Vì thế xưởng đã hoàn thành kế hoạch trước 1 ngày. Hỏi theo kế hoạch, mỗi ngày xưởng phải may bao nhiêu bộ quần áo?

b) Cho phương trình: $x^2-(2m+1)x-3=0$ (m là tham số). Chứng minh rằng phương trình đã cho luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 với mọi m. Tìm các giá trị của m sao cho $|x_1|-|x_2|=5$ và $x_1<x_2$.

Lời giải.

a) Gọi số bộ quần áo mỗi ngày xưởng phải may theo kế hoạch là x ($x\in\mathbb{N}^*$).
Thời gian may xong 360 bộ quần áo theo kế hoạch là $\dfrac{360}{x}$ (ngày).

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Thực tế, mỗi ngày xưởng may được $x+4$ bộ quần áo.

Thời gian may xong 360 bộ quần áo theo thực tế là $\dfrac{360}{x+4}$ (ngày).

Vì xưởng đã hoàn thành kế hoạch trước 1 ngày nên ta có phương trình:

$$\begin{aligned} & \frac{360}{x}-\frac{360}{x+4}=1 \Leftrightarrow \frac{360(x+4)-360x}{x(x+4)}=1 \\ \Rightarrow \quad & 360x+1440-360x=x^2+4x \\ \Leftrightarrow \quad & x^2+4x-1440=0. \end{aligned}$$

Giải phương trình được: $x_1=36$ (thỏa mãn), $x_2=-40$ (loại).

Vậy theo kế hoạch, mỗi ngày xưởng phải may 36 bộ quần áo.

b) Vì $a=1$, $c=-3$ trái dấu $\Rightarrow$ Phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 với mọi m.

Áp dụng hệ thức Vi-ét, ta có: $\begin{cases} x_1+x_2=2m+1 \quad (1) \\ x_1x_2=-3 \quad (2) \end{cases}$

Từ (2) $\Rightarrow$ x_1 và x_2 trái dấu.

Mà $x_1<x_2 \Rightarrow x_1<0<x_2 \Rightarrow |x_1|=-x_1; |x_2|=x_2$.

Do đó: $|x_1|-|x_2|=5 \Leftrightarrow -x_1-x_2=5 \Leftrightarrow x_1+x_2=-5$. (3)

Từ (1) và (3) $\Rightarrow 2m+1=-5 \Leftrightarrow m=-3$.

Vậy $m=-3$ là giá trị cần tìm.

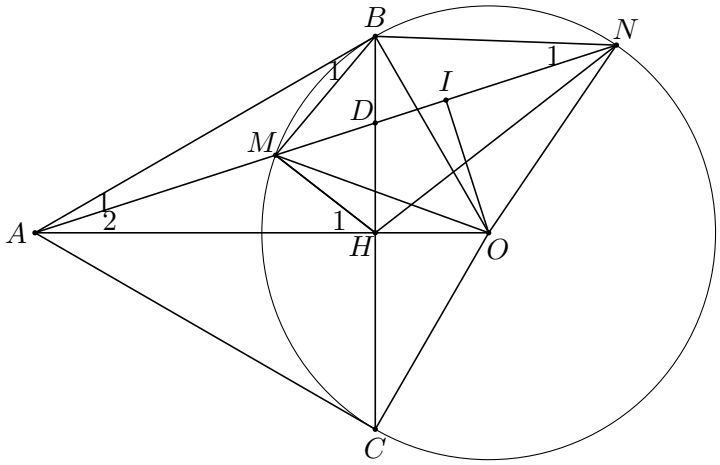
Bài 4. Từ điểm A nằm ngoài đường tròn kẻ hai tiếp tuyến AB, AC với đường tròn. Trên nửa mặt phẳng bờ là đường thẳng AO chứa điểm B vẽ cát tuyến AMN với đường tròn . Gọi I là trung điểm của MN.

a) Chứng minh: Tứ giác $AIOC$ là tứ giác nội tiếp.

b) Gọi H là giao điểm của AO và BC. Chứng minh: $AH \cdot AO = AM \cdot AN$ và tứ giác $MNOH$ là tứ giác nội tiếp.

c) Qua M kẻ đường thẳng song song với BN, cắt AB và BC theo thứ tự tại E và F. Chứng minh rằng M là trung điểm của EF.

Lời giải.



a) Vì $IM = IN \Rightarrow OI \perp MN \Rightarrow \widehat{AIO} = 90°$.

Lại có $\widehat{ACO} = 90°$.

Tứ giác $AIOC$ có: $\widehat{AIO} + \widehat{ACO} = 90° + 90° = 180° \Rightarrow AIOC$ là tứ giác nội tiếp.

b) Ta có: B_1 là góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung chắn cung MB; N_1 là góc nội tiếp chắn cung $MB \Rightarrow B_1 = N_1$.

$\triangle ABM$ và $\triangle ANB$ có: A_1 chung; $B_1 = N_1 \Rightarrow \triangle ABM \backsim \triangle ANB$

$\Rightarrow \dfrac{AB}{AN} = \dfrac{AM}{AB} \Rightarrow AB^2 = AM \cdot AN$.

Ta có: $AB = AC$; $OB = OC$.

$\Rightarrow AO$ là đường trung trực của BC.

$\Rightarrow BH \perp AO$.

$\triangle ABO$ vuông tại B (vì AB là tiếp tuyến của (O)), có BH là đường cao

$\Rightarrow AB^2 = AH \cdot AO$ (hệ thức lượng trong tam giác vuông).

Từ (1) và (2) $\Rightarrow AH \cdot AO = AM \cdot AN \Rightarrow \dfrac{AH}{AN} = \dfrac{AM}{AO}$.

$\triangle AHM$ và $\triangle ANO$ có: A_2 chung; $\dfrac{AH}{AN} = \dfrac{AM}{AO}$.

$\Rightarrow \triangle AHM \backsim \triangle ANO$.

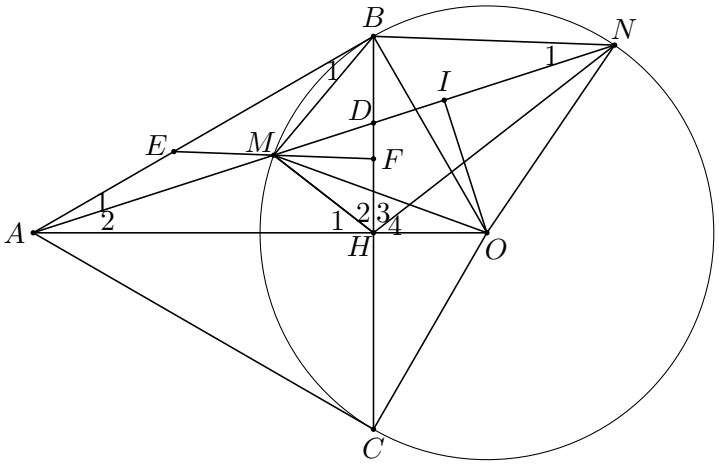
$\Rightarrow H_1 = \widehat{ANO}$.

Tứ giác $MNOH$ có $H_1 = \widehat{ANO}$.

$\Rightarrow MNOH$ là tứ giác nội tiếp.

c) **Cách 1:**

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/



Gọi D là giao điểm của AN và BC.

$MNOH$ là tứ giác nội tiếp $\Rightarrow \widehat{OMN} = H_4$.

$\triangle OMN$ cân tại O (vì $OM = ON = R$)

$\Rightarrow \widehat{OMN} = \widehat{ONM} \Rightarrow H_4 = \widehat{ONM}$.

Mà $H_1 = \widehat{ONM}$ (theo phần 2)

$\Rightarrow H_1 = H_4$ Mặt khác: $H_1 + H_2 = H_3 + H_4 = 90^\circ$

$\Rightarrow H_2 = H_3$.

$\Rightarrow HD$ là đường phân giác trong của $\triangle HMN$.

Lại có $HA \perp HD$

$\Rightarrow HA$ là đường phân giác ngoài của $\triangle HMN$.

Áp dụng tính chất đường phân giác của tam giác, ta có:

$$\frac{DM}{DN} = \frac{HM}{HN} \text{ và } \frac{AM}{AN} = \frac{HM}{HN} \Rightarrow \frac{DM}{DN} = \frac{AM}{AN} \quad (3)$$

Áp dụng hệ quả của định lí Ta-lét, ta có: $\triangle ABN$ có $ME \parallel BN \Rightarrow \frac{ME}{BN} = \frac{AM}{AN}$ (4)

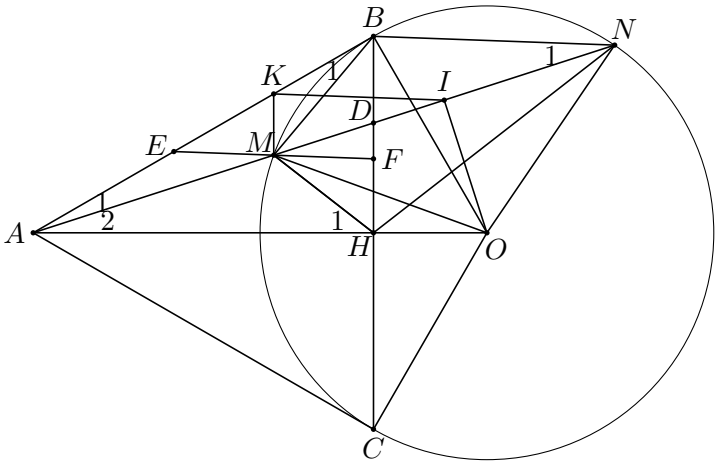
$\triangle DBN$ có $MF \parallel BN \Rightarrow \frac{MF}{BN} = \frac{DM}{DN}$ (5)

Từ (3), (4), (5) $\Rightarrow \frac{ME}{BN} = \frac{MF}{BN} \Rightarrow ME = MF$.

Vậy M là trung điểm của EF.

Cách 2:

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên



$\triangle AHD$ và $\triangle AIO$ có: A_2 chung; $\widehat{AHD} = \widehat{AIO} = 90^\circ$.

$\Rightarrow \triangle AHD \backsim \triangle AIO$ (g-g).

$\Rightarrow \dfrac{AH}{AI} = \dfrac{AD}{AO} \Rightarrow AH \cdot AO = AI \cdot AD$.

Lại có $AH \cdot AO = AM \cdot AN$.

$\Rightarrow AM \cdot AN = AI \cdot AD \Rightarrow \dfrac{AM}{AD} = \dfrac{AI}{AN}$.

Vì $ME \parallel BN$ nên tứ giác $MEBN$ là hình thang.

Gọi K là trung điểm của EB.

$\Rightarrow IK$ là đường trung bình của hình thang $MEBN$.

$\Rightarrow KI \parallel BN$.

$\Rightarrow \dfrac{AK}{AB} = \dfrac{AI}{AN}$ (hệ quả của định lí Ta-lét).

$\Rightarrow \dfrac{AK}{AB} = \dfrac{AM}{AD}$ (do $\dfrac{AM}{AD} = \dfrac{AI}{AN}$).

$\Rightarrow KM \parallel BD$ (định lí Ta-lét đảo).

$\triangle EBF$ có $KE = KB$ và $KM \parallel BF$.

$\Rightarrow ME = MF$ (đpcm).

Bài 5. Cho các số dương a, b, c thỏa mãn điều kiện: $a + b + c = 2019$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P = \sqrt{2a^2 + ab + 2b^2} + \sqrt{2b^2 + bc + 2c^2} + \sqrt{2c^2 + ca + 2a^2}$.

Lời giải.

Ta có:

$$2a^2 + ab + 2b^2 = \frac{5}{4}(a+b)^2 + \frac{3}{4}(a-b)^2 \geq \frac{5}{4}(a+b)^2$$

$$\Rightarrow \quad \sqrt{2a^2 + ab + 2b^2} \geq \frac{\sqrt{5}}{2}(a+b).$$

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Tương tự:

$$\sqrt{2b^2+bc+2c^2} \geq \frac{\sqrt{5}}{2}(b+c); \sqrt{2c^2+ca+2a^2} \geq \frac{\sqrt{5}}{2}(c+a)$$

$$\Rightarrow \quad P \geq \frac{\sqrt{5}}{2}(a+b)+\frac{\sqrt{5}}{2}(b+c)+\frac{\sqrt{5}}{2}(c+a)=\sqrt{5}(a+b+c)$$

$$\Rightarrow \quad P \geq 2019\sqrt{5}.$$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow a=b=c=\dfrac{2019}{3}=673$.

Vậy $\min P = 2019\sqrt{5} \Leftrightarrow a=b=c=673$.

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 15

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 NĂM HỌC 2019-2020, HẢI PHÒNG

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Bài 1. Cho hai biểu thức: $A = (\sqrt{20} - \sqrt{45} + 3\sqrt{5}) : \sqrt{5}$; $B = \dfrac{x + 2\sqrt{x}}{\sqrt{x}} + \dfrac{x - 9}{\sqrt{x} + 3}$ (với $x > 0$).

a) Rút gọn các biểu thức A, B.

b) Tìm các giá trị của x sao cho giá trị biểu thức B bằng giá trị biểu thức A.

Lời giải.

a) $A = (\sqrt{20} - \sqrt{45} + 3\sqrt{5}) : \sqrt{5} = (2\sqrt{5} - 3\sqrt{5} + 3\sqrt{5}) : \sqrt{5} = 2$.

Với $x > 0$.

$$\begin{aligned} B &= \frac{x + 2\sqrt{x}}{\sqrt{x}} + \frac{x - 9}{\sqrt{x} + 3} = \frac{x + 2\sqrt{x}}{\sqrt{x}} + \frac{x - 9}{\sqrt{x} + 3} = \sqrt{x} + 2 + \frac{(\sqrt{x} - 3)(\sqrt{x} + 3)}{\sqrt{x} + 3} \\ &= \sqrt{x} + 2 + \sqrt{x} - 3 = 2\sqrt{x} - 1. \end{aligned}$$

b) Để giá trị biểu thức $B = A \Leftrightarrow 2\sqrt{x} - 1 = 2 \Leftrightarrow 2\sqrt{x} = 3 \Leftrightarrow x = \dfrac{9}{4}$ (thỏa mãn)

Vậy $x = \dfrac{9}{4}$ thì $B = A$.

Bài 2.

a) Tìm các giá trị của tham số m để đồ thị hai hàm số $y = (m+4)x+11$ và $y = x+m^2+2$ cắt nhau tại một điểm trên trục tung.

b) Giải hệ phương trình $\begin{cases} 3x - \dfrac{2}{y+1} = -\dfrac{1}{2} \\ 2x + \dfrac{1}{y+1} = 2 \end{cases}$.

Lời giải.

a) Do hai đồ thị hàm số cắt nhau tại một điểm trên trục tung nên

$$\begin{cases} m+4 \neq 1 \\ 11 = m^2+2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq -3 \\ m^2 = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq -3 \\ m = \pm 3 \end{cases} \Leftrightarrow m = 3.$$

Vậy $m = 3$ thì hai đồ thị hàm số trên cắt nhau tại một điểm trên trục tung.

b) Điều kiện $y \neq -1$ hệ phương trình có dạng

$$\begin{cases} 3x - \dfrac{2}{y+1} = \dfrac{1}{2} \\ 4x + \dfrac{2}{y+1} = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7x = \dfrac{9}{2} \\ 2x + \dfrac{1}{y+1} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \dfrac{9}{14} \\ \dfrac{1}{y+1} = 2 - 2x \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \dfrac{9}{14} \\ \dfrac{1}{y+1} = 2 - 2 \cdot \dfrac{9}{14} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \dfrac{9}{14} \\ \dfrac{1}{y+1} = \dfrac{5}{7} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \dfrac{9}{14} \\ y+1 = \dfrac{7}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \dfrac{9}{14} \\ y = \dfrac{2}{5} \text{ (tm)}. \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm: $(x;y) = \left(\dfrac{9}{14}; \dfrac{2}{5}\right)$.

Bài 3.

1) Cho phương trình $x^2 - 2mx + 4m - 4 = 0$ (1) (x là ẩn số, m là tham số).

   (a) Giải phương trình (1) khi $m = 1$.

   (b) Xác định các giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn điều kiện $x_1^2 + (x_1 + x_2)x_2 = 12$.

2) Bài toán có nội dung thực tế: Cho một thửa ruộng hình chữ nhật, biết rằng nếu chiều rộng tăng thêm 2 m, chiều dài giảm đi 2 m thì diện tích thửa ruộng đó tăng thêm 30 m^2; và nếu chiều rộng giảm đi 2m, chiều dài tăng thêm 5m thì diện tích thửa ruộng giảm đi 20 m^2. Tính diện tích thửa ruộng trên.

Lời giải.

1) (a) Với $m = 1$ phương trình (1) có dạng: $x^2 - 2x = 0$.

   Phương trình có hai nghiệm phân biệt: $x_1 = 0; x_2 = 2$.

   Vậy khi $m = 1$ thì phương trình (1) có hai nghiệm $x_1 = 0; x_2 = 2$

   (b) Tính $\Delta' = m^2 - 4m + 4 = (m-2)^2$.

   Để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt thì $\Delta' > 0 \Leftrightarrow (m-2)^2 > 0 \Leftrightarrow m \neq 2$.

Khi đó theo hệ thức Vi-et ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m \\ x_1 \cdot x_2 = 4m - 4 \end{cases}$.

Theo bài ra ta có:

$$\begin{aligned} & x_1^2 + (x_1 + x_2)x_2 = 12 \Leftrightarrow x_1^2 + x_2^2 + x_1x_2 = 12 \\ \Leftrightarrow\ & (x_1 + x_2)^2 - x_1x_2 = 12 \Leftrightarrow (2m)^2 - (4m - 4) = 12 \\ \Leftrightarrow\ & 4m^2 - 4m - 8 = 0 \Leftrightarrow m^2 - m - 2 = 0 \end{aligned}$$

Giải phương trình ta được $m = 2; m = -1$.

Đối chiếu với điều kiện $m \neq 2$ ta được $m = -1$.

Vậy $m = -1$ thì phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt thỏa mãn $x_1^2 + (x_1 + x_2)x_2 = 12$.

2) Gọi chiều dài thửa ruộng là x (m); chiều rộng thửa ruộng là y (m) Điều kiện $x > 2; y > 2; x > y$ Nếu chiều rộng tăng lên 2 m, chiều dài giảm đi 2 m thì diện tích tăng thêm 30 m^2 nên ta có phương trình $(x - 2)(y + 2) = xy + 30 \Leftrightarrow x - y = 17$ (1)

Nếu chiều rộng giảm đi 2 m, chiều dài tăng thêm 5m thì diện tích thửa ruộng giảm đi 20 m^2 nên ta có phương trình $(x + 5)(y - 2) = xy - 20 \Leftrightarrow -2x + 5y = -10$ (2)

Từ (1) và (2) ta được hệ phương trình

$$\begin{cases} x - y = 17 \\ -2x + 5y = -20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 2y = 34 \\ -2x + 5y = -10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3y = 24 \\ x - y = 17 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 25 \\ y = 8 \end{cases} \text{ (thỏa mãn)}$$

Vậy diện tích hình chữ nhật là $25 \cdot 8 = 200$ m^2

Bài 4.

1) Từ điểm A nằm ngoài đường tròn (O) vẽ hai tiếp tuyến AD, AE (D, E là các tiếp điểm). Vẽ cát tuyến ABC của đường tròn (O) sao cho điểm B nằm giữa hai điểm A và C; tia AC nằm giữa hai tia AD và AO. Từ điểm O kẻ $OI \perp AC$ tại I.

(a) Chứng minh năm điểm A, D, I, O, E cùng nằm trên một đường tròn.

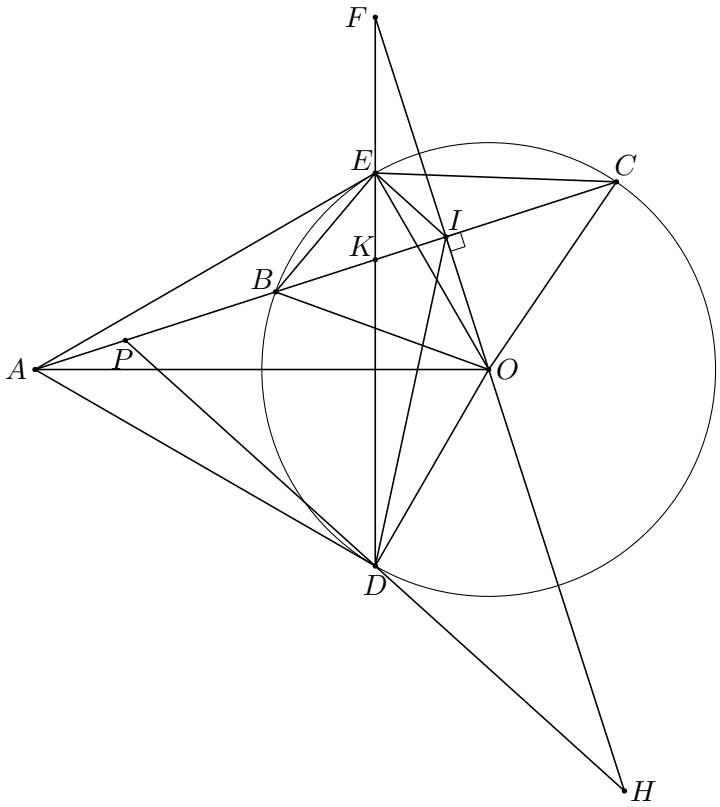
(b) Chứng minh IA là tia phân giác của $\widehat{DIE}$ và $AB \cdot AC = AD^2$.

(c) Gọi K và F lần lượt là giao điểm của ED với AC và OI. Qua điểm D vẽ đường thẳng song song với IE cắt OF và AC lần lượt tại H và P. Chứng minh D là trung điểm của HP.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

2) Một hình trụ có diện tích xung quanh 140π (cm^2) và chiều cao là $h = 7$ (cm). Tính thể tích của hình trụ đó.

Lời giải.



1) (a) Chứng minh năm điểm A, D, I, O, E cùng thuộc một đường tròn.

Chứng minh 4 điểm A, D, O, E thuộc một đường tròn. (1)

Chứng minh 4 điểm A, D, O, I thuộc một đường tròn. (2)

Từ (1) và (2) suy ra năm điểm A, D, I, O, E cùng thuộc một đường.

(b) Chứng minh IA là tia phân giác của $\widehat{DIE}$ và $AB \cdot AC = AD^2$; Chứng minh được tứ giác $AEID$ nội tiếp $\Rightarrow \widehat{EIA} = \widehat{DIA}$. (3)

Chứng minh được tứ $AE = AD \Rightarrow \overset{\frown}{AE} = \overset{\frown}{AD}$. (4)

Từ (3) và (4) suy ra IA là tia phân giác của $\widehat{DIE}$.

Chứng minh $\triangle ABD \backsim \triangle ADC$.

Suy ra $\dfrac{AD}{AC} = \dfrac{AB}{AD} \Rightarrow AD^2 = AB \cdot AC$ (đpcm).

(c) Do: $IE \parallel HP$ ta chứng minh được $\dfrac{HD}{IE} = \dfrac{FD}{FE}; \dfrac{DP}{IE} = \dfrac{DK}{KE}$. (5)

Chứng minh IK, IF là phân giác trong và ngoài của tam giác IDE nên ta suy ra được

$$\frac{DK}{KE} = \frac{IP}{IE}; \frac{FD}{FE} = \frac{ID}{IE}. \quad (6)$$

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

Từ (5) và (6) suy ra đpcm.

2) Theo bài ra ta có: $2\pi rh = 140\pi \Rightarrow r = 10$ cm.

Áp dụng công thức tính thể tích hình trụ, ta có: $V = \pi r^2 h = \pi \cdot 10^2 7 = 700\pi$ cm^3.

Bài 5.

a) Cho x, y, z là ba số dương. Chứng minh $(x+y+z)\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}\right) \geq 9$.

b) Cho a, b, c là ba số dương thỏa mãn $a+b+c=6$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$A = \frac{ab}{a+3b+2c} + \frac{bc}{b+3c+2a} + \frac{ca}{c+3a+2b}.$$

Lời giải.

a) Áp dụng bất đẳng thức $\frac{x}{y}+\frac{y}{x} \geq 2$ cho hai số $x>0; y>0$ ta chứng minh được

$$(x+y+z)\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}\right) \geq 9.$$

b) Áp dụng bất đẳng thức ở phần a) ta có:

$$\begin{aligned}
\frac{9ab}{a+3b+2c} &\leq \frac{ab}{c+a}+\frac{ab}{c+b}+\frac{a}{2};\\
\frac{9bc}{b+3c+2a} &\leq \frac{bc}{a+c}+\frac{bc}{a+b}+\frac{b}{2};\\
\frac{9ca}{c+3a+2b} &\leq \frac{ca}{b+a}+\frac{ca}{b+c}+\frac{c}{2}
\end{aligned}$$

Cộng theo các vế của ba bất đẳng thức trên ta được

$$\begin{aligned}
9A &\leq \frac{ab}{c+a}+\frac{ab}{c+b}+\frac{a}{2}+\frac{bc}{a+c}+\frac{bc}{a+b}+\frac{b}{2}+\frac{ca}{b+a}+\frac{ca}{b+c}+\frac{c}{2}\\
&\leq \left(\frac{ab}{c+a}+\frac{bc}{a+c}\right)+\left(\frac{ab}{c+b}+\frac{ca}{b+c}\right)+\left(\frac{bc}{a+b}+\frac{ca}{b+a}\right)+\frac{a+b+c}{2}\\
&\leq \frac{3}{2}(a+b+c)=9\\
\Rightarrow A &\leq 1.
\end{aligned}$$

Dấu "=" xảy ra khi $a=b=c=2$.

Vậy $\max A = 1 \Leftrightarrow a=b=c=2$.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 16

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 NĂM HỌC 2019-2020, HÒA BÌNH

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

Bài 1.

1) (a) Tìm x biết: $4x+2=0$.

(b) Rút gọn: $A=(\sqrt{5}-3)(\sqrt{5}+3)+6$.

2) Cho đường thẳng $(d): y=2x-2$.

(a) Vẽ đường thẳng (d) trong hệ trục tọa độ Oxy.

(b) Tìm m để đường thẳng $(d'): y=(m-1)x+2m$ song song với đường thẳng (d).

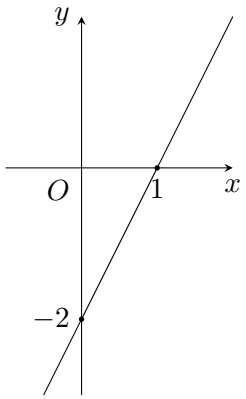
Lời giải.

1) (a) Ta có $4x+2=0 \Leftrightarrow x=-\dfrac{1}{2}$.

(b) $A=(\sqrt{5})^2-3^2+6=5-9+6=2$.

2) (a) Giao điểm của (d) với Ox và Oy lần lượt tại $A(1;0)$ và $B(0;-2)$.

Vẽ đường thẳng (d).



(b) Ta có $(d) \parallel (d') \Leftrightarrow \begin{cases} m-1=2 \\ 2m \neq -2 \end{cases} \Rightarrow m=3$.

Bài 2. Cho phương trình $2x^2 - 6x + 2m - 5 = 0$ (m là tham số)

a) Giải phương trình với $m = 2$.

b) Tìm m để phương trình có hai nghiệm x_1; x_2 thỏa mãn: $\dfrac{1}{x_1} + \dfrac{1}{x_2} = 6$.

Lời giải.

a) Với $m = 2 \Rightarrow 2x^2 - 6x - 1 = 0 \Rightarrow x_1 = \dfrac{3 - \sqrt{11}}{2}; x_2 = \dfrac{3 + \sqrt{11}}{2}$.

b) Điều kiện để phương trình có 2 nghiệm là $\Delta' = 19 - 4m > 0 \Leftrightarrow m < \dfrac{19}{4}$.

Theo hệ thức Viét có $\begin{cases} x_1 + x_2 = 3 \\ x_1 \cdot x_2 = \dfrac{2m - 5}{2}. \end{cases}$

Ta có $\dfrac{1}{x_1} + \dfrac{1}{x_2} = 6 \Rightarrow x_1 + x_2 = 6x_1x_2 \Rightarrow 3 = 3(2m - 5) \Rightarrow m = 3$ (TM)

Bài 3. Bác Bình dự định trồng 300 cây cam theo nguyên tắc trồng thành các hang, mỗi hang có số cây bằng nhau. Nhưng khi thực hiện bác Bình đã trồng thêm 2 hàng, mỗi hang thêm 3 cây so với dự kiến ban đầu nên trồng được tất cả 391 cây. Tính số cây trên 1 hàng mà bác Bình dự kiến trồng ban đầu.

Lời giải.

Gọi số cây trong một hàng dự kiến ban đầu là x cây ($x \in \mathbb{N}^*$)

Số hàng dự kiến ban đầu là y hàng ($y \in N^*$)

Từ giả thiết ta có hệ phương trình $\begin{cases} xy = 300 \\ (x + 3)(y + 2) = 391 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} xy = 300 \\ 3y + 2x = 85 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 20 \\ y = 15. \end{cases}$

Bài 4. Cho đường tròn (O) đường kính AB. Điểm I nằm giữa A và O (I khác A và O). Kẻ đường thẳng vuông góc với AB tại I, đường thẳng này cắt đường tròn (O) tại M và N. Gọi S là giao điểm của hai đường thẳng BM và AN. Qua S kẻ đường thẳng song song với MN, đường thẳng này cắt các đường thẳng AB và AM lần lượt tại K và H.

a) Chứng minh rằng tứ giác $SKAM$ nội tiếp.

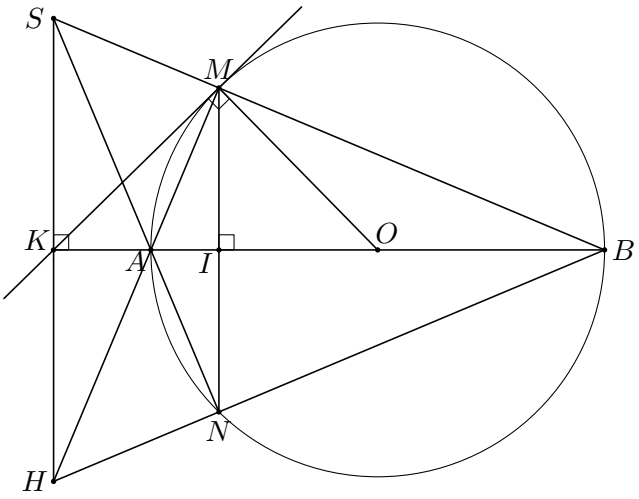
b) Chứng minh rằng $SA \cdot SN = SB \cdot SM$.

c) Chứng minh rằng KM là tiếp tuyến của đường tròn (O).

d) Chứng minh rằng 3 điểm H, N, B thẳng hàng.

Lời giải.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/



a) Xét tứ giác $SKAM$ có $\widehat{SKA} = 90°, \widehat{SMA} = \widehat{AMB} = 90° \Rightarrow \widehat{SKA} + \widehat{SMA} = 180°$.
Vậy tứ giác $SKAM$ nội tiếp đường tròn đường kính SA.

b) Xét $\triangle SAB$ và $\triangle SMN$ có góc S chung, có góc $\widehat{SBA} = \widehat{SMN} = \frac{1}{2}$sđ$\overset{\frown}{AM}$.
Vậy $\triangle SAB \backsim \triangle SMN$ (g-g)
$\Rightarrow \dfrac{SA}{SB} = \dfrac{SM}{SN} \Rightarrow SA \cdot SN = SB \cdot SM$.

c) Ta có $\widehat{MBA} = \widehat{MNA} = \frac{1}{2}$sđ$\overset{\frown}{AM}$; $\widehat{MNA} = \widehat{NSK}$ (so le trong).
Lại có $\widehat{KMA} = \widehat{KSA} = \frac{1}{2}$sđ$\overset{\frown}{KA}$ Suy ra $\widehat{KMA} = \widehat{MBA} = \widehat{OMB}$.
Mà $\widehat{OMB} + \widehat{OMA} = 90° \Rightarrow \widehat{KMA} + \widehat{OMA} = 90°$.
Chứng tỏ KM là tiếp tuyến của (O).

d) Chỉ ra $\widehat{SAK} = \widehat{KAH}$ suy ra tam giác SAH cân tại A do đó H đối xứng với S qua BK.
Mặt khác N đối xứng với M qua BK.
Mà S, M, B thẳng hàng.
Suy ra H, N, B thẳng hàng.

Bài 5. Cho hai số thực dương a, b thỏa mãn $a + b = 4ab$. Chứng minh rằng:

$$\frac{a}{4b^2+1} + \frac{b}{4a^2+1} \geq \frac{1}{2}$$

Lời giải.

Từ $a+b=4ab \Rightarrow 4ab \geq 2\sqrt{ab} \Rightarrow ab \geq \dfrac{1}{4}$.

Chứng minh được BĐT: Với $x,\ y>0$ ta có $\dfrac{a^2}{x}+\dfrac{b^2}{y} \geq \dfrac{(a+b)^2}{x+y}$. (*)

Áp dụng (*) ta có

$$\begin{aligned}\frac{a}{4b^2+1}+\frac{b}{4a^2+1} &= \frac{a^2}{4ab^2+a}+\frac{b^2}{4a^2b+b}\\ &\geq \frac{(a+b)^2}{4ab(a+b)+(a+b)}=\frac{a+b}{4ab+1}=\frac{4ab}{4ab+1}=1-\frac{1}{4ab+1}\\ &\geq \frac{1}{2}.\end{aligned}$$

Dấu đẳng thức xảy ra khi $a=b=\dfrac{1}{2}$.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 17

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10-LONG AN-2019-2020

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

Bài 6 (TS10-LongAn-20192020).

a) Rút gọn các biểu thức $K=\sqrt{9}+\sqrt{45}-3\sqrt{5}$

b) Rút gọn các biểu thức $Q=\dfrac{x-4}{\sqrt{x}+2}+\dfrac{x+2\sqrt{x}}{\sqrt{x}}$ (với $x>0$)

Lời giải.

a) $Q=\dfrac{x-4}{\sqrt{x}+2}+\dfrac{x+2\sqrt{x}}{\sqrt{x}}=\dfrac{(\sqrt{x}+2).(\sqrt{x}-2)}{\sqrt{x}+2}+\dfrac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+2)}{\sqrt{x}}=\sqrt{x}-2+\sqrt{x}+2=2\sqrt{x}.$

b) $\sqrt{x^2+4x+4}=3$

$\Leftrightarrow x^2+4x+4=9$

$\Leftrightarrow x^2+4x-5=0$

$\Leftrightarrow (x-1)(x+5)=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-5 \end{array}\right.$

Vậy $S=\{1;-5\}$

Bài 7 (TS10-LongAn-20192020).

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho Parabol $(P):y=2x^2$ và đường thẳng $(d):y=2x+4$

a) Vẽ Parabol (P) và đường thẳng (d) trên cùng một mặt phẳng tọa độ Oxy.

b) Tìm tọa độ giao điểm của Parabol (P) và đường thẳng (d) bằng phép tính.

c) Viết phương trình đường thẳng $(d'):y=\mathrm{a}x+b$. Biết rằng (d') song song với (d) và (d_1) và đi qua điểm $N(2;3)$.

Lời giải.

1. Học sinh tự vẽ hình.

2. Phương trình hoành độ giao điểm là $2x^2=2x+4\Leftrightarrow 2x^2-2x-4=0\Leftrightarrow x^2-x-2=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1\Rightarrow y=2 \\ x=2\Rightarrow y=8 \end{array}\right.$

Vậy tọa độ giao điểm là $(-1;2),(2;8)$.

3. Vì (d') song song với (d) nên $\begin{cases} a=2 \\ b\neq 4 \end{cases}$.

Vì (d') và đi qua điểm $N(2;3)$ nên $\begin{cases} x=2 \\ y=3 \end{cases}$.

Thay vào (d') ta có $3=2.2+b \Rightarrow b=-1$ (TMĐK $b\neq 4$).

Vậy phương trình $(d'):y=2x-1$.

Bài 8 (TS10-LongAn-20192020).

Giải phương trình:(không giải trực tiếp bằng máy tính cầm tay)

a) $x^2-7x+10=0$

b) $\sqrt{x^2+4x+4}=3$

Lời giải.

a) $x^2-7x+10=0$

Ta có $\Delta=B^2-4ac=(-7)^2-4.1.10=9>0$

Phương trình có hai nghiệm phân biệt:

$x_1=\dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}=\dfrac{7+3}{2}=5$

$x_2=\dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}=\dfrac{7-3}{2}=2$

b) $K=\sqrt{9}+\sqrt{45}-3\sqrt{5}=3+3\sqrt{5}-3\sqrt{5}=3.$

Bài 9 (TS10-LongAn-20192020).

Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 2x-y=5 \\ x+y=1 \end{cases}$ (không giảitrực tiếp bằng máy tính cầm tay)

Lời giải.

2. $\begin{cases} 2x-y=5 \\ x+y=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x=6 \\ y=1-x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=-1 \end{cases}$

Vậy$(x;y)=(2;-1)$.

Bài 10 (TS10-LongAn-20192020).

3.Cho phương trình (ẩn x) $x^2-6x+m=0$

a) Tìm giá trị m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1,x_2 .

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

b) Tìm giá trị m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn điều kiện $x_1^2 - x_2^2 = 12$.

Lời giải.

3. $x^2 - 6x + m = 0$ a)$\Delta' = b'^2 - ac = 9 - m$. Để phương trình có 2 nghiệm phân biệt thì $\Delta' > 0 \Leftrightarrow 9 - m > 0 \Leftrightarrow m < 9$ b)áp dụng Viet ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = 6 \\ x_1 x_2 = m \end{cases}$

Ta có: $x_1^2 - x_2^2 = 12 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)(x_1 - x_2) = 12$

$\Leftrightarrow x_1 - x_2 = 2 \Leftrightarrow (x_1 - x_2)^2 = 4$

$\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2 = 4$

$\Leftrightarrow 36 - 4m = 4 \Leftrightarrow m = 8(tm)$

Vậy $m = 8$.

Bài 11 (TS10-LongAn-20192020).

Cho tam giác ABC vuông tại A có đường cao AH, biết $AB = 5cm$; $BH = 3cm$. Tính AH, AC và $\sin \widehat{CAH}$.

Lời giải.

Áp dụng Pitago vào tam giác vuông ABH

$AB^2 = AH^2 + BH^2$

$\Rightarrow AH^2 = AB^2 - BH^2 = 5^2 - 3^2 = 16 \Rightarrow AH = 4(cm)$

$BH.BC = AB^2 \Leftrightarrow BH.13 = 5^2 \Rightarrow BH = \dfrac{25}{13}(cm)$.

áp dụng hệ thức lượng vào tam giác vuông ABC

$AH^2 = BH.CH \Rightarrow CH = \dfrac{AH^2}{BH} = \dfrac{16}{3}(cm)$

Do đó $BC = BH + CH = 3 + \dfrac{16}{3} = \dfrac{25}{3}(cm)$

áp dụng Pitago vào tam giác vuông ABC

$AC^2 = CH.BC = \dfrac{16}{3} \cdot \dfrac{25}{3} = \dfrac{400}{9}$

$\Rightarrow AC = \dfrac{20}{3}cm)$

$\sin \widehat{CAH} = \dfrac{CH}{CA} = \dfrac{16}{3} : \dfrac{20}{3} = \dfrac{4}{5}$

Bài 12 (TS10-LongAn-20192020).

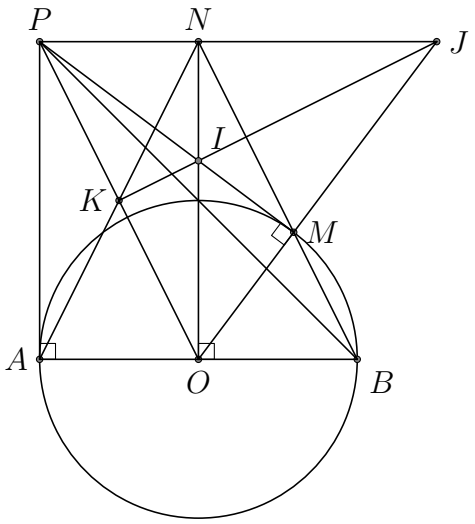
Cho đường tròn (O, R), đường kính AB. Kẻ tiếp tuyến Ax với đường tròn (O, R) và lấy trên tiếp tuyến đó điểm P sao cho $AP > R$, từ P kẻ tiếp tuyến thứ hai tiếp xúc với đường tròn (O, R) tại M.

a) Chứng minh tứ giác $APMO$ nội tiếp được đường tròn.

b) Chứng minh BM song song OP.

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

c) Biết đường thẳng vuông góc với AB tại O cắt BM tại N, AN cắt OB tại K, PM cắt ON tại I, PN cắt OM tại J. Chứng minh ba điểm K, I, J thẳng hàng.



Lời giải. a)Xét tứ giác $APMO$ có $\widehat{PAO} + \widehat{PMO} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ \Rightarrow APMO$ nội tiếp đường tròn đường kính PO.

b) Chứng minh $BM \parallel OP$

$BM \perp AM$ (góc nội tiếp chắn nửa đườn tròn) (1)

PA, PM là hai tiếp tuyến xuất phát từ $P \Rightarrow PO \perp AM$ (2)

Từ (1),(2) $\Rightarrow BM \parallel OP$

c) Tam giác ANB có NO là đường cao đồng thời là đường trung tuyến nên ΔANB cân tại N

suy ra NO cũng là phân giác

hay $\widehat{ANO} = \widehat{ONB}$

Lại có $\widehat{ANO} = \widehat{PAN}$ (so le trong, $PA \parallel NO$)

$\widehat{ONB} = \widehat{NOP}$ (so le trong, $PO \parallel BM$)

Suy ra $\widehat{ANO} = \widehat{ONB} \Rightarrow PNOA$ nội tiếp đường tròn đường kính PO

$\Rightarrow \widehat{PNO} = 90^\circ \Rightarrow PAON$ là hình chữ nhật.

$\Rightarrow K$ là trung điểm PO và AN

Ta có JOP có ON, PM là các đường cao cắt nhau tại I

$\Rightarrow I$ là trực tâm $\Delta JOP \Rightarrow JI \perp OP$ (3)

Mặt khác $PNMO$ là hình thang nội tiếp đường tròn đường kính PO

$\Rightarrow PNMO$ là hình thang cân

$\Rightarrow \widehat{NPO} = \widehat{MOP}$ hay $\Rightarrow \widehat{JPO} = \widehat{JOP}$

Do đó ΔJPO cân tại J có JK là trung tuyến $\Rightarrow JK$ cũng là đường cao

$\Rightarrow JK \perp OP$ (4)

Từ (3), (4) $\Rightarrow K, I, J$ thẳng hàng.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 18

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10-NAM ĐỊNH-2019-2020

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

Câu 1 (TS10-NAMĐỊNH20192020).

Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y=(1-m)x+m+1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$

(A) $m>1$. (B) $m<1$. (C) $m<-1$. (D) $m>-1$.

Lời giải.

Chọn phương án (B)

B

Câu 2 (TS10-NAMĐỊNH20192020).

Phương trình $x^2-2x-1=0$ có 2 nghiệm $x_1;\ x_2$. Tính x_1+x_2

(A) $x_1+x_2=2$. (B) $x_1+x_2=1$. (C) $x_1+x_2=-2$. (D) $x_1+x_2=-1$.

Lời giải.

Chọn phương án (A)

A

Câu 3 (TS10-NAMĐỊNH20192020).

Cho điểm $M(x_M;y_M)$ thuộc đồ thị hàm số $y=-3x^2$. Biết $x_M=-2$. Tính y_M

(A) $y_M=6$. (B) $y_M=-6$. (C) $y_M=-12$. (D) $y_M=12$.

Lời giải.

Chọn phương án (C)

C

Câu 4 (TS10-NAMĐỊNH20192020).

Hệ phương trình $\begin{cases} x-y=2 \\ 3x+y=1 \end{cases}$ có bao nhiêu nghiệm ?

(A) 0. (B) 1. (C) 2. (D) Vô số.

Lời giải.

Chọn phương án (B)

B

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

Câu 5 (TS10-NAMĐỊNH20192020).

Với các số a, b thoả mãn $a < 0, b < 0$ thì biểu thức $a\sqrt{ab}$ bằng

(A) $-\sqrt{a^2b}$. (B) $-\sqrt{a^3b}$. (C) $\sqrt{a^2b}$. (D) $-\sqrt{a^3b}$.

Lời giải.

Chọn phương án (D)

D

Câu 6 (TS10-NAMĐỊNH20192020).

Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = 3$cm, $AC = 4$cm. Tính độ dài đường cao AH của $\triangle ABC$

(A) $AH = \frac{12}{7}cm$. (B) $AH = \frac{5}{2}cm$. (C) $AH = \frac{12}{5}cm$. (D) $AH = \frac{7}{2}cm$.

Lời giải.

Chọn phương án (C)

C

Câu 7 (TS10-NAMĐỊNH20192020).

Cho đường tròn $(O; 2cm)$và $(O'; 3\text{cm})$. biết $OO' = 6$cm. Số tiếp tuyến chung của hai đường tròn là

(A) 1. (B) 2. (C) 3. (D) 4.

Lời giải.

Chọn phương án (D)

D

Câu 8 (TS10-NAMĐỊNH20192020).

Một quả bóng hình cầu có đường kính 4cm. Thể tích quả bóng là

(A) $\frac{32}{3}\pi$ cm^3. (B) $\frac{32}{3}$ cm^3. (C) $\frac{256}{3}\pi$cm^3. (D) $\frac{256}{3}$ cm^3.

Lời giải.

Chọn phương án (A)

A

Bài 1 (TS10-NAMĐỊNH20192020).

a) Rút gọn biểu thức $A = \sqrt{3-2\sqrt{2}} - \sqrt{3+2\sqrt{2}}$.

b) Chứng minh rằng $\left(\frac{2}{\sqrt{a}+3} - \frac{1}{\sqrt{a}-3} + \frac{6}{a-9}\right).(\sqrt{a}+3) = 1$ với $a > 0,\ a \neq 9$

Lời giải.

$1) A = \sqrt{3-2\sqrt{2}} - \sqrt{3+2\sqrt{2}} = \sqrt{2-2.\sqrt{2}.1+1} - \sqrt{2-2.\sqrt{2}.1+1} = \sqrt{(\sqrt{2}-1)^2} - \sqrt{(\sqrt{2}+1)^2} = \left|\sqrt{2}-1\right| - \left|\sqrt{2}+1\right|$

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

$= \sqrt{2}-1-\sqrt{2}-1=-2$

2) Với $a>0,\ a\neq 9$ Ta có: $VT=\left(\dfrac{2}{\sqrt{a}+3}-\dfrac{1}{\sqrt{a}-3}+\dfrac{6}{a-9}\right).(\sqrt{a}+3)=\left(\dfrac{2(\sqrt{a}-3)-(\sqrt{a}+3)+6}{(\sqrt{a}-3)}\right.$

$=\dfrac{2\sqrt{a}-6-\sqrt{a}-3+6}{\sqrt{a}-3}=\dfrac{\sqrt{a}-3}{\sqrt{a}-3}=1=VP$

Vậy $\left(\dfrac{2}{\sqrt{a}+3}-\dfrac{1}{\sqrt{a}-3}+\dfrac{6}{a-9}\right).(\sqrt{a}+3)=1$ Với $a>0,\ a\neq 9$

Bài 2 (TS10-NAMĐỊNH20192020).

Cho phương trình $x^2-(m-2)x-6=0$ (1) (với m là tham số)

a) Giải phương trình (1) với $m=0$.

b) Chứng minh rằng với mọi giá trị của m phương trình luôn có 2 nghiệm phân biệt. Gọi x_1,x_2 là 2 nghiệm của phương trình . Tìm các giá trị của m để $x_2^2-x_1x_2+(m-2)x_1=16$

Lời giải.

1/ Với $m=0$ ta có phương trình: $x^2+2x-6=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1+\sqrt{7} \\ x=-1-\sqrt{7}. \end{array}\right.$

Vậy khi $m=0$ phương trình có hai nghiệm phân biệt $x=-1+\sqrt{7}$ và $x=-1-\sqrt{7}$

2/ Ta có $\Delta=(m-2)^2-4.1.(-6)=(m-2)^2+24>0$ với mọi m.

Vậy phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m.

3) Phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m.

Theo Vi-ét ta có: $\begin{cases} x_1+x_2=m-2 \\ x_1x_2=-6 \end{cases}$

Ta có :$x_2^2-x_1x_2+(m-2)x_1=16 \Leftrightarrow x_2^2-x_1x_2+(x_1+x_2)x_1=16 \Leftrightarrow x_2^2-x_1x_2+x_1^2+x_1x_2=16$

$\Leftrightarrow (x_1+x_2)^2-2x_1x_2-16=0$

$\Leftrightarrow (m-2)^2-2.(-6)-16=0$

$\Leftrightarrow (m-2)^2=4 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m-2=2 \\ m-2=-2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=4 \\ m=0 \end{array}\right.$

Vậy khi $m=0, m=4$ thì phương trình có 2 nghiệm phân biệt thỏa mãn: $x_2^2-x_1x_2+(m-2)x_1=16$.

Bài 3 (TS10-NAMĐỊNH20192020).

Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^2-xy+y-7=0 \\ x^2+xy-2y=4(x-1) \end{cases}$

Lời giải.

$\begin{cases} x^2-xy+y-7=0(1) \\ x^2+xy-2y=4(x-1)(2) \end{cases}$ Ta có: $(2) \Leftrightarrow x^2+xy-2y-4x+4=0 \Leftrightarrow (x^2-4x+4)+xy-2y=0$

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

$\Leftrightarrow (x-2)^2+y(x-2)=0$

$\Leftrightarrow (x-2)(x-2+y)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x-2=0 \\ x-2+y=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=2-y \end{array}\right.$ + Thay $x=2$ vào phương trình (1) ta được: $4-2y+y-7=0 \Rightarrow y=-3$ + Thay $x=2-y$ vào phương trình (1) ta được : $(2-y)^2-(2-y)y+y-7=0$

$\Leftrightarrow 4-4y+y^2-2y+y^2+y-7=0$

$\Leftrightarrow 2y^2-5y-3=0$

Phương trình $2y^2-5y-3=0$ có $\Delta=(-5)^2-4.2.(-3)=49>0$, $\sqrt{\Delta}=7$ Ta có: $y_1=\dfrac{5+7}{4}=3; y_2=\dfrac{5-7}{4}=-\dfrac{1}{2}$

$+\ y=3 \Rightarrow x=2-3=-1$

$+\ y=-\dfrac{1}{2} \Rightarrow x=2+\dfrac{1}{2}=\dfrac{5}{2}$

Vậy hệ phương trình có nghiệm $(x;y) \in \left\{(-1;\ 3),\ (2;\ -3),\ \left(\dfrac{5}{2};\ -\dfrac{1}{2}\right)\right\}$

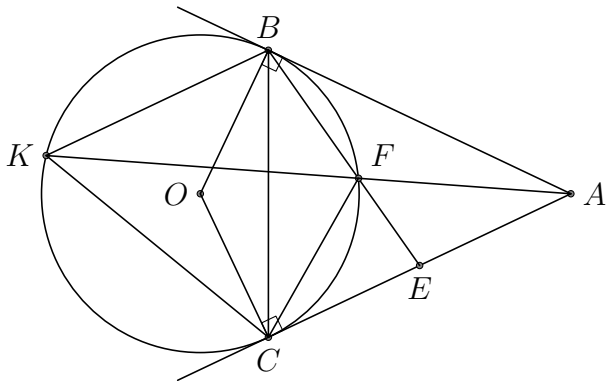
Bài 4 (TS10-NAMĐỊNH20192020).

Qua điểm A năm ngoài đường tròn (O) vẽ 2 tiếp tuyến AB, AC của đường tròn (B, C là các tiếp điểm. Gọi E là trung điểm của đoạn AC, F là giao điểm thứ hai của EB với (O)

a) Chứng minh tứ giác $ABOC$ là tứ giác nội tiếp và $\triangle CEF \backsim \triangle BEC$.

b) Gọi K là giao điểm thứ hai của AF với đường tròn (O). Chứng minh $BF.CK=BK.CF$

c) Chứng minh AE là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABF$



Lời giải. 1) Chứng minh tứ giác $ABOC$ là tứ giác nội tiếp và $CEF \backsim BEC$ Có AB, AC là các tiếp tuyến của đường tròn (O) , B và C là ác tiếp điểm $AB \perp OB,\ AC \perp OC \Rightarrow \widehat{ABO}=90^\circ,\ \widehat{ACO}=90^\circ$ Tứ giác ABOC có $\widehat{ABO}+\widehat{ACO}=90^\circ+90^\circ=180^\circ$ nên tứ giác $ABOC$ nội tiếp đường tròn

+ Đường tròn (O) có:

$\widehat{EBC}$ là góc nội tiếp chắn cung CF

$\widehat{ECF}$là góc tạo bởi tia tiếp tuyến AC và dây cung CF

$\Rightarrow \widehat{EBC}=\widehat{ECF}$ (góc nội tiếp và góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung cùng chắn cung CF)

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Xét $\triangle CEF$ và $\triangle BEC$ có

$\widehat{BEC}$ là góc chung

$\widehat{EBC} = \widehat{ECF}$ (chứng minh trên)

Suy ra $\triangle CEF \backsim \triangle BEC(g.g)$

2) Chứng minh $BF.CK = BK.CF$

Xét $\triangle ABF$ và $\triangle AKB$ có

$\widehat{BAK}$ là góc chung

$\widehat{ABF} = \widehat{AKB}$(góc nội tiếp và góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung cùng chắn cung BF) $ABF \backsim AKB$ (g . g) $\Rightarrow \dfrac{BF}{BK} = \dfrac{\text{AF}}{AB}$ (1)

Chứng minh tương tự ta có: $\triangle ACF \backsim \triangle AKC$ (g . g) $\Rightarrow \dfrac{CF}{CK} = \dfrac{AF}{AC}$ (2)

Mà $AB = AC$ (t/c 2 tiếp tuyến cắt nhau của (O)) (3)

Từ (1), (2) và (3) $\Rightarrow \dfrac{BF}{BK} = \dfrac{CF}{CK} \Rightarrow BF.CK = BK.CF$

3) Chứng minh AE là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABF$

Có $\triangle ECF \backsim \triangle EBC$ (Chứng minh câu a) $\Rightarrow \dfrac{EC}{EB} = \dfrac{EF}{EC} \Rightarrow EC^2 = EB.EF$

Mà $EC = EA$ (gt) $\Rightarrow EA^2 = EB.EF \Rightarrow \dfrac{EA}{EB} = \dfrac{EF}{EA}$

Xét $\triangle BEA \backsim \triangle AEF$ có:

$\dfrac{EA}{EB} = \dfrac{EF}{EA}$

$\widehat{AEB}$ là góc chung

$\Rightarrow \triangle BEA \backsim \triangle AEF$ (c.g.c) $\Rightarrow \widehat{EAF} = \widehat{EBA}$ (hai góc tương ứng) hay $\widehat{EAF} = \widehat{ABF}$

Trên nửa mặt phẳng bờ AB có chưa điểm E, kẻ tia Ax là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp $ABF \Rightarrow \widehat{EAF} = \widehat{xAF}$ (Cùng bằng $\widehat{ABF}$) $\Rightarrow$ tia AE trùng với tia Ax Vậy AE là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABF$

Bài 5 (TS10-NAMĐỊNH20192020).

Xét các số $x,\ y,\ z$ thay đổi thoả mãn $x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz = 2$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \dfrac{1}{2}(x + y + z)^2 + 4(x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx)$.

Lời giải.

Ta có: $x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz = (x + y)^3 - 3xy(x - y) + z^3 - 3xyz = 2$

$\Leftrightarrow \left[(x + y)^3 + z^3\right] - 3xy(x + y + z) = 2$

$\Leftrightarrow (x + y + z)^3 - 3z(x + y)(x + y + z) - 3xy(x - y - z) = 2$

$\Leftrightarrow (x + y + z)\left[(x + y + z)^2 - 3z(x + y) - 3xy\right] = 2$

$\Leftrightarrow (x + y + z)(x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2xz + 2yz - 3xz - 3yz - 3xy) = 2$

$\Leftrightarrow (x + y + z)(x^2 + y^2 + z^2 - xy - xz - yz) = 2$

$\Rightarrow x^2 + y^2 + z^2 - xy - xz - yz \neq 0$

Chứng minh: $x^2+y^2+z^2-xy-xz-yz \geq 0$ với mọi $x,y,z \Rightarrow x^2+y^2+z^2-xy-xz-yz > 0 \Rightarrow x+y+z$

Đặt $x+y+z=t$ $(t>0)$, ta có: $x^2+y^2+z^2-xy-xz-yz=\dfrac{t}{2}$ khi đó ta có

$P=\dfrac{1}{2}(x+y+z)^2+4(x^2+y^2+z^2-xy-yz-zx)=\dfrac{t^2}{2}+\dfrac{8}{t}=\left(\dfrac{t^2}{2}+2\right)+\dfrac{8}{t}-2$ Áp dụng BĐT Cô si ta có:

$\dfrac{t^2}{2}+2 \geq 2\sqrt{\dfrac{t^2}{2}.2}=2t$ (dấu bằng xảy ra khi $t=2$)

$2t+\dfrac{8}{t} \geq 2\sqrt{2t.\dfrac{8}{t}}=8$ (dấu bằng xảy ra khi $t=2$)

$P \geq 8-2=6$. Tồn tại $x=y=1$, $z=0$ thì $P=6$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của P là 6.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 19

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10-NGHỆ ÁN-2019-2020

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

Bài 6 (TS10-NgheAn19-20). Rút gọn biểu thức sau:

a) $A=\left(\sqrt{12}-2\sqrt{5}\right)\sqrt{3}+\sqrt{60}$

b) $B=\dfrac{\sqrt{4x}}{x-3}.\sqrt{\dfrac{x^2-6x+9}{x}}$ với $0<x<3$.

Lời giải.

a) $A=\left(\sqrt{12}-2\sqrt{5}\right)\sqrt{3}+\sqrt{60}=\sqrt{36}-2\sqrt{15}+2\sqrt{15}=\sqrt{36}=6$

b) Với $0<x<3$ thì $|x-3|=3-x$ $B=\dfrac{\sqrt{4x}}{x-3}.\sqrt{\dfrac{x^2-6x+9}{x}}=\dfrac{2\sqrt{x}}{x-3}.\sqrt{\dfrac{(x-3)^2}{x}}=\dfrac{-2\sqrt{x}}{3-x}.\dfrac{|x-3|}{\sqrt{x}}=\dfrac{-2\sqrt{x}\,(3-x)}{(3-x)\sqrt{x}}=-2$

Bài 7 (TS10-NgheAn19-20). Xác định hàm số bậc nhất $y=ax+b$, biết rằng đồ thị hàm số đi qua điểm $M(1;-1)$ và $N(2;1)$.

Lời giải.

1) Vì đồ thị hàm số đi qua điểm M(1; -1) nên $a+b=-1$ đồ thị hàm số đi qua điểm N(2; 1) nên $2a+b=1$ Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow\begin{cases}a+b=-1\\2a+b=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=2\\b=-3\end{cases}$ Vậy hàm số phải tìm là y = 2x - 3.

Bài 8 (TS10-NgheAn19-20). Cho phương trình: $x^2-2mx+m^2-m+3=0$ (1), với m là tham số.

a) Giải phương trình (1) với $m=4$.

b) Tìm các giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm x_1, $x_2$và biểu thức:

Lời giải.

2) a) Với m = 4, phương trình (1) trở thành: $x^2-8x+15=0$. Có $\Delta=1>0$ Phương trình có hai nghệm phân biệt $x_1=3$; $x_2=5$;

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

b) Ta có: $\Delta' = (-m)^2 - 1.\left(m^2 - m + 3\right) = m^2 - m^2 + m - 3 = m - 3$. Phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 khi $\Delta' \geq 0 \Leftrightarrow m - 3 \geq 0 \Leftrightarrow m \geq 3$

Với $m \geq 3$, theo định lí Vi-ét ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m \\ x_1.x_2 = m^2 - m + 3 \end{cases}$

Theo bài ra: $P = x_1x_2 - x_1 - x_2 = x_1x_2 - (x_1 + x_2)$

Áp đụng định lí Vi-ét ta được:

$P = m^2 - m + 3 - 2m = m^2 - 3m + 3 = m(m-3) + 3$

Vì $m \geq 3$nên $m(m-3) \geq 0$, suy ra $P \geq 3$. Dấu "= "xảy ra khi $m = 3$. Vậy giá trị nhỏ nhất của P là 3 khi $m = 3$.

$P = x_1x_2 - x_1 - x_2$đạt giá trị nhỏ nhất.

Bài 9 (TS10-NgheAn19-20). Tình cảm gia đình có sức mạnh phi trường. Bạn Vì Quyết Chiến - Cậu bé 13 tuổi qua thương nhớ em trai của mình đã vượt qua một quãng đường dài 180km từ Sơn La đến bệnh viện Nhi Trung ương Hà Nội để thăm em. Sau khi đi bằng xe đạp 7 giờ, bạn ấy được lên xe khách và đi tiếp 1 giờ 30 phút nữa thì đến nơi. Biết vận tốc của xe khách lớn hơn vận tốc của xe đạp là 35km/h. Tính vận tốc xe đạp của bạn Chiến.

Lời giải.

Đổi 1 giờ 30 phút = 1,5 giờ. Gọi vận tốc xe đạp của bạn Chiến là x (km/h, $x > 0$) Vận tốc của ô tô là $x + 35$(km/h) Quãng đường bạn Chiến đi bằng xe đạp là: $7x$ (km) Quãng đường bạn Chiến đi bằng ô tô là: $1{,}5(x + 35)$(km) Do tổng quãng đường bạn Chiến đi là 180km nên ta có phương trình: $7x + 1{,}5(x + 35) = 180 \Leftrightarrow 7x + 1{,}5x + 52{,}2 = 180 \Leftrightarrow 8{,}5x = 127{,}5 \Leftrightarrow x = 15$(thỏa mãn) Vậy bạn Chiến đi bằng xe đạp với vận tốc là 15 km/h.

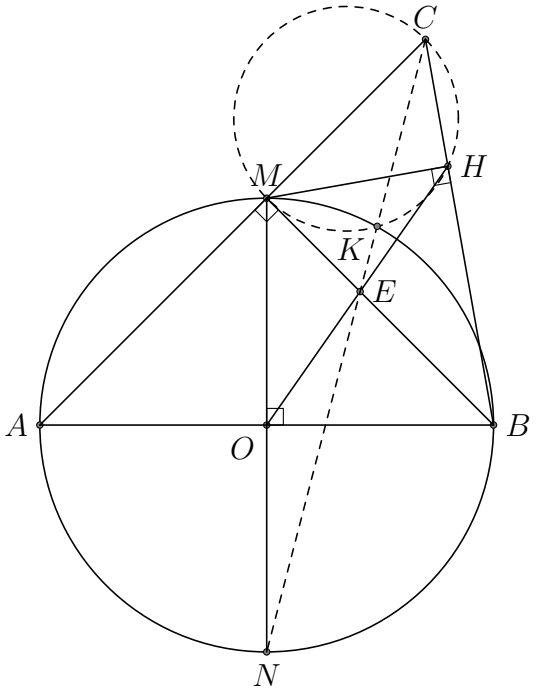
Bài 10 (TS10-NgheAn19-20). Cho đường tròn (O) có hai đường kính AB và MN vuông góc với nhau. Trên tia đối của tia MA lấy điểm C khác điểm M. Kẻ MH vuông góc với BC (H thuộc BC).

a) Chứng minh $BOMH$ là tứ giác nội tiếp.

b) MB cắt OH tại E. Chứng minh $ME.MH = BE.HC$.

c) Gọi giao điểm của đường tròn (O) với đường tròn ngoại tiếp $\triangle MHC$ là K. Chứng minh 3 điểm C, K, E thẳng hàng.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/



Lời giải.

a) Ta có: $\widehat{MOB} = 90^\circ$ (do $AB \perp MN$) và $\widehat{MHB} = 90^\circ$(do $MH \perp BC$)

Suy ra: $\widehat{MOB} + \widehat{MHB} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$

$\Rightarrow$Tứ giác $BOMH$ nội tiếp.

b) $\triangle OMB$ vuông cân tại O nên $\widehat{OBM} = \widehat{OMB}$ (1)

Tứ giác $BOMH$ nội tiếp nên $\widehat{OBM} = \widehat{OHM}$ (cùng chắn cung OM)

và $\widehat{OMB} = \widehat{OHB}$ (cùng chắn cung OB) (2)

Từ (1) và (2) suy ra: $\widehat{OHM} = \widehat{OHB}$

$\Rightarrow HO$ là tia phân giác của $\widehat{MHB} \Rightarrow \dfrac{ME}{BE} = \dfrac{MH}{HB}$ (3)

Áp dụng hệ thức lượng trong $\triangle BMC$ vuông tại M có MH là đường cao ta có: $HM^2 = HC.HB \Rightarrow \dfrac{HM}{HB} = \dfrac{HC}{HM}$ (4)

Từ (3) và (4) suy ra: $\dfrac{ME}{BE} = \dfrac{HC}{HM}$ (5) $\Rightarrow ME.HM = BE.HC$(đpcm)

c) Vì $\widehat{MHC} = 90^\circ$(do $MH \perp BC$) nên đường tròn ngoại tiếp $\triangle MHC$ có đường kính là MC

$\Rightarrow \widehat{MKC} = 90^\circ$(góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

MN là đường kính của đường tròn (O) nên $\widehat{MKN} = 90^\circ$(góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

$\Rightarrow \widehat{MKC} + \widehat{MKN} = 180^\circ \Rightarrow$3 điểm C, K, N thẳng hàng (*)

$\triangle MHC \backsim \triangle BMC$ (g.g) $\Rightarrow \dfrac{HC}{MH} = \dfrac{MC}{BM}$.

Mà $MB = BN$ (do $\triangle MBN$ cân tại B)

$\Rightarrow \dfrac{HC}{HM} = \dfrac{MC}{BN}$, kết hợp với $\dfrac{ME}{BE} = \dfrac{HC}{HM}$ (theo (5))

Suy ra: $\dfrac{MC}{BN}=\dfrac{ME}{BE}$.

Mà $\widehat{EBN}=\widehat{EMC}=90^\circ \Rightarrow \triangle MCE \backsim \triangle BNE$ (c.g.c)

$\Rightarrow \widehat{MEC}=\widehat{BEN}$, mà $\widehat{MEC}+\widehat{BEC}=180^\circ$ (do 3 điểm M,E,B thẳng hàng) $\Rightarrow \widehat{BEC}+\widehat{BEN}=180^\circ$

$\Rightarrow$ 3 điểm C,E,N thẳng hàng (**)

Từ (*) và (**) suy ra 4 điểm C,K,E,N thẳng hàng $\Rightarrow$ 3 điểm C,K,E thẳng hàng (đpcm)

Bài 11 (TS10-NgheAn19-20). Giải phương trình: $\sqrt{5x^2+27x+25}-5\sqrt{x+1}=\sqrt{x^2-4}$.

Lời giải.

ĐKXĐ: $x\geq 2$

Ta có:

$\sqrt{5x^2+27x+25}-5\sqrt{x+1}=\sqrt{x^2-4}$

$\Leftrightarrow \sqrt{5x^2+27x+25}=5\sqrt{x+1}+\sqrt{x^2-4}$

$\Leftrightarrow 5x^2+27x+25=x^2-4+25x+25+10\sqrt{(x+1)(x^2-4)}$

$4x^2+2x+4=10\sqrt{x+1)(x^2-4)}$

$\Leftrightarrow 2x^2+x+2=5\sqrt{(x+1)(x^2-4)}\,(1)$

Cách 1:

$(1)\Leftrightarrow \left(x^2-2x-4\right)\left(4x^2-13x-26\right)=0$ Giải ra được:

$x=1-\sqrt{5}$(loại); $x=1+\sqrt{5}$(nhận); $x=\dfrac{13+3\sqrt{65}}{8}$ (nhận); $x=\dfrac{13-3\sqrt{65}}{8}$ (loại)

Cách 2:

$(1)\Leftrightarrow 5\sqrt{(x^2-x-2)(x+2)}=2\left(x^2-x-2\right)+3(x+2)$ (2)

Đặt $a=\sqrt{x^2-x+2}$; $b=\sqrt{x+2}\,(a\geq 0;\,b\geq 0)$

Lúc đó, phương trình (2) trở thành:

$5ab=2a^2+3b^2\Leftrightarrow 2a^2-5ab+3b^2=0\Leftrightarrow (a-b)(2a-3b)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}a=b\\2a=3b\end{array}\right.$ (*)

- Với $a=b$ thì $\sqrt{x^2-x-2}=\sqrt{x+2}\Leftrightarrow x^2-2x-4\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=1-\sqrt{5}(ktm)\\x=1+\sqrt{5}(tm)\end{array}\right.$

- Với $2a=3b$ thì $2\sqrt{x^2-x-2}=3\sqrt{x+2}\Leftrightarrow 4x^2-13x-26=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=\dfrac{13+3\sqrt{65}}{8}\,(tm)\\x=\dfrac{13-3\sqrt{65}}{8}\,(ktm)\end{array}\right.$

Vậy phương trình đã cho có hai nghiệm: $x=1+\sqrt{5}$ và $x=\dfrac{13+3\sqrt{65}}{8}$.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 20

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10-NINH THUẬN-2019-2020

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

Bài 12 (NinhThuan-TS10-20192020).

Giải bất phương trình $7x-2>4x+3$;

Lời giải.

$7x-2>4x+3 \Leftrightarrow 3x>5 \Leftrightarrow x>\dfrac{5}{3}$.

Vậy nghiệm của bất phương trình là $x>\dfrac{5}{3}$

Bài 13 (NinhThuan-TS10-20192020).

Giải hệ phương trình $\begin{cases}3x+y=1\\x-2y=5\end{cases}$

Lời giải.

Ta có: $\begin{cases}3x+y=1\\x-2y=5\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}6x+2y=2\\x-2y=5\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}7x=7\\x-2y=5\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=1\\1-2.y=5\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=1\\y=-2\end{cases}$

Vậy nghiệm của hệ phương trình là $(x;y)=(1;-2)$.

Bài 14 (NinhThuan-TS10-20192020).

Cho Parabol $(P): y=2x^2$ và đường thẳng $(d): y=3x+2$.

a) Vẽ đồ thị (P) trên hệ trục tọa độ Oxy;

b) Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d).

Lời giải.

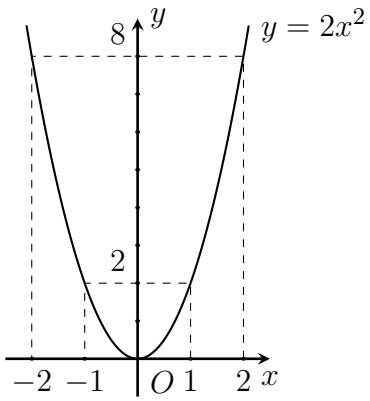
a) Vẽ đồ thị hàm số $y=2x^2$

Bảng giá trị :

x	-2	-1	0	1	2
$y=2x^2$	8	2	0	2	8

Đồ thị hàm số $y=2x^2$là một đường cong parabol đi qua các điểm: $(-2;8)$, $(-1;2)$, $(0;0)$, $(1;2)$, $(2;8)$

Đồ thị như hình vẽ :



b) Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) :

$$2x^2 = 3x + 2 \Leftrightarrow 2x^2 - 3x - 2 = 0 \ (*)$$

Ta có $\Delta = (-3)2^{\smile}4.2.(-2) = 25 > 0 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 5$

$\Rightarrow$ Phương trình (*) có hai nghiệm : $x = \dfrac{-1}{2}$ hoặc $x = 2$.

• Khi $x = \dfrac{-1}{2}$ thì y $= 2.\left(\dfrac{-1}{2}\right)^2 = \dfrac{1}{2}$ ta được giao điểm $\left(\dfrac{-1}{2}; \dfrac{1}{2}\right)$.

• Khi x $= 2$ thì y $= 2.(2)^2 = 8$ ta được giao điểm $(2; 8)$.

Vậy giao điểm của (P) và (d) là $\left(\dfrac{-1}{2}; \dfrac{1}{2}\right)$ và $(2; 8)$.

Bài 15 (NinhThuan-TS10-20192020).

Rút gọn biểu thức: $P = \left(\dfrac{\sqrt{a}}{2} - \dfrac{1}{2\sqrt{a}}\right)\left(\dfrac{\sqrt{a}-1}{\sqrt{a}+1} - \dfrac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}-1}\right)$ với $a > 0$ và $a \neq 1$.

Lời giải.

Với $a > 0$ và $a \neq 1$

Ta có: $P = \left(\dfrac{\sqrt{a}}{2} - \dfrac{1}{2\sqrt{a}}\right)\left(\dfrac{\sqrt{a}-1}{\sqrt{a}+1} - \dfrac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}-1}\right) = \dfrac{a-1}{2\sqrt{a}}.\dfrac{(\sqrt{a}-1)^2 - (\sqrt{a}+1)^2}{(\sqrt{a}-1)(\sqrt{a}+1)} = = \dfrac{a-1}{2\sqrt{a}}.\dfrac{-4\sqrt{a}}{a-1} = -2$

Vậy $P = -2$

Bài 16 (NinhThuan-TS10-20192020).

Chứng minh rằng phương trình: $x^2 - (2m-1)x + 2m - 4 = 0$ luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A = x_1^2 + x_2^2$.

Lời giải.

Ta có $\Delta' = (m-1)^2 - (2m-4) = m^2 - 2m + 1 - 2m + 4 = m^2 - 4m + 5 = \left(m^2 - 4m + 4\right) + 1$

$= (m-2)^2 + 1 > 0$ với mọi m.

$\Rightarrow$ Phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 với mọi m. Theo định lí vi-ét ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m-1) \\ x_1.x_2 = 2m - 4 \end{cases}$

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Theo đề bài ta có: $A = x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2$.

$\Rightarrow A = 4(m-1)^2 - 2(2m-4)$

$= 4m^2 - 8m + 4 - 4m + 8 = (2m)^2 - 2 \cdot 2m \cdot 3 + 3^2 + 3 = (2m-3)^2 + 3 \geq 3, \ \forall m.$

Vậy giá trị nhỏ nhất của A bằng 3 khi $m = \dfrac{3}{2}$.

Bài 17 (NinhThuan-TS10-20192020).

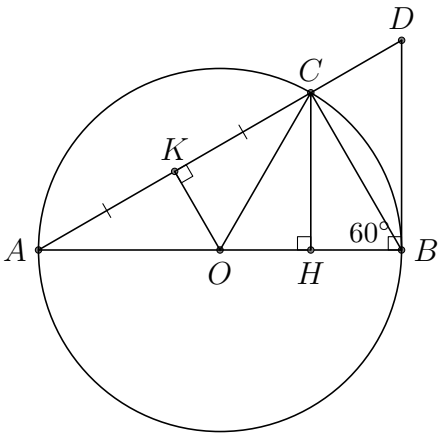
Cho ΔABC vuông tại C nội tiếp trong đường tròn tâm O, đường kính $AB = 2R$, $\widehat{ABC} = 60^\circ$. Gọi H là chân đường cao hạ từ C xuống AB, K là trung điểm đoạn thẳng AC. Tiếp tuyến tại B của đường tròn tâm O cắt AC kéo dài tại điểm D.

a) Chứng minh tứ giác $CHOK$ nội tiếp trong một đường tròn

b) Chứng minh rằng $AC \cdot AD = 4R^2$.

c) Tính theo R diện tích của phần tam giác ABD nằm ngoài hình tròn tâm O.

Lời giải.



a) Chứng minh tứ giác $CHOK$ nội tiếp trong một đường tròn Vì K là trung điểm của dây cung AC nên $OK \perp AC \Rightarrow \widehat{CKO} = 90^\circ$

Xét tứ giác $CHOK$ có :

$\widehat{CKO} = 90^\circ$ (cmt)

$\widehat{CHO} = 90^\circ$ (vì $CH \perp AB$)

Vì $\widehat{CKO} + \widehat{CHO} = 90^\circ + 90^\circ = 180^0$ nên tứ giác $CHOK$ nội tiếp.

b) Chứng minh rằng $AC \cdot AD = 4R^2$.

Xét ΔACB và ΔABD có :

$\widehat{ACB} = \widehat{ABD} = 90^\circ$

$\widehat{BAD}$ là góc chung

Vậy $\Delta ACB \backsim \Delta ABD(g-g) \Rightarrow \dfrac{AC}{AB} = \dfrac{AB}{AD} \Rightarrow AC \cdot AD = AB^2 = (2R)^2 = 4R^2$ (đpcm)

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

c) Tính theo R diện tích của phần tam giác ABD nằm ngoài hình tròn tâm O.

Gọi S là diện tích của phần tam giác ABD nằm ngoài hình tròn tâm O

Khi đó : $S = S_{\Delta ABD} - S_{\Delta ABC} - S_{vp}$

Ta có : $OB = OC = bk$, $\widehat{ABC} = 60°$⇒ΔOBC là tam giác đều ⇒ $OB = OC = BC = R$ và $\widehat{BOC} = 60°$

Lại có $CH \perp AB \Rightarrow H$ là trung điểm $OB \Rightarrow BH = \dfrac{R}{2} \Rightarrow AH = \dfrac{3R}{2}$

Trong ΔCHB vuông tại H có: $CH^2 + BH^2 = BC^2 \Rightarrow CH = \sqrt{BC^2 - HB^2} = \sqrt{R^2 - \dfrac{R^2}{4}} = \dfrac{R\sqrt{3}}{2}$

Vì $CH \parallel BD$ (cùng vuông góc với AB) nên $\dfrac{AH}{AB} = \dfrac{CH}{BD} \Rightarrow BD = \dfrac{AB \cdot CH}{AH} = \dfrac{2R \cdot \dfrac{R\sqrt{3}}{2}}{\dfrac{3R}{2}} = \dfrac{2R\sqrt{3}}{3}$

Khi đó: $S_{\Delta ABD} = \dfrac{1}{2} AB \cdot BD = \dfrac{1}{2} \cdot 2R \cdot \dfrac{2R\sqrt{3}}{3} = \dfrac{2R^2\sqrt{3}}{3}$

$S_{\Delta ABC} = \dfrac{1}{2} CH \cdot AB = \dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{R\sqrt{3}}{2} \cdot 2R = \dfrac{R^2\sqrt{3}}{2}$

$S_{vp} = S_{qBOC} - S_{\Delta BOC} = \dfrac{\pi \cdot R^2 \cdot 60}{360} - \dfrac{1}{2} \cdot OB \cdot CH = \dfrac{\pi R^2}{6} - \dfrac{1}{2} R \cdot \dfrac{R\sqrt{3}}{2} = \dfrac{\pi R^2}{6} - \dfrac{R^2\sqrt{3}}{4}$

Vậy diện tích phần tam giác ABD nằm ngoài hình tròn tâm O là :

$S = S_{\Delta ABD} - S_{\Delta ABC} - S_{vp} = \dfrac{2R^2\sqrt{3}}{3} - \dfrac{R^2\sqrt{3}}{2} - \left(\dfrac{\pi R^2}{6} - \dfrac{R^2\sqrt{3}}{4}\right) = \dfrac{R^2\left(10\sqrt{3} - \pi\right)}{12}$ (đvdt)

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 21

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10-QUẢNG NAM-2019-2020

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

Bài 18 (QuảngNam-TS10-20192020).

a) Rút gọn biểu thức $A=\sqrt{12}+\sqrt{\left(\sqrt{2}-1\right)^2}-\dfrac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$

b) Cho biểu thức $B=\dfrac{1}{x+\sqrt{x}}+\dfrac{2\sqrt{x}}{x-1}-\dfrac{1}{x-\sqrt{x}}$ với $x>0$ và $x\neq 1$.
Rút gọn biểu thức B và tìm x để $B=8$.

Lời giải.

$$\begin{aligned}
A=&\ \sqrt{12}+\sqrt{\left(\sqrt{2}-1\right)^2}-\dfrac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}\\
A=&\ 2\sqrt{3}+\left|\sqrt{2}-1\right|-\dfrac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{(\sqrt{3}-\sqrt{2})(\sqrt{3}+\sqrt{2})}\\
A=&\ 2\sqrt{3}+\sqrt{2}-1-\sqrt{3}-\sqrt{2}\\
A=&\ \sqrt{3}-1
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
B=&\ \dfrac{1}{x+\sqrt{x}}+\dfrac{2\sqrt{x}}{x-1}-\dfrac{1}{x-\sqrt{x}}\\
B=&\ \dfrac{1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)}+\dfrac{2\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}-\dfrac{1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)}\\
B=&\ \dfrac{\sqrt{x}-1+2x-\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}\\
B=&\ \dfrac{2x-2}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}=\dfrac{2(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}=\dfrac{2}{\sqrt{x}}
\end{aligned}$$

$B=8\Leftrightarrow\dfrac{2}{\sqrt{x}}=8\Leftrightarrow\sqrt{x}=\dfrac{1}{4}\Leftrightarrow x=\dfrac{1}{16}(TMK)$

Bài 19 (QuảngNam-TS10-20192020).

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho parabol (P) $y=\dfrac{1}{2}x^2$.

a) Vẽ parabol (P).

b) Hai điểm $A,\ B$ thuộc (P). có hoành độ lần lượt là $2;\ -1$. Viết phương trình đường thẳng đi qua hai điểm A và B.

Lời giải.

a) HS tự vẽ.

b) Lấy hai điểm A, B thuộc (P) là $A(2;2);\ B\left(-1;\frac{1}{2}\right)$

Gọi phương trình đường thẳng cần tìm là $y=ax+b$

Vì $A(2;2);\ B(-1;\frac{1}{2})$ thuộc đường thẳng $y=\mathrm{a}x+b$ nên ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases}2a+b=2\\ \frac{1}{2}a+b=-1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2a+b=2\\ a+2b=-2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2a+b=2\\ 2a+4b=-4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=2\\ b=-2.\end{cases}$$

Vậy đường thẳng cần tìm là $y=2x-2$.

Bài 20 (QuảngNam-TS10-20192020).

a) Giải phương trình $x^4+2x^2-8=0$.

b) Cho phương trình $x^2-(2m+1)x+m^2+1=0$ (m là tham số). Tìm giá trị nguyên của m để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt $x_1;\ x_2$ sao cho biểu thức $P=\dfrac{x_1.x_2}{x_1+x_2}$ có giá trị nguyên.

Lời giải.

a) Đặt $x^2=t\geq 0$, phương trình trở thành $t^2+2t-8=0$ (1)

$\Delta'=1^2-1.(-8)=9>0\Rightarrow\sqrt{\Delta'}=\sqrt{9}=3$

Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt:

$t_1=\dfrac{-b'+\sqrt{\Delta'}}{a}=\dfrac{-1+3}{1}=2(TM);\ t_2=\dfrac{-b'-\sqrt{\Delta'}}{a}=\dfrac{-1-3}{1}=-4(KTM)$

Với $t=2$, ta có: $x=2\Rightarrow x=\pm\sqrt{2}$

Vậy phương trình có tập nghiệm $S=\left\{\sqrt{2};-\sqrt{2}\right\}$

b) $x^2-(2m+1)x+m^2+1=0$

Ta có $\Delta=(2m+1)^2-(m^2+1)=4m^2+4m+4-m^2-1=3m^2+4m+3=3(>0\ \forall m\Rightarrow$

Phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt với mọi m.

Theo hệ thức Vi-et ta có: $\begin{cases}x_1+x_2=-\dfrac{b}{a}=2m+1\\ x_1.x_2=\dfrac{c}{a}=m^2+1\end{cases}$

Theo đề ta có $P=\dfrac{x_1.x_2}{x_1+x_2}=\dfrac{m^2+1}{2m+1}$

Để P có giá trị nguyên thì $m^2+1\vdots 2m+1\Rightarrow 4m^2+1\vdots 2m+1\Rightarrow(2m-1)(2m+1)+2\vdots 2m+1$

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

$\Rightarrow 2 \vdots 2m+1 \Rightarrow 2m+1 \in \text{Ư}(2) = \{\pm 1; \pm 2\}$

$+\ 2m+1 = 1 \Rightarrow m = 0 \in \mathbb{Z}$

$+\ 2m+1 = -1 \Rightarrow m = -1 \in \mathbb{Z}$

$+\ 2m+1 = 2 \Rightarrow m = \dfrac{1}{2} \notin \mathbb{Z}$

$+\ 2m+1 = -2 \Rightarrow m = \dfrac{-3}{2} \notin \mathbb{Z}$

Vậy $m \in \{0; -1\}$ thì phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt $x_1; x_2$ sao cho biểu thức $P = \dfrac{x_1.x_2}{x_1 + x_2}$ có giá trị nguyên.

Bài 21 (QuảngNam-TS10-20192020).

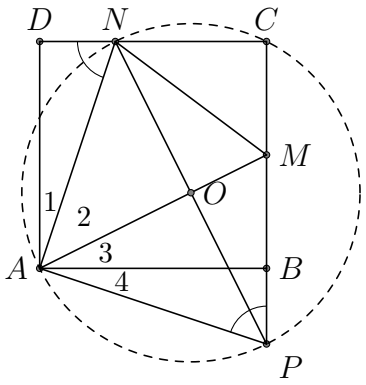
Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng $6cm$. Điểm N nằm trên cạnh CD sao cho $DN = 2cm$, P là điểm nằm trên tia đối của tia BC sao cho $BP = DN$.

a) Chứng minh $\Delta ABP = \Delta ADN$ và tứ giác $ANCP$ nội tiếp đường tròn.

b) Tính độ dài đường tròn ngoại tiếp tứ giác $ANCP$.

c) Trên cạnh BC, lấy điểm M sao cho $\widehat{MAN} = 45°$. Chứng minh $MP = MN$ và tính diện tích tam giác AMN.

Lời giải.



a) Xét ΔABP và ΔADN, có:

$AB = AD(gt)$;

$\widehat{ABP} = \widehat{ADN}(= 90°)$;

$BP = DN(= 2cm)$

$\Rightarrow \Delta ABP = \Delta ADN(c.g.c) \Rightarrow \widehat{APB} = \widehat{AND}$

$\Rightarrow$ Tứ giác $ANCP$ nội tiếp đường tròn.

b) Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác $ANCP$

Tứ giác $ANCP$ nội tiếp, có $\widehat{NCP} = 90°$

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

$\Rightarrow NP$ là đường kính của đường tròn (O) và $\widehat{NAP} = 90^\circ$

$\Rightarrow NP = \sqrt{AN^2 + AP^2} = \sqrt{2}AN$ (1)

ΔADN vuông tai D, nên: $AN = \sqrt{AD^2 + DN^2} = \sqrt{6^2 + 2^2} = 2\sqrt{10}$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra: $NP = \sqrt{2} \cdot 2\sqrt{10} = 4\sqrt{5}$ (cm)

$\Rightarrow$ Bán kính đường tròn ngoại tiếp tứ giác $ANCP$ là $2\sqrt{5}\,(cm)$

Độ dài đường tròn ngoại tiếp tứ giác $ANCP$ là: $C = 2\pi R = 2\pi \cdot 2\sqrt{5} = 4\sqrt{5}\pi$ (cm)

c) Ta có $\widehat{A_1} + \widehat{A_2} + \widehat{A_3} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{A_1} + \widehat{A_3} = 45^\circ$

Mà $\widehat{A_1} = \widehat{A_4}$ nên $\widehat{A_4} + \widehat{A_3} = 45^\circ \Rightarrow \widehat{MAP} = 45^\circ$

Xét ΔMAN và ΔMAP, có:

AM: cạnh chung;

$\widehat{MAN} = \widehat{MAP}(= 45^\circ)$; $AN = AP$

Do đó $\Delta MAN = \Delta MAP$ (c.g,c) $\Rightarrow MN = MP$

Ta có $AN = AP; MN = MP; ON = OP \Rightarrow AM \perp NP$ tại O.

Ta có: $\Delta POM \backsim \Delta PCN(g.g) \Rightarrow PM \cdot PC = PO \cdot PN \Rightarrow PM = \dfrac{PO \cdot PN}{PC} = \dfrac{2\sqrt{5} \cdot 4\sqrt{5}}{8} = 5(cm)$

$\Rightarrow BM = 3(cm)$

$AM = \sqrt{AB^2 + BM^2} = \sqrt{6^2 + 3^2} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}(cm)$

$S_{ANM} = \dfrac{1}{2} \cdot AM \cdot NO = \dfrac{1}{2} \cdot 3\sqrt{5} \cdot 2\sqrt{5} = 15(cm^2)$

Bài 22 (QuảngNam-TS10-20192020).

Cho hai số thực x, y thỏa mãn $x \geq 3; y \geq 3$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$T = 21\left(x + \frac{1}{y}\right) + 3\left(y + \frac{1}{x}\right)$$

Lời giải.

$$\begin{aligned} T &= 21x + \frac{21}{y} + 3y + \frac{3}{x} \\ &= \frac{x}{3} + \frac{62}{3}x + \frac{3}{x} + \frac{21}{y} + \frac{7}{3}y + \frac{2}{3}y \\ &= \left(\frac{x}{3} + \frac{3}{x}\right) + \left(\frac{21}{y} + \frac{7}{3}y\right) + \frac{62}{3}x + \frac{2}{3}y \\ &\geq 2 + 14 + 62 + 2 \\ &= 80 \end{aligned}$$

Dấu $=$ xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 3 \end{cases}$

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Vậy giá trị nhỏ nhất của T là 80 khi $x = 3; y = 3$.

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 22

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 NĂM HỌC 2019-2020, QUẢNG NINH

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Bài 1.

a) Thực hiện phép tính: $2\sqrt{9}-3\sqrt{4}$.

b) Rút gọn các biểu thức: $\sqrt{\dfrac{28(a-2)^2}{7}}$, với $a>2$.

c) Tìm tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^2$ và đồ thị hàm số $y=3x-2$.

Lời giải.

a) Ta có $2\sqrt{9}-3\sqrt{4}=2\cdot 3-3\cdot 2=0$.

b) Ta có $\sqrt{\dfrac{28(a-2)^2}{7}}=\sqrt{4(a-2)^2}=2\cdot|(a-2)|=2(a-2)$ (do $a>2$ nên $|a-2|=a-2$).

c) Hoành độ giao điểm của đồ thị hai hàm số đã cho là nghiệm của PT: $x^2=3x-2$.
Giải được hai nghiệm: $x_1=1; x_2=2$.
Từ đó tìm được hai giao điểm có tọa độ là: $(1;1)$ và $(2;4)$.

Bài 2. Cho phương trình: $x^2+2x+m-1=0$, với m là tham số.

a) Giải phương trình với $m=1$.

b) Tìm giá trị của m để phương trình đã cho hai nghiệm phân biệt x_1 và x_2 thỏa mãn:

$$x_1^3+x_2^3-6x_1x_2=4(m-m^2).$$

Lời giải.

a) Với $m=1$ phương trình có dạng: $x^2+2x=0\Leftrightarrow x(x+2)=0\Leftrightarrow x_1=0; x_2=-2$.

b) Để phương trình hai nghiệm phân biệt thì $\Delta > 0 \Leftrightarrow m < 2$.

Theo hệ thức Vi-ét có $\begin{cases} x_1 + x_2 = -2 \\ x_1 \cdot x_2 = m - 1. \end{cases}$

Do đó

$$\begin{aligned} & x_1^3 + x_2^3 - 6x_1x_2 = 4(m - m^2) \\ \Leftrightarrow\ & (x_1 + x_2)^3 - 3x_1x_2(x_1 + x_2) - 6x_1x_2 = 4(m - m^2) \\ \Leftrightarrow\ & (-2)^3 = 4(m - m^2) \Leftrightarrow m^2 - m - 2 = 0 \\ \Leftrightarrow\ & \left[\begin{array}{l} m = -1 \text{ (nhận)} \\ m = 2 \text{ (loại).} \end{array}\right. \end{aligned}$$

Vậy $m = -1$.

Bài 3. *Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình*: Hai người thợ cùng làm một công việc trong 9 ngày thì xong. Mỗi ngày, lượng công việc của người thợ thứ hai làm được nhiều gấp ba lần lượng công việc của người thợ thứ nhất. Hỏi nếu làm một mình thì mỗi người làm xong công việc đó trong bao nhiêu ngày?

Lời giải.

Gọi x (ngày), y (ngày) lần lượt là thời gian hoàn thành công việc một mình của người thứ nhất và người thứ hai, $(x, y) \in N^*$).

Do hai người cùng làm trong 9 ngày thì xong công việc nên: $\dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{y} = \dfrac{1}{9}$ (1)

Trong cùng một ngày người thứ hai làm được nhiều gấp ba lần người thứ nhất nên $\dfrac{1}{y} = \dfrac{3}{x}$ (2)

Từ (1) và (2) giải hệ tìm được $x = 36$; $y = 12$ (thỏa mãn).

Vậy nếu làm một mình xong công việc người thứ nhất làm hết 36 ngày, người thứ hai làm hết 12 ngày.

Bài 4. Cho đường tròn $(O; R)$, hai đường kính AB và CD vuông góc với nhau. Gọi E là điểm thuộc cung nhỏ BC (E không trùng với B và C), tiếp tuyến của đường tròn $(O; R)$ tại E cắt đường thẳng AB tại I. Gọi F là giao điểm của DE và AB, K là điểm thuộc đường thẳng IE sao cho KF vuông góc với AB.

a) Chứng minh tứ giác $OKEF$ nội tiếp.

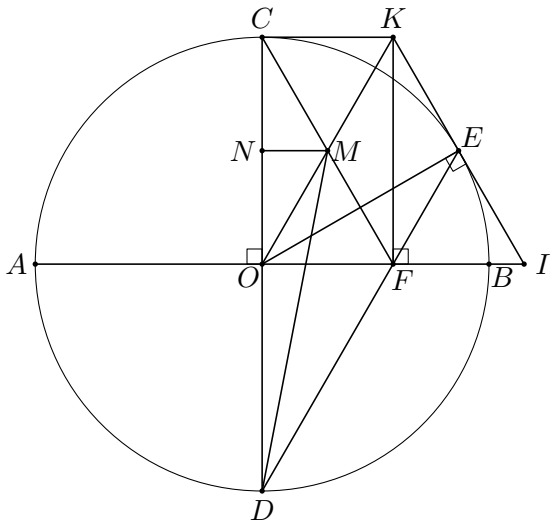
b) Chứng minh $\widehat{OKF} = \widehat{ODF}$.

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

c) Chứng minh $DE \cdot DF = 2R^2$.

d) Gọi M là giao điểm của OK với CF, tính tan $\widehat{MDC}$ khi $\widehat{EIB} = 45°$.

Lời giải.



a) Có $KF \perp OF$ nên $\widehat{KFO} = 90°$ và $IE \perp OE$ nên $\widehat{KEO} = 90°$.
Suy ra $\widehat{KFO} = \widehat{KEO}$, hay tứ giác $OKEF$ nội tiếp.

b) Vì tứ giác $OKEF$ nội tiếp nên $\widehat{OKF} = \widehat{OEF}$; $\triangle OED$ cân ở $O(OE = OD)$ nên $\widehat{ODF} = \widehat{OED}$.
Vậy $\widehat{OKF} = \widehat{ODF}$.

c) Xét $\triangle OFD$ và $\triangle ECD$ ta có $\widehat{EDC}$ chung, $\widehat{CED} = \widehat{FOD} = 90°$.
Suy ra $\triangle OFD$ đồng dạng với $\triangle ECD$
$\Rightarrow \dfrac{OD}{ED} = \dfrac{FD}{CD} \Rightarrow R \cdot 2R = FD \cdot ED$ hay $FD \cdot ED = 2R^2$.

d) Kẻ MN vuông góc CD tại N.
Ta có $\widehat{OKF} = \widehat{ODF}$, $\widehat{KFO} = \widehat{DOF} = 90° \Rightarrow \triangle KFO = \triangle DOF \Rightarrow KF = DO = OC = R$.
Có $KF \perp AB$, $CO \perp AB \Rightarrow KF \parallel OC \Rightarrow CKFO$ là hình chữ nhật $\Rightarrow M$ là trung điểm của $CF \Rightarrow N$ là trung điểm của $OC \Rightarrow DN = OD + ON = R + \dfrac{R}{2} = \dfrac{3}{2}R$.
Mặt khác ta có $\widehat{EIB} = 45°$ nên $\triangle FKI$ vuông cân tại $F \Rightarrow FI = FK = R$.
Ta có $\triangle EOI$ vuông cân tại $E \Rightarrow OI = R\sqrt{2} \Rightarrow OF = OI - FI = (\sqrt{2} - 1)R$.
Do đó $MN = \dfrac{1}{2}FO = \dfrac{(\sqrt{2} - 1)}{2}R$.
Suy ra $\tan \widehat{MDC} = \dfrac{MN}{DN} = \dfrac{\sqrt{2} - 1}{3}$.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Bài 5. Cho x, y, z là các số thực dương thỏa mãn $x+y+z \le 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \dfrac{1}{x^2+y^2+z^2} + \dfrac{1}{xy+yz+zx}$.

Lời giải.

Ta có $xy+yz+zx \le \dfrac{(x+y+z)^3}{3} \le \dfrac{1}{3}$ nên $\dfrac{2017}{xy+yz+zx} \ge 6051$.

Áp dụng *BĐT* $(x+y+z)(\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}+\dfrac{1}{z}) \ge 9$, ta có:

$$[(x^2+y^2+z^2)+(xy+yz+zx)+(xy+yz+zx)]\left(\frac{1}{x^2+y^2+z^2}+\frac{1}{xy+yz+zx}+\frac{1}{xy+yz+zx}\right)$$

$$\Leftrightarrow \quad (x^2+y^2+z^2+2xy+2yz+2zx)\left(\frac{1}{x^2+y^2+z^2}+\frac{1}{xy+yz+zx}+\frac{1}{xy+yz+zx}\right) \ge 9.$$

Hay $\dfrac{1}{x^2+y^2+z^2} + \dfrac{2}{xy+yz+zx} \ge 9$.

Từ đó ta có: $P = \dfrac{1}{x^2+y^2+z^2} + \dfrac{2}{xy+yz+zx} + \dfrac{2017}{xy+yz+zx} \ge 9+6051 = 6060$.

Vậy GTNN của P là 6060 khi và chỉ khi $x=y=z=\dfrac{1}{3}$.

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 23

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 NĂM HỌC 2019-2020, THÁI BÌNH

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Bài 1. Cho $A=\dfrac{x+\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+1}$ và $B=\dfrac{1}{\sqrt{x}-1}-\dfrac{x+2}{x\sqrt{x}-1}-\dfrac{\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}+1}$ với $x\geq 0$, $x\neq 1$.

a) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=2$.

b) Rút gọn biểu thức B.

c) Tìm x sao cho $C=-A\cdot B$ nhận giá trị là số nguyên.

Lời giải.

a) Có $A=\dfrac{x+\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+1}=\dfrac{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)}{x-1}=\dfrac{\sqrt{x^3}-1}{x-1}$.
Khi $x=2\Rightarrow A=2\sqrt{2}-1$.

b) Có

$$\begin{aligned}B&=\frac{1}{\sqrt{x}-1}-\frac{x+2}{x\sqrt{x}-1}-\frac{\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}+1}\\&=\frac{x+\sqrt{x}+1-(x+2)-(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)}{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)}\\&=\frac{-x+\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)}=\frac{-\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1}.\end{aligned}$$

c) Có $C=-A\cdot B=-\dfrac{\sqrt{x^3}-1}{x-1}\left(\dfrac{-\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1}\right)=\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}=1-\dfrac{1}{\sqrt{x}+1}$.
Có $\sqrt{x}+1\geq 1$, $x\geq 0$, $x\neq 1$.
C nhận giá trị là số nguyên $\Leftrightarrow \sqrt{x}+1=1\Leftrightarrow x=0$ (nhận).

Bài 2.

a) Giải hệ phương trình $\begin{cases}4x+y=3\\2x-y=1\end{cases}$ (không sử dụng máy tính cầm tay).

b) Một mảnh vườn hình chữ nhật có diện tích 150 m^2. Biết rằng, chiều dài mảnh vườn hơn chiều rộng mảnh vườn là 5 m. Tính chiều rộng mảnh vườn.

Lời giải.

a) Có $\begin{cases} 4x+y=3 \\ 2x-y=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x=4 \\ 2x-y=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\dfrac{2}{3} \\ y=\dfrac{1}{3}. \end{cases}$

Vậy nghiệm của hệ là $\left(\frac{2}{3};\frac{1}{3}\right)$.

b) Gọi x, y lần lượt là chiều dài, chiều rộng của mảnh vườn, điều kiện: $xy>0$, $x>y$.

Có $\begin{cases} x-y=5 \\ xy=150 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=y+5 \\ y(y+5)=150 \quad (1) \end{cases}$.

$(1) \Leftrightarrow y^2+5y-150=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y=10 \text{ (nhận)} \\ y=-15 \text{ (loại).} \end{array}\right.$

Vậy chiều rộng mảnh vườn là 10 (m).

Bài 3. Cho hàm số $y=(m-4)x+m+4$ (m là tham số)

a) Tìm m để hàm số đã cho là hàm số bậc nhất đồng biến trên $\mathbb{R}$.

b) Chứng minh rằng với mọi giá trị của m thì đồ thị hàm số đã cho luôn cắt parabol $(P)\colon y=x^2$ tại hai điểm phân biệt. Gọi x_1, x_2 là hoành độ các giao điểm, tìm m sao cho $x_1(x_1-1)+x_2(x_2-1)=18$.

c) Gọi đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng (d). Chứng minh khoảng cách từ điểm $O(0;0)$ đến (d) không lớn hơn $\sqrt{65}$.

Lời giải.

a) $y=(m-4)x+m+4$ đồng biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow m-4>0 \Leftrightarrow m>4$.

Vậy $m>4$ thì hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

b) $d\colon y=(m-4)x+m+4$, $(P)\colon y=x^2$.

Phương trình hoành độ giao điểm của (d), (P): $x^2=(m-4)x+m+4 \Leftrightarrow x^2-(m-4)x-(m+4)=0(1)$.

Có $a=1\neq 0$; $\Delta=(m-4)^2+4(m+4)=m^2-4m+32=(m-2)^2+28>0, \forall m\in\mathbb{R}$.

Do có $\begin{cases} a\neq 0 \\ \Delta>0, \forall m\in\mathbb{R} \end{cases}$.

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

Suy ra (d) cắt luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt.

Theo định lí Vi-ét ta có $\begin{cases} x_1+x_2=m-4 \\ x_1x_2=-(m+4). \end{cases}$

Do đó

$$\begin{aligned} & x_1(x_1-1)+x_2(x_2-1)=18 \Leftrightarrow x_1^2+x_2^2-(x_1+x_2)-18=0 \\ \Leftrightarrow\ & (x_1+x_2)^2-2x_1x_2-(x_1+x_2)-18=0 \Leftrightarrow (m-4)^2+2(m+4)-(m-4)-18=0 \\ \Leftrightarrow\ & m^2-7m+10=0 \Leftrightarrow (m-5)(m-2)=0 \\ \Leftrightarrow\ & \left[\begin{array}{l} m=5 \\ m=2 \end{array}\right. . \end{aligned}$$

Vậy $m=5$, $m=2$ thỏa yêu cầu bài.

c) $d\colon y=(m-4)x+m+4$ cắt trục Ox,Oy lần lượt ở $A\left(-\dfrac{m+4}{m-4};0\right)$ và $B(0;m+4)$.

Trường hợp 1: Xét $m-4=0 \Leftrightarrow m=4$, thì $d\colon y=8$, (d) song song trục Ox, (d) cắt trục Oy tại $B(0;8)$.

Có khoảng cách từ O đến đường thẳng (d) là $OB=8$.

Trường hợp 2: $m-4\neq 0 \Leftrightarrow m\neq 4$.

Gọi H là hình chiếu của O lên đường thẳng (d).

$\triangle OAB$ vuông tại O có $OH\perp AB$.

$$\frac{1}{OH^2}=\frac{1}{OA^2}+\frac{1}{OB^2}=\frac{(m-4)^2}{(m+4)^2}+\frac{1}{(m+4)^2}=\frac{(m-4)^2+1}{(m+4)^2} \Rightarrow OH^2=\frac{(m+4)^2}{(m-4)^2+1}.$$

Giả sử

$$\begin{aligned} & OH>\sqrt{65} \Leftrightarrow OH^2>65 \\ \Leftrightarrow\ & \frac{(m+4)^2}{(m-4)^2+1}>65 \Leftrightarrow m^2+8m+16>65(m^2-8m+17) \\ \Leftrightarrow\ & 64m^2-528m+1089<0 \Leftrightarrow (8m)^2-2\cdot 16\cdot 8m+33^2<0 \\ \Leftrightarrow\ & (8m-33)^2<0 \text{ (sai)}. \end{aligned}$$

Vậy $OH\leq\sqrt{65}$.

Bài 4. Cho đường tròn tâm O đường kính AB. Kẻ dây cung CD vuông góc với AB tại H (H nằm giữa A và O, H khác A và O). Lấy điểm G thuộc CH (G khác C và H), tia AG cắt đường tròn tại E khác A.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

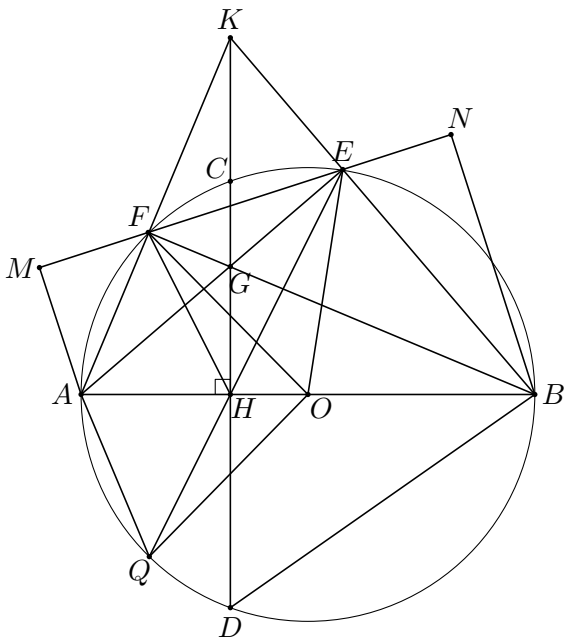
a) Chứng minh tứ giác $BEGH$ là tứ giác nội tiếp.

b) Gọi K là giao điểm của hai đường thẳng BE và CD. Chứng minh: $KC \cdot KD = KE \cdot KB$.

c) Đoạn thẳng AK cắt đường tròn O tại F khác A. Chứng minh G là tâm đường tròn nội tiếp tam giác HEF.

d) Gọi M, N lần lượt là hình chiếu vuông góc của A và B lên đường thẳng EF. Chứng minh $HE + HF = MN$.

Lời giải.



a) Có $\widehat{BHG} = \widehat{BEG} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{BHG} + \widehat{BEG} = 180^\circ$.
$\Rightarrow$ Tứ giác $BEGH$ nội tiếp đường tròn đường kính BG.

b) Có $\widehat{KEC} = \widehat{KDB}$, $\widehat{EKC} = \widehat{DKB}$ (góc chung)
$\Rightarrow \triangle KEC \backsim \triangle KDB \Rightarrow \dfrac{KE}{KD} = \dfrac{KC}{KB} \Rightarrow KC \cdot KD = KE \cdot KB$

c) $\triangle KAB$ có ba đường cao AE, BF, KH đồng qui tại G. Suy ra G là trực tâm của $\triangle KAB$.
Có $\widehat{GHE} = \widehat{GBE} = \dfrac{1}{2}\text{sđ}\overset{\frown}{GE}$ (trong đường tròn $BEGH$).
Có $\widehat{GBE} = \widehat{GAF} = \dfrac{1}{2}\text{sđ}\overset{\frown}{EF}$ (trong đường tròn (O)).
Có $\widehat{GAF} = \widehat{GHF} = \dfrac{1}{2}\text{sđ}\overset{\frown}{EG}$ (tứ giác $AFGH$ nội tiếp đường tròn đường kính AG).

Suy ra $\widehat{GHE} = \widehat{GHF} \Rightarrow HG$ là tia phân giác của $\widehat{EHF}$.

Tương tự EG là tia phân giác của $\widehat{FEG}$.

$\triangle EHF$ có hai tia phân giác HG và EG cắt nhau tại G.

Suy ra G là tâm đường tròn nội tiếp $\triangle EHF$.

d) Gọi Q là giao điểm của tia EH và đường tròn (O).

Có $\widehat{EOB} = 2\widehat{EFB} = \text{sđ}\overset{\frown}{EB}$, $2\widehat{EFB} = \widehat{EFO}$ (do FG là tia phân giác của $\widehat{EFH}$)

$\Rightarrow \widehat{EOB} = \widehat{EFH} \Rightarrow$ Tứ giác $EFHO$ nội tiếp đường tròn

$\Rightarrow \widehat{FOH} = \widehat{FEH} = \frac{1}{2}\text{sđ}\overset{\frown}{EQ} = \frac{1}{2}\widehat{FOQ} \Rightarrow \widehat{FOH} = \frac{1}{2}\widehat{FOQ}$

$\Rightarrow OH$ là tia phân giác của $\widehat{FOQ}$.

Mặt khác $\triangle OFH, \triangle OQH$ có OH chung, $OF = OQ$, $\widehat{FOH} = \widehat{QOH}$

$\Rightarrow \triangle OFH = \triangle OQH \Rightarrow HF = HQ$.

Do đó $HE + HF = HE + HQ = EQ$.

Có $\widehat{AMN} = \widehat{MNT} = \widehat{NTA} = 90^\circ$. Suy ra $AMNT$ là hình chữ nhật, nên $AT = MN$.

Suy ra $\overset{\frown}{AQ} = \overset{\frown}{FA} = \overset{\frown}{ET} \Rightarrow AE \parallel QT$, mà $AETQ$ nội tiếp đường tròn (O).

$\Rightarrow AETQ$ là hình thang cân $\Rightarrow EQ = AT = MN$.

Vậy $HE + HF = MN$.

Bài 5. Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn $a + b + c + ab + bc + ac = 6$. Chứng minh rằng: $\frac{a^3}{b} + \frac{b^3}{c} + \frac{c^3}{a} \geq 3$.

Lời giải.

Đặt $P = \frac{a^3}{b} + \frac{b^3}{c} + \frac{c^3}{a}$.

Có a, b, c là các số thực dương, theo bất đẳng thức AM-GM có: $\begin{cases} \frac{a^3}{b} + ab \geq 2a^2 \\ \frac{b^3}{c} + bc \geq 2b^2 \\ \frac{c^3}{a} + ac \geq 2c^2 \end{cases}$

$\Rightarrow P = \frac{a^3}{b} + \frac{b^3}{c} + \frac{c^3}{a} \geq 2(a^2 + b^2 + c^2) - (ab + bc + ac)$ mà $a + b + c + ab + bc + ac = 6$.

$\Rightarrow P \geq 2(a^2 + b^2 + c^2) + (a + b + c) - 6$.

Có

$$\begin{aligned} & (a-b)^2 + (b-c)^2 + (a-c)^2 \geq 0 \\ \Rightarrow\ & 2(a^2 + b^2 + c^2) \geq 2(ab + bc + ca) \\ \Rightarrow\ & 3(a^2 + b^2 + c^2) \geq (a + b + c)^2. \end{aligned}$$

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Suy ra $P \geq \frac{2}{3}(a+b+c)^2 + (a+b+c) - 6$.

Có $ab+bc+ca \leq a^2+b^2+c^2 \Rightarrow 3(ab+bc+ac) \leq (a+b+c)^2$.

Do đó

$$\begin{aligned} & 6 = a+b+c+ab+bc+ac \leq a+b+c+\frac{1}{3}(a+b+c)^2 \\ \Rightarrow\ & \frac{1}{3}(a+b+c)^2 + (a+b+c) - 6 \geq 0 \\ \Rightarrow\ & (a+b+c) \geq 3,\ (a+b+c)^2 \geq 9. \end{aligned}$$

Suy ra $P \geq \frac{2}{3}9 + 3 - 6 = 3$. Dấu đẳng thức xảy ra khi $a = b = c$.

Vậy $\frac{a^3}{b} + \frac{b^3}{c} + \frac{c^3}{a} \geq 3$.

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 24

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 NĂM HỌC 2019-2020, THÁI NGUYÊN

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Bài 1. Chứng minh $A=\sqrt{2\sqrt{5}+6}-\sqrt{(\sqrt{5}-1)^2}+2018$ là một số nguyên.

Lời giải.

$$\begin{aligned} A &= \sqrt{2\sqrt{5}+6}-\sqrt{(\sqrt{5}-1)^2}+2018=\sqrt{(\sqrt{5}+1)^2}-\sqrt{(\sqrt{5}-1)^2}+2018\\ &= \sqrt{5}+1-\sqrt{5}+1+2018=2020. \end{aligned}$$

Vậy A là một số nguyên.

Bài 2. Rút gọn biểu thức $P=\dfrac{a-1}{\sqrt{b}-1}\sqrt{\dfrac{b-2\sqrt{b}+1}{a^2-2a+1}}$ với $a<1$ và $b>1$

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} P &= \frac{a-1}{\sqrt{b}-1}\sqrt{\frac{b-2\sqrt{b}+1}{a^2-2a+1}}=\frac{a-1}{\sqrt{b}-1}\sqrt{\frac{(\sqrt{b}-1)^2}{(a-1)^2}}\\ &= \frac{a-1}{\sqrt{b}-1}\frac{|\sqrt{b}-1|}{|a-1|}=\frac{a-1}{\sqrt{b}-1}\frac{\sqrt{b}-1}{1-a}\\ &= -1 \text{ (do } a<1 \text{ và } b>1). \end{aligned}$$

Bài 3. Tìm các giá trị của $m\neq\dfrac{1}{2}$ để hàm số $y=(2m-1)x^2$ đạt giá trị lớn nhất bằng 0 tại $x=0$.

Lời giải.

Hàm số $y=(2m-1)x^2$ đạt giá trị lớn nhất tại $x=0$ khi $2m-1<0\Leftrightarrow m<\dfrac{1}{2}$.

Bài 4. Cho hàm số $y=ax+b$ với $a\neq 0$. Xác định các hệ số a, b biết đồ thị hàm số song song với đường thẳng $y=2x+2019$ và cắt trục tung tại điểm có tung độ là 2020.

Lời giải.

Ta có $(d):y=ax+b$ $(a\neq 0)$ song song với $(\Delta):y=2x+2019$ nên $\begin{cases} a=2 \\ b\neq 2019. \end{cases}$ (1)

Mặt khác (d) cắt Oy tại điểm có tung độ $2020 \Rightarrow b = 2020$ (2)

Từ (1), (2) ta có: $y = 2x + 2020$.

Bài 5. Một địa phương cấy 10 ha giống lúa loại I và 8 ha giống lúa loại II. Sau một mùa vụ, địa phương đó thu hoạch và tính toán sản lượng thấy:

- Tổng sản lượng của hai giống lúa thu về là 139 tấn.
- Sản lượng thu về từ 4 ha giống lúa loại I nhiều hơn sản lượng thu về từ 3 ha giống lúa loại II là 6 tấn.

Hãy tính năng suất lúa trung bình (đơn vị: tấn/ha) của mỗi loại giống lúa.

Lời giải.

Gọi năng suất lúa trung bình của loại I là x $(0 < x < 139)$.

Gọi năng suất lúa trung bình của loại II là y $(0 < y < 139)$.

Theo bài ra ta có hệ phương trình $\begin{cases} 10x + 8y = 139 \\ 4x - 3y = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 7{,}5 \\ y = 8. \end{cases}$

Vậy năng suất lúa trung bình của loại I là: 7,5 (tấn/ha).

Vậy năng suất lúa trung bình của loại II là: 8 (tấn/ha).

Bài 6. Cho phương trình $x^2 - 4x + m - 1 = 0$. Tìm m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 - 10x_1x_2 = 2020$.

Lời giải.

Ta có $\Delta' = 4 - m - 1 = 3 - m$.

PT có 2 nghiệm $\Leftrightarrow \Delta' \geq 0 \Leftrightarrow 3 - m \geq 0 \Leftrightarrow m \leq 3$.

Theo Vi-et $\begin{cases} x_1 + x_2 = 4 \\ x_1x_2 = m + 1 \end{cases}$ (1)

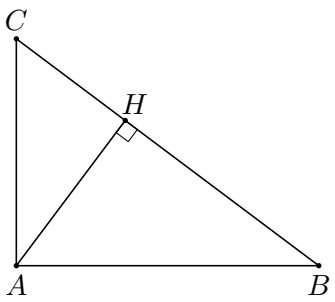
Mà: $x_1^2 + x_2^2 - 10x_1x_2 = 2020 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 12x_1x_2 - 2020 = 0$ (2)

Thế (1) vào (2) $\Leftrightarrow 16 - 12(m + 1) - 2020 = 0 \Leftrightarrow -12m - 2016 = 0 \Leftrightarrow m = -168$ (TM).

Bài 7. Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH. Biết $AB = 10$ cm, $AH = 6$ cm, Tính độ dài các cạnh AC, BC của tam giác ABC.

Lời giải.

Ta có:

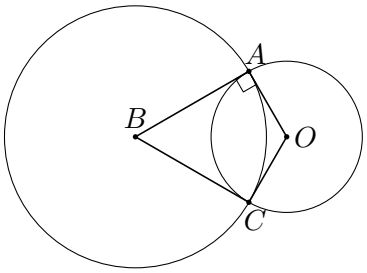


$$\frac{1}{AH^2}=\frac{1}{AB^2}+\frac{1}{AC^2}\Leftrightarrow\frac{1}{6^2}=\frac{1}{10^2}+\frac{1}{AC^2}$$
$$\Leftrightarrow\ \frac{1}{36}=\frac{1}{100}+\frac{1}{AC^2}\Leftrightarrow\frac{64}{36\cdot100}=\frac{1}{AC^2}$$
$$\Leftrightarrow\ AC=\frac{15}{2}\text{ (cm).}$$

Ta có: $AH\cdot BC=AB\cdot AC\Leftrightarrow 6\cdot BC=10\cdot\frac{15}{2}\Leftrightarrow BC=\frac{25}{2}$ (cm).

Bài 8. Cho đường tròn (O). Đường thẳng d tiếp xúc với đường tròn (O) tại A. Trên d lấy một điểm B (B khác A), vẽ đường tròn $(B,\,BA)$ cắt đường tròn (O) tại điểm C (C khác A). Chứng minh BC là tiếp tuyến của (O).

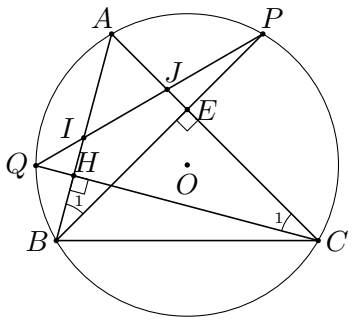
Lời giải.



Theo bài ra ta có AB là tiếp tuyến của đường tròn (O)
$\Rightarrow AB\perp OA\quad(1)$
Xét hai tam giác $\triangle OAB$ và $\triangle OCB$ có: $OA=OC;BA=BC$
$\Rightarrow\triangle OAB=\triangle OCB$ (c-c-c) $\quad(2)$; OB chung.
Từ (1), (2) suy ra $\widehat{OAB}=\widehat{OCB}=90^\circ$ nên $BC\perp OC$.
Vậy BC là tiếp tuyến của (O).

Bài 9. Cho tam giác ABC ($AB<AC$) có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn (O). Lấy các điểm P, Q lần lượt thuộc các cung nhỏ AC, AB sao cho BP vuông góc với AC, CQ vuông góc với AB. Gọi I, J lần lượt là giao điểm của PQ với AB và AC. Chứng minh $IJ\cdot AC=AI\cdot CB$.

Lời giải.



Tứ giác $HECB$ nội tiếp đường tròn (vì 2 đỉnh liên tiếp nhìn 1 cạnh cố định dưới góc vuông) $\Rightarrow B_1=C_1$ (nội tiếp chắn cung HE)
$\Rightarrow\overset{\frown}{AP}=\overset{\frown}{AQ}$.
Ta có $\widehat{ACB}=\frac{1}{2}$; $\widehat{AIP}=\frac{1}{2}(\overset{\frown}{AP}+\overset{\frown}{BQ})=\frac{1}{2}$ (vì $\overset{\frown}{AP}=\overset{\frown}{AQ}$).
$\Rightarrow\widehat{ACB}=\widehat{AIP}$.
Xét tam giác $\triangle AIJ$ và $\triangle ACB$.
Có A chung; $\widehat{ACB}=\widehat{AIP}$ (cmt).
Vậy $\triangle AIJ\backsim\triangle ACB$ (g-g) $\Rightarrow\frac{AI}{AC}=\frac{IJ}{CB}\Rightarrow IJ\cdot AC=AI\cdot CB$.

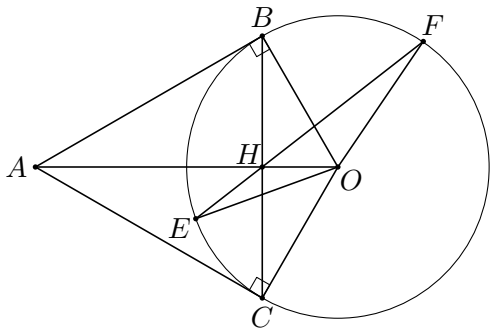
Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Bài 10. Từ điểm A nằm ngoài đường tròn (O) kẻ các tiếp tuyến AB, AC đến đường tròn (B, C là tiếp điểm). Gọi H là giao điểm của OA và BC.

a) Chứng minh $OB^2 = OH \cdot OA$.

b) EF là một dây cung của (O) đi qua H sao cho A, E, F không thẳng hàng. Chứng minh bốn điểm A, E, O, F nằm trên cùng một đường tròn.

Lời giải.



a) Xét tam giác $\triangle OBA$ và $\triangle OHB$ có: O chung; $H = B = 90^\circ$
$\Rightarrow \triangle OBA \backsim \triangle OHB \Rightarrow \dfrac{OB}{OH} = \dfrac{OA}{OB} \Rightarrow OB^2 = OH \cdot OA.$

b) Theo cmt: $OB^2 = OH \cdot OA \Rightarrow OE^2 = OH \cdot OA \Rightarrow \dfrac{OE}{OH} = \dfrac{OA}{OE}.$
Lại có: $\widehat{HOE} = \widehat{AOE} \Rightarrow \triangle OEH \backsim \triangle OAE$
$\Rightarrow \widehat{OAE} = \widehat{OEF}$ (1)
Vì $\triangle OEF$ cân nên: $\widehat{OFE} = \widehat{OEF}$ (2)
Từ (1), (2) suy ra: $\widehat{OAE} = \widehat{OFE}$ (hai đỉnh liên tiếp bằng nhau cùng nhìn dưới cạnh cố định OE) $\Rightarrow$ Tứ giác $OEAF$ nội tiếp đường tròn.
Vậy bốn điểm A, E, O, F nằm trên cùng một đường tròn.

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 25

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 NĂM HỌC 2019-2020, THANH HÓA

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Bài 1. Cho biểu thức: $A=\dfrac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+3}-\dfrac{5}{x+\sqrt{x}-6}-\dfrac{1}{\sqrt{x}-2}$ với $x\geq 0; x\neq 4$.

a) Rút gọn A.

b) Tìm giá trị của câu A khi $x=6+4\sqrt{2}$.

Lời giải.

a) Ta có

$$\begin{aligned} A &= \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+3}-\frac{5}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-2)}-\frac{1}{\sqrt{x}-2} \\ &= \frac{x-4-5-(\sqrt{x}+3)}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-2)}=\frac{x-\sqrt{x}-12}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-2)} \\ &= \frac{\sqrt{x}-4}{\sqrt{x}-2} \end{aligned}$$

b) Khi $x=6+4\sqrt{2}=(2+\sqrt{2})^2\Rightarrow\sqrt{x}=2+\sqrt{2}$ thay vào A ta được:

$$A=\frac{(2+\sqrt{2})-4}{(2+\sqrt{2})-2}=\frac{2-\sqrt{2}}{2}=1-\sqrt{2}.$$

Vậy với $x=6+4\sqrt{2}$ thì $A=1-\sqrt{2}$.

Bài 2.

a) Cho đường thẳng d: $y=ax+b$. Tìm a, b để đường thẳng (d) song song với đường thẳng (d') : $y=5x+6$ và đi qua điểm $A(2;3)$.

b) Giải hệ phương trình $\begin{cases} 3x+2y=11 \\ x+2y=5. \end{cases}$

Lời giải.

a) Vì $(d) \parallel (d')$ nên $\begin{cases} a = 5 \\ b \neq 6. \end{cases}$

Vì (d) đi qua $A(2;3)$ nên ta có: $3 = 5 \cdot 2 + b \Rightarrow b = -7$.

Vậy $a = 5; b = -7$ ta có d: $y = 5x - 7$.

b) Ta có $\begin{cases} 3x + 2y = 11 \\ x + 2y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 2y = 11 \\ 2x = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 1. \end{cases}$

Bài 3.

a) Giải phương trình $x^2 - 4x + 3 = 0$.

b) Cho phương trình: $x^2 - 2(m-1)x + 2m - 5 = 0$ với m là tham số. Chứng minh rằng phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 với mọi m. Tìm m để các nghiệm đó thỏa mãn hệ thức $(x_1^2 - 2mx_1 - x_2 + 2m - 3)(x_2^2 - 2mx_2 - x_1 + 2m - 3) = 19$.

Lời giải.

a) Phương trình có: $a + b + c = 1 - 4 + 3 = 0$ nên phương trình có hai nghiệm: $x_1 = 1; x_2 = 3$.

b) Ta có: $\Delta' = (m-1)^2 - 2m + 5 = m^2 - 4m + 6 = (m-2)^2 + 2 > 0, \forall m$ nên phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 với mọi m.

Có: $x^2 - 2(m-1)x + 2m - 5 = 0 \quad (1) \Leftrightarrow x^2 - 2mx + 2m - 3 = 2 - 2x$.

Vì x_1, x_2 là các nghiệm của phương trình (1) nên ta có:

$$x_1^2 - 2mx_1 + 2m - 3 = 2 - 2x_1; x_2^2 - 2mx_2 + 2m - 3 = 2 - 2x_2$$

thay vào (*) ta đc:

$$\begin{aligned} & (x_1^2 - 2mx_1 - x_2 + 2m - 3)(x_2^2 - 2mx_2 - x_1 + 2m - 3) = 19 \\ \Leftrightarrow\ & (2 - 2x_1 - x_2)(2 - 2x_2 - x_1) = 19 \\ \Leftrightarrow\ & 2(x_1 + x_2)^2 - 6(x_1 + x_2) + x_1x_2 = 15. \end{aligned}$$

Theo Vi-et có $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m-1) \\ x_1x_2 = 2m - 5 \end{cases}$ thay vào ta được:

$$\Leftrightarrow 8(m-1)^2 - 12(m-1) + 2m - 5 = 15 \Leftrightarrow 8m^2 - 26m = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 0 \\ m = \dfrac{13}{4} \end{array}\right.$$

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

Vậy: $\left[\begin{array}{l} m=0 \\ m=\dfrac{13}{4}. \end{array}\right.$

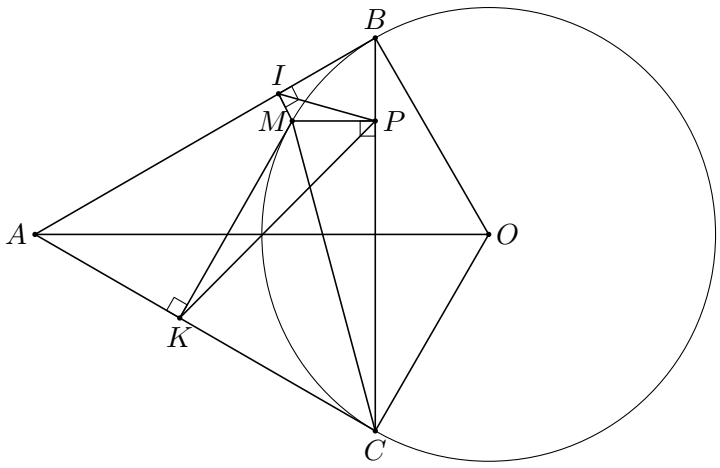
Bài 4. Từ một điểm A nằm ngoài đường tròn tâm O bán kính R, kẻ các tiếp tuyến AB, AC với đường tròn (B, C là các tiếp điểm). Trê cung nhỏ BC lấy một điểm M bất kỳ khác B và C. Gọi I, K, P lần lượt là hình chiếu vuông góc của M trên các đường thẳng AB, AC, BC.

a) Chứng minh $AIMK$ là tứ giác nội tiếp.

b) Chứng minh $\widehat{MPK}=\widehat{MBC}$.

c) Xác định vị trí điểm M trên cung nhỏ BC để tích $MI\cdot MK\cdot MP$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Lời giải.



a) Chứng minh $AIMK$ là tứ giác nội tiếp.
Có: $\widehat{AIM}=\widehat{AKM}=90^\circ$ nên tứ giác $AIMK$ nội tiếp.

b) Chứng minh $\widehat{MPK}=\widehat{MBC}$.
Tương tự câu a) ta chứng minh đc tứ giác $KCPM$ nội tiếp.
Suy ra: $\widehat{MCK}=\widehat{MPK}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung MK) (1)
Mà $\widehat{MCK}=\widehat{PBM}$ (góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây và góc nội tiếp cùng chắn cung MC của (O)) (2)
Từ (1) và (2) suy ra $\widehat{MPK}=\widehat{MBP}$ hay $\widehat{MPK}=\widehat{MBC}$.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

c) Xác định vị trí điểm M trên cung nhỏ BC để tích $MI \cdot MK \cdot MP$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Chứng minh được $\triangle IMP \backsim \triangle PMK$ nên:

$$\frac{IM}{MP} = \frac{MP}{MK} \Rightarrow MI \cdot MK = MP^2 \Rightarrow MI \cdot MK \cdot MP = MP^3.$$

Để $MI \cdot MK \cdot MP$ lớn nhất khi chỉ khi MP lớn nhất, nên M là điểm chính giữa cung nhỏ BC.

Bài 5. Cho các số thực a, b, c thỏa mãn $abc = 1$, Chứng minh rằng:

$$\frac{ab}{a^4+b^4+ab} + \frac{bc}{b^4+c^4+bc} + \frac{ca}{c^4+a^4+ca} \leq 1.$$

Lời giải.

Ta có: $a^4 + b^4 \geq ab(a^2+b^2) \Rightarrow \dfrac{ab}{a^4+b^4+ab} \leq \dfrac{ab}{ab(a^2+b^2)+ab} = \dfrac{1}{a^2+b^2+1}$.

Tương tự có: $\dfrac{bc}{b^4+c^4+bc} \leq \dfrac{1}{b^2+c^2+1}$; $\dfrac{ca}{c^4+a^4+ca} \leq \dfrac{1}{c^2+a^2+1}$.

Suy ra $VT \leq \dfrac{1}{a^2+b^2+1} + \dfrac{1}{b^2+c^2+1} + \dfrac{1}{c^2+a^2+1}$.

Đặt $a^2 = x^3$; $b^2 = y^3$; $c^2 = z^3$ ta có: $xyz = 1$ (do $abc = 1$).

Suy ra: $VT \leq \dfrac{1}{x^3+y^3+1} + \dfrac{1}{y^3+z^3+1} + \dfrac{1}{z^3+x^3+1}$.

Dễ chứng minh được $x^3 + y^3 \geq xy(x+y)$.

$$\begin{aligned} VT &\leq \frac{1}{xy(x+y)+1} + \frac{1}{yz(y+z)+1} + \frac{1}{zx(z+x)+1} \\ &\leq \frac{z}{xyz(x+y)+z} + \frac{x}{xyz(y+z)+x} + \frac{y}{zxy(z+x)+y} \\ &\leq \frac{z}{x+y+z} + \frac{x}{x+y+z} + \frac{y}{zx+y+z} = 1. \end{aligned}$$

Vậy $VT \leq 1$. Dấu "=" xảy ra khi $a = b = c$.

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 26

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 NĂM HỌC 2019-2020, TRÀ VINH

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

0.1 CHUNG DÀNH CHO TẤT CẢ CÁC THÍ SINH (7,0 ĐIỂM)

Bài 1.

a) Rút gọn biểu thức: $A = \sqrt{20} - \sqrt{45} + 3\sqrt{80}$.

b) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 3x + 4y = 5 \\ 6x + 7y = 8. \end{cases}$

c) Giải phương trình: $x^2 + x - 12 = 0$.

Lời giải.

a) Ta có $A = \sqrt{20} - \sqrt{45} + 3\sqrt{80} = 2\sqrt{5} - 3\sqrt{5} + 12\sqrt{5} = 11\sqrt{5}$.

b) Ta có $\begin{cases} 3x + 4y = 5 \\ 6x + 7y = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x + 8y = 10 \\ 6x + 7y = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 \\ x = -1. \end{cases}$

Vậy hệ phương trình có nghiệm là $(-1; 2)$.

c) $x^2 + x - 12 = 0 \Leftrightarrow (x-3)(x+4) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x - 3 = 0 \\ x + 4 = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 3 \\ x = -4. \end{array}\right.$

Vậy tập nghiệm của phương trình là: $S = \{3; -4\}$.

Bài 2. Cho hai hàm số $y = x - 3$ và $y = -2x^2$ có đồ thị lần lượt là (d) và (P).

a) Vẽ (d) và (P) trên cùng hệ trục tọa độ Oxy.

b) Tìm tọa độ giao điểm của (d) và (P) bằng phép toán.

Lời giải.

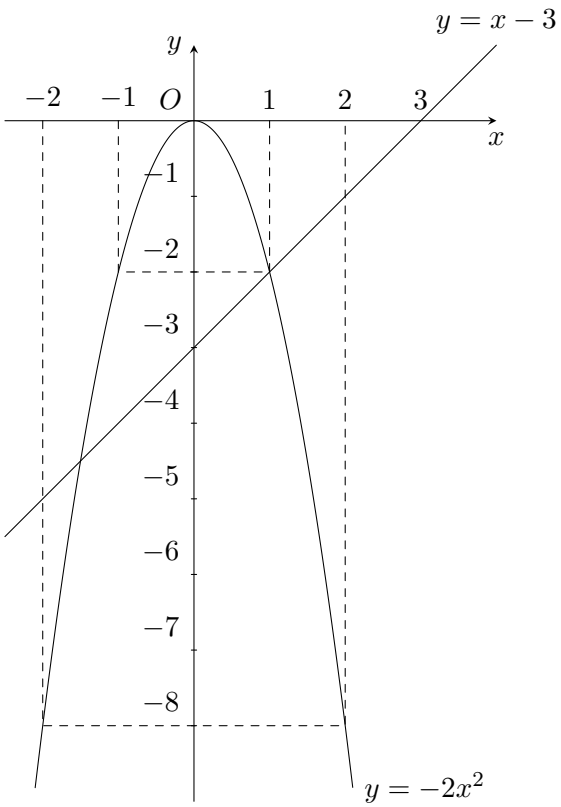
a) Vẽ (d) và (P) trên cùng hệ trục tọa độ Oxy.

Đồ thị của hàm số $y = x - 3$ là đường thẳng đi qua hai điểm $(0; -3)$ và $(3; 0)$.

Bảng giá trị của hàm số $y = -2x^2$ là:

x	-2	-1	0	1	2
$y = -2x^2$	-8	-2	0	-2	-8

Đồ thị hàm số $y = -2x^2$ là Parabol đi qua các điểm $(-2; -8)$; $(-1; -2)$; $(0; 0)$; $(2; -8)$; $(1; -2)$ nhận Oy làm trục đối xứng.



b) Xét phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) là:

$$x - 3 = -2x^2 \Leftrightarrow 2x^2 + x - 3 = 0 \quad (*)$$

Vì phương trình $(*)$ có hệ số $a + b + c = 0$ nên có 2 nghiệm là $x_1 = 1$; $x_2 = \dfrac{-3}{2}$.

- Với $x = 1 \Rightarrow y = -2$, ta có điểm $A(1; -2)$.
- Với $x = \dfrac{-3}{2} \Rightarrow y = \dfrac{-9}{2}$ ta có điểm $B\left(\dfrac{-3}{2}; \dfrac{-9}{2}\right)$.

Vậy (d) giao (P) tại hai điểm là $A(1; -2)$ và $B\left(\dfrac{-3}{2}; \dfrac{-9}{2}\right)$.

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

Bài 3. Cho phương trình $x^2 - x + 3m - 11 = 0(1)$ (với m là tham số)

a) Với giá trị nào của m thì phương trình (1) có nghiệm kép

b) Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 sao cho $2017x_1 + 2018x_2 = 2019$.

Lời giải.

a) Để phương trình (1) có nghiệm kép thì

$$\begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 \neq 0 \\ 1 - 4(3m - 11) = 45 - 12m = 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = \frac{15}{4}$$

Vậy với $m = \frac{15}{4}$ thỏa mãn yêu cầu đề bài.

b) Để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thì

$$\begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 \neq 0 \\ 45 - 12m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m < \frac{15}{4}$$

Theo hệ thức Vi-et ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 1 \\ x_1 \cdot x_2 = 3m - 11 \end{cases}$.

Mà theo đề bài ta có $2017x_1 + 2018x_2 = 2019$ nên ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 1 \\ 2017x_1 + 2018x_2 = 2019 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = -1 \\ x_2 = 2. \end{cases}$$

Thay giá trị $x_1 = -1$, $x_2 = 2$ vào $x_1 \cdot x_2 = 3m - 11$ ta được $m = 3$ (thỏa mãn).

Vậy $m = 3$ thỏa mãn điều kiện đề bài.

0.2 TỰ CHỌN (3,0 ĐIỂM)

Thí sinh chọn một trong hai câu sau đây:

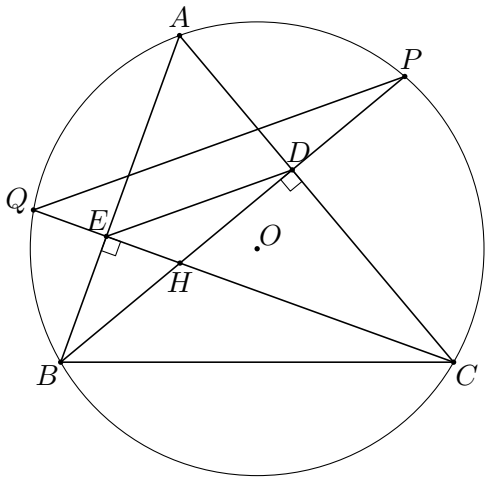
Bài 4. Cho tam giác ABC có ba góc đều nhọn nội tiếp đường tròn tâm O, hai đường cao BD và CE cắt đường tròn tâm O theo thứ tự tại P và $Q(P \neq B, Q \neq C)$

a) Chứng minh tứ giác $BCDE$ nội tiếp đường tròn.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

b) Gọi H là giao điểm của BD và CE. Chứng minh $HB \cdot HP = HC \cdot HQ$.

Lời giải.



a) Chứng minh tứ giác $BCDE$ nội tiếp đường tròn.

Xét $\triangle ABC$ có: $BD \perp AC$, $CE \perp AB$ (gt) $\Rightarrow \widehat{BDC} = \widehat{BEC} = 90^\circ$.

Xét tứ giác $BCDE$ có: $\widehat{BDC} = \widehat{BEC} = 90^\circ$ (cmt) nên hai đỉnh D, E kề nhau cùng nhìn cạnh BC dưới các góc vuông.

Do đó: $BCDE$ là tứ giác nội tiếp.

b) Gọi H là giao điểm của BD và CE. Chứng minh $HB \cdot HP = HC \cdot HQ$.

Xét đường tròn (O) có: $\widehat{QPB} = \widehat{QCB}$ (hai góc cùng chắn cung BQ).

Lại có: $\triangle HPQ \backsim \triangle HCB$ (g-g) nên $\dfrac{HP}{HC} = \dfrac{HQ}{HB} \Leftrightarrow HP \cdot HB = HC \cdot HQ$.

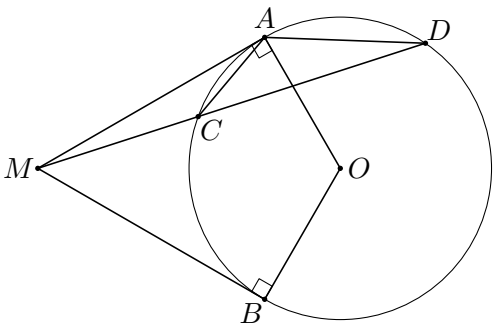
Bài 5. Cho đường tròn tâm O. Từ điểm M nằm ngoài đường tròn tâm O vẽ các tiếp tuyến MA, MB với (O) (A, B là hai tiếp điểm). Vẽ cát tuyến MCD không đi qua tâm O, C nằm giữa M và D.

a) Chứng minh tứ giác $MAOB$ nội tiếp đường tròn.

b) Chứng minh $MA^2 = MC \cdot MD$.

Lời giải.

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên



a) Chứng minh tứ giác $MAOB$ nội tiếp đường tròn.

Vì MA, MB là hai tiếp tuyến của (O) nên $MA \perp AO$, $MB \perp OB$ (gt)

$\Rightarrow \widehat{MAO} = \widehat{MBO} = 90^\circ$.

Xét tứ giác $MAOB$ có: $\widehat{MAO} + \widehat{MBO} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$.

Mà hai góc ở vị trí đối nhau nên tứ giác $MAOB$ là tứ giác nội tiếp.

b) Chứng minh $MA^2 = MC \cdot MD$.

Xét (O) có: $\widehat{MAC} = \widehat{ADC}$ (góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung; góc nội tiếp cùng chắn cung AC).

Lại có: $\Delta MAC \backsim \Delta MDA$ (g-g) nên $\dfrac{MA}{MD} = \dfrac{MC}{MA} \Leftrightarrow MA^2 = MD \cdot MC$.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 27

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 NĂM HỌC 2019-2020, VĨNH LONG

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

Bài 1. Tính giá trị biểu thức

a) $A = 2\sqrt{48} + 3\sqrt{75} - 2\sqrt{108}$.

b) $B = \sqrt{19 + 8\sqrt{3}} + \sqrt{19 - 8\sqrt{3}}$.

Lời giải.

a) Ta có

$$\begin{aligned} A &= 2\sqrt{48} + 3\sqrt{75} - 2\sqrt{108} = 2\sqrt{4^2 \cdot 3} + 3\sqrt{5^2 \cdot 3} - 2\sqrt{6^2 \cdot 3} \\ &= 2 \cdot 4.\sqrt{3} + 3 \cdot 5\sqrt{3} - 2 \cdot 6\sqrt{3} = 8\sqrt{3} + 15\sqrt{3} - 12\sqrt{3} \\ &= (8 + 15 - 12)\sqrt{3} = 11\sqrt{3}. \end{aligned}$$

Vậy $A = 11\sqrt{3}$.

b) Ta có

$$\begin{aligned} B &= \sqrt{19 + 8\sqrt{3}} + \sqrt{19 - 8\sqrt{3}} = \sqrt{4^2 + 2 \cdot 4 \cdot \sqrt{3} + (\sqrt{3})^2} + \sqrt{4^2 - 2 \cdot 4 \cdot \sqrt{3} + (\sqrt{3})^2} \\ &= \sqrt{(4 + \sqrt{3})^2} + \sqrt{(4 - \sqrt{3})^2} = |4 + \sqrt{3}| + |4 - \sqrt{3}| \\ &= 4 + \sqrt{3} + 4 - \sqrt{3} \ (4 + \sqrt{3} > 0; 4 - \sqrt{3} > 0) \\ &= 8. \end{aligned}$$

Vậy $B = 8$.

Bài 2. Giải các phương trình và hệ phương trình sau:

a) $2x^2 - 3x - 2 = 0$.

b) $5x^2 + 2x = 0$.

c) $x^4 - 4x^2 - 5 = 0$.

d) $\begin{cases} 2x - y = -7 \\ 3x + y = 27. \end{cases}$

Lời giải.

a) Ta có

$$2x^2 - 3x - 2 = 0 \Leftrightarrow 2x^2 - 4x + x - 2 = 0 \Leftrightarrow 2x(x-2) + (x-2) = 0$$
$$\Leftrightarrow (2x+1)(x-2) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x + 1 = 0 \\ x - 2 = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -\dfrac{1}{2} \\ x = 2. \end{array}\right.$$

Vậy phương trình có tập nghiệm là $S = \left\{-\frac{1}{2}; 2\right\}$.

b) Ta có $5x^2 + 2x = 0 \Leftrightarrow x(5x+2) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ 5x + 2 = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = -\dfrac{2}{5}. \end{array}\right.$

Vậy phương trình có tập nghiệm là $S = \left\{0; -\frac{2}{5}\right\}$.

c) Đặt $t = x^2 (t \geq 0)$.

Khi đó phương trình trở thành: $t^2 - 4t - 5 = 0 \Leftrightarrow (t+1)(t-5) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = -1 \text{ (ktm)} \\ t = 5 \text{ (tm)}. \end{array}\right.$

Với $t = 5 \Leftrightarrow x^2 = 5 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{5}$.

Vậy phương trình có tập nghiệm là $S = \{-\sqrt{5}; \sqrt{5}\}$.

d) Ta có $\begin{cases} 2x - y = -7 \\ 3x + y = 27 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x = 20 \\ 2x - y = -7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ 2 \cdot 4 - y = -7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 15. \end{cases}$

Vậy hệ đã cho có nghiệm $(x; y)$ là $(4; 15)$.

Bài 3. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hàm số $y = -x^2$ có đồ thị (P).

a) Vẽ đồ thị (P).

b) Tìm giá trị của m để đường thẳng $(d) : y = 2x - 3m$ (với m là tham số) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ là x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 x_2^2 + x_2(3m - 2x_1) = 6$.

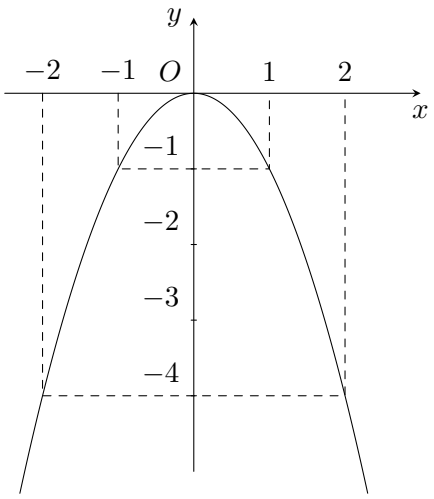
Lời giải.

a) Bảng giá trị của hàm số $y = -x^2$.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

x	-2	-1	0	1	2
y	-4	-1	0	-1	-4

Vẽ đường cong đi qua các điểm có tọa độ $(-2;-4), (-1;-1), (0;0), (1;-1); (2;-4)$ ta được parabol $(P): y = -x^2$.



b) Xét phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng (d) và parabol (P), ta có

$$-x^2 = 2x - 3m \Leftrightarrow x^2 + 2x - 3m = 0 \quad (*)$$

Phương trình (*) có $\Delta' = 1^2 - 1 \cdot (-3m) = 1 + 3m$.

Để đường thẳng (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ là x_1, x_2 thì phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta' > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 \neq 0 \\ 1 + 3m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > -\frac{1}{3}.$$

Theo hệ thức Vi-ét ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = -2 \\ x_1 x_2 = -3m. \end{cases}$ Theo bài ra ta có:

$$\begin{aligned} & x_1 x_2^2 + x_2(3m - 2x_1) = 6 \Leftrightarrow (x_1 x_2)x_2 + 3mx_2 - 2x_1 x_2 = 6 \\ \Leftrightarrow \quad & -3mx_2 + 3mx_2 - 2 \cdot (-3m) = 6 \Leftrightarrow 6m = 6 \\ \Leftrightarrow \quad & m = 1 \text{ (tm)} \end{aligned}$$

Vậy $m = 1$ là giá trị cần tìm.

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Bài 4. Một công ty vận tải dự định dùng loại xe lớn để vận chuyển 20 tấn hàng hóa theo một hợp đồng. Nhưng khi vào việc, công ty không còn xe lớn nên phải thay bằng những xe nhỏ. Mỗi xe nhỏ vận chuyển được khối lượng ít hơn 1 lần so với mỗi xe lên theo dự định. Để đảm bảo thời gian đã hợp đồng, công ty phải dùng một số lượng xe nhiều hơn số xe dự định là 1 xe. Hỏi mỗi xe nhỏ vận chuyển bao nhiêu tấn hàng hóa? (Biết các xe cùng loại thi có khối lượng vận chuyển như nhau).

Lời giải.

Gọi số tấn hàng hóa mỗi xe nhỏ vận chuyển được là: x (tấn) $(x > 0)$.

Mỗi xe lớn vận chuyển được số tấn hàng là: $x + 1$ (tấn).

Khi đó số xe nhỏ dự định phải dùng để chở hết 20 tấn hàng hóa là: $\dfrac{20}{x}$ (xe).

Số xe lớn dự định phải dùng để chở hết 20 tấn hàng hóa là: $\dfrac{20}{x+1}$ (xe).

Vì thực tế số xe nhỏ phải dùng nhiều hơn dự định là 1 xe.

Nên ta có phương trình: $\dfrac{20}{x} - \dfrac{20}{x+1} = 1$.

Giải phương trình:

$$\begin{aligned}
&\frac{20}{x} - \frac{20}{x+1} = 1 \Leftrightarrow 20\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}\right) = 1 \Leftrightarrow \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} = \frac{1}{20} \\
\Leftrightarrow\ &\frac{x+1-x}{x(x+1)} = \frac{1}{20} \Leftrightarrow \frac{1}{x(x+1)} = \frac{1}{20} \Leftrightarrow x(x+1) = 20 \\
\Leftrightarrow\ &x^2 + x - 20 = 0 \Leftrightarrow (x+5)(x-4) = 0 \\
\Leftrightarrow\ &\begin{bmatrix} x+5=0 \\ x-4=0 \end{bmatrix} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} x = -5 \text{ (ktm)} \\ x = 4 \text{ (tm)}. \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

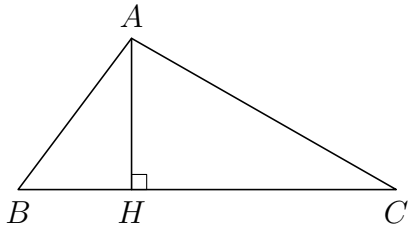
Vậy mỗi xe nhỏ vận chuyển được 4 tấn hàng hóa.

Bài 5. Cho tam giác ABC có $AB = 4$ cm, $AC = 4\sqrt{3}$ cm, $BC = 8$ cm.

a) Chứng minh tam giác ABC vuông.

b) Tính số đo góc B, C và độ dài đường cao AH của tam giác ABC.

Lời giải.



a) Ta có: $AB^2 = 4^2 = 16; AC^2 = (4\sqrt{3})^2 = 48;\ BC^2 = 8^2 = 64.$

$\Rightarrow AB^2 + AC^2 = 16 + 48 = 64 = BC^2.$

$\Rightarrow \triangle ABC$ vuông tại A (định lý Pitago đảo).

b) Áp dụng tỉ số lượng giác của góc nhọn trong $\triangle ABC$ ta có: $\cos \widehat{B} = \dfrac{AB}{BC} = \dfrac{4}{8} = \dfrac{1}{2} \Rightarrow B = 60°.$

$C = 180° - B - A = 180° - 60° - 90° = 30°.$

Áp dụng hệ thức lượng trong $\triangle ABC$ vuông tại A và có đường cao AH ta có:

$AH \cdot BC = AB \cdot AC \Rightarrow AH = \dfrac{AB \cdot AC}{BC} = \dfrac{4 \cdot 4\sqrt{3}}{8} = 2\sqrt{3}$ cm.

Vậy $B = 60°, C = 30°, AH = 2\sqrt{3}$ cm.

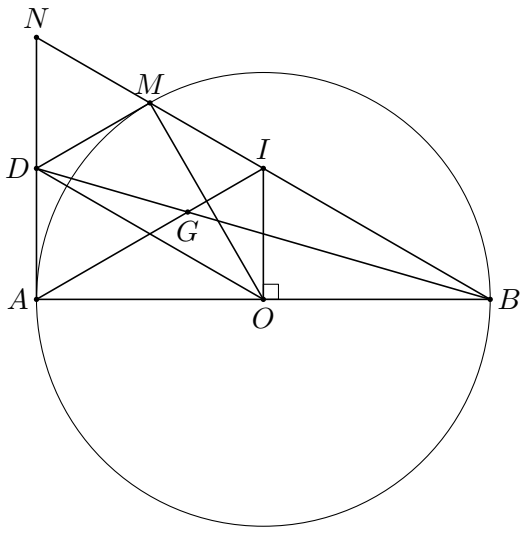
Bài 6. Cho đường tròn (O) đường kính AB và điểm M bất kì thuộc đường tròn sao cho $\overset{\frown}{MA} < \overset{\frown}{MB}$ $(M \neq A)$. Kẻ tiếp tuyến tại A của đường tròn, tiếp tuyến này cắt tia BM ở N. Tiếp tuyến của đường tròn tại M cắt AN ở D.

a) Chứng minh bốn điểm A, D, M, O cùng thuộc một đường tròn.

b) Chứng minh OD song song BM.

c) Qua O kẻ đường thẳng vuông góc với AB và cắt đường thẳng BM tại I. Gọi giao điểm của AI và BD là G. Chứng minh ba điểm N, G, O thẳng hàng.

Lời giải.



a) Ta có: $OM \perp MD$ (tính chất tiếp tuyến) $\Rightarrow \widehat{OMD} = 90°$; $OA \perp AD$ (tính chất tiếp tuyến) $\Rightarrow \widehat{OAD} = 90°$.

Xét tứ giác $OMDA$ có: $\widehat{OMD} + \widehat{OAD} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$.

Mà hai góc này ở vị trí đối diện.

Nên tứ giác $OMDA$ nội tiếp.

Hay bốn điểm A, D, M, O cùng thuộc một đường tròn.

b) Xét (O) ta có: OD là tia phân giác trong góc $\widehat{MOA}$ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau).

$\Rightarrow \widehat{MOD} = \widehat{AOD} = \frac{1}{2}\widehat{AOM}$ (1)

Mà $\widehat{MBA} = \frac{1}{2}\widehat{MOA}$ (góc nội tiếp và góc ở tâm củng chắn cung MA) (2)

Từ (1) và (2) suy ra $\widehat{AOD} = \widehat{ABM}$ $(= \frac{1}{2}\widehat{MOA})$.

Mà hai góc này ở vị trí đồng vị nên $OD \parallel BM$ (đpcm).

c) Vì $OI \perp$AB, $AN \perp AB \Rightarrow OI \parallel AN$.

Mà O là trung điểm của $AB \Rightarrow OI$ là đường trung bình của tam giác ABN.

$\Rightarrow I$ là trung điểm của $BN \Rightarrow AI$ là trung tuyến của tam giác ABN.

Lại có $OD \parallel BM$ (cmt), mà O là trung điểm của $AB \Rightarrow OD$ là đường trung bình của tam giác ABN.

$\Rightarrow D$ là trung điểm của $AN \Rightarrow BD$ là trung tuyến của tam giác ABN.

Mà NO là trung tuyến của tam giác ABC.

Mặt khác ta lại có: $AI \cap BD = \{G\}$.

Do đó AI, BD, NO đồng qui tại G là trọng tâm của tam giác ABN.

Suy ra N, G, O thẳng hàng.

Bài 7. Cho x, y là các số thực dương thỏa $x+y=1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A = 2x^2 - y^2 + x + \frac{1}{x} + 1$.

Lời giải.

Ta có: $x + y = 1 \Rightarrow y = 1 - x$ thay vào A ta được:

$$\begin{aligned} A &= 2x^2 - y^2 + x + \frac{1}{x} + 1 = 2x^2 - (1-x)^2 + x + \frac{1}{x} + 1 \\ &= 2x^2 - (x^2 - 2x + 1) + x + \frac{1}{x} + 1 = x^2 + 2x + x + \frac{1}{x} \\ &= \left(x^2 - x + \frac{1}{4}\right) + \left(4x + \frac{1}{x}\right) - \frac{1}{4} = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(4x + \frac{1}{x}\right) - \frac{1}{4}. \end{aligned}$$

Dễ thấy $\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 \geq 0, \forall x$.

Áp dụng bất đẳng thức Cô-si ta có $4x + \frac{1}{x} \geq 2\sqrt{4x \cdot \frac{1}{x}} = 4$.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Suy ra $\left(x-\dfrac{1}{2}\right)^2+\left(4x+\dfrac{1}{x}\right)-\dfrac{1}{4}\geq 0+4-\dfrac{1}{4}=\dfrac{15}{4}$.

Dấu "=" xảy ra khi $x=\dfrac{1}{2}$.

Vậy $A_{\min}=\dfrac{15}{4}$ khi $x=\dfrac{1}{2}$.

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 28

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10-KONTUM-2019-2020

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Bài 8 (TS10-KonTum19-20). Tìm điều kiện của x để biểu thức $\dfrac{x+1}{x-3}$ có nghĩa.

Lời giải.

Điều kiện của x để biểu thức $\dfrac{x+1}{x-3}$ có nghĩa là $x-3\neq 0\Leftrightarrow x\neq 3$

Bài 9 (TS10-KonTum19-20). Chứng minh đẳng thức $\left(1-\dfrac{a+\sqrt{a}}{\sqrt{a}+1}\right)\left(1-\dfrac{a-\sqrt{a}}{\sqrt{a}-1}\right)=1-a\ (a\geq 0, a\neq 1)$.

Lời giải.

Ta có $\left(1-\dfrac{a+\sqrt{a}}{\sqrt{a}+1}\right)\left(1-\dfrac{a-\sqrt{a}}{\sqrt{a}-1}\right)=\left(1-\dfrac{\sqrt{a}\left(\sqrt{a}+1\right)}{\sqrt{a}+1}\right)\left(1-\dfrac{\sqrt{a}\left(\sqrt{a}-1\right)}{\sqrt{a}-1}\right)=\left(1-\sqrt{a}\right)\left(1+\sqrt{a}\right)$ $=1-a$

Bài 10 (TS10-KonTum19-20). Xác định hệ số $a$và b của hàm số $y=ax+b$ biết đồ thị của nó là đường thẳng (d) song song với đường thẳng $y=-3x+2019$ và đi qua điểm $M\left(2;1\right)$.

Lời giải.

Vì đường thẳng (d) song song với đường thẳng $y=-3x+2019$ nên $a=-3, b\neq 2019$

$M\in d: y=-3x+b\Rightarrow 1=-3.2+b\Rightarrow b=7$ (thỏa mãn)

Bài 11 (TS10-KonTum19-20). Cho phương trình $x^2-2mx+4m-4=0(1)$, m là tham số a) Tìm điều kiện m để phương trình có hai nghiệm phân biệt.

b) Tìm giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x1, x2 thỏa mãn điều kiện $x_1^2+2mx_2-8m+5=0$ $\Delta'=(-m)^2-(4m-4)=m^2-4m+4=(m-2)^2$.

Lời giải.

Phương trình có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi : $\Delta'>0\Leftrightarrow m\neq 2$

Với $m\neq 2$ thì phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 Theo hệ thức Vi ét ta có : $\begin{cases}x_1+x_2=2m\\ x_1.x_2=4m-4\end{cases}$ Do x_1 là nghiệm của phương trình nên thỏa $x_1^2+2mx_1+4m-4=0$ $\Rightarrow x_1^2=2mx_1-4m+4$ (*) Ta có $x_1^2+2mx_2-8m+5=0\Leftrightarrow 2mx_1-4m+4+2mx_2-8m+5=0$

(do (*)) $\Leftrightarrow 2m(x_1+x_2)-12m+9=0 \Leftrightarrow 2m.2m-12m+9=0$(hệ thức Vi-ét) $\Leftrightarrow 4m^2-12m+9=0 \Leftrightarrow (2m-3)^2=0 \Leftrightarrow 2m-3=0 \Leftrightarrow m=\dfrac{3}{2}$ (thỏa mãn) Vậy $m=\dfrac{3}{2}$là giá trị cần tìm.

Bài 12 (TS10-KonTum19-20). Ông Khôi sở hữu một mảnh đất hình chữ nhật có chu vi là $100m$. Ông ta định bán mảnh đất đó với giá thị trường là 15 triệu đồng cho một mét vuông. Hãy xác định giá tiền của mảnh đất đó biết rằng chiều dài gấp bốn lần chiều rộng.

Lời giải.

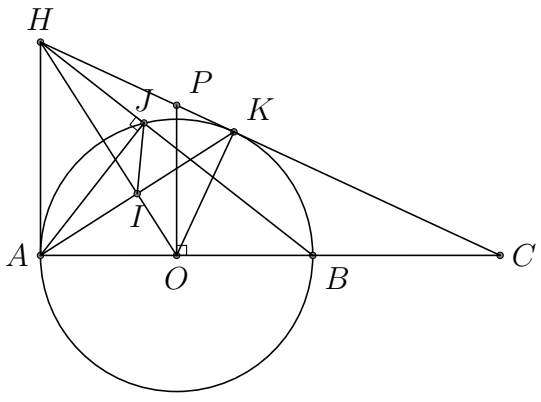
Gọi chiều rộng của mảnh đất là x $(m, 0<x<50)$ Chiều dài của mảnh đất là $4x$ (m) Chi vi mảnh đất là $100m$: $(x+4x).2=100 \Leftrightarrow 5x=50 \Leftrightarrow x=10$ Vậy chiều rộng của mảnh đất là $10m$, chiều dài mảnh đất là 40m Diện tích mảnh đất là : $40\cdot 10=400$ m^2 Giá tiền của mảnh đất : $400\cdot 150000000=6000000000$ đồng $=6$ tỷ (đồng)

Bài 13 (TS10-KonTum19-20). Một hình trụ có chiều cao bằng $5m$ và diện tích xung quanh bằng $20\pi m^2$. Tính thể tích của hình trụ

Lời giải.

Diện tích xung quanh của hình trụ : $S_{xq}=2\pi rh \Leftrightarrow 20\pi=2\pi r\cdot \Leftrightarrow r=2\,(m)$ $V=\pi r^2h=20\pi\,(m^3)$

Bài 14 (TS10-KonTum19-20). Cho đường tròn (O) đường kính AB. Trên đường thẳng AB lấy điểm C sao cho B nằm giữa A, C. Kẻ tiếp tuyến CK với đường tròn (O) (K là tiếp điểm), tiếp tuyến tại A của đường tròn (O) cắt đường thẳng CK tại H. Gọi I là giao điểm OH và AK, J là giao điểm của BH với đường tròn (O) (J không trùng với B). a) Chứng minh $AJ.HB=AH.AB$. b) Chứng minh 4 điểm B, O, I, J cùng nằm trên một đường tròn. c) Đường thẳng vuông góc với AB tại O cắt CH tại P. Tính $\dfrac{AH}{HP}-\dfrac{HP}{CP}$.



Lời giải.

a)Chứng minh : Chứng minh $AJ.HB=AH.AB$. ΔAHB vuông tại A (giả thiết AH là

tiếp tuyến của đường tròn) $\widehat{AJB} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nữa đường tròn (O)) suy ra AJ là đường cao của tam giác AHB Áp dụng hệ thức về cạnh và đường cao trong tam giác vuông AHB ta có $AJ \cdot HB = AH \cdot AB$. Chứng minh 4 điểm B, O, I, J cùng nằm trên một đường tròn. Vì OH là đường trung trực của đoạn thẳng AK (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau) nên OH vuông góc với $AK \Rightarrow \widehat{HIA} = 90^\circ$ Ta lại có $\widehat{HJA} = 90^\circ \Rightarrow$ tứ giác $AIJH$ nội tiếp đường tròn $\Rightarrow \widehat{JAH} = \widehat{JIH}$ (góc nội tiếp cùng chắn cung JH) Mặt khác $\widehat{JAH} = \widehat{ABH}$ (do cùng phụ với góc $\widehat{AHB}$) $\Rightarrow \widehat{JIH} = \widehat{ABH}$.
Mà $\widehat{JIH} + \widehat{JIO} = 180^\circ \Rightarrow \widehat{ABH} + \widehat{JIO} = 180^\circ$ Vậy 4 điểm B, O, I, J cùng nằm trên một đường tròn. Đường thẳng vuông góc với AB tại O cắt CH tại P. Tính $\dfrac{AH}{HP} - \dfrac{HP}{CP}$. Ta có $OP \parallel AH$ (vì cùng vuông góc với AB) $\Rightarrow \widehat{AHO} = \widehat{HOP}$ (so le trong) Mà $\widehat{AHO} = \widehat{OHK}$ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau) $\Rightarrow \widehat{OHK} = \widehat{HOP}$ Suy ra tam giác HOP cân tại $H \Rightarrow HP = OP$ (**) Áp dụng định lý Ta let trong tam giác AHC ta có : $\dfrac{AH}{OP} = \dfrac{CH}{CP}$
$\Rightarrow \dfrac{AH - OP}{OP} = \dfrac{CH - CP}{CP} \Rightarrow \dfrac{AH}{OP} - 1 = \dfrac{HP}{CP} \Rightarrow \dfrac{AH}{HP} - \dfrac{HP}{CP} = 1$ (do (**))

Bài 15 (TS10-KonTum19-20). Chứng minh $\dfrac{1}{\sqrt{2}} + \dfrac{1}{\sqrt{3}} + \cdots + \dfrac{1}{\sqrt{400}} < 38.$

Lời giải.
$\dfrac{1}{\sqrt{2}} + \dfrac{1}{\sqrt{3}} + \cdots + \dfrac{1}{\sqrt{400}} = 2\left(\dfrac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{2}} + \dfrac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{3}} + \cdots + \dfrac{1}{\sqrt{400}+\sqrt{400}}\right) < 2\left(\dfrac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{1}} + \dfrac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} + \cdots\right.$
Ta có : $2\left(\dfrac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{1}} + \dfrac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} + \cdots + \dfrac{1}{\sqrt{400}+\sqrt{399}}\right) = \left(\sqrt{2} - \sqrt{1} + \sqrt{3} - \sqrt{2} + \cdots + \sqrt{400} - \sqrt{399}\right)$
$= 2\left(-\sqrt{1} + \sqrt{400}\right) = 38$ Vậy $\dfrac{1}{\sqrt{2}} + \dfrac{1}{\sqrt{3}} + \cdots + \dfrac{1}{\sqrt{400}} < 38$

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 29

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 NĂM HỌC 2018-2019, AN GIANG

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

Câu 1. Giải các phương trình và hệ phương trình sau đây

a) $\sqrt{3}x - \sqrt{2}x = \sqrt{3} + \sqrt{2}$.

b) $\begin{cases} x + y = 101 \\ -x + y = -1 \end{cases}$

c) $x^2 + 2\sqrt{3}x + 2 = 0$.

Lời giải.

a) Ta có

$$\begin{aligned} \sqrt{3}x - \sqrt{2}x = \sqrt{3} + \sqrt{2} &\Leftrightarrow \left(\sqrt{3} - \sqrt{2}\right) x = \sqrt{3} + \sqrt{2} \\ &\Leftrightarrow x = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} \\ &\Leftrightarrow x = \frac{\left(\sqrt{3} + \sqrt{2}\right)\left(\sqrt{3} + \sqrt{2}\right)}{\left(\sqrt{3} - \sqrt{2}\right)\left(\sqrt{3} + \sqrt{2}\right)} \\ &\Leftrightarrow x = \left(\sqrt{3} + \sqrt{2}\right)^2 = 5 + 2\sqrt{6}. \end{aligned}$$

b) Ta có

$$\begin{cases} x+y=101 \\ -x+y=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2y=100 \\ -x+y=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=50 \\ -x+y=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=50 \\ -x+50=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=50 \\ -x=-51 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=51 \\ y=50. \end{cases}$$

c) Ta có $\Delta = (2\sqrt{3})^2 - 4 \cdot 2 = 4$.

Phương trình có hai nghiệm

$$x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-2\sqrt{3}+2}{2} = -\sqrt{3}+1,$$
$$x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-2\sqrt{3}-2}{2} = -\sqrt{3}-1.$$

Câu 2. Cho hàm số $y = 0{,}5x^2$ có đồ thị là Parabol (P).

a) Vẽ đồ thị (P) của hàm số đã cho.

b) Xác định hệ số a, b của đường thẳng $(d)\colon y = ax + b$, biết (d) cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 1 và (d) cắt (P) tại điểm có hoành độ bằng 2. Chứng tỏ (d) và (P) tiếp xúc nhau.

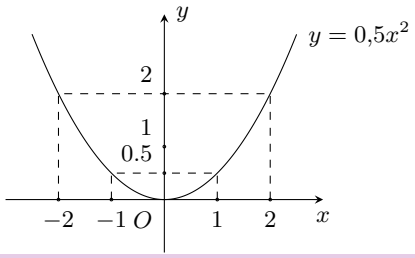
Lời giải.

a)

Bảng giá trị

x	-2	-1	0	1	2
y	2	0,5	0	0,5	2

Đồ thị như hình vẽ bên.



Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

b) Đường thẳng cắt Ox tại điểm có hoành độ bằng 1 nên đường thẳng đi qua điểm $(1;0)$

$$\Rightarrow 0 = a \cdot 1 + b \ (*).$$

(d) cắt (P) tại điểm có hoành độ bằng 2 nên đường thẳng đi qua điểm $(2;2)$

$$\Rightarrow 2 = a \cdot 2 + b \ (**).$$

Từ $(*)$ và $(**)$ ta có $\begin{cases} a+b=0 \\ 2a+b=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+b=0 \\ a=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=-2. \end{cases}$

Vậy $a=2$, $b=-2$ thỏa yêu cầu bài toán.

Phương trình hoành độ giao điểm giữa (d) và (P) là

$$0{,}5x^2 = 2x - 2 \Leftrightarrow 0{,}5x^2 - 2x + 2 = 0$$

Ta có $\Delta = 2^2 - 4 \cdot 2 \cdot 0{,}5 = 0$.

Vậy (d) tiếp xúc (P).

Câu 3. Cho phương trình bậc hai $x^2 - 3x + m = 0$ (m là tham số).

a) Tìm m để phương trình có nghiệm bằng -2. Tính nghiệm còn lại ứng với m vừa tìm được.

b) Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình đã cho. Tìm giá trị nhỏ nhất của

$$A = x_1^2 + x_2^2 - 2x_1x_2.$$

Lời giải.

a) Phương trình $x^2-3x+m=0$ có nghiệm $x_1 = -2 \Rightarrow (-2)^2-3(-2)+m=0 \Leftrightarrow m=-10$.

Do $x_1 + x_2 = 5 \Rightarrow x_2 = 5$.

Vậy $m=-10$ thì phương trình đã cho có nghiệm -2 và nghiệm còn lại là 5.

b) Ta có $\Delta = (-3)^2 - 4 \cdot m = 9 - 4m$.

Phương trình có nghiệm khi chỉ khi $\Delta \geq 0 \Leftrightarrow 9 - 4m \geq 0 \Leftrightarrow m \leq \dfrac{9}{4}$.

Áp dụng định lý Vi-ét, ta có $x_1 + x_2 = 3$, $x_1 \cdot x_2 = m$.

Mà $A = x_1^2 + x_2^2 - 2x_1x_2 = (x_1+x_2)^2 - 5x_1x_2 = 3^2 - 5m = 9 - 5m$.

Vì $m \leq \dfrac{9}{4}$ nên $-5m \geq -\dfrac{45}{4} \Leftrightarrow 9 - 5m \geq 9 - \dfrac{45}{4} = -\dfrac{9}{4}$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của A bằng $-\dfrac{9}{4}$ khi $m = \dfrac{9}{4}$.

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Câu 4. Cho tam giác đều ABC nội tiếp trong đường tròn tâm O. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của AB, BC, CA.

a) Chứng minh tứ giác $BMON$ nội tiếp đường tròn.

b) Kéo dài AN cắt đường tròn (O) tại G (khác A). Chứng minh $ON = NG$.

c) PN cắt cung nhỏ $\overset{\frown}{BG}$ của đường tròn (O) tại điểm F. Tính số đo của góc $\widehat{OFP}$.

Lời giải.

a)

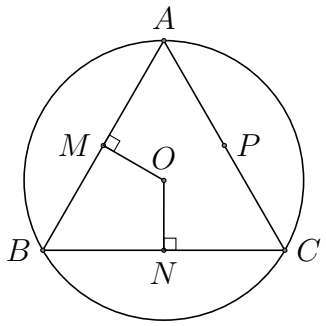
Xét tứ giác $BMON$, ta có

$OM \perp AB$ (bán kính qua trung điểm dây thì vuông góc với dây).

Tương tự $ON \perp BC$.

$\Rightarrow \widehat{BMO} + \widehat{BNO} = 180^\circ$.

Vậy tứ giác $BMON$ nội tiếp.



b)

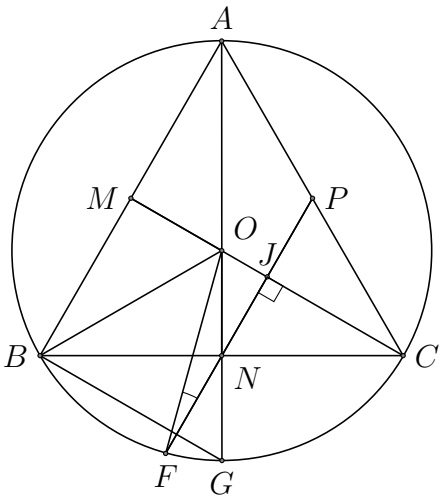
Xét tam giác BOG có $OB = OG$ (bán kính).

Mặt khác A, O, N thẳng hàng do tam giác ABC đều.

Mà $\widehat{AGB}$ chắn cung $\overset{\frown}{AB}$ nên $\widehat{AGB} = 60^\circ$.

Tam giác BOG cân và có một góc 60° nên là tam giác đều.

$\Rightarrow BN$ là trung tuyến của tam giác đều BOG hay $ON = NG$.



c) Gọi J là giao điểm của CM và PN. Xét tam giác OJF, ta có

$CM \perp PN$ (do $CM \perp AB$ và vì PN là đường trung bình nên $PN \parallel AB$).

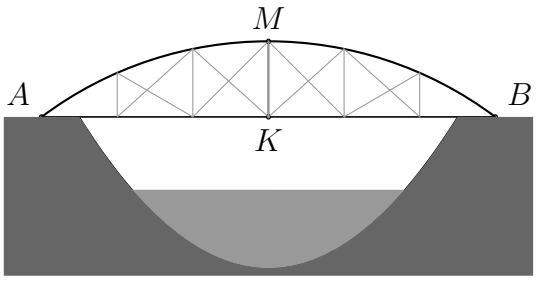
Vậy tam giác OJF vuông tại J.

Ta có $JM = \dfrac{1}{2}CM$, $OM = \dfrac{1}{3}CM$, $OJ = JM - OM = \dfrac{1}{6}CM = \dfrac{1}{6} \cdot \dfrac{3}{2}OC = \dfrac{R}{4}$.

$\Rightarrow \sin \widehat{OFJ} = \dfrac{OJ}{OF} = \dfrac{R}{4} \div R = \dfrac{1}{4} \Rightarrow \widehat{OFP} \approx 14^\circ 28' 39''$.

Câu 5.

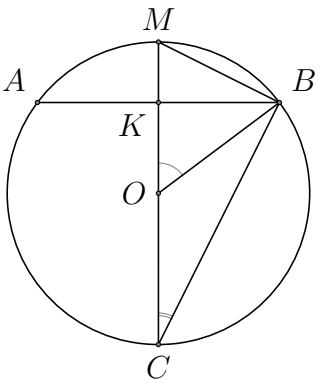
Cầu vòm là một dạng cầu đẹp bởi hình dáng cầu được uốn lượn theo một cung tròn tạo sự hài hòa trong thiết kế cảnh quan, đặc biệt là các khu đô thị có dòng sông chảy qua, tạo được một điểm nhấn của công trình giao thông hiện đại. Một chiếc cầu vòm được thiết kế như hình vẽ bên, vòm cầu là một cung tròn $\overset{\frown}{AMB}$.



Độ dài đoạn AB bằng 30 m, khoảng cách từ vị trí cao nhất ở giữa vòm cầu so với mặt sàn cầu là đoạn MK có độ dài 5 m. Tính chiều dài vòm cầu.

Lời giải.

Giả sử vòm là cung tròn tâm O bán kính R. Vẽ đường kính MC. Tam giác MBC vuông tại B có BK là đường cao, ta được



$$\begin{aligned} MK \cdot KC = KB^2 &\Rightarrow 5 \cdot (2R - 5) = 15^2 \\ &\Leftrightarrow 10R - 25 = 225 \\ &\Leftrightarrow 10R = 250 \\ &\Leftrightarrow R = 25 \text{ m}. \end{aligned}$$

$$\sin \widehat{BCM} = \frac{MB}{MC} = \frac{\sqrt{MK^2 + KB^2}}{MC} = \frac{\sqrt{5^2 + 15^2}}{50} = \frac{\sqrt{10}}{10}.$$

$$\Rightarrow \widehat{BCM} \approx 18^\circ 26' 6''.$$

$$\Rightarrow \text{sđ}\overset{\frown}{AMB} = 4 \cdot \widehat{BCM} \approx 73^\circ 44' 23''.$$

Độ dài cung $\overset{\frown}{AMB}$ là

$$l = \frac{\pi R n^\circ}{180^\circ} = \frac{\pi \cdot 25 \cdot 73^\circ 44' 23''}{180^\circ} \approx 32{,}175 \text{ m}.$$

Vậy chiều dài vòm cầu là 32,175 m.

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 30

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 NĂM HỌC 2018-2019, BẮC GIANG

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Câu 1.

a) Tính giá trị của biểu thức $A=\sqrt{5}\left(\sqrt{20}-\sqrt{5}\right)+1$.

b) Tìm tham số m để đường thẳng $y=(m-1)x+2018$ có hệ số góc bằng 3.

Lời giải.

a) Ta có

$$A=\sqrt{5}\left(2\sqrt{5}-\sqrt{5}\right)+1=\sqrt{5}\cdot\sqrt{5}+1=6.$$

b) Hệ số góc của đường thẳng bằng 3 khi và chỉ khi $m-1=3\Leftrightarrow m=4$.

Câu 2.

1. Giải hệ phương trình $\begin{cases}x+4y=8\\2x+5y=13.\end{cases}$

2. Cho biểu thức $B=\left(\dfrac{6}{a-1}+\dfrac{10-2\sqrt{a}}{a\sqrt{a}-a-\sqrt{a}+1}\right)\cdot\dfrac{(\sqrt{a}-1)^2}{4\sqrt{a}}$ (với $a>0,\ a\neq 1$).

   (a) Rút gọn biểu thức B.

   (b) Đặt $C=B\,(a-\sqrt{a}+1)$. So sánh C và 1.

3. Cho phương trình $x^2-(m+2)x+3m-3=0$ (1), với x là ẩn, m là tham số.

   (a) Giải phương trình (1) khi $m=-1$.

   (b) Tìm các giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt $x_1,\ x_2$ sao cho $x_1,\ x_2$ là độ dài hai cạnh góc vuông của một tam giác vuông có độ dài cạnh huyền bằng 5.

Lời giải.

1. Hệ đã cho tương đương với

$$\begin{cases} 2x+8y=16 \\ 2x+5y=13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3y=3 \\ x+4y=8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=1 \\ x=4. \end{cases}$$

Vậy nghiệm của hệ là $(x;y)=(4;1)$.

2.

(a) Ta có $a\sqrt{a}-a-\sqrt{a}+1=a\left(\sqrt{a}-1\right)-\left(\sqrt{a}-1\right)=\left(\sqrt{a}-1\right)(a-1)$. Do đó

$$\begin{aligned} B&=\left(\frac{6}{a-1}+\frac{10-2\sqrt{a}}{(a-1)\left(\sqrt{a}-1\right)}\right)\cdot\frac{\left(\sqrt{a}-1\right)^2}{4\sqrt{a}} \\ &=\frac{6\left(\sqrt{a}-1\right)+10-2\sqrt{a}}{\left(\sqrt{a}+1\right)\cdot\left(\sqrt{a}-1\right)^2}\cdot\frac{\left(\sqrt{a}-1\right)^2}{4\sqrt{a}} \\ &=\frac{4+4\sqrt{a}}{4\sqrt{a}(\sqrt{a}+1)}=\frac{1}{\sqrt{a}}. \end{aligned}$$

(b) Ta có

$$C=\frac{a-\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}}=\left(\sqrt{a}+\frac{1}{\sqrt{a}}\right)-1\geq 2-1=1.$$

Đẳng thức xảy ra khi $a=1$ (loại). Vậy $C>1$.

3.

(a) Với $m=-1$, phương trình đã cho trở thành

$$x^2-x-6=0\Leftrightarrow(x-3)(x+2)=0\Leftrightarrow x=3,\ x=-2.$$

Vậy phương trình có nghiệm $x=-2,\ x=3$.

(b) Vì $x_1,\ x_2$ là độ dài hai cạnh của một tam giác vuông, nên (1) có hai nghiệm dương phân biệt, hay

$$\begin{cases} \Delta=(m+2)^2-4(3m-3)>0 \\ S=m+2>0 \\ P=3m-3>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m-4)^2>0 \\ m>-2 \\ m>1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\neq 4 \\ m>1. \end{cases} \quad (*)$$

Theo định lí Vi-ét, ta có $x_1+x_2=m+2,\ x_1\cdot x_2=3m-3$. Theo định lí Pitago:

$$\begin{aligned} x_1^2+x_2^2=25&\Leftrightarrow(x_1+x_2)^2-2x_1x_2=25\Leftrightarrow(m+2)^2-2(3m-3)-25=0 \\ &\Leftrightarrow m^2-2m-15=0\Leftrightarrow(m-5)(m+3)=0\Leftrightarrow m=5,\ m=-3. \end{aligned}$$

Đối chiếu với (*) ta có $m=5$ là giá trị cần tìm.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Câu 3. Bạn Linh đi xe đạp từ nhà đến trường với quãng đường dài 10 km. Khi đi từ trường về nhà, vẫn trên cung đường ấy, do lượng xe tham gia giao thông nhiều hơn nên bạn Linh phải giảm vận tốc 2 km/h so với khi đến trường. Vì vậy thời gian về nhà nhiều hơn thời gian đến trường là 15 phút. Tính vận tốc của xe đạp khi bạn Linh từ nhà đến trường.

Lời giải.

Gọi x (km/h) là vận tốc xe đạp khi Linh đi từ nhà đến trường ($x > 2$).

Thời gian Linh đi từ nhà đến trường là $\dfrac{10}{x}$ (h).

Thời gian Linh đi từ trường về nhà là $\dfrac{10}{x-2}$ (h).

Theo đề bài ta có phương trình

$$\frac{10}{x-2} - \frac{10}{x} = \frac{15}{60} = \frac{1}{4} \Leftrightarrow x^2 - 2x - 80 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-10)(x+8) = 0 \Leftrightarrow x = 10,\ x = -8 \text{ (loại)}.$$

Vậy vận tốc của xe đạp khi Linh đi từ nhà đến trường là 10 (km/h).

Câu 4. Cho tam giác nhọn ABC. Đường tròn tâm O đường kính BC cắt các cạnh AB, AC lần lượt tại các điểm $M,\ N$ ($M \neq B,\ N \neq C$). Gọi H là giao điểm của BN với CM; P là giao điểm của AH và BC.

a) Chứng minh tứ giác $AMHN$ nội tiếp được trong một đường tròn.

b) Chứng minh $BM \cdot BA = BP \cdot BC$.

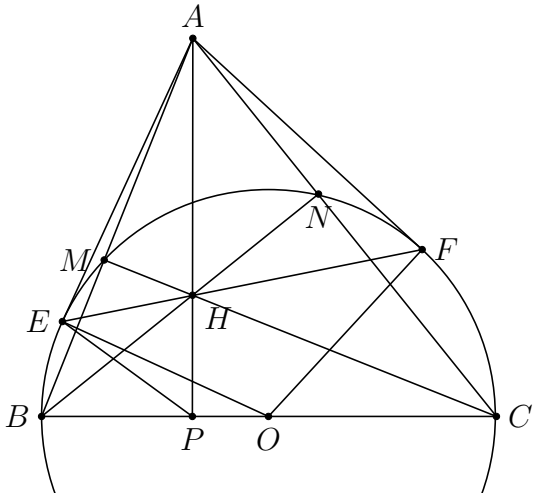
c) Trong trường hợp đặc biệt khi tam giác ABC đều cạnh $2a$. Tính chu vi đường tròn ngoại tiếp tứ giác $AMHN$ theo a.

d) Từ điểm A kẻ các tiếp tuyến AE và AF của đường tròn tâm O đường kính BC ($E,\ F$ là các tiếp điểm). Chứng minh ba điểm $E,\ H,\ F$ thẳng hàng.

Lời giải.

a)

Ta có $M,\ N$ nằm trên đường tròn đường kính BC, nên ta có $BN \perp AC$, $CM \perp AB$. Suy ra $\widehat{AMH} = \widehat{ANH} = 90^\circ$, suy ra tứ giác $AMHN$ nội tiếp.



b) Ta có BN, CM là hai đường cao của tam giác ABC nên H là trực tâm của tam giác ABC.

Suy ra $AP \perp BC$. Do đó, ta có tứ giác $AMPC$ nội tiếp, suy ra $\widehat{AMP} + \widehat{ACB} = 180^\circ$.

Dẫn tới $\triangle BMP \backsim \triangle BCA$, suy ra $\dfrac{BM}{BP} = \dfrac{BC}{BA}$, hay $BM \cdot BA = BP \cdot BC$.

c) Vì tam giác ABC đều, nên $M,\ N,\ P$ là trung điểm của ba cạnh.

Ta có $AP^2 = AB^2 - BP^2 = a^2 - \dfrac{a^2}{4} = \dfrac{3a^2}{4}$, suy ra $AP = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Lại có H là trọng tâm giác ABC, nên $AH = \dfrac{2}{3}AP = \dfrac{a\sqrt{3}}{3}$.

Bán kính đường tròn ngoại tiếp tứ giác $AMHN$ là $R = \dfrac{AH}{2} = \dfrac{a\sqrt{3}}{6}$.

Chu vi đường tròn cần tính: $2\pi R = \dfrac{\pi a}{3}$.

d) Xét hai tam giác AME và AEB có góc $\widehat{A}$ chung, $\widehat{AEM} = \widehat{ABE} = \dfrac{1}{2}$sđ $\widehat{EM}$, suy ra $\triangle AEM \backsim \triangle ABE$, nên ta có $AM \cdot AB = AE^2$. (1)

Mặt khác, tứ giác $BPHM$ nội tiếp (do $\widehat{BMH} = \widehat{BPH} = 90^\circ$) nên ta cũng có

$$AM \cdot AB = AH \cdot AP. \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta suy ra $AH \cdot AP = AE^2$, hay là $\dfrac{AH}{AE} = \dfrac{AE}{AP}$. Từ đây, suy ra $\triangle AHE \backsim \triangle AEP$, nên $\widehat{AHE} = \widehat{AEP}$.

Chứng minh tương tự,ta cũng có $\widehat{AHF} = \widehat{AFP}$.

Lại có $\widehat{AEO} = \widehat{APO} = \widehat{AFO} = 90^\circ$, nên tứ giác $AEPF$ nội tiếp.

Do đó $\widehat{AHE} + \widehat{AHF} = \widehat{AEP} + \widehat{AFP} = 180^\circ$. Từ đây, ta có ba điểm $E,\ H,\ F$ thẳng hàng.

Câu 5. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \dfrac{81x^2 + 18225x + 1}{9x} - \dfrac{6\sqrt{x} + 8}{x + 1}$, với $x > 0$.

Lời giải.

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

Ta có

$$\begin{aligned} P &= 9x + 2025 + \frac{1}{9x} + \left(9 - \frac{6\sqrt{x}+8}{x+1}\right) - 9 \\ &= \left(9x + \frac{1}{9x}\right) + \frac{9x - 6\sqrt{x} + 1}{x+1} + 2016 \\ &\geq 2\sqrt{9x \cdot \frac{1}{9x}} + \frac{(3\sqrt{x}-1)^2}{x+1} + 2016 \geq 2018. \end{aligned}$$

Đẳng thức xảy ra khi $x = \dfrac{1}{9}$. Vậy $\min P = 2018$.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 31

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 NĂM HỌC 2018-2019, BẮC KẠN

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

Bài 1. Giải phương trình $3x-2=0$.

Lời giải.

Ta có $3x-2=0 \Leftrightarrow x=\dfrac{2}{3}$.

Vậy phương trình đã cho có nghiệm duy nhất $x=\dfrac{2}{3}$.

Bài 2. Giải phương trình $x^2-5x+6=0$.

Lời giải.

Ta có $\Delta=(-5)^2-4\cdot 1\cdot 6=1$.

Vì $\Delta>0$ nên phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt là

$$x_1=\frac{5+1}{2}=3\ ;\ x_2=\frac{5-1}{2}=2.$$

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S=\{3;2\}$.

Bài 3. Giải hệ phương trình $\begin{cases}2x-3y=1\\ x-2y=-1.\end{cases}$

Lời giải.

Ta có

$$\begin{cases}2x-3y=1\\ x-2y=-1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2x-3y=1\\ 2x-4y=-2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2x-3y=1\\ y=3.\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=5\\ y=3.\end{cases}$$

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất $(x;y)=(5;3)$.

Bài 4. Quãng sông từ A đến B dài 60 km. Một ca nô xuôi dòng từ A đến B rồi ngược từ B trở về A mất tổng cộng 8 giờ. Tính vận tốc thực của ca nô, biết vận tốc dòng nước là 4 km/h.

Lời giải.

Gọi vận tốc thực của ca nô là x km/h (điều kiện $x>4$).

Vì vận tốc dòng nước là 4 km/h nên

vận tốc ca nô khi xuôi dòng là $x+4$ km/h $\Rightarrow$ thời gian ca nô đi xuôi dòng là $\dfrac{60}{x+4}$ giờ.
vận tốc ca nô khi ngược dòng là $x+4$ km/h $\Rightarrow$ thời gian ca nô đi ngược dòng là $\dfrac{60}{x-4}$ giờ.

Do đó ta có phương trình

$$\begin{aligned}\frac{60}{x+4}+\frac{60}{x-4}=8 &\Leftrightarrow \frac{60(x-4)+60(x+4)}{(x+4)(x-4)}=8\\ &\Leftrightarrow 120x=8\left(x^2-16\right)\\ &\Leftrightarrow x^2-15x-16=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll}x=16 & \text{(thỏa mãn)}\\ x=-1 & \text{(loại).}\end{array}\right.\end{aligned}$$

Vậy vận tốc thực của ca nô là 16 km/h.

Bài 5. Rút gọn biểu thức $A=2\sqrt{20}+3\sqrt{45}-4\sqrt{80}$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned}A&=2\sqrt{20}+3\sqrt{45}-4\sqrt{80}\\ &=4\sqrt{4}+9\sqrt{5}-16\sqrt{5}\\ &=-3\sqrt{5}.\end{aligned}$$

Vậy $A=-3\sqrt{5}$.

Bài 6. Rút gọn biểu thức sau

$$B=\left(2+\frac{1}{\sqrt{x}-1}\right)\cdot\frac{x-1}{2\sqrt{x}-1} \quad \text{với } x\geq 0, x\neq 1, x\neq\frac{1}{4}.$$

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned}B&=\left(2+\frac{1}{\sqrt{x}-1}\right)\cdot\frac{x-1}{2\sqrt{x}-1}\\ &=\frac{2\sqrt{x}-2+1}{\sqrt{x}-1}\cdot\frac{x-1}{2\sqrt{x}-1}\\ &=\frac{2\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-1}\cdot\frac{(\sqrt{x}-1)\cdot(\sqrt{x}+1)}{2\sqrt{x}-1}\\ &=\sqrt{x}+1.\end{aligned}$$

Vậy $B=\sqrt{x}+1$ với $x\geq 0$, $x\neq 1$, $x\neq\dfrac{1}{4}$.

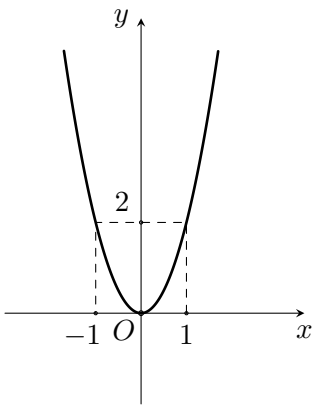
Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Bài 7. a) Vẽ parabol $(P)\colon y = 2x^2$ trên mặt phẳng Oxy.

b) Tìm a, b để đường thẳng $(d)\colon y = ax + b$ đi qua $M(0;-1)$ và tiếp xúc với parabol (P).

Lời giải.

a) Vẽ parabol $(P)\colon y = 2x^2$.



b)
- Đường thẳng $(d)\colon y = ax + b$ đi qua $M(0;-1)$ nên ta có $a \cdot 0 + b = -1 \Rightarrow b = -1$.
  Do đó (d) có dạng $y = ax - 1$.
- Xét phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P):

$$ax - 1 = 2x^2 \Leftrightarrow 2x^2 - ax + 1 = 0. \quad (1)$$

(d) và (P) tiếp xúc với nhau khi và chỉ khi phương trình (1) có nghiệm kép.
$\Leftrightarrow \Delta = 0 \Leftrightarrow a^2 - 8 = 0 \Leftrightarrow a = \pm 2\sqrt{2}$.
Vậy $(a;b) = \left(2\sqrt{2};-1\right)$ hoặc $(a;b) = \left(-2\sqrt{2};-1\right)$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Bài 8. Cho phương trình $x^2 - 2(m+1)x + 6m - 4 = 0$ (1) (với m là tham số).

a) Chứng minh rằng phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m.

b) Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $(2m-2)x_1 + x_2^2 - 4x_2 = 4$.

Lời giải.

a) Ta có $\Delta' = (m+1)^2 - (6m-4) = m^2 - 4m + 5 = (m-2)^2 + 1$.
Vì $(m-2)^2 \geq 0\ \forall m \in \mathbb{R}$ nên $\Delta' \geq 1\ \forall m \in \mathbb{R}$.
Vậy phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m.

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

b) Theo định lí Vi-et ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m+1) \\ x_1 x_2 = 6m - 4. \end{cases}$ $(*)$

Vì x_2 là nghiệm của phương trình (1) nên ta có

$$x_2^2 - 2(m+1)x_2 + 6m - 4 = 0 \Rightarrow x_2^2 - 4x_2 = (2m-2)x_2 - 6m + 4.$$

Khi đó

$$\begin{aligned}(2m-2)x_1 + x_2^2 - 4x_2 = 4 &\Leftrightarrow (2m-2)x_1 + (2m-2)x_2 - 6m + 4 = 0 \\ &\Leftrightarrow (2m-2)(x_1 + x_2) - 6m + 4 = 0 \\ &\Leftrightarrow (2m-2) \cdot 2(m+1) - 6m + 4 = 0 \\ &\Leftrightarrow 2m^2 - 3m - 2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 2 \\ m = -\dfrac{1}{2}. \end{array}\right.\end{aligned}$$

Vậy $m = 2$, $m = -\dfrac{1}{2}$ là các giá trị cần tìm.

Bài 9. Cho đường tròn (O) đường kính AB. Kẻ tiếp tuyến Ax với đường tròn (O). Trên tia Ax lấy điểm C, từ C vẽ đường thẳng cắt đường tròn (O) tại hai điểm D và E (D và E không cùng nằm trên nửa mặt phẳng bờ AB, D nằm giữa C và E). Từ điểm O kẻ OH vuông góc với đoạn thẳng DE tại điểm H.

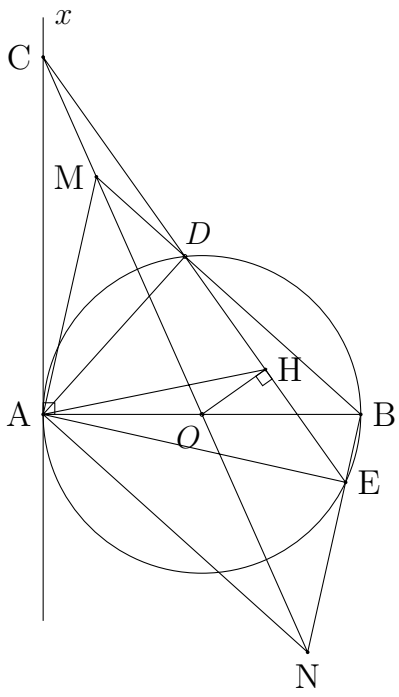
a) Chứng minh rằng tứ giác $AOHC$ nội tiếp.

b) Chứng minh rằng $AD \cdot CE = AC \cdot AE$.

c) Đường thẳng CO cắt các tia BD, BE lần lượt tại M và N. Chứng minh rằng tứ giác $AMBN$ là hình bình hành.

Lời giải.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/



a) Vì Ax là tiếp tuyến của (O) nên $\widehat{CAO} = 90°$.

Xét tứ giác $AOHC$ ta có $\widehat{CAO} + \widehat{CHO} = 90° + 90° = 180°$.

Vậy $CAOH$ là tứ giác nội tiếp.

b) Xét $\triangle ADC$ và $\triangle EAC$ ta có:

$\widehat{CAD} = \widehat{AEC}$ (góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung và góc nội tiếp cùng chắn cung AD).

$\widehat{C}$ chung.

Suy ra $\triangle ADC \backsim \triangle EAC$ (g-g).

Do đó $\dfrac{AD}{EA} = \dfrac{AC}{EC} \Rightarrow AD \cdot CE = AC \cdot AE$ (đpcm).

c) Xét $\triangle ADH$ và $\triangle NBO$, ta có

$\widehat{ADH} = \widehat{NBO}$ (góc nội tiếp chắn cung AE).

$\widehat{AHD} = \widehat{AOC}$ (góc nội tiếp chắn cung AC do tứ giác $CAOH$ nội tiếp)

$\widehat{AOC} = \widehat{NOB}$ (đối đỉnh) $\Rightarrow \widehat{AHD} = \widehat{NOB}$.

Do đó $\triangle ADH \backsim \triangle NBO \Rightarrow \dfrac{AD}{NB} = \dfrac{DH}{BO} = \dfrac{\frac{1}{2}DE}{\frac{1}{2}BA} = \dfrac{DE}{BA}$.

Suy ra $\dfrac{AD}{DE} = \dfrac{NB}{BA} \Rightarrow \triangle ADE \backsim \triangle NBA$.

$\Rightarrow \widehat{AED} = \widehat{NAB} = \widehat{ABD}$.

Xét $\triangle AON$ và $\triangle BOM$ có:

$AO = BO$

$\widehat{AON} = \widehat{BOM}$ (đối đỉnh).

$\widehat{OAN} = \widehat{NAB} = \widehat{ABD} = \widehat{OBM}$.

$\Rightarrow \triangle AON = \triangle BOM$ (gcg) $\Rightarrow ON = OM$.

Từ đó ta được tứ giác $AMBN$ có hai đường chéo AB, MN cắt nhau tại O là trung điểm của mỗi đường. Vậy tứ giác $AMBN$ là hình bình hành.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 32

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 NĂM HỌC 2018-2019, BẠC LIÊU

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

Câu 1. Rút gọn biểu thức

a) $A = \sqrt{45} + \sqrt{20} - 2\sqrt{5}$.

b) $B = \dfrac{a + 2\sqrt{a}}{\sqrt{a} + 2} - \dfrac{a - 4}{\sqrt{a} - 2}$, (với $a \geq 0; a \neq 4$).

Lời giải.

a)

$$\begin{aligned} A &= \sqrt{45} + \sqrt{20} - 2\sqrt{5} \\ &= \sqrt{3^2 \cdot 5} + \sqrt{2^2 \cdot 5} - 2\sqrt{5} \\ &= 3\sqrt{5} + 2\sqrt{5} - 2\sqrt{5} \\ &= 3\sqrt{5}. \end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned} B &= \dfrac{a + 2\sqrt{a}}{\sqrt{a} + 2} - \dfrac{a - 4}{\sqrt{a} - 2} \\ &= \dfrac{\sqrt{a}(\sqrt{a} + 2)}{\sqrt{a} + 2} - \dfrac{(\sqrt{a} + 2)(\sqrt{a} - 2)}{\sqrt{a} - 2} \\ &= \sqrt{a} - (\sqrt{a} + 2) \\ &= -2. \end{aligned}$$

Câu 2. Giải hệ phương trình $\begin{cases} x + y = 4 \\ 2x - y = 5. \end{cases}$

Lời giải.

$$\begin{cases} x + y = 4 \\ 2x - y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x = 9 \\ y = 4 - x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 1. \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm $(x; y) = (3; 1)$.

Câu 3. Cho hàm số $y = \frac{1}{2}x^2$ có đồ thị (P) và đường thẳng d: $y = x + 2m$.

a) Vẽ đồ thị (P).

b) Tìm tất cả các giá trị của m sao cho d cắt (P) tại điểm có hoành độ bằng -1.

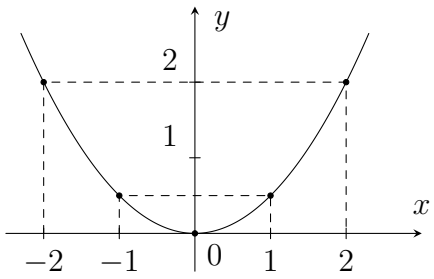
Lời giải.

a)

Bảng giá trị:

x	-2	-1	0	1	2
y	2	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	2

Vẽ đồ thị:



b) Hoành độ giao điểm của đường thẳng d và parabol (P) là nghiệm của phương trình

$$\frac{1}{2}x^2 = x + 2m \Leftrightarrow \frac{1}{2}x^2 - x - 2m = 0. \quad (1)$$

Để d cắt (P) tại điểm có hoành độ bằng $-1 \Leftrightarrow x = -1$ là nghiệm của phương trình (1)

$$\begin{aligned} &\Leftrightarrow \frac{1}{2}\cdot(-1)^2 - (-1) - 2m = 0 \\ &\Leftrightarrow 2m = \frac{3}{2} \\ &\Leftrightarrow m = \frac{3}{4}. \end{aligned}$$

Vậy $m = \frac{3}{4}$.

Câu 4. Cho phương trình $x^2 + 4x + m + 1 = 0 \quad (1)$ (với m là tham số).

a) Giải phương trình (1) với $m = 2$.

b) Tìm điều kiện của m để phương trình (1) có nghiệm.

c) Tìm tất cả các giá trị của m sao cho phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn điều kiện

$$\frac{x_1 - 1}{2x_2} + \frac{x_2 - 1}{2x_1} = -3.$$

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Lời giải.

a) Thay $m=2$ vào (1): $x^2+4x+3=0$

Ta có $a-b+c=1-4+3=0 \Leftrightarrow$ phương trình có hai nghiệm $\begin{cases} x_1=-1 \\ x_2=-3. \end{cases}$

Vậy, với $m=2$ thì phương trình có hai nghiệm $x_1=-1$, $x_2=-3$.

b) $\Delta'=2^2-(m+1)=3-m$.

Để phương trình (1) có nghiệm khi $\Delta' \geq 0 \Leftrightarrow 3-m \geq 0 \Leftrightarrow m \leq 3$.

c) Để phương trình có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta'>0 \Leftrightarrow 3-m>0 \Leftrightarrow m<3$.

Áp dụng định lý Vi-ét, ta có $\begin{cases} x_1+x_2=-4 \\ x_1x_2=m+1 \end{cases}$ $(*)$

Ta có

$$\begin{aligned} & \frac{x_1-1}{2x_2}+\frac{x_2-1}{2x_1}=-3 \\ \Leftrightarrow\ & x_1(x_1-1)+x_2(x_2-1)=-6x_1x_2,\ (x_1\neq 0, x_2\neq 0) \\ \Leftrightarrow\ & (x_1^2+x_2^2)-(x_1+x_2)=-6x_1x_2 \\ \Leftrightarrow\ & (x_1+x_2)^2-2x_1x_2-2(x_1+x_2)=-6x_1x_2 \\ \Leftrightarrow\ & (x_1+x_2)^2+4x_1x_2-(x_1+x_2)=0. \quad (**) \end{aligned}$$

Thay $(*)$ vào $(**)$ ta được

$$16+4(m+1)+4=0 \Leftrightarrow m=-6 \text{ (thỏa mãn)}.$$

Vậy $m=-6$.

Câu 5. Cho nửa đường tròn tâm O đường kính AB. Vẽ bán kính CO vuông góc với AB, M là một điểm bất kỳ trên cung AC (M khác A, C và điểm chính giữa cung AC); BM cắt AC tại H. Gọi K là chân đường vuông góc kẻ từ H đến AB.

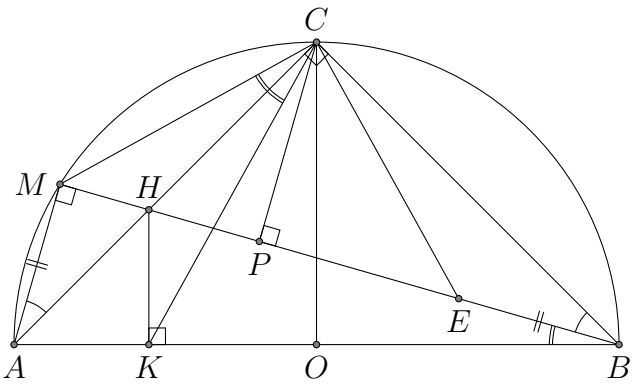
a) Chứng minh tứ giác $BCHK$ là tứ giác nội tiếp.

b) Chứng minh CA là phân giác góc MCK.

c) Kẻ CP vuông góc với BM ($P \in BM$) và trên đoạn BM lấy điểm E sao cho $BE=AM$. Chứng minh $ME=2CP$.

Lời giải.

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên



a) Xét tứ giác $BCHK$ có $\begin{cases} \widehat{BCH} = \widehat{BCA} = 90^\circ \text{ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)} \\ \widehat{BKH} = 90^\circ \text{ (do } HK \perp AB) \end{cases}$

$\Rightarrow BCHK$ là tứ giác nội tiếp đường tròn đường kính BH.

b) Xét (O) có $\widehat{ABM} = \widehat{ACM}$ (1) (hai góc nội tiếp cùng chắn cung AM).

Xét đường tròn ngoại tiếp tứ giác $BCHK$ có $\widehat{KBH} = \widehat{KCH}$ (2) (hai góc nội tiếp cùng chắn cung HK).

Từ (1), (2) $\Rightarrow \widehat{KCH} = \widehat{ACM} \Rightarrow CA$ là tia phân giác góc $\widehat{MCK}$.

c) Xét $\triangle ACM$ và $\triangle BEC$ có

$$\begin{cases} \widehat{MAC} = \widehat{EBC} \text{ (hai góc nối tiếp cùng chắn cung MC)} \\ AM = BE \text{ (giả thiết)} \\ AC = BC \text{ (giả thiết)} \end{cases}$$

$\Rightarrow \triangle AMC = \triangle BEC \Rightarrow MC = EC \Rightarrow \triangle MCE$ cân tại $C \Rightarrow P$ là trung điểm đoạn ME.

Lại có $\widehat{CME} = \widehat{CMB} = \frac{1}{2}\text{sđ}\widehat{BC} = 45^\circ \Rightarrow \triangle MCE$ vuông cân tại C. Vậy $CP = \frac{1}{2}ME$ (tính chất đường trung tuyến trong tam giác vuông). Hay $ME = 2CP$.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 33

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 NĂM HỌC 2018-2019, BẮC NINH

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

I. TRẮC NGHIỆM

Chọn phương án trả lời đúng trong các câu sau:

Câu 1. Phương trình $x^2-3x-6=0$ có hai nghiệm x_1, x_2. Tổng x_1+x_2 bằng

(A) 3. (B) -3. (C) 6. (D) -6.

Lời giải.

Theo Vi-ét ta có $x_1+x_2=-\dfrac{b}{a}=3$.

Chọn phương án (A)

Câu 2. Đường thẳng $y=x+m-2$ đi qua điểm $E(1;0)$ khi

(A) $m=-1$. (B) $m=3$. (C) $m=0$. (D) $m=1$.

Lời giải.

Thay tọa độ điểm E vào công thức hàm số ta được $0=1+m-2 \Leftrightarrow m=1$.

Chọn phương án (D)

Câu 3. Cho tam giác ABC vuông tại A, $\widehat{ACB}=30^\circ$, cạnh $AB=5$ cm. Độ dài cạnh AC là

(A) 10 cm. (B) $\dfrac{5}{\sqrt{3}}$ cm. (C) $5\sqrt{3}$ cm. (D) $\dfrac{5\sqrt{2}}{2}$ cm.

Lời giải.

Ta có $\tan C=\dfrac{AB}{AC} \Rightarrow AC=\dfrac{AB}{\tan C}=5\sqrt{3}$ cm.

Chọn phương án (C)

Câu 4. Cho hình vuông cạnh bằng 1, bán kính đường tròn ngoại tiếp hình vuông là

(A) $\dfrac{1}{2}$. (B) 1. (C) $\sqrt{2}$. (D) $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải.

Bán kính đường tròn ngoại tiếp hình vuông là $\dfrac{AC}{2}$.

Ta có $AC^2=AB^2+BC^2=2 \Rightarrow AC=\sqrt{2} \Rightarrow R=\dfrac{AC}{2}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

Chọn phương án (D)

Câu 5. Phương trình $x^2+x+a=0$ (với x là ẩn, a là tham số) có nghiệm kép khi

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

(A) $a = -\dfrac{1}{4}$. (B) $a = \dfrac{1}{4}$. (C) $a = 4$. (D) $a = -4$.

Lời giải.

Phương trình đã cho có nghiệm kép $\Leftrightarrow \Delta = 0 \Leftrightarrow 1 - 4a = 0 \Leftrightarrow a = \dfrac{1}{4}$.

Chọn phương án (B)

Câu 6. Cho $a > 0$, rút gọn biểu thức $\dfrac{\sqrt{a^3}}{\sqrt{a}}$ ta được kết quả

(A) a^2. (B) a. (C) $\pm a$. (D) $-a$.

Lời giải.

Ta có $\dfrac{\sqrt{a^3}}{\sqrt{a}} = \sqrt{\dfrac{a^3}{a}} = \sqrt{a^2} = |a| = a$ (do $a > 0$).

Chọn phương án (B)

II. TỰ LUẬN

Câu 7.

a) Giải hệ phương trình $\begin{cases} x + 2y = 5 \\ 3x - y = 1 \end{cases}$.

b) Tìm tọa độ giao điểm A, B của đồ thị hai hàm số $y = x^2$ và $y = x + 2$. Gọi D, C lần lượt là hình chiếu vuông góc của A, B lên trục hoành. Tính diện tích tứ giác $ABCD$.

Lời giải.

a) Ta có $\begin{cases} x + 2y = 5 \\ 3x - y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + 2y = 5 \\ 6x - 2y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7x = 7 \\ y = 3x - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$.

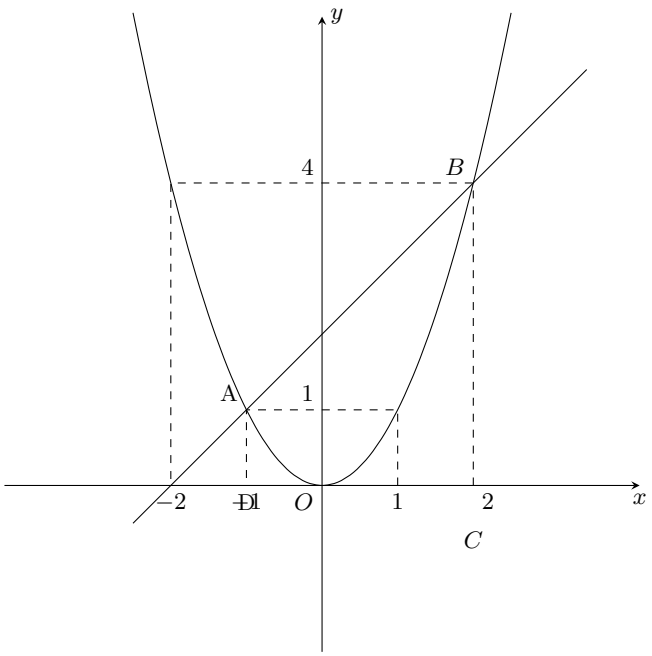
Vậy hệ có nghiệm là $(x; y) = (1; 2)$.

b) Bảng giá trị

x	-2	-1	0	1	2
$y = x^2$	4	1	0	1	4

x	-2	-1	2
$y = x^2$	0	1	4

Đồ thị



Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số là

$$x^2 = x + 2 \Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = 2 \end{array}\right. .$$

Suy ra $A(-1;1)$ và $B(2;4)$.

Vì C, D là hình chiếu của B, A lên trục hoành suy ra $C(2;0)$ và $D(-1;0)$.

Ta thấy $ABCD$ là hình thang vuông tại D và C.

Do đó $S_{ABCD} = \dfrac{(AD + BC) \cdot CD}{2} = 7,5$ (đvdt).

Câu 8. Nhân dịp Tết thiếu nhi 01/06, một nhóm học sinh cần chia đều một số lượng quyển vở thành các phần quà để tặng cho các em nhỏ tại một mái ấm tình thương. Nếu mỗi phần quà giảm 2 quyển thì các em sẽ có thêm 2 phần quà nữa, còn nếu mỗi phần quà giảm 4 quyển thì các em sẽ có thêm 5 phần quà nữa. Hỏi ban đầu có bao nhiêu phần quà và mỗi phần quà có bao nhiêu quyển vở?

Lời giải.

Gọi số phần quà ban đầu là x (phần, $x \in \mathbb{N}^*$).

Gọi số quyển vở có trong mỗi phần quà là y (quyển vở, $y \in \mathbb{N}^*$).

Tổng số quyển vở của nhóm học sinh là xy (quyển).

Nếu mỗi phần quà giảm 2 quyển thì có thêm 2 phần quà nữa nên ta có phương trình $xy = (x + 2)(y - 2)$.

Nếu mỗi phần quà giảm 4 quyển thì có thêm 5 phần quà nữa nên ta có phương trình $xy = (x + 5)(y - 4)$.

Theo bài ra ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} xy = (x+2)(y-2) \\ xy = (x+5)(y-4) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y - x = 2 \\ 5y - 4x = 20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 10 \\ y = 12 \end{cases}$$

.

Vậy ban đầu có 10 phần quà và mỗi phần quà có 12 quyển vở.

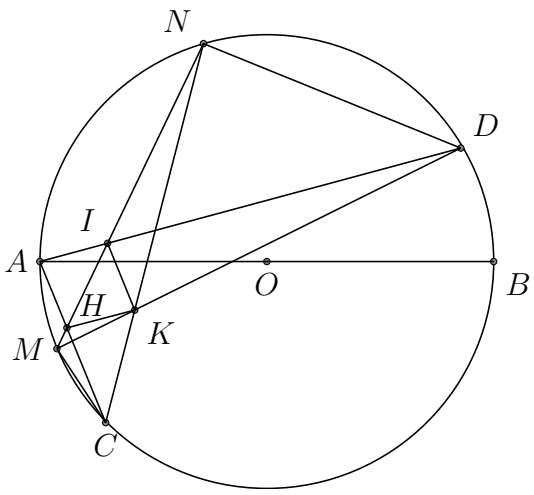
Câu 9. Cho đường tròn đường kính AB, các điểm C, D nằm trên đường tròn đó sao cho C, D nằm khác phía đối với đường thẳng AB, đồng thời $AD > AC$. Gọi điểm chính giữa của các cung nhỏ AC và AD lần lượt là M, N; giao điểm của MN với AC, AD lần lượt là H, I, giao điểm của MD và CN là K.

a) Chứng minh $\widehat{ACN} = \widehat{DMN}$. Từ đó suy ra tứ giác $MCKH$ nội tiếp.

b) Chứng minh KH song song với AD.

c) Tìm hệ thức liên hệ giữa số đo cung AC và số đo cung AD để AK song song với ND.

Lời giải.



a) Ta có $\widehat{ACN}$ là góc nội tiếp cùng chắn cung AN và $\widehat{DMN}$ là góc nội tiếp chắn cung DN.

Vì cung AN bằng cung $DN \Rightarrow \widehat{ACN} = \widehat{DMN}$.

Mà hai góc này cùng chắn cung HK suy ra tứ giác $MCKH$ nội tiếp.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

b) Ta có tứ giác $MCKH$ nội tiếp $\Rightarrow \widehat{CMK} = \widehat{CHK}$ (góc nội tiếp cùng chắn cung CK).
Mà $\widehat{CAD} = \widehat{CMD}$ (góc nội tiếp chắn cung CD).
Suy ra $\widehat{CHK} = \widehat{CAD}$, hai góc này ở vị trí đồng vị, do đó $HK \parallel AD$.

c) Ta có $\widehat{MNC} = \widehat{ADM}$ (góc nội tiếp chắn cung bằng nhau).
Mà hai góc này cùng nhìn cạnh $IK \Rightarrow$ tứ giác $NIKD$ nội tiếp, suy ra $\widehat{DIK} = \widehat{CND}$ (góc nội tiếp cùng chắn cung DK).
Ta lại có $\widehat{CND} = \widehat{CAD}$ (góc nội tiếp chắn cung CD).
$\Rightarrow \widehat{CAD} = \widehat{DIK}$, hai góc này ở vị trí đồng vị, nên $IK \parallel AH$.
Vậy tứ giác $AHKI$ là hình bình hành.
Giả sử $AK \parallel ND$. Khi đó $\widehat{IAK} = \widehat{ADN}$ (so le trong).
Ta có $\widehat{ADN} = \widehat{AMN} = \widehat{DMN} \Rightarrow \widehat{IAK} = \widehat{DMN} = \widehat{KMI} \Rightarrow$ tứ giác $AIKM$ nội tiếp.
Do đó $\widehat{AMN} = \widehat{AKI}$ (góc nội tiếp cùng chắn cung KI).
$\Rightarrow \widehat{IAK} = \widehat{AKI} \Rightarrow \Delta IAK$ cân tại $I \Rightarrow IA = IK$.
$\Rightarrow AHKI$ là hình thoi $\Rightarrow IH \perp AK \Rightarrow MN \perp AK \Rightarrow AM \perp ND \Rightarrow \widehat{MND} = 90^\circ$
$\Rightarrow MD$ là đường kính của đường tròn tâm O.
$\Rightarrow$ sđ cung $MA+$ sđ cung $AD = 180^\circ \Rightarrow$ sđ cung $\dfrac{AC}{2}+$ sđ cung $AD = 180^\circ$.

Câu 10. Cho các số thực dương a, b, c thỏa mãn điều kiện $a+b+c=3$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A = 4a^2 + 6b^2 + 3c^2$.

Lời giải.

Áp dụng BĐT Cauchy cho hai số dương, ta có

$$4(a^2+1) \geq 2 \cdot 2\sqrt{a^2 \cdot 1} = 8a$$

$$6(b^2 + \frac{4}{9}) \geq 6 \cdot 2\sqrt{b^2 \cdot \frac{4}{9}} = 8b$$

$$3(c^2 + \frac{16}{9}) \geq 3 \cdot 2\sqrt{c^2 \cdot \frac{16}{9}} = 8c$$

Cộng vế theo vế ta được $A + 4 + \dfrac{8}{3} + \dfrac{16}{3} \geq 8(a+b+c) = 24 \Rightarrow A \geq 12$.

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $\begin{cases} a^2=1 \\ b^2=\dfrac{4}{9} \\ c^2=\dfrac{16}{9} \\ a,c,b\geq 0 \\ a+b+c=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=\dfrac{2}{3} \\ c=\dfrac{4}{3} \end{cases}$.

Vậy $A_{\min}=12 \Leftrightarrow (a;b;c)=\left(1;\dfrac{2}{3};\dfrac{4}{3}\right)$.

Câu 11. Tìm các số nguyên dương a,b biết các phương trình $x^2-2ax-3b=0$ và $x^2-2bx-3a=0$ (với x là ẩn) đều có nghiệm nguyên.

Lời giải.

Gọi phương trình $x^2-2ax-3b=0$ (1) và $x^2-2bx-3a=0$ (2).

Ta có $\Delta_1=4a^2+12b$ và $\Delta_2=4b^2+12a$. Để các phương trình dã cho có nghiệm nguyên thì Δ_1 và Δ_2 là các số chính phương.

Không mất tính tổng quát ta giả sử $a\geq b>0$, khi đó ta có

$(2a)^2<4a^2+12b\leq 4a^2+12a<(2a+3)^2$ (do $a,b\in\mathbb{Z}^+$)

$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} 4a^2+12b=(2a+1)^2 \\ 4a^2+12b=(2a+2)^2 \end{array}\right.$

- $4a^2+12b=(2a+1)^2$ vô nghiệm vì VT chia hết cho 2 và VP không chia hết cho 2.
- $4a^2+12b=(2a+2)^2 \Leftrightarrow 3b=2a+1 \Rightarrow \Delta_2=4b^2+12a \Rightarrow 4\Delta_2=16b^2+72b-24=k^2$.
  $\Rightarrow (4b+9)^2-k^2=105 \Rightarrow (4b-k+9)(4b+k+9)=105$.
  Lập bảng ta tìm được $\left[\begin{array}{l} b=11 \\ b=1 \\ b=4 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=16 \\ a=1 \\ a=3 \end{array}\right.$.
  Thử lại ta thấy cặp $(a;b)\in\{(1;1),(16;11),(11;16)\}$ thỏa mãn.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

ĐÁP ÁN

1 A **2** D **3** C **4** D **5** B **6** B

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 34

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 NĂM HỌC 2018-2019, BÀ RỊA VŨNG TÀU

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

Câu 1. Giải phương trình $x^2+4x-5=0$.

Lời giải.

Các hệ số của phương trình bậc hai là $a=1, b=4, c=-5$.

Vì $a+b+c=0$ nên phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1=1$, $x_2=-5$.

Câu 2. Giải hệ phương trình $\begin{cases} x-y=1 \\ 2x+y=5 \end{cases}$.

Lời giải.

Hệ phương trình đã cho

$$\begin{cases} x-y=1 \\ 2x+y=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x=6 \\ x-y=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=1. \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm là $(2;1)$.

Câu 3. Rút gọn biểu thức $P=\sqrt{16}-\sqrt[3]{8}+\dfrac{\sqrt{12}}{\sqrt{3}}$.

Lời giải.

Ta có $P=\sqrt{16}-\sqrt[3]{8}+\sqrt{\dfrac{12}{3}}=4-2+2=4$.

Câu 4. Cho parabol $(P)\colon y=2x^2$ và đường thẳng $(d)\colon y=2x+m$ (m là tham số).

a) Vẽ parabol (P).

b) Với những giá trị nào của m thì (P) và (d) chỉ có một điểm chung. Tìm tọa độ điểm chung đó.

Lời giải.

a) Vẽ đồ thị parabol (P).

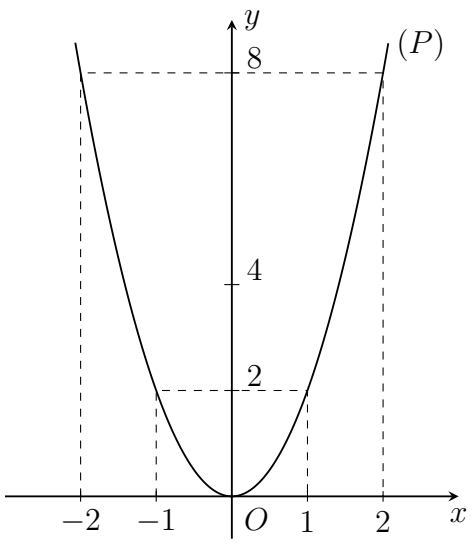
Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Tập xác định: $\mathscr{D} = \mathbb{R}$.

Bảng giá trị của hàm số $y = 2x^2$.

x	-2	-1	0	1	2
y	8	2	0	2	8

Vì hệ số $a = 2 > 0$ nên hàm số nghịch biến trên $(-\infty; 0)$ và đồng biến trên $(0; +\infty)$.



b) Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) là

$$2x^2 = 2x + m \Leftrightarrow 2x^2 - 2x - m = 0 \quad (1)$$

(P) và (d) chỉ có một điểm chung khi và chỉ khi phương trình (1) có nghiệm kép

$$\Leftrightarrow \Delta' = 0 \Leftrightarrow 1 + 2m = 0 \Leftrightarrow m = -\frac{1}{2}.$$

Khi đó, nghiệm kép của phương trình là $x = -\dfrac{b}{2a} = \dfrac{1}{2}$, suy ra $y = \dfrac{1}{2}$.

Vậy $m = -\dfrac{1}{2}$ thì (P) và (d) có một điểm chung có tọa độ là $\left(\dfrac{1}{2}; \dfrac{1}{2}\right)$.

Câu 5. Hai ô tô khởi hành cùng một lúc từ thành phố A đến thành phố B cách nhau 450 km với vận tốc không đổi. Vận tốc xe thứ nhất lớn hơn vận tốc xe thứ hai 10 km/h nên xe thứ nhất đến thành phố B trước xe thứ hai 1,5 giờ. Tính vận tốc mỗi xe.

Lời giải.

Gọi x (km/h) là vận tốc của xe thứ nhất ($x > 10$). Khi đó vận tốc của xe thứ hai là $x - 10$ (km/h).

Thời gian xe thứ nhất và xe thứ hai đi từ thành phố A đến thành phố B cách nhau 450 km lần lượt là $\dfrac{450}{x}$ giờ và $\dfrac{450}{x-10}$ giờ.

Theo đề bài ta có phương trình:

$$\frac{450}{x-10} - \frac{450}{x} = 1{,}5 \Leftrightarrow 300x - 300(x-10) = x(x-10)$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 10x - 3000 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -50 \text{ (loại)} \\ x = 60. \end{array}\right.$$

Vậy vận tốc của xe thứ nhất là 60 km/h; vận tốc xe thứ hai là 50 km/h.

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

Câu 6. Cho phương trình $x^2 - mx - 1 = 0$ (m là tham số). Tìm tất cả giá trị của m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa $x_1 < x_2$ và $|x_1| - |x_2| = 6$.

Lời giải.

Phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 khi và chỉ khi

$$\Delta > 0 \Leftrightarrow m^2 + 4 > 0, \forall m \in \mathbb{R}.$$

Hệ thức Vi-ét: $\begin{cases} x_1 + x_2 = m \\ x_1 x_2 = -1 \end{cases}$. Vì $x_1 < x_2$ và $x_1 x_2 = -1 < 0$ nên $x_1 < 0 < x_2$. Do đó

$$|x_1| - |x_2| = 6 \Leftrightarrow -x_1 - x_2 = 6 \Leftrightarrow x_1 + x_2 = -6 \Leftrightarrow m = -6.$$

Vậy $m = -6$ là giá trị cần tìm.

Câu 7. Cho đường tròn $(O; R)$ và điểm A ở bên ngoài đường tròn đó. Kẻ cát tuyến AMN không đi qua O (M nằm giữa A và N). Kẻ hai tiếp tuyến AB, AC với $(O; R)$ (B, C là hai tiếp điểm và C thuộc cung nhỏ MN). Đường thẳng BC cắt MN và AO lần lượt tại E, F. Gọi I là trung điểm của MN.

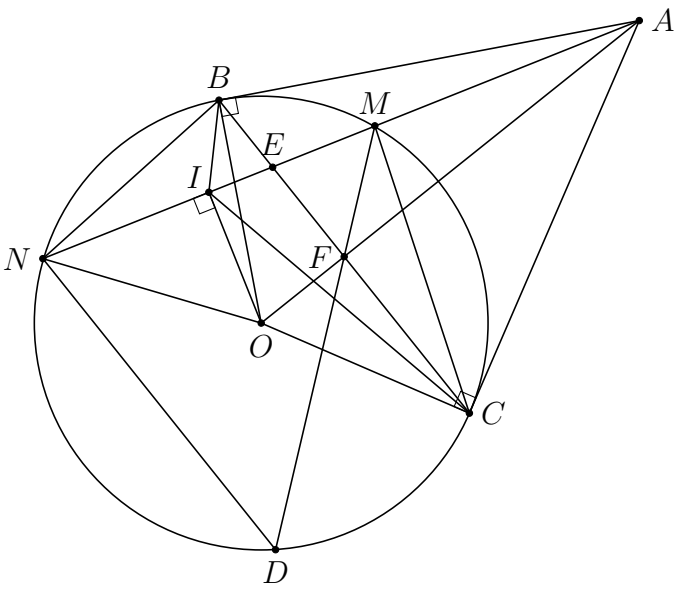
a) Chứng minh tứ giác $ABOC$ nội tiếp được đường tròn.

b) Chứng minh $EB \cdot EC = EM \cdot EN$ và IA là tia phân giác của $\widehat{BIC}$.

c) Tia MF cắt $(O; R)$ tại điểm thứ hai là D. Chứng minh $\triangle AMF \backsim \triangle AON$ và $BC \parallel DN$.

d) Giả sử $AO = 2R$. Tính diện tích tam giác ABC theo R.

Lời giải.



Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

a) Vì AB, AC là tiếp tuyến của đường tròn $(O;R)$ tại B, C nên $\widehat{ABO} = \widehat{ACO} = 90^\circ$. Do đó, tứ giác $ABOC$ nội tiếp.

b) • Chứng minh $EB \cdot EC = EM \cdot EN$.

Xét hai tam giác EBN và EMC có:

$\widehat{BEN} = \widehat{MEC}$ (đối đỉnh)

$\widehat{BNE} = \widehat{MCE}$ (cùng chắn cung $\overset{\frown}{BM}$)

Suy ra, $\triangle EBN \backsim \triangle EMC$, suy ra $\dfrac{EB}{EM} = \dfrac{EN}{EC}$ hay $EB \cdot EC = EM \cdot EN$.

• Chứng minh IA là tia phân giác của $\widehat{BIC}$.

Ta có $OI \perp MN$ (định lý đường kính và dây cung)

Suy ra, I thuộc đường tròn đường kính AO hay 5 điểm O, I, B, A, C cùng thuộc một đường tròn.

Ta có $\widehat{AIB} = \widehat{ACB}$ (cùng chắn cung $\overset{\frown}{AB}$)

và $\widehat{AIC} = \widehat{ABC}$ (cùng chắn cung $\overset{\frown}{AC}$)

mà $\widehat{ACB} = \widehat{ABC}$ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau)

Suy ra, $\widehat{AIB} = \widehat{AIC}$ hay IA tia phân giác của $\widehat{BIC}$.

c) • Chứng minh $\triangle AMF \backsim \triangle AON$.

Ta có $\triangle ABN \backsim \triangle AMB$ (do $\widehat{A}$ chung và $\widehat{ANB} = \widehat{ABM} = \dfrac{1}{2}$ sđ $\overset{\frown}{BM}$).

Suy ra, $AB^2 = AM \cdot AN$. (1)

Mặt khác, tam giác ABO vuông tại B có BF là đường cao nên $AB^2 = AF \cdot AO$. (2)

Từ (1) và (2), suy ra $AM \cdot AN = AF \cdot AO$ hay $\dfrac{AM}{AO} = \dfrac{AF}{AN} \Rightarrow \triangle AMF \backsim \triangle AON$.

• Chứng minh $BC \parallel DN$.

Ta có $\widehat{AFM} = \widehat{ANO}$ (do $\triangle AMF \backsim \triangle AON$). Suy ra,

$$90^\circ - \widehat{AFM} = 90^\circ - \widehat{ANO} \Leftrightarrow \widehat{MFE} = \widehat{NOI} \quad (3)$$

Mặt khác,

$$\widehat{MDN} = \frac{1}{2}\widehat{MON} = \widehat{NOI} \quad (4)$$

Từ (3) và (4) $\Rightarrow \widehat{MFE} = \widehat{MDN}$.

Mà hai góc này ở vị trí đồng vị, suy ra $BC \parallel DN$.

d) Trong tam giác ACO vuông tại C, CF là đường cao, ta có

$$OF \cdot OA = OC^2 \Rightarrow OF = \frac{OC^2}{OA} = \frac{R}{2} \Rightarrow AF = OA - OF = \frac{3R}{2}.$$

Ta lại có

$$CF = \sqrt{OC^2 - OF^2} = \frac{R\sqrt{3}}{2} \Rightarrow BC = 2CF = R\sqrt{3}.$$

Do đó, diện tích tam giác ABC là

$$S_{ABC} = \frac{1}{2}AF \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot \frac{3R}{2} \cdot R\sqrt{3} = \frac{3\sqrt{3}R^2}{4}.$$

Câu 8. Giải phương trình $2\sqrt{x} - \sqrt{3x+1} = x - 1$.

Lời giải.

Điều kiện: $x \geqslant 0$. Phương trình đã cho tương đương với

$$\begin{aligned}
4\sqrt{x} - 2\sqrt{3x+1} = 2x - 2 &\Leftrightarrow x + 4\sqrt{x} + 4 = 3x + 1 + 2\sqrt{3x+1} + 1 \\
&\Leftrightarrow \left(\sqrt{x} + 2\right)^2 = \left(\sqrt{3x+1} + 1\right)^2 \\
&\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sqrt{x} + 2 = \sqrt{3x+1} + 1 \\ \sqrt{x} + 2 = -\sqrt{3x+1} - 1 \text{ (phương trình vô nghiệm)} \end{array}\right. \\
&\Leftrightarrow \sqrt{x} + 1 = \sqrt{3x+1} \\
&\Leftrightarrow x + 2\sqrt{x} + 1 = 3x + 1 \\
&\Leftrightarrow 2\sqrt{x}\left(\sqrt{x} - 1\right) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 1. \end{array}\right. \text{ (thỏa mãn điều kiện)}
\end{aligned}$$

Vậy phương trình đã cho có tập nghiệm $S = \{0; 1\}$.

Câu 9. Cho hai số thực dương a, b thỏa mãn $a + b + 3ab = 1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$P = \sqrt{1 - a^2} + \sqrt{1 - b^2} + \frac{3ab}{a + b}.$$

Lời giải.

Áp dụng bất đẳng thức Cô-si, ta có

$$\begin{aligned}
1 - a^2 + \frac{8}{9} &\geqslant 2\sqrt{\frac{8}{9}(1 - a^2)} = \frac{4\sqrt{2}}{3}\sqrt{1 - a^2} \\
1 - b^2 + \frac{8}{9} &\geqslant 2\sqrt{\frac{8}{9}(1 - b^2)} = \frac{4\sqrt{2}}{3}\sqrt{1 - b^2}
\end{aligned}$$

Suy ra,

$$\frac{4\sqrt{2}}{3}\left(\sqrt{1 - a^2} + \sqrt{1 - b^2}\right) \leqslant \frac{34}{9} - (a^2 + b^2).$$

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Từ giả thiết và a, b dương nên

$$\frac{1-a-b}{3} = ab \leqslant \frac{(a+b)^2}{4} \Leftrightarrow 3(a+b)^2 + 4(a+b) - 4 \geqslant 0 \Rightarrow a+b \geqslant \frac{2}{3}.$$

Mặt khác,

$$a^2+b^2 \geqslant \frac{(a+b)^2}{2} \geqslant \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{2}{9} \Rightarrow \frac{34}{9} - (a^2+b^2) \leqslant \frac{32}{9}.$$

Do đó,

$$\sqrt{1-a^2} + \sqrt{1-b^2} \leqslant \frac{3}{4\sqrt{2}} \cdot \frac{32}{9} = 4\sqrt{2}3.$$

Ta lại có,

$$\frac{3ab}{a+b} = \frac{1-a-b}{a+b} = \frac{1}{a+b} - 1 \leqslant \frac{3}{2} - 1 = \frac{1}{2}.$$

Suy ra,

$$P = \sqrt{1-a^2} + \sqrt{1-b^2} + \frac{3ab}{a+b} \leqslant 4\sqrt{2}3 + \frac{1}{2}.$$

Dấu bằng xảy ra khi $a = b = \frac{1}{3}$. Vậy giá trị lớn nhất của P bằng $\frac{4\sqrt{2}}{3} + \frac{1}{2}$.

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 35

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 NĂM HỌC 2018-2019, BẾN TRE

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Bài 10. Rút gọn các biểu thức

a) $A=\sqrt{12}+\sqrt{27}-\sqrt{48}$;

b) $B=\left(\dfrac{1}{\sqrt{x}-1}-\dfrac{1}{\sqrt{x}+1}\right)\div\dfrac{x+1}{x-1}$, với $x\geq 0$ và $x\neq\pm 1$.

Lời giải.

a) Ta có

$$A=\sqrt{12}+\sqrt{27}-\sqrt{48}=2\sqrt{3}+3\sqrt{3}-4\sqrt{3}=\sqrt{3}.$$

b) Ta có

$$B=\left(\dfrac{1}{\sqrt{x}-1}-\dfrac{1}{\sqrt{x}+1}\right)\div\dfrac{x+1}{x-1}=\dfrac{\sqrt{x}+1-(\sqrt{x}-1)}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)}\cdot\dfrac{x-1}{x+1}=\dfrac{2}{x-1}\cdot\dfrac{x-1}{x+1}=\dfrac{2}{x+1}.$$

Bài 11. Giải hệ phương trình $\begin{cases}x+2y=12\\3x-y=1.\end{cases}$

Lời giải.

Ta có

$$\begin{cases}x+2y=12\\3x-y=1.\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}3x+6y=36\\3x-y=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}7y=35\\3x-y=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=2\\y=5.\end{cases}$$

Vậy nghiệm của hệ phương trình là $(2;5)$.

Bài 12. Cho phương trình $x^2+5x+m=0\quad(*)$, (m là tham số).

a) Giải phương trình $(*)$ khi $m=-3$.

b) Tìm m để phương trình $(*)$ có hai nghiệm x_1,x_2 thỏa mãn $9x_1+2x_2=18$.

Lời giải.

a) Khi $m=-3$ ta được phương trình $x^2+5x-3=0$. Ta có $\Delta=5^2-4(-3)=37>0$ nên phương trình có hai nghiệm phân biệt $\left[\begin{array}{l} x=\dfrac{-5+\sqrt{37}}{2} \\ x=\dfrac{-5-\sqrt{37}}{2}. \end{array}\right.$

b) Phương trình có hai nghiệm phân biệt khi $\Delta=25-4m\geq 0\Leftrightarrow m\leq \dfrac{25}{4}$.
Khi đó, ta có hệ

$$\begin{cases} x_1+x_2=-5 \\ 9x_1+2x_2=18 \\ x_1\cdot x_2=m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1=4 \\ x_2=-9 \\ x_1\cdot x_2=m \end{cases}.$$

Thay x_1, x_2 vào $x_1\cdot x_2=m$ ta được $4\cdot(-9)=m\Leftrightarrow m=-36$ (thỏa mãn).

Bài 13. Trên mặt phẳng (Oxy), cho Parabol $(P)\colon y=\dfrac{1}{2}x^2$ và đường thẳng $(d)\colon y=(2m-1)x+5$.

a) Vẽ đồ thị của (P).

b) Tìm m để đường thẳng (d) đi qua điểm $E(7;12)$.

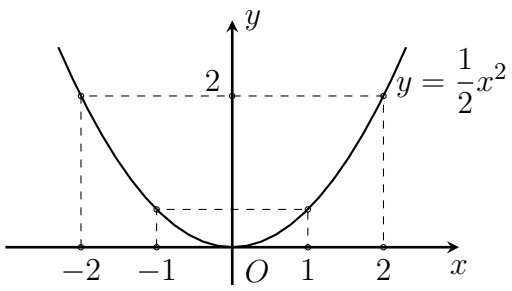
c) Đường thẳng $y=2$ cắt parabol (P) tại hai điểm A, B. Tìm tọa độ điểm A, B và tính diện tích tam giác OAB.

Lời giải.

a) Bảng giá trị

x	-2	-1	0	1	2
$y=\dfrac{1}{2}x^2$	2	$\dfrac{1}{2}$	0	$\dfrac{1}{2}$	2

Hình vẽ bên.



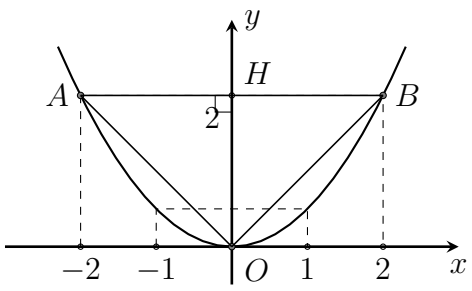
b) Giả thuyết điểm $E(7;12)\in(d)\colon y=(2m-1)x+5$ nên

$$(2m-1)\cdot 7+5=12\Leftrightarrow 14m=14\Leftrightarrow m=1.$$

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

c) Phương trình hoành độ giao điểm

$$\frac{1}{2}x^2 = 2 \Leftrightarrow x^2 = 4 \Leftrightarrow x = \pm 2.$$



- Với $x = -2$ thì $y = 2 \Rightarrow A(-2, 2)$.
- Với $x = 2$ thì $y = 2 \Rightarrow B(2, 2)$.

Theo hình vẽ, tam giác OAB cân tại O. Gọi H là trung điểm của AB thì $OH \perp AB$ nên

$$S_{\triangle OAB} = \frac{1}{2}AB \cdot OH = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 2 = 4 \text{ (đvdt)}.$$

Bài 14. Cho đường tròn $(O; R)$ có đường kính AB vuông góc với dây cung MN tại H (H nằm giữa O và B). Trên tia MN lấy điểm C nằm ngoài đường tròn $(O; R)$ sao cho đoạn thẳng AC cắt đường tròn $(O; R)$ tại điểm K (K khác A), hai dây MN và BK cắt nhau tại E.

a) Chứng minh rằng tứ giác $AHEK$ là tứ giác nội tiếp.

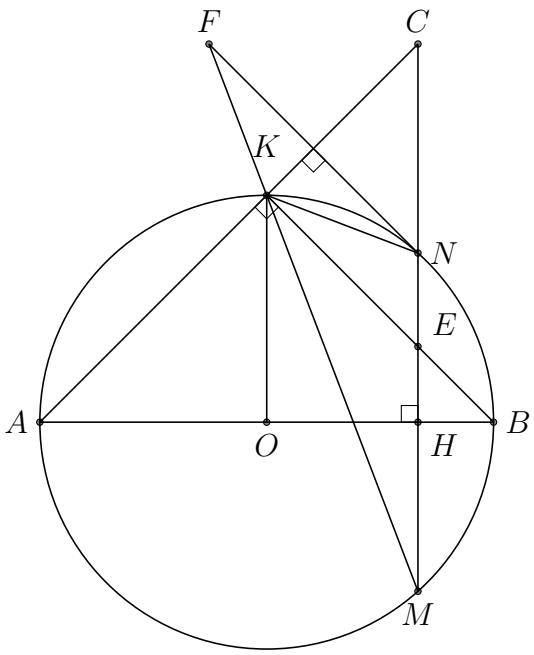
b) Chứng minh $CA \cdot CK = CE \cdot CH$.

c) Qua điểm N kẻ đường thẳng d vuông góc với AC, d cắt tia MK tại F. Chứng minh tam giác NFK cân.

d) Khi $KE = KC$, chứng minh rằng $OK \parallel MN$.

Lời giải.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/



a) Xét tứ giác $AHEK$, ta có $\widehat{AKE} = \widehat{AHE} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{AKE} + \widehat{AHE} = 180^\circ$. Suy ra tứ giác $AHEK$ nội tiếp trong đường tròn đường kính AE.

b) Xét hai tam giác HAC và KEC, ta có

$\widehat{C}$ chung.

$\widehat{AHC} = \widehat{EKC} = 90^\circ$.

Suy ra hai tam giác HAC và KEC đồng dạng.

$\Rightarrow \dfrac{CA}{CE} = \dfrac{CH}{CK} \Rightarrow CA \cdot CK = CE \cdot CH$.

c) Ta có $NF \parallel KB$ (cùng vuông góc với AC).

Suy ra $\widehat{FNK} = \widehat{NKB}$ (so le trong) và $\widehat{NFK} = \widehat{MKB}$ (đồng vị). (1)

Mặt khác, ta có

$\widehat{NKB}$ chắn cung NB.

$\widehat{MKB}$ chắn cung MB.

và $\widehat{MB} = \widehat{NB}$.

Nên $\widehat{NKB} = \widehat{MKB}$ (hai góc nội tiếp chắn hai cung bằng nhau). (2)

Từ (1) và (2) suy ra $\widehat{FNK} = \widehat{NFK}$.

Vậy tam giác NFK cân tại K.

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

d) Khi $KE = KC$ ta có tam giác KEC vuông cân tại K.

Suy ra $\widehat{KCE} = \widehat{KEC} = 45°$.

Từ đó ta có $\widehat{KAB} = \widehat{KBA} = 45°$ nên tam giác KAB vuông cân tại K. Suy ra $KO \perp AB$.

Ta lại có $MN \perp AB$ (giả thuyết). Vậy $KO \parallel MN$.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 36

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 NĂM HỌC 2018-2019, BÌNH ĐỊNH

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

Câu 1. Cho biểu thức $A = \left(\dfrac{1}{x+\sqrt{x}} - \dfrac{1}{\sqrt{x}+1}\right) \div \dfrac{\sqrt{x}}{x+2\sqrt{x}+1}$, với $x > 0$.

a) Rút gọn biểu thức A.

b) Tìm các giá trị của x để $A > \dfrac{1}{2}$.

Lời giải.

a) Với $x > 0$, ta có

$$\begin{aligned} A &= \left(\frac{1}{\sqrt{x}\,(\sqrt{x}+1)} - \frac{1}{\sqrt{x}+1}\right) \cdot \frac{(\sqrt{x})^2 + 2\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x}} \\ &= \frac{1-\sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)} \cdot \frac{(\sqrt{x}+1)^2}{\sqrt{x}} = \frac{(1-\sqrt{x})(\sqrt{x}+1)}{x} \\ &= \frac{1-x}{x}. \end{aligned}$$

b) Với $x > 0$, ta có

$$A > \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{1-x}{x} > \frac{1}{2} \Leftrightarrow 2 - 2x > x \Leftrightarrow 3x < 2 \Leftrightarrow x < \frac{2}{3}.$$

Vậy các giá trị x cần tìm là $0 < x < \dfrac{2}{3}$.

Câu 2. Không dùng máy tính, trình bày cách giải hệ phương trình $\begin{cases} 2x - y = 4 \\ x + 3y = -5 \end{cases}$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{cases} 2x - y = 4 \\ x + 3y = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x - 3y = 12 \\ x + 3y = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7x = 7 \\ y = 2x - 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -2. \end{cases}$$

Vậy hệ có nghiệm $(x; y) = (1; 2)$.

Câu 3. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy đường thẳng d có hệ số góc k đi qua điểm $M(1;-3)$ cắt các trục Ox, Oy lần lượt tại A và B.

a) Xác định tọa độ các điểm A và B theo k.

b) Tính diện tích tam giác OAB khi $k=2$.

Lời giải.

a) Do d đi qua điểm $M(1;-3)$ và có hệ số góc k nên có phương trình

$$y=k(x-1)-3 \Leftrightarrow y=kx-k-3,$$

ở đây $k\neq 0$ vì d cắt hai trục tọa độ.

Cho $x=0$, thu được $y=-k-3$, suy ra $B(0;-k-3)$.

Cho $y=0$, thu được $x=\dfrac{k+3}{k}$, suy ra $A\left(\dfrac{k+3}{k};0\right)$.

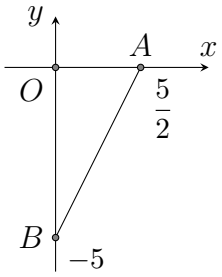
Vậy $A\left(\dfrac{k+3}{k};0\right)$ và $B(0;-k-3)$.

b)

Khi $k=2$ thì $A\left(\dfrac{5}{2};0\right)$, $B(0;-5)$.

Tam giác OAB vuông tại O có $OA=\dfrac{5}{2}$ và $OB=5$, từ đó

$$S_{\text{OAB}}=\frac{1}{2}OA\cdot OB=\frac{1}{2}\cdot\frac{5}{2}\cdot 5=\frac{25}{4}.$$



Câu 4. Tìm một số có hai chữ số biết rằng hiệu của số ban đầu và số đảo ngược của nó bằng 18 (số đảo ngược của một số là số thu được bằng cách viết các chữ số của số đó theo thứ tự ngược lại) và tổng của số ban đầu với bình phương số đảo ngược của nó bằng 618.

Lời giải.

Gọi số cần tìm là $\overline{ab}$, khi đó số đảo ngược của nó là $\overline{ba}$ $(a,b\in\{1;2;\cdots;9\},\ a>b)$.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Theo giả thiết bài toán ta có hệ

$$\begin{cases} \overline{ab}-\overline{ba}=18 \\ \overline{ab}+(\overline{ba})^2=618 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \overline{ab}=18+\overline{ba} \\ 18+\overline{ba}+(\overline{ba})^2=618 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \overline{ab}=18+\overline{ba} \\ \left(\overline{ba}\right)^2+\overline{ba}-600=0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \overline{ab}=18+\overline{ba} \\ \left[\begin{array}{l} \overline{ba}=24 \\ \overline{ba}=-25 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \overline{ba}=24,\ \overline{ab}=42 \quad \text{(thỏa mãn)} \\ \overline{ba}=-25,\ \overline{ab}=-7 \quad \text{(loại)}. \end{array}\right.$$

Vậy số cần tìm là 42.

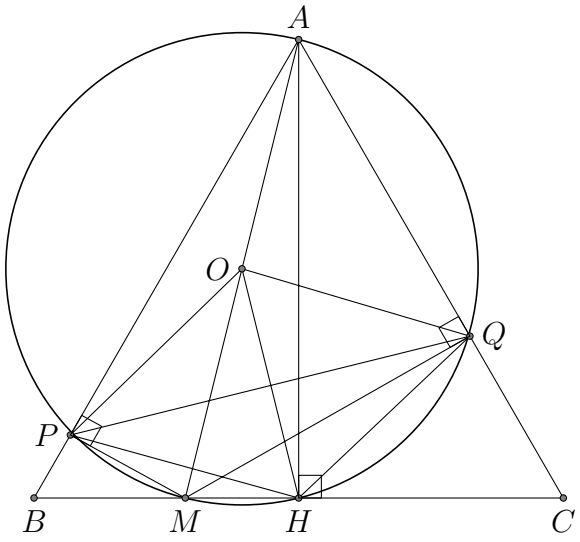
Câu 5. Cho tam giác đều ABC có đường cao AH. Trên cạnh BC lấy điểm M tùy ý (M không trùng với B, C, H). Gọi P, Q lần lượt là hình chiếu vuông góc của M lên AB và AC.

a) Chứng minh tứ giác $APMQ$ nội tiếp được trong đường tròn và xác định tâm O của đường tròn này.

b) Chứng minh $OH \perp PQ$.

c) Chứng minh $MP+MQ=AH$.

Lời giải.



a) Chứng minh tứ giác $APMQ$ nội tiếp được và xác định tâm O của đường tròn này.
Theo giả thiết bài toán, hai điểm P và Q cùng nhìn đoạn AM dưới một góc vuông, suy ra chúng thuộc đường tròn đường kính AM.
Vậy tứ giác $APMQ$ nội tiếp được đường tròn, tâm O của đường tròn này là trung điểm của đoạn AM.

b) Chứng minh $OH \perp PQ$.

Vì H nhìn đoạn AM dưới một góc vuông nên H thuộc đường tròn (O) đường kính AM.

Mà $\triangle ABC$ đều nên $\overset{\frown}{HAP} = \overset{\frown}{HAQ}$, suy ra hai dây cung $HP = HQ$.

Mặt khác $OP = OQ$, suy ra OH là đường trung trực của PQ. Nói cách khác $OH \perp PQ$.

c) Chứng minh $MP + MQ = AH$.

Do $\triangle BMP$ vuông tại P và có góc $\widehat{B} = 60^\circ$ nên $MP = MB \sin 60^\circ = \dfrac{MB\sqrt{3}}{2}$.

Tương tự $MQ = \dfrac{MC\sqrt{3}}{2}$. Suy ra $MP + MQ = \dfrac{MB\sqrt{3}}{2} + \dfrac{MC\sqrt{3}}{2} = \dfrac{BC\sqrt{3}}{2}$.

Mà $\triangle ABC$ đều nên $AH = \dfrac{BC\sqrt{3}}{2}$. Từ đó $AH = MP + MQ$.

Câu 6. Cho tam giác đều ABC có cạnh bằng a. Hai điểm M, N lần lượt di động trên hai đoạn thẳng AB, AC sao cho $\dfrac{AM}{MB} + \dfrac{AN}{NC} = 1$. Đặt $AM = x$ và $AN = y$. Chứng minh $MN = a - x - y$.

Lời giải.

Theo giả thiết ta có

$$\frac{x}{a-x} + \frac{y}{a-y} = 1$$

$\Leftrightarrow ax - xy + ay - xy = a^2 - ax - ay + xy$

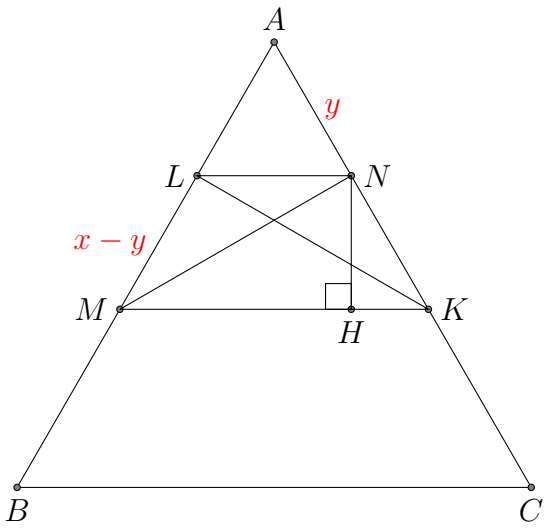
$\Leftrightarrow a^2 + x^2 + y^2 - 2ax - 2by + 2xy = x^2 + y^2 - xy$

$\Leftrightarrow (a - x - y)^2 = x^2 + y^2 - xy$.

Không mất tính tổng quát, giả sử $x > y$.

Kẻ $MK \parallel BC$ $(K \in AC)$, $NL \parallel BC$ $(L \in AB)$.

Khi đó $\triangle AMK$ và $\triangle ALN$ là các tam giác đều (tam giác cân và có góc bằng 60°) và tứ giác $LNKM$ là hình thang cân. Kẻ $NH \perp MK$ tại H.



Tam giác NHK vuông tại H, có $NK = x - y$, $\widehat{HNK} = \dfrac{1}{2}\widehat{BAC} = 30^\circ$.

Suy ra $HK = NK \cdot \sin 30^\circ = \dfrac{x-y}{2}$, $NH = NK \cos 30^\circ = \dfrac{(x-y)\sqrt{3}}{2}$.

Xét tam giác vuông MNH, có

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

$MH = x - \dfrac{x-y}{2} = \dfrac{x+y}{2}$,

$MN = \sqrt{\left(\dfrac{x+y}{2}\right)^2 + \left(\dfrac{(x-y)\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \sqrt{x^2+y^2-xy} = \sqrt{(a-x-y)^2} = |a-x-y|$.

Cuối cùng, vì $\dfrac{x}{a-x} + \dfrac{y}{a-y} = 1$ nên

$$\begin{cases} \dfrac{x}{a-x} < 1 \\ \dfrac{y}{a-y} < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < a-x \\ y < a-y \end{cases} \Rightarrow x+y < 2a-x-y \Rightarrow a-x-y > 0.$$

Vậy $MN = a-x-y$.

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 37

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 NĂM HỌC 2018-2019, BÌNH DƯƠNG

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Bài 1.

a) Rút gọn biểu thức $A=\left(\sqrt{5}-\sqrt{2}\right)^2+\sqrt{40}$.

b) Rút gọn biểu thức $B=\left(\dfrac{x-\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}-\dfrac{\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}}\right):\dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}$ với $x>0, x\neq 1$.
Tính giá trị của B khi $x=12+8\sqrt{2}$.

Lời giải.

a) $A=\left(\sqrt{5}-\sqrt{2}\right)^2+\sqrt{40}=5-2\sqrt{10}+2+2\sqrt{10}=7$.

b) $B=\left(\sqrt{x}-\dfrac{1}{\sqrt{x}}\right):\dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}=\dfrac{x-1}{\sqrt{x}}.\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}=\sqrt{x}-1$.
Với $x=12+8\sqrt{2}\Rightarrow B=\sqrt{12+8\sqrt{2}}-1=\sqrt{\left(2+2\sqrt{2}\right)^2}-1=1+2\sqrt{2}$.

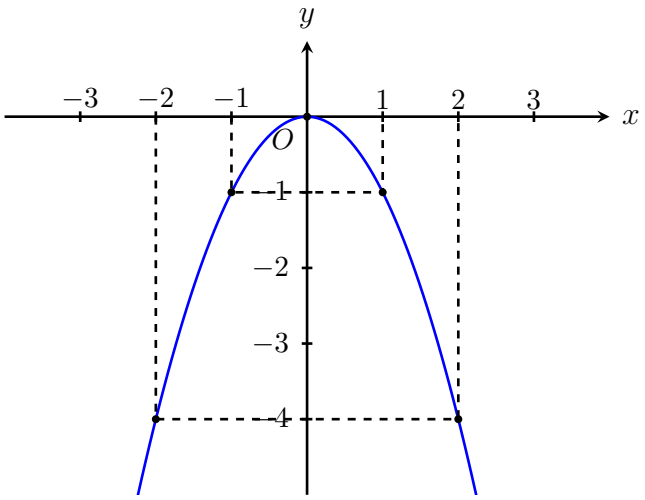
Bài 2. Cho parabol $(P): y=-x^2$ và đường thẳng $(d): y=2\sqrt{3}x+m+1$ (m là tham số).

a) Vẽ đồ thị (P).

b) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để d cắt (P) tại hai điểm phân biệt.

Lời giải.

a) Parabol (P) đi qua 5 điểm $(0;0)$, $(1;-1)$, $(-1;-1)$, $(2;-4)$, $(-2;-4)$.



b) Xét phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P), ta có:

$$-x^2 = 2\sqrt{3}x + m + 1 \Leftrightarrow x^2 + 2\sqrt{3}x + m + 1 = 0. \quad (*)$$

Để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt khi đó phương trình $(*)$ có hai nghiệm phân biệt:

Ta có $\Delta = 12 - 4m > 0 \Leftrightarrow m < 2$.

Vậy $m < 2$ thì (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt.

Bài 3.

a) Giải hệ phương trình $\begin{cases} 9x + y = 11 \\ 5x + 2y = 9. \end{cases}$

b) Cho phương trình $x^2 - 2(m+2)x + m^2 + 3m - 2 = 0 \quad (1)$, ($m$ là tham số)

i) Giải phương trình (1) với $m = 3$.

ii) Tìm các giá trị của tham số m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 sao cho biểu thức $A = 2018 + 3x_1x_2 - x_1^2 - x_2^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Lời giải.

a) $\begin{cases} 9x + y = 11 \\ 5x + 2y = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 11 - 9x \\ 5x + 22 - 18x = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2. \end{cases}$

b) $x^2 - 2(m+2)x + m^2 + 3m - 2 = 0 \quad (1)$

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

i) Khi $m=3$ phương trình (1) trở thành $x^2-10x+16=0$.

Ta có $\Delta=100-4.16=16>0$ nên phương trình có hai nghiệm phân biệt

$$x_1=\frac{10+\sqrt{36}}{2}=8,\ x_2=\frac{10-\sqrt{36}}{2}=2.$$

Vậy $m=3$ thì phương trình có hai nghiệm là $x_1=8; x_2=2$.

ii) Điều kiện để (1) có hai nghiệm phân biệt là

$$\Delta=4(m^2+4m+4)-4(m^2+3m-2)>0\Leftrightarrow m>-6. \quad (2)$$

Theo hệ thức vi-ét, ta có: $\begin{cases}x_1+x_2=2(m+2)\\ x_1x_2=m^2+3m-2.\end{cases}$

$$\begin{aligned}A &= 2018+3x-1x_2-x_1^2-x_2^2\\ &= 2018+5x_1x_2-(x_1+x_2)^2\\ &= m^2-m+1992\\ &= \left(m-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{7969}{4}\geq\frac{7969}{4},\end{aligned}$$

$\Rightarrow \min A=\frac{7969}{4}$ khi $m=\frac{1}{2}$.

Bài 4. Một người dự định đi xe máy từ tỉnh A đến tỉnh B cách nhau 90 km trong một thời gian đã định. Sau khi đi được 1 giờ người đó nghỉ 9 phút. Do đó, để đến B đúng hẹn, người ấy phải tăng vận tốc thêm 4 km/h. Tính vận tốc lúc đầu của người đó.

Lời giải.

Gọi x (km/h) là vận tốc lúc đầu ($x>0$)

$x+4$ là vận tốc đi lúc sau; $\frac{90}{x}$ là thời gian đi dự định. $\frac{90-x}{x+4}$ là thời gian đi lúc tăng tốc.

Vì sau khi đi một giờ người đó nghỉ 9 phút nên ta có phương trình:

$$\begin{aligned}&1+\frac{9}{60}+\frac{90-x}{x+4}=\frac{90}{x}\\ \Leftrightarrow\ &23(x+4)x+20x(90-x)=1800(x+4)\\ \Leftrightarrow\ &3x^2+92x-7200=0\end{aligned}$$

Giải được hai nghiệm $x_1=36$ (thỏa mãn), $x_2=\frac{-200}{3}$ (loại).

Vậy vận tốc lúc đầu là 36 km/h.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Bài 5. Cho tam giác ABC có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn (O) có bán kính $R = 3$ cm. Các tiếp tuyến với (O) tại B và C cắt nhau tại D.

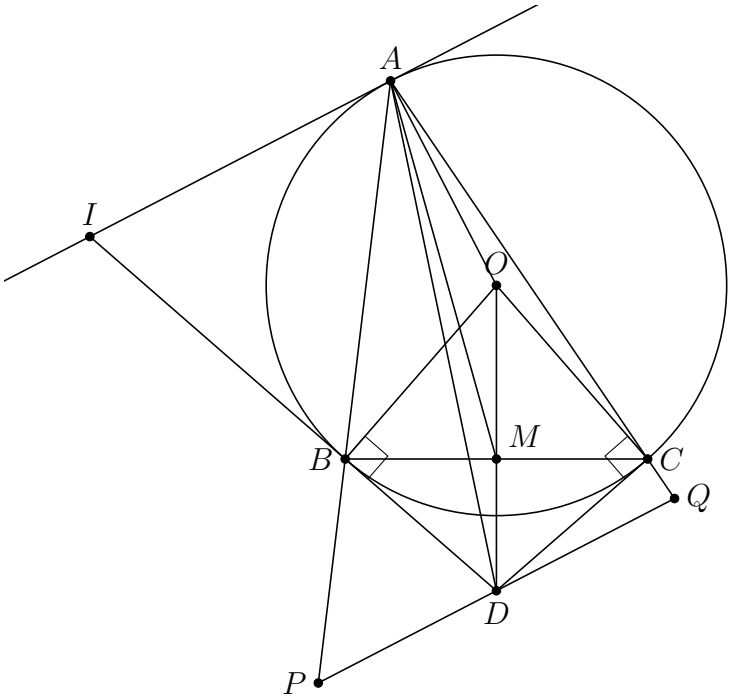
a) Chứng minh tứ giác $OBCD$ nội tiếp đường tròn

b) Gọi M là giao điểm của BC và OD. Biết $OD = 5$ cm. Tính diện tích tam giác BCD.

c) Kẻ đường thẳng d đi qua D và song song với đường tiếp tuyến với (O) tại A, d cắt các đường thẳng AB, AC lần lượt tại P và Q. Chứng minh $AB.AP = AQ.AC$

d) Chứng minh góc $\widehat{PAD} = \widehat{MAC}$

Lời giải.



a) $\widehat{OBD} = 90°$, $\widehat{OCD} = 90°$ (tính chất tiếp tuyến)
$\Rightarrow \widehat{OBD} + \widehat{OCD} = 180° \Rightarrow$ tứ giác $OBDC$ nội tiếp.

b) $OB = OC, DB = DC$ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau)
$\Rightarrow OD$ là trung trực của $BC \Leftrightarrow OD \perp BM$.
$\triangle OBD$ vuông tại B, đường cao BM
$\Rightarrow OB^2 = OM.OD \Rightarrow OM = \dfrac{9}{5} \Rightarrow MD = \dfrac{16}{5}$.
$BM^2 = OM.MD = \dfrac{144}{25} \Rightarrow BM = \dfrac{12}{5} \Rightarrow BC = 2BM = \dfrac{24}{5}$.
$S_{\triangle BCD} = \dfrac{1}{2}BC.MD = \dfrac{192}{25}\text{cm}^2$.

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

c) Gọi Ax là tiếp tuyến của (O) tại A.

$d \parallel Ax \Rightarrow \widehat{xAB} = \widehat{BPQ}$ (so le trong)

Mà $\widehat{xAB} = \widehat{ACB} = \frac{1}{2}\text{sđ}\overset{\frown}{AB} \Rightarrow \widehat{ACB} = \widehat{BPQ}$

$\Rightarrow \triangle ABC \backsim \triangle AQP \Rightarrow \dfrac{AB}{AQ} = \dfrac{AC}{AP}$.

d) Gọi I là giao điểm hai tiếp tuyến tại A và B của (O) suy ra $IA = IB$.

$\triangle AIB \backsim \triangle PDB \Rightarrow \dfrac{AI}{PD} = \dfrac{IB}{DB} \Rightarrow DB = DP$.

Tương tự $DC = DQ$. Mặt khác $DB = DC \Rightarrow DP = DQ \Rightarrow D$ là trung điểm của PQ

Xét $\triangle AQP$ và $\triangle ABC$ có $\widehat{BAC}$ chung; $\widehat{ACB} = \widehat{APQ}$ (vì cùng bằng $\widehat{ABI}$)

$\Rightarrow \triangle AQP \backsim \triangle ABC \Rightarrow \dfrac{AP}{AC} = \dfrac{QP}{BC} = \dfrac{PD}{CM}$.

Xét $\triangle APD$ và $\triangle ACM$ có $\widehat{APD} = \widehat{ACM}$ và $\dfrac{AP}{AC} = \dfrac{PD}{CM} \Rightarrow \triangle APD \backsim \triangle ACM$

$\Rightarrow \widehat{PAD} = \widehat{MAC}$.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 38

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 NĂM HỌC 2018-2019, BÌNH PHƯỚC

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

Câu 1. Tính giá trị của các biểu thức

a) $M = \sqrt{36} + \sqrt{25}$.

b) $N = \sqrt{\left(\sqrt{5}-1\right)^2} - \sqrt{5}$.

Lời giải.

a) $M = \sqrt{6^2} + \sqrt{5^2} = 6 + 5 = 11$.

b) $N = \left|\sqrt{5}-1\right| - \sqrt{5} = \sqrt{5} - 1 - \sqrt{5} = -1$.

Câu 2. Cho biểu thức $P = 1 + \dfrac{x - \sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1}$, với $x \geq 0$ và $x \neq 1$.

a) Rút gọn biểu thức P.

b) Tìm các giá trị của x, biết $P > 3$.

Lời giải.

a) Với $x \geq 0$ và $x \neq 1$.
Ta có $P = 1 + \dfrac{x - \sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1} = 1 + \dfrac{\sqrt{x}\left(\sqrt{x} - 1\right)}{\sqrt{x} - 1} = 1 + \sqrt{x}$.

b) $P > 3 \Leftrightarrow 1 + \sqrt{x} > 3 \Leftrightarrow \sqrt{x} > 2 \Leftrightarrow x > 4$.
Kết hợp điều kiện $x \geq 0$ và $x \neq 1$ ta có nghiệm của bất phương trình là $x > 4$.
Vậy với $x > 4$ thì $P > 3$.

Câu 3. Cho parabol $(P)\colon y = x^2$ và đường thẳng $(d)\colon y = -x + 2$.

a) Vẽ parabol (P) và đường thẳng (d) trên cùng một mặt phẳng tọa độ Oxy.

b) Tìm tọa độ giao điểm của parabol (P) và đường thẳng (d) bằng phép tính.

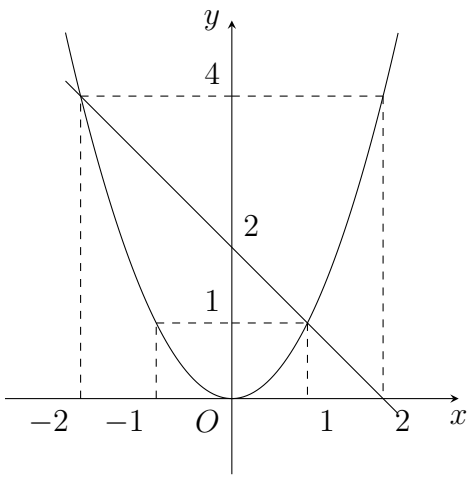
Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Lời giải.

a) Vẽ parabol (P) và đường thẳng (d) trên cùng một mặt phẳng tọa độ Oxy.

Trên đường thẳng d ta lấy 2 điểm $(0;2)$ và $(2;0)$.

Trên parabol (P) ta lấy các điểm $(-2;4)$, $(-1;1)$, $(0;0)$, $(1;1)$, $(2;4)$.



b) Tìm tọa độ giao điểm của parabol (P) và đường thẳng (d) bằng phép tính.

Xét phương trình hoành độ giao điểm của d và (P), ta có

$$x^2 = -x + 2 \Leftrightarrow x^2 + x - 2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \Rightarrow y = 1 \\ x = -2 \Rightarrow y = 4. \end{array}\right.$$

Vậy tọa độ giao điểm là $(1;1)$ và $(-2;4)$.

Câu 4. Không sử dụng máy tính, giải hệ phương trình sau $\begin{cases} 3x + y = 5 \\ 2x - y = 10. \end{cases}$

Lời giải.

Hệ phương trình đã cho tương đương với

$$\begin{cases} 3x + y = 5 \\ 2x - y = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x = 15 \\ y = 2x - 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = -4. \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x;y) = (3;-4)$.

Câu 5. Cho phương trình $x^2 - 2mx + 2m - 1 = 0$ (m là tham số). (1)

a) Giải phương trình với $m = 2$.

b) Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 sao cho

$$\left(x_1^2 - 2mx_1 + 3\right)\left(x_2^2 - 2mx_2 - 2\right) = 50.$$

Lời giải.

a) Thay $m=2$ vào phương trình (1) ta có phương trình $x^2-4x+3=0$.

Vì $a+b+c=1-4+3=0$ nên phương trình có hai nghiệm $x=1$ và $x=3$.

b) Phương trình (1) có hai nghiệm

$$\Leftrightarrow \Delta' \geq 0 \Leftrightarrow m^2-2m+1\geq 0$$
$$\Leftrightarrow (m-1)^2\geq 0 \quad \forall m\in\mathbb{R}.$$

Vậy thì phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 với mọi m.

Khi đó ta có $\begin{cases} x_1^2-2x_1+2m-1=0 \\ x_2^2-2x_2+2m-1=0. \end{cases}$

Áp dụng hệ thức Vi-et ta có $\begin{cases} x_1+x_2=2m \\ x_1x_2=2m-1. \end{cases}$

Theo đề bài ta có

$$\left(x_1^2-2mx_1+3\right)\left(x_2^2-2mx_2-2\right)=50 \Leftrightarrow (4-2m)(-2m-1)=50$$
$$\Leftrightarrow 2m^2-3m-27=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=\dfrac{9}{2} \\ m=-3. \end{array}\right.$$

Vậy với $\left[\begin{array}{l} m=\dfrac{9}{2} \\ m=-3 \end{array}\right.$ thỏa mãn điều kiện bài toán.

Câu 6. Quãng đường AB dài 50 km. Hai xe máy khởi hành cùng một lúc từ A đến B. Vận tốc xe thứ nhất lớn hơn vận tốc xe thứ hai 10 km/h, nên xe thứ nhất đến B trước xe thứ hai 15 phút. Tính vận tốc của mỗi xe.

Lời giải.

Gọi vận tốc của xe thứ nhất là x (km/h) ($x>10$).

Nên vận tốc xe thứ hai là $x-10$ (km/h).

Thời gian xe thứ nhất đi từ A đến B là $\dfrac{50}{x}$ (h).

Thời gian xe thứ hai đi từ A đến B là $\dfrac{50}{x-10}$ (h).

Vì xe thứ nhất đến B trước xe thứ hai 15 phút là $\dfrac{1}{4}$ (h) nên ta có phương trình

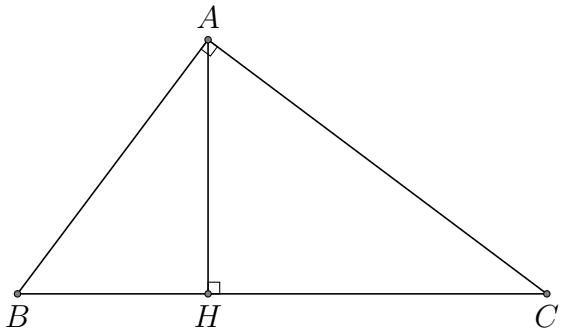
$$\frac{50}{x-10}-\frac{50}{x}=\frac{1}{4} \Leftrightarrow x^2-10x-2000=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=50 \\ x=-40. \end{array}\right.$$

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

Vậy vận tốc của xe thứ nhất là 50 (km/h) và vận tốc xe thứ hai là 40 (km/h).

Câu 7. Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH ($H \in BC$). Biết $AC = 8$ cm, $BC = 10$ cm. Tính độ dài các đoạn thẳng AB, BH, CH và AH.

Lời giải.



Tính AB: Áp dụng định lý Pitago trong tam giác vuông ABC tại A ta có $AB = 6$.

Tính BH: $AB^2 = BH \cdot BC \Rightarrow BH = 3{,}6$ (cm).

Tính CH: $CH = 10 - 3{,}6 = 6{,}4$ (cm).

Tính AH: $AH^2 = BH \cdot HC \Rightarrow AH = 4{,}8$ (cm).

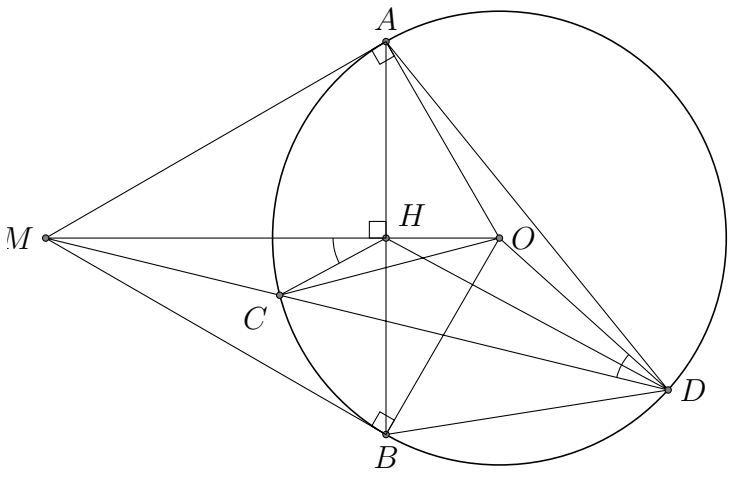
Câu 8. Cho đường tròn tâm (O), từ điểm M ở bên ngoài đường tròn (O) kẻ các tiếp tuyến MA, MB (A, B là các tiếp điểm), kẻ cát tuyến MCD không đi qua tâm O (C nằm giữa M và D; O và B nằm về hai phía so với cát tuyến MCD).

a) Chứng minh tứ giác $MAOB$ nội tiếp.

b) Chứng minh $MB^2 = MC \cdot MD$.

c) Gọi H là giao điểm của AB và OM. Chứng minh AB là phân giác của $\widehat{CHD}$.

Lời giải.



Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

a) Chứng minh tứ giác $MAOB$ nội tiếp.

Ta có $\widehat{OAM} = \widehat{OBM} = 90^\circ$ (do MA, MB là tiếp tuyến của đường tròn (O)).

Xét tứ giác $OAMB$ có $\widehat{OAM} + \widehat{OBM} = 180^\circ \Rightarrow$ tứ giác $OAMB$ nội tiếp.

b) Chứng minh $MB^2 = MC \cdot MD$.

Xét tam giác MBC và tam giác MDB có

- $\widehat{BMD}$ chung.
- $\widehat{MBC} = \widehat{MDB}$ (góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung và góc nội tiếp chắn cung BC).

$\Rightarrow \triangle MBC \backsim \triangle MDB$ (g.g) $\Rightarrow \dfrac{MB}{MD} = \dfrac{MC}{MB} \Rightarrow MB^2 = MC \cdot MD$.

c) Gọi H là giao điểm của AB và OM. Chứng minh AB là phân giác của $\widehat{CHD}$.

Ta có $\begin{cases} MA = MB \text{ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau)} \\ OA = OB = R \end{cases}$

$\Rightarrow OM$ là trung trực của $AB \Rightarrow OM \perp AB$.

Xét tam giác vuông OMB có $MB^2 = MH \cdot MO$ (hệ thức lượng trong tam giác vuông).

Mà $MB^2 = MC \cdot MD$ (cmt) $\Rightarrow MH \cdot MO = MC \cdot MD \Rightarrow \dfrac{MC}{MO} = \dfrac{MH}{MD}$.

Xét $\triangle MCH$ và $\triangle MOD$ có $\widehat{OMD}$ chung và $\dfrac{MC}{MO} = \dfrac{MH}{MD}$ (cmt)

$\Rightarrow \triangle MCH \backsim \triangle MOD$ (c.g.c) $\Rightarrow \widehat{MHC} = \widehat{MDO}$ (hai góc tương ứng). (1)

Mà $\widehat{MHC} + \widehat{OHC} = 180^\circ \Rightarrow$ tứ giác $OHCD$ là tứ giác nội tiếp (tứ giác có tổng hai góc đối bằng 180°).

$\Rightarrow \widehat{OHD} = \widehat{OCD}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung OD). (2)

Mà $\widehat{OCD} = \widehat{ODC} = \widehat{MDO}$ (tam giác OCD cân tại O). (3)

Từ (1), (2), (3) $\Rightarrow \widehat{MHC} = \widehat{OHD} \Rightarrow 90^\circ - \widehat{MHC} = 90^\circ - \widehat{OHD} \Rightarrow \widehat{CHB} = \widehat{BHD}$.

Vậy BH là tia phân giác của góc $\widehat{CHD}$ hay AB là tia phân giác của góc $\widehat{CHD}$.

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 39

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 NĂM HỌC 2018-2019, CẦN THƠ

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Điều kiện của x để $\sqrt{4-x}$ có nghĩa là

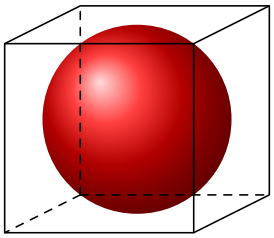
(A) $x \geq 4$. (B) $x \geq \dfrac{1}{4}$. (C) $x \leq \dfrac{1}{4}$. (D) $x \leq 4$.

Lời giải.

$\sqrt{4-x}$ xác định $\Leftrightarrow 4-x \geq 0 \Leftrightarrow x \leq 4$.

Chọn phương án (D)

Câu 2. Một quả bóng rổ có dạng hình cầu được đặt vừa khít vào trong một chiếc hộp hình lập phương (như hình bên dưới). Biết nửa chu vi đáy của hình lập phương bằng 48 cm. Diện tích bề mặt của quả bóng rổ bằng



(A) 144π cm^2. (B) 768π cm^2. (C) 576π cm^2. (D) 2304π cm^2.

Lời giải.

Cạnh hình lập phương là $\dfrac{48}{2} = 24$ cm.

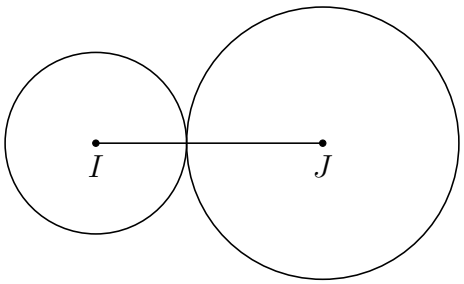
Do quả bóng rổ đặt vừa khít chiếc hộp nên bán kính của quả bóng rổ là 12 cm.

Vậy diện tích bề mặt quả bóng rổ bằng $4\pi \cdot 12^2 = 576\pi$ cm^2.

Chọn phương án (C)

Câu 3. Cho hai đường tròn $(I; 2 \text{ cm})$ và $(J; 3 \text{ cm})$ tiếp xúc ngoài nhau (như hình bên dưới). Độ dài đoạn nối IJ bằng

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/



(A) 1 cm. (B) 5 cm. (C) 10 cm. (D) 13 cm.

Lời giải.

Độ dài đoạn nối tâm IJ bằng $2+3=5$ cm.

Chọn phương án (B)

Câu 4. Giá trị của biểu thức $\sqrt{49}-\sqrt{\dfrac{225}{16}}$ bằng

(A) $-\dfrac{13}{4}$. (B) $\dfrac{13}{4}$. (C) $-\dfrac{43}{4}$. (D) $\dfrac{43}{4}$.

Lời giải.

Ta có $\sqrt{49}-\sqrt{\dfrac{225}{16}}=7-\dfrac{15}{4}=\dfrac{13}{4}$.

Chọn phương án (B)

Câu 5. Trong một đường tròn, xét các khẳng định sau:

a) Đường kính là dây cung lớn nhất.

b) Dây nhỏ hơn thì gần tâm hơn.

c) Hai dây cách đều tâm thì bằng nhau.

d) Tiếp tuyến vuông góc với bán kính tại tiếp điểm.

Số khẳng định đúng là

(A) 1. (B) 2. (C) 4. (D) 3.

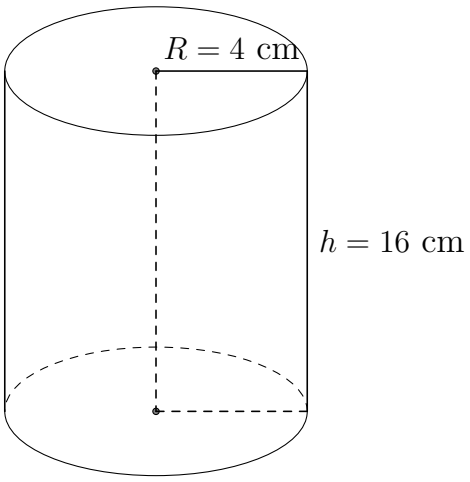
Lời giải.

Khẳng định (I), (III), (IV) đúng. Khẳng định (II) sai vì dây lớn hơn thì gần tâm hơn.

Vậy có 3 khẳng định đúng.

Chọn phương án (D)

Câu 6. Cho hình trụ (T) có bán kính đáy bằng 4 cm và chiều cao bằng 16 cm (như hình bên dưới). Thể tích hình trụ (T) bằng



(A) $\dfrac{64\pi}{3}$ cm^3. (B) $\dfrac{256\pi}{3}$ cm^3. (C) 256π cm^3. (D) 64π cm^3.

Lời giải.

Diện tích hình trụ (T) bằng $\pi R^2 h = 256\pi$ cm^3.

Chọn phương án (C)

Câu 7. Cho đường tròn $(O;r)$ có chu vi bằng 16π cm. Diện tích của hình tròn $(O;r)$ bằng

(A) 16π cm^2. (B) 8π cm^2. (C) 64π cm^2. (D) 256π cm^2.

Lời giải.

Bán kính đường tròn là $r = \dfrac{1}{2\pi} \cdot 16\pi = 8$ cm.

Diện tích hình tròn bằng $\pi r^2 = 64\pi$ cm^2.

Chọn phương án (C)

Câu 8. Cặp số $(-3;2)$ là nghiệm của hệ phương trình

(A) $\begin{cases} x+3y=3 \\ x-3y=9 \end{cases}$. (B) $\begin{cases} x+3y=3 \\ x-3y=-9 \end{cases}$.

(C) $\begin{cases} x+3y=3 \\ 3x-y=-9 \end{cases}$. (D) $\begin{cases} 3x+y=3 \\ x-3y=-9 \end{cases}$.

Lời giải.

Thế $\begin{cases} x=-3 \\ y=2 \end{cases}$ lần lượt vào các hệ phương trình.

Suy ra cặp số $(-3;2)$ là nghiệm của hệ $\begin{cases} x+3y=3 \\ x-3y=-9. \end{cases}$

Chọn phương án (B)

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Câu 9. Hàm số nào dưới đây là hàm số bậc nhất?

(A) $y = 2x^2$. (B) $y = -\dfrac{1}{x}$. (C) $y = -x + 2$. (D) $y = -3x^2$.

Lời giải.

Hàm số $y = -x + 2$ là hàm số bậc nhất vì có dạng $y = ax + b$ với $a = -1 \neq 0$.

Chọn phương án (C)

Câu 10. Giá trị của tham số m sao cho hai hệ phương trình $\begin{cases} x - y = -1 \\ x + my = 3 \end{cases}$ và $\begin{cases} 2x + 3y = 8 \\ 2x + y = 4 \end{cases}$ tương đương với nhau là

(A) $m = 1$. (B) $m = -1$. (C) $m = -2$. (D) $m = 2$.

Lời giải.

Hệ $\begin{cases} 2x + 3y = 8 \\ 2x + y = 4 \end{cases}$ có nghiệm $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2. \end{cases}$

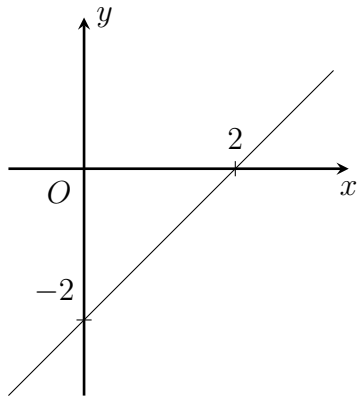
Thế $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$ vào hệ $\begin{cases} x - y = -1 \\ x + my = 3 \end{cases}$ ta được $\begin{cases} 1 - 2 = -1 \\ 1 + 2m = 3 \end{cases} \Leftrightarrow m = 1.$

Vậy $m = 1$ là giá trị cần tìm.

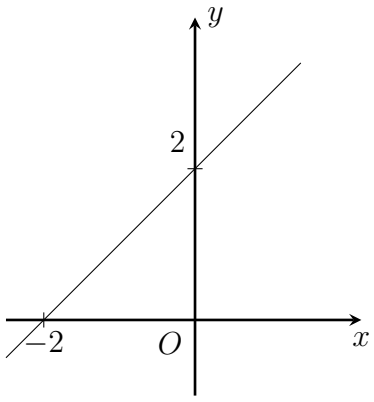
Chọn phương án (A)

Câu 11. Hình nào dưới đây là đồ thị của hàm số $y = x - 2$

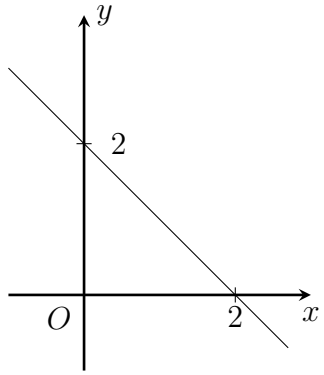
(A)



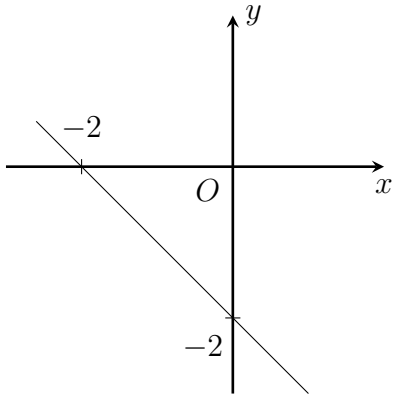
(B)



(C)



(D)



Lời giải.

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

Đồ thị hàm số $y = x - 2$ là một đường thẳng đi qua điểm $(0; -2)$ và $(2; 0)$.

Chọn phương án A

Câu 12. Sau giờ tan học, hai nhóm bạn cùng nhau đi ăn phở và uống trà xanh tại cùng một quán ăn. Nhóm I ăn 4 tô phở, uống 3 chai trà xanh và trả hết 185000 đồng. Nhóm II ăn 5 tô phở, uống 2 chai trà xanh và trả hết 205000 đồng. Giá tiền của mỗi tô phở và mỗi chai trà xanh lần lượt là

A 35000 đồng và 15000 đồng.
B 45000 đồng và 15000 đồng.
C 15000 đồng và 35000 đồng.
D 40000 đồng và 20000 đồng.

Lời giải.

Gọi x (đồng), y (đồng) lần lượt là giá tiền của mỗi tô phở và mỗi chai trà xanh $(x, y \in \mathbb{N}^*)$.

Nhóm I ăn 4 tô phở, uống 3 chai trà xanh và trả hết 185000 đồng nên ta có $4x + 3y = 185000$ (1).

Nhóm II ăn 5 tô phở, uống 2 chai trà xanh và trả hết 205000 đồng nên ta có $5x + 2y = 205000$ (2).

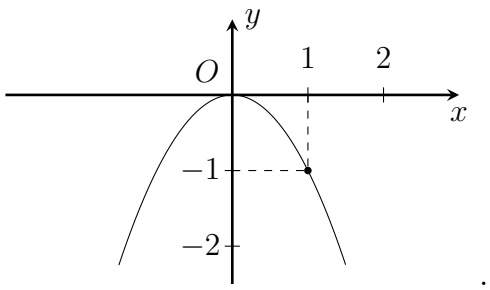
Từ (1), (2) ta có hệ

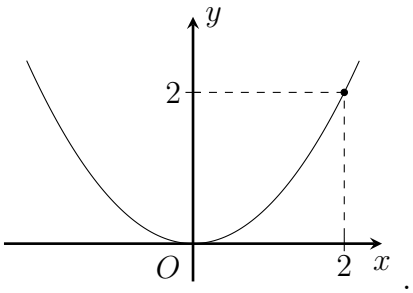
$$\begin{cases} 4x + 3y = 185000 \\ 5x + 2y = 205000 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 35000 \\ y = 15000. \end{cases}$$

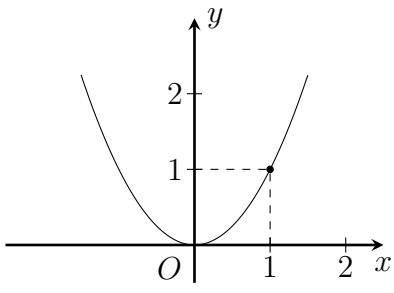
Vậy giá tiền mỗi tô phở là 35000 đồng, giá tiền mỗi chai trà xanh là 15000 đồng.

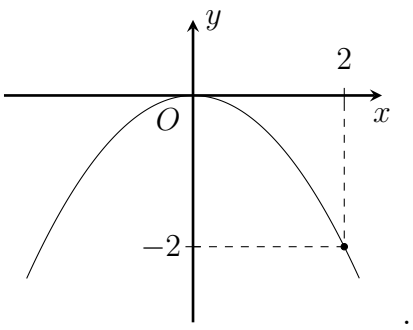
Chọn phương án A

Câu 13. Hình nào dưới đây là đồ thị của hàm số $y = x^2$?

A 

B 

C 

D 

Lời giải.

Đồ thị hàm số $y = x^2$ là một parabol đi qua gốc tọa độ O và qua điểm $(1; 1), (-1; 1)$.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Chọn phương án C

Câu 14. Tập nghiệm của phương trình $x^2+x-2=0$ là

A $S=\{1;2\}$. B $S=\{-2;1\}$. C $S=\{-2;-1\}$. D $S=\{-1;2\}$.

Lời giải.

Ta có $\Delta=9>0$.

Do đó phương trình đã cho có 2 nghiệm phân biệt

$$x_1=1, x_2=-2.$$

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S=\{-2;1\}$.

Chọn phương án B

Câu 15. Hàm số nào dưới đây là hàm số bậc hai?

A $y=\dfrac{3}{x^2}$. B $y=\dfrac{2}{x}$. C $y=x+3$. D $y=-\dfrac{3}{4}x^2$.

Lời giải.

Hàm số $y=-\dfrac{3}{4}x^2$ là hàm số bậc hai vì có dạng $y=ax^2+bx+c$ với $a=-\dfrac{3}{4}\neq 0$.

Chọn phương án D

Câu 16. Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB=5$ cm, $AC=12$ cm và $BC=13$ cm. Giá trị của $\sin C$ bằng

A $\dfrac{5}{12}$. B $\dfrac{1}{13}$. C $\dfrac{12}{13}$. D $\dfrac{5}{13}$.

Lời giải.

$\triangle ABC$ vuông tại A nên ta có $\sin C=\dfrac{AB}{BC}=\dfrac{5}{13}$.

Chọn phương án D

Câu 17. Trong một đường tròn, khẳng định nào dưới đây **sai**?

A Các góc nội tiếp cùng chắn một cung hoặc chắn các cung bằng nhau thì bằng nhau.

B Góc nội tiếp chắn nửa đường tròn có số đo bằng 90°.

C Số đo của góc nội tiếp bằng nửa số đo của góc ở tâm cùng chắn một cung.

D Số đo của góc nội tiếp bằng số đo của cung bị chắn.

Lời giải.

Khẳng định "Số đo của góc nội tiếp bằng số đo của cung bị chắn" **sai** vì số đo của góc nội tiếp bằng nửa số đo của cung bị chắn.

Chọn phương án D

Câu 18. Giá trị của x thỏa mãn $\sqrt{8-4x}=2$ là

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

(A) $x = -\dfrac{3}{2}$. (B) $x = 1$. (C) $x = -1$. (D) $x = \dfrac{3}{2}$.

Lời giải.

ĐK: $8 - 4x \geq 0 \Leftrightarrow x \leq 2$.

Với điều kiện trên phương trình đã cho tương đương

$$\begin{aligned} & 8 - 4x = 4 \\ \Leftrightarrow \quad & x = 1. \end{aligned}$$

So sánh điều kiện ta được $x = 1$ là nghiệm của phương trình đã cho.

Chọn phương án (B)

Câu 19. Một hàm số bậc nhất được cho bằng bảng bên dưới. Hàm số đó là hàm số nào sau đây?

x	-2	-1	0	1	2
y	5	3	1	-1	-3

(A) $y = 3x + 1$. (B) $y = -2x + 1$. (C) $y = -3x + 1$. (D) $y = 2x + 1$.

Lời giải.

Thế lần lượt $x = -2, x = -1, x = 0, x = 1, x = 2$ vào $y = -2x+1$ ta được $y = 5, y = 3, y = 1, y = -1, y = -3$.

Vậy $y = -2x + 1$ là hàm số cần tìm.

Chọn phương án (B)

Câu 20. Hệ phương trình $\begin{cases} x - 2y = -4 \\ x + y = -1 \end{cases}$ có nghiệm là

(A) $(-2; 1)$. (B) $(2; -1)$. (C) $(2; 1)$. (D) $(-2; -1)$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{cases} x - 2y = -4 \\ x + y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = -1 \\ 3y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = 1. \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm là $(x; y) = (-2; 1)$.

Chọn phương án (A)

II. PHẦN TỰ LUẬN

Bài 1. Giải phương trình $2x^2 - 3x - 2 = 0$.

Lời giải.

Ta có $\Delta = 9 - 4 \cdot 2 \cdot (-2) = 25 > 0$.

Do đó phương trình đã cho có 2 nghiệm phân biệt

$$x_1 = \frac{3+5}{4}, x_2 = \frac{3-5}{4} \text{ hay } x_1 = 2, x_2 = -\frac{1}{2}.$$

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S = \left\{-\frac{1}{2}; 2\right\}$.

Bài 2. Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2x - 3y = 12 \\ 3x + y = 7 \end{cases}$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{cases} 2x - 3y = 12 \\ 3x + y = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 3y = 12 \\ 9x + 3y = 21 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 3y = 12 \\ 11x = 33 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = -2. \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm là $(x; y) = (3; -2)$.

Bài 3. Rút gọn biểu thức $A = \sqrt{9 - 4\sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{5} - 2}$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} A &= \sqrt{9 - 4\sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{5} - 2} \\ &= \sqrt{2^2 - 2 \cdot 2 \cdot \sqrt{5} + \left(\sqrt{5}\right)^2} + \frac{\sqrt{5} + 2}{5 - 4} \\ &= \sqrt{\left(2 - \sqrt{5}\right)^2} + \sqrt{5} + 2 \\ &= |2 - \sqrt{5}| + \sqrt{5} + 2 \\ &= \sqrt{5} - 2 + \sqrt{5} + 2 \\ &= 2\sqrt{5}. \end{aligned}$$

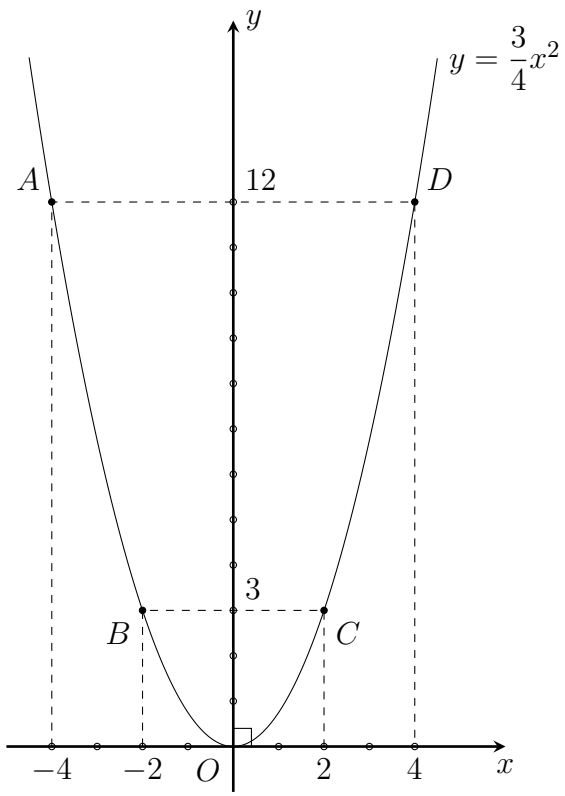
Bài 4. Vẽ đồ thị của hàm số $y = \frac{3}{4}x^2$.

Lời giải.

Ta có bảng giá trị

x	-4	-2	0	2	4
y	12	3	0	3	12

Đồ thị hàm số $y = \frac{3}{4}x^2$ là một parabol đi qua gốc tọa độ O và đi qua các điểm $A(-4;12), B(-2;3),$
$C(2;3), D(4;12).$



Bài 5. Khi thực hiện xây dựng trường điển hình đổi mới năm 2017, hai trường trung học cơ sở A và B có tất cả 760 học sinh đăng ký tham gia nội dung hoạt động trải nghiệm. Đến khi tổng kết, số học sinh tham gia đạt tỷ lệ 85% so với số đã đăng ký. Nếu tính riêng thì tỷ lệ học sinh tham gia của trường A và trường B lần lượt là 80% và 89,5%. Tính số học sinh ban đầu đăng ký tham gia của mỗi trường.

Lời giải.

Gọi số học sinh trường A đăng ký hoạt động là x (học sinh), $(x < 760, x \in \mathbb{N}^*)$.

Gọi số học sinh trường B đăng ký hoạt động là y (học sinh), $(y < 760, y \in \mathbb{N}^*)$.

Khi đó tổng số học sinh hai trường đăng kí là $x + y = 760$. (1)

Số học sinh hai trường tham gia là $760 \cdot \frac{85}{100} = 646$ (học sinh).

Số học sinh trường A tham gia là $80\%x = \frac{4}{5}x$ (học sinh).

Số học sinh trường B tham gia là $89{,}5\%y = \frac{179}{200}y$ (học sinh).

Theo đề bài ta có phương trình $\frac{4}{5}x + \frac{179}{200}y = 646$. (2)

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} x+y=760 \\ \frac{4}{5}x+\frac{179}{200}y=646 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y=760 \\ 160x+179y=129200 \end{cases}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} 160x+160y=121600 \\ 160x+179y=129200 \end{cases}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} 19y=7600 \\ x=760-y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=360 \\ y=400. \end{cases}$$

So sánh điều kiện ta được số học sinh trường A và trường B đăng ký hoạt động lần lượt là 360 (học sinh) và 400 (học sinh).

Bài 6. Tìm tất cả giá trị của tham số m sao cho phương trình $2x^2-(m+5)x-3m^2+10m-3=0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn ${x_1}^2+{x_2}^2-(x_1+x_2)+x_1x_2=4$.

Lời giải.

Phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1, x_2 \Leftrightarrow \Delta > 0$

$\Leftrightarrow (m+5)^2-8\left(-3m^2+10m-3\right)>0$

$\Leftrightarrow 25m^2-70m+49>0$

$\Leftrightarrow (5m-7)^2>0 \Leftrightarrow m\neq\frac{7}{5}$.

Áp dụng hệ thức Vi-ét ta có $\begin{cases} x_1+x_2=\frac{m+5}{2} \\ x_1x_2=\frac{-3m^2+10m-3}{2}. \end{cases}$

Theo đề bài ta có

$$\begin{aligned} & {x_1}^2+{x_2}^2-(x_1+x_2)+x_1x_2=4 \\ \Leftrightarrow\ & (x_1+x_2)^2-2x_1x_2-(x_1+x_2)+x_1x_2=4 \\ \Leftrightarrow\ & (x_1+x_2)^2-(x_1+x_2)-x_1x_2=4 \\ \Leftrightarrow\ & \left(\frac{m+5}{2}\right)^2-\left(\frac{m+5}{2}\right)-\frac{-3m^2+10m-3}{2}=4 \\ \Leftrightarrow\ & 7m^2-12m+5=0 \Leftrightarrow (7m-5)(m-1)=0 \\ \Leftrightarrow\ & m=\frac{5}{7} \text{ hoặc } m=1. \end{aligned}$$

So sánh điều kiện ta được $m=\frac{5}{7}$ hoặc $m=1$ thỏa yêu cầu bài toán.

Bài 7. Cho đường tròn tâm O và điểm P nằm ngoài (O). Vẽ tiếp tuyến PC của (O) (C là tiếp điểm) và cát tuyến PAB ($PA<PB$) sao cho các điểm A, B, C nằm cùng phía so

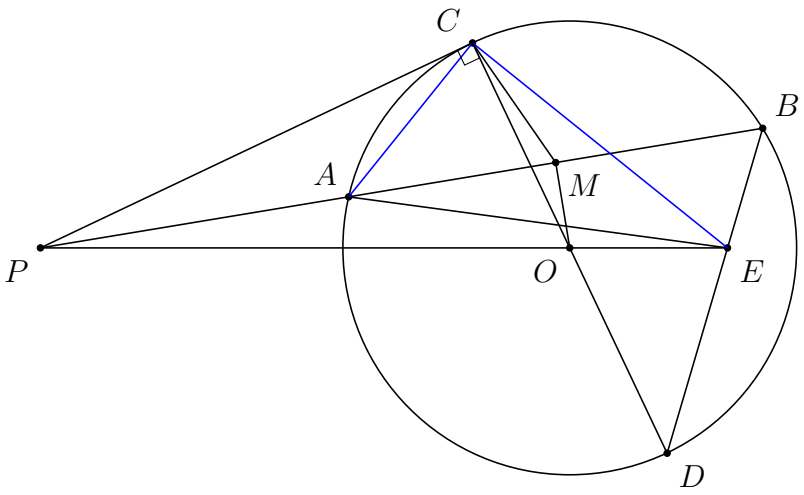
với đường thẳng PO. Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng AB và CD là đường kính của (O).

a) Chứng minh tứ giác $PCMO$ là tứ giác nội tiếp.

b) Gọi E là giao điểm của đường thẳng PO với đường thẳng BD. Chứng minh $AM.DE = AC.DO$.

c) Chứng minh đường thẳng CE vuông góc với đường thẳng CA.

Lời giải.



a) *Chứng minh tứ giác $PCMO$ là tứ giác nội tiếp.*

Ta có M là trung điểm của $AB \Rightarrow OM \perp AB$ (tính chất đường kính và dây cung).
$\Rightarrow \widehat{AMO} = \widehat{PMO} = 90^\circ$.
Lại có PC là tiếp tuyến của (O) tại C nên $\widehat{PCO} = 90^\circ$.
Xét tứ giác $PCMO$ có $\widehat{PMO} = \widehat{PCO} = 90^\circ$.
Mà C và M là 2 đỉnh kề nhau cùng nhìn cạnh PO dưới một góc vuông.
Nên $PCMO$ là tứ giác nội tiếp.

b) *Chứng minh $AM.DE = AC.DO$.*

Vì $PCMO$ nội tiếp nên $\widehat{POC} = \widehat{PMC}$ (cùng chắn cung PC).
Mà $\widehat{DOE} = \widehat{POC}$ (đối đỉnh).
Nên $\widehat{DOE} = \widehat{AMC}$ (cùng bằng $\widehat{POC}$).
Xét $\triangle ACM$ và $\triangle DEO$ có

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

$\widehat{DOE} = \widehat{AMC}$ (cmt),

$\widehat{ODE} = \widehat{CAM}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung BC của đường tròn (O)).

Do đó $\triangle ACM \backsim \triangle DEO$ (g-g).

$\Rightarrow \dfrac{AC}{DE} = \dfrac{AM}{DO} \Rightarrow AM \cdot DE = AC \cdot DO.$

c) *Chứng minh đường thẳng CE vuông góc với đường thẳng CA.*

Ta có $\triangle ACM \backsim \triangle DEO$ (cmt).

$\Rightarrow \dfrac{DE}{AC} = \dfrac{OD}{AM} = \dfrac{2OD}{2AM} = \dfrac{CD}{AB}.$

Xét $\triangle DEC$ và $\triangle ACB$ có

$\dfrac{DE}{AC} = \dfrac{DC}{AB}$ (cmt)

$\widehat{EDC} = \widehat{BAC}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn chung BC)

Do đó $\triangle DEC \backsim \triangle ACB$ (c-g-c).

$\Rightarrow \widehat{DCE} = \widehat{CBA}$ (hai góc tương ứng).

Lại có $\widehat{CBA} = \widehat{PCA}$ (góc nội tiếp và góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung cùng chắn cung CA).

$\Rightarrow \widehat{DCE} = \widehat{PCA}$ (cùng bằng $\widehat{CBA}$).

Mặt khác $\widehat{PCA} + \widehat{ACO} = 90^\circ$ (GT)

$\Rightarrow \widehat{DCE} + \widehat{ACO} = 90^\circ$ hay $\widehat{ACE} = 90^\circ$

$\Rightarrow AC \perp CE.$

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM

1 D	**3** B	**5** D	**7** C	**9** C	**11** A	**13** C	**15** D	**17** D	**19** B
2 C	**4** B	**6** C	**8** B	**10** A	**12** A	**14** B	**16** D	**18** B	**20** A

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 40

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 NĂM HỌC 2018-2019, CAO BẰNG

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

Câu 1. Thực hiện phép tính $5\sqrt{16}-18$.

Lời giải.

Ta có $5\sqrt{16}-18=5\cdot 4-18=2$.

Câu 2. Cho hàm số $y=3x$. Hàm số trên là hàm số đồng biến hay nghịch biến trên $\mathbb{R}$? Vì sao?

Lời giải.

Do hàm số trên là hàm số bậc nhất với hệ số $a>0$ nên hàm số trên đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 3. Giải hệ phương trình $\begin{cases} x-y=6 \\ 2x+y=-3. \end{cases}$

Lời giải.

Cộng hai phương trình trong hệ về với về ta được $3x=3\Leftrightarrow x=1$.

Với $x=1$ thế vào phương trình thứ nhất của hệ ta được $y=-5$.

Vậy hệ có nghiệm duy nhất $(x;y)=(1;-5)$.

Câu 4. Giải phương trình $x^4-8x^2-9=0$.

Lời giải.

Phương trình đã cho tương đương với $(x^2+1)(x^2-9)=0\Leftrightarrow x^2=9\Leftrightarrow x=\pm 3$.

Câu 5. Trong lúc học nhóm, bạn Nam yêu cầu bạn Linh và bạn Mai mỗi người chọn một số tự nhiên sao cho hai số này hơn kém nhau là 6 và tích của chúng phải bằng 280. Vậy hai bạn Linh và Mai phải chọn những số nào?

Lời giải.

Giả sử số bạn Linh chọn là số lớn hơn. Gọi số bạn Linh chọn là x $(x\in\mathbb{N}, 6<x<280)$.

Khi đó số bạn Mai chọn là $x-6$. Theo bài ra ta có phương trình

$$\begin{aligned} x(x-6)=280 &\Leftrightarrow x^2-6x-280=0\\ &\Leftrightarrow (x-20)(x+14)=0\\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x-20=0\\ x+14=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=20\,(\text{thỏa mãn})\\ x=-14\,(\text{loại}) \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy số bạn Linh chọn là 20, số bạn Mai chọn là 14, hoặc số bạn Linh chọn là 14 và số bạn Mai chọn là 20.

Câu 6. Cho tam giác ABC vuông tại A, biết $BC=10$ cm, $AC=8$ cm.

a) Tính cạnh AB.

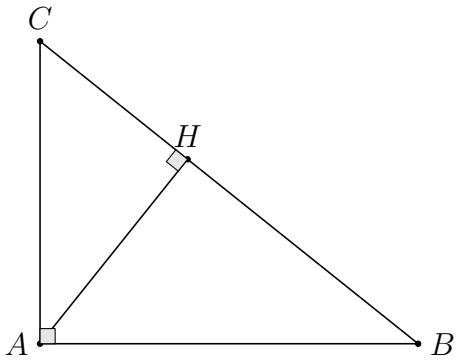
b) Kẻ đường cao AH. Tính BH.

Lời giải.

a)

Áp dụng định lý Pi-ta-go trong tam giác vuông ABC, ta có $AB^2=BC^2-AC^2=10^2-8^2=6^2$

$\Rightarrow AB=6$ cm.



b) Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông ABC, ta có $AB^2=BH\cdot BC$

$\Rightarrow BH=\dfrac{AB^2}{BC}=\dfrac{6^2}{10}=3{,}6$ cm.

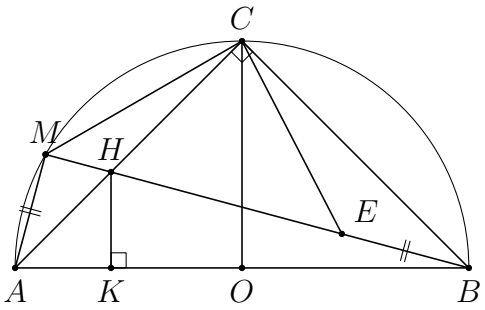
Câu 7. Cho nửa đường tròn (O) đường kính AB. Gọi C là điểm chính giữa của cung AB, M là một điểm bất kỳ trên cung nhỏ AC (M không trùng với A và C), BM cắt AC tại H. Từ H kẻ HK vuông góc với AB tại K.

a) Chứng minh $CBKH$ là tứ giác nội tiếp.

b) Trên đoạn thẳng BM lấy điểm E sao cho $BE=AM$. Chứng minh tam giác MCE là tam giác vuông cân.

Lời giải.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/



a) Ta có $\widehat{BCH} = \widehat{BCA} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn).

Lại có $\widehat{BKH} = 90^\circ$

Suy ra $\widehat{BCH} + \widehat{BKH} = 180^\circ$.

Suy ra tứ giác $CBKH$ là tứ giác nội tiếp.

b) Xét $\triangle AMC$ và $\triangle BEC$, ta có $\begin{cases} AM = BE \\ AC = BC \\ \widehat{MAC} = \widehat{EBC} \text{ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung MC).} \end{cases}$

Suy ra $\triangle AMC = \triangle BEC$ (c.g.c), suy ra $MC = EC \Rightarrow \triangle CME$ cân tại C.

Do $\triangle ACB$ vuông cân tại $C \Rightarrow \widehat{CAB} = 45^\circ$.

Suy ra $\widehat{CME} = \widehat{CAB} = 45^\circ$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung BC).

Do đó $\widehat{CME} = \widehat{CEM} = 45^\circ \Rightarrow \triangle MCE$ vuông cân tại C.

Câu 8. Cho phương trình $x^2 - mx + m - 1 = 0$ (với m là tham số). Gọi x_1 và x_2 là các nghiệm của phương trình. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \frac{2x_1x_2 + 3}{x_1^2 + x_2^2 + 2(x_1x_2 + 1)}.$$

Lời giải.

Ta có $\Delta = m^2 - 4(m-1) = (m-2)^2 \geq 0 \, \forall m \in \mathbb{R}$. Suy ra phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 với mọi $m \in \mathbb{R}$.

Khi đó áp dụng hệ thức Vi-ét ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = m \\ x_1x_2 = m - 1. \end{cases}$

Ta có

$$\begin{aligned} P &= \frac{2x_1x_2 + 3}{x_1^2 + x_2^2 + 2(x_1x_2 + 1)} = \frac{2x_1x_2 + 3}{(x_1 + x_2)^2 + 2} \\ &= \frac{2(m-1) + 3}{m^2 + 2} \\ &= \frac{2m + 1}{m^2 + 2}. \end{aligned}$$

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

Mà ta có $2P+1=2\cdot\dfrac{2m+1}{m^2+2}+1=\dfrac{(m+2)^2}{m^2+2}\geq 0$ vì $(m+2)^2\geq 0\Rightarrow P\geq -\dfrac{1}{2}$.

Vậy $\min P=-\dfrac{1}{2}$, xảy ra khi $m=-2$.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 41

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 NĂM HỌC 2018-2019, ĐẮK LẮK

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

Câu 1. Tìm x biết $2\sqrt{x}=3$.

Lời giải.

Điều kiện: $x \geq 0$. Ta có

$$2\sqrt{x}=3 \Leftrightarrow \sqrt{x}=\frac{3}{2} \Leftrightarrow x=\frac{9}{4}.$$

Vậy $x=\dfrac{9}{4}$.

Câu 2. Giải phương trình $43x^2-2018x+1975$.

Lời giải.

Dễ thấy phương trình có tổng các hệ số $a+b+c=43-2018+1975=0$ nên phương trình có hai nghiệm

$$x_1=1; x_2=\frac{1975}{43}.$$

Câu 3. Cho hàm số $y=(a+1)x^2$. Tìm a để hàm số nghịch biến khi $x<0$ và đồng biến khi $x>0$.

Lời giải.

Hàm số $y=(a+1)x^2$ nghịch biến khi $x<0$ và đồng biến khi $x>0 \Leftrightarrow a+1>0 \Leftrightarrow a>-1$.

Câu 4. Cho phương trình $x^2-2(m+1)x+m^2+2=0 \quad (1)$, m là tham số.

a) Tìm m để $x=2$ là nghiệm của phương trình (1).

b) Xác định m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2+x_2^2=10$.

Lời giải.

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

a) Ta có $x=2$ là nghiệm của phương trình (1) khi

$$\begin{aligned} & 2^2-2(m+1)\cdot 2+m^2+2=0 \\ \Leftrightarrow\ & m^2-4m+2=0 \\ \Leftrightarrow\ & \left[\begin{array}{l} m=2+\sqrt{2} \\ m=2-\sqrt{2}. \end{array}\right. \end{aligned}$$

b) Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 khi

$$\Delta'>0 \Leftrightarrow (m+1)^2-(m^2+2)>0 \Leftrightarrow 2m-1>0 \Leftrightarrow m>\frac{1}{2}.$$

Theo định lí Vi-ét ta có $\begin{cases} x_1+x_2=2(m+1) \\ x_1x_2=m^2+2. \end{cases}$

Khi đó ta có

$$\begin{aligned} x_1^2+x_2^2=10 \ \Leftrightarrow\ & (x_1+x_2)^2-2x_1x_2=10 \\ \Leftrightarrow\ & [2(m+1)]^2-2(m^2+2)=10 \\ \Leftrightarrow\ & m^2+4m-5=0 \\ \Leftrightarrow\ & \left[\begin{array}{l} m-1=0 \\ m+5=0 \end{array}\right. \\ \Leftrightarrow\ & \left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=-5\,(\text{loại}). \end{array}\right. \end{aligned}$$

Vậy $m=1$ là giá trị cần tìm.

Câu 5. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho các đường thẳng có phương trình $(d_1)\colon y=x+2$, $(d_2)\colon y=-2$, $(d_3)\colon y=(k+1)x+k$. Tìm k để các đường thẳng trên đồng quy.

Lời giải.

Tọa độ giao điểm của (d_1) và (d_2) là nghiệm của hệ $\begin{cases} y=x+2 \\ y=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-4 \\ y=-2. \end{cases}$

Do đó ba đường thẳng trên đồng quy khi (d_3) đi qua điểm $(-4;-2)$.

Suy ra $-2=-4(k+1)+k \Leftrightarrow 3k=-2 \Leftrightarrow k=-\dfrac{2}{3}$.

Câu 6. Rút gọn và tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$A=\left(\frac{1}{1-\sqrt{x}}+\frac{x+2}{x\sqrt{x}-1}+\frac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1}\right):\frac{\sqrt{x}-1}{3} \quad (x\geq 0, x\neq 1).$$

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned}A &= \left(\frac{1}{1-\sqrt{x}} + \frac{x+2}{x\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1}\right) : \frac{\sqrt{x}-1}{3} \\ &= \frac{-(x+\sqrt{x}+1)+x+2+\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)}{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)} \cdot \frac{3}{\sqrt{x}-1} \\ &= \frac{3(\sqrt{x}-1)^2}{(\sqrt{x}-1)^2(x+\sqrt{x}+1)} \\ &= \frac{3}{x+\sqrt{x}+1}.\end{aligned}$$

Vì $x+\sqrt{x}+1 \geq 1, \forall x \geq 0$ nên $A = \dfrac{3}{x+\sqrt{x}+1} \leq 3$. Dấu đẳng thức xảy ra khi $x = 0$.

Vậy $\max A = 3$ khi $x = 0$.

Câu 7. Cho tam giác ABC có ba góc nhọn và $\widehat{A} = 45^\circ$. Gọi D, E lần lượt là các hình chiếu vuông góc của B, C lên AC, AB; H là giao điểm của BD và CE.

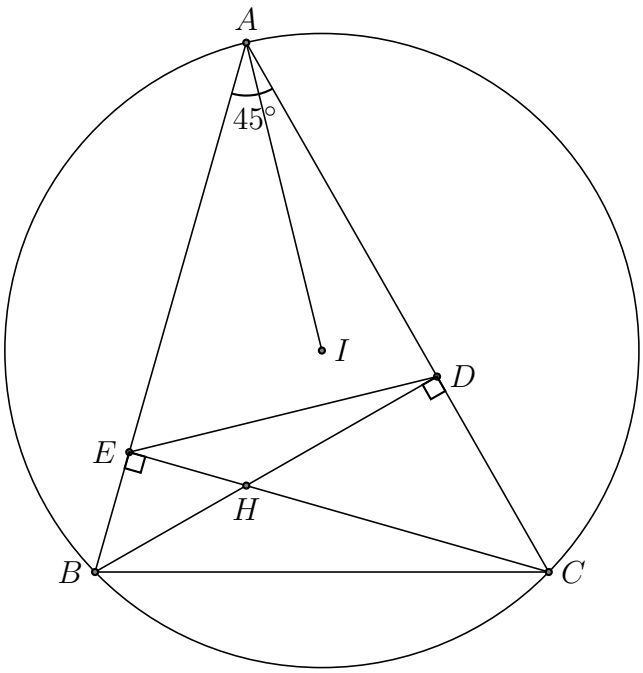
a) Chứng minh tứ giác $BECD$ nội tiếp.

b) Chứng minh $DE \cdot AB = BC \cdot AD$ và tính tỉ số $\dfrac{ED}{BC}$.

c) Chứng minh $HE + HD = BE + CD$.

d) Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp của tam giác ABC. Chứng minh $AI \perp DE$.

Lời giải.



a) Theo giả thiết $\widehat{BDC} = \widehat{BEC} = 90°$. Khi đó tứ giác $BECD$ có đỉnh E và D cùng nhìn cạnh BC dưới hai góc bằng nhau nên tứ giác $BECD$ nội tiếp.

b) Tứ giác $BECD$ nội tiếp nên $\widehat{AED} = \widehat{ACB}$ (cùng bù với $\widehat{BED}$).
Xét $\triangle ADE$ và $\triangle ABC$ có $\widehat{AED} = \widehat{ACB}$ và $\widehat{A}$ chung nên $\triangle ADE \backsim \triangle ABC$.
Do đó $\dfrac{AD}{DE} = \dfrac{AB}{BC} \Leftrightarrow DE \cdot AB = BC \cdot AD$.
Từ $\dfrac{AD}{DE} = \dfrac{AB}{BC} \Rightarrow \dfrac{DE}{BC} = \dfrac{AD}{AB}$.
Vì $\triangle ABD$ vuông tại D nên ta có
$\dfrac{DE}{BC} = \dfrac{AD}{AB} = \cos\widehat{BAD} = \cos 45° = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

c) $\triangle ABD$ vuông tại D và $\widehat{BAD} = 45°$ nên $\widehat{ABD} = 45° \Rightarrow \widehat{EBH} = 45°$
$\Rightarrow \triangle EBH$ vuông cân tại $E \Rightarrow HE = BE$ (1).
Chứng minh tương tự $\triangle CDH$ vuông cân tại $D \Rightarrow HD = CD$ (2).
Từ (1) và (2) suy ra $HE + HD = BE + CD$.

d) Vì I là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$ nên I là giao điểm của ba đường trung trực $\triangle ABC$.
Ta có I thuộc trung trực của AC; E thuộc trung trực của AC (vì $\triangle AEC$ vuông cân tại E) suy ra $EI \perp AC \Rightarrow EI \perp AD$ (3).
Chứng minh tương tự $DI \perp AB \Rightarrow DI \perp AE$ (4).
Từ (3) và (4) suy ra I là trực tâm của $\triangle AED \Rightarrow AI \perp DE$.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Câu 8. Cho n là số tự nhiên khác 0. Tìm giá trị nhỏ nhất của

$$Q=\sqrt{1+\frac{1}{1^2}+\frac{1}{2^2}}+\sqrt{1+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}}+\sqrt{1+\frac{1}{3^2}+\frac{1}{4^2}}+\cdots+\sqrt{1+\frac{1}{n^2}+\frac{1}{(n+1)^2}}+\frac{101}{n+1}.$$

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned}\sqrt{1+\frac{1}{n^2}+\frac{1}{(n+1)^2}}&=\sqrt{1+\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}\right)^2+\frac{2}{n(n+1)}}\\&=\sqrt{1+\left[\frac{1}{n(n+1)}\right]^2+\frac{2}{n(n+1)}}\\&=\sqrt{\left[1+\frac{1}{n(n+1)}\right]^2}\\&=1+\frac{1}{n(n+1)}=1+\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}.\end{aligned}$$

Do đó

$$\begin{aligned}Q&=\left(1+\frac{1}{1}-\frac{1}{2}\right)+\left(1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)+\left(1+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\right)+\cdots+\left(1+\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}\right)+\frac{101}{n+1}\\&=n+1-\frac{1}{n+1}+\frac{101}{n+1}=n+1+\frac{100}{n+1}.\end{aligned}$$

Áp dụng Bất đẳng thức Cauchy ta có

$$Q=n+1+\frac{100}{n+1}\geq 2\sqrt{(n+1)\cdot\frac{100}{n+1}}=20.$$

Dấu đẳng thức xảy ra khi $n+1=\dfrac{100}{n+1}\Leftrightarrow n=9$.

Vậy $\min Q=20$ khi $n=9$.

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 42

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 NĂM HỌC 2018-2019, THÀNH PHỐ ĐÀ NẴNG

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

Bài 1. Trục căn thức ở mẫu của biểu thức $A=\dfrac{1}{2-\sqrt{3}}$.

Lời giải.

$$A=\frac{1}{2-\sqrt{3}}=\frac{2+\sqrt{3}}{4-3}=2+\sqrt{3}.$$

Bài 2. Cho $a\geq 0, a\neq 4$. Chứng minh $\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}+2}+\dfrac{2(\sqrt{a}-2)}{a-4}=1$.

Lời giải.

$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}+2}+\frac{2(\sqrt{a}-2)}{a-4}=\frac{\sqrt{a}(\sqrt{a}-2)+2(\sqrt{a}-2)}{a-4}=\frac{a-2\sqrt{a}+2\sqrt{a}-4}{a-4}=\frac{a-4}{a-4}=1.$$

Bài 3. Giải hệ phương trình $\begin{cases}x+2y=14\\2x+3y=24.\end{cases}$

Lời giải.

$$\begin{cases}x+2y=14\\2x+3y=24.\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2x+4y=28\\2x+3y=24.\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=4\\2x+3y=24.\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=4\\2x+3\cdot 4=24.\end{cases}\Leftrightarrow$$
$$\begin{cases}y=4\\x=6.\end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm $(x;y)=(6;4)$.

Bài 4. Giải phương trình $4x+\dfrac{3}{x-1}=11$.

Lời giải.

Điều kiện: $x\neq 1$.

$4x+\dfrac{3}{x-1}=11\Leftrightarrow\dfrac{4x(x-1)+3}{x-1}=\dfrac{11(x-1)}{x-1}\Leftrightarrow 4x^2-4x+3=11x-11\Leftrightarrow 4x^2-15x+14=0.$

$\Delta=(-15)^2-4\cdot 4\cdot 14=1>0.$

Suy ra

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

$$x_1 = \frac{15+1}{2\cdot 4} = 2 \quad \text{(chọn)}; \qquad x_2 = \frac{15-1}{2\cdot 4} = \frac{7}{4} \quad \text{(chọn)}.$$

Vậy phương trình đã cho có tập nghiệm $S = \left\{2; \frac{7}{4}\right\}$.

Bài 5. Vẽ đồ thị của các hàm số $y = -\frac{1}{2}x^2$ và $y = x - 4$ trên cùng một mặt phẳng tọa độ. Gọi A và B là các giao điểm của đồ thị hai hàm số trên. Tính bán kính của đường tròn ngoại tiếp tam giác OAB, với O là gốc tọa độ (đơn vị đo trên các trục tọa độ là cen-ti-mét).

Lời giải.

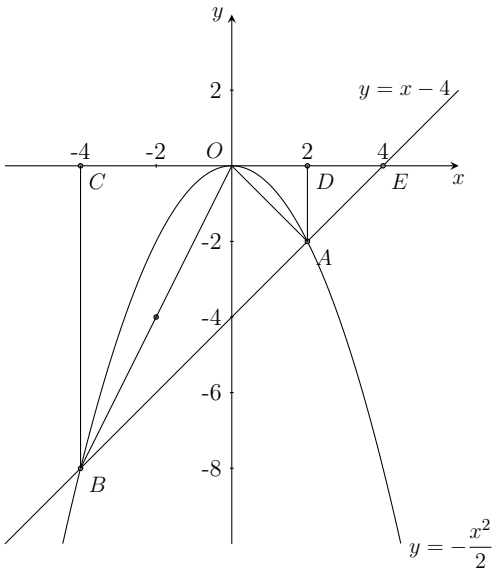
- $y = -\frac{1}{2}x^2$

x	-4	-2	0	2	4
$y = -\frac{1}{2}x^2$	-8	-2	0	-2	-8

- $y = x - 4$

x	0	4
$y = x - 4$	-4	0

Đồ thị



Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị đã cho

$$-\frac{x^2}{2} = x - 4 \Leftrightarrow -\frac{x^2}{2} - x + 4 = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 8 = 0 \Leftrightarrow (x-2)(x+4) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2 \\ x = -4. \end{array}\right.$$

- $x = 2 \Rightarrow y = -2 \Rightarrow A(2; -2)$.

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

- $x = -4 \Rightarrow y = -8 \Rightarrow B(-4;-8)$.

Gọi các điểm $C(-4;0), D(2;0), E(4;0)$.

Xét tam giác OAE có $AD = OD = DE = 2$ cm nên tam giác OAD vuông tại A. Suy ra $OA \perp BE$.

Tam giác OAB vuông tại A nên đường tròn ngoại tiếp tam giác OAB có tâm là trung điểm cạnh OB và bán kính $R = \dfrac{OB}{2}$.

Xét tam giác OCB vuông tại C có

$$OB = \sqrt{OC^2 + BC^2} = \sqrt{4^2 + 8^2} = \sqrt{80} = 4\sqrt{5}.$$

Vậy bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác OAB là $R = \dfrac{OB}{2} = 2\sqrt{5}$.

Bài 6. Cho phương trình $x^2 + 2(m-1)x + 4m - 11 = 0$, với m là tham số. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn hệ thức $2(x_1 - 1)^2 + (6 - x_2)(x_1x_2 + 11) = 72$.

Lời giải.

Phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2

$$\begin{aligned}
&\Leftrightarrow \quad \Delta' > 0\\
&\Leftrightarrow \quad (m-1)^2 - (4m - 11) > 0\\
&\Leftrightarrow \quad m^2 - 6m + 12 > 0\\
&\Leftrightarrow \quad (m-3)^2 + 3 > 0 \quad \text{(đúng với mọi } m \in \mathbb{R}\text{)}.
\end{aligned}$$

Do đó phương trình đã cho luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 với mọi m.

Áp dụng hệ thức Vi-ét, ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = -2(m-1) \\ x_1x_2 = 4m - 11. \end{cases}$

Vì x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $x^2 + 2(m-1)x + 4m - 11 = 0$ nên ta có

$$\begin{cases} 2x_1^2 + 4(m-1)x_1 + 8m - 22 = 0 \\ x_2^2 + 2(m-1)x_2 + 4m - 11 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x_1^2 = -4(m-1)x_1 - 8m + 22 \\ x_2^2 = -2(m-1)x_2 - 4m + 11. \end{cases}$$

Ta có

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

$$
\begin{aligned}
& 2(x_1-1)^2+(6-x_2)(x_1x_2+11)=72\\
\Leftrightarrow\ & 2x_1^2-4x_1+2+6x_1x_2+66-x_1x_2^2-11x_2-72=0\\
\Leftrightarrow\ & -4(m-1)x_1-8m+22-4x_1+2+6x_1x_2+66-x_1(-2(m-1)x_2-4m+11)-11x_2-72=0\\
\Leftrightarrow\ & -4mx_1+4x_1-8m+22-4x_1+2+6x_1x_2+66+2(m-1)x_1x_2+4mx_1-11x_1-11x_2-72=0\\
\Leftrightarrow\ & -11(x_1+x_2)+(2m+4)x_1x_2-8m+18=0\\
\Leftrightarrow\ & 22(m-1)+(2m+4)(4m-11)-8m+18=0\\
\Leftrightarrow\ & 22m-22+8m^2-6m-44-8m+18=0\\
\Leftrightarrow\ & 8m^2+8m-48=0\\
\Leftrightarrow\ & m^2+m-6=0\\
\Leftrightarrow\ & m^2-2m+3m-6=0\\
\Leftrightarrow\ & m(m-2)+3(m-2)=0\\
\Leftrightarrow\ & (m+3)(m-2)=0\\
\Leftrightarrow\ & \left[\begin{array}{l} m=-3\\ m=2. \end{array}\right.
\end{aligned}
$$

Vậy $m=-3$ hoặc $m=2$.

Bài 7. Cạnh huyền của một tam giác vuông bằng 17 cm. Hai cạnh góc vuông có độ dài hơn kém nhau 7 cm. Tính diện tích của tam giác vuông đó.

Lời giải.

Gọi độ dài một cạnh góc vuông lớn hơn của tam giác vuông là x (cm). $(7<x<17)$

Khi đó cạnh góc vuông còn lại của tam giác vuông đó là $x-7$ (cm).

Áp dụng định lý Py-ta-go cho tam giác vuông này, ta có

$$
\begin{aligned}
& x^2+(x-7)^2=17^2\\
\Leftrightarrow\ & 2x^2-14x+49=289\\
\Leftrightarrow\ & 2x^2-14x-240=0\\
\Leftrightarrow\ & 2(x-15)(x+8)=0\\
\Leftrightarrow\ & \left[\begin{array}{l} x-15=0\\ x+8=0 \end{array}\right.\\
\Leftrightarrow\ & \left[\begin{array}{ll} x=15 & \text{(chọn)}\\ x=-8 & \text{(loại).} \end{array}\right.
\end{aligned}
$$

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

Vậy diện tích của tam giác vuông đó là

$$\frac{1}{2}x(x-7)=\frac{1}{2}\cdot 15\cdot(15-7)=\frac{1}{2}\cdot 15\cdot 8=60\ (\text{cm}^2).$$

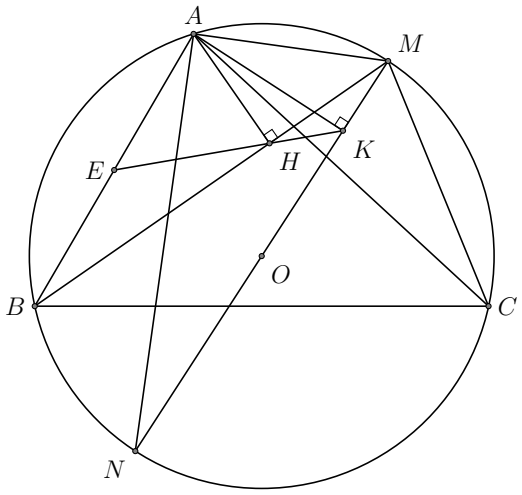
Bài 8. Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp đường tròn tâm O có $AB<AC$. Trên cung nhỏ $\overset{\frown}{AC}$ lấy điểm M khác A thỏa $MA<MC$. Vẽ đường kính MN của đường tròn (O) và gọi H,K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A trên MB,MN. Chứng minh rằng

a) Bốn điểm A,H,K,M cùng nằm trên một đường tròn.

b) $AH\cdot AK=HB\cdot MK$.

c) Khi điểm M di động trên cung nhỏ $\overset{\frown}{AC}$ thì đường thẳng HK luôn đi qua một điểm cố định.

Lời giải.



a) Xét tứ giác $AHKM$ có $\widehat{AHM}=\widehat{AKM}=90^\circ$ (gt).
Suy ra H,K cùng nhìn cạnh AM dưới một góc vuông.
Suy ra tứ giác $AHKM$ nội tiếp. Hay bốn điểm A,H,K,M cùng nằm trên một đường tròn.

b) Xét đường tròn (O) có $\widehat{ABM}=\widehat{ANM}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung $\overset{\frown}{AM}$). (1)
Ta có $\widehat{MAN}=90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn).
Suy ra $\widehat{ANM}=\widehat{MAK}$ (cùng phụ với $\widehat{AMK}$). (2)

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

$(1), (2) \Rightarrow \widehat{ABM} = \widehat{MAK}$ hay $\widehat{ABH} = \widehat{MAK}$.

Xét $\triangle AHB$ và $\triangle MAK$ có

$$\begin{aligned} \widehat{AHB} &= \widehat{MKA} \quad (= 90^\circ) \\ \widehat{ABH} &= \widehat{MAK} \quad (\text{cmt}) \end{aligned}$$

Suy ra $\triangle AHB \backsim \triangle MAK$ (g-g)

Suy ra $\dfrac{AH}{MK} = \dfrac{HB}{KA} \Leftrightarrow AH \cdot AK = HB \cdot MK$.

c) Gọi E là giao điểm của HK và AB.

Ta có

$$\begin{aligned} \widehat{MAK} &= \widehat{MHK} \quad (\text{hai góc nội tiếp cùng chắn cung } \widehat{MK}). \\ \widehat{MHK} &= \widehat{EHB} \quad (\text{hai góc đối đỉnh}). \\ \widehat{ABH} &= \widehat{MAK} \quad (\text{cmt}) \end{aligned}$$

Suy ra $\widehat{ABH} = \widehat{EBH}$ hay $\widehat{EHB} = \widehat{EBH}$.

Suy ra $\triangle EBH$ cân tại E.

Suy ra $EH = EB$. (3)

Mặt khác, ta có

$$\begin{aligned} \widehat{EAH} + \widehat{EBH} &= 90^\circ \\ \widehat{EHA} + \widehat{EHB} &= 90^\circ \\ \widehat{EBH} &= \widehat{EHB} \end{aligned}$$

Suy ra $\widehat{EAH} = \widehat{EHA}$

Suy ra $\triangle EAH$ cân tại E.

Suy ra $EH = EA$. (4)

$(3), (4) \Rightarrow EA = EB \Rightarrow E$ là trung điểm của AB. Mà A, B cố định nên E cố định.

Vậy khi điểm M di động trên cung nhỏ $\overset{\frown}{AC}$ thì đường thẳng HK luôn đi qua trung điểm E của đoạn thẳng AB.

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 43

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 NĂM HỌC 2018-2019, ĐIỆN BIÊN

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

Câu 1. Giải phương trình $5(x+1)=3x+7$.

Lời giải.

Ta có

$$5(x+1)=3x+7 \Leftrightarrow 5x+5=3x+7 \Leftrightarrow 5x-3x=7-5 \Leftrightarrow 2x=2 \Leftrightarrow x=1.$$

Vậy phương trình đã cho có nghiệm duy nhất $x=1$.

Câu 2. Giải phương trình $x^4-x^2-12=0$.

Lời giải.

Đặt $t=x^2$, với $t \geq 0$. Ta được phương trình

$$\begin{aligned}
& t^2-t-12=0 \\
\Leftrightarrow\ & t^2-4t+3t-12=0 \\
\Leftrightarrow\ & t(t-4)+3(t-4)=0 \\
\Leftrightarrow\ & (t-4)(t+3)=0 \\
\Leftrightarrow\ & \left[\begin{array}{l} t-4=0 \\ t+3=0 \end{array}\right. \\
\Leftrightarrow\ & \left[\begin{array}{ll} t=4 & \text{(nhận)} \\ t=-3 & \text{(loại).} \end{array}\right.
\end{aligned}$$

Với $t=4$ ta được

$$x^4=4 \Leftrightarrow x=\pm 2.$$

Vậy phương trình đã cho có hai nghiệm $x=2$, $x=-2$.

Câu 3. Cho hệ phương trình $\begin{cases} 3x-y=2m-1 \\ x+2y=3m+2. \end{cases}$

a) Giải hệ phương trình khi $m=1$.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

b) Tìm m để hệ có nghiệm $(x;y)$ thỏa mãn $x^2+y^2=10$.

Lời giải.

a) Thay $m=1$ vào hệ phương trình đã cho ta được

$$\begin{cases}3x-y=1\\x+2y=5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=3x-1\\x+2(3x-1)=5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}7x=7\\y=3x-1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=1\\y=2.\end{cases}$$

Vậy khi $m=1$ hệ phương trình đã cho có nghiệm $(1;2)$.

b) Ta có

$$\begin{aligned}&\begin{cases}3x-y=2m-1\\x+2y=3m+2\end{cases}\\\Leftrightarrow&\begin{cases}y=3x-2m+1\\x+2(3x-2m+1)=3m+2\end{cases}\\\Leftrightarrow&\begin{cases}y=3x-2m+1\\x+6x-4m+2=3m+2\end{cases}\\\Leftrightarrow&\begin{cases}7x=7m\\y=3x-2m+1\end{cases}\\\Leftrightarrow&\begin{cases}x=m\\y=m+1.\end{cases}\end{aligned}$$

Vậy hệ phương trình đã cho luôn có nghiệm $(m;m+1)$ với mọi m.

Theo đề bài nghiệm $(x;y)$ này thỏa mãn

$$\begin{aligned}x^2+y^2=10&\Leftrightarrow m^2+(m+1)^2=10\\&\Leftrightarrow 2m^2+2m-9=0\\&\Leftrightarrow 2\left(m+\frac{1}{2}\right)^2=\frac{19}{2}\\&\Leftrightarrow \left(m+\frac{1}{2}\right)^2=\frac{19}{4}\\&\Leftrightarrow \left[\begin{aligned}m+\frac{1}{2}&=\frac{\sqrt{19}}{2}\\m+\frac{1}{2}&=-\frac{\sqrt{19}}{2}\end{aligned}\right.\\&\Leftrightarrow \left[\begin{aligned}m&=\frac{-1+\sqrt{19}}{2}\\m&=\frac{-1-\sqrt{19}}{2}.\end{aligned}\right.\end{aligned}$$

Vậy $m=\dfrac{-1\pm\sqrt{19}}{2}$ là các giá trị thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 4. Cho biểu thức

$$A=\left(\frac{1}{x-\sqrt{x}}+\frac{1}{\sqrt{x}-1}\right):\frac{\sqrt{x}+1}{(\sqrt{x}-1)^2},\ \text{với } x>0, x\neq 1.$$

a) Rút gọn biểu thức A.

b) Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P=A-9\sqrt{x}$.

Lời giải.

a) Với điều kiện $x>0$, $x\neq 1$ ta có

$$A=\left(\frac{1}{x-\sqrt{x}}+\frac{1}{\sqrt{x}-1}\right):\frac{\sqrt{x}+1}{(\sqrt{x}-1)^2}=\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)}\cdot\frac{(\sqrt{x}-1)^2}{\sqrt{x}+1}=\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}}.$$

b) Với điều kiện $x>0$, $x\neq 1$ ta có

$$P=A-9\sqrt{x}=\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}}-9\sqrt{x}=1-\frac{1}{\sqrt{x}}-9\sqrt{x}=1-\left(9\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt{x}}\right).$$

Theo bất đẳng thức Cô-si ta có

$$9\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt{x}}\geq 2\sqrt{9\sqrt{x}\cdot\frac{1}{\sqrt{x}}}\Leftrightarrow 9\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt{x}}\geq 6.$$

Như vậy $P\leq -5$. Đẳng thức xảy ra khi $9\sqrt{x}=\dfrac{1}{\sqrt{x}}$ hay $x=\dfrac{1}{9}$.

Vậy giá trị lớn nhất của P là -5 khi $x=\dfrac{1}{9}$.

Câu 5. Một chiếc bè trôi từ bến sông A đến bến B với vận tốc dòng nước là 4 km/h, cùng lúc đó một chiếc thuyền chạy từ bến A đến B rồi quay lại ngay thì gặp chiếc bè tại vị trí C cách bến A là 8 km. Tính vận tốc thực của thuyền biết khoảng cách giữa hai bến A và B là 24 km.

Lời giải.

Gọi vận tốc thực của thuyền là x km/h, vận tốc xuôi dòng của thuyền là $(x+4)$ km/h, vận tốc ngược dòng của thuyền là $(x-4)$ km/h.

Điều kiện của x là $x>4$.

Vì thuyền chạy từ A đến B rồi quay lại ngay thì gặp chiếc bè tại vị trí C cách bến A là

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

8 km tức là thuyền đi xuôi dòng được 24 km và ngược dòng được $24-8=16$ km, nên ta có thời gian của thuyền đi đến khi gặp chiếc bè là $\dfrac{24}{x+4}+\dfrac{16}{x-2}$ giờ.
Thời gian của chiếc bè trôi đến khi gặp thuyền là $8:4=2$ giờ.
Khi đó ta có phương trình

$$\begin{aligned}
&\frac{24}{x+4}+\frac{16}{x-4}=2\\
\Leftrightarrow\ &\frac{24(x-4)+16(x+4)}{x^2-16}=\frac{2(x^2-16)}{x^2-16}\\
\Leftrightarrow\ &24x-96+16x+64=2x^2-32 \quad (\text{vì } x>4)\\
\Leftrightarrow\ &2x^2-40x=0\\
\Leftrightarrow\ &\left[\begin{array}{ll} x=0 & (\text{loại})\\ x=20 & (\text{nhận}).\end{array}\right.
\end{aligned}$$

Vậy vận tốc thực của thuyền là 20 km/h.

Câu 6. Trong hệ tọa độ Oxy, cho parabol $(P)\colon y=x^2$ và đường thẳng (d) có phương trình $y=(m-1)x+m^2-2m+3$, với m là tham số.

a) Chứng minh với mọi giá trị của m thì (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt.

b) Giả sử (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt A, B. Tìm m để tam giác OAB cân tại O. Khi đó tính diện tích tam giác OAB.

Lời giải.

a) Phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P) là

$$x^2-(m-1)x-m^2+2m-3=0. \tag{1}$$

Phương trình (1) có biệt thức

$$\begin{aligned}
\Delta &= [-(m-1)]^2-4(-m^2+2m-3)=5m^2-10m+13\\
&= 5(m^2-2m+1)+8=5(m-1)^2+8>0, \forall m\in\mathbb{R}.
\end{aligned}$$

Như vậy phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi giá trị của m. Do đó đường thẳng (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt với mọi giá trị của m.

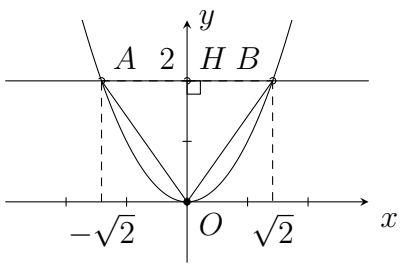
b) Ta có parabol $(P)\colon y=x^2$ nhận trục Oy làm trục đối xứng.
Vì A, B là giao điểm của (d) và (P), thêm nữa tam giác OAB cân tại O nên $AB\perp Oy$ hay $AB\parallel Ox$, suy ra đường thẳng (d) (đi qua A, B) song song với trục Ox, do đó

$$\begin{cases} m-1=0\\ m^2-2m+3\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} m=1\\ m^2-2m+3\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow m=1.$$

Với $m = 1$ phương trình (1) trở thành

$$x^2 - 2 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 2 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{2}.$$

Vậy khi $m = 1$ đường thẳng (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt là $A\left(-\sqrt{2}; 2\right)$, $B\left(\sqrt{2}; 2\right)$.



Dựa vào đồ thị ta thấy $AB = \left|\sqrt{2} - \left(\sqrt{2}\right)\right| = 2\sqrt{2}$, chiều cao $OH = 2$.
Diện tích tam giác OAB là $S_{OAB} = \dfrac{1}{2}AB \cdot OH = \dfrac{1}{2} \cdot 2\sqrt{2} \cdot 2 = 2\sqrt{2}$.

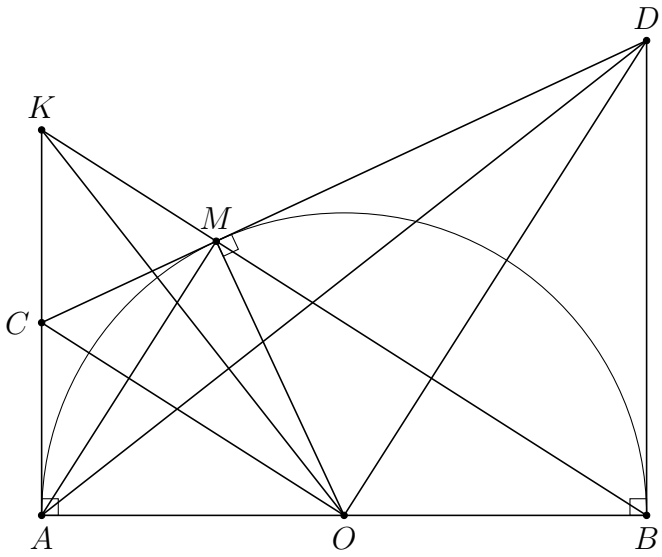
Câu 7. Cho nửa đường tròn tâm O đường kính AB, M là một điểm bất kỳ thuộc nửa đường tròn (M khác A, B). Tiếp tuyến tại M cắt các tiếp tuyến Ax và By của nửa đường tròn đó lần lượt tại C và D.

a) Chứng minh $\widehat{COD} = 90°$.

b) Gọi K là giao điểm của BM với Ax. Chứng minh $\triangle KMO \backsim \triangle AMD$.

c) Tìm giá trị nhỏ nhất của tổng diện tích hai tam giác ACM và BDM.

Lời giải.



Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

a) Vì tiếp tuyến tại M và tiếp tuyến tại A cắt nhau tại C nên OC là tia phân giác của $\widehat{AOM}$.

Vì tiếp tuyến tại M và tiếp tuyến tại B cắt nhau tại D nên OD là tia phân giác của $\widehat{BOM}$.

Mà $\widehat{AOM}$ và $\widehat{BOM}$ là hai góc kề bù nên $OC \perp OD$.

Vậy $\widehat{COD} = 90^\circ$.

b) Xét tứ giác $OBDM$ có $\widehat{OBD} + \widehat{OMD} = 180^\circ$ nên tứ giác $OBDM$ là tứ giác nội tiếp.

Suy ra $\widehat{ABM} = \widehat{ODM}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn $\overset{\frown}{OM}$).

Lại có $\widehat{KAM} = \widehat{ABM}$ (góc nội tiếp và góc tạo bởi tiếp tuyến với dây cung cùng chắn $\overset{\frown}{AM}$).

Suy ra $\widehat{KAM} = \widehat{ODM}$.

Xét hai tam giác AMK và DMO có $\widehat{KAM} = \widehat{ODM}$ và $\widehat{AMK} = \widehat{OMD} = 90^\circ$ nên $\triangle AMK \backsim \triangle DMO$. Suy ra $\dfrac{MK}{MO} = \dfrac{MA}{MD}$.

Ta có

$$\widehat{KMO} = \widehat{KMC} + \widehat{CMO} = \widehat{KMC} + 90^\circ$$
$$\widehat{AMD} = \widehat{AMB} + \widehat{BMD} = \widehat{BMD} + 90^\circ.$$

Mà $\widehat{KMC} = \widehat{BMD}$ (hai góc đối đỉnh) nên $\widehat{KMO} = \widehat{AMD}$.

Xét hai tam giác KMO và AMD có

$$\widehat{KMO} = \widehat{AMD}$$
$$\frac{MK}{MO} = \frac{MA}{MD}.$$

Vậy $\triangle KMO \backsim \triangle AMD$.

c) Ta có

$$S_{ACM} + S_{BDM} = S_{CABD} - S_{AMB}.$$

Do đó $S_{ACM} + S_{BDM}$ nhỏ nhất khi S_{CABD} nhỏ nhất và S_{AMB} lớn nhất.

Gọi MH là đường cao của tam giác AMB, khi đó

$$S_{AMB} = \frac{1}{2} AB \cdot MH \le \frac{1}{2} \cdot 2R \cdot R \text{ hay } S_{AMB} \le R^2.$$

Đẳng thức xảy ra khi $MH = R$ hay M là điểm chính giữa $\overset{\frown}{AB}$.

Vì OC là tia phân giác của $\widehat{AOM}$ nên $\widehat{AOC} = \dfrac{1}{2}\widehat{AOM}$.

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

Lại có $\widehat{BDO} = \widehat{ODM} = \widehat{ABM} = \frac{1}{2}\widehat{AOM}$.

Suy ra $\widehat{AOC} = \widehat{BDO}$.

Xét hai tam giác OAC và DBO có $\widehat{OAC} = \widehat{OBD} = 90^\circ$ và $\widehat{AOC} = \widehat{BDO}$ nên chúng đồng dạng với nhau.

Suy ra $\frac{OA}{BD} = \frac{CA}{OB}$ hay $OA \cdot OB = CA \cdot BD$.

Diện tích hình thang $CABD$ là

$$S_{CABD} = \frac{(CA + BD) \cdot AB}{2} = (CA + BD) \cdot R.$$

Khi đó

$$S_{CABD} \geq 2\sqrt{CA \cdot BD} \cdot R \Leftrightarrow S_{CABD} \geq 2R\sqrt{OA \cdot OB} \Leftrightarrow S_{CABD} \geq 2R^2.$$

Đẳng thức xảy ra khi $CA = BD$ hay M là điểm chính giữa $\overset{\frown}{AB}$.

Vậy $S_{ACM} + S_{BDM}$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng $2R^2 - R^2 = R^2$ khi M là điểm chính giữa $\overset{\frown}{AB}$.

Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ với $f(x)$ là một biểu thức đại số xác định với mọi số thực $x \neq 0$. Biết rằng $f(x) + 3f\left(\frac{1}{x}\right) = x^2, \forall x \neq 0$. Tính $f(2)$.

Lời giải.

Ta có

$$f(2) + 3f\left(\frac{1}{2}\right) = 4 \tag{2}$$

$$f\left(\frac{1}{2}\right) + 3f(2) = \frac{1}{4} \Leftrightarrow 3f\left(\frac{1}{2}\right) + 9f(2) = \frac{3}{4} \tag{3}$$

Trừ theo từng vế đẳng thức (3) cho (2) ta được

$$8f(2) = -\frac{13}{4} \Leftrightarrow f(2) = -\frac{13}{32}.$$

Câu 9. Cho ba số nguyên dương a, b, c đôi một khác nhau và thỏa mãn a là ước của $b + c + bc$, b là ước của $c + a + ca$ và c là ước của $a + b + ab$. Chứng minh a, b, c không đồng thời là các số nguyên tố.

Lời giải.

Giả sử a, b, c đều là các số nguyên tố. Xét các trường hợp sau:

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

- $a=2$, b và c là các số nguyên tố lớn hơn 2. Khi đó $b+c+bc$ là một số lẻ (vì b, c cùng lẻ) nên không chia hết cho $a=2$. Mâu thuẫn với giả thiết a là ước của $b+c+bc$. Vậy a, b, c không đồng thời là các số nguyên tố.

- Với $a,b,c\geq 3$ và a, b, c đôi một khác nhau.
  Đặt $a=3k_1$, $b=3k_2+1$, $c=3k_3+2$ với k_1, k_2, k_3 là các số nguyên dương.
  Ta có

$$b+c+bc=3(k_2+k_3+1)+3(3k_2k_3+2k_2+k_3)+2$$
$$c+a+ca=3(k_1+k_3)+3(3k_1k_3+2k_1)+2$$
$$a+b+ab=3(k_1+k_2)+3(3k_1k_2+k_1)+1.$$

  Nên $b+c+bc$ chia cho a dư 2, $c+a+ca$ chia cho b có dư khác 0, $a+b+ab$ chia cho c có dư khác 0. Mâu thuẫn với giả thiết.
  Vậy a, b, c không đồng thời là các số nguyên tố.

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 44

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 NĂM HỌC 2018-2019, ĐỒNG NAI

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

.

Câu 1. Giải hệ phương trình sau $\begin{cases} x+3y=5 \\ 5x-2y=8. \end{cases}$

Lời giải.

$$\begin{cases} x+3y=5 \\ 5x-2y=8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-3y+5 \\ 5(5-3y)-2y=8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=1. \end{cases}$$

Vậy hệ có nghiệm $\begin{cases} x=2 \\ y=1. \end{cases}$

Câu 2. Giải phương trình $2x^2+5x-7=0$.

Lời giải.

Ta có $a+b+c=2+5+(-7)=0$ nên phương trình có hai nghiệm $x_1=1, x_2=-\dfrac{7}{2}$.

Câu 3. Giải phương trình $x^4+9x^2=0$.

Lời giải.

$$x^4+9x^2=0 \Leftrightarrow x^2(x^2+9)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2=0 \\ x^2+9=0 \text{ (vô nghiệm)} \end{array}\right. \Leftrightarrow x=0.$$

Vậy phương trình có nghiệm $x=0$.

Câu 4. Cho hai hàm số $y=\dfrac{1}{4}x^2$ và $y=x-1$ có đồ thị lần lượt là (P) và (d).

a) Vẽ hai đồ thị (P) và (d) trên cùng một mặt phẳng tọa độ.

b) Tìm tọa độ giao điểm của hai đồ thị (P) và (d).

Lời giải.

a) Vẽ đồ thị

- Vẽ đồ thị (P). Cho $x=\pm 4 \Rightarrow y=4$.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Cho $x = \pm 2 \Rightarrow y = 1$.

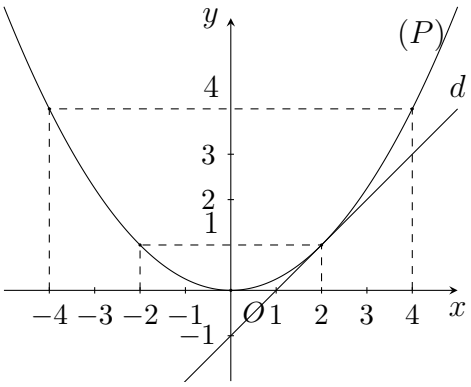
Cho $x = 0 \Rightarrow y = 0$.

- Vẽ đồ thị (d).

  Cho $x = 0 \Rightarrow y = -1$.

  Cho $x = 1 \Rightarrow y = 0$.

Đồ thị



b) Phương trình hoành độ giao điểm

$$\frac{1}{4}x^2 = x - 1 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 4 = 0 \Leftrightarrow (x-2)^2 = 0 \Leftrightarrow x = 2 \Rightarrow y = 1.$$

Vậy tọa độ giao điểm của hai đồ thị (P) và (d) là $(2;1)$.

Câu 5. Rút gọn biểu thức $S = \dfrac{a\sqrt{a}-1}{a-\sqrt{a}} - \dfrac{a-\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}}$ với $a > 0$ và $a \neq 1$.

Lời giải.

$$S = \frac{(\sqrt{a}-1)(a+\sqrt{a}+1)}{\sqrt{a}(\sqrt{a}-1)} - \frac{a-\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}} = \frac{a+\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}} - \frac{a-\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}} = \frac{2\sqrt{a}}{\sqrt{a}} = 2.$$

Câu 6. Một xe ô tô và một xe máy khởi hành cùng lúc từ địa điểm A đi đến địa điểm B cách nhau 60 km với vận tốc không đổi, biết vận tốc của xe ô tô lớn hơn vận tốc của xe máy là 20 km/giờ và xe ô tô đến B sớm hơn xe máy 30 phút. Tính vận tốc của mỗi xe.

Lời giải.

Đổi : 30 phút $= \dfrac{1}{2}$ giờ.

Gọi vận tốc của xe ô tô là x (km/giờ). Điều kiện $x > 20$.

Vận tốc xe máy là $x - 20$ (km/giờ).

Thời gian ô tô đi từ A đến B là $\dfrac{60}{x}$ (giờ).

Thời gian xe máy đi từ A đến B là $\dfrac{60}{x-20}$ (giờ).

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

Theo đề bài ta có phương trình:

$$\frac{60}{x}+\frac{1}{2}=\frac{60}{x-20} \Leftrightarrow \ x^2-20x-2400=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=60 \text{ (nhận)} \\ x=-40 \text{ (loại).} \end{array}\right.$$

Vậy vận tốc ô tô là 60 km/giờ và vận tốc xe máy là 40 km/giờ.

Câu 7. Tìm các giá trị của tham số thực m để phương trình $x^2-(2m-3)x+m^2-2m=0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 sao cho $|x_1-x_2|=7$.

Lời giải.

Ta có $\Delta=(2m-3)^2-4(m^2-2m)=-4m+9$.

Phương trình có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta>0 \Leftrightarrow -4m+9>0 \Leftrightarrow m<\dfrac{9}{4}$.

Theo Vi-ét ta có

$$\begin{cases} x_1+x_2=2m-3 \\ x_1\cdot x_2=m^2-2m. \end{cases}$$

Khi đó

$$\begin{aligned} |x_1-x_2|=7 &\Leftrightarrow (x_1-x_2)^2=49 \\ &\Leftrightarrow (x_1+x_2)^2-4x_1x_2=49 \\ &\Leftrightarrow (2m-3)^2-4(m^2-2m)=49 \\ &\Leftrightarrow -4m-40=0 \Leftrightarrow m=-10. \end{aligned}$$

Vậy $m=-10$.

Câu 8. Cho đường tròn (O) đường kính AB. Lấy điểm C thuộc đường tròn (O) với C khác A và B, biết $CA<CB$. Lấy điểm M thuộc đoạn OB, với M khác O và B. Đường thẳng vuông góc với OB tại M cắt hai đường thẳng AC và BC lần lượt tại hai điểm D và H.

a) Chứng minh bốn điểm A, C, H, M cùng thuộc đường tròn và xác định tâm của đường tròn.

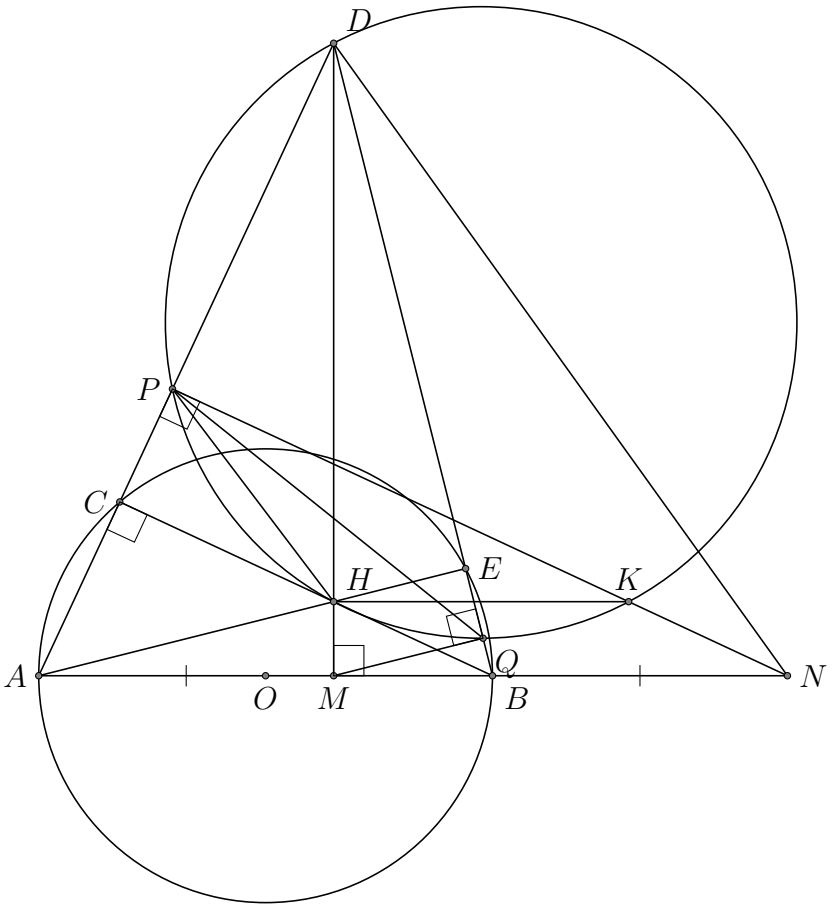
b) Chứng minh rằng $MA\cdot MB=MD\cdot MH$.

c) Gọi E là giao điểm của đường thẳng BD với đường tròn (O), E khác B. Chứng minh rằng A, H, E thẳng hàng.

d) Trên tia đối của tia BA lấy điểm N sao cho $MN=AB$. Gọi P, Q lần lượt là hình chiếu vuông góc của N lên AD và M lên BD. Chứng minh rằng bốn điểm D, P, H, Q nằm trên một đường tròn.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Lời giải.



a) Ta có $\widehat{ACH} = \widehat{AMH} = 90^\circ$, suy ra bốn điểm A, C, H, M cùng nằm trên đường tròn đường kính AH, tâm là trung điểm AH.

b) Xét hai tam giác MAD và MHB có $\widehat{AMD} = \widehat{HMB} = 90^\circ$ và $\widehat{MHB} = \widehat{MAD}$(cùng bù với $\widehat{CHM}$). Suy ra $\triangle MAD \backsim \triangle MHB$, nên

$$\frac{MA}{MD} = \frac{MH}{MB} \Rightarrow MA \cdot MB = MH \cdot MD.$$

c) Ta có $DH \perp AB, BH \perp AD$ nên H là trực tâm của tam giác ABD,
suy ra $AH \perp BD$. (1)
Mặt khác E nằm trên (O) nên $AE \perp BD$. (2)
Từ (1) và (2) ta có A, H, E thẳng hàng.

d) Kẻ đường thẳng đi qua H và song song với AB, đường thẳng này cắt NP tại K. Ta có

$$\begin{aligned}\widehat{PKH} &= \widehat{PNA} \text{ (đồng vị)}\\ &= \widehat{PDH} \text{ (cùng phụ với } \widehat{BAD}).\end{aligned}$$

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

Suy ra bốn điểm D, P, K, H nằm trên một đường tròn. (3)

Mặt khác $BH \parallel NK, HK \parallel BN$ nên $HKNB$ là hình bình hành, suy ra $HK = BN = AM$(do $MN = AB$), dẫn tới $AHKM$ là hình bình hành, nên $MK \parallel AH$, do đó M, Q, K thẳng hàng. Từ đó, ta có $\widehat{HKQ} = \widehat{EAM} = \widehat{HDQ}$. Suy ra bốn điểm D, H, Q, K nằm trên một đường tròn. (4)

Từ (3) và (4) ta có bốn điểm D, P, H, Q nằm trên một đường tròn.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 45

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 NĂM HỌC 2018-2019, HẢI DƯƠNG

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

Câu 1. Giải phương trình $\dfrac{3x+1}{2}-x=1$.

Lời giải.

$\dfrac{3x+1}{2}-x=1 \Leftrightarrow 3x+1-2x=2 \Leftrightarrow x=1$.

Câu 2. Giải hệ phương trình $\begin{cases} 3x=17-y \\ x-2y=1 \end{cases}$

Lời giải.

$\begin{cases} 3x=17-y \\ x-2y=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3(1+2y)=17-y \\ x=1+2y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=5 \\ y=2 \end{cases}$.

Câu 3. Tìm m để đường thẳng $d_1: y=(m^2+1)x+2m-3$ cắt đường thẳng $d_2: y=x-3$ tại điểm A có hoành độ bằng -1.

Lời giải.

Điều kiện để hai đường thẳng cắt nhau là $m^2+1\neq 1 \Leftrightarrow m\neq 0$.

Thay $x=-1$ vào hàm số $y=x-3$ ta được $y=-4$.

Thay $x=-1;\ y=-4$ vào hàm số $y=(m^2+1)x=2m-3$ ta được

$$-4=-m^2-1+2m-3 \Leftrightarrow m(m-2)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=0 \text{ (loại)} \\ m=2 \text{ (nhận)} \end{array}\right.$$

Vậy, với $m=2$ thì hai đường thẳng $y=x-3$ và $y=(m^2+1)x+2m-3$ cắt nhau tại điểm có hoành độ bằng -1.

Câu 4. Rút gọn biểu thức $A=\left(\dfrac{1}{x+\sqrt{x}}-\dfrac{1}{\sqrt{x}+1}\right):\dfrac{\sqrt{x}-1}{x+2\sqrt{x}+1}+1$ với $x>0$ và $x\neq 1$.

Lời giải.

$$A=\left(\frac{1}{x+\sqrt{x}}-\frac{1}{\sqrt{x}+1}\right):\frac{\sqrt{x}-1}{x+2\sqrt{x}+1}+1$$

$$= \left(\frac{1}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+1\right)} - \frac{1}{\sqrt{x}+1}\right) : \frac{\sqrt{x}-1}{\left(\sqrt{x}+1\right)^2} + 1$$
$$= \frac{1-\sqrt{x}}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+1\right)} \cdot \frac{\left(\sqrt{x}+1\right)^2}{\left(\sqrt{x}-1\right)} + 1$$
$$= \frac{-\left(\sqrt{x}+1\right)}{\sqrt{x}} + 1 = \frac{-\sqrt{x}-1+\sqrt{x}}{\sqrt{x}} = \frac{-1}{\sqrt{x}}.$$

Câu 5. Quãng đường tỉnh Hải Dương - Hạ Long dài 100 km. Một ô tô đi từ tỉnh Hải Dương đến Hạ Long rồi nghĩ ở đó 8 giờ 20 phút, sau đó trở về tỉnh Hải Dương hết tất cả 12 giờ. Tính vận tốc của ô tô lúc đi, biết vận tốc ô tô lúc về nhanh hơn vận tốc ô tô lúc đi 10 km/h.

Lời giải.

Gọi vận tốc lúc đi của ô tô là x km/h $(x > 0)$.

Vận tốc lúc về là $x + 10$ km/h.

Thời gian lúc đi là $\frac{100}{x}$h.

Thời gian lúc về là $\frac{100}{x+10}$h.

Theo đề ta có phương trình

$$\frac{100}{x} + \frac{100}{x+10} + \frac{25}{3} = 12$$
$$\Leftrightarrow \frac{100x+1000}{x(x+10)} + \frac{100x}{x(x+10)} = \frac{11}{3}$$
$$\Rightarrow 600x + 3000 = 11x^2 + 110x$$
$$\Leftrightarrow 11x^2 - 490x - 3000 = 0$$
$$\Leftrightarrow x = 1 \text{ (thỏa mãn) hoặc } x = -\frac{60}{11} \text{ (không thỏa mãn).}$$

Vậy vận tốc của ô tô lúc đi là 50km/h.

Câu 6. Tìm m để phương trình $x^2 - 2mx + m^2 - 2 = 0$ (x là ẩn, m là tham số) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn điều kiện $|x_1^3 - x_2^3| = 10\sqrt{2}$.

Lời giải.

Ta có $\Delta' = m^2 - m^2 + 2 = 2 > 0$ do đó phương trình có hai nghiệm phân biệt với mọi m.

Theo hệ thức Vi-ét ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m \\ x_1 x_2 = m^2 - 2 \end{cases} \Rightarrow |x_1 - x_2| = 2\sqrt{2}.$

Ta có $|x_1^3 - x_2^3| = 10\sqrt{2} \Leftrightarrow |x_1 - x_2| \left[(x_1 + x_2)^2 - x_1 x_2\right] = 10\sqrt{2}$

$\Rightarrow 3m^2 + 2 = 5 \Leftrightarrow m = \pm 1.$

Vậy giá trị m thỏa mãn yêu cầu bài toán là $m = \pm 1$.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

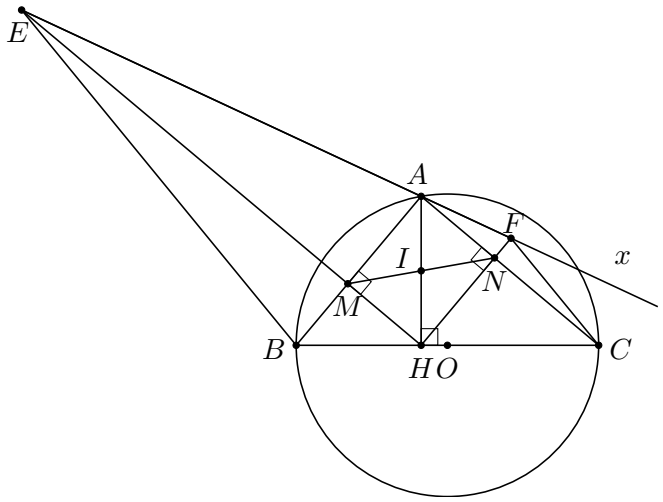
Câu 7. Cho $\triangle ABC$ nội tiếp đường tròn tâm O đường kính BC. Kẻ $AH \perp BC$ (H thuộc BC), gọi M, N lần lượt là hình chiếu vuông góc của H trên AB, AC.

a) Chứng minh $AC^2 = CH \cdot CB$.

b) Chứng minh tứ giác $BCNM$ nội tiếp và $AC \cdot BM + AB \cdot CN = AH \cdot BC$.

c) Đường thẳng đi qua A cắt tia HM tại E và cắt tia đối của tia NH tại F. Chứng minh $BE \parallel CF$.

Lời giải.



a) Ta có $\widehat{BAC} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn).
Theo hệ thức lượng trong tam giác vuông ABC ta có $AC^2 = CH \cdot BC$.

b) Ta có $\widehat{HMA} = \widehat{MAN} = \widehat{ANH} = 90^\circ$. Do đó tứ giác $AMHN$ là hình chữ nhật.
Gọi I là giao điểm của AH và MN, khi đó ta có tam giác IAN cân.
Suy ra $\widehat{MNA} = \widehat{HAN}$. (1)
Ta lại có $\widehat{ABH} = \widehat{HAN}$ (cùng phụ với $\widehat{BAH}$). (2)
Từ (1) và (2) ta có $\widehat{MNA} = \widehat{ABH}$
Mà $\widehat{MNA} + \widehat{MNC} = 180^\circ$, do đó $\widehat{MBC} + \widehat{MNC} = 180^\circ$.
Suy ra tứ giác $BMNC$ nội tiếp.
Ta có $MH \parallel AC \Rightarrow \widehat{MHB} = \widehat{HCA}$ (đồng vị).
Suy ra $\triangle BMH \backsim \triangle AHC$ (g.g) $\Rightarrow \dfrac{BM}{AH} = \dfrac{BH}{AC} \Rightarrow AC \cdot BM = BH \cdot AH$.
Chứng minh tương tự $\triangle CNH \backsim \triangle AHB$ (g.g) $\Rightarrow \dfrac{CN}{AH} = \dfrac{CH}{AB} \Rightarrow CN \cdot AB = AH \cdot CH$.
Từ đó ta có $AC \cdot BM + AB \cdot CN = AH \cdot BC$.

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

c) Ta có $HE \parallel AC \Rightarrow \widehat{MEA} = \widehat{NAF}$ (đồng vị). Do đó $\triangle ANF \backsim \triangle EMA$ (g.g).
Suy ra $\dfrac{AN}{ME} = \dfrac{NF}{AM} \Rightarrow AN \cdot AM = NF \cdot ME$.
Ta có $\widehat{BHM} = \widehat{HCN}$ (chứng minh trên). Do đó $\triangle HNC \backsim \triangle BMH$ (g.g)
Suy ra $\dfrac{BM}{HN} = \dfrac{MH}{NC} \Rightarrow BM \cdot NC = MH \cdot NH$
Mà $AN \cdot AM = MH \cdot NH \Rightarrow NF \cdot ME = BM \cdot NC$
$\Rightarrow \dfrac{ME}{NC} = \dfrac{BM}{NF}$ từ đó ta có $\triangle BME \backsim \triangle FNC$ (c.g.c).
Suy ra $\widehat{BEM} = \widehat{FCN}$.
Ta lại có $\widehat{CFx} = \widehat{FAC} + \widehat{FCA}$ (góc ngoài của tam giác FAC)
Khi đó $\widehat{CFx} = \widehat{MEA} + \widehat{BEM} = \widehat{BEA}$.
Mặt khác $\widehat{BEA}$ và $\widehat{CFx}$ nằm ở vị trí đồng vị. Do đó $BE \parallel CF$.

Câu 8. Cho phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ $(a \neq 0)$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $0 \leq x_1 \leq x_2 \leq 2$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $L = \dfrac{3a^2 - ab + ac}{5a^2 - 3ab + b^2}$.

Lời giải.

Theo hệ thức Vi-ét ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = -\dfrac{b}{a} \\ x_1 x_2 = \dfrac{c}{a}. \end{cases}$

Ta có $L = \dfrac{3a^2 - ab + ac}{5a^2 - 3ab + b^2} = \dfrac{3 - \dfrac{b}{a} + \dfrac{c}{a}}{5 - 3\dfrac{b}{a} + \left(\dfrac{b}{a}\right)^2} = \dfrac{3 + x_1 + x_2 + x_1 x_2}{5 + 3x_1 + 3x_2 + (x_1 + x_2)^2}$

Theo giả thiết ta có $0 \leq x_1 \leq x_2 \leq 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1^2 \leq 2x_1 \\ x_2^2 \leq 2x_2 \\ x_1 - 2 \leq 0 \\ x_2 - 2 \leq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1^2 + x_2^2 \leq 2(x_1 + x_2) \\ (x_1 - 2)(x_2 - 2) \geq 0 \end{cases}$.

$$\begin{aligned} \frac{1}{L} &= \frac{5 + 3(x_1 + x_2) + x_1^2 + x_2^2 + 2x_1 x_2}{3 + x_1 + x_2 + x_1 x_2} \\ &\leq \frac{5 + 3(x_1 + x_2) + 2(x_1 + x_2) + 2x_1 x_2}{3 + x_1 + x_2 + 2x_1 x_2} \\ &= \frac{3(3 + x_1 + x_2 + x_1 x_2) - (x_2 - 2)x_1 + 2(x_2 - 2)}{3 + x_1 + x_2 + x_1 x_2} \\ &= 3 - \frac{(x_1 - 2)(x_2 - 2)}{3 + x_1 + x_2 + x_1 x_2} \leq 3 \text{ (do } 0 \leq x_1 \leq x_2 \leq 2) \end{aligned}$$

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $\begin{cases} x_1^2 = 2x_1 \\ x_2^2 = 2x_2 \\ (x_1-2)(x_2-2)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = 2 \end{cases} \\ \begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = 0 \end{cases} \\ \begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = 2 \end{cases} \end{array}\right.$ (loại vì $x_1 \le x_2$)

Vậy $L_{\min} = \dfrac{1}{3}$ khi $(x_1; x_2) = \{(0;2),\ (2;2)\}$

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 46

TUYỂN SINH 10 HẢI PHÒNG 2019

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Bài 1. Cho biểu thức

$$A = \sqrt{3}\left(\sqrt{3} - 3\sqrt{12} + 2\sqrt{27}\right),$$
$$B = \left(1 + \frac{x + \sqrt{x}}{\sqrt{x} + 1}\right) \cdot \left(1 - \frac{x - \sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1}\right) \text{ (với } x > 0, x \neq 1).$$

1) Rút gọn biểu thức A và B.

2) Tìm các giá trị của x sao cho $A \cdot B \leq 0$.

Lời giải.

1) Ta có

$$\begin{aligned} A &= \sqrt{3}\left(\sqrt{3} - 3\sqrt{12} + 2\sqrt{27}\right) \\ &= \sqrt{3}\left(\sqrt{3} - 6\sqrt{3} + 6\sqrt{3}\right) \\ &= 3. \end{aligned}$$

Với $x > 0$ và $x \neq 1$, ta có

$$\begin{aligned} B &= \left(1 + \frac{x + \sqrt{x}}{\sqrt{x} + 1}\right) \cdot \left(1 - \frac{x - \sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1}\right) \\ &= \frac{x + 2\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} + 1} \cdot \frac{-x + 2\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x} - 1} \\ &= \frac{(\sqrt{x} + 1)^2}{\sqrt{x} + 1} \cdot \frac{-(\sqrt{x} - 1)^2}{\sqrt{x} - 1} \\ &= -\left(\sqrt{x} + 1\right) \cdot \left(\sqrt{x} - 1\right) \\ &= 1 - x. \end{aligned}$$

2) $A \cdot B \leq 0 \Leftrightarrow 3(1 - x) \leq 0 \Leftrightarrow x \geq 1$.

Vậy $x \geq 1$ thỏa yêu cầu bài toán.

Bài 2. Cho đồ thị hàm số $y = ax + b$ song song với đường thẳng $y = 2x - 1$ và cắt với trục tung tại điểm có tung độ bằng 3. Xác định a và b.

Lời giải.

Vì đồ thị hàm số $y = ax + b$ song song với đường thẳng $y = 2x - 1$ nên ta có $a = 2$ và $b \neq -1$. Khi đó, ta có đường thẳng $y = 2x + b$.

Vì đồ thị hàm số $y = 2x + b$ đi qua điểm có tọa độ $(0; 3)$ nên ta có $3 = b$.

Vậy $a = 2$ và $b = 3$.

Bài 3. Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 3x + \sqrt{y+6} = 11 \\ 5x - \sqrt{y+6} = 13. \end{cases}$

Lời giải.

Điều kiện xác định: $y \geq -6$.

Đặt $b = \sqrt{y+6}$, hệ phương trình đã cho trở thành $\begin{cases} 3x + b = 11 \\ 5x - b = 13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ b = 2. \end{cases}$

Với $b = 2$, ta có $\sqrt{y+6} = 2 \Leftrightarrow y + 6 = 4 \Leftrightarrow y = -2$ (thỏa điều kiện).

Vậy $(x; y) = (3; -2)$.

Bài 4. Cho phương trình ẩn x: $x^2 - 2(m+1)x + m^2 + 1 = 0$ $(*)$ (m là tham số).

a) Giải phương trình $(*)$ khi $m = 2$.

b) Xác định các giá trị của tham số m để phương trình $(*)$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn điều kiện $x_1 - 2x_2 = -1$.

Lời giải.

a) Khi $m = 2$, phương trình $(*)$ trở thành $x^2 - 6x + 5 = 0$ (1).

Vì $1 - 6 + 5 = 0$ nên phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt $x_1 = 1$ và $x_2 = 5$.

b) $\Delta' = (m+1)^2 - (m^2 + 1) = 2m$.

Phương trình $(*)$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 khi và chỉ khi $\Delta' = 2m > 0 \Leftrightarrow m > 0$.

Với $m > 0$, theo định lí Vi-et, ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m + 2 \\ x_1 \cdot x_2 = m^2 + 1. \end{cases}$

Xét hệ phương trình $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m + 2 \\ x_1 - 2x_2 = -1 \end{cases}$, ta có $\begin{cases} x_1 = \dfrac{4m+3}{3} \\ x_2 = \dfrac{2m+3}{3}. \end{cases}$

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

Khi đó,

$$x_1 \cdot x_2 = m^2+1 \Leftrightarrow \frac{4m+3}{3} \cdot \frac{2m+3}{3} = m^2+1 \Leftrightarrow m^2-18m=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=0 \text{ (loại)} \\ m=18 \text{ (thỏa mãn).} \end{array}\right.$$

Vậy $m=18$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Bài 5. **Bài toán thực tế:** Khoảng cách giữa hai thành phố A và B là 144 km. Một ô tô khởi hành từ thành phố A đến thành phố B với vận tốc không đổi trên cả quãng đường. Sau khi ô tô thứ nhất đi được 20 phút, ô tô thứ 2 cũng đi từ thành phố A đến thành phố B với vận tốc lớn hơn vận tốc của ô tô thứ nhất là 6 km/h (vận tốc không đổi). Biết rằng cả hai ô tô cùng đến thành phố B cùng một lúc.

a) Tính vận tốc của mỗi xe ô tô.

b) Nếu trên đường đó có biển báo cho phép xe chạy với vận tốc tối đa là 50km/h thì hai xe ô tô trên, xe nào vi phạm về tốc giới hạn tốc độ?

Lời giải.

a) Gọi x (km/h) $(x>0)$ là vận tốc xe ô tô thứ nhất.

y (km/h) $(x>0)$ là vận tốc xe ô tô thứ hai.

Ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} y-x=6 \\ \dfrac{144}{x}-\dfrac{144}{y}=\dfrac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=x+6 \\ \dfrac{144}{x}-\dfrac{144}{x+6}=\dfrac{1}{3}. \end{cases} \quad (1)$$

Giải (1):

$$\frac{144}{x}-\frac{144}{x+6}=\frac{1}{3} \Leftrightarrow x^2+6x-2592=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-54 \text{ (loại)} \\ x=48 \text{ (thỏa mãn).} \end{array}\right.$$

Với $x=48$, ta có $y=54$.

Vậy vận tốc xe ô tô thứ nhất là 48 km/h, vận tốc xe ô tô thứ hai là 54 km/h.

Xe thứ hai vi phạm về giới hạn tốc độ (vì 54 km/h $>$ 48 km/h).

Bài 6. Cho tam giác ABC $(AB<AC)$ có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn (O), AH là đường cao của tam giác ABC. Kẻ đường kính AD của đường tròn (O). Từ hai điểm B và C kẻ $BE \perp AD$ tại E và $CF \perp AD$ tại F.

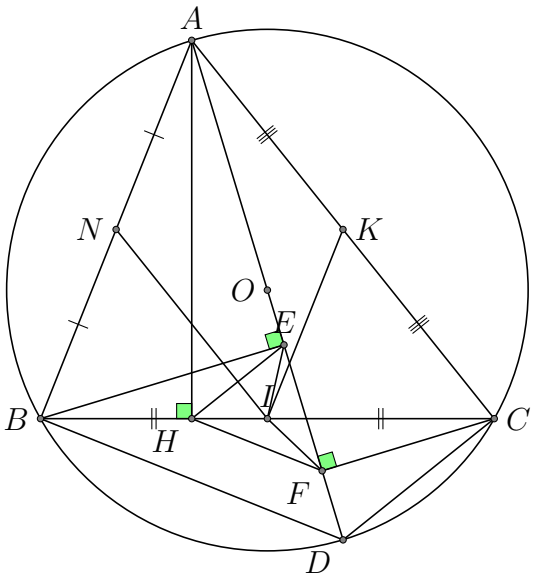
Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

a) Chứng minh tứ giác $ABHE$ nội tiếp đường tròn.

b) Chứng minh: $HE \parallel CD$.

c) Gọi I là trung điểm của BC. Chứng minh: $IE = IF$.

Lời giải.



a)

Xét tứ giác $ABHE$ có $\widehat{AHB} = 90^\circ$ và $\widehat{AEB} = 90^\circ$. Vì hai góc AHB và AEB ở vị trí đối nhau và $\widehat{AHB} + \widehat{AEB} = 180^\circ$ nên tứ giác $ABHE$ là tứ giác nội tiếp.

b) Vì tứ giác $ABHE$ là tứ giác nội tiếp nên $\widehat{BAD} = \widehat{CHE}$ (vì cùng bù với góc $\widehat{BHE}$).
Mặt khác, $\widehat{BAD} = \widehat{BCD}$ (vì cùng chắn cung BD). Do đó, $\widehat{EHC} = \widehat{HCD}$.
Vì hai góc EHC và HCD ở vị trí so le trong nên $HE \parallel CD$.

c) Gọi N và K lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và AC. Khi đó, IN là đường trung bình của tam giác ABC mêm $IN \parallel AC$.
Vì $\begin{cases} AC \perp CD \\ CD \parallel HE \end{cases}$ nên $HE \perp AC$.

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

Mặt khác, vì $IN \parallel AC$ nên $HE \perp IN$. Vì tứ giác $ABHE$ nội tiếp đường tròn tâm N và $IN \perp HE$ nên IN là đường trung trực của đoạn thẳng HE. Suy ra, $IE = IH$. (1).

Tứ giác $AHFC$ có $\widehat{AHC}$ và $\widehat{AFC}$ cùng nhìn cạnh AC dưới một góc 90° nên tứ giác $AHFC$ nội tiếp đường tròn tâm K (vì K là trung điểm của đoạn thẳng AC).

Khi đó, vì $\widehat{CHF} = \widehat{CAF}$ (cùng chắn cung CF) và $\widehat{CAF} = \widehat{CBD}$ (cùng chắn cung CD) nên $\widehat{CHF} = \widehat{CBD}$. Mặt khác, hai góc này ở vị trí đồng vị nên $HF \parallel BD$.

Vì $\begin{cases} AB \perp BD \\ IK \parallel AB \end{cases}$ nên $IK \perp BD$. Mà $HF \parallel BD$ nên $IK \perp IK$.

Vì tứ giác $AHFC$ là tứ giác nội tiếp đường tròn tâm K nên IK là đường trung trực của đoạn thẳng HF. Do đó, $IH = IF$ (2).

Từ (1) và (2), suy ra $IE = IF$.

Bài 7. Tính diện tích toàn phần của một hình nón có chiều cao $h = 16$ cm và bán kính đường tròn $r = 12$ cm?

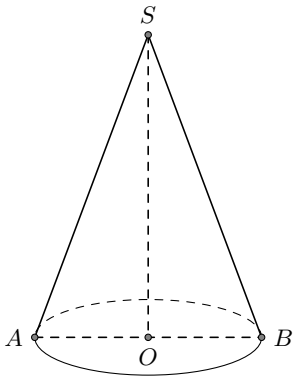
Lời giải.

Gọi l là đường sinh của hình nón.

Ta có $l = \sqrt{h^2 + r^2} = 20$ cm.

Diện tích toàn phần của hình nón là

$$S_{\text{tp}} = \pi rl + \pi r^2 = \pi r \cdot (l + r) = \pi \cdot 12 \cdot 32 = 384\pi \text{cm}^3.$$



Bài 8.

a) Chứng minh với mọi số thực a, b, c ta có: $ab + bc + ca \le \dfrac{(a+b+c)^2}{3}$.

b) Cho ba số dương x, y, z thỏa mãn điều kiện: $x + y + z = \dfrac{3}{4}$.Chứng minh:

$$6\left(x^2 + y^2 + z^2\right) + 10\left(xy + yz + zx\right) + 2\left(\frac{1}{2x+y+z} + \frac{1}{x+2y+z} + \frac{1}{x+y+2z}\right) \ge 9.$$

Đẳng thức xảy ra khi nào?

Lời giải.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

a) Ta có

$$\begin{aligned}
&ab+bc+ca \le \frac{(a+b+c)^2}{3}\\
\Leftrightarrow &3(ab+bc+ca) \le (a+b+c)^2\\
\Leftrightarrow &ab+bc+ca \le a^2+b^2+c^2\\
\Leftrightarrow &2(ab+bc+ca) \le 2(a^2+b^2+c^2)\\
\Leftrightarrow &(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2 \ge 0 \quad (*).
\end{aligned}$$

Vì bất đẳng thức $(*)$ luôn đúng với mọi số thực a, b, c nên ta có điều phải chứng minh.

b) Trước hết, ta có $x^2+y^2+z^2 \ge \frac{1}{3}(x+y+z)^2$, với mọi số dương x, y, z;

và

$$\frac{1}{2x+y+z}+\frac{1}{x+2y+z}+\frac{1}{x+y+2z} \ge \frac{9}{4(x+y+z)} = 3.$$

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $x=y=z$.

Khi đó, ta có

$$\begin{aligned}
&6\left(x^2+y^2+z^2\right)+10(xy+yz+zx)+2\left(\frac{1}{2x+y+z}+\frac{1}{x+2y+z}+\frac{1}{x+y+2z}\right)\\
=&5(x+y+z)^2+x^2+y^2+z^2+2\cdot\left(\frac{1}{2x+y+z}+\frac{1}{x+2y+z}+\frac{1}{x+y+2z}\right)\\
=&5\cdot\frac{9}{16}+x^2+y^2+z^2+2\cdot\left(\frac{1}{2x+y+z}+\frac{1}{x+2y+z}+\frac{1}{x+y+2z}\right)\\
\ge&\frac{45}{16}+\frac{1}{3}(x+y+z)^2+2\cdot\frac{9}{4(x+y+z)}\\
=&\frac{45}{16}+\frac{1}{3}\cdot\frac{9}{16}+2\cdot 3 = 9.
\end{aligned}$$

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $\begin{cases} x=y=z>0 \\ x+y+z=\dfrac{3}{4} \end{cases} \Leftrightarrow x=y=z=\frac{1}{4}$.

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 47

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 NĂM HỌC 2018-2019, HÀ NAM

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Câu 1. Giải phương trình: $x^2+6x+5=0$.

Lời giải.

Phương trình đã cho có dạng $ax^2+bx+c=0$ với $a-b+c=1-6+5=0$.

Vậy phương trình có hai nghiệm phân biệt $x=-1$ và $x=-5$.

Câu 2. Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x+y=25 \\ 2x-1=y+4. \end{cases}$

Lời giải.

$$\begin{cases} x+y=25 \\ 2x-1=y+4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y=25 \\ 2x-y=5 \end{cases}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+y=25 \\ 3x=30 \end{cases}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+y=25 \\ x=10 \end{cases}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=10 \\ y=15. \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm $\begin{cases} x=10 \\ y=15. \end{cases}$

Câu 3. Rút gọn các biểu thức $A=2\sqrt{\dfrac{1}{2}}-\dfrac{1}{2}\sqrt{8}+\sqrt{6}\cdot\sqrt{3}$.

Lời giải.

Ta có $A=\sqrt{2}-\sqrt{2}+3\sqrt{2}=3\sqrt{2}$.

Câu 4. Cho biểu thức $B=\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}-3}-\dfrac{3}{\sqrt{a}+3}-\dfrac{a-2}{a-9}$ với $a\geq 0, a\neq 9$.

Rút gọn B. Tìm các số nguyên a để B nhận giá trị nguyên.

Lời giải.

Với $a \geq 0, a \neq 9$, ta có

$$\begin{aligned} B &= \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}-3} - \frac{3}{\sqrt{a}+3} - \frac{a-2}{a-9} \\ &= \frac{\sqrt{a}\,(\sqrt{a}+3)}{a-9} - \frac{3\,(\sqrt{a}-3)}{a-9} - \frac{a-2}{a-9} \\ &= \frac{11}{a-9}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B &= \frac{11}{a-9} \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow 11 \text{ chia hết cho } a-9 \\ &\Leftrightarrow \begin{bmatrix} a-9=1 \\ a-9=-1 \\ a-9=11 \\ a-9=-11 \end{bmatrix} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} a=10 \\ a=8 \\ a=20 \\ a=-2 \text{ (loại)}. \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Vậy $a \in \{8, 10, 20\}$ thì B nhận giá trị nguyên.

Câu 5. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho parabol (P) có phương trình $y = x^2$ và đường thẳng d có phương trình: $y = 5x - m + 2$ (m là tham số).

a) Điểm $A\,(2; 4)$ có thuộc đồ thị hàm số P không? Tại sao?

b) Tìm m để đường thẳng d cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt có tung độ y_1, y_2 thỏa mãn $y_1 + y_2 + y_1 y_2 = 25$.

Lời giải.

a) Thay tọa độ của A vào phương trình của (P) ta có $4 = 2^2$ (thỏa mãn) $\Rightarrow A(2; 4) \in (P)$.

b) Xét phương trình hoành độ giao điểm của d và (P) :
$x^2 - 5x + m - 2 = 0$, có $\Delta = 25 - 4(m-2) = 33 - 4m$.
Để d cắt (P) tại hai điểm phân biệt thì $33 - 4m > 0$ hay $m < \dfrac{33}{4}$.

Câu 6. Cho đường tròn (O, R) và một điểm A sao cho $OA = 3R$. Qua A kẻ hai tiếp tuyến AB, AC với đường tròn (O) (B, C là hai tiếp điểm). Lấy điểm M thuộc đường tròn (O) sao cho $BM \parallel AC$. Gọi N là giao điểm thứ hai của của đường thẳng AM với đường tròn (O), K là giao điểm của hai đường thẳng BN và AC.

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

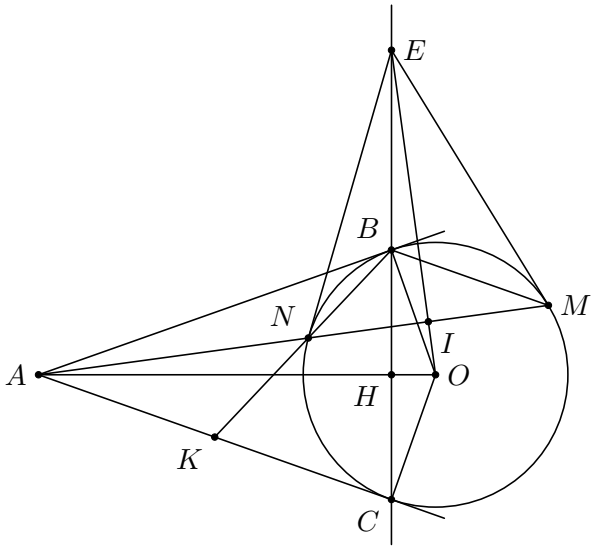
a) Chứng minh $ABOC$ là tứ giác nội tiếp.

b) Chứng minh $KA^2 = KB \cdot KN$.

c) Tính độ dài đoạn thẳng AK theo R.

d) Tiếp tuyến tại M và N của (O) cắt nhau tại E. Chứng minh E, B, C thẳng hàng.

Lời giải.



a) AB, AC là tiếp tuyến của $(O) \Rightarrow \widehat{ABO} = \widehat{ACO} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{ABO} + \widehat{ACO} = 180^\circ$
$\Rightarrow$ Tứ giác $ABOC$ là tứ giác nội tiếp.

b) Vì $BM \parallel AC \Rightarrow \widehat{BMN} = \widehat{NAK}$.
Mà $\widehat{BMN} = \widehat{NAK}$ (cùng chắn cung NB) $\Rightarrow \widehat{KAN} = \widehat{ABK}$.
Xét $\triangle KAB$ và $\triangle KNA$ có:

$$\begin{aligned} & \widehat{KAN} = \widehat{ABK} \\ & \widehat{AKB} \text{ chung} \\ \Rightarrow\ & \triangle KAB \backsim \triangle KNA \\ \Rightarrow\ & \frac{KA}{KB} = \frac{KN}{KA} \Rightarrow KA^2 = KB \cdot KN. \end{aligned}$$

c) Chứng minh tương tự như câu b) suy ra $\triangle \backsim \triangle KCN \Rightarrow KC^2 = KB \cdot KN$.
Suy ra $KA = KC = \dfrac{1}{2}AC$.
Tam giác ACO vuông tại C, suy ra $AC^2 = AO^2 - OC^2 = 8R^2 \Rightarrow AK = R\sqrt{2}$.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

d) Gọi H là giao điểm của AO và BC, I là giao điểm của EO và $MN \Rightarrow AO \perp BC$ tại H, $EO \perp NM$ tại I.

$\triangle AOC$ vuông tại C, có CH là đường cao $\Rightarrow OH \cdot OA = OC^2 = R^2$. (1)

$\triangle EMO$ vuông tại M, có MI là đường cao $\Rightarrow OI \cdot OE = OM^2 = R^2$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra $OH \cdot OA = OI \cdot OE \Rightarrow \dfrac{OH}{OI} = \dfrac{OE}{OA}$.

Xét $\triangle OHE$ và $\triangle OIA$ có:

$$\begin{aligned} & \frac{OH}{OI} = \frac{OE}{OA} \\ & \widehat{AOE} \text{ chung} \\ \Rightarrow\ & \triangle \backsim \triangle OIA \\ \Rightarrow\ & \widehat{OHE} = \widehat{OIA} = 90^\circ \text{ hay } EH \text{ vuông góc với } AO \text{ tại } H. \end{aligned}$$

Mà $BC \perp AO$ tại H nên E, B, C thẳng hàng.

Câu 7. Cho a, b, c là độ dài ba cạnh của một tam giác có chu vi bằng 4. Chứng minh

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + 8 > 9\left(\frac{1}{a+b} + \frac{1}{b+c} + \frac{1}{c+a}\right).$$

Lời giải.

Ta có $a + b + c = 4$.

Bất đẳng thức cần chứng minh tương đương với
$\left(\dfrac{9}{4-a} - \dfrac{1}{a}\right) + \left(\dfrac{9}{4-b} - \dfrac{1}{b}\right) + \left(\dfrac{9}{4-c} - \dfrac{1}{c}\right) < 8.$
Vì a, b, c là ba cạnh của một tam giác

$$\begin{aligned} & \Rightarrow\ a < b + c \Rightarrow 2a < a + b + c = 4 \\ & \Rightarrow\ a < 2 \Rightarrow a - 2 < 0 \\ & \Rightarrow\ (a-1)^2(a-2) \le 0 \quad (*) \text{ (luôn đúng)} \\ (*) \quad & \Leftrightarrow\ a^3 - 4a^2 + 5a - 2 \le 0 \\ & \Leftrightarrow\ \frac{a^3 - 4a^2 + 5a - 2}{a(4-a)} \le 0 \Leftrightarrow \frac{5a-2}{a(4-a)} \le a \\ & \Leftrightarrow\ \frac{9}{2(4-a)} - \frac{1}{2a} \le a \Leftrightarrow \frac{9}{4-a} - \frac{1}{a} \le 2a \quad (1) \end{aligned}$$

Tương tự ta có

$$\frac{9}{4-b} - \frac{1}{b} \le 2b \quad (2)$$
$$\frac{9}{4-c} - \frac{1}{c} \le 2c. \quad (3)$$

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

Cộng hai vế tương ứng của (1), (2) và (3) ta được

$$\left(\frac{9}{4-a}-\frac{1}{a}\right)+\left(\frac{9}{4-b}-\frac{1}{b}\right)+\left(\frac{9}{4-c}-\frac{1}{c}\right)\le 2(a+b+c)=8$$
$$\Leftrightarrow \quad \frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}+8\ge\left(\frac{1}{a+b}+\frac{1}{b+c}+\frac{1}{c+a}\right)$$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} a=b=c=1 \\ a+b+c=4 \end{cases}$ (vô lý).

Vậy $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}+8>\left(\frac{1}{a+b}+\frac{1}{b+c}+\frac{1}{c+a}\right)$.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 48

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 NĂM HỌC 2018-2019, HÀ NỘI

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

Câu 1. Cho hai biểu thức $A=\dfrac{\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}-1}$ và $B=\dfrac{3\sqrt{x}+1}{x+2\sqrt{x}-3}-\dfrac{2}{\sqrt{x}+3}$ với $x\geqslant 0$, $x\neq 1$.

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=9$.

2) Chứng minh $B=\dfrac{1}{\sqrt{x}-1}$.

3) Tìm tất cả giá trị của x để $\dfrac{A}{B}\geqslant \dfrac{x}{4}+5$.

Lời giải.

1) Với $x=9$ ta có $A=\dfrac{7}{2}$.

2) Với $x\geqslant 0$, $x\neq 1$ ta có

$$\begin{aligned}B&=\frac{3\sqrt{x}+1}{x+2\sqrt{x}-3}-\frac{2}{\sqrt{x}+3}\\&=\frac{3\sqrt{x}+1}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-1)}-\frac{2}{\sqrt{x}+3}\\&=\frac{3\sqrt{x}+1-2(\sqrt{x}-1)}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-1)}\\&=\frac{1}{\sqrt{x}-1}.\end{aligned}$$

3) Ta có $\dfrac{A}{B}=\dfrac{\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}-1}:\dfrac{1}{\sqrt{x}-1}=\sqrt{x}+4$.

$\dfrac{A}{B}\geqslant \dfrac{x}{4}+5\Leftrightarrow x-4\sqrt{x}+4\leqslant 0\Leftrightarrow (\sqrt{x}-2)^2\leqslant 0\Leftrightarrow x=4$.

Câu 2. Một mảnh đất hình chữ nhật có chu vi bằng 28 mét và độ dài đường chéo bằng 10 mét. Tính chiều dài và chiều rộng của hình chữ nhật theo đơn vị mét.

Lời giải.

Gọi chiều dài và chiều rộng của mảnh đất lần lượt là x, y $(x \geqslant y > 0)$. Chu vi của mảnh đất là 28 mét nên $x + y = 14 \Leftrightarrow y = 14 - x$. Độ dài đường chéo của mảnh đất là 10 mét nên

$$x^2 + y^2 = 100 \Leftrightarrow x^2 + (14 - x)^2 = 100$$
$$\Leftrightarrow x = 8 \text{ hoặc } x = 6.$$

Với $x = 8$, $y = 6$ (thỏa mãn).

Với $x = 6$, $y = 8$ (loại).

Vậy chiều dài của mảnh đất 8 mét, chiều rộng là 6 mét.

Câu 3.

1) Giải hệ phương trình $\begin{cases} 4x - |y + 2| = 3 \\ x + 2|y + 2| = 3. \end{cases}$

2) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng $(d) : y = (m + 2)x + 3$ và parabol $(P) : y = x^2$.

   a) Chứng minh (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt.

   b) Tìm tất cả giá trị của m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có các hoành độ là các số nguyên.

Lời giải.

1) Ta có

$$\begin{cases} 4x - |y + 2| = 3 \\ x + 2|y + 2| = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |y + 2| = 4x - 3 \\ x + 2(4x - 3) = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ |y + 2| = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ \left[\begin{array}{l} y = -1 \\ y = -3 \end{array}\right. \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có hai nghiệm $(1; -1)$ và $(1; -3)$.

2)

   a) Phương trình hoành độ giao điểm

$$x^2 = (m + 2)x + 3 \Leftrightarrow x^2 - (m + 2)x - 3 = 0$$

   Ta có $\Delta = (m + 2)^2 + 12 > 0$ với mọi m nên (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

b) Nếu x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình (1) thì x_1, x_2 là các hoành độ của các giao điểm của (d) và (P). Theo định lý Vi-ét ta có $x_1 \cdot x_2 = -3$. Không mất tổng quát giả sử $x_1 < x_2$, khi đó ta có các trường hợp.

- $x_1 = -3$ và $x_2 = 1 \Rightarrow m = -4$.
- $x_1 = -1$ và $x_2 = 3 \Rightarrow m = 0$.

Câu 4. Cho đường tròn $(O; R)$ với dây cung AB không đi qua tâm. Lấy S là một điểm bất kì trên tia đối của tia AB (S khác A). Từ điểm S vẽ hai tiếp tuyến SC, SD với đường tròn $(O; R)$ sao cho điểm C nằm trên cung nhỏ AB (C, D là các tiếp điểm). Gọi H là trung điểm của đoạn thẳng AB.

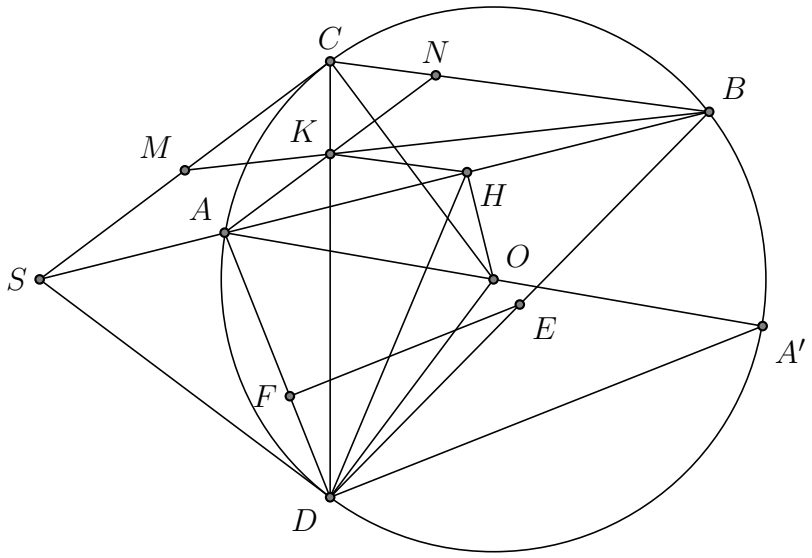
1) Chứng minh rằng năm điểm C, D, H, O, S thuộc đường tròn đường kính SO.

2) Khi $SO = 2R$, hãy tính độ dài đoạn thẳng SD theo R và tính số đo $\widehat{CSD}$.

3) Đường thẳng đi qua điểm A và song song với đường thẳng SC, cắt đường thẳng CD tại K. Chứng minh rằng tứ giác $ADHK$ nội tiếp và đường thẳng BK đi qua trung điểm của đoạn thẳng SC.

4) Gọi E là trung điểm của đoạn thẳng BD và F là hình chiếu vuông góc của điểm E trên đường thẳng AD. Chứng minh rằng khi điểm S thay đổi trên tia đối của tia AB thì điểm F luôn thuộc một đường tròn cố định.

Lời giải.



1) Dễ thấy các góc $\widehat{SCO}$, $\widehat{SDO}$, $\widehat{SHO}$ vuông nên các điểm S, C, D, O, H thuộc đường tròn đường kính SO.

2) Ta có $SO^2 = SD^2 + DO^2 \Rightarrow SD^2 = 4R^2 - R^2 = 3R^2$. Suy ra $SD = R\sqrt{3}$.
$\sin \widehat{DSO} = \dfrac{DO}{SO} = \dfrac{1}{2} \Rightarrow \widehat{DSO} = 30^\circ \Rightarrow \widehat{CSD} = 60^\circ$.

3) Ta có S, D, O, H cùng thuộc một đường tròn nên $SHOD$ là tứ giác nội tiếp. Suy ra $\widehat{AHD} = \widehat{SOD} = \dfrac{1}{2}\widehat{COD}$ (1). Mặt khác $\widehat{AKD} = \widehat{SCD}$ (đồng vị) nên $\widehat{AKD} = \dfrac{1}{2}\widehat{COD}$ (2). Từ (1) và (2) suy ra $\widehat{AHD} = \widehat{AKD}$ suy ra tứ giác $ADHK$ nội tiếp.
Gọi M là giao điểm của BK và SC, N là giao điểm của AK, BC. Ta có $\widehat{KHA} = \widehat{CBS} \Rightarrow HK \parallel BC$ mà H là trung điểm của AB nên K là trung điểm của AN. Suy ra $AK = KN$. Mặt khác $\dfrac{AK}{SM} = \dfrac{KN}{CM} \Rightarrow SM = CM$.

4) Ta có $\widehat{AOH} = \dfrac{1}{2}\widehat{AOB} = \widehat{EDF} \Rightarrow \widehat{FED} = \widehat{HAO}$; $\widehat{BFE} = \dfrac{1}{2}\widehat{DEF} = \dfrac{1}{2}\widehat{HAO}$. Suy ra $\widehat{BFD} = \dfrac{1}{2}\widehat{HAO} + 90^\circ$. Cho nên $\widehat{BFA} = 180^\circ - \dfrac{1}{2}\widehat{HAO} - 90^\circ = 90^\circ - \dfrac{1}{2}\widehat{HAO}$. Vậy F nhìn AB dưới một góc không đổi.

Câu 5. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \sqrt{1-x} + \sqrt{1+x} + 2\sqrt{x}$.

Lời giải.

Điều kiện xác định: $0 \leqslant x \leqslant 1$.

Ta có $x \geqslant 0$ và $1 - x \geqslant 0$ nên $\sqrt{1-x} + \sqrt{x} \geqslant \sqrt{1-x+x} = 1$, suy ra

$$P = \sqrt{1-x} + \sqrt{1+x} + 2\sqrt{x} \geqslant 1 + 1 = 2.$$

Dấu bằng xảy ra khi $x = 0$. Vậy giá trị nhỏ nhất của P là 2 khi $x = 0$.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 49

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 NĂM HỌC 2018-2019, HÀ TĨNH - ĐỀ 1

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

Câu 1. Rút gọn các biểu thức sau

a) $P=\sqrt{45}-\sqrt{5}$.

b) $Q=\left(1+\dfrac{2}{\sqrt{x}-2}\right):\dfrac{x}{\sqrt{x}-2}$ với $x>0$ và $x\neq 4$.

Lời giải.

a) Ta có $P=\sqrt{9\cdot 5}-\sqrt{5}=3\sqrt{5}-\sqrt{5}=2\sqrt{5}$.

b) Ta có $Q=\dfrac{\sqrt{x}-2+2}{\sqrt{x}-2}\cdot\dfrac{\sqrt{x}-2}{x}=\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}\cdot\dfrac{\sqrt{x}-2}{x}=\dfrac{\sqrt{x}}{x}=\dfrac{1}{\sqrt{x}}$.

Câu 2.

a) Xác định hệ số a của hàm số $y=ax^2\,(a\neq 0)$, biết đồ thị của nó đi qua điểm $M\left(-\dfrac{1}{3};1\right)$.

b) Cho phương trình $x^2-2\,(m-1)\,x+m^2-m=0$ (m là tham số). Tìm giá trị của m để phương trình đã cho có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $(1+x_1)^2+(1+x_2)^2=6$.

Lời giải.

a) Đồ thị của hàm số đi qua điểm $M\left(-\dfrac{1}{3};1\right)$ nên $x=-\dfrac{1}{3}$; $y=1$ thay vào đẳng thức $y=ax^2$ được $a\left(-\dfrac{1}{3}\right)^2=1\Leftrightarrow a=9$.

b) Để phương trình có hai nghiệm thì $\Delta'\geq 0\Rightarrow (m-1)^2-\left(m^2-m\right)\geq 0$

$\Leftrightarrow m^2-2m+1-m^2+m\geq 0\Leftrightarrow m\leq 1$.

Theo định lý Vi-et thì $\begin{cases}x_1+x_2=2\,(m-1)\\ x_1x_2=m^2-m.\end{cases}$

Ta có $(1+x_1)^2+(1+x_2)^2=6$

$\Leftrightarrow 1+2x_1+x_1^2+1+2x_2+x_2^2=6$

$\Leftrightarrow (x_1+x_2)^2-2x_1x_2+2(x_1+x_2)=4$

$\Rightarrow 4(m-1)^2-2\left(m^2-m\right)+4(m-1)=4$

$\Leftrightarrow 4m^2-8m+4-2m^2+2m+4m-4=4$

$\Leftrightarrow 2m^2-2m-4=0 \Leftrightarrow m^2-m-2=0$

$\Leftrightarrow m^2-2m+m-2=0 \Leftrightarrow m(m-2)+m-2=0$

$\Leftrightarrow (m-2)(m+1)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=2 \\ m=-1 \end{array}\right.$

Đối chiếu với điều kiện $m \leq 1$ ta được $m=-1$ thỏa mãn bài toán.

Câu 3. Hai người công nhân cùng làm chung một công việc thì hoàn thành trong 16 giờ. Nếu người thứ nhất làm 3 giờ và người thứ hai làm 2 giờ thì họ làm được $\frac{1}{6}$ công việc. Hỏi nếu làm một mình thì mỗi người hoàn thành công việc đó trong bao lâu?

Lời giải.

Gọi thời gian người công nhân A làm một mình xong công việc là x (giờ) $(x>6)$.

Gọi thời gian người công nhân B làm một mình xong công việc là y (giờ) $(y>16)$.

Mỗi giờ A làm được $\frac{1}{x}$ (công việc), B làm được $\frac{1}{y}$ (công việc), cả hai người làm được $\frac{1}{16}$ (công việc).

Ta có phương trình $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{16} \Rightarrow \frac{1}{y}=\frac{1}{16}-\frac{1}{x}$ (1).

Vì A làm 3 giờ và B làm 2 giờ thì họ làm được $\frac{1}{16}$ công việc nên ta có phương trình

$$\frac{3}{x}+\frac{2}{y}=\frac{1}{6} \quad (2)$$

Thế (1) vào (2) ta được $\frac{3}{x}+\frac{2}{16}-\frac{2}{x}=\frac{1}{6} \Leftrightarrow \frac{1}{x}=\frac{1}{24} \Rightarrow x=24$ thay vào (1) được

$$\frac{1}{y}=\frac{1}{16}-\frac{1}{24} \Leftrightarrow \frac{1}{y}=\frac{1}{48} \Rightarrow y=48.$$

Đối chiếu với điều kiện ta có thời gian người thứ nhất làm một mình xong công việc là 24 giờ, người thứ hai là 48 giờ.

Câu 4. Cho tam giác ABC có ba góc nhọn, $AB<AC$, nội tiếp đường tròn $(O;R)$. Vẽ đường kính AD của đường tròn (O), đường cao AH của tam giác ABC (H thuộc BC) và BE vuông góc với AD (B thuộc AD).

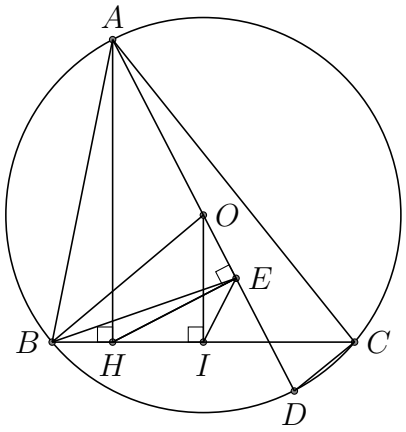
a) Chứng minh rằng tứ giác $AEHB$ nội tiếp.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

b) Chứng minh $AH \cdot DC = AC \cdot BH$.

c) Gọi I là trung điểm BC. Chứng minh rằng $IH = IE$.

Lời giải.



a) Ta có $BH \perp AE$ (gt) và $AH \perp BC$ (gt) $\Rightarrow \widehat{AEB} = \widehat{AHB} = 90^\circ$.

Suy ra đỉnh E, B cùng nhìn đoạn thẳng AB dưới một góc vuông nên tứ giác $AEHB$ nội tiếp đường tròn.

b) Ta có $\widehat{ADC} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn).

Xét ΔAHB và ΔACD ta có

$\widehat{AHB} = \widehat{ACD} = 90^\circ$

$\widehat{ABH} = \widehat{ADC}$ (góc nội tiếp cùng chắn cung AC).

$\Rightarrow \Delta AHB \sim \Delta ACD$ (góc – góc)

$\Rightarrow \dfrac{AH}{AC} = \dfrac{BH}{DC}$

$\Rightarrow AH \cdot DC = AC \cdot BH$.

c) Theo câu a) tứ giác $AEHB$ nội tiếp nên $\widehat{BAD} = \widehat{EHI}$ (cùng bù với $\widehat{BHE}$).

Ta có $\widehat{BAD} = \dfrac{1}{2}\widehat{BOD}$ (góc nội tiếp, góc ở tâm cùng chắn cung BD) $\Rightarrow \widehat{EHI} = \dfrac{1}{2}\widehat{BOD}$ (1)

Mặt khác: $IB = IC$ (gt) $\Rightarrow OI \perp BC$.

Do đó $\widehat{BIO} = \widehat{BEO} = 90^\circ$.

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

Suy ra đỉnh E, I cùng nhìn đoạn BO dưới một góc vuông nên tứ giác $BIEO$ nội tiếp, suy ra $\widehat{EIC} = \widehat{EHI} + \widehat{IEH}$ (góc ngoài của ΔEIH) (2).
Từ (1) và (2) suy ra $\widehat{EHI} = \frac{1}{2}\widehat{EIC} \Rightarrow \widehat{EIC} = 2\widehat{EHI}$ mà $\widehat{EIC} = \widehat{EHI} + \widehat{IEH}$ (góc ngoài của ΔEIH) $\Rightarrow \widehat{EHI} = \widehat{IEH} \Rightarrow \Delta EIH$ cân tại $I \Rightarrow IH = IE$.

Câu 5. Cho a, b là các số thực thỏa mãn đẳng thức $(a+2)(b+2) = \frac{25}{4}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \sqrt{1+a^4} + \sqrt{1+b^4}$.

Lời giải.

Áp dụng bất đẳng thức Minicopski ta có

$$P = \sqrt{1+a^4} + \sqrt{1+b^4} \geq \sqrt{(1+1)^2 + (a^2+b^2)^2} = \sqrt{(a^2+b^2)^2 + 4}.$$

Từ giả thuyết ta có $2a + 2b + ab = \frac{9}{4}$.

Ta có $a^2 + b^2 \geq 2ab \Leftrightarrow \frac{a^2+b^2}{2} \geq ab$ (1)

$$\begin{cases} 4a^2 + 1 \geq 4a \\ 4b^2 + 1 \geq 4b \end{cases} \Rightarrow 4a^2 + 4b^2 \geq 4(a+b) - 2 \Leftrightarrow 2\left(a^2+b^2\right) \geq 2(a+b) - 1 \quad (2).$$

Cộng các bất đẳng thức (1) và (2) vế theo vế ta được $\frac{5\left(a^2+b^2\right)}{2} \geq ab + 2(a+b) - 1 = \frac{9}{4} - 1 = \frac{5}{4} \Rightarrow a^2 + b^2 \geq \frac{1}{2} \Rightarrow P \geq \sqrt{\frac{1}{4} + 4} = \frac{\sqrt{17}}{2}$.

Do đó giá trị nhỏ nhất của P bằng $\frac{\sqrt{17}}{2}$ khi và chỉ khi $a = b = \frac{1}{2}$.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 50

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 NĂM HỌC 2018-2019, HÀ TĨNH - ĐỀ 2

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

Câu 1. Rút gọn biểu thức $P = \sqrt{75} - \sqrt{3}$.

Lời giải.

$P = \sqrt{25 \cdot 3} - \sqrt{3} = \sqrt{25} \cdot \sqrt{3} - \sqrt{3} = 5\sqrt{3} - \sqrt{3} = 4\sqrt{3}$.

Câu 2. Rút gọn biểu thức $Q = \left(1 + \dfrac{3}{\sqrt{x} - 3}\right) : \dfrac{x}{\sqrt{x} - 3}$ với $x > 0$ và $x \neq 9$.

Lời giải.

$Q = \left(\dfrac{\sqrt{x} - 3 + 3}{\sqrt{x} - 3}\right) : \dfrac{x}{\sqrt{x} - 3} = \dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 3} \cdot \dfrac{\sqrt{x} - 3}{x} = \dfrac{1}{\sqrt{x}}$.

Câu 3. Xác định hệ số a của hàm số $y = ax^2$, $a \neq 0$, biết đồ thị hàm số đi qua điểm $M\left(\dfrac{-1}{2}; 1\right)$.

Lời giải.

Thay $x = \dfrac{-1}{2}$, $y = 1$ vào hàm số $y = ax^2$ ta được

$$a \cdot \left(\frac{-1}{2}\right)^2 = 1 \Leftrightarrow a = 4.$$

Vậy $a = 4$.

Câu 4. Cho phương trình $x^2 - 2(m-1)x + m^2 - 3m = 0$, m là tham số. Tìm giá trị m để phương trình đã cho có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $(1 + x_1)^2 + (1 + x_2)^2 = 14$.

Lời giải.

Ta có $\Delta' = (m-1)^2 - (m^2 - 3m) = m^2 \Leftrightarrow m + 1 \geq 0 \Leftrightarrow m \geq -1$. (1)

Theo định lý Vi-ét ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m-1) \\ x_1 x_2 = m^2 - 3m \end{cases}$.

Theo bài ra, ta có

$$\begin{aligned}(1+x_1)^2+(1+x_2)^2=14 &\Leftrightarrow (x_1+x_2)^2+2(x_1+x_2)-2x_1x_2-12=0\\ &\Leftrightarrow 4(m-1)^2+4(m-1)-2(m^2-3m)-12=0\\ &\Leftrightarrow m^2+m-6=0\\ &\Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} m=2 & \text{(thỏa mãn điều kiện (1))}\\ m=-3 & \text{(loại).}\end{array}\right.\end{aligned}$$

Vậy giá trị của m cần tìm là $m=2$.

Câu 5. Hai người công nhân cùng làm chung một công việc thì hoàn thành trong 8 giờ. Nếu người thứ nhất làm 2 giờ và người thứ hai làm 3 giờ thì họ làm được $\frac{1}{3}$ công việc. Hỏi nếu làm một mình thì mỗi người hoàn thành công việc đó trong bao lâu?

Lời giải.

Gọi thời gian hoàn thành công việc một mình của người thứ nhất và người thứ hai lần lượt là x giờ, y giờ. Trong một giờ người thứ nhất làm một mình được $\frac{1}{x}$ công việc, người thứ hai làm một mình được $\frac{1}{y}$ công việc. Ta có hệ phương trình

$$\begin{cases}\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{8}\\ \frac{2}{x}+\frac{3}{y}=\frac{1}{3}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\frac{1}{x}=\frac{1}{24}\\ \frac{1}{y}=\frac{1}{12}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=24\\ y=12.\end{cases}$$

Vậy nếu làm một mình xong công việc thì người thứ nhất hết 24 giờ, người thứ hai hết 12 giờ.

Câu 6. Cho tam giác MNP có ba góc nhọn, $MN<MP$, nội tiếp đường tròn (O,R). Vẽ đường kính MQ của đường tròn (O,R), đường cao ME của tam giác MNP, $(E\in NP)$ và NF vuông góc với MQ, $(F\in MQ)$.

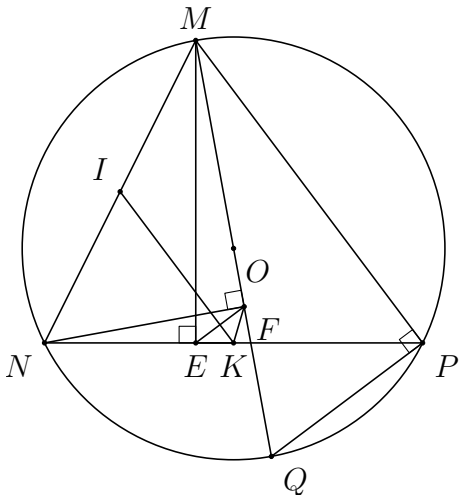
a) Chứng minh tứ giác $MFEN$ nội tiếp đường tròn.

b) Chứng minh $ME\cdot QP=MP\cdot NE$.

c) Gọi K là trung điểm của NP, chứng minh $KE=KF$.

Lời giải.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/



a) Từ giả thiết suy ra $\widehat{MEN} = \widehat{MFN} = 90^\circ$, suy ra 2 đỉnh E, F cùng nhìn canh MN dưới một góc bằng nhau, do đó tứ giác $MFEN$ nội tiếp đường tròn.

b) Xét tam giác $\triangle MEN$ và $\triangle MPQ$ có

- $\widehat{MEN} = \widehat{MPQ} = 90^\circ$;
- $\widehat{MNE} = \widehat{MNP} = \widehat{MQP}$ (cùng chắn cung $\widehat{MP}$).

Suy ra $\triangle MEN \backsim \triangle MPQ$ (g.g), từ đó ta có $\dfrac{ME}{NE} = \dfrac{MP}{QP} \Leftrightarrow ME \cdot QP = MP \cdot NE$.

c) Gọi I là trung điểm của MN, khi đó KI là đường trung bình trong tam giác MNP, suy ra $KI \parallel MP$.

Tứ giác $MFEN$ nội tiếp nên $\widehat{FEP} = \widehat{NMF} = \widehat{NPQ} \Rightarrow EF \parallel PQ$.

Do $PQ \perp MP \Rightarrow EF \perp MP \Rightarrow KI \perp EF$.

Vì $\widehat{MEN} = 90^\circ$ nên I là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác $MFEN$, lại có $KI \perp EF$ nên KI là đường trung trực của EF. Vậy $KE = KF$.

Câu 7. Cho x, y là các số thực thỏa mãn đẳng thức $(x+2)(y+2) = \dfrac{25}{4}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $F = \sqrt{1+x^4} + \sqrt{1+y^4}$.

Lời giải.

Bất đẳng thức Minkowski cho 4 số thực a, b, x, y: $\sqrt{a^2+x^2}+\sqrt{b^2+y^2} \geq \sqrt{(a+b)^2+(x+y)^2}$.

Áp dụng BĐT Mincopxki cho 4 số 1, 1, x, y ta có

$$F = \sqrt{1+x^4} + \sqrt{1+y^4} \geq \sqrt{(1+1)^2+(x^2+y^2)^2} = \sqrt{(x^2+y^2)^2+4}.$$

Từ giả thiết ta có $2x + 2y + xy = \dfrac{9}{4}$.

Ta có $x^2 + y^2 \geq 2xy \Leftrightarrow \dfrac{x^2+y^2}{2} \geq xy$. (1)

Lại có $\begin{cases} 4x^2 + 1 \geq 4x \\ 4y^2 + 1 \geq 4y \end{cases} \Rightarrow 4x^2 + 4y^2 \geq 4(x+y) - 2 \Leftrightarrow 2(x^2+y^2) \geq 2(x+y) - 1.$ (2)

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

Cộng theo vế các BĐT (1) và (2) ta được

$$\frac{5(x^2+y^2)}{2} \geq xy + 2(x+y) - 1 \Leftrightarrow \frac{5(x^2+y^2)}{2} \geq \frac{5}{4} \Leftrightarrow x^2+y^2 \geq \frac{1}{2}$$
$$\Rightarrow F \geq \sqrt{\frac{1}{4}+4} = \frac{\sqrt{17}}{2}.$$

$F = \frac{\sqrt{17}}{2}$ khi và chỉ khi $x = y = \frac{1}{2}$. Vậy giá trị nhỏ nhất của F là $\frac{\sqrt{17}}{2}$.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 51

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 NĂM HỌC 2018-2019, HẬU GIANG

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Cho $\sqrt{13-4\sqrt{3}}=a\sqrt{3}+b$ với a, b là các số nguyên. Tính giá trị của biểu thức $T=a^3+b^3$.

(A) $T=9$. (B) $T=7$. (C) $T=-9$. (D) $T=-7$.

Lời giải.

Ta có $\sqrt{13-4\sqrt{3}}=\sqrt{\left(2\sqrt{3}-1\right)^2}=2\sqrt{3}-1$ nên $a=2$, $b=-1$. Vậy $T=7$.

Chọn phương án (B)

Câu 2. Chọn khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau

(A) $\left(4\sqrt{3}-7\right)^{2019}\left(4\sqrt{3}+7\right)^{2018}=-4\sqrt{3}-7$.

(B) $\left(4\sqrt{3}-7\right)^{2019}\left(4\sqrt{3}+7\right)^{2018}=-4\sqrt{3}+7$.

(C) $\left(4\sqrt{3}-7\right)^{2018}\left(4\sqrt{3}+7\right)^{2019}=7-4\sqrt{3}$.

(D) $\left(4\sqrt{3}-7\right)^{2018}\left(4\sqrt{3}+7\right)^{2019}=4\sqrt{3}+7$.

Lời giải.

Ta có $\left(4\sqrt{3}-7\right)\left(4\sqrt{3}+7\right)=-1$ nên

$$\begin{aligned}\left(4\sqrt{3}-7\right)^{2018}\left(4\sqrt{3}+7\right)^{2019}&=\left[\left(4\sqrt{3}-7\right)\left(4\sqrt{3}+7\right)\right]^{2018}\left(4\sqrt{3}+7\right)\\&=4\sqrt{3}+7.\end{aligned}$$

Chọn phương án (D)

Câu 3. Gọi x_1, x_2 là các nghiệm của phương trình $x^2+2ax-3\sqrt{2}=0$, với a là số thực tùy ý. Tính giá trị biểu thức $T=x_1^2+x_2^2$ theo a.

(A) $T=4a^2+6\sqrt{2}$. (B) $T=4a^2-6\sqrt{2}$. (C) $T=4a^2+3\sqrt{2}$. (D) $T=-4a^2+6\sqrt{2}$.

Lời giải.

Theo định lí Viète, ta có $x_1+x_2=-2a$ và $x_1x_2=-3\sqrt{2}$. Suy ra

$$T=x_1^2+x_2^2=(x_1+x_2)^2-2x_1x_2=4a^2+6\sqrt{2}.$$

Chọn phương án A

Câu 4. Có bao nhiêu số nguyên dương m để phương trình $x^2-2\sqrt{3}x+m-3=0$ có hai nghiệm phân biệt?

A Vố số. B 5. C 6. D 7.

Lời giải.

Phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi

$$\Delta'>0\Leftrightarrow 3-(m-3)>0\Leftrightarrow m<6.$$

Suy ra $m\in\{1;2;3;4;5\}$.

Chọn phương án B

Câu 5. Giả sử $\begin{cases}x=a\\y=b\end{cases}$ là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases}2\sqrt{3}x-3\sqrt{3}y=-3\\2x+y=3\sqrt{3}\end{cases}$. Tính giá trị của biểu thức $P=a^2+b^2$.

A $P=9$. B $P=7$. C $P=3$. D $P=6$.

Lời giải.

Chia hai vế của phương trình đầu cho $-\sqrt{3}$ rồi cộng với phương trình thứ hai ta được $4y=4\sqrt{3}$ hay $y=\sqrt{3}$, suy ra $x=\sqrt{3}$. Vậy $P=6$.

Chọn phương án D

Câu 6. Cho hàm số $y=ax^2$ có đồ thị là parabol (P) và hàm số $y=-bx+c$ có đồ thị là đường thẳng d, với a, b là các số thực khác 0. Giả sử đường thẳng d cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt. Chọn khẳng định đúng.

A $b^2-4ac<0$. B $b^2-4ac>0$. C $b^2+4ac<0$. D $b^2+4ac>0$.

Lời giải.

Đường thẳng d cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt khi và chỉ khi phương trình $ax^2+bx-c=0$ có hai nghiệm phân biệt, hay $b^2+4ac=\Delta>0$.

Chọn phương án D

Câu 7. Cho tam giác ABC vuông tại A và $AB=2\sqrt{5}a$, $AC=5\sqrt{3}a$. Kẻ AK vuông góc với BC, với K nằm trên cạnh BC. Tính AK theo a.

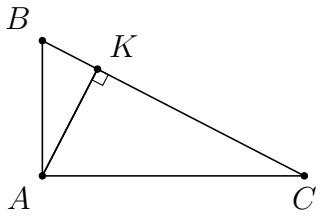
A $AK=\dfrac{19\sqrt{57}}{10}a$. B $AK=\dfrac{\sqrt{95}}{2}a$. C $AK=\dfrac{10\sqrt{57}}{19}a$. D $AK=\dfrac{5\sqrt{57}}{19}a$.

Lời giải.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông ta có

$$AK = \frac{AB \cdot AC}{BC} = \frac{AB \cdot AC}{\sqrt{AB^2 + AC^2}} = \frac{10\sqrt{57}}{19}a.$$



Chọn phương án C

Câu 8. Chọn khẳng định **sai** trong các khẳng định sau

A Góc nội tiếp là góc có đỉnh nằm trên đường tròn và hai cạnh chứa hai dây cung của đường tròn đó.

B Góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung là góc có đỉnh tại tiếp điểm, một cạnh là tiếp tuyến và cạnh kia chứa dây cung.

C Tứ giác nội tiếp đường tròn là tứ giác có bốn đỉnh nằm trên một đường tròn.

D Hình thang cân không nội tiếp đường tròn.

Lời giải.

Hình thang cân, chẳng hạn hình vuông, là tứ giác nội tiếp được trong đường tròn.

Chọn phương án D

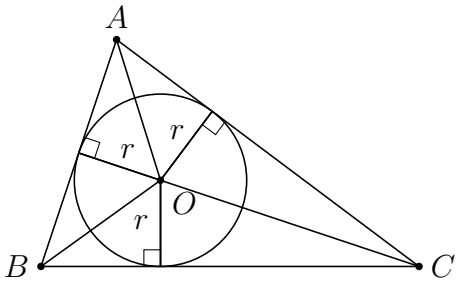
Câu 9. Cho đường tròn tâm O, bán kính $r = 1$, và (O) nội tiếp trong tam giác ABC. Giả sử diện tích tam giác ABC bằng 3. Tính chu vi c của tam giác ABC.

A $c = 2$. B $c = 6$. C $c = 1$. D $c = 3$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} S_{ABC} &= S_{OAB} + S_{OBC} + S_{OCA} \\ &= \frac{1}{2} \cdot AB \cdot r + \frac{1}{2} \cdot BC \cdot r + \frac{1}{2} \cdot CA \cdot r \\ &= \frac{c}{2}. \end{aligned}$$



Vậy $c = 2S_{ABC} = 6$.

Chọn phương án B

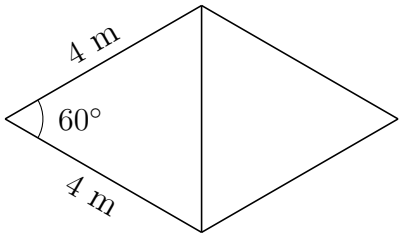
Câu 10. Một sân vườn có dạng hình thoi, có cạnh $a = 4$ m và góc nhọn của hình thoi có số đo bằng $60°$. Người ta muốn lát nền cho cái sân vườn này. Giả sử mỗi m^2 tốn chi phí 500 nghìn đồng. Tính số tiền để lát nền sân vườn này (làm tròn đến hàng nghìn).

A 6.928.000 đồng. B 13.856.000 đồng. C 3.464.000 đồng. D 1.732.000 đồng.

Lời giải.

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

Dễ thấy sân vườn là hình thoi, bao gồm hai tam giác đều cạnh 4 m (hình vẽ). Do đó diện tích của sân vườn là



$$S = 2 \cdot \frac{4^2\sqrt{3}}{4} = 8\sqrt{3}.$$

Số tiền lát nền sân vườn là

$$500.000 \cdot S \approx 6.928.000 \text{ đồng}.$$

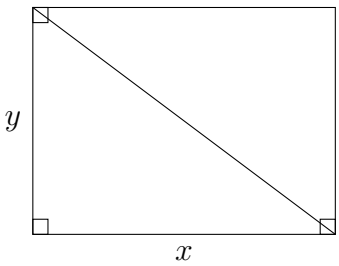
Chọn phương án A

Câu 11. Một hình chữ nhật có chu vi bằng 14 m và diện tích bằng 12 m^2. Tính độ dài đường chéo của hình chữ nhật này.

A 25 m. B 7 m. C 5 m. D 10 m.

Lời giải.

Gọi x (m) và y (m) lần lượt là chiều dài, chiều rộng của hình chữ nhật ($x > y > 0$). Khi đó, theo giả thiết ta có



$$\begin{cases} x + y = 7 \\ xy = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 7 - x \\ x^2 - 7x + 12 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 3. \end{cases}$$

Vậy độ dài đường chéo hình chữ nhật là $\sqrt{x^2 + y^2} = 5$ m.

Chọn phương án C

Câu 12. Trong tháng 5 năm 2018, gia đình anh Tâm (gồm 5 người) đã sử dụng hết 32 m^3 nước máy. Biết rằng định mức tiêu thụ mỗi người là 4 m^3 trong một tháng và đơn giá được tính theo bảng sau

Lượng nước sử dụng (m^3)	**Giá cước (đồng/m^3)**
Đến 4 m^3/người/tháng	5.300
Trên 4 m^3/người/tháng đến 6 m^3/người/tháng	10.200
Trên 6 m^3/người/tháng	11.400

Biết rằng số tiền phải trả trong hóa đơn bao gồm tiền nước, 5% thuế giá trị gia tăng và 10% phí bảo vệ môi trường của tiền nước. Tính số tiền m mà anh Tâm phải trả theo hóa đơn (làm tròn đến hàng chục).

A $m = 248.110$ đồng. B $m = 329.970$ đồng.

C $m = 230.800$ đồng. D $m = 265.420$ đồng.

Lời giải.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Trung bình mỗi tháng, một người sử dụng $32 \div 5 = 6{,}4$ m^3 nước. Do đó số tiền chưa tính thuế anh Tâm phải trả là

$$4 \cdot 5.300 + 2 \cdot 10.200 + 0{,}4 \cdot 11.400 = 230.800 \text{ đồng.}$$

Số tiền anh Tâm phải trả theo hóa đơn là

$$230.800 + 230.800 \cdot 5\% + 238.800 \cdot 10\% = 230.800 \cdot 1{,}15 = 265.420 \text{ đồng.}$$

Chọn phương án (D)

II. PHẦN TỰ LUẬN

Câu 1. Cho biểu thức $A = \dfrac{1}{\sqrt{x}} + \dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}$.

a) Tính giá trị biểu thức A với $x = \dfrac{4}{9}$.

b) Tìm điều kiện để biểu thức A có nghĩa.

c) Tìm x để $A = \dfrac{3}{2}$.

Lời giải.

a) Với $x = \dfrac{4}{9}$ ta có $A = \dfrac{1}{\sqrt{\dfrac{4}{9}}} + \dfrac{\sqrt{\dfrac{4}{9}}}{\sqrt{\dfrac{4}{9}}+1} = \dfrac{19}{10}$.

b) Biểu thức A có nghĩa khi $x > 0$.

c) Với $x > 0$, ta có $A = \dfrac{x+\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}}$. Do đó

$$A = \frac{3}{2} \Leftrightarrow 2x + 2\sqrt{x} + 2 = 3x + 3\sqrt{x} \Leftrightarrow x + \sqrt{x} - 2 = 0$$
$$\Leftrightarrow \left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+2\right) = 0 \Leftrightarrow \sqrt{x} = 1 \Leftrightarrow x = 1.$$

Vậy với $x = 1$ thì $A = \dfrac{3}{2}$.

Câu 2. Giải phương trình $3x^2 - 2x - 4 = 0$.

Lời giải.

Phương trình đã cho có $\Delta' = (-1)^2 - 3 \cdot (-4) = 13$, do đó phương trình có hai nghiệm $x_1 = \dfrac{1+\sqrt{13}}{3}$ và $x_2 = \dfrac{1-\sqrt{13}}{3}$.

Câu 3. Giải phương trình $(2x-3)^4-4(3x-3)^2-21=0$.

Lời giải.

Đặt $t=(2x-3)^2$, $t\geq 0$, phương trình đã cho trở thành

$$t^2-4t-21=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=7 \\ t=-3 \quad \text{(loại)}. \end{array}\right.$$

Suy ra

$$(2x-3)^2=7\Leftrightarrow x=\frac{3\pm\sqrt{7}}{2}.$$

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S=\left\{\frac{3+\sqrt{7}}{2};\frac{3-\sqrt{7}}{2}\right\}$.

Câu 4. Giải hệ phương trình $\begin{cases} x-\dfrac{2}{y}=1 \\ 5x+\dfrac{4}{y}=19 \end{cases}$.

Lời giải.

Điều kiện của hệ phương trình $y\neq 0$. Khi đó hệ đã cho tương đương

$$\begin{cases} 2x-\dfrac{4}{y}=2 \\ 5x+\dfrac{4}{y}=19 \end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases} 7x=21 \\ \dfrac{2}{y}=x-1 \end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ \dfrac{1}{y}=1 \end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=1. \end{cases}$$

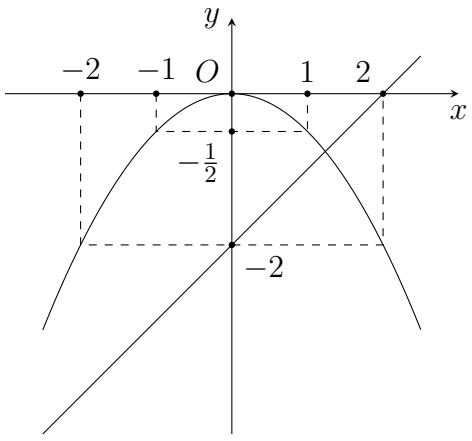
Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất $(3;1)$.

Câu 5. Trong mặt phẳng tọa độ (Oxy), cho hàm số $y=-\frac{1}{2}x^2$ có đồ thị là parabol (P) và hàm số $y=x-2$ có đồ thị là đường thẳng d. Vẽ đồ thị (P) và d trên cùng một hệ trục tọa độ.

Lời giải.

Bảng một số giá trị tương ứng của x và y của hàm số $y=-\frac{1}{2}x^2$

x	-2	-1	0	1	2
$y=-\frac{1}{2}x^2$	-2	$-\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	-2



Trên mặt phẳng tọa độ, nối các điểm $(-2;-2)$, $\left(-\frac{1}{2};-1\right)$, $(0,0)$, $\left(-\frac{1}{2};1\right)$, $(2;-2)$, ta được đồ thị hàm số $y=-\frac{1}{2}x^2$.

Hai điểm $(0;-2)$ và $(2;0)$ thuộc đường thẳng d, vẽ đường thẳng đi qua hai điểm này ta được đồ thị hàm số $y=x-2$.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Câu 6. Cho hàm số $y = kx + b$ có đồ thị là đường thẳng Δ. Tìm k và b biết đường thẳng Δ có hệ số góc bằng $\sqrt{2}$ và đi qua điểm $M\left(-\sqrt{2}; 3\right)$.

Lời giải.

Do đường thẳng Δ có hệ số góc bằng $\sqrt{2}$ nên $k = \sqrt{2}$. Lại có $M \in \Delta$ nên

$$3 = \sqrt{2} \cdot \left(-\sqrt{2}\right) + b \Rightarrow b = 5.$$

Vậy $k = \sqrt{2}$, $b = 5$.

Câu 7. Cho tam giác ABC có $AB < AC$ và ba góc đều nhọn. Đường tròn tâm O, đường kính BC cắt các cạnh AB, AC lần lượt tại E và D.

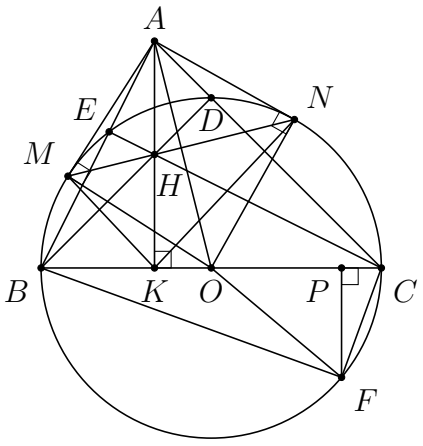
a) Giả sử $BC = 6a$. Tính diện tích hình tròn (O) theo a.

b) Gọi H là giao điểm của BD và CE, gọi K là giao điểm của AH và BC. Chứng minh rằng AH vuông góc với BC.

c) Từ A kẻ các tiếp tuyến AM, AN đến đường tròn (O) với M, N là các tiếp điểm. Chứng minh rằng $\widehat{ANM} = \widehat{AKN}$.

d) Giả sử F là điểm di động trên đường tròn (O). Xác định vị trí của điểm F để tam giác FBC có diện tích lớn nhất.

Lời giải.



a) Diện tích hình tròn (O) là $\pi \cdot \dfrac{BC^2}{4} = 9\pi a^2$.

b) Do D, E thuộc đường tròn đường kính BC nên $\widehat{BDC} = \widehat{BEC} = 90^\circ$ hay BD, CE là các đường cao của tam giác ABC. Suy ra H là trực tâm của tam giác ABC. Vì vậy $AH \perp BC$.

c) Không mất tính tổng quát, giả sử M và B cùng phía đối với OA. Do AM, AN là các tiếp tuyến với (O) $\widehat{AMO} = \widehat{ANO} = 90^\circ$, mà $\widehat{AKO} = 90^\circ$ (chứng minh trên), nên năm điểm A, M, K, O, N cùng thuộc đường tròn đường kính AO. Mặt khác do AM, AN là tiếp tuyến với (O) nên $AM = AN$, hay $\overset{\frown}{AM} = \overset{\frown}{AN}$, do đó $\overset{\frown}{ANM} = \overset{\frown}{AKN}$.

d) Gọi P là hình chiếu của F trên BC. Ta có

$$S_{FBC} = \frac{1}{2} \cdot BC \cdot FP \leq \frac{1}{2} \cdot 6a \cdot FO = 3a \cdot 3a = 9a^2.$$

Dấu bằng xảy ra khi $FP = FO \Leftrightarrow FO \perp BC \Leftrightarrow F$ là điểm chính giữa cung $\overset{\frown}{BC}$ của đường tròn (O).

Vậy diện tích tam giác FBC đạt giá trị lớn nhất khi F là điểm chính giữa cung BC của đường tròn (O)

Câu 8. Cho các số không âm a, b, c thỏa mãn $a^2 + b^2 + c^2 = 2$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$S = \frac{a}{2 + bc} + \frac{b}{2 + ca} + \frac{c}{2 + ab}.$$

Lời giải.

Không mất tính tổng quát, giả sử $a \geq b \geq c$. Khi đó

$$(a - b)\left[a(a - c) - b(b - c)\right] + c(c - a)(c - b) \geq 0$$

hay

$$a(a - b)(a - c) + b(b - c)(b - a) + c(c - a)(c - b) \geq 0. \tag{1}$$

Đặt $p = a + b + c$, $q = ab + bc + ca$, $r = abc$, ta có

$$ab(a + b) + bc(b + c) + ca(c + a) = pq - 3r, \tag{2}$$

$$a^3 + b^3 + c^3 = p^3 - 3pq + 3r. \tag{3}$$

Từ (1) ta có

$$a^3 + b^3 + c^3 + 3abc - ab(a + b) - bc(b + c) - ca(c + a) \geq 0. \tag{4}$$

Thay (2) và (3) vào (4), ta được

$$9r \geq p\left(4q - p^2\right). \tag{5}$$

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Mặt khác, ta có

$$p^2 - 2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca) - 2 = 2q. \tag{6}$$

Thay (6) vào (5), ta được

$$9r \geq p\left(2p^2 - 4 - p^2\right) = p^3 - 4p. \tag{7}$$

Ta có

$$\begin{aligned} 2S &= a \cdot \frac{2 + bc - bc}{2 + bc} + b \cdot \frac{2 + ca - ca}{2 + ca} + c \cdot \frac{2 + ab - ab}{2 + ab} \\ &= (a + b + c) - abc\left(\frac{1}{2 + ab} + \frac{1}{2 + bc} + \frac{1}{2 + ca}\right). \end{aligned}$$

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy-Schwarz, ta có

$$\frac{1}{2 + ab} + \frac{1}{2 + bc} + \frac{1}{2 + ca} \geq \frac{9}{6 + ab + bc + ca},$$

nên

$$2S \leq p - \frac{9r}{6 + q}.$$

Nếu $p \leq 2$ thì $2S \leq 2$ hay $S \leq 1$. Xét $p > 2$, kết hợp (7), ta được

$$p - \frac{9r}{6 + q} \leq p - \frac{p^3 - 4p}{6 + \dfrac{p^2 - 2}{2}} = -\frac{(p - 2)\left(p^2 + 4p - 10\right)}{p^2 + 10} + 2 < 2 \text{ (do } p > 2).$$

Do đó ta luôn có $S \leq 1$. Đẳng thức xảy ra khi $a = 1$, $b = 1$, $c = 0$ hoặc các hoán vị. Vậy giá trị lớn nhất của S là 1.

ĐÁP ÁN

1 B	**3** A	**5** D	**7** C	**9** B	**11** C
2 D	**4** B	**6** D	**8** D	**10** A	**12** D

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 52

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 NĂM HỌC 2018-2019, TP HỒ CHÍ MINH

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

HoChiMinh.tex

Câu 1. Cho parabol $(P)\colon y = x^2$ và đường thẳng $(d)\colon y = 3x - 2$.

a) Vẽ (P) và (d) trên cùng một hệ tọa độ.

b) Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d) bằng phép tính.

Lời giải.

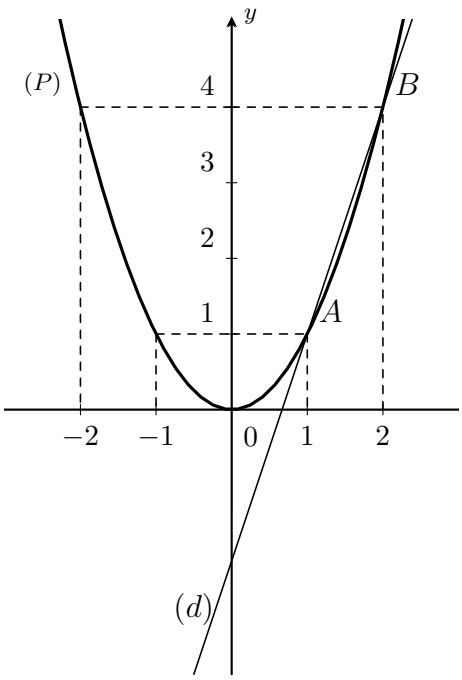
a) Vẽ đồ thị $(P)\colon\ y = x^2$ và $(d)\colon y = 3x - 2$.

Bảng giá trị của hàm số (P):

x	-2	-1	0	1	2
$y = x^2$	4	1	0	1	4

Bảng giá trị của hàm số (d) :

x	0	1
$y = 3x - 2$	-2	1



b) Phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P):

$3x-2=x^2$

$\Leftrightarrow x^2-3x+2=0 \Leftrightarrow x^2-2x-x+2=0 \Leftrightarrow x(x-2)-(x-2)=0 \Leftrightarrow (x-2)(x-1)=0$

$\Leftrightarrow x-2=0$ hoặc $x-1=0$

$\Leftrightarrow x=2$ hoặc $x=1$.

Với $x=2$ thay vào (d): $y=3x-2$ ta được $y=4$.

Với $x=1$ thay vào (d): $y=3x-2$ ta được $y=1$.

Vậy giao điểm của (P) và (d) là $A(2;4), B(1;1)$.

Câu 2. Cho phương trình $3x^2-x-1=0$ có hai nghiệm x_1, x_2. Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức $A=x_1^2+x_2^2$.

Lời giải.

Phương trình $3x^2-x-1=0$ có hai nghiệm x_1, x_2, theo Định lý Vi-ét ta có

$$\begin{cases} x_1+x_2=\dfrac{1}{3} \\ x_1x_2=-\dfrac{1}{3} \end{cases}$$

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Suy ra

$$\begin{aligned} A &= x_1^2 + x_2^2 \\ &= (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 \\ &= \left(\frac{1}{3}\right)^2 - 2\left(-\frac{1}{3}\right) \\ &= \frac{7}{9}. \end{aligned}$$

Vậy $A = \dfrac{7}{9}$.

Câu 3. Mối quan hệ giữa thang nhiệt độ F (Fahrenheit) và thang nhiệt độ C (Celsius) được cho bởi công thức $T_F = 1,8T_C + 32$, trong đó T_C là nhiệt độ tính theo độ C và T_F là nhiệt độ tính theo độ F. Ví dụ $T_C = 0°$ C tương ứng với $T_F = 32°$F.

a) Hỏi $25°C$ tương ứng với bao nhiêu độ F?

b) Các nhà khoa học đã tìm ra mối liên hệ giữa A là số tiếng kêu của một con dế trong một phút và T_F là nhiệt độ cơ thể của nó bởi công thức $A = 5,6T_F - 275$, trong đó nhiệt độ T_F tính theo độ F. Hỏi nếu con dế kêu 106 tiếng trong một phút thì nhiệt độ của nó khoảng bao nhiêu độ C? *(làm tròn đến hàng đơn vị)*

Lời giải.

a) 25°C tương ứng với độ F

$T_F = 1,8 \cdot 25 + 32 = 77(°\text{F})$.

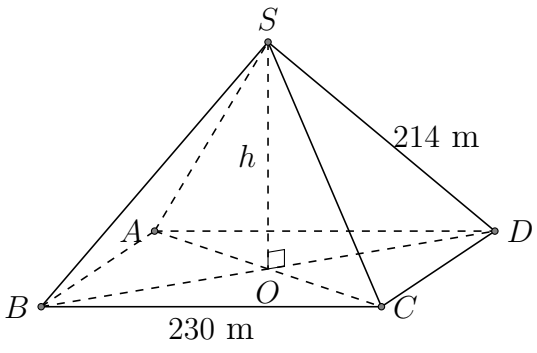
b) Ta có $A = 106$ khi đó nhiệt độ cơ thể của con dế tính theo độ F là

$A = 5,6T_F - 275 \Rightarrow T_F = \dfrac{A + 275}{5,6} = \dfrac{106 + 275}{5,6} \approx 68(°\text{F})$

Nhiệt độ của con dế tính theo độ C: $(68 - 32) : 1,8 = 20°$C.

Câu 4.

Kim tự tháp Kheops - Ai Cập có dạng hình chóp đều, đáy là hình vuông, các mặt bên là các tam giác cân chung đỉnh (hình vẽ). Mỗi cạnh bên của kim tự tháp dài 214 m, cạnh đáy của nó dài 230 m.



a) Tính theo mét chiều cao h của kim tự tháp (*làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất*).

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

a) Cho biết thể tích của hình chóp được tính theo công thức $V = \frac{1}{3}S.h$, trong đó S là diện tích mặt đáy, h là chiều cao của hình chóp. Tính theo m^3 thể tích của kim tự tháp này (*làm tròn đến hàng nghìn*).

Lời giải.

a) Do mặt đáy kim tự tháp là hình vuông nên tam giác BCD vuông cân tại C, do đó theo định lý Pi-ta-go

$$BD = \sqrt{BC^2 + CD^2} = \sqrt{230^2 + 230^2} = 230\sqrt{2}\,(\text{m}).$$

Suy ra

$$OD = \frac{BD}{2} = \frac{230\sqrt{2}}{2}\,(\text{m}).$$

Chiều cao của kim tự tháp là

$$h = S0 = \sqrt{SD^2 - OD^2} = \sqrt{214^2 - 26\ 450} \approx 139{,}1\,(\text{m}).$$

b) Thể tích của kim tự tháp Kheops là

$$V = \frac{1}{3} \cdot h \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot 139{,}1 \cdot 230^2 \approx 2\ 453\ 000\,(\text{m}^3).$$

Câu 5. Siêu thị A thực hiện chương trình giảm giá cho khách hàng mua loại túi bột giặt 4 kg như sau:

- Nếu mua 1 túi thì được giảm 10 000 đồng so với giá niêm yết.
- Nếu mua 2 túi thì túi thứ nhất được giảm 10 000 đồng và túi thứ hai được giảm 20 000 đồng so với giá niêm yết.
- Nếu mua từ 3 túi trở lên thì ngoài 2 túi đầu được hưởng chương trình giảm giá như trên, từ túi thứ ba trở đi mỗi túi sẽ được giảm 20% so với giá niêm yết.

a) Bà Tư mua 5 túi bột giặt loại 4kg ở siêu thị A thì phải trả số tiền là bao nhiêu, biết rằng loại túi bột giặt mà bà tư mua có giá niêm yết là 150 000 đồng/túi.

b) Siêu thị B lại có hình thức giảm giá khác cho loại túi bột giặt nêu trên là: Nếu mua từ 3 túi trở lên thì sẽ giảm giá 15% cho mỗi túi. Nếu bà Tư mua 5 túi bột giặt thì bà Tư nên mua ở siêu thị nào để số tiền phải trả là ít hơn? Biết rằng giá niêm yết của hai siêu thị là như nhau.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Lời giải.

a) Số tiền bà Tư phải trả khi mua bột giặt ở siêu thị A là

$$150\ 000 - 10\ 000 + 150\ 000 - 20\ 000 + 3 \times 150\ 000 \times 80\% = 630\ 000\,(\text{đồng}).$$

b) Số tiền bà Tư phải trả khi mua bột giặt ở siêu thị B là

$$5 \times 150\ 000 \times 85\% = 637\ 500\,(\text{đồng}).$$

Do đó, bà Tư nên mua ở siêu thị A để phải trả ít tiền hơn.

Câu 6. Nhiệt độ sôi của nước không phải lúc nào cũng là $100°C$ mà phụ thuộc vào độ cao của nơi đó so với mực nước biển. Chẳng hạn, TP Hồ Chí Minh có độ cao xem như ngang mực nước biển ($x = 0$ m) thì nước có nhiệt độ sôi $y = 100°C$ nhưng ở thủ đô La Paz của Bolivia, Nam Mỹ có độ cao $x = 3\ 600$ m so với mực nước biển thì nhiệt độ sôi của nước là $y = 87°C$. Ở độ cao trong khoảng vài km, người ta thấy mối liên hệ giữa hai đại lượng này là một hàm số bậc nhất $y = ax + b$.

a) Xác định các hệ số a, b.

b) Thành phố Đà Lạt có độ cao 1 500 m so với mực nước biển. Hỏi nhiệt độ sôi của nước ở thành phố này là bao nhiêu?

Lời giải.

a) Ta có $\begin{cases} 100 = a \cdot 0 + b \\ 87 = a \cdot 3600 + b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\dfrac{13}{3600} \\ b = 100 \end{cases}$.

b) Nhiệt độ sôi của nước ở thành phố Đà Lạt là $y = -\dfrac{13}{3600} \cdot 1500 + 100 = \dfrac{1135}{12} \approx 94,6°\text{C}$.

Câu 7. Năm học 2017 – 2018, trường THCS Tiến Thành có ba lớp 9 gồm $9A$, $9B$, $9C$ trong đó lớp $9A$ có 35 học sinh và lớp $9B$ có 40 học sinh. Tổng kết cuối năm học, lớp $9A$ có 15 học sinh đạt danh hiệu học sinh giỏi, lớp $9B$ có 12 học sinh đạt danh hiệu học sin giỏi, lớp $9C$ có 20% học sinh đạt danh hiệu học sinh giỏi và toàn khối 9 có 30% học sinh đạt danh hiệu học sinh giỏi. Hỏi lớp $9C$ có bao nhiêu học sinh?

Lời giải.

Gọi x là số học sinh của lớp $9C$. Khi đó, số học sinh giỏi của lớp $9C$ là $0{,}2x$.

Số học sinh giỏi của ba lớp 9 là $15 + 12 + 0{,}2x = 27 + 0{,}2x$.

Tổng số học sinh của ba lớp 9 là $35 + 40 + x = 75 + x$.

Theo bài thì tỉ lệ số học sinh giỏi của ba lớp là 30% nên

$$\frac{27 + 0,2x}{75 + x} = 0,3 \Leftrightarrow 27 + 0{,}2x = 22{,}5 + 0{,}3x \Leftrightarrow x = 45.$$

Vậy số học sinh của lớp $9C$ là 45.

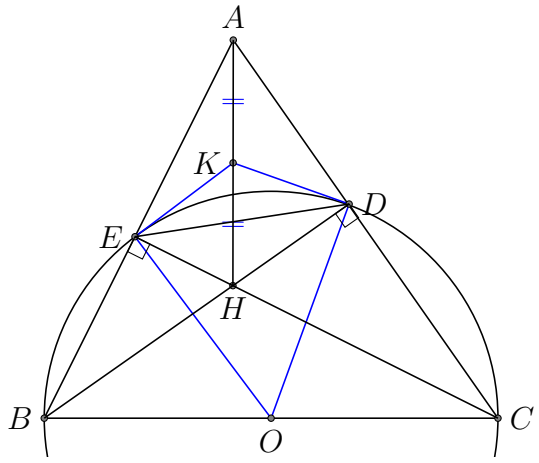
Câu 8. Cho tam giác nhọn ABC có $BC = 8$ cm. Đường tròn tâm O đường kính BC cắt AB, AC lần lượt tại E và D. Hai đường thẳng BD và CE cắt nhau tại H.

a) Chứng minh AH vuông góc với BC.

b) Gọi K là trung điểm của AH. Chứng minh tứ giác $OEKD$ nội tiếp.

c) Cho $\widehat{BAC} = 60°$. Tính độ dài đoạn DE và tỉ số diện tích của hai tam giác AED và ABC.

Lời giải.



a) Vì BC là đường kính nên ta có $\widehat{BEC} = \widehat{BDC} = 90°$.

Xét tam giác ABC có BD và CE là hai đường cao giao nhau tại H.

Nên H là trực tâm tam giác ABC.

Do đó AH là đường cao, suy ra $AH \perp BC$.

b) Vì $\widehat{AEC} = \widehat{ADC} = 90°$ suy ra $AEHD$ là tứ giác nội tiếp đường tròn tâm K đường kính AH.

Suy ra $\widehat{KDH} = \widehat{KHD}$.

Hơn nữa ta có

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

$\widehat{ODH} = \widehat{OBH} = \widehat{DEC} = \widehat{DAH} = 90^\circ - \widehat{KHD}$.

Vậy $\widehat{KDO} = \widehat{KDH} + \widehat{ODH} = 90^\circ$.

Tương tự ta tính được $\widehat{KEO} = 90^\circ$.

Vậy tứ giác $OEKD$ nội tiếp đường tròn đường kính KO.

c) Vì $\widehat{BAC} = 60^\circ$ suy ra $\widehat{EKD} = 120^\circ$ suy ra $\widehat{EOD} = 60^\circ$.

Vậy tam giác OED đều, mà $BC = 8\ cm$ suy ra $R = 4\ cm$.

Vậy $DE = 4\ cm$.

Vì tam giác AED đồng dạng với tam giác ACB theo tỉ số $k = \dfrac{AE}{AC}$.

Mà trong tam giác AEC vuông tại E ta có $\cos\widehat{EAC} = \dfrac{AE}{AC} \Leftrightarrow k = \cos 60^\circ = \dfrac{1}{2}$.

Vậy ta có tỉ số diện tích của hai tam giác AED và ABC là $k^2 = \dfrac{1}{4}$.

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 53

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 NĂM HỌC 2018-2019, HƯNG YÊN

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Tam giác MNP đều, nội tiếp đường tròn $(O;R)$, khi đó số đo $\widehat{NOP}$ là

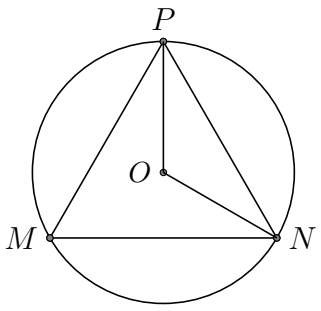
(A) 150°. (B) 60°. (C) 30°. (D) 120°.

Lời giải.

Tam giác MNP là tam giác đều $\Rightarrow \widehat{M}=\widehat{N}=\widehat{P}=60^\circ$.

Xét đường tròn $(O;R)$ ta có $\widehat{NMP}$ là góc nội tiếp chắn cung NP. $\widehat{NOP}$ là góc ở tâm chắn cung NP.

$\Rightarrow \widehat{NOP}=2\widehat{NMP}=2\cdot 60^\circ=120^\circ$.



Chọn phương án (D)

Câu 2. Phương trình nào sau đây có hai nghiệm trái dấu?

(A) $x^2-2017x-2018=0$. (B) $x^2-2018x+2017=0$.

(C) $-x^2+2017x-2018=0$. (D) $x^2-2019x+2018=0$.

Lời giải.

Phương trình $x^2-2017x-2018=0$ có $a\cdot c=1\cdot(-2018)=-2018<0\Rightarrow$ phương trình có hai nghiệm trái dấu.

Chọn phương án (A)

Câu 3. Tìm m để hàm số $y=\dfrac{3}{m+2}x+1$ đồng biến trên tập số thực $\mathbb{R}$.

(A) $m>-2$. (B) $m<-2$. (C) $m>2$. (D) $m\le -2$.

Lời giải.

Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}\Leftrightarrow \dfrac{3}{m+2}>0\Leftrightarrow m+2>0$ (do $3>0$) $\Leftrightarrow m>-2$.

Chọn phương án (A)

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Câu 4. Biết $(a;b)$ là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} 4x-3y=2 \\ x+y=4 \end{cases}$. Khi đó giá trị của biểu thức $2a^2-b^2$ là

(A) 4. (B) -12. (C) -4. (D) 8.

Lời giải.

Ta có $\begin{cases} 4x-3y=2 \\ x+y=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x-3y=2 \\ 3x+3y=12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7x=14 \\ y=4-x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=2. \end{cases}$

Suy ra hệ phương trình có nghiệm $(x,y)=(a;b)=(2;2)$ hay $a=2, b=2$.

Nên $2a^2-b^2=2\cdot 2^2-2^2=4$.

Chọn phương án (A)

Câu 5. Giá trị của biểu thức $\sin 62^\circ - \cos 28^\circ$ bằng

(A) 0. (B) 1. (C) $2\sin 62^\circ$. (D) $2\cos 28^\circ$.

Lời giải.

Ta có $28^\circ = 90^\circ - 62^\circ \Rightarrow \cos 28^\circ = \sin 62^\circ$.

Suy ra $\sin 62^\circ - \cos 28^\circ = \sin 62^\circ - \sin 62^\circ = 0$.

Chọn phương án (A)

Câu 6. Hệ số góc của đường thẳng $y=-5x+7$ là

(A) $-5x$. (B) 5. (C) -5. (D) 7.

Lời giải.

Hệ số góc của đường thẳng $y=-5x+7$ là -5.

Chọn phương án (C)

Câu 7. Cho tam giác ABC vuông tại C. Biết $\sin B=\dfrac{1}{3}$, khi đó $\tan A$ bằng

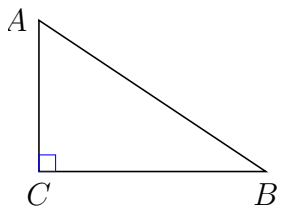
(A) $\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$. (B) 3. (C) $2\sqrt{2}$. (D) $\dfrac{1}{2\sqrt{2}}$.

Lời giải.

Xét tam giác ABC vuông tại C ta có

$\sin B=\dfrac{AC}{AB}=\dfrac{1}{3} \Rightarrow AB=3AC$.

Mà áp dụng định lý Pi-ta-go ta có



$$\begin{aligned} & AB^2=AC^2+BC^2 \\ \Leftrightarrow\ & (3AC)^2=AC^2+BC^2 \\ \Leftrightarrow\ & 8AC^2=BC^2 \\ \Leftrightarrow\ & \frac{BC^2}{AC^2}=8 \Leftrightarrow \frac{BC}{AC}=2\sqrt{2}=\tan A. \end{aligned}$$

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

Chọn phương án C

Câu 8. Có hai đường tròn $(O;4\text{ cm})$ và đường tròn $(I;2\text{ cm})$, biết $OI=6$ cm. Số tiếp tuyến chung của hai đường tròn đó là

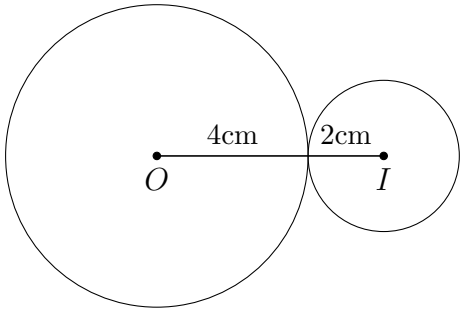
A 4. B 3. C 2. D 1.

Lời giải.

Ta có $OI=6\text{ cm}=4+2=R+r$.

Suy ra $(O;4\text{ cm})$ tiếp xúc ngoài với $(I;2\text{ cm})$.

Nên hai đường tròn này có 3 đường tiếp tuyến chung.



Chọn phương án B

Câu 9. Kết quả của phép tính $\sqrt{\left(2-\sqrt{5}\right)^2}-\sqrt{5}$ là

A $2\sqrt{5}-2$. B -2. C 2. D $2-2\sqrt{5}$.

Lời giải.

$\sqrt{\left(2-\sqrt{5}\right)^2}-\sqrt{5}=\left|2-\sqrt{5}\right|-\sqrt{5}=\sqrt{5}-2-\sqrt{5}=-2$ (do $2-\sqrt{5}<0$).

Chọn phương án B

Câu 10. Tìm m để hai đường thẳng $(d):y=3x+1$ và $(d'):y=(m-1)x-2m$ song song với nhau.

A $m=-\dfrac{1}{2}$. B $m=4$. C $-\dfrac{3}{2}$. D $m\neq 4$.

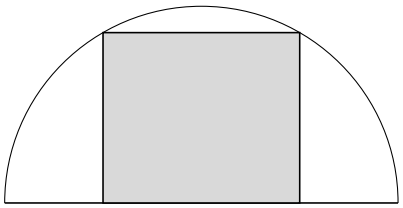
Lời giải.

Ta có $d\parallel d'\Leftrightarrow\begin{cases}m-1=3\\1\neq -2m\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m=4\\m\neq -\dfrac{1}{2}\end{cases}\Leftrightarrow m=4.$

Chọn phương án B

Câu 11.

Từ một miếng tôn có hình dạng là nửa hình tròn bán kính 1m, người ta cắt ra một hình chữ nhật (phần tô đậm như hình vẽ).



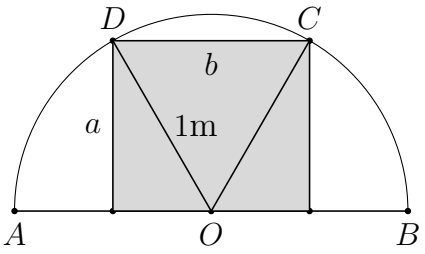
Phần hình chữ nhật có diện tích lớn nhất có thể cắt được là

A $1{,}6\text{m}^2$. B $0{,}5\text{m}^2$. C 1m^2. D 2m^2.

Lời giải.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Gọi kích thước của miếng tôn cần cắt như hình vẽ



Áp dụng định lý Pi-ta-go ta có

$$a^2+\left(\frac{b}{2}\right)^2=1\Leftrightarrow a^2=\frac{4-b^2}{4}\Leftrightarrow a=\frac{\sqrt{4-b^2}}{2}.$$

Khi đó diện tích miếng tôn hình chữ nhật là

$$S=ab=\frac{b\sqrt{4-b^2}}{2}.$$

Áp dụng bất đẳng thức Cô-si cho hai số ta có

$$b^2+\sqrt{(4-b^2)^2}\geq 2b\sqrt{4-b^2}\Leftrightarrow b\sqrt{4-b^2}\leq\frac{b^2+4-b^2}{2}=2.$$

$$\Rightarrow S=\frac{b\sqrt{4-b^2}}{2}\leq\frac{2}{2}=1.$$

Dấu bằng xãy ra $\Leftrightarrow b=\sqrt{4-b^2}\Leftrightarrow b=\sqrt{2}$.

Chọn phương án C

Câu 12. Cho tứ giác $ABCD$ nội tiếp đường tròn (O) đường kính AC, có $\widehat{BAC}=60^\circ$. Khi đó số đó của $\widehat{ADB}$ là

A 30°. B 60°. C 90°. D 45°.

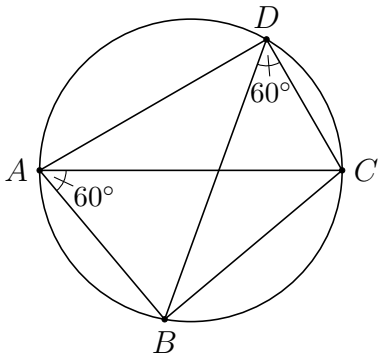
Lời giải.

Ta có $\widehat{ADC}=90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn).

$\widehat{BDC}=\widehat{BAC}=60^\circ$ (góc nội tiếp cùng chắn cung BC).

Mặt khác $\widehat{ADC}=90^\circ$ (góc nhìn đường kính AC).

Do đó $\widehat{ADB}=\widehat{ADC}-\widehat{BDC}=90^\circ-60^\circ=30^\circ$.



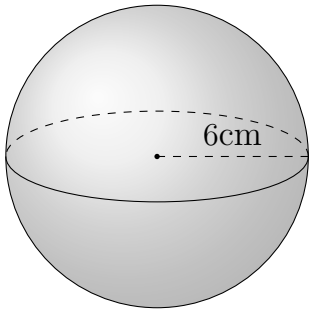
Chọn phương án A

Câu 13.

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

Một hình cầu có đường kính 6 cm. Diện tích mặt cầu đó là

(A) 36π cm^2. (B) 12π cm^2. (C) 216π cm^2. (D) 72π cm^2.



Lời giải.

Ta có diện tích mặt cầu là $S = 4\pi \cdot \left(\frac{6}{2}\right)^2 = 36\pi$ cm^2.

Chọn phương án (A)

Câu 14. Cặp số nào sau đây là nghiệm của phương trình $x - 3y = -1$?

(A) $(2;0)$. (B) $(2;1)$. (C) $(1;2)$. (D) $(2;-11)$.

Lời giải.

Thay $(2;1)$ vào phương trình ta được $2-3\cdot 1 = 2-3 = -1 \Rightarrow (2;1)$ là nghiệm của phương trình.

Chọn phương án (B)

Câu 15. Trên cùng mặt phẳng tọa độ Oxy cho ba đường thẳng $y = x+2$; $y = 2x+1$ và $y = (m^2-1)x-2m+1$. Tìm giá trị của m để ba đường thẳng cùng đi qua một điểm.

(A) $m = -3$. (B) $m \in \{-1;1\}$. (C) $m \in \{-1;3\}$. (D) $m = 1$.

Lời giải.

Tọa độ giao điểm của hai đường thẳng $y = x+2$; $y = 2x+1$ là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} y = x+2 \\ y = 2x+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = x+2 \\ x+2 = 2x+1 \end{cases} \begin{cases} x = 1 \\ y = 3 \end{cases}.$$

Để hai đường thẳng đã cho cùng đi qua một điểm thì đường thẳng $y = (m^2-1)x-2m+1$ phải đi qua điểm $A(1;3)$. Khi đó ta có

$$\begin{aligned} & 3 = (m^2-1)\cdot 1 - 2m + 1 \\ \Leftrightarrow\ & m^2 - 2m - 3 = 0 \\ \Leftrightarrow\ & (m+1)(m-3) = 0 \\ \Leftrightarrow\ & \left[\begin{array}{l} m+1 = 0 \\ m-3 = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = -1 \\ m = 3. \end{array}\right. \end{aligned}$$

Chọn phương án (C)

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Câu 16. Trong mặt phẳng Oxy, tập nghiệm của phương trình $4x+y=1$ được biểu diễn bởi đồ thị hàm số nào dưới đây?

(A) $y=4x+1$. (B) $y=-4x-1$. (C) $y=-4x+1$. (D) $y=4x-1$.

Lời giải.

Ta có $4x+y=1 \Leftrightarrow y=1-4x=-4x+1$.

Chọn phương án (C)

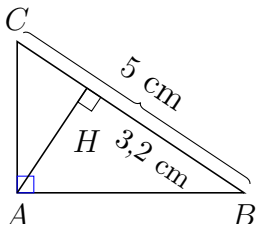
Câu 17. Cho $\triangle ABC$ vuông tại A, đường cao AH. Biết $BH=3{,}2\text{cm}; BC=5\text{cm}$ thì độ đài AB bằng

(A) 8cm. (B) 16cm. (C) 1,8cm. (D) 4cm.

Lời giải.

Áp dụng hệ thức lượng cho $\triangle ABC$ vuông tại A có đường cao AH ta có

$AB^2=BH\cdot BC \Leftrightarrow AB^2=3{,}2\cdot 5=16 \Leftrightarrow AB=4\text{cm}$.



Chọn phương án (D)

Câu 18. Biết phương trình $3x^2+6x-9=0$ có hai nghiệm $x_1;x_2$. Giả sử $x_1<x_2$ khi đó biểu thức $\dfrac{x_2}{x_1}$ có giá trị

(A) $\dfrac{1}{3}$. (B) $-\dfrac{1}{3}$. (C) -3. (D) 3.

Lời giải.

Ta có $a+b+c=3+6-9=0 \Leftrightarrow$ Phương trình có hai nghiệm phân biệt

$$\left[\begin{array}{l} x_2=1 \\ x_1=-\dfrac{9}{3}=-3 \end{array}\right. (\text{do } x_1<x_2) \Rightarrow \frac{x_2}{x_1}=-\frac{1}{3}.$$

Chọn phương án (B)

Câu 19. Cho các đường tròn $(A;3\text{cm});(B;5\text{cm});(C;2\text{cm})$ đôi một tiếp xúc ngoài với nhau. Chu vi của $\triangle ABC$ là

(A) 2cm. (B) $10\sqrt{2}$cm. (C) 10cm. (D) $10\sqrt{3}$cm.

Lời giải.

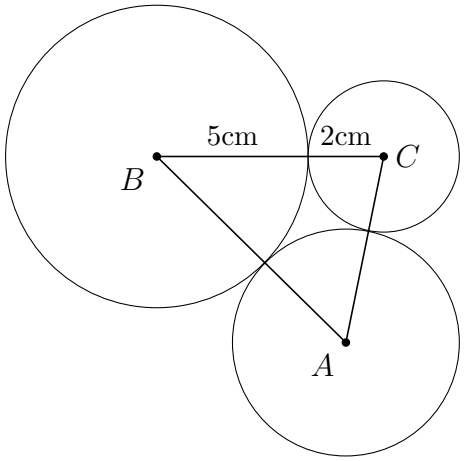
Do các đường tròn đôi một tiếp xúc ngoài với nhau nên ta có

$AB = 3 + 5 = 8$cm;

$AC = 3 + 2 = 5$cm;

$BC = 5 + 2 = 7$cm.

Vậy chu vi tam giác ABC bằng $8 + 5 + 7 = 20$cm.



Chọn phương án A

Câu 20. Điều kiện xác định của biểu thức $\sqrt{x-15}$ là

A $x \leq -15$. B $x \geq 15$. C $x \geq -15$. D $x \leq 15$.

Lời giải.

$\sqrt{x-15}$ xác định $\Leftrightarrow x - 15 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 15$.

Chọn phương án B

Câu 21. Kết quả rút gọn biểu thức $\dfrac{1}{\sqrt{13}+\sqrt{15}} + \dfrac{1}{\sqrt{15}+\sqrt{17}}$ là

A $\dfrac{\sqrt{13}-\sqrt{17}}{2}$. B $\dfrac{\sqrt{17}+\sqrt{13}}{2}$. C $\sqrt{17}-\sqrt{13}$. D $\dfrac{\sqrt{17}-\sqrt{13}}{2}$.

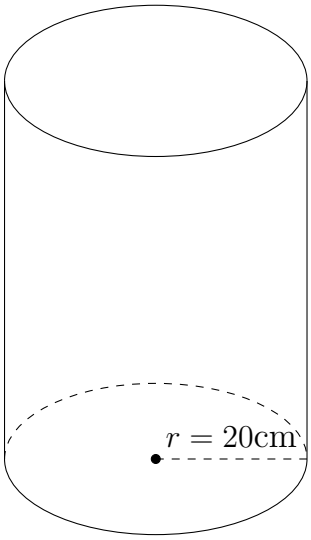
Lời giải.

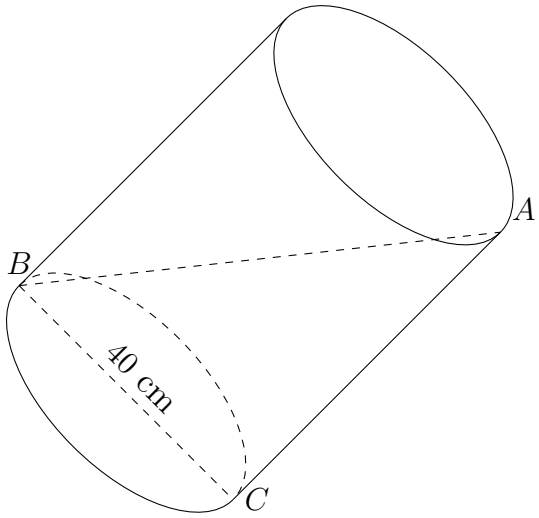
$$\begin{aligned}
&\frac{\sqrt{15}-\sqrt{13}}{\left(\sqrt{15}-\sqrt{13}\right)\left(\sqrt{13}+\sqrt{15}\right))} + \frac{\sqrt{17}-\sqrt{15}}{\left(\sqrt{17}-\sqrt{15}\right)\left(\sqrt{17}+\sqrt{15}\right))} \\
= &\frac{\sqrt{15}-\sqrt{13}}{15-13} + \frac{\sqrt{17}-\sqrt{15}}{17-15} \\
= &\frac{\sqrt{15}-\sqrt{13}}{2} + \frac{\sqrt{17}-\sqrt{15}}{2} \\
= &\frac{\sqrt{17}-\sqrt{13}}{2}.
\end{aligned}$$

Chọn phương án D

Câu 22. Đổ nước vào một chiếc thùng hình trụ có bán kính đáy 20cm. Nghiêng thùng sao cho mặt nước chạm miệng thùng và đáy thùng thì mặt nước tạo với đáy thùng một góc 45°. Thể tích của thùng là

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/





(A) 400π cm^3. (B) 32000π cm^3. (C) 16000π cm^3. (D) 8000π cm^3.

Lời giải.

Đường kính đáy của chiếc thùng là 40cm $\Rightarrow BC = 40$ cm.

Vì mặt nước tạo với đáy một góc là 45° nên $\widehat{ABC} = 45^\circ \Rightarrow \triangle ABC$ vuông cân tại C.

$\Rightarrow AC = BC = 40\text{cm} = h$.

Vậy thể tích của chiếc thùng là $V = \pi R^2 h = \pi \cdot 20^2 \cdot 40 = 16000\pi$ cm^3.

Chọn phương án (C)

Câu 23. Cho hai đường thẳng $d_1 : y = -2x + 3$ và $d_2 : y = -\dfrac{1}{2}x + 3$. Khẳng định nào sau đấy đúng?

(A) d_1 và d_2 trùng nhau.

(B) d_1 và d_2 cắt nhau tại một điểm trên trục tung.

(C) d_1 và d_2 song song với nhau.

(D) d_1 và d_2 cắt nhau tại một điểm trên trục hoành.

Lời giải.

Xét phương trình hoành độ giao điểm $-2x + 3 = -\dfrac{1}{2}x + 3 \Leftrightarrow -\dfrac{3}{2}x = 0 \Leftrightarrow x = 0 \Rightarrow y = 3$.

Do đó hai đường thẳng d_1 và d_2 cắt nhau tại điểm $(0; 3)$ thuộc trục tung.

Chọn phương án (B)

Câu 24. Số nhà của bạn Nam là một số tự nhiên có hai chữ số. Nếu thêm chữ số 7 vào bên trái số đố thì được một số kí hiệu là A. Nếu thêm chữ số 7 vào bên phải chữ số đó thì được một số kí hiệu là B. Tìm số nhà của bạn Nam biết $A - B = 252$.

(A) 45. (B) 54. (C) 90. (D) 49.

Lời giải.

Gọi nhà của bạn Nam là $\overline{ab}$ $(a, b \in \mathbb{N}; a \neq 0, 0 \leq a \leq 9)$

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

Nếu thêm số 7 vào bên trái số $\overline{ab}$ ta được $A = \overline{7ab} = 700 + \overline{ab}$.

Nếu thêm chữ số 7 vào bên phải số $\overline{ab}$ ta được $B = \overline{ab7} = \overline{ab} \cdot 10 + 7$.

$A - B = 252 \Leftrightarrow 700 + \overline{ab} - \overline{ab} \cdot 10 + 7 = 252 \Leftrightarrow 9\overline{ab} = 441 \Leftrightarrow \overline{ab} = 49$.

Vậy số nhà của bạn Nam là 49.

Chọn phương án D

Câu 25. Cho mặt phẳng tọa độ Oxy, đường thẳng $d : y = x - m + 2$ và parabol $P : y = x^2$. Tìm m để d và P cắt nhau tại hai điểm phân biệt nằm trên cùng một nữa mặt phẳng có bờ là trục tung.

A $m > \dfrac{9}{4}$. B $\dfrac{4}{9} < m < 2$. C $2 < m < \dfrac{9}{4}$. D $m < \dfrac{4}{9}$.

Lời giải.

Ta có d và P cắt nhau tại hai điểm phân biệt nằm trên cùng một nữa mặt phẳng có bờ là trục tung khi và chỉ khi phường trình hoành độ giao điểm có hai nghiệm phân biệt cùng dấu.

Xét phương trình hoành độ giao điểm $x^2 = x - m + 2 \Leftrightarrow x^2 - x + m = 0$.

Để phương trình có hai nghiệm cùng dấu ta có

$$\begin{cases} \Delta = 1 - 4(m-2) > 0 \\ P = m - 2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4m + 9 > 0 \\ m > 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < \dfrac{9}{4} \\ m > 2 \end{cases} \Leftrightarrow 2 < m < \frac{9}{4}.$$

Chọn phương án C

II. PHẦN TỰ LUẬN

Câu 1. Rút gọn biểu thức $P = \sqrt{3}\left(\sqrt{12} - 3\right) + \sqrt{27}$.

Lời giải.

$P = \sqrt{3}\left(2\sqrt{3} - 3\right) + 3\sqrt{3} = 6 - 3\sqrt{3} + 3\sqrt{3} = 6$.

Câu 2. Tìm giá trị của m để đồ thị hàm số $y = mx^2$ đi qua điểm $A(2; 4)$.

Lời giải.

Thay tọa độ điểm $A(2; 4)$ vào hàm số $y = mx^2$ ta có $4 = m \cdot 2^2 \Leftrightarrow m = 1$.

Vậy $m = 1$, khi đó đồ thị hàm số có dạng $y = x^2$ và đi qua điểm $A(2; 4)$.

Câu 3. Giải phương trình $x^2 - 6x + 5 = 0$.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Lời giải.

$$\begin{aligned} & x^2-6x+5=0 \\ \Leftrightarrow\ & x^2-x-5x+5=0 \\ \Leftrightarrow\ & x(x-1)-5(x-1)=0 \\ \Leftrightarrow\ & (x-1)(x-5)=0 \\ \Leftrightarrow\ & \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=5. \end{array}\right. \end{aligned}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S=\{1;5\}$.

Câu 4. Cho hệ phương trình $\begin{cases} 3x-y=2m+3 \\ x+2y=3m+1 \end{cases}$ (m là tham số).

a) Giải hệ phương trình với $m=2$.

b) Tìm m để hệ phương trình có nghiệm $(x;y)$ thỏa mãn điều kiện $x^2+y^2=5$.

Lời giải.

a) Thay $m=2$ vào hệ phương trình ta có

$$\begin{cases} 3x-y=7 \\ x+2y=7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x-2y=14 \\ x+2y=7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7x=21 \\ y=3x-7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=2. \end{cases}$$

Vậy nghiệm của hệ phương trình là $(x;y)=(3;2)$.

b) $\begin{cases} 3x-y=2m+3 \\ x+2y=3m+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x-2y=4m+6 \\ x+2y=3m+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7x=7m+7 \\ y=3x-2m-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=m+1 \\ y=m. \end{cases}$

Thay $x=m+1$ và $y=m$ vào điều kiện ta có phương trình

$$\begin{aligned} & (m+1)^2+m^2=5 \Rightarrow 2m^2+2m-4=0 \\ \Leftrightarrow\ & m^2-m+2m-2=0 \\ \Leftrightarrow\ & (m-1)(m+2)=0 \\ \Leftrightarrow\ & \left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=-2. \end{array}\right. \end{aligned}$$

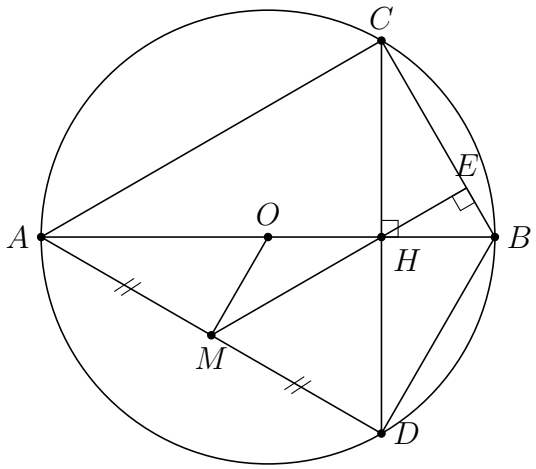
Vậy $m=1$ hoặc $m=-2$.

Câu 5. Cho đường tròn (O) đường kính AB và một dây CD vuông góc với AB tại H (H không trùng với các điểm A, B, O). Gọi M là trung điểm của AD. Chứng minh

a) Bốn điểm O, M, D, H cùng thuộc một đường tròn.

b) MH vuông góc với BC.

Lời giải.



a) Vì M là trung điểm của $AD \Rightarrow OM \perp AD$ (quan hệ vuông góc giữa đường kính và dây cung).

$\Rightarrow$ Điểm M, H cùng nhìn OD dưới một góc 90°.

$\Rightarrow$ Tứ giác $OHMD$ là tứ giác nội tiếp. Nên bốn điểm O, M, D, H cùng thuộc một đường tròn.

b) Kéo dài MH cắt BC tại E.

Xét tam giác vuông ADH có HM là đường trung tuyến ứng với cạnh huyền AD.

$\Rightarrow HM = \dfrac{1}{2}AD = MD \Rightarrow \triangle MHD$ cân tại $M \Rightarrow \widehat{MHD} = \widehat{MDH} = \widehat{ADC}$.

Lại có $\widehat{ADC} = \widehat{ABC}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung AC).

$\widehat{MHD} = \widehat{CHE}$ (đối đỉnh) $\Rightarrow \widehat{CHE} = \widehat{ABC}$.

Xét tam giác vuông BCH có $\widehat{ABC} + \widehat{HCB} = 90^\circ$.

$\Rightarrow \widehat{CHE} + \widehat{HCB} = 90^\circ \Rightarrow \triangle CHE$ vuông tại E. Suy ra $HE \perp BC$.

Vậy $MH \perp BC$.

Câu 6. Cho x, y, z là 3 số thực dương thỏa mãn $x^2 + y^2 + z^2 = 2$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$A = \frac{2}{x^2+y^2} + \frac{2}{y^2+z^2} + \frac{2}{z^2+x^2} - \frac{x^3+y^3+z^3}{2xyz}.$$

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} A &= \frac{2}{x^2+y^2}+\frac{2}{y^2+z^2}+\frac{2}{z^2+x^2}-\frac{x^2}{2yz}-\frac{y^2}{2xz}-\frac{z^2}{2xy} \\ &= \left(\frac{2}{x^2+y^2}-\frac{z^2}{2xy}\right)+\left(\frac{2}{y^2+z^2}-\frac{z^2}{2yz}\right)+\left(\frac{2}{x^2+z^2}-\frac{z^2}{2xz}\right). \end{aligned}$$

Áp dụng định lý Cô-Si, ta có

$$\begin{aligned} 0<2xy\le x^2+y^2,(x,y>0) &\Rightarrow \frac{z^2}{2xy}\ge\frac{z^2}{x^2+y^2} \\ &\Rightarrow \frac{2}{x^2+y^2}-\frac{z^2}{2xy}\le\frac{2}{x^2+y^2}-\frac{z^2}{x^2+y^2}=\frac{2-z^2}{x^2+y^2}=\frac{x^2+y^2}{x^2+y^2}=1. \end{aligned}$$

Tương tự, $\dfrac{2}{y^2+z^2}-\dfrac{x^2}{2yz}\le 1$; $\dfrac{2}{z^2+x^2}-\dfrac{y^2}{2xz}\le 1$.

Suy ra $A=\left(\dfrac{2}{x^2+y^2}-\dfrac{z^2}{2xy}\right)+\left(\dfrac{2}{y^2+z^2}-\dfrac{z^2}{2yz}\right)+\left(\dfrac{2}{x^2+z^2}-\dfrac{z^2}{2xz}\right)\le 1+1+1=3.$

$\Rightarrow$ Max$(A)=3\Leftrightarrow\begin{cases}x=y=z\\x^2+y^2+z^2=2\end{cases}\Leftrightarrow x=y=z=\sqrt{\dfrac{2}{3}}.$

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

ĐÁP ÁN

1 D	**4** A	**7** C	**10** B	**13** A	**16** C	**19** A	**22** C	**25** C
2 A	**5** A	**8** B	**11** C	**14** B	**17** D	**20** B	**23** B	
3 A	**6** C	**9** B	**12** A	**15** C	**18** B	**21** D	**24** D	

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 54

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 NĂM HỌC 2018-2019, KIÊN GIANG

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

Câu 1.

a) Tính $E = 2\sqrt{48} + 3\sqrt{37} - 2\sqrt{108}$.

b) Tìm điều kiện xác định và rút gọn biểu thức $P(x) = \left(\dfrac{1}{x^2-x} + \dfrac{1}{x-1}\right) : \dfrac{x+1}{x^2-2x+1}$.

Lời giải.

a) Ta có

$$\begin{aligned} E = 2\sqrt{48} + 3\sqrt{75} - 2\sqrt{108} &= 2\sqrt{4^2\cdot 3} + 3\sqrt{5^2\cdot 3} - 2\sqrt{6^2\cdot 3} \\ &= 2\cdot 4\sqrt{3} + 3\cdot 5\sqrt{3} - 2\cdot 6\sqrt{3} \\ &= 8\sqrt{3} + 15\sqrt{3} - 12\sqrt{3} \\ &= 11\sqrt{3}. \end{aligned}$$

Vậy $E = 11\sqrt{3}$.

b) Ta có $P(x)$ xác định $\Leftrightarrow \begin{cases} x^2-x \neq 0 \\ x-1 \neq 0 \\ x+1 \neq 0 \\ x^2-2x+1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x(x-1) \neq 0 \\ x \neq \pm 1 \\ (x-1)^2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 0 \\ x \neq \pm 1 \end{cases}$. Ta có

$$\begin{aligned} P(x) = \left(\dfrac{1}{x^2-x} + \dfrac{1}{x-1}\right) : \dfrac{x+1}{x^2-2x+1} &= \left(\dfrac{1}{x(x-1)} + \dfrac{1}{x-1}\right) : \dfrac{x+1}{(x-1)^2} \\ &= \dfrac{x+1}{x(x-1)} \cdot \dfrac{(x-1)^2}{x+1} = \dfrac{x-1}{x}. \end{aligned}$$

Vậy dạng thu gọn của biểu thức đã cho là $P = \dfrac{x-1}{x}$.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

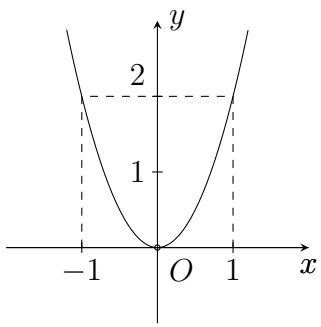
Câu 2.

a) Vẽ đồ thị (P) của hàm số $y = 2x^2$ trên hệ trục tọa độ Oxy.

b) Tìm các giá trị của tham số m để đường thẳng $d_m\colon y = \left(m^2 + m - 4\right)x + m - 7$ song song với đường thẳng $d\colon y = 2x - 5$.

Lời giải.

a) Đồ thị (P) là parabol đi qua các điểm $(-1;2)$, $\left(-\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)$, $(0;0)$, $\left(\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)$, $(1,2)$.



b) Đường thẳng $d_m \parallel d$, ta có

$$\begin{cases} m^2 + m - 4 = 2 \\ m - 7 \neq -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 + m - 6 = 0 \\ m \neq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} m = 2 \\ m = -3 \end{array}\right. \\ m \neq 2 \end{cases} \Leftrightarrow m = -3.$$

Vậy để hai đường thẳng d_m và d song song thì $m = -3$.

Câu 3. Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $x^2 - 2(m-1)x - 2m - 7 = 0$ (m là tham số). Tìm các giá trị của m để biểu thức $A = x_1^2 + x_2^2 + 6x_1x_2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Lời giải.

Phương trình có hai nghiệm $x_1, x_2 \Leftrightarrow \Delta' \geq 0$. Ta có

$$\begin{aligned} \Delta' \geq 0 &\Leftrightarrow (m-1)^2 + 2m + 7 \geq 0 \\ &\Leftrightarrow m^2 - 2m + 1 + 2m + 7 \geq 0 \\ &\Leftrightarrow m^2 + 8 \geq 0, \text{ đúng với } \forall m. \end{aligned}$$

$\Rightarrow$ Phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 với mọi m.

Áp dụng hệ thức Vi-ét ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m-1) \\ x_1x_2 = -2m - 7 \end{cases}$.

Theo đề bài ta có

$$\begin{aligned} A = x_1^2 + x_2^2 + 6x_1x_2 &= (x_1 + x_2)^2 + 4x_1x_2 \\ &= 4(m-1)^2 - 4(2m+7) \\ &= 4(m^2 - 2m + 1 - 2m - 7) \\ &= 4(m^2 - 4m + 4 - 10) \\ &= 4\left[(m-2)^2 - 10\right] \\ &= 4(m-2)^2 - 40. \end{aligned}$$

Vì $(m-2)^2 \geq 0 \Leftrightarrow 4(m-2)^2 \geq 0 \Rightarrow 4(m-2)^2 - 40 \geq -40$. Dấu " $=$ " xảy ra $\Leftrightarrow m-2 = 0 \Leftrightarrow m = 2$. $\Rightarrow \min A = -40$ khi $m = 2$.

Vậy để $A = x_1^2 + x_2^2 + 6x_1x_2$ nhỏ nhất thì $m = 2$.

Câu 4. Bạn Nam mua hai món hàng và phải trả tổng cộng 480 000 đồng, trong đó tính cả 40 000 đồng là thuế giá trị gia tăng (viết tắt là thuế VAT). Biết rằng thuế VAT đối với mặt hàng thứ nhất là 10%; thuế VAT đối với mặt hàng thứ hai là 8%. Hỏi nếu không kể thuế VAT thì bạn Nam phải trả mỗi món hàng bao nhiêu tiền.

(Trong đó thuế VAT là thuế mà người mua hàng phải trả, người bán hàng thu và nộp cho Nhà nước. Giả sử thuế VAT đối với mặt hàng A được quy định là 10%. Khi đó nếu giá bán của mặt hàng A là x đồng thì kể cả thuế VAT, người mua mặt hàng này phải trả tổng cộng là $x + 10\%x$ đồng.)

Lời giải.

Gọi số tiền phải trả cho món hàng thứ nhất không kể thuế VAT là x đồng, $(0 < x < 48\,000)$.

Gọi số tiền phải trả cho món hàng thứ hai không kể thuế VAT là y đồng, $(0 < y < 48\,000)$.

Theo giả thiết, số tiền phải trả cho hai món hàng không kể thuế VAT là

$$x + y = 480\,000 - 40\,000 = 440\,000 \text{ (đồng)}. \tag{0.1}$$

Số tiền thuế phải trả cho món hàng thứ nhất là $x \cdot 10\% = \dfrac{x}{10}$ (đồng).

Số tiền thuế phải trả cho món hàng thứ hai là $y \cdot 8\% = \dfrac{2y}{25}$ (đồng).

Số tiền thuế phải trả cho cả hai món hàng là $\dfrac{x}{10} + \dfrac{2y}{25} = 40\,000 \Leftrightarrow 5x + 4y = 2\,000\,000$ (đồng). (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} x + y = 440\,000 \\ 5x + 4y = 2\,000\,000 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x + 4y = 1\,760\,000 \\ 5x + 4y = 2\,000\,000 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 240\,000 \\ y = 200\,000 \end{cases} \text{ (TMĐK)}.$$

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

Vậy số tiền cần phải trả cho món hàng thứ nhất và thứ hai lần lượt là 240 000 và 200 000 đồng.

Câu 5. Cho biểu thức $Q(x)=\dfrac{5x^2+6x+2018}{x+1}$. Tìm các giá trị nguyên của x để $Q(x)$ là số nguyên.

Lời giải.

Điều kiện xác định $x\neq 1$. Ta có

$$\begin{aligned}Q(x)=\frac{5x^2+6x+2018}{x+1}&=\frac{5x^2+5x+x+1+2017}{x+1}\\&=\frac{5x(x+1)}{x+1}+\frac{x+1}{x+1}+\frac{2017}{x+1}\\&=5x+1+\frac{2017}{x+1}.\end{aligned}$$

$\Rightarrow Q(x)\in\mathbb{Z}\Leftrightarrow\left(5x+1+\dfrac{2017}{x+1}\right)\in\mathbb{Z}\Leftrightarrow\dfrac{2017}{x+1}\in\mathbb{Z}$ (do $x\in\mathbb{Z}$).

Mà $\mathrm{U}(2017)=\{-2017;-1;1;2017\}\Rightarrow\left[\begin{array}{ll}x+1=-2017\\x+1=-1\\x+1=1\\x+1=2017\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{lll}x=-2018&(\text{tm})\\x=-2&(\text{tm})\\x=0&(\text{tm})\\x=2016&(\text{tm})\end{array}\right.$.

Vậy $x\in\{-2018;-2;0;2016\}$.

Câu 6. Cho đường tròn (O), từ điểm A ngoài đường tròn vẽ đường thẳng AO cắt (O) tại $B,C)$ $(AB<AC)$. Qua A vẽ đường thẳng không đi qua O cắt đường tròn (O) tại D,E $(AD<AE)$. Đường thẳng vuông góc với AB tại A cắt đường thẳng CE tại F.

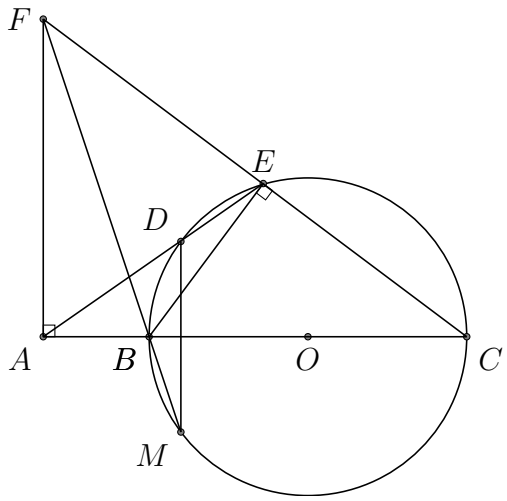
a) Chứng minh tứ giác $ABEF$ nội tiếp được đường tròn.

b) Gọi M là giao điểm thứ hai của FB với đường tròn (O). Chứng minh $DM\perp AC$.

c) Chứng minh $CE\cdot CF+AD\cdot AE=AC^2$.

Lời giải.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/



a) Xét đường tròn (O) có $\widehat{BEC} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn).
Xét tứ giác $ABEF$ ta có $\widehat{FAB} + \widehat{BEF} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$
$\Rightarrow ABEF$ là tứ giác nội tiếp (tứ giác có tổng hai góc đối diện bằng 180°).

b) Vì tứ giác $ABEF$ là tứ giác nội tiếp (cmt) $\Rightarrow \widehat{AEB} = \widehat{AFB}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung AB).
Lại có $\widehat{AEB} = \widehat{DMB}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung BD của (O)) $\Rightarrow \widehat{AFB} = \widehat{DMB}$.
Mà hai góc này ở vị trí so le trong $\Rightarrow AF \parallel DM$.
Mà $AF \perp AC \Rightarrow DM \perp AC$.

c) Xét tam giác ACD và tam giác ABE có:
$\begin{cases} \widehat{CAE} \text{ chung;} \\ \widehat{ACD} = \widehat{AEB} \text{ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung } BD) \end{cases}$
$\Rightarrow \triangle ACD \backsim \triangle AEB$ (g.g) $\Rightarrow AD \cdot AE = AC \cdot AB.$ (1)
Xét tam giác CBE và tam giác CFA có: $\begin{cases} \widehat{ACB} \text{ chung;} \\ \widehat{CEB} = \widehat{CAF} = 90^\circ \end{cases}$
$\Rightarrow \triangle CBE \backsim \triangle CFA$ (g.g) $\Rightarrow \dfrac{CE}{CA} = \dfrac{CB}{CF} \Rightarrow CE \cdot CF = CA \cdot CB.$ (2)
Từ (1) và (2), ta có

$$\begin{aligned} CE \cdot CF + AD \cdot AE &= CA \cdot CB + AC \cdot AB \\ &= AC(AB + BC) = AC^2 \text{ (đpcm).} \end{aligned}$$

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 55

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 NĂM HỌC 2018-2019, LÀO CAI

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Câu 1. Tính giá trị của các biểu thức sau:

a) $A=\sqrt{16+9}-2$.

b) $B=\sqrt{\left(\sqrt{3}-1\right)^2}+1$.

Lời giải.

a) $A=\sqrt{16+9}-2=\sqrt{25}-2=\sqrt{5^2}-2=5-2=3$.

b) $B=\sqrt{\left(\sqrt{3}-1\right)^2}+1=|\sqrt{3}-1|+1=\sqrt{3}-1+1=\sqrt{3}$. (Do $\sqrt{3}-1>0$)

Câu 2. Cho biểu thức $P=\left(\dfrac{x-6}{x+3\sqrt{x}}-\dfrac{1}{\sqrt{x}}+\dfrac{1}{\sqrt{x}+3}:\dfrac{2\sqrt{x}-6}{x+1}\right)$ với $x>0$, $x\neq 9$.

a) Rút gọn biểu thức P.

b) Tìm x để $P=1$.

Lời giải.

a) Điều kiện: $x>0$, $x\neq 9$.

$$\begin{aligned}
P&=\left(\frac{x-6}{x+3\sqrt{x}}-\frac{1}{\sqrt{x}}+\frac{1}{\sqrt{x}+3}\right):\frac{2\sqrt{x}-6}{x+1}\\
&=\left(\frac{x-6}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+3)}-\frac{1}{\sqrt{x}}+\frac{1}{\sqrt{x}+3}\right):\frac{2(\sqrt{x}-3)}{x+1}\\
&=\frac{x-6-(\sqrt{x}+3)+\sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+3)}\cdot\frac{x+1}{2(\sqrt{x}-3)}\\
&=\frac{x-6-\sqrt{x}-3+\sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+3)}\cdot\frac{x+1}{2(\sqrt{x}-3)}\\
&=\frac{(x-9)(x+1)}{2\sqrt{x}(x-9)}=\frac{x+1}{2\sqrt{x}}
\end{aligned}$$

b) Tìm giá trị của x để $P = 1$.

Điều kiện: $x > 0$, $x \neq 9$.

$$P = 1 \Leftrightarrow \frac{x+1}{2\sqrt{x}} = 1 \Leftrightarrow x + 1 = 2\sqrt{x} \Leftrightarrow x - 2\sqrt{x} + 1 = 0$$
$$\Leftrightarrow \left(\sqrt{x} - 1\right)^2 = 0 \Leftrightarrow \sqrt{x} - 1 = 0 \Leftrightarrow \sqrt{x} = 1 \Leftrightarrow x = 1 \text{ (thỏa mãn)}$$

Vậy $x = 1$ thì $P = 1$.

Câu 3. Cho đường thẳng $(d)\colon y = -\frac{1}{2}x + 2$

a) Tìm m để đường thẳng $(\Delta)\colon y = (m-1)x + 1$ song song với đường thẳng (d).

b) Gọi A, B là giao điểm của (d) với parabol $(P)\colon y = \frac{1}{4}x^2$. Tìm tọa độ điểm N nằm trên trục hoành sao cho $NA + NB$ nhỏ nhất.

Lời giải.

a) Tìm m để đường thẳng $(\Delta)\colon y = (m-1)x + 1$ song song với đường thẳng (d).

Đường thẳng $(d) \parallel (\Delta) \Leftrightarrow \begin{cases} m - 1 = -\frac{1}{2} \\ 1 \neq 2 \end{cases} \Leftrightarrow m = \frac{1}{2}$.

Vậy $m = \frac{1}{2}$

b) Gọi A, B là giao điểm của (d) với parabol $(P)\colon y = \frac{1}{4}x^2$. Tìm tọa độ điểm N nàm trên trục hoành sao cho $NA + NB$ nhỏ nhất.

Hoành độ giao điểm của đường thẳng (d) là (P) là nghiệm của phương trình: $\frac{1}{4}x^2 = -\frac{1}{2}x + 2 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 8 = 0$

$$\Leftrightarrow (x-2)(x+4) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x - 2 = 0 \\ x + 4 = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \Rightarrow y = 1 \Rightarrow A(2;1) \\ x = -4 \Rightarrow y = 4 \Rightarrow B(-4;4). \end{array}\right.$$

Khi đó $A(2;1)$, $B(-4;4)$ là hai giao điểm của hai đồ thị hàm số.

GọiA' là điểm đối xứng với A qua Ox thì $A'(2;-1)$.

Khi đó ta có: $NA = NA'$ nên $(NA + NB)_{\min} \Leftrightarrow (NA' + NB)_{\min}$

Mà A', B nằm khác phía với trục Ox.

Nên để $(NA' + NB)_{\min}$ thì A', B, N thẳng hàng.

Từ đó suy ra điểm N cần tìm là giao điểm của đường thẳng $A'B$ với trục hoành: $N(n;0)$

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

Gọi phương trình đường thẳng (d') đi qua hai điểm A', B là $y = ax + b$.

Do A', B thuộc đường thẳng (d') nên ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} 2a + b = -1 \\ -4a + b = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\dfrac{5}{6} \\ b = \dfrac{2}{3} \end{cases}$$

Ta có phương trình đường thẳng (d') là: $y = -\dfrac{5}{6}x + \dfrac{2}{3}$.

Khi đó điểm N thuộc đường thẳng (d') và $N\left(\dfrac{4}{5}; 0\right)$.

Vậy khi $N\left(\dfrac{4}{5}; 0\right)$ thì $(NA + NB)_{\min} = A'B = \sqrt{(-4-2)^2 + (4+1)^2} = \sqrt{61}$.

Câu 4. Cho hệ phương trình: $\begin{cases} x + ay = 3a \\ -ax + y = 2 - a^2 \end{cases}$ (*), với a là tham số.

a) Giải hệ phương trình $(*)$ khi $a = 1$.

b) Tìm a để hệ phương trình $(*)$ có nghiệm duy nhất $(x; y)$ thỏa mãn $\dfrac{2y}{x^2+3}$ là số nguyên.

Lời giải.

a) Thay $a = 1$ vào hệ phương trình ta được:

$$(I) \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 3 \\ -x + y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2y = 4 \\ x = 3 - y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 \\ x = 3 - 2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2. \end{cases}$$

Vậy với $a = 1$ thì hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = (1; 2)$.

b) Tìm a để hệ phương trình (*) có nghiệm duy nhất $(x; y)$ thỏa mãn $\dfrac{2y}{x^2+3}$ là số nguyên.

- Với $a = 0$, ta có $(*) \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 2 \end{cases}$

  Suy ra hệ phương trình có nghiệm duy nhất.

- Với $a \neq 0$, hệ phương trình có nghiệm duy nhất khi và chỉ $\dfrac{1}{-a} \neq \dfrac{a}{1}$ $(a \neq 0)$

  $\Leftrightarrow -a^2 \neq 1$ (luôn đúng).

  Vậy hệ phương trình luôn có nghiệm duy nhất với mọi a.

  Ta có: $(*) \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3a - ay \\ -a(3a - ay) + y = 2 - a^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3a - ay \\ -3a^2 + a^2y + y = 2 - a^2 \end{cases}$

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 3a - ay \\ y(a^2+1) = 2 + 2a^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3a - ay \\ y = \dfrac{2a^2+2}{a^2+1} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3a - 2a = a \\ y = 2 \end{cases}.$$

Suy ra hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x;y) = (a;2)$.

Ta có: $\dfrac{2y}{x^2+3} = \dfrac{2\cdot 2}{a^2+3} = \dfrac{4}{a^2+3}$

$\dfrac{2y}{x^2+3} \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow \dfrac{4}{a^2+3} \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow \dfrac{4}{a^2+3} \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow (a^2+3) \in U(4)$

Mà $U(4) = \{\pm 1; \pm 2; \pm 4\}$.

Lại có: $a^2 + 3 \geq 3 \forall a \Rightarrow a^2 + 3 = 4 \Leftrightarrow a^2 = 1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = 1 \\ a = -1 \end{array}\right.$.

Vậy $a = \pm 1$ thỏa mãn điều kiện bài toán.

Câu 5. Cho phương trình $x^2 - 2x + m - 3 = 0$ (1), với m là tham số.

a) Giải phương trình (1) khi $m = 0$.

b) Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn:

$$x_1^2 + 12 = 2x_2 - x_1x_2$$

Lời giải.

a) Giải phương trình (1) khi $m = 0$.

Thay $m = 0$ vào phương trình (1) ta có:

$$(1) \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow (x-3)(x+1) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x - 3 = 0 \\ x + 1 = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 3 \\ x = -1 \end{array}\right.$$

Vậy với $m = 0$ thì phương rình (1) có hai nghiệm phân biệt $x = -1$ và $x = 3$.

b) Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn:

$$x_1^2 + 12 = 2x_2 - x_1x_2$$

Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow 1 - m + 3 > 0 \Leftrightarrow m < 4$.

Ap dụng hệ thức Vi-ét ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ x_1x_2 = m - 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_2 = 2 - x_1 \quad (1) \\ x_1x_2 = m - 3 \quad (2) \end{cases}$

Theo đề bài ta có: $x_1^2 + 12 = 2x_2 - x_1x_2$ (3)

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

Thế (1) vào (2) ta có:

$$\begin{aligned} & x_1^2+12=2(2-x_1)-x_1(2-x_1) \\ \Leftrightarrow & x_1^2+12=4-2x_1-2x_1+x_1^2 \\ \Leftrightarrow & -4x_1=8 \Leftrightarrow x_1=-2 \Rightarrow x_2=2-x_1=4 \\ \Rightarrow & x_1x_2=m-3 \Leftrightarrow m-3=-8 \Leftrightarrow m=-5 \text{ (thỏa mãn)} \end{aligned}$$

Vậy $m=-5$.

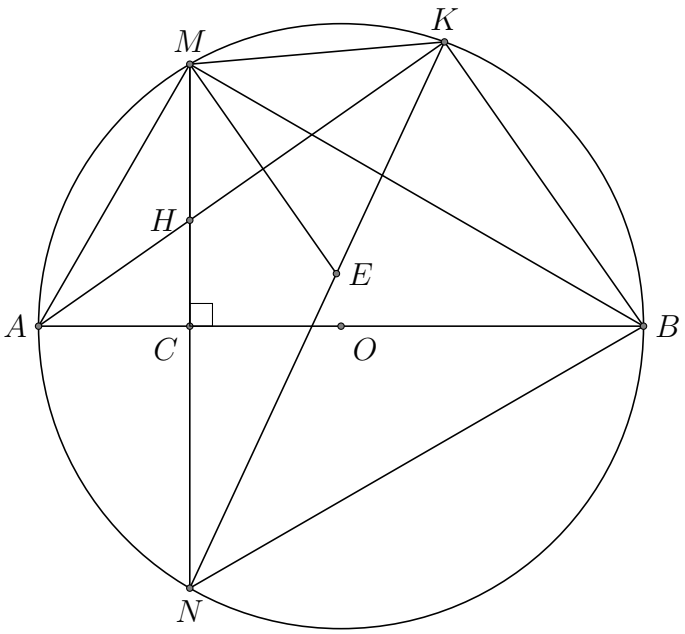
Câu 6. Cho đường tròn (O) đường kính $AB=2R$, C là trung điểm của OA và dây cung MN vuông góc với OA tại C. Gọi K là điểm tùy ý trên cung nhỏ BM (K khác B, M), H là giao điểm của AK và MN.

a) Chứng minh rằng $BCHK$ là tứ giác nội tiếp.

b) Chứng minh $AH\cdot AK=AM^2$.

c) Xác định vị trí điểm K để $KM+KN+KB$ đạt giá trị lớn nhất và tính giá trị lớn nhất đó.

Lời giải.



a) Ta có $\widehat{AKB}=90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn).

Xét tứ giác $BCHK$ có: $\widehat{BCH}+\widehat{BKH}=90^\circ+90^\circ=180^\circ$.

Suy ra tứ giác $BCHK$ là tứ giác nội tiếp (Tứ giác có tổng hai góc đối bằng 180°).

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

b) Ta có $OA \perp MN$ tại C

Suy ra C là trung điểm của MN (quan hệ vuông góc giữa đường kính và dây cung)

$\Rightarrow \triangle AMN$ có AC là đường cao đồng thời là trung tuyến.

$\Rightarrow \triangle AMN$ cân tại A. Suy ra $AM = AN$

$\Rightarrow$ sđ$\overset{\frown}{AM}$ = sđ$\overset{\frown}{AN}$.

$\Rightarrow \widehat{AMN} = \widehat{AKM}$ (hai góc nội tiếp chắn hai cung bằng nhau)

Xét tam giác AMN và AKM có: $\begin{cases} \widehat{MAK} \text{ chung} \\ \widehat{AMN} = \widehat{AKM} \quad \text{(chứng minh trên)} \end{cases}$

$\Rightarrow \triangle AMH \backsim \triangle AKM$ (g.g)

$\Rightarrow \dfrac{AM}{AK} = \dfrac{AH}{AM} \Rightarrow AM^2 = AH \cdot AK.$

c) Lấy điểm E thuộc KN sao cho $KM = KE$.

Xét tam giác vuông AMB có $AM^2 = AC \cdot AB = \dfrac{R}{2} \cdot 2R = R^2 \Rightarrow AM = R$ (hệ thức lượng trong tam giác vuông)

$\Rightarrow \sin \widehat{ABM} = \dfrac{AM}{AB} = \dfrac{R}{2R} = \dfrac{1}{2} \Rightarrow \widehat{ABM} = 30^\circ \Rightarrow \widehat{MBN} = 60^\circ$ (tính đối xứng)

$\Rightarrow \widehat{MKE} = \widehat{MKN} = \widehat{MBN} = 60^\circ$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung $\overset{\frown}{MN}$).

$\Rightarrow \triangle AKE$ đều $\Rightarrow KM = KE = ME.$

Ta có AB là trung trực của $MN \Rightarrow BM = BN$

Lại có $\widehat{MBN} = 60^\circ$ (cmt) $\Rightarrow \triangle BMN$ đều $\Rightarrow MB = MN = BN$ và $\widehat{BMN} = 60^\circ$

$\Rightarrow \widehat{BMN} = \widehat{KME} = 60^\circ$

$\Rightarrow \widehat{BMN} - \widehat{BME} = \widehat{KME} - \widehat{BME}$

$\Leftrightarrow \widehat{EMN} = \widehat{KMB}$

Xét tam giác KMB và tam giác EMN có:

$\begin{cases} KM = EM; \\ MB = MN; \\ \widehat{EMN} = \widehat{KMB} \text{ (cmt)} \end{cases} \Rightarrow \triangle KMB = \triangle EMN \text{ (c.g.c)}$

$\Rightarrow KB = EN$ (hai cạnh tương ứng)

$\Rightarrow S = KM + KN + KB = KE + (KE + EN) + EN = 2(KE + EN) = 2KN.$

KN lớn nhất khi và chỉ khi KN là đường kính của đường tròn O, khi đó $KN = 2R$ và $S_{\max} = 4R$.

KN nhỏ nhất khi và chỉ khi $K \equiv M \Rightarrow KN = MN \Rightarrow S_{\min} = 2MN$.

Xét tam giác vuông AMB có $MC^2 = AC \cdot BC = \dfrac{R}{2} \cdot \dfrac{3R}{2} = \dfrac{3R^2}{4} \Rightarrow MC = \dfrac{R\sqrt{3}}{2} \Rightarrow MN = R\sqrt{3} \Rightarrow S_{\min} = 2R\sqrt{3}$.

Vậy $(KM + KN + KB)_{\max} = 4R$ và $(KM + KN + KB)_{\min} = 2R\sqrt{3}$.

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 56

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 NĂM HỌC 2018-2019, LONG AN

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

Câu 1.

a) Rút gọn biểu thức $T = \sqrt{3} + \sqrt{27} - 4\sqrt{3}$.

b) Rút gọn biểu thức $A = \left(\dfrac{1}{\sqrt{x}-4} + \dfrac{1}{\sqrt{x}+4}\right) : \dfrac{2\sqrt{x}}{x-16}$ với $x > 0, x \neq 16$.

c) Giải phương trình $\sqrt{x^2 - 8x + 16} = 2$.

Lời giải.

a) Ta có $T = \sqrt{3} + 3\sqrt{3} - 4\sqrt{3} = 0$.

Vậy $T = 0$.

b) Tập xác định $\mathsf{D} = \mathbb{R}^+ \setminus \{16\}$. Khi đó

$$\begin{aligned} A &= \left(\frac{1}{\sqrt{x}-4} + \frac{1}{\sqrt{x}+4}\right) : \frac{2\sqrt{x}}{x-16} \\ &= \frac{\sqrt{x}+4+\sqrt{x}-4}{(\sqrt{x}-4)(\sqrt{x}+4)} : \frac{2\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-4)(\sqrt{x}+4)} \\ &= \frac{2\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-4)(\sqrt{x}+4)} \cdot \frac{(\sqrt{x}-4)(\sqrt{x}+4)}{2\sqrt{x}} \\ &= 1. \end{aligned}$$

Vậy $A = 1$.

c) Ta có $\sqrt{x^2 - 8x + 16} = 2 \Leftrightarrow \sqrt{(x-4)^2} = 2 \Leftrightarrow |x-4| = 2 \Leftrightarrow x - 4 = \pm 2 \Leftrightarrow x \in \{2; 6\}$.

Vậy $S = \{2; 6\}$.

Câu 2. Cho parabol $(P)\colon y = x^2$ và đường thẳng $(d)\colon y = -2x + 3$.

a) Vẽ hai đồ thị trên trong mặt phẳng tọa độ Oxy.

b) Tìm tọa độ giao điểm của hai đồ thị trên bằng phép tính.

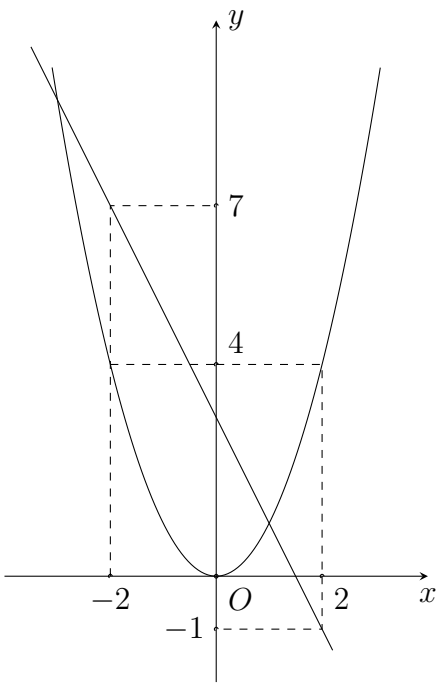
c) Viết phương trình đường thẳng (d_1): $y = ax + b$ biết (d_1) song song với (d) và (d_1) cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 2.

Lời giải.

a) Ta có bảng giá trị của hai hàm số

x	-2	0	2
$y = x^2$	4	0	4
$y = -2x + 3$	7	3	-1

Từ đó ta có đồ thị



b) Phương trình hoành độ giao điểm là

$$x^2 = -2x + 3 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow (x-1)(x+3) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = -3. \end{array}\right.$$

- Với $x = 1$ thì $y = 1^2 = 1$, ta được giao điểm $A(1, 1)$.
- Với $x = -3$ thì $y = (-3)^2 = 9$, ta được giao điểm $B(-3, 9)$.

c) Do (d_1) song song với (d) nên (d_1) và (d) có cùng hệ số góc hay $a = -2$.

Lại có tọa độ giao điểm của (d_1) và trục tung là điểm $(0; b)$ nên theo giả thiết thì $b = 2$.

Vậy phương trình đường thẳng (d_1) là $y = -2x + 2$.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Câu 3.

a) Giải phương trình $5x^2 - 7x - 6 = 0$.

b) Giải hệ phương trình $\begin{cases} x + 2y = 6 \\ 2x - 2y = 6. \end{cases}$

c) Cho phương trình (ẩn x) $x^2 - 2(m-3)x + m^2 + 3 = 0$.

(a) Tìm m để phương trình trên có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2.

(b) Tìm m để phương trình trên có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 = 86$.

Lời giải.

a) Ta có $\Delta = (-7)^2 - 4 \cdot 5 \cdot (-6) = 169 = 13^2 > 0$.
Suy ra phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1 = \dfrac{7+13}{2 \cdot 5} = 2$, $x_2 = \dfrac{7-13}{2 \cdot 5} = -\dfrac{3}{5}$.
Vậy phương trình có hai nghiệm $x = 2$ và $x = -\dfrac{3}{5}$.

b) Ta có

$$\begin{cases} x + 2y = 6 \\ 2x - 2y = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6 - 2y \\ x - y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6 - 2y \\ 6 - 2y - y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6 - 2y \\ y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 1. \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = (4; 1)$.

c) $x^2 - 2(m-3)x + m^2 + 3 = 0$.

(a) Phương trình có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi

$$\Delta' > 0 \Leftrightarrow (m-3)^2 - (m^2+3) > 0 \Leftrightarrow 6 - 6m > 0 \Leftrightarrow m < 1.$$

Vậy với $m < 1$ thì phương trình có hai nghiệm phân biệt.

(b) Với $m < 1$, phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m-3) = 2m - 6 \\ x_1 x_2 = m^2 + 3. \end{cases}$$

Do $x_1^2+x_2^2=(x_1+x_2)^2-2x_1x_2$ nên từ $x_1^2+x_2^2=86$ ta thu được

$$\begin{aligned}&(2m-6)^2-2(m^2+3)=86\\ \Leftrightarrow&4m^2-24m+36-2m^2-6=86\\ \Leftrightarrow&m^2-12m-28=0\\ \Leftrightarrow&(m+2)(m-14)=0\\ \Leftrightarrow&\left[\begin{array}{l}m=-2 \text{ (thỏa mãn)}\\ m=14 \text{ (loại).}\end{array}\right.\end{aligned}$$

Thử lại ta thấy $m=-2$ thỏa mãn.

Vậy $m=-2$.

Câu 4.

a) Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH, biết $AB=5$cm và $BC=13$cm. Từ H kẻ HK vuông góc với AB ($K\in AB$). Tính AC, BH và $\cos HBK$.

b) Cho tam giác ABC có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn tâm O; các đường cao AD, BE cắt nhau tại H và cắt đường tròn (O) lần lượt tại I và K (I khác A, K khác B).

(a) Chứng minh rằng tứ giác $CDHE$ nội tiếp.

(b) Chứng minh rằng tam giác CIK cân.

(c) Kẻ đường kính BF của đường tròn (O). Gọi P là trung điểm của AC. Chứng minh rằng ba điểm H, P, F thẳng hàng.

Lời giải.

a)

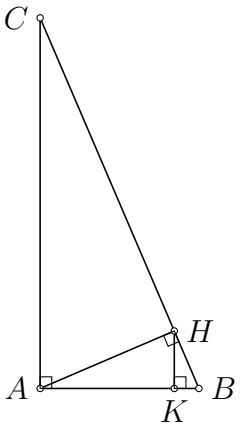
Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Áp dụng định lý Py-ta-go cho tam giác ABC vuông tại A ta có

$$BC^2 = AB^2 + AC^2.$$

$\Rightarrow AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12$cm.

Áp dụng hệ thức lượng cho tam giác ABC vuông tại A có đường cao AH ta được $BA^2 = BH \cdot BC$ hay $BH = \dfrac{AB^2}{BC} = \dfrac{25}{13}$cm.



Ta có: $\cos HBK = \cos ABC = \dfrac{AB}{BC} = \dfrac{5}{13}$.

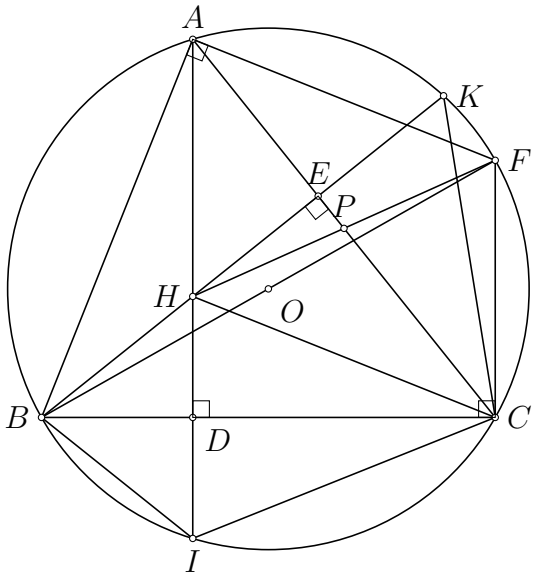
Vậy $AC = 12$cm, $BH = \dfrac{25}{13}$cm và $\cos HBK = \dfrac{5}{13}$.

b)

(a) Do $\widehat{HEC} = \widehat{HDC} = 90^\circ$ nên

$$\widehat{HEC} + \widehat{HDC} = 180^\circ.$$

Do đó tứ giác $HECD$ nội tiếp.



(b) Trong đường tròn (O) hai góc nội tiếp $\widehat{IBC}$ và $\widehat{IAC}$ cùng chắn cung $\overset{\frown}{IC}$ nên

$$\widehat{IBC} = \widehat{IAC}.$$

Mà $\widehat{IAC} = 90^\circ - \widehat{ACB} = \widehat{CBK}$ nên

$$\widehat{IBC} = \widehat{KBC}.$$

Từ đó $\overset{\frown}{CI} = \overset{\frown}{CK}$ hay $CI = CK$.

Vậy tam giác CIK cân tại C.

(c) Trong đường tròn (O) có đường kính BF nên $\widehat{BAF} = \widehat{BCF} = 90^\circ$ hay $BA \perp AF$ và $BC \perp FC$.

Trong tam giác ABC, hai đường cao AD và BE cắt nhau tại H nên H là trực tâm tam giác ABC hay $AH \perp BC$ và $CH \perp AB$.

Từ $BA \perp AF$ và $CH \perp AB$ ta thu được $CH \parallel AF$. Tương tự thì $AH \parallel CF$.

Do đó tứ giác $AHCF$ là hình bình hành. Điều này kéo theo AC và FH cắt nhau tại trung điểm mỗi đường, tức là F, P, H thẳng hàng.

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 57

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 NĂM HỌC 2018-2019, NAM ĐỊNH

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Điều kiện để biểu thức $\sqrt{4-2x}$ xác định là

(A) $x \leq 2$. (B) $x > 2$. (C) $x \neq 2$. (D) $x \geq 2$.

Lời giải.

Điều kiện xác định $4-2x \geq 0 \Leftrightarrow x \leq 2$.

Chọn phương án (A)

Câu 2. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, đồ thị hàm số $y = -2x+4$ cắt trục hoành tại điểm

(A) $M(0;2)$. (B) $N(2;0)$. (C) $P(4;0)$. (D) $Q(0;4)$.

Lời giải.

Tung độ giao điểm của đồ thị với trục hoành bằng $0 \Rightarrow 0 = -2x+4 \Leftrightarrow x = 2$. Do đó giao điểm là $N(2;0)$.

Chọn phương án (B)

Câu 3. Phương trình nào sau đây có hai nghiệm phân biệt và tích hai nghiệm là một số dương?

(A) $x^2 - x + 1 = 0$. (B) $-4x^2 + 4x - 1 = 0$.

(C) $x^2 - 3x + 2 = 0$. (D) $2x^2 - 5x - 1 = 0$.

Lời giải.

Phương trình $x^2-3x+2=0$ có $a+b+c=0$ nên có hai nghiệm phân biệt $x=1$ và $x=2$.

Tích hai nghiệm này là một số dương.

Chọn phương án (C)

Câu 4. Trong các hàm số sau hàm số nào đồng biến khi $x < 0$?

(A) $y = -2x$. (B) $y = 3 + \left(2-\sqrt{5}\right)x$.

(C) $y = \sqrt{3}x^2$. (D) $y = \left(\sqrt{3}-2\right)x^2$.

Lời giải.

Hàm số $y = \left(\sqrt{3}-2\right)x^2$ có hệ số $a = \sqrt{3}-2 < 0$ nên đồng biến khi $x < 0$.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Chọn phương án D

Câu 5. Tất cả các giá trị của m để hai đường thẳng $y = 2x + m + 2$ và $y = \left(m^2 + 1\right)x + 1$ song song với nhau là

A $m = 1$. B $m = -1$. C $m = \pm 1$. D $m \in \varnothing$.

Lời giải.

Hai đường thẳng song song với nhau khi và chỉ khi

$$\begin{cases} 2 = m^2 + 1 \\ m + 2 \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \pm 1 \\ m \neq -1 \end{cases} \Leftrightarrow m = 1.$$

Chọn phương án A

Câu 6. Nếu tăng bán kính của một hình tròn lên 3 lần thì diện tích hình tròn đó tăng lên gấp

A 3 lần. B 6 lần. C 9 lần. D 27 lần.

Lời giải.

Gọi hình tròn (C) có bán kính R, tăng bán kính lên 3 lần thì được bán kính mới là $R' = 3R$ và diện tích hình tròn (C') mới là

$$S_{(C')} = \pi \cdot R'^2 = \pi \cdot (3R)^2 = 9(\pi R^2) = 9 \cdot S_{(C)}.$$

Vậy diện tích hình tròn mới tăng lên 9 lần.

Chọn phương án C

Câu 7. Một tam giác có độ dài ba cạnh lần lượt là 5 cm, 12 cm, 13 cm, bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác đó là

A $\frac{5}{2}$ cm. B 5 cm. C $\frac{13}{2}$ cm. D 13 cm.

Lời giải.

Ta có $13^2 = 5^2 + 12^2 (= 169)$ nên tam giác đã cho là tam giác vuông có cạnh huyền bằng 13 cm. Do đó bán kính đường tròn ngoại tiếp là $\frac{13}{2}$ cm.

Chọn phương án C

Câu 8. Hình trụ có bán kính đáy bằng 9 cm, diện tích xung quanh bằng 198π cm^2. Chiều cao hình trụ đó bằng

A 9 cm. B 11 cm. C 12 cm. D 22 cm.

Lời giải.

Ta có $S_{\text{xq}} = h \cdot 2\pi R \Leftrightarrow 198\pi = h \cdot 18\pi \Leftrightarrow h = 11$ cm.

Chọn phương án B

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

II. PHẦN TỰ LUẬN

Câu 1. Cho biểu thức $M = \left(\dfrac{4x}{\sqrt{x}-1} - \dfrac{\sqrt{x}-2}{x-3\sqrt{x}+2}\right) \cdot \dfrac{\sqrt{x}-1}{x^2}$, với $x > 0$, $x \neq 1$, $x \neq 4$.

a) Rút gọn M.

b) Tìm x để $M < 4$.

Lời giải.

a) Điều kiện $x > 0$, $x \neq 1$, $x \neq 4$. Ta có

$$\begin{aligned} M &= \left(\frac{4x}{\sqrt{x}-1} - \frac{\sqrt{x}-2}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}-2)}\right) \cdot \frac{\sqrt{x}-1}{x^2} \\ &= \frac{4x-1}{\sqrt{x}-1} \cdot \frac{\sqrt{x}-1}{x^2} = \frac{4x-1}{x^2}. \end{aligned}$$

b) Ta có $x > 0$ nên $x^2 > 0$ khi đó

$$M < 4 \Leftrightarrow \frac{4x-1}{x^2} < 4 \Leftrightarrow 4x^2 - 4x + 1 > 0 \Leftrightarrow (2x-1)^2 > 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{1}{2}.$$

Vậy với $x > 0$, $x \neq \dfrac{1}{2}$, $x \neq 1$, $x \neq 4$ thì $M < 4$.

Câu 2. Cho phương trình $x^2 - mx - 4 = 0 \quad (1)$ (với m là tham số).

a) Giải phương trình (1) với $m = 3$.

b) Chứng minh rằng với mọi giá trị của m thì phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2. Tìm m để $x_1^2 + x_2^2 = 17$.

Lời giải.

a) Với $m = 3$ phương trình (1) trở thành $x^2 - 3x - 4 = 0$.

Ta có $a - b + c = 0$ nên phương trình có hai nghiệm $x = -1$, $x = 4$.

b) Ta có $\Delta = m^2 + 16 > 0$, $\forall m$ nên phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2.

Theo định lí Vi-ét ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = m \\ x_1 x_2 = -4 \end{cases}$.

Mà

$$x_1^2 + x_2^2 = 17 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 17 \Leftrightarrow m^2 + 8 = 17 \Leftrightarrow m = \pm 3.$$

Câu 3. Giải hệ phương trình $\begin{cases} \sqrt{xy} - \dfrac{4}{\sqrt{xy}} = 3 & (1) \\ x(1-y) + 15 = 0. & (2) \end{cases}$

Lời giải.

Điều kiện $xy > 0$.

Đặt $\sqrt{xy} = t$, $t > 0$. Phương trình (1) trở thành

$$t - \frac{4}{t} = 3 \Leftrightarrow t^2 - 3t - 4 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} t = -1 & \text{(loại)} \\ t = 4. \end{array}\right.$$

Với $t = 4$, suy ra $\sqrt{xy} = 4 \Leftrightarrow xy = 16$.

Biến đổi phương trình (2) ta được

$$x - xy + 15 = 0 \Leftrightarrow x - 16 + 15 = 0 \Leftrightarrow x = 1 \Rightarrow y = 16.$$

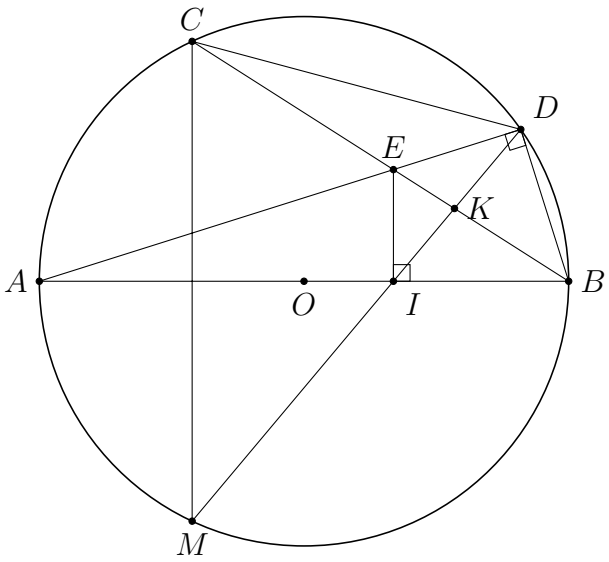
Vậy nghiệm hệ là $(1; 16)$.

Câu 4. Cho đường tròn (O) đường kính AB và điểm C trên đường tròn $(C \neq A, C \neq B)$. Gọi D là một điểm trên cung nhỏ CB $(D \neq C, D \neq B)$. E là giao điểm của AD và BC, I là hình chiếu vuông góc của E lên AB, M là giao điểm thứ hai của đường thẳng DI và đường tròn (O).

a) Chứng minh $BDEI$ là tứ giác nội tiếp và $CM \perp AB$.

b) Gọi K là giao điểm của BC và DM. Chứng minh $BK \cdot CE = BC \cdot EK$.

Lời giải.



a)

- Xét tứ giác $BDEI$ có
  - $\widehat{EIB} = 90^\circ$ (Vì $EI \perp AB$).
  - $\widehat{EDB} = \widehat{ADB} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn).

  Nên $\widehat{EIB} + \widehat{EDB} = 180^\circ$, mà $\widehat{EIB}$, $\widehat{EDB}$ là hai góc đối nhau.

  Vậy tứ giác $BDEI$ là tứ giác nội tiếp.
- Tứ giác $BDEI$ là tứ giác nội tiếp nên $\widehat{IEB} = \widehat{IDB}$ (cùng nhìn IB).

  Mà $\widehat{IDB} = \widehat{MCB}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn $\overset{\frown}{BM}$).

  Suy ra $\widehat{IEB} = \widehat{MCB}$. Mà $\widehat{IEB}$, $\widehat{MCB}$ ở vị trí đồng vị, nên $CM \parallel EI$.

  Mà $IE \perp AB$. Vậy $CM \perp AB$.

b) Ta có $AB \perp CM$ nên AB là đường trung trực của CM. Suy ra $AC = AM$ hay $\overset{\frown}{AM} = \overset{\frown}{AC}$.

Lại có $\widehat{ADC} = \frac{1}{2}\text{sđ}\overset{\frown}{AC}$ và $\widehat{ADM} = \frac{1}{2}\text{sđ}\overset{\frown}{AM}$.

Suy ra $\widehat{ADM} = \widehat{ADC}$ hay DE là tia phân giác trong của $\triangle DCK$, nên $\frac{CE}{EK} = \frac{DC}{DK}$. (1)

Mà $DB \perp DE$, nên DB là tia phân giác ngoài đỉnh D của $\triangle DCK$, nên $\frac{BC}{BK} = \frac{DC}{DK}$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra $\frac{CE}{EK} = \frac{BC}{BK} \Leftrightarrow BK \cdot CE = BC \cdot EK$.

Câu 5. Hai đoàn đại biểu của trường A và trường B cùng tham dự một buổi hội thảo. Mỗi đại biểu của trường A lần lượt bắt tay với với từng đại biểu của trường B một lần. Tính số đại biểu của mỗi trường, biết số cái bắt tay bằng ba lần số đại biểu của cả hai trường và số đại biểu trường A nhiều hơn số đại biểu trường B.

Lời giải.

Gọi số đại biểu hai trường A, B lần lượt là x, y ($x, y > 0$, $x, y \in \mathbb{N}$, $x > y$).

Mỗi đại biểu của trường A lần lượt bắt tay với với từng đại biểu của trường B một lần, nên số cái bắt tay là xy.

Mà số cái bắt tay bằng ba lần số đại biểu của cả hai trường nên

$$xy = 3(x+y) \Leftrightarrow y(x-3) = 3x\ (>0) \Leftrightarrow y = \frac{3x}{x-3} = 3 + \frac{9}{x-3}.$$

Vì $x, y \in \mathbb{N}$ nên $x - 3 \in \text{Ư}(9) = \{\pm 1; \pm 3; \pm 9\}$. Ta có bảng sau

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

$x-3$	-9	-3	-1	1	3	9
x	-6	0	2	4	6	12
y			-6	12	6	4
Đối chiếu ĐK	loại	loại	loại	loại	loại	thỏa mãn

Vậy số đại biểu trường A là 12 và số đại biểu trường B là 4.

Câu 6. Cho x, y, z là các số dương. Chứng minh rằng

$$\frac{2\sqrt{x}}{x^3+y^2}+\frac{2\sqrt{y}}{y^3+z^2}+\frac{2\sqrt{z}}{z^3+x^2}\le\frac{1}{x^2}+\frac{1}{y^2}+\frac{1}{z^2}.$$

Lời giải.

Theo BĐT Cô-si (Cauchy, AM-GM) ta có

$$x^3+y^2\ge 2\sqrt{x^3y^2}=2\sqrt{x}\cdot xy;$$

$$y^3+z^2\ge 2\sqrt{y^3z^2}=2\sqrt{y}\cdot yz;$$

$$z^3+x^2\ge 2\sqrt{z^3x^2}=2\sqrt{z}\cdot zx.$$

Do đó

$$\frac{2\sqrt{x}}{x^3+y^2}+\frac{2\sqrt{y}}{y^3+z^2}+\frac{2\sqrt{z}}{z^3+x^2}\le\frac{1}{xy}+\frac{1}{yz}+\frac{1}{zx}. \tag{1}$$

Cũng theo BĐT Cô-si ta có

$$\frac{1}{x^2}+\frac{1}{y^2}\ge\frac{2}{xy};\quad \frac{1}{y^2}+\frac{1}{z^2}\ge\frac{2}{yz};\quad \frac{1}{z^2}+\frac{1}{x^2}\ge\frac{2}{zx}.$$

Cộng vế suy ra

$$\frac{1}{xy}+\frac{1}{yz}+\frac{1}{zx}\le\frac{1}{x^2}+\frac{1}{y^2}+\frac{1}{z^2}. \tag{2}$$

Từ (1) và (2) suy ra điều phải chứng minh. Dấu bằng xảy ra khi $x=y=z=1$.

ĐÁP ÁN

1 A **2** B **3** C **4** D **5** A **6** C **7** C **8** B

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 58

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 NĂM HỌC 2018-2019, NGHỆ AN

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

Câu 1.

a) So sánh $2\sqrt{3}+\sqrt{27}$ và $\sqrt{74}$.

b) Chứng minh đẳng thức $\left(\dfrac{1}{\sqrt{x}-2}-\dfrac{1}{\sqrt{x}+2}\right)\cdot\dfrac{x-4}{4}=1$, với $x\geq 0$ và $x\neq 4$.

c) Tìm giá trị của m để đồ thị hàm số $y=3x+m$ đi qua điểm $A(1;2)$.

Lời giải.

a) Ta có

$$(2\sqrt{3}+\sqrt{27})^2=(2\sqrt{3})^2+4\sqrt{3\cdot 27}+(\sqrt{27})^2=12+36+27=75.$$
$$(\sqrt{74})^2=74.$$

Do $75>74$ nên $2\sqrt{3}+\sqrt{27}>\sqrt{74}$.

b)

$$\begin{aligned}\left(\dfrac{1}{\sqrt{x}-2}-\dfrac{1}{\sqrt{x}+2}\right)\cdot\dfrac{x-4}{4} &= \dfrac{\sqrt{x}+2-\sqrt{x}+2}{x-4}\cdot\dfrac{x-4}{4}\\ &= \dfrac{4}{x-4}\cdot\dfrac{x-4}{4}\\ &= 1.\end{aligned}$$

c) Để đồ thị hàm số $y=3x+m$ đi qua điểm $A(1;2)$ thì

$$2=3\cdot 1+m\Leftrightarrow m=2-3=-1.$$

Vậy $m=-1$.

Câu 2. Cho phương trình $x^2+2x+m-1=0$ (*), trong đó m là tham số.

a) Giải phương trình (*) khi $m = -2$.

b) Tìm m để phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt x_1 và x_2 thỏa mãn điều kện $x_1 = 2x_2$.

Lời giải.

a) Khi $m = -2$ phương trình trở thành:

$x^2 + 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow (x+3)(x-1) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -3 \\ x = 1. \end{array}\right.$

Vậy phương trình có nghiệm $x = -3$ hoặc $x = 1$ khi $m = -2$.

b) Xét phương trình (*) có: $\Delta' = 1^2 - (m-1) = 2 - m$.

Để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1 và x_2 thì $\Delta' > 0$ hay $2 - m > 0 \Leftrightarrow m < 2$.

Khi đó, áp dụng Vi-ét ta được $\left\{\begin{array}{l} x_1 + x_2 = -2 \\ x_1 \cdot x_2 = m - 1. \end{array}\right.$

Theo đề bài $x_1 = 2x_2$, suy ra $3x_2 = -2 \Leftrightarrow x_2 = \dfrac{-2}{3}$.

Do đó $m - 1 = x_1 \cdot x_2 = 2x_2^2 = 2 \cdot \left(\dfrac{-2}{3}\right)^2 = \dfrac{8}{9} \Rightarrow m = \dfrac{17}{9}$ (thỏa mãn $m < 2$).

Vậy $m = \dfrac{17}{9}$.

Câu 3. Nhân ngày sách Việt Nam, 120 học sinh khối 8 và 100 học sinh khối 9 cùng tham gia phong trào xây dựng "Tủ sách nhân ái". Sau một thời gian phát động, tổng số sách cả hai khối đã quyên góp được là 540 quyển. Biết rằng mỗi học sinh khối 9 quyên góp nhiều hơn mỗi học sinh khối 8 một quyển. Hỏi mỗi khối đã quyên góp được bao nhiêu quyển sách? (Mỗi học sinh trong cùng một khối quyên góp số lượng sách như nhau).

Lời giải.

Gọi x, y lần lượt là số quyển sách mà khối 8 và khối 9 quyên góp được (đơn vị: quyển sách; điều kiện: $x > 0; y > 0$).

Vì tổng số sách cả hai khối quyên góp được là 540 quyển nên ta có $x + y = 540$ (quyển sách).

Mỗi học sinh khối 8 quyên góp được $\dfrac{x}{120}$ (quyển sách).

Mỗi học sinh khối 9 quyên góp được $\dfrac{y}{100}$ (quyển sách).

Theo đề ra ta có $\dfrac{y}{100} - \dfrac{x}{120} = 1$ (quyển sách).

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Vậy ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} x+y=540 \\ \dfrac{y}{100}-\dfrac{x}{120}=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=240 \quad \text{(TM)} \\ y=300 \quad \text{(TM)}. \end{cases}$$

Vậy khối 8 đã quyên góp được 240 quyển sách, khối 9 đã quyên góp được 300 quyển sách.

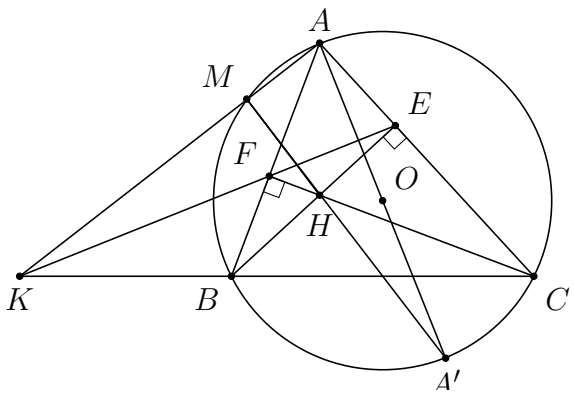
Câu 4. Cho đường tròn (O) có dây BC cố định không đi qua tâm O. Điểm A di động trên đường tròn (O) sao cho tam giác ABC có 3 góc nhọn. Các đường cao BE và CF của tam giác ABC (E thuộc AC, F thuộc AB) cắt nhau tại H. Gọi K là giao điểm của hai đường thẳng EF và BC, đoạn thẳng KA cắt (O) tại điểm M. Chứng minh rằng:

a) $BCEF$ là tứ giác nội tiếp.

b) $KM.KA = KE.KF$.

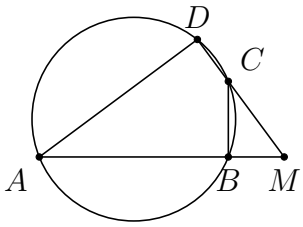
c) Đường thẳng MH luôn đi qua một điểm cố định khi A thay đổi.

Lời giải.



a) Ta có $\widehat{BFC} = \widehat{BEC} = 90^\circ$ nên $BFEC$ là tứ giác nội tiếp.

b) **Bổ đề:** Tứ giác $ABCD$ có tia AB cắt tia DC tại M. Khi đó $MA \cdot MB = MC \cdot MD$ khi và chỉ khi $ABCD$ là tứ giác nội tiếp.



($\Rightarrow$) Nếu tứ giác $ABCD$ nội tiếp thì $\widehat{MCB} = \widehat{MAB}$, $\widehat{MBC} = \widehat{MDA}$.

Xét $\triangle MBC$ và $\triangle MDA$ có $\widehat{MCB} = \widehat{MAB}$ và $\widehat{MBC} = \widehat{MDA}$.

Suy ra $\triangle MBC \backsim \triangle MDA$ (g-g).

Do đó ta có $\dfrac{MC}{MA} = \dfrac{MB}{MD} \Leftrightarrow MC \cdot MD = MB \cdot MA$.

($\Leftarrow$) Nếu $MA \cdot MB = MC \cdot MD$ thì $\dfrac{MB}{MD} = \dfrac{MC}{MA}$.

Xét $\triangle MCB$ và $\triangle MAD$ có chung góc $\widehat{DMA}$ và $\dfrac{MB}{MD} = \dfrac{MC}{MA}$.

Suy ra $\triangle MCB \backsim \triangle MAD$ (c-g-c). Do đó $\widehat{MCB} = \widehat{MAD}$. Vì vậy $ABCD$ là tứ giác nội tiếp.

Áp dụng bổ đề cho tứ giác $BFEC$ ta có $KB \cdot KC = KF \cdot KE$.

Áp dụng bổ đề cho tứ giác $BCAM$ ta có $KB \cdot KC = KM \cdot KA$.

Suy ra $KA \cdot KM = KF \cdot KE$.

c) Vì $KA \cdot KM = KF \cdot KE$ nên theo bổ đề trên, $AMFE$ nội tiếp.

Mặt khác, $\widehat{AFH} = \widehat{AEH} = 90^\circ$ nên $AFHE$ nội tiếp.

Do đó, A, M, F, H, E cùng thuộc một đường tròn. Suy ra $\widehat{AMH} = \widehat{AFH} = 90^\circ$.

Do đó MH đi qua điểm A' cố định, với A' đối xứng với A qua O.

Câu 5. Giải hệ phương trình $\begin{cases} x(2x-2y+1) = y \\ y + 2\sqrt{1-x-2x^2} = 2(1+y^2) \end{cases}$.

Lời giải.

Điều kiện: $1 - x - 2x^2 \geq 0 \Leftrightarrow -1 \leq x \leq \dfrac{1}{2}$.

Phương trình đầu tiên tương đương với

$$2x^2 - 2xy + x - y = 0 \Leftrightarrow (2x+1)(x-y) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -\dfrac{1}{2} \\ x = y. \end{array}\right.$$

Nếu $x = -\dfrac{1}{2}$, thay vào phương trình thứ hai ta có $y + 2 = 2(1+y^2) \Leftrightarrow y = 2y^2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y = 0 \\ y = \dfrac{1}{2}. \end{array}\right.$

Nếu $x = y$, thay vào phương trình thứ hai ta có $y + 2\sqrt{1-y-2y^2} = 2 + 2y^2$. $(*)$

Áp dụng bất đẳng thức Cô-si ta có $2\sqrt{1-y-2y^2} \leq (1-y-2y^2) + 1 = 2 - y - 2y^2$.

Do đó $y + 2\sqrt{1-y-2y^2} \leq 2 - 2y^2 \leq 2 + 2y^2$.

Dấu đẳng thức xảy ra khi $y = 0$.

Vì vậy phương trình $(*)$ có nghiệm $y = 0$, và khi đó $x = 0$ (thỏa mãn).

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm $(x;y)$ thuộc tập $S = \left\{(0;0), \left(-\dfrac{1}{2};0\right), \left(-\dfrac{1}{2};\dfrac{1}{2}\right)\right\}$.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 59

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 NĂM HỌC 2018-2019, NINH BÌNH

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

Câu 1. Rút gọn biểu thức: $P = 3\sqrt{5} + \sqrt{20}$.

Lời giải.

$P = 3\sqrt{5} + \sqrt{20} = 3\sqrt{5} + \sqrt{2^2 \cdot 5} = 3\sqrt{5} + 2\sqrt{5} = 5\sqrt{5}$.

Vậy $P = 5\sqrt{5}$.

Câu 2. Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x + 2y = 5 \\ x - y = 2. \end{cases}$

Lời giải.

$$\begin{cases} x + 2y = 5 \\ x - y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3y = 3 \\ x - y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 \\ x = 3. \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất là $(x; y) = (3; 1)$.

Câu 3. Tìm giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = x + m$ đi qua điểm $A(0; 3)$.

Lời giải.

Đồ thị hàm số $y = x + m$ đi qua điểm $A(0; 3)$ nên ta có $3 = 0 + m$.

Vậy $m = 3$ là giá trị cần tìm.

Câu 4. Cho phương trình $x^2 - mx + m - 4 = 0$ (x là ẩn số và m là tham số) (0.2) .

a) Giải phương trình (0.11) khi $m = 8$.

b) Chứng minh rằng phương trình (0.11) luôn có hai nghiệm phân biệt x_1 và x_2 với mọi m. Tìm tất cả các giá trị nguyên dương của m để $(5x_1 - 1)(5x_2 - 1) < 0$.

Lời giải.

a) Với $m = 8$, phương trình (0.11) trở thành $x^2 - 8x + 4 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 4 + 2\sqrt{3} \\ x = 4 - 2\sqrt{3}. \end{array}\right.$

Vậy $m = 8$ thì phương trình có tập nghiệm là $S = \{4 + 2\sqrt{3}; 4 - 2\sqrt{3}\}$.

b) Ta có $\triangle = (-m)^2 - 4(m-4) = m^2 - 4m + 16 = (m-2)^2 + 12 > 0, \forall m \in \mathbb{R}$ nên phương trình (0.11) luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 với mọi m.

Theo định lý Vi - ét ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = m \\ x_1 x_2 = m - 4 \end{cases}$. Suy ra

$$\begin{aligned} & (5x_1 - 1)(5x_2 - 1) < 0 \\ \Leftrightarrow\ & 25x_1x_2 - 5(x_1 + x_2) + 1 < 0 \\ \Leftrightarrow\ & 25(m-4) - 5m + 1 < 0 \\ \Leftrightarrow\ & 20m - 99 < 0 \\ \Leftrightarrow\ & m < \frac{99}{20} \\ \Leftrightarrow\ & m < 4,95. \end{aligned}$$

Vì m là số nguyên dương nên $m \in \{1; 2; 3; 4\}$.

Câu 5. Một hình chữ nhật có chu vi bằng 28 cm. Tính chiều dài và chiều rộng của chữ nhật, biết rằng nếu tăng chiều dài thêm 1 cm và tăng chiều rộng thêm 2 cm thì diện tích hình chữ nhật đó tăng thêm 25 cm^2.

Lời giải.

Gọi chiều dài và chiều rộng của hình chữ nhật lần lượt là x, y (cm). Điều kiện $0 < y < x < 14$.

Theo đề bài, chu vi của hình chữ nhật là 28 cm nên ta có phương trình

$$2(x + y) = 28. \tag{0.3}$$

Mặt khác, nếu tăng chiều dài thêm 1 cm và tăng chiều rộng thêm 2 cm thì diện tích hình chữ nhật đó tăng thêm 25 cm^2, nên ta có phương trình

$$(x + 1)(y + 2) = xy + 25. \tag{0.4}$$

Từ (0.12) và (0.4) ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} 2(x + y) = 28 \\ (x + 1)(y + 2) = xy + 25. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 14 \\ 2x + y = 23. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 9 \\ y = 5. \end{cases} \quad \text{(tmđk)}$$

Vậy chiều dài của hình chữ nhật là 9 cm, chiều rộng của hình chữ nhật là 5 cm.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Câu 6. Cho tam giác nhọn ABC có $AB < AC$ và đường cao AK. Vẽ đường tròn tâm O đường kính BC. Từ A kẻ các tiếp tuyến AM, AN với đường tròn (O) (M, N là các tiếp điểm; M và B nằm trên nửa mặt phẳng có bờ là đường thẳng AO). Gọi H là giao điểm của hai đường thẳng MN và AK. Chứng minh rằng:

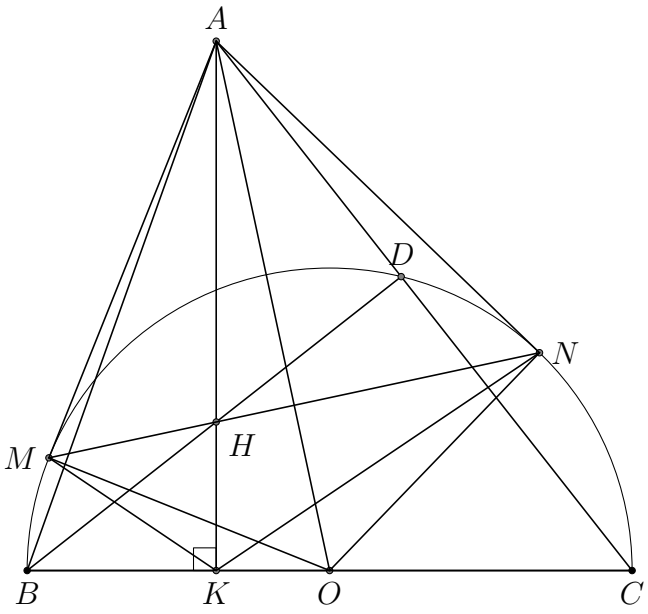
a) Tứ giác $AMKO$ nội tiếp đường tròn.

b) KA là tia phân giác của $\widehat{MKN}$.

c) $AN^2 = AK \cdot AH$.

d) H là trực tâm của tam giác ABC.

Lời giải.



a) Do AM, AN là tiếp tuyến của đường tròn (O) nên $\widehat{AMO} = \widehat{ANO} = 90°$.
Vì AK là đường cao của tam giác ABC nên $\widehat{AKO} = \widehat{AKC} = 90°$.
Do ba điểm M, K, N cùng nhìn đoạn AO dưới một góc vuông nên năm điểm M, K, N, A, O thuộc đường tròn đường kính AO.
Vậy tứ giác $AMKO$ nội tiếp đường tròn.

b) Vì AM, AN là tiếp tuyến của đường tròn (O) nên $AM = AN$. (0.5)
Theo chứng minh ở câu a) thì năm điểm M, K, N, O, A cùng thuộc một đường tròn nên ta có tứ giác $AMKN$ nội tiếp. (0.6)
Từ (0.5) và (0.6) suy ra $\widehat{AKM} = \widehat{AKN}$ (các góc nội tiếp cùng chắn các cung bằng

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

nhau thì bằng nhau).

Vậy KA là tia phân giác của $\widehat{MKN}$.

c) Ta có $\begin{cases} \widehat{ANH} = \widehat{AKM} \\ \widehat{AKM} = \widehat{AKN} \end{cases} \Rightarrow \widehat{AKN} = \widehat{ANH}.$

Xét $\triangle AHN$ và $\triangle ANK$ có

- $\widehat{AKN} = \widehat{ANH}$
- $\widehat{HAN} = \widehat{KAN}$

nên $\triangle AHN \backsim \triangle ANK$ (g - g).

Suy ra $\dfrac{AN}{AK} = \dfrac{AH}{AN}$, hay $AN^2 = AH \cdot AK$. (0.7).

d) Gọi D là giao điểm của AC và đường tròn (O).

Xét $\triangle AND$ và $\triangle ACN$ có $\widehat{NAD} = \widehat{NAC}$, $\widehat{AND} = \widehat{ACN}$ (góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung và góc nội tiếp cùng chắn một cung thì bằng nhau) nên $\triangle AND \backsim \triangle ACN$ (g-g).

Suy ra $\dfrac{AN}{AC} = \dfrac{AD}{AN}$, hay $AN^2 = AD \cdot AC$. (0.8)

Từ (0.7) và (0.8) suy ra $AH \cdot AK = AD \cdot AC$, hay $\dfrac{AH}{AC} = \dfrac{AD}{AK}$.

$\triangle AHD$ và $\triangle ACK$ có $\begin{cases} \widehat{HAD} = \widehat{KAC} \\ \dfrac{AH}{AC} = \dfrac{AD}{AK} \end{cases}$ nên $\triangle AHD \backsim \triangle ACK$ (c-g-c).

Suy ra $\widehat{ADH} = \widehat{AKC} = 90^\circ$. Dẫn đến $\widehat{HDC} = 90^\circ$. (0.9)

Điểm D thuộc đường tròn đường kính BC nên $\widehat{BDC} = 90^\circ$. (0.10)

Từ (0.9) và (0.10) suy ra B, H, D thẳng hàng, nghĩa là $BH \perp AC$.

Lại có $AH \perp BC$ nên H là trực tâm của tam giác ABC.

Câu 7. Cho a, b là hai số thực dương thỏa mãn $a + b \leq 4$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$S = \frac{1}{a^2 + b^2} + \frac{25}{ab} + ab.$$

Lời giải.

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{a^2 + b^2} + \frac{25}{ab} + ab \\ &= \frac{1}{a^2 + b^2} + \frac{1}{2ab} + ab + \frac{16}{ab} + \frac{17}{2ab}. \end{aligned}$$

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Với $x;y$ là các số dương ta có bất đẳng thức $\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}\geq\dfrac{4}{x+y}$. Dấu "=" xảy ra khi $x=y$.

Từ đó ta có $\dfrac{1}{a^2+b^2}+\dfrac{1}{2ab}\geq\dfrac{4}{(a+b)^2}\geq\dfrac{1}{4}$ (vì $a+b\leq 4$).

Áp dụng bất đẳng thức Co-si cho hai số không âm ta có: $ab+\dfrac{16}{ab}\geq 2\sqrt{ab\cdot\dfrac{16}{ab}}=8$.

Lại có $ab\leq\dfrac{(a+b)^2}{4}\Rightarrow ab\leq 4\Rightarrow\dfrac{17}{2ab}\geq\dfrac{17}{8}$.

Vậy $S\geq\dfrac{1}{4}+8+\dfrac{17}{8}=\dfrac{83}{8}$.

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $\begin{cases}a^2+b^2=2ab\\ab=\dfrac{16}{ab}\\ab=\dfrac{(a+b)^2}{4}\end{cases}\Leftrightarrow a=b=2$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của S bằng $\dfrac{83}{8}$ khi $a=b=2$.

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 60

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 NĂM HỌC 2018-2019, PHÚ THỌ

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Tìm tất cả các giá trị của x để biểu thức $\sqrt{x-2}$ có nghĩa.

(A) $x \geq 2$. (B) $x > 2$. (C) $x \leq 2$. (D) $x \geq 0$.

Lời giải.

Điều kiện xác định $x - 2 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 2$.

Chọn phương án (A)

Câu 2. Hàm số nào dưới đây là hàm số bậc nhất?

(A) $y = \sqrt{x+2}$. (B) $y = \dfrac{2}{x} + 1$. (C) $y = -2x + 1$. (D) $y = x^2$.

Lời giải.

Hàm số bậc nhất có dạng $y = ax + b$ $(a \neq 0)$.

Chọn phương án (C)

Câu 3. Tìm m biết điểm $A(1; -2)$ thuộc đường thẳng có phương trình $y = (2m-1)x + 3 + m$.

(A) $m = -\dfrac{5}{3}$. (B) $m = \dfrac{5}{3}$. (C) $m = \dfrac{4}{3}$. (D) $m = -\dfrac{4}{3}$.

Lời giải.

Thay $x = 1$, $y = -2$ vào phương trình $y = (2m-1)x + 3 + m$ ta được $m = -\dfrac{4}{3}$.

Chọn phương án (D)

Câu 4. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y = (2m-1)x + 2 + m$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

(A) $m > 0$. (B) $m < 0$. (C) $m < \dfrac{1}{2}$. (D) $m > \dfrac{1}{2}$.

Lời giải.

Hàm số $y = (2m-1)x + 2 + m$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $2m - 1 > 0 \Leftrightarrow m > \dfrac{1}{2}$.

Chọn phương án (D)

Câu 5. Hàm số nào dưới đây đồng biến khi $x < 0$ và nghịch biến khi $x > 0$?

(A) $y = -3x + 1$. (B) $y = x - 3$. (C) $y = x^2$. (D) $y = -3x^2$.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Lời giải.

Ta có

- $y = -3x + 1$ luôn nghịch biến trên $\mathbb{R}$ vì đây là hàm số bậc nhất có hệ số $a < 0$.
- $y = x - 3$ luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$ vì đây là hàm số bậc nhất có hệ số $a > 0$.
- $y = x^2$ đồng biến khi $x > 0$ và nghịch biến khi $x < 0$ vì đây là hàm số bậc hai có hệ số $a > 0$.
- $y = -3x^2$ nghịch biến khi $x > 0$ và đồng biến khi $x < 0$ vì đây là hàm số bậc hai có hệ số $a < 0$.

Chọn phương án (D)

Câu 6. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x^2 - 2(m+1)x + m^2 - 3 = 0$ vô nghiệm.

(A) $m < -2$. (B) $m \geq -2$. (C) $m > -2$. (D) $m \leq -2$.

Lời giải.

Phương trình $x^2 - 2(m+1)x + m^2 - 3 = 0$ vô nghiệm

$\Leftrightarrow \Delta' < 0 \Leftrightarrow (m+1)^2 - (m^2 - 3) < 0 \Leftrightarrow 2m + 4 < 0 \Leftrightarrow m < -2$.

Chọn phương án (A)

Câu 7. Phương trình nào dưới đây có tổng hai nghiệm bằng 3?

(A) $2x^2 + 6x + 1 = 0$. (B) $2x^2 - 6x + 1 = 0$. (C) $x^2 + 3x - 2 = 0$. (D) $x^2 - 3x + 4 = 0$.

Lời giải.

Xét các trường hợp:

- $2x^2 + 6x + 1 = 0$ có $\Delta' = 7$ và tổng hai nghiệm bằng -3.
- $2x^2 - 6x + 1 = 0$ có $\Delta' = 7$ và tổng hai nghiệm bằng 3.
- $x^2 - 3x + 4 = 0$ có $\Delta = -7$ (vô nghiệm).
- $x^2 + 3x - 2 = 0$ có $\Delta = 17$ và tổng hai nghiệm bằng -3.

Chọn phương án (B)

Câu 8. Cho tam giác ABC vuông tại A. Khẳng định nào sau đây đúng?

(A) $\cos B = \dfrac{AB}{BC}$. (B) $\cos B = \dfrac{AC}{AB}$. (C) $\cos B = \dfrac{AB}{AC}$. (D) $\cos B = \dfrac{AC}{BC}$.

Lời giải.

Vì tam giác ABC vuông tại A nên $\cos B = \dfrac{AB}{BC}$.

Chọn phương án A

Câu 9. Khẳng định nào dưới đây **sai**?

A Mọi hình thang cân đều là tứ giác nội tiếp.

B Mọi hình thoi đều là tứ giác nội tiếp.

C Mọi hình chữ nhật đều là tứ giác nội tiếp.

D Mọi hình vuông đều là tứ giác nội tiếp.

Lời giải.

Một tứ giác là tứ giác nội tiếp nếu tổng hai góc đối bằng $180°$, do vậy hình thoi không là tứ giác nội tiếp.

Chọn phương án B

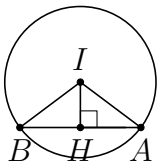
Câu 10. Cho đường tròn tâm I, bán kính $R = 5$ cm và dây cung $AB = 6$ cm. Tính khoảng cách d từ I tới đường thẳng AB.

A d $= 4$ cm. B d $= \sqrt{34}$ cm. C d $= 2$ cm. D d $= 1$ cm.

Lời giải.

Gọi H là trung điểm $AB \Rightarrow IH \perp AB$ và $HA = 3$ cm.

Xét tam giác vuông IHA có d $= IH = \sqrt{IA^2 - HA^2} = 4$ (cm).



Chọn phương án A

II. PHẦN TỰ LUẬN

Câu 1. Hai bạn Hòa và Bình có 100 quyển sách. Nếu Hòa cho Bình 10 quyển sách thì số quyển sách của Hòa bằng $\dfrac{3}{2}$ số quyển sách của Bình. Hỏi lúc đầu mỗi bạn có bao nhiêu quyển sách?

Lời giải.

Gọi số quyển sách ban đầu của Hòa là x (quyển) $(10 < x < 100, x \in \mathbb{N})$

$\Rightarrow$ số quyển sách ban đầu của Bình là $100 - x$ (quyển).

Gọi số quyển sách của Hòa sau khi cho Bình 10 quyển là $x - 10$ (quyển)

$\Rightarrow$ số quyển sách của Bình sau khi nhận của Hòa 10 quyển là $100 - x + 10 = 110 - x$ (quyển).

Theo đề bài ta có phương trình:

$$x - 10 = \frac{3}{2}(110 - x) \Leftrightarrow 2x - 20 = 330 - 3x \Leftrightarrow 5x = 350 \Leftrightarrow x = 70 \text{ (thỏa mãn).}$$

Vậy ban đầu Hòa có 70 quyển sách và Bình có 30 quyển sách.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Câu 2. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy, cho đường thẳng d đi qua $A(3;7)$ và song song với đường thẳng Δ có phương trình $y = 3x + 1$.

a) Viết phương trình đường thẳng d.

b) Tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng d và parabol $(P)\colon y = x^2$.

Lời giải.

a) Giả sử phương trình đường thẳng d có dạng $y = kx + b$. Vì $d \parallel \Delta$ nên $k = 3$.
Do d đi qua điểm $A(3;7)$ nên $3k + b = 7 \Leftrightarrow 3 \cdot 3 + b = 7 \Leftrightarrow b = -2$.
Vậy phương trình đường thẳng d là $y = 3x - 2$.

b) Phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng d và parabol (P) là

$$x^2 = 3x - 2 \Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = 2. \end{array}\right.$$

- Với $x = 1 \Rightarrow y = 1 \Rightarrow$ ta có điểm $M(1;1)$.
- Với $x = 2 \Rightarrow y = 4 \Rightarrow$ ta có điểm $N(2;4)$.

Vậy đường thẳng d cắt (P) tại hai điểm $M(1;1)$ và $N(2;4)$.

Câu 3. Cho đường tròn $(O;R)$ và điểm M cố định nằm ngoài đường tròn $(O;R)$. Từ M kẻ các tiếp tuyến MA, MB tới $(O;R)$ (với A, B là các tiếp điểm). Đường thẳng d bất kỳ đi qua M và cắt $(O;R)$ tại hai điểm phân biệt C, D (C nằm giữa M và D). Gọi N là giao điểm của AB và CD.

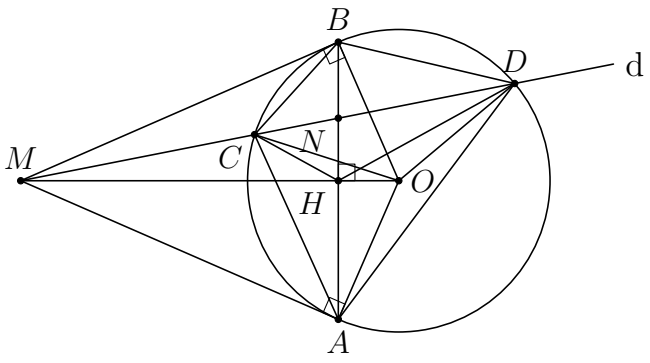
a) Chứng minh rằng tứ giác $OAMB$ nội tiếp.

b) Chứng minh rằng $\triangle ANC$ và $\triangle DNB$ đồng dạng, $\triangle AMC$ và $\triangle DMA$ đồng dạng.

c) Chứng minh rằng $\dfrac{MC}{MD} = \dfrac{NC}{ND}$.

d) Xác định vị trí của đường thẳng d để $\dfrac{1}{MD} + \dfrac{1}{ND}$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Lời giải.



a) Vì MA, MB là tiếp tuyến của đường tròn (O) nên $\widehat{MAO} = \widehat{MBO} = 90^\circ$.
Xét tứ giác $MAOB$ có $\widehat{MAO} + \widehat{MBO} = 180^\circ$ nên $MAOB$ là tứ giác nội tiếp.

b) Xét tam giác ANC và tam giác DNB có $\widehat{CAN} = \widehat{NDB}$ (góc nội tiếp cùng chắn cung $\overset{\frown}{CB}$) và $\widehat{ANC} = \widehat{DNB}$ (đối đỉnh), do đó $\triangle ANC \backsim \triangle DNB$ (g-g).
Xét tam giác AMC và tam giác DMA có $\widehat{AMD}$ chung và $\widehat{MAC} = \widehat{MDA}$ (góc nội tiếp và góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung cùng chắn cung $\overset{\frown}{AC}$), do đó $\triangle MAC \backsim \triangle MDA$ (g-g).

c) Vì $\triangle MAC \backsim \triangle MDA$ nên $\dfrac{MA}{MD} = \dfrac{MC}{MA} \Rightarrow MA^2 = MC \cdot MD$.
Gọi H là giao điểm của AB và $MO \Rightarrow AB \perp MO$ tại H.
Xét tam giác MAO vuông tại A có AH là đường cao nên

$$MA^2 = MH \cdot MO \Rightarrow MC \cdot MD = MH \cdot MO \Rightarrow \frac{MC}{MH} = \frac{MO}{MD}.$$

Xét tam giác MCH và tam giác MOD có
$\dfrac{MC}{MH} = \dfrac{MO}{MD}$ và $\widehat{OMD}$ chung nên $\triangle MCH \backsim \triangle MOD$ (g-g) $\Rightarrow \widehat{MHC} = \widehat{MDO}$.
Xét tứ giác $CHOD$ có $\widehat{MHC} = \widehat{CDO} \Rightarrow \widehat{OHC} + \widehat{CDO} = 180^\circ \Rightarrow CHOD$ là tứ giác nội tiếp $\Rightarrow \widehat{DHO} = \widehat{DCO}$ (góc nội tiếp cùng chắn cung $\overset{\frown}{DO}$).
Lại có tam giác COD cân tại O nên $\widehat{ODC} = \widehat{OCD} \Rightarrow \widehat{DHO} = \widehat{CHM}$ (vì cùng bằng $\widehat{CDO}$).
Mà $HM \perp HN$ (do $AB \perp MO$ tại H) $\Rightarrow \widehat{NHC} = \widehat{NHD} = 90^\circ - \widehat{CHM}$, do đó NH là tia phân giác trong của góc $\widehat{CHD}$.
Vì $HN \perp HM$ nên MH là tia phân giác ngoài của góc $\widehat{CHD} \Rightarrow \dfrac{MC}{MD} = \dfrac{NC}{ND} = \dfrac{HC}{HD}$.

d) Xét

$$CD\left(\frac{1}{MD} + \frac{1}{ND}\right) = \frac{CD}{MD} + \frac{CD}{ND} = \frac{MD - CM}{MD} + \frac{CN + ND}{ND}$$
$$= 1 - \frac{CM}{MD} + 1 + \frac{CN}{ND} = 2 \left(\text{do } \frac{MC}{MD} = \frac{NC}{ND}\right).$$

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Do đó $\dfrac{1}{MD}+\dfrac{1}{ND}=\dfrac{2}{CD}$.

Vì CD là dây cung nên $CD\le 2R\Rightarrow \dfrac{1}{MD}+\dfrac{1}{ND}\ge \dfrac{2}{2R}=\dfrac{1}{R}$.

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $CD=2R\Leftrightarrow d$ đi qua tâm O.

Vậy $\dfrac{1}{MD}+\dfrac{1}{ND}$ đạt giá trị nhỏ nhất khi d đi qua tâm O.

Câu 4. Cho a, b là các số thực không âm thỏa mãn $a^{2018}+b^{2018}=a^{2020}+b^{2020}$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P=(a+1)^2+(b+1)^2$.

Lời giải.

Ta có $P\le 2(a^2+1)+2(b^2+1)=2(a^2+b^2)+4$.

Áp dụng bất đẳng thức Cô-si, ta có

$$a^{2020}+a^{2020}+\cdots+1+1\ge 2020a^{2018}\ (\text{có } 2018 \text{ số } a^{2020})$$
$$b^{2020}+b^{2020}+\cdots+1+1\ge 2020b^{2018}\ (\text{có } 2018 \text{ số } b^{2020}).$$

Suy ra

$$2018(a^{2020}+b^{2020})+4\ge 2020(a^{2018}+b^{2018}).$$

Kết hợp với giả thiết ta có

$$\begin{aligned} & 2018(a^{2020}+b^{2020})+4\ge 2020(a^{2018}+b^{2018}) \\ \Leftrightarrow\ & 2018(a^{2018}+b^{2018})+4\ge 2020(a^{2018}+b^{2018}) \\ \Leftrightarrow\ & a^{2018}+b^{2018}\le 2. \end{aligned}$$

Áp dụng tiếp bất đẳng thức Cô-si, ta có

$$a^{2018}+1+1+\cdots+1\ge 1009a^2\ (\text{có } 1008 \text{ số } 1)$$
$$b^{2018}+1+1+\cdots+1\ge 1009b^2\ (\text{có } 1008 \text{ số } 1).$$

Do đó

$$1009(a^2+b^2)\le 2016+a^{2018}+b^{2018}\le 2018\Rightarrow a^2+b^2\le 2.$$

Từ đó ta có

$$P\le 2(a^2+b^2)+4\le 2\cdot 2+4=8.$$

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $a=b=1$.

Vậy giá trị lớn nhất của P là 8 khi và chỉ khi $a=b=1$.

ĐÁP ÁN

1 A **2** C **3** D **4** D **5** D **6** A **7** B **8** A **9** B **10** A

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 61

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 NĂM HỌC 2018-2019, PHÚ YÊN

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM

Học sinh chọn một phương án đúng nhất ở mỗi câu và viết phương án chọn vào bài làm (Ví dụ: Câu 1: A, Câu 2: B; Câu 3: D; ...).

Câu 1. Tìm x để biểu thức $\dfrac{1}{\sqrt{(x-2)^2}}$ có nghĩa.

(A) $x \geq 2$. (B) $x > 2$. (C) $x \neq -2$. (D) $x \neq 2$.

Lời giải.

Biểu thức có nghĩa khi $\begin{cases} (x-2)^2 \geq 0 \\ \sqrt{(x-2)^2} \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x - 2 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 2.$

Chọn phương án (D)

Câu 2. Hàm số nào sau đây là hàm số bậc nhất?

(A) $y = ax + b$. (B) $y = 1 - 2x$. (C) $y = x^2 + 1$. (D) $y = \dfrac{1}{x}$.

Lời giải.

Hàm số bậc nhất là hàm số có dạng $y = ax + b \quad (a \neq 0)$.

Theo khái niệm trên thì đáp án đúng là $y = 1 - 2x$.

Chọn phương án (B)

Câu 3. Cặp số nào sau đây **không phải** là nghiệm của phương trình $x + 2y = -1$?

(A) $(1; -1)$. (B) $(-1; 0)$. (C) $\left(0; \dfrac{1}{2}\right)$. (D) $(3; -2)$.

Lời giải.

Thay tọa độ từng điểm vào phương trình trên ta thấy $\left(0; \dfrac{1}{2}\right)$ không thỏa.

Chọn phương án (C)

Câu 4. Hệ phương trình nào sau đây **vô nghiệm**?

(A) $\begin{cases} y = 2x - 3 \\ y = x + 5 \end{cases}$. (B) $\begin{cases} y = 2x - 3 \\ y = 2x + 1 \end{cases}$. (C) $\begin{cases} y = 2x - 3 \\ 2y = 4x - 6 \end{cases}$. (D) $\begin{cases} y = 2x - 3 \\ y = -x + 3 \end{cases}$.

Lời giải.

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

Xét trong các đáp án ta thấy hệ phương trình có dạng $\begin{cases} y = a_1x + b_1 \quad (d_1) \\ y = a_2x + b_2 \quad (d_2) \end{cases}$.

Nghiệm của hệ phương trình là số giao điểm của đường thẳng (d_1) và (d_2).

Đề bài yêu cầu hệ phương trình vô nghiệm nên $(d_1) \parallel (d_2) \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = a_2 \\ b_1 \neq b_2 \end{cases}$. Nhìn vào các đáp án, chỉ có đáp án $\begin{cases} y = 2x - 3 \\ y = 2x + 1 \end{cases}$ thỏa.

Chọn phương án B

Câu 5. Cho hàm số $y = ax^2 \quad (a > 0)$. Kết luận nào sau đây là đúng?

A Hàm số đồng biến với mọi x.
B Hàm số nghịch biến với mọi x.
C Hàm số đồng biến khi $x > 0$.
D Hàm số nghịch biến khi $x > 0$.

Lời giải.

Xét hàm số $y = ax^2$ có

- Với $a > 0$ thì hàm số đồng biến khi $x > 0$ và nghịch biến khi $x < 0$.
- Với $a < 0$ thì hàm số đồng biến khi $x < 0$ và nghịch biến khi $x > 0$.

Chọn phương án C

Câu 6. Phương trình nào sau đây có hai nghiệm phân biệt?

A $x^2 + 3x - 4 = 0$. B $x^2 + 2x + 1 = 0$. C $x^2 + x + 1 = 0$. D $x^2 + 1 = 0$.

Lời giải.

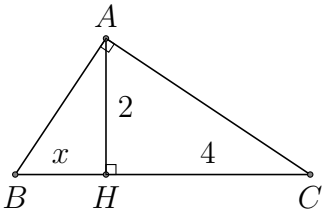
Phương trình $ax^2 + bx + c = 0 \quad (a \neq 0)$ có hai nghiệm phân biệt khi $\Delta > 0$.

Tính Δ từng đáp án, ta thấy đáp án $x^2 + 3x - 4 = 0$ thỏa.

Chọn phương án A

Câu 7.

Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH. Biết $AH = 2$, $HC = 4$. Đặt $BH = x$ (hình bên). Tính x.



A $x = \dfrac{1}{2}$. B $x = 1$. C $x = \dfrac{16}{3}$. D $x = 4$.

Lời giải.

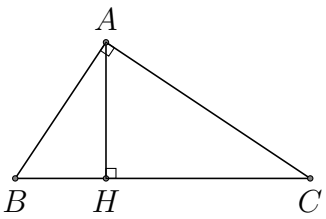
$\triangle ABC$ vuông tại A với đường cao AH có $AH^2 = BH \cdot CH \Rightarrow x = 1$.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Chọn phương án B

Câu 8.

Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH (hình bên).
Đẳng thức nào sau đây là **sai**?



A $\sin B = \dfrac{AH}{AB}$. B $\tan \widehat{BAH} = \dfrac{BH}{AH}$. C $\cos C = \dfrac{HC}{AC}$. D $\cot \widehat{HAC} = \dfrac{AH}{AC}$.

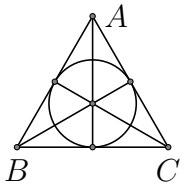
Lời giải.

$\triangle AHC$ vuông tại H có $\cot \widehat{HAC} = \dfrac{AH}{HC}$.

Chọn phương án D

Câu 9.

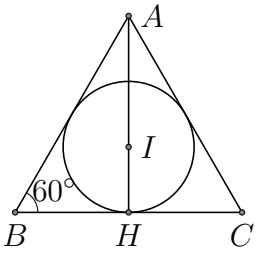
Tính chu vi $\mathcal{C}$ của tam giác đều ABC ngoại tiếp đường tròn có bán kính bằng $\sqrt{3}$ cm (hình bên).



A $C = 9$ cm. B $C = 9\sqrt{3}$ cm. C $C = 18$ cm. D $C = 18\sqrt{3}$ cm.

Lời giải.

Gọi I là tâm đường tròn nội tiếp $\triangle ABC$; AI cắt BC tại H.



Suy ra I là trọng tâm của $\triangle ABC$; AH là phân giác trong và cũng là đường cao, đường trung tuyến của $\triangle ABC$.

$\Rightarrow IH = \dfrac{1}{3}AH$ (tính chất đường trung tuyến trong tam giác)

$\Rightarrow AH = 3IH = 3\sqrt{3}$ (cm).

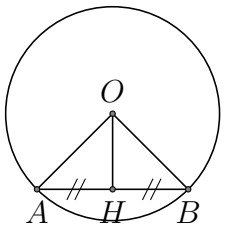
$\triangle ABH$ vuông tại H có $\sin \widehat{ABH} = \dfrac{AH}{AB} \Rightarrow AB = \dfrac{AH}{\sin 60^\circ} = 6$ cm.

Vậy chu vi tam giác đều ABC là $\mathcal{C} = 3AB = 18$ cm.

Chọn phương án C

Câu 10.

Cho đường tròn tâm O đường kính 10 cm. Gọi H là trung điểm của dây AB (hình bên). Tính độ dài đoạn OH, biết $AB = 6$ cm.



A $OH = 4$ cm. B $OH = 8$ cm. C $OH = 16$ cm. D $OH = 64$ cm.

Lời giải.

Do (O) có đường kính 10 cm nên $OA = 5$ cm.

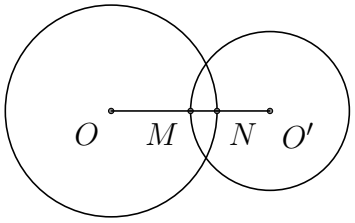
Xét (O) ta có H là trung điểm của dây cung $AB \Rightarrow OH \perp AB$ tại H (quan hệ đường kính và dây cung).

Áp dụng định lý Py-ta-go cho tam giác OAH vuông tại H có $OH^2 = OA^2 - AH^2 = 5^2 - 3^2 = 16 \Rightarrow OH = 4$ cm.

Chọn phương án A

Câu 11.

Cho đường tròn $(O, 6 \text{ cm})$ và đường tròn $(O', 5 \text{ cm})$ có đoạn nối tâm $OO' = 8$ cm. Biết đường tròn (O) và (O') cắt OO' lần lượt tại N, M (hình bên). Tính độ dài MN.



A $MN = 4$ cm. B $MN = 3$ cm. C $MN = 2$ cm. D $MN = 1$ cm.

Lời giải.

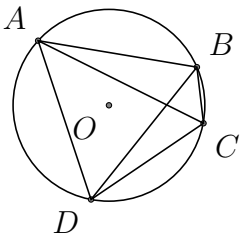
- $OM + MN = ON \Rightarrow OM + MN = 6$.
- $O'N + MN = O'M \Rightarrow O'N + MN = 5$.

Suy ra $OM + MN + O'N + MN = 11 \Rightarrow OO' + MN = 11 \Rightarrow MN = 3$ cm.

Chọn phương án B

Câu 12.

Cho tứ giác $ABCD$ nội tiếp đường tròn tâm O (hình bên). Khẳng định nào sau đây **không đúng**?



A $\overset{\frown}{ADC} = \overset{\frown}{CBA}$. B $\overset{\frown}{ADB} = \overset{\frown}{ACB}$.

C $\overset{\frown}{ADC} + \overset{\frown}{ABC} = 180°$. D $\overset{\frown}{DAB} + \overset{\frown}{DCB} = 180°$.

Lời giải.

Tứ giác $ABCD$ nội tiếp đường tròn (O) có $\overset{\frown}{ADC} + \overset{\frown}{CBA} = 180°$.

Vậy $\overset{\frown}{ADC} = \overset{\frown}{CBA}$ sai.

Chọn phương án A

II. PHẦN TỰ LUẬN

Câu 1.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

a) So sánh 5 và $2\sqrt{6}$.

b) Giải phương trình $x^4 - 4x^2 - 5 = 0$.

Lời giải.

a) Ta có $5 = \sqrt{25}$ và $2\sqrt{6} = \sqrt{2^2 \cdot 6} = \sqrt{24}$.
Vì $25 > 24$ nên $\sqrt{25} > \sqrt{24}$. Suy ra $5 > 2\sqrt{6}$.

b) $x^4 - 4x^2 - 5 = 0$.
Đặt $t = x^2$ $(t \geq 0)$, phương trình trở thành
$t^2 - 4t - 5 = 0 \Leftrightarrow (t-5)(t+1) = 0 \Leftrightarrow t = 5$ (nhận) hay $t = -1$ (loại).
Với $t = 5$ thì $x^2 = 5 \Leftrightarrow x = -\sqrt{5}$ hay $x = \sqrt{5}$.
Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \{-\sqrt{5}; \sqrt{5}\}$.

Câu 2. Cho phương trình $4x^2 - 2(m+1)x + m^2 = 0$ (m là tham số).

a) Với giá trị nào của m thì phương trình có nghiệm kép?

b) Trong trường hợp phương trình có nghiệm, dùng hệ thức Vi-ét, hãy tính tổng các bình phương hai nghiệm của phương trình.

Lời giải.

a) $\Delta' = (m+1)^2 - 4m^2 = -3m^2 + 2m + 1$.
Phương trình có nghiệm kép $\Leftrightarrow \Delta' = 0 \Leftrightarrow -3m^2 + 2m + 1 = 0 \Leftrightarrow m = 1$ hoặc $m = -\dfrac{1}{3}$.

b) Phương trình có nghiệm $\Leftrightarrow \Delta' \geq 0 \Leftrightarrow -3m^2 + 2m + 1 \geq 0$.
Theo hệ thức Vi-ét ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = \dfrac{m+1}{2} \\ x_1 x_2 = \dfrac{m^2}{4} \end{cases}$.
Tổng bình phương các nghiệm của phương trình là
$S = x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = \dfrac{(m+1)^2}{4} - \dfrac{2m^2}{4} = \dfrac{-m^2 + 2m + 1}{4}$.
Vậy $S = \dfrac{-m^2 + 2m + 1}{4}$ với điều kiện $-3m^2 + 2m + 1 \geq 0$.

Câu 3. *Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình.*
Nếu mở cả hai vòi nước chảy vào một bể cạn thì sau 3 giờ bể đầy nước. Nếu chỉ mở

một vòi thì vòi thứ nhất làm đầy bể nhanh hơn vòi thứ hai là 2 giờ 30 phút. Hỏi nếu mở riêng từng vòi thì mỗi vòi chảy bao lâu đầy bể?

Lời giải.

Gọi thời gian vòi thứ nhất chảy một mình đầy bể là x (giờ) $(x > 0)$.

Gọi thời gian vòi thứ hai chảy một mình đầy bể là y (giờ) $(y > 0)$.

Khi đó, mỗi giờ vòi thứ nhất chảy được $\frac{1}{x}$ bể và vòi thứ hai chảy được $\frac{1}{y}$ bể.

Vì nếu mở cả hai vòi nước chảy vào một bể cạn thì sau 3 giờ bể đầy nên mỗi giờ cả hai vòi chảy được $\frac{1}{3}$ bể. Do đó ta có phương trình $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{3}$ (1).

Vòi thứ nhất làm đầy bể nhanh hơn vòi thứ hai là 2 giờ 30 phút $= \frac{5}{2}$ (giờ) nên ta có phương trình $x + \frac{5}{2} = y$ (2).

Thay (2) vào (1) ta có $\frac{1}{x} + \frac{1}{x + \frac{5}{2}} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow x = 5$ (nhận) hay $x = -\frac{3}{2}$ (loại).

Suy ra $y = 5 + \frac{5}{2} = 7{,}5$ (nhận).

Vậy thời gian vòi thứ nhất chảy một mình đầy bể là 5 giờ, thời gian vòi thứ hai chảy một mình đầy bể là 7,5 giờ.

Câu 4. Cho đường tròn $(O; R)$ đường kính AB. Gọi d là tiếp tuyến của đường tròn tại A. C là điểm chuyển động trên đường thẳng d. BC cắt (O) tại D $(D \neq B)$. Gọi E là trung điểm của BD.

a) Chứng minh rằng $OACE$ là tứ giác nội tiếp.

b) Chứng minh rằng $BE \cdot BC = 2R^2$.

c) Tìm tập hợp các tâm I của đường tròn ngoại tiếp tam giác AEC.

Lời giải.

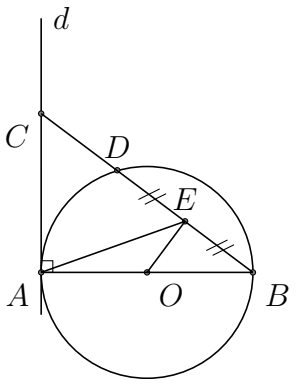
a) Chứng minh rằng $OACE$ là tứ giác nội tiếp.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Vì E là trung điểm của BD nên $OE \perp BD$ (quan hệ đường kính và dây cung).

Xét tứ giác $OACE$ có $\widehat{OAC} + \widehat{OEC} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$

$\Rightarrow$ Tứ giác $OACE$ nội tiếp (tứ giác có tổng hai góc đối bằng 180°).



b) Chứng minh rằng $BE \cdot BC = 2R^2$.

Xét $\triangle BOE$ và $\triangle BCA$ có $\begin{cases} \widehat{ABC} \text{ chung} \\ \widehat{BEO} = \widehat{BAC} = 90^\circ \end{cases}$.

$\Rightarrow \triangle BOE \backsim \triangle BCA$ (g-g)

$\Rightarrow \dfrac{BE}{BA} = \dfrac{BO}{BC} \Rightarrow BE \cdot BC = BA \cdot BO = 2RR = 2R^2$.

c) Tìm tập hợp các tâm I của đường tròn ngoại tiếp tam giác AEC.

Ta có tứ giác $OACE$ nội tiếp $\Rightarrow$ đường tròn ngoại tiếp tam giác ACE chính là đường tròn ngoại tiếp tứ giác $OACE$.

$\Rightarrow$ Tâm I thuộc đường trung trực của OA.

Mà OA cố định nên trung trực của OA cố định.

Suy ra khi C di chuyển trên đường thẳng d thì tâm I của đường tròn ngoại tiếp tam giác ACE di chuyển trên trung trực của OA.

Vậy tập hợp các điểm I cần tìm là đường trung trực của OA.

ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM

1 D	**3** C	**5** C	**7** B	**9** C	**11** B
2 B	**4** B	**6** A	**8** D	**10** A	**12** A

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 62

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 NĂM HỌC 2018-2019, QUẢNG NGÃI

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

Câu 1. Giải hệ phương trình $\begin{cases} 3x-2y=-3 \\ 2x+2y=8. \end{cases}$

Lời giải.

$$\begin{cases} 3x-2y=-3 \\ 2x+2y=8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x=5 \\ x+y=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=3. \end{cases}$$

Hệ có nghiệm $(1;3)$.

Câu 2. Giải phương trình $x^2+5x+6=0$.

Lời giải.

Ta có $\Delta = 25-4\cdot 6=1$. Phương trình có hai nghiệm phân biệt là $x=-2$, $x=-3$.

Câu 3. Cho Parabol $(P): y=x^2$ và đường thẳng $(d): y=-x+2$.

a) Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d).

b) Xác định m để (P), (d) và đường thẳng $(d'): y=5mx+6$ cùng đi qua một điểm.

Lời giải.

a) Tọa độ giao điểm của (P) và (d) là nghiệm của hệ phương trình sau

$$\begin{cases} y=x^2 \\ y=-x+2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2+x-2=0 \\ y=-x+2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-2 \end{array}\right. \\ y=x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} (x;y)=(1;1) \\ (x;y)=(-2;4). \end{array}\right.$$

Tọa độ các giao điểm là $(1;1)$, $(-2;4)$.

b) Để (P), (d) và (d') đi qua cùng một điểm khi và chỉ khi

$$\left[\begin{array}{l} 1=5m\cdot 1+6 \\ 4=5m\cdot(-2)+6 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=-1 \\ m=\dfrac{1}{5}. \end{array}\right.$$

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

Tất cả các giá trị m cần tìm là $m \in \left\{-1; \frac{1}{5}\right\}$.

Câu 4. Cho phương trình $x^2 - 2mx + 2m - 3 = 0$ với m là tham số.

a) Chứng minh rằng phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m.

b) Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình đã cho. Tìm các giá trị nguyên của m để biểu thức $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$ nhận giá trị là một số nguyên.

Lời giải.

a) Ta có $\Delta = 4m^2 - 4(2m-3) = 4m^2 - 8m + 12 = 4(m^2 - 2m + 3) = 4[(m-1)^2 + 2] > 0, \quad \forall m$.

Vậy phương trình có hai nghiệm phân biệt với mọi giá trị của m.

b) Theo định lí Vi-ét có

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m \\ x_1 \cdot x_2 = 2m - 3. \end{cases}$$

Xét $m \in \mathbb{Z}$. Khi đó, $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_1 + x_2}{x_1 \cdot x_2} = \frac{2m}{2m-3} = \frac{2m-3+3}{2m-3} = 1 + \frac{3}{2m-3}$.

Biểu thức $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$ nhận giá trị là một số nguyên khi và chỉ khi $2m - 3 \in \{\pm 1; \pm 3\}$.

Xét các trường hợp sau

- $2m - 3 = 1 \Leftrightarrow m = 2$.
- $2m - 3 = -1 \Leftrightarrow m = 1$.
- $2m - 3 = 3 \Leftrightarrow m = 3$.
- $2m - 3 = -3 \Leftrightarrow m = 0$.

Vậy $m \in \{0; 1; 2; 3\}$.

Câu 5. Một trường học A có tổng số giáo viên là 80. Hiện tại, tuổi trung bình của giáo viên là 35. Trong đó, tuổi trung bình của giáo viên nữ là 32 và tuổi trung bình của giáo viên nam là 38. Hỏi trường học đó có bao nhiêu giáo viên nữ và bao nhiêu giáo viên nam?

Lời giải.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

- Gọi số giáo viên nam của trường là x (giáo viên), $(0 < x < 80, x \in \mathbb{N})$.
- Gọi số giáo viên nữ của trường là y (giáo viên), $(0 < y < 80, x \in \mathbb{N})$.

Khi đó, ta có $x + y = 80$. (1)

Tuổi trung bình của giáo viên nam là 38 nên tổng số tuổi của x giáo viên nam là $38x$ tuổi.

Tuổi trung bình của giáo viên nữ là 32 nên tổng số tuổi của y giáo viên nữ là $32y$ tuổi.

Tổng số tuổi của giáo viên toàn trường là $80 \cdot 35 = 2800$ (tuổi).

Theo đề bài ta có phương trình $38x + 32y = 2800 \Leftrightarrow 19x + 16y = 1400$. (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} x + y = 80 \\ 19x + 16y = 1400 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 40 \\ y = 40. \end{cases}$$

Vậy trường đó có 40 giáo viên nam và 40 giáo viên nữ.

Câu 6. Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp đường tròn (O, R). Các đường cao AD, BE và CF cắt nhau tại H.

a) Chứng minh các tứ giác $BFHD, BFEC$ nội tiếp.

b) Chứng minh $BD \cdot BC = BH \cdot BE$.

c) Kẻ AD cắt cung BC tại M. Chứng minh D là trung điểm của MH.

d) Tính độ dài đường tròn ngoại tiếp tam giác BHC theo R.

Lời giải.

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

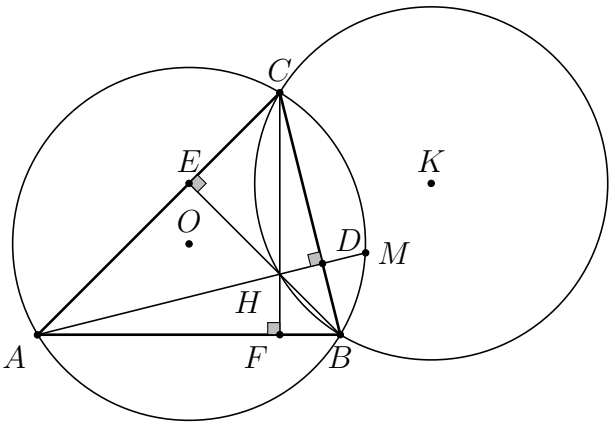
a) Vì $BF \perp CF$ và $BD \perp AD$ nên

$$\overset{\frown}{HFB} + \overset{\frown}{BDH} = 180^\circ.$$

Do đó, tứ giác $BFHD$ nội tiếp đường tròn. Vì $BF \perp CF$ và $BE \perp AC$ nên

$$\overset{\frown}{CFB} = \overset{\frown}{BEC} = 90^\circ.$$

Do đó, tứ giác $BFEC$ nội tiếp đường tròn.



Xét tam giác BHD và tam giác BEC có:

$\overset{\frown}{EBC}$ chung; $\overset{\frown}{BDH} = \overset{\frown}{BEC} = 90^\circ$.

Vậy $\triangle BHD \backsim \triangle BCE$. Suy ra $\dfrac{BH}{BC} = \dfrac{BD}{BE}$ hay $BD \cdot BC = BH \cdot BE$.

b) Vì $\begin{cases} \overset{\frown}{EBC} + \overset{\frown}{ACB} = 90^\circ \\ \overset{\frown}{DAC} + \overset{\frown}{ACB} = 90^\circ \end{cases} \Rightarrow \overset{\frown}{EBC} = \overset{\frown}{DAC}.$

Mà $\overset{\frown}{DAC} = \overset{\frown}{MBC}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung MC). Suy ra $\overset{\frown}{MBC} = \overset{\frown}{EBC}$.

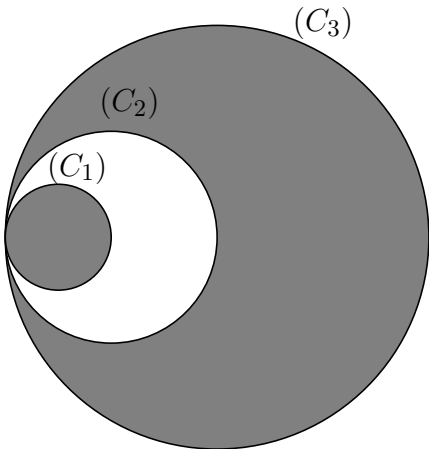
Hay BC là phân giác của góc MBE. Xét tam giác MBH có DB là phân giác đồng thời là đường cao. Vậy tam giác BMH cân tại B. Đường cao BD đồng thời là đường trung tuyến nên D là trung điểm của MH.

c) Gọi đường tròn ngoại tiếp tam giác HBC là $(K; R')$. Theo câu b) ta có BC là đường trung trực của đoạn HM, do đó H đối xứng với M qua đường thẳng BC. Khi H di chuyển trên đường tròn ngoại tiếp tam giác HBC thì M di chuyển trên đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC. Do đó, đường tròn $(K; R')$ đối xứng với đường tròn $(O; R)$ qua BC. Vậy $R' = R$, suy ra độ dài đường tròn $(K; R')$ là $2\pi R$.

Câu 7.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Cho ba đường tròn C_1, C_2 và C_3. Biết đường tròn C_1 tiếp xúc với đường tròn C_2 và đi qua tâm của đường tròn C_2; đường tròn C_2 tiếp xúc với đường tròn C_3 và đi qua tâm của đường tròn C_3; cả ba đường tròn tiếp xúc nhau (*như hình vẽ*). Tính tỉ số diện tích giữa phần tô đậm và phần không tô đậm (bên trong đường tròn C_3).

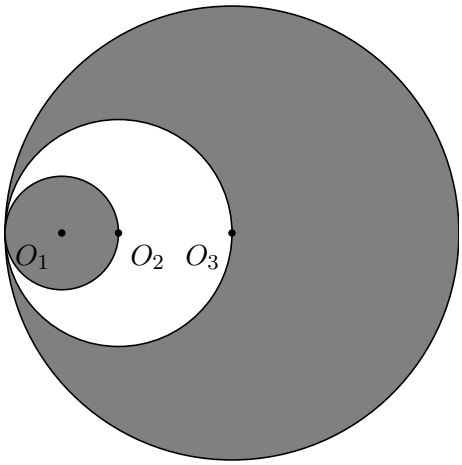


Lời giải.

Gọi R_1, R_2, R_3 lần lượt là bán kính các đường tròn $(C_1), (C_2), (C_3)$. Giả sử bán kính $R_1 = 1$, suy ra $R_2 = 2, R_3 = 4$.

Diện tích của các hình tròn $(C_1), (C_2), (C_3)$ lần lượt là

$$S_1 = \pi R_1^2 = \pi; S_2 = \pi R_2^2 = 4\pi; S_3 = \pi R_3^2 = 16\pi.$$



Gọi S, S' lần lượt là diện tích của phần tô đậm và diện tích của phần không tô đậm trong hình vẽ bên.

Diện tích phần tô đậm là

$$S = S_3 - S_2 + S_1 = 16\pi - 4\pi + \pi = 13\pi.$$

Vậy tỉ số diện tích phần tô đậm và phần không tô đậm là $\dfrac{S}{S'} = \dfrac{13\pi}{3\pi} = \dfrac{13}{3}$.

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 63

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 NĂM HỌC 2018-2019, QUẢNG NINH

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Câu 1. Thực hiện phép tính: $\dfrac{\sqrt{27}}{\sqrt{3}}$.

Lời giải.

Ta có $\dfrac{\sqrt{27}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\dfrac{27}{3}} = \sqrt{9} = 3$.

Câu 2. Rút gọn biểu thức: $P = \left(\dfrac{\sqrt{x}}{3+\sqrt{x}} + \dfrac{9+x}{9-x}\right) \cdot (3\sqrt{x} - x)$ với $x \geq 0$ và $x \neq 9$.

Lời giải.

Điều kiện: $x \geq 0;\ x \neq 9$. Ta có

$$\begin{aligned} P &= \left(\frac{\sqrt{x}}{3+\sqrt{x}} + \frac{9+x}{9-x}\right) \cdot (3\sqrt{x} - x) \\ &= \left(\frac{\sqrt{x}\,(3-\sqrt{x})}{(3+\sqrt{x})\,(3-\sqrt{x})} + \frac{9+x}{(3+\sqrt{x})\,(3-\sqrt{x})}\right) \cdot (3\sqrt{x} - x) \\ &= \frac{9+3\sqrt{x}}{(3+\sqrt{x})\,(3-\sqrt{x})} \cdot \sqrt{x} \cdot (3-\sqrt{x}) \\ &= 3\sqrt{x}. \end{aligned}$$

Câu 3. Xác định các hệ số a, b để đồ thị hàm số $y = ax + b$ đi qua hai điểm $A(2;-2)$ và $B(-3;2)$.

Lời giải.

Đồ thị hàm số $y = ax + b$ đi qua hai điểm $A(2;-2)$ và $B(-3;2)$ nên ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} 2a + b = -2 \\ -3a + b = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5a = -4 \\ 2a + b = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\dfrac{4}{5} \\ b = -\dfrac{2}{5}. \end{cases}$$

Vậy $a = -\dfrac{4}{5}; b = -\dfrac{2}{5}$.

Câu 4. Giải phương trình: $x^2 - 4x + 4 = 0$.

Lời giải.

Ta có

$$x^2 - 4x + 4 = 0 \Leftrightarrow (x-2)^2 = 0 \Leftrightarrow x = 2.$$

Vậy phương trình có nghiệm $x = 2$.

Câu 5. Tìm giá trị của m để phương trình $x^2 - 2(m+1)x + m^2 + 3 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thoả mãn $|x_1| + |x_2| = 10$.

Lời giải.

Phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 khi và chỉ khi

$$\Delta' \geq 0 \Leftrightarrow (m+1)^2 - (m^2+3) \geq 0 \Leftrightarrow 2m - 2 \geq 0 \Leftrightarrow m \geq 1.$$

Khi đó, áp dụng định lý Vi-ét ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m+1) \\ x_1 \cdot x_2 = m^2 + 3 \end{cases}$.

Vì $x_1 \cdot x_2 = m^2 + 3 > 0,\ \forall m \geq 1$ nên $|x_1 \cdot x_2| = x_1 \cdot x_2 = m^2 + 3$. Khi đó ta có:

$$\begin{aligned} |x_1| + |x_2| = 10 &\Leftrightarrow (|x_1| + |x_2|)^2 = 100 \\ &\Leftrightarrow x_1^2 + 2|x_1 \cdot x_2| + x_2^2 = 100 \\ &\Leftrightarrow x_1^2 + 2x_1 \cdot x_2 + x_2^2 = 100 \\ &\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 = 100. \end{aligned}$$

Mà $x_1 + x_2 = 2(m+1)$ nên ta có

$$4(m+1)^2 = 100 \Leftrightarrow (m+1)^2 = 25 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} m = 4 & \text{(thoả mãn)} \\ m = -6 & \text{(loại).} \end{array}\right.$$

Vậy $m = 4$ thoả mãn đề bài.

Câu 6. *Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:*

Một xe ô tô đi từ A đến B theo đường quốc lộ cũ dài 156 km với vận tốc không đổi. Khi từ B về A, xe đi đường cao tốc mới nên quãng đường giảm được 36 km so với lúc đi và vận tốc tăng so với lúc đi là 32 km/h. Tính vận tốc ô tô khi đi từ A đến B, biết thời gian đi nhiều hơn thời gian về là 1 giờ 45 phút.

Lời giải.

Đổi: 1 giờ 45 phút $= \dfrac{7}{4}$ giờ.

Gọi vận tốc của ô tô khi đi từ A đến B là x km/h $(x > 0)$.

Thời gian ô tô đi từ A đến B là $\dfrac{156}{x}$ giờ.

Quãng đường lúc về là 120 km và vận tốc của ô tô lúc về là $x + 32$ km/h nên thời gian

ô tô đi từ B về A là $\dfrac{120}{x+32}$ giờ.
Theo bài ra ta có phương trình

$$\begin{aligned}\frac{156}{x}-\frac{120}{x+32}=\frac{7}{4} &\Leftrightarrow \frac{36x+4992}{x(x+32)}=\frac{7}{4}\\ &\Leftrightarrow 4(36x+4992)=7x(x+32)\\ &\Leftrightarrow 7x^2+80x-19968=0\\ &\Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll}x=48 & \text{(thoả mãn)}\\ x=-\dfrac{416}{7} & \text{(loại).}\end{array}\right.\end{aligned}$$

Vậy vận tốc của ô tô khi đi từ A đến B là 48 km/h.

Câu 7. Cho đường tròn tâm O, đường kính $AB=2R$. Trên đường tròn (O) lấy điểm C bất kì (C không trùng với A và B). Tiếp tuyến của đường tròn (O) tại A cắt tia BC ở điểm D. Gọi H là hình chiếu của A trên đường thẳng DO. Tia AH cắt đường tròn (O) tại điểm F (không trùng với A). Chứng minh:

a) $DA^2=DC\cdot DB$.

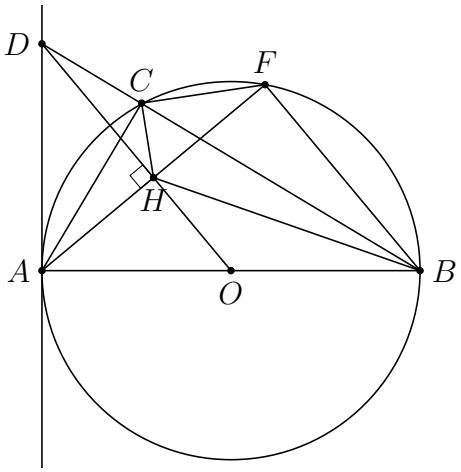
b) Tứ giác $AHCD$ nội tiếp.

c) $CH\perp CF$.

d) $\dfrac{BH\cdot BC}{BF}=2R$.

Lời giải.

a) Ta có $\widehat{ACB}=90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn tâm O) nên $AC\perp CB$ hay $AC\perp BD$.
Vì AD là tiếp tuyến của đường tròn tâm O tại A nên $\widehat{DAB}=90^\circ$.
Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông ABD ta có $DA^2=DC\cdot DB$.



b) Ta có $\widehat{AHD}=\widehat{ACD}=90^\circ$ nên C,H cùng nhìn cạnh AD dưới một góc vuông nên tứ giác $AHCD$ nội tiếp.

c) Tứ giác $ADCH$ nội tiếp nên suy ra $\widehat{HCB}=\widehat{DAH}$.
Mà $\widehat{FCB}=\widehat{FAB}$ nên $\widehat{HCF}=\widehat{HCB}+\widehat{FCB}=\widehat{DAH}+\widehat{FAB}=90^\circ$, hay $CH\perp CF$.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

d) Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông ADO ta có $OA^2 = OH \cdot OD$, mà $OA = OB$ nên $OB^2 = OH \cdot OD \Rightarrow \dfrac{OB}{OH} = \dfrac{OD}{OB} \Rightarrow \triangle OBD \backsim \triangle OHB$ (c.g.c) $\Rightarrow \widehat{ODB} = \widehat{OBH}$.
Lại có $\widehat{ODB} = \widehat{CAH} = \widehat{CBF} \Rightarrow \widehat{OBH} = \widehat{CBF} \Rightarrow \widehat{ABC} = \widehat{HBF}$.
Mà $\widehat{ACB} = \widehat{HFB} = 90^\circ \Rightarrow \triangle ABC \backsim \triangle HBF \Rightarrow \dfrac{AB}{HB} = \dfrac{BC}{BF} \Rightarrow \dfrac{BH \cdot BC}{BF} = AB = 2R$.

Câu 8. Cho x, y là các số thực dương thoả mãn $xy + 1 \leq x$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $Q = \dfrac{x+y}{\sqrt{3x^2 - xy + y^2}}$.

Lời giải.

Ta có $xy + 1 \leq x \Rightarrow y + \dfrac{1}{x} \leq 1$.

Áp dụng bất đẳng thức Cô-si ta có

$$1 \geq y + \frac{1}{x} \geq 2\sqrt{\frac{y}{x}} \Rightarrow \frac{y}{x} \leq \frac{1}{4} \Rightarrow x - 4y \geq 0.$$

Khi đó $Q = \dfrac{x+y}{\sqrt{3x^2 - xy + y^2}} = \dfrac{x+y}{\sqrt{\dfrac{9}{5}(x+y)^2 + \dfrac{1}{5}(x-4y)(6x+y)}} \leq \dfrac{x+y}{\sqrt{\dfrac{9}{5}(x+y)^2}} = \dfrac{\sqrt{5}}{3}$.

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $\begin{cases} xy + 1 = x \\ x = 4y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = \dfrac{1}{2} \end{cases}$.

Vậy giá trị lớn nhất của Q là $\dfrac{\sqrt{5}}{3}$.

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 64

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 NĂM HỌC 2018-2019, QUẢNG TRỊ

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Câu 1.

a) Bằng các phép biến đổi đại số hãy rút gọn biểu thức $A = 2\sqrt{5} + 3\sqrt{45}$.

b) Giải phương trình $x^2 - 6x + 5 = 0$.

Lời giải.

a) Ta có $A = 2\sqrt{5} + 3\sqrt{5 \cdot 3^2} = 2\sqrt{5} + 9\sqrt{5} = 11\sqrt{5}$.

b) Do $a + b + c = 1 - 6 + 5 = 0$ nên phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt $x_1 = 1; x_2 = 5$.

Câu 2. Cho hai hàm số $y = x^2$ và $y = -x + 2$.

a) Vẽ đồ thị của hai hàm số này trên cùng một hệ trục tọa độ.

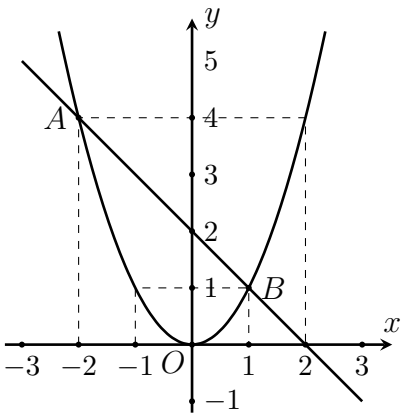
b) Tìm tọa độ giao điểm của hai đồ thị đó bằng phương pháp đại số.

Lời giải.

a) Đồ thị hàm số $y = -x - 2$ là đường thẳng d đi qua các điểm $(0; 2)$ và $(2; 0)$.
Ta có bảng giá trị của hàm số $y = x^2$

x	-2	-1	0	1	2
y	4	1	0	1	4

Đồ thị hàm số $y = x^2$ là Parabol (P) đi qua các điểm $(-2; 4), (-1; 1); (0; 0), (2; 4), (1; 1)$.



b) Hoành độ giao điểm của hai đồ thị là nghiệm của phương trình

$$-x+2=x^2 \Leftrightarrow x^2+x-2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-2. \end{array}\right.$$

Vậy hai đồ thị của hai hàm số đã cho cắt nhau tại hai điểm $A(-2;4)$ và $B(1;1)$.

Câu 3. Cho phương trình $x^2-2x+m+3=0$ (1) (với m là tham số).

a) Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình (1) có nghiệm.

b) Gọi x_1, x_2 là các nghiệm của phương trình (1). Tìm tất cả các giá trị của m để $x_1^2+x_2^2-3x_1x_2-4=0$.

Lời giải.

a) Ta có $\Delta' = 1-m-3=-m-2$.

Phương trình đã cho có nghiệm khi và chỉ khi $\Delta' \geq 0 \Leftrightarrow m \leq -2$.

b) Với $m \leq -2$ thì phương trình đã cho có hai nghiệm x_1, x_2.

Theo định lý Vi-ét ta có $\left\{\begin{array}{l} x_1+x_2=2 \\ x_1 \cdot x_2 = m+3. \end{array}\right.$

Theo bài ra ta có $x_1^2+x_2^2-3x_1x_2-4=0 \Leftrightarrow (x_1+x_2)^2-5x_1\cdot x_2-4=0$.

Từ đó suy ra $4-5(m+3)-4=0 \Leftrightarrow m=-3$ (thỏa mãn điều kiện $m \leq -2$).

Vậy $m=-3$ là giá trị cần tìm.

Câu 4. Một mảnh đất hình chữ nhật có diện tích $360\,\text{m}^2$. Nếu tăng chiều rộng lên $2\,\text{m}$ và giảm chiều dài đi $6\,\text{m}$ thì diện tích mảnh đất không đổi. Tính chu vi của mảnh đất ban đầu.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Lời giải.

Gọi chiều rộng của mảnh đất đã cho là $x\,(\text{m})$, $(0 < x < 360)$.

Gọi chiều dài của mảnh đất đã cho là $y\,(\text{m})$, $(6 < y < 360, y > x)$.

Khi đó diện tích của mảnh đất là $x \cdot y = 360\,\text{m}^2$. (1)

Tăng chiều rộng lên $2\,\text{m}$ thì chiều rộng mới là $x + 2\,(\text{m})$.

Giảm chiều dài lên $6\,\text{m}$ thì chiều dài mới là $y - 6\,(\text{m})$.

Theo giả thiết, diện tích của mảnh đất không đổi nên ta có phương trình

$$(x+2)(y-6) = xy \Leftrightarrow 2y - 6x - 12 = 0 \Leftrightarrow y - 3x - 6 = 0 \Leftrightarrow y = 3x + 6 = 0. \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình $\begin{cases} xy = 360 \\ y = 3x + 6 \end{cases}$ (3).

$$\text{Ta có (3)} \Leftrightarrow \begin{cases} xy(3x+6) = 360 \\ y = 3x + 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 2x - 120 = 0 \\ y = 3x + 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x = 10 \quad \text{(thỏa mãn)} \\ x = -12 \quad \text{(không thỏa mãn)} \end{array}\right. \\ y = 3x + 6 \end{cases}.$$

Vậy $\begin{cases} x = 10 \\ y = 36 \end{cases}$ suy ra chu vi của mảnh vườn lúc đầu là $2 \cdot (10 + 36) = 92\,\text{m}$.

Câu 5. Cho đường tròn (O) đường kính $AB = 6\,\text{cm}$. Gọi H là điểm thuộc đoạn thẳng AB sao cho $AH = 1\,\text{cm}$. Qua H vẽ đường thẳng vuông góc với AB, đường thẳng này cắt đường tròn (O) tại C và D. Hai đường thẳng BC và AD cắt nhau tại M. Gọi N là hình chiếu vuông góc của điểm M trên đường thẳng AB.

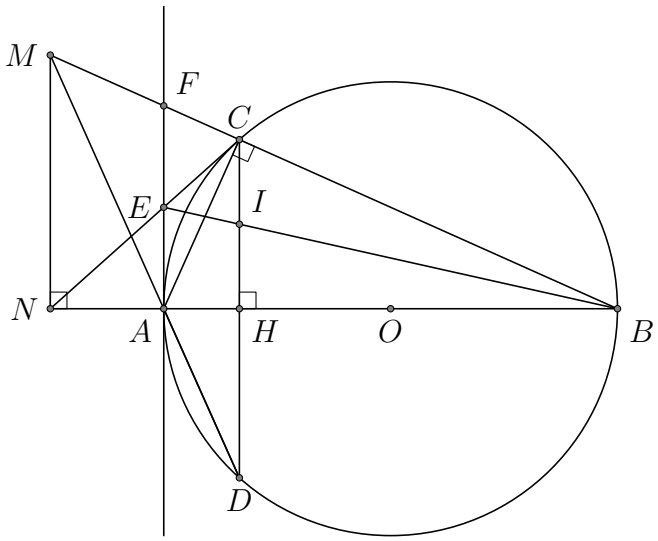
a) Chứng minh tứ giác $MNAC$ nội tiếp.

b) Tính độ dài CH và $\tan \widehat{ABC}$.

c) Chứng minh NC là tiếp tuyến của đường tròn (O).

d) Tiếp tuyến tại A của đường tròn (O) cắt NC ở E. Chứng minh đường thẳng EB đi qua trung điểm của đoạn CH.

Lời giải.



a) Theo giả thiết ta có $\widehat{ACM} = \widehat{ACB} = 90°$.

Tứ giác $MNAC$ có $\widehat{ACM} = \widehat{MNA} = 90°$, suy ra $MNAC$ là tứ giác nội tiếp.

b) Ta có $BH = AB - AH = 5\,\text{cm}$.

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông ACB có

$AH^2 = HA \cdot HB = 1 \cdot 5 = 5 \Rightarrow AH = 5\,(\text{cm})$.

Từ đó suy ra $\tan \widehat{ABC} = \dfrac{HA}{HB} = \dfrac{\sqrt{5}}{5}$.

c) Ta có $MN \perp AB; CH \perp AB \Rightarrow MN \parallel CH \Rightarrow \widehat{AMN} = \widehat{ADC}$.

Mà $\widehat{AMN} = \widehat{ACN}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung AN), suy ra $\widehat{ACN} = \widehat{ADC}$.

Mặt khác $\widehat{ADC}$ là góc nội tiếp chắn cung AC, $\widehat{ACN}$ là góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung chắn cung AC nên ta suy ra CN là tiếp tuyến của đường tròn (O) tại điểm C.

d) Ta có $EA = EC$. (1)

Từ (1) ta có tam giác EAC cân tại E, suy ra $\widehat{EAC} = \widehat{ECA}$.

$\Rightarrow 90° - \widehat{EAC} = 90° - \widehat{ECA} \Leftrightarrow \widehat{EFC} = \widehat{ECF} \Rightarrow \Delta EFC$ cân tại E, suy ra $EC = EF$. (2)

Từ (1) và (2) ta có $EA = EC = EF$.

Mặt khác do $AF \perp AB$ và $CH \perp AB$ nên $AF \parallel CH$.

Gọi I là giao điểm của BE và AF, áp dụng định lý Ta-lét ta có

$\dfrac{HI}{AE} = \dfrac{BI}{BE}; \dfrac{CI}{EF} = \dfrac{BI}{BE} \Rightarrow \dfrac{HI}{AE} = \dfrac{CI}{EF}$.

Theo giả thiết ta có $AE = EF$, suy ra $HI = CI$. Từ đó ta có I là trung điểm HC.

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 65

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 NĂM HỌC 2018-2019, TÂY NINH

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

.

Câu 1. Tính giá trị của biểu thức $T = \sqrt{16} + 5$.

Lời giải.

Ta có $T = \sqrt{16} + 5 = 4 + 5 = 9$.

Câu 2. Giải phương trình $2x - 3 = 1$.

Lời giải.

Phương trình $2x - 3 = 1 \Leftrightarrow 2x = 4 \Leftrightarrow x = 2$.

Vậy phương trình có tập nghiệm: $S = \{2\}$.

Câu 3. Tìm giá trị của m để đường thẳng $d : y = 3x + m - 2$ đi qua điểm $A(0; 1)$.

Lời giải.

Trong phương trình của d, thay $x = 0$, $y = 1$ ta được

$$1 = 3 \cdot 0 + m - 2 \Leftrightarrow m = 3.$$

Vậy $m = 3$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

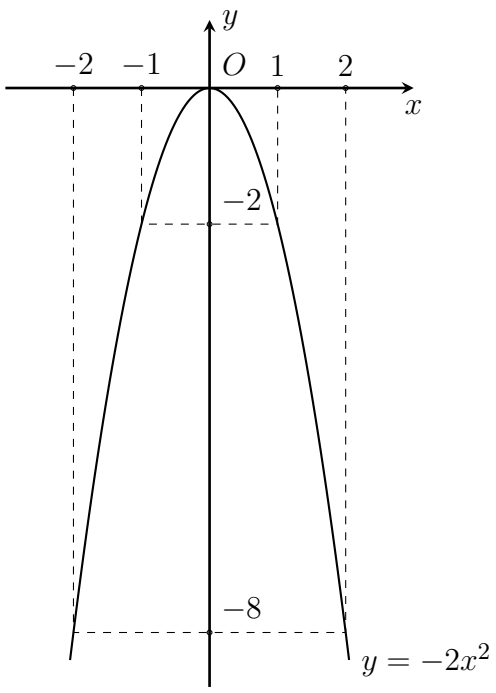
Câu 4. Vẽ đồ thị hàm số $y = -2x^2$.

Lời giải.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Bảng giá trị

x	-2	-1	0	1	2
y	-8	-2	0	-2	-8



Câu 5. Giải hệ phương trình $\begin{cases} 3x-2y=4 \\ x+3y=5 \end{cases}$.

Lời giải.

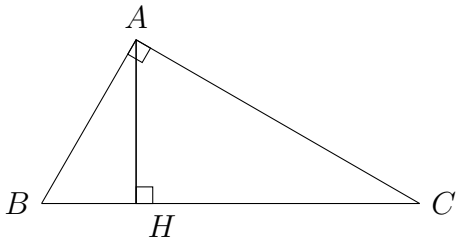
Ta có

$$\begin{cases} 3x-2y=4 \\ x+3y=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x-2y=4 \\ 3x+9y=15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+3y=5 \\ 11y=11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=5-3y \\ y=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=1. \end{cases}$$

Câu 6. Cho tam giác ABC vuông tại A có đường cao AH ($H \in BC$). Biết $AB = 3a$, $AH = \dfrac{12a}{5}$. Tính theo a độ dài của AC và BC.

Lời giải.

Xét tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH, ta có



$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2}$$
$$\Rightarrow \frac{1}{\left(\frac{12a}{5}\right)^2} = \frac{1}{(3a)^2} + \frac{1}{AC^2}$$
$$\Leftrightarrow \frac{25}{144a^2} = \frac{1}{9a^2} + \frac{1}{AC^2}$$
$$\Leftrightarrow \frac{1}{16a^2} = \frac{1}{AC^2} \Leftrightarrow AC^2 = 16a^2 \Rightarrow AC = 4a.$$

Áp dụng định lý Py-ta-go cho tam giác ABC vuông tại A, ta được

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 \Rightarrow BC = \sqrt{AB^2+AC^2} = \sqrt{(3a)^2+(4a)^2} = 5a.$$

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

Câu 7. Tìm giá trị của m để phương trình $2x^2 - 5x + 2m - 1 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1 và x_2 thỏa mãn $\dfrac{1}{x_1} + \dfrac{1}{x_2} = \dfrac{5}{2}$.

Lời giải.

Phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 khi và chỉ khi

$$\begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 \neq 0 \\ (-5)^2 - 4 \cdot 2(2m-1) > 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow 25 - 16m + 8 > 0 \Leftrightarrow 33 - 16m > 0 \Leftrightarrow m < \frac{33}{16}. \qquad (1)$$

Theo công thức Viète ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = \dfrac{5}{2} \\ x_1 x_2 = \dfrac{2m-1}{2} \end{cases}$.

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{5}{2} \Leftrightarrow \frac{x_1 + x_2}{x_1 x_2} = \frac{5}{2} \Leftrightarrow \frac{\dfrac{5}{2}}{\dfrac{2m-1}{2}} = \frac{5}{2} \Leftrightarrow \frac{2}{2m-1} = 1.$$

Giải phương trình trên, ta được nghiệm $m = \dfrac{3}{2}$, nghiệm này không thỏa mãn điều kiện (1). Vậy không tồn tại m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 8. Một đội máy xúc được thuê đào 20000 m^3 đất để mở rộng hồ Dầu Tiếng. Ban đầu đội dự định đào mỗi ngày đào một lượng đất nhất định để hoàn thành công việc, nhưng khi đào được 5000 m^3 đất thì đội tăng cường thêm một số máy xúc nên mỗi ngày đào thêm được 100 m^3, do đó hoàn thành công việc trong 35 ngày. Hỏi ban đầu đội dự định mỗi ngày đào bao nhiêu m^3 đất?

Lời giải.

Gọi x (m^3) là lượng đất đội dự định đào trong một ngày, ($x > 0$).

Thời gian đội đào 5000 m^3 đất là $\dfrac{5000}{x}$ (ngày).

Thời gian đội đào phần đất còn lại sau khi tăng số máy là $\dfrac{20000 - 5000}{x + 100} = \dfrac{15000}{x + 100}$ (ngày).

Theo đề bài ta có phương trình

$$\begin{aligned} & \frac{5000}{x} + \frac{15000}{x + 100} = 35 \\ \Leftrightarrow\ & 5000(x + 100) + 15000x = 35x(x + 100) \\ \Leftrightarrow\ & 1000(x + 100) + 3000x = 7x(x + 100) \\ \Leftrightarrow\ & 7x^2 - 3300x - 100000 = 0. \end{aligned}$$

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Xét phương trình bậc hai $x^2 - 3300x - 100000 = 0$ có $a = 7$, $b = -3300$, $c = -100000$.

$\Delta = b^2 - 4ac = (-3300)^2 - 4 \cdot 7 \cdot (-100000) = 13690000 > 0$.

Suy ra phương trình trên có hai nghiệm phân biệt

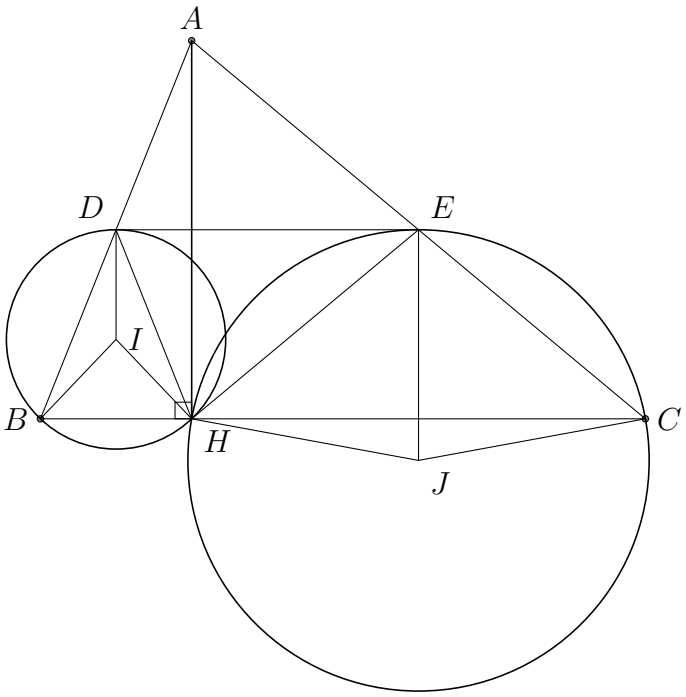
$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = 500,\ x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = -\frac{200}{7}.$$

Đối chiếu điều kiện, ta nhận nghiệm $x = 500$.

Vậy mỗi ngày đội đào được 500 m^3 đất.

Câu 9. Cho tam giác ABC có ba góc nhọn ($AB < AC$) và có đường cao AH (H thuộc cạnh BC). Gọi D, E lần lượt là trung điểm của AB và AC. Chứng minh DE là tiếp tuyến chung của hai đường tròn lần lượt ngoại tiếp tam giác DBH và tam giác ECH.

Lời giải.



Gọi I, J lần lượt là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔBDH và ΔHEC.

ΔABH vuông tại H có HD là trung tuyến nên $HD = \frac{1}{2}AB = BD$.

Ta có

$$\begin{cases} IB = IH & (I \text{ là tâm đường tròn ngoại tiếp } \Delta BDH) \\ HD = BD & (\text{Chứng minh trên}) \end{cases}$$

$\Rightarrow DI$ là đường trung trực của BH

$\Rightarrow DI \perp BH$. (1)

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

Xét tam giác ABC có

$$\begin{cases} D \text{ là trung điểm } AB \\ E \text{ là trung điểm } AC \end{cases}$$

$\Rightarrow DE$ là đường trung bình ΔABC

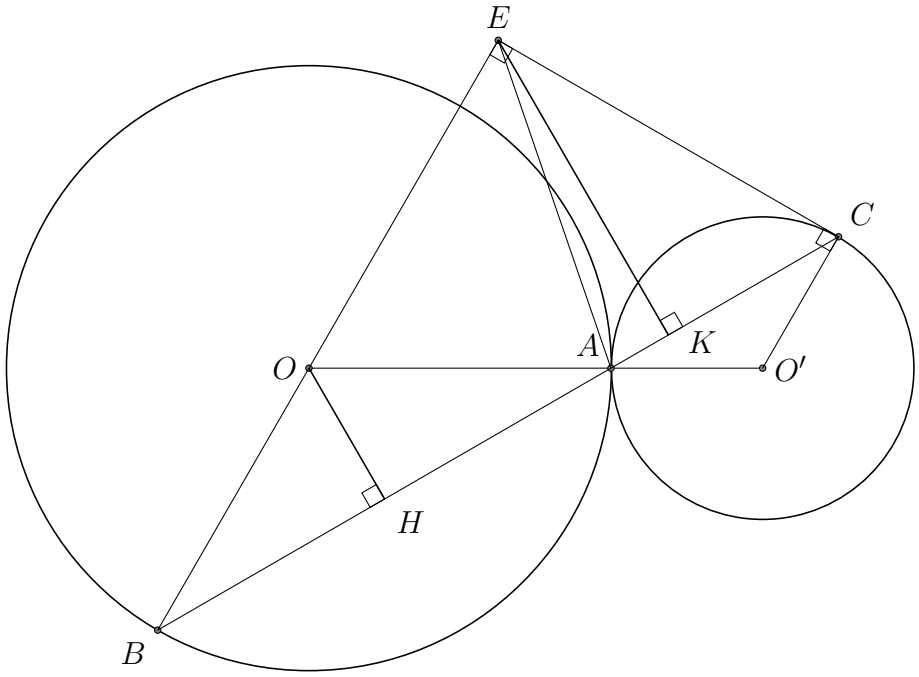
$\Rightarrow DE \parallel BH$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra $DE \perp DI$.

Chứng minh tương tự ta cũng được $DE \perp EJ$, vậy DE là tiếp tuyến chung của hai đường tròn lần lượt ngoại tiếp tam giác DBH và tam giác ECH.

Câu 10. Cho đường tròn tâm O bán kính $2R$ (kí hiệu là $(O, 2R)$) và đường tròn tâm O' bán kính R (kí hiệu là $(O'; R)$) tiếp xúc ngoài tại điểm A. Lấy điểm B trên đường tròn $(O; 2R)$ sao cho $\widehat{BAO} = 30^\circ$, tia BA cắt đường tròn $(O'; R)$ tại điểm C (khác điểm A). Tiếp tuyến của đường tròn $(O'; R)$ tại điểm C cắt đường thẳng BO tại điểm E. Tính theo R diện tích tam giác ABE.

Lời giải.



Ta có

$$\begin{cases} \widehat{O'AC} = \widehat{OAB} & \text{(hai góc đối đỉnh)} \\ \widehat{O'AC} = \widehat{ACO'} & (\Delta AO'C \text{ cân tại } O') \Rightarrow \widehat{ACO'} = \widehat{ABO} \Rightarrow O'C \parallel BE. \\ \widehat{OAB} = \widehat{OBA} & (\Delta AOB \text{ cân tại } O) \end{cases}$$

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

$$\Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{OA}{O'A} = \frac{2R}{R} = 2. \quad \text{(Định lý Ta-lét)}$$

Dựng $OH \perp AB$ tại H, ta có

$$\begin{aligned} BH = OB \cdot \cos B &= 2R \cdot 30^\circ = 2R \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = R\sqrt{3} \\ \Rightarrow AB &= 2BH = 2R\sqrt{3} \\ \Rightarrow AC &= \frac{1}{2}AB = R\sqrt{3} \\ \Rightarrow BC &= AB + AC = 3R\sqrt{3}. \end{aligned}$$

Ta có

$$\begin{cases} O'C \parallel BE & \text{(chứng minh trên)} \\ O'C \perp CE & \text{(tính chất tiếp tuyến)} \end{cases} \Rightarrow BE \perp EC.$$

Xét tam giác BEC vuông tại E

$$\begin{cases} EB = BC \cdot \cos B = 3R\sqrt{3} \cdot \cos 30^\circ = \dfrac{9R}{2} \\ EC = BC \cdot \sin B = 3R\sqrt{3} \cdot \sin 30^\circ = \dfrac{3\sqrt{3}R}{2}. \end{cases}$$

$$\Rightarrow S_{BEC} = \frac{1}{2}BE \cdot EC = \frac{1}{2} \cdot \frac{9R}{2} \cdot \frac{3\sqrt{3}R}{2} = \frac{27\sqrt{3}}{8}R^2.$$

Dựng $EK \perp AC$ tại K. Ta có

$$\frac{S_{AEB}}{S_{BEC}} = \frac{\frac{1}{2}EK \cdot AB}{\frac{1}{2}EK \cdot BC} = \frac{AB}{BC} = \frac{2}{3}.$$

$$\Rightarrow S_{AEB} = \frac{2}{3}S_{BEC} = \frac{2}{3} \cdot \frac{27\sqrt{3}}{8}R^2 = \frac{9\sqrt{3}}{4}R^2.$$

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 66

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 NĂM HỌC 2018-2019, THÁI BÌNH

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

Bài 1. Tìm x để biểu thức sau có nghĩa: $P=\sqrt{5x+3}+2018\sqrt[3]{x}$.

Lời giải.

Biểu thức P có nghĩa khi $5x+3\geq 0\Leftrightarrow x\geq -\dfrac{3}{5}$.

Vậy với $x\geq -\dfrac{3}{5}$ thì biểu thức P có nghĩa.

Bài 2. Cho hàm số $y=\dfrac{1}{2}x^2$. Điểm D có hoành độ $x=-2$ thuộc đồ thị hàm số. Tìm tọa độ điểm D.

Lời giải.

Với $x=-2\Rightarrow y=\dfrac{1}{2}(-2)^2=2$. Vậy tọa độ điểm $D(-2;2)$.

Bài 3. Tìm giá trị của a và b để đường thẳng $d:y=ax+b-1$ đi qua hai điểm $A(1;1)$ và $B(2;3)$.

Lời giải.

Đường thẳng đi qua hai điểm A và B nên ta có hệ $\begin{cases}a+b-1=1\\2a+b-1=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=2\\b=0\end{cases}$.

Vậy $a=2;b=0$ là giá trị cần tìm.

Bài 4. Cho biểu thức: $P=\dfrac{x\sqrt{y}+y\sqrt{x}}{\sqrt{xy}}-\dfrac{\left(\sqrt{x}+\sqrt{y}\right)^2-4\sqrt{xy}}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}-y$ (với $x>0;y>0;x\neq y$)

a) Rút gọn biểu thức P.

b) Chứng minh rằng $P\leq 1$.

Lời giải.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

a) Với điều kiện xác định ta có

$$P = \frac{x\sqrt{y} + y\sqrt{x}}{\sqrt{xy}} - \frac{\left(\sqrt{x} + \sqrt{y}\right)^2 - 4\sqrt{xy}}{\sqrt{x} - \sqrt{y}} - y$$
$$P = \frac{\sqrt{xy}\left(\sqrt{x} + \sqrt{y}\right)}{\sqrt{xy}} - \frac{x - 2\sqrt{xy} + y}{\sqrt{x} - \sqrt{y}} - y$$
$$P = \sqrt{x} + \sqrt{y} - \frac{\left(\sqrt{x} - \sqrt{y}\right)^2}{\sqrt{x} - \sqrt{y}} - y$$
$$P = \sqrt{x} + \sqrt{y} - \left(\sqrt{x} - \sqrt{y}\right) - y$$
$$P = 2\sqrt{y} - y.$$

b) Ta có $P \leq 1 \Leftrightarrow 2\sqrt{y} - y \leq 1 \Leftrightarrow y - 2\sqrt{y} + 1 \geq 0 \Leftrightarrow \left(\sqrt{y} - 1\right)^2$ (hiển nhiên).

Bài 5. Cho phương trình: $x^2 - 4mx + 4m^2 - 2 = 0$ (1). Giải phương trình (1) khi $m = 1$.

Lời giải.

Thay $m = 1$, ta có phương trình $x^2 - 4x + 2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2 - \sqrt{2} \\ x = 2 + \sqrt{2}. \end{array}\right.$

Vậy phương trình có hai nghiệm $x_1 = 2 - \sqrt{2}$ và $x_2 = 2 + \sqrt{2}$.

Bài 6. Cho phương trình: $x^2 - 4mx + 4m^2 - 2 = 0$ (1). Chứng minh rằng với mọi m phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt. Giả sử hai nghiệm là $x_1; x_2$, khi đó tìm m để $x_1^2 + 4mx_2 + 4m^2 - 6 = 0$.

Lời giải.

Ta có $\Delta' = (2m)^2 - \left(4m^2 - 2\right) = 2 > 0$ với mọi m.

Vậy phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt $x_1; x_2$ với mọi m.

Khi đó theo định lý Vi-ét ta có $x_1 + x_2 = 4m$.

Ta có $x_1^2 + 4mx_2 + 4m^2 - 6 = 0 \Leftrightarrow \left(x_1^2 - 4mx_1 + 4m^2 - 2\right) + 4m\left(x_1 + x_2\right) - 4 = 0$, thay $x_1 + x_2 = 4m$ vào ta được: $0 + 4m \cdot 4m - 4 = 0 \Leftrightarrow m^2 = \frac{1}{4} \Leftrightarrow m = \pm\frac{1}{2}$.

Vậy $m = \pm\frac{1}{2}$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Bài 7. Cho hình chữ nhật $ABCD$ nội tiếp đường tròn tâm O. Tiếp tuyến của đường tròn tâm O tại điểm C cắt các đường thẳng AB và AD theo thứ tự tại M, N. Dựng AH vuông góc với BD tại điểm H; K là giao điểm của hai đường thẳng MN và BD.

a) Chứng minh tứ giác $AHCK$ là tứ giác nội tiếp.

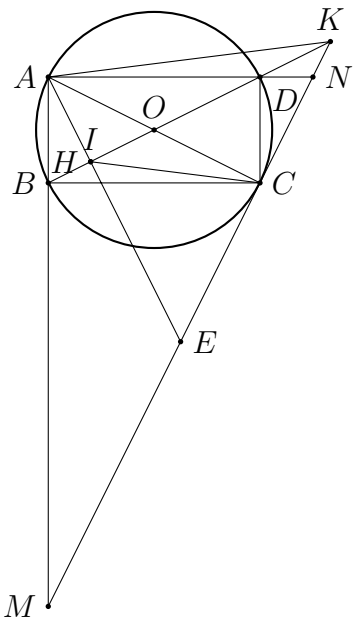
Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

b) Chứng minh rằng: $AD \cdot AN = AB \cdot AM$.

c) Gọi E là trung điểm của MN. Chứng minh ba điểm A, H, E thẳng hàng.

d) Cho $AB = 6$ cm và $AD = 8$ cm. Tính độ dài đoạn MN.

Lời giải.



a) Xét tứ giác $AHCK$ ta có $\widehat{AHK} = 90°$,

CK là tiếp tuyến của đường tròn O và AC là đường kính nên $AC \perp CK \Rightarrow \widehat{ACK} = 90°$.

Vậy H và C cùng nhìn AK dưới một góc vuông nên tứ giác $AHCK$ nội tiếp một đường tròn.

b) Ta có $ABCD$ là hình chữ nhật $\Rightarrow \widehat{ADB} = \widehat{ACB}$,

đồng thời $\widehat{AMN} = \widehat{ACD}$ (cùng phụ với $\widehat{BAC}$) $\Rightarrow \widehat{ADB} = \widehat{AMN}$.

Xét hai tam giác ΔAMN và ΔADB có $\widehat{DAB} = \widehat{MAN} = 90°$ và $\widehat{ADB} = \widehat{AMN}$,

Nên hai tam giác ΔAMN và ΔADB đồng dạng $\Rightarrow \dfrac{AM}{AD} = \dfrac{AN}{AB} \Leftrightarrow AD \cdot AN = AB \cdot AM$.

c) Giả sử AE cắt BD tại I, ta chứng minh H trùng với I. Thật vậy

Ta có ΔAMN vuông tại A có E là trung điểm của cạnh $MN \Rightarrow \Delta AEN$ cân tại $E \Rightarrow \widehat{EAN} = \widehat{ENA}$.

Theo chứng minh trên ta có $\widehat{ADB} = \widehat{AMN}$.

Do đó $\widehat{EAN} + \widehat{ADB} = \widehat{AMN} + \widehat{ENA} = 90°$ hay $\widehat{AID} = 90°$.

Suy ra $AI \perp BD$ tại I, do đó H và I trùng nhau hay A, H, E thẳng hàng.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

d) Đặt $AN = x > 0$ và $AM = y > 0$, ta có $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = 10$.

Ta có $\begin{cases} AD \cdot AN = AB \cdot AM \\ \dfrac{1}{AN^2} + \dfrac{1}{AM^2} = \dfrac{1}{AC^2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x = 3y \\ \dfrac{1}{x^2} + \dfrac{1}{y^2} = \dfrac{1}{100} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \dfrac{25}{2} \\ y = \dfrac{50}{3} \end{cases}$.

Mặt khác $AM \cdot AN = AC \cdot MN \Rightarrow MN = \dfrac{125}{6}(cm)$.

Bài 8. Giải phương trình $3\sqrt{3}\left(x^2 + 4x + 2\right) - \sqrt{x+8} = 0$.

Lời giải.

Điều kiện xác định: $x \geq -8$, với điều kiện phương trình

$$\begin{aligned} & 3\sqrt{3}\left(x^2 + 4x + 2\right) - \sqrt{x+8} = 0 \\ \Leftrightarrow\ & 9x^2 + 36x + 18 = \sqrt{3x+24} \\ \Leftrightarrow\ & 9x^2 + 39x + \frac{169}{4} = 3x + 24 + \sqrt{3x+24} + \frac{1}{4} \\ \Leftrightarrow\ & \left(3x + \frac{13}{2}\right)^2 = \left(\sqrt{3x+24} + \frac{1}{2}\right)^2 \\ \Leftrightarrow\ & \left[\begin{array}{ll} 3x + 6 = \sqrt{3x+24} & (1) \\ -3x - 7 = \sqrt{3x+24} & (2) \end{array}\right. \end{aligned}$$

Xét (1) $\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -2 \\ (3x+6)^2 = 3x + 24 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -2 \\ 3x^2 + 11x + 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = \dfrac{-11 + \sqrt{73}}{6}$.

Xét (2) $\Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -\dfrac{7}{3} \\ (-3x-7)^2 = 3x + 24 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -\dfrac{7}{3} \\ 9x^2 + 39x + 25 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = \dfrac{-13 + \sqrt{69}}{6}$.

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \left\{\dfrac{-11 + \sqrt{73}}{6}; \dfrac{-13 + \sqrt{69}}{6}\right\}$.

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 67

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 NĂM HỌC 2018-2019, THÁI NGUYÊN

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

Bài 1. Không dùng máy tính cầm tay hãy giải phương trình

$$(x-2018)(x-2020)=2018-x.$$

Lời giải.

$$\begin{aligned}(x-2018)(x-2020)=2018-x &\Leftrightarrow (x-2018)(x-2020)+x-2018=0\\ &\Leftrightarrow (x-2018)(x-2019)=0\\ &\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=2018 \text{ (nhận)}\\ x=2019 \text{ (nhận).}\end{array}\right.\end{aligned}$$

Vậy phương trình có hai nghiệm $x=2018$ và $x=2019$.

Bài 2. Không dùng máy tính cầm tay, tính giá trị của biểu thức

$$A=\frac{\sqrt{15}-\sqrt{12}}{\sqrt{5}-2}-\frac{1}{2-\sqrt{3}}.$$

Lời giải.

Ta có $A=\dfrac{\sqrt{3}\left(\sqrt{5}-2\right)}{\sqrt{5}-2}-\dfrac{2+\sqrt{3}}{\left(2-\sqrt{3}\right)\left(2+\sqrt{3}\right)}=\sqrt{3}-\left(2+\sqrt{3}\right)=-2.$

Bài 3. Rút gọn biểu thức $P=\left(\dfrac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}+\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}-\dfrac{x-\sqrt{x}}{x-4}\right):\dfrac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}$ với $x>0$, $x\neq 4$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned}P &= \left[\frac{3\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-2\right)+\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+2\right)-x+\sqrt{x}}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}\right]\cdot\frac{\sqrt{x}+2}{3\sqrt{x}}\\ &= \frac{3x+3\sqrt{x}}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}\cdot\frac{\sqrt{x}+2}{3\sqrt{x}}\\ &= \frac{3\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+1\right)}{\sqrt{x}-2}\cdot\frac{1}{3\sqrt{x}}=\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-2}.\end{aligned}$$

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Bài 4. Cho hàm số bậc nhất $y = mx + 1$ với m là tham số. Tìm m để đồ thị hàm số đi qua điểm $A(1; 4)$. Với giá trị m vừa tìm được, hàm số đồng biến hay nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Lời giải.

Hàm số đi qua điểm $A(1; 4)$ nên $4 = m \cdot 1 + 1 \Rightarrow m = 3$.

Vì $m = 3 > 0$ nên hàm số là đồng biến.

Bài 5. Giải hệ phương trình $\begin{cases} 3(x+1) + 2(x+2y) = 4 \\ 4(x+1) - (x+2y) = 9. \end{cases}$

Lời giải.

Ta có

$$\begin{cases} 3(x+1) + 2(x+2y) = 4 \\ 4(x+1) - (x+2y) = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3(x+1) + 2(x+2y) = 4 \\ 8(x+1) - 2(x+2y) = 18 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 11(x+1) = 22 \\ 4(x+1) - (x+2y) = 9 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -1. \end{cases}$$

Vậy cặp nghiệm $(x; y)$ của phương trình là $(1; -1)$.

Bài 6. Cho phương trình $x^2 - 4x + 4m - 3 = 0$ với m là tham số. Tìm giá trị của m để phương trình có hai nghiệm x_1; x_2 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 = 14$.

Lời giải.

Ta có $\Delta' = 2^2 - (4m - 3) = 7 - 4m$. Để phương trình có hai nghiệm thì $\Delta' \geq 0 \Leftrightarrow m \leq \dfrac{7}{4}$.

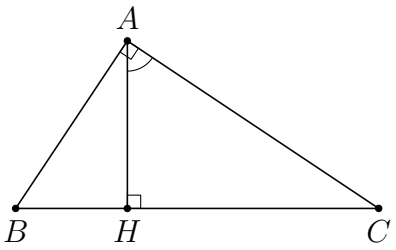
Với $m \leq \dfrac{7}{4}$. Theo định lí Vi-ét ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = 4 \\ x_1 \cdot x_2 = 4m - 3. \end{cases}$

Khi đó $x_1^2 + x_2^2 = 14 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 14 \Leftrightarrow 4^2 - 2(4m - 3) = 14 \Leftrightarrow m = 1$.

Bài 7. Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH, biết $AC = 16$ cm và $\sin \widehat{CAH} = \dfrac{4}{5}$. Tính độ dài các cạnh BC, AB.

Lời giải.

Trong $\triangle AHC$ vuông tại H ta có



$$\sin \widehat{CAH} = \frac{HC}{AC} \Rightarrow HC = AC \cdot \sin \widehat{CAH} = 16 \cdot \frac{4}{5} = 12{,}8 \text{ cm}.$$

Xét $\triangle ABC$ vuông tại A ta có

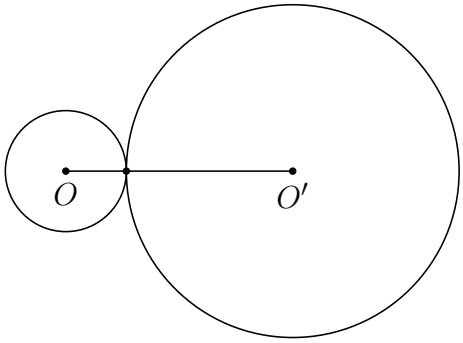
$$AC^2 = BC \cdot HC \Rightarrow HC = \frac{AC^2}{BC} = 20 \text{ cm}.$$

Trong $\triangle ABC$ ta có $AB = \sqrt{BC^2 - AC^2} = 12$ cm.

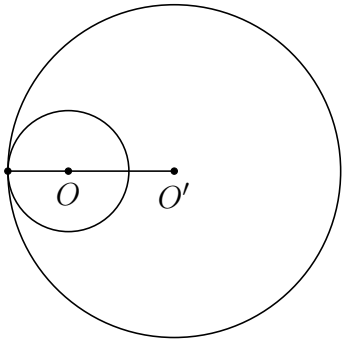
Vậy $AB = 12$ cm, $BC = 20$ cm.

Bài 8. Cho hai đường tròn $(O; 4 \text{ cm})$ và $(O'; 11 \text{ cm})$. Biết khoảng cách $OO' = 2a + 3$ cm với a là số thực dương. Tìm a để hai đường tròn tiếp xúc nhau.

Lời giải.



Hình 1



Hình 2

Các trường hợp có thể xảy ra là

- Hai đường tròn tiếp xúc ngoài (xem hình 1), ta có

$$OO' = R + R' \Leftrightarrow 2a + 3 = 15 \Leftrightarrow a = 6 \text{ cm}.$$

- Hai đường tròn tiếp xúc trong (xem hình 2), ta có

$$OO' = |R - R'| \Leftrightarrow 2a + 3 = |4 - 11| \Leftrightarrow a = 2 \text{ cm}.$$

Vậy $a = 6$ cm và $a = 2$ cm

Bài 9. Cho đường tròn (O), dây cung AB không đi qua tâm O. Gọi M là điểm chính giữa của cung nhỏ $\widehat{AB}$. Vẽ dây cung MC không đi qua O cắt đoạn thẳng AB tại D $(D \neq A, D \neq B)$. Đường thẳng vuông góc với AB tại D cắt OC tại K. Chứng minh rằng tam giác KCD là tam giác cân.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Lời giải.

Vì M là điểm chính giữa cung AB nên $OM \perp AB$ (1)

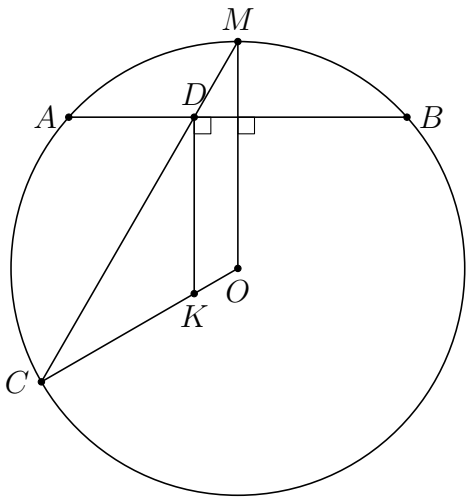
Theo giả thiết thì $DK \perp AB$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $DK \parallel OM$

Suy ra $\widehat{CDK} = \widehat{CMO}$ (đồng vị) (3)

Mà $\triangle OCM$ cân tại O nên $\widehat{CMO} = \widehat{OCM}$ (4)

Từ (3) và (4) suy ra $\widehat{KDC} = \widehat{KCD} \Rightarrow \triangle KCD$ cân tại K.

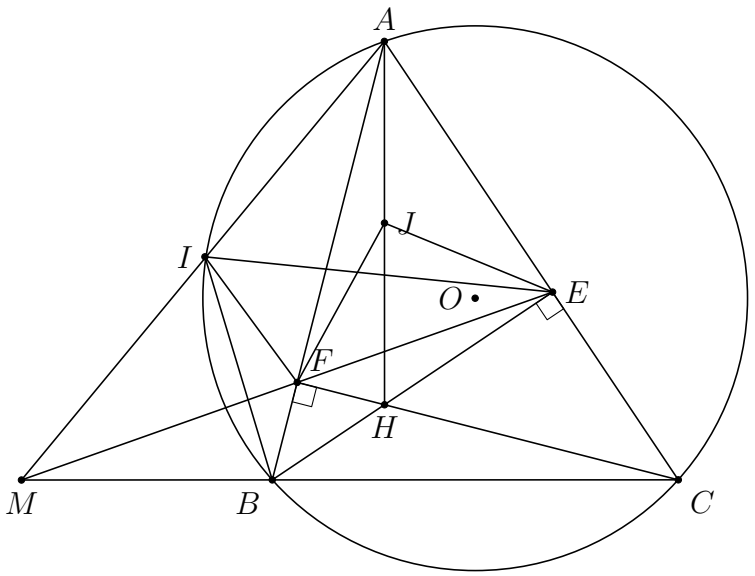


Bài 10. Cho tam giác ABC có ba góc nhọn và $AB < AC$ nội tiếp đường tròn tâm O. Các đường cao BE, CF của tam giác ABC cắt nhau tại H.

a) Chứng minh tứ giác $AFHE$ nội tiếp được trong một đường tròn. Xác định tâm và bán kính của đường tròn đó.

b) Gọi M là giao điểm của EF và BC, đường thẳng MA cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai I khác A. Chứng minh tứ giác $AEFI$ nội tiếp được trong một đường tròn.

Lời giải.



a) Gọi J là trung điểm của AH.

Vì $\triangle AEH$ và $\triangle AFH$ là các tam giác vuông tại E và F nên $EJ = \dfrac{1}{2}AH = JA = JH = FJ$. Suy ra $AFHE$ nội tiếp đường tròn J bán kính $\dfrac{AH}{2}$.

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

b) Tứ giác $BFEC$ có $\widehat{BFC} = \widehat{BEC} = 90^\circ \Rightarrow BFEC$ là tứ giác nội tiếp. Suy ra $\widehat{MFB} = \widehat{MCE}$.

Xét tam giác $\triangle MFB$ và $\triangle MCE$ có $\begin{cases} \widehat{M} \text{ chung} \\ \widehat{MFB} = \widehat{MCE} \end{cases} \Rightarrow \triangle MFB \backsim \triangle MCE$ (g.g).

Suy ra $\dfrac{MF}{MC} = \dfrac{MB}{ME} \Rightarrow MF \cdot ME = MB \cdot MC.$ (1)

Tứ giác $BCAI$ nội tiếp đường tròn (O) nên $\widehat{MCA} = \widehat{MIB}$.

Xét $\triangle MIB$ và $\triangle MCA$ có $\begin{cases} \widehat{M} \text{ chung} \\ \widehat{MIB} = \widehat{MCA} \end{cases} \Rightarrow \triangle MIB \backsim \triangle MCA$ (g.g).

Suy ra $\dfrac{MB}{MA} = \dfrac{MI}{MC} \Rightarrow MA \cdot MI = MB \cdot MC$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $ME \cdot MF = MI \cdot MA \Rightarrow \dfrac{MF}{MA} = \dfrac{MI}{ME}$.

Xét $\triangle MIF$ và $\triangle MEA$ có $\begin{cases} \widehat{M} \text{ chung} \\ \dfrac{MF}{MA} = \dfrac{MI}{ME} \end{cases} \Rightarrow \triangle MIF \backsim \triangle MEA \Rightarrow \widehat{MFA} = \widehat{MAE}.$

Từ đây suy ra tứ giác $AEFI$ nội tiếp được một đường tròn.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 68

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 NĂM HỌC 2018-2019, THANH HÓA

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

Bài 1.

a) Giải phương trình $x^2+8x+7=0$.

b) Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2x-y=-6 \\ 5x+y=20. \end{cases}$

Lời giải.

a) Phương trình đã cho tương đương với

$$(x^2+x)+(7x+7)=0 \Leftrightarrow x(x+1)+7(x+1)=0 \Leftrightarrow (x+1)(x+7)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1, \\ x=-7. \end{array}\right.$$

Vậy phương trình đã cho có tập nghiệm là $S=\{-1;-7\}$.

b) Từ phương trình thứ nhất ta có $y=2x+6$. Thay vào phương trình thứ hai ta được

$$5x+(2x+6)=20 \Leftrightarrow 7x+6=20 \Leftrightarrow 7x=14 \Leftrightarrow x=2.$$

Suy ra $y=2x+6=2\cdot 2+6=10$. Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm là $(x;y)=(2;10)$.

Bài 2. Cho biểu thức $A=\dfrac{\sqrt{x}+1}{x+4\sqrt{x}+4}:\left(\dfrac{x}{x+2\sqrt{x}}+\dfrac{x}{\sqrt{x}+2}\right)$, với $x>0$.

a) Rút gọn biểu thức A.

b) Tìm tất cả các giá trị của x để $A\geq\dfrac{1}{3\sqrt{x}}$.

Lời giải.

a) Ta có

$$\begin{aligned}A &= \frac{\sqrt{x}+1}{x+4\sqrt{x}+4} : \left(\frac{x}{x+2\sqrt{x}} + \frac{x}{\sqrt{x}+2}\right)\\ &= \frac{\sqrt{x}+1}{(\sqrt{x}+2)^2} : \left(\frac{x}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+2)} + \frac{x}{\sqrt{x}+2}\right)\\ &= \frac{\sqrt{x}+1}{(\sqrt{x}+2)^2} : \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} + \frac{x}{\sqrt{x}+2}\right)\\ &= \frac{\sqrt{x}+1}{(\sqrt{x}+2)^2} : \frac{\sqrt{x}+x}{\sqrt{x}+2} = \frac{\sqrt{x}+1}{(\sqrt{x}+2)^2} : \frac{\sqrt{x}(1+\sqrt{x})}{\sqrt{x}+2}\\ &= \frac{\sqrt{x}+1}{(\sqrt{x}+2)^2} \cdot \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}(1+\sqrt{x})} = \frac{1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+2)}.\end{aligned}$$

b) Ta có

$$\begin{aligned}A \geq \frac{1}{3\sqrt{x}} &\Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+2)} \geq \frac{1}{3\sqrt{x}} \Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{x}+2} \geq \frac{1}{3} \text{ (do } x>0) \Leftrightarrow \sqrt{x}+2 \leq 3\\ &\Leftrightarrow 0 < \sqrt{x} \leq 1 \Leftrightarrow 0 < x \leq 1.\end{aligned}$$

Vậy để $A \geq \dfrac{1}{3\sqrt{x}}$ thì $0 < x \leq 1$.

Bài 3.

a) Cho đường thẳng $(d)\colon y = ax + b$. Tìm a, b để đường thẳng (d) song song với đường thẳng $(d')\colon y = 2x + 3$ và đi qua điểm $A(1; -1)$.

b) Cho phương trình $x^2 - (m-2)x - 3 = 0$ (m là tham số). Chứng minh rằng phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt x_1; x_2 với mọi m. Tìm m để các nghiệm đó thỏa mãn hệ thức

$$\sqrt{x_1^2 + 2018} - x_1 = \sqrt{x_2^2 + 2018} + x_2.$$

Lời giải.

a) Để đường thẳng $(d)\colon y = ax + b$ song song với đường thẳng $(d')\colon y = 2x + 3$ và đi qua điểm $A(1; -1)$ thì

$$\begin{cases} a = 2; b \neq 3 \\ -1 = a \cdot 1 + b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2; b \neq 3 \\ b = -1 - a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2, \\ b = -3. \end{cases}$$

Vậy $a = 2$ và $b = -3$ là các giá trị cần tìm.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

b) Xét phương trình $x^2-(m-2)x-3=0$ (m là tham số). (1)

- Ta có $\Delta=(m-2)^2-4\cdot1\cdot(-3)=(m-2)^2+12>0$. Do đó phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt x_1; x_2 với mọi m.
- Áp dụng hệ thức Vi-ét ta có $x_1+x_2=m-2$ và $x_1x_2=-3$. Ta có

$$\begin{aligned}
&\sqrt{x_1^2+2018}-x_1=\sqrt{x_2^2+2018}+x_2\\
\Leftrightarrow\ &\sqrt{x_1^2+2018}-\sqrt{x_2^2+2018}=x_1+x_2\\
\Rightarrow\ &\left(\sqrt{x_1^2+2018}-\sqrt{x_2^2+2018}\right)^2=(x_1+x_2)^2\\
\Leftrightarrow\ &x_1^2+2018+x_2^2+2018-2\sqrt{x_1^2+2018}\cdot\sqrt{x_2^2+2018}=x_1^2+x_2^2+2x_1x_2\\
\Leftrightarrow\ &4036-2\sqrt{x_1^2+2018}\cdot\sqrt{x_2^2+2018}=2x_1x_2\\
\Leftrightarrow\ &2018-\sqrt{x_1^2+2018}\cdot\sqrt{x_2^2+2018}=x_1x_2\\
\Leftrightarrow\ &\sqrt{x_1^2+2018}\cdot\sqrt{x_2^2+2018}=2018-x_1x_2\\
\Rightarrow\ &(x_1^2+2018)(x_2^2+2018)=(2018-x_1x_2)^2\\
\Leftrightarrow\ &x_1^2x_2^2+2018(x_1^2+x_2^2)+2018^2=2018^2-2\cdot2018\cdot x_1x_2+x_1^2x_2^2\\
\Leftrightarrow\ &x_1^2+x_2^2=-2x_1x_2\Leftrightarrow(x_1+x_2)^2=0\Leftrightarrow x_1+x_2=0\\
\Leftrightarrow\ &m-2=0\Leftrightarrow m=2.
\end{aligned}$$

Vậy $m=2$ là giá trị cần tìm.

Bài 4. Cho đường tròn tâm O, đường kính $AB=2R$. Gọi d_1 và d_2 lần lượt là các tiếp tuyến của đường tròn (O) tại A và B, I là trung điểm của đoạn OA, E là điểm thay đổi trên đường tròn (O) sao cho E không trùng với A và B. Đường thẳng d đi qua E và vuông góc với EI cắt d_1, d_2 lần lượt tại M, N.

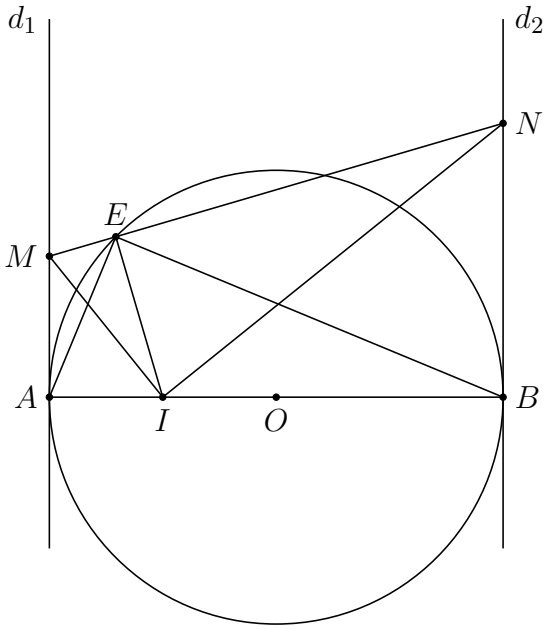
a) Chứng minh $AMEI$ là tứ giác nội tiếp.

b) Chứng minh $IB\cdot NE=3\cdot IE\cdot NB$.

c) Khi điểm E thay đổi, chứng minh tích $AM\cdot BN$ có giá trị không đổi và tìm giá trị nhỏ nhất của diện tích tam giác MNI theo R.

Lời giải.

a) Xét tứ giác $AMEI$ có $\widehat{MAI}=\widehat{MEI}=90^\circ$, do đó tứ giác $AMEI$ nội tiếp đường tròn đường kính MI.



b) Do tứ giác $AMEI$ nội tiếp nên $\widehat{EAI} = \widehat{EMI}$ (cùng chắn cung EI). Mặt khác, $\widehat{EMI} = \widehat{EIN}$ (cùng phụ với $\widehat{EIM}$). Hơn nữa, tứ giác $IENB$ là tứ giác nội tiếp (do $\widehat{IEN} = \widehat{IBN} = 90^\circ$) nên $\widehat{EIN} = \widehat{EBN}$. Từ đó suy ra $\widehat{EAI} = \widehat{EBN}$. (1)

Vì tứ giác $IENB$ là tứ giác nội tiếp đường tròn (do $\widehat{IEN} = \widehat{IBN} = 90^\circ$) nên $\widehat{AIE} = \widehat{BNE}$ (cùng bù với $\widehat{EIB}$). (2)

Từ (1) và (2) suy ra $\triangle AIE \backsim \triangle BNE$ (g.g). Do đó $AI \cdot NE = IE \cdot NB$. Mặt khác do I là trung điểm của AO nên $AI = \dfrac{1}{3}IB$. Từ đó suy ra $\dfrac{1}{3}IB \cdot NE = IE \cdot NB$ hay $IB \cdot NE = 3 \cdot IE \cdot NB$.

c) Do $AMIE$ và $IENB$ là hai tứ giác nội tiếp (chứng minh trên) nên $\widehat{AMI} = \widehat{AEI}$ (cùng chắn cung AI) và $\widehat{BIN} = \widehat{BEN}$ (cùng chắn cung BN).

Mặt khác, do $\triangle AIE \backsim \triangle BNE$ (chứng minh trên) nên $\widehat{AEI} = \widehat{BEN}$. Suy ra $\widehat{AMI} = \widehat{BIN}$. Do đó $\triangle AMI \backsim \triangle BIN$ (g.g).

Từ đó suy ra $AM \cdot BN = AI \cdot BI = \dfrac{1}{2}R \cdot \dfrac{3}{2}R = \dfrac{3}{4}R^2$ (không đổi).

Do $\triangle AMI \backsim \triangle BIN$ nên $\widehat{AIM} + \widehat{BIN} = 90^\circ$. Suy ra $\widehat{MIN} = 90^\circ$. Do đó diện tích tam giác MNI là

$$\begin{aligned} S_{MNI} = \frac{1}{2}IM \cdot IN &= \frac{1}{2}\sqrt{AM^2 + AI^2} \cdot \sqrt{BN^2 + BI^2} \\ &\geq \frac{1}{2}(AM \cdot BN + AI \cdot BI) = AI \cdot BI = \frac{3}{4}R^2. \end{aligned}$$

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $AM \cdot BI = BN \cdot AI$, suy ra $BN = 3AM$. Mà $AM \cdot BN = \dfrac{3}{4}R^2$ nên $AM \cdot 3AM = \dfrac{3}{4}R^2$ hay $AM = \dfrac{R}{2} = AI$ và $BM = \dfrac{3}{2}R = BI$.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Vậy diện tích tam giác MNI nhỏ nhất bằng $\dfrac{3}{4}R^2$ khi E là giao điểm của MN và (O) với $AM = AI$, $BM = BI$ (M và N cùng phía đối với đường thẳng AB).

Bài 5. Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn $a+b+c=1$. Chứng minh

$$\frac{1}{a^2+b^2+c^2}+\frac{1}{abc}\geq 30.$$

Lời giải.

Áp dụng bất đẳng thức AM-GM ta có $1=a+b+c\geq 3\sqrt[3]{abc}$ và

$$ab+bc+ca\geq \sqrt[3]{(abc)^2}\geq 3\sqrt[3]{abc}\cdot\sqrt[3]{(abc)^2}=9abc.$$

Do đó ta có

$$\begin{aligned}\frac{1}{a^2+b^2+c^2}+\frac{1}{abc}&\geq \frac{1}{a^2+b^2+c^2}+\frac{9}{ab+bc+ca}\\&=\left(\frac{1}{a^2+b^2+c^2}+\frac{1}{ab+bc+ca}+\frac{1}{ab+bc+ca}\right)+\frac{7}{ab+bc+ca}\\&\geq \frac{9}{(a^2+b^2+c^2)+(ab+bc+ca)+(ab+bc+ca)}+\frac{7\cdot 3}{(a+b+c)^2}\\&=\frac{9}{(a+b+c)^2}+\frac{21}{(a+b+c)^2}=9+21=30.\end{aligned}$$

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $a=b=c=\dfrac{1}{3}$.

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 69

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 NĂM HỌC 2018-2019, THỪA THIÊN HUẾ

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Câu 11. (1,5 điểm)

a) Tìm x để biểu thức $A=\sqrt{2x-1}$ có nghĩa.

b) Không sử dụng máy tính cầm tay, tính giá trị của biểu thức $B=\sqrt{3}\left(\sqrt{3^2\cdot 3}-2\sqrt{2^2\cdot 3}+\sqrt{4^2\cdot 3}\right)$.

c) Rút gọn biểu thức $C=\left(\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}-1}-\dfrac{\sqrt{a}}{a-\sqrt{a}}\right):\dfrac{\sqrt{a}+1}{a-1}$ với $a>0$ và $a\neq 1$.

Lời giải.

a) $A=\sqrt{2x-1}$ có nghĩa $\Leftrightarrow 2x-1\geqslant 0\Leftrightarrow 2x\geqslant 1\Leftrightarrow x\geqslant \dfrac{1}{2}$.

b) $B=\sqrt{3}\left(\sqrt{3^2\cdot 3}-2\sqrt{2^2\cdot 3}+\sqrt{4^2\cdot 3}\right)=\sqrt{3}\left(3\sqrt{3}-4\sqrt{3}+4\sqrt{3}\right)=3\cdot 3-4\cdot 3+4\cdot 3=9$.

c) $C=\left(\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}-1}-\dfrac{\sqrt{a}}{a-\sqrt{a}}\right):\dfrac{\sqrt{a}+1}{a-1}=\dfrac{a-\sqrt{a}}{\sqrt{a}\,(\sqrt{a}-1)}:\dfrac{\sqrt{a}+1}{(\sqrt{a}-1)(\sqrt{a}+1)}=\sqrt{a}-1$.

Câu 12. (1,5 điểm)

a) Giải phương trình $x^4+3x^2-4=0$.

b) Cho đường thẳng $d: y=(m-1)x+n$. Tìm các giá trị của m và n để đường thẳng d đi qua điểm $A(1;-1)$ và có hệ số góc bằng -3.

Lời giải.

a) Đặt $t=x^2\geqslant 0$, phương trình đã cho trở thành $t^2+3t-4=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=1\\ t=-4\,(\text{L})\end{array}\right.$.

Với $t=1$ ta có $x^2=1\Leftrightarrow x=\pm 1$.

b) Vì đường thẳng d có hệ số góc bằng -3 nên ta có $m-1=-3\Leftrightarrow m=-2$.

Khi đó $d: y=-3x+n$ qua $A(1;-1)$ nên ta có $-1=-3\cdot 1+n\Leftrightarrow n=2$.

Vậy $m=-2, n=2$.

Câu 13. (1,0 điểm)

Để phục vụ cho Festval Huế 2018, một cơ sở sản xuất nón lá dự kiến làm ra 300 chiếc nón lá trong một thời gian đã dự định. Do được bổ sung thêm nhân công nên mỗi ngày cơ sở đó làm ra được nhiều hơn 5 chiếc nón lá so với dự kiến ban đầu, vì vậy cơ sở sản xuất đã hoàn thành 300 chiếc nón lá sớm hơn 3 ngày so với dự kiến đã định. Hỏi theo dự kiến ban đầu, mỗi ngày cơ sở đó làm ra bao nhiêu chiếc nón lá. Biết rằng số chiếc nón lá làm ra mỗi ngày là bằng nhau và nguyên chiếc.

Lời giải.

Gọi x là số nón lá mà cơ sở đó dự kiến làm ra trong 1 ngày, $x > 0$.

Thời gian làm xong là $\dfrac{300}{x}$ ngày.

Số nón làm trong thực tế là $x + 5$ chiếc.

Thời gian làm trong thực tê là $\dfrac{300}{x+5}$ ngày.

Theo bài ra ta có $\dfrac{300}{x} - \dfrac{300}{x+5} = 3 \Leftrightarrow 3x^2 + 15x - 1500 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 20 \\ x = -25 \text{ (L)} \end{array}\right.$.

Vậy số nón dự định làm ban đầu là 20 chiếc.

Câu 14. (2,0 điểm)

Cho phương trình $x^2 + 2mx + m^2 + m = 0$ (1) (với x là ẩn số).

a) Giải phương trình (1) với $m = -1$.

b) Tìm giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt.

c) Tìm giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn điều kiện: $(x_1 - x_2)(x_1^2 - x_2^2) = 32$

Lời giải.

a) Với $m = -1$ phương trình (1) trở thành $x^2 - 2x = 0$ (2).

Phương trình (2)$\Leftrightarrow x(x-2) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2 \end{array}\right.$.

Vậy khi $m = -1$ phương trình (1) có tập nghiệm là $S = \{0; 2\}$.

b) Phương trình $x^2 + 2mx + m^2 + m = 0$ có: $\Delta = (2m)^2 - 4(m^2 + m) = -4m$.

Để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $\Delta > 0 \Leftrightarrow -4m > 0 \Leftrightarrow m < 0$.

Vậy $m < 0$ thì phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt.

c) Ta có

$$\begin{aligned}&(x_1-x_2)(x_1^2-x_2^2)=32\\ \Leftrightarrow&(x_1-x_2)^2(x_1+x_2)=32\\ \Leftrightarrow&\left[(x_1+x_2)^2-4x_1x_2\right](x_1+x_2)=32\,(3).\end{aligned}$$

Áp dụng định lý Viet: $\begin{cases}x_1+x_2=-2m\\ x_1x_2=m^2+m\end{cases}$

Suy ra (3) trở thành:

$$\begin{aligned}&\left[(-2m)^2-4(m^2+m)\right](-2m)=32\\ \Leftrightarrow&8m^2=32\\ \Leftrightarrow&m=\pm2\end{aligned}$$

Vậy $m=-2$ (vì $m<0$).

Câu 15. (3,0 điểm)

Cho tam giác ABC cân tại A. Gọi M là điểm bất kỳ nằm trên cạnh AC (M không trùng A và C). Một đường thẳng đi qua điểm M cắt cạnh BC tại I và cắt đường thẳng AB tại N sao cho I là trung điểm của đoạn thẳng MN. Đường phân giác trong của góc $\widehat{BAC}$ cắt đường tròn ngoại tiếp tam giác AMN tại điểm D (D không trùng A). Chứng minh rằng:

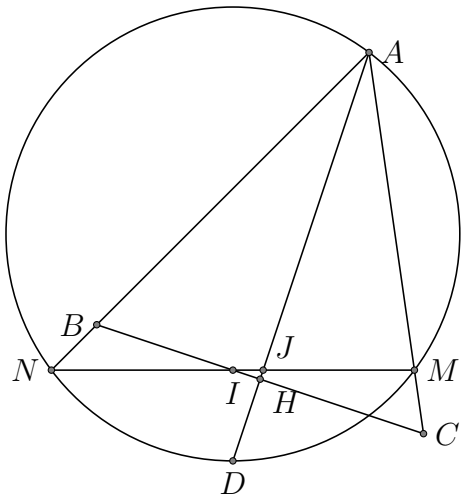
a) $DN=DM$ và $DI\perp MN$.

b) Tứ giác $BNDI$ nội tiếp.

c) Đường tròn ngoại tiếp tam giác AMN luôn đi qua một điểm cố định (khác điểm A) khi M di chuyển trên cạnh AC.

Lời giải.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/



a) Trong đường tròn ngoại tiếp tam giác AMN, ta có $\widehat{NAD}$ là góc nội tiếp chắn cung $\overset{\frown}{ND}, \widehat{DAM}$ là góc nội tiếp chắn cung $\overset{\frown}{MD}$.
Mà $\widehat{NAD} = \widehat{DAM}$ (do AD là tia phân giác góc $\widehat{BAC}$).
Nên sđ $\overset{\frown}{ND}$ = sđ $\overset{\frown}{MD} \Rightarrow \overset{\frown}{ND} = \overset{\frown}{MD} \Rightarrow ND = MD$.
Trong đường tròn ngoại tiếp $\Delta AMD, I$ là trung điểm của dây $MN \Rightarrow IN = IM$ mà $DN = DM$.
Suy ra I, D thuộc đường trung trực của đoạn thẳng MN.
Do đó $DI \perp MN$.

b) Gọi H là giao điểm của BC và AD, J là giao điểm của MN và AD.
Ta có ΔABC cân tại A có đường phân giác AD đồng thời là đường cao nên $AD \perp BC$.
Hai tam giác vuông DIJ và $IHJ(\widehat{I} = \widehat{H} = 90^\circ)$ có $\widehat{J}$ chung nên $\Delta DIJ \sim \Delta IHJ$
Suy ra $\widehat{IDJ} = \widehat{JIH}$ mà $\widehat{JIH} = \widehat{BIN}$ (đối đỉnh) nên $\widehat{IDJ} = \widehat{BIN}(1)$.
Mặt khác
$\widehat{ANM} = \widehat{ADM}$ (góc nội tiếp cùng chắn cung $\overset{\frown}{AM}$) (2)
Từ (1) và (2) suy ra
$\widehat{IDJ} + \widehat{ADM} = \widehat{BIN} + \widehat{ANH} \Rightarrow \widehat{IDM} = 180^\circ - \widehat{NBI} \Rightarrow \widehat{IDM} + \widehat{NBI} = 180^\circ$
Như đã chứng minh ở câu (a), ΔNDM cân tại D nên đường cao DI đồng thời là đường phân giác $\Rightarrow \widehat{NDI} = \widehat{IDM}$.
Do đó $\widehat{NDI} + \widehat{NBI} = 180^\circ$. Vậy, tứ giác $NBID$ nội tiếp.

c) Vì tứ giác $NBID$ nội tiếp mà $\widehat{NID} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{NID}$ chắn cung có số đo 180° tức ND

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

là đường kính của đường tròn đó.

$\Rightarrow \widehat{NBD} = 90^\circ$ hay $BD \perp AB$.

ΔABC cố định. $\Rightarrow$ đường phân giác trong AD cố định và đường thẳng vuông góc với AB tại B cố định và D là giao điểm của hai đường thẳng cố định này nên D cố định.

Vậy, đường tròn ngoại tiếp tam giác AMN luôn đi qua điểm D cố định.

Câu 16. (1,0 điểm)

Cho hình chữ nhật $ABCD$ với $AB = 2a, BC = a$. Khi quay hình chữ nhật $ABCD$ quanh cạnh AB một vòng thì được hình trụ có thể tích V_1 và khi quay hình chữ nhật $ABCD$ quanh cạnh BC một vòng thì được hình trụ có thể tích V_2. Tính tỉ số $\dfrac{V_1}{V_2}$.

Lời giải.

Khi quay hình chữ nhật $ABCD$ quanh cạnh AB một vòng thì được hình trụ có chiều cao $h = AB = 2a$, bán kính đáy $R = BC = a$ nên có thể tích

$$V_1 = \pi R^2 h = \pi a^2 \cdot 2a = 2\pi a^3 \text{ (đvtt)}.$$

Khi quay hình chữ nhật $ABCD$ quanh cạnh BC một vòng thì được hình trụ có chiều cao $h' = BC = a$, bán kính đáy $R' = CD = 2a$ nên có thể tích

$$V_2 = \pi R'^2 h' = \pi (2a)^2 \cdot a = 4\pi a^3 \text{ (đvtt)}.$$

Vậy $\dfrac{V_1}{V_2} = \dfrac{2\pi a^3}{4\pi a^3} = \dfrac{1}{2}$.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 70

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 NĂM HỌC 2018-2019, TIỀN GIANG

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

Bài 1. Tính giá trị của biểu thức $A=\sqrt{4-2\sqrt{3}}-\dfrac{1}{2}\sqrt{12}$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} A &= \sqrt{4-2\sqrt{3}}-\frac{1}{2}\sqrt{12}=\sqrt{\left(\sqrt{3}-1\right)^2}-\frac{1}{2}\cdot 2\sqrt{3} \\ &= \left|\sqrt{3}-1\right|-\sqrt{3}=\sqrt{3}-1-\sqrt{3}=-1. \end{aligned}$$

Bài 2. Giải phương trình $x^4+x^2-20=0$.

Lời giải.

Đặt $t=x^2$, $t\geq 0$, phương trình được viết lại là

$$t^2+t-20=0 \Leftrightarrow \left[\begin{aligned} &t=-5\,(\text{L}) \\ &t=4\,(\text{N}) \end{aligned}\right. \Leftrightarrow x^2=4 \Leftrightarrow \left[\begin{aligned} &x=2 \\ &x=-2. \end{aligned}\right.$$

Vậy phương trình có hai nghiệm là $x=2$, $x=-2$.

Bài 3. Giải hệ phương trình $\begin{cases} 3x-y=11 \\ 2x+y=9. \end{cases}$

Lời giải.

Ta có $\begin{cases} 3x-y=11 \\ 2x+y=9. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x=20 \\ 2x+y=9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=4 \\ y=9-2x=1. \end{cases}$

Vậy hệ phương trình có nghiệm là $(4;1)$.

Bài 4. Cho phương trình $x^2-2x-5=0$ có hai nghiệm x_1, x_2. Không giải phương trình, hãy tính giá trị các biểu thức $B=x_1^2+x_2^2$ và $C=x_1^3+x_2^3$.

Lời giải.

Theo định lý Vi-ét ta có $\begin{cases} x_1+x_2=-\dfrac{b}{a}=2 \\ x_1x_2=\dfrac{c}{a}=-5. \end{cases}$

- $B=x_1^2+x_2^2=(x_1+x_2)^2-2x_1x_2=2^2-2(-5)=4+10=14.$
- $C=x_1^3+x_2^3=(x_1+x_2)^3-3x_1x_2(x_1+x_2)=2^3-3(-5)(2)=38.$

Bài 5. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho parabol $(P)\colon y=\dfrac{1}{2}x^2$ và đường thẳng $d\colon y=x+m$.

a) Vẽ (P) và d trên cùng một mặt phẳng tọa độ khi $m=2$.

b) Định các giá trị của m để d cắt (P) tại hai điểm phân biệt A và B.

c) Tìm các giá trị của m để độ dài đoạn thẳng $AB=6\sqrt{2}$.

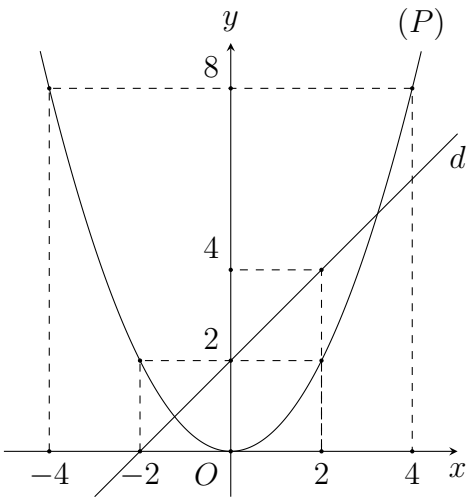
Lời giải.

a)

Khi $m=2$ thì $d\colon y=x+2$. Ta có

x	-2	0	2
$y=x+2$	0	2	4

x	-4	-2	0	2	4
$y=\dfrac{1}{2}x^2$	8	2	0	2	8



b) Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và d là

$$\frac{1}{2}x^2=x+m\Leftrightarrow x^2-2x-2m=0. \quad (*)$$

Để (P) cắt d tại hai điểm phân biệt A và B thì $(*)$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta'>0\Leftrightarrow 1^2-(-2m)>0\Leftrightarrow 1+2m>0\Leftrightarrow m>-\dfrac{1}{2}$.

c) Gọi $A(x_1;y_1)$, $B(x_2;y_2)$, khi đó ta có

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

$$\begin{cases} x_1+x_2=-\dfrac{b}{a}=2 \\ x_1x_2=\dfrac{c}{a}=-2m \end{cases} \text{ và } \begin{cases} y_1=x_1+m \\ y_2=x_2+m. \end{cases}$$

$$\begin{aligned} AB &= \sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}=\sqrt{2\,(x_2-x_1)^2} \\ &= \sqrt{2\left[(x_2+x_1)^2-4x_1x_2\right]}=\sqrt{2\left[2^2-4(-2m)\right]}=\sqrt{2(4+8m)}. \end{aligned}$$

Yêu cầu bài toán là $AB=6\sqrt{2}\Leftrightarrow\sqrt{2(4+8m)}=6\sqrt{2}\Leftrightarrow 8+16m=72\Leftrightarrow m=4$.

So điều kiện tồn tại hai nghiệm, ta suy ra $m=4$ là giá trị cần tìm.

Bài 6. Hai bến sông A và B cách nhau 60 km. Một ca-nô đi xuôi dòng từ A đến B rồi ngược dòng từ B về A. Thời gian đi xuôi dòng ít hơn thời gian đi ngược dòng là 20 phút. Tính vận tốc ngược dòng của ca-nô, biết vận tốc xuôi dòng lớn hơn vận tốc ngược dòng của ca-nô là 6 km/h.

Lời giải.

Gọi x km/h là vận tốc ngược dòng của ca-nô.

Suy ra vận tốc ca-nô khi xuôi dòng là $(x+6)$ km/h.

Thời gian ca-nô chạy xuôi dòng từ A đến B là $\dfrac{60}{x+6}$ giờ.

Thời gian ca-nô chạy ngược dòng từ B về A là $\dfrac{60}{x}$ giờ.

Do thời gian đi xuôi dòng ít hơn đi ngược dòng là 20 phút nên

$$\frac{60}{x}-\frac{60}{x+6}=\frac{1}{3}\Leftrightarrow x^2+6x-1080=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=30\,(\text{N}) \\ x=-36\,(\text{L}). \end{array}\right.$$

Vậy vận tốc ca-nô khi ngược dòng là 30 km/h.

Bài 7. Cho tam giác ABC có ba góc nhọn ($AB<AC$), các đường cao AF, BD và CE cắt nhau tại H.

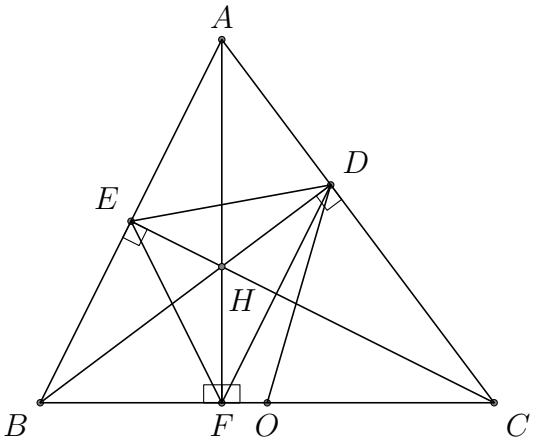
a) Chứng minh tứ giác $BEDC$ nội tiếp trong một đường tròn.

b) Chứng minh $AE\cdot AB=AD\cdot AC$.

c) Chứng minh FH là phân giác của góc $\widehat{EFD}$.

d) Gọi O là trung điểm của đoạn thẳng BC. Chứng minh rằng $\widehat{DOC}=\widehat{FED}$.

Lời giải.



a) Theo giả thiết ta có $BD \perp AC$, $CE \perp AB$, suy ra hai điểm D, E cùng nhìn BC dưới một góc vuông, từ đó suy ra tứ giác $BEDC$ nội tiếp một đường tròn.

b) Xét hai tam giác ABC và ADE có
$\widehat{ABC} = \widehat{ADE}$ (do tứ giác $BCDE$ nội tiếp),
$\widehat{ACB} = \widehat{AED}$ (do tứ giác $BCDE$ nội tiếp),
suy ra $\triangle ABC \backsim \triangle ADE$ (g-g).
Từ đó suy ra $\dfrac{AB}{AD} = \dfrac{AC}{AE} \Leftrightarrow AB \cdot AE = AD \cdot AC$.

c) Do tứ giác $BCDE$ nội tiếp, suy ra $\widehat{DBE} = \widehat{DCE}$ (cùng chắn cung $\widehat{DE}$). (1)
Theo giả thiết ta có $\widehat{BEH} + \widehat{BFH} = 180^\circ$ (do AF và CE là đường cao), suy ra tứ giác $BEHF$ nội tiếp, từ đó suy ra $\widehat{DBE} = \widehat{EFH}$ (cùng chắn cung $\widehat{EH}$). (2)
Tương tự, ta chứng minh được tứ giác $CDHF$ nội tiếp, suy ra $\widehat{DFH} = \widehat{DCE}$. (3)
Từ (1), (2) và (3) suy ra $\widehat{DBE} = \widehat{EFH} = \widehat{DFH} = \widehat{DCE}$, từ đó suy ra AF là phân giác góc $\widehat{EFD}$.

d) Tương tự ý c) ta chứng minh được CE là phân giác góc $\widehat{DEF}$, suy ra $\widehat{DEF} = 2\widehat{HEF}$. (4)
Theo chứng minh trên, tứ giác $BEHF$ nội tiếp, suy ra $\widehat{HEF} = \widehat{HBF}$ (cùng chắn cung $\widehat{HF}$). (5)
Mặt khác, do tam giác BCD vuông tại D và O là trung điểm cạnh huyền BC nên ta có $OB = OC = OD$, suy ra tam giác OBD cân tại O, suy ra $\widehat{DOC} = 2\widehat{DBO} = 2\widehat{HBF}$. (6)
Từ (4), (5) và (6) suy ra $\widehat{DOC} = \widehat{FED}$.

Bài 8. Một hình trụ có diện tích xung quanh bằng 256π cm^2 và bán kính đáy bằng $\dfrac{1}{2}$ đường cao. Tính bán kính đáy và thể tích của hình trụ.

Lời giải.

Giả sử bán kính đáy hình trụ là R $(R > 0)$, suy ra chiều cao của hình trụ là $h = 2R$.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Theo bài ra ta có diện tích xung quanh của hình trụ là

$$S_{\text{xq}} = 2\pi Rh = 4\pi R^2 = 256\pi \Rightarrow R = 8 \text{ cm}.$$

Từ đó suy ra thể tích của hình trụ là $V = h\pi R^2 = 2 \cdot 8 \cdot \pi \cdot 8^2 = 1024 \text{ cm}^3$.

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 71

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 NĂM HỌC 2018-2019, TRÀ VINH

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Câu 1 (9D1B8). [9D4B4][9D4B3]**(3,0 điểm)**

a) Rút gọn biểu thức $2\sqrt{75}+3\sqrt{48}-4\sqrt{27}$.

b) Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2x-y=8 \\ 3x+2y=5. \end{cases}$

c) Giải phương trình $3x^2-7x+2=0$.

Lời giải.

a) Ta có $\sqrt{75}+3\sqrt{48}-4\sqrt{27}=2\cdot 5\sqrt{3}+3\cdot 4\sqrt{3}-4\cdot 3\sqrt{3}=10\sqrt{3}+12\sqrt{3}-12\sqrt{3}=10\sqrt{3}$.

b) Ta có $\begin{cases} 2x-y=8 \\ 3x+2y=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x-2y=16 \\ 3x+2y=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7x=21 \\ 3x+2y=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=-2. \end{cases}$

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm là $\mathcal{S}=\{(3;-2)\}$.

c) $3x^2-7x+2=0 \Leftrightarrow 3x^2-6x-x+2=0 \Leftrightarrow 3x(x-2)-(x-2)=0$

$$\Leftrightarrow (3x-1)(x-2)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\dfrac{1}{3} \\ x=2. \end{array}\right.$$

Vậy phương trình đã cho có nghiệm là $\mathcal{S}=\left\{\dfrac{1}{2};2\right\}$.

Câu 2. Cho hai hàm số $y=-x+2$ và $y=x^2$ có đồ thị lần lượt là (d) và (P).

a) Vẽ (d) và P trên cùng hệ trục tọa độ.

b) Bằng phép toán tìm tọa độ giao điểm của (d) và (P).

Lời giải.

Vẽ parabol và đường thẳng (d) như sau:

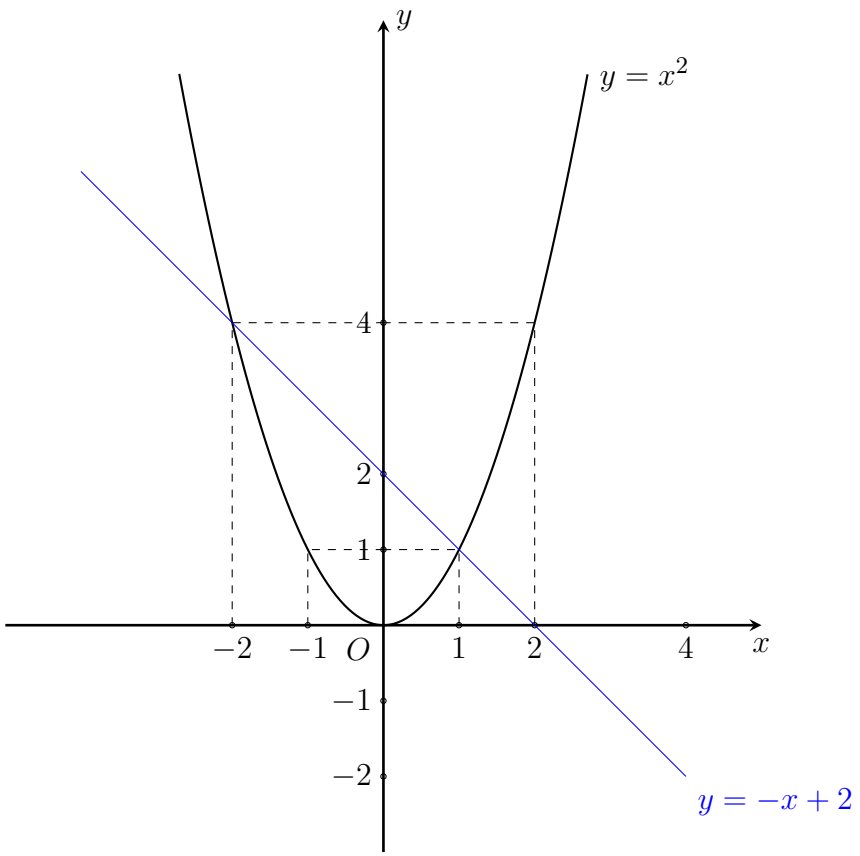
Vẽ parabol $(P): y = x^2$.

- Tập xác định của hàm số: $\mathbb{R}$.
- Bảng giá trị:

x	-2	-1	0	1	2
$y = x^2$	4	1	0	1	4

Vẽ đường thẳng $(d): y = -x + 2$.

Đồ thị của hàm số $y = -x + 2$ là đường thẳng đi qua điểm $(2; 0)$ và $(0; 2)$.



Phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P) là

$x^2 = -x + 2 \Leftrightarrow x^2 + x - 2 = 0 \Leftrightarrow x^2 - x + 2x - 2 = 0 \Leftrightarrow x(x-1) + 2(x-1) = 0$

$$\Leftrightarrow (x-1)(x+2) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \Rightarrow y = 1 \\ x = -2 \Rightarrow y = 4. \end{array}\right.$$

Vậy $A(1; 1)$, $B(-2; 4)$ là hai giao điểm của (d) và (P).

Câu 3. Cho phương trình $x^2 - (m+1)x + m - 2 = 0$ (với m là tham số).

a) Chứng minh phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m.

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

b) Tìm các số nguyên m để phương trình có nghiệm nguyên.

Lời giải.

a) Ta có $\Delta = (m+1)^2 - 4(m-2) = m^2+2m+1-4m+8 = m^2-2m+9 = (m-1)^2+8 > 0$.
Vì $\Delta > 0$ với mọi m nên phương trình đã cho luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m.

b) Phương trình có nghiệm nguyên khi và chỉ khi Δ là số chính phương, tức là $m^2 - 2m + 9$ là số chính phương.
Đặt $m^2-2m+9 = a^2 \Leftrightarrow (m-1)^2+8 = a^2 \Leftrightarrow a^2-(m-1)^2 = 8 \Leftrightarrow (a-m+1)(a+m-1) = 8$.
Vì $a-m+1$ và $a+m-1$ là các số nguyên nên chúng là ước của 8, suy ra xảy ra các trường hợp sau.

- $a-m+1 = 8$ và $a+m-1 = 1$. Suy ra $a = \dfrac{9}{2}$ và $m = -\dfrac{5}{2}$ (loại) (Vì m nguyên).
- $a-m+1 = -8$ và $a+m-1 = -1$. Suy ra $a = -\dfrac{9}{2}$ và $m = -\dfrac{9}{2}$ (loại) (Vì m nguyên).
- $a-m+1 = -1$ và $a+m-1 = -8$. Suy ra $a = -\dfrac{9}{2}$ và $m = -\dfrac{5}{2}$ (loại) (Vì m nguyên).
- $a-m+1 = 1$ và $a+m-1 = 8$. Suy ra $a = \dfrac{9}{2}$ và $m = -\dfrac{9}{2}$ (loại) (Vì m nguyên).
- $a-m+1 = 2$ và $a+m-1 = 4$. Suy ra $a = 3$ và $m = 2$ (nhận) (Vì m nguyên).
- $a-m+1 = 4$ và $a+m-1 = 2$. Suy ra $a = 0$ và $m = 3$ (loại) (Vì $a \neq 0$).
- $a-m+1 = -2$ và $a+m-1 = -4$. Suy ra $a = -3$ và $m = 0$ (nhận) (Vì m nguyên).
- $a-m+1 = -4$ và $a+m-1 = -2$. Suy ra $a = -3$ và $m = 2$ (nhận) (Vì m nguyên).

Vậy $m \in \{0; 2; 3\}$ thì phương trình đã cho có nghiệm nguyên.

Câu 4. Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH ($H \in BC$). Biết $BH = 3{,}6$cm và $HC = 6{,}4$cm. Tính độ dài BC, AH, AB, AC.

Lời giải.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

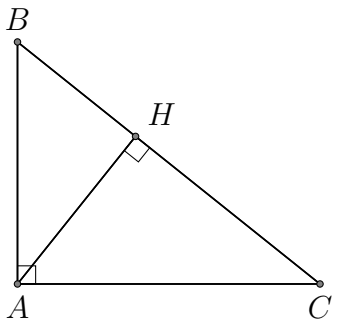
Ta có $BC = BH + HC = 3{,}6 + 6{,}4 = 10$ (cm).

Xét $\triangle ABC$ vuông tại A có AH là đường cao theo hệ thức lượng trong tam giác vuông ta có

$AH^2 = BH \cdot CH = 3{,}6 \cdot 6{,}4 = 23{,}04 \Rightarrow AH = 4{,}8$(cm).

$AB^2 = BH \cdot BC = 3{,}6 \cdot 10 = 36 \Rightarrow AB = 6$ (cm).

$AC^2 = CH \cdot BC = 6{,}4 \cdot 10 = 64 \Rightarrow AC = 8$ (cm).



Câu 5. Cho tam giác ABC vuông tại A ($AB < AC$), M là trung điểm của cạnh AC. Đường tròn đường kính MC cắt BC tại N. Đường thẳng BM cắt đường tròn đường kính MC tại D.

a) Chứng minh tứ giác $BADC$ nội tiếp.

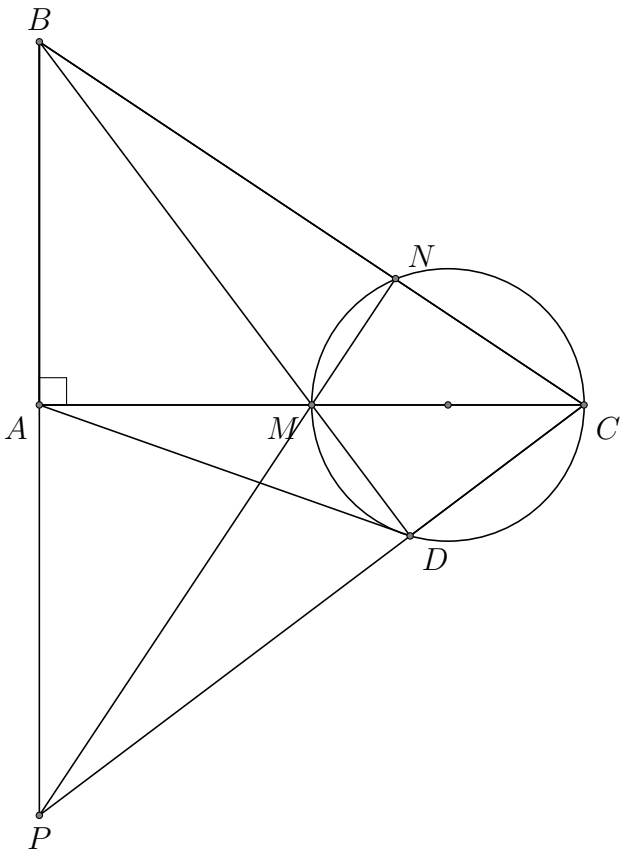
b) Chứng minh DB là phân giác của góc ADN.

c) BA và CD kéo dài cắt nhau tại P. Chứng minh ba điểm P, M, N thẳng hàng.

Lời giải.

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/



a) Xét tứ giác $BADC$ có $\widehat{BAC} = 90^\circ$ ($\triangle ABC$ vuông tại A)
và $\widehat{BDC} = 90^\circ$ (BM cắt đường tròn đường kính MC tại D).
Suy ra tứ giác $BADC$ nội tiếp (hai góc kề bằng nhau cùng chắn cung BC).

b) Xét tứ giác $NMDC$ có
$\widehat{MNC} + \widehat{MDC} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$
Suy ra tứ giác $NMDC$ nội tiếp.
Do đó $\widehat{MDN} = \widehat{MCN}$ (góc nội tiếp cùng chắn cung MN) . Hay $\widehat{BDN} = \widehat{ACB}$. (1)
Mà tứ giác $BADC$ nội tiếp (cmt)
Suy ra $\widehat{ADB} = \widehat{ACB}$ (góc nội tiếp cùng chắn cung AB). (2)
Từ (1) và (2) suy ra $\widehat{BDN} = \widehat{ABD}$.
Vậy chứng tỏ rằng DB là phân giác của góc ADN.

c) Xét $\triangle BCP$ có $AC \perp BP$ ($\triangle ABC$ vuông tại A) và $BD \perp DC$ (gt).
Mà AC và BD cắt nhau tại M.
Suy ra M là trực tâm $\triangle BPC$.
Do đó $PM \perp BC$. (3)

Mặt khác $MN \perp NC$ (Vì $\triangle MNC$ nội tiếp), hay $MN \perp BC$. (4)

Từ (3) và (4) suy ra 3 điểm P, M, N thẳng hàng.

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 72

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 NĂM HỌC 2018-2019, VĨNH LONG

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Câu 1.

a) Tính giá trị biểu thức $A = 3\sqrt{27} - 2\sqrt{12} + 4\sqrt{48}$.

b) Rút gọn biểu thức $B = \sqrt{7 - 4\sqrt{3}} + \dfrac{1}{2 - \sqrt{3}}$.

Lời giải.

a) $A = 3 \cdot 3\sqrt{3} - 2 \cdot 2\sqrt{3} + 4 \cdot 4\sqrt{3} = 21\sqrt{3}$.

b) $B = \sqrt{7 - 4\sqrt{3}} + \dfrac{1}{2 - \sqrt{3}} = \sqrt{(2 - \sqrt{3})^2} + \dfrac{1 \cdot (2 + \sqrt{3})}{(2 - \sqrt{3})(2 + \sqrt{3})}$
$= \left|2 - \sqrt{3}\right| + 2 + \sqrt{3} = 4$.

Câu 2. Giải các phương trình và hệ phương trình sau:

a) $x^2 - 3x + 2 = 0$

b) $x^2 - 2\sqrt{3}x + 3 = 0$

c) $x^4 - 9x^2 = 0$

d) $\begin{cases} x - y = 3 \\ 3x - 2y = 8 \end{cases}$

Lời giải.

a) $x^2 - 3x + 2 = 0$

Ta có $\Delta = 1 > 0$.

Phương trình có 2 nghiệm $x_1 = 1$, $x_2 = 2$.

b) $x^2 - 2\sqrt{3}x + 3 = 0$

Ta có $\Delta = 0$.

Phương trình có nghiệm kép $x_1 = x_2 = \sqrt{3}$.

c) $x^4 - 9x^2 = 0$

Đặt $t = x^2$, $t \geq 0$, phương trình trở thành $t^2 - 9t = 0$.

Giải ra được $t = 0$ (nhận); $t = 9$ (nhận)

Khi $t = 9$, ta có $x^2 = 9 \Leftrightarrow x = \pm 3$.

Khi $t = 0$, ta có $x^2 = 0 \Leftrightarrow x = 0$.

d) Ta có $\begin{cases} x - y = 3 \\ 3x - 2y = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y + 3 \\ 3(y + 3) - 2y = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases}$

Vậy hệ phương trình có nghiệm là $(x, y) = (2; -1)$.

Câu 3.

a) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho Parabol (P): $y = x^2$. Vẽ đồ thị Parabol (P).

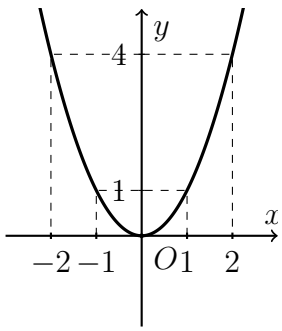
b) Cho phương trình $x^2 - (m-1)x - m = 0$ (1) (với x là ẩn số, m là tham số). Xác định các giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn điều kiện: $x_1(3 - x_2) + 20 \geq 3(3 - x_2)$.

Lời giải.

a) Bảng giá trị giữa x và y

x	-2	-1	0	1	2
y	4	1	0	1	4

Đồ thị



Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

b) Ta có $\Delta = (m-1)^2 + 4m = (m+1)^2$.

Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1; x_2 khi $\Delta > 0 \Leftrightarrow m \neq -1$.

Ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = m - 1 \\ x_1 \cdot x_2 = -m \end{cases}$

Theo đề bài ta có

$$x_1(3 - x_2) + 20 \geq 3(3 - x_2) \Leftrightarrow 3(x_1 + x_2) - x_1x_2 \geq -11$$

$$\Leftrightarrow 3(m-1) + m \geq -11 \Leftrightarrow 4m \geq -8 \Leftrightarrow m \geq -2.$$

Vậy $m \geq -2$; $m \neq -1$ thì phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 4. Quãng đường dài 160 km. Hai xe khởi hành cùng một lúc từ A để đi đến B. Vận tốc của xe thứ nhất lớn hơn vận tốc của xe thứ hai là 10 km/h nên xe thứ nhất đến sớm hơn xe thứ hai là 48 phút. Tính vận tốc của xe thứ hai.

Lời giải.

Gọi vận tốc của xe thứ hai là x (km/h). Điều kiện: $x > 0$.Vận tốc của xe thứ nhất là $x+10$ (km/h). Thời gian đi quãng đường AB của xe thứ nhất là $\dfrac{160}{x+10}$ (h) và thời gian của xe thứ hai là $\dfrac{160}{x}$ (h). Theo đề bài ta có phương trình

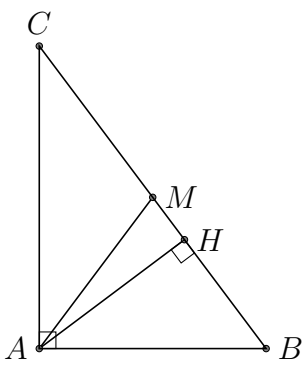
$$\frac{160}{x} - \frac{160}{x+10} = \frac{48}{60}.$$

Giải phương trình ta được: $x = 40$ (nhận), $x = -50$ (loại). Vậy vận tốc của xe thứ hai là 40 km/h.

Câu 5. Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH. Gọi M là trung điểm của BC. Biết $AB = 3$ cm, $AC = 4$ cm. Tính độ dài đường cao AH và diện tích tam giác ABM.

Lời giải.

Ta có $BC = 5$ cm. Suy ra $AH = \dfrac{12}{5} = 2{,}4$ cm, $BM = \dfrac{5}{2} = 2{,}5$ cm. Nên diện tích tam giác ABM bằng $S_{\triangle ABM} = \dfrac{1}{2}AH \cdot BM = 3$ (cm^2).



Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

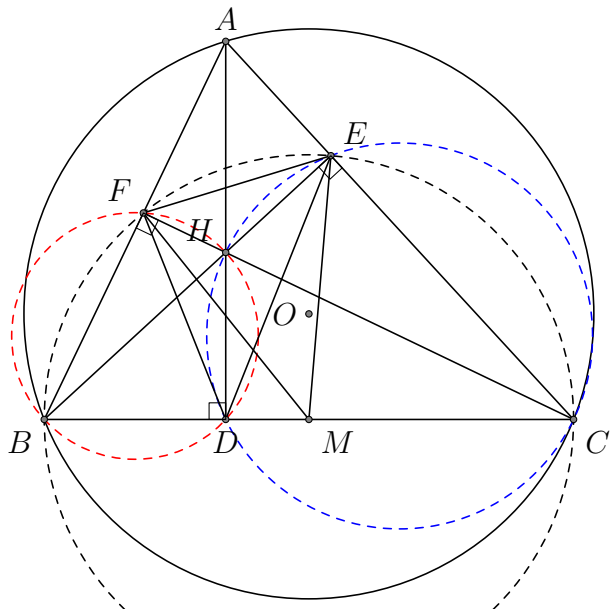
Câu 6. Cho tam giác nhọn ABC $(AB < AC)$ nội tiếp đường tròn $(O; R)$. Các đường cao AD, BE, CF của tam giác ABC cắt nhau tại H. Gọi M là trung điểm của BC.

a) Chứng minh tứ giác $BFHD$ nội tiếp được đường tròn.

b) Biết $\widehat{EBC} = 30^\circ$. Tính số đo $\widehat{EMC}$.

c) Chứng minh $\widehat{FDE} = \widehat{FME}$.

Lời giải.



a) Ta có $\widehat{BFH} = \widehat{BDH} = 90^\circ$. Suy ra $\widehat{BFH} + \widehat{BDH} = 180^\circ$. Vậy tứ giác $BFHD$ nội tiếp được đường tròn.

b) Tứ giác $BFEC$ nội tiếp đường tròn đường kính BC, tâm M. Suy ra $\widehat{EMC} = 2\widehat{EBC} = 2 \cdot 30^\circ = 60^\circ$.

c) Xét tứ giác $DMEF$ có $\widehat{FME} = 2\widehat{FCE} = 2\widehat{HDE}$.
Mà $\widehat{FDH} = \widehat{FBH} = \widehat{FCE} = \widehat{HDE}$. Suy ra $\widehat{FME} = \widehat{FDE}$.

Câu 7. Cho $a = \dfrac{\sqrt{2}-1}{2}$; $b = \dfrac{\sqrt{2}+1}{2}$. Tính $a^7 + b^7$.

Lời giải.

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

Từ giả thiết ta có $a+b=\sqrt{2}$ và $ab=\dfrac{1}{4}$.

$$\begin{aligned} a^7+b^7 &= \left(a^4+b^4\right)\left(a^3+b^3\right)-a^3b^3(a+b) \\ &= \left\{\left[(a+b)^2-2ab\right]^2-2a^2b^2\right\}\left[(a+b)^3-3ab(a+b)\right]-a^3b^3(a+b) \\ &= \left[\left(2-\frac{1}{2}\right)^2-\frac{1}{8}\right]\cdot\left(2\sqrt{2}-\frac{3\sqrt{2}}{4}\right)-\frac{\sqrt{2}}{64} \\ &= \frac{169\sqrt{2}}{64}. \end{aligned}$$

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 73

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 NĂM HỌC 2018-2019, VĨNH PHÚC

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (2.0 điểm)

Câu 1. Cho biểu thức $P = a\sqrt{2}$ với $a < 0$. Khi đó biểu thức P bằng

(A) $\sqrt{-2a}$. (B) $-\sqrt{-2a}$. (C) $\sqrt{2a^2}$. (D) $-\sqrt{2a^2}$.

Lời giải.

Vì $a < 0$ nên $-a > 0$ do đó $P = a\sqrt{2} = -(-a)\sqrt{2} = -\sqrt{2(-a)^2} = -\sqrt{2a^2}$.

Chọn phương án (D)

Câu 2. Hàm số $y = (m-4)\,x + 7$ đồng biến trên $\mathbb{R}$, với

(A) $m \leq 4$. (B) $m > 4$. (C) $m < 4$. (D) $m \neq 4$.

Lời giải.

Hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbf{R} \Leftrightarrow m - 4 > 0 \Leftrightarrow m > 4$.

Chọn phương án (B)

Câu 3. Số nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} x - y = 1 \\ 3x + 2y = 4 \end{cases}$ là

(A) 1. (B) 2. (C) vô số. (D) 0.

Lời giải.

$\begin{cases} x - y = 1 \\ 3x + 2y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \dfrac{6}{5} \\ y = \dfrac{1}{5} \end{cases} \Rightarrow$ hệ phương trình có một nghiệm.

Chọn phương án (A)

Câu 4. Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 2\sqrt{3}$cm, $BC = 2$cm. Độ dài đường kính của đường tròn ngoại tiếp hình chữ nhật $ABCD$ bằng

(A) 2cm. (B) $2\sqrt{3}$cm. (C) 4cm. (D) 8cm.

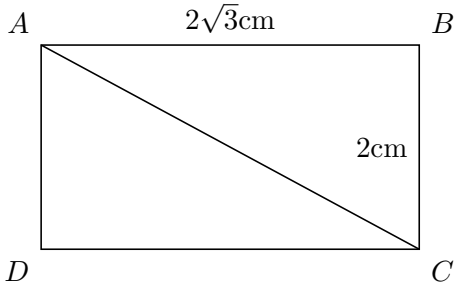
Lời giải.

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

Đường tròn ngoại tiếp hình chữ nhật $ABCD$ có đường kính là AC.

Ta có $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{\left(2\sqrt{3}\right)^2 + (2)^2} = 4$.

Vậy độ dài đường kính của đường tròn ngoại tiếp hình chữ nhật $ABCD$ là 4 cm.



Chọn phương án C

II. PHẦN TỰ LUẬN (8.0 điểm)

Bài 1. Cho phương trình $x^2 - 2(m+1)x + m^2 + 3 = 0$ (1), với m là tham số và x là ẩn số.

a) Giải phương trình (1) khi $m = 3$.

b) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt.

Lời giải.

a) Khi $m = 3$ phương trình (1) trở thành $x^2 - 8x + 12 = 0 \Leftrightarrow (x-6)(x-2) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 6 \\ x = 2 \end{array}\right.$.

Vậy với $m = 3$ thì tập nghiệm của phương trình là $S = \{2; 6\}$.

b) Phương trình có hai nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow (m+1)^2 - m^2 - 3 > 0 \Leftrightarrow 2m - 2 > 0 \Leftrightarrow m > 1$.

Vậy $m > 1$ thì phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt.

Bài 2.

a) Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, cho parabol $(P): y = \dfrac{1}{4}x^2$ và A, B là hai điểm thuộc (P) có hoành độ tương ứng bằng -2 và 4. Tìm tọa độ hai điểm A, B và viết phương trình đường thẳng d đi qua hai điểm A, B.

b) Cho một mảnh vườn hình chữ nhật. Biết rằng nếu giảm chiều rộng đi 3 m và tăng chiều dài thêm 8 m thì diện tích mảnh vườn đó giảm 54 m^2 so với diện tích ban đầu, nếu tăng chiều rộng thêm 2 m và giảm chiều dài đi 4 m thì diện tích mảnh vườn đó tăng 32 m^2 so với diện tích ban đầu. Tính chiều rộng và chiều dài ban đầu của mảnh vườn đó.

Lời giải.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

a) A, B thuộc (P) có hoành độ tương ứng bằng -2 và 4 nên $A(-2;1), B(4;4)$.

Đường thẳng d cần tìm có dạng $y = ax + b$.

Vì d đi qua hai điểm A, B nên ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} -2a + b = 1 \\ 4a + b = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \dfrac{1}{2} \\ b = 1 + 2 \cdot \dfrac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \dfrac{1}{2} \\ b = 2 \end{cases}.$$

Vậy đường thẳng d có phương trình $y = \dfrac{1}{2}x + 2$.

b) Gọi chiều rộng và chiều dài ban đầu của mảnh vườn hình chữ nhật lần lượt là x, y (điều kiện $y > x > 3$, $y > 4$).

Diện tích ban đầu của mảnh vườn là xy (m^2).

Sau khi giảm chiều rộng 3 m, tăng chiều dài 8 m thì diện tích mảnh vườn đó giảm 54 m^2 so với diện tích ban đầu nên ta có phương trình $xy - (x-3)(y+8) = 54$ (1).

Sau khi tăng chiều rộng thêm 2 m và giảm chiều dài đi 4 m thì diện tích mảnh vườn đó tăng 32 m^2 so với diện tích ban đầu nên ta có phương trình $(x+2)(y-4) - xy = 32$ (2).

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} xy - (x-3)(y+8) = 54 \\ (x+2)(y-4) - xy = 32 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -8x + 3y = 30 \\ 2x - y = -20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 15 \\ y = 50 \end{cases} \text{ (thỏa mãn).}$$

Vậy chiều rộng của mảnh vườn là 15 m và chiều dài của mảnh vườn là 50 m.

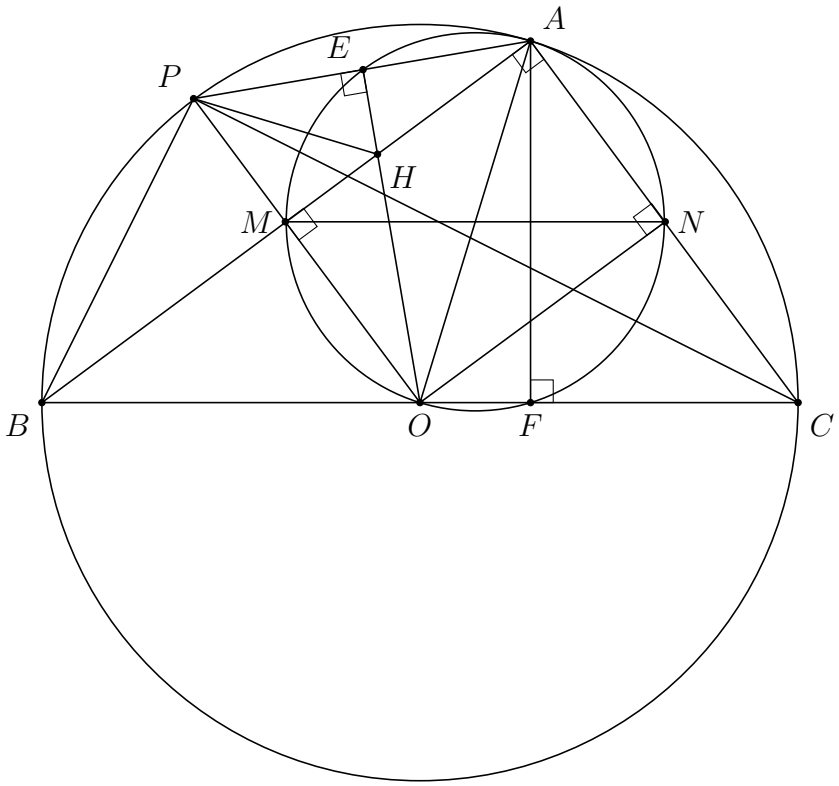
Bài 3. Cho đường tròn (O, R) (đường tròn tâm O bán kính R) và điểm A cố định nằm trên (O, R). BC là một đường kính thay đổi của đường tròn (O, R) và không đi qua điểm A. Đường tròn đường kính AO cắt các đoạn AB, AC tại các điểm thứ hai tương ứng là M, N. Tia OM cắt (O, R) tại điểm P. Gọi H là trực tâm của tam giác AOP. Chứng minh rằng:

a) Tứ giác $AMON$ là hình chữ nhật.

b) Tứ giác $PHOB$ nội tiếp được trong một đường tròn và $\dfrac{OH \cdot PC}{AC}$ không phụ thuộc vào vị trí của các điểm B, C.

c) Xác định vị trí của các điểm B, C sao cho tam giác AMN có diện tích lớn nhất.

Lời giải.



a) Ta có $\widehat{BAC} = 90^\circ$ (do A thuộc đường tròn đường kính BC).

Ta có $\widehat{AMO} = \widehat{ANO} = 90^\circ$ (do M, N thuộc đường tròn đường kính AO).

Tứ giác $AMON$ có $\widehat{BAC} = \widehat{AMO} = \widehat{ANO} = 90^\circ$ nên $AMON$ là hình chữ nhật.

b) Tam giác AOP cân tại O có OH là đường cao nên OH đồng thời cũng là đường phân giác của $\widehat{AOP} \Rightarrow \widehat{POH} = \widehat{AOH} = \dfrac{1}{2}\widehat{AOP}$.

Mà $\widehat{ABP} = \dfrac{1}{2}\widehat{AOP}$ (quan hệ giữa góc nội tiếp và góc ở tâm cùng chắn cung AP của đường tròn (O)).

Nên ta có $\widehat{ABP} = \widehat{POH}$ hay $\widehat{HBP} = \widehat{POH}$.

Mặt khác B, O là hai đỉnh kề nhau của tứ giác $PHOB$ nên suy ra tứ giác $PHOB$ nội tiếp đường tròn.

Ta có:

$\widehat{ACP} = \widehat{ABP}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung AP của đường tròn (O))

$\widehat{ABP} = \widehat{HOP}$ (chứng minh trên)

$\Rightarrow \widehat{ACP} = \widehat{HOP}$ (1).

Ta lại có:

$\widehat{APC} = \widehat{ABC}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung AC của đường tròn (O))

$\widehat{ABC} = \widehat{HPO}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung OH của đường tròn ngoại tiếp $PHOB$)

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

$\Rightarrow \widehat{APC} = \widehat{HPO}$ (2).

Từ (1) và (2) $\Rightarrow \triangle APC \backsim \triangle HPO$ (g.g) $\Rightarrow \dfrac{AC}{OH} = \dfrac{PC}{PO} \Rightarrow \dfrac{OH \cdot PC}{AC} = PO = R$.

Vậy $\dfrac{OH.PC}{AC} = R$ không phụ thuộc vào vị trí của các điểm B, C.

c) Ta có $\widehat{AMO} = \widehat{ANO} = 90^\circ \Rightarrow OM \perp AB$ và $ON \perp AC \Rightarrow M, N$ lần lượt là trung điểm của $AB, AC \Rightarrow S_{\triangle AMN} = \dfrac{1}{4} S_{\triangle ABC} = \dfrac{1}{8} AB \cdot AC$.

Cách 1:

Theo bất đẳng thức Cauchy $AB.AC \leq \dfrac{AB^2 + AC^2}{2} = \dfrac{BC^2}{2} = \dfrac{4R^2}{2} = 2R^2$.

Do đó $S_{\triangle AMN} = \dfrac{1}{8} AB \cdot AC = \leq \dfrac{1}{8} \cdot 2R^2 = \dfrac{R^2}{4}$.

Vậy $S_{\triangle AMN}$ lớn nhất bằng $\dfrac{R^2}{4}$. Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow AB = AC \Rightarrow A$ là điểm chính giữa của cung BC.

Cách 2:

Kẻ đường cao AF của tam giác ABC ta có $AF \leq AO = R$.

Do đó $S_{\triangle AMN} = \dfrac{1}{8} AB \cdot AC = \dfrac{1}{8} AF \cdot BC = \dfrac{1}{8} \cdot 2R \cdot AF \leq \dfrac{1}{8} \cdot 2R \cdot AO = \dfrac{1}{8} \cdot 2R^2 = \dfrac{R^2}{4}$.

Vậy $S_{\triangle AMN}$ lớn nhất bằng $\dfrac{R^2}{4}$. Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow AF = AO \Leftrightarrow F \equiv O \Rightarrow A$ là điểm chính giữa của cung BC.

Bài 4. Giải phương trình $\sqrt{2\left(x^4+4\right)} = 3x^2 - 10x + 6$.

Lời giải.

Điều kiện $3x^2 - 10x + 6 \geq 0$.

Hai vế của phương trình đều không âm, bình phương hai vế ta được:

$\left(\sqrt{2\left(x^4+4\right)}\right)^2 = \left(3x^2 - 10x + 6\right)^2$

$\Leftrightarrow 2x^4 + 8 = 9x^4 + 100x^2 + 36 - 60x^3 + 36x^2 - 120x \Leftrightarrow 7x^4 - 60x^3 + 136x^2 - 120x + 28 = 0$ $(*)$

TH1: Với $x = 0$ thì phương trình $(*)$ vô nghiệm.

TH2: Với $x \neq 0$, chia cả hai vế của phương trình $(*)$ cho x^2 ta được:

$7x^2 - 60x + 136 - \dfrac{120}{x} + \dfrac{28}{x^2} = 0$

$\Leftrightarrow \left(7x^2 + \dfrac{28}{x^2}\right) - \left(60x + \dfrac{120}{x}\right) + 136 = 0 \Leftrightarrow 7\left(x^2 + \dfrac{4}{x^2}\right) - 60\left(x + \dfrac{2}{x}\right) + 136 = 0$ $(**)$

Đặt $t = x + \dfrac{2}{x}$ (điều kiện $t \geq 2\sqrt{2}$ hoặc $t \leq -2\sqrt{2}$)

Ta có $t^2 = \left(x + \dfrac{2}{x}\right)^2 = x^2 + \dfrac{4}{x^2} + 4 \Rightarrow x^2 + \dfrac{4}{x^2} = t^2 - 4$

Khi đó $(**)$ trở thành: $7\left(t^2 - 4\right) - 60t + 136 = 0$

$\Leftrightarrow 7t^2 - 60t + 108 = 0 \Leftrightarrow (t-6)(7t-18) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} t = 6 & \text{(nhận)} \\ t = \dfrac{18}{7} & \text{(loại)} \end{array}\right.$

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

Với $t=6$ ta có $x+\dfrac{2}{x}=6 \Leftrightarrow x^2-6x+2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=3-\sqrt{7} \\ x=3+\sqrt{7} \end{array}\right.$

Đối chiếu với điều kiện ban đầu ta có tập nghiệm của phương trình là $S=\left\{3-\sqrt{7};3+\sqrt{7}\right\}$

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM

1 D **2** B **3** A **4** C

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 74

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 NĂM HỌC 2018-2019, YÊN BÁI, MÃ ĐỀ 009

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Cho tam giác ABC đều có chu vi 24cm, tam giác MNP đồng dạng với tam giác ABC, tỷ số đồng dạng bằng $\frac{1}{2}$. Tính độ dài cạnh MN.

(A) $MN = 12$cm. (B) $MN = 8$cm. (C) $MN = 4$cm. (D) $MN = 16$cm.

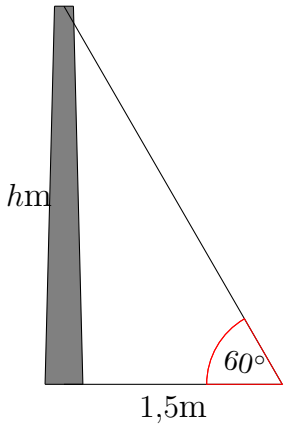
Lời giải.

Tam giác ABC đều có chu vi bằng 24cm, suy ra cạnh $AB = \frac{24}{3} = 8$cm. Do $\triangle ABC \sim \triangle MNP$ với tỉ số đồng dạng $k = \frac{1}{2}$. Suy ra $MN = \frac{1}{2}AB = 4$cm.

Chọn phương án (C)

Câu 2.

Tại thời điểm tia sáng mặt trời tạo với mặt đất một góc 60° người ta đo được bóng của một cột đèn là 1,5m. Hỏi chiều cao h của cột đèn là bao nhiêu? (Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai)



(A) $h \approx 3{,}60$m. (B) $h \approx 2{,}76$m.

(C) $h \approx 2{,}67$m. (D) $h \approx 2{,}60$m.

Lời giải.

Cạnh huyền của tam giác là $a = 1{,}5.\cos 60° = 3$m.

Chiều cao h của cột đèn là: $h = \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{2} \approx 2{,}60$m.

Chọn phương án (D)

Câu 3. Xác định giá trị của m để các đường thẳng $y = 2x + 4$, $y = 3x + 5$, $y = -mx$ cùng đi qua một điểm.

(A) $m = \frac{1}{2}$. (B) $m = -\frac{1}{2}$. (C) $m = 2$. (D) $m = -2$.

Lời giải.

Gọi $M(x_M; y_M)$ là giao điểm của 2 đường thẳng $y = 2x + 4$, $y = 3x + 5$. Tọa độ M thỏa

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

hệ phương trình $\begin{cases} 2x_M - y_M = -4 \\ 3x_M - y_M = -5 \end{cases}$. Vậy $M(-1;2)$.

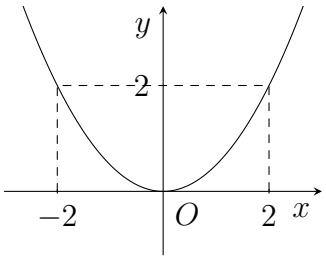
Theo yêu cầu bài toán thì $M(-1;2)$ phải thuộc đường thẳng $y = -mx$.

Do đó $2 = -m(-1) \Rightarrow m = 2$.

Chọn phương án C

Câu 4.

Đồ thị ở hình bên là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số sau?



A $y = \frac{1}{2}x^2$. B $y = \frac{1}{4}x^2$. C $y = 2x^2$. D $y = 4x^2$.

Lời giải.

Nhìn vào đồ thị ta thấy với $x = \pm 2$ thì $y = 2$. Vậy thay $x = \pm 2; y = 2$ vào đáp án. Nhận thấy hàm số $y = \frac{1}{2}x^2$ thỏa mãn đề bài.

Chọn phương án A

Câu 5. Rút gọn biểu thức $Q = \sqrt{4(1 + 6x + 9x^2)}$ với $x \le -\frac{1}{3}$.

A $Q = -2(1 - 3x)$. B $Q = -2(1 + 3x)$. C $Q = 2(1 - 3x)$. D $Q = 2(1 + 3x)$.

Lời giải.

Ta có: $Q = \sqrt{4(1 + 6x + 9x^2)} = 2\sqrt{(1 + 2.3x + (3x)^2)}$

$= 2\sqrt{(1 + 3x)^2} = 2|1 + 3x| = -2(1 + 3x)$ với mọi $x \le -\frac{1}{3}$.

Chọn phương án B

Câu 6. Xác định tọa độ giao điểm của hai đường thẳng $y = 2x - 3$ và $y = -x + 1{,}5$.

A $\left(\frac{3}{2}; 0\right)$. B $\left(3; \frac{3}{2}\right)$. C $\left(0; \frac{3}{2}\right)$. D $\left(\frac{3}{2}; 3\right)$.

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm là: $2x + 3 = -x + 1{,}5 \Leftrightarrow 3x = 4{,}5 \Leftrightarrow x = \frac{3}{2} \Rightarrow y = 0$.

Vậy tọa độ giao điểm là $\left(\frac{3}{2}; 0\right)$.

Chọn phương án A

Câu 7. Đẳng thức nào sau đây đúng với mọi số thực x?

A $\sqrt{16x^2} = -4|x|$. B $\sqrt{16x^2} = 4|x|$. C $\sqrt{16x^2} = -16x$. D $\sqrt{16x^2} = 16x$.

Lời giải.

Ta có $\sqrt{16x^2} = |4x| = 4.|x| = 4|x|$.

Chọn phương án B

Câu 8. Tìm x biết $3^{3x-2}=81$.

(A) $x=1$. (B) $x=2$. (C) $x=0$. (D) $x=3$.

Lời giải.

Ta có: $3^{3x-2}=81 \Leftrightarrow 3^{3x-2}=3^4 \Leftrightarrow 3x-2=4 \Leftrightarrow x=2$.

Chọn phương án (B)

Câu 9. Phân tích đa thức $T=4x^2-4x+1-(2x+3)(2x-1)$ thành nhân tử.

(A) $T=-4(2x+1)$. (B) $T=4(1-2x)$. (C) $T=4(2x+1)$. (D) $T=4(2x-1)$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} T &= 4x^2-4x+1-(2x+3)(2x-1) \\ T &= 4x^2-4x+1-4x^2-4x+3 \\ T &= -8x+4=4(-2x+1)=4(1-2x). \end{aligned}$$

Chọn phương án (B)

Câu 10. Biết $144=2^4.3^2$ và $84=2^2.3.7$. Tìm ước chung lớn nhất của hai số 144 và 84.

(A) $2^2.3.7$. (B) $2^4.3^2.7$. (C) $2^2.3$. (D) $2.3.7$.

Lời giải.

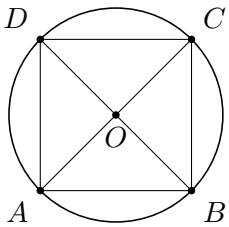
Ta có ƯCLN$(144,84)$=$2^2.3$.

Chọn phương án (C)

Câu 11. Cho hình vuông $ABCD$ có diện tích 16cm^2. Tính chu vi của đường tròn ngoại tiếp hình vuông đã cho.

(A) $4\sqrt{2}\pi$cm. (B) 2πcm. (C) $2\sqrt{2}\pi$cm. (D) 4πcm.

Lời giải.



Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$. Bán kính đường tròn ngoại tiếp hình vuông $ABCD$ là $R=OA$. Ta có cạnh hình vuông $a=\sqrt{16}=4$cm.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

$R = OA = \dfrac{a\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}$cm.

Chu vi đường tròn đó là $C = 2\pi R = 4\sqrt{2}\pi$cm.

Chọn phương án A

Câu 12. Tìm tất cả các số tự nhiên n để số $10^n - 1$ chia hết cho 9 và 11.

A Không có giá trị nào của n thỏa mãn. B n là số tự nhiên lẻ.

C n là số tự nhiên khác 0. D n là số tự nhiên chẵn.

Lời giải.

Ta có $10 \equiv -1 (\text{mod } 11)$. Do đó $10^n - 1 \equiv 0 (\text{mod } 11)$ với mọi n chẵn.

Chọn phương án D

Câu 13. Tìm tập nghiệm S của phương trình $\sqrt{4x^2} = 1$.

A $S = \left\{\dfrac{1}{2}\right\}$. B $S = \left\{\dfrac{1}{4}\right\}$. C $S = \left\{-\dfrac{1}{4}; \dfrac{1}{4}\right\}$. D $S = \left\{-\dfrac{1}{2}; \dfrac{1}{2}\right\}$.

Lời giải.

Ta có $\sqrt{4x^2} = 1 \Leftrightarrow 4x^2 = 1 \Leftrightarrow x^2 = \dfrac{1}{4} \Leftrightarrow x = \pm\dfrac{1}{2}$.

Chọn phương án D

Câu 14. Thầy giáo thống kê thời gian giải xong một bài toán (tính bằng phút) của 40 học sinh và lập được bảng tần số sau:

Thời gian (x)	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
Tần số (n)	6	3	4	2	7	2	9	6	1	$N = 40$

Tìm Mốt (M_0) của dấu hiệu điều tra trong bảng trên?

A $M_0 = 10$. B $M_0 = 11$. C $M_0 = 12$. D $M_0 = 9$.

Lời giải.

Mốt của dấu hiệu là $M_0 = 10$.

Chọn phương án A

Câu 15. Giải phương trình $3x^2 - 10x + 3 = 0$.

A $x_1 = -\dfrac{1}{3}, x_2 = -3$. B $x_1 = -\dfrac{1}{3}, x_2 = 3$.

C $x_1 = \dfrac{1}{3}, x_2 = -3$. D $x_1 = \dfrac{1}{3}, x_2 = 3$.

Lời giải.

Ta có $3x^2 - 10x + 3 = 0$. Lập $\Delta' = (-5)^2 - 3.3 = 16 \Rightarrow \sqrt{\Delta'} = 4$.

Do đó 2 nghiệm của phương trình là $\left[\begin{array}{l} x_1 = \dfrac{5+4}{3} = 3 \\ x_2 = \dfrac{5-4}{3} = \dfrac{1}{3} \end{array}\right.$.

Chọn phương án D

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

Câu 16. Giải hệ phương trình $\begin{cases} x+2y=-1 \\ 3x+y=7 \end{cases}$.

A $(x;y)=(3;2)$. B $(x;y)=(-2;-3)$. C $(x;y)=(3;-2)$. D $(x;y)=(2;-3)$.

Lời giải.

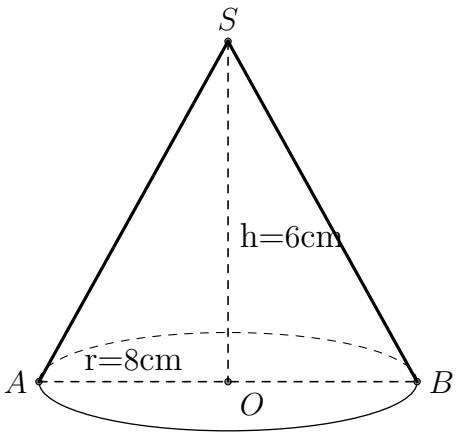
Ta có $\begin{cases} x+2y=-1 \\ 3x+y=7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+2y=-1 \\ -6x-2y=-14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+2y=-1 \\ -5x=-15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=-2 \\ x=3 \end{cases}$.

Chọn phương án C

Câu 17. Cho hình nón có chiều cao $h=6$cm và bán kính đường tròn đáy $r=8$cm. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón đó.

A $S_{\text{xq}}=48\pi\text{cm}^2$. B $S_{\text{xq}}=160\pi\text{cm}^2$. C $S_{\text{xq}}=40\pi\text{cm}^2$. D $S_{\text{xq}}=80\pi\text{cm}^2$.

Lời giải.



Ta có $S_{\text{xq}}=\pi.8.\sqrt{6^2+8^2}=80\pi\text{cm}^2$.

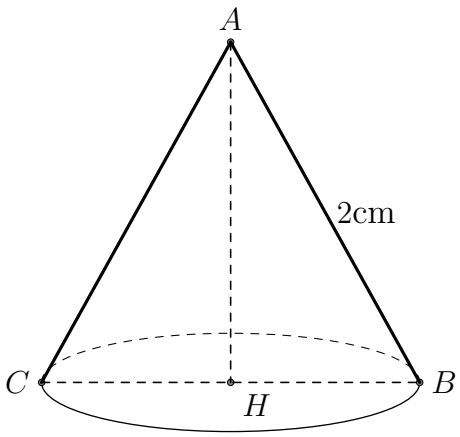
Chọn phương án D

Câu 18. Cho tam giác đều ABC có cạnh 2cm quay xung quanh đường cao AH tạo nên một hình nón. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón tạo thành.

A $S_{\text{xq}}=8\pi\text{cm}^2$. B $S_{\text{xq}}=3\pi\text{cm}^2$. C $S_{\text{xq}}=2\pi\text{cm}^2$. D $S_{\text{xq}}=4\pi\text{cm}^2$.

Lời giải.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/



Ta có diện tích xung quanh hình nón $S_{\text{xq}} = \pi.1.2 = 2\pi\text{cm}^2$.

Chọn phương án C

Câu 19. Phương trình bậc hai $ax^2 + bx + c = 0, (a \neq 0)$ có biệt thức $\Delta = b^2 - 4ac > 0$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A Phương trình có nghiệm kép.

B Phương trình có hai nghiệm phân biệt.

C Phương trình vô nghiệm.

D Phương trình có vô số nghiệm.

Lời giải.

Biệt thức $\Delta > 0$ nên phương trình có hai nghiệm phân biệt.

Chọn phương án B

Câu 20. Tính $M = \sqrt{9}.\sqrt{4}$.

A $M = 6$. B $M = 5$. C $M = 13$. D $M = 36$.

Lời giải.

Ta có: $M = \sqrt{9}.\sqrt{4} = 3.2 = 6$.

Chọn phương án A

Câu 21. Xác định hệ số gốc a của đường thẳng $y = ax + b$ đi qua điểm $M(3; 2)$ và điểm $N(-2; 3)$.

A $a = \dfrac{11}{5}$. B $a = -\dfrac{11}{5}$. C $a = \dfrac{1}{5}$. D $a = -\dfrac{1}{5}$.

Lời giải.

Do đường thẳng đã cho đi qua hai điểm $M(3; 2), N(-2; 3)$ nên ta có hệ phương trình:

$\begin{cases} 3a + b = 2 \\ -2a + b = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\dfrac{1}{5} \\ b = \dfrac{13}{5} \end{cases}$. Vậy hệ số góc $a = -\dfrac{1}{5}$.

Chọn phương án D

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Câu 22. Tìm điều kiện của x để biểu thức $\dfrac{x\sqrt{x}+1}{x-1}-\dfrac{x-1}{\sqrt{x}+1}$ xác định.

(A) $x \geq 0$ và $x \neq 1$. (B) $x \geq 0$. (C) $x \geq 1$. (D) $x > 1$.

Lời giải.

Điều kiện xác định của biểu thức là: $\begin{cases} x \geq 0 \\ x-1 \neq 0 \\ \sqrt{x}+1 \neq 0 \quad \text{hiển nhiên} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x \neq 1 \end{cases}$

Chọn phương án (A)

Câu 23. Cho $A = 3\sqrt{9a^6} - 6a^3$, với $a \leq 0$. Khẳng định nào sau đây đúng?

(A) $A = -3a^3$. (B) $A = 0$. (C) $A = 3a^3$. (D) $A = -15a^3$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} A &= 3\sqrt{9a^6} - 6a^3 \\ &= 3.|3a^3| - 6a^3 = 3.3.|a^3| - 6a^3 \\ &= 3.3.(-a^3) - 6a^3, \text{ với } a \leq 0 \\ &= -15a^3. \end{aligned}$$

Chọn phương án (D)

Câu 24. Bộ ba độ dài nào sau đây có thể là độ dài ba cạnh của một tam giác?

(A) 17cm; 18cm; 35cm. (B) 26cm; 60cm; 32cm.
(C) 24cm; 32cm; 40cm. (D) 12cm; 20cm; 34cm.

Lời giải.

Vì $24 + 32 > 40, 24 = 40 > 32$ và $32 + 40 > 24$.

Chọn phương án (C)

Câu 25. Tính giá trị của biểu thức $P = \dfrac{a-1}{\sqrt{a}}$ khi $a = 3 + 2\sqrt{2}$.

(A) $P = \sqrt{2}$. (B) $P = -2$. (C) $P = -\sqrt{2}$. (D) $P = 2$.

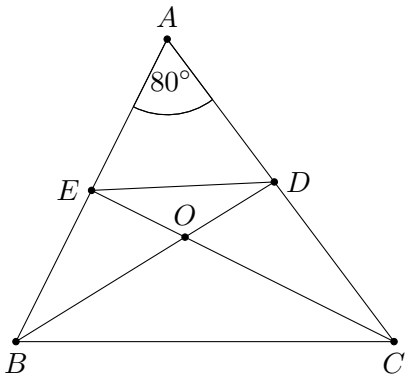
Lời giải.

Thay $a = 3 + 2\sqrt{2}$ vào biểu thức ta được:
$P = \dfrac{3+2\sqrt{2}-1}{\sqrt{3+2\sqrt{2}}} = \dfrac{2(1+\sqrt{2})}{\sqrt{(\sqrt{2})^2+2\sqrt{2}+1^2}} = \dfrac{2(1+\sqrt{2})}{\sqrt{(1+\sqrt{2})^2}} = \dfrac{2(1+\sqrt{2})}{1+\sqrt{2}} = 2.$
Chọn phương án (D)

Câu 26. Cho tam giác ABC có $\widehat{A} = 80°$. Hai đường phân giác trong BD và CE cắt nhau tại O. Tính số đo góc $\widehat{BOC}$.

(A) $\widehat{BOC} = 100^\circ$. (B) $\widehat{BOC} = 130^\circ$. (C) $\widehat{BOC} = 80^\circ$. (D) $\widehat{BOC} = 120^\circ$.

Lời giải.



Ta có $\widehat{ABC} + \widehat{ACB} = 180^\circ - 80^\circ = 100^\circ$. Do đó $\widehat{OBC} + \widehat{OCB} = \dfrac{100^\circ}{2} = 50^\circ$.

Vậy $\widehat{BOC} = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ$.

Chọn phương án (B)

Câu 27. Tìm giá trị lớn nhất $y_{\max}$ của hàm số $y = -\sqrt{2}x^2$.

(A) $y_{\max} = 2$. (B) $y_{\max} = 0$. (C) $y_{\max} = 1$. (D) $y_{\max} = \sqrt{2}$.

Lời giải.

Ta có: $x^2 \geq 0 \Leftrightarrow \sqrt{2}x^2 \geq 0 \Leftrightarrow -\sqrt{2}x^2 \leq 0 \Leftrightarrow y \leq 0$. Vậy $y_{\max} = 0$.

Chọn phương án (B)

Câu 28. Hệ phương trình nào sau đây có nghiệm duy nhất?

(A) $\begin{cases} 2x + y = 1 \\ 2x + y = 3 \end{cases}$. (B) $\begin{cases} 5x - 2y = -1 \\ -5x + 2y = 1 \end{cases}$.

(C) $\begin{cases} x - 2y = 1 \\ -x + 2y = -1 \end{cases}$. (D) $\begin{cases} x + 2y = 1 \\ x + 5y = 4 \end{cases}$.

Lời giải.

Hệ phương trình có nghiệm duy nhất khi $\dfrac{a_1}{a_2} \neq \dfrac{b_1}{b_2}$. Nhận thấy $\begin{cases} x + 2y = 1 \\ x + 5y = 4 \end{cases}$ thỏa mãn $\dfrac{1}{1} \neq \dfrac{2}{5}$.

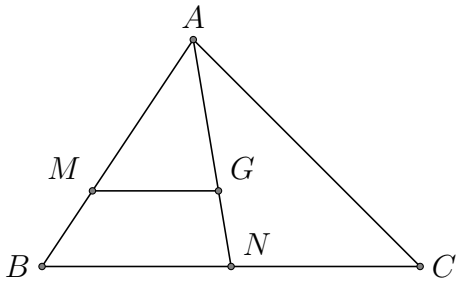
Chọn phương án (D)

Câu 29. Cho tam giác ABC, G là trọng tâm. Đường thẳng qua G và song song với BC cắt AB tại M. Tính tỷ số $\dfrac{AM}{AB}$.

(A) $\dfrac{AM}{AB} = \dfrac{2}{3}$. (B) $\dfrac{AM}{AB} = \dfrac{3}{2}$. (C) $\dfrac{AM}{AB} = \dfrac{1}{3}$. (D) $\dfrac{AM}{AB} = \dfrac{1}{2}$.

Lời giải.

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên



Ta có $GM \parallel BC$ suy ra $\dfrac{AG}{AN} = \dfrac{AM}{AB} = \dfrac{2}{3}$ với N là trung điểm cạnh BC.

Chọn phương án A

Câu 30. Tìm chiều dài a và chiều rộng b của một hình chữ nhật có diện tích 40m^2, biết rằng nếu tăng mỗi kích thước thêm $3(\text{m})$ thì diện tích tăng thêm 48m^2.

A $a = 10\text{m}$, $b = 4\text{m}$.
B $a = 5\text{m}$, $b = 8\text{m}$.
C $a = 8\text{m}$, $b = 5\text{m}$.
D $a = 4\text{m}$, $b = 10\text{m}$.

Lời giải.

Diện tích hình chữ nhật lúc đầu $S_{\text{lđ}} = a.b = 40\text{m}^2$.

Diện tích hình chữ nhật lúc sau $S_{\text{ls}} = (a+3)(b+3) = 40 + 48 = 88\text{m}^2$.

Ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} a.b = 40 \\ (a+3)(b+3) = 88 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a.b = 40 \\ ab + 3a + 3b - 79 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 8 \\ b = 5 \end{cases}.$$

Chọn phương án C

Câu 31. Giải bất phương trình $8x + 3(x+1) > 5x - (x+1)$.

A $x < \dfrac{4}{7}$.
B $x > -\dfrac{4}{7}$.
C $x < -\dfrac{7}{4}$.
D $x > -\dfrac{7}{4}$.

Lời giải.

Ta có $8x + 3(x+1) > 5x - (x+1)$

$\Leftrightarrow 8x + 3x + 3 > 5x - x - 1$

$\Leftrightarrow 11x + 3 > 4x - 1$

$\Leftrightarrow 7x > -4 \Leftrightarrow x > -\dfrac{4}{7}$.

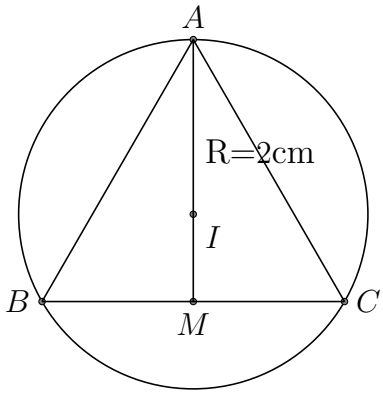
Chọn phương án B

Câu 32. Đường tròn ngoại tiếp tam giác đều ABC có bán kính $R = 2\text{cm}$. Tính độ dài cạnh của tam giác ABC.

A $4\sqrt{3}\text{cm}$.
B $\dfrac{3\sqrt{3}}{2}\text{cm}$.
C $\sqrt{3}\text{cm}$.
D $2\sqrt{3}\text{cm}$.

Lời giải.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/



Tâm I đường tròn ngoại tiếp tam giác đều ABC trùng với trọng tâm G của tam giác đó. Do đó bán kính $R = IA = GA = \frac{2}{3}AM = \frac{2}{3}.\frac{a\sqrt{3}}{2} = 2$ với a cm là độ dài 1 cạnh của tam giác và M là trung tuyến BC.
Ta có $\frac{2}{3}.\frac{a\sqrt{3}}{2} = 2 \Leftrightarrow a = \frac{2.3}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3}$cm.
Chọn phương án (D)

Câu 33. Tìm điều kiện của x để biểu thức $\frac{6}{6-3x}$ xác định.

(A) $x \neq 2$. (B) $x \neq 3$. (C) $x \neq 6$. (D) $x \neq 0$.

Lời giải.

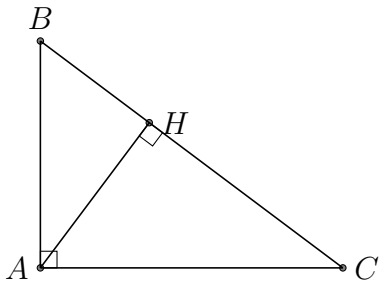
Điều kiện xác định của biểu thức là: $6 - 3x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 2$.

Chọn phương án (A)

Câu 34. Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH. Hệ thức nào đây **sai**?

(A) $AC^2 = BC.HC$. (B) $AH^2 = AB.AC$.
(C) $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2}$. (D) $AH^2 = HB.HC$.

Lời giải.



Hệ thức $AH^2 = AB.AC$ sai.

Chọn phương án (B)

Câu 35. Xác định hệ số góc a của đường thẳng $y = 2x - 3$.

(A) $a = -\frac{1}{3}$. (B) $a = -3$. (C) $a = 2$. (D) $a = \frac{1}{2}$.

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

Lời giải.

Hệ số góc a của đường thẳng $y = 2x - 3$ là 2.

Chọn phương án C

Câu 36. Tính tổng S các nghiệm của phương trình $3x^2 - 10x + 3 = 0$.

A $S = 1$. B $S = -1$. C $S = \dfrac{3}{10}$. D $S = \dfrac{10}{3}$.

Lời giải.

Lập $\Delta' = (-5)^2 - 3.3 = 16 > 0$. Do đó phương trình có 2 nghiệm phân biệt.

Áp dụng định lí Vi-ét ta có $S = -\dfrac{-10}{3} = \dfrac{10}{3}$.

Chọn phương án D

Câu 37. Cho đường tròng $(O;2\text{cm})$, hai điểm A, B thuộc đường tròn và sđ $\overset{\frown}{AB} = 60^\circ$. Độ dài d của dây cung AB là bao nhiêu?

A $d = 2\text{cm}$. B $d = 4\text{cm}$. C $d = 5\text{cm}$. D $d = 3\text{cm}$.

Lời giải.

Số đo cung $\overset{\frown}{AB}$ bằng số đo góc ở tâm chắn cung đó. Vậy $\widehat{AOB} = 60^\circ$.

Mặt khác $\triangle AOB$ cân tại O.

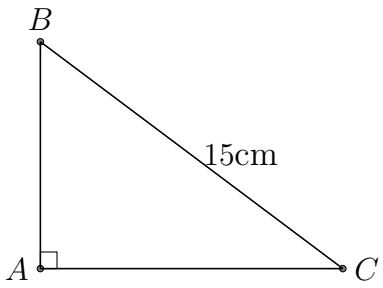
Suy ra $\triangle AOB$ đều $\Rightarrow AB = 2\text{cm}$.

Chọn phương án A

Câu 38. Cho $\triangle ABC$ vuông tại A, biết $\dfrac{AB}{AC} = \dfrac{3}{4}$, $BC = 15\text{cm}$. Tính độ dài cạnh AB.

A $AB = 4\text{cm}$. B $AB = 12\text{cm}$. C $AB = 3\text{cm}$. D $AB = 9\text{cm}$.

Lời giải.



Ta có $\dfrac{AB}{AC} = \dfrac{3}{4} \Rightarrow AB = \dfrac{3}{4}AC$.

Vì tam giác ABC vuông tại A, áp dụng định lí Pytago ta có: $AB^2 + AC^2 = BC^2$

$\Leftrightarrow \left(\dfrac{3}{4}AC\right)^2 + AC^2 = 15^2 \Leftrightarrow \dfrac{25}{16}AC^2 = 225 \Leftrightarrow AC^2 = 144 \Leftrightarrow AC = 12$. Vậy $AB = \dfrac{3}{4}.12 = 9\text{cm}$.

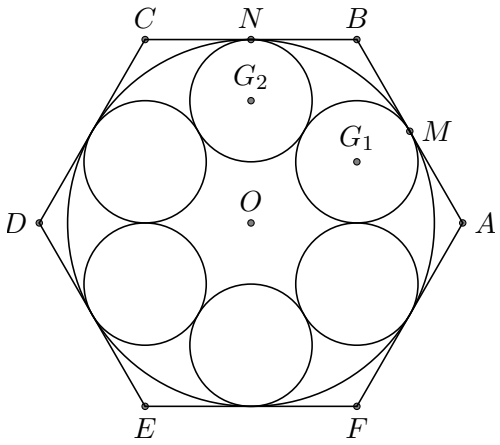
Chọn phương án D

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Câu 39. Cho đường tròn $(O;9\text{cm})$. Vẽ 6 đường tròn bằng nhau bán kính R đều tiếp xúc trong với (O) và mỗi đường tròn đều tiếp xúc với hai đường tròn khác bên cạnh nó. Tính R.

(A) $R=6$ cm. (B) $R=2\sqrt{3}$ cm. (C) $R=3\sqrt{2}$ cm. (D) $R=3$ cm.

Lời giải.



Vẽ lục giác đều $ABCDEF$ ngoại tiếp đường tròn tâm $(O,9\text{cm})$.

Vẽ các đường tròn nội tiếp $\triangle ABO, \triangle BCO, \triangle CDO, \triangle DEO, \triangle EFO, \triangle FAO$.

Gọi M là trung điểm AB suy ra đường tròn tâm G_1 tiếp xúc lục giác tại M.

Do đó $R=G_1M=\dfrac{1}{3}OM=\dfrac{1}{3}.9=3\text{cm}$.

Chọn phương án (D)

Câu 40. Tìm tổng T tất cả các giá trị của x để biểu thức $M=(x-1)(x+2)(x+3)(x+6)$ đạt giá trị nhỏ nhất.

(A) $T=-5$. (B) $T=5$. (C) $T=-6$. (D) $T=6$.

Lời giải.

Ta có $M=(x-1)(x+2)(x+3)(x+6)=(x-1)(x+6)(x+2)(x+3)$

$\Leftrightarrow (x^2+5x-6)(x^2+5x+6)$

$\Leftrightarrow (x^2+5x)^2-36\geq -36 \Leftrightarrow x^2+5x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=-5 \end{array}\right.$.

Vậy tổng $T=0+(-5)=-5$.

Chọn phương án (A)

Câu 41. Quảng đường từ A đến B dài 180km. Một người đi xe máy từ A đến B và một người đi ô tô theo chiều ngược lại từ B đến A, nếu hai người khởi hành cùng một lúc thì họ gặp nhau tại C cách A 80km, nếu người đi xe máy khởi hành sau người đi ô tô 54 phút thì họ gặp nhau tại D cách A 60km. Tính vận tốc của xe máy.

(A) 35 km/h. (B) 50 km/h. (C) 45 km/h. (D) 40 km/h.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Lời giải.

Gọi x, ykm/h lần lượt là vận tốc của xe máy và ô tô $(x, y > 0)$.

Hai người khởi hành cùng một lúc thì họ gặp nhau tại C cách A 80km: $\dfrac{80}{x} = \dfrac{100}{y}$.

Người đi xe máy khởi hành sau người đi ô tô 54 phút thì họ gặp nhau tại D cách A 60km: $\dfrac{60}{x} + \dfrac{9}{10} = \dfrac{120}{y}$.

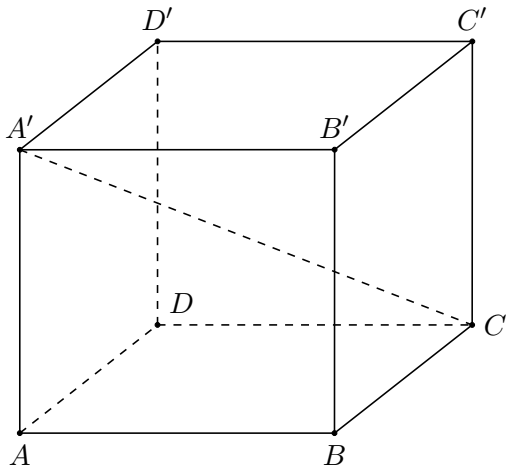
Do đó ta có hệ phương trình: $\begin{cases} \dfrac{80}{x} = \dfrac{100}{y} \\ \dfrac{60}{x} + \dfrac{9}{10} = \dfrac{120}{y} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 40 \\ y = 50 \end{cases}$. Vậy vận tốc xe máy 40km/h.

Chọn phương án D

Câu 42. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a. Tính diện tích xunh quanh S_{xq} của hình trụ có hai đường tròn đáy ngoại tiếp hai hình vuông $ABCD$ và $A'B'C'D'$.

A $S_{\text{xq}} = \dfrac{\pi a^2\sqrt{2}}{2}$. B $S_{\text{xq}} = \pi a^2$. C $S_{\text{xq}} = \pi a^2\sqrt{2}$. D $S_{\text{xq}} = \pi a^2\sqrt{3}$.

Lời giải.



Chiều cao hình trụ bằng cạnh hình lập phương $h = a$.

Bán kính đường tròn ngoại tiếp hình vuông là $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

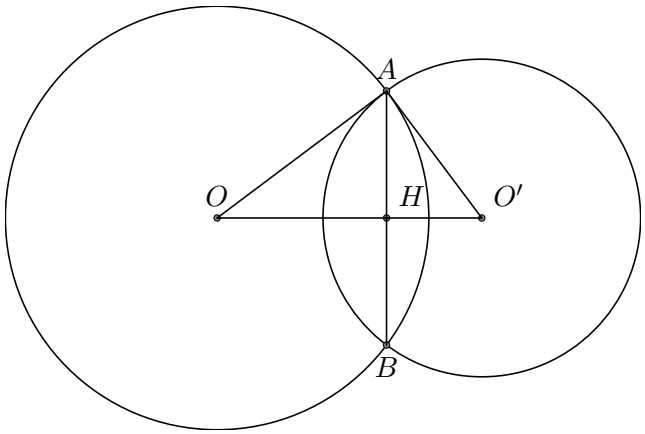
Diện tích xung quanh hình trụ $S_{\text{xq}} = 2.\pi.\dfrac{a\sqrt{2}}{2}.a = \pi a^2\sqrt{2}$.

Chọn phương án C

Câu 43. Cho hai đường tròn $(O;4\text{cm})$ và $(O';3\text{cm})$ có $OO' = 5$cm. Hai đường tròn trên cắt nhau tại A và B. Tính độ dài AB.

A $AB = 3{,}2$cm. B $AB = 4{,}8$cm. C $AB = 2{,}4$cm. D $AB = 3{,}6$cm.

Lời giải.



Áp dụng định lý Pytago đảo cho $\triangle OAO'$ ta có $OO'^2 = OA^2 + O'A^2 \Leftrightarrow 5^2 = 4^2 + 3^2$.

Suy ra $\triangle OAO'$ vuông tại A.

Gọi H là giao của AB và OO'. Dựa vào hai tam giác đồng dạng $\triangle OAO'$ và $\triangle OBO'$ dễ dàng chứng minh AH là đường cao của $\triangle OAO'$.

Ta có $\dfrac{1}{AH^2} = \dfrac{1}{4^2} + \dfrac{1}{3^2} \Leftrightarrow AH = \dfrac{12}{5} = 2,4\text{cm}$.

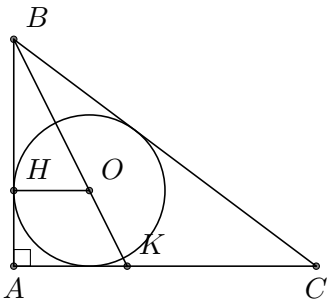
Do đó $AB = 2AH = 2.2{,}4 = 4{,}8\text{cm}$.

Chọn phương án (B)

Câu 44. Cho tam giác ABC vuông tại A. Gọi O là tâm đường tròn nội tiếp tam giác, biết $AB = 3\text{cm}$, $AC = 4\text{cm}$. Tính độ dài đoạn thẳng OB.

(A) $OB = \sqrt{10}$ cm. (B) $OB = \sqrt{3}$ cm. (C) $OB = \sqrt{5}$ cm. (D) $OB = \sqrt{2}$ cm.

Lời giải.



Kẻ BO cắt AC tại K.

Ta có $\dfrac{AB}{AC} = \dfrac{AK}{CK} = \dfrac{3}{5} \Rightarrow \dfrac{AK}{3} = \dfrac{CK}{5} = \dfrac{AK + KC}{3 + 5} = \dfrac{AC}{8} = \dfrac{4}{8} = \dfrac{1}{2}$.

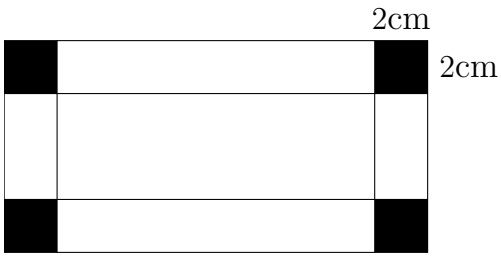
Suy ra $AK = \dfrac{3}{2} = 1,5 \Rightarrow BK = \sqrt{AB^2 + AK^2} = \sqrt{3^2 + (1,5)^2} = \dfrac{3\sqrt{5}}{2}$.

Kẻ $OH \perp AB \Rightarrow OH \parallel AC$ ta có

$\dfrac{BH}{BA} = \dfrac{BO}{BK} = \dfrac{2}{3} \Rightarrow BO = \dfrac{2}{3}BK = \dfrac{2}{3}.\dfrac{3\sqrt{5}}{2} = \sqrt{5}\text{cm}$.

Chọn phương án (C)

Câu 45. Một tấm tôn hình chữ nhật có chu vi là 48cm. Người ta cắt bỏ mỗi góc của tấm tôn một hình vuông có cạnh 2cm rồi gấp lên thành một hình hộp chữ nhật không nắp có thể tích 96cm^3. Giả sử tấm tôn có chiều dài là a, chiều rộng là b. Tính giá trị biểu thức $P = a^2 + b^2$.



(A) $P = 300$. (B) $P = 320$. (C) $P = 280$. (D) $P = 340$.

Lời giải.

Chu vi miếng tôn hình chữ nhật $C = 2(a+b) = 48 \Leftrightarrow a + b = 24 \Leftrightarrow b = 24 - a$.

Thể tích của hình hộp chữ nhật là $V = (a-4)(b-4).2 = 96 \Leftrightarrow (a-4)(24-a-4).2 = 96$

$\Leftrightarrow a^2 - 24a + 128 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = 16 \\ a = 8 \end{array}\right.$. Vậy $a = 16; b = 8$ do đó $P = 16^2 + 8^2 = 320$.

Chọn phương án (B)

Câu 46. Kết quả rút gọn biểu thức $A = \dfrac{x}{x-4} + \dfrac{1}{\sqrt{x}-2} + \dfrac{1}{\sqrt{x}+2}$ (với $x \geq 0$, $x \neq 4$) có dạng $\dfrac{\sqrt{x}-m}{\sqrt{x}+n}$. Tính giá trị của $m^2 + n^2$.

(A) $m^2 + n^2 = 4$. (B) $m^2 + n^2 = 9$. (C) $m^2 + n^2 = 5$. (D) $m^2 + n^2 = 1$.

Lời giải.

Ta có: $A = \dfrac{x}{x-4} + \dfrac{1}{\sqrt{x}-2} + \dfrac{1}{\sqrt{x}+2} = \dfrac{x}{x-4} + \dfrac{\sqrt{x}+2}{x-4} + \dfrac{\sqrt{x}-2}{x-4}$

$= \dfrac{x + \sqrt{x} + 2 + \sqrt{x} - 2}{x-4} = \dfrac{x + 2\sqrt{x}}{x-4} = \dfrac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+2)}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)} = \dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}$.

Giá trị $m^2 + n^2 = 0^2 + (-2)^2 = 4$.

Chọn phương án (A)

Câu 47. Cho các số thực x, y, z thỏa mãn $\dfrac{12x - 15y}{7} = \dfrac{20z - 12x}{9} = \dfrac{15y - 20z}{11}$ và $x + y + z = -48$. Tìm y.

(A) $y = -16$. (B) $y = -12$. (C) $y = -10$. (D) $y = -20$.

Lời giải.

Ta có: $\dfrac{12x - 15y}{7} = \dfrac{20z - 12x}{9} = \dfrac{15y - 20z}{11} = \dfrac{12x - 15y + 20z - 12x + 15y - 20z}{7 + 9 + 11} = 0$

Do đó $\dfrac{12x}{7} - \dfrac{15y}{7} = 0; \dfrac{20z}{9} - \dfrac{12x}{9} = 0; \dfrac{15y}{11} - \dfrac{20z}{11} = 0$

$\Leftrightarrow \dfrac{12x}{7} = \dfrac{15y}{7}; \dfrac{20z}{9} = \dfrac{12x}{9}; \dfrac{15y}{11} = \dfrac{20z}{11}$

$\Leftrightarrow 12x = 15y; 20z = 12x; 15y = 20z$

$\Leftrightarrow \dfrac{x}{15} = \dfrac{y}{12}; \dfrac{z}{12} = \dfrac{x}{20}; \dfrac{y}{20} = \dfrac{z}{15}$

$\Leftrightarrow \dfrac{x}{5.15} = \dfrac{y}{60} = \dfrac{z}{3.15} = \dfrac{x + y + z}{75 + 60 + 45} = \dfrac{-48}{180} = \dfrac{-4}{15} \Rightarrow y = -16.$

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Chọn phương án A

Câu 48. Cho tổng $S = 2+4+6+...+2n = 6972$, biết n là một số tự nhiên. Tìm n.

A 97. B 89. C 83. D 73.

Lời giải.

Ta có $S = 2+4+6+\cdots+2n = 6972 \Leftrightarrow \dfrac{S}{2} = 1+2+3+\cdots+n = \dfrac{n(n+1)}{2} = 3486$

$\Leftrightarrow n^2+n-6972 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} n = 83 \\ n = -84 \end{array}\right.$.

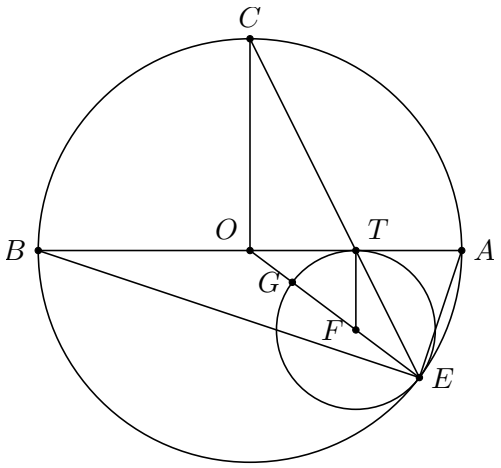
Vì n là số tự nhiên nên $n = 83$.

Chọn phương án C

Câu 49. Cho đường tròn $(O;10\text{cm})$, đường kính AB. Gọi T là trung điểm của OA. Tính bán kính R của đường tròn tiếp xúc với AB tại T và tiếp xúc với (O).

A $R = \dfrac{13}{8}$cm. B $R = \dfrac{15}{4}$cm. C $R = \dfrac{13}{4}$cm. D $R = \dfrac{15}{8}$cm.

Lời giải.



Gọi C là điểm chính giữa cung AB, CT cắt O tại điểm thứ 2 E, OE cắt đường trung trực OA tại F. Đường tròn (F, FT) là đường tròn cần tìm. Gọi G là giao điểm thứ 2 của OE và (F). Khi đó $OE.OG = OT^2 = 25$, suy ra $OG = 2,5 \Rightarrow FG = \dfrac{10-2,5}{2} = \dfrac{15}{4}$cm.

Chọn phương án D

Câu 50. Cho phương trình $x^2-2(m-1)x+m^2-3m-1 = 0$ (m là tham số). Tìm tất cả các giá trị dương của m để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2+x_2^2 = 10$.

A $m = 3$. B $m = 4$. C $m = 2$. D $m = 1$.

Lời giải.

Phương trình có 2 nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow [-(m-1)]^2-1(m^2-3m-1) > 0 \Leftrightarrow m+2 > 0 \Leftrightarrow m > -2$.

Áp dụng định lí Vi-ét ta có $x_1^2+x_2^2=(x_1+x_2)^2-2x_1x_2=(2m-2)^2-2(m^2-3m-1)$

$=2m^2-2m+6=10\Leftrightarrow m^2-m-2=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=-1 \\ m=2 \end{array}\right.$.

Vì m dương nên chọn $m=2$.

Chọn phương án C

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

ĐÁP ÁN

1 C	**6** A	**11** A	**16** C	**21** D	**26** B	**31** B	**36** D	**41** D	**46** A
2 D	**7** B	**12** D	**17** D	**22** A	**27** B	**32** D	**37** A	**42** C	**47** A
3 C	**8** B	**13** D	**18** C	**23** D	**28** D	**33** A	**38** D	**43** B	**48** C
4 A	**9** B	**14** A	**19** B	**24** C	**29** A	**34** B	**39** D	**44** C	**49** D
5 B	**10** C	**15** D	**20** A	**25** D	**30** C	**35** C	**40** A	**45** B	**50** C

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 75

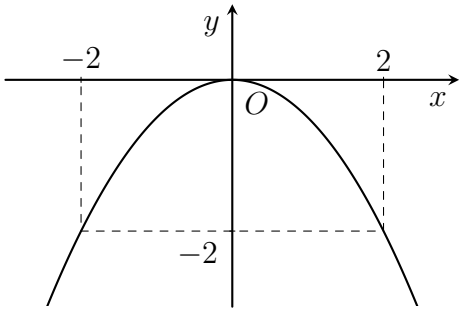
ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 NĂM HỌC 2018-2019, TỈNH YÊN BÁI, MÃ 022

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Câu 1.

Đồ thị ở hình bên là đồ thị hàm số nào trong các hàm số sau



(A) $y=-2x^2$. (B) $y=-\dfrac{1}{4}x^2$.

(C) $y=-4x^2$. (D) $y=-\dfrac{1}{2}x^2$.

Lời giải.

Dựa theo dáng đồ thị thì đồ thị trên có dạng $y=ax^2$.

Vì đồ thị đi qua điểm có tọa độ là $(2;-2)$ nên $-2=4a\Leftrightarrow 4a=-2\Leftrightarrow a=-\dfrac{1}{2}$.

Chọn phương án (D)

Câu 2. Tìm điều kiện của x để đẳng thức $\sqrt{\dfrac{x+2}{x-3}}=\dfrac{\sqrt{x+2}}{\sqrt{x-3}}$ đúng.

(A) $x>2$. (B) $x\geq -2$. (C) $x\geq -3$. (D) $x>3$.

Lời giải.

Điều kiện $\begin{cases}x+2>0\\x-3>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>-2\\x>3\end{cases}\Leftrightarrow x>3.$

Chọn phương án (D)

Câu 3. Độ dài hai cạnh của một tam giác là 2 (cm) và 21 (cm). Số đo nào dưới đây có thể là độ dài cạnh thứ ba của tam giác đã cho?

(A) 19 (cm) . (B) 22 (cm) . (C) 23 (cm) . (D) 24 (cm) .

Lời giải.

Theo bất đẳng thức tam giác ABC ta có:

$$AC-BC<AB<AC+BC$$

Gọi $BC=2$ và $AC=21$ ta có $21-2<AB<21+2\Leftrightarrow 19<AB<23$.

Chọn phương án B

Câu 4. Tìm các giá trị của a sao cho $\dfrac{a-1}{\sqrt{a}} < 0$.

A $a \geq 0$. B $0 \leq a < 1$. C $a < 1$. D $0 < a < 1$.

Lời giải.

Ta có $\begin{cases} a > 0 \\ a - 1 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ a < 1 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < a < 1.$

Chọn phương án D

Câu 5. Cho số tự nhiên $\overline{10203x}$. Tìm tất cả các chữ số x thích hợp để số đã cho chia hết cho 3 mà **không** chia hết cho 9?

A $x \in \{0; 6; 9\}$. B $x \in \{0; 3; 6\}$. C $x \in \{3; 6; 9\}$. D $x \in \{0; 3; 9\}$.

Lời giải.

- $x = 0$ thì số 102030 có tổng $1 + 0 + 2 + 0 + 3 + 0 = 6$ chia hết cho 3 mà không chia hết cho 9.
- $x = 6$ thì số 102036 có tổng $1 + 0 + 2 + 0 + 3 + 6 = 12$ chia hết cho 3 mà không chia hết cho 9.
- $x = 9$ thì số 102039 có tổng $1 + 0 + 2 + 0 + 3 + 9 = 15$ chia hết cho 3 mà không chia hết cho 9.

Chọn phương án A

Câu 6. Biết phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ $(a \neq 0)$ có một nghiệm $x = 1$. Đẳng thức nào sau đây đúng?

A $a - b - c = 0$. B $a + b - c = 0$. C $a + b + c = 0$. D $a - b + c = 0$.

Lời giải.

Phương trình có một nghiệm $x = 1$ khi $a + b + c = 0$.

Chọn phương án C

Câu 7. Xác định hàm số $y = ax + b$, biết đồ thị của hàm số đi qua hai điểm $A(-2; 5)$ và $B(1; -4)$.

A $y = x - 3$. B $y = -x - 3$. C $y = -3x - 1$. D $y = 3x - 1$.

Lời giải.

Vì đồ thị đi qua hai điểm $A(-2;5)$ và $B(1;-4)$ nên ta có:

$$\begin{cases} y(-2)=5 \\ y(1)=-4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2a+b=5 \\ a+b=-4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-3 \\ b=-1 \end{cases}$$

Vậy đồ thị có dạng $y=-3x-1$.

Chọn phương án C

Câu 8. Trong các phân số sau, phân số nào viết được dưới dạng số thập phân vô hạn tuần hoàn?

A $\frac{17}{20}$. B $\frac{7}{55}$. C $\frac{19}{128}$. D $\frac{67}{625}$.

Lời giải.

$\frac{7}{55}=0,1(27)$

Chọn phương án B

Câu 9. Tìm tất cả các giá trị của m để đồ thị hàm số $y=(2m+1)x^2$ nằm phía dưới trục hoành.

A $m<-\frac{1}{2}$. B $m>-\frac{1}{2}$. C $m\geq -\frac{1}{2}$. D $m\leq -\frac{1}{2}$.

Lời giải.

Đồ thị nằm phía dưới trục hoành khi và chỉ khi hệ số $a<0 \Leftrightarrow 2m+1<0 \Leftrightarrow m<-\frac{1}{2}$

Chọn phương án A

Câu 10. Phương trình $\frac{3}{1-4x}=\frac{2}{4x+1}-\frac{8+6x}{16x^2-1}$ có bao nhiêu nghiệm?

A 2. B 0. C 1. D 3.

Lời giải.

$$\begin{aligned} & \frac{3}{1-4x}=\frac{2}{4x+1}-\frac{8+6x}{16x^2-1} \\ \Leftrightarrow\ & \frac{-3}{4x-1}=\frac{2}{4x+1}-\frac{8+6x}{16x^2-1} \\ \Leftrightarrow\ & \frac{8+6x}{16x^2-1}=\frac{2}{4x+1}+\frac{3}{4x-1} \\ \Leftrightarrow\ & \frac{8+6x}{16x^2-1}=\frac{8x-2+12x+3}{16x^2-1} \\ \Leftrightarrow\ & 8+6x=20x+1 \\ \Leftrightarrow\ & 14x=7 \\ \Leftrightarrow\ & x=\frac{1}{2}. \end{aligned}$$

Phương trình đã cho có 1 nghiệm.

Chọn phương án C

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Câu 11. Đẳng thức nào sau đây đúng với mọi $x \leq 0$?

(A) $\sqrt{9x^2} = 3x$. (B) $\sqrt{9x^2} = -3x$. (C) $\sqrt{9x^2} = 9x$. (D) $\sqrt{9x^2} = -9x$.

Lời giải.

$\sqrt{9x^2} = \sqrt{9}\sqrt{x^2} = 3|x| = -3x$ (vì $x \leq 0$).

Chọn phương án (B)

Câu 12. Tìm số tự nhiên n có hai chữ số, biết rằng tổng các chữ số của nó bằng 9 và nếu cộng thêm vào số đó 63 đơn vị thì được một số mới cũng viết bằng hai chữ số đó nhưng theo thứ tự ngược lại.

(A) $n = 36$. (B) $n = 18$. (C) $n = 45$. (D) $n = 27$.

Lời giải.

Gọi chữ số hàng chục là a và chữ số hàng đơn vị là b, điều kiện ($0 < a < 9$ và $0 < b < 9$).

Số ban đầu có dạng $n = 10a + b$.

Biết tổng các chữ số ở hàng đơn vị và hàng chục là 9 nên ta có phương trình

$$a + b = 9 \tag{0.11}$$

Vì cộng thêm vào số đó 63 đơn vị thì được một số mới cũng viết bằng hai chữ số đó nhưng theo thứ tự ngược lại nên ta có phương trình

$$10a + b + 63 = 10b + a \tag{0.12}$$

Từ (0.11) và (0.12) ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} a + b = 9 \\ 10a + b + 63 = 10b + a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + b = 9 \\ 9b - 9a = 63 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + b = 9 \\ b - a = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 8. \end{cases}$$

Vậy số tự nhiên cần tìm là 18.

Chọn phương án (B)

Câu 13. Cho $Q = 4a - \sqrt{a^2 - 4a + 4}$, với $a \geq 2$. Khẳng định nào sau đây?

(A) $Q = 5a + 2$. (B) $Q = 3a - 2$. (C) $Q = 3a + 2$. (D) $Q = 5a - 2$.

Lời giải.

$Q = 4a - \sqrt{a^2 - 4a + 4} = 4a - \sqrt{(a-2)^2} = 4a - |a - 2| = 4a - (a - 2) = 3a + 2$ (vì $a \geq 2$).

Chọn phương án (C)

Câu 14. Biểu thức $M = x^2 - 1$ bằng biểu thức nào sau đây đúng?

(A) $M = (1 - x)(x + 1)$. (B) $M = (x - 1)(1 - x)$.

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

(C) $M = (x-1)(x-1)$. (D) $M = (x-1)(x+1)$.

Lời giải.

$M = x^2 - 1 = (x-1)(x+1)$

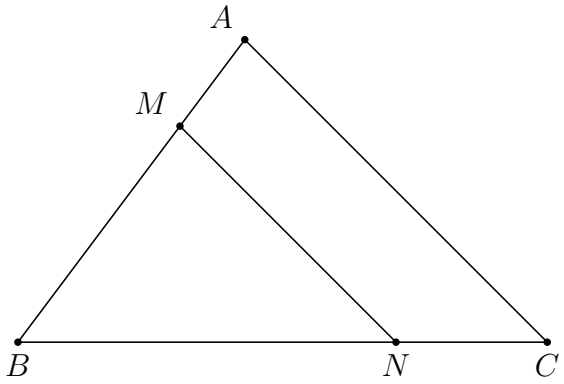
Chọn phương án (D)

Câu 15. Cho tam giác ABC, M thuộc cạnh AB, N thuộc cạnh BC, biết $\dfrac{MA}{MB} = \dfrac{NC}{NB} = \dfrac{2}{5}$, $MN = 15$ (cm). Tính độ dài cạnh AC.

(A) $AC = 21$ cm . (B) $AC = 37{,}5$ cm . (C) $AC = 52{,}5$ cm . (D) $AC = 25$ cm .

Lời giải.

Ta có
$\dfrac{NB}{NC} = \dfrac{5}{2} \Rightarrow \dfrac{NB}{NB+NC} = \dfrac{5}{2+5} = \dfrac{5}{7} \Rightarrow \dfrac{NB}{BC}\dfrac{2}{5}.$
(Theo tỉ lệ thức)
Vì $\dfrac{MA}{MB} = \dfrac{NC}{NB} \Rightarrow MN \parallel AC.$
Áp dụng định lý Ta - lét ta có:
$\dfrac{MN}{AC} = \dfrac{NB}{BC} \Leftrightarrow AC = \dfrac{7 \cdot 15}{5} = 21.$
Vậy độ dài cạnh AC là 21 (cm).



Chọn phương án (A)

Câu 16. Cho hai đường tròn (O) và (O') cắt nhau tại A, B. Tiếp tuyến tại A của đường tròn (O') cắt (O) tại C và của đường tròn (O) cắt đường tròn (O') tại D. Tính $\widehat{ABD}$.

(A) $\widehat{ABD} = 90°$. (B) $\widehat{ABD} = 150°$. (C) $\widehat{ABD} = 50°$. (D) $\widehat{ABD} = 75°$.

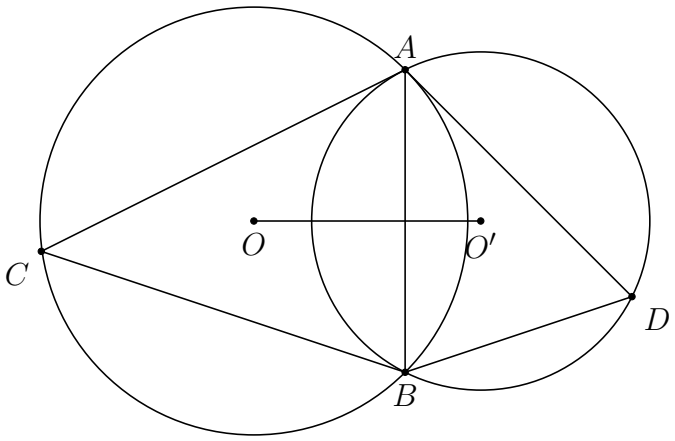
Lời giải.

Xét đường tròn (O), có $\widehat{DAB}$ là góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung chắn cung AB, $\widehat{ACB}$ là góc nội tiếp chắn cung AB nên ta có $\widehat{DAB} = \widehat{ACB}$.

Tương tự ta có $\widehat{CBA} = \widehat{ADB}$.

Suy ra

$\Delta CAB \backsim \Delta ADB(g.g)$ suy ra $\widehat{ABD} = \widehat{ABC} = 75°$.



Chọn phương án (D)

Câu 17. Số đo của ba góc của một tam giác tỉ lệ với $2 : 3 : 5$. Tìm số đo góc nhỏ nhất của tam giác.

(A) $36°$. (B) $18°$. (C) $24°$. (D) $54°$.

Lời giải.

Gọi x, y, z lần lượt là số đo của ba góc trong tam giác tỉ lệ với $2:3:5$ suy ra $\dfrac{x}{2}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z}{5}$.

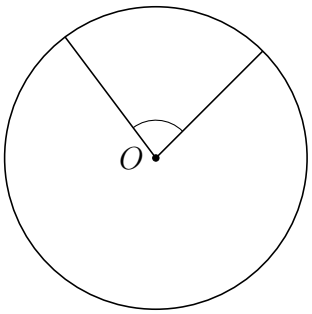
Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau ta được:

$$\frac{x}{2}=\frac{y}{3}=\frac{z}{5}=\frac{x+y+z}{2+3+5}=\frac{180°}{10}=18°.$$

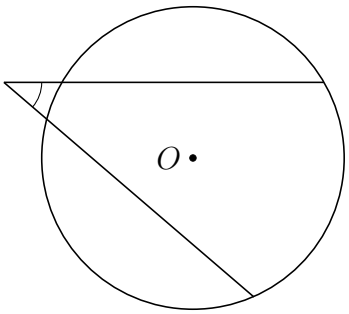
Từ đó dễ dàng tính được góc nhỏ nhất của tam giác là $x=2\cdot 18°=36°$.

Chọn phương án (A)

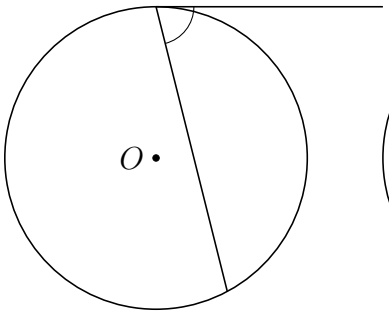
Câu 18. Góc nào dưới đây là góc ở tâm?



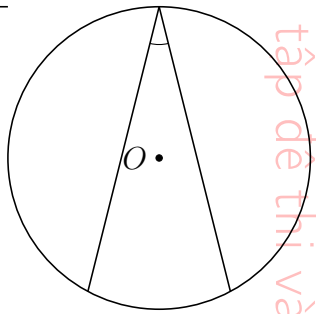
Hình 1



Hình 2



Hình 3



Hình 4

(A) Hình 3 và 4. (B) Hình 1. (C) Hình 2. (D) Hình 1 và 4.

Lời giải.

Chọn phương án (B)

Câu 19. Tính $M=\dfrac{\sqrt{12}}{\sqrt{3}}$.

(A) $M=4$. (B) $M=3$. (C) $M=1$. (D) $M=2$.

Lời giải.

Ta có $\dfrac{\sqrt{12}}{\sqrt{3}}=\dfrac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3}}=2$.

Chọn phương án (D)

Câu 20. Cho $P=\sqrt{4a^2}-6a$. Khẳng định nào dưới đây đúng.

(A) $P=-4a$. (B) $P=-4|a|$. (C) $P=2a-6|a|$. (D) $P=2|a|-6a$.

Lời giải.

Áp dụng hằng đẳng thức $\sqrt{A^2}=|A|$.

Ta có $P=\sqrt{4a^2}-6a=2|a|-6a$.

Chọn phương án (D)

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

Câu 21. Tính thể tích V của hình cầu có bán kính $R = 3$ cm.

(A) $V = 180\pi$ (cm^3). (B) $V = 9\pi$ (cm^3). (C) $V = 72\pi$ (cm^3). (D) $V = 36\pi$ (cm^3).

Lời giải.

Áp dụng công thức tính thể tích khối cầu $V = \dfrac{4}{3}\pi R^3 = 36\pi$ (cm^3).

Chọn phương án (D)

Câu 22. Cho biểu thức $P = \sqrt{(\sqrt{3}+1)^2} + \sqrt{(1-\sqrt{3})^2}$. Khẳng định nào sau đây đúng.

(A) $P = 2$. (B) $P = 2 + 2\sqrt{3}$. (C) $P = 2 - \sqrt{3}$. (D) $P = 2\sqrt{3}$.

Lời giải.

Ta có $P = \sqrt{(\sqrt{3}+1)^2} + \sqrt{(1-\sqrt{3})^2} = \sqrt{3} + 1 + \sqrt{3} - 1 = 2\sqrt{3}$.

Chọn phương án (D)

Câu 23. Khẳng định nào sau đây sai?

(A) $\cos 35^\circ > \sin 40^\circ$. (B) $\sin 35^\circ > \cos 40^\circ$. (C) $\sin 35^\circ < \sin 40^\circ$. (D) $\cos 35^\circ > \cos 40^\circ$.

Lời giải.

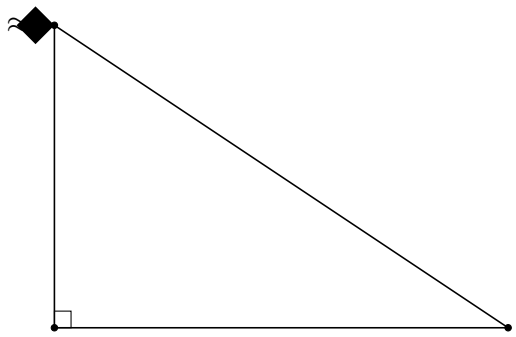
Nhận xét: Góc nhọn $90^\circ > \alpha > \beta > 0^\circ$ thì $\sin\alpha > \sin\beta \Rightarrow \sin 35^\circ < \sin 50^\circ$.

Ta có $\cos 40^\circ = \sin 50^\circ$ suy ra $\sin 35^\circ < \cos 40^\circ$.

Chọn phương án (B)

Câu 24.

Bạn An chơi thả diều. Tại thời điểm dây diều dài 80 m và tạo với phương thẳng đứng một góc 50°. Tính khoảng cách d từ diều đến mặt đất tại thời điểm đó (giả sử dây diều căng và không giãn; kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).



(A) $d \approx 51{,}42$ m. (B) $d \approx 57{,}14$ m.

(C) $d \approx 54{,}36$ m. (D) $d \approx 61{,}28$ m.

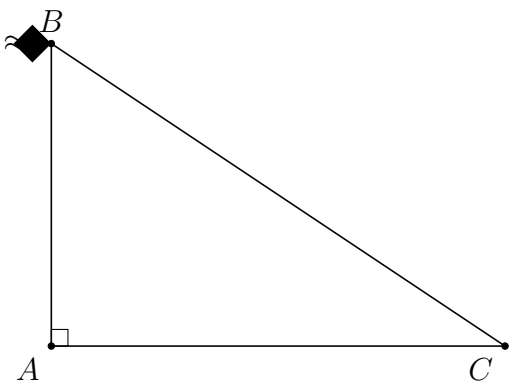
Lời giải.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Giả sử B là vị trí con diều, BC là sợi dây, BA là khoảng cách từ con diều đến mặt đất. Khi đó ta có $BC = 80$ m, $\widehat{ABC} = 50^\circ$.

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông ta được:

$AB = \cos\widehat{ABC} \cdot BC = \cos 50^\circ \cdot 80 \approx 51{,}42$ m.



Chọn phương án A

Câu 25. Tìm giá trị của m để đồ thị hàm số $y = (2m-1)x + m + 2$ cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng $\dfrac{-2}{3}$.

A $m = \dfrac{-1}{2}$. B $m = \dfrac{1}{2}$. C $m = -8$. D $m = 8$.

Lời giải.

Từ giả thiết, ta có đồ thị hàm số đi qua $(-\dfrac{2}{3}; 0)$. Khi đó ta có phương trình

$$(2m-1).\frac{-2}{3} + m + 2 = 0 \Leftrightarrow m = 8.$$

Chọn phương án D

Câu 26. Phương trình bậc hai $ax^2 + bx + c = 0$ $(a \neq 0)$ có biểu thức $\Delta = b^2 - 4ac < 0$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A Phương trình vô nghiệm.

B Phương trình có nghiệm kép.

C Phương trình có hai nghiệm phân biệt.

D Phương trình có vô số nghiệm.

Câu 27. Tìm tất cả giá trị a, b để hệ phương trình $\begin{cases} 2x + by = -4 \\ bx - ay = -5 \end{cases}$ có nghiệm $(x; y) = (1; -2)$.

A $a = 2;\ b = 2$. B $a = -4;\ b = 3$. C $a = -3;\ b = 4$. D $a = -4;\ b = -5$.

Lời giải.

Thay $x = 1; y = -2$ vào hệ phương trình trên ta được:

$$\begin{cases} 2 - 2b = -4 \\ b + 2a = -5 \end{cases}$$

Giải hệ trên ta được $b = 3$, $a = -4$.

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

Chọn phương án B

Câu 28. Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2x-y=1 \\ 4x+y=5 \end{cases}$

A $(x;y)=(-1;-1)$. B $(x;y)=(-1;1)$.

C $(x;y)=(1;1)$. D $(x;y)=(1;-1)$.

Lời giải.

Ta có:

$$\begin{cases} 2x-y=1 \\ 4x+y=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x=6 \\ 2x-y=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=1. \end{cases}$$

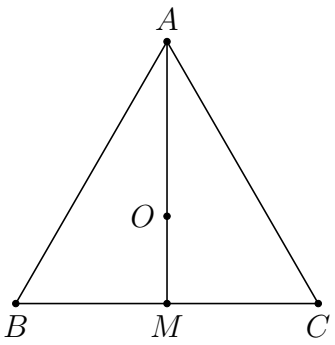
Chọn phương án C

Câu 29. Tính bán kính r của đường tròn nội tiếp tam giác đều cạnh a.

A $r=\dfrac{a\sqrt{3}}{6}$. B $r=a\sqrt{3}$. C $r=\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$. D $r=\dfrac{2a\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải.

Áp dụng tính chất của tam giác đều ta được bán kính đường tròn nội tiếp tam giác đều bằng $\dfrac{1}{3}$ độ dài đường trung tuyến. Mặt khác độ dài đường trung tuyến của tam giác đều cạnh a là $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. Vậy $r=\dfrac{1}{3}.\dfrac{a\sqrt{3}}{2}=\dfrac{a\sqrt{3}}{6}$.



Chọn phương án A

Câu 30. Số nào sau đây là số nguyên tố?

A 29. B 35. C 49. D 93.

Lời giải.

Sử dụng định nghĩa số nguyên tố là số tự nhiên có hai ước là 1 và chính nó. Ta được 29 là số nguyên tố vì $\text{Ư}_{(29)}=\{1;29\}$.

Chọn phương án A

Câu 31. Cho một hình cầu có đường kính bằng 4 cm. Tính diện tích S của hình cầu đó.

A $S=\dfrac{16\pi}{3}$ cm^2. B $S=16\pi$ cm^2. C $S=64\pi$ cm^2. D $S=32\pi$ cm^2 .

Lời giải.

$R=2 \Rightarrow S=4\pi R^2=16\pi$ cm^2.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Chọn phương án B

Câu 32. Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến với mọi $x \in \mathbb{R}$?

A $y = -2x + 4$. B $y = \sqrt{3}x - 2$. C $y = -\dfrac{7}{2} - 2x$. D $y = \dfrac{1-x}{3}$.

Lời giải.

Hàm số $y = ax + b$ có $a > 0$ thì là hàm đồng biến.

Chọn phương án B

Câu 33. Tìm điều kiện của m để hàm số $y = (2m-1)x + 2$ luôn đồng biến.

A $m \geq \dfrac{1}{2}$. B $m < \dfrac{1}{2}$. C $m > \dfrac{1}{2}$. D $m \leq \dfrac{1}{2}$.

Lời giải.

Hàm số đồng biến $\Leftrightarrow 2m - 1 > 0 \Leftrightarrow m > \dfrac{1}{2}$.

Chọn phương án B

Câu 34. Cho tứ giác $ABCD$ có $AB = BC = CD = DA$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A Tứ giác $ABCD$ là hình vuông. B Tứ giác $ABCD$ là hình chữ nhật.

C Tứ giác $ABCD$ là hình thoi. D Tứ giác $ABCD$ là hình thang cân.

Lời giải.

Tứ giác có 4 cạnh bằng nhau thì là hình thoi.

Chọn phương án C

Câu 35. Rút gọn biểu thức $M = (x-y)^2 - (x+y)^2$.

A $M = -2xy$. B $M = -4xy$. C $M = -2x^2$. D $M = -2y^2$.

Lời giải.

$M = x^2 - 2xy + y^2 - x^2 - 2xy - y^2 = -4xy$.

Chọn phương án B

Câu 36. Tính chu vi của tam giác cân ABC. Biết $AB = 6$ cm; $AC = 12$ cm.

A 25 cm. B 24 cm. C 30 cm. D 15 cm.

Lời giải.

- Nếu tam giác cân ở B thì $BA = BC = 6$ khi đó $AC = AB + BC$ (vô lí).
- Nếu tam giác cân ở C thì $CA = CB = 12$ khi đó chu vi tam giác là $12 + 12 + 6 = 30$.

.

Chọn phương án C

Câu 37. Giải phương trình $x^2 - 5x + 6 = 0$.

(A) $x_1 = 2;\ x_2 = 3$. (B) $x_1 = -1;\ x_2 = -6$.

(C) $x_1 = 1;\ x_2 = 6$. (D) $x_1 = -2;\ x_2 = -3$.

Lời giải.

$x^2 - 5x + 6 \Leftrightarrow x_1 = 2;\ x_2 = 3$.

Chọn phương án (A)

Câu 38. Cho $P = 4 + 4^2 + 4^3 + \cdots + 4^{2019}$. Tìm số dư khi chia P cho 20.

(A) 8. (B) 16. (C) 4. (D) 12.

Lời giải.

Vì $P = 4\left(1 + 4 + 4^2 + \cdots + 4^{2018}\right)$.

Ta cần tìm số dư của $S = 1 + 4 + 4^2 + \cdots + 4^{2018}$ cho 5.

Ta có $3S = 4^{2019} - 1$. Ta có

$$\begin{aligned} & 4 \equiv -1 \pmod 5 \\ \Rightarrow\ & 4^{2019} \equiv -1 \pmod 5 \\ \Rightarrow\ & 3S \equiv 3 \pmod 5 \\ \Rightarrow\ & S \equiv 1 \pmod 5. \end{aligned}$$

Từ đó $S = 5k + 1$ hay $P = 20k + 4$. Vậy P chia 20 dư 4.

Chọn phương án (C)

Câu 39. Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH và đường trung tuyến AM $(H, M \in BC)$. Biết chu vi của tam giác là 72 cm và $AM - AH = 7$ cm. Tính diện tích S của tam giác ABC.

(A) $S = 48$ cm^2. (B) $S = 108$ cm^2. (C) $S = 148$ cm^2. (D) $S = 144$ cm^2.

Lời giải.

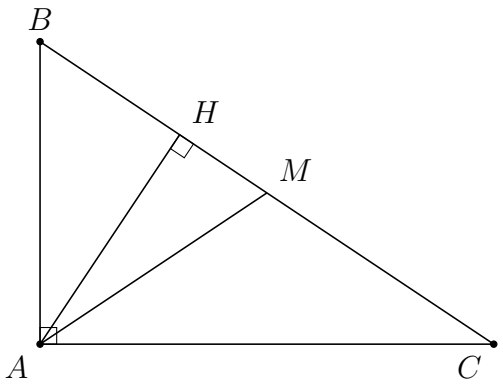
Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Ta gọi $AM = x \Rightarrow BC = 2x, AH = x - 7$.

Ta có $AB^2 + AC^2 = BC^2; AB \cdot AC = BC \cdot AH \Rightarrow (AB + AC)^2 = BC^2 + 2BC \cdot AH$

mà chu vi tam giác bằng 72 nên $AB + AC = 72 - BC = 72 - 2x$.

Vậy ta có phương trình



$$\begin{aligned} & (72-2x)^2 = 4x^2 + 4x(x-7) \\ \Leftrightarrow\ & x^2 + 65x - 1296 = 0 \\ \Leftrightarrow\ & \left[\begin{array}{l} x = -81 (\text{Loại}) \\ x = 16 \end{array}\right. \end{aligned}$$

Vậy $BC = 32; AH = 9 \Rightarrow S_{ABC} = \dfrac{1}{2} BC \cdot AH = 144$ cm^2.

Chọn phương án (D)

Câu 40. Cho các số a, b, c thỏa mãn $a^2 + b^2 + c^2 + 6 = 2(a + 2b + c)$. Tính tổng $T = a + b + c$.

(A) $T = 6$. (B) $T = 2$. (C) $T = 4$. (D) $T = 8$.

Lời giải.

$a^2 + b^2 + c^2 + 6 = 2(a + 2b + c) \Rightarrow (a - 1)^2 + (b - 2)^2 + (c - 1)^2 = 0 \Rightarrow a = 1; b = 2; c = 1$.

Từ đó $a + b + c = 4$.

Chọn phương án (C)

Câu 41. Cho tam giác ABC có $AB = 20$ cm, $BC = 12$ cm, $CA = 16$ cm. Tính chu vi của đường tròn nội tiếp tam giác đã cho

(A) 16π cm. (B) 20π cm. (C) 13π cm. (D) 8π cm.

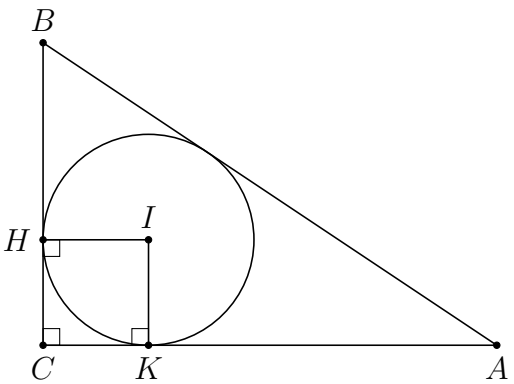
Lời giải.

Vì $AB^2 = BC^2 + AC^2 \Rightarrow \triangle ABC$ vuông tại C.

Từ đó dựa vào hình vuông $CHIK$ với I là tâm đường tròn nội tiếp. Ta có

$r = CH = \dfrac{CA + CB - AB}{2} = 4$.

Vậy chu vi đường tròn nội tiếp $= 2\pi \cdot 4 = 8\pi$.



Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

Chọn phương án D

Câu 42. Biết các cạnh của một tứ giác tỉ lệ với 2; 3; 4; 5 và độ dài cạnh lớn nhất hơn độ dài cạnh nhỏ nhất là 6 cm. Tính chu vi của tứ giác đó.

A 28 cm. B 42 cm. C 14 cm. D 56 cm.

Lời giải.

Gọi độ dài cạnh nhỏ nhất là x, vậy độ dài cạnh lớn nhất là $x+6$. Theo đề bài ta có

$$\frac{x}{2}=\frac{x+6}{5}\Leftrightarrow x=4.$$

Vì các cạnh tỉ lệ theo $2:3:4:5$ nên các cạch sẽ là $4,6,8,10$. Chu vi tứ giác đó là $4+6+8+10=28$.

Chọn phương án A

Câu 43. Cho phương trình $x^2-2(m+1)x+m^2-m+3=0$ (m là tham số). Tìm các giá trị của m để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt x_1; x_2 thỏa mãn $x_1^2+x_2^2=10$.

A $m=1$. B $m=4$. C $m=-1$. D $m=-4$.

Lời giải.

Điều kiện có 2 nghiệm là

$$\Delta'=(m+1)^2-(m^2-m+3)=3m-2>0\Leftrightarrow m>\frac{2}{3}.$$

Theo Vi-et ta có $\begin{cases}x_1+x_2=2(m+1)\\ x_1x_2=m^2-m+3\end{cases}$.

Từ đó

$$\begin{aligned}&x_1^2+x_2^2=10\\ \Leftrightarrow\ &(x_1+x_2)^2-2x_1x_2=10\\ \Leftrightarrow\ &4(m+1)^2-2(m^2-m+3)=10\\ \Leftrightarrow\ &2m^2+10m-12=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=1(TM)\\ m=-6(KTM)\end{array}\right.\end{aligned}$$

Vậy $m=1$.

Chọn phương án A

Câu 44. Cho tam giác ABC, biết $\widehat{B}=60^\circ$, $AB=6$ cm, $BC=4$ cm. Tính độ dài cạnh AC.

A $AC=2\sqrt{7}$ cm. B $AC=\sqrt{52}$ cm. C $AC=4\sqrt{5}$ cm. D $AC=2\sqrt{3}$ cm.

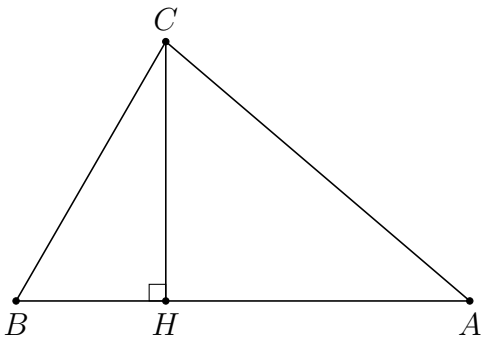
Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Lời giải.

Kẻ $CH \perp AB (H \in AB)$.

Xét tam giác BHC ta có

$$CH = BC \cdot \sin 60^\circ = 2\sqrt{3}; BH = BC \cdot \cos 60^\circ = 2.$$



Từ đó

$$AH = AB - BH = 4 \Rightarrow AC = \sqrt{CH^2 + AH^2} = 2\sqrt{7}.$$

Chọn phương án A

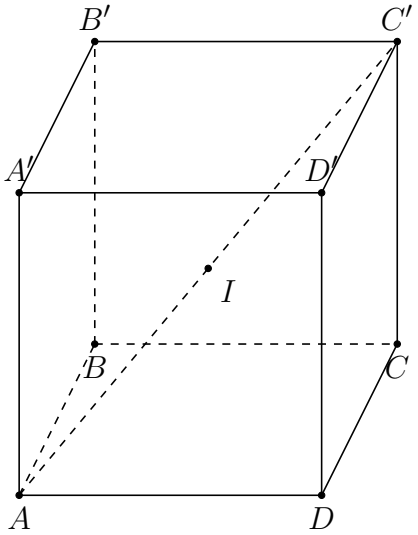
Câu 45. Mặt cầu (S) được gọi là ngoại tiếp hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ nếu các đỉnh của hình lập phương đều thuộc mặt cầu (S). Biết hình lập phương có độ dài cạnh $2a$. Tính thể tích V của hình cầu ngoại tiếp hình lập phương đó.

A $V = 2\pi a^3$. B $V = 4\sqrt{3}\pi a^3$. C $V = \dfrac{\sqrt{3}}{2}\pi a^3$. D $V = 3\pi a^3$.

Lời giải.

Tâm của mặt cầu là trung điểm của đường chéo.// Độ dài đường chéo của hình lập phương là $\sqrt{3} \cdot 2a$, từ đó bán kính hình cầu ngoại tiếp là $R = \dfrac{\sqrt{3} \cdot 2a}{2} = \sqrt{3}a$.

Từ đó $V = \dfrac{4}{3}\pi R^3 = 4\sqrt{3}\pi a^3$.



Chọn phương án B

Câu 46. Cho $\widehat{xOy} = 45^\circ$. Trên tia Oy lấy hai điểm A, B sao cho $AB = \sqrt{2}$ cm. Tính độ dài hình chiếu vuông góc của đoạn thẳng AB trên Ox.

A $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ cm. B $\dfrac{\sqrt{2}}{4}$ cm. C 1 cm. D $\dfrac{1}{2}$ cm.

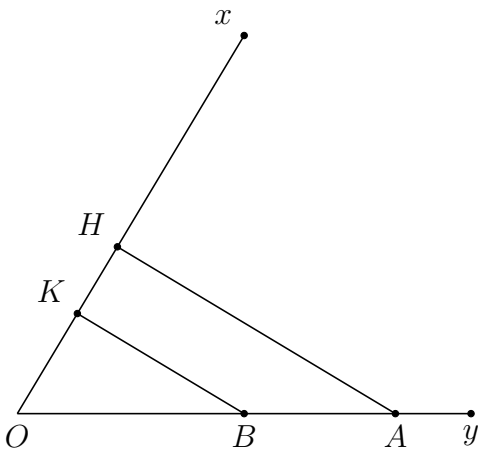
Lời giải.

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

Kẻ $AH \perp Ox, BK \perp Ox (H, K \in Ox)$.

Ta có $OH = OA \cdot \cos \widehat{xOy}$, $OK = OB \cdot \cos \widehat{xOy}$

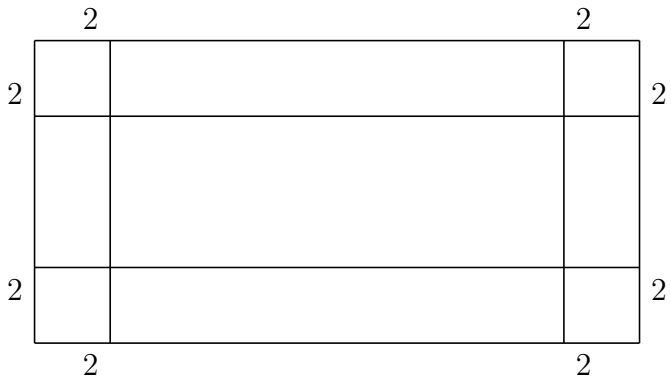
$\Rightarrow HK = OK - OH = AB \cdot \cos \widehat{xOy} = \sqrt{2} \cdot \cos \widehat{45^\circ} = 1$ cm.



Chọn phương án C

Câu 47.

Một tấm tôn hình chữ nhật có chu vi là 48 cm. Người ta cắt bỏ mỗi góc của tấm tôn một hình vuông có cạnh 2 cm rồi gấp lên thành một hình hộp chữ nhật không nắp có thể tích 96 cm^3. Giả sử tấm tôn có chiều dài a, chiều rộng là b. Tính giá trị của biểu thức $P = a^2 - b^2$.



A $P = 80$. B $P = 112$. C $P = 192$. D $P = 256$.

Lời giải.

Gọi chiều rộng là x ($2x < 24 \Leftrightarrow x < 12$), chiều dài là $24 - x$ (vì chu vi bằng 24).

Từ đó kích thước hình hộp chữ nhật là $x - 4; 24 - x - 4; 2$.

Ta có

$$\begin{aligned} & V = 96 \\ \Leftrightarrow\ & (x-4)(20-x)2 = 96 \\ \Leftrightarrow\ & x^2 - 24x + 128 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 8 (\text{Thỏa mãn}) \\ x = 16 (\text{Không thỏa mãn}) \end{array}\right. \end{aligned}$$

Vậy $b = 8; a = 16 \Rightarrow a^2 - b^2 = 192$.

Chọn phương án C

Câu 48. Hai vòi nước cùng chảy vào một bể không có nước. Nếu cho vòi một chảy trong 3 giờ rồi khóa lại, sau đó cho vòi hai chảy tiếp trong 8 giờ nữa thì đầy bể. Nếu cho vòi một chảy trong 1 giờ, rồi cho cả hai vòi chảy tiếp trong 4 giờ nữa thì số nước

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

chảy vào bằng $\frac{8}{9}$ bể. Hỏi nếu chảy một mình thì vòi một sẽ chảy trong thời gian t bằng bao nhiêu thì đầy bể?

(A) $t = 10$ giờ. (B) $t = 12$ giờ. (C) $t = 11$ giờ. (D) $t = 9$ giờ.

Lời giải.

Gọi x, y giờ là thời gian chảy đầy bể của vòi 1 và vòi 2.

Nếu cho vòi một chảy trong 3 giờ rồi khóa lại, sau đó cho voi hai chảy tiếp trong 8 giờ nữa thì đầy bể

$$\Rightarrow \frac{3}{x} + 8\frac{1}{y} = 1.$$

Nếu cho vòi một chảy trong 1 giờ, rồi cho cả hai vòi chảy tiếp trong 4 giờ nữa thì số nước chảy vào bằng $\frac{8}{9}$ bể

$$\Rightarrow \frac{1}{x} + 4\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) = \frac{8}{9} \Leftrightarrow \frac{5}{x} + \frac{4}{y} = \frac{8}{9}.$$

Ta có hệ

$$\begin{cases} \frac{3}{x} + \frac{8}{y} = 1 \\ \frac{5}{x} + \frac{4}{y} = \frac{8}{9} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} = \frac{1}{9} \\ \frac{1}{y} = \frac{1}{12} \end{cases}.$$

Từ đó $x = 9$ hay $t = 9$ giờ.

Chọn phương án (D)

Câu 49. Kết quả rút gọn biểu thức $A = \frac{x}{x-4} + \frac{1}{\sqrt{x}-2} + \frac{1}{\sqrt{x}+2}$ với $x \geq 0$, $x \neq 4$ có dạng $\frac{\sqrt{x}-m}{\sqrt{x}+n}$. Tính giá trị của $m - n$.

(A) $m - n = -2$. (B) $m - n = -4$. (C) $m - n = 4$. (D) $m - n = 2$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} A &= \frac{x}{x-4} + \frac{1}{\sqrt{x}-2} + \frac{1}{\sqrt{x}+2} \\ &= \frac{x + \sqrt{x} + 2 + \sqrt{x} - 2}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)} \\ &= \frac{x + 2\sqrt{x}}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)} \\ &= \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+2)}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}. \end{aligned}$$

Vậy $m = 0; n = -2 \Rightarrow m - n = 2$.

Chọn phương án (D)

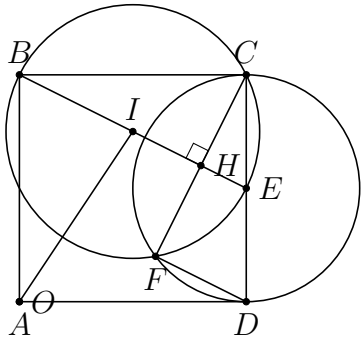
Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

Câu 50. Cho hình vuông $ABCD$ cạnh bằng a. Gọi E là trung điểm của cạnh CD. Tính độ dài dây cung chung CF của đường tròn đường kính BE và đường tròn đường kính CD.

(A) $CF = a$. (B) $CF = \dfrac{2a\sqrt{5}}{5}$. (C) $CF = \dfrac{2a\sqrt{3}}{3}$. (D) $CF = \dfrac{a\sqrt{5}}{5}$.

Lời giải.

Gọi CF cắt BE tại H.



Tam giác BCE vuông tại C nên ta có

$$\frac{1}{CH^2} = \frac{1}{CE^2} + \frac{1}{CB^2}.$$

Ta có $CE = \dfrac{a}{2}; BC = a \Rightarrow CH = \dfrac{\sqrt{5}a}{5} \Rightarrow CF = 2CH = \dfrac{2a\sqrt{5}}{5}$.

Chọn phương án (B)

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

ĐÁP ÁN

1 D	**6** C	**11** B	**16** D	**21** D	**26** A	**31** B	**36** C	**41** D	**46** C
2 D	**7** C	**12** B	**17** A	**22** D	**27** B	**32** B	**37** A	**42** A	**47** C
3 B	**8** B	**13** C	**18** B	**23** B	**28** C	**33** B	**38** C	**43** A	**48** D
4 D	**9** A	**14** D	**19** D	**24** A	**29** A	**34** C	**39** D	**44** A	**49** D
5 A	**10** C	**15** A	**20** D	**25** D	**30** A	**35** B	**40** C	**45** B	**50** B

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 76

ĐỀ THI VÀO 10, SỞ GIÁO DỤC AN GIANG, 2017

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Câu 1. Giải các phương trình và hệ phương trình sau đây:

a. $\sqrt{3}x+\sqrt{12}x=\sqrt{27}$.

b. $x^2+x-20=0$.

c. $\begin{cases}2x+3y=7\\x-y=1\end{cases}$.

Lời giải.

a. $\sqrt{3}x+\sqrt{12}x=\sqrt{27}\Leftrightarrow(\sqrt{3}+\sqrt{12})x=\sqrt{27}\Leftrightarrow x=\dfrac{\sqrt{27}}{\sqrt{3}+2\sqrt{3}}=\dfrac{3\sqrt{3}}{3\sqrt{3}}=1.$

b. $x^2+x-20=0$.

Ta có $\Delta=1^2-4.1.(-20)=81>0$.

Phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt $\left[\begin{array}{l}x=4\\x=-5\end{array}\right.$.

c. $\begin{cases}2x+3y=7\\x-y=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2x+3y=7\\3x-3y=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}5x=10\\x-y=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=2\\y=1\end{cases}$.

Câu 2. Cho hàm số $y=-x^2$ có đồ thị là parabol (P).

a. Vẽ đồ thị (P) của hàm số đã cho.

b. Tìm tọa độ giao điểm của (P) và đường thẳng $(d):y=-2x+1$ bằng phép tính.

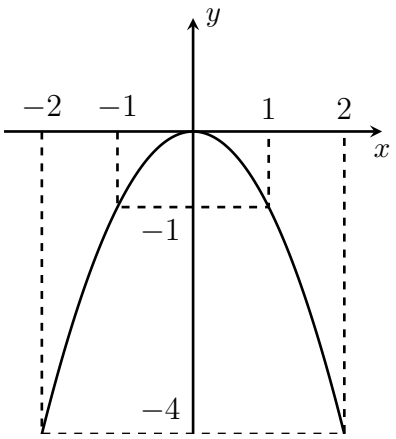
Lời giải.

a. Vẽ đồ thị (P) của hàm số đã cho.

Ta có, bảng giá trị:

x	-2	-1	0	1	2
$y=-x^2$	-4	-1	0	-1	-4

Đồ thị hàm số:



b. Tìm tọa độ giao điểm của (P) và đường thẳng $(d): y=-2x+1$ bằng phép tính.

Ta có, phương trình hoành độ giao điểm: $-x^2=-2x+1 \Leftrightarrow x^2-2x+1=0 \Leftrightarrow x=1$.

Vậy tọa độ giao điểm của (P) với (d) là điểm $M(1;-1)$.

Câu 3. Cho phương trình bậc hai ẩn x: $x^2+(4m+1)x+2m-8=0$ (m là tham số).

a. Chứng minh rằng phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt $x_1;x_2$ với mọi tham số m.

b. Tìm m để hai nghiệm $x_1;x_2$ của phương trình đã cho thỏa mãn điều kiện $|x_1-x_2|=17$.

Lời giải.

a. Chứng minh rằng phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt $x_1;x_2$ với mọi tham số m.

Ta có: $\Delta=(4m+1)^2-4(2m-8)=16m^2+33>0, \forall m\in\mathbb{R}$.

Do đó, phương trình đã cho luôn luôn có hai nghiệm phân biệt x_1,x_2.

b. Tìm m để hai nghiệm $x_1;x_2$ của phương trình đã cho thỏa mãn điều kiện $|x_1-x_2|=17$.

Do phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt x_1,x_2, nên theo định lý Vi-et ta có:

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

$x_1 + x_2 = -4m - 1$ và $x_1 x_2 = 2m - 8$. (1)

Từ giả thiết $|x_1 - x_2| = 17 \Leftrightarrow x_1^2 + x_2^2 - 2x_1x_2 = 17^2 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2 = 17^2$.

Thay (1) vào ta được: $(-4m - 1)^2 - 4(2m - 8) = 17^2 \Leftrightarrow m^2 = 16 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 4 \\ m = -4 \end{array}\right.$.

Câu 4. Cho điểm C thuộc nửa đường tròn đường kính AB. Kẻ tiếp tuyến Ax với nửa đường tròn đó (Ax nằm cùng nửa mặt phẳng có bờ là đường thẳng AB chứa nửa đường tròn). Tia phân giác của góc CAx cắt nửa đường tròn tại D. Kéo dài AD và BC cắt nhau tại E. Kẻ EH vuông góc với Ax tại H.

a. Chứng minh tứ giác $AHEC$ nội tiếp.

b. Chứng minh $\widehat{ABD} = \widehat{DBC}$.

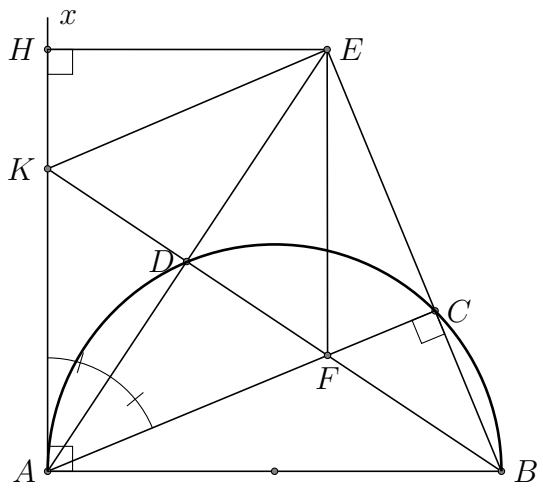
c. Chứng minh tam giác ABE cân.

d. Tia BD cắt AC và Ax lần lượt tại F và K. Chứng minh $AKEF$ là hình thoi.

Lời giải.

a. Chứng minh tứ giác $AHCE$ nội tiếp.

Xét tứ giác $AHEC$, ta có: $\widehat{AHE} = 90^\circ$ (do $EH \perp Ax$ tại H).
Lại có $\widehat{ACE} = 90^\circ$ (kề bù với góc nội tiếp chắn nửa đường tròn).
Suy ra: $\widehat{AHE} + \widehat{ACE} = 180^\circ$.
Mà H, C là hai đỉnh đối nhau nên tứ giác $AHCE$ nội tiếp.



b. Chứng minh $\widehat{ABD} = \widehat{DBC}$.

Ta có: $\widehat{ABD} = \widehat{DAx}$ (cùng chắn cung $\overset{\frown}{AD}$) (1)

$\widehat{DBC} = \widehat{DAC}$ (cùng chắn cung $\overset{\frown}{DC}$) (2)

Từ (1), (2) và $\widehat{DAx} = \widehat{DAC}$, suy ra $\widehat{ABD} = \widehat{DBC}$.

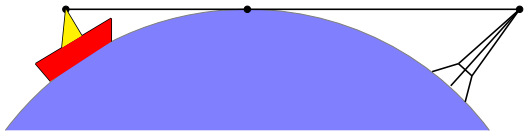
Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

c. Chứng minh tam giác ABE cân.
$\widehat{EAB} + \widehat{EAx} = 90^\circ$ và $\widehat{AEB} + \widehat{DBC} = 90^\circ$
Mà $\widehat{DAx} = \widehat{EAC} = \widehat{DBC}$ nên $\widehat{EAB} = \widehat{AEB}$. Vậy tam giác ABE cân tại B.

d. Tia BD cắt AC và Ax lần lượt tại F và K. Chứng minh $AKEF$ là hình thoi.
Tam giác AKF có AD là phân giác, là đường cao nên ΔAKF cân tại A.
Suy ra AD là trung tuyến. Do đó: D là trung điểm của FK. (3)
Tam giác ABE cân tại B và có BD là đường cao nên D là trung điểm của AE. (4)
Từ (3) và (4) suy ra $AKEF$ là hình bình hành.
Mặt khác, AD là phân giác của góc A nên $AKEF$ là hình thoi.

Câu 5.

Ngọn Hải đăng Kê gà ở tỉnh Bình Thuận là ngọn tháp thắp đèn gần bờ biển dùng để định hướng cho tàu thuyền giao thông trong khu vực vào ban đêm. Đây là ngọn hải đăng được xem là cổ xưa và cao nhất Việt Nam, chiều cao của ngọn đèn so với mặt nước biển là 65 m. Hỏi:

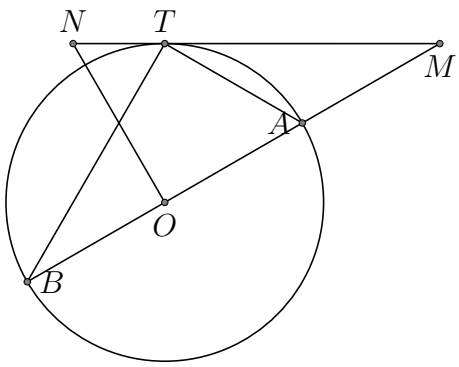


a. Một người quan sát đứng tại vị trí đèn của Hải đăng nhìn xa tối đa bao nhiêu km trên biển?

b. Cách bao xa thì một người quan sát đứng ở trên tàu bắt đầu trông thấy ngọn đèn này, biết rằng mắt người quan sát đứng ở trên tàu có độ cao 5 m so với mặt nước biển?
(Cho biết bán kính Trái Đất gần bằng 6400 km và điều kiện quan sát trên biển là không bị hạn chế)

Lời giải.

a. Một người quan sát đứng tại vị trí đèn của Hải đăng nhìn xa tối đa bao nhiêu km trên biển?



Giả sử chiều cao của ngọn Hải đăng là AM và điểm xa nhất nhất mà người đứng trên ngọn Hải đăng quan sát được là điểm T, trên mặt biển. Khi đó ta có:

$\Delta MTA \backsim \Delta MBT$ (g-g).

Suy ra: $MT^2 = MA.MB$

$\Rightarrow MT = \sqrt{MA.MB} = \sqrt{65.(65 + 2.6400000)} \approx$ 29 km.

Vậy một người quan sát đứng tại vị trí đèn của Hải đăng nhìn xa tối đa khoảng 29 km.

b. Cách bao xa thì một người quan sát đứng ở trên tàu bắt đầu trông thấy ngọn đèn này, biết rằng mắt người quan sát đứng ở trên tàu có độ cao 5 m so với mặt nước biển?

Tương tự ta cũng có: $NT = \sqrt{5(5 + 2.6400000)} \approx 8$ km.

Suy ra: $MN \approx 29 + 8 = 37$ km.

Vậy cách một khoảng 37 km thì một người quan sát đứng ở trên tàu bắt đầu trông thấy ngọn đèn này.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 77

ĐỀ THI VÀO 10, SỞ GIÁO DỤC BẮC GIANG, 2017

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

Câu 1.

a) Tính giá trị của biểu thức $A=\sqrt{25}+3\sqrt{8}-2\sqrt{18}$.

b) Tìm m để đồ thị hàm số $y=2x+m$ đi qua điểm $K\left(2;3\right)$.

Lời giải.

a) $A=\sqrt{25}+3\sqrt{8}-2\sqrt{18}=5+6\sqrt{2}-6\sqrt{2}=5$.

b) Đồ thị hàm số $y=2x+m$ đi qua $K\left(2;3\right)\Leftrightarrow 3=4+m\Leftrightarrow m=-1$.

Câu 2.

a) Giải hệ phương trình $\begin{cases}3x+y=10\\2x-3y=3\end{cases}$.

b) Cho biểu thức $B=\left(\dfrac{x\sqrt{x}+x+\sqrt{x}}{x\sqrt{x}-1}-\dfrac{\sqrt{x}+3}{1-\sqrt{x}}\right).\dfrac{x-1}{2x+\sqrt{x}-1}$ $\left(\text{với } x\geq 0,\ x\neq 1 \text{ và } x\neq \dfrac{1}{4}\right)$.

Tìm tất cả các giá trị của x để $B<0$.

c) Cho phương trình $x^2-\left(2m+5\right)x+2m+1=0$ $\quad(1)$, với x là ẩn, m là tham số.

a. Giải phương trình (1) khi $m=-\dfrac{1}{2}$.

b. Tìm các giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm dương phân biệt x_1,x_2 sao cho biểu thức $P=\left|\sqrt{x_1}-\sqrt{x_2}\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Lời giải.

a) $\begin{cases}3x+y=10\\2x-3y=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}9x+3y=30\\2x-3y=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}11x=33\\3x+y=10\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=3\\y=1\end{cases}$.

Vậy nghiệm của hệ phương trình là $(3;1)$.

b) Với $x\geq 0,\ x\neq 1,\ x\neq\dfrac{1}{4}$. Khi đó:

$$\begin{aligned}B&=\left(\frac{x\sqrt{x}+x+\sqrt{x}}{x\sqrt{x}-1}-\frac{\sqrt{x}+3}{1-\sqrt{x}}\right).\frac{x-1}{2x+\sqrt{x}-1}\\&=\left[\frac{\sqrt{x}\left(x+\sqrt{x}+1\right)}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(x+\sqrt{x}+1\right)}+\frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-1}\right].\frac{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}-1\right)}{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(2\sqrt{x}-1\right)}\\&=\left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}+\frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-1}\right).\frac{\sqrt{x}-1}{2\sqrt{x}-1}\\&=\frac{2\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-1}.\frac{\sqrt{x}-1}{2\sqrt{x}-1}=\frac{2\sqrt{x}+3}{2\sqrt{x}-1}\end{aligned}$$

Ta có:

$$\begin{aligned}&B<0\Leftrightarrow\frac{2\sqrt{x}+3}{2\sqrt{x}-1}<0\Leftrightarrow 2\sqrt{x}-1<0\\&\Leftrightarrow\sqrt{x}<\frac{1}{2}\Leftrightarrow 0\leq x<\frac{1}{4}\end{aligned}$$

Vậy với $0\leq x<\dfrac{1}{4}$ thì $B<0$.

c)

a. Phương trình $x^2-(2m+5)\,x+2m+1=0\quad(1)$

Khi $m-\dfrac{1}{2}$, phương trình (1) trở thành: $x^2-4x=0\Leftrightarrow x\,(x-4)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=4\end{array}\right.$

Vậy khi $m=-\dfrac{1}{2}$ thì phương trình (1) có tập nghiệm $S=\{0;4\}$.

b. $\Delta=(2m+5)^2-4\,(2m+1)=4m^2+12m+21=(2m+3)^2+12>0\ \forall m$.

$\Rightarrow$ Phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt.

Áp dụng hệ thức Vi-ét, ta có: $\begin{cases}x_1+x_2=2m+5\\x_1x_2=2m+1\end{cases}$

Phương trình (1) có hai nghiệm dương phân biệt khi: $\begin{cases}2m+5>0\\2m+1>0\end{cases}\Leftrightarrow m>-\dfrac{1}{2}\ (*)$.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Ta có:

$$\begin{aligned} P^2 &= \left(\sqrt{x_1}-\sqrt{x_2}\right)^2 = (x_1+x_2)-2\sqrt{x_1x_2} \\ &= 2m+5-2\sqrt{2m+1} = \left(2m+1-2\sqrt{2m+1}+1\right)+3 \\ &= \left(\sqrt{2m+1}-1\right)^2+3 \geq 3 \end{aligned}$$

$\Rightarrow P \geq \sqrt{3}$. Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow \sqrt{2m+1}=1 \Leftrightarrow m=0$.

Kết hợp với điều kiện $(*)$ ta được $m=0$ là giá trị cần tìm. Khi đó $\min P = \sqrt{3}$.

Câu 3.

Để chuẩn bị cho năm học mới, học sinh hai lớp $9A$ và $9B$ ủng hộ thư viện 738 quyển sách gồm hai loại sách giáo khoa và sách tham khảo. Trong đó mỗi học sinh lớp $9A$ ủng hộ 6 quyển sách giáo khoa và 3 quyển sách tham khảo, mỗi học sinh lớp $9B$ ủng hộ 5 quyển sách giáo khoa và 4 quyển sách tham khảo. Biết số sách giáo khoa ủng hộ nhiều hơn số sách tham khảo là 166 quyển. Tính số học sinh mỗi lớp.

Lời giải.

Gọi số học sinh của lớp $9A$, $9B$ lần lượt là x, y $(x, y \in \mathbb{N}^*)$.

$\Rightarrow$ Lớp $9A$ ủng hộ $6x$ quyển sách giáo khoa và $3x$ quyển sách tham khảo.

Lớp $9B$ ủng hộ $5y$ quyển sách giáo khoa và $4y$ quyển sách tham khảo.

Từ giả thiết ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} 9x+9y=738 \\ (6x+5y)-(3x+4y)=166 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y=82 \\ 3x+y=166 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=42 \\ y=40 \end{cases} \text{ (thỏa mãn điều kiện).}$$

Vậy lớp $9A$ có 42 học sinh, lớp $9B$ có 40 học sinh.

Câu 4.

Cho tam giác ABC có ba góc nhọn, nội tiếp đường tròn (C) tâm O bán kính R. Hai đường cao AE và BK của tam giác ABC cắt nhau tại H (với E thuộc BC, K thuộc AC).

a) Chứng minh tứ giác $ABEK$ nội tiếp được trong một đường tròn.

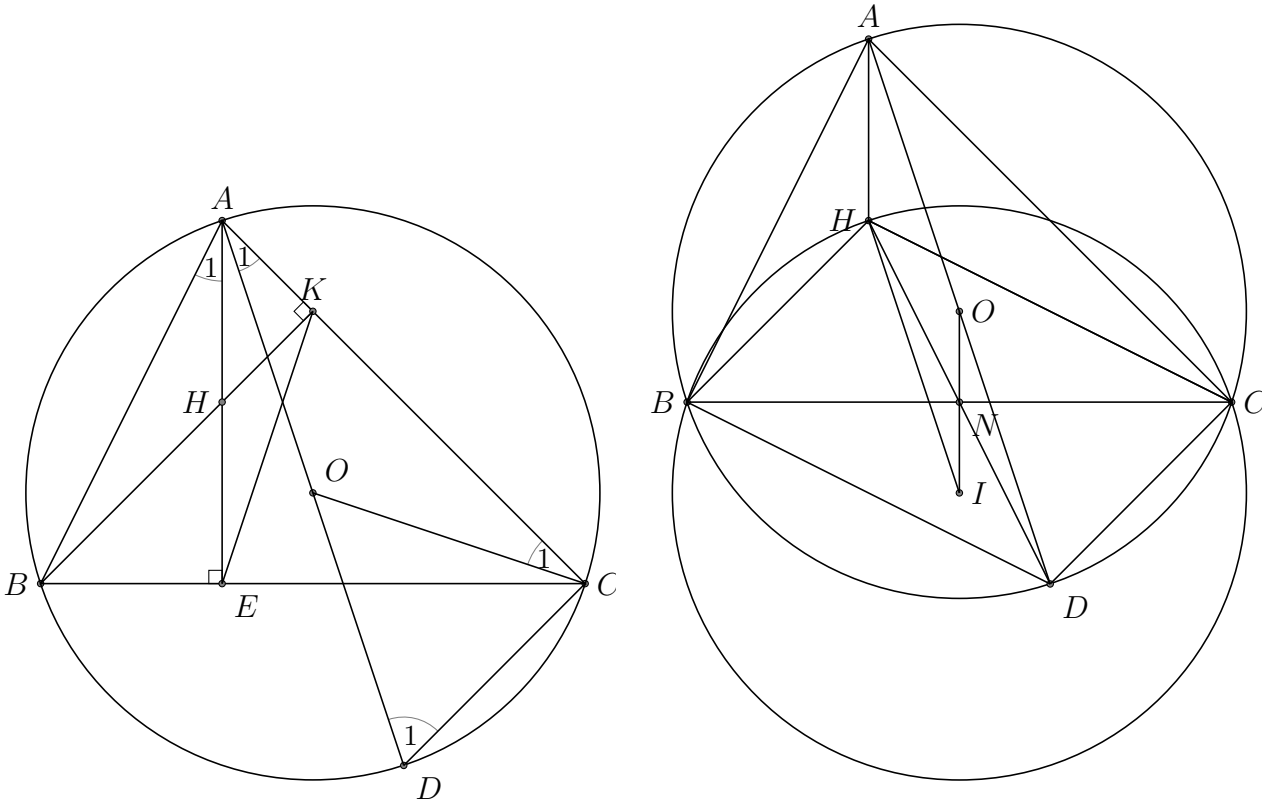
b) Chứng minh $CE.CB = CK.CA$.

c) Chứng minh $\widehat{OCA} = \widehat{BAE}$.

d) Cho B, C cố định và A di động trên (C) nhưng vẫn thỏa mãn điều kiện tam giác ABC nhọn, khi đó H thuộc một đường tròn (T) cố định. Xác định tâm I và tính bán kính r của đường tròn (T), biết $R = 3$ cm.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Lời giải.



a) Tứ giác $ABEK$ có: $\begin{cases} \widehat{AEB} = 90^\circ \ (AE \perp BC) \\ \widehat{AKB} = 90^\circ \ (BK \perp AC) \end{cases}$

$\Rightarrow$ Tứ giác $ABEK$ nội tiếp một đường tròn.

b) ΔCEA và ΔCKB có:

$\begin{cases} \widehat{ACB} \text{ chung} \\ \widehat{CEA} = \widehat{CKB} = 90^\circ \end{cases} \Rightarrow \Delta CEA \backsim \Delta CKB$ (g.g)

$\Rightarrow \dfrac{CE}{CK} = \dfrac{CA}{CB} \Rightarrow CE.CB = CK.CA$

c) Vẽ đường kính AD của (O).

Tam giác ABE vuông tại E nên $\widehat{A_1} + \widehat{ABC} = 90^\circ$.

Mà $\widehat{ABC} = \widehat{D_1}$ (Hai góc nội tiếp cùng chắn cung AC của (O)) $\Rightarrow \widehat{A_1} + \widehat{D_1} = 90^\circ$

ΔACD có $\widehat{ACD} = 90^\circ$ (Góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) $\Rightarrow \widehat{A_2} + \widehat{D_1} = 90^\circ$.

Mặt khác $\widehat{A_2} = \widehat{C_1}$ (ΔOAC cân tại O) $\Rightarrow \widehat{C_1} + \widehat{D_1} = 90^\circ$

Từ đó suy ra: $\widehat{A_1} = \widehat{C_1}$

d) Gọi I là điểm đối xứng với O qua BC, OI cắt BC tại N

$\Rightarrow N$ là trung điểm của OI, BC và các điểm I, N cố định.

Ta có $BH \parallel CD$ (cùng $\perp AC$)

Tương tự: $CH \parallel BD$

$\Rightarrow$ Tứ giác $BHCD$ là hình bình hành

$\Rightarrow$ N là trung điểm của BC thì N cũng là trung điểm của HD.

ΔAHD có ON là đường trung bình$\Rightarrow AH = 2ON \Rightarrow AH = OI\,(= 2ON)$

Lại có: $AH \parallel OI$ (cùng $\perp BC$) $\Rightarrow$ Tứ giác $AHIO$ là hình bình hành

$\Rightarrow IH = OA = R = 3$ (cm) $\Rightarrow H$ thuộc đường tròn $(I; 3\text{ cm})$ cố định

Câu 5.

Cho hai số thực dương a, b thỏa mãn $2a + 3b \leq 4$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$Q = \frac{2002}{a} + \frac{2017}{b} + 2996a - 5501b$$

.

Lời giải.

$$\begin{aligned} Q &= \frac{2002}{a} + \frac{2017}{b} + 2996a - 5501b \\ &= \left(\frac{2002}{a} + 8008a\right) + \left(\frac{2017}{b} + 2017b\right) - 2506\,(2a + 3b)\,. \end{aligned}$$

Áp dụng bất đẳng thức Cô-si và sử dụng giả thiết $2a + 3b \leq 4$. Ta có:

$$Q \geq 2\sqrt{\frac{2002}{a}.8008a} + 2\sqrt{\frac{2017}{b}.2017b} - 2506.4$$

$$Q \geq 8008 + 4034 - 10024 = 2018$$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{2002}{a} = 8008a \\ \dfrac{2017}{b} = 2017b \\ 2a + 3b = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \dfrac{1}{2} \\ b = 1 \end{cases}$

Vậy $\min Q = 2018 \Leftrightarrow \begin{cases} a = \dfrac{1}{2} \\ b = 1 \end{cases}$.

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 78

ĐỀ THI VÀO 10, SỞ GD-ĐT BẮC NINH, 2017

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Câu 1.

a) Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2x = 4 \\ x + y = 5. \end{cases}$

b) Rút gọn biểu thức $P = \dfrac{x-2}{x+2\sqrt{x}} - \dfrac{1}{\sqrt{x}} + \dfrac{1}{\sqrt{x}+2}$ với $x > 0$.

Lời giải.

a) $\begin{cases} 2x = 4 \\ x + y = 5. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 3. \end{cases}$

Vậy hệ có nghiệm $(x; y) = (2; 3)$.

b) Quy đồng và rút gọn ta được

$$\begin{aligned} P &= \frac{x - 2 - \sqrt{x} - 2 + \sqrt{x}}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+2\right)} \\ &= \frac{x-4}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+2\right)} = \frac{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+2\right)} = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}} \end{aligned}$$

Vậy $P = \dfrac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}}$.

Câu 2. Cho phương trình $x^2 - 2mx + m^2 - 1 = 0$ (1) với m là tham số.

a) Giải phương trình (1) khi $m = 2$.

b) Chứng minh rằng phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m. Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình (1). Lập phương trình bậc hai nhận $x_1^3 - 2mx_1^2 + m^2x_1 - 2$ và $x_2^3 - 2mx_2^2 + m^2x_2 - 2$ là nghiệm.

Lời giải.

a) Khi $m=2$ ta được phương trình $x^2-4x+3=0$. Giải ra được $x=1$ hoặc $x=3$.

b) Ta có $\Delta'=m^2-m^2+1=1>0, \forall m\in\mathbb{R}$ nên phương trình (1) luôn có 2 nghiệm phân biệt. Do x_1,x_2 là nghiệm của (1) nên

$$\begin{cases} x_1^2-2mx_1+m^2=1 \\ x_2^2-2mx_2+m^2=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1^3-2mx_1^2+m^2x_1-2=x_1-2 \\ x_2^3-2mx_2^2+m^2x_2-2=x_2-2 \end{cases}$$

Theo định lí Viet ta có $\begin{cases} x_1+x_2=2m \\ x_1x_2=m^2-1 \end{cases}$ do đó

$$\begin{cases} (x_1-2)+(x_2-2)=2m-4 \\ (x_1-2)(x_2-2)=x_1x_2-2(x_1+x_2)+4=m^2-4m+3 \end{cases}$$

Dễ thấy $(2m-4)^2-4(m^2-4m+3)=4>0$ nên phương trình cần lập là

$$x^2-(2m-4)x+m^2-4m+3=0.$$

Câu 3. *Giải toán bằng cách lập phương trình, hệ phương trình.*

Một nhóm gồm 15 học sinh (cả nam và nữ) tham gia buổi lao động trồng cây. Các bạn nam trồng được 30 cây, các bạn nữ trồng được 36 cây. Mỗi bạn nam trồng được số cây như nhau và mỗi bạn nữ trồng được số cây như nhau. Tính số học sinh nam và học sinh nữ của nhóm biết rằng mỗi bạn nam trồng được nhiều hơn mỗi bạn nữ 1 cây.

Lời giải.

Gọi số học sinh nam là x, $x\in\mathbb{N}, 0<x<15$, suy ra số học sinh nữ là $(15-x)$. Khi đó, mỗi bạn nam trồng được $\dfrac{30}{x}$ cây và mỗi bạn nữ trồng được $\dfrac{36}{15-x}$ cây. Từ giả thiết ta có phương trình

$$\frac{30}{x}=\frac{36}{15-x}+1$$

Giải phương trình này được nghiệm $x=75$ (loại) hoặc $x=6$ (thỏa mãn).

Vậy số bạn nam là 6 và số bạn nữ là 9.

Câu 4. Từ điểm M nằm ngoài đường tròn (O) kẻ hai tiếp tuyến MA, MB với đường tròn (A, B là hai tiếp điểm). Lấy điểm C trên cung nhỏ AB (C không trùng với A, B). Từ điểm C kẻ CD vuông góc với AB, CE vuông góc với MA, CF vuông góc với MB ($D\in AB, E\in MA, F\in MB$). Gọi I là giao điểm của AC và DE, K là giao điểm của BC và DF. Chứng minh rằng

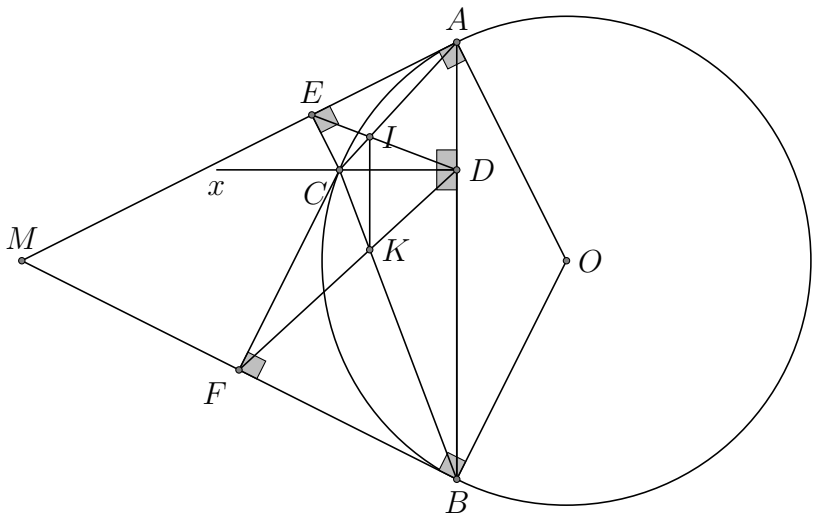
a) Tứ giác $ADCE$ nội tiếp đường tròn.

b) Hai tam giác CDE và CFD đồng dạng.

c) Tia đối của tia CD là tia phân giác của góc $\widehat{ECF}$

d) Đường thẳng IK song song với đường thẳng AB.

Lời giải.



a) Tứ giác $ADCE$ có $\widehat{ADC} = \widehat{AEC} = 90^\circ$ nên $ADCE$ là tứ giác nội tiếp.

b) Tứ giác $ADCE$ nội tiếp nên $\widehat{EAC} = \widehat{EDC}$. Tương tự, tứ giác $BDCF$ nội tiếp, suy ra $\widehat{CFD} = \widehat{CBD}$. Mặt khác, theo tính chất của góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung thì $\widehat{EAC} = \widehat{CBD}$. Do đó $\widehat{EDC} = \widehat{CFD}$. Chứng minh tương tự thì $\widehat{CED} = \widehat{CDF}$. Vậy hai tam giác $\triangle CDE$ và $\triangle CFD$ đồng dạng với nhau.

c) Gọi Cx là tia đối của tia CD. Tam giác $\triangle CDE$ đồng dạng với $\triangle CFD$ suy ra $\widehat{DCE} = \widehat{DCF}$. Do đó $\widehat{ECx} = \widehat{FCx}$. Vậy Cx là tia phân giác của góc $\widehat{ECF}$.

d) Ta có $\widehat{ICK} + \widehat{IDK} = \widehat{ICK} + \widehat{IDC} + \widehat{KDC} = \widehat{ACB} + \widehat{ABC} + \widehat{BAC} = 180^\circ$. Suy ra tứ giác $ICKD$ nội tiếp, do đó $\widehat{CIK} = \widehat{KDC} = \widehat{CBF} = \widehat{CAB}$. Vậy $IK \parallel AB$.

Câu 5.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

a) Giải phương trình $\left(x^2-x+1\right)\left(x^2+4x+1\right)=6x^2$

b) Cho bốn số thực dương x,y,z,t thỏa mãn $x+y+z+t=2$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A=\dfrac{(x+y+z)(x+y)}{xyzt}$

Lời giải.

a) Đặt $y=x^2+1$ ta được phương trình

$$(y-x)(y+4x)=6x^2\Leftrightarrow y^2+3xy-10y^2=0\Leftrightarrow(y-2x)(y+5x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}y=2x\\y=-5x\end{array}\right.$$

$\diamond$ Với $y=2x$ thì $x^2+1=2x\Leftrightarrow(x-1)^2=0\Leftrightarrow x=1$.

$\diamond$ Với $y=-5x$ thì $x^2+1=-5x\Leftrightarrow x^2+5x+1=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\dfrac{-5-\sqrt{21}}{2}\\x=\dfrac{-5+\sqrt{21}}{2}\end{array}\right.$.

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S=\left\{1;\dfrac{-5\pm\sqrt{21}}{2}\right\}$.

b) Áp dụng bất đẳng thức AM-GM cho các số thực dương ta có

$$\begin{aligned}&x+y\geq2\sqrt{xy}\\&(x+y)+z\geq2\sqrt{(x+y)z}\\&(x+y+z)+t\geq2\sqrt{(x+y+z)t}\end{aligned}$$

Nhân vế với vế của bất đẳng thức trên và kết hợp điều kiện $x+y+z+t=2$ ta được

$$\begin{aligned}&2(x+y)(x+y+z)\geq8\sqrt{xyzt(x+y)(x+y+z)}\\\Rightarrow&\sqrt{(x+y)(x+y+z}\geq4\sqrt{xyzt}\\\Rightarrow&\frac{(x+y)(x+y+z)}{xyzt}\geq16\end{aligned}$$

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $\begin{cases}x=y\\x+y=z\\x+y+z=t\\x+y+z+t=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=y=\dfrac{1}{4}\\z=\dfrac{1}{2}\\t=1\end{cases}$

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 79

ĐỀ THI VÀO 10, SỞ GIÁO DỤC BẾN TRE, 2017

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Câu 1. Không sử dụng máy tính cầm tay hãy

a) Tính $\sqrt{18}-2\sqrt{2}+\dfrac{5}{\sqrt{2}}$

b) Giải hệ phương trình $\begin{cases}3x-y=1\\x+2y=5\end{cases}$

Lời giải.

a) Ta có $\sqrt{18}-2\sqrt{2}+\dfrac{5}{\sqrt{2}}=3\sqrt{2}-2\sqrt{2}+\dfrac{5\sqrt{2}}{2}=\left(3-2+\dfrac{5}{2}\right)\sqrt{2}=\dfrac{7\sqrt{2}}{2}$.

b) $\begin{cases}3x-y=1\\x+2y=5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}6x-2y=2\\x+2y=5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}7x=7\\x+2y=5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=1\\y=2\end{cases}$

Vậy hệ phương trình có nghiệm $(x;y)=(1;2)$.

Câu 2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho parabol $(P):y=-2x^2$ và đường thẳng $(d):y=2x-4$.

a) Vẽ đồ thị của (P) và (d) trên cùng mặt phẳng tọa độ.

b) Bằng phương pháp đại số, hãy tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d).

Lời giải.

a) Vẽ (P) ta lập bảng giá trị của $(P):y=-2x^2$

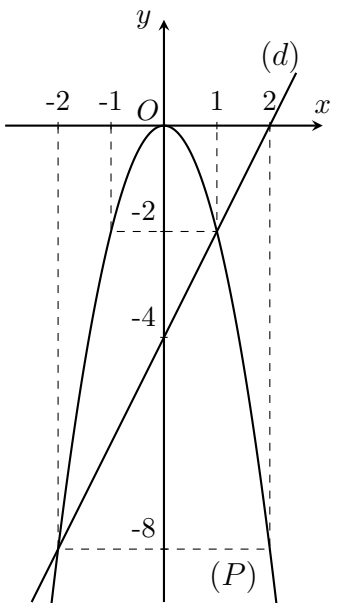
x	-2	-1	0	1	2
$y=-2x^2$	-8	-2	0	-2	-8

Vẽ $(d): y = 2x - 4$

Cho $x = 0 \Rightarrow y = -4 \Rightarrow (0; -4)$.

Cho $y = 0 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow (2; 0)$.

Khi đó ta vẽ (d) đi qua $(0; -4)$ và $(2; 0)$.



b) Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) là: $-2x^2 = 2x - 4 \Leftrightarrow 2x^2 + 2x - 4 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \Rightarrow y = -2 \\ x = -2 \Rightarrow y = -8 \end{array}\right.$.

Vậy tọa độ giao điểm của (P) và (d) là: $(1; -2)$ và $(-2; -8)$.

Câu 3. Cho phương trình $x^2 - 2(m-1)x - (2m+1) = 0$ (1) (m là tham số).

a) Giải phương trình (1) với $m = 2$.

b) Chứng minh rằng phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m.

c) Tìm m để phương trình (1) luôn có hai nghiệm bằng nhau về giá trị tuyệt đối và trái dấu nhau.

Lời giải.

a) Với $m = 2$ phương trình trở thành $x^2 - 2x - 3 = 0$ Phương trình có: $a - b + c = 0 \Rightarrow$ phương trình có hai nghiệm $\left[\begin{array}{l} x_1 = -1 \\ x_2 = 3 \end{array}\right.$.

Vậy với $m = 2$ phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt $x_1 = -1$; $x_2 = 3$.

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

b) Phương trình (1) có $\Delta' = m^2 + 2 > 0, \forall m$.

Vậy phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m.

c) Theo hệ thức vi-ét ta có $\begin{cases} S = x_1 + x_2 = 2m - 2 \\ P = x_1.x_2 = -(2m+1) \end{cases}$

Theo đề bài ta cần x_1, x_2 là hai nghiệm đối nhau của phương trình (1) nên:

$$\begin{cases} S = 0 \\ P < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2m - 2 = 0 \\ -(2m+1) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m > -\dfrac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow m = 1$$

Vậy khi $m = 1$ thì phương trình (1) có hai nghiệm bằng nhau về giá trị tuyệt đối và trái dấu nhau.

Câu 4. Cho đường tròn O, đường kính AB. Trên tiếp tuyến của đường tròn (O) tại A lấy điểm M (M khác A). Từ M vẽ tiếp tuyến thứ hai MC với đường tròn (O) (C là tiếp điểm). Kẻ $CH \perp AB$ ($H \in AB$), MB cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là K và cắt CH tại N. Chứng minh rằng

a) Tứ giác $AKNH$ nội tiếp trong một đường tròn.

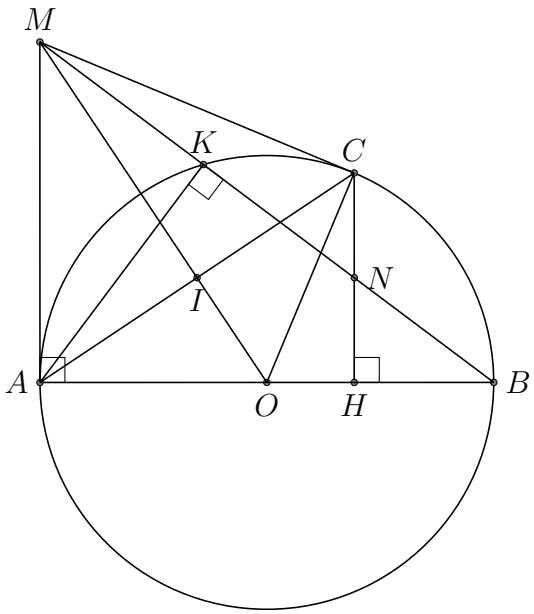
b) $AM^2 = MK.MB$.

c) $\widehat{KAC} = \widehat{OMB}$.

d) N là trung điểm của CK.

Lời giải.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/



a) Có $\widehat{AKB} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn), $\widehat{AHN} = 90^\circ$ (vì $CH \perp AB$)
$\Rightarrow \widehat{AKB} + \widehat{AHN} = 90^\circ$. Vậy tứ giác $AKNH$ nội tiếp đường tròn.

b) Vì tam giác ABM vuông tại A có $AK \perp MB$ nên theo hệ thức lượng trong tam giác vuông ta có $AM^2 = MK.MB$.

c) Gọi I là giao điểm của AC và OM. Có $MA = MC$ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau) và $OA = OC = R$.
$\Rightarrow OM$ là đường trung trực của $AC \Rightarrow OM \perp AC$.
Khi đó tứ giác $AMKI$ nội tiếp đường tròn đường kính MA. Trong đường tròn đường kính MA có $\widehat{KAI} = \widehat{KMI}$ (nội tiếp cùng chắn cung $\overset{\frown}{IK}$) do đó $\widehat{KAC} = \widehat{OMB}$.

d) Có $\widehat{ACB} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) $\Rightarrow BC \perp AC$ mà $OM \perp AC \Rightarrow OM \parallel BC \Rightarrow \widehat{AOM} = \widehat{HBC}$ (so le trong).
Xét tam giác $\triangle AOM$ và $\triangle HBC$ có $\widehat{AOM} = \widehat{HBC}$ và $\widehat{OAM} = \widehat{BHC} = 90^\circ$
$\Rightarrow \triangle AOM \backsim \triangle HBC$ (g.g) $\Rightarrow \dfrac{AM}{HC} = \dfrac{OA}{BH} \Rightarrow HC = \dfrac{AM.HB}{OA} = 2.\dfrac{AM.BH}{AB}$ (1)
Có $MA \perp AB$ và $CH \perp AB \Rightarrow CH \parallel MA$.
Tam giác ABM có $CH \parallel MA \Rightarrow \dfrac{BH}{BA} = \dfrac{HN}{AM}$ (hệ quả của định lý ta-lét)
$\Rightarrow HN = \dfrac{AM.BH}{AB}$ (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow HC = 2.HN \Rightarrow HN = \dfrac{HC}{2}$

$\Rightarrow N$ là trung điểm của CH.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 80

ĐỀ THI VÀO 10, SỞ GIÁO DỤC BÌNH ĐỊNH, 2017 - 2018

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

Câu 1. Cho hai biểu thức $A=\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}; B=\dfrac{2}{\sqrt{x}+2}+\dfrac{4\sqrt{x}}{x-4}$ với $x\geq 0, x\neq 4$.

a) Tính giá trị biểu thức A khi $x=9$.

b) Rút gọn biểu thức $T=A-B$.

c) Tìm x để T là số nguyên.

Lời giải.

a) Thay $x=9$ và biểu thức A ta được:

$$A=\frac{\sqrt{9}}{\sqrt{9}-2}=\frac{3}{1}=3.$$

b) Ta có:

$$\begin{aligned}T=A-B&=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}-\frac{2}{\sqrt{x}+2}-\frac{4\sqrt{x}}{x-4}.\\&=\frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+2)}{x-4}-\frac{2(\sqrt{x}-2)}{x-4}-\frac{4\sqrt{x}}{x-4}\\&=\frac{x+2\sqrt{x}-2\sqrt{x}+4-4\sqrt{x}}{x-4}\\&=\frac{x-4\sqrt{x}+4}{x-4}=\frac{(\sqrt{x}-2)^2}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}=\frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+2}.\end{aligned}$$

c) T nguyên $\Leftrightarrow \dfrac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+2}\in\mathbb{Z}\Leftrightarrow 1-\dfrac{4}{\sqrt{x}+2}\in\mathbb{Z}\Leftrightarrow \dfrac{4}{\sqrt{x}+2}\in\mathbb{Z}$ hay $\sqrt{x}+2$ là ước của 4.

Ta có $U(4)=\{\pm 1;\pm 2;\pm 4\}$.

Cho $\sqrt{x}+2$ bằng các giá trị trong tập $U(4)$ ta được $\left[\begin{array}{l}x=0 \text{ (nhận)}\\ x=4 \text{ (loại)}\end{array}\right.$.

Vậy $x=0$ thì T là số nguyên.

Câu 2. Cho phương trình : $x^2-2mx-6m-9=0$ (m là tham số)

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

a) Giải phương trình khi $m = 0$.

b) Tìm m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 trái dấu và thỏa mãn: $x_1^2 + x_2^2 = 13$.

Lời giải.

a) Với $m = 0$ phương trình trở thành: $x^2 - 9 = 0 \Leftrightarrow (x-3)(x+3) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 3 \\ x = -3 \end{array}\right.$.

Vậy $S = \{-3; 3\}$.

b) Để phương trình có hai nghiệm phân biệt và trái dấu thì:

$$a.c < 0 \Leftrightarrow -6m - 9 < 0 \Leftrightarrow m > -\frac{3}{2}$$

Mặt khác $x_1^2 + x_2^2 = 13 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 13$ (1)

Áp dụng định lí Viét ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 &= 2m \\ x_1x_2 &= -6m - 9 \end{cases}$

Thay vào (1) ta được: $4m^2 - 2(-6m-9) = 13 \Leftrightarrow 4m^2 + 12m + 6 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = \dfrac{-3+\sqrt{3}}{2} \text{ (nhận)} \\ m = \dfrac{-3-\sqrt{3}}{2} \text{ (loại)} \end{array}\right.$

Vậy $m = \dfrac{-3+\sqrt{3}}{2}$ thì phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 trái dấu và thỏa $x_1^2 + x_2^2 = 13$.

Câu 3. Một đám đất hình chữ nhật có chu vi là 24 m. Nếu tăng độ dài một cạnh lên 2 m và giảm độ dài cạnh còn lại 1 m thì diện tích đám đất sẽ tăng thêm 1 m^2. Tính độ dài các cạnh lúc ban đầu của đám đất.

Lời giải.

Gọi x, y (m) là độ dài các cạnh của đám đất hình chữ nhật lúc ban đầu $(x, y > 0)$.

Vì chu vi là 24 m nên ta có:

$$2(x + y) = 24 \Leftrightarrow x + y = 12. \quad (1)$$

Diện tích đám đất ban đầu là: $S_1 = xy$.

Nếu tăng độ dài một cạnh lên 2 m và giảm độ dài cạnh còn lại 1 m thì diện tích đám đất là:

$$S_2 = (x + 2)(y - 1).$$

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Vì tăng độ dài một cạnh lên 2 m và giảm độ dài cạnh còn lại 1 m thì diện tích đám đất sẽ tăng thêm 1 m^2 nên ta có:

$$\begin{aligned} &S_2 = S_1 + 1 \\ \Leftrightarrow &(x+2)(y-1) = xy + 1 \\ \Leftrightarrow &x - 2y + 3 = 0. \end{aligned} \tag{2}$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình: $\begin{cases} x + y = 12 \\ x - 2y = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 7 \\ y = 5 \end{cases}$ (nhận).

Vậy độ dài các cạnh lúc ban đầu của đám đất lúc ban đầu là 5 m và 7 m.

Câu 4. Cho tam giác ABC $(AB < AC)$ nội tiếp trong đường tròn tâm (O), M là một điểm nằm trên cung BC không chứa điểm A. Gọi D, E, F lần lượt là hình chiếu vuông góc của M trên các đường thẳng BC, CA, AB. Chứng minh rằng:

a) Bốn điểm M, D, B, F thuộc một đường tròn và bốn điểm M, D, E, C thuộc một đường tròn;

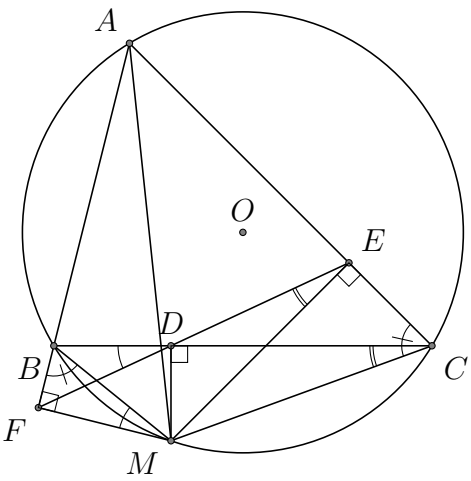
b) Ba điểm D, E, F thẳng hàng;

c) $\dfrac{BC}{MD} = \dfrac{CA}{ME} + \dfrac{AB}{MF}$.

Lời giải.

a) Ta có: D và F lần lượt là hình chiếu của M lên BC và AB.
$\Rightarrow \widehat{BDM} + \widehat{BFM} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$
$\Rightarrow DMFB$ nội tiếp đường tròn.
$\Rightarrow M, D, B, F$ thuộc một đường tròn.
Ta có: D và E lần lượt là hình chiếu của M lên BC và AC.
$\Rightarrow \widehat{MDC} = 90^\circ = \widehat{MEC}$
$\Rightarrow MDEC$ nội tiếp đường tròn.
$\Rightarrow M, D, E, C$ thuộc một đường tròn.

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên



b) Ta có: $\widehat{FMB} = \widehat{FDB}$ (do $MDBF$ nội tiếp). (i)

$\widehat{CME} = \widehat{CDE}$ (do $DECM$ nội tiếp). (ii)

Mặt khác, tứ giác $ACMB$ nội tiếp (O) nên $\widehat{FBM} = \widehat{ACM}$. (1)

Xét hai tam giác vuông FBM và ECM, ta có: $\begin{cases} \widehat{FBM} + \widehat{FMB} = 90^\circ \\ \widehat{CME} + \widehat{ECM} = 90^\circ \end{cases}$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra $\widehat{FMB} = \widehat{CME}$. (iii)

Từ (i), (ii) và (iii) suy ra $\widehat{FDB} = \widehat{CDE}$.

$\Rightarrow E, F, D$ thẳng hàng (đpcm).

c) Ta có:

$$\begin{aligned}
\frac{AC}{ME} + \frac{AB}{MF} &= \frac{AE - EC}{ME} + \frac{AF + FB}{MF} \\
&= \frac{AE}{ME} - \frac{EC}{ME} + \frac{AF}{MF} + \frac{FB}{MF} \\
&= \tan\widehat{AME} - \tan\widehat{CME} + \tan\widehat{AMF} + \tan\widehat{FMB} \\
&= \tan\widehat{AME} + \tan\widehat{AMF} \text{ (cmt câu b)} \\
&= \tan\widehat{BMD} + \tan\widehat{MDC} \text{ (do tứ giác } ABMC \text{ nội tiếp)} \\
&= \frac{BD}{MD} + \frac{CD}{MD} \\
&= \frac{BC}{MD} \text{ (đpcm).}
\end{aligned}$$

Câu 5. Cho a, b, c là các số thực dương. Chứng minh rằng:

$$\frac{a^5}{bc} + \frac{b^5}{ca} + \frac{c^5}{ab} \geq a^3 + b^3 + c^3$$

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Lời giải.

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy cho các dãy 5 số thực dương $\left\{\frac{a^5}{bc};\frac{a^5}{bc};\frac{a^5}{bc};b^3;c^3\right\}$; $\left\{\frac{b^5}{ac};\frac{b^5}{ac};\frac{b^5}{ac};a^3;c^3\right\}$ và $\left\{\frac{c^5}{ab};\frac{c^5}{ab};\frac{c^5}{ab};a^3;b^3\right\}$, ta có:

$$\frac{a^5}{bc}+\frac{a^5}{bc}+\frac{a^5}{bc}+b^3+c^3\geq 5a^3$$
$$\frac{b^5}{ac}+\frac{b^5}{ac}+\frac{b^5}{ac}+a^3+c^3\geq 5b^3$$
$$\frac{c^5}{ab}+\frac{c^5}{ab}+\frac{c^5}{ab}+a^3+b^3\geq 5c^3$$

Suy ra: $3\left(\frac{a^5}{bc}+\frac{b^5}{ca}+\frac{c^5}{ab}\right)+2\left(a^3+b^3+c^3\right)\geq 5\left(a^3+b^3+c^3\right)\Rightarrow \frac{a^5}{bc}+\frac{b^5}{ca}+\frac{c^5}{ab}\geq a^3+b^3+c^3$.

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 81

ĐỀ THI VÀO 10, SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO BÌNH DƯƠNG, 2017

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

Câu 1. Rút gọn các biểu thức sau:

1) $A = 3\sqrt{3} + 2\sqrt{12} - \sqrt{27}$;

2) $B = \sqrt{(3-\sqrt{5})^2} + \sqrt{6-2\sqrt{5}}$.

Lời giải.

1) $A = 3\sqrt{3} + 2\sqrt{12} - \sqrt{27} = 3\sqrt{3} + 4\sqrt{3} - 3\sqrt{3} = 4\sqrt{3}$.

2) $B = \sqrt{(3-\sqrt{5})^2} + \sqrt{6-2\sqrt{5}} = \sqrt{(3-\sqrt{5})^2} + \sqrt{(\sqrt{5}-1)^2} = 3 - \sqrt{5} + \sqrt{5} - 1 = 2$.

Câu 2. Cho parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $(d): y = 4x + 9$.

1) Vẽ đồ thị (P);

2) Viết phương trình đường thẳng (d_1) biết (d_1) song song (d) và (d_1) tiếp xúc (P).

Lời giải.

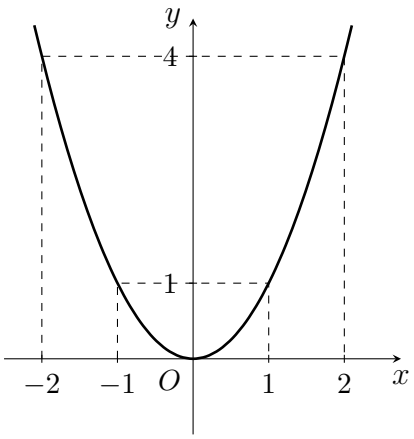
1) Tập xác định $\mathscr{D} = \mathbb{R}$.

Bảng giá trị

x	-2	-1	0	1	2
$y = x^2$	4	1	0	1	4

Đồ thị

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/



2) (d_1) song song (d), suy ra (d_1) có phương trình: $y = 4x + b$ $(b \neq 9)$.

(d_1) tiếp xúc (P) khi phương trình hoành độ giao điểm $x^2 = 4x + b$ (1) có nghiệm kép.

(1) $\Leftrightarrow x^2 - 4x - b = 0$, do đó (1) có nghiệm kép khi và chỉ khi $4 + b = 0 \Leftrightarrow b = -4$.

Vậy $(d_1) : y = 4x - 4$.

Câu 3.

1) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 2x - y = 5 \\ x + 5y = -3 \end{cases}$. Tính $P = (x + y)^{2017}$ với x, y vừa tìm được.

2) Cho phương trình $x^2 - 10mx + 9m = 0$ (1) (m là tham số).

a) Giải phương trình (1) khi $m = 1$.

b) Tìm các giá trị của tham số m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa điều kiện $x_1 - 9x_2 = 0$.

Lời giải.

1) $\begin{cases} 2x - y = 5 \\ x + 5y = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 10x - 5y = 25 \\ x + 5y = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 11x = 22 \\ x + 5y = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ 2 + 5y = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases}$

$P = (2 - 1)^{2017} = 1$.

2)

a) Khi $m = 1$ phương trình đã cho trở thành $x^2 - 10x + 9 = 0$.

Ta có $a + b + c = 1 - 10 + 9 = 0$ nên phương trình có 2 nghiệm phân biệt $x_1 = 1, x_2 = \dfrac{c}{a} = 9$;

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

b) Điều kiện (1) có 2 nghiệm phân biệt là $25m^2 - 9m > 0$ (*)

Theo định lý Vi-ét, ta có:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 10m \\ x_1 - 9x_2 = 0 \\ x_1x_2 = 9m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 10x_2 = 10m \\ x_1 - 9x_2 = 0 \\ x_1x_2 = 9m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_2 = m \\ x_1 = 9m \\ 9m^2 - 9m = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_2 = m \\ x_1 = 9m \\ \left[\begin{array}{l} m = 0 \\ m = 1 \end{array}\right. \end{cases}$$

Với $m = 0$ ta có $25m^2 - 9m = 0$, suy ra $m = 0$ không thỏa mãn $(*)$.

Với $m = 1$ ta có $25m^2 - 9m = 25.1^2 - 9.1 = 16 > 0$, suy ra $m = 1$ thỏa mãn $(*)$.

Vậy $m = 1$ là giá trị cần tìm.

Câu 4. Hai đội công nhân đắp đê ngăn triều cường. Nếu hai đội cùng làm thì trong 6 ngày xong việc. Nếu làm riêng thì đội I hoàn thành công việc chậm hơn đội II là 9 ngày. Hỏi nếu làm riêng thì mỗi đội đắp xong đê trong bao nhiêu ngày?

Lời giải.

Gọi x (ngày) là thời gian làm một mình xong việc của đội I ($x > 9$), y (ngày) là thời gian làm một mình xong việc của đội II ($y > 6$). Ta có phương trình $x - y = 9$.

Trong 1 ngày lượng công việc làm được của đội I là $\frac{1}{x}$, đội II là $\frac{1}{y}$. Ta có phương trình $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{6}$.

Giải hệ $\begin{cases} x - y = 9 \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{6} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 9 + y \\ \frac{1}{9+y} + \frac{1}{y} = \frac{1}{6} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 9 + y \\ y^2 - 3y - 54 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 9 + y \\ \left[\begin{array}{l} y = 9 \\ y = -6 \text{ (loại)} \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow$

$\begin{cases} x = 18 \\ y = 9 \end{cases}$.

Vậy thời gian làm một mình xong việc của đội I là 18 (ngày), đội II là 9 (ngày).

Câu 5. Tam giác AMB cân tại M nội tiếp trong đường tròn $(O; R)$. Kẻ MH vuông góc AB $(H \in AB)$, MH cắt đường tròn tại N. Biết $MA = 10cm$, $AB = 12cm$.

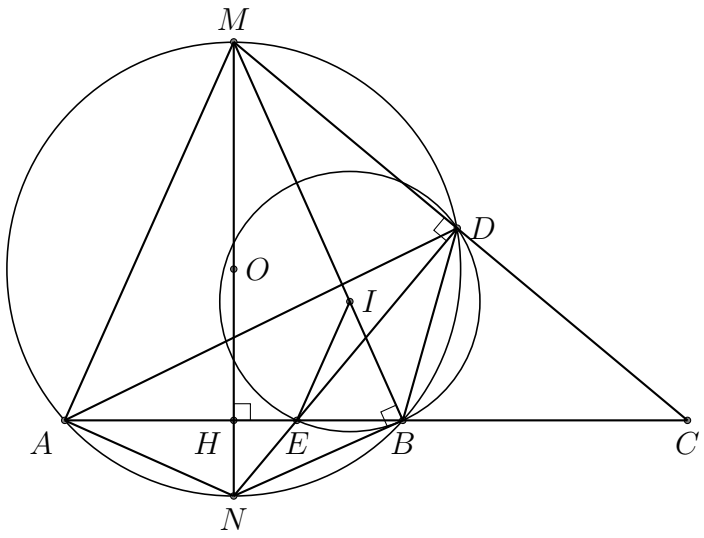
1) Tính MH và bán kính R của đường tròn.

2) Trên tia đối tia BA lấy điểm C. Tia MC cắt đường tròn tại D, ND cắt AB tại E. Chứng minh tứ giác $MDEH$ nội tiếp và chứng minh các hệ thức sau: $NB^2 = NE.ND$ và $AC.BE = BC.AE$.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

3) Chứng minh NB tiếp xúc với đường tròn ngoại tiếp tam giác BDE.

Lời giải.



1) Theo tính chất đường kính và dây cung suy ra H là trung điểm AB và $AH = 6$ cm.
ΔAMH vuông tại $H \Rightarrow MH = \sqrt{AM^2 - AH^2} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8$ cm.
ΔAMN vuông tại A, đường cao AH, do đó$AH^2 = HM.HN \Rightarrow HN = \dfrac{AH^2}{MH} = \dfrac{36}{8} = 4,5$ cm.
Bán kính $R = \dfrac{MN}{2} = \dfrac{MH + HN}{2} = \dfrac{8 + 4,5}{2} = 6,25$ cm.

2) $\widehat{MDN} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn), $\widehat{MHE} = 90^\circ$ ($MH \perp AB$). Từ đó suy ra $\widehat{MDE} + \widehat{MHE} = 180^\circ$, do đó tứ giác $MDEH$ nội tiếp.
Xét các tam giác ΔNBE và ΔNDB có góc N chung, $\widehat{NBE} = \widehat{NDB}$ (cùng chắn hai cung bằng nhau là cung NA, NB).
Suy ra $\Delta NBE \backsim \Delta NDB$, do đó $\dfrac{NB}{ND} = \dfrac{NE}{NB} \Rightarrow NB^2 = NE.ND$.
Ta có cung NA bằng cung NB (tính chất đường kính và dây cung), suy ra $\widehat{ADE} = \widehat{EDB} \Rightarrow DE$ là phân giác trong của ΔABD.
Vì $ED \perp DC \Rightarrow DC$ là phân giác ngoài của ΔABD.
Từ đó suy ra: $\dfrac{DA}{DB} = \dfrac{EA}{EB} = \dfrac{CA}{CB} \Rightarrow AC.BE = BC.AE$.

3) Kẻ $EI \| AM$ ($I \in BM$) $\Rightarrow \Delta AMB \backsim \Delta EIB \Rightarrow \Delta EIB$ cân tại $I \Rightarrow IE = IB$.
Gọi (O') là đường tròn tâm I ngoại tiếp $\Delta EBD'$. Ta có $NB \perp BM$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn tâm O), từ đó suy ra $BN \perp BI \Rightarrow BN$ là tiếp tuyến đường tròn $(O') \Rightarrow \widehat{EBN} = \widehat{ED'B}$ (cùng chắn cung BE).
Mặt khác trên đường tròn (O), $\widehat{EBN} = \widehat{EDB}$ (cùng chắn hai cung bằng nhau NA, NB)

$\Rightarrow D$ nằm trên đường tròn (O').

Vậy NB tiếp xúc với đường tròn ngoại tiếp tam giác BDE.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 82

ĐỀ THI VÀO 10, SỞ GIÁO DỤC BÌNH THUẬN, 2017

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

Câu 1.

a) Giải phương trình $x^2-4x+3=0$.

b) Giải hệ phương trình $\begin{cases}5x-2y=11\\x+y=-2.\end{cases}$

Lời giải.

a) Do $a+b+c=0$ nên $x=1$ hoặc $x=3$.

b) $\begin{cases}5x-2y=11\\x+y=-2\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}5x-2y=11\\2x+2y=-4\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}7x=7\\x+y=-2\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=1\\y=-3.\end{cases}$

Vậy hệ phương trình có nghiệm $(x;y)=(1;-3)$.

Câu 2. Cho biểu thức: $A=2\sqrt{5}+3\sqrt{45}-\sqrt{500}$ và $B=\sqrt{20}$. Tính tích $A.B$?

Lời giải.

Ta có $A=2\sqrt{5}+9\sqrt{5}-10\sqrt{5}=\sqrt{5}$, $B=2\sqrt{5}$. Vậy $A.B=\sqrt{5}.2\sqrt{5}=10$.

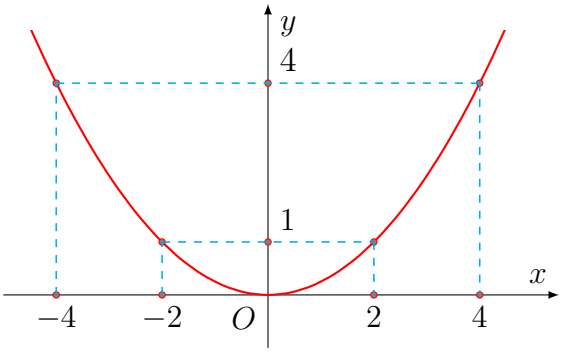
Câu 3. Cho hàm số $y=\dfrac{1}{4}x^2$ có đồ thị (P).

a) Vẽ đồ thị (P).

b) Cho điểm A thuộc (P) và có hoành độ bằng 4. Tìm tham số m để đường thẳng $(d):y=x-m$ đi qua A?

Lời giải.

a) Đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{4}x^2$.



b) Ta có $A(4;4)$, A thuộc $(d): y = x - m$ khi và chỉ khi $4 = 4 - m \Leftrightarrow m = 0$.

Câu 4. Một nhóm học sinh có kế hoạch nhận trồng 200 cây tràm giúp cho gia đình bạn An. Vì có 2 học sinh bị bệnh không tham gia được nên mỗi học sinh còn lại phải trồng thêm 5 cây so với dự định để hoàn thành kế hoạch(Biết số cây mỗi học sinh trồng là như nhau). Tính số học sinh thực tế đã tham gia trồng cây?

Lời giải.

Gọi số học sinh thực tế tham gia trồng cây là x ($x \in \mathbb{N}^*$), nên số học sinh ban đầu là $x+2$. Số cây dự tính mỗi học sinh phải trồng là $\dfrac{200}{x+2}$.

Số cây thực tế mỗi học sinh phải trồng là $\dfrac{200}{x}$.

Theo bài ta có $\dfrac{200}{x} = \dfrac{200}{x+2} + 5 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 8 \\ x = -10. \end{array}\right.$

Vì $x \in \mathbb{N}^*$ nên số học sinh thực tế đã tham gia gia trồng cây là 8.

Câu 5. Cho tứ giác $ABCD$ nội tiếp đường tròn tâm O đường kính $AD = 2R$. Hai đường chéo AC và BD cắt nhau tại E. Kẻ EF vuông góc với AD tại F.

a) Chứng minh: tứ giác $ABEF$ nội tiếp.

b) Chứng minh: $\widehat{DBC} = \widehat{DBF}$.

c) Tia BF cắt (O) tại K. Chứng minh: $EF \parallel CK$.

d) Giả sử $\widehat{EFB} = 60^\circ$ tính theo R diện tích hình giới hạn bởi dây BC và cung nhỏ BC?

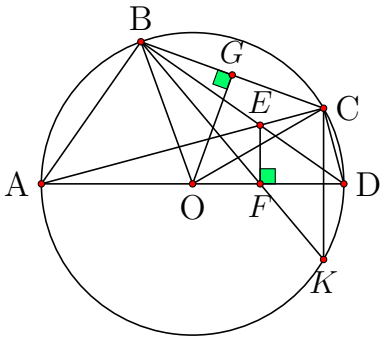
Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Lời giải.

a) Ta có $\widehat{ADB} = 90°$(góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) suy ra tứ giác $ABEF$ có hai góc đối bằng $90°$ nên nội tiếp.

b) Ta có $\widehat{DBC} = \widehat{DAC} = \widehat{EBF}$(góc nội tiếp cùng chắn một cung).

c) Ta có $\widehat{EFB} = \widehat{EAB} = \widehat{CKB}$ mà góc $\widehat{EFB}$ và $\widehat{CKB}$ đồng vị nên $EF \parallel CK$.



4. Ta có $\widehat{EFB} = 60°$ suy ra góc $\widehat{EAB} = 60°$ suy ra sđ$\overset{\frown}{AB}$= $120°$ suy ra $BC = R\sqrt{3}$.
Kẻ OQ vuông góc với BC suy ra $BQ = \dfrac{R\sqrt{3}}{2}$ và góc $\widehat{BOQ} = 60°$.
nên $OQ = BQ.\cot 60° = \dfrac{R\sqrt{3}}{2}.\dfrac{1}{\sqrt{3}} = \dfrac{R}{2}$.
Diện tích tam giác BOC là: $S_{BOC} = \dfrac{1}{2}BC.OQ = \dfrac{R^2\sqrt{3}}{4}$.
Diện tích hình quạt BOC là: $S_{qBOC} = \dfrac{\pi.R^2.120}{360} = \dfrac{2\pi.R^2}{3}$.
Vậy diện tích hình viên phân giới hạn bởi dây BC và cung nhỏ BC là:

$$S_{vp} = S_{qBOC} - S_{BOC} = \frac{2\pi.R^2}{3} - \frac{R^2\sqrt{3}}{4}.$$

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 83

ĐỀ THI VÀO 10, SỞ GIÁO DỤC CÀ MAU, 2017

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

Câu 1. Cho biểu thức $A=\dfrac{2a^2+4}{1-a^2}-\dfrac{1}{1+\sqrt{a}}-\dfrac{1}{1-\sqrt{a}}$ (với $a\geq 0; a\neq 1$).

a) Rút gọn biểu thức A.

b) Khi $a>1$, tìm giá trị lớn nhất của biểu thức A.

Lời giải.

a) $A=\dfrac{2a^2+4}{1-a^2}-\dfrac{2}{1-a}=\dfrac{2(a^2-a+1)}{1-a^2}$.

b) $2a^2-2a+2=\sqrt{3}(a^2-1)+(2-\sqrt{3})a^2-2a+2+\sqrt{3}=\sqrt{3}(a^2-1)+\dfrac{a^2-2(2+\sqrt{3})a+(2+\sqrt{3})^2}{2+\sqrt{3}}$

$\Rightarrow A=-\sqrt{3}+\dfrac{(a-2-\sqrt{3})^2}{(2+\sqrt{3})(1-a^2)}$.

Vì $a>1$ nên $1-a^2<0\Rightarrow A\leq -\sqrt{3}$. Dấu $=$ xảy ra khi $a=2+\sqrt{3}$ (thỏa mãn $a>1$).

Kết luận: với $a>1$, giá trị lớn nhất của A là $-\sqrt{3}$ khi $a=2+\sqrt{3}$.

Câu 2. Cho hệ phương trình $\begin{cases}x+y=m\\ mx+y=1\end{cases}$

a) Giải hệ phương trình khi $m=2$.

b) Xác định giá trị của m để đường thẳng $y=-x+m$ cắt đường thẳng $y=-mx+1$ tại một điểm nằm trên parabol $y=-2x^2$.

Lời giải.

a) Với $m=2$: $\begin{cases}x+y=2\\ 2x+y=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-1\\ x+y=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-1\\ y=3\end{cases}$

b) Xét phương trình hoành độ $-mx+1=-x+m\Leftrightarrow(m-1)x=1-m$ $(*)$.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

- Với $m = 1$ ta có phương trình $(*)$ có vô số nghiệm.
- Với $m \neq 1$ thì $x = -1 \Rightarrow y = m + 1$. Thay $x = -1$, $y = m + 1$ vào $y = -2x^2$ ta có $m + 1 = -2(-1)^2 \Rightarrow m = -3$.

Kết luận: $m = -3$ thỏa mãn đề bài.

Câu 3. Người ta hòa 8 kg chất lỏng loại I với 6 kg chất lỏng loại II thì được một hỗn hợp có khối lượng riêng là 700 kg/m^3. Tính khối lượng riêng của mỗi loại chất lỏng, biết rằng khối lượng riêng của chất lỏng loại I lớn hơn khối lượng riêng của chất lỏng loại II là 200 kg/m^3.

Lời giải.

Gọi khối lượng riêng của chất lỏng II là x (kg/m^3, $x > 0$)
$\Rightarrow$ khối lượng riêng của chất lỏng I là $x + 200$.
Thể tích của 8 kg chất lỏng loại I là $\dfrac{8}{x + 200}$.
Thể tích của 6 kg chất lỏng loại II là $\dfrac{6}{x}$.
Thể tích của hỗn hợp gồm 8 kg chất lỏng loại I và 6 kg chất lỏng loại II là:

$$\frac{14}{700} = \frac{8}{x + 200} + \frac{6}{x} \Leftrightarrow x^2 - 500x - 60000 = 0 \Leftrightarrow x = 600 \text{ (TM) hoặc } x = -100 \text{ (loại)}$$

Vậy khối lượng riêng của chất lỏng I là 800 kg/m^3 và khối lượng riêng của chất lỏng II là 600 kg/m^3.

Câu 4. Cho phương trình bậc hai $x^2 - 2(k - 2)x - 2k - 5 = 0$ (với k là tham số).

a) Chứng minh rằng phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi giá trị k.

b) Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình. Tìm giá trị k sao cho $x_1^2 + x_2^2 = 18$.

Lời giải.

a) Ta có $\Delta = [-2(k - 2)]^2 - 4(-2k - 5) = 4(k^2 - 2k + 9) = 4[(k - 1)^2 + 8] \geq 32 > 0$ với mọi $k \Rightarrow$ phương trình đã cho luôn có hai nghiệm phân biệt.

b) Áp dụng Viet ta có $x_1 + x_2 = 2(k - 2)$, $x_1 x_2 = -2k - 5$.
$\Rightarrow x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = 4(k - 2)^2 + 2(2k + 5) = 2(2k^2 - 6k + 13)$.
Theo đề bài $x_1^2 + x_2^2 = 18 \Leftrightarrow 2k^2 - 6k + 13 = 9 \Leftrightarrow k^2 - 3k + 2 = 0 \Leftrightarrow k = 1$, $k = 2$.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

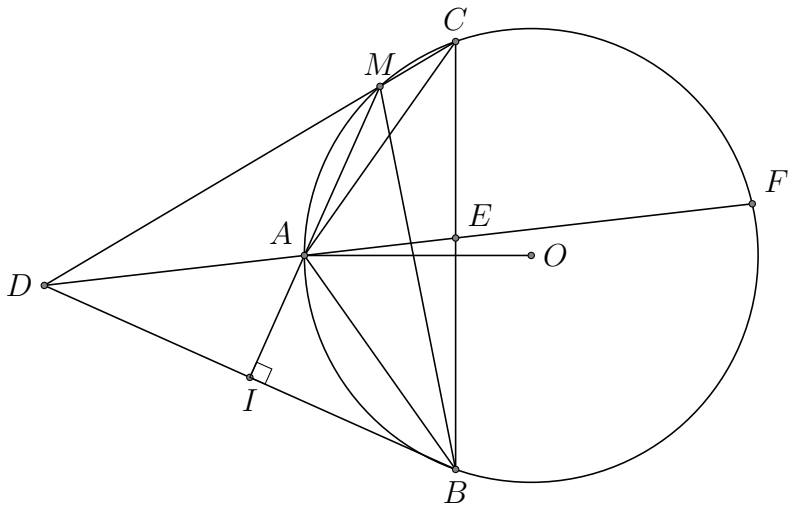
Câu 5. Cho đường tròn (O) bán kính R và một dây BC cố định. Gọi A là điểm chính giữa của cung nhỏ $\overset{\frown}{BC}$. Lấy điểm M bất kỳ trên cung nhỏ $\overset{\frown}{AC}$, kẻ tia Bx vuông góc với tia MA ở I và cắt tia CM tại D.

a) Chứng minh $\overset{\frown}{AMD} = \overset{\frown}{ABC}$ và MA là tia phân giác của $\overset{\frown}{BMD}$.

b) Chứng minh A là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác BCD và $\overset{\frown}{BDC}$ có độ lớn không phụ thuộc vào vị trí điểm M.

c) Tia DA cắt tia BC tại E và cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là F. Chứng minh AB là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác BEF.

Lời giải.



a) Ta có $\overset{\frown}{AMD} + \overset{\frown}{AMC} = 180^\circ$ (hai góc kề bù).

Vì $AMCB$ là tứ giác nội tiếp đường tròn (O) nên $\overset{\frown}{AMC} + \overset{\frown}{ABC} = 180^\circ \Rightarrow \overset{\frown}{AMD} = \overset{\frown}{ABC}$.

Vì A là điểm chính giữa cung nhỏ $\overset{\frown}{BC}$ nên $AB = AC \Rightarrow \overset{\frown}{ABC} = \overset{\frown}{ACB} = \overset{\frown}{AMB} = \overset{\frown}{AMD}$

$\Rightarrow MA$ là tia phân giác $\overset{\frown}{BMD}$.

b) Vì MA là tia phân giác góc $\overset{\frown}{BMD}$ và $MA \perp BD$ tại I nên I là trung điểm $BD \Rightarrow \Delta BAD$ cân tại $A \Rightarrow AB = AD \Rightarrow AB = AC = AD \Rightarrow A$ là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔBCD.

Xét đường tròn (A) ta có $\widehat{BDC} = \frac{1}{2}\widehat{BAC}$. Mà dây BC cố định nên $\widehat{BAC}$ không đổi (do $\widehat{BAC}$ là góc nội tiếp (O)). Do đó $\widehat{BDC}$ có độ lớn không phụ thuộc vào vị trí của điểm M.

c) Xét (O) có $\widehat{BFA} = \widehat{BCA} = \widehat{ABC}$ (tính chất góc nội tiếp).
Do đó $\Delta AEB \backsim \Delta ABF \Rightarrow \frac{AE}{AB} = \frac{AB}{AF} \Rightarrow AB^2 = AE.AF \Rightarrow AB$ là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp ΔBEF.

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 84

ĐỀ THI VÀO 10, SỞ GIÁO DỤC CẦN THƠ, 2017

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Câu 1. Giải các phương trình và hệ phương trình sau trên tập số thực.

a) $2x^2-9x+10=0$; b) $\begin{cases}3x-2y=9\\x-3y=10\end{cases}$; c) $(x-1)^4-8(x-1)^2-9=0$.

Lời giải.

a) Ta có $\Delta=(-9)^2-4\cdot 2\cdot 10=81-80=1>0\Rightarrow\sqrt{\Delta}=1$. Phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1=\dfrac{9-1}{2\cdot 2}=2$ và $x_2=\dfrac{9+1}{2\cdot 2}=\dfrac{5}{2}$.

b)

Cách 1. Phương pháp thế:

$$\begin{cases}3x-2y=9\\x-3y=10\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=3y+10\\3(3y+10)-2y=9\end{cases}$$
$$\Leftrightarrow\begin{cases}x=3y+10\\7y=-21\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=1\\y=-3\end{cases}.$$

Cách 2. Phương pháp cộng đại số:

$$\begin{cases}3x-2y=9\\x-3y=10\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}3x-2y=9\\3x-9y=30\end{cases}$$
$$\Leftrightarrow\begin{cases}3x-2y=9\\7y=-21\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=1\\y=-3\end{cases}.$$

c) Đặt $t=(x-1)^2\geq 0$. Phương trình trở thành $\begin{cases}t\geq 0\\t^2-8t-9=0\end{cases}$ hay $t=9$. Do đó $(x-1)^2=9$ hay $x=-2$ hoặc $x=4$.

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S=\{-2;4\}$.

Câu 2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho parabol $(P):y=\dfrac{1}{2}x^2$ và đường thẳng $d:y=\dfrac{1}{4}x+\dfrac{3}{2}$.

a) Vẽ đồ thị (P);

b) Gọi $A(x_1;y_1)$, $B(x_2;y_2)$ lần lượt là các giao điểm của (P) và d. Tính giá trị biểu thức

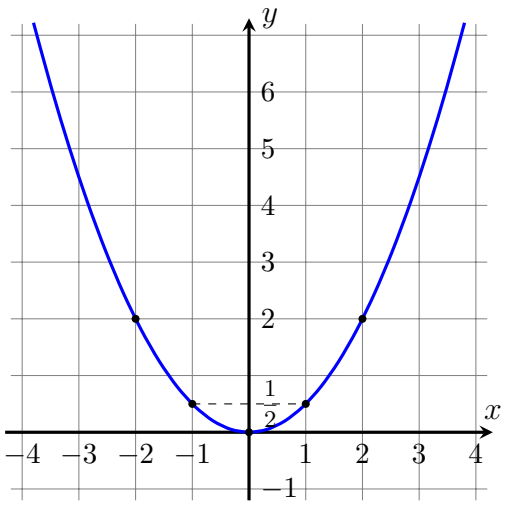
$$T=\frac{x_1+x_2}{y_1+y_2}.$$

Lời giải.

a) Ta có bảng sau một số giá trị của x và y tương ứng

x	-2	-1	0	1	2
y	2	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	2

Đồ thị parabol (P)



b) Hoành độ giao điểm của parabol (P) và đường thẳng d là nghiệm của phương trình $\frac{1}{2}x^2 = \frac{1}{4}x + \frac{3}{2}$. Phương trình trên có hai nghiệm $x_1 = 2$ và $x_2 = -\frac{3}{2}$. Do đó

$$T = \frac{x_1 + x_2}{y_1 + y_2} = \frac{x_1 + x_2}{\frac{1}{4}(x_1 + x_2) + 3} = \frac{4}{25}.$$

Câu 3. Cho biểu thức $P = \left(1 + \frac{1}{\sqrt{x}}\right)\left(\frac{1}{\sqrt{x}+1} + \frac{1}{\sqrt{x}-1} - \frac{2}{x-1}\right)$ $(x > 0, x \neq 1)$. Rút gọn biểu thức P và tìm các giá trị của x để $P > 1$.

Lời giải.

Với $x > 0$ và $x \neq 1$ ta có

$$\begin{aligned} P &= \left(1 + \frac{1}{\sqrt{x}}\right)\left(\frac{1}{\sqrt{x}+1} + \frac{1}{\sqrt{x}-1} - \frac{2}{x-1}\right) \\ &= \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}} \cdot \frac{(\sqrt{x}-1) + (\sqrt{x}+1) - 2}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)} \\ &= \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}} \cdot \frac{2(\sqrt{x}-1)}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)} \\ &= \frac{2}{\sqrt{x}}. \end{aligned}$$

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

Khi đó $P > 1 \Leftrightarrow \dfrac{2}{\sqrt{x}} > 1 \Leftrightarrow \sqrt{x} < 2 \Leftrightarrow x < 4$.

Kết hợp với điều kiện ta được $P > 1$ khi và chỉ khi $0 < x < 4$ và $x \neq 1$.

Câu 4. Để chuẩn bị tham gia Hội khỏe Phù Đổng cấp trường, thầy Thành là giáo viên chủ nhiệm lớp 9A tổ chức cho học sinh trong lớp thi đấu môn bóng bàn ở nội dung đánh đôi nam nữ (một nam kết hợp một nữ). Thầy Thành chọn $\dfrac{1}{2}$ số học sinh nam kết hợp với $\dfrac{5}{8}$ số học sinh nữ của lớp để lập thành các cặp thi đấu. Sau khi đã chọn được số học sinh tham gia thi đấu thì lớp 9A còn lại 16 học sinh làm cổ động viên. Hỏi lớp 9A có tất cả bao nhiêu học sinh?

Lời giải.

Gọi số học sinh nam và số học sinh nữ của lớp 9A lần lượt là x và y.

Thầy Thành chọn $\dfrac{1}{2}$ số học sinh nam và $\dfrac{5}{8}$ số học sinh nữ tạo thành các cặp thi đấu nên $\dfrac{x}{2} = \dfrac{5y}{8}$ hay $x = \dfrac{5y}{4}$.

Tổng số học sinh của lớp 9A là $x + y$, số các bạn tham gia thi đấu là $\dfrac{x}{2} + \dfrac{5y}{8} = x$. Do số các bạn ở lại làm cổ động viên là 16 nên $x + y = x + 16$ hay $y = 16$. Suy ra $x = 20$.

Vậy lớp 9A có 36 học sinh.

Câu 5. Cho phương trình $x^2 - (m+4)x - 2m^2 + 5m + 3 = 0$ (m là tham số). Tìm các giá trị nguyên của m để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt sao cho tích của hai nghiệm này bằng -30. Khi đó, tính tổng hai nghiệm của phương trình.

Lời giải.

Phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt có tích bằng -30 khi

$$\begin{cases} \Delta = (m+4)^2 - 4(-2m^2 + 5m + 3) > 0 \\ -2m^2 + 5m + 3 = -30 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (3m-2)^2 > 0 \\ 2m^2 - 5m - 33 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = -3.$$

Khi đó tổng hai nghiệm của phương trình là $m + 4 = 1$.

Câu 6. Cho tam giác ABC có ba góc nhọn. Đường tròn (O) đường kính BC cắt các cạnh AB, AC lần lượt tại các điểm D và E. Gọi H là giao điểm hai đường thẳng CD và BE.

a) Chứng minh rằng tứ giác $ADHE$ nội tiếp trong một đường tròn. Xác định tâm I của đường tròn này;

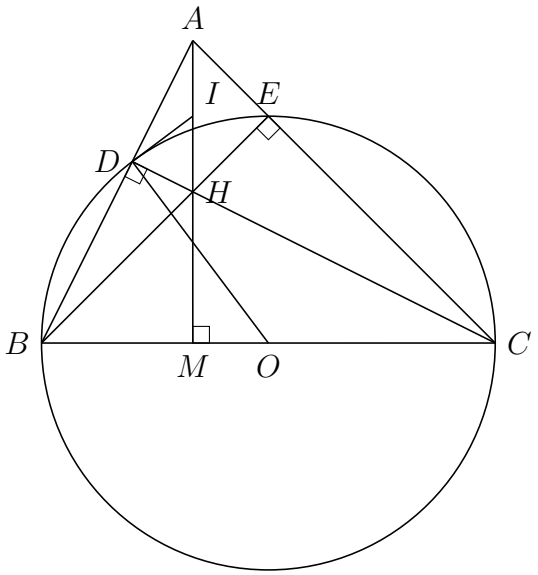
b) Gọi M là giao điểm của AH và BC. Chứng minh $CM \cdot CB = CE \cdot CA$;

c) Chứng minh ID là tiếp tuyến của đường tròn (O);

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

d) Tính theo R diện tích tam giác ABC, biết $\widehat{ABC} = 45^\circ$, $\widehat{ACB} = 60^\circ$ và $BC = 2R$.

Lời giải.



a) Ta có $\widehat{BDC} = \widehat{BEC} = 90^\circ$ (cùng chắn nửa đường tròn (O)). Suy ra $\widehat{ADH} = \widehat{AEH} = 90^\circ$ hay tứ giác $ADHE$ nội tiếp đường tròn đường kính AH. Từ đó I là trung điểm của AH.

b) Theo câu a) thì BE, CD lần lượt là các đường cao hạ từ đỉnh B, C của tam giác ABC. Do đó H là trực tâm tam giác ABC và $AM \perp BC$. Hai tam giác CMA và CEB lần lượt vuông tại M và E có chung góc đỉnh C nên $\triangle CMA \backsim \triangle CEB$ (g.g). Suy ra $\dfrac{CM}{CE} = \dfrac{CA}{CB}$ hay $CM \cdot CB = CE \cdot CA$.

c) Tam giác IAD cân tại I do $IA = ID$ (câu a)) nên $\widehat{IDA} = \widehat{IAD}$. Tương tự $\widehat{ODC} = \widehat{OCD}$. Lại có $\widehat{IAD} = \widehat{OCD}$ (cùng phụ góc $\widehat{ABC}$) nên $\widehat{IDA} = \widehat{ODC}$. Suy ra

$$\widehat{IDO} = \widehat{IDH} + \widehat{ODC} = \widehat{IDH} + \widehat{IDA} = 90^\circ.$$

Vậy ID là tiếp tuyến của đường tròn (O).

d) Ta có

$$\begin{cases} AM = BM \tan 45^\circ = BM \\ AM = CM \tan 60^\circ = \sqrt{3}CM \Rightarrow BM\left(1 + \dfrac{\sqrt{3}}{3}\right) = 2R \Rightarrow AM = BM = \left(3 - \sqrt{3}\right)R. \\ BM + CM = 2R \end{cases}$$

Vậy $S_{ABC} = \dfrac{1}{2} \cdot AM \cdot BC = \left(3 - \sqrt{3}\right)R^2$.

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 85

ĐỀ THI VÀO 10, SỞ GIÁO DỤC CAO BẰNG, 2017

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Câu 1.

a) Thực hiện phép tính: $21-\sqrt{16}.\sqrt{25}$.

b) Giải phương trình: $3x-5=x+2$.

c) Biết rằng với $x=4$ thì hàm số $y=2x+b$ có giá trị bằng 5. Tìm b.

d) Giải phương trình: $2x^2-\left(1-2\sqrt{2}\right)x-\sqrt{2}$.

Lời giải.

a) $21-\sqrt{16}.\sqrt{25}=21-\sqrt{4^2}.\sqrt{5^2}=21-4.5=1$.

b) $3x-5=x+2\Leftrightarrow 3x-x=5+2\Leftrightarrow 2x=7\Leftrightarrow x=\dfrac{7}{2}$.

c) $5=2.4+b\Leftrightarrow b=5-8\Leftrightarrow b=-3$.

d) Ta có $\Delta=\left(1-2\sqrt{2}\right)^2-4.2.\left(-\sqrt{2}\right)=9+4\sqrt{2}=\left(2\sqrt{2}+1\right)^2$

suy ra phương trình có hai nghiệm phân biệt:

$x_1=\dfrac{1-2\sqrt{2}+2\sqrt{2}+1}{4}=\dfrac{1}{2}$ và $x_2=\dfrac{1-2\sqrt{2}-2\sqrt{2}-1}{4}=-\sqrt{2}$.

Câu 2. Một người đi xe đạp từ A tới B với vận tốc không đổi. Khi từ B trở về A, người đó tăng vận tốc 4 km/h so với lúc đi, do đó thời gian về ít hơn thời gian đi là 30 phút. Tính vận tốc lúc đi biết rằng quãng đường AB dài 24 km.

Lời giải.

Đổi 30 phút $=\dfrac{1}{2}$ h

Gọi x km/h là vận tốc lúc đi $(x>0)$.

Khi đó vận tốc lúc về là: $x+4$ km/h

Thời gian khi xe đi từ A đến B là: $\dfrac{24}{x}$ (h)

Thời gian khi xe về từ B đến A là: $\dfrac{24}{x+4}$ (h)

Theo đề ta có phương trình:

$$\frac{24}{x}-\frac{24}{x+4}=\frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow 48\,(x+4)-48\,(x)=x\,(x+4)$$

$$\Leftrightarrow x^2+4x-192=0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=12 \\ x=-16 \ \text{(loại)} \end{array}\right.$$

Vậy vận tốc lúc đi là 12 km/h.

Câu 3. Cho tam giác ABC vuông tại A. Biết $AB=5$ cm, $AC=12$ cm.

a) Tính cạnh BC.

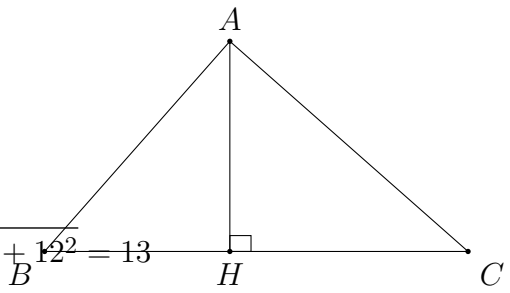
b) Kẻ đường cao AH. Tính AH.

Lời giải.

a) Áp dụng định lý Pi-ta-go vào tam giác ABC vuông tại A:

$AB^2+AC^2=BC^2 \Rightarrow BC=\sqrt{AB^2+AC^2}=\sqrt{5^2+12^2}=13$

Vậy $BC=13$ (cm).



b) Ta có $AH.BC=AB.AC$

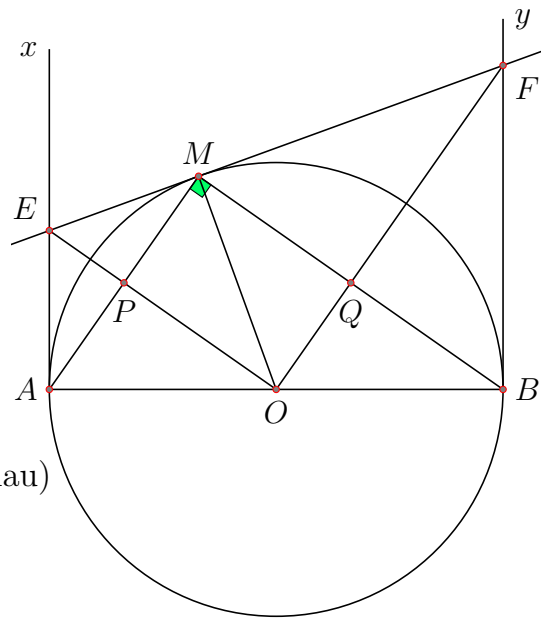
$\Rightarrow AH=\dfrac{AB.AC}{BC}=\dfrac{5.12}{13}=\dfrac{60}{13}$ (cm)

Câu 4. Cho nửa đường tròn (O) đường kính AB. Từ A và B kẻ tiếp tuyến Ax và By (Ax và By cùng thuộc nửa mặt phẳng chứa nửa đường tròn (O)). Qua điểm M thuộc nửa đường tròn (M không trùng với A và B) kẻ tiếp tuyến thứ 3 cắt tiếp tuyến Ax và By lần lượt tại E và F.

a) Chứng minh tứ giác $AEMO$ là tứ giác nội tiếp.

b) AM cắt OE tại P, BM cắt OF tại Q. Chứng minh tứ giác $MPOQ$ là hình chữ nhật.

Lời giải.



a) Vì Ax là tiếp tuyến của đường tròn (O) nên $Ax \perp AB$ hay $\widehat{OAE} = 90^\circ$.

Vì ME là tiếp tuyến của đường tròn (O) nên $ME \perp MO$ hay $\widehat{OME} = 90^\circ$.

Tứ giác $AEMO$ có $\widehat{OME} + \widehat{OAE} = 180^\circ$ nên tứ giác $AEMO$ nội tiếp.

b) Ta có $\begin{cases} EM = EA \text{ (t/c hai tiếp tuyến cắt nhau)} \\ OA = OM \text{ (cùng bán kính)} \end{cases}$

$\Rightarrow$ EO là đường trung trực của AM

$\Rightarrow EM \perp AM$ hay $\widehat{OPM} = 90^\circ$.

Tương tự: $\widehat{OQM} = 90^\circ$

Mặt khác: M thuộc đường tròn đường kính AB nên $\widehat{AMB} = 90^\circ$

Vậy tứ giác $MPOQ$ là hình chữ nhật.

Câu 5. Cho hệ phương trình: $\begin{cases} x + y = m \\ x^2 + y^2 = -m^2 + 6 \end{cases}$ $(m$ là tham số$)$. Hãy tìm các giá trị của m để hệ phương trình có nghiệm $(x; y)$ sao cho biểu thức $P = xy + 2(x + y)$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tìm giá trị nhỏ nhất đó.

Lời giải.

$$\begin{cases} x + y = m \\ x^2 + y^2 = -m^2 + 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = m \\ xy = m^2 - 3 \end{cases}$$

Khi đó x, y là nghiệm của phương trình $x^2 - mx + m^2 - 3 = 0$

Phương trình có nghiệm $\Leftrightarrow \Delta = m^2 - 4(m^2 - 3) \geq 0 \Leftrightarrow m^2 \leq 4 \Leftrightarrow -2 \leq m \leq 2$.

Ta có: $P = xy + 2(x + y) = m^2 - 3 + 2m = (m + 1)^2 - 4$

Vì $-2 \leq m \leq 2 \Leftrightarrow -1 \leq m + 1 \leq 3 \Leftrightarrow 0 \leq (m + 1)^2 \leq 9 \Rightarrow P \geq -4$

Vậy giá trị nhỏ nhất của P bằng -4, dấu " $=$ " xảy ra khi $m = -1$.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 86

ĐỀ THI VÀO 10, SỞ GIÁO DỤC ĐĂKLAK, 2017

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

Câu 1.

a) Giải phương trình $5x - 18 = 3x + 24$.

b) Rút gọn biểu thức $\sqrt{4x} + \sqrt{9x} - \sqrt{16x}$ với $x \geq 0$.

c) Tìm x để biểu thức $A = \sqrt{5 - 3x}$ có nghĩa.

Lời giải.

a) $5x - 18 = 3x + 24 \Leftrightarrow 5x - 3x = 24 + 18 \Leftrightarrow 2x = 42 \Leftrightarrow x = 21$.
Vậy phương trình có nghiệm $x = 21$

b) Với $x \geq 0$ thì
$\sqrt{4x} + \sqrt{9x} - \sqrt{16x} = 2\sqrt{x} + 3\sqrt{x} - 4\sqrt{x} = \sqrt{x}$.

c) Biểu thức A có nghĩa
$\Leftrightarrow 5 - 3x \geq 0 \Leftrightarrow 3x \leq 5 \Leftrightarrow x \leq \dfrac{5}{3}$

Câu 2.

a) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x^2 + 2y^2 = 3 \\ 3x - y^2 = 2 \end{cases}$

b) Tính chiều dài và chiều rộng của một hình chữ nhật. Biết rằng nếu tăng cả chiều dài và chiều rộng lên $4cm$ thì ta được một hình chữ nhật có diện tích tăng thêm $80cm^2$ so với diện tích của hình chữ nhật ban đầu, còn nếu tăng chiều dài lên $5cm$ và giảm chiều rộng xuống $2cm$ thì ta được một hình chữ nhật có diện tích bằng diện tích của hình chữ nhật ban đầu.

Lời giải.

a) $\begin{cases} y^2 = \dfrac{3-x^2}{2} \\ 3x - y^2 = 2 \end{cases}$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y^2 = \dfrac{3-x^2}{2} \\ 3x - \dfrac{3-x^2}{2} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y^2 = \dfrac{3-x^2}{2} \\ 6x - (3-x^2) = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y^2 = \dfrac{3-x^2}{2} \\ x^2 + 6x - 7 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y^2 = \dfrac{3-x^2}{2} \\ \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = -7 (\text{ Loại }) \end{array}\right. \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y^2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases} \\ \begin{cases} x = 1 \\ y = -1 \end{cases} \end{array}\right.$$

Vậy hệ phương trình có 2 cặp nghiệm $(x;y)$ là: $(1;1);(1;-1)$

b) Gọi $x, y(cm)$ lần lượt là chiều dài, chiều rộng hình chữ nhật lúc đầu $(x \geq y > 2)$

Khi đó: Diện tích hình chữ nhật sau khi tăng hai kích thước là $(x+4)(y+4)(cm^2)$.

Diện tích hình chữ nhật sau khi tăng chiều dài, giảm chiều rộng $(x+5)(y-2)(cm^2)$.

Theo đề ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} (x+4)(y+4) - xy = 80 \\ (x+5)(y-2) = xy \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 16 \\ -2x + 5y = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 10 \\ y = 6 \end{cases} \text{(TMĐK)}$$

Vậy chiều dài, chiều rộng của hình chữ nhật ban đầu là $10cm; 6cm$

Câu 3.

a) Tìm m để phương trình $x^2 - 2(m+2)x + 6m + 2 = 0$ có hai nghiệm mà nghiệm này gấp đôi nghiệm kia.

b) Tìm tất cả các giá trị m là số nguyên khác ˘1 sao cho giao điểm của đồ thị hai hàm số $y = (m+2)x$ và $y = x + m^2 + 2$ có tọa độ là các số nguyên.

Lời giải.

a) Phương trình có 2 nghiệm $x_1, x_2 \Leftrightarrow \triangle' = (m+2)^2 - (6m+2) \geq 0 \Leftrightarrow (m-1)^2 + 1 \geq 0$ (Đúng với mọi m)

Theo vi ét, ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m+2) & (a) \\ x_1 x_2 = 6m + 2 & (b) \end{cases}$.

Theo giả thiết giả sử $x_1 = 2x_2$ ta có:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m+2) \\ x_1 = 2x_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = x_2 \\ 3x_2 = 2(m+2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = \dfrac{4(m+2)}{3} \\ x_2 = \dfrac{2(m+2)}{3} \end{cases}$$

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Thay vào (b) ta được:

$\frac{4(m+2)}{3}.\frac{2(m+2)}{3} = 6m+2 \Leftrightarrow 4m^2-11m+7=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=\frac{7}{4} \end{array}\right.$

Vậy $m=1$ hoặc $m=\frac{7}{4}$

b) Tọa độ giao điểm là nghiệm của hệ $\begin{cases} y=(m+2)x \\ y=x+m^2+2 \end{cases}$.

$\Leftrightarrow \begin{cases} (m+2)x=x+m^2+2 \\ y=(m+2)x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m+1)x=m^2+2 \\ y=(m+2)x \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{m^2+2}{m+1}=m-1+\frac{3}{m+1} \\ y=(m+2)\frac{m^2+2}{m+1} \end{cases}$ (Do $m \neq 1$)

Do đó $x \in Z (m \in Z) \Leftrightarrow m+1 \in (3)=\{-1;1;-3;3\} \Rightarrow m \in \{0;-2;2;4\}$

$+)$ $m=0 \Rightarrow y=4 \in Z; m=-1 \Rightarrow y=0 \in Z; m=2 \Rightarrow y=8 \in Z; m=-4 \Rightarrow y=12 \in Z$

Vậy $m \in \{0;-2;2;4\}$ thì giao điểm của 2 đồ thị có tọa độ là các số nguyên

Câu 4. Cho đường tròn tâm O bán kính R và một đường thẳng d cố định không giao nhau. Hạ OH vuông góc với d. M là một điểm tùy ý trên d (M không trùng với H). Từ M kẻ hai tiếp tuyến MP và MQ với đường tròn $(O;R)$ (P,Q là các tiếp điểm và tia MQ nằm giữa hai tia MH và MO). Dây cung PQ cắt OH và OM lần lượt tại I và K..

a) Chứng minh rằng tứ giác $OMHQ$ nội tiếp.

b) Chứng minh rằng $\widehat{OMH}=\widehat{OIP}$.

c) Chứng minh rằng khi điểm M di chuyển trên đường thẳng d thì điểm I luôn cố định.

d) Biết $OH=R\sqrt{2}$, tính $IP.IQ$.

Lời giải.

1)Chứng minh rằng tứ giác $OMHQ$ nội tiếp.

$\widehat{OHM}=90^\circ (OH \perp d); \widehat{OQM}=90^\circ (MQ$ là tiếp tuyến của (O) tại $Q)$

Vậy tứ giác $OMHQ$ là nội tiếp (đpcm).

2)Chứng minh rằng $\widehat{OMH}=\widehat{OIP}$.

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

$OP = OQ(= R); MP = MQ(MP, MQ$ là hai tiếp tuyến của (O)

$\Rightarrow OM$ là trung trực PQ

$\Rightarrow OM \perp PQ \Rightarrow \widehat{OKI} = 90^\circ$

Do đó: $\widehat{OIP} + \widehat{HOM} = 90^\circ(\triangle OIK, \widehat{OKI} = 90^\circ)$;

$\widehat{OMH} + \widehat{HOM} = 90^\circ(\triangle OHM, \widehat{OHM} = 90^\circ) \Rightarrow \widehat{OMH} = \widehat{OIP}$.

3)Chứng minh rằng khi điểm M di chuyển trên đường thẳng d thì điểm I luôn cố định.

Xét $\triangle OIK$ và $\triangle OMH$ có : $\widehat{OIK} = \widehat{OMH}(cmt), \widehat{OKI} = \widehat{OHM} = 90^\circ$

vậy $\triangle OIK \sim \triangle OMH$ (g-g) $\Rightarrow \dfrac{OI}{OM} = \dfrac{OK}{OH} \Rightarrow OI.OH = OK.OM(a)$

Xét $\triangle OPM$ có: $\widehat{OPM} = 90^\circ, PK \perp OM \Rightarrow OK.OM = OP^2 = R^2(b)$

từ (a);(b) $OI.OH = R^2$ không đổi mà O, d cố định nên OH không đổi $\Rightarrow OI$ không đổi$\Rightarrow I$ cố định (do I thuộc đường thẳng OH cố định)

4)Biết $OH = R\sqrt{2}$, tính $IP.IQ$.

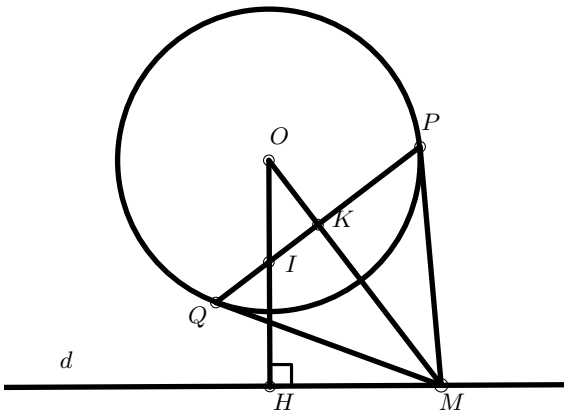
Ta có $OI.OH = R^2 \Rightarrow OI = \dfrac{R^2}{OH} = \dfrac{R^2}{R\sqrt{2}} = \dfrac{R}{\sqrt{2}}$

$\Rightarrow IH = OH - OI = R\sqrt{2} - \dfrac{R}{\sqrt{2}} = \dfrac{R}{\sqrt{2}}$

Ta có $\widehat{OHM} = \widehat{OQM} = \widehat{OPM} = 90^\circ$ (theo trên và MP là tiếp tuyến của (O))

$\Rightarrow M, P, O, Q, H$ cùng thuộc một đường tròn đường kính OM

Xét $\triangle OIP$ và $\triangle QIH$ có: $\widehat{OIP} = \widehat{QIH}; \widehat{OPI} = \widehat{QHI}$ (góc nội tiếp cùng chắn cung OQ) vậy $\triangle OIP = \triangle QIH(g-g) \Rightarrow \dfrac{IP}{IO} = \dfrac{IH}{IQ}$(đđ) $\Rightarrow IP.IQ = IO.IH = \dfrac{R^2}{2}$.



Câu 5. Cho hai số thực dương x, y thỏa mãn $xy = 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$M = x^2 + y^2 + \frac{3}{x + y + 1}.$$

Lời giải.

Ta có $(x+y)^2 \geq 4xy = 4 \Rightarrow x + y \geq 2$ (vì $x + y > 0$)

Đặt $t = x + y \geq 2$.

Ta có: $M = x^2 + y^2 + \dfrac{3}{x+y+1} = (x+y)^2 + \dfrac{3}{x+y+1} - 2xy = t^2 + \dfrac{3}{t+1} - 2 = \dfrac{t^3 + t^2 - 2t + 1}{t+1}$

$M - 3 = \dfrac{t^3 + t^2 - 2t + 1}{t+1} - 3 = \dfrac{t^3 + t^2 - 5t - 2}{t+1} = \dfrac{(t-2)(t^2 + 3t + 1)}{t+1} \geq 0$ (vì $t \geq 2$)

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

$M \geq 3$. Đẳng thức xảy ra khi $\begin{cases} x+y=12 \\ xy=1 \end{cases} \Leftrightarrow x=y=1$. Vậy $\min M=3 \Leftrightarrow x=y=1$

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 87

ĐỀ THI VÀO 10, SỞ GIÁO DỤC ĐÀ NẴNG, 2017

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Câu 1.

a) Tính $A=\sqrt{8}+\sqrt{18}-\sqrt{32}$.

b) Rút gọn biểu thức $B=\sqrt{9-4\sqrt{5}}-\sqrt{5}$.

Lời giải.

a) Tính $A=\sqrt{8}+\sqrt{18}-\sqrt{32}$.

Ta có: $A=\sqrt{8}+\sqrt{18}-\sqrt{32}=2\sqrt{2}+3\sqrt{2}-4\sqrt{2}=\sqrt{2}$.

b) Rút gọn biểu thức $B=\sqrt{9-4\sqrt{5}}-\sqrt{5}$.

$B=\sqrt{9-4\sqrt{5}}-\sqrt{5}=\sqrt{5-2.2.\sqrt{5}+4}-\sqrt{5}=\sqrt{\left(\sqrt{5}-2\right)^2}-\sqrt{5}=\sqrt{5}-2-\sqrt{5}=-2$.

Câu 2.

a) Giải hệ phương trình $\begin{cases}2x-3y=4\\x+3y=2\end{cases}$.

b) Giải phương trình $\dfrac{10}{x^2-4}+\dfrac{1}{2-x}=1$.

Lời giải.

a) Giải hệ phương trình $\begin{cases}2x-3y=4\\x+3y=2\end{cases}$.

$$\begin{cases}2x-3y=4\\x+3y=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2x-3y=4\\x=2-3y\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2(2-3y)-3y=4\\x=2-3y\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=0\\x=2-3y\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=0\\x=2\end{cases}.$$

b) Giải phương trình $\dfrac{10}{x^2-4}+\dfrac{1}{2-x}=1$.

Điều kiện: $x\neq 2; x\neq -2$.

$\dfrac{10}{x^2-4}+\dfrac{1}{2-x}=1 \Leftrightarrow \dfrac{10}{(x-2)(x+2)}-\dfrac{1}{x-2}=1 \Leftrightarrow 10-(x2)=(x-2)(x+2) \Leftrightarrow$

$x^2+x-12=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-4 \\ x=3 \end{array}\right.$.

Vậy tập nghiệm của phương trình là: $S=\{-4;3\}$.

Câu 3. Cho hai hàm số $y=x^2$ và $y=mx+4$, với m là tham số.

a) Khi $m=3$, tìm tọa độ giao điểm của hai đồ thị hàm số trên.

b) Chứng minh rằng với mọi giá trị m, đồ thị của hai hàm số đã cho luôn cắt nhau tại hai điểm phân biệt $A_1(x_1;y_1)$ và $A_2(x_2;y_2)$. Tìm tất cả các giá trị của m sao cho $(y_1)^2+(y_2)^2=7^2$.

Lời giải.

a) Với $m=3$ ta có hàm số $y=mx+4$ trở thành $y=3x+4$.

Hoành độ giao điểm của parabol $y=x^2$ và đường thẳng $y=3x+4$ là nghiệm của phương trình:

$$x^2=3x+4 \Leftrightarrow x^2-3x-4=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=4 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \left\{\begin{array}{l} x=-1 \\ y=1 \end{array}\right. \Rightarrow A(-1;1) \\ \left\{\begin{array}{l} x=4 \\ y=16 \end{array}\right. \Rightarrow B(4;16) \end{array}\right. .$$

Vậy với $m=3$ thì hai đò thị trên cắt nhau tại hai điểm $A(-1;1)$ và $B(4;16)$.

b) Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị đã chho là:

$x^2=mx+4 \Leftrightarrow x^2-mx-4=0.$ (*)

Số giao điểm của hai đồ thị là số nghiệm của phương trình (*).

Phương trình (*) có $\Delta=m^2-4.(-4)=m^2+16>0, \forall m$.

Suy ra phương trình (*) luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m. Hay hai đồ thị hàm số luôn cắt nhau tại hai điểm phân biệt x_1, x_2 với mọi m.

Theo hệ thức Vi-et, ta có: $\left\{\begin{array}{l} x_1+x_2=m \\ x_1x_2=-4 \end{array}\right.$.

Theo đề bài: $y_1^2+y_2^2=7^2 \Leftrightarrow (x_1^2)^2+(x_2^2)^2=49 \Leftrightarrow \left(x_1^2+x_2^2\right)^2-2x_1^2x_2^2=49$

$\Leftrightarrow \left[(x_1+x_2)^2-2x_1x_2\right]^2-2x_1^2x_2^2=49 \Leftrightarrow \left[m^2-2(-4)\right]^2-2.(-4)^2=49$

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

$\Leftrightarrow (m^2+8)^2 = 81 \Leftrightarrow m^2+8 = 9 \,(\text{do } m^2+8>0) \Leftrightarrow m^2 = 1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=-1 \end{array}\right.$.

Vậy $m = \pm 1$ thỏa mãn điều kiện bài toán.

Câu 4. Một đội xe vận chuyển 160 tấn gạo với khối lượng gạo mỗi xe chở bằng nhau. Khi sắp khởi hành thì được bổ xug thêm 4 nữa nên mỗi xe chở ít hơn dự định lúc đầu là 2 tấn gạo (khối lượng gạo mỗi xe chở vẫn bằng nhau). Hỏi mỗi đội xe ban đầu có bao nhiêu chiếc?

Lời giải.

Gọi số xe ban đầu là x (chiếc xe), $(x \in \mathbb{N}^*)$.

Đội xe cần vận chuyển 160 tấn gạo nên mỗi chở số tấn gạo là $\dfrac{160}{x}$ (tấn gạo).

Sau khi được bổ xung thêm 4 xe thì số xe vận chuyển gạo là $x+4$ (chiếc xe).

Số tấn gạo mỗi xe phải chở sau khi bổ xung thêm xe là $\dfrac{160}{x+4}$ (tấn gạo).

Theo đề bài ta có, lúc sau mỗi xe chở ít hơn so với dự định 2 tấn gạo nên ta có phương trình:

$\dfrac{160}{x} - \dfrac{160}{x+4} = 2 \Leftrightarrow 80(x+4-x) = x(x+4) \Leftrightarrow x^2+4x-320 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-20 \,(\text{không thỏa mãn}) \\ x=16 \,(\text{tỏa mãn}) \end{array}\right.$.

Vậy lúc đầu, đội có 16 xe.

Câu 5. Cho nửa đường tròn tâm O đường kính AB và C là một điểm trên nửa đường tròn (C khác A và B). Trên cung AC lấy điểm D (D khác A và C). Gọi H là hình chiếu vuông góc của C trên AB và E là giao điểm của BD và CH.

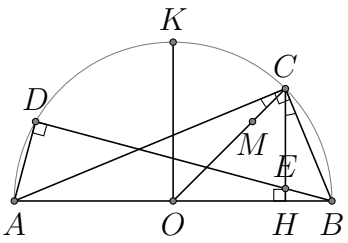
a) Chứng minh $ADEH$ là tứ giác nội tiếp.

b) Chứng minh rằng $\widehat{ACO} = \widehat{HCB}$ và $AB.AC = AC.AH + CB.CH$.

c) Trên đoạn OC lấy điểm M sao cho $OM = CH$. Chứng minh rằng khi C chạy trên nửa đường tròn đã cho thì M chạy trên một đường cố định.

Lời giải.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/



a) Ta có: $\widehat{ADE} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

$\widehat{AHE} = 90^\circ$ (do $CH \perp AB$)

Suy ra $\widehat{ADE} + \widehat{AHE} = 180^\circ$ suy ra, tứ giác $ADEH$ nội tiếp.

b) Ta có: $\widehat{ACO} = \widehat{CAO}$ (ΔOAC cân tại O).

$\widehat{ACO} = \widehat{HCB}$ (cùng phụ $\widehat{CBH}$).

Suy ra: $\widehat{ACO} = \widehat{HCB}$. (đpcm) (1)

Xét ΔACB và ΔCHB có: $\widehat{ACB} = \widehat{CHB} = 90^\circ$, $\widehat{ABC}$ chung.

Suy ra $\Delta ACB \sim \Delta CHB \Rightarrow \dfrac{AC}{CH} = \dfrac{BC}{BH} \Rightarrow AC.BH = CB.CH.$ (2)

Mà $BH = AB - AH$ thay và (2) ta được: $AC.AB = AC.AH + CB.CH$ (đpcm)

c) Gọi K là điểm chính giữa cung AB (chứa điểm C). Suy ra $OK \perp AB \Rightarrow OK \parallel HC$.

Xét ΔOMK và ΔCHO có: $\widehat{MOK} = \widehat{HCO}$ (so le trong), $OM = CH$ (giả thiết), $OK = CO$ (cùng bằng bán kính)

Suy ra $\Delta OMK = \Delta CHO$ (c.g.c), suy ra $\widehat{OMK} = \widehat{CHO}$ (hai góc tương ứng bằng nhau)

Mà $\widehat{CHO} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{OMK} = 90^\circ$.

Vậy M chạy trên đường tròn đường kính OK cố định. (đpcm)

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 88

ĐỀ THI VÀO 10, SỞ GIÁO DỤC TỈNH ĐỒNG NAI, 2017

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Câu 1.

a) Giải phương trình $x^2-9x+20=0$.

b) Giải hệ phương trình $\begin{cases}7x-3y=4\\4x+y=5\end{cases}$

c) Giải phương trình $x^4-2x^2-3=0$.

Lời giải.

a) $x^2-9x+20=0\Leftrightarrow(x-4)(x-5)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=5\\x=4\end{array}\right.$

b) $\begin{cases}7x-3y=4\\4x+y=5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}7x-3y=4\\12x+3y=15\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}19x=19\\4x+y=5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=1\\y=1\end{cases}$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x;y)=(1;1)$.

c) Đặt $t=x^2\geq 0$, phương trình trở thành $t^2-2t-3=0$.

Ta có $\Delta'=(-1)^2-1.(-3)=4\Rightarrow\left[\begin{array}{l}t=\dfrac{1-\sqrt{4}}{1}\\t=\dfrac{1+\sqrt{4}}{1}\end{array}\right.\Rightarrow\left[\begin{array}{l}t=-1\text{ (loại)}\\t=3\text{ (thỏa mãn)}\end{array}\right.$

Với $t=3$ suy ra $x^2=3\Leftrightarrow x=\pm\sqrt{3}$.

Câu 2. Cho hai hàm số $y=-\dfrac{1}{2}x^2$ và $y=x-4$ có đồ thị lần lượt là (P) và (d).

a) Vẽ hai đồ thị $(P),(d)$ trên cùng một mặt phẳng tọa độ.

b) Tìm tọa độ giao điểm của hai đồ thị (P) và (d).

Lời giải.

a) Vẽ hai đồ thị $(P), (d)$ trên cùng một mặt phẳng tọa độ.

$*$ Đồ thị hàm $y = -\frac{1}{2}x^2$.

Tập xác định của hàm số: $D = \mathbb{R}$.

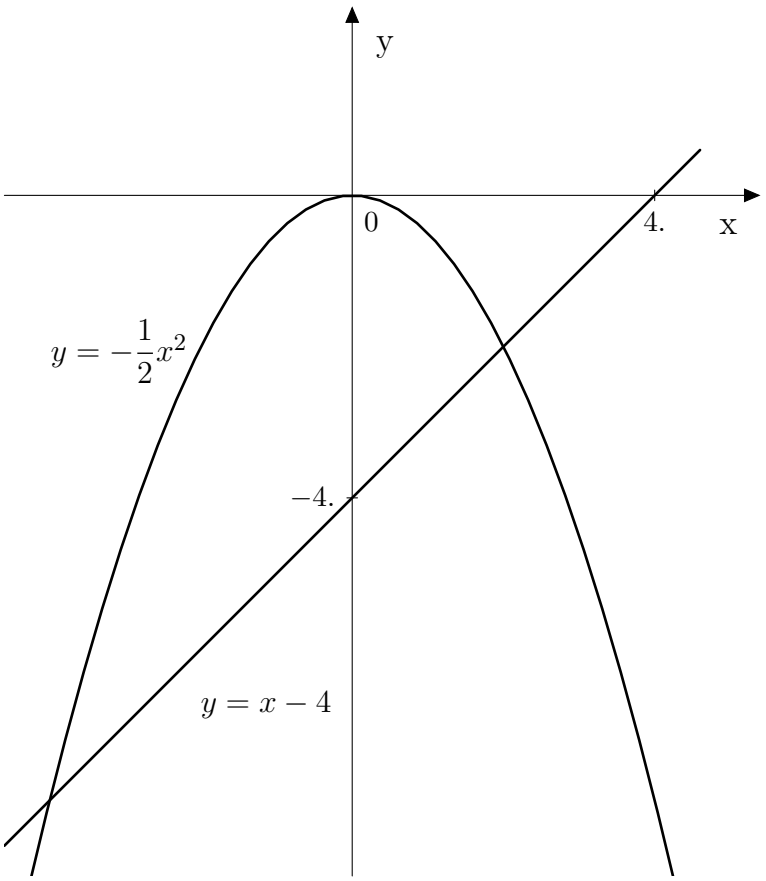
Bảng giá trị:

x	4	-2	0	2	4
y	-8	-2	0	2	-8

Nhận xét: Đồ thị hàm số là một đường parabol đi qua gốc tọa độ, nhận trục tung làm trục đối xứng. Đồ thị nằm phía dưới trục hoành.

$*$ Đồ thị hàm $y = x - 4$.

Đồ thị hàm số $y = x - 4$ là đường thẳng đi qua hai điểm $(0; -4)$ và $(4; 0)$.



b) Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) :

$$-\frac{1}{2}x^2 = x - 4 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 8 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2 \\ x = -4 \end{array}\right.$$

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

Với $x = 2 \Rightarrow y = -2$.

Với $x = -4 \Rightarrow y = -8$.

Vậy tọa độ giao điểm của (P) và (d) là: $(2; -2), (-4; -8)$.

Câu 3.

a) Cho $a > 0$ và $a \neq 4$. Rút gọn biểu thức $T = \left(\dfrac{\sqrt{a}-2}{\sqrt{a}+2} - \dfrac{\sqrt{a}+2}{\sqrt{a}-2}\right) . \left(\sqrt{a} - \dfrac{4}{\sqrt{a}}\right)$.

b) Một đội xe dự định chở 120 tấn hàng. Để tăng sự an toàn nên đến khi thực hiện đội xe được bổ sung thêm 4 chiếc xe, lúc này số tấn hàng của mỗi xe chở ít hơn số tấn hàng của mỗi xe dự định chở là 1 tấn. Tính số tấn hàng của mỗi xe dự định chở, biết số tấn hàng của mỗi xe chở khi dự định là bằng nhau, khi thực hiện là bằng nhau.

Lời giải.

a) Với $a > 0$ và $a \neq 4$, ta có:

$$T = \left(\frac{\sqrt{a}-2}{\sqrt{a}+2} - \frac{\sqrt{a}+2}{\sqrt{a}-2}\right) . \left(\sqrt{a} - \frac{4}{\sqrt{a}}\right) = \left(\frac{(\sqrt{a}-2)^2 - (\sqrt{a}+2)^2}{(\sqrt{a}-2)(\sqrt{a}+2)}\right) . \left(\frac{a-4}{\sqrt{a}}\right)$$

$$= \left(\frac{a - 4\sqrt{a} + 4 - a - 4\sqrt{a} - 4}{a-4}\right) . \left(\frac{a-4}{\sqrt{a}}\right) = \frac{-8\sqrt{a}}{\sqrt{a}} = -8.$$

b) Gọi x (xe) là số xe của đội lúc đầu, x nguyên dương.

Số tấn hàng mỗi xe dự định chở là $\dfrac{120}{x}$ (tấn).

Số xe của đội lúc sau là $x + 4$ (xe).

Số tấn hàng mỗi xe khi thực hiện chở $\dfrac{120}{x+4}$ (tấn).

Theo đề bài ta được phương trình:

$$\frac{120}{x} - \frac{120}{x+4} = 1 \Leftrightarrow 120(x+4) - 120x = x(x+4)$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 4x - 480 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 20 \\ x = -24 \text{ (loại)} \end{array}\right.$$

Vậy số xe của đội lúc đầu là 20 xe.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Câu 4. Tìm các giá trị của tham số thực m để phương trình $x^2+(2m-1)x+m^2-1=0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 sao cho biểu thức $P=x_1^2+x_2^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Lời giải.

Phương trình $x^2+(2m-1)x+m^2-1=0$ có hai nghiệm phân biệt $x_1, x_2 \Leftrightarrow \Delta > 0$
$\Leftrightarrow (2m-1)^2-4(m^2-1)>0 \Leftrightarrow -4m+5>0 \Leftrightarrow m<\dfrac{5}{4}$.

Với $m<\dfrac{5}{4}$, áp dụng định lý Vi-ét, ta được $\begin{cases} x_1+x_2=1-2m \\ x_1x_2=m^2-1 \end{cases}$

Ta có:

$$\begin{aligned} P &= x_1^2+x_2^2=(x_1+x_2)^2-2x_1x_2=(1-2m)^2-2(m^2-1) \\ &= 2m^2-4m+2+1=2(m-1)^2+1\geq 1. \end{aligned}$$

Dấu " = " xảy ra $\Leftrightarrow m=1$ (thỏa mãn điều kiện $m<\dfrac{5}{4}$).
Vậy với $m=1$ thì P đạt giá trị nhỏ nhất.

Câu 5. Cho tam giác ABC có ba đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H. Biết ba góc CAB, BCA, ABC đều là góc nhọn. Gọi M là trung điểm của đoạn AH.

a) Chứng minh tứ giác $AEHF$ nội tiếp đường tròn.

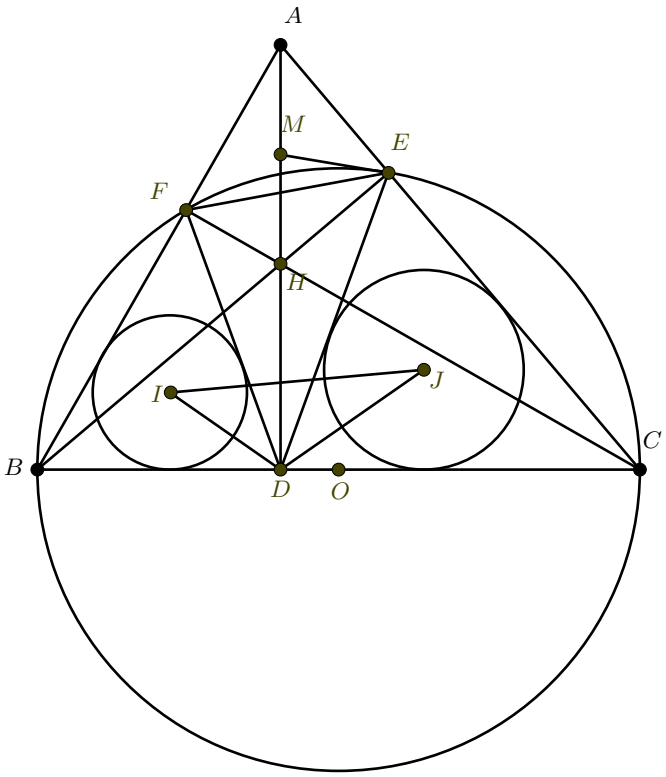
b) Chứng minh $CE.CO=CD.CB$.

c) Chứng minh EM là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác BEF.

d) Gọi I, J tương ứng là tâm đường tròn nội tiếp hai tam giác BDF và EDC. Chứng minh rằng $\Delta DIJ=\Delta DFC$.

Lời giải.

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên



1. Chứng minh tứ giác $AEHF$ nội tiếp đường tròn.

BE là đường cao trong $\Delta ABC \Rightarrow \widehat{AEH} = 90°$

CF là đường cao trong $\Delta ABC \Rightarrow \widehat{AFH} = 90°$

$\Rightarrow \widehat{AEH} + \widehat{AFH} = 180^0$

$\Rightarrow AEHF$ nội tiếp đường tròn.

2. Chứng minh $CE.CA = CD.CB$

Xét ΔADC và ΔBEC có:

$\widehat{ADC} = \widehat{BEC}(= 90°)$

Chung góc C

$\Rightarrow \Delta ADC \sim \Delta BEC$ (g-g)

$\Rightarrow \dfrac{DC}{EC} = \dfrac{AC}{BC} \Rightarrow DC.BC = CE.AC.$

3. Chứng minh EM là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp ΔBEF.

Ta có tứ giác $BFEC$ nội tiếp đường tròn đường kính BC do $\widehat{BEC} = \widehat{BFC} = 90°$.

Gọi O là trung điểm của $BC \Rightarrow O$ là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác BEF.

ΔOBE cân tại $O \Rightarrow \widehat{OBE} = \widehat{OEB}$.

ΔAEH vuông tại E có EM là đường trung tuyến

$\Rightarrow ME = MH = MA \Rightarrow \widehat{MEH} = \widehat{MHE} = \widehat{BHD}$.

Mà $\widehat{BHD} + \widehat{OBE} = 90° \Rightarrow \widehat{OEB} + \widehat{MEH} = 90°$

$\Rightarrow EM \perp OE$ tại $E \Rightarrow EM$ là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác BEF.

4. Chứng minh $\Delta DIJ \sim \Delta DFC$.

Tứ giác $AFDC$ nội tiếp do $\widehat{AFC} = \widehat{ADC} = 90° \Rightarrow \widehat{BDF} = \widehat{BAC}$.

Lại có $\widehat{ABC} = \widehat{DBF} \Rightarrow \Delta BDF \sim \Delta BAC$ (g-g)

Chứng minh tương tự, ta có $\Delta DEC \sim \Delta ABC$ (g-g)

Do đó $\Delta DBF \sim \Delta DEC \Rightarrow \widehat{BDF} = \widehat{EDC}$

$\Rightarrow \widehat{BDI} = \widehat{IDF} = \widehat{EDJ} = \widehat{JDC} \Rightarrow \widehat{IDJ} = \widehat{FDC}$ (1).

Vì $\Delta DBF \sim \Delta DEC$ và DI, DJ là các đường phân giác nên $\dfrac{DI}{DF} = \dfrac{DJ}{DC}$ (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow \Delta DIJ \sim \Delta DFC \Rightarrow \widehat{DIJ} = \widehat{DFC}$.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 89

ĐỀ THI VÀO 10, SỞ GIÁO DỤC GIA LAI, 2017

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

Câu 1.

a) Giải hệ phương trình $\begin{cases} x+2y=3 \\ 2x-y=-4. \end{cases}$

b) Rút gọn biểu thức $P=\left(\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}+\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}\right).\left(\sqrt{x}-\dfrac{1}{\sqrt{x}}\right)$, với $x>0$, $x\neq 1$.

Lời giải.

a) Ta có $\begin{cases} x+2y=3 \\ 2x-y=-4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+2y=3 \\ 4x-2y=-8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+2y=3 \\ 5x=-5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ y=2. \end{cases}$

Vậy nghiệm của hệ phương trình là $(x;y)=(-1;2)$.

b) Ta có:

$$\begin{aligned} P&=\frac{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-1\right)+\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+1\right)}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+1\right)}.\left(\frac{x-1}{\sqrt{x}}\right) \\ &=\frac{x-\sqrt{x}+x+\sqrt{x}}{x-1}.\frac{x-1}{\sqrt{x}}=\frac{2x}{\sqrt{x}}=2\sqrt{x}. \end{aligned}$$

Câu 2.

a) Phân tích $5x+7\sqrt{xy}-6y+\sqrt{x}+2\sqrt{y}$ thành nhân tử, với x, y là các số không âm.

b) Tìm tất cả giá trị của m để hàm số $y=\left(m^2-m+2017\right)x+2018$ đồng biến trên. $\mathbb{R}$.

Lời giải.

a) Ta có:

$$5x+7\sqrt{xy}-6y+\sqrt{x}+2\sqrt{y}=5x+10\sqrt{xy}-3\sqrt{xy}-6y+\sqrt{x}+2\sqrt{y}$$

$$=5\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+2\sqrt{y}\right)-3\sqrt{y}\left(\sqrt{x}+2\sqrt{y}\right)+\sqrt{x}+2\sqrt{y}$$
$$=\left(\sqrt{x}+2\sqrt{y}\right)\left(5\sqrt{x}-3\sqrt{y}+1\right).$$

b) Hàm số $y=\left(m^2-m+2017\right)x+2018$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi:

$$m^2-m+2017>0\Leftrightarrow\left(m-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{8067}{4}>0. \quad (1)$$

Do $\left(m-\frac{1}{2}\right)^2\geq 0$ nên (1) luôn đúng với mọi số $m\in\mathbb{R}$. Vậy với mọi số $m\in\mathbb{R}$, hàm số $y=\left(m^2-m+2017\right)x+2018$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 3.

a) Một tổ công nhân may lập kế hoạch may 60 bộ quần áo. Khi thực hiện, mỗi ngày tổ này may nhiều hơn kế hoạch 2 bộ nên đã hoàn thành công việc ít hơn kế hoạch 1 ngày. Biết rằng số bộ quần áo may trong mỗi ngày như nhau. Hỏi tổ công nhân may đã lập kế hoạch để hoàn thành công việc trong bao nhiêu ngày?

b) Tìm tất cả giá trị của m để phương trình $x^2-2x+m-1=0$ có hai nghiệm x_1,x_2 thoả mãn điều kiện $x_1^2+x_2^2-x_1x_2+x_1^2x_2^2-14=0$.

Lời giải.

a) Gọi số ngày tổ may hoàn thành công việc theo kế hoạch là x (ngày) $(x>1)$.
Theo kế hoạch, số bộ quần áo may trong một ngày là $\frac{60}{x}$ (bộ).
Thực tế, số bộ quần áo may được trong một ngày là $\frac{60}{x-1}$ (bộ).
Ta được phương trình

$$\frac{60}{x-1}-\frac{60}{x}=2\Leftrightarrow x^2-x-30=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=6\\x=-5.\end{array}\right.$$

Kết hợp với điều kiện $x>1$, ta nhận nghiệm $x=6$. Vậy theo kế hoạch tổ công nhân may 60 bộ quần áo trong 6 ngày.

b) Phương trình đã cho có hai nghiệm khi $\Delta'=2-m\geq 0\Leftrightarrow m\leq 2$.
Áp dụng định lý Vi-ét, ta được $x_1+x_2=2$; $x_1.x_2=m-1$. Ta có:

$$x_1^2+x_2^2-x_1x_2+x_1^2x_2^2-14=0\Leftrightarrow(x_1+x_2)^2-3x_1x_2+x_1^2x_2^2-14=0$$

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

$$\Leftrightarrow 4-3(m-1)+(m-1)^2-14=0 \Leftrightarrow m^2-5m-6=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=-1 \\ m=6. \end{array}\right.$$

Kết hợp với điều kiện $m \leq 2$, ta được giá trị cần tìm là $m=-1$.

Câu 4. Cho đường tròn (O) có AB là một dây cung cố định không qua O. Từ một điểm M bất kì trên cung lớn AB (M không trùng với A và B) kẻ dây cung MN vuông góc với AB tại H. Gọi MQ là đường cao của tam giác AMN (Q thuộc đường thẳng AN).

a) Chứng minh các điểm A, M, H, Q cùng nằm trên một đường tròn.

b) Gọi I là giao điểm của AB và MQ. Chứng minh tam giác BIM cân.

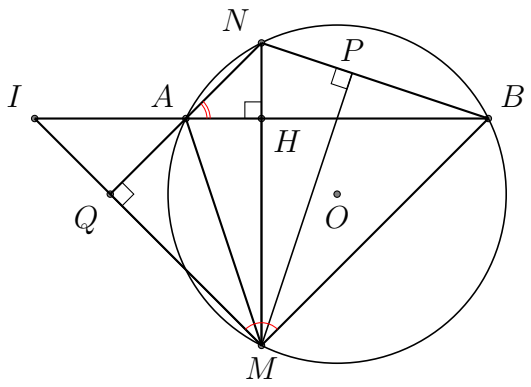
c) Kẻ MP vuông góc với BN tại P. Xác định vị trí của M sao cho $MQ.AN+MP.BN$ đạt giá trị lớn nhất.

Lời giải.

a) Ta có $\widehat{AHM}=\widehat{AQM}=90^\circ$. Suy ra các điểm A, M, H, Q cùng nằm trên một đường tròn (đó là đường tròn đường kính AM).

b) Ta có $\widehat{BMN}=\widehat{BAN}$, $\widehat{BAN}=\widehat{HMQ}$. Suy ra $\widehat{BMN}=\widehat{HMQ}$. Do đó tam giác BMI cân tại M.

c) Ta có: $MQ.AN+MP.BN$
$=2(S_{MAN}+S_{MBN})=2.S_{AMBN}=AB.MN$.
Do đó $MQ.AN+MP.BN$ đạt giá trị lớn nhất khi MN lớn nhất, hay MN là đường kính của (O). Khi đó M nằm chính giữa cung $\overset{\frown}{AB}$.



Câu 5. Tìm các chữ số a, b, c biết $\overline{abc}-\overline{ac}=2.\overline{cb}+\overline{bc}$.

Lời giải.

Ta có $\overline{abc}-\overline{ac}=2.\overline{cb}+\overline{bc} \Leftrightarrow 90a=2b+21c$.

Vì a, b, c là các chữ số khác 0 nên $23 \leq 2b+21c=90a \leq 2.9+21.9 \leq 207$. Do đó $a \in \{1;2\}$.

Với $a=1$ thì $90a=2b+21c \Leftrightarrow 21c=90-2b \Rightarrow 72 \leq 21c \leq 88 \Rightarrow c=4 \Rightarrow b=3$.

Vậy $a = 1$, $b = 3$, $c = 4$.

Với $a = 2$ thì $90a = 2b + 21c \Leftrightarrow 21c = 180 - 2b \Rightarrow 162 \leq 21c \leq 178 \Rightarrow c = 8 \Rightarrow b = 6$.

Vậy $a = 2$, $b = 6$, $c = 8$.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 90

ĐỀ THI VÀO 10, SỞ GD-ĐT HẢI DƯƠNG, NĂM 2017

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

Câu 1. Giải các phương trình và hệ phương trình sau:

1) $(2x-1)(x+2)=0$.

2) $\begin{cases} 3x+y=5 \\ 3-x=y. \end{cases}$

Lời giải.

1) Ta có : $(2x-1)(x+2)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x-1=0 \\ x+2=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\dfrac{1}{2} \\ x=-2 \end{array}\right.$

Vậy phương trình có nghiệm : $x=\dfrac{1}{2}$ và $x=-2$.

2) Ta có : $\begin{cases} 3x+y=5 \\ 3-x=y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x+3-x=5 \\ y=3-x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x=2 \\ y=3-x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases}$

Vậy hệ phương trình có nghiệm $(x;y)=(1;2)$.

Câu 2.

1) Cho hai đường thẳng $(d): y=-x+m+2$ và $(d'): y=(m^2-2)x+3$. Tìm m để (d) và (d') song song với nhau.

2) Rút gọn biểu thức : $P=\left(\dfrac{x-\sqrt{x}+2}{x-\sqrt{x}-2}-\dfrac{x}{x-2\sqrt{x}}\right):\dfrac{1-\sqrt{x}}{2-\sqrt{x}}$, với $x>0; x\neq 1; x\neq 4$.

Lời giải.

1) $(d) \,//\, (d') \Leftrightarrow \begin{cases} -1=m^2-2 \\ m+2\neq 3 \end{cases} \Rightarrow m=-1.$

2) Ta có:

$$P = \left(\frac{x-\sqrt{x}+2}{x-\sqrt{x}-2} - \frac{x}{x-2\sqrt{x}}\right) : \frac{1-\sqrt{x}}{2-\sqrt{x}} = \left[\frac{x-\sqrt{x}+2}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-2)} - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}\right] : \frac{1-\sqrt{x}}{2-\sqrt{x}}$$
$$= \frac{2-2\sqrt{x}}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-2)} . \frac{2-\sqrt{x}}{1-\sqrt{x}}$$
$$= \frac{-2}{\sqrt{x}+1}$$

Vậy $P = \frac{-2}{\sqrt{x}+1}$.

Câu 3.

1) Tháng đầu, hai tổ sản xuất được 900 chi tiết máy. Tháng thứ hai, do cải tiến kỹ thuật nên tổ I vượt mức 10% và tổ II vượt mức 12% so với tháng đầu, vì vậy hai tổ đã sản xuất được 1000 chi tiết máy. Hỏi trong tháng đầu mỗi tổ sản xuất được bao nhiêu chi tiết máy?

2) Tìm m để phương trình $x^2 + 5x + 3m - 1 = 0$ (với m là tham số) có hai nghiệm x_1 và x_2 thỏa mãn $x_1^3 - x_2^3 + 3x_1x_2 = 75$

Lời giải.

1) Gọi số chi tiết máy tháng đầu của tổ I là x chi tiết (x nguyên dương, $x < 900$).
Gọi số chi tiết máy tháng đầu của tổ II là y chi tiết(y nguyên dương, $y < 900$).
Theo đề bài ta có hệ : $\begin{cases} x + y = 900 \\ 1,1x + 1,12y = 1000 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 400 \\ y = 500 \end{cases}$ (thỏa mãn điều kiện)
Vậy tháng đầu tổ I sản xuất được 400 chi tiết máy, tổ II sản xuất được 500 chi tiết máy.

2) $\Delta = 29 - 12m$
Phương trình có hai nghiệm x_1, $x_2 \Leftrightarrow m \leq \frac{29}{12}$
Áp dụng hệ thức Vi-ét, ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = -5 \\ x_1.x_2 = 3m - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_2 = -5 - x_1 \\ x_1.x_2 = 3m - 1 \end{cases}$
Mặt khác, theo bài ra ta có:

$$x_1^3 - x_2^3 + 3x_1x_2 = 75$$
$$\Leftrightarrow x_1^3 + (5 + x_1)^3 - 3x_1(5 + x_1) = 75$$
$$\Leftrightarrow x_1^3 + 6x_1^2 + 30x_1 + 24 = 0$$
$$\Leftrightarrow (x_1 + 1)(x_1^2 + 5x_1 + 25) = 0 \Leftrightarrow x_1 = -1 \Rightarrow x_2 = -4$$

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Thay vào hệ thức $x_1.x_2 = 3m - 1 \Rightarrow 3m - 1 = 4 \Leftrightarrow m = \dfrac{5}{3}$

Vậy giá trị cần tìm của m là $m = \dfrac{5}{3}$.

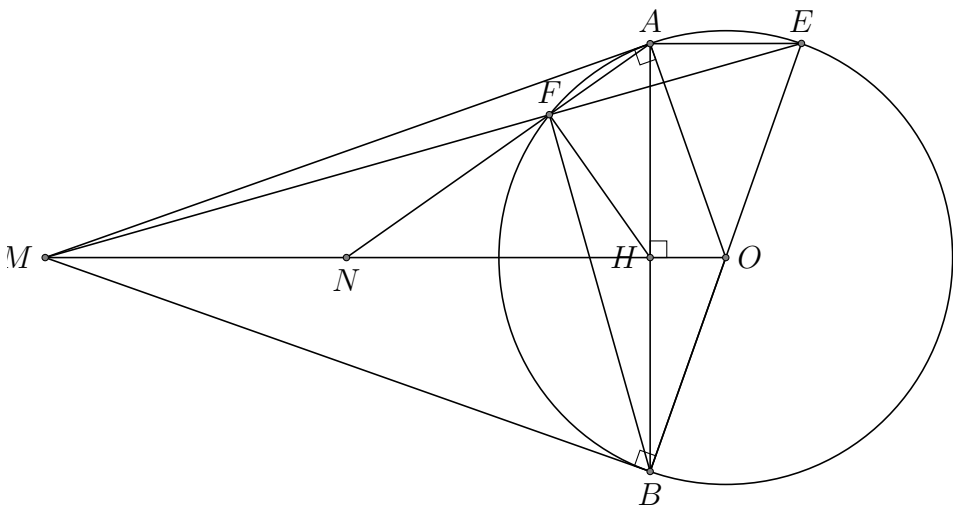
Câu 4. Cho đường tròn tâm O, bán kính R. Từ một điểm M nằm ngoài đường tròn kẻ hai tiếp tuyến MA, MB với đường tròn (A, B là các tiếp điểm). Qua A kẻ đường thẳng song song với MO cắt đường tròn tại E (E khác A), đường thẳng ME cắt đường tròn tại F (F khác E), đường thẳng AF cắt MO tại N, H là giao điểm của MO và AB.

1) Chứng minh: Tứ giác $MAOB$ nội tiếp đường tròn.

2) Chứng minh: $MN^2 = NF.NA$ và $MN = NH$.

3) Chứng minh: $\dfrac{HB^2}{HF^2} - \dfrac{EF}{MF}$.

Lời giải.



1) Vì MA, MB là các tiếp tuyến của (O) nên $\widehat{MAO} = \widehat{MBO} = 90°$.

Tứ giác $MAOB$ có $\widehat{MAO} + \widehat{MBO} = 180°$ nên $MAOB$ nội tiếp đường tròn.

2) Ta có $\triangle MNF \sim \triangle ANM$(g-g) nên $MN^2 = NF.NA$.

Tương tự, $\triangle NFH \sim \triangle AFH$(g-g) nên $NH^2 = NF.NA$.

Vậy $MN^2 = NH^2 \Rightarrow MN = NH$.

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

3) Áp dụng hệ thức lượng vào tam giác vuông NHA, ta có: $HA^2 = FA.NA$ và $HF^2 = FA.FN$. Mà $HA = HB$

$\dfrac{HB^2}{HF^2} = \dfrac{HA^2}{HF^2} = \dfrac{FA.NA}{FA.FN} = \dfrac{NA}{NF}$.

Vì $AE \parallel MN$ nên $\dfrac{EF}{MF} = \dfrac{FA}{NF}$ (hệ quả của định lí Ta - lét)

$\Rightarrow \dfrac{HB^2}{HF^2} - \dfrac{EF}{MF} = \dfrac{NA}{NF} - \dfrac{FA}{NF} = \dfrac{NF}{NF} = 1.$

Câu 5. Cho x, y, z là ba số thực dương thỏa mãn $x + y + z = 3$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $Q = \dfrac{x+1}{1+y^2} + \dfrac{y+1}{1+z^2} + \dfrac{z+1}{1+x^2}$

Lời giải.

Ta có:

$Q = \dfrac{x+1}{1+y^2} + \dfrac{y+1}{1+z^2} + \dfrac{z+1}{1+x^2} = \left(\dfrac{x}{1+y^2} + \dfrac{y}{1+z^2} + \dfrac{z}{1+x^2}\right) + \left(\dfrac{1}{1+y^2} + \dfrac{1}{1+z^2} + \dfrac{1}{1+x^2}\right) = M + N$

Xét biểu thức $M = \dfrac{x}{1+y^2} + \dfrac{y}{1+z^2} + \dfrac{z}{1+x^2}$. Áp dụng bất đẳng thức Cô - si ta có:

$\dfrac{x}{1+y^2} = \dfrac{x(1+y^2) - xy^2}{1+y^2} = x - \dfrac{xy^2}{1+y^2} \geq x - \dfrac{xy^2}{2y} = x - \dfrac{xy}{2}$

Tương tự : $\dfrac{y}{1+z^2} \geq y - \dfrac{yz}{2}$; $\dfrac{z}{1+x^2} \geq z - \dfrac{zx}{2}$.

Nên suy ra: $M = \dfrac{x}{1+y^2} + \dfrac{y}{1+z^2} + \dfrac{z}{1+x^2} \geq x + y + z - \dfrac{xy+yz+zx}{2} = 3 - \dfrac{xy+yz+zx}{2}$.

Lại có: $x^2 + y^2 + z^2 \geq xy + yz + zx \Rightarrow (x+y+z)^2 \geq 3(xy+yz+zx) \Rightarrow xy + yz + zx \leq 3$.

Suy ra: $M \geq 3 - \dfrac{xy+yz+zx}{2} \geq 3 - \dfrac{3}{2} = \dfrac{3}{2}$.

Dấu "=" xãy ra $\Leftrightarrow x = y = z = 1$.

Xét $N = \dfrac{1}{1+y^2} + \dfrac{1}{1+z^2} + \dfrac{1}{1+x^2}$, ta có:

$$\begin{aligned} 3 - N &= \left(1 - \frac{1}{1+y^2}\right) + \left(1 - \frac{1}{1+z^2}\right) + \left(1 - \frac{1}{1+x^2}\right) \\ &= \frac{y^2}{1+y^2} + \frac{z^2}{1+z^2} + \frac{x^2}{1+x^2} \leq \frac{y^2}{2y} + \frac{z^2}{2z} + \frac{x^2}{2x} = \frac{x+y+z}{2} = \frac{3}{2} \end{aligned}$$

Suy ra: $N \geq 3 - \dfrac{3}{2} = \dfrac{3}{2}$.

Dấu "=" xãy ra $\Leftrightarrow x = y = z = 1$.

Từ đó suy ra : $Q \geq 3$. Dấu "=" xãy ra khi $x = y = z = 1$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của Q là : $Q_{min} = 3$ đạt được khi $x = y = z = 1$.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 91

ĐỀ THI VÀO 10, SỞ GIÁO DỤC HẢI PHÒNG, 2017

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

Câu 1. Cho hai biểu thức

$A = 2\sqrt{8} - \sqrt{50} + \sqrt{\left(\sqrt{2}+1\right)^2}$.

$B = \left(\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} - \dfrac{1}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-1\right)}\right).\dfrac{1}{\sqrt{x}+1}$ (với $x > 0; x \neq 1$).

a) Rút gọn biểu thức A, B.

b) Tìm các giá trị của x sao cho giá trị biểu thức A gấp hai lần giá trị biểu thức B.

Lời giải.

a) Ta có

$$A = 2\sqrt{8} - \sqrt{50} + \sqrt{\left(\sqrt{2}+1\right)^2} = 2\sqrt{2^2.2} - \sqrt{5^2.2} + |\sqrt{2}+1| = 4\sqrt{2} - 5\sqrt{2} + \sqrt{2} + 1 = 1.$$

$$B = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} - \frac{1}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-1\right)}\right).\frac{1}{\sqrt{x}+1} = \frac{x-1}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-1\right)}.\frac{1}{\sqrt{x}+1} = \frac{x-1}{\sqrt{x}(x-1)} = \frac{1}{\sqrt{x}}.$$

b) Giá trị của biểu thức A gấp hai lần giá trị của biểu thức B

$\Leftrightarrow A = 2B \Leftrightarrow 1 = 2.\dfrac{1}{\sqrt{x}} \Leftrightarrow \sqrt{x} = 2 \Leftrightarrow x = 4$ (nhận).

Vậy $x = 4$ thì giá trị của biểu thức A gấp hai lần giá trị của biểu thức B.

Câu 2.

a) Tìm tất cả các giá trị của m để cả hai đường thẳng $y = 2x - m$ và $y = (m+1)x - 1$ cùng cắt trục hoành tại điểm có hoành độ $x = -1$.

b) Giải hệ phương trình sau: $\begin{cases} 3x - 2(2y-1) = 0 \\ 3x + 2y = 2(7-x). \end{cases}$

Lời giải.

a) Gọi A là điểm thuộc trục hoành có hoành độ $x=-1$. Khi đó $A(-1;0)$.

Vì cả hai đường thẳng $y=2x-m$ và $y=(m+1)x-1$ đều cắt trục hoành tại A nên

$$\begin{cases} 2.(-1)-m=0 \\ (m+1).(-1)-1=0 \end{cases} \Leftrightarrow m=-2.$$

b) Ta có

$$\begin{cases} 3x-2(2y-1)=0 \\ 3x+2y=2(7-x) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x-4y=-2 \\ 5x+2y=14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x-4y=-2 \\ 10x+4y=28 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 13x=26 \\ 3x-4y=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ 6-4y=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=2. \end{cases}$$

Câu 3.

a) Cho phương trình: $x^2-(m-1)x-m=0$ (1) (với x là ẩn số, m là tham số).

a) Giải phương trình (1) với $m=4$;

b) Xác định các giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1; x_2 thỏa mãn điều kiện: $x_1(3-x_2)+20\geq 3(3-x_2)$.

b) Bài toán có nội dung thực tế:

"Em có tưởng tượng được hai lá phổi (gọi tắt là phổi) của mình chứa khoảng bao nhiêu lít không khí hay không? Dung tích phổi của mỗi người phụ thuộc vào một số yếu tố, trong đó hai yếu tố quan trọng là chiều cao và độ tuổi.

Sau đây là một công thức ước tính dung tích chuẩn phổi của mỗi người:

Nam: $P=0,057h-0,022a-4,23$

Nữ: $Q=0,041h-0,018a-2,69$;

trong đó,

h*: chiều cao tính bằng xentimét,*

a*: tuổi tính bằng năm,*

P,Q*: dung tích chuẩn của phổi tính bằng lít"* ...

(*Toán 7*, tập hai, NXB Giáo dục Việt Nam, năm 2017, tr. 29).

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Bạn Hùng (nam) 15 tuổi, số đo chiều cao của bạn được biết qua bài toán sau:

Chiều cao của bạn Hùng tính bằng xentimét. Đó là một số tự nhiên có 3 chữ số, trong đó chữ số hàng trăm là 1, chữ số hàng chục kém chữ số hàng đơn vị là 2 và hai lần chữ số hàng chục hơn chữ số hàng đơn vị là 4. Tính dung tích chuẩn phổi của bạn Hùng.

Lời giải.

a)

a) Với $m=4$, phương trình (1) trở thành: $x^2-3x-4=0$.

Ta có $a=1$, $b=-3$, $c=-4$. Vì $a-b+c=1+3-4=0$ nên phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1=-1$ và $x_2=-\dfrac{c}{a}=4$.

Vậy với $m=4$, phương trình (1) có hai nghiệm $x_1=-1$; $x_2=4$.

b) Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta>0$

$\Leftrightarrow (m-1)^2+4m>0 \Leftrightarrow m^2+2m+1>0 \Leftrightarrow (m+1)^2>0 \Leftrightarrow m+1\neq 0 \Leftrightarrow m\neq -1$.

Do đó với $m\neq -1$ thì phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt.

Áp dụng hệ thức Vi-ét $\begin{cases} x_1+x_2=m-1 \\ x_1x_2=-m. \end{cases}$

Theo đề bài ta có:

$$\begin{aligned} x_1(3-x_2)+20\geq 3(3-x_2) &\Leftrightarrow 3x_1-x_1x_2+20\geq 9-3x_2 \\ &\Leftrightarrow 3(x_1+x_2)-x_1x_2+11\geq 0 \\ &\Leftrightarrow 3(m-1)+m+11\geq 0 \\ &\Leftrightarrow 4m\geq -8 \Leftrightarrow m\geq -2. \end{aligned}$$

Kết hợp với điều kiện $m\neq -1$, suy ra phương trình có hai nghiệm phân biệt thỏa mãn yêu cầu bài toán khi $m\geq -2$ và $m\neq -1$.

b) Gọi chiều cao của Hùng là số $\overline{abc}$ $(a,b,c\in\{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}, a\neq 0)$. Đơn vị là (cm).

Vì chữ số hàng trăm là 1 nên $a=1$.

Chữ số hàng chục kém chữ số hàng đơn vị là 2 nên: $c-b=2$ (1).

Vì hai lần chữ số hàng chục hơn chữ số hàng đơn vị là 4 nên: $2b-c=4$ (2).

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} c-b=2 \\ 2b-c=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c=2+b \\ 2b-(2+b)=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c=2+b \\ b=6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=6 \\ c=8 \end{cases} \text{(nhận)}.$$

Nên chiều cao của Hùng là 168 cm.

Áp dụng công thức tính dung tích chuẩn của phổi, ta có dung tích chuẩn phổi của bạn Hùng là

$$P = 0,057.168 - 0,022.15 - 4,23 = 5,016 \text{ lít}.$$

Câu 4.

a) Từ điểm M nằm ngoài đường tròn $(O;R)$ vẽ các tiếp tuyến MA, MB (A, B là các tiếp điểm).

a) Chứng minh rằng bốn điểm M, A, O, B cùng nằm trên một đường tròn;

b) Vẽ cát tuyến MCD không đi qua tâm O của đường tròn đó sao cho điểm C nằm giữa hai điểm M và D. Tiếp tuyến tại điểm C và điểm D của đường tròn (O) cắt nhau tại điểm N. Gọi H là giao điểm của AB và MO, K là giao điểm của CD và ON. Chứng minh rằng $OH.OM = OK.ON = R^2$;

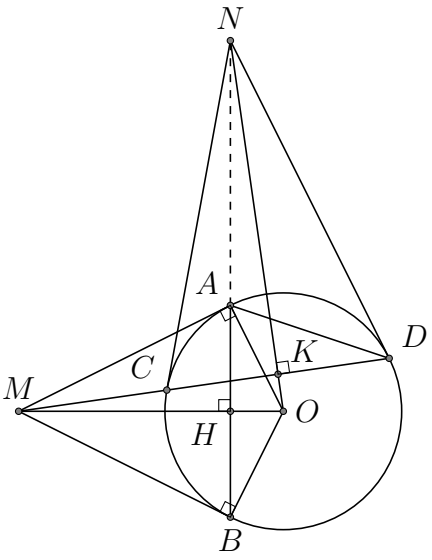
c) Chứng minh rằng ba điểm A, B, N thẳng hàng.

b) Hình trụ có đường kính đáy bằng 4 cm và chiều cao bằng đường kính đáy. Tính thể tích hình trụ (lấy $\pi = 3,14$).

Lời giải.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

1.



a) Ta có $\widehat{OAM} = \widehat{OBM} = 90^\circ$ (vì MA và MB lần lượt là các tiếp tuyến của đường tròn (O)). Khi đó $\widehat{OAM} + \widehat{OBM} = 180^\circ$. Nên $OAMB$ là tứ giác nội tiếp (tứ giác có tổng hai góc đối bằng 180°). Vậy bốn điểm M, A, O, B cùng nằm trên một đường tròn.

b) Xét tam giác OAM vuông tại A, $AH \perp MO$. Ta có $OA^2 = OM.OH = R^2$ (1).

Vì CN là tiếp tuyến của đường tròn (O) nên $\widehat{OCN} = 90^\circ$.

Xét tam giác ONC vuông tại C, $CK \perp ON$.

Ta có $OC^2 = OK.ON = R^2$ (2).

Từ (1) và (2) ta có: $OH.OM = OK.ON = R^2$.

c) Xét tam giác OMK và tam giác ONH có:

$\widehat{MON}$ là góc chung;

$OH.OM = OK.ON$ (chứng minh trên).

Nên $\Delta OMK \simeq \Delta ONH$.

Do đó $\widehat{OKM} = \widehat{OHN} = 90^\circ$.

Suy ra $NH \perp OM$.

Mà $AH \perp OM$ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau) nên qua điểm H có AH và NH cùng vuông góc với OM. Hơn nữa A, H, B thẳng hàng. Vậy N, A, B thẳng hàng.

2. Bán kính đáy hình trụ là: $R = \dfrac{4}{2} = 2$ cm. Chiều cao hình trụ là: $h = 4$ cm.

Vậy thể tích hình trụ là: $V = \pi R^2 h = 3,14.2^2.4 = 50,24$ cm^3.

Câu 5.

a) Cho hai số $x > 0$, $y > 0$. Chứng minh rằng

$$\frac{1}{x+y} \leq \frac{1}{4}\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right).$$

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

b) Cho số dương a, b, c thỏa mãn $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=16$. Chứng minh rằng

$$\frac{1}{3a+2b+c}+\frac{1}{a+3b+2c}+\frac{1}{2a+b+3c}\le\frac{8}{3}.$$

Lời giải.

a) Vì $x>0$, $y>0$ nên áp dụng Bất đẳng thức Cô-si ta có:

$$xy\le\left(\frac{x+y}{2}\right)^2=\frac{(x+y)^2}{4}.$$

Suy ra

$$\frac{1}{x+y}\le\frac{1}{4}.\frac{x+y}{xy}=\frac{1}{4}.\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\right).$$

Dấu " $=$ " xảy ra khi $x=y$.

b) Với ba số a, b, $c>0$, ta chứng minh bất đẳng thức

$$\frac{1}{a+b+c}\le\frac{1}{9}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)\quad(*).$$

Thật vậy,

$$\begin{aligned}(*)&\Leftrightarrow\frac{1}{a+b+c}\le\frac{1}{9}\frac{ab+bc+ca}{abc}\\&\Leftrightarrow 9abc\le(a+b+c)(ab+bc+ca)\\&\Leftrightarrow 18abc\le(a+b+c)(2ab+2bc+2ca)\quad(**).\end{aligned}$$

Ta có: $(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ca$.

Mà $a^2+b^2+c^2\ge 0$ nên $2ab+2bc+2ca\le(a+b+c)^2$.

Khi đó $(**)$ trở thành $18abc\le(a+b+c)^3$.

Theo Bất đẳng thức Cô-si ta có: $(a+b+c)^3\ge 27abc\ge 18abc$.

Vậy $\frac{1}{a+b+c}\le\frac{1}{9}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)$. Dấu " $=$ " xảy ra khi $a=b=c$. Áp dụng bất đẳng thức $(*)$ và bất đẳng thức $\frac{1}{x+y}\le\frac{1}{4}\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\right)$ ta có:

$$\begin{aligned}\text{VT}&=\frac{1}{3a+2b+c}+\frac{1}{a+3b+2c}+\frac{1}{2a+b+3c}\\&=\frac{1}{a+b+a+b+a+c}+\frac{1}{a+b+b+c+b+c}+\frac{1}{a+c+b+c+a+c}\\&\le\frac{1}{9}\left(\frac{1}{a+b}+\frac{1}{a+b}+\frac{1}{a+c}+\frac{1}{a+b}+\frac{1}{b+c}+\frac{1}{b+c}+\frac{1}{a+c}+\frac{1}{b+c}+\frac{1}{a+c}\right)\\&\le\frac{1}{9}.\frac{1}{4}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{a}+\frac{1}{c}+\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}+\frac{1}{a}+\frac{1}{c}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}+\frac{1}{a}+\frac{1}{c}\right)\\&=\frac{1}{36}.6\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)=\frac{1}{6}.16=\frac{8}{3}.\end{aligned}$$

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Dấu " = " xảy ra khi $\begin{cases} a+b=a+c=b+c \\ a=b=c \\ \dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{c}=16 \end{cases} \Leftrightarrow a=b=c=\dfrac{3}{16}.$

Vậy bất đẳng thức được chứng minh.

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 92

ĐỀ THI VÀO 10, SỞ GIÁO DỤC HÀ NAM, 2017

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Câu 1.

a) Giải phương trình $x^2-4x+3=0$.

b) Giải hệ phương trình $\begin{cases}2x+3y=8\\x+3y=1\end{cases}$

Lời giải.

a) Vì $a+b+c=0$ nên $x=1$ và $x=3$ là nghiệm của phương trình.

b) $\begin{cases}2x+3y=8\\x+3y=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=7\\3y=1-x\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=7\\y=-2\end{cases}$

Câu 2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho parabol $y=\dfrac{-x^2}{2}$ (P) và đường thẳng $y=x+m$ (d).

a) Tìm tọa độ điểm M thuộc parabol (P) biết điểm M có tung độ bằng -8.

b) Tìm m để đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại hai điểm $A(x_1;y_1)$, $B(x_2;y_2)$ phân biệt sao cho $(x_1+y_1)(x_2+y_2)=\dfrac{33}{4}$.

Lời giải.

a) Vì M thuộc (P) có tung độ bằng -8 nên $-\dfrac{x^2}{2}=-8\Leftrightarrow x=\pm4$. Vậy $M(-4;-8)$ hoặc $M(4;-8)$.

b) Phương trình hoành độ giao điểm $-\dfrac{x^2}{2}=x+m\Leftrightarrow x^2+2x+2m=0$. Để (P) cắt (d) tại hai điểm phân biệt thì $\begin{cases}a\neq0\\\Delta>0\end{cases}\Leftrightarrow m<\dfrac{1}{2}$.

Ta có $y_1=x_1+m$, $y_2=x_2+m$ nên

$(x_1+y_1)(x_2+y_2)=\dfrac{33}{4}\Leftrightarrow 4x_1x_2+2m(x_1+x_2)+m^2=\dfrac{33}{4}\Leftrightarrow 4m^2+16m-33=0\Leftrightarrow$
$\left[\begin{array}{l} m=\dfrac{3}{2}(\text{loại}) \\ m=-\dfrac{11}{2}(\text{TM}) \end{array}\right.$

Câu 3.

a) Rút gọn biểu thức $A=\sqrt{12}-\sqrt{75}+3\sqrt{7+4\sqrt{3}}$.

b) Cho biểu thức $B=\left(\dfrac{1}{\sqrt{x}+1}+\dfrac{1}{\sqrt{x}-1}\right)\left(\dfrac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}}\right)$ (với $x>0$, $x\neq 1$).
Rút gọn B. Tìm x là số nguyên dương khác 1 sao cho $B\geq\dfrac{1}{2}$.

Lời giải.

a) $A=2\sqrt{3}-5\sqrt{3}+3(2+\sqrt{3})=6$.

b) $B=\dfrac{2\sqrt{x}}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)}.\dfrac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}}=\dfrac{2}{\sqrt{x}+1}$. Ta có $B\geq\dfrac{1}{2}\Leftrightarrow\sqrt{x}\leq 3\Rightarrow x\in\{2;3;4;5;6;7;8;9\}$

Câu 4. Cho đường tròn (O). Từ một điểm M nằm ngoài đường tròn (O), kẻ hai tiếp tuyến MA, MB đến đường tròn (O) (với A, B là các tiếp điểm). Gọi BE là đường kính của đường tròn (O) và F là giao điểm thứ hai của đường thẳng ME với đường tròn (O). Đường thẳng AF cắt MO tại điểm N. Gọi H là giao điểm của MO và AB.

a) Chứng minh $MAOB$ là tứ giác nội tiếp.

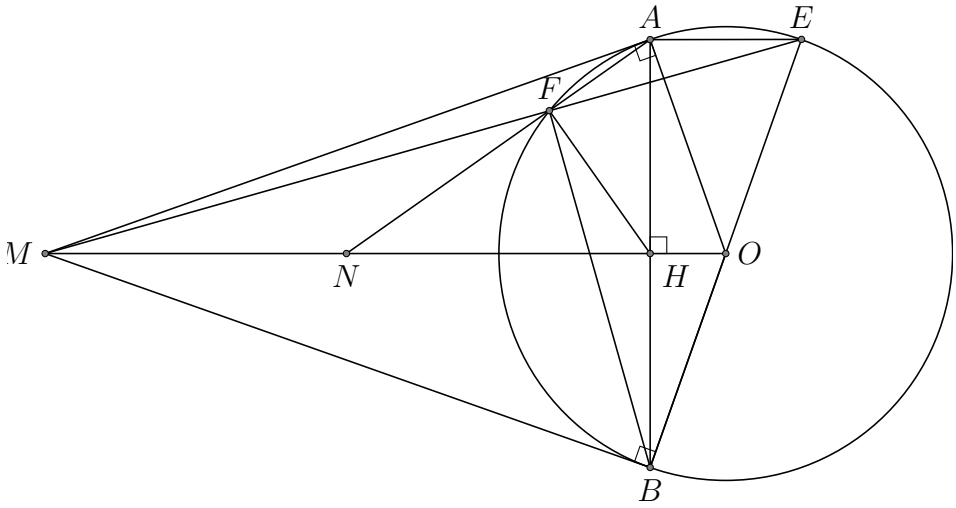
b) Chứng minh $AE\parallel MO$.

c) Chứng minh $MN^2=NF.NA$.

d) Chứng minh $MN=NH$.

Lời giải.

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên



a) Vì MA, MB là tiếp tuyến của (O) nên $\widehat{MAO} = \widehat{MBO} = 90^\circ$ nên $MAOB$ là tứ giác nội tiếp.

b) Vì BE là đường kính của đường tròn (O) nên $\widehat{BAE} = 90^\circ \Rightarrow AE \perp AB$. Mà MA, MB là tiếp tuyến của (O) nên $AB \perp MO \Rightarrow AE \parallel MO$.

c) Vì $AE \parallel MO$ và MA là tiếp tuyến của đường tròn (O) nên $\widehat{NMF} = \widehat{AEF} = \widehat{NAM} \Rightarrow \Delta NMA \backsim \Delta NFM \Rightarrow \dfrac{NM}{NF} = \dfrac{NA}{NM} \Rightarrow MN^2 = NF.NA$.

d) Ta có $\widehat{MFB} = \widehat{MHB} = 90^\circ$ nên $MFHB$ là tứ giác nội tiếp $\Rightarrow \widehat{FHN} = \widehat{FBM} = \widehat{NAH} \Rightarrow \Delta NAH \backsim \Delta NHF \Rightarrow \dfrac{NA}{NH} = \dfrac{NH}{NF} \Rightarrow NH^2 = NA.NF \Rightarrow NH = NM$.

Câu 5. Cho a, b, c là các số thực không âm thỏa mãn $ab + bc + ca = 3$ và $a \geq c$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \dfrac{1}{(a+1)^2} + \dfrac{2}{(b+1)^2} + \dfrac{3}{(c+1)^2}$.

Lời giải.

a) (Cách 1) Sử dụng $x^2 + y^2 + z^2 \geq xy + yz + zx$ và $(x + y + z)^2 \geq 3(xy + yz + zx)$.
Đặt $x = \dfrac{1}{a+1}$, $y = \dfrac{1}{b+1}$, $z = \dfrac{1}{c+1}$ $(x, y, z > 0)$. Vì $a \geq c$ nên $z \geq x$.
Ta có $P \geq 2(x^2 + y^2 + z^2) \geq 2(xy + yz + zx)$.
Mà $(a + b + c)^2 \geq 3(ab + bc + ca) = 9 \Rightarrow a + b + c \geq 3$.
Lại có $3 = ab + bc + ca \geq 3\sqrt[3]{a^2b^2c^2} \Rightarrow abc \leq 1 \Rightarrow 3 \geq 3abc \Rightarrow a + b + c \geq 3abc$.
Xét $xy + yz + zx = \dfrac{3(a + b + c + 3)}{3abc + 3(a + b + c) + 12} \geq \dfrac{3(a + b + c + 3)}{4(a + b + c + 3)} = \dfrac{3}{4} \Rightarrow P \geq \dfrac{3}{2}$.
Dấu bằng xảy ra khi $a = b = c = 1$.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

b) (Cách 2) Sử dụng $(x+y+z)^2 \geq 3(xy+yz+zx)$.

Đặt $x=a+1$, $y=b+1$, $z=c+1$ $(x,y,z>0)$. Vì $a \geq c$ nên $x \geq z \Rightarrow \dfrac{1}{z^2} \geq \dfrac{1}{x^2}$.

Ta có $P \geq 2\left(\dfrac{1}{x^2}+\dfrac{1}{y^2}+\dfrac{1}{z^2}\right) \geq \dfrac{2}{3}\left(\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}+\dfrac{1}{z}\right)^2$.

Từ giả thiết ta có $(x-1)(y-1)+(y-1)(z-1)+(z-1)(x-1)=3 \Leftrightarrow \dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}+\dfrac{1}{z}=2\left(\dfrac{1}{xy}+\dfrac{1}{yz}+\dfrac{1}{zx}\right)$.

Lại có $\left(\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}+\dfrac{1}{z}\right)^2 \geq 3\left(\dfrac{1}{xy}+\dfrac{1}{yz}+\dfrac{1}{zx}\right)=\dfrac{3}{2}\left(\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}+\dfrac{1}{z}\right) \Rightarrow \dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}+\dfrac{1}{z} \geq \dfrac{3}{2} \Rightarrow P \geq \dfrac{3}{2}$.

Dấu bằng xảy ra khi $a=b=c=1$.

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 93

ĐỀ THI VÀO 10, SỞ GIÁO DỤC HÀ NỘI, 2017

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

Câu 1. Cho hai biểu thức $A=\dfrac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-5}$ và $B=\dfrac{4}{\sqrt{x}+5}+\dfrac{20-2\sqrt{x}}{x-25}$ với $x\geq 0, x\neq 25$.

a) Tính giá trị biểu thức A khi $x=9$.

b) Chứng minh rằng $B=\dfrac{1}{\sqrt{x}-5}$.

c) Tìm tất cả các giá trị của x để $A=B.|x-4|$.

Lời giải.

a) Khi $x=9$ ta có $A=\dfrac{\sqrt{9}+2}{\sqrt{9}-2}=\dfrac{3+2}{3-5}=-\dfrac{5}{2}$

b) Với $x\geq 0, x\neq 25$ thì

$$\begin{aligned}B&=\frac{3}{\sqrt{x}+5}+\frac{20-2\sqrt{x}}{x-25}\\&=\frac{3}{\sqrt{x}+5}+\frac{20-2\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-5)(\sqrt{x}+5)}\\&=\frac{3(\sqrt{x}-5)+20-2\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-5)(\sqrt{x}+5)}\\&=\frac{3\sqrt{x}-15+20-2\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-5)(\sqrt{x}+5)}\\&=\frac{\sqrt{x}+5}{(\sqrt{x}-5)(\sqrt{x}+5)}\\&=\frac{1}{\sqrt{x}-5}\text{ (điều phải chứng minh).}\end{aligned}$$

c) Với $x\geq 0, x\neq 25$ ta có:

$$\begin{aligned}&A=B.|x-4|\\&\Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-5}=\frac{1}{\sqrt{x}-5}.|x-4|\\&\Leftrightarrow \sqrt{x}+2=|x-4|\ (*).\end{aligned}$$

Nếu $x\geq 4, x\neq 25$ thì $(*)$ trở thành:

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

$\sqrt{x}+2=x-4$

$\Leftrightarrow x-\sqrt{x}-6=0$

$\Leftrightarrow (\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+2)=0$

Do $\sqrt{x}+2>0$ nên $\sqrt{x}=3 \Leftrightarrow \sqrt{x}=3 \Leftrightarrow x=9$ (thỏa mãn).

Nếu $0\le x<4$ thì $(*)$ trở thành: $\sqrt{x}+2=4-x$

$\Leftrightarrow x+\sqrt{x}-2=0$

$\Leftrightarrow (\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+2)=0$

Do $\sqrt{x}+2>0$ nên $\sqrt{x}=1 \Leftrightarrow x=1$ (thỏa mãn).

Vậy có hai giá trị $x=1$ và $x=9$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 2. Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Một xe ô tô và một xe máy cùng khởi hành từ A để đi đến B với vận tốc của mỗi xe không đổi trên toàn bộ quãng đường AB dài 120 km. Do vận tốc xe ô tô lớn hơn vận tốc xe máy là 10 km/h nên xe ô tô đến B sớm hơn xe máy 36 phút. Tính vận tốc của mỗi xe.

Lời giải.

Gọi vận tốc xe máy là x km/h. Điều kiện $x>0$.

Do vận tốc xe ô tô lớn hơn vận tốc xe máy là 10 km/h. nên vận tốc ô tô là $x+10$ km/h.

Thời gian xe máy đi từ A đến B là $\dfrac{120}{x}$ h.

Thời gian xe máy đi từ A đến B là $\dfrac{120}{x+10}$ h.

Xe ô tô đến B sớm hơn xe máy 36 phút $=\dfrac{3}{5}$ h nên ta có phương trình:

$\dfrac{120}{x}-\dfrac{120}{x+10}=\dfrac{3}{5}$

$\Leftrightarrow 120.5.(x+10)-120.5.x-3x.(x+10)$

$\Leftrightarrow 3x^2+30x-6000=0$

$\Leftrightarrow (x+50)(x-40)=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-50 \\ x=40. \end{array}\right.$ Kết hợp với điều kiện đầu bài ta được $x=40$.

Vậy vận tốc của xe máy là 40 km/h, vận tốc của ô tô là 50 km/h.

Câu 3.

a) Giải hệ phương trình $\begin{cases}\sqrt{x}+2\sqrt{y-1}=5\\4\sqrt{x}-\sqrt{y-1}=2\end{cases}$.

b) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng $(d):\ y=mx+5$.

(a) Chứng minh đường thẳng (d) luôn đi qua điểm $A(0;5)$ với mọi giá trị của m.

(b) Tìm tất cả các giá trị của m để đường thẳng (d) cắt parabol $(P):\ y=x^2$ tại hai điểm phân biệt có hoành độ lần lượt là x_1,x_2 (với $x_1<x_2$) sao cho $|x_1|>|x_2|$.

Lời giải.

a) Giải hệ $\begin{cases}\sqrt{x}+2\sqrt{y-1}=5\\4\sqrt{x}-\sqrt{y-1}=2\end{cases}$.

Điều kiện: $x\geq 0, y\geq 1$.

Đặt $\begin{cases}a=\sqrt{x}\\b=\sqrt{y-1}\end{cases}$. Điều kiện $a;b\geq 0$. Khi đó hệ phương trình ban đầu trở thành

$$\begin{cases}a+2b=5\\4a-b=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=5-2b\\4(5-2b)-b=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=5-2b\\-9b=-18\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=1\\b=2\end{cases}.$$

Do đó $\begin{cases}\sqrt{x}=1\\\sqrt{y-1}=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=1\\y-1=4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=1\\y=5\end{cases}$.

Vậy hệ phương trình có nghiệm là $(x;y)=(1;5)$.

b)

(a) Chứng minh đường thẳng (d) luôn đi qua điểm $A(0;5)$ với mọi giá trị của m.

Thay tọa độ điểm $A(0;5)$ vào phương trình đường thẳng $(d):\ y=mx+5$ ta được: $5=m.0+5$ luôn đúng với mọi giá trị của tham số m nên đường thẳng (d) luôn đi qua điểm A với mọi giá trị của m.

(b) Xét phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P) :

$$x^2=mx+5\Leftrightarrow x^2-mx-5=0$$

Ta có tích hệ số $ac=-5<0$ nên phương trình hoành độ giao điểm luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m hay đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt với mọi m. Theo hệ thức Vi-ét ta có: $\begin{cases}x_1+x_2=m\\x_1x_2=-5\end{cases}$.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Ta có: $|x_1| > |x_2| \Leftrightarrow x_1^2 > x_2^2 \Leftrightarrow x_1^2 - x_2^2 > 0 \Rightarrow (x_1 + x_2)(x_1 - x_2) > 0$

Theo giả thiết: $x_1 < x_2 \Leftrightarrow x_1 - x_2 < 0$ do đó $x_1 + x_2 < 0 \Leftrightarrow m < 0$.

Vậy $m < 0$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 4. Cho đường tròn (O) ngoại tiếp tam giác nhọn ABC. Gọi M và N lần lượt là điểm chính giữa của cung nhỏ $\overset{\frown}{AB}$ và cung nhỏ $\overset{\frown}{BC}$. Hai dây AN và CM cắt nhau tại điểm I. Dây MN cắt các cạnh AB và BC lần lượt tại các điểm H và K.

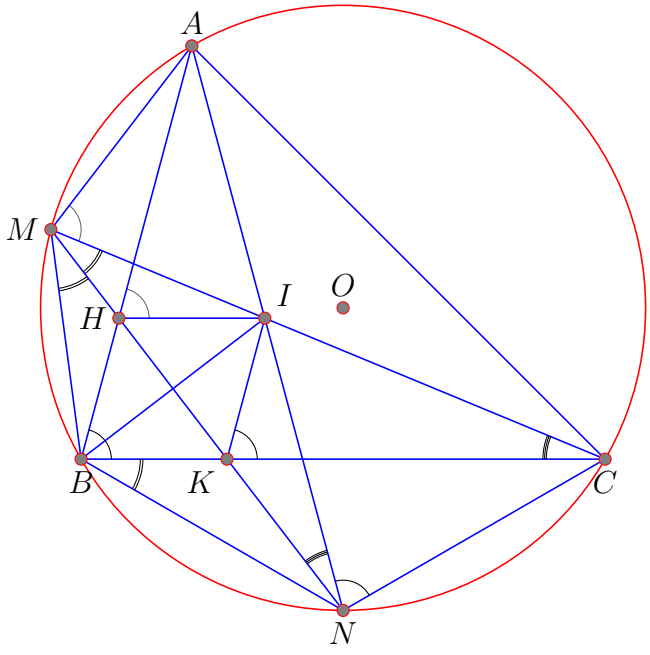
a) Chứng minh các điểm C, N, K, I cùng thuộc một đường tròn.

b) Chứng minh $NB^2 = NK.MN$.

c) Chứng minh tứ giác $BHIK$ là hình thoi.

d) Gọi PQ lần lượt là tâm của các đường tròn ngoại tiếp tam giác MBK , tam giác MCK và E là trung điểm của đoạn PQ. Vẽ đường kính ND của đường tròn (O). Chứng minh ba điểm D, E, K thẳng hàng.

Lời giải.



a) Chứng minh bốn điểm C, N, K, I cùng thuộc một đường tròn. Ta có M là điểm chính giữa cung $AB \Rightarrow AM = BM \Rightarrow \widehat{MNA} = \widehat{MCB} \Rightarrow \widehat{KNI} = \widehat{ICK}$. Tứ giác $CNKI$ có C và N là hai đỉnh kề nhau cùng nhìn cạnh KI dưới hai góc bằng nhau nên $CNKI$ nội tiếp (dấu hiệu nhận biết tứ giác nội tiếp).

Do đó bốn điểm C, N, I, K cùng thuộc một đường tròn.

b) Chứng minh $NB^2 = NK.MN$.

Ta có N là điểm chính giữa cung $BC \Rightarrow \widehat{BN} = \widehat{CN} \Rightarrow \widehat{BMN} = \widehat{CMN}$ (góc nội tiếp chắn hai cung bằng nhau)

Mà $\widehat{CBN} = \widehat{CMN}$ (góc nội tiếp cùng chắn cung $\widehat{CN}$)

$\Rightarrow \widehat{CBN} = \widehat{BMN}$ (cùng bằng góc $\widehat{CNN}$) $\Rightarrow \widehat{KBN} = \widehat{BMN}$

Xét $\triangle KBN$ và $\triangle BMN$ có: $\begin{cases} \widehat{N} \text{ chung} \\ \widehat{KBN} = \widehat{BMN} \end{cases}$

$\Rightarrow \triangle KBN \sim \triangle BMN \Rightarrow \dfrac{KN}{BN} = \dfrac{BN}{MN} \Rightarrow NB^2 = NK.NM$(điều phải chứng minh).

c) Chứng minh tứ giác $BHIK$ là hình thoi.

Ta có $\widehat{ABC} = \widehat{ANC}$ (góc nội tiếp cùng chắn cung $\widehat{AC}$)

Mà $\widehat{AMC} = \widehat{AHI}$ (góc nội tiếp cùng chắn cung $\widehat{IC}$)

$\Rightarrow \widehat{ABC} = \widehat{IKC}$ mà hai góc này ở vị trí đồng vị nên $HB \parallel IK$ (1).

Chứng minh tương tự phần 1 ta có tứ giác $AMHI$ nội tiếp

$\Rightarrow \widehat{ANC} = \widehat{IKC}$ (góc nội tiếp cùng chắn cung $\widehat{AI}$)

Ta có $\widehat{ABC} = \widehat{AMC}$ (góc nội tiếp cùng chắn cung $\widehat{AC}$)

$\Rightarrow \widehat{ABC} = \widehat{AHI}$ mà hai góc này ở vị trí đồng vị nên $BK \parallel HI$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra tứ giác $BHIK$ là hình bình hành.

Mặt khác AN, CM lần lượt là các tia phân giác của các góc A và C trong tam giác ABC nên I là giao điểm ba đường ph41.25641an giác, do đó BI là tia phân giác của góc B.

Vậy tứ giác $BHIK$ là hình thoi (dấu hiệu nhận biết hình thoi).

d) Chứng minh ba điểm D, E, K thẳng hàng.

Vì N là điểm chính giữa cung nhỏ $\widehat{NC}$ nên DN là trung trực của $BC \Rightarrow DN$ là phân giác $\widehat{BDC}$. Ta có $\widehat{KQC} = 2\widehat{KMC}$ (góc nội tiếp bằng nữa góc ở tâm của đường tròn (Q))

Lại có $\widehat{NDC} = \widehat{KMC}$ (góc nội tiếp cùng chắn cung $\widehat{BC}$)

Mà $\widehat{BDC} = 2\widehat{NDC} \Rightarrow \widehat{KQC} = \widehat{BDC}$

Xét tam giác $\triangle BDC$ và $\triangle KQC$ là các tam giác cân tại D và Q có hai góc $\widehat{BCD} = \widehat{BCQ}$ do vậy D, Q, C thẳng hàng nên $KQ \parallel PK$

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Chứng minh tương tự ta có ta có D, P, B thẳng hàng và $DQ \parallel PK$

Do đó tứ giác $PDQK$ là hình bình hành nên E là trung điểm của PQ cũng là trung điểm của DK . Vậy D, E, K thẳng hàng (điều phải chứng minh).

Câu 5. Cho các số thực a, b, c thay đổi luôn thỏa mãn: $a \geq 1, b \geq 1, c \geq 1$ và $ab+bc+ca = 9$. Tìm giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của biểu thức $P = a^2 + b^2 + c^2$

Lời giải.

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy cho 2 số dương ta có:

$a^2 + b^2 \geq 2ab$, $b^2 + c^2 \geq 2bc$, $c^2 + a^2 \geq 2ca$.

Do đó: $2(a^2 + b^2 + c^2) \geq 2(ab + bc + ca) = 2.9 = 18 \Rightarrow 2P \geq 18 \Rightarrow P \geq 9$

Dấu bằng xảy ra khi $a = b = c = \sqrt{3}$.

Vậy $\min P = 9$ khi $a = b = c = \sqrt{3}$.

Vì $a \geq 1, b \geq 1, c \geq 1$ nên $(a-1)(b-1) \geq 0 \Leftrightarrow ab - a - b + 1 \geq 0 \Leftrightarrow ab + 1 \geq a + b$

Tương tự ta có $bc + 1 \geq b + c$, $ca + 1 \geq c + a$

Do đó $ab + bc + ca + 3 \geq 2(a + b + c) \Leftrightarrow a + b + c \leq \dfrac{9+3}{2} = 6$

Mà $P = a^2 + b^2 + c^2 = (a + b + c)^2 - 2(ab + bc + ca) = (a + b + c)^2 - 18$

$\Rightarrow P \leq 36 - 18 = 18$. Dấu bằng xảy ra khi: $\left[\begin{array}{l} a = 4; b = c = 1 \\ b = 4; a = c = 1 \\ c = 4; a = b = 1 \end{array}\right.$.

Vậy $\max P = 18$ khi $\left[\begin{array}{l} a = 4; b = c = 1 \\ b = 4; a = c = 1 \\ c = 4; a = b = 1 \end{array}\right.$.

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 94

ĐỀ THI VÀO 10, SỞ GIÁO DỤC HÀ TĨNH, 2017

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Câu 1. Rút gọn các biểu thức sau

a. $P=\sqrt{48}-\sqrt{3}$.

b. $Q=\left(\dfrac{1}{\sqrt{x}+1}+\dfrac{1}{\sqrt{x}-1}\right):\dfrac{1}{x-1}$, với $x\geq 0$, $x\neq 1$.

Lời giải.

a. $P=4\sqrt{3}-\sqrt{3}=3\sqrt{3}$

b. $Q=2\sqrt{x}$.

Câu 2.

a. Cho đường thẳng $(d):y=mx+m-2$ và đường thẳng $(d'):y=2x-1$, với m là tham số. Tìm tất cả các giá trị của m để đường thẳng (d) và (d') song song với nhau.

b. Cho phương trình $x^2-2(m+1)x+m^2$ (m là tham số). Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình đã cho có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $(2x_1+1)(2x_2+1)=13$.

Lời giải.

a. $(d)\ /\!/\ (d')\Leftrightarrow\begin{cases}m=2\\m-2\neq -1\end{cases}\Leftrightarrow m=2$

b. Áp dụng hệ thức Vi-ét

Câu 3 (Đề thi vào 10, Sở giáo dục Hà Tĩnh, 2017).

[9D4G8]

Một người đi xe máy từ địa điểm A đến địa điểm B cách nhau 90 km với vận tốc dự định trước. Sau khi đi được $\dfrac{1}{3}$ quảng đường, do điều kiện thời tiết không thuận lợi nên trên quảng đường còn lại người đó phải đi với vận tốc ít hơn so với vận tốc dự định ban đầu 10 km/h. Tính vận tốc dự định và thời gian người đó đã đi từ A đến B, biết người đó đến muộn hơn dự định 18 phút.

Lời giải.

Gọi x km/h là vận tốc dự định của xe máy đi từ A đến B. Ta có phương trình $\dfrac{90}{x}+\dfrac{3}{10}=\dfrac{30}{x}+\dfrac{60}{x-10}$.

Câu 4. Cho đường tròn tâm O, đường kính AB cố định. Qua I là điểm cố định thuộc đoạn OA (I không trùng A và O) vẽ đường thẳng vuông góc với AB cắt đường tròn tâm O tại M và N. Gọi C là điểm tùy ý thuộc cung lớn MN (C không trùng các điểm M, N và B), E là giao điểm của AC và MN.

a. Chứng minh tứ giác $IECB$ nội tiếp đường tròn.

b. Chứng minh $AE.AC = AI.AB$.

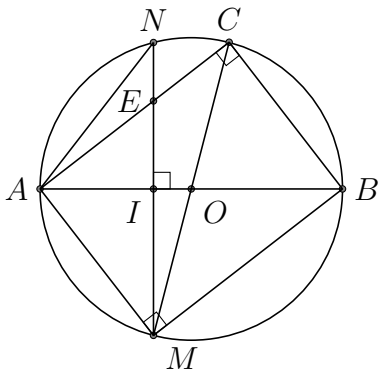
c. Chứng minh khi điểm C thay đổi trên cung lớn MN của đường tròn tâm O thì tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác CME luôn thuộc một đường thẳng cố định.

Lời giải.

a. Tứ giác $IECB$ có $\widehat{C}=\widehat{I}=90^\circ$ nên nội tiếp được đường tròn đường kính BE.

b. $\Delta AEI \backsim \Delta ABC$ (g.g) suy ra $AE.AC = AI.AB$.

c. Theo giả thiết, ta có số đo cung AN bằng số đo cung AM nên $\overset{\frown}{AMN}=\overset{\frown}{ACM}=(\overset{\frown}{ECM})$. Suy ra AM là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác CME, mà $\overset{\frown}{AMB}=90^\circ$ nên tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác CME thuộc MB. Vậy, khi C thay đổi trên cung MN thì tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác CME luôn thuộc đường thẳng cố định là MB.



Câu 5. Cho x, y, z là ba số thực không âm thỏa mãn $x+y+z=1$. Chứng minh

$$x+2y+z\geq 4(1-x)(1-y)(1-z)$$

.

Lời giải.

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

BĐT $\Leftrightarrow 1+y \geq 4(1-y)(y+xz)$. Vì $xz \leq \left(\dfrac{1-y}{2}\right)^2$ nên ta cần chứng minh $1+y \geq 4(1-y)\left[y+\dfrac{(1-y)^2}{4}\right] \Leftrightarrow 1 \geq 1-y^2$ (đúng)

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 95

ĐỀ THI VÀO 10, SỞ GIÁO DỤC HÒA BÌNH, 2017

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

Câu 1.

1. a. Rút gọn $A = \sqrt{8} - \sqrt{2}$

   b. Phân tích đa thức sau thành nhân tử $B = x^2 - 3x + 2$

2. Tìm x biết:

   a. $2x - 3 = 0$

   b. $|x + 3| = 2$

3. Tìm m để đường thẳng $(d) : y = mx + 2$ đi qua điểm $M(1; 3)$. Khi đó hãy vẽ đường thẳng (d) trong mặt phẳng tọa độ Oxy.

Lời giải.

1. a. Rút gọn: $A = 2\sqrt{2} - \sqrt{2} = \sqrt{2}$.

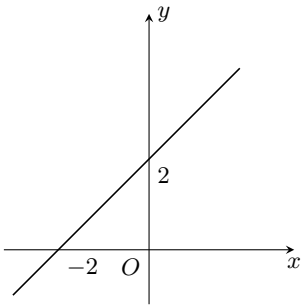
   b. Phân tích đa thức sau thành nhân tử: $B = x^2 - 3x + 2 = (x - 1)(x - 2)$.

2. Tìm x biết:

   a. $2x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = \dfrac{3}{2}$

   b. $|x + 3| = 2 \Leftrightarrow x + 3 = 2$ hoặc $x + 3 = -2 \Leftrightarrow x = -1$ hoặc $x = -5$.

3. Điểm $M(1; 3) \in (d)$ nên $3 = m + 2$ suy ra $m = 1$. Khi đó đường thẳng $(d) : y = x + 2$ là đường thẳng đi qua hai điểm $(0, 2)$ và $(-2, 0)$. Đồ thị



Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Câu 2.

a) Giải phương trình $(x+1)^4 - 2(x+1)^2 - 3 = 0$.

b) Cho phương trình $x^2 - 2x + m - 1 = 0$ (m là tham số). Tìm m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $2x_1 - x_2 = 7$.

c) Cho $x \in \mathbb{R}$, tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \dfrac{x^4 + 3x^2 + 4}{x^2 + 1}$

Lời giải.

a) Đặt $t = (x+1)^2$, $t \geq 0$. Khi đó
$(x+1)^4 - 2(x+1)^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow t^2 - 2t - 3 = 0 \Leftrightarrow t = 3$ và $t = -1$ (loại). Do đó $x = -1 + \sqrt{3}$ hoặc $x = -1 - \sqrt{3}$

b) Phương trình có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow 2 - m > 0 \Leftrightarrow m < 2$.
Theo định lí Vi-ét ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ x_1.x_2 = m - 1. \end{cases}$
Mà $2x_1 - x_2 = 7 \Rightarrow x_2 = 2x_2 - 7$, do đó ta thu được $x_1 = 3, x_2 = -1$ và $m = -2$.

c) Ta có $P = \dfrac{x^4 + 3x^2 + 4}{x^2 + 1} = x^2 + 1 + \dfrac{2}{x^2 + 1} + 1$.
Đặt $y = x^2 + 1$, sử dụng bất đẳng thức Cauchy cho hai số dương y và $\dfrac{2}{y}$, ta có
$P = y + \dfrac{2}{y} + 1 \geq 2\sqrt{y.\dfrac{2}{y}} + 1$, do đó $P \geq 2\sqrt{2} + 1$.
Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $y = \dfrac{2}{y}$ hay $x^2 = -1 + \sqrt{2}$, suy ra $x = \pm\sqrt{-1 + \sqrt{2}}$.

Câu 3. Một phòng họp có 240 ghế (mỗi ghế có một chỗ ngồi) được xếp thành từng dãy, mỗi dãy có số ghế bằng nhau. Trong một cuộc họp có 315 người tham dự nên ban tổ chức phải kê thêm ba dãy ghế và mỗi dãy tăng thêm một ghế so với ban đầu thì vừa đủ chỗ ngồi. Tính số dãy ghế có trong phòng họp lúc đầu, biết rằng số dãy ghế nhỏ hơn 50.

Lời giải.

Gọi số dãy ghế ban đầu là x ($x \in \mathbb{N}, x < 50$).

Gọi số ghế trong một dãy ban đầu là y.

Số ghế trong một dãy kê thêm là $y + 1$.

Theo đề bài, ta có hệ phương trình $\begin{cases} xy = 240 \\ 3(y+1) = 315 - 240 \end{cases}$.

Giải hệ phương trình, ta được $x = 10$.

Vậy số dãy ghế có trong phòng họp lúc đầu là 10 dãy.

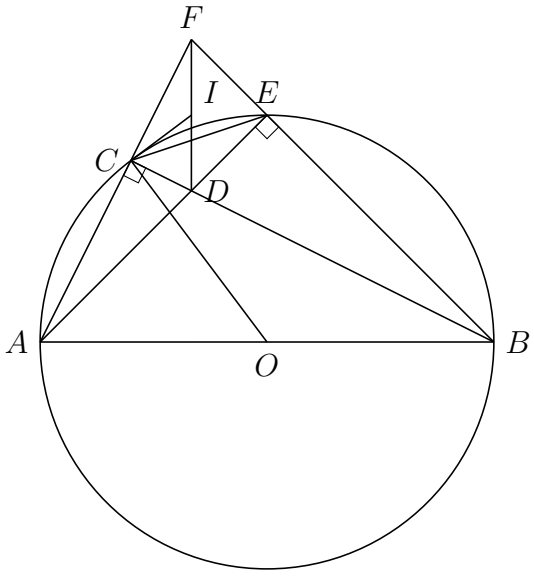
Câu 4. Cho đường tròn tâm (O) có đường kính AB và điểm C thuộc đường tròn đó (C khác A và B). Lấy điểm D thuộc dây cung BC (D khác B, C). Tia AD cắt cung nhỏ BC tại điểm E. Tia AC cắt tia BE tại điểm F.

a) Chứng minh rằng tứ giác $FCDE$ là tứ giác nội tiếp đường tròn.

b) Chứng minh rằng $DA.DE = DB.DC$.

c) Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác $FCDE$. Chứng minh rằng IC là tiếp tuyến đường tròn tâm (O).

Lời giải.



a) Xét tứ giác $FCDE$ có

$\widehat{DCF} = 90^\circ$

$\widehat{DEF} = 90^\circ$

suy ra $\widehat{DCF} + \widehat{DEF} = 180^\circ$.

Mà hai góc ở vị trí đối nhau nên $FCDE$ là tứ giác nội tiếp.

b) Ta có

$$\left.\begin{array}{l} \widehat{CAD} = \widehat{EBD} \text{ (góc nội tiếp cùng chắn một cung)} \\ \widehat{ADC} = \widehat{BDE} \text{ (đối đỉnh)} \end{array}\right\}$$

do đó $\Delta ACD \backsim \Delta BED$(g.g).

Từ đó suy ra $\dfrac{DA}{DB} = \dfrac{DC}{DE} \Rightarrow DA.DE = DB.DC$.

c) Ta có $\widehat{ICF} = \widehat{IFC}$ (do tam giác CIF cân tại I)

$\widehat{CFD} = \widehat{CED}$ (do tứ giác $FCDE$ nội tiếp)

$\widehat{CED} = \widehat{ABC}$ (góc nội tiếp cùng chắn một cung AC)

Mà $\widehat{ABC} = \widehat{OCB}$ (do tam giác OBC cân tại O)

Suy ra $\widehat{ICF} = \widehat{OCB}$.

Mặt khác $\widehat{ICF} + \widehat{DCI} = 90^\circ$

Vậy nên $\widehat{OCB} + \widehat{DCI} = 90^\circ$, suy ra IC là tiếp tuyến đường tròn (O).

Câu 5. Cho các số a, b, c dương thỏa mãn $a + b + c = 1$. Chứng minh rằng

$$\sqrt{\frac{a}{1-a}} + \sqrt{\frac{b}{1-b}} + \sqrt{\frac{c}{1-c}} > 2$$

Lời giải.

Ta có $a + b + c = 1$ nên $1 - a = b + c$, $1 - b = a + c$, $1 - c = a + b$. Do đó

$$VT = \sqrt{\frac{a}{b+c}} + \sqrt{\frac{b}{a+c}} + \sqrt{\frac{c}{a+b}}$$

Theo bất đẳng thức Cauchy, ta có

$$\sqrt{\frac{a}{b+c}} = \frac{a}{\sqrt{a(b+c)}} \geq \frac{a}{\dfrac{a+b+c}{2}} = \frac{2a}{a+b+c} (1)$$

$$\sqrt{\frac{b}{a+c}} = \frac{b}{\sqrt{b(a+c)}} \geq \frac{b}{\dfrac{a+b+c}{2}} = \frac{2b}{a+b+c} (2)$$

$$\sqrt{\frac{b}{b+a}} = \frac{c}{\sqrt{c(b+a)}} \geq \frac{c}{\dfrac{a+b+c}{2}} = \frac{2c}{a+b+c} (3)$$

Cộng vế theo vế của $(1), (2), (3)$ ta có

$$\sqrt{\frac{a}{1-a}} + \sqrt{\frac{b}{1-b}} + \sqrt{\frac{c}{1-c}} > 2$$

với $a + b + c = 1$, dấu " $=$ " ở $(1), (2), (3)$ không xảy ra.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 96

ĐỀ THI VÀO 10, SỞ GIÁO DỤC TP HCM, 2017

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

Câu 1.

a) Giải phương trình: $x^2 = (x-1)(3x-2)$

b) Một miếng đất hình chữ nhật có chu vi 100 m. Tính chiều dài và chiều rộng của miếng đất, biết rằng 5 lần chiều rộng hơn 2 lần chiều dài 40 m.

Lời giải.

a) Phương trình $x^2 = (x-1)(3x-2) \Leftrightarrow 2x^2 - 5x + 2 = 0$. Tính $\Delta = 9$, phương trình có 2 nghiệm phân biệt $x_1 = 2$, $x_2 = \dfrac{1}{2}$.

b) Gọi x, y (m) lần lượt là chiều rộng và chiều dài của miếng đất ($y > x > 0$). Khi đó ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} 2(x+y) = 100 \\ 5x - 2y = 40 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 50 \\ 7x = 140 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 20 \\ y = 30 \end{cases}$$

Vậy, chiều rộng là 20 m và chiều dài là 30 m.

Câu 2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy:

a) Vẽ đồ thị (P) của hàm số $y = \dfrac{1}{4}x^2$.

b) Cho đường thẳng $(D) : y = \dfrac{3}{2}x + m$ đi qua điểm $C(6;7)$. Tìm tọa độ giao điểm của (D) và (P).

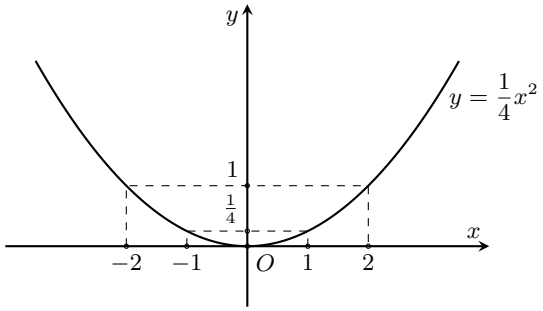
Lời giải.

a) Hàm số $y = \dfrac{1}{4}x^2$.

- Tập xác định: $\mathscr{D} = \mathbb{R}$
- Bảng giá trị:

x	-2	1	0	1	2
y	1	$\frac{1}{4}$	0	$\frac{1}{4}$	1

- Đồ thị:



b) Đường thẳng $(D): y = \frac{3}{2}x + m$ đi qua điểm $C(6;7)$ nên ta có $7 = \frac{3}{2}.6 + m \Leftrightarrow m = -2$ hay phương trình $(D): \frac{3}{2}x - 2$.

Phương trình hoành độ giao điểm của (D) và (P) là

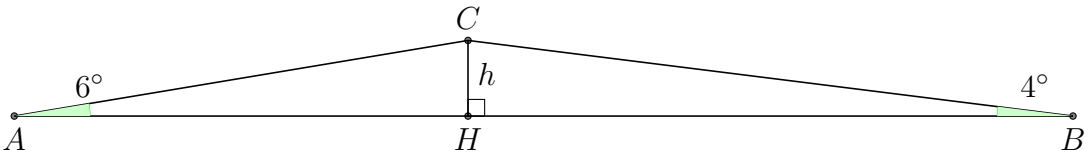
$$\frac{1}{4}x^2 = \frac{3}{2}x - 2 \Leftrightarrow x^2 - 6x + 8 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 4 \\ x = 2. \end{array}\right.$$

Khi đó, (D) và (P) cắt nhau tại 2 điểm $A(4;4)$ và $B(2;1)$.

Câu 3.

a) Thu gọn biểu thức sau: $A = (\sqrt{3}+1)\sqrt{\frac{14 - 6\sqrt{3}}{5 + \sqrt{3}}}$

b) Lúc 6 giờ sáng, bạn An đi xe đạp từ nhà (điểm A) đến trường (điểm B) phải leo lên và xuống một con dốc (như hình vẽ bên dưới). Cho biết đoạn thẳng AB dài 762 m, góc $A = 6°$, góc $B = 4°$



(a) Tính chiều cao h của con dốc.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

(b) Hỏi bạn An đến trường lúc mấy giờ? Biết rằng tốc độ trung bình lên dốc là 4 km/h và tốc độ trung bình xuống dốc là 19 km/h.

Lời giải.

a) Ta có

$$A=(\sqrt{3}+1)\sqrt{\frac{14-6\sqrt{3}}{5+\sqrt{3}}}=(\sqrt{3}+1)\sqrt{\frac{(14-6\sqrt{3})(5-\sqrt{3})}{25-3}}=(\sqrt{3}+1)\sqrt{\frac{44(2-\sqrt{3})}{22}}$$
$$=(\sqrt{3}+1)\sqrt{4-2\sqrt{3}}=(\sqrt{3}+1)\sqrt{(\sqrt{3}-1)^2}=(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)=3-1=2.$$

b)

(a) Xét tam giác ACH vuông tại H, ta có $\tan CAH=\dfrac{CH}{AH}\Rightarrow AH=\dfrac{CH}{\tan 6^\circ}$ (1). Tam giác BCH vuông tại H, ta có $\tan CBH=\dfrac{CH}{BH}\Rightarrow BH=\dfrac{CH}{\tan 4^\circ}$ (2).
Từ (1) và (2) ta có $AB=AH+BH=\dfrac{CH}{\tan 6^\circ}+\dfrac{CH}{\tan 4^\circ}\Leftrightarrow 762=CH\left(\dfrac{1}{\tan 6^\circ}+\dfrac{1}{\tan 4^\circ}\right)\Leftrightarrow$ $CH=762:\left(\dfrac{1}{\tan 6^\circ}+\dfrac{1}{\tan 4^\circ}\right)\approx 32$ m.

(b) ∘ Đoạn đường $AC=\dfrac{CH}{\sin 6^\circ}=\dfrac{32}{\sin 6^\circ}\approx 306$ m $=0,306$ km, thời gian bạn An đi hết quãng đường AC là $t_1=\dfrac{AC}{4}=\dfrac{0,306}{4}\approx 0,075$ h.
∘ Đoạn đường $BC=\dfrac{CH}{\sin 4^\circ}=\dfrac{32}{\sin 4^\circ}\approx 459$ m $=0,459$ km, thời gian bạn An đi hết quãng đường BC là $t_2=\dfrac{BC}{19}=\dfrac{0,459}{19}\approx 0,024$ h.
∘ Tổng thời gian bạn An đi là $t_1+t_2=0,075+0,024=0,099\approx 0,1$ h $=6$ phút.
Vậy bạn An đến trường lúc 6 giờ 6 phút.

Câu 4. Cho phương trình: $x^2-(2m-1)x+m^2-1=0$ (1) (x là ẩn số)

a) Tìm điều kiện của m để phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt.

b) Định m để hai nghiệm x_1,x_2 của phương trình (1) thỏa mãn $(x_1-x_2)^2=x_1-3x_2$.

Lời giải.

Xét phương trình: $x^2-(2m-1)x+m^2-1=0$ (1) (x là ẩn số)

a) Ta tính được $\Delta=(2m-1)^2-4(m^2-1)=-4m+5$. Do $a=1\neq 0$, phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $\Delta>0\Leftrightarrow -4m+5>0\Leftrightarrow m<\dfrac{5}{4}$ (∗).

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

b) Với điều kiện $(*)$, và theo Định lý Viète phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa
$$\begin{cases} x_1+x_2=-\dfrac{b}{a}=2m-1 \\ x_1x_2=\dfrac{c}{a}=m^2-1. \end{cases}$$
Kết hợp với giả thiết, ta có

$$\begin{aligned}(x_1-x_2)^2=x_1-3x_2 &\Leftrightarrow (x_1+x_2)^2-4x_1x_2=x_1-3x_2\\ &\Leftrightarrow x_1-3x_2=(2m-1)^2-4(m^2-1)=-4m+5.\end{aligned}$$

Khi đó, $\begin{cases} x_1+x_2=2m-1 \\ x_1-3x_2=-4m+5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1+x_2=2m-1 \\ 4x_2=6(m-1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1=\dfrac{m+1}{2} \\ x_2=\dfrac{3(m-1)}{2} \end{cases}.$

Mặt khác

$$x_1x_2=m^2-1 \Leftrightarrow \frac{m+1}{2}.\frac{3(m-1)}{2}=m^2-1 \Leftrightarrow m^2-1=0 \Leftrightarrow m=\pm 1 \quad \text{(nhận)}.$$

Vậy có 2 giá trị $m=\pm 1$ thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 5. Cho tam giác ABC vuông tại A. Đường tròn tâm O đường kính AB cắt các đoạn BC và OC lần lượt là D và I. Gọi H là hình chiếu của A lên OC; AH cắt BC tại M

a) Chứng minh: Tứ giác $ACDH$ nội tiếp và $\widehat{CHD}=\widehat{ABC}$.

b) Chứng minh: Hai tam giác OHB và OBC đồng dạng với nhau và HM là tia phân giác của góc BHD.

c) Gọi K là trung điểm của BD. Chứng minh: $MD.BC=MB.CD$ và $MB.MD=MK.MC$.

d) Gọi E là giao điểm của AM và OK; J là giao điểm của IM và (O) (J khác I).

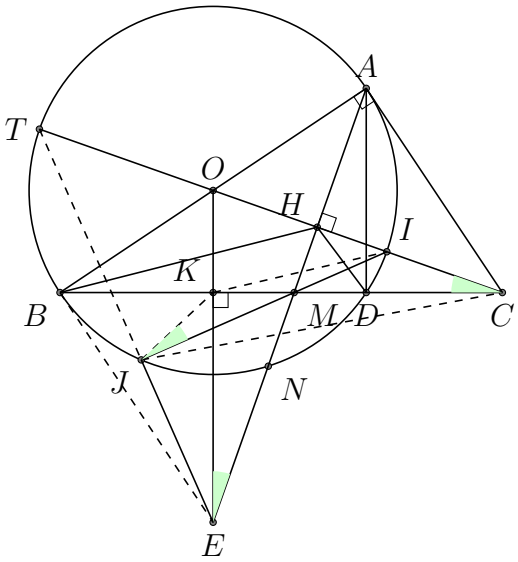
Chứng minh: Hai đường thẳng OC và EJ cắt nhau tại một điểm nằm trên (O).

Lời giải.

a) Xét tứ giác $ACDH$ có $\widehat{AHC}=\widehat{ADC}=90^\circ$, nên tứ giác $ACDH$ nội tiếp.

Từ đó, $\widehat{CHD}=\widehat{CAD}$ (2 góc nội tiếp cùng chắn 1 cung) mà $\widehat{CAD}=\widehat{ABC}$ (cùng phụ với góc $\widehat{BCA}$) nên suy ra $\widehat{CHD}=\widehat{ABC}$.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/



b) Xét tam giác OAC vuông tại A có AH là đường cao, ta chứng minh được tam giác OHA đồng dạng với tam giác OAC, nên $\dfrac{OH}{OA}=\dfrac{OA}{OC}$ suy ra $\dfrac{OH}{OB}=\dfrac{OB}{OC}$.

Xét hai tam giác OHB và OBC. Ta có $\begin{cases}\widehat{BOH}=\widehat{COB}\\ \dfrac{OH}{OB}=\dfrac{OB}{OC},\end{cases}$ nên hai tam giác OHB và OBC đồng dạng với nhau (trường hợp c.g.c).

Từ đó suy ra $\widehat{OHB}=\widehat{OBC}$. Mà $\widehat{OBC}=90^\circ-\widehat{ACD}=90^\circ-\widehat{DHM}$ (tứ giác $AHDC$ nội tiếp). Bên cạnh đó, $\widehat{OHB}=90^\circ-\widehat{BHM}$. Suy ra, góc $\widehat{BHM}=\widehat{DHM}$, HM là tia phân giác của góc BHD.

c) ∘ Xét tam giác BHD có HM, HC lần lượt là phân giác trong và ngoài tại góc H, khi đó $\dfrac{MB}{MD}=\dfrac{HB}{HD}=\dfrac{CB}{CD}$, hay ta suy ra điều phải chứng minh là $MD.BC=MB.CD$.

∘ Chứng minh $MB.MD=MK.MC$. Gọi N là giao điểm thứ hai của AH và đường tròn (O). Ta có $OH\perp AN$ nên H là trung điểm AN và suy ra được OC là đường trung trực của AN, tức là $CA=CN$. Hai tam giác OAC và ONC bằng nhau theo trường hợp cạnh cạnh cạnh. Khi đó, góc $\widehat{ONC}=90^\circ$. Mặt khác, $\widehat{OKC}=90^\circ$ (K là trung điểm BD).

Ta có $\widehat{ONC}=\widehat{OKC}=\widehat{OAC}=90^\circ$ nên 5 điểm O, A, C, K, N cùng thuộc đường tròn đường kính OC.

Bổ đề: *I* **là giao điểm hai dây cung** *AC* **và** *BD* **của một đường tròn thì** *$IA.IC=IB.ID$***. (dễ chứng minh)**

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

Khi đó, ta có $MN.MA = MK.MC$ (trong đường tròn đường kính OC) và $MN.MA = MB.MD$ (trong đường tròn (O)), suy ra $MK.MC = MB.MD$.

d) Ta có $MI.MJ = MD.MB = MK.MC$ (Câu c) nên sẽ chứng minh được tứ giác $IKJC$ nội tiếp (dễ chứng minh bổ đề), suy ra $\widehat{KCI} = \widehat{KJI}$. Mặt khác, tứ giác $KHCE$ nội tiếp, nên $\widehat{HCK} = \widehat{HEK}$. Ta có được $\widehat{HEK} = \widehat{MEK} = \widehat{KJI} = \widehat{KJM}$ nên tứ giác $JKME$ nội tiếp và suy ra góc $\widehat{EJM} = \widehat{EKM} = 90^\circ$.

Gọi T là giao điểm thứ hai của EJ và đường tròn (O), suy ra $\widehat{TJI} = \widehat{IJE} = 90^\circ$ (2 góc kề bù), hay TI là đường kính và T, I, O, C là 4 điểm thẳng hàng (đpcm).

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 97

ĐỀ THI VÀO 10, SỞ GIÁO DỤC THỪA THIÊN HUẾ, 2017

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

Câu 1.

a) Tìm x để biểu thức $A=\sqrt{x-1}$ có nghĩa.

b) Không sử dụng máy tính cầm tay, tính giá trị của biểu thức $B=\sqrt{3^2.2}+\sqrt{2^3}-\sqrt{5^2.2}$.

c) Rút gọn biểu thức $C=\dfrac{a-1}{\sqrt{a}-1}-\dfrac{a\sqrt{a}-1}{a-1}$ với $a\geq 0;\ a\neq 1$.

Lời giải.

a) Biểu thức A có nghĩa khi $x-1\geq 0\Leftrightarrow x\geq 1$.

b) Ta có $B=\sqrt{3^2.2}+\sqrt{2^3}-\sqrt{5^2.2}=3\sqrt{2}+2\sqrt{2}-5\sqrt{2}=0$

c) Với điều kiện $a\geq 0$ và $a\neq 1$, ta có $C=\dfrac{a-1}{\sqrt{a}-1}-\dfrac{a\sqrt{a}-1}{a-1}=\dfrac{(a-1)(\sqrt{a}+1)-(a\sqrt{a}-1)}{a-1}=$
$\dfrac{a\sqrt{a}-\sqrt{a}+a-1-a\sqrt{a}+1}{a-1}=\dfrac{a-\sqrt{a}}{a-1}=\dfrac{\sqrt{a}(\sqrt{a}-1)}{(\sqrt{a}-1)(\sqrt{a}+1)}=\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}+1}$

Câu 2.

a) Không sử dụng máy tính cầm tay, giải hệ phương trình $\begin{cases}x+2y=4\\3x-y=5\end{cases}$.

b) Cho hàm số $y=-\dfrac{1}{2}x^2$ có đồ thị (P).

(a) Vẽ đồ thị (P) của hàm số.

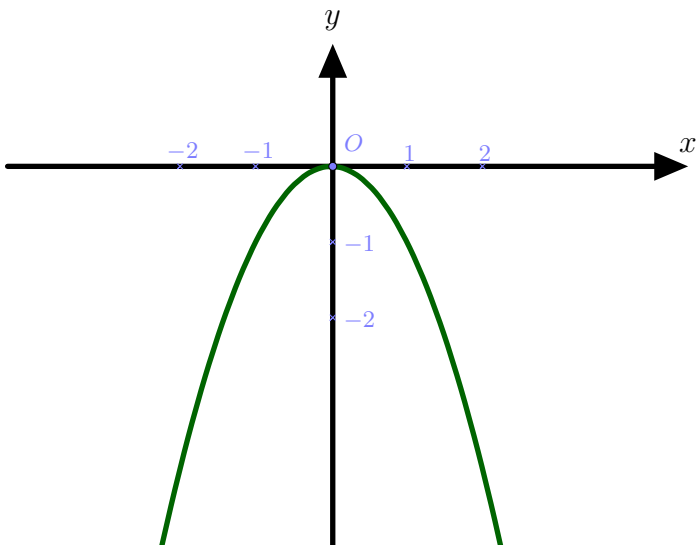
(b) Cho đường thẳng $y=mx+n$ (Δ). Tìm m, n để đường thẳng (Δ) song song với đường thẳng $y=-2x+5$ (d) và có duy nhất một điểm chung với (P).

Lời giải.

a) Ta có $\begin{cases} x+2y=4 \\ 3x-y=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=4-2y \\ 3(4-2y)-y=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=4-2y \\ -7y=-7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$.

b)

(a) Đồ thị (P)



(b) Ta có $\Delta \parallel d$ nên ta có $\begin{cases} m=-2 \\ m \neq 5 \end{cases}$.

Phương trình hoành độ giao điểm của Δ và (P) là:

$$-\frac{1}{2}x^2 = -2x+n \Leftrightarrow \frac{1}{2}x^2-2x+n=0 \ (*)$$

Δ tiếp xúc với $(P) \Leftrightarrow$ Phương trình $(*)$ có nghiệm kép

$\Leftrightarrow \Delta' = 0 \Leftrightarrow 1-\frac{1}{2}n=0 \Leftrightarrow n=2$ (thỏa điều kiện).

Vậy $\begin{cases} m=-2 \\ n=2 \end{cases}$

Câu 3. Cho hai vòi nước cùng chảy vào một bể không có nước thì sau 5 giờ đầy bể. Nếu lúc đầu chỉ mở vòi thứ nhất chảy trong 2 giờ rồi đóng lại, sau đó mở vòi thứ hai chảy trong 1 giờ thì ta được $\frac{1}{4}$ bể nước. Hỏi nếu mở riêng từng vòi thì thời gian để mỗi vòi chảy đầy bể là bao nhiêu?

Lời giải.

Gọi $x(h)$ là thời gian vòi thứ nhất chảy đầy bể nếu mở riêng $(x>5)$.

$y(h)$ là thời gian vòi thứ hai chảy đầy bể nếu mở riêng $(y>5)$.

Trong 1 h:

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

- Vòi thứ nhất chảy được $\frac{1}{x}$ bể.
- Vòi thứ hai chảy được $\frac{1}{y}$ bể.
- Cả hai vòi chảy được $\frac{1}{5}$ bể.

Theo giả thiết ta có hệ phương trình $\begin{cases} \frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{5} \\ \frac{2}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{x}=\frac{1}{20} \\ \frac{1}{y}=\frac{3}{20} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=20 \\ y=\frac{20}{3} \end{cases}$

Vậy nếu mở riêng từng vòi thì thời gian vòi thứ nhất chảy đầy bể là $20h$, thời gian vòi thứ 2 chảy đầy bể là $\frac{20}{3}h$

Câu 4. Cho phương trình $x^2-2(m+1)x+m^2+5=0$ (1), với x là ẩn số.

a) Giải phương trình (1) khi $m=2$.

b) Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1 và x_2 thỏa mãn đẳng thức:

$$2x_1x_2-5(x_1+x_2)+8=0$$

Lời giải.

a) Với $m=2$, phương trình (1) trở thành:
$x^2-6x+9=0 \Leftrightarrow (x-3)^2=0 \Leftrightarrow x-3=0 \Leftrightarrow x=3$

b) Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt
$\Delta'=(m+1)^2-(m^2+5)>0 \Leftrightarrow m^2+2m+1-m^2-5>0 \Leftrightarrow 2m-4>0 \Leftrightarrow m>2$
Khi đó: $\begin{cases} S=x_1+x_2=2(m+1)=2m+2 \\ P=x_1x_2=m^2+5 \end{cases}$
$2x_1x_2-5(x_1+x_2)+8=0 \Leftrightarrow 2(m^2+5)-5(2m+2)+8=0$
$\Leftrightarrow 2m^2-10m+8=0$ $(a+b+c=0) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=1 \text{ (loại)} \\ m=4 \text{ (thỏa)} \end{array}\right.$. Vậy $m=4$.

Câu 5. Cho tam giác ABC $(AB<AC)$ có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn (O) và D là hình chiếu vuông góc của B trên AO sao cho D nằm giữa A và O. Gọi M là trung điểm BC, N là giao điểm của BD và AC, F là giao điểm của MD và AC, E là giao điểm thứ hai của BD với đường tròn (O), H là giao điểm của BF và AD. Chứng minh rằng:

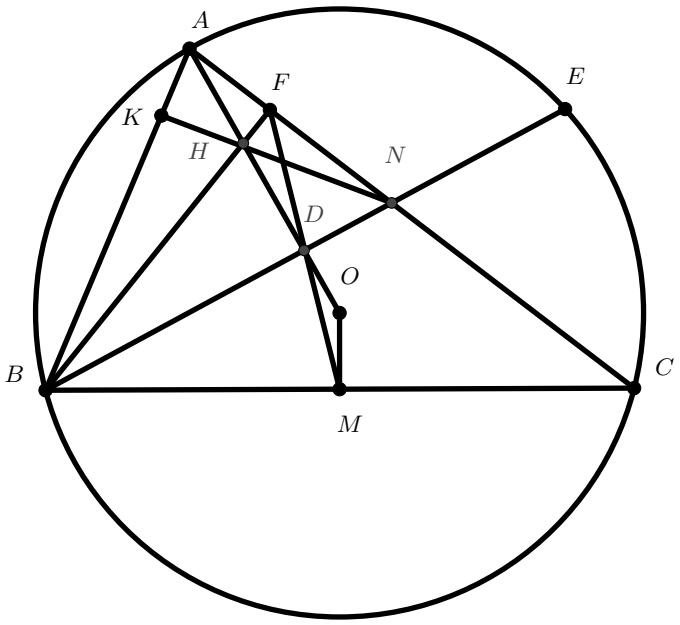
a) Tứ giác $BDOM$ nội tiếp và $\widehat{MOD}+\widehat{NAE}=180^\circ$.

b) DF song song với CE, từ đó suy ra $NE.NF = NC.ND$.

c) CA là tia phân giác của góc $\widehat{BCE}$.

d) HN vuông góc với AB.

Lời giải.



a) Ta có $BD \perp OD$ nên $\widehat{BDO} = 90°$.
M là trung điểm của BC nên $OM \perp BC$ hay $\widehat{BMO} = 90°$.
Vậy tứ giác $BDOM$ nội tiếp đường tròn (O).
Ta có $\overset{\frown}{MBD} + \overset{\frown}{MDO} = 180°$.
Mà $\overset{\frown}{MBD} = \overset{\frown}{NAE}$ (cùng chắn cung $\overset{\frown}{EC}$).
Do đó $\overset{\frown}{MDO} + \overset{\frown}{NAE} = 180°$.

b) Xét tam giác BCE ta có D là trung điểm của BE (do $OD \perp BE$) và M là trung điểm của BC nên MD là đường trung bình tam giác BCE.
Do đó $MD \parallel EC$.
Vậy $DF \parallel CE$.
Ta có ΔNDF đồng dạng với ΔNEC nên $\dfrac{ND}{NE} = \dfrac{NF}{NC} \Leftrightarrow NE.NF = NC.ND$.

c) Ta có $\Delta OBD = \Delta OED$ (do $BD = ED$, $OB = OE$, OD cạnh chung)
Do đó: $\widehat{BOD} = \widehat{EOD}$ nên $\overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{AE}$. Suy ra $\overset{\frown}{ACB} = \overset{\frown}{ACE}$ (cùng chắn hai cung bằng

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

nhau). Vậy CA là tia phân giác của $\widehat{BCE}$

d) Ta có $\widehat{DFN} = \widehat{NCE}$ (góc sole trong do $NF \parallel EC$)

Mà $\widehat{NCE} = \widehat{NCM}$ (theo câu trên)

Nên $\widehat{DFN} = \widehat{NCM}$

Do đó ΔFMC cân tại M.

Suy ra $MF = MC = \dfrac{BC}{2}$.

ΔBFC có MF là đường trung tuyến và $MF = MC = \dfrac{BC}{2}$ nên ΔBFC vuông tại F.

Suy ra $BF \perp AN$.

Tam giác ABN có $BF \perp AN$, $AD \perp BN$ nên H là trực tâm của ΔABN.

Vậy $NH \perp AB$.

Câu 6. Một cốc nước có dạng hình trụ có bán kính đáy bằng 3 cm, chiều cao bằng 12cm và chứa một lượng nước cao 10 cm. Người ta thả từ từ 3 viên bi làm bằng thủy tinh có cùng đường kính bằng 2 cm vào cốc nước. Hỏi mực nước trong cốc lúc này cao bao nhiêu?

Lời giải.

Gọi h (cm) $(h > 0)$ là chiều cao mực nước tăng thêm.

Tổng thể tích của ba viên bi là: $V_1 = 3.\dfrac{4}{3}.3,14.1^3 = 4.3,14.1 = 12,56cm^3$.

Ta có: $V_1 = 3,14.3^2.h = 12,56 \Leftrightarrow h = \dfrac{4}{9}cm$.

Mực nước trong cốc lúc này cao $10 + \dfrac{4}{9} = \dfrac{94}{9}$ cm.

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 98

ĐỀ THI VÀO 10, SỞ GIÁO DỤC HƯNG YÊN, 2017

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Câu 1.

a) Rút gọn biểu thức $A=\sqrt{3}+\sqrt{(2-\sqrt{3})^2}+6$.

b) Tìm m để đồ thị hàm số $y=mx+3$ cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 3.

c) Giải hệ phương trình $\begin{cases} x+3y=9 \\ x-y=1 \end{cases}$.

Lời giải.

a) $A=\sqrt{3}+\sqrt{(2-\sqrt{3})^2}+6=\sqrt{3}+|2-\sqrt{3}|+6=\sqrt{3}+2-\sqrt{3}+6=2+6=8$.

b) Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 5 nên ta có phương trình:

$$0=5m+3\Leftrightarrow m=\frac{-3}{5}$$

c) Lấy phương trình dưới nhân với -1 rồi cộng với phương trình trên ta được phương trình: $4y=8\Leftrightarrow y=2\Rightarrow x=3$.

Hoặc rút $x=9-3y$ thay vào phương tình dưới ta được phương trình:

$9-3y-y=1\Rightarrow y=2\Rightarrow x=9-3.2=3$.

Câu 2. Cho phương trình $x^2-2x-m=0$ (m là tham số).

a) Giải phương trình với $m=3$.

b) Tìm các giá trị của m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1,x_2 thỏa mãn điều kiện: $(x_1x_2+1)^2-2(x_1+x_2)=0$.

Lời giải.

a) Thay $m=3$ vào phương trình ta có $x^2-2x-3=0$.

Ta có $\Delta'=b'^2-a.c=1+3=4$.

Theo công thức nghiệm, ta có: $\left[\begin{array}{l} x_1=\dfrac{-b'-\sqrt{\Delta'}}{a}=\dfrac{1-2}{1}=-1 \\ x_2=\dfrac{-b'+\sqrt{\Delta'}}{a}=\dfrac{1+2}{1}=3 \end{array}\right.$.

b) Phương trình có 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta'>0 \Leftrightarrow 1+m>0 \Leftrightarrow m>-1$.

Theo định lý Vi-ét $\begin{cases} x_1+x_2=\dfrac{-b}{a}=2 \\ x_1x_2=\dfrac{c}{a}=-m \end{cases}$.

Thay vào điều kiện ta có:

$(-m+1)^2-2.2=0 \Leftrightarrow (1-m)^2-4=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} m=3 & \text{(nhận)} \\ m=-1 & \text{(loại)} \end{array}\right.$.

Câu 3. Cho tứ giác $ABCD$ nội tiếp đường tròn đường kính AB. Hai đường chéo AC và BD cắt nhau tại E, F là hình chiếu vuông góc của E trên AB.

a) Chứng minh tứ giác $ADEF$ nội tiếp.

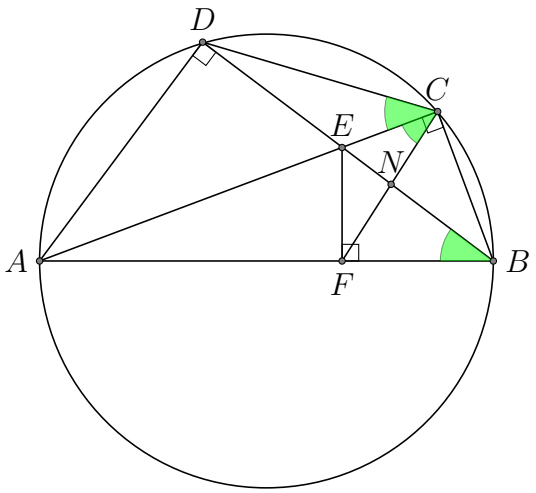
b) Gọi N là giao điểm của CF và BD. Chứng minh $BN.ED=BD.EN$.

Lời giải.

a) $\triangle ADB$ nội tiếp đường tròn và có cạnh AB là đường kính nên $\triangle ADB$ vuông tại $D \Rightarrow \widehat{ADB}=90^0$.

Mặt khác $EF \perp AB \Rightarrow \widehat{AFE}=90^0$.

Xét tứ giác $ADEF$ có: $\widehat{ADE}+\widehat{AFE}=90^0+90^0=180^0$. Vậy tứ giác này nội tiếp đường tròn.



b) Xét tứ giác $ABCD$ có $\widehat{DCA}=\widehat{ABD}$ (1) do cùng chắn cung AD.

Chứng minh tương tự câu a) cho tứ giác $FECB$ thì tứ giác nãy cũng nội tiếp đường tròn $\Rightarrow \widehat{ACF}=\widehat{ABD}$ (2) do cùng chắn cung EF.

Từ (1) và (2) $\Rightarrow \widehat{DCA}=\widehat{ACF} \Rightarrow CA$ là tia phân giác của $\widehat{DCF}$.

Xét $\triangle DCN$ có CE là đường phân giác của góc C. Theo tính chất đường phân giác $\Rightarrow \dfrac{CN}{CD}=\dfrac{EN}{ED}$ (3).

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

Mặt khác, ta có $CA \perp CB$ ($\triangle ABC$ nội tiếp đường tròn có đường kính AB) mà CA là tia phân giác trong $\Rightarrow CB$ là tia phân giác ngoài của $\triangle DCN$, theo tính chất của tia phân giác ngoài $\Rightarrow \dfrac{BN}{BD} = \dfrac{CN}{CD}$ (4).

Từ (3) và (4) $\Rightarrow \dfrac{EN}{ED} = \dfrac{BN}{BD} \Rightarrow BN.ED = EN.BD$ (đpcm).

Câu 4. Cho hai số thực dương x, y thỏa mãn điều kiện $x + y \leq 4$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \dfrac{2}{x^2+y^2} + \dfrac{35}{xy} + 2xy$.

Lời giải.

Ta có:

$$\begin{aligned} P &= \frac{2}{x^2+y^2} + \frac{35}{xy} + 2xy \\ &= \frac{2}{x^2+y^2} + \frac{x^2+y^2}{32} + \frac{35}{xy} + \frac{35xy}{16} + 2xy - \frac{x^2+y^2}{32} - \frac{35xy}{16} \\ &= \frac{2}{x^2+y^2} + \frac{x^2+y^2}{32} + \frac{35}{xy} + \frac{35xy}{16} - \frac{x^2+y^2}{32} - \frac{xy}{16} - \frac{xy}{8} \\ &= \frac{2}{x^2+y^2} + \frac{x^2+y^2}{32} + \frac{35}{xy} + \frac{35xy}{16} - \frac{(x+y)^2}{32} - \frac{xy}{8} \end{aligned}$$

Sử dụng Cauchy cho các cặp sau $\dfrac{2}{x^2+y^2}; \dfrac{x^2+y^2}{32}$ và $\dfrac{35}{xy}; \dfrac{35xy}{16}$, ta có:

$$\frac{2}{x^2+y^2} + \frac{x^2+y^2}{32} \geq 2\sqrt{\frac{2}{32}} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{35}{xy} + \frac{35xy}{16} \geq 2\sqrt{\frac{35^2}{16}} = \frac{35}{2}$$

Mặt khác $x + y \leq 4 \Rightarrow x.y \leq 4$ nên $\dfrac{xy}{8} \leq \dfrac{1}{2}$, $\dfrac{(x+y)^2}{32} \leq \dfrac{1}{2}$.

Vậy ta có $\min P = \dfrac{1}{2} + \dfrac{35}{2} - \dfrac{1}{2} - \dfrac{1}{2} = 17$. Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow x = y = 2$.

Cách khác:

$$\begin{aligned} P &= \frac{2}{x^2+y^2} + \frac{35}{xy} + 2xy \\ &= \frac{2}{x^2+y^2} + \frac{2}{2xy} + \frac{34}{xy} + \frac{17xy}{8} - \frac{xy}{8} \\ &= 2\left(\frac{1}{x^2+y^2} + \frac{1}{2xy}\right) + \left(\frac{34}{xy} + \frac{17xy}{8}\right) - \frac{xy}{8} \\ &\geq \frac{2.4}{x^2+y^2+2xy} + 2\sqrt{\frac{34.17}{8}} - \frac{(x+y)^2}{32} \\ &\geq \frac{8}{16} + 17 - \frac{1}{2} = 17 \end{aligned}$$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow x = y = 2$.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 99

ĐỀ THI VÀO 10, SỞ GIÁO DỤC KHÁNH HÒA, 2017

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

Câu 1. *(Không sử dụng máy tính cầm tay)*

a) Tính giá trị biểu thức $T = \sqrt{\frac{1}{2}} + \frac{\sqrt{5}-1}{\sqrt{10}-\sqrt{2}} - \sqrt{3-2\sqrt{2}}$.

b) Giải phương trình $x - 3\sqrt{x} - 10 = 0$.

Lời giải.

a) Ta có:

$$\begin{aligned} T &= \sqrt{\frac{1}{2}} + \frac{\sqrt{5}-1}{\sqrt{10}-\sqrt{2}} - \sqrt{3-2\sqrt{2}} \\ &= \sqrt{\frac{1}{2}} + \frac{\sqrt{5}-1}{\sqrt{2}\left(\sqrt{5}-1\right)} - \sqrt{2-2.1.\sqrt{2}+1} \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} - \sqrt{\left(\sqrt{2}-1\right)^2} \\ &= \frac{2}{\sqrt{2}} - \left(\sqrt{2}-1\right) = 1. \end{aligned}$$

b) Đặt $t = \sqrt{x}$ $(t \geq 0)$. Khi đó, $x = t^2$ và phương trình trở thành:

$$t^2 - 3t - 10 = 0.$$

Giải phương trình này ta thu được hai nghiệm $t_1 = 5$ (nhận) và $t_2 = -2$ (loại).

Với $t = 5$, ta có $\sqrt{x} = 5 \Leftrightarrow x = 25$.

Vậy phương trình có nghiệm $x = 25$.

Câu 2. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, cho parabol $(P) : y = -3x^2$ và hai điểm $A(1;-3)$ và $B(2;3)$.

a) Chứng tỏ rằng điểm A thuộc parabol (P).

b) Tìm tọa độ điểm C (C khác A) thuộc parabol (P) sao cho ba điểm A, B, C thẳng hàng.

Lời giải.

a) Thay $x = 1$, $y = -3$ vào $(P) : y = -3x^2$ ta có $-3 = -3.1^2$ (thỏa mãn).
Vậy $A \in (P)$.

b) A, B, C thẳng hàng và $C \in (P)$, vậy C là giao điểm của đường thẳng AB và parabol (P). Phương trình đường thẳng AB có dạng $y = ax + b$, trong đó a, b là nghiệm của hệ phương trình: $\begin{cases} -3 = a + b \\ 3 = 2a + b. \end{cases}$
Giải hệ phương trình ta có $a = 6; b = -9$. Vậy phương trình AB là $y = 6x - 9$.
Phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng AB và parabol (P) là:

$$6x - 9 = -3x^2 \Leftrightarrow 3x^2 + 6x - 9 = 0.$$

Giải phương trình này, ta có hai nghiệm $x_1 = 1$ và $x_2 = -3$. Vì C không trùng với A và A có hoành độ bằng 1, nên C có hoành độ -3. Từ đó suy ra tọa độ điểm C là $C\,(-3; -27)$.

Câu 3.

a) Tìm hai số, biết tổng của chúng bằng 7 và tích của chúng bằng 12.

b) Một hội trường có 300 ghế ngồi (loại ghế một người ngồi) được xếp thành nhiều dãy với số lượng ghế mỗi dãy như nhau để tổ chức một sự kiện. Vì số người dự lên đến 351 người nên người ta phải xếp thêm 1 dãy ghế có số lượng ghế như dãy ghế ban đầu và sau đó xếp mỗi dãy 2 ghế (kể cả dãy ghế xếp thêm) để vừa đủ mỗi người ngồi một ghế.
Hỏi ban đầu hội trường đó có bao nhiêu dãy ghế?

Lời giải.

a) Hai số cần tìm có tổng bằng 7 và tích bằng 12. Do đó hai số này là nghiệm (nếu có) của phương trình

$$X^2 - 7X + 12 = 0.$$

Giải phương trình này, ta thu được hai nghiệm $X_1 = 3$ và $X_2 = 4$.
Vậy hai số cần tìm là 3 và 4.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

b) Gọi x là số dãy ghế ban đầu của hội trường ($x \in \mathbb{N}^*$).
Từ đó suy ra số ghế của mỗi dãy ban đầu là $\dfrac{300}{x}$.
Thực tế, số dãy ghế là $x+1$ và số ghế của một dãy là $\dfrac{351}{x+1}$.
Vì phải xếp thêm 2 ghế mỗi dãy nên ta có phương trình:

$$\frac{351}{x+1} - 2 = \frac{300}{x}.$$

Giải phương trình này, ta thu được hai nghiệm $x_1 = 12$ (nhận) và $x_2 = \dfrac{25}{2}$ (loại).
Vậy số dãy ghế ban đầu là 12 dãy.

Câu 4. Cho đường tròn $(O;OA)$. Trên bán kính OA lấy điểm I sao cho $OI = \dfrac{1}{3}OA$. Vẽ dây BC vuông góc với OA tại điểm I và vẽ đường kính BD. Gọi E là giao điểm của AD và BC.

a) Chứng minh DA là tia phân giác của $\widehat{BDC}$.

b) Chứng minh OE vuông góc với AD.

c) Lấy điểm M trên đoạn IB (M khác I và B). Tia AM cắt đường tròn (O) tại điểm N. Tứ giác $MNDE$ có phải là một tứ giác nội tiếp hay không? Vì sao?

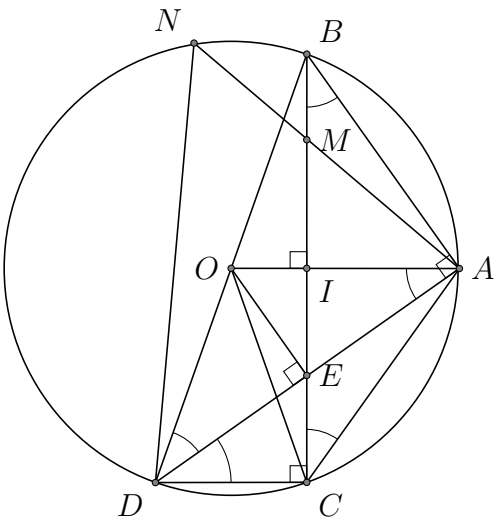
Lời giải.

a) Ta có:

$$\left.\begin{array}{ll} \widehat{BDA} = \widehat{ACB} & (\text{cùng chắn } \overset{\frown}{AB}) \\ \widehat{ADC} = \widehat{CBA} & (\text{cùng chắn } \overset{\frown}{AC}) \\ \widehat{ACB} = \widehat{CBA} & (\text{vì } \Delta ABC \text{ cân tại } A) \end{array}\right\} \Rightarrow \widehat{BDA} = \widehat{ADC}.$$

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

Suy ra DA là tia phân giác của $\widehat{BDC}$.



b) Ta có I là trung điểm BC. Vậy OI là đường trung bình của ΔBDC. Từ đây ta có $DC = 2OI = \dfrac{2}{3}OA$.

Mặt khác $IA = OA - OI = \dfrac{2}{3}OA$. Vậy $IA = DC$.

Xét ΔIAE và ΔCDE có:

$\widehat{IAE} = \widehat{CDE}$ (hai góc ở vị trí so le trong)

$\widehat{AIE} = \widehat{DCE} (= 90^\circ)$

$IA = CD$ (chứng minh trên).

Suy ra $\Delta IAE = \Delta CDE$ (g.c.g). Từ đó ta có $AE = DE$ (cạnh tương ứng), hay E là trung điểm của AD. Suy ra $OE \perp DA$.

c) Ta có:

$\widehat{MED} = \widehat{BED} = \dfrac{1}{2}(\text{sđ}\overset{\frown}{BND} + \text{sđ}\overset{\frown}{AC})$ (góc có đỉnh nằm trong đường tròn)

$\widehat{MND} = \widehat{AND} = \dfrac{1}{2}\text{sđ}\overset{\frown}{ACD}$ (góc nội tiếp)

$= \dfrac{1}{2}(\text{sđ}\overset{\frown}{AC} + \text{sđ}\overset{\frown}{CD}) = \dfrac{1}{2}(\text{sđ}\overset{\frown}{AB} + \text{sđ}\overset{\frown}{CD})$

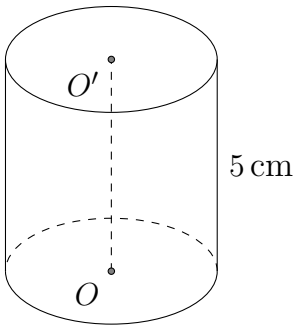
Vậy $\widehat{MED} + \widehat{MND} = \dfrac{1}{2}(\text{sđ}\overset{\frown}{BND} + \text{sđ}\overset{\frown}{DC} + \text{sđ}\overset{\frown}{CA} + \text{sđ}\overset{\frown}{AB}) = \dfrac{1}{2} \cdot 360^\circ = 180^\circ$

Suy ra tứ giác $MNDC$ nội tiếp.

Câu 5. Tính diện tích xung quanh, diện tích toàn phần và thể tích của một hình trụ có chu vi hình tròn đáy là 16cm và chiều cao là 5cm.

Lời giải.

Ta có bán kính đáy của hình trụ là: $r = \dfrac{16}{2\pi} = \dfrac{8}{\pi}$.



Vậy diện tích xung quanh là $S_{xq} = 2\pi rh = 2\pi \cdot \dfrac{8}{\pi} \cdot 5 = 80$ (cm^2).

Diện tích toàn phần là

$$S_{tp} = S_{xq} + 2S_{\text{đáy}} = 80 + 2\pi r^2 = 80 + 2\pi.\left(\frac{8}{\pi}\right)^2 = 80 + \frac{128}{\pi} \text{ (cm}^2\text{)}.$$

Thể tích là $V = \pi.r^2.h = \pi.\left(\dfrac{8}{\pi}\right)^2.5 = \dfrac{320}{\pi}$ (cm^3).

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 100

ĐỀ THI VÀO 10, SỞ GIÁO DỤC KIÊN GIANG, 2017

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

Câu 1.

a) Không sử dụng máy tính, hãy tìm nghiệm dương của phương trình $x^2+3x-10=0$.

b) Rút gọn biểu thức $P(a)=\left(\dfrac{1}{\sqrt{a}-1}\right)+\left(\dfrac{1}{\sqrt{a}+1}\right):\dfrac{a+1}{a-1}$ (với $0<a\neq 1$).

Lời giải.

a) Ta có $\Delta=49>0$ nên phương trình có hai nghiệm $x_1=-5$ và $x_2=2$. Vậy nghiệm dương của phương trình là $x=2$.

b) Ta có $P(a)=\dfrac{\sqrt{a}+1+\sqrt{a}-1}{a-1}:\dfrac{a+1}{a-1}=\dfrac{2\sqrt{a}}{a-1}:\dfrac{a+1}{a-1}=\dfrac{2\sqrt{a}}{a+1}$.

Câu 2.

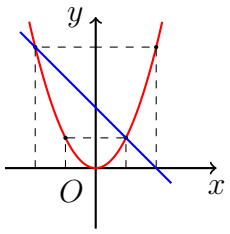
a) Cho hàm số $y=(3a-6)x-2017$. Tìm điều kiện của a để hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

b) Vẽ đồ thị hàm số $(P):y=x^2$ và $d:y=-x+2$ trên cùng một hệ trục tọa độ Oxy.

Lời giải.

a) Để hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$ thì $3a-6<0\Longleftrightarrow a<2$.

b) Lấy năm điểm $O(0;0),A(-1;1),B(1;1),C(-2;4),D(2;4)$ thuộc (P) và hai điểm $M(2;0),N(0;2)$ thuộc d.



Câu 3.

a) Tìm các giá trị m để phương trình $x^2+2(m+1)x+m^2+2m-1=0$ (m là tham số) luôn có hai nghiệm phân biệt x_1,x_2 thỏa mãn hệ thức $\dfrac{1}{x_1-1}+\dfrac{1}{x_2-1}=2$.

b) Mỗi ngày ba của bạn An chở bạn ấy từ nhà đến trường mất 30 phút. Vì hôm nay là ngày thi tuyển sinh nên ba bạn ấy muốn con mình đến trường sớm hơn, do đó ông ấy đã tăng vận tốc xe lên 15 (km/h) và đến sớm hơn thường ngày là 10 phút. Hỏi quãng đường từ nhà của bạn An đến trường là bao nhiêu km?

Lời giải.

a) Đặt $f(x) = x^2 + 2(m+1)x + m^2 + 2m - 1$.

Ta có $f(1) \neq 0 \iff m \neq -2 \pm \sqrt{2}$.

Phương trình có hai nghiệm phân biệt $\iff \Delta' = (m+1)^2 - (m^2 + 2m - 1) = 2 > 0$.

Theo đề $\dfrac{1}{x_1 - 1} + \dfrac{1}{x_2 - 1} = 2 \iff 3(x_1 + x_2) - 2x_1x_2 - 4 = 0 \iff m^2 + 5m + 4 = 0 \iff m = -1, m = -4$ (thỏa điều kiện $m \neq -2 \pm \sqrt{2}$).

b) Gọi vận tốc xe thường ngày là x (km/h), $x > 0$; Quãng đường từ nhà của bạn An đến trường là y (km) ($y > 0$). Theo đề ta có phương trình $\dfrac{y}{x} = \dfrac{1}{2}$.

Do ba bạn An tăng vận tốc lên 15 (km/h) và đến sớm hơn 10 phút nên $\dfrac{y}{x + 15} = \dfrac{1}{3}$.

Từ đó ta có hệ phương trình $\begin{cases} \dfrac{y}{x} = \dfrac{1}{2} \\ \dfrac{y}{x+15} = \dfrac{1}{3} \end{cases} \iff \begin{cases} x = 30 \\ y = 15 \end{cases}$.

Vậy quãng đường từ nhà của bạn An đến trường là 15 km.

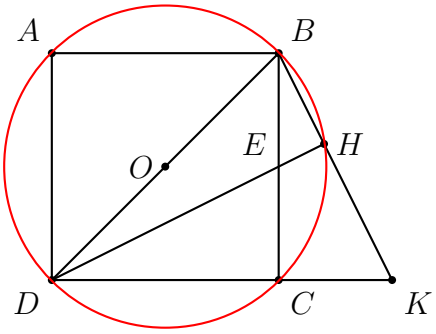
Câu 4. Cho hình vuông $ABCD$, điểm E thuộc cạnh BC. Qua B kẻ đường thẳng vuông góc với DE, đường thẳng này cắt các đường thẳng DE và DC lần lượt tại H và K.

a) Chứng minh tứ giác $BHCD$ nội tiếp đường tròn.

b) Chứng minh tam giác KHC đồng dạng với tam giác KDB.

c) Giả sử hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng 3 cm. Tính độ dài cung CH có số đo bằng 40° của đường tròn đường kính BD (làm tròn kết quả đến một chữ số thập phân).

Lời giải.



Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

a) Điểm H và C cùng nhìn đoạn thẳng BD dưới một góc 90° nên tứ giác $BHCD$ nội tiếp đường tròn đường kính BD.

b) Do tứ giác $BHCD$ nội tiếp nên $\widehat{BDC} + \widehat{BHC} = 180^\circ$.
Do $\widehat{BHK}$ là góc bẹt nên $\widehat{KHC} + \widehat{BHC} = 180^\circ$.
Từ đó suy ra $\widehat{CHK} = \widehat{BDC}$.
Vậy $\triangle KHC \sim \triangle KDB$ do có $\widehat{CHK} = \widehat{BDC}$ và $\widehat{K}$ chung.

c) Do hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng 3 cm nên $BD = 3\sqrt{2}$ cm.
Do đó bán kính đường tròn ngoại tiếp tứ giác $BHCD$ là $R = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$ cm.
Độ dài cung CH là $\ell = \dfrac{\pi \times \dfrac{3\sqrt{2}}{2} \times 40}{180} \approx 1,5$ cm.

Câu 5. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ nội tiếp mặt cầu tâm O (các đỉnh của hình hộp chữ nhật nằm trên mặt cầu). Các kích thước của hình hộp chữ nhật lần lượt là a, b, c. Gọi S_1 là diện tích toàn phần của hình hộp chữ nhật, S_2 là diện tích mặt cầu. Tìm mối liên hệ giữa a, b, c để tỉ lệ $\dfrac{S_1}{S_2}$ lớn nhất.

Lời giải.

Ta có $S_1 = 2(ab + bc + ac)$ và $S_2 = 4\pi \dfrac{\left(a^2 + b^2 + c^2\right)}{4} = \pi\left(a^2 + b^2 + c^2\right)$.

Do đó $\dfrac{S_1}{S_2} = \dfrac{2(ab + bc + ac)}{\pi\left(a^2 + b^2 + c^2\right)} = \dfrac{2(2ab + 2bc + 2ac)}{\pi\left(2a^2 + 2b^2 + 2c^2\right)} \le \dfrac{2}{\pi}$.

Do đó tỉ lệ $\dfrac{S_1}{S_2}$ lớn nhất là $\dfrac{2}{\pi}$. Điều này xảy ra khi $a = b = c$.

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 101

ĐỀ THI VÀO 10, SỞ GIÁO DỤC LAI CHÂU, 2017

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Câu 1. Giải các phương trình và hệ phương trình sau

a) $2x-1=0$.

b) $x^2-6x-7=0$.

c) $\begin{cases} x+2y=1 \\ 2x-y=7 \end{cases}$.

Lời giải.

a) Ta có $2x-1=0 \Leftrightarrow x=\dfrac{1}{2}$. Vậy $\mathcal{S}=\left\{\dfrac{1}{2}\right\}$.

b) Ta có

$x^2-6x-7=0$

$\Leftrightarrow x^2+x-7x-7=0$

$\Leftrightarrow x(x+1)-7(x+1)=0$

$\Leftrightarrow (x+1)(x-7)=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=7 \end{array}\right.$.

Vậy $\mathcal{S}=\{-1;7\}$.

c) Ta có

$\begin{cases} x+2y=1 \\ 2x-y=7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+2y=1 \\ 4x-2y=14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x=15 \\ x+2y=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=-1 \end{cases}$.

Vậy nghiệm của hệ $(x;y)=(3;-1)$.

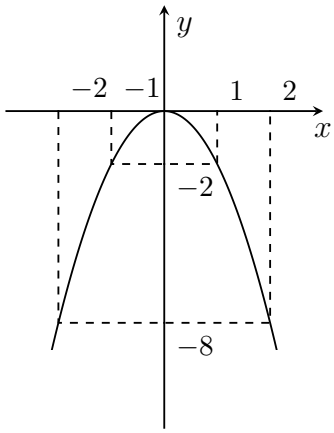
Câu 2. Vẽ đồ thị hàm số $y=-2x^2$.

Lời giải.

Do $a = -2 < 0$ nên đồ thị hàm số là một parabol hướng xuống có đỉnh là gốc tọa độ và đối xứng qua Oy.

Bảng giá trị

x	-2	-1	0	1	2
y	-8	-2	0	-2	-8



Câu 3. Cho biểu thức $A = \dfrac{1}{\sqrt{x}+1} + \dfrac{x}{\sqrt{x}-x}$, $(x > 0; x \neq 1)$.

a) Rút gọn biểu thức A.

b) Tìm x để $A = 2017$.

Lời giải.

a) Ta có

$$\begin{aligned} A &= \frac{1}{\sqrt{x}+1} + \frac{x}{\sqrt{x}(1-\sqrt{x})} \\ &= \frac{1}{\sqrt{x}+1} + \frac{\sqrt{x}}{1-\sqrt{x}} \\ &= \frac{1+x}{1-x} \ (x \neq 1; x > 0). \end{aligned}$$

b) Để $A = 2017$ thì $\dfrac{1+x}{1-x} = 2017 \Leftrightarrow 2018x = 2016 \Leftrightarrow x = \dfrac{1008}{1009}$ (thỏa mãn).

Vậy $\mathcal{S} = \left\{\dfrac{1008}{1009}\right\}$.

Câu 4. Một người đi xe đạp từ thành phố Lai Châu đến thị trấn Tam Đường cách nhau 36 km. Khi đi từ thị trấn Tam Đường về thành phố Lai Châu, người đó tăng vận tốc thêm 3 km/h vì vậy thời gian về ít hơn thời gian đi là 36 phút. Tính vận tốc của người đi xe đạp khi đi từ thành phố Lai Châu về thị trấn Tam Đường.

Lời giải.

Đổi 36 phút $= \dfrac{3}{5}$ giờ.

Gọi vận tốc của người đi xe đạp từ Lai Châu đến Tam Đường là x (km/h), $(x > 0)$.

Thời gian người đó đi từ Lai Châu đến Tam Đường là $t_1 = \dfrac{36}{x}$ (h).

Lúc về, người đó tăng vận tốc thêm 3 (km/h) nên vận tốc khi về là $x+3$ (km/h).
Do đó, người đó đi về hết thời gian là $t_2 = \dfrac{36}{x+3}$ (h).
Thời gian về ít hơn thời gian đi là 36 phút nên ta có phương trình

$$\begin{aligned}&\frac{36}{x} - \frac{36}{x+3} = \frac{3}{5}\\ &\Leftrightarrow x^2 + 3x - 180 = 0\\ &\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 12 (\text{thỏa mãn})\\ x = -15 (\text{ko thỏa mãn}) \end{array}\right. .\end{aligned}$$

Vậy vận tốc của người đó khi đi từ Lai Châu tới Tam Đường là 12 (km/h).

Câu 5. Cho phương trình $x^2 - (2m+1)x + m^2 + 1 = 0$.

a) Tìm m để phương trình có nghiệm.

b) Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình. Tìm m để $x_1 = 2x_2$.

Lời giải.

Ta có $\Delta = 4m - 3$.

a) Để phương trình có nghiệm thì $\Delta \geq 0 \Leftrightarrow m \geq \dfrac{4}{3}$.

b) Phương trình có nghiệm khi $m \geq \dfrac{4}{3}$.

Theo định lý Viet $\left\{\begin{array}{l} x_1 + x_2 = 2m + 1 (1)\\ x_1 x_2 = m^2 + 1 (2) \end{array}\right.$.

Theo bài ra $x_1 = 2x_2$, thay vào (1) ta được $\left\{\begin{array}{l} x_2 = \dfrac{2m+1}{3}\\ x_1 = \dfrac{2(2m+1)}{3} \end{array}\right.$.

Thay x_1, x_2 vào (2) ta được phương trình $m^2 - 8m + 7 = 0$. Suy ra $\left[\begin{array}{l} m = 1 (\text{loại})\\ m = 7 (\text{thỏa mãn}) \end{array}\right.$.

Vậy $m = 7$ thỏa mãn bài toán.

Câu 6. Cho đường tròn $(O;R)$ có dây MN cố định $(MN < 2R)$, P là một điểm trên cung lớn MN sao cho tam giác MNP có ba góc nhọn. Các đường cao ME và NK của tam giác MNP cắt nhau tại H.

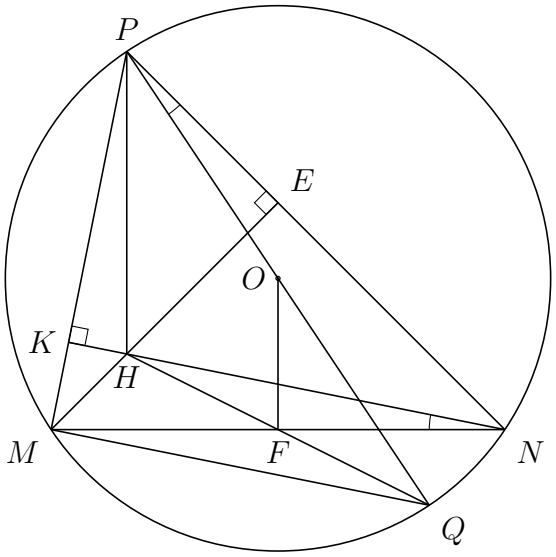
a) Chứng minh rằng tứ giác $PKHE$ nội tiếp đường tròn.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

b) Kéo dài PO cắt đường tròn tại Q. Chứng minh rằng $\widehat{KNM} = \widehat{NPQ}$.

c) Chứng minh rằng khi P thay đổi trên đường tròn (O) thì độ dài đoạn PH không đổi.

Lời giải.



a) Xét tứ giác $KHEP$ có:

$$\widehat{HKP} + \widehat{HEP} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$$

Mà K, E là hai đỉnh đối nhau của tứ giác. Suy ra tứ giác $KHEP$ nội tiếp đường tròn.

b) Ta có $\widehat{PNQ} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn).
Suy ra $\widehat{NPQ} + \widehat{NQP} = 90^\circ$ (định lí tổng ba góc).
Mà $\begin{cases} \widehat{MNK} + \widehat{NMP} = 90^\circ \text{ (định lí tổng ba góc)} \\ \widehat{NQP} = \widehat{NMP} \text{ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung } PQ) \end{cases}$.
Suy ra $\widehat{KNM} = \widehat{NPQ}$.

c) **TH1: Tam giác PMN không cân tại P.**
Dễ chứng minh được tứ giác $MQNH$ là hình bình hành (hai cặp cạnh đối song song). Suy ra $HQ \cap MN$ tại F là trung điểm của MN và HQ.
Suy ra $OF \perp MN$ (tính chất).

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

Do $(O;R)$ cố định, MN không đổi nên OF không đổi.

Xét tam giác QHP có OF là đường trung bình, suy ra $PH = 2.OF$. Vậy PH có độ dài không đổi.

TH2: Tam giác PMN cân tại P.

Khi đó, $PM = PN$ nên P là điểm chính giữa cung lớn MN; dây MN cố định nên P cố định. Do đó, ΔPMN cố định suy ra PH có độ dài không đổi.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 102

ĐỀ THI VÀO 10, SỞ GIÁO DỤC LÂM ĐỒNG, 2017

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

Câu 1. Rút gọn biểu thức $A = \sqrt{54} + 2\sqrt{24} - \sqrt{6}$.

Lời giải.

$A = \sqrt{9.6} + 2\sqrt{4.6} - 4\sqrt{6} = 3\sqrt{6} + 4\sqrt{6} - \sqrt{6} = 6\sqrt{6}$.

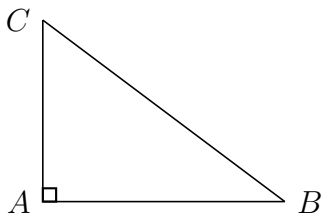
Câu 2. Cho tam giác ABC vuông tại A. Biết $AB = 12$ cm và $AC = 9$ cm. Tính $\sin B$.

Lời giải.

Theo định lý Pytago ta tính được $BC = \sqrt{AC^2 + AB^2} = 15$.

Áp dụng công thức tính tỉ số lượng giác của góc nhọn trong tam giác vuông ta có $\sin B = \dfrac{AC}{BC} = \dfrac{9}{15} = \dfrac{3}{5}$.

Vậy $\sin B = \dfrac{3}{5}$.



Câu 3. Giải hệ phương trình $\begin{cases} x + 2y = -4 \\ 3x - y = 9. \end{cases}$

Lời giải.

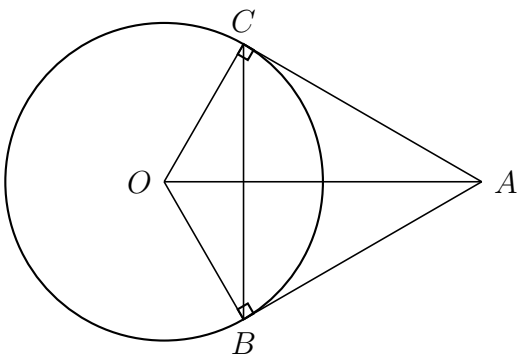
$$\begin{cases} x + 2y = -4 \\ 3x - y = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + 2y = -4 \\ 6x - 2y = 18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + 2y = -4 \\ 7x = 14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 + 2y = -4 \\ x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -3. \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm $\begin{cases} x = 2 \\ y = -3. \end{cases}$

Câu 4. Cho đường tròn $(O; 3\text{cm})$, lấy điểm A sao cho $OA = 6$ cm. Từ A vẽ hai tiếp tuyến AB và AC với đường tròn (B và C là hai tiếp điểm). Chứng minh rằng tam giác ABC đều.

Lời giải.

Từ giả thiết ta có tam giác OCA và tam giác OBA là hai ta giác vuông bằng nhau, với $CA = BA = \sqrt{OA^2 - OC^2} = \sqrt{27}$, suy ra ΔABC cân đỉnh A. Dễ dàng tính được $\sin\widehat{CAO} = \sin\widehat{BAO} = \dfrac{1}{2}$ nên $\widehat{CAO} = \widehat{BAO} = 30^\circ$. Từ đó suy ra $\widehat{CAB} = 60^\circ$. Vậy ΔABC cân và có một góc bằng 60° nên ΔABC đều.



Câu 5. Viết phương trình đường thẳng (d) đi qua điểm $B(1;-2)$ và song song với đường thẳng $(d') : y = 3x$.

Lời giải.

Vì (d) song song với (d') nên phương trình có dạng $y = 3x + m$ với $m \neq 0$. Mà (d) đi qua $B(1;-2)$ nên ta có $-2 = 3.1 + m \Leftrightarrow m = -5$ (thoả mãn $m \neq 0$). Vậy đường thẳng (d) có phương trình $y = 3x - 5$.

Câu 6. Giải phương trình $9x^4 + 8x^2 - 1 = 0$.

Lời giải.

Đặt $t = x^2$ với điều kiện $t \geq 0$ ta có phương trình $9t^2 + 8t - 1 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = -1 \text{ (loại)} \\ t = \dfrac{1}{9}. \end{array}\right.$ Với $t = \dfrac{1}{9}$ ta có $x^2 = \dfrac{1}{9} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{1}{3} \\ x = -\dfrac{1}{3}. \end{array}\right.$

Vậy phương trình đã cho có hai nghiệm $x = \dfrac{1}{3}$ và $x = -\dfrac{1}{3}$.

Câu 7. Một hình nón có diện tích toàn phần bằng $90\pi \text{cm}^2$ và độ dài đường sinh bằng 13 cm. Tính thể tích của hình nón đó.

Lời giải.

Gọi r là bán kính đáy của hình nón. Theo công thức tính diện tích toàn phần của hình nón ta có phương trình $\pi r^2 + 13\pi r = 90\pi \Leftrightarrow r^2 + 13r - 90 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} r = 5 \\ r = -18 \text{ (loại)}. \end{array}\right.$

Gọi h là đường cao của hình nón ta có $h = \sqrt{13^2 - r^2} = 12$.

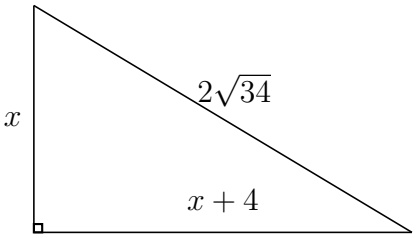
Áp dụng công thức tính thể tích của hình nón ta có $V = \dfrac{1}{3}\pi r^2 h = 100\pi$ (cm^3).

Câu 8. Tính diện tích của một tam giác vuông, biết hai cạnh góc vuông hơn kém nhau 4 cm và độ dài cạnh huyền bằng $2\sqrt{34}$ cm.

Lời giải.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Gọi độ dài cạnh góc vuông nhỏ của tam giác đó là x, điều kiện $x > 0$ thì độ dài cạnh góc vuông lớn hơn sẽ là $x + 4$. Từ giả thiết và áp dụng định lý Pytago ta có phương trình:



$x^2 + (x+4)^2 = (2\sqrt{34})^2 \Leftrightarrow x^2 + 4x - 60 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 6 \\ x = -10 \text{ (loại)}. \end{array}\right.$

Vậy tam giác vuông đó có độ dài hai cạnh góc vuông là 6 cm và 10 cm, suy ra diện tích là 30 cm^2.

Câu 9. Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, cho Parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $(d): y = 2(m+3)x + 1 - 4m$ (m là tham số). Với giá trị nào của m thì (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt cùng nằm bên phải trục tung.

Lời giải.

Yêu cầu bài toán tương đương phương trình $x^2 = 2(m+3)x + 1 - 4m$ có hai nghiệm dương phân biệt. Hay phương trình $x^2 - 2(m+3)x - 1 + 4m = 0$ có hai nghiệm dương phân biệt, tức là:

$$\begin{cases} \Delta' = (m+3)^2 + 1 - 4m > 0 \\ m + 3 > 0 \\ -1 + 4m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m+1)^2 + 9 > 0 \\ m > -3 \\ m > -\dfrac{1}{4} \end{cases} \Leftrightarrow m > \frac{1}{4}.$$

Kết luận: với $m > \dfrac{1}{4}$ thì (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt cùng nằm bên phải trục tung.

Câu 10. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x - \sqrt{x - 2017} + \dfrac{1}{4}$.

Lời giải.

Đặt $t = \sqrt{x - 2017}, t \geq 0$ ta có $t^2 = x - 2017$ hay $x = t^2 + 2017$.

Từ đó ta có $P = t^2 + 2017 - t + \dfrac{1}{4} = \left(t - \dfrac{1}{2}\right)^2 + 2017 \geq 2017$, đẳng thức xảy ra khi $t = \dfrac{1}{2}$ tức là khi $x = 2017 + \dfrac{1}{4} = \dfrac{8069}{4}$. Vậy giá trị nhỏ nhất của P bằng 2017 đạt được tại $x = \dfrac{8069}{4}$.

Câu 11. Cho phương trình: $ax^2 + bx + c = 0$ (a, b, c là các hệ số và $a > 0$). Chứng minh rằng nếu $b > a + c$ thì phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt.

Lời giải.

Ta xét hai trường hợp.

Trường hợp 1: $c < 0$, khi đó hiển nhiên a và c trái dấu nên phương trình có hai nghiệm

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

phân biệt trái dấu.

Trường hợp 2: $c \geq 0$, từ giả thiết ta có

$$b > a + c > 0 \Rightarrow b^2 > (a+c)^2 \Leftrightarrow b^2 - 4ac > a^2 - 2ac + c^2 \Leftrightarrow b^2 - 4ac > (a-c)^2.$$

Mà $(a-c)^2 \geq 0$ nên $\Delta = b^2 - 4ac > 0$ suy ra phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt.

Vậy phương trình đã cho luôn có hai nghiệm phân biệt.

Câu 12. Cho tam giác ABC nhọn, nội tiếp đường tròn (O). Gọi E là điểm chính giữa của cung nhỏ BC, AE cắt BC tại D. Chứng minh rằng $AC^2.BD = AD.CD.AE$.

Lời giải.

Từ giả thiết dễ dàng thấy rằng $\Delta ADC \sim \Delta BDE$ nên $AC.BD = AD.BE$.

Từ đó ta có $AC^2.BD = AC.BD.AC = AD.BE.AC$

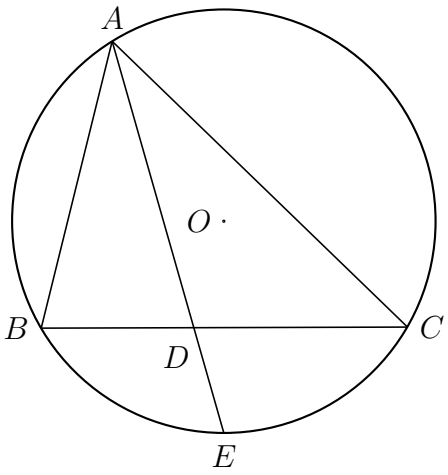
Vậy ta cần chứng minh $BE.AC = CD.AE$.

Thật vậy dễ thấy:

$\Delta CDA \simeq \Delta EBA \Rightarrow \dfrac{CD}{CA} = \dfrac{EB}{EA} \Rightarrow \dfrac{CD}{CA} = \dfrac{EC}{EA}$

$\Rightarrow CD.EA = EC.AC \Leftrightarrow CD.AE = BE.AC$.

Từ đó ta có điều phải chứng minh.



Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 103

ĐỀ THI VÀO 10, SỞ GIÁO DỤC LẠNG SƠN, 2017

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

Câu 1.

a) Tính giá trị của các biểu thức:

$A = \sqrt{81} + \sqrt{25}$ $B = \sqrt{\left(\sqrt{7}+1\right)^2} - \sqrt{7}$

b) Vẽ đồ thị hàm số $y = 2x - 1$.

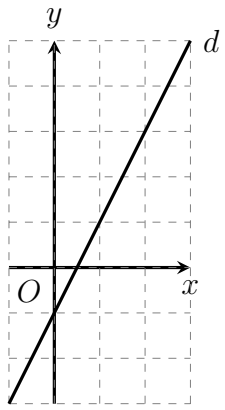
Lời giải.

a) $A = \sqrt{81} + \sqrt{25} = \sqrt{9^2} + \sqrt{5^2} = 9 + 5 = 14.$

$B = \sqrt{\left(\sqrt{7}+1\right)^2} - \sqrt{7} = \sqrt{7} + 1 - \sqrt{7} = 1.$

b) Ta có bảng giá trị:

x	0	1
$y = 2x - 1$	-1	1



Câu 2. Giải các phương trình, hệ phương trình:

a) $x^2 - 12x + 35 = 0$.

b) $x^4 - 3x^2 - 4 = 0$.

c) $\begin{cases} x - 2y = 4 \\ 2x + 3y = 1 \end{cases}$.

Lời giải.

a) Ta có: $\Delta' = 36 - 35 = 1 > 0$ nên phương trình có hai nghiệm phân biệt là $x_1 = \dfrac{6+1}{1} = 7$ hay $x_2 = \dfrac{6-1}{1} = 5$.

b) Đặt $t = x^2 \geq 0$, phương trình trở thành $t^2 - 3t - 4 = 0$ $(*)$, do $\Delta = 9 + 16 = 25 > 0$ nên phương trình $(*)$ có hai nghiệm là $t = -1$ (loại) và $t = 4 \Leftrightarrow x^2 = 4 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2 \\ x = -2 \end{array}\right.$.

c) Ta có: $\begin{cases} x-2y=4 \\ 2x+3y=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-4y=8 \\ 2x+3y=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -7y=7 \\ 2x+3y=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=-1 \\ x=\dfrac{1-3y}{2}=2 \end{cases}$.

Câu 3. Cho biểu thức $P=\dfrac{3}{\sqrt{x}+1}-\dfrac{1}{\sqrt{x}-1}-\dfrac{\sqrt{x}-5}{x-1}$, với $x \geq 0$ và $x \neq 1$.

a) Rút gọn biểu thức P.

b) Tính giá trị của biểu thức P khi $x=24-16\sqrt{2}$.

Lời giải.

a) $P=\dfrac{3}{\sqrt{x}+1}-\dfrac{1}{\sqrt{x}-1}-\dfrac{\sqrt{x}-5}{x-1}=\dfrac{3(\sqrt{x}-1)-\sqrt{x}-1-\sqrt{x}+5}{x-1}=\dfrac{\sqrt{x}+1}{x-1}=\dfrac{1}{\sqrt{x}-1}$.

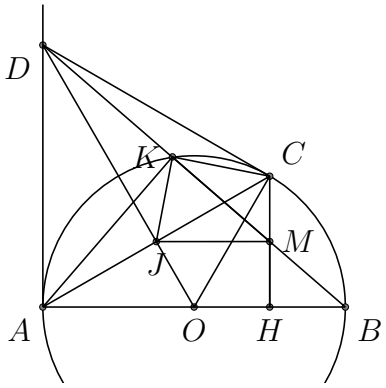
b) Với $x=24-16\sqrt{2} \Rightarrow \sqrt{x}=\sqrt{24-16\sqrt{2}}=\sqrt{(4-2\sqrt{2})^2}=4-2\sqrt{2}$.
Vậy $P=\dfrac{1}{\sqrt{x}-1}=\dfrac{1}{3-2\sqrt{2}}=3+2\sqrt{2}$.

Câu 4. Cho nửa đường tròn tâm O, đường kính AB. Dựng tiếp tuyến Ax (Ax và nửa đường tròn cùng thuộc một nửa mặt phẳng bờ là đường thẳng AB). Gọi C là một điểm nằm trên nửa đường tròn (C không trùng với A và B), dựng tiếp tuyến Cy của nửa đường tròn (O) cắt Ax tại D. Kẻ CH vuông góc với AB, với H nằm trên AB, BD cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là K, và cắt CH tại M. Gọi J là giao điểm của OD với AC.

a) Chứng minh rằng tứ giác $AKMH$ nội tiếp được một đường tròn.

b) Chứng minh rằng tứ giác $CKJM$ nội tiếp được một đường tròn (O_1).

c) Chứng minh rằng DJ là tiếp tuyến của đường tròn (O_1).



Lời giải.

a) Ta có: $\widehat{AKB}=\widehat{AHM}=90^\circ$ nên tứ giác $AKMH$ nội tiếp được tròn một đường tròn.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

b) Kẻ tiếp tuyến By của nửa đường tròn (O). Gọi T là giao điểm của CD với By.
Ta có: $\dfrac{CM}{BT}=\dfrac{CD}{DI}\Rightarrow\dfrac{CM}{DC}=\dfrac{BT}{DI}=\dfrac{CT}{DI}=\dfrac{BM}{BD}=\dfrac{MH}{AD}$
Mà ta có $AD=CD$ nên $MH=CH$, vậy M là trung điểm của CH.
Ta có: $\widehat{KCJ}=\widehat{KBA}=\widehat{KMJ}$ nên tứ giác $CKJM$ là tứ giác nội tiếp.

c) Ta có $CM\perp MJ\Rightarrow$ tứ giác $CKJM$ nội tiếp đường tròn đường kính CJ nên O_1 là trung điểm của CJ. Mà ta có $OD\perp AC$ tại J nên $DJ\perp O_1J$ tại J, vì thế nên DJ là tiếp tuyến của đường tròn (O_1).

Câu 5. Cho x, y, z là các số thực dương, thỏa mãn $xy+yz+zx=xyz$.
Chứng minh rằng: $\dfrac{xy}{z^3(1+x)(1+y)}+\dfrac{yz}{x^3(1+y)(1+z)}+\dfrac{zx}{y^3(1+z)(1+x)}\geq\dfrac{1}{16}$.

Lời giải.
Đặt $a=\dfrac{1}{x}$, $b=\dfrac{1}{y}$, $c=\dfrac{1}{z}$.
Do $xy+yz+zx=xyz\Leftrightarrow\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}+\dfrac{1}{z}=1\Leftrightarrow a+b+c=1$.

$$\text{VT}=\frac{\dfrac{1}{z^3}}{\left(\dfrac{1}{x}+1\right)\left(\dfrac{1}{y}+1\right)}+\frac{\dfrac{1}{x^3}}{\left(\dfrac{1}{y}+1\right)\left(\dfrac{1}{z}+1\right)}+\frac{\dfrac{1}{y^3}}{\left(\dfrac{1}{z}+1\right)\left(\dfrac{1}{x}+1\right)}$$

$$=\frac{a^3}{(1+b)(1+c)}+\frac{b^3}{(1+c)(1+a)}+\frac{c^3}{(1+a)(1+b)}.$$

Có: $\dfrac{a^3}{(1+b)(1+c)}+\dfrac{1+b}{64}+\dfrac{1+c}{64}\geq 3\sqrt[3]{\dfrac{a^3(1+b)(1+c)}{64^2(1+b)(1+c)}}=\dfrac{3}{16}a$

$\Rightarrow\dfrac{a^3}{(1+b)(1+c)}\geq\dfrac{3}{16}a-\dfrac{1+b}{64}-\dfrac{1+c}{64}$

Vậy $\text{VT}\geq\dfrac{3}{16}(a+b+c)-\dfrac{1+a+1+b+1+c}{32}=\dfrac{3}{16}-\dfrac{4}{32}=\dfrac{1}{16}$

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 104

ĐỀ THI VÀO 10, SỞ GIÁO DỤC LONG AN, 2017

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Câu 1.

a) Rút gọn: $3\sqrt{75}-12\sqrt{3}+\sqrt{12}$.

b) Rút gọn: $N=\dfrac{x-2\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}-\dfrac{\sqrt{x}+x}{\sqrt{x}}$.

c) Giải phương trình: $\sqrt{4x^2-12x+9}=9$.

Lời giải.

a) $3\sqrt{75}-12\sqrt{3}+\sqrt{12}=15\sqrt{3}-12\sqrt{3}+2\sqrt{3}=5\sqrt{3}$.

b) đk: $\begin{cases} x>0 \\ x\neq 1 \end{cases}$

$N=\dfrac{(\sqrt{x}-1)^2}{\sqrt{x}-1}-\dfrac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)}{\sqrt{x}}=\sqrt{x}-1-\sqrt{x}-1=-2.$

c) $\sqrt{4x^2-12x+9}=9\Leftrightarrow\sqrt{(2x-3)^2}=9\Leftrightarrow|2x-3|=9\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2x-3=-9\\2x-3=9\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-3\\x=6\end{array}\right.$.

Câu 2.

a) Cho hai hàm số: $y=-x^2$ và $y=2x-5$. Vẽ đồ thị hai hàm số đã cho trên cùng mặt phẳng tọa độ Oxy.

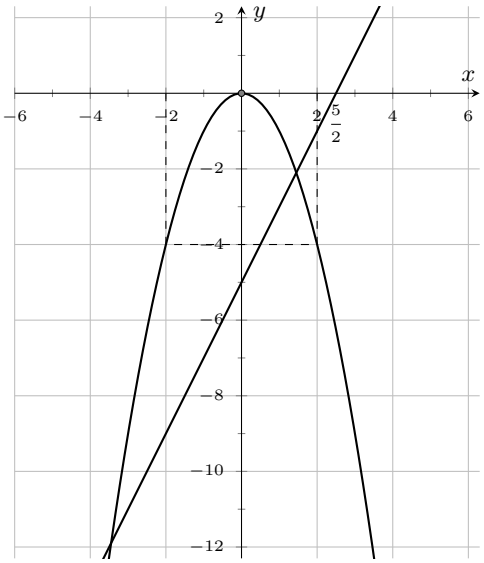
b) Viết phương trình đường thẳng $(d): y=ax+b$, biết (d) đi qua hai điểm $A(-1;10); B(3;-2)$.

Lời giải.

a) Ta có các bảng giá trị:

x	-2	0	2
$y=-x^2$	-4	0	-4

x	0	$\frac{5}{2}$
$y=2x-5$	-5	0



b) Ta có (d) đi qua điểm $A(-1;10)$ do đó :

$$-a+b=10 \Leftrightarrow b=a+10. \tag{0.13}$$

Ta lại có (d) đi qua điểm $B(3;-2)$ do đó:

$$3a+b=-2. \tag{0.14}$$

Thay (1) vào (2) ta được:

$$4a=-12 \Leftrightarrow a=-3 \Rightarrow b=7.$$

Vậy $(d): y=-3x+7$.

Câu 3.

a) Giải phương trình: $3x^2+2x-8=0$.

b) Cho phương trình: $x^2-2(m+1)x+m^2-3=0$. Tìm tất cả giá trị của tham số m để phương trình trên có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn: $\dfrac{x_1}{x_2}+\dfrac{x_2}{x_1}=2$.

Lời giải.

a) Ta có $\Delta'=b'^2-ac=1+3.8=25>0$.

Vậy phương trình có hai nghiệm phân biệt:

$$x_1=\frac{-b'-\sqrt{\Delta'}}{a}=\frac{-1-5}{3}=-2.$$
$$x_2=\frac{-b'+\sqrt{\Delta'}}{a}=\frac{-1+5}{3}=\frac{4}{3}.$$

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

b) Ta có: $\Delta' = (m+1)^2 - m^2 + 3 = 2m + 4$.

Để phương trình có hai nghiệm phân biệt thì: $2m + 4 > 0 \Leftrightarrow m > -2$. (1)

Theo hệ thức Vi-ét ta có: $x_1 + x_2 = 2(m+1)$ và $x_1.x_2 = m^2 - 3$.

Ta có :

$$\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} = 2$$
$$\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2 = 0 \Leftrightarrow 4(m+1)^2 - 4(m^2-3) = 0$$
$$\Leftrightarrow 4m^2 + 8m + 4 - 4m^2 + 12 = 0 \Leftrightarrow m = -2. \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra không có giá trị m thỏa mãn để: $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} = 2$.

Câu 4. Cho đường tròn (O) đường kính AC. Trên bán kính OC lấy điểm B tùy ý (B không trùng O và C). Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng AB. Qua M kẻ dây cung DE vuông góc với AB. Kẻ BI vuông góc với CD $(I \in CD)$.

a) Cho $AM = 4cm; MC = 9cm$. Tính độ dài đoạn thẳng MD và $\tan A$ của tam giác MDA.

b) Chứng minh: $BMDI$ là tứ giác nội tiếp

c) Chứng minh $ADBE$ là hình thoi và ba điểm $I; B; E$ thẳng hàng.

d) Gọi O' là tâm đường tròn đường kính BC. Chứng minh: MI là tiếp tuyến của (O')

Lời giải.

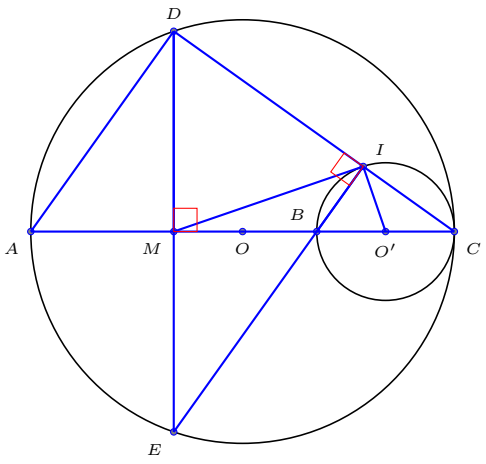
a) Ta có $\widehat{ADC} = 90°$(góc nội tiếp chắn nữa đường tròn)

$\triangle ADC$ vuông tại D, đường cao AH do đó ta có:

$DM^2 = AM.CM = 4.9 = 36 \Rightarrow DM = 6$cm.

$\triangle MDA$ vuông tại M, ta có:

$\tan A = \frac{DM}{MA} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$.



b) Ta có: $\widehat{DMB} + \widehat{BID} = 90° + 90° = 180°$.

$\Rightarrow$ Tứ giác $BMDI$ nội tiếp.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

c) Ta có $DE \perp AB(gt) \Rightarrow MD = ME$

Xét tứ giác $ADBE$ có:

$\begin{cases} MD = ME(cmt) \\ MA = MB(gt) \end{cases} \Rightarrow$ Tứ giác ADBE là hình bình hành.

Mặt khác ta lại có: $DE \perp AB(gt)$

$\Rightarrow$ Tứ giác $ADBE$ là hình thoi.

$\Rightarrow DE \parallel BE$

Mà $\widehat{ADC} = 90^\circ \Rightarrow AD \perp DC \Rightarrow BE \perp DC$.

Mặt khác $BI \perp DC$. Do đó 3 điểm E, B, I thẳng hàng.

d) Ta có: $\widehat{BIC} = 90^\circ \Rightarrow I$ thuộc đường tròn tâm O'.

Ta lại có:

$\begin{cases} \triangle DIC \text{ vuông tại I} \\ \text{M là trung điểm của DE} \end{cases} \Rightarrow IM = DM = \dfrac{DE}{2}$

$\Rightarrow \triangle MDI$ cân tại $M \Rightarrow \widehat{MDI} = \widehat{MID}$. (1)

Mặt khác ta có : $O'C = O'I$(Bán kính đường tròn tâm O')

$\Rightarrow \triangle O'CI$ cân tại $O' \Rightarrow \widehat{O'CI} = \widehat{O'IC}$. (2)

Mà $\widehat{O'CI} + \widehat{MDI} = 90^\circ$. (3)

Từ (1), (2) và (3) suy ra $\widehat{MIO'} = 90^\circ \Rightarrow O'I \perp IM$

$\Rightarrow MI$ là tiếp tuyến của đường tròn tâm O'.

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 105

ĐỀ THI VÀO 10, SỞ GIÁO DỤC NAM ĐỊNH, 2017

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

Câu 1. Điều kiện để biểu thức $\dfrac{2017}{x-2}$ xác định là

(A) $x<2$. (B) $x>2$. (C) $x\neq 2$. (D) $x=2$.

Câu 2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, đồ thị hàm số $y=x+1$ đi qua điểm

(A) $M(1;0)$. (B) $N(0;1)$. (C) $P(3;2)$. (D) $Q(-1;1)$.

Câu 3. Điều kiện để hàm số $y=(m-2)x+8$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$ là

(A) $m\geq 2$. (B) $m>2$. (C) $m<2$. (D) $m\neq 2$.

Câu 4. Trong các phương trình bậc hai sau, phương trình nào có tổng hai nghiệm bằng 5?

(A) $x^2-10x-5=0$. (B) $x^2-5x+10=0$. (C) $x^2+5x-1=0$. (D) $x^2-5x-1=0$.

Câu 5. Trong các phương trình bậc hai sau, phương trình nào có hai nghiệm trái dấu?

(A) $-x^2+2x-3=0$. (B) $5x^2-7x-2=0$.

(C) $3x^2-4x+1=0$. (D) $x^2+2x+1=0$.

Câu 6. Cho tam giác ABC vuông tại A có đường cao AH, biết $BH=4$ cm và $CH=16$ cm. Độ dài đường cao AH bằng

(A) 8 cm. (B) 9 cm. (C) 25 cm. (D) 16 cm.

Câu 7. Cho đường tròn có chu vi bằng 8π cm. Bán kính đường tròn đã cho bằng

(A) 4 cm. (B) 2 cm. (C) 6 cm. (D) 8 cm.

Câu 8. Cho hình nón có bán kính đáy bằng 3 cm, chiều cao bằng 4 cm. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

(A) 24π cm^2. (B) 12π cm^2. (C) 20π cm^2. (D) 15π cm^2.

Câu 9. Cho biểu thức $P=\dfrac{1}{x^2-\sqrt{x}}:\dfrac{\sqrt{x}+1}{x\sqrt{x}+x+\sqrt{x}}$ với $x>0$ và $x\neq 1$.

a) Rút gọn biểu thức P.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

b) Tìm các giá trị x sao cho $3P = 1 + x$.

Lời giải.

a) Ta có

$$P = \frac{1}{x^2 - \sqrt{x}} : \frac{\sqrt{x} + 1}{x\sqrt{x} + x + \sqrt{x}}$$
$$= \frac{1}{\sqrt{x}(x\sqrt{x} - 1)} . \frac{x\sqrt{x} + x + \sqrt{x}}{\sqrt{x} + 1}$$
$$= \frac{1}{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 1)(x + \sqrt{x} + 1)} . \frac{\sqrt{x}(x + \sqrt{x} + 1)}{\sqrt{x} + 1} = \frac{1}{x - 1}.$$

b) $3P = 1 + x \Leftrightarrow \frac{3}{x - 1} = 1 + x \Leftrightarrow x^2 - 1 = 3 \Leftrightarrow x^2 = 4 \Leftrightarrow x = 2$ vì $x > 0$ và $x \neq 1$.

Câu 10. Cho phương trình $x^2 - x + m + 1 = 0$ (1) (m là tham số)

a) Tìm các giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt.

b) Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm phân biệt của phương trình (1). Tìm các giá trị của m sao cho $x_1^2 + x_1x_2 + 3x_2 = 7$.

Lời giải.

a) Có $\Delta = -4m - 3$. Phương trình có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta > 0 \Leftrightarrow m < -\frac{3}{4}$.

b) Áp dụng hệ thức vi-ét, ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = 1 \\ x_1.x_2 = m + 1 \end{cases}$.

Khi đó $x_1^2 + x_1x_2 + 3x_2 = 7 \Leftrightarrow x_1(x_1 + x_2) + 3x_2 = 7 \Leftrightarrow x_1 + 3x_2 = 7$.

Từ đó ta có hệ phương trình $\begin{cases} x_1 + x_2 = 1 \\ x_1 + 3x_2 = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = -2 \\ x_2 = 3 \end{cases}$

$\Rightarrow x_1x_2 = -2.3 = m + 1 \Rightarrow m = -7$.

Vậy $m = -7$ thỏa mãn điều kiện đề bài.

Câu 11. Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2x + 3y = xy + 5 \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y + 1} = 1 \end{cases}$

Lời giải.

Điều kiện $\begin{cases} x \neq 0 \\ y \neq -1 \end{cases}$. Khi đó

$$\begin{cases} 2x+3y=xy+5 \\ \dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y+1}=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+3y=xy+5 \\ y+1=xy \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+2y=6 \\ y+1=xy \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3-y \\ y+1=y(3-y) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=3-y \\ y+1=y(3-y) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3-y \\ y^2-2y+1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$$

Vậy hệ có nghiệm duy nhất $(x;y)=(2;1)$.

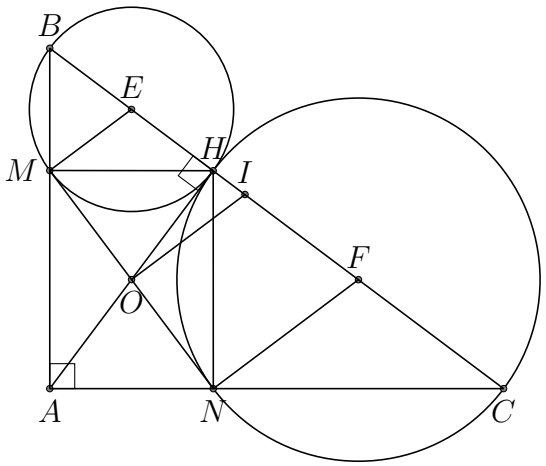
Câu 12. Cho tam giác ABC vuông tại A đường cao AH. Đường tròn tâm E đường kính BH cắt AB tại M (M khác B), đường tròn tâm F đường kính HC cắt AC tại N (N khác C).

a) Chứng minh $AM.AB = AN.AC$ và $AN.AC = MN^2$

b) Gọi I là trung điểm của EF, O là giao điểm của AH và MN. Chứng minh IO vuông góc với đường thẳng MN.

c) Chứng minh $4(EN^2+FM^2) = BC^2+6AH^2$.

Lời giải.



a) Ta có $\widehat{BMH} = \widehat{HNC} = 90^\circ$ (các góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)
$\Rightarrow HM \perp AB$, $HN \perp AC$. Áp dụng hệ thức lượng vào các tam giác vuông AHB và AHC, có $AH^2 = AM.AB$ và $AH^2 = AN.AC \Rightarrow AM.AB = AN.AC$.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Mặt khác, tứ giác $AMHN$ có ba góc vuông nên là hình chữ nhật khi đó $AH = MN \Rightarrow AN.AC = MN^2$.

b) Tứ giác $AMHN$ là hình chữ nhật, có O là giao điểm của AH và MN.
$\Rightarrow O$ là trung điểm của AH và MN. Khi đó $\triangle EMO = \triangle EHO$ $(c.c.c) \Rightarrow \widehat{EMO} = \widehat{EHO} = 90^\circ \Rightarrow EM \perp MN$.
Chứng minh tương tự ta có $FN \perp MN$.
$\Rightarrow ME \parallel NF \Rightarrow MEFN$ là hình thang vuông. Mà OI là đường trung bình của hình thang vuông $MEFN$ nên $OI \perp MN$.

c) Đặt $MN = AH = h$, x, y lần lượt là bán kính của đường tròn (E) và (F). Ta có
$4(EN^2 + FM^2) = 4[(ME^2 + MN^2) + (ME^2 + MN^2)] = 4(x^2 + y^2 + 2h^2)$
$BC^2+6AH^2 = (HB+HC)^2+6h^2 = HB^2+HC^2+2HB.HC+6h^2 = 4x^2+4y^2+2h^2+6h^2 = 4(x^2 + y^2 + 2h^2)$.
Vậy $4(EN^2 + FM^2) = BC^2 + 6AH^2$.

Câu 13. Giải phương trình $\sqrt{5x^2 + 4x} - \sqrt{x^2 - 3x - 18} = 5\sqrt{x}$.

Lời giải.

Điều kiện: $x \geq 6$.

$\sqrt{5x^2 + 4x} - \sqrt{x^2 - 3x - 18} = 5\sqrt{x}$

$\Leftrightarrow \sqrt{5x^2 + 4x} - 5\sqrt{x} = \sqrt{x^2 - 3x - 18}$

$\Leftrightarrow 5x^2 + 4x + 25x - 10x\sqrt{5x + 4} = x^2 - 3x - 18$

$\Leftrightarrow 6(5x + 4) - 10x\sqrt{5x + 4} + 4x^2 + 2x - 6 = 0$

Đặt $\sqrt{5x + 4} = t$, Phương trình trên trở thành: $6t^2 - 10xt + 4x^2 + 2x - 6 = 0 \Rightarrow \Delta = (x - 6)^2 \geq 0$. Khi đó $\left[\begin{array}{l} t = \dfrac{5x + |x - 6|}{6} \\ t = \dfrac{5x - |x - 6|}{6} \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} t = x - 1 \\ t = \dfrac{2x + 3}{3} \end{array}\right.$

Với $t = x - 1 \Rightarrow x - 1 = \sqrt{5x + 4} \Rightarrow x^2 - 7x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = \dfrac{7 + \sqrt{61}}{2}$ vì $x \geq 6$.

Với $t = \dfrac{2x + 3}{3} \Rightarrow 2x + 3 = 3\sqrt{5x + 4} \Leftrightarrow 4x^2 - 33x - 27 = 0 \Leftrightarrow x = 9$ vì $x \geq 6$.

Vậy tập nghiệm của phương trình $S = \left\{\dfrac{7 + \sqrt{61}}{2}; 9\right\}$.

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 106

ĐỀ THI VÀO 10, SỞ GIÁO DỤC NGHỆ AN, 2017

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Câu 1.

a) Tính giá trị của biểu thức $A = \left(1-\sqrt{7}\right)\dfrac{\sqrt{7}+7}{2\sqrt{7}}$.

b) Tìm điều kiện xác định và rút gọn biểu thức $P = \left(\dfrac{1}{1-\sqrt{x}} - \dfrac{1}{1+\sqrt{x}}\right)\cdot\dfrac{x-1}{\sqrt{x}}$.

Lời giải.

a) Ta có

$$\begin{aligned} A &= \left(1-\sqrt{7}\right)\cdot\frac{\sqrt{7}+7}{2\sqrt{7}} = \left(1-\sqrt{7}\right)\cdot\frac{\sqrt{7}\left(1+\sqrt{7}\right)}{2\sqrt{7}} \\ &= \frac{\left(1-\sqrt{7}\right)\left(1+\sqrt{7}\right)}{2} = \frac{1-7}{2} = \frac{-6}{2} = -3. \end{aligned}$$

b) Điều kiện: $x>0,\ x\neq 1$

$$\begin{aligned} P &= \left(\frac{1}{1-\sqrt{x}} - \frac{1}{1+\sqrt{x}}\right)\cdot\frac{x-1}{\sqrt{x}} \\ &= \frac{1+\sqrt{x}-1+\sqrt{x}}{1-x}\cdot\frac{x-1}{\sqrt{x}} \\ &= \frac{2\sqrt{x}}{-(x-1)}\cdot\frac{x-1}{\sqrt{x}} = -2 \end{aligned}$$

Vậy $P = ˇ2$ với $x>0,\ x\neq 1$.

Câu 2.

a) Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2x-y=4 \\ 4x+y=-1. \end{cases}$

b) Giải phương trình $2x^2-5x+2=0$.

c) Cho parabol $(P): y=x^2$ và đường thẳng $(d): y=2x+m-6$. Tìm m để đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ dương.

Lời giải.

a) Hệ $\Leftrightarrow \begin{cases} 6x = 3 \\ y = -1 - 4x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \dfrac{1}{2} \\ y = -3 \end{cases}$. Vậy nghiệm của hệ là $\begin{cases} x = \dfrac{1}{2} \\ y = -3 \end{cases}$.

b) Phương trình $\Leftrightarrow (2x-1)(x-2) = 0 \Leftrightarrow x = \dfrac{1}{2},\ x = 2$ là nghiệm của phương trình đã cho.

c) Phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng (d) và parabol (P)

$$x^2 = 2x + m - 6 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x - m + 6 = 0. \quad (1)$$

Yêu cầu bài toán được thỏa mãn khi và chỉ khi (1) có hai nghiệm dương phân biệt, hay

$$\begin{cases} \Delta' = m - 5 > 0 \\ S = 2 > 0 \\ P = -m + 6 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 5 \\ m < 6 \end{cases} \Leftrightarrow 5 < m < 6.$$

Câu 3. Một mảnh vườn hình chữ nhật có chiều dài lớn hơn chiều rộng 15 m. Nếu giảm chiều dài 2 m và tăng chiều rộng 3 m thì diện tích mảnh vườn tăng thêm 44 m^2. Tính diện tích của mảnh vườn.

Lời giải.

Gọi x (m) là chiều dài của mảnh vườn $(x > 15)$.

Khi đó, chiều rộng của mảnh vườn là: $x - 15$ (m).

Diện tích của mảnh vườn ban đầu: $x(x-15)$ (m^2)

Diện tích mảnh vườn sau khi giảm chiều dài và tăng chiều rộng: $(x-2)(x-12)$ (m^2).

Theo đề bài ta có

$$(x-2)(x-12) = x(x-15) + 44 \Leftrightarrow x = 20.$$

Ta thấy $x = 20$ thỏa điều kiện bài toán. Vậy diện tích của mảnh vườn là: 100 m^2.

Câu 4.

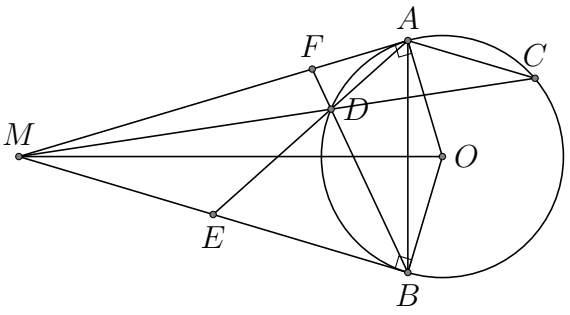
Cho điểm M nằm bên ngoài đường tròn $(O\ ;\ R)$. Từ điểm M kẻ hai tiếp tuyến MA, MB với đường tròn đó (A, B là tiếp điểm). Qua điểm A kẻ đường thẳng song song với MB cắt đường tròn $(O\ ;\ R)$ tại C. Nối MC cắt đường tròn $(O\ ;\ R)$ tại D. Tia AD cắt MB tại E.

a) Chứng minh rằng $MAOB$ là tứ giác nội tiếp.

b) Chứng minh rằng $EM = EB$

c) Xác định vị trí của điểm M để $BD \perp MA$.

Lời giải.



a) Ta có $\widehat{MAO} = \widehat{MBO} = 90^\circ$ nên tứ giác $MAOB$ nội tiếp đường tròn đường kính AO.

b) Xét hai tam giác EDB và EBA có góc $\widehat{E}$ chung và $\widehat{EBD} = \widehat{EAB}$ nên $\Delta EBD \backsim \Delta EAB$, suy ra

$$EB^2 = ED \cdot EA. \qquad (1)$$

Mặt khác hai tam giác EMD và EAM có góc $\widehat{E}$ chung và
$\widehat{EAM} = \widehat{ACM} = \widehat{EMD}$ (slt).
Suy ra $\Delta EMD \backsim \Delta EAM$ do đó

$$EM^2 = ED \cdot EA. \qquad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có $EM = EB$.

c) Gọi F là giao điểm của BD với MA.
Ta có $\Delta EMD \backsim \Delta EAM$ nên
$\widehat{EMA} = \widehat{EDM} = \widehat{ADC}$.
Mặt khác $\widehat{DBM} = \widehat{DAB}$. Do đó

$$AM \perp BD \Leftrightarrow \widehat{EMA} + \widehat{MBD} = 90^\circ \Leftrightarrow \widehat{ADC} + \widehat{DAB} = 90^\circ$$
$$\Leftrightarrow CD \perp AB \Leftrightarrow MC \equiv MO \Leftrightarrow AD \perp AC \Leftrightarrow AD \perp MB$$
$$\Leftrightarrow \Delta MAB \text{ đều } \Leftrightarrow OM = \frac{OA}{\cos 60^\circ} = 2R.$$

Câu 5. Giải phương trình: $x + \dfrac{2\sqrt{2}x}{\sqrt{1+x^2}} = 1$.

Lời giải.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Từ phương trình, ta thấy $x > 0$, nên ta biến đổi phương trình đã cho thành:

$$\sqrt{x} + \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{x + \dfrac{1}{x}}} = \frac{1}{\sqrt{x}}.$$

Đặt $t = \sqrt{x} - \dfrac{1}{\sqrt{x}}$, ta có $x + \dfrac{1}{x} = t^2 + 2$. Do đó, ta có phương trình

$$t + \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{t^2+2}} = 0 \Leftrightarrow t\sqrt{t^2+2} = -2\sqrt{2} \Leftrightarrow \begin{cases} t < 0 \\ t^4 + 2t^2 - 8 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow t = -\sqrt{2}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}} = -\sqrt{2} \Leftrightarrow x + \sqrt{2} \cdot \sqrt{x} - 1 = 0 \Leftrightarrow \sqrt{x} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow x = 2 - \sqrt{3}.$$

Vậy phương trình đã cho có nghiệm $x = 2 - \sqrt{3}$.

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 107

ĐỀ THI VÀO 10, SỞ GIÁO DỤC NINH BÌNH, 2017

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Câu 1.

a) Rút gọn biểu thức $A = \sqrt{3}\left(\sqrt{12} - \sqrt{3}\right)$.

b) Tìm m để đường thẳng $y = (m-1)x + 3$ song song với đường thẳng $y = 2x + 1$.

c) Giải hệ phương trình $\begin{cases} x + 2y = 4 \\ 5x - 2y = 8 \end{cases}$

Lời giải.

a) $A = \sqrt{36} - 3 = 6 - 3 = 3$.

b) Đường thẳng $y = (m-1)x + 3$ song song với đường thẳng $y = 2x + 1$ khi và chỉ khi $\begin{cases} m - 1 = 2 \\ 3 \neq 1 \end{cases} \iff m = 3$.

c) $\begin{cases} x + 2y = 4 \\ 5x - 2y = 8 \end{cases} \iff \begin{cases} 6x = 12 \\ 5x - 2y = 8 \end{cases} \iff \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$

Câu 2. Cho phương trình $x^2 + 2(m+2)x + 4m - 1 = 0$ (x là ẩn số, m là tham số) (1).

a) Giải phương trình (1) khi $m = 2$.

b) Chứng minh rằng với mọi giá trị của tham số m thì phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt. Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình (1), tìm m để $x_1^2 + x_2^2 = 30$.

Lời giải.

a) Khi $m = 2$, ta có phương trình $x^2 + 8x + 7 = 0$, $a - b + c = 0$ cho nên $x_1 = -1, x_2 = -7$.

b) $\Delta' = (m+2)^2 - 4m + 1 = m^2 + 5 > 0$ với mọi m cho nên phương trình có nghiệm với mọi m. Theo định lí Vi-ét ta có $x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 4(m+2)^2 - 2(4m-1) = 4m^2 + 8m + 18 = 30 \iff m = 1, m = -3$.

Câu 3. Một ô tô dự định đi từ bến xe A đến bến xe B cách nhau 90 km với vận tốc không đổi. Tuy nhiên, ô tô khởi hành muộn 12 phút so với dự định. Để đến bến xe B đúng giờ ô tô đã tăng vận tốc lên 5 km/h so với vận tốc dự định. Tìm vận tốc dự định của ô tô.

Lời giải.

Gọi vận tốc ô tô dự định đi từ A đến B là x (km/h), $x > 0$, khi đó vận tốc ô tô thực tế đã đi từ A đến B là $x + 5$ (km/h)

Thời gian ô tô đi hết quãng đường AB với vận tốc dự định là : $\dfrac{90}{x}$ (h)

Thời gian ô tô đã đi hết quãng đường AB là : $\dfrac{90}{x+5}$ (h)

Theo giả thiết ta có phương trình $\dfrac{90}{x} - \dfrac{90}{x+5} = \dfrac{1}{5}$ (1) (12 phút đổi thành $\dfrac{1}{5}$ giờ)

(1) $\iff x^2 + 5x + 2250 = 0 \iff x_1 = 45, x_2 = -50$ (loại) .

Vậy vận tốc dự định của ô tô là 45 (km/h)

Câu 4. Cho đường tròn tâm O, bán kính R. Từ điểm C nằm ngoài đường tròn kẻ hai tiếp tuyến CA, CB và cát tuyến CMN với đường tròn (O) (A, B là hai tiếp điểm, M nằm giữa C và N). Gọi H là giao điểm của CO và AB.

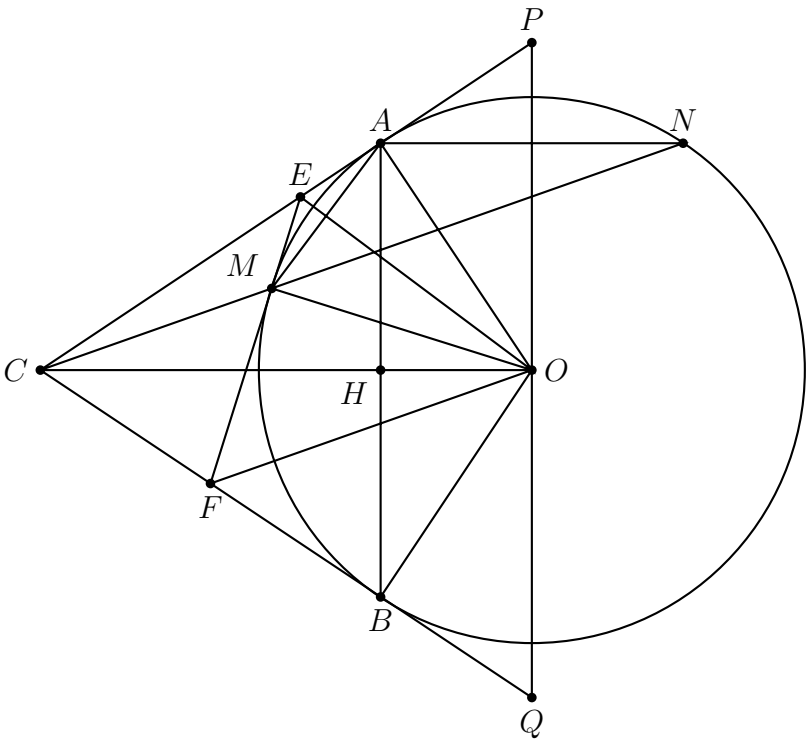
a) Chứng minh tứ giác $AOBC$ nội tiếp.

b) Chứng minh $CH.CO = CM.CN$.

c) Tiếp tuyến tại M của đường tròn (O) cắt CA, CB theo thứ tự tại E và F. Đường vuông góc với CO tại O cắt CA, CB theo thứ tự tại P, Q. Chứng minh $\widehat{POE} = \widehat{OFQ}$.

d) Chứng minh $PE + QF \geq PQ$.

Lời giải.



a) Ta có $\widehat{CAO} = \widehat{CBO} = 90^\circ$ cho nên tứ giác $AOBC$ nội tiếp.

b) Chứng minh $CH.CO = CM.CN$.

+ Tam giác ACO vuông tại A với AH là đường cao cho nên $CH.CO = CA^2$ (1).

+ Hai tam giác CAM và CNA có góc $\widehat{ACN}$ chung, $\widehat{CAM} = \widehat{CNA}$ (góc giữa tiếp tuyến và dây cung) cho nên ΔCAM đồng dạng với ΔCNA, kéo theo $\dfrac{CA}{CN} = \dfrac{CM}{CA} \iff CA^2 = CM.CN$ (2).

+ Từ (1) và (2) ta có $CH.CO = CM.CN$.

c) Chứng minh $\widehat{POE} = \widehat{OFQ}$.

+ Dễ thấy $\widehat{POA} = \widehat{BOQ}$ và $\widehat{AOE} = \widehat{EOM}$.

+ Ta có $\widehat{OFQ} = 90^\circ - \dfrac{180^\circ - \widehat{BOQ} - \widehat{POM}}{2} = \widehat{POA} + \widehat{AOE} = \widehat{POE}$.

d) Chứng minh $PE + QF \geq PQ$.

+ Theo ý 3. $\widehat{POE} = \widehat{OFQ}$ suy ra hai tam giác OPE và FQO đồng dạng cho nên $\dfrac{OP}{FQ} = \dfrac{PE}{QO} \iff OP.PQ = PE.QF \iff \dfrac{PQ^2}{4} = PE.QF \iff PQ = 2\sqrt{PE.QF}$. (1)

+ Theo bất đẳng thức Cô-si ta có $2\sqrt{PE.QF} \leq PE + QF$ (2)

+ Từ (1) và (2) ta có $PE + QF \geq PQ$.

Câu 5. Cho các số thực không âm a, b, c thỏa mãn $\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c} = 3$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \sqrt{3a^2 + 2ab + 3b^2} + \sqrt{3b^2 + 2bc + 3c^2} + \sqrt{3c^2 + 2ca + 3a^2}$.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Lời giải.

Với các số thực bất kì x, y, z ta có $3x^2 + 2xy + 3y^2 - 2(x+y)^2 = (x-y)^2 \geq 0$, cho nên $P = \sqrt{3a^2 + 2ab + 3b^2} + \sqrt{3b^2 + 2bc + 3c^2} + \sqrt{3c^2 + 2ca + 3a^2} \geq \sqrt{2}(a + b + b + c + c + a) = 2\sqrt{2}(a + b + c)$ (1)

Mặt khác $3(a+b+c) - (\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c})^2 = (\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 + (\sqrt{b} - \sqrt{c})^2 + (\sqrt{c} - \sqrt{a})^2 \geq 0 \Longrightarrow 3(a+b+c) \geq (\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c})^2 = 9 \Longrightarrow a + b + c \geq 3$ (2)

Từ (1) và (2) ta có $P \geq 6\sqrt{2}$. Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $a = b = c = 1$. Vậy $P_{\min} = 6\sqrt{2}$.

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 108

ĐỀ THI VÀO 10, SỞ GIÁO DỤC NINH THUẬN, 2017

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Câu 1. Giải bất phương trình và các phương trình sau:

a) $4x-5>7$

b) $2x+3(4x+2)=8$

c) $\frac{1}{2}x^2=3x-4$

Lời giải.

a) Ta có $4x-5>7 \Rightarrow 4x>12 \Rightarrow x>3$

b) $2x+3(4x+2)=8 \Leftrightarrow 2x+12x+6=8 \Leftrightarrow 14x=2 \Leftrightarrow x=\frac{1}{7}$

c) $\frac{1}{2}x^2=3x-4 \Leftrightarrow x^2-6x+8=0$

Ta có: $\Delta'=1$. Vậy phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1=4$, $x_2=2$.

Câu 2. Rút gọn biểu thức:

$$A=\left(\frac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}-1}-\frac{\sqrt{a}-1}{\sqrt{a}+1}\right).\frac{a-1}{4(a+1)}, \text{ với } a\geq 0;\ a\neq 1.$$

Với $a\geq 0; a\neq 1$, ta có:

$$A=\left(\frac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}-1}-\frac{\sqrt{a}-1}{\sqrt{a}+1}\right).\frac{a-1}{4(a+1)} = \frac{(\sqrt{a}+1)^2-(\sqrt{a}-1)^2}{(\sqrt{a}-1)(\sqrt{a}+1)}.\frac{a-1}{4(a+1)}$$
$$= \frac{4\sqrt{a}}{a-1}.\frac{a-1}{4(a+1)}=\frac{\sqrt{a}}{a+1}$$

Câu 3. Áp dụng hệ thức Vi-ét để tìm hai số, biết tổng của chúng bằng 15 và tích của chúng bằng 56.

Lời giải.

Gọi hai số cần tìm là x, y. Ta có $\begin{cases} S = x + y & = 15 \\ P = xy & = 56 \end{cases}$. Theo định lý Vi-ét, x, y là hai nghiệm của phương trình $X^2 - 15X + 56 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} X = 7 \\ X = 8 \end{array}\right.$. Vậy hai số cần tìm là $\begin{cases} x = 7 \\ y = 8 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} x = 8 \\ y = 7 \end{cases}$

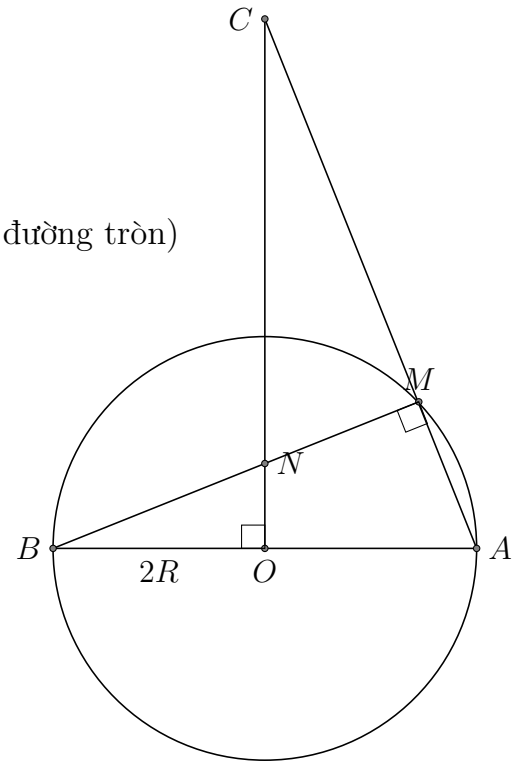
Câu 4. Cho đường tròn tâm O, đường kính $AB = 2R$ và điểm M trên đường tròn $(MA < MB)$. Đường thẳng vuông góc với AB tại O cắt BM tại N và cắt tia AM tại C.

a) Chứng minh tứ giác $OAMN$ nội tiếp được một đường tròn.

b) Chứng minh rằng: $MN.NB = ON.NC$.

c) Khi góc $\widehat{ABM} = 30°$, tính diện tích của tam giác ABC theo R.

Lời giải.



a) Tứ giác $AOMN$ có:

$\begin{cases} \widehat{AON} = 90^\circ \text{ (giả thiết)} \\ \widehat{AMN} = \widehat{AMB} = 90^\circ \text{ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)} \end{cases}$

Suy ra $\widehat{AON} + \widehat{AMN} = 180^\circ$ nên $AOMN$ là tứ giác nội tiếp.

b) Hai tam giác vuông MNC và OBN có $\widehat{MNC} = \widehat{ONB}$ nên $\triangle MNC \backsim \triangle ONB$.
Suy ra $\dfrac{MN}{ON} = \dfrac{NC}{NB} \Leftrightarrow MN.NB = ON.NC$.

c) Ta có: $\widehat{BAM} = 60^\circ$ nên tam giác ABC đều.
$\Rightarrow OC = AB\dfrac{\sqrt{3}}{2} = R\sqrt{3} \Rightarrow S_{ABC} = \dfrac{1}{2}.AB.OC = \sqrt{3}R^2$(đvdt).

Câu 5. Cho hai số thực x, y thoả mãn điều kiện $x - y = 2$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $Q = 3x^2 + y^2 + 8$.

Lời giải.

Với $x - y = 2$ ta có $y = x - 2$. Thay vào Q ta được:

$$Q = 3x^2 + (x-2)^2 + 8 = 4x^2 - 4x + 12 = (2x-1)^2 + 11 \geq 11$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của biểu thức Q là 11 khi $x = \dfrac{1}{2}$ và $y = -\dfrac{3}{2}$.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 109

ĐỀ THI VÀO 10, SỞ GIÁO DỤC PHÚ THỌ, 2017

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

Câu 1.

a) Giải phương trình: $\dfrac{x+1}{2}-1=0$.

b) Giải hệ phương trình $\begin{cases}2x+y=3\\x^2+y=5.\end{cases}$

Lời giải.

a) $\dfrac{x+1}{2}-1=0\Leftrightarrow\dfrac{x+1}{2}=1\Leftrightarrow x+1=2\Leftrightarrow x=1.$

Vậy nghiệm của phương trình là $x=1$.

b) $\begin{cases}2x+y=3\\x^2+y=5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=3-2x\\x^2-2x=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x^2-2x-2=0\\y=3-2x\end{cases}$

$x^2-2x-2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1-\sqrt{3}\\x=1+\sqrt{3}\end{array}\right.$.

Với $x=1-\sqrt{3}$ thì $y=3-2(1-\sqrt{3})=1+2\sqrt{3}$.

Với $x=1+\sqrt{3}$ thì $y=3-2(1+\sqrt{3})=1-2\sqrt{3}$.

Vậy nghiệm của hệ phương trình là $(x,y)\in\left\{(1-\sqrt{3};1+2\sqrt{3}),(1+\sqrt{3};1-2\sqrt{3})\right\}$.

Câu 2.

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho parabol (P) có phương trình $y=\dfrac{1}{2}x^2$ và hai điểm A,B thuộc (P) có hoành độ $x_A=-1,x_B=2$.

a) Tìm tọa độ A,B.

b) Viết phương trình đường thẳng (d) đi qua hai điểm A,B.

c) Tính khoảng cách từ O (gốc tọa độ) đến đường thẳng (d).

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Lời giải.

a) Vì A, B thuộc (P) nên:

$x_A = -1 \Rightarrow y_A = \frac{1}{2}(-1)^2 = \frac{1}{2}$

$x_B = 2 \Rightarrow y_B = \frac{1}{2}2^2 = 2$

Vậy $A\left(-1; \frac{1}{2}\right), B\left(2; 2\right)$.

b) Gọi phương trình đường thẳng (d) là $y = ax + b$. Ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} -a + b = \frac{1}{2} \\ 2a + b = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3a = \frac{3}{2} \\ 2a + b = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = 1 \end{cases}.$$

Vậy đường thẳng (d) có phương trình $y = \frac{1}{2}x + 1$.

c) (d) cắt trục Oy tại điểm $C(0; 1)$ và cắt trục Ox tại điểm $D(-2; 0) \Rightarrow OC = 1, OD = 2$.

Gọi h là khoảng cách từ O tới (d). Áp dụng hệ thức về cạnh và đường cao vào tam giác vuông OCD, ta có:

$$\frac{1}{h^2} = \frac{1}{OC^2} + \frac{1}{OD^2} = \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2} = \frac{5}{4} \Rightarrow h = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

Câu 3. Cho phương trình: $x^2 - 2(m+1)x + m^2 + m - 1 = 0$ (m là tham số).

a) Giải phương trình với $m = 0$.

b) Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn điều kiện: $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = 4$.

Lời giải.

a) Với $m = 0$, phương trình (1) trở thành: $x^2 - 2x - 1 = 0$

$\Delta' = 2$ nên phương trình có các nghiệm $x_{1,2} = 1 \pm \sqrt{2}$.

b) $\Delta' = m + 2$

Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m > -2$

Áp dụng hệ thức Vi-ét, ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m+1) \\ x_1 x_2 = m^2 + m - 1 \end{cases}$

Do đó: $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = 4 \Leftrightarrow \frac{x_1 + x_2}{x_1 x_2} = 4 \Leftrightarrow \frac{2(m+1)}{m^2 + m - 1} = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 + m - 1 \neq 0 \\ m + 1 = 2(m^2 + m - 1) \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m^2+m-1 \neq 0 \\ 2m^2+m-3=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=1 \\ m=-\dfrac{3}{2} \end{cases}$$

Kết hợp với điều kiện suy ra $m \in \left\{1; -\dfrac{3}{2}\right\}$ là các giá trị cần tìm.

Câu 4.

Cho tứ giác $ABCD$ nội tiếp đường tròn $(O;R)$. Gọi I là giao điểm AC và BD. Kẻ IH vuông góc với AB; IK vuông góc với AD $(H \in AB; K \in AD)$.

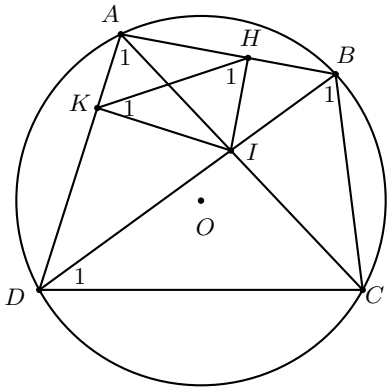
a) Chứng minh tứ giác $AHIK$ nội tiếp đường tròn.

b) Chứng minh rằng $IA.IC = IB.ID$.

c) Chứng minh rằng tam giác HIK và tam giác BCD đồng dạng.

d) Gọi S là diện tích tam giác ABD, S' là diện tích tam giác HIK. Chứng minh rằng:
$$\frac{S'}{S} \leq \frac{HK^2}{4.AI^2}$$

Lời giải.



a) Tứ giác $AHIK$ có $\begin{cases} \widehat{AHI}=90^\circ \quad (IH \perp AB) \\ \widehat{AKI}=90^\circ \quad (IK \perp AD) \end{cases} \Rightarrow \widehat{AHI}+\widehat{AKI}=180^\circ.$

Từ đó suy ra tứ giác $AHIK$ nội tiếp.

b) Xét các tam giác IAD và IBC ta có:

$\widehat{A_1}=\widehat{B_1}$ (2 góc nội tiếp cùng chắn cung DC của đường tròn tâm O).

$\widehat{AID}=\widehat{BIC}$ (2 góc đối đỉnh).

Từ đó suy ra $\Delta IAD \backsim \Delta IBC$, do đó $\dfrac{IA}{IB}=\dfrac{ID}{IC} \Rightarrow IA.IC=IB.ID$

c) Xét đường tròn ngoại tiếp tứ giác $AHIK$ có $\widehat{A_1}=\widehat{H_1}$ (2 góc nội tiếp cùng chắn cung IK).

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

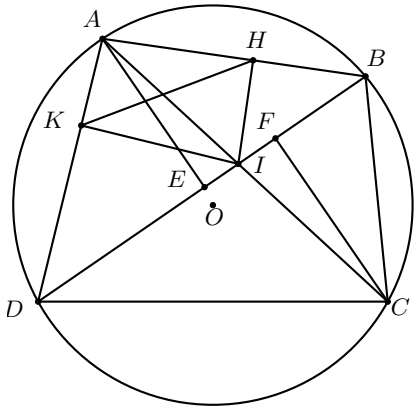
Mà $\widehat{A_1} = \widehat{B_1}$ suy ra $\widehat{H_1} = \widehat{B_1}$

Tương tự ta có $\widehat{K_1} = \widehat{D_1}$

ΔHIK và ΔBCD có $\widehat{H_1} = \widehat{B_1}, \widehat{K_1} = \widehat{D_1}$ nên $\Delta HIK \backsim \Delta BCD$.

d) Gọi S_1 là diện tích của tam giác BCD. Vì $\Delta HIK \backsim \Delta BCD$ nên:

$$\frac{S'}{S_1} = \frac{HK^2}{BD^2} = \frac{HK^2}{(IB+ID)^2} \leq \frac{HK^2}{4IB.ID} = \frac{HK^2}{4IA.IC} \quad (1)$$



Vẽ $AE \perp BD, CF \perp BD \Rightarrow AE \| CF \Rightarrow \frac{CF}{AE} = \frac{IC}{IA}$

ΔABD và ΔBCD có chung cạnh đáy BD nên:

$$\frac{S_1}{S} = \frac{CF}{AE} \Rightarrow \frac{S_1}{S} = \frac{IC}{IA} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra $\frac{S'}{S_1}.\frac{S_1}{S} \leq \frac{HK^2}{4IA.IC}.\frac{IC}{IA} \Leftrightarrow \frac{S'}{S} \leq \frac{HK^2}{4.AI^2}$

Câu 5. Giải phương trình: $(x^3-4)^3 = \left(\sqrt[3]{(x^2+4)^2}+4\right)^2$.

Lời giải.

$(x^3-4)^3 = \left(\sqrt[3]{(x^2+4)^2}+4\right)$ (1)

Điều kiện $x \geq \sqrt[3]{4}$

Đặt $x^3-4 = u^2; \sqrt[3]{x^3+4} = v \Rightarrow \begin{cases} v > 1 \\ v^3 - 4 = u^2 \end{cases}$

Khi đó (1) $\Leftrightarrow (u^2)^3 = (v^2+4)^2 \Leftrightarrow u^3 - 4 = v^2$

Từ đó ta có hệ:

$$\begin{cases} x^3-4 = u^2 \\ v^3-4 = x^2 \\ u^3-4 = v^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^3 - v^3 = u^2 - x^2 \quad (2) \\ u^3 - x^3 = v^2 - u^2 \quad (3) \end{cases}$$

Ta chứng minh được $x = u = v$. Thật vậy, do $u, v, x > 1$ nên nếu giả sử $x \geq v$ thì từ (2) suy ra $u \geq x$, kết hợp với (3) suy ra $v \geq u$, do đó ta có: $x \geq v \geq u \geq x \Rightarrow x = u = v$. Nếu $x < v$ thì tương tự ta có $x < v < u < x$ (vô lý)

Với $x = u$, ta có $x^3 - 4 = x^2 \Leftrightarrow (x-2)(x^2+x+2) = 0 \Leftrightarrow x = 2$

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Vậy phương trình đã cho có nghiệm duy nhất $x = 2$.

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 110

ĐỀ THI VÀO 10, SỞ GIÁO DỤC ĐÀO TẠO PHÚ YÊN, 2017

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Câu 1.

a) Rút gọn biểu thức.

$A = \sqrt{36} + \sqrt{27} - \sqrt{12}$; $B = \dfrac{4}{\sqrt{5}-1}$.

b) Giải phương trình $x^2 + 7x + 10 = 0$.

Lời giải.

a) Ta có $A = \sqrt{36} + \sqrt{27} - \sqrt{12} = 6 + 3\sqrt{3} - 2\sqrt{3} = 6 + \sqrt{3}$.

$B = \dfrac{4}{\sqrt{5}-1} = \dfrac{4(\sqrt{5}+1)}{(\sqrt{5}-1)(\sqrt{5}+1)} = \dfrac{4(\sqrt{5}+1)}{4} = \sqrt{5}+1$.

b) Ta có $\Delta = 7^2 - 4.10.1 = 9 > 0$ nên phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt:

$$x_1 = \frac{-7+3}{2} = -2 \text{ ;} \qquad x_2 = \frac{-7-3}{2} = -5$$

Câu 2. Cho hai hàm số $y = 3x$ và $y = -x + 4$.

a) Vẽ trên cùng một mặt phẳng tọa độ đồ thị của hai hàm số đã cho.

b) Gọi M là giao điểm của hai đường thẳng trên. Tìm tọa độ điểm M bằng phương pháp đại số.

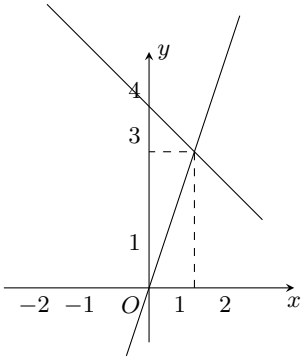
Lời giải.

a) Tập xác định $\mathscr{D} = \mathbb{R}$.

Bảng giá trị

x	0	1
$y=3x$	0	3
$y=-x+4$	4	3

Đồ thị



b) Phương trình hoành độ giao điểm của hai đường thẳng là: $3x=-x+4 \Leftrightarrow x=1$.

Với $x=1$ suy ra $y=3$.

Vậy tọa độ giao điểm của hai đường thẳng là $M(1;3)$.

Câu 3. Giải bài toán bằng cách lập phương trình

Một ca nô xuôi dòng một khúc sông dài 40 km, rồi ngược dòng khúc sông ấy hết 4 giờ 30 phút. Tính vận tốc thực của ca nô biết vận tốc của dòng nước là 2 km/giờ.

Lời giải.

Gọi vận tốc thực của ca nô là x km/giờ $(x>2)$.

Thời gian ca nô đi ngược dòng là $\dfrac{40}{x+2}$ (giờ).

Thời gian ca nô đi xuôi dòng là $\dfrac{40}{x-2}$ (giờ).

Đổi 4 giờ 30 phút $=4,5$ giờ.

Theo đề bài ta có phương trình

$$\frac{40}{x+2}+\frac{40}{x-2}=4,5 \Leftrightarrow 80x=4,5x^2-18 \Leftrightarrow 4,5x^2-80x-18=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=18 \\ x=-\dfrac{2}{9} \end{array}\right. .$$

So với yêu cầu bài toán thì ta có $x=18$ thỏa yêu cầu bài toán.

Vậy vận tốc thực của ca nô là 18 km/giờ.

Câu 4. Cho đường tròn tâm O, đường kính $AB=2R$, C là điểm chính giữa cung AB. Hai tiếp tuyến của đường tròn tại A và C cắt nhau tại D.

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

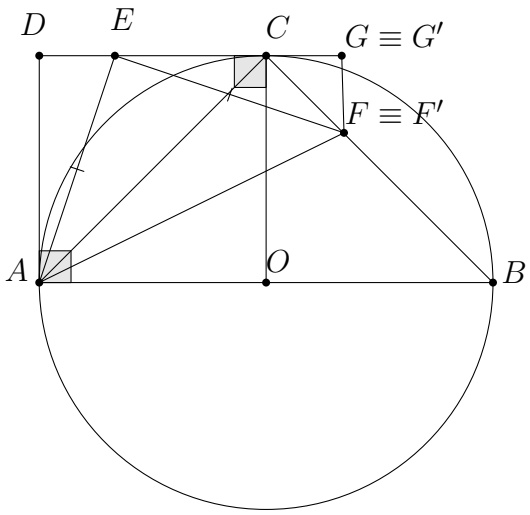
a) Chứng minh tứ giác $AOCD$ là hình vuông.

b) Tính diện tích phần nằm ngoài hình thang $ABCD$ của hình tròn (O) theo R.

c) Trên đoạn DC lấy điểm E sao cho $DE = \dfrac{1}{3}DC$. Trên đoạn BC lấy điểm F sao cho $EF = EA$. Kẻ FG vuông góc với DC $(G \in DC)$. Tính độ dài đoạn thẳng CG theo R.

d) Chứng minh tứ giác $AECF$ là tứ giác nội tiếp.

Lời giải.



a) Theo đề bài ta có: $\widehat{DAO} = \widehat{OCD} = \widehat{COA} = 90^\circ$ nên tứ giác $AOCD$ là hình chữ nhật.
Mặt khác $OC = OA = R$ nên tứ giác $OADC$ là hình vuông.

b) Ta có diện tích hình tròn là $S_1 = \pi.R^2$.
Diện tích tam giác COB vuông tại O là: $S_2 = \dfrac{1}{2}R^2$.
Vậy diện tích phần ngoài hình thang $ABCD$ là:

$$S = \frac{3}{4}\pi.R^2 - S_2 = \frac{3}{4}\pi.R^2 - \frac{1}{2}R^2 = \left(\frac{3}{4}\pi - \frac{1}{2}\right).R^2.$$

c) Gọi điểm F' thuộc cạnh CB sao cho $CF' = \dfrac{1}{3}CB$ và G' là hình chiếu của F' lên CD.
Ta có $AE = \sqrt{AD^2 + DE^2} = \sqrt{R^2 + \dfrac{R^2}{9}} = \dfrac{R\sqrt{10}}{3}$.
Ta có $\triangle CG'F'$ vuông cân tại G' (do $\widehat{G'CF} = \widehat{F'BO} = 45^\circ$), suy ra $G'F' = CG' = \dfrac{CF}{\sqrt{2}} = \dfrac{R\sqrt{2}}{3\sqrt{2}} = \dfrac{R}{3}$. Khi đó, $EG' = EC + CG' = \dfrac{2R}{3} + \dfrac{R}{3} = R$.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Độ dài $EF' = \sqrt{EG'^2 + G'F'^2} = \sqrt{R^2 + \dfrac{R^2}{9}} = \dfrac{R\sqrt{10}}{3}$.

Do đó $EF' = EA$ hay điểm $F' \equiv F$. Từ đó $G' \equiv G$ và $CG = \dfrac{R}{3}$.

d) Ta có $AF = \sqrt{AC^2 + CF^2} = \sqrt{(R\sqrt{2})^2 + \left(\dfrac{R\sqrt{2}}{3}\right)^2} = \dfrac{2\sqrt{5}R}{3}$

Tam giác EAF cân tại E có $AF^2 = AE^2 + EF^2$ nên là tam giác vuông cân. Tức là $\widehat{AEF} = 90^\circ$.

Xét tứ giác $AECF$ có $\widehat{ACF} = \widehat{AEF} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) nên là tứ giác nội tiếp.

Câu 5. Biết rằng các số x, y thỏa mãn điều kiện $x + y = 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $C = x^2 + y^2 + xy$.

Lời giải.

Ta có $x + y = 1 \Leftrightarrow x^2 + y^2 = 1 - 2xy$ và $(x - y)^2 \geq 0 \Leftrightarrow (x + y)^2 \geq 4xy \Leftrightarrow xy \leq \dfrac{1}{4}$. Biểu thức $C = x^2 + y^2 + xy = 1 - 2xy + xy = 1 - xy \geq 1 - \dfrac{1}{4} = \dfrac{3}{4}$. Vậy giá trị nhỏ nhất của C là $\dfrac{3}{4}$, xảy ra khi và chỉ khi $x = y = \dfrac{1}{2}$.

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 111

ĐỀ THI VÀO 10, SỞ GIÁO DỤC QUẢNG NGÃI, 2017

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Câu 1.

1) Thực hiện phép tính: $\sqrt{\left(\sqrt{5}+2\right)^2}-\sqrt{5}$.

2) Cho hàm số $y=x^2$ có đồ thị là (P) và hàm số $y=-x+2$ có đồ thị là (d).

a) Vẽ (P) và (d) trên cùng một mặt phẳng tọa độ Oxy.

b) Bằng phép tính, tìm tọa độ các giao điểm A và B của (P) và (d). (Hoành độ của A nhỏ hơn hoành độ của B). Gọi C và D lần lượt là hình chiếu vuông góc của A và B trên trục hoành, tính diện tích của tứ giác $ABDC$.

Lời giải.

1) Ta có $\sqrt{\left(\sqrt{5}+2\right)^2}-\sqrt{5}=\sqrt{5}+2-\sqrt{5}=2$.

2)

a) Vẽ (P) và (d) trên cùng một mặt phẳng tọa độ Oxy.

$*$ Xét $y=x^2$

Bảng giá trị:

x	-2	-1	0	1	2
y	4	1	0	1	4

Nhận xét: Đồ thị hàm số là một đường parabol đi qua gốc tọa độ, nhận trục tung làm trục đối xứng. Đồ thị nằm phía trên trục hoành.

$*$ Đồ thị hàm $y=-x+2$.

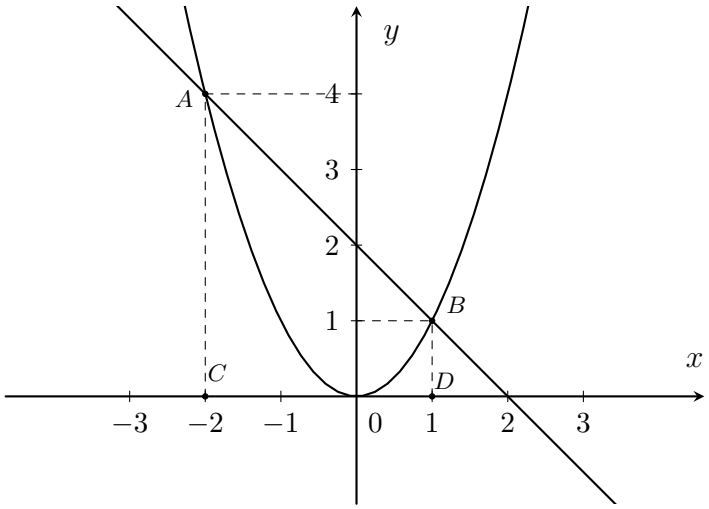
Đồ thị hàm số $y=-x+2$ là đường thẳng đi qua hai điểm $(0;2)$ và $(2;0)$.

b) Hoành độ giao điểm: $x^2 = -x + 2 \Leftrightarrow x^2 + x - 2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = -2 \end{array}\right.$

Vì hoành độ của A nhỏ hơn hoành độ của B nên $\left[\begin{array}{l} x_A = -2 \Rightarrow y_A = 4 \\ x_B = 1 \Rightarrow y_B = 1 \end{array}\right.$

Tứ giác $ABDC$ là hình thang vuông có $AC = 4$, $CD = 3$, $BD = 1$

$\Rightarrow S_{ABDC} = \dfrac{(AC + BD).CD}{2} = 7,5.$



Câu 2.

1) Giải phương trình và hệ phương trình sau:

a) $x^4 + 2017x^2 - 2018 = 0$;

b) $\begin{cases} 2x + y = -1 \\ x - 2y = 7 \end{cases}$

2) Cho phương trình bậc hai $x^2 - 2x + m + 3 = 0$ (m là tham số).

a) Tìm m để phương trình có nghiệm $x = -1$. Tính nghiệm còn lại.

b) Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn hệ thức $x_1^3 + x_2^3 = 8$.

Lời giải.

1) a) Xét phương trình $x^4 + 2017x^2 - 2018 = 0 \quad (1)$

Đặt $t = x^2 \geq 0$, phương trình trở thành: $t^2 + 2017t + 2018 = 0 \quad (2)$

Phương trình (2) có $a + b + c = 0$ nên $t_1 = 1$ nhận, $t_2 = -2018$ loại

Với $t = 1 \Rightarrow x = \pm 1$

Vậy phương trình có hai nghiệm $x = \pm 1$.

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

b) Xét hệ phương trình $\begin{cases} 2x+y=-1 \\ x-2y=7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x+2y=-2 \\ x-2y=7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x=5 \\ x-2y=7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=-3 \end{cases}$

.

2) Xét phương trình $x^2-2x+m+3=0$

a) Khi phương trình có nghiệm $x=-1$ thì $(-1)^2-2(-1)+m+3=0 \Rightarrow m=-6$

Mà $x_1+x_2=\dfrac{-b}{a}=2 \Rightarrow$ nghiệm còn lại là $x=3$.

b) Ta có: $\Delta'=(-1)^2-1(m+3)=-m-2$

Để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thì $\Delta'>0$ hay $m<-2$.

Khi đó, theo Vi-et: $x_1+x_2=2$; $x_1.x_2=m+3$

Xét $x_1^3+x_2^3=8 \Leftrightarrow (x_1+x_2)^3-3x_1.x_2\,(x_1+x_2)=8$

$\Rightarrow 2^3-3.2(m+3)=8 \Rightarrow m=-3<-2$ (thỏa)

Vậy $m=-3$ thì phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^3+x_2^3=8$.

Câu 3. Một phòng họp có 250 chỗ ngồi được chia thành từng dãy, mỗi dãy có số chỗ ngồi như nhau. Vì có đến 308 người dự họp nên ban tổ chức phải kê thêm 3 dãy ghế, mỗi dãy ghế phải kê thêm 1 chỗ ngồi nữa thì vừa đủ. Hỏi lúc đầu ở phòng họp có bao nhiêu dãy ghế và mỗi dãy ghế có bao nhiêu chỗ ngồi?

Lời giải.

Gọi x là số dãy ghế lúc đầu ($x \in \mathbb{N}^*$)

Số chỗ ngồi trên mỗi dãy lúc đầu là $\dfrac{250}{x}$ (chỗ)

Số dãy ghế lúc sau (thực tế) là $x+3$ (dãy)

Số chỗ ngồi lúc sau (thực tế) là $\dfrac{308}{x+3}$ (chỗ)

Vì số chỗ ngồi trên mỗi dãy lúc sau hơn số chỗ ngồi trên mỗi dãy lúc đầu là 1 chỗ nên ta có phương trình:

$$\frac{308}{x+3}-\frac{250}{x}=1$$

$$\Rightarrow 308x-250x-750=x^2+3x \Rightarrow x^2-55x+750=0$$

$$\Delta=(-55)^2-4.1.750=25>0$$

$$\Rightarrow x_1=30 \text{ (loại, vì } 30 \notin \text{Ư}(250)) \text{ hoặc } x_2=25 \text{ (nhận, vì } 25 \in \text{Ư}(250)).$$

Vậy lúc đầu có 25 dãy ghế và mỗi dãy ghế có 10 chỗ ngồi.

Câu 4. Cho nửa đường $(O;R)$ đường kính AB. Một điểm M cố định thuộc đoạn thẳng OB (M khác B và M khác O). Đường thẳng d vuông góc với AB tại M cắt nửa đường

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

tròn đã cho tại N. Trên cung NB lấy điểm E bất kì (E khác B và E khác N). Tia BE cắt đường thẳng d tại C, đường thẳng AC cắt nửa đường tròn tại D. Gọi H là giao điểm của AE và đường thẳng d.

a) Chứng minh tứ giác $BMHE$ nội tiếp được đường tròn.

b) Chứng minh 3 điểm B, H, D thẳng hàng.

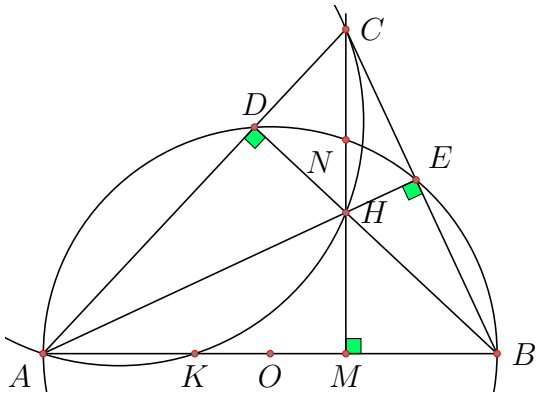
c) Tính giá trị của biểu thức $BN^2 + AD.AC$ theo R.

d) Đường tròn ngoại tiếp tam giác AHC cắt AB tại K. Chứng minh rằng khi E di động trên cung NB thì độ dài đoạn thẳng BK không đổi.

Lời giải.

a) Vì $\widehat{AEB} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn (O)) nên $\widehat{AEB}+\widehat{BMH} = 90^\circ+90^\circ = 180^\circ$

suy ra tứ giác $BMHE$ nội tiếp đường tròn đường tròn đường kính BH.



b) Vì CM và AE là hai đường cao của tam giác ABC nên H là trực tâm của tam giác ABC, suy ra BH là đường cao thứ ba của tam giác ABC, hay $BH \perp AC$ (1)

Mà $\widehat{ADB} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn (O)) $\Rightarrow BD \perp AC$ (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow BH = BD$ hay B, H, D thẳng hàng.

c) Ta có $\widehat{AMC} = \widehat{ADB} = 90^\circ$; $\widehat{MAC} = \widehat{DAB}$ (góc chung)

$\Rightarrow \Delta AMC \sim \Delta ADB$ (g.g) $\Rightarrow AD.AC = AM.AB = 2R.AM$ (3)

Mặt khác ΔABN vuông tại N, có NM là đường cao nên $BN^2 = BM.BA = 2R.BM$ (4)

Cộng (3) và (4) theo vế, ta có: $BN^2 + AD.AC = 2R.AM + 2R.BM = 2R.(AM + BM)$

Hay $BN^2 + AD.AC = 2R.AB = 2R.2R = 4R^2$.

d) Vì tứ giác $AKHC$ nội tiếp nên $\widehat{MKH} = \widehat{MCA}$ (cùng bù với $\widehat{AKH}$)

Mà $\widehat{MBH} = \widehat{MCA}$ (cùng phụ với $\widehat{BCA}$)

$\Rightarrow \widehat{MKH} = \widehat{MBH} \Rightarrow \Delta BKH$ cân tại H, lại có $HM \perp BK \Rightarrow MK = MB$ (không đổi)

$\Rightarrow BK = 2.MB$ không đổi.

Vậy khi E di động trên cung NB thì độ dài đoạn $BK = 2.MB$ không đổi.

Câu 5. Cho a là số thực dương lớn hơn 1 và $x = \sqrt{a + \sqrt{a^2 - 1}} + \sqrt{a - \sqrt{a^2 - 1}}$. Tính giá trị biểu thức $P = x^3 - 2x^2 - 2(a + 1)x + 4a + 2021$.

Lời giải.

Vì $a > 1$ nên $a^2 > 1 \Rightarrow x = \sqrt{a + \sqrt{a^2 - 1}} + \sqrt{a - \sqrt{a^2 - 1}}$ có nghĩa và $x > 0$.

Ta có:

$x^2 = \left(\sqrt{a + \sqrt{a^2 - 1}} + \sqrt{a - \sqrt{a^2 - 1}}\right)^2 = a + \sqrt{a^2 - 1} + 2\sqrt{a + \sqrt{a^2 - 1}}.\sqrt{a - \sqrt{a^2 - 1}} + a - \sqrt{a^2 - 1}$

Hay $x^2 = 2(a + 1) \Rightarrow -x^3 = -2(a + 1)x$ (nhân hai vế với $-x$)

thế vào biểu thức $P = x^3 - 2x^2 - 2(a + 1)x + 4a + 2021$, ta có:

$P = x^3 - 2[2(a + 1)] - x^3 + 4a + 2021 = -4a - 4 + 4a + 2021 = 2017$

Vậy $P = 2017$ khi $x = \sqrt{a + \sqrt{a^2 - 1}} + \sqrt{a - \sqrt{a^2 - 1}}$.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 112

ĐỀ THI VÀO 10, SỞ GIÁO DỤC QUẢNG NINH, 2017

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

Câu 1.

a) Rút gọn biểu thức $A = 10 - \sqrt{9}$; $B = \sqrt{4x} + \sqrt{x} - \sqrt{9x}$ với $x \geq 0$.

b) Giải hệ phương trình $\begin{cases} x - y &= 1 \\ x + y &= 3 \end{cases}$.

c) Tìm các giá trị của a để đồ thị hàm số $y = ax + 6$ đi qua điểm $M(1; 2)$.

Lời giải.

a) $A = 10 - \sqrt{9} = 10 - 3 = 7$;

$B = \sqrt{4x} + \sqrt{x} - \sqrt{9x} = 2\sqrt{x} + \sqrt{x} - 3\sqrt{x} = 0$. (với $x \geq 0$)

b) $\begin{cases} x - y = 1 \\ x + y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = 4 \\ 2y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$.

Vậy hệ phương trình có nghiệm $(x; y) = (2; 1)$.

c) Đồ thị hàm số $y = ax + 6$ đi qua $A(1; 2)$ khi và chỉ khi $a + 6 = 2 \Leftrightarrow a = -4$.

Câu 2. Cho phương trình $x^2 - (2m + 1)x + m^2 - 1 = 0$ (m là tham số).

a) Giải phương trình với $m = 5$.

b) Tìm các giá trị của m để phương trình có hai nghiệm x_1; x_2 thỏa mãn:

$$\left(x_1^2 - 2mx_1 + m^2\right)(x_2 + 1) = 1$$

Lời giải.

a) Với $m=5$ phương trình trở thành $x^2-11x+24=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=3 \\ x=8 \end{array}\right.$.

b) Phương trình có hai nghiệm x_1, $x_2 \Leftrightarrow \Delta \geq 0 \Leftrightarrow [-(2m+1)]^2-4(m^2-1) \geq 0 \Leftrightarrow 4m+5 \geq 0 \Leftrightarrow m \geq -\dfrac{5}{4}$.

Với $m \geq -\dfrac{5}{4}$ phương trình có hai nghiệm. Theo định lý Vi-ét ta có: $\left\{\begin{array}{l} x_1+x_2=2m+1 \\ x_1x_2=m^2-1 \end{array}\right.$.

Vì x_1 là nghiệm của phương trình nên ta có:

$x_1^2-(2m+1)x_1+m^2-1=0 \Leftrightarrow x_1^2=(2m+1)x_1-m^2+1$.

Thay vào hệ thức $x_1^2-(2m+1)x_1+m^2-1=0$ ta có:

$$(x_1^2-(2m+1)x_1+m^2)(x_2+1)=1 \Leftrightarrow (x_1+1)(x_2+1)=1$$

$$\Leftrightarrow x_1x_2+x_1+x_2+1=1 \Leftrightarrow m^2-1+2m+1+1=1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} m=0 & \text{(không thỏa mãn)} \\ m=-2 & \text{(thỏa mãn)} \end{array}\right.$$

Câu 3. *Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình*:
Một mảnh vườn hình chữ nhật có diện tích là 300m^2. Nếu giảm chiều dài đi 2m và tăng chiều rộng thêm 3m thì mảnh vườn trở thành hình vuông. Tính chiều dài, chiều rộng của mảnh vườn.

Lời giải.

Gọi chiều dài là x, chiều rộng là y ta có hệ phương trình:

$$\left\{\begin{array}{l} x.y=300 \\ x-2=y+3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} xy=300 \\ x=y+5 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} (y+5)y=300 \\ x=y+5 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} y^2+5y-300=0 \\ x=y+5 \end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \left\{\begin{array}{l} x=20 \\ y=15 \end{array}\right. \text{(thỏa mãn)} \\ \left\{\begin{array}{l} x=-15 \\ y=-20 \end{array}\right. \text{(không thỏa mãn)} \end{array}\right.$$

Câu 4. Cho đường tròn (O) đường kính AB và điểm C nằm trên đường tròn (C không trùng với A và B). Lấy điểm D thuộc đoạn AC (D không trùng với A và C). Tia BD cắt cung nhỏ AC tại điểm M, tia BC cắt tia AM tại điểm N.

a) Chứng minh $MNCD$ là tứ giác nội tiếp.

b) Chứng minh $AM.BD=AD.BC$.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

c) Gọi I là giao điểm thứ hai của hai đường tròn ngoại tiếp tam giác ADM và tam giác BDC. Chứng minh ba điểm N, D, I thẳng hàng.

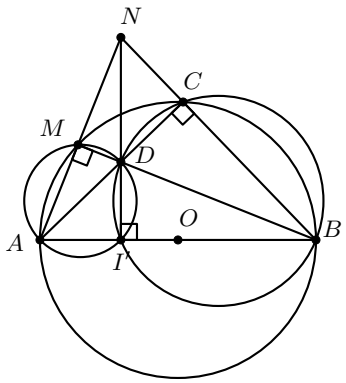
Lời giải.

a)

AC vuông góc với NB (Vì ACB là góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

BM vuông góc với NA (Vì AMB là góc nội tiếp chắn nửa đường tròn).

Do đó tứ giác $CDMN$ nội tiếp (tứ giác có tổng hai góc đối bằng $180°$).



b) Hai tam giác ADM và BDC đồng dạng nên $AM.BD = AD.BC$.

c) Gọi I' là giao điểm của DN với AB.

$\triangle ABN$ có các đường cao AC, BM cắt nhau tại D nên ND vuông góc với AB tại I'.

Chứng minh tứ giác $BCDI'$ nội tiếp suy ra I' thuộc đường tròn ngoại tiếp $\triangle BCD$. (1)

Chứng minh tứ giác $AMDI'$ nội tiếp suy ra I' thuộc đường tròn ngoại tiếp $\triangle AMD$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra I' là giao điểm của đường tròn ngoại tiếp tam giác BCD và đường tròn ngoại tiếp tam giác AMD. Do đó I' trung với I. Vậy ba điểm N, D, I thẳng hàng.

Câu 5. Tính giá trị của biểu thức $M = a^2 + b^2$ biết a và b thỏa mãn:

$$\begin{cases} \dfrac{3a^2}{b^2} + \dfrac{1}{b^3} = 1 \\ \dfrac{3b^2}{a^2} + \dfrac{2}{a^3} = 1 \end{cases}.$$

Lời giải.

Ta có: $\begin{cases} \dfrac{3a^2}{b^2} + \dfrac{1}{b^3} = 1 \\ \dfrac{3b^2}{a^2} + \dfrac{2}{a^3} = 1 \end{cases}$ (với $a.b \neq 0$)

$$\Rightarrow \begin{cases} 3a^2b + 1 = b^3 \\ 3ab^2 + 2 = a^3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b^3 - 3a^2b = 1 \\ a^3 - 3ab^2 = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (b^3 - 3a^2b)^2 = 1 \\ (a^3 - 3ab^2)^2 = 4 \end{cases}$$

$\Rightarrow b^6 - 6a^2b^4 + 9a^4b^2 + a^6 - 6a^4b^2 + 9a^2b^4 = 5.$

$\Leftrightarrow a^6 + 3a^4b^2 + 3a^2b^4 + b^6 = 5.$

$\Leftrightarrow (a^2 + b^2)^3 = 5 \Leftrightarrow a^2 + b^2 = \sqrt[3]{5}.$

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 113

ĐỀ THI VÀO 10, SỞ GIÁO DỤC TÂY NINH, 2017

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

Câu 1. Rút gọn biểu thức $T = \sqrt{36} + \sqrt{9} - \sqrt{49}$.

Lời giải.

Ta có $T = \sqrt{36} + \sqrt{9} - \sqrt{49} = \sqrt{6^2} + \sqrt{3^2} - \sqrt{7^2} = 6 + 3 - 7 = 2$.

Câu 2. Giải phương trình $x^2 - 5x - 14 = 0$.

Lời giải.

Ta có $\Delta = (-5)^2 - 4.1.(-14) = 25 + 56 = 81 = 9^2 > 0 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 9$. Phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt $x_1 = \dfrac{5+9}{2} = 7$ và $x_2 = \dfrac{5-9}{2} = -2$.

Câu 3. Tìm m để đường thẳng $(d) : y = (2m-1)x + 3$ song song với đường thẳng $(d') : y = 5x + 6$.

Lời giải.

Đường thẳng (d) có $a = 2m - 1, b = 3$ và (d') có $a' = 5$, $b' = 6$.

Khi đó, $(d) \parallel (d') \Leftrightarrow \begin{cases} a = a' \neq 0 \\ b \neq b' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2m - 1 = 5 \\ 3 \neq 6 \text{ (đúng)} \end{cases} \Leftrightarrow m = 3.$

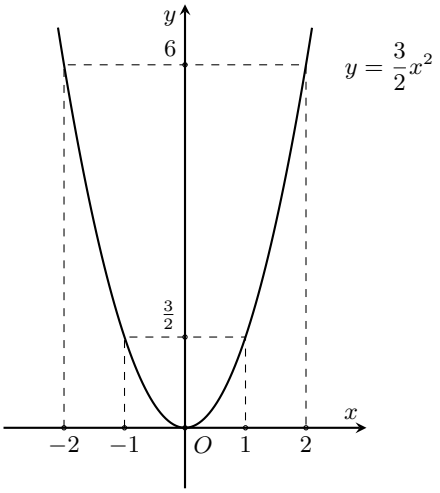
Câu 4. Vẽ đồ thị của hàm số $y = \dfrac{3}{2}x^2$.

Lời giải.

- Tập xác định: $\mathscr{D} = \mathbb{R}$
- Bảng giá trị:

x	-2	1	0	1	2
y	6	$\dfrac{3}{2}$	0	$\dfrac{3}{2}$	6

- Đồ thị:



Câu 5. Tìm a và b biết hệ phương trình $\begin{cases} ax + y = 1 \\ ax + by = -5 \end{cases}$ có một nghiệm là $(2; -3)$.

Lời giải.

Xét hệ phương trình $\begin{cases} ax + y = 1 \quad (1) \\ ax + by = -5 \quad (2) \end{cases}$. Thay nghiệm $(2; -3)$ vào (1) ta được $2a - 3 = 1 \Leftrightarrow a = 2$. Thay $a = 2$ và nghiệm $(2; -3)$ vào (2) ta được $2.2 + b(-3) = -5 \Leftrightarrow b = 3$. Vậy ta có $a = 2, b = 3$.

Câu 6. Cho tam giác ABC vuông tại A có đường cao AH (H thuộc cạnh BC) biết $AB = a, BC = 2a$. Tính theo a độ dài AC và AH.

Lời giải.

Theo Định lý Pytago ta có $AC^2 = BC^2 - AB^2 = (2a)^2 - a^2 = 3a^2 \Rightarrow AC = a\sqrt{3}$. Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH thì $AH.BC = AB.AC \Leftrightarrow AH = \dfrac{AB.AC}{BC} = \dfrac{a.a\sqrt{3}}{2a} = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 7. Tìm m để phương trình $x^2 + x - m + 2 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa $x_1^3 + x_2^3 + x_1^2 x_2^2 = 17$.

Lời giải.

Ta có $\Delta = 1^2 - 4(-m + 2) = 4m - 7$ và hệ số $a = 1 \neq 0$. Phương trình có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $\Delta > 0 \Leftrightarrow 4m - 7 > 0 \Leftrightarrow m > \dfrac{7}{4}$. Theo Định lý Viete, ta có

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

$\begin{cases} S = x_1 + x_2 = -1 \\ P = x_1 x_2 = -m + 2 \end{cases}$. Theo yêu cầu bài toán:

$$\begin{aligned} x_1^3 + x_2^3 + x_1^2 x_2^2 = 17 &\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^3 - 3x_1 x_2 (x_1 + x_2) + x_1^2 x_2^2 = 17 \Leftrightarrow S^3 - 3PS + P^2 = 17 \\ &\Leftrightarrow (-1)^3 - 3(-m+2)(-1) + (-m+2)^2 = 17 \\ &\Leftrightarrow -1 - 3m + 6 + m^2 - 4m + 4 - 17 = 0 \Leftrightarrow m^2 - 7m - 8 = 0 \\ &\Leftrightarrow m = -1 \text{ (loại) hoặc } m = 8 \text{ (nhận).} \end{aligned}$$

Vậy $m = 8$ thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 8. Một mảnh đất hình chữ nhật có chiều dài hơn chiều rộng 6 m và độ dài đường chéo bằng $\frac{\sqrt{65}}{4}$ lần chiều rộng. Tính diện tích của mảnh đất hình chữ nhật đã cho.

Lời giải.

Gọi x, y (m) lần lượt là chiều dài và chiều rộng của mảnh đất (điều kiện: $x > y > 0$). Khi đó, độ dài đường chéo được tính theo Định lý Pytago là $\sqrt{x^2 + y^2}$. Theo đề bài ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} x - y = 6 \\ \sqrt{x^2 + y^2} = \frac{\sqrt{65}}{4}.y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - y = 6 \\ 16(x^2 + y^2) = 65y^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y + 6 \\ 16(y+6)^2 - 49y^2 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = y + 6 \\ -33y^2 + 192y + 576 = 0 \quad (*) \end{cases}$$

Ta có $(*) \Leftrightarrow y = 8$ (nhận) hoặc $y = -\frac{24}{11}$ (loại), khi đó, $x = y + 6 = 14$.

Vậy chiều dài của mảnh đất là 14 m và chiều rộng là 8 m.

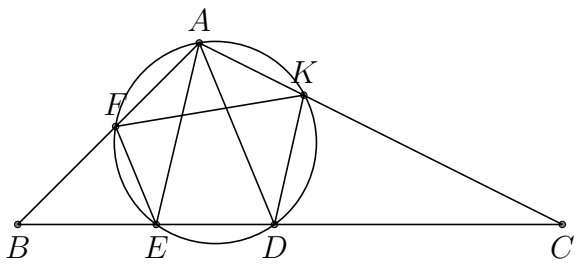
Câu 9. Cho tam giác ABC có $\widehat{BAC}$ tù. Trên BC lấy hai điểm D và E, trên AB lấy điểm F, trên AC lấy điểm K sao cho $BD = BA$, $CE = CA$, $BE = BF$, $CK = CD$. Chứng minh bốn điểm D, E, F và K cùng nằm trên một đường tròn.

Lời giải.

∘ Ta có, $BA = BD, BE = BF$ nên $\frac{BF}{BA} = \frac{BE}{BD}$, suy ra được $EF \parallel AD$, $\widehat{BAD} = \widehat{BDA}$, do đó, tứ giác $FEDA$ là hình thang cân và là tứ giác nội tiếp (1).

∘ Một cách tương tự, $CA = CE, CK = CD$ nên $\frac{CK}{CA} = \frac{CD}{CE}$, suy ra được $KD \parallel AE$, $\widehat{CEA} = \widehat{CAE}$, do đó, tứ giác $AEDK$ là hình thang cân và là tứ giác nội tiếp (2).

Từ (1) và (2) thì 5 điểm A, D, E, F và K cùng thuộc một đường tròn hay bốn điểm D, E, F và K cùng thuộc một đường tròn.



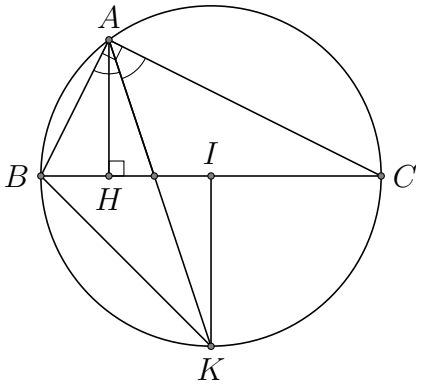
Câu 10. Cho tam giác ABC ($AB < AC$), nội tiếp đường tròn đường kính BC, có đường cao AH (H thuộc cạnh BC), đường phân giác của góc A trong tam giác ABC cắt đường tròn đó tại K (K khác A), Biết $\dfrac{AH}{HK} = \dfrac{\sqrt{15}}{5}$. Tính $\widehat{ACB}$.

Lời giải.

∘ Gọi R là bán kính của đường tròn (BC). Do AK là phân giác góc BAC nên K là trung điểm của cung $\overset{\frown}{BC}$, do đó, $IK \perp BC$ với I là trung điểm BC. Khi đó, $IB = IC = IK = R$.

∘ Ta có $\dfrac{AH}{HK} = \dfrac{\sqrt{15}}{5} \Leftrightarrow \dfrac{AH^2}{HK^2} = \dfrac{3}{5} \Leftrightarrow \dfrac{HB.HC}{IH^2 + IK^2} = \dfrac{3}{5} \Leftrightarrow 5(R + IH)(R - IH) = 3(IH^2 + R^2) \Leftrightarrow 5(R^2 - IH^2) = 3(IH^2 + R^2) \Leftrightarrow 8IH^2 = 2R^2 \Leftrightarrow IH = \dfrac{R}{4}$.

∘ Từ đó $HC = \dfrac{3R}{4}, AH = \dfrac{\sqrt{3}R}{4}$. Tam giác AHC vuông tại H có $\tan ACH = \dfrac{AH}{CH} = \sqrt{3}$ hay $\widehat{ACB} = \widehat{ACH} = 30^\circ$.



Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 114

ĐỀ THI VÀO 10, SỞ GIÁO DỤC THÁI BÌNH, 2017

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

Câu 1.

a) Tìm m để hàm số $y=(3m-2)x+2017$ đồng biến trên tập $\mathscr{D}=\mathbb{R}$.

b) Giải hệ phương trình $\begin{cases}(x+y)+(x+2y)=-2\\3(x+y)+(x-2y)=1\end{cases}$.

Lời giải.

a) Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $3m-2>0$ tương đương với $m>\dfrac{2}{3}$.

Vậy $m>\dfrac{2}{3}$.

b) Ta có hệ phương trình tương đương với $\begin{cases}2x+3y=-2\\4x+y=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\dfrac{1}{2}\\y=-1\end{cases}$.

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x;y)=\left(\dfrac{1}{2};-1\right)$.

Câu 2. Cho biểu thức $P=\dfrac{3x+5\sqrt{x}-4}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-1)}-\dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+3}-\dfrac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-1}$ (Với $x\geq 0;x\neq 1$).

a) Rút gọn biểu thức P.

b) Tìm x sao cho $P=-\dfrac{1}{2}$.

Lời giải.

a) Ta có

$$P=\frac{3x+5\sqrt{x}-4-(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)-(\sqrt{x}+3)^2}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-1)}$$
$$=\frac{3x+5\sqrt{x}-4-(x-1)-(x+6\sqrt{x}+9)}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-1)}$$
$$=\frac{x-\sqrt{x}-12}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-1)}$$
$$=\frac{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-4)}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-1)}$$
$$=\frac{\sqrt{x}-4}{\sqrt{x}-1}.$$

b) Với $x\geq 0, x\neq 1$ ta có
$P=-\frac{1}{2}\Leftrightarrow\frac{\sqrt{x}-4}{\sqrt{x}-1}=-\frac{1}{2}\Leftrightarrow 2(\sqrt{x}-4)=-(\sqrt{x}-1)\Leftrightarrow\sqrt{x}=3\Leftrightarrow x=9.$
Đối chiếu điều kiện $x=9$ thỏa mãn. Vậy $x=9$ là giá trị cần tìm.

Câu 3. Cho phương trình $x^2-(m-1)x-m^2+m-1$ (1).

a) Giải phương trình với $m=-1$.

b) Chứng minh rằng với mọi m phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt. Giả sử hai nghiệm là $x_1;x_2\,(x_1<x_2)$, khi đó tìm m để $|x_2|-|x_1|=2$.

Lời giải.

a) Thay $m=-1$, ta có phương trình $x^2+2x-3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-3\end{array}\right.$.
Vậy phương trình có hai nghiệm: $x_1=1$, $x=-3$.

b) Ta thấy $a.c=-m^2+m-1=-\left(m-\frac{1}{2}\right)^2-\frac{3}{4}<0,\forall m$.
Vậy với mọi m phương trình có hai nghiệm phân biệt trái dấu $x_1<0<x_2\,(x_1<x_2)$.
Từ đó suy ra $|x_2|-|x_1|=x_2+x_1=2$.
Theo định lí Vi-et: $x_1+x_2=m-1$ nên $m-1=2\Leftrightarrow m=3$.
Vậy $m=3$.

Câu 4. Cho tam giác ABC có ba góc nhọn $(AB<AC)$, dựng AH vuông góc với BC tại điểm H. Gọi M, N theo thứ tự là hình chiếu vuông góc của điểm H trên AB và AC. Đường thẳng MN cắt đường thẳng BC tại điểm D. Trên nửa mặt phẳng bờ CD chứa điểm A vẽ nửa đường tròn đường kính CD. Qua B kẻ đường thẳng vuông góc với CD cắt nửa đường tròn trên tại điểm E.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

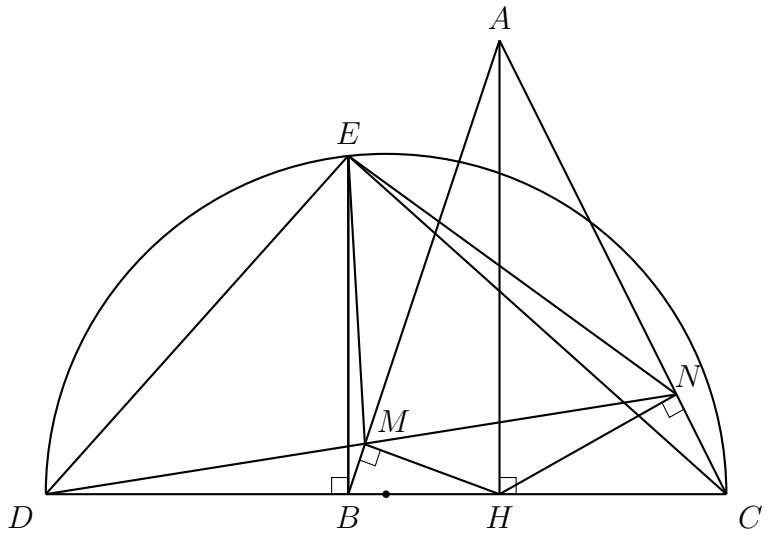
a) Chứng minh rằng tứ giác $AMHN$ là tứ giác nội tiếp.

b) Chứng minh $\widehat{EBM} = \widehat{DNH}$.

c) Chứng minh rằng $DM.DN = DB.DC$.

d) Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác MNE. Chứng minh rằng $OE \perp DE$.

Lời giải.



a) Xét tứ giác $AMHN$ có

$\widehat{AMH} = 90^\circ\,(gt)$

$\widehat{ANH} = 90^\circ\,(gt)$

suy ra $\widehat{AMH} + \widehat{ANH} = 180^\circ$.

Mà hai góc ở vị trí đối nhau nên $AMHN$ là tứ giác nội tiếp.

b) Ta có $\begin{cases} EB \perp DC \\ AH \perp CD \end{cases} \Rightarrow EB \parallel AH$, suy ra $\widehat{EBA} = \widehat{BAH}$ (1) (so le trong).

Tứ giác $AMHN$ nội tiếp nên ta có $\widehat{MAH} = \widehat{MNH}$ (2)(hai góc nội tiếp cùng chắn một cung).

Từ (1)và (2) suy ra $\widehat{EBM} = \widehat{DNH}$.

c) Ta có

$$\left.\begin{array}{l} \widehat{DMB} = \widehat{AMN}\,(\text{đối đỉnh}) \\ \widehat{AMN} = \widehat{AHN}\,(\text{do tứ giác } AMHN \text{nội tiếp}) \\ \widehat{AHN} = \widehat{NCH}\,(\text{do cùng phụ với góc } \widehat{NHC}) \end{array}\right\} \text{ suy ra } \widehat{DMB} = \widehat{NCH}.$$

Xét tam giác DMB và DCN có $\widehat{DMB} = \widehat{NCD}$ và chung góc $\widehat{NDC}$, suy ra ΔDMB đồng dạng với ΔDCN theo trường hợp góc-góc. Từ đó suy ra $\dfrac{DM}{DC} = \dfrac{DB}{DN} \Rightarrow DM.DN = DB.DC$.

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

d) Ta có ΔDEC vuông tại E, EB là đường cao nên $DE^2 = DB.DC$ mặt khác $DM.DN = DB.DC$ suy ra $DE^2 = DM.DN \Rightarrow \dfrac{DM}{DE} = \dfrac{DE}{DN}$.
Từ đó suy ra ΔDEM đồng dạng với ΔDNE do $\dfrac{DM}{DE} = \dfrac{DE}{DN}$ và chung góc $\widehat{NDE}$.
Suy ra $\widehat{DEM} = \widehat{ENM}$ suy ra DE là tiếp tuyến đường tròn ngoại tiếp tam giác MNE tại E hay $DE \perp OE$.

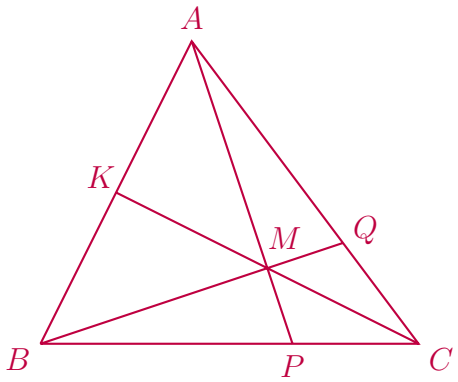
Câu 5. Cho tam giác ABC, M là điểm bất kì nằm trong tam giác. Kéo dài AM cắt BC tại P, BM cắt AC tại Q, CM cắt AB tại K. Chứng minh rằng

$$MA.MB.MC \geq 8MP.MQ.MK.$$

Lời giải.

Đặt $a = S_{\Delta MBC}; b = S_{\Delta MAC}; c = S_{\Delta MAB}$.

Ta có



$$\begin{aligned}
\frac{MA}{MP} &= \frac{b+c}{a} \geq \frac{2\sqrt{bc}}{a} \\
\frac{MB}{MQ} &= \frac{a+b}{c} \geq \frac{2\sqrt{ab}}{c} \\
\frac{MC}{MK} &= \frac{a+c}{b} \geq \frac{2\sqrt{ac}}{b}.
\end{aligned}$$

Suy ra

$$\frac{MA}{MP}.\frac{MB}{MQ}.\frac{MC}{MK} \geq 8 \Rightarrow MA.MB.MC \geq 8MP.MQ.MK.$$

Dấu "=" xảy ra khi M là trọng tâm của tam giác ABC.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 115

ĐỀ THI VÀO 10, SỞ GIÁO DỤC THÁI NGUYÊN, 2017

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

Câu 1. Không dùng máy tính cầm tay, hãy giải phương trình $x^2+2x-8=0$.

Lời giải.

Ta có: $\Delta'=9$ suy ra $\sqrt{\Delta'}=3$. Vậy phương trình có hai nghiệm $x_1=2$ và $x_2=-4$.

Chú ý: Học sinh có thể nhẩm nghiệm nhờ định lí Vi-ét với lưu ý $a.c=-8<0$ nên pt luôn có hai nghiệm phân biệt.

Câu 2. Cho hàm số bậc nhất $y=(2m-3)x+5m-1$, với $m\neq\dfrac{3}{2}$ là tham số thực.

a. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

b. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ -6.

Lời giải.

a. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $2m-3<0\Leftrightarrow m<\dfrac{3}{2}$.

b. Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng -6 khi và chỉ khi $5m-1=-6\Leftrightarrow m=-1$.

Câu 3. Không dùng máy tính cầm tay, rút gọn biểu thức $A=\left(\sqrt{8}-3\sqrt{2}+2\sqrt{5}\right)\left(\sqrt{2}+10\sqrt{0,2}\right)$.

Lời giải.

Ta có: $A=\left(2\sqrt{2}-3\sqrt{2}+2\sqrt{5}\right)\left(\sqrt{2}+\sqrt{20}\right)=\left(2\sqrt{5}-\sqrt{2}\right)\left(2\sqrt{5}+\sqrt{2}\right)=18$

Câu 4. Cho biểu thức $B=\left(\dfrac{x}{\sqrt{x}+3}-\dfrac{x+1}{\sqrt{x}-3}+\dfrac{6x+\sqrt{x}}{x-9}\right):\left(\dfrac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+3}-1\right)$, với $x\geq 0$, $x\neq 9$.

Hãy rút gọn biểu thức B và tính giá trị của B khi $x=12+6\sqrt{3}$.

Lời giải.

$$\begin{aligned}B &= \left(\frac{x}{\sqrt{x}+3} - \frac{x+1}{\sqrt{x}-3} + \frac{6x+\sqrt{x}}{x-9}\right) : \left(\frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+3} - 1\right)\\ &= \frac{x(\sqrt{x}-3)+(x+1)(\sqrt{x}+3)+6x+\sqrt{x}}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)} : \frac{\sqrt{x}-3-\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+3}\\ &= \frac{-3}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)} \cdot \frac{\sqrt{x}+3}{-6} = \frac{1}{2(\sqrt{x}-3)}\end{aligned}$$

Khi $x = 12+6\sqrt{3} = (3+\sqrt{3})^2$ ta có $B = \dfrac{1}{2(3+\sqrt{3}-3)} = \dfrac{1}{2\sqrt{3}}$.

Câu 5. Cho hệ phương trình $\begin{cases} mx - y = n \\ nx + my = 1 \end{cases}$ (m, n là tham số).

a. Không dùng máy tính cầm tay hãy giải hệ phương trình khi $m = -\dfrac{1}{2}$, $n = \dfrac{1}{3}$.

b. Tìm tất cả các giá trị của tham số m và n để hệ phương trình có nghiệm $(x, y) = (-1; \sqrt{3})$.

Lời giải.

a. Khi $m = -\dfrac{1}{2}$, $n = \dfrac{1}{3}$ ta có hệ phương trình $\begin{cases} -3x - 6y = 2 \\ 2x - 3y = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3x - 6y = 2 \\ 4x - 6y = 12 \end{cases} \Leftrightarrow$

$\begin{cases} x = \dfrac{10}{7} \\ y = \dfrac{-22}{21} \end{cases}$

b. Vì hệ phương trình có nghiệm $(x; y) = (-1; \sqrt{3})$ nên ta có:

$$\begin{cases} -m - \sqrt{3} = n \\ -n + \sqrt{3}m = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m + n = -\sqrt{3} \\ \sqrt{3}m - n = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (\sqrt{3}+1)m = 1 - \sqrt{3} \\ n = -m - \sqrt{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \sqrt{3} - 2 \\ n = 2 - 2\sqrt{3} \end{cases}.$$

Câu 6. Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm phân biệt của phương trình $2x^2 + 3x - 1 = 0$. Không giải phương trình hãy tính giá trị của biểu thức $P = 2\left(\dfrac{x_1}{x_2} + \dfrac{x_2}{x_1}\right)$.

Lời giải.

Vì $a.c = -2 < 0$ nên phương trình đã cho luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $\begin{cases} x_1 + x_2 = -\dfrac{3}{2} \\ x_1 x_2 = -\dfrac{1}{2}. \end{cases}$ Ta có: $P = 2 \cdot \dfrac{(x_1+x_2)^2 - 2x_1x_2}{x_1x_2} = \dfrac{2\left(\dfrac{9}{4}+1\right)}{-\dfrac{1}{2}} = -13.$

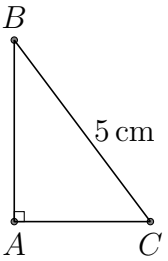
Câu 7. Một tam giác vuông có độ dài cạnh huyền 5 cm, diện tích là 6 cm^2. Tính độ dài các cạnh góc vuông của tam giác vuông đó.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Lời giải.

Gọi độ dài hai cạnh góc vuông là a, b $(a, b > 0)$. Theo định lí Py-ta-go và giả thiết ta có

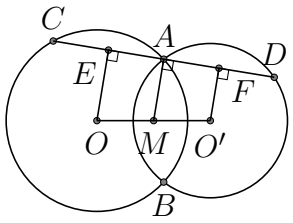
$$\begin{cases} a^2+b^2=25 \\ ab=12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (a+b)^2-2ab=25 \\ ab=12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+b=7 \\ ab=12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=4 \\ b=3 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} a=3 \\ b=4 \end{cases}.$$



Câu 8. Cho hai đường tròn (O) và (O') cắt nhau tại A và B. Gọi M là trung điểm của OO', qua A kẻ đường thẳng vuông góc với AM cắt các đường tròn (O) và (O') lần lượt ở C và D. Chứng minh rằng $AC = AD$.

Lời giải.

Gọi E, F lần lượt là trung điểm của AC và AD. Ta có: $OE \perp AC$, $O'F \perp AD$ do đó $OEFO'$ là hình thang vuông $(OE \parallel O'F)$. Vì M là trung điểm của OO' mà $AM \parallel OE \parallel O'F$ nên A là trung điểm của EF. Từ đó suy ra, $AC = 2AE = 2AF = AD$



Câu 9. Trên đường tròn (O) đường kính AB, lấy hai điểm C, D sao cho hai điểm này nằm về cùng một phía đối với đường thẳng AB và điểm D thuộc cung nhỏ BC. Gọi E là giao điểm của AC và BD, F là giao điểm của AD và BC.

a. Tính số đo góc AFB khi biết số đo của cung nhỏ CD bằng $80°$.

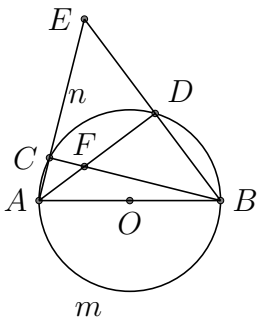
b. Tính số đo của $\overset{\frown}{\text{CD}}$ khi số đo góc AEB bằng $55°$.

Lời giải.

Vì AB là đường kính nên sđ $\overset{\frown}{\text{AmB}} = 180°$.

a. Ta có: $\widehat{AFB} = \frac{1}{2}(\text{sđ}\overset{\frown}{\text{AmB}} + \text{sđ}\overset{\frown}{\text{CnD}}) = 130°$

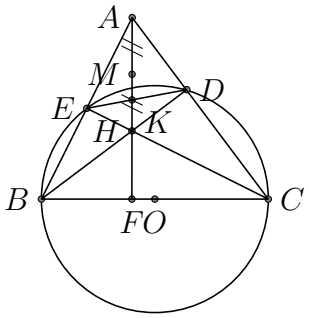
b. Ta có: $\widehat{AEB} = \frac{1}{2}(\text{sđ}\overset{\frown}{\text{AmB}} - \text{sđ}\overset{\frown}{\text{CnD}})$. Do đó sđ $\overset{\frown}{\text{CnD}} = 70°$.



Câu 10. Cho tam giác nhọn ABC $(AB < AC)$. Đường tròn tâm O đường kính BC cắt cạnh AC, AB lần lượt tại D và E. Gọi H là giao điểm của BD và CE, K là giao điểm của DE và AH, F là giao điểm của AH và BC, M là trung điểm của AH. Chứng minh rằng $MD^2 = MK.MF$.

Lời giải.

Gọi N là giao điểm của MO và ED. Tứ giác $AEHD$ nội tiếp đường tròn đường kính AH mà $MH = MA$ nên $ME = MD$. Từ đó $\Delta MEO = \Delta MDO(c-c-c)$ suy ra $\widehat{MEO} = \widehat{MDO}$. Lại có $\widehat{EOD} + \widehat{EMD} = 2\left(\widehat{EBD} + \widehat{EAD}\right) = 180°$ nên $\widehat{MDO} = 90°$. Vậy $MD^2 = MN.MO = MK.MF$



Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 116

ĐỀ THI VÀO 10, SỞ GIÁO DỤC THANH HÓA, 2016

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

Câu 1.

a) Cho phương trình $nx^2+x-2=0$ (1), với n là tham số.

a) Giải phương trình (1) khi $n=0$.

b) Giải phương trình (1) khi $n=1$.

b) Giải hệ phương trình: $\begin{cases}3x-2y=6\\x+2y=10\end{cases}$

Lời giải.

a) *a*) Với $n=0$, ta có: $x-2=0\Leftrightarrow x=2$. Vậy với $n=0$ thì phương trình có nghiệm $x=2$

b) Với $n=1$, phương trình trở thành: $x^2+x-2=0$. Phương trình bậc hai ẩn x có dạng $a+b+c=0$ nên phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1=1; x_2=-2$.

b) $\begin{cases}3x-2y=6\\x+2y=10\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}4x=16\\x+2y=10\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=4\\2y=6.\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=4\\y=3\end{cases}$

Vậy hệ phương trình có nghiệm $(x;y)=(4;3)$.

Câu 2. Cho biểu thức $A=\left(\dfrac{4\sqrt{y}}{1+\sqrt{y}}+\dfrac{8y}{4-y}\right):\left(\dfrac{\sqrt{y}-1}{y-2\sqrt{y}}-\dfrac{2}{\sqrt{y}}\right)$, với $y\geq 0; y\neq 4; y\neq 9$

a) Rút gọn biểu thức A.

b) Tìm y để $A=-2$.

Lời giải.

a) Ta có: $A=\dfrac{4\sqrt{y}(2-\sqrt{y})+8y}{(2+\sqrt{y})(2-\sqrt{y})}:\dfrac{\sqrt{y}-1-2(\sqrt{y}-2)}{\sqrt{y}(\sqrt{y}-2)}=\dfrac{8\sqrt{y}-4y+8y}{(2+\sqrt{y})(2-\sqrt{y})}:\dfrac{\sqrt{y}-1-2\sqrt{y}+4}{\sqrt{y}(\sqrt{y}-2)}=$
$\dfrac{4\sqrt{y}(2+\sqrt{y})}{(2+\sqrt{y})(2-\sqrt{y})}.\dfrac{\sqrt{y}(\sqrt{y}-2)}{3-\sqrt{y}}=\dfrac{-4y}{3-\sqrt{y}}$

b) Với $A=-2$, ta có: $\dfrac{-4y}{3-\sqrt{y}}=-2 \Leftrightarrow 4y=6-2\sqrt{y} \Leftrightarrow 4y+2\sqrt{y}-6=0$.

Đặt $t=\sqrt{y}(t\geq 0)$, phương trình trở thành: $4t^2+2t-6=0 \Leftrightarrow 2t^2+t-3=0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} t=1 \\ t=\dfrac{-3}{2}<0 \end{array}\right.$

Với $t=1 \Rightarrow y=1$.

Vậy khi $y=1$ thì $A=-2$.

Câu 3. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng $(d): y=2x-n+3$ và parabol $(P): y=x^2$.

a) Tìm n để đường thẳng (d) đi qua điểm $A(2;0)$.

b) Tìm n để đường thẳng (d) cắt Parabol (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ lần lượt là x_1, x_2 thỏa mãn: $x_1^2-2x_2+x_1x_2=16$.

Lời giải.

a) Đường thẳng (d) đi qua điểm $A(2;0)$ nên: $4-n+3=0 \Rightarrow n=7$.

Vậy khi $n=7$ thì đường thẳng (d) đi qua điểm $A(2;0)$.

b) Phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P) là: $x^2=2x-n+3$

hay $x^2-2x+n-3=0$. Để đường thẳng (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt thì phương trình trên phải có hai nghiệm phân biệt $\Rightarrow \Delta>0 \Rightarrow 4-n>0 \Rightarrow n<4$.

Theo hệ thức Viet, ta có: $\begin{cases} x_1+x_2=2\,(1) \\ x_1.x_2=n-3\,(2) \end{cases}$

Theo giả thiết: $x_1^2-2x_2+x_1x_2=16$ (3) Từ (1) và (3), ta có: $\begin{cases} x_1=5 \\ x_2=-3 \end{cases}$ Thay vào (2), ta có: $n=-12<4$. Vậy $n=-12$.

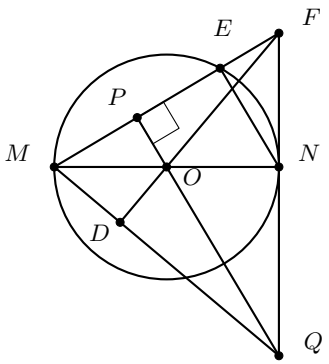
Câu 4. Cho nữa đường tròn (O) đường kính $MN=2R$. Gọi (d) là tiếp tuyến với (O) tại N. Trên cung MN lấy điểm E tùy ý (E không trùng với M và N), tia ME cắt (d) tại F. Gọi P là trung điểm của ME, tia PO cắt (d) tại Q.

a) Chứng minh $ONFP$ là tứ giác nội tiếp.

b) Chứng minh $OF \perp MQ$ và $PM.PF=PO.PQ$.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

c) Xác định vị trí của điểm E trên cung MN để tổng $MF+2ME$ đạt giá trị nhỏ nhất.



Lời giải.

a) Vì P là trung điểm ME nên $OP\perp ME$ hay $QP\perp MF \Rightarrow \widehat{FOP}=90^0$.
Mặt khác: (d) là tiếp tuyến với (O) tại $N \Rightarrow \widehat{FNO}=90^0 \Rightarrow \widehat{FPO}+\widehat{FNO}=90^0$. Vậy tứ giác $ONFP$ nội tiếp.

b) Xét $\triangle MFQ$, ta có: $QP\perp MF \Rightarrow QP$ là đường cao.
$MN\perp FQ \Rightarrow MN$ là đường cao của $\triangle MFQ$. Do đó, O là trực tâm của tam giác $\triangle MFQ \Rightarrow OF\perp MQ$.
Xét hai tam giác vuông $\triangle MPOvQPF$, ta có: $\widehat{MPO}=\widehat{QPF}=90^0; \widehat{PMO}=\widehat{PQF} \Rightarrow$ hai tam giác vuông $\triangle MPOvQPF$ đồng dạng $\Rightarrow \dfrac{PO}{PF}=\dfrac{MP}{PQ} \Rightarrow PO.PQ=MP.PF$.

c) Xét hai tam giác vuông MPO và QNF có: $\widehat{MPO}=\widehat{MNF}=90^0; \widehat{M}$ chung nên hai tam giác vuông MPO và MNF đồng dạng $\Rightarrow \dfrac{MP}{MN}=\dfrac{MO}{MF} \Rightarrow MP.MF=MO.MN \Rightarrow 4MP.MF=4MO.MN \Rightarrow (4MP).MF=4.MO.MN \Rightarrow 2ME.MF=4.MO.MN=2R.4R=8R^2$.
Như vậy tích $2ME$ và MF không đổi là $8R^2$, mà $(MF+2ME)^2 \geq 4MF.2ME=4(MF.2ME)=32.R^2 \Rightarrow MF+2ME \geq \sqrt{32R^2}=4R\sqrt{2}$.
Dấu $=$ xảy ra khi $2ME=MF$, khi đó E là trung điểm của MF và $NE\perp MF$ nên tam giác MNF vuông cân, suy ra E là điểm chính giữa cung MN.

Câu 5. Cho các số dương a,b,c thỏa mãn $\dfrac{1}{a+b}+\dfrac{1}{b+c}+\dfrac{1}{a+c}=2017$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P=\dfrac{1}{2a+3b+3c}+\dfrac{1}{3a+2b+3c}+\dfrac{1}{3a+3b+2c}$.

Lời giải.

Ta có: $P=\dfrac{1}{2a+3b+3c}+\dfrac{1}{3a+2b+3c}+\dfrac{1}{3a+3b+2c}$

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

$$= \frac{1}{(b+c)+(b+c)+(b+a)+(c+a)} + \frac{1}{(a+c)+(a+c)+(a+b)+(b+c)}$$
$$+ \frac{1}{(a+b)+(a+b)+(a+c)+(b+c)}$$
$$\le \frac{1}{16}\left(\frac{1}{b+c}+\frac{1}{b+c}+\frac{1}{b+a}+\frac{1}{c+a}\right)+\frac{1}{16}\left(\frac{1}{a+c}+\frac{1}{a+c}+\frac{1}{a+b}+\frac{1}{b+c}\right)$$
$$+\frac{1}{16}\left(\frac{1}{a+b}+\frac{1}{a+b}+\frac{1}{a+c}+\frac{1}{b+c}\right)$$
$$= \frac{1}{16}\left(\frac{4}{b+c}+\frac{4}{a+c}+\frac{4}{b+a}\right) = \frac{1}{4}\left(\frac{1}{b+c}+\frac{1}{a+c}+\frac{1}{b+a}\right)\frac{2017}{4}.$$

Dấu " = " xảy ra khi $a=b=c=\dfrac{3}{4034}$.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 117

ĐỀ THI VÀO 10, SỞ GIÁO DỤC TIỀN GIANG, 2017

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

Câu 1.

1. Giải các phương trình và hệ phương trình sau:

   a. $\begin{cases} 2x-y=5 \\ x+y=4 \end{cases}$.

   b. $16x^4-8x^2+1=0$.

2. Rút gọn biểu thức: $A=\dfrac{\sqrt{\left(\sqrt{5}-1\right)^2}}{4}+\dfrac{1}{\sqrt{5}-1}$.

3. Cho phương trình: $x^2-mx+m-1=0$ (có ẩn số x).

   a. Chứng minh phương trình đã cho luôn có hai nghiệm x_1, x_2 với mọi m.

   b. Cho biểu thức $B=\dfrac{2x_1x_2+3}{x_1^2+x_2^2+2\left(1+x_1x_2\right)}$. Tìm giá trị của m để $B=1$.

Lời giải.

1.

   a. $\begin{cases} 2x-y=5 \\ x+y=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x=9 \\ x+y=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=1 \end{cases}$.

   Hệ phương trình có nghiệm duy nhất: $(x;y)=(3;1)$.

   b. $16x^4-8x^2+1=0 \Leftrightarrow \left(4x^2-1\right)^2=0 \Leftrightarrow 4x^2-1=0 \Leftrightarrow x=\pm\dfrac{1}{2}$.

   Tập nghiệm của phương trình là: $S=\left\{-\dfrac{1}{2};\dfrac{1}{2}\right\}$.

2. $A=\dfrac{\sqrt{\left(\sqrt{5}-1\right)^2}}{4}+\dfrac{1}{\sqrt{5}-1}=\dfrac{\sqrt{5}-1}{4}+\dfrac{\sqrt{5}+1}{\left(\sqrt{5}-1\right)\left(\sqrt{5}+1\right)}=\dfrac{\sqrt{5}-1}{4}+\dfrac{\sqrt{5}+1}{4}=\dfrac{\sqrt{5}}{2}$.

3. Phương trình đã cho: $x^2-mx+m-1=0$ (có ẩn số x).

   a. $\Delta=(-m)^2-4(m-1)=m^2-4m+4=(m-2)^2\geq 0$ với mọi m.

Phương trình đã cho luôn có hai nghiệm x_1, x_2 với mọi m.

b. Theo định lí Vi-ét ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = m \\ x_1.x_2 = m - 1 \end{cases}$.

Ta có:

$$B = \frac{2x_1x_2 + 3}{x_1^2 + x_2^2 + 2(1 + x_1x_2)} = \frac{2x_1x_2 + 3}{(x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 + 2(1 + x_1x_2)}$$
$$= \frac{2x_1x_2 + 3}{(x_1 + x_2)^2 + 2} = \frac{2(m-1) + 3}{m^2 + 2} = \frac{2m + 1}{m^2 + 2}.$$

$$B = 1 \Leftrightarrow \frac{2m+1}{m^2+2} = 1 \Leftrightarrow m^2 - 2m + 1 = 0 \Leftrightarrow (m-1)^2 = 0 \Leftrightarrow m = 1.$$

Vậy với $m = 1$ thì $B = 1$.

Câu 2. Cho parabol $(P) : y = 2x^2$ và đường thẳng $(d) : y = x + 1$.

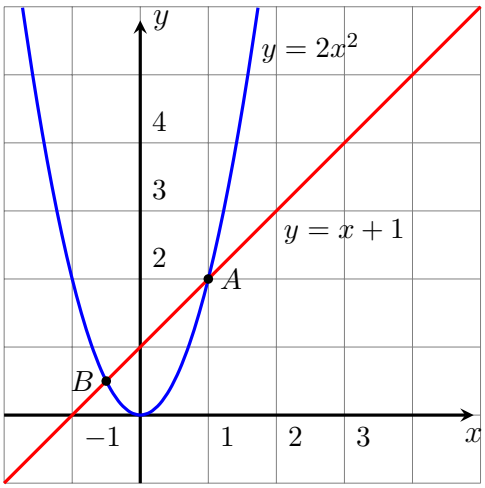
1. Vẽ đồ thị của (P) và (d) trên cùng hệ trục tọa độ.
2. Bằng phép tính, xác định tọa độ giao điểm A và B của (P) và (d). Tính độ dài đoạn thẳng AB.

Lời giải.

1. Ta có bảng sau một số giá trị của x và y tương ứng

x	-2	-1	0	1	2
$y = 2x^2$	8	2	0	2	8

Đồ thị parabol (P) và đường thẳng (d) trên cùng hệ trục tọa độ



Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

2. Hoành độ giao điểm của (P) và (d) là nghiệm của phương trình: $2x^2 - x - 1 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = -\dfrac{1}{2} \end{array}\right.$.

   Suy ra tọa độ giao điểm cần tìm là: $A(1;2)$ và $B\left(-\dfrac{1}{2};\dfrac{1}{2}\right)$.

   ◦ Độ dài đoạn thẳng AB tính theo công thức:

   $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = \sqrt{\dfrac{9}{4} + \dfrac{9}{4}} = \dfrac{3\sqrt{2}}{2}$.

Câu 3. Hai thành phố A và B cách nhau 150 km. Một xe máy khởi hành từ A đến B, cùng lúc đó một ôtô cũng khởi hành từ B đến A với vận tốc lớn hơn vận tốc của xe máy là 10 km/h. Ôtô đến A được 30 phút thì xe máy cũng đến B. Tính vận tốc của mỗi xe.

Lời giải.

Gọi x (km/h) là vận tốc xe máy ($x > 0$). Khi đó vận tốc ôtô là $x + 10$ (km/h).

Theo bài ra ta có phương trình:

$$\frac{150}{x} - \frac{150}{x+10} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x^2 + 10x - 3000 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 50 \\ x = -60 \end{array}\right.$$

Vì $x > 0$ nên vận tốc xe máy là 50 (km/h), từ đó suy ra vận tốc ôtô là 60 (km/h).

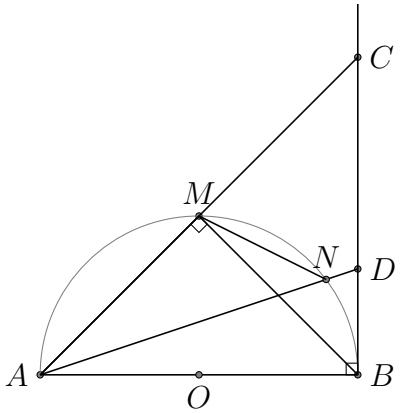
Câu 4. Cho nửa đường tròn tâm O, đường kính $AB = 2R$. Gọi M là điểm chính giữa cung AB, N là điểm bất kỳ thuộc cung MB (N khác M và B). Tia AM và AN cắt tiếp tuyến tại B của nửa đường tròn tâm O lần lượt tại C và D.

1. Tính số đo $\widehat{ACB}$.

2. Chứng minh tứ giác $MNDC$ nội tiếp trong một đường tròn.

3. Chứng minh rằng $AM.AC = AN.AD = 4R^2$.

Lời giải.



Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

1. Vì M là điểm chính giữa cung AB nên $MA = MB$, $\widehat{AMB}$ là góc nội tiếp chắn nửa đường tròn. Suy ra tam giác AMB vuông cân tại M. Từ đó $\widehat{MAB} = 45^\circ$.
   Tam giác ABC vuông tại B có $\widehat{CAB} = 45^\circ \Rightarrow \widehat{ACB} = 45^\circ$.

2. Ta có: $\widehat{ANM} = 45^\circ$ (góc nội tiếp chắn $\frac{1}{4}$ đường tròn).
   Lại có: $\widehat{MCD} = 45^\circ$.
   Tứ giác $MNDC$ có $\widehat{MCD} = \widehat{ANM} = 45^\circ$ nên nội tiếp một đường tròn.

3. Ta có: $\begin{cases} \widehat{CAD} \text{ chung} \\ \widehat{MNA} = \widehat{MCD} \text{ (cùng bù với } \widehat{MND}) \end{cases}$.
   Suy ra: $\Delta CAD \backsim \Delta NAM$ (g-g)$\Rightarrow \dfrac{AM}{AD} = \dfrac{AN}{AC} \Rightarrow AM.AC = AN.AD$.
   Tam giác ABC vuông tại B có BM là đường cao nên: $AB^2 = AM.AC = 4R^2$.
   Vậy: $AM.AC = AN.AD = 4R^2$.

Câu 5. Cho hình nón có đường sinh bằng 26 cm, diện tích xung quanh là 260π cm^2. Tính bán kính đáy và thể tích của hình nón.

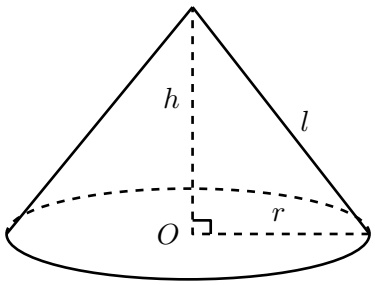
Lời giải.

Ta có:

$S_{xq} = \pi rl \Leftrightarrow 260\pi = \pi r.26 \Rightarrow r = 10$ (cm).

$h = \sqrt{l^2 - r^2} = \sqrt{26^2 - 10^2} = 24$ (cm).

$V = \dfrac{1}{3}\pi r^2 h = \dfrac{1}{3}\pi 10^2.24 = 800\pi$ (cm^3).



Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 118

ĐỀ THI VÀO 10, SỞ GIÁO DỤC TRÀ VINH, 2017

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

Câu 1.

a) Rút gọn biểu thức: $A=\dfrac{1}{3+2\sqrt{2}}+\dfrac{1}{3-2\sqrt{2}}$.

b) Giải hệ phương trình $\begin{cases}3x-y=7\\5x+y=9.\end{cases}$

c) Giải phương trình: $x^2-3x-10=0$.

Lời giải.

a) Ta có: $A=\dfrac{1}{3+2\sqrt{2}}+\dfrac{1}{3-2\sqrt{2}}=\dfrac{3-2\sqrt{2}+3+2\sqrt{2}}{\left(3+2\sqrt{2}\right)\left(3-2\sqrt{2}\right)}=6.$

Vậy $A=6$.

b) Ta có: $\begin{cases}3x-y=7\\5x+y=9\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}8x=16\\5x+y=9\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=2\\y=-1\end{cases}.$

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất $(x;y)=(2;-1)$.

c) Ta có: $\Delta=(-3)^2-4.1.(-10)=49$.

Vậy phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt: $x_1=\dfrac{3+\sqrt{49}}{2}=5$; $x_2=\dfrac{3-\sqrt{49}}{2}=-2$.

Câu 2. Cho hai hàm số $y=x+2$ và $y=x^2$ có đồ thị lần lượt là (d) và (P).

a) Vẽ (d) và (P) trên cùng một hệ trục tọa độ.

b) Bằng phép toán tìm tọa độ giao điểm của (d) và (P).

Lời giải.

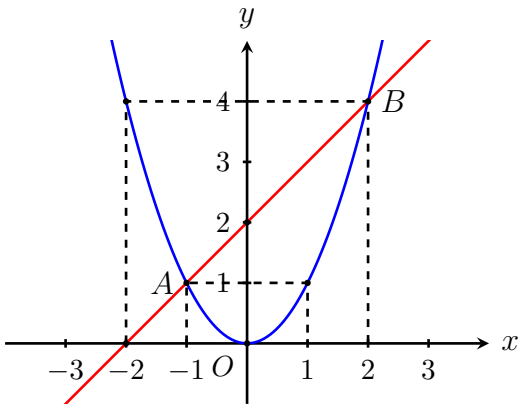
a) Bảng giá trị của hàm số $y=x+2$ là:

x	-2	0
$y=x+2$	0	2

Bảng giá trị của hàm số $y=x^2$ là:

x	-2	-1	0	1	2
$y=x^2$	4	1	0	1	4

Đồ thị:



b) Phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P) là:

$$x^2=x+2\Leftrightarrow x^2-x-2=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=2 \end{array}\right.$$

Vậy (d) cắt (P) tại hai điểm là: $A(-1;1)$ và $B(2;4)$.

Câu 3. Cho phương trình $x^2-2(m-2)x-6m=0$ (1) (với m là tham số).

a) Chứng minh rằng phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi giá trị của m.

b) Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình (1). Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=x_1^2+x_2^2$.

Lời giải.

a) Ta có: $\Delta'=(m-2)^2-1.(-6m)=m^2+2m+4=(m+1)^2+3>0$, với mọi m.
Vậy phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi giá trị của m.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

b) Theo định lí Vi-et, ta có: $x_1 + x_2 = 2(m-2)$ và $x_1 x_2 = -6m$.

Ta có:

$P = x_1^2 + x_2^2$

$= (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2$

$= 4(m-2)^2 - 2.(-6m)$

$= 4m^2 - 4m + 16$

$= (2m-1)^2 + 15 \geq 15$

Vậy giá trị nhỏ nhất của P là 15, đạt được khi $m = \dfrac{1}{2}$.

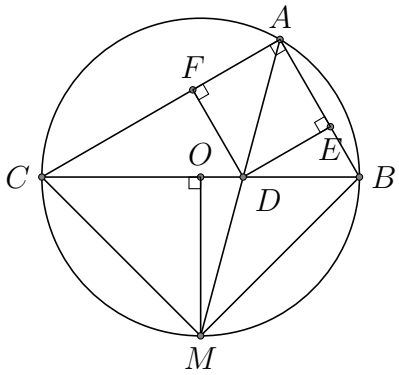
Câu 4. Cho đường tròn tâm O bán kính R, đường kính BC. Gọi A là một điểm thuộc đường tròn (A khác B và C). Đường phân giác $\widehat{BAC}$ cắt BC tại D và cắt đường tròn tại M.

a) Chứng minh $MB = MC$ và OM vuông góc với BC.

b) Gọi E, F lần lượt là hình chiếu của D lên AB, AC. Tứ giác $AEDF$ là hình gì?

c) Cho $\widehat{ABC} = 60°$. Tính diện tích tam giác MDC theo R.

Lời giải.



a) Vì AM là tia phân giác của $\widehat{BAC}$ nên $\widehat{MAB} = \widehat{MAC}$.

$\Rightarrow \overset{\frown}{MB} = \overset{\frown}{MC} \Rightarrow MB = MC$.

Tam giác MBC có $MB = MC$ (cmt) nên tam giác MBC cân tại M.

Mà MO là đường trung tuyến của tam giác MBC nên MO cũng là đường cao của tam giác MBC.

$\Rightarrow MO \perp BC$.

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

b) Ta có: $\widehat{BAC} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn).

$\Rightarrow$ Tứ giác $AEDF$ là hình chữ nhật (tứ giác có ba góc vuông).

Mà AM là tia phân giác của $\widehat{BAC}$ nên $\widehat{MAC} = 45^\circ$.

$\Rightarrow$ Tam giác AED vuông cân tại $E \Rightarrow ED = ED$.

Vậy tứ giác $AEDF$ là hình vuông.

c) Tam giác ABC vuông tại A có $\widehat{ABC} = 60^\circ$ nên ta có:

$AB = BC.\cos 60^\circ = R$ và $AC = BC.\sin 60^\circ = R\sqrt{3}$.

Tam giác ABC có AD là đường phân giác nên ta có: $\dfrac{DB}{DC} = \dfrac{AB}{AC} = \dfrac{R}{R\sqrt{3}} = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$.

$\Rightarrow \dfrac{DB}{1} = \dfrac{DC}{\sqrt{3}} = \dfrac{DB + DC}{1 + \sqrt{3}} = \dfrac{BC}{1 + \sqrt{3}} = \dfrac{2R}{1 + \sqrt{3}}$.

$\Rightarrow DC = \dfrac{2R\sqrt{3}}{1 + \sqrt{3}}$.

Vậy diện tích tam giác MDC là: $S_{\Delta MDC} = \dfrac{1}{2}MO.DC = \dfrac{1}{2}.R.\dfrac{2R\sqrt{3}}{1 + \sqrt{3}} = \dfrac{R^2\sqrt{3}}{1 + \sqrt{3}}$ (đvdt).

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 119

ĐỀ THI VÀO 10, SỞ GIÁO DỤC VĨNH LONG, 2017-2018

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

Câu 1. Tính giá trị biểu thức sau

a) $A = 3\sqrt{8} - 2\sqrt{18} + 4\sqrt{72}$.

b) $B = \sqrt{6 - 2\sqrt{5}} - \sqrt{(1+\sqrt{5})^2}$

Lời giải.

a) $A = 6\sqrt{2} - 6\sqrt{2} + 24\sqrt{2} = 24\sqrt{2}$.

b) $B = \sqrt{(\sqrt{5}-1)^2} - \sqrt{(1+\sqrt{5})^2} = \sqrt{5} - 1 - \sqrt{5} - 1 = -2$

Câu 2. Giải các phương trình và hệ phương trình sau

a) $5x^2 - 16x + 3 = 0$

b) $x^4 + 9x^2 - 10 = 0$

c) $\begin{cases} 3x - 2y = 10 \\ x + 3y = 7 \end{cases}$

Lời giải.

a) $5x^2 - 16x + 3 = 0 \Leftrightarrow (x-3)(5x-1) = 0 \Leftrightarrow x = 3, x = \dfrac{1}{5}$.

b) $x^4 + 9x^2 - 10 = 0 \Leftrightarrow (x^2-1)(x^2+10) = 0 \Leftrightarrow x = 1, x = -1$.

c) $\begin{cases} 3x - 2y = 10 \\ x + 3y = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -11y = -11 = 6 \\ x + 3y = 7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 1 \end{cases}$.

Vậy hệ phương trình có nghiệm $(x; y) = (4; 1)$.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Câu 3.

a) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho Parabol $(P): y = 2x^2$. Vẽ đồ thị parabol (P).

b) Cho phương trình $x^2 - 2(m+1)x + m - 1 = 0$ (m là tham số). Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $3x_1 + x_2 = 0$.

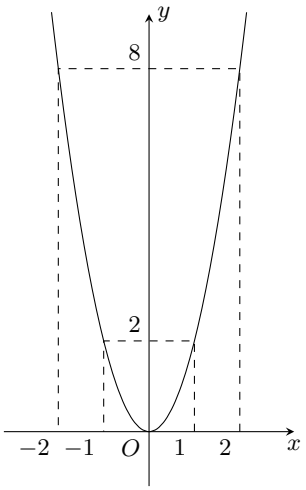
Lời giải.

a) Tập xác định $\mathscr{D} = \mathbb{R}$.

Bảng giá trị

x	-2	-1	0	1	2
$y = 2x^2$	8	2	0	2	8

Đồ thị



b) Phương trình có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow m^2+m+2 > 0 \Leftrightarrow \left(m + \dfrac{1}{2}\right)^2 + \dfrac{7}{4} > 0$ (luôn đúng)

Theo định lí Vi-ét ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = -2(m+1) \\ x_1.x_2 = m - 1. \end{cases}$

Mà $3x_1 + x_2 = 0 \Rightarrow x_2 = -3x_1(3)$, giải hệ ta được $x_1 = -1, x_2 = 3$ và $m = -2$ hoặc $x_1 = \dfrac{2}{3}, x_2 = -2$ và $m = -\dfrac{1}{3}$.

Câu 4. Hai vòi nước cùng chảy vào một cái bể không có nước trong 6 giờ thì đầy bể. Nếu để riêng vòi thứ nhất chảy trong 2 giờ, sau đó đóng lại và mở vòi thứ hai chảy tiếp

trong 3 giờ nữa thì được $\frac{2}{5}$ bể. Hỏi nếu chảy riêng thì mỗi vòi chảy đầy bể trong bao lâu?

Lời giải.

Gọi thời gian vòi thứ nhất chảy riêng đầy bể là x(giờ) và $x > 6$. Gọi thời gian vòi thứ hai chảy riêng đầy bể là y(giờ) và $y > 6$.

Theo bài ra, ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} \frac{2}{x} + \frac{3}{y} = \frac{2}{5} \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{6} \end{cases}$$

Giải hệ ta được $x = 10, y = 15$.

Câu 5. Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = 30cm$, $AC = 40cm$. Tính độ dài đường cao AH và số đo góc B (làm tròn đến độ).

Lời giải.

T

a có $BC^2 = AB^2 + AC^2$, suy ra $BC = 50cm$ và $AB.AC = AH.BC$, do đó $AH = 24cm$. Ta có $\cos \widehat{B} = 0.6$, suy ra $\widehat{B} =^\circ 7'$.

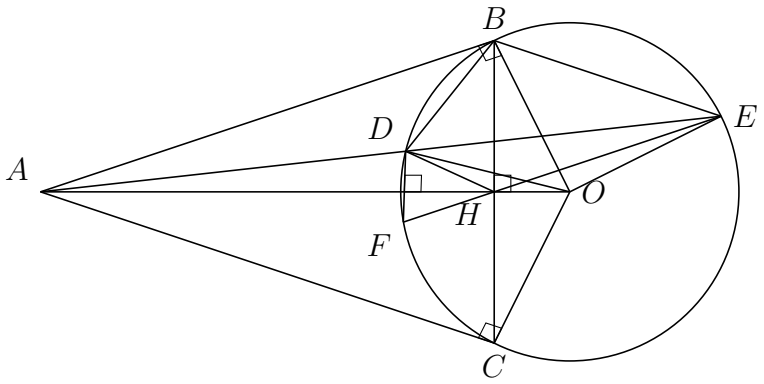
Câu 6. Từ điểm A nằm ngoài đường tròn (O), vẽ hai tiếp tuyến AB, AC với đường tròn (O) (B, C là hai tiếp điểm).

a) Chứng minh tứ giác $ABOC$ nội tiếp được đường tròn.

b) Vẽ cát tuyến ADE của (O) sao cho cát tuyến ADE nằm giữa hai tia AO, AB; D, E thuộc đường tròn (O) và D nằm giữa A và E. Chứng minh $AB^2 = AD.AE$.

c) Gọi F là điểm đối xứng của D qua AO, H là giao điểm của AO và BC. Chứng minh ba điểm E, F, H thẳng hàng.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/



Lời giải.

a) Ta có $\widehat{ABO} + \widehat{ACO} = 180^\circ$ nên tứ giác $ABOC$ nội tiếp đường tròn đường kính AO.

b) Ta có $\Delta ABD \sim \Delta AEB$(g.g) do có $\widehat{A}$ chung và $\widehat{ABD} = \widehat{AEB}$, suy ra $\dfrac{AB}{AE} = \dfrac{AD}{AB}$, do đó $AB^2 = AD.AE$.

c) Ta có $AH.AO = AB^2 = AD.AE$ suy ra ΔAHD đồng dạng với ΔAED.
Khi đó, $\widehat{ADH} = \widehat{AOE}$ nên tứ giác $DHOE$ là tứ giác nội tiếp. Vậy nên $\widehat{ODE} = \widehat{OHE}$.
Suy ra $\widehat{AEO} = \widehat{DHA} = \widehat{AHF} = \widehat{ODE} = \widehat{OHE}$. Mà $\widehat{AHF}$ và $\widehat{OHE}$ ở vị trí so le trong nên ba điểm E, H, F thẳng hàng

Câu 7. Cho $\sqrt{a}, \sqrt{b}, \sqrt{c}$ là độ dài ba cạnh của tam giác. Giải phương trình sau

$$ax^2 + (a + b - c)x + b = 0.$$

Lời giải.

Đặt $x = \sqrt{a}, y = \sqrt{b}, z = \sqrt{c}$.

Ta có

$$\Delta = (a+b-c)^2 - 4ab = a^2 + b^2 + c^2 - 2ab - 2bc - 2ac = x^4 + y^4 + z^4 - 2x^2y^2 - 2x^2z^2 - 2y^2z^2 < 0$$

Thật vậy, $x^4+y^4+z^4-2x^2y^2-2x^2z^2-2y^2z^2<0 \Leftrightarrow (z^2-x^2-y^2)^2<4x^2y^2 \Leftrightarrow -2xy<z^2-x^2-y^2<2xy \Leftrightarrow z^2<(x+y)^2$ và $(x-y)^2<z^2$ điều này luôn đúng do bất đẳng thức tam giác.

Vậy phương trình đã cho vô nghiệm.

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 120

ĐỀ THI VÀO 10, SỞ GIÁO DỤC VĨNH PHÚC, 2017

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

Câu 1. Giá trị của biểu thức $\sqrt{(3a-1)^2}$ là

(A) $3a-1$. (B) $1-3a$. (C) $3a-1$ và $1-3a$. (D) $|3a-1|$.

Câu 2. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=(m+3)x+6$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

(A) $m>-3$. (B) $m\geq -3$. (C) $m<-3$. (D) $m\leq -3$.

Câu 3. Đồ thị của hàm số nào sau đây đi qua hai điểm $A(2;1)$, $B(1;0)$?

(A) $y=x+1$. (B) $y=x-1$. (C) $y=-x+1$. (D) $y=-x+3$.

Câu 4. Cho đường tròn $(O;3\,\text{cm})$ và đường thẳng a tiếp xúc với nhau tại điểm H. Khi đó

(A) $OH>3\,\text{cm}$ và OH vuông góc với a.

(B) $OH<3\,\text{cm}$ và OH vuông góc với a.

(C) $OH=3\,\text{cm}$ và OH không vuông góc với a.

(D) $OH=3\,\text{cm}$ và OH vuông góc với a.

Câu 5. Cho hệ phương trình $\begin{cases}x-2y=3-m\\2x+y=3(m+2)\end{cases}$ (1), m là tham số.

a) Giải hệ (1) với $m=2$.

b) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hệ (1) có nghiệm duy nhất.

c) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A=x^2+y^2$, trong đó $(x;y)$ là nghiệm duy nhất của hệ (1).

Lời giải.

a) Với $m=2$, hệ (1) trở thành $\begin{cases}x-2y=1\\2x+y=12\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x-2y=1\\x+2y=24\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=5\\y=2\end{cases}$.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

b) Ta có $\frac{1}{2} \neq \frac{-2}{1}$ với mọi m, suy ra hệ (1) có nghiệm duy nhất với mọi m.

c) $(1) \Leftrightarrow \begin{cases} x-2y=3-m \\ 4x+2y=6(m+2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=m+3 \\ y=3(m+2)-2x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=m+3 \\ y=m \end{cases}$.

Do đó $A=2m^2+6m+9=2\left(m+\frac{3}{2}\right)^2+\frac{9}{2} \geq \frac{9}{2}$ với mọi m.

Dấu " = " xảy ra khi và chỉ khi $m=-\frac{3}{2}$. Vậy $\min A=\frac{9}{2} \Leftrightarrow m=\frac{3}{2}$.

Câu 6.

a) Một phòng họp có tổng số 80 ghế ngồi, được xếp thành từng hàng, mỗi hàng có số lượng ghế bằng nhau. Nếu bớt đi 2 hàng mà không làm thay đổi số lượng ghế trong phòng thì mỗi hàng còn lại phải xếp thêm 2 ghế. Hỏi trong phòng lúc đầu có bao nhiêu hàng ghế?

b) Trên mặt phẳng tọa độ Oxy cho parabol (P): $y=-x^2$ và đường thẳng (d): $y=x-2$ cắt nhau tại hai điểm A, B. Tìm tọa độ các điểm A, B và tính diện tích tam giác AOB, trong đó O là gốc tọa độ, hoành độ của điểm A lớn hơn hoành độ của điểm B.

Lời giải.

a) Gọi số hàng ghế lúc đầu là $x (x \in \mathbb{N}^*; x \geq 2; 80 \vdots x)$.

Số ghế ở mỗi hàng lúc đầu là $\frac{80}{x}$ (chiếc).

Nếu bớt đi 2 hàng thì số hàng còn lại là $x-2$.

Khi đó, số ghế ở mỗi hàng là $\frac{80}{x-2}$ (chiếc).

Vì lúc đó mỗi hàng còn lại phải xếp thêm 2 ghế nên ta có phương trình

$\frac{80}{x-2}-\frac{80}{x}=2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=10 (\text{ thỏa mãn điều kiện}). \\ x=-8 (\text{ không thỏa mãn điều kiện}). \end{array}\right.$.

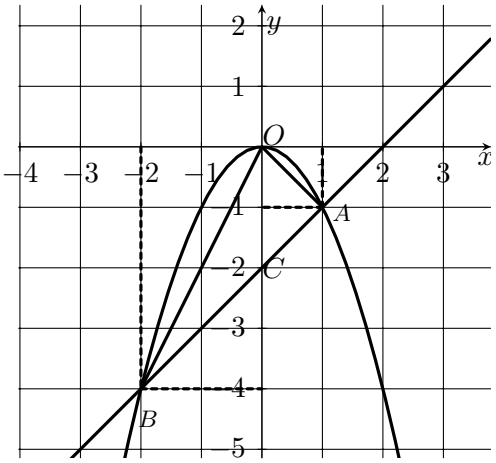
b)

Xét phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d):

$$-x^2 = x - 2 \Leftrightarrow x^2 + x - 2 = 0$$
$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \Rightarrow y = -1 \\ x = -2 \Rightarrow y = -4 \end{array}\right.$$

Vậy $A(1;-1)$, $B(-2;-4)$. Gọi C là giao của (d) và trục Oy, suy ra $C(0;-2)$.

Ta có $S_{\triangle OAB} = S_{\triangle OAC} + S_{\triangle OBC} = \dfrac{2.1}{2} + \dfrac{2.2}{2} = 3$.



Câu 7. Cho đường tròn (O) có tâm là điểm O, đường kính $AB = 2R$. Trên đường thẳng AB lấy điểm H sao cho B nằm giữa A và H (H không trùng với B), qua H dựng đường thẳng d vuông góc với AB. Lấy điểm C cố định thuộc đoạn thẳng OB (C không trùng với O và B). Qua điểm C kẻ đường thẳng a bất kỳ cắt đường tròn (O) tại hai điểm E, F (a không trùng với AB). Các tia AE và AF cắt đường thẳng d lần lượt tại M và N.

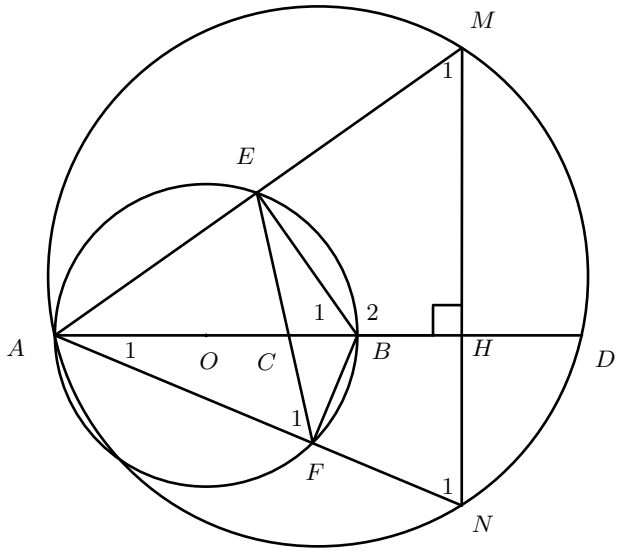
a) Chứng minh rằng tứ giác $BEMH$ nội tiếp một đường tròn.

b) Chứng minh rằng tam giác AFB đồng dạng với tam giác AHN và đường tròn ngoại tiếp tam giác AMN luôn đi qua một điểm cố định khác A khi đường thẳng a thay đổi.

c) Cho $AB = 4$ cm, $BC = 1$ cm, $HB = 1$ cm. Tìm giá trị nhỏ nhất của diện tích tam giác $\triangle AMN$.

Lời giải.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/



a) Ta có $\widehat{AEB} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn). Suy ra $\widehat{MEB} = 90^\circ$. Suy ra $\widehat{MEB} + \widehat{AHM} = 180^\circ$. Suy ra tứ giác $BEMH$ nội tiếp.

b) Ta có $\widehat{AFB} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn). Khi đó hai tam giác vuông AFB và AHN có chung góc nhọn $\widehat{BAF}$. Suy ra $\triangle AFB \backsim \triangle AHN$. Dẫn đến $\dfrac{AF}{AH}\dfrac{AB}{AN} \Leftrightarrow AF.AN = AB.AH(1)$.

Ta có $\widehat{F_1} = \widehat{B_1}$ (góc nội tiếp cùng chắn một cung). $\widehat{B_1} = \widehat{M_1}$ (cùng cộng với $\widehat{B_2}$ bằng 180°). $\widehat{M_1} = \widehat{D_1}$. Vậy $\widehat{F_1} = \widehat{D_1}$. Suy ra hai tam giác $\triangle AFC \backsim \triangle ADN$. Dẫn đến $\dfrac{AF}{AD}\dfrac{AC}{AN} \Leftrightarrow AF.AN = AD.AC(2)$.

Từ (1) và (2), ta có $AD.AC = AB.AH \Leftrightarrow AD = \dfrac{AB.AH}{AC}$. Do A, C, B, H cố định nên AD không đổi nên D cố định.

c) Với $AB = 4$ cm, $BC = BH = 1$ cm, ta có $AD = \dfrac{AB.AH}{AC} = \dfrac{20}{3}$ (cm). $\Leftrightarrow HD = AD - AH = \dfrac{5}{3}$.

Từ $\triangle AHM \backsim \triangle NHD$ (g.g) $\Leftrightarrow \dfrac{AH}{NH} = \dfrac{HM}{HD} \Leftrightarrow HM.HN = AH.HD = \dfrac{25}{3}$.

$S_{\triangle AMN} = \dfrac{1}{2}AH.MN = \dfrac{1}{2}AH.(HM + HN) \geq AH.\sqrt{HM.HN} = \dfrac{25\sqrt{3}}{3}$. Dấu " = " khi $HM = HN$. Suy ra $\widehat{M_1} = \widehat{N_1} \Leftrightarrow \widehat{F_1} = \widehat{N_1}$ Suy ra $EF \parallel MN \Leftrightarrow EF \perp AB$. Vậy giá trị nhỏ nhất của $S_{\triangle AMN}$ là $\dfrac{25\sqrt{3}}{3}$, khi $EF \perp AB$.

Câu 8. Cho x, y là các số thực. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$P = \frac{(x^2 - y^2)(1 - x^2y^2)}{(1 + x^2)^2(1 + y^2)^2}.$$

Lời giải.

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

Đặt $a=x^2, b=y^2$ $(a,b\geq 0)$ thì $P=\dfrac{(a-b)(1-ab)}{(1+a)^2(1+b)^2}$. Vì $a,b\geq 0$, nên

$$(a-b)(1-ab)=a-a^2b-b+ab^2\leq a+ab^2=a(1+b^2)$$
$$\leq a(1+b+b^2)=a(1+b)^2.$$

Ta lại có $(1+a)^2\geq 4a$. Suy ra $P\leq \dfrac{a(1+b)^2}{4a(1+b)^2}=\dfrac{1}{4}$.

Dấu " = " xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\pm 1 \\ y=0 \end{cases}$. Vậy $\max P=\dfrac{1}{4} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\pm 1 \\ y=0 \end{cases}$.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 121

ĐỀ THI VÀO 10, SỞ GIÁO DỤC BÀ RỊA VŨNG TÀU, 2017

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

Câu 1.

a) Giải phương trình $x^2-3x+2=0$.

b) Giải hệ phương trình $\begin{cases}2x-y=3\\3x+2y=8\end{cases}$

c) Rút gọn biểu thức $A=\dfrac{3x}{\sqrt{x}}+\dfrac{\sqrt{9x}}{3}-\sqrt{4x}\quad(x>0)$.

Lời giải.

a) *Cách 1*: Do $1+(-3)+2=0$ nên phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt $\left[\begin{array}{l}x_1=1\\x_2=\dfrac{2}{1}=2\end{array}\right.$.

Cách 2: Ta có $\Delta=(-3)^2-4.1.2=1>0$.

Nên phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt

$$x_1=\frac{-(-3)-1}{2}=1\qquad\text{hoặc}\qquad x_2=\frac{-(-3)+1}{2}=2.$$

b) Ta có $\begin{cases}2x-y=3\\3x+2y=8\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}4x-2y=6\\3x+2y=8\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}7x=14\\2x-y=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=2\\y=1\end{cases}$.

Vậy hệ phương trình có nghiệm $(x;y)=(2;1)$.

c) $A=\dfrac{3x}{\sqrt{x}}+\dfrac{\sqrt{9x}}{3}-\sqrt{4x}=\dfrac{3(\sqrt{x})^2}{\sqrt{x}}+\dfrac{3\sqrt{x}}{3}-2\sqrt{x}=3\sqrt{x}+\sqrt{x}-2\sqrt{x}=2\sqrt{x}$.

Câu 2. Cho parabol $(P):y=x^2$ và đường thẳng $(d):y=2x-m$ (m là tham số).

a) Vẽ parabol (P).

b) Tìm tất cả giá trị của m để (P) và (d) có một điểm chung duy nhất.

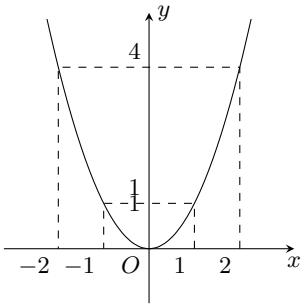
Lời giải.

a) Tập xác định $\mathscr{D} = \mathbb{R}$.

Bảng giá trị

x	-2	-1	0	1	2
$y = x^2$	4	1	0	1	4

Đồ thị



b) Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) là $x^2 = 2x - m \Leftrightarrow x^2 - 2x + m = 0 \quad (*)$.

Để (P) và (d) có một điểm chung duy nhất $\Leftrightarrow$ phương trình $(*)$ có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow \Delta' = 0 \Leftrightarrow 1 - m = 0 \Leftrightarrow m = 1$.

Câu 3. Một xưởng mỹ nghệ dự định sản xuất thủ công một lô hàng gồm 300 cái giỏ tre. Trước khi tiến hành, xưởng được bổ sung thêm 5 công nhân, nên số giỏ tre phải làm của mỗi người giảm 3 cái so với dự định. Hỏi lúc dự định, xưởng có bao nhiêu công nhân? Biết năng suất làm việc của mỗi người là như nhau.

Lời giải.

Gọi x là số công nhân dự định ban đầu của xưởng ($x \in \mathbb{N}^*$).

Khi đó, theo dự định mỗi công nhân phải làm $\dfrac{300}{x}$ cái giỏ.

Sau khi xưởng được bổ sung thêm 5 công nhân thì số giỏ mỗi công nhân phải làm là $\dfrac{300}{x+5}$.

Theo đề bài ta có phương trình:

$$\frac{300}{x} - \frac{300}{x+5} = 3 \Leftrightarrow 300(x+5-x) = 3x(x+5) \Leftrightarrow x^2 + 5x - 500 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 20 \\ x = -25 \end{array}\right. .$$

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

So với điều kiện ta chọn $x = 20$.

Vậy số công nhân dự định ban đầu là 20 người.

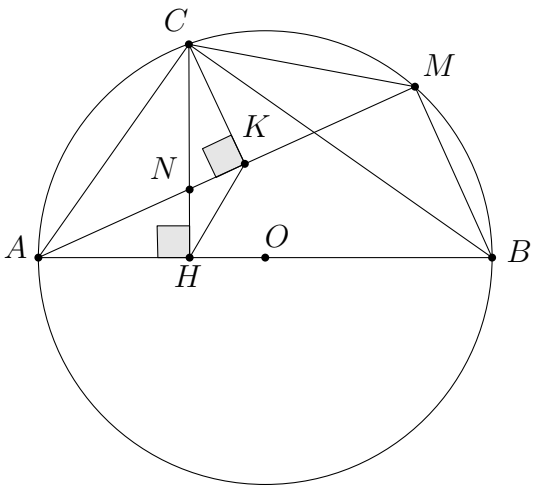
Câu 4. Cho nửa đường tròn $(O; R)$ có đường kính AB. Trên đoạn OA lấy điểm H (H khác O và H khác A). Qua H dựng đường thẳng vuông góc với AB, đường thẳng này cắt nửa đường tròn tại C. Trên cung BC lấy điểm M (M khác B, M khác C). Dựng CK vuông góc với AM tại K.

a) Chứng minh tứ giác $ACKH$ nội tiếp đường tròn.

b) Chứng minh $\widehat{CHK} = \widehat{CBM}$.

c) Gọi N là giao điểm của AM và CH. Tính theo R, giá trị của biểu thức $P = AM.AN + BC^2$.

Lời giải.



a) Ta có $\widehat{CHA} = \widehat{CKA} = 90^\circ$ (gt).

Suy ra tứ giác $ACKH$ nội tiếp đường tròn đường kính AC.

b) Do tứ giác $ACHK$ nội tiếp đường tròn đường kính AC.

Suy ra $\widehat{CHK} = \widehat{CAK}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung CK).

Mà $\widehat{CAK} = \widehat{CAM} = \widehat{CBM}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung CM).

Vậy $\widehat{CHK} = \widehat{CBM}$.

c) Ta có tam giác ABC vuông tại C nên $\widehat{ACN} = 90^\circ - \widehat{HCB}$.

Ta có tam giác CHB vuông tại H nên $\widehat{ABC} = 90^\circ - \widehat{HCB}$.

Do đó $\widehat{ACN} = \widehat{ABC}$.

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

Mặt khác $\widehat{ABC} = \widehat{AMC}$ (góc nội tiếp cùng chắn cung AC).

Suy ra $\widehat{ACN} = \widehat{AMC}$.

Do đó hai tam giác ACN và AMC đồng dạng (g - g) $\Rightarrow \dfrac{AN}{AC} = \dfrac{AC}{AM} \Rightarrow AM.AN = AC^2$.

Vì C thuộc nửa đường tròn đường kính AB nên tam giác ABC vuông tại C.

Suy ra $AC^2 + BC^2 = AB^2$.

Vậy $P = AM.AN + BC^2 = AC^2 + BC^2 = AB^2 = (2R)^2 = 4R^2$.

Câu 5.

a) Giải phương trình $6\left(x - \dfrac{x}{x+1}\right)^2 + \dfrac{x^2 - 12x - 12}{x+1} = 0$.

b) Cho a, b là hai số thực tùy ý sao cho phương trình $4x^2 + 4ax - b^2 + 2 = 0$ có nghiệm x_1; x_2. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = (x_1 + x_2)^2 + b(x_1 + x_2) - 8x_1x_2 + \dfrac{1 + 2b(x_1 + x_2)}{a^2}$.

Lời giải.

a) Điều kiện $x \neq -1$.

Ta có $6\left(x - \dfrac{x}{x+1}\right)^2 + \dfrac{x^2 - 12x - 12}{x+1} = 0 \Leftrightarrow 6\left(\dfrac{x^2}{x+1}\right)^2 + \dfrac{x^2}{x+1} - 12 = 0$.

Đặt $t = \dfrac{x^2}{x+1}$. Khi đó ta có phương trình $6t^2 + t - 12 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = \dfrac{4}{3} \\ t = -\dfrac{3}{2} \end{array}\right.$.

- Với $t = \dfrac{4}{3}$, ta có $\dfrac{x^2}{x+1} = \dfrac{4}{3} \Leftrightarrow 3x^2 - 4x - 4 = 0$.

Khi đó $\Delta' = (-2)^2 - 3.(-4) = 16 > 0$, suy ra $\left[\begin{array}{l} x = \dfrac{-(-2) + 4}{3} = 2 \\ x = \dfrac{-(-2) - 4}{3} = -\dfrac{2}{3} \end{array}\right.$.

- Với $t = -\dfrac{3}{2}$, ta có $\dfrac{x^2}{x+1} = -\dfrac{3}{2} \Leftrightarrow 2x^2 + 3x + 3 = 0$.

Khi đó $\Delta = 3^2 - 4.2.3 = -15 < 0$ nên phương trình vô nghiệm.

Vậy phương trình đã cho có nghiệm là $x = 2$ hoặc $x = -\dfrac{2}{3}$.

b) Điều kiện $a \neq 0$.

Phương trình đã cho có nghiệm $\Leftrightarrow \Delta' \geq 0 \Leftrightarrow a^2 + b^2 \geq 2$.

Theo định lí vi - ét, ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = -a \\ x_1.x_2 = \dfrac{-b^2 + 2}{4} \end{cases}$.

Ta có $P = (x_1 + x_2)^2 + b(x_1 + x_2) - 8x_1x_2 + \dfrac{1 + 2b(x_1 + x_2)}{a^2} = a^2 - ab + 2b^2 - 4 + \dfrac{1 - 2ab}{a^2}$

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

$$= (a^2 - ab + b^2) + \left(b^2 + \frac{1-2ab}{a^2}\right) - 4 = \frac{1}{2}(a^2+b^2) + \frac{1}{2}(a-b)^2 + \left(b - \frac{1}{a}\right)^2 - 4$$

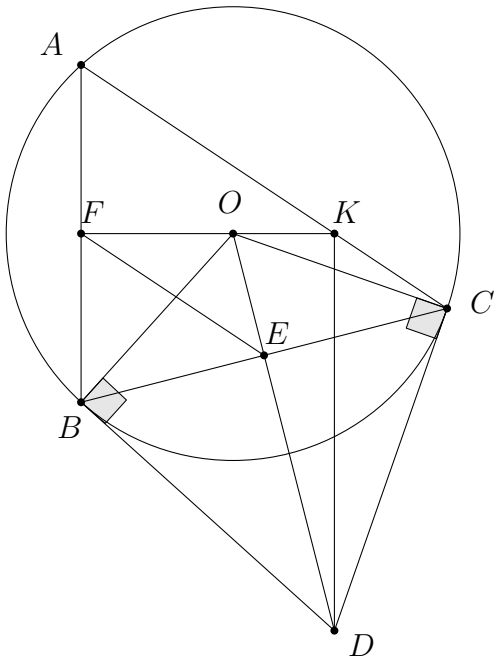
$$\geq \frac{1}{2}(a^2+b^2) - 4 \geq -3 \text{ (do } a^2+b^2 \geq 2).$$

Vậy $P_{\min} = -3$.

Dấu " = " xảy ra khi và chỉ khi $\begin{cases} a = b \\ b = \dfrac{1}{a} \\ a^2 + b^2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = b = 1 \\ a = b = -1 \end{array}\right.$.

Câu 6. Cho tam giác ABC nhọn ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn (O). Hai tiếp tuyến của đường tròn (O) tại B và C cắt nhau tại D, OD cắt BC tại E. Qua D vẽ đường thẳng song song với AB, đường thẳng này cắt AC tại K. Đường thẳng OK cắt AB tại F. Tính tỉ số diện tích $\dfrac{S_{\Delta BEF}}{S_{\Delta ABC}}$.

Lời giải.



Ta có $\widehat{BAC} = \widehat{DBC}$ (cùng chắn cung BC).

$\widehat{BAC} = \widehat{DKC}$ (đồng vị).

Suy ra $\widehat{DBC} = \widehat{DKC}$ nên tứ giác $DBKC$ nội tiếp.

Mà $\widehat{OBD} = \widehat{OCD} = 90^\circ$ nên các điểm B, D, C thuộc đường tròn đường kính OD.

Suy ra K cũng thuộc đường tròn đường kính $OD \Rightarrow OK \perp KD \Rightarrow OK \perp AB$.

Do đó F là trung điểm AB.

Do $OB = OC$, $DB = DC$ nên DO là đường trung trực của BC, suy ra E là trung điểm

BC.

Vậy hai tam giác BEF và ABC đồng dạng theo tỉ số $k = \dfrac{1}{2}$.

Suy ra $\dfrac{S_{\Delta BEF}}{S_{\Delta ABC}} = \dfrac{1}{4}$.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 122

ĐỀ THI VÀO 10 THÀNH PHỐ HÀ NỘI NĂM 1998

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

A. Lý thuyết (2 điểm): Học sinh chọn 1 trong 2 đề

Đề 1: Phát biểu tính chất cơ bản của phân thức đại số. Các đẳng thức sau đúng hay sai, vì sao? $\dfrac{3(x^2+1)}{x^2+1}=3$; $\dfrac{5m-25}{15-5m}=\dfrac{m-5}{m-3}$.

Đề 2: Chứng minh rằng: nếu cạnh góc vuông và cạnh huyền của tam giác vuông này tỉ lệ với cạnh góc vuông và cạnh huyền của tam giác vuông kia thì hai tam giác vuông đó đồng dạng.

B. Bài tập bắt buộc(8 điểm)

Câu 1. Cho biểu thức $P=\left(\dfrac{2x+1}{\sqrt{x^3}-1}-\dfrac{1}{\sqrt{x}-1}\right):\left(1-\dfrac{x+4}{x+\sqrt{x}+1}\right)$.

a) Rút gọn P.

b) Tìm giá trị nguyên của x để P nhận giá trị nguyên dương.

Lời giải.

a)

$$\begin{aligned}
P &= \left(\frac{2x+1}{\sqrt{x^3}-1}-\frac{1}{\sqrt{x}-1}\right):\left(1-\frac{x+4}{x+\sqrt{x}+1}\right)\\
&= \left(\frac{2x+1}{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)}-\frac{1}{\sqrt{x}-1}\right):\frac{x+\sqrt{x}+1-x-4}{x+\sqrt{x}+1}\\
&= \frac{2x+1-x-\sqrt{x}-1}{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)}\cdot\frac{x+\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3}\\
&= \frac{x-\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)}\cdot\frac{x+\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3}\\
&= \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}-3)}=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}.
\end{aligned}$$

b) Có $P=\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}=1+\dfrac{3}{\sqrt{x}-3}$.

Để P nhận giá trị nguyên dương thì $\sqrt{x}-3$ phải là ước của 3

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l}\sqrt{x}-3=3\\ \sqrt{x}-3=1\\ \sqrt{x}-3=-1\\ \sqrt{x}-3=-3\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sqrt{x}=6\\ \sqrt{x}=4\\ \sqrt{x}=2\\ \sqrt{x}=0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=36\\ x=16\\ x=4\\ x=0.\end{array}\right.$$

Câu 2. *Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình:*

Một người dự định đi xe đạp từ A đến B cách nhau 36 km trong thời gian nhất định. Sau khi đi được nửa quãng đường người đó dừng lại nghỉ 18 phút. Do đó để đến B đúng hẹn người đó đã tăng vận tốc thêm 2 km/h trên quãng đường còn lại. Tính vận tốc ban đầu và thời gian xe lăn bánh trên đường.

Lời giải.

Gọi x km/h là vận tốc ban đầu của người đó, suy ra vận tốc lúc sau là $(x+2)$ km/h.

Thời gian người đó đi với vận tốc ban đầu trên nửa đoạn đường sau là $\dfrac{18}{x}$.

Thời gian người đó phải di chuyển khi đã tăng tốc là $\dfrac{18}{x+2}$.

Do người đó đến B đúng hẹn nên $\dfrac{18}{x}=\dfrac{18}{60}+\dfrac{18}{x+2} \Leftrightarrow 18\left(\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{x+2}\right)=\dfrac{3}{10}$

$\Leftrightarrow 320=x^2+2x \Leftrightarrow x^2+2x-120=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=10\\ x=-12.\end{array}\right.$

Vậy vận tốc ban đầu của người đó là $x=10$ km/h.

Tổng thời gian xe lăn bánh là $T=\dfrac{18}{x}+\dfrac{18}{x+2}=3{,}3$ h.

Câu 3. Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH. Đường tròn đường kính AH cắt các cạnh AB, AC lần lượt tại E và F.

a) Chứng minh rằng tứ giác $AEHF$ là hình chữ nhật.

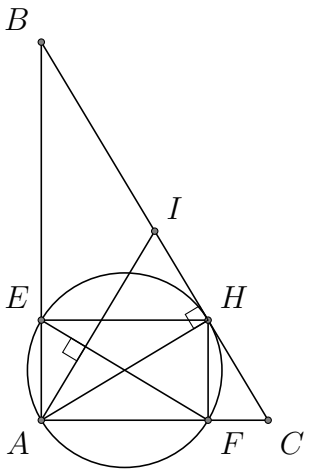
b) Chứng minh $AE \cdot AB = AF \cdot AC$.

c) Đường thẳng qua A vuông góc với EF cắt cạnh BC tại I. Chứng minh I là trung điểm của BC.

d) Chứng minh nếu diện tích tam giác ABC gấp đôi diện tích hình chữ nhật $AEHF$ thì tam giác ABC vuông cân.

Lời giải.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/



a) Do E và F thuộc đường tròn đường kính AH nên $\widehat{AEH} = \widehat{AFH} = 90^\circ$.
Mà $\widehat{EAF} = 90^\circ$ nên tứ giác $AEHF$ là hình chữ nhật (tứ giác có ba góc vuông).

b) Tam giác vuông ABH có HE là đường cao nên $AE \cdot AB = AH^2$.
Tam giác vuông ACH có HF là đường cao nên $AF \cdot AC = AH^2$.
Vậy $AE \cdot AB = AF \cdot AC$.

c) Ta có $AE \cdot AB = AF \cdot AC \Rightarrow \dfrac{AE}{AF} = \dfrac{AC}{AB}$
Mà góc A chung nên $\triangle AEF \backsim \triangle ACB \Rightarrow \widehat{AFE} = \widehat{ABI}$.
Mà $\widehat{AFE} = \widehat{BAI}$ (cùng phụ với góc $\widehat{AEF}$)
nên $\widehat{BAI} = \widehat{ABI}$, suy ra $\triangle IAB$ cân tại I, vậy $IA = IB$.
Chứng minh tương tự ta có $IA = IC$, nên I là trung điểm của BC

d) Giả sử $S_{ABC} = 2S_{AEHF} \Rightarrow \dfrac{S_{AEF}}{S_{ACB}} = \dfrac{1}{4} = \dfrac{EF}{BC} \Rightarrow EF = \dfrac{1}{2}BC$.
Mà ta có $AI = \dfrac{1}{2}BC$ và $EF = AH$, nên $AH = AI$. Suy ra $H \equiv I$.
Vậy $\triangle ABC$ vuông cân tại A.

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 123

ĐỀ THI VÀO 10 THÀNH PHỐ HÀ NỘI NĂM 2000

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

A. Lý thuyết (2 điểm): Học sinh chọn 1 trong 2 câu:

Câu 1. Thế nào là phép khử mẫu của biểu thức lấy căn. Viết công thức tổng quát. Áp dụng tính: $\sqrt{\dfrac{2-\sqrt{3}}{2}}+\dfrac{1-\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

Phép khử mẫu của biểu thức lấy căn là phép toán đưa phân thức có căn ở mẫu thành phân thức mới bằng với nó nhưng không còn căn ở mẫu.

Công thức tổng quát: với các biểu thức A, B mà $A\cdot B\geq 0$ và $B\neq 0$, ta có $\sqrt{\dfrac{A}{B}}=\dfrac{\sqrt{A\cdot B}}{|B|}$.

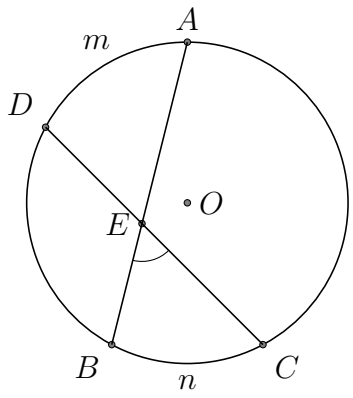
Áp dụng:

$\sqrt{\dfrac{2-\sqrt{3}}{2}}+\dfrac{1-\sqrt{3}}{2}=\dfrac{\sqrt{4-2\sqrt{3}}}{2}+\dfrac{1-\sqrt{3}}{2}=\dfrac{\sqrt{(\sqrt{3}-1)^2}}{2}+\dfrac{1-\sqrt{3}}{2}=\dfrac{\sqrt{3}-1}{2}+\dfrac{1-\sqrt{3}}{2}=0$.

Câu 2. Phát biểu và chứng minh định lí góc có đỉnh bên trong đường tròn.

Lời giải.

Định lí: Số đo của góc có đỉnh bên trong đường tròn bằng nửa tổng số đo hai cung bị chắn.



Chứng minh:

Nối B với D. Theo định lí góc nội tiếp ta có: $\widehat{BDE}=\dfrac{1}{2}\text{sđ}\overset{\frown}{BnC}$, $\widehat{DBE}=\dfrac{1}{2}\text{sđ}\overset{\frown}{AmD}$.

Mà $\widehat{BEC}=\widehat{BDE}+\widehat{DBE}$ (góc ngoài của tam giác).

Do đó, $\widehat{BEC}=\dfrac{1}{2}\left(\text{sđ}\overset{\frown}{BnC}+\text{sđ}\overset{\frown}{AmD}\right)$.

B. Bài tập bắt buộc (8 điểm)

Câu 1 (2,5 điểm). Cho biểu thức $P=\left(\dfrac{\sqrt{x}-4}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)}+\dfrac{3}{\sqrt{x}-2}\right):\left(\dfrac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}}-\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}\right)$.

a) Rút gọn P.

b) Tính giá trị của P biết $x = 6 - 2\sqrt{5}$.

c) Tìm các giá trị của n để có x thoả mãn $P \cdot (\sqrt{x} + 1) > \sqrt{x} + n$.

Lời giải.

a) Điều kiện: $\begin{cases} x > 0 \\ \sqrt{x} - 2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < x \neq 4.$

Ta có $P = \dfrac{\sqrt{x} - 4 + 3\sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 2)} : \dfrac{x - 4 - x}{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 2)} = (4\sqrt{x} - 4) : (-4) = 1 - \sqrt{x}.$

b) Với $x = 6 - 2\sqrt{5}$ thì $P = 1 - \sqrt{6 - 2\sqrt{5}} = 1 - \sqrt{(\sqrt{5} - 1)^2} = 1 - (\sqrt{5} - 1) = 2 - \sqrt{5}.$

c) Ta có $P \cdot (\sqrt{x} + 1) > \sqrt{x} + n \Leftrightarrow (1 - \sqrt{x})(1 + \sqrt{x}) > \sqrt{x} + n \Leftrightarrow 1 - x > \sqrt{x} + n$

$\Leftrightarrow \dfrac{1}{4} < x + \sqrt{x} + \dfrac{1}{4} < \dfrac{5}{4} - n \Leftrightarrow n < 1.$

Câu 2 (2,0 điểm). *Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình:*

Một ca nô chạy trên sông trong 8 h, xuôi dòng 81 km và ngược dòng 105 km. Một lần khác cũng chạy trên khúc sông đó, ca nô này chạy trong 4 h, xuôi dòng 54 km và ngược dòng 42 km. Hãy tính vận tốc khi xuôi dòng và ngược dòng của ca nô, biết vận tốc dòng nước và vận tốc riêng của ca nô không đổi.

Lời giải.

Gọi x km/h và y km/h lần lượt là vận tốc xuôi dòng và ngược dòng của ca nô $(x > y > 0)$.

Ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} \dfrac{81}{x} + \dfrac{105}{y} = 8 \\ \dfrac{54}{x} + \dfrac{42}{y} = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{1}{x} = \dfrac{1}{27} \\ \dfrac{1}{y} = \dfrac{1}{21} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 27 \\ y = 21 \end{cases} \quad \text{(thỏa mãn điều kiện).}$$

Vậy vận tốc xuôi dòng là 27 km/h, vận tốc ngược dòng là 21 km/h.

Câu 3 (3,5 điểm). Cho đường tròn (O) đường kính $AB = 2R$, dây MN vuông góc với dây AB tại I sao cho $IA < IB$. Trên đoạn MI lấy điểm E(E khác M và I). Tia AE cắt đường tròn tại điểm thứ hai K.

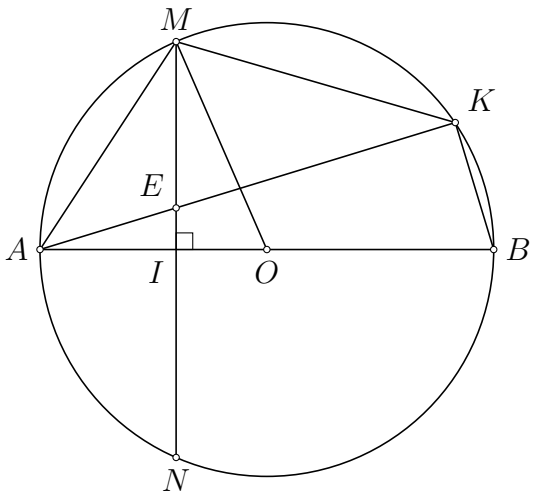
a) Chứng minh tứ giác $IEKB$ nội tiếp.

b) Chứng minh tam giác AME và AKM đồng dạng và $AM^2 = AE \cdot AK$.

c) Chứng minh: $AE \cdot AK + BI \cdot BA = 4R^2$.

d) Xác định vị trí điểm I sao cho chu vi tam giác MIO đạt GTLN.

Lời giải.



a) Vì AB là đường kính nên $\widehat{AKB} = 90^\circ$.

Ta có $\widehat{EKB} = \widehat{EIB} = 90^\circ$ nên tứ giác $IEKB$ nội tiếp.

b) Ta có $\widehat{MAE} = \widehat{KAM}$ (do cùng chắn cung nhỏ $\widehat{MK}$).

$\widehat{EMA} = \frac{1}{2}\text{sđ}\widehat{AN} = \frac{1}{2}\text{sđ}\widehat{AM} = \widehat{MKA}$.

Vậy $\Delta AME \backsim \Delta AKM$.

c) Từ $\Delta AME \backsim \Delta AKM$ suy ra

$$\frac{AE}{AM} = \frac{AM}{AK} \Leftrightarrow AE \cdot AK = AM^2.$$

Tam giác AMB vuông tại M (do AB là đường kính) và MI là đường cao nên $BI \cdot BA = MB^2$.

Khi đó, $AE \cdot AK + BI \cdot BA = AM^2 + MB^2 = AB^2 = 4R^2$.

d) Ta có $C_{MIO} = MI + IO + OM$.

Mà $OM = R$ không đổi nên C_{MIO} lớn nhất khi $MI + IO$ lớn nhất.

Ta có $(MI + IO)^2 \leq 2(MI^2 + IO^2) = 2OM^2 = 2R^2$ suy ra $MI + IO \leq \sqrt{2}R$.

Dấu "=" xảy ra khi $MI = IO = \frac{R\sqrt{2}}{2}$.

Vậy chu vi tam giác MIO lớn nhất khi I nằm trên AB và cách O một khoảng bằng $\frac{R\sqrt{2}}{2}$.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 124

ĐỀ THI VÀO 10 THÀNH PHỐ HÀ NỘI NĂM 2002

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

A. Lý thuyết (2 điểm): Học sinh chọn 1 trong 2 đề

Đề 1: Phát biểu và viết dạng tổng quát của qui tắc khai phương một tích.

Áp dụng: $P=\dfrac{\sqrt{50}-\sqrt{8}}{\sqrt{2}}$.

Lời giải.

Qui tắc khai phương một tích: Muốn khai phương một tích của các số không âm, ta có thể khai phương từng thừa số rồi nhân các kết quả với nhau.

Với hai số a và b không âm, ta có $\sqrt{a\cdot b}=\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}$.

Áp dụng:

$P=\dfrac{\sqrt{50}-\sqrt{8}}{\sqrt{2}}=\dfrac{5\sqrt{2}-2\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=\dfrac{3\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=3.$

Đề 2: Định nghĩa đường tròn. Chứng minh rằng đường kính là dây lớn nhất của đường tròn.

Lời giải.

Định nghĩa đường tròn: Đường tròn tâm O bán kính R (với $R>0$) là hình gồm các điểm cách điểm O một khoảng bằng R, kí hiệu $(O;R)$.

Chứng minh đường kính là dây lớn nhất của đường tròn:

Gọi AB là một dây bất kì của đường tròn $(O;R)$.

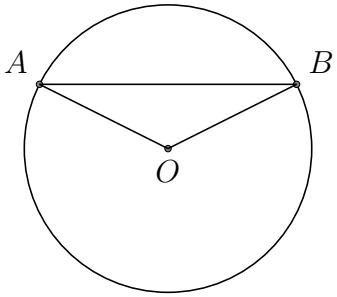
Nếu AB là đường kính thì $AB=2R$.

Nếu AB không là đường kính:

Xét tam giác AOB, có:

$AB<AO+OB=R+R=2R.$

Vậy ta có $AB\le 2R$ hay đường kính là dây lớn nhất của đường tròn.



B. Bài tập bắt buộc (8 điểm)

Câu 1. Cho biểu thức $P=\left(\dfrac{4\sqrt{x}}{2+\sqrt{x}}+\dfrac{8x}{4-x}\right):\left(\dfrac{\sqrt{x}-1}{x-2\sqrt{x}}-\dfrac{2}{\sqrt{x}}\right)$.

a) Rút gọn P.

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

b) Tìm giá trị của x để $P=-1$.

c) Tìm m để với mọi giá trị của $x>9$ ta có: $m(\sqrt{x}-3)P>x+1$.

Lời giải.

a) ĐKXĐ: $x>0; x\neq 4$.

$$\begin{aligned}P&=\left(\frac{4\sqrt{x}}{2+\sqrt{x}}+\frac{8x}{4-x}\right):\left(\frac{\sqrt{x}-1}{x-2\sqrt{x}}-\frac{2}{\sqrt{x}}\right)\\&=\frac{4\sqrt{x}(2-\sqrt{x})+8x}{(2+\sqrt{x})(2-\sqrt{x})}:\frac{\sqrt{x}-1-2(\sqrt{x}-2)}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)}\\&=\frac{8\sqrt{x}+4x}{(2+\sqrt{x})(2-\sqrt{x})}\cdot\frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)}{-\sqrt{x}+3}\\&=\frac{4\sqrt{x}(2+\sqrt{x})}{(2+\sqrt{x})(2-\sqrt{x})}\cdot\frac{\sqrt{x}(2-\sqrt{x})}{\sqrt{x}-3}\\&=\frac{4x}{\sqrt{x}-3}.\end{aligned}$$

b) $P=-1\Leftrightarrow\dfrac{4x}{\sqrt{x}-3}=-1\Leftrightarrow 4x+\sqrt{x}-3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\sqrt{x}=-1\\\sqrt{x}=\dfrac{3}{4}\end{array}\right.\Leftrightarrow x=\dfrac{9}{16}$ (thỏa mãn).

Vậy $P=1$ khi và chỉ khi $x=\dfrac{9}{16}$.

c) Ta có

$$\begin{aligned}&m(\sqrt{x}-3)P>x+1\ \forall x>9\\\Leftrightarrow\ &m(\sqrt{x}-3)\cdot\frac{4x}{\sqrt{x}-3}>x+1\ \forall x>9\\\Leftrightarrow\ &4mx>x+1\ \forall x>9\\\Leftrightarrow\ &(4m-1)x>1\ \forall x>9\\\Leftrightarrow\ &4m-1>\frac{1}{x}\ \forall x>9\\\Leftrightarrow\ &4m-1\geq\frac{1}{9}\\\Leftrightarrow\ &m\geq\frac{5}{18}.\end{aligned}$$

Câu 2. *Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:*

Theo kế hoạch, hai tổ sản xuất 600 sản phẩm trong một thời gian nhất định. Do áp dụng kỹ thuật mới nên tổ I đã vượt mức 18%, tổ II vượt mức 21%, vì vậy trong thời gian quy định họ đã hoàn thành vượt mức 120 sản phẩm. Hỏi số sản phẩm được giao của mỗi tổ theo kế hoạch?

Lời giải.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Gọi số sản phẩm được giao của tổ I và tổ II theo kế hoạch lần lượt là x và y $(0 < x, y < 600;$ $x, y \in \mathbb{N})$.

Do hai tổ được giao sản xuất 600 sản phẩm nên ta có phương trình

$$x + y = 600 \tag{0.15}$$

Do tổ I vượt mức 18%, tổ II vượt mức 21% và hai tổ đã hoàn thành vượt mức 120 sản phẩm nên ta có phương trình

$$x(1 + 18\%) + y(1 + 21\%) = 600 + 120 \Leftrightarrow 118x + 121y = 72000 \tag{0.16}$$

Từ (0.19) và (0.20), ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} x + y = 600 \\ 118x + 121y = 72000 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 200 \text{ (thỏa mãn)} \\ y = 400 \text{ (thỏa mãn).} \end{cases}$$

Vậy theo kế hoạch, tổ I được giao 200 sản phẩm, tổ II được giao 400 sản phẩm.

Câu 3. Cho đường tròn (O), một đường kính AB cố định, một điểm I nằm giữa A và O sao cho $AI = \dfrac{2}{3}AO$. Kẻ dây MN vuông góc với AB tại I. Gọi C là điểm tùy ý thuộc cung lớn MN, sao cho C không trùng với M, N và B. Nối AC cắt MN tại E.

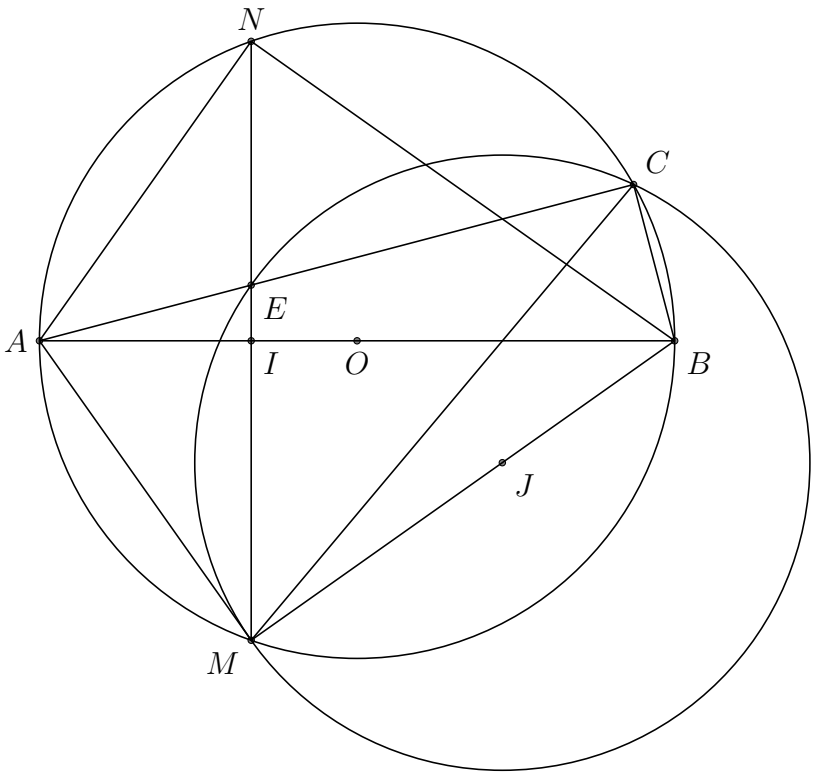
a) Chứng minh tứ giác $IECB$ nội tiếp được trong đường tròn.

b) Chứng minh $\triangle AME$ đồng dạng với $\triangle ACM$ và $AM^2 = AE \cdot AC$.

c) Chứng minh $AE.AC - AI.IB = AI^2$.

d) Hãy xác định vị trí của điểm C sao cho khoảng cách từ N đến tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác CME là nhỏ nhất.

Lời giải.



a) Do $MN \perp AB$ nên $\widehat{EIB} = 90^\circ$.

Vì $\widehat{ACB}$ là góc nội tiếp chắn nửa đường tròn nên $\widehat{ACB} = 90^\circ$.

Xét tứ giác $IECB$ có $\widehat{EIB} + \widehat{ECB} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$.

Mà hai góc ở vị trí đối nhau nên tứ giác $IECB$ là tứ giác nội tiếp.

b) Vì $IECB$ là tứ giác nội tiếp nên $\widehat{AEI} = \widehat{IBC}$.

Lại có $\widehat{ABC} = \widehat{AMC}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung $\widehat{AC}$).

Suy ra $\widehat{AEM} = \widehat{AMC}$.

Vậy $\triangle AME \backsim \triangle ACM$ (g-g).

$\Rightarrow \dfrac{AM}{AC} = \dfrac{AE}{AM} \Rightarrow AM^2 = AE \cdot AC$.

c) Xét tam giác AEI và tam giác ABC có:

$$\begin{cases} \widehat{A} \text{ chung} \\ \widehat{AIE} = \widehat{ACB} = 90^\circ \end{cases}$$

$\Rightarrow \triangle AEI \backsim \triangle ABC$ (g-g)$\Rightarrow \dfrac{AE}{AB} = \dfrac{AI}{AC} \Rightarrow AE \cdot AC = AB \cdot AI$.

$\Rightarrow AE \cdot AC - AI \cdot IB = AB \cdot AI - AI \cdot IB = AI(AB - IB) = AI^2$.

d) Gọi J là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác CME.

Vì $\triangle AEM \backsim \triangle AMC$ nên $\widehat{AME} = \widehat{ACM}$.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Suy ra AM là tiếp tuyến tại M của $(J) \Rightarrow JM \perp AM$.

Mà $\widehat{AMB} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) nên $BM \perp AM$.

Vậy J luôn thuộc đường thẳng MB.

Do đó NJ nhỏ nhất khi và chỉ khi J trùng hình chiếu H của N trên MB hay khi C trùng với giao điểm của đường tròn $(H; HM)$ với (O).

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 125

ĐỀ THI TOÁN VÀO LỚP 10 NĂM HỌC 2004-2005, HÀ NỘI

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

A. Lý thuyết (2 điểm): Học sinh chọn 1 trong 2 đề

Đề 1: Nêu điều kiện để $\sqrt{A}$ có nghĩa.

Áp dụng: Với giá trị nào của x thì $\sqrt{2x-1}$ có nghĩa.

Lời giải.

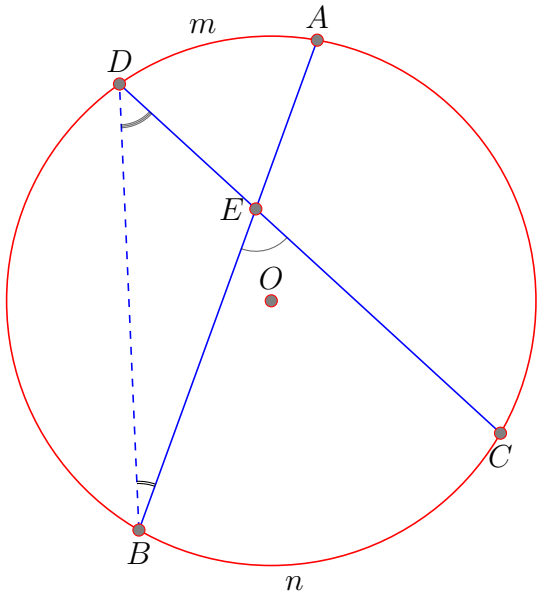
- $\sqrt{A}$ có nghĩa $\Leftrightarrow A \geq 0$.
- $\sqrt{2x-1}$ có nghĩa $\Leftrightarrow 2x-1 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq \dfrac{1}{2}$.

Đề 2: Phát biểu và chứng minh định lý góc có đỉnh ở bên trong đường tròn.

Lời giải.

- *Định lí*

Số đo của góc có đỉnh ở bên trong đường tròn bằng nửa tổng số đo hai cung bị chắn.



- *Chứng minh*

Ta có $\widehat{BEC} = \widehat{EBD} + \widehat{BDE}$ (1) (tính chất góc ngoài của tam giác).

Theo tính chất góc nội tiếp ta có

$\widehat{EBD} = \dfrac{1}{2}\text{sđ}\widehat{AmD}$ (2)

$\widehat{BDC} = \dfrac{1}{2}\text{sđ}\widehat{BnC}$ (3)

Từ (1), (2), (3) suy ra $\widehat{BEC} = \dfrac{\text{sđ}\widehat{AmD} + \text{sđ}\widehat{BnC}}{2}$.

B. Bài tập bắt buộc (8 điểm)

Câu 1. Cho biểu thức $P = \left(\dfrac{1}{\sqrt{x}-2} + \dfrac{5\sqrt{x}-4}{2\sqrt{x}-x}\right) : \left(\dfrac{2+\sqrt{x}}{\sqrt{x}} - \dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}\right)$.

a) Rút gọn P.

b) Tính giá trị của P khi $x = \dfrac{3-\sqrt{5}}{2}$.

c) Tìm m để có x thỏa mãn $P = mx\sqrt{x} - 2mx + 1$.

Lời giải.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

a) Điều kiện $x > 0, x \neq 4$.

$$\begin{aligned} P &= \left(\frac{1}{\sqrt{x}-2} + \frac{5\sqrt{x}-4}{2\sqrt{x}-x}\right) : \left(\frac{2+\sqrt{x}}{\sqrt{x}} - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}\right) \\ &= \left[\frac{1}{\sqrt{x}-2} - \frac{5\sqrt{x}-4}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)}\right] : \left[\frac{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)-x}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)}\right] \\ &= \frac{\sqrt{x}-5\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)} : \frac{-4}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)} \\ &= \frac{4-4\sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)} \cdot \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)}{-4} \\ &= \sqrt{x}-1. \end{aligned}$$

b) Khi $x = \dfrac{3-\sqrt{5}}{2}$, ta có

$$P = \sqrt{\frac{3-\sqrt{5}}{2}} - 1 = \sqrt{\frac{6-2\sqrt{5}}{4}} = \frac{\sqrt{(\sqrt{5}-1)^2}}{2} - 1 = \frac{\sqrt{5}-1}{2} - 1 = \frac{\sqrt{5}-3}{2}.$$

c) Với điều kiện $x > 0, x \neq 4$.

Để có x thỏa mãn $P = mx\sqrt{x} - 2mx + 1 \Leftrightarrow \sqrt{x} - 1 = mx\sqrt{x} - 2mx + 1$ (1) có nghiệm.

Ta có

$$\begin{aligned} (1) \Leftrightarrow mx(\sqrt{x}-2) + 2 - \sqrt{x} = 0 &\Leftrightarrow (\sqrt{x}-2)(mx-1) = 0 \\ &\Leftrightarrow mx - 1 = 0 \ (2) \ (\text{do } \sqrt{x}-2 \neq 0). \end{aligned}$$

Xét phương trình (2)

- Nếu $m = 0$, phương trình vô nghiệm.
- Nếu $m \neq 0$, phương trình có nghiệm $x = \dfrac{1}{m}$, $(m \neq 0)$.

Để $x = \dfrac{1}{m}$ là nghiệm của (1) $\Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{1}{m} > 0 \\ \dfrac{1}{m} \neq 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ m \neq \dfrac{1}{4}. \end{cases}$

Vậy điều kiện của m là $\begin{cases} m > 0 \\ m \neq \dfrac{1}{4}. \end{cases}$

Câu 2. *Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình:*

Theo kế hoạch, một công nhân phải hoàn thành 60 sản phẩm trong một thời gian nhất định. Nhưng do cải tiến kỹ thuật nên mỗi giờ người công nhân đó đã làm thêm 2 sản phẩm. Vì vậy, chẳng những đã hoàn thành kế hoạch sớm hơn dự định 30 phút mà còn vượt mức 3 sản phẩm. Hỏi theo kế hoạch, mỗi giờ người đó phải làm bao nhiêu sản phẩm?

Lời giải.

Gọi x là số sản phẩm người đó làm được mỗi giờ theo kế hoạch, điều kiện $x > 0$.

Khi đó thời gian để hoành thành 60 sản phẩm là $\dfrac{60}{x}$ (giờ).

Thực tế số sản phẩm người đó làm trong mỗi giờ là $x + 2$.

Do làm được nhiều hơn dự định 3 sản phẩm, và thời gian ít hơn 30 phút nên ta có phương trình

$$\begin{aligned} \frac{63}{x+2} + \frac{1}{2} = \frac{60}{x} &\Leftrightarrow 126x + (x+2)x = 120(x+2) \\ &\Leftrightarrow x^2 + 8x - 240 = 0. \end{aligned}$$

Giải phương trình ta được $x = 12$ (nhận) và $x = -20$ (loại).

Vậy số sản phẩm dự định làm trong mỗi giờ là 20 sản phẩm.

Câu 3. Cho tam giác ABC vuông tại A. Lấy điểm M tùy ý giữa A và B. Đường tròn đường kính BM cắt đường thẳng BC tại điểm thứ hai là E. Các đường thẳng CM, AE lần lượt cắt đường tròn tại các điểm thứ 2 là H và K.

a) Chứng minh tứ giác $AMEC$ là tứ giác nội tiếp.

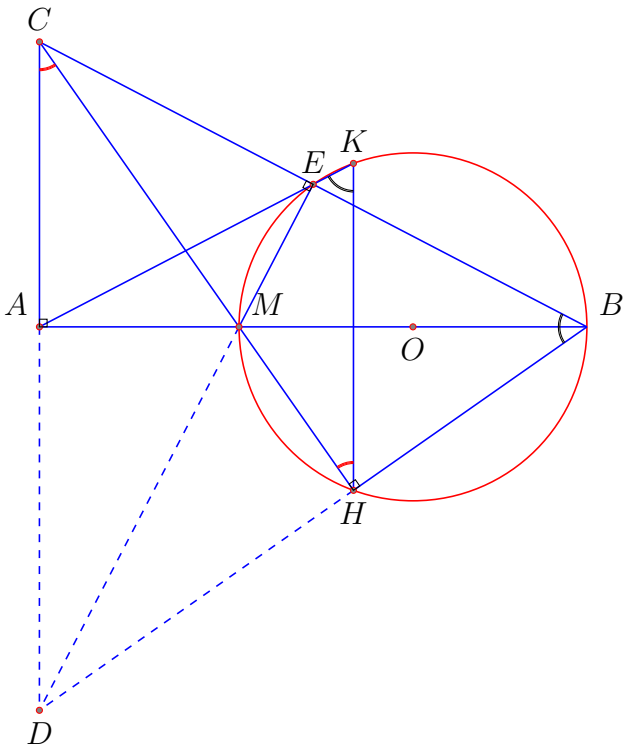
b) Chứng minh góc ACM bằng góc KHM.

c) Chứng minh các đường thẳng BH, EM và AC đồng quy.

d) Giả sử $AC < AB$, hãy xác định vị trí của M để tứ giác $AHBC$ là hình thang cân.

Lời giải.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/



a) Chứng minh tứ giác $AMEC$ là tứ giác nội tiếp.

Do $\triangle ABC$ vuông tại A nên $\widehat{CAB} = 90^\circ$ hay $\widehat{CAM} = 90^\circ$.

Do $\widehat{MEB} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) $\Rightarrow \widehat{MEC} = 90^\circ$.

Vậy tứ giác $AMEC$ nội tiếp đường tròn đường kính MC.

b) Chứng minh góc ACM bằng góc KHM.

Nối B với H, xét (O) ta có $\widehat{HBE} = \widehat{HKE}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung HE).

Do tứ giác $AMEC$ nội tiếp, nên $\widehat{ECM} = \widehat{EAM}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung EM).

Lại có $\widehat{HBE} + \widehat{HCB} = 90^\circ$, suy ra $\widehat{AKH} + \widehat{KAM} = 90^\circ \Rightarrow KH \perp AB$.

Mà $AC \perp AB$, suy ra $AC \parallel KH \Rightarrow \widehat{ACM} = \widehat{KHM}$ (hai góc ở vị trí so le trong).

c) Chứng minh các đường thẳng BH, EM và AC đồng quy.

Gọi D là giao điểm của AC và $BH \Rightarrow CH, BA$ là hai đường cao của $\triangle BCD \Rightarrow M$ là trực tâm $\triangle BCD$.

Lại có $ME \perp BC \Rightarrow ME$ là đường cao của $\triangle BCD \Rightarrow ME$ đi qua D, hay ba đường

thẳng BH, ME, AC đồng quy.

d) Giả sử $AC < AB$, hãy xác định vị trí của M để tứ giác $AHBC$ là hình thang cân.

Tứ giác $AHBC$ là hình thang cân $\Leftrightarrow MB = MC \Leftrightarrow \triangle MBC$ cân tại $M \Rightarrow E$ là trung điểm BC.

Ta có $\triangle BEM \backsim \triangle BAC \Rightarrow \dfrac{BM}{BC} = \dfrac{BE}{BA} \Rightarrow BM = \dfrac{BE \cdot BC}{BA} = \dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{BC^2}{BA}$.

Vậy điểm M thuộc đoạn AB thỏa mãn hệ thức $BM = \dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{BC^2}{BA}$ thì tứ giác $AHBC$ là hình thang cân.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 126

ĐỀ THI TOÁN VÀO LỚP 10 NĂM HỌC 2005-2006, HÀ NỘI

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

Câu 4. Cho biểu thức $P = \left[\dfrac{a+3\sqrt{a}+2}{(\sqrt{a}+2)(\sqrt{a}-1)} - \dfrac{a+\sqrt{a}}{a-1}\right] : \left(\dfrac{1}{\sqrt{a}+1} + \dfrac{1}{\sqrt{a}-1}\right)$.

a) Rút gọn biểu thức P.

b) Tìm a để $\dfrac{1}{P} - \dfrac{\sqrt{a}+1}{8} \geq 1$.

Lời giải.

a) Điều kiện xác định: $a \geq 0$ và $a \neq 1$.

Ta có $P = \left[\dfrac{a+3\sqrt{a}+2}{(\sqrt{a}+2)(\sqrt{a}-1)} - \dfrac{a+\sqrt{a}}{a-1}\right] : \left(\dfrac{1}{\sqrt{a}+1} + \dfrac{1}{\sqrt{a}-1}\right)$

$= \left[\dfrac{(\sqrt{a}+1)(\sqrt{a}+2)}{(\sqrt{a}+2)(\sqrt{a}-1)} - \dfrac{\sqrt{a}(\sqrt{a}+1)}{(\sqrt{a}-1)(\sqrt{a}+1)}\right] : \left(\dfrac{\sqrt{a}-1+\sqrt{a}+1}{(\sqrt{a}+1)(\sqrt{a}-1)}\right)$

$= \left(\dfrac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}-1} - \dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}-1}\right) \cdot \dfrac{(\sqrt{a}+1)(\sqrt{a}-1)}{2\sqrt{a}}$

$= \dfrac{1}{\sqrt{a}-1} \cdot \dfrac{(\sqrt{a}-1)(\sqrt{a}+1)}{2\sqrt{a}}$

$= \dfrac{\sqrt{a}+1}{2\sqrt{a}}$.

b) Ta có $\dfrac{1}{P} - \dfrac{\sqrt{a}+1}{8} \geq 1 \Leftrightarrow \dfrac{2\sqrt{a}}{\sqrt{a}+1} - \dfrac{\sqrt{a}+1}{8} \geq 1$

$\Leftrightarrow 16\sqrt{a} - (\sqrt{a}+1)^2 \geq 8(\sqrt{a}+1)$

$\Leftrightarrow a - 6\sqrt{a} + 9 \leq 0$

$\Leftrightarrow (\sqrt{a}-3)^2 \leq 0$

$\Leftrightarrow \sqrt{a} - 3 = 0$

$\Leftrightarrow a = 9$ (thỏa mãn điều kiện).

Vậy $a = 9$.

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

Câu 5. Một ca nô xuôi dòng trên một khúc sông từ A đến B dài 80km, sau đó lại ngược dòng đến địa điểm C cách bến B 72km. Thời gian ca nô xuôi dòng ít hơn thời gian ngược dòng là 15 phút. Tính vận tốc riêng của ca nô biết vận tốc của dòng nước là 4km/h.

Lời giải.

Gọi x(km/h) là vận tốc riêng của ca nô (Điều kiện $x > 4$).

Thời gian ca nô đi từ A đến B là $\dfrac{80}{x+4}$ và thời gian ca nô đi từ B đến C là $\dfrac{72}{x-4}$.

Vì thời gian ca nô xuôi dòng ít hơn thời gian ngược dòng là 15 phút nên ta có phương trình

$$\frac{80}{x+4}+\frac{1}{4}=\frac{72}{x-4} \Leftrightarrow 320(x-4)+(x+4)(x-4)=288(x+4) \Leftrightarrow x^2+32x-2448=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=36 \\ x=-68. \end{array}\right.$$

Vậy vận tốc riêng của ca nô là 36km/h

Câu 6. Tìm toạ độ giao điểm của A và B của đồ thị hàm số $y=2x+3$ và $y=x^2$. Gọi D và C lần lượt là hình chiếu vuông góc của A và B trên trục hoành. Tính diện tích tứ giác $ABCD$.

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đường $y=2x+3$ và $y=x^2$ là

$$x^2=2x+3 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \Rightarrow y=1 \\ x=3 \Rightarrow y=9. \end{array}\right.$$

Suy ra $A(-1;1)$ và $B(3;9)$.

Vì D và C lần lượt là hình chiếu vuông góc của A và B trên trục hoành nên ta có $D(-1;0)$ và $C(3;0)$.

$ABCD$ là hình thang vuông tại C và D nên có diện tích là

$$S_{ABCD}=\frac{(AD+BC)\cdot CD}{2}=\frac{(1+9)\cdot 4}{2}=20\,(\text{đvdt}).$$

Câu 7. Cho đường tròn (O) có đường kính $AB=2R$, C là trung điểm của OA và dây MN vuông góc với OA tại C. Gọi K là điểm tuỳ ý trên cung nhỏ $\overset{\frown}{BM}$, H là giao điểm của AK và MN.

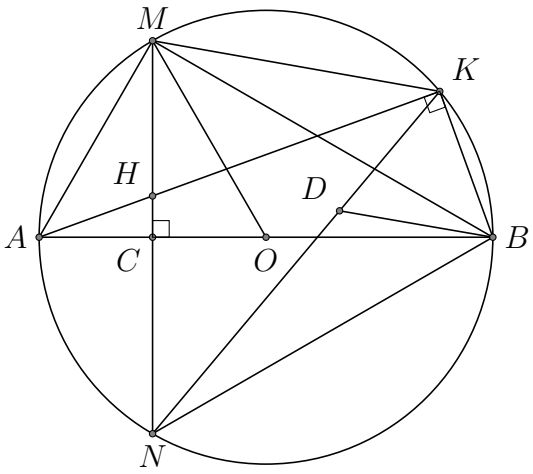
a) Chứng minh rằng tứ giác $BCHK$ là tứ giác nội tiếp;

b) Tính tích $AH.AK$ theo R;

c) Xác định vị trí của điểm K để tổng $(KM+KN+KB)$ đạt giá trị lớn nhất và tính giá trị lớn nhất đó.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Lời giải.



a) Tứ giác $BCHK$ có $\widehat{BCH} = 90^\circ$ (gt) và $\widehat{BKH} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn).

Suy ra $BCHK$ là tứ giác nội tiếp.

b) Hai tam giác ACH và AKB có $\widehat{ACH} = \widehat{AKB} = 90^\circ$ và $\widehat{BAK}$ chung.

$\Rightarrow \triangle ACH \backsim \triangle AKB \Rightarrow \dfrac{AC}{AK} = \dfrac{AH}{AB} \Rightarrow AH.AK = AB.AC = 2R \cdot \dfrac{R}{2} = R^2$.

c) Trên đoạn KN lấy điểm D sao cho $KD = KB$.

Dễ thấy hai tam giác BMN và KBD là các tam giác đều.

Ta có $\widehat{BMK} = \widehat{BNK}$ (1) (góc nội tiếp cùng chắn cung KB).

Ta lại có $\widehat{NBD} = \widehat{MKB} = 120^\circ$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra $\widehat{MBK} = \widehat{BND}$ (tổng các góc trong của một tam giác bằng 180°).

Hai tam giác MBK và NBD có $BN = BM$, $\widehat{MBK} = \widehat{BND}$, $BK = BD$.

$\Rightarrow \triangle MBK = \triangle NBD$ (c-g-c) $\Rightarrow MK = ND$.

Do đó, ta có $KM + KN + KB = DN + DK + KN = 2KN$.

Suy ra tổng $(KM + KN + KB)$ đạt giá trị lớn nhất khi KN đạt giá trị lớn nhất $\Leftrightarrow KN$ là đường kính.

Vậy tổng $(KM + KN + KB)$ đạt giá trị lớn nhất là $4R$ khi K là điểm đối xứng của N qua O hay K là điểm chính giữa của cung nhỏ BC.

Câu 8. Cho hai số dương x, y thoả mãn điều kiện $x+y=2$. Chứng minh : $x^2y^2(x^2+y^2) \leq 2$.

Lời giải.

Ta có $x^2y^2(x^2+y^2) = \dfrac{1}{2}xy\left[2xy(x^2+y^2)\right] \leq \dfrac{1}{2}xy\left(\dfrac{x^2+2xy+y^2}{2}\right)^2 = 2xy \leq 2\left(\dfrac{x+y}{2}\right)^2 = 2$.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 127

ĐỀ THI VÀO LỚP 10, SỞ GD&ĐT HÀ NỘI NĂM 2007

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

Câu 1. Cho biểu thức $P = \dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} + \dfrac{3}{\sqrt{x}+1} - \dfrac{6\sqrt{x}-4}{x-1}$.

a) Rút gọn P.

b) Tìm các giá trị của x để $P < \dfrac{1}{2}$.

Lời giải.

a) Điều kiện $0 \le x \ne 1$.

$$\begin{aligned} P &= \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} + \frac{3}{\sqrt{x}+1} - \frac{6\sqrt{x}-4}{x-1} \\ &= \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)+3(\sqrt{x}-1)-6\sqrt{x}+4}{x-1} \\ &= \frac{x-2\sqrt{x}+1}{x-1} \\ &= \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1}. \end{aligned}$$

b) Để $P = \dfrac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1} < \dfrac{1}{2} \Leftrightarrow 2(\sqrt{x}-1) \le \sqrt{x}+1 \Leftrightarrow \sqrt{x} \le 3 \Leftrightarrow x \le 9$.
Kết hợp điều kiện ta được $0 \le x < 9$ và $x \ne 1$.

Câu 2. *Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình*

Một người đi xe đạp từ A đến B cách nhau 24 km. Khi từ B trở về A người đó tăng vận tốc thêm 4 km/h so với lúc đi, vì vậy thời gian về ít hơn thời gian đi 30 phút. Tính vận tốc của người đi xe đạp khi đi từ A đến B.

Lời giải.

Gọi vận tốc lúc đi là x (km/h), $x > 0$.

Khi đó, vận tốc lúc về là $x+4$ (km/h).

Theo đề bài ta có phương trình $\dfrac{24}{x} - \dfrac{24}{x+4} = \dfrac{1}{2}$.

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

Phương trình tương đương với $x^2+4x-192=0$.

Giải ra ta được $x=12$ và $x=-16$ (loại).

Vậy, vận tốc người đi xe đạp khi đi từ A đến B là 12 km/h.

Câu 3. Cho phương trình $x^2+bx+c=0$.

a) Giải phương trình khi $b=-3$, $c=2$.

b) Tìm b, c để phương trình có hai nghệm phân biệt và tích bằng 1.

Lời giải.

a) Khi $b=-3$, $c=2$ ta có tổng các hệ số $a+b+c=0$ nên phương trình có hai nghiệm $x_1=1$, $x_2=2$.

b) Phương trình có hai nghệm phân biệt và tích bằng 1 khi
$$\begin{cases}\Delta>0\\ P=\dfrac{c}{a}=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}b^2-4c>0\\ c=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}b>2 \text{ hoặc } b<-2\\ c=1\end{cases}.$$

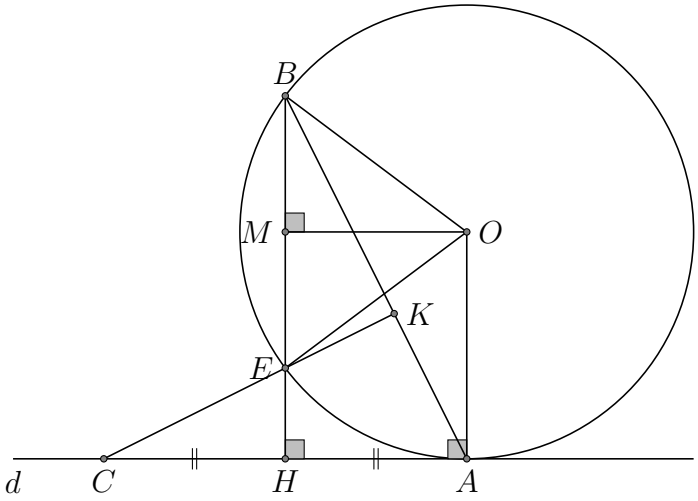
Câu 4. Cho đường tròn $(O;R)$ tiếp xúc với đường thẳng d tại A. Trên đường thẳng d lấy điểm H (H khác A) và $AH<R$. Qua H kẻ đường thẳng vuông góc với d cắt đường tròn tại hai điểm phân biệt E,B (E nằm giữa B và H).

a) Chứng minh $\widehat{ABE}=\widehat{EAH}$ và $\triangle ABH\backsim\triangle EAH$.

b) Lấy điểm C trên đường thẳng d sao cho H là trung điểm của AC, đường thẳng CE cắt AB tại K. Chứng minh tứ giác $AHEK$ nội tiếp.

c) Xác định vị trí của điểm H để $AB=R\sqrt{3}$.

Lời giải.



Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

a) Ta có $\widehat{ABE} = \widehat{EAH}$ (cùng chắn cung AE).

$\triangle ABH$ và $\triangle EAH$ là hai tam giác vuông góc có $\widehat{ABE} = \widehat{EAH}$ nên $\triangle ABH \backsim \triangle EAH$.

b) Vì H là trung điểm của AC và $EH \perp AC$ nên $\triangle AEC$ cân tại E.

Suy ra $\widehat{ECA} = \widehat{EAC} = \widehat{ABH}$.

Mà $\widehat{ABH} + \widehat{BAH} = 90^\circ$.

$\Rightarrow \widehat{ECA} + \widehat{BAH} = 90^\circ$.

$\Rightarrow \widehat{EKA} = 90^\circ$.

Tứ giác $AHEK$ có $\widehat{EHA} + \widehat{EKA} = 180^\circ$ nên là tứ giác nội tiếp.

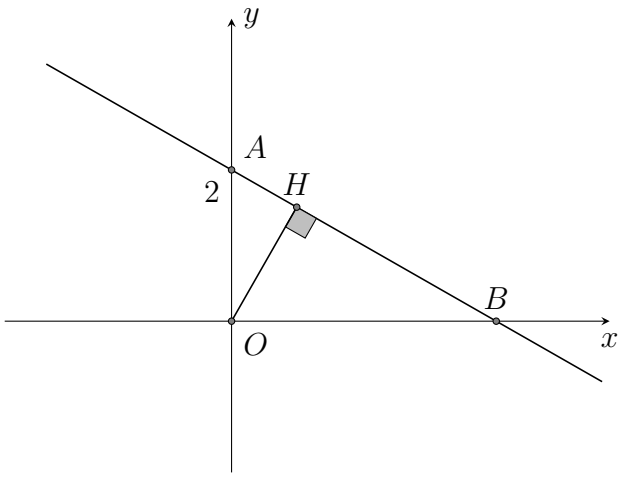
c) Gọi M là trung điểm của EB thì $OM \perp EB$ và $OM = AH$.

Ta có $AB = R\sqrt{3} \Rightarrow \widehat{AOB} = 120^\circ \Rightarrow \widehat{BOM} = 30^\circ \Rightarrow \triangle OBE$ đều cạnh R.

Vậy $OM = AH = \dfrac{R\sqrt{3}}{2}$.

Câu 5. Cho đường thẳng $y = (m-1)x + 2$. Tìm m để khoảng cách từ gốc toạ độ O tới đường thẳng đó lớn nhất.

Lời giải.



Dễ thấy $A(0;2)$ là điểm cố định của đường thẳng. Gọi B là giao điểm của đường thẳng với trục hoành. Trong tam giác vuông OAB kẻ $OH \perp AB$, $H \in AB$ thì OH chính là khoảng cách từ gốc tọa độ O tới đường thẳng.

Vì OH, OA lần lượt là đường vuông góc và đường xiên kẻ từ O đến AB nên $OH \leq OA$.

Do đó, khoảng cách từ O đến đường thẳng lớn nhất khi H trùng với A, nghĩa là đường thẳng đi qua A và song song với trục hoành.

Suy ra $m - 1 = 0 \Leftrightarrow m = 1$.

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 128

ĐỀ THI VÀO 10, SỞ GD&ĐT HÀ NỘI NĂM 2008

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

Câu 1. Cho biểu thức $P = \left(\dfrac{1}{\sqrt{x}} + \dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}\right) : \dfrac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}}$.

a) Rút gọn P.

b) Tính giá trị của P khi $x = 4$.

c) Tìm giá trị của x để $P = \dfrac{13}{3}$.

Lời giải.

a) Điều kiện xác định của biểu thức P là $x > 0$.

Ta có

$$P = \left(\frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}\right) : \frac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x}+1+x}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+1\right)} : \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+1\right)}$$
$$= \frac{x+\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+1\right)} \cdot \frac{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+1\right)}{\sqrt{x}} = \frac{x+\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}.$$

b) Khi $x = 4$ ta được $P = \dfrac{4+\sqrt{4}+1}{\sqrt{4}} = \dfrac{4+2+1}{2} = \dfrac{7}{2}$.

c) Với điều kiện $x > 0$ và khi $P = \dfrac{13}{3}$ ta được phương trình

$$\frac{x+\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}} = \frac{13}{3} \Leftrightarrow 3x+3\sqrt{x}+3 = 13\sqrt{x} \Leftrightarrow 3x-10\sqrt{x}+3 = 0$$
$$\Leftrightarrow 3x-9\sqrt{x}-\sqrt{x}+3 = 0 \Leftrightarrow 3\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-3\right)-\left(\sqrt{x}-3\right) = 0$$
$$\Leftrightarrow \left(\sqrt{x}-3\right)\left(3\sqrt{x}-1\right) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sqrt{x}-3=0\\ 3\sqrt{x}-1=0\end{array}\right.$$
$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sqrt{x}=3\\ \sqrt{x}=\dfrac{1}{3}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=9\\ x=\dfrac{1}{9}.\end{array}\right.$$

Đối chiếu điều kiện $x > 0$ ta nhận $x = 9$ và $x = \dfrac{1}{9}$ là các giá trị thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Câu 2. *Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình, hệ phương trình:*
Tháng thứ nhất hai tổ sản xuất được 900 chi tiết máy. Tháng thứ hai tổ I vượt mức 15% và tổ II vượt mức 10% so với tháng thứ nhất, vì vậy hai tổ sản xuất được 1010 chi tiết máy. Hỏi tháng thứ nhất mỗi tổ sản xuất được bao nhiêu chi tiết máy?

Lời giải.

Gọi x, y lần lượt là số chi tiết máy mà tổ I, tổ II sản xuất được trong tháng thứ nhất.

Điều kiện $\begin{cases} x, y \in \mathbb{N}^* \\ x < 900 \\ y < 900. \end{cases}$

Vì tháng thứ nhất hai tổ sản xuất được 900 chi tiết máy nên ta có phương trình

$$x + y = 900. \tag{0.17}$$

Vì tháng thứ hai tổ I vượt mức 15% và tổ II vượt mức 10% so với tháng thứ nhất và hai tổ sản xuất được 1010 chi tiết máy nên ta có

$$1{,}15x + 1{,}1y = 1010 \Leftrightarrow 23x + 22y = 20200. \tag{0.18}$$

Từ (0.19) và (0.20) ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} x + y = 900 \\ 23x + 22y = 20200 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 23x + 23y = 20700 \\ 23x + 22y = 20200 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 400 \\ y = 500. \end{cases}$$

Vậy trong tháng thứ nhất tổ I sản suất được 400 chi tiết máy và tổ II sản xuất được 500 chi tiết máy.

Câu 3. Cho parabol $(P) : y = \dfrac{1}{4}x^2$ và đường thẳng (d) có phương trình $y = mx + 1$, với m là tham số.

a) Chứng minh với mọi m đường thẳng (d) luôn cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt A, B.

b) Tính diện tích tam giác AOB theo m (O là gốc toạ độ).

Lời giải.

a) Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) là

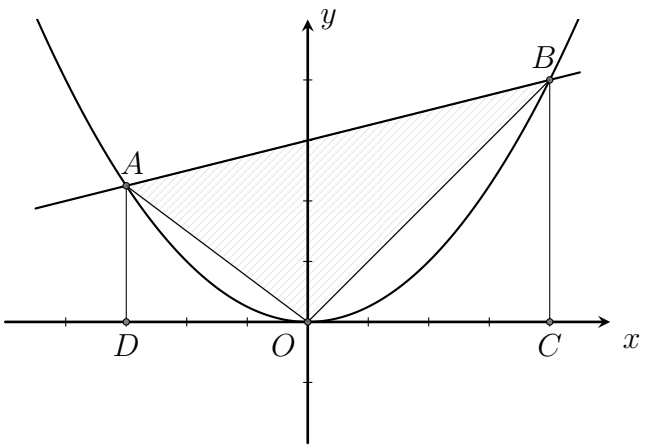
$$\frac{1}{4}x^2 = mx + 1 \Leftrightarrow x^2 - 4mx - 4 = 0. \tag{*}$$

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

Phương trình $(*)$ có $\Delta' = (-2m)^2 - 1 \cdot (-4) = 4m^2 + 4 > 0$ với mọi m thuộc $\mathbb{R}$.

Vậy phương trình $(*)$ luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m. Do đó đường thẳng (d) luôn cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt A, B với mọi giá trị của m.

b) Phương trình $(*)$ luôn có hai nghiệm trái dấu nên đồ thị hai hàm số có dạng như hình vẽ bên.



Gọi giao điểm của (d) và (P) là $A(x_1; y_1)$, $B(x_2; y_2)$ với x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $(*)$ và $x_1 < 0 < x_2$.

Gọi hình chiếu vuông góc của B, A lên trục Ox lần lượt là C, D.

Ta có

$$OC = |x_2| = x_2;$$

$$OD = |x_1| = -x_1;$$

$$CD = OC + OD = x_2 - x_1;$$

$$BC = |y_2| = \frac{1}{4}x_2^2;$$

$$AD = |y_1| = \frac{1}{4}x_1^2.$$

Diện tích của tam giác OAB là

$$\begin{aligned} S_{OAB} &= S_{ABCD} - S_{OBC} - S_{OAD} = \frac{(AD + BC)CD}{2} - \frac{1}{2}OC \cdot BC - \frac{1}{2}OD \cdot AD \\ &= \frac{\left(\frac{1}{4}x_2^2 + \frac{1}{4}x_1^2\right)(x_2 - x_1)}{2} - \frac{1}{2}x_2 \cdot \frac{1}{4}x_2^2 - \frac{1}{2}(-x_1) \cdot \frac{1}{4}x_1^2 \\ &= \frac{1}{8}(x_2^2 + x_1^2)(x_2 - x_1) - \frac{1}{8}x_2^3 + \frac{1}{8}x_1^3 = \frac{1}{8}x_1^2x_2 - \frac{1}{8}x_2^2x_1 = \frac{1}{8}x_1x_2(x_1 - x_2). \end{aligned}$$

Áp dụng hệ thức Vi-ét cho phương trình $(*)$ ta có

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 4m \\ x_1x_2 = -4. \end{cases}$$

Khi đó $(x_1 - x_2)^2 = (x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2 = 16m^2 + 16 = 16(m^2 + 1)$.

Suy ra

$$|x_1 - x_2| = \sqrt{16(m^2 + 1)} = 4\sqrt{m^2 + 1}$$

$$\Rightarrow x_1 - x_2 = -4\sqrt{m^2 + 1} \text{ (vì } x_1 < x_2).$$

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Do đó $S_{OAB} = \dfrac{1}{8} \cdot (-4) \cdot \left(-4\sqrt{m^2+1}\right) = 2\sqrt{m^2+1}$.

Câu 4. Cho đường tròn (O) đường kính $AB = 2R$ và E là điểm bất kì trên đường tròn đó (E khác A và B). Đường phân giác góc $\widehat{AEB}$ cắt đoạn AB tại F và cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai K.

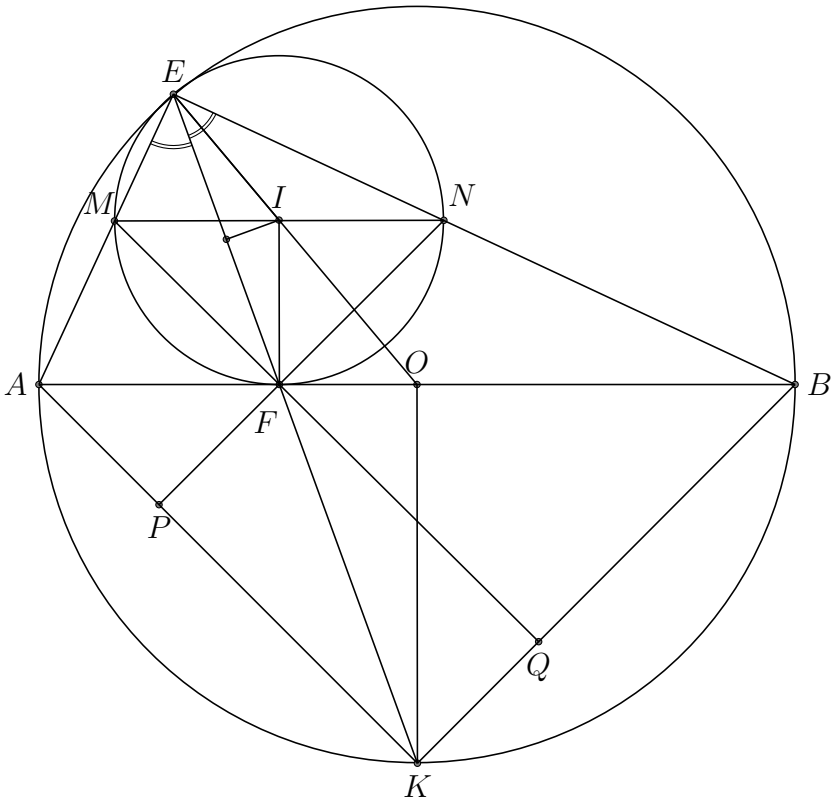
a) Chứng minh $\triangle KAF \backsim \triangle KEA$.

b) Gọi I là giao điểm của đường trung trực đoạn EF và OE, chứng minh đường tròn (I) bán kính IE tiếp xúc với đường tròn (O) tại E và tiếp xúc với đường thẳng AB tại F.

c) Chứng minh $MN \parallel AB$, trong đó M, N lần lượt là giao điểm thứ hai của AE, BE với đường tròn (I).

d) Tính giá trị nhỏ nhất của chu vi tam giác KPQ theo R khi E chuyển động trên đường tròn (O), với P là giao điểm của NF và AK, Q là giao điểm của MF và BK.

Lời giải.



Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

a) Ta có $\widehat{AEK} = \widehat{BEK}$ (vì EK là tia phân giác của góc $\widehat{AEB}$).
Lại có $\widehat{BAK} = \widehat{BEK}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung $\overset{\frown}{BK}$) nên $\widehat{BAK} = \widehat{AEK}$.
Xét hai tam giác KAF và KEA có

$$\widehat{AKF} = \widehat{AKE} \text{ (góc chung)}$$
$$\widehat{KAF} = \widehat{KEA} \text{ (chứng minh trên)}$$

Vậy $\triangle KAF \backsim \triangle KEA$ (g-g).

b) Ta có O, I, E thẳng hàng và $OI = OE - EI$ nên đường tròn (I) bán kính IE tiếp xúc với đường tròn (O) tại E.
Tam giác IEF có $IE = IF$ nên nó cân tại I.
Tam giác OEK có $OE = OK$ nên nó cân tại O.
Suy ra $\widehat{IFE} = \widehat{OKE}$ (cùng bằng góc $\widehat{OEK}$).
Mà hai góc này ở vị trí đồng vị nên $IF \parallel OK$.
Vì EK là tia phân giác của góc $\widehat{AEB}$ nên $\overset{\frown}{AK} = \overset{\frown}{BK}$, suy ra $AK = BK$. Vì vậy tam giác ABK vuông cân tại K. Cho nên $OK \perp AB$.
Ta có $IF \parallel OK$ và $OK \perp AB$ nên $AB \perp IF$.
Mà IF là một bán kính của đường tròn (I, IE) nên đường tròn (I, IE) tiếp xúc với đường thẳng AB tại F.

c) Ta có $\widehat{MEN} = \widehat{AEB} = 90^\circ$ nên MN là đường kính của đường tròn (I, IE). Khi đó tam giác EIN cân tại I. Cho nên $\widehat{INE} = \widehat{IEN}$.
Lại có tam giác OEB cân tại O nên $\widehat{OBE} = \widehat{OEB}$.
Suy ra $\widehat{INE} = \widehat{OBE}$ hay $\widehat{MNE} = \widehat{ABE}$.
Mà hai góc $\widehat{MNE}$ và $\widehat{ABE}$ ở vị trí đồng vị nên $MN \parallel AB$.

d) Ta có $\widehat{MFN} = 90^\circ$ nên $\widehat{PFQ} = 90^\circ$.
Ta cũng có $\widehat{AKB} = 90^\circ$.
Trong đường tròn (O) ta có

$$\widehat{KAB} = \widehat{KEB}. \tag{1}$$

Trong đường tròn (I) ta có

$$\widehat{AFM} = \widehat{FNM} = \widehat{FEM} = \widehat{FEN} = \widehat{KEB} \tag{2}$$

Từ (1) và (2) suy ra $\widehat{KAB} = \widehat{AFM}$.
Mà hai góc này ở vị trí so le trong nên $MQ \parallel AK$. Do đó $MQ \perp BK$ hay $\widehat{FQK} = 90^\circ$.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Xét tứ giác $PFQK$ có $\widehat{PFQ} = \widehat{FQK} = \widehat{PKQ} = 90^\circ$ nên tứ giác $PFQK$ là hình chữ nhật.

Xét tam giác BFQ vuông tại Q có

$$\widehat{QBF} = \widehat{FEM} = \widehat{AFM} = \widehat{QFB}.$$

Suy ra tam giác BFQ vuông cân tại Q.

Chu vi KPQ bằng

$$\begin{aligned} KP + PQ + KQ &= FQ + PQ + KQ = QB + FK + QK \\ &= QB + QK + FK = BK + FK. \end{aligned}$$

Ta luôn có $\overset{\frown}{AK} = \overset{\frown}{BK}$ (đã chứng minh ở phần trên) nên K là điểm chính giữa của cung $\overset{\frown}{AB}$.

Vì O cố định, K cố định và $FK \geq OK$ (quan hệ đường vuông góc, đường xiên) nên chu vi tam giác KPQ nhỏ nhất khi $F \equiv O$ khi đó E là điểm chính giữa của cung $\overset{\frown}{AB}$.

Như vậy chu vi nhỏ nhất của tam giác KPQ là

$$BK + OK = \sqrt{OB^2 + OK^2} + OK = R\sqrt{2} + R = R\left(\sqrt{2} + 1\right).$$

Câu 5. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = (x-1)^4 + (x-3)^4 + 6(x-1)^2(x-3)^2$.

Lời giải.

Đặt $a = x - 2$. Khi đó $x - 1 = a + 1$ và $x - 3 = a - 1$.

Ta có

$$\begin{aligned} P &= (a+1)^4 + (a-1)^4 + 6(a+1)^2(a-1)^2 \\ &= a^4 + 4a^3 + 6a^2 + 4a + 1 + a^4 - 4a^3 + 6a^2 - 4a + 1 + 6(a^2-1)^2 \\ &= 8a^4 + 8 \geq 8. \end{aligned}$$

Đẳng thức xảy ra khi $a = 0$ hay $x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = 2$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của P bằng 8 khi $x = 2$.

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 129

ĐỀ THI VÀO LỚP 10, SỞ GDHN, NĂM 2009 - 2010

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Câu 1 (9D1B8). [9D1B8][9D1B8] Cho biểu thức $A = \dfrac{x}{x-4} + \dfrac{1}{\sqrt{x}-2} + \dfrac{1}{\sqrt{x}+2}$ (với $x \neq 4,\ x \geq 0$).

a) Rút gọn biểu thức A.

b) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 25$.

c) Tìm giá trị của x để $A = \dfrac{-1}{3}$.

Lời giải.

a) $A = \dfrac{x + (\sqrt{x}+2) + (\sqrt{x}-2)}{x-4} = \dfrac{x + 2\sqrt{x}}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)} = \dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}$.

b) Với $x = 25 \Rightarrow A = \dfrac{5}{3}$.

c) $A = -\dfrac{1}{3} \Leftrightarrow \dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} = -\dfrac{1}{3} \Leftrightarrow 3\sqrt{x} = -\sqrt{x} + 2 \Leftrightarrow \sqrt{x} = \dfrac{1}{2} \Leftrightarrow x = \dfrac{1}{4}$ (thỏa mãn).

Câu 2 (9D4B8). *Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:* Hai tổ sản xuất cùng may một loại áo. Nếu tổ thứ nhất may trong 3 ngày, tổ thứ hai may trong 5 ngày thì cả hai tổ may được 1310 chiếc áo. Biết rằng trong một ngày tổ thứ nhất may được nhiều hơn tổ thứ hai là 10 chiếc áo, hỏi mỗi tổ trong một ngày may được bao nhiêu chiếc áo?

Lời giải.

Gọi số áo tổ 2 may được trong một ngày là x ($x \in \mathbb{N}^*$, áo).

Số áo tổ 1 may được trong một ngày là $x + 10$ (áo).

Trong 3 ngày tổ thứ nhất may được $3(x + 10)$ (áo).

Trong 5 ngày tổ thứ hai may được $5x$ (áo).

Tổ 1 may trong 3 ngày và tổ 2 may trong 5 ngày được 1310 chiếc áo nên ta có phương

trình

$3(x+10)+5x=1310 \Leftrightarrow 8x=1280 \Leftrightarrow x=160$ (thỏa mãn).

Vậy mỗi ngày tổ 1 may được $160+10=170$ chiếc áo.

Mỗi ngày tổ 2 may được 160 chiếc áo.

Câu 3 (9D4B4). [9D4B6] Cho phương trình $x^2-2(m+1)x+m^2+2=0$ (1).

a) Giải phương trình khi $m=1$.

b) Tìm giá trị của m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2+x_2^2=10$.

Lời giải.

a) Khi $m=1$ ta có phương trình $x^2-4x+3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=3. \end{array}\right.$

b) Điều kiện để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt là $\Delta'>0$
$\Leftrightarrow (m+1)^2-(m^2+2)>0 \Leftrightarrow 2m-1>0 \Leftrightarrow m>\dfrac{1}{2}$.

Áp dụng Viet ta có $\begin{cases} x_1+x_2=2(m+1) \\ x_1x_2=m^2+2 \end{cases}$.

Ta có $x_1^2+x_2^2=10 \Leftrightarrow (x_1+x_2)^2-2x_1x_2=10 \Leftrightarrow 4(m+1)^2-2(m^2+2)=10$
$\Leftrightarrow m^2+4m-5=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=1 \text{ (thỏa mãn)} \\ m=-5 \text{ (loại).} \end{array}\right.$

Vậy $m=1$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 4 (9H3B7). [9H2B6][9H2B6][9H3K7] Cho đường tròn $(O;R)$ và điểm A nằm bên ngoài đường tròn. Kẻ tiếp tuyến AB, AC với đường tròn (B, C là các tiếp điểm).

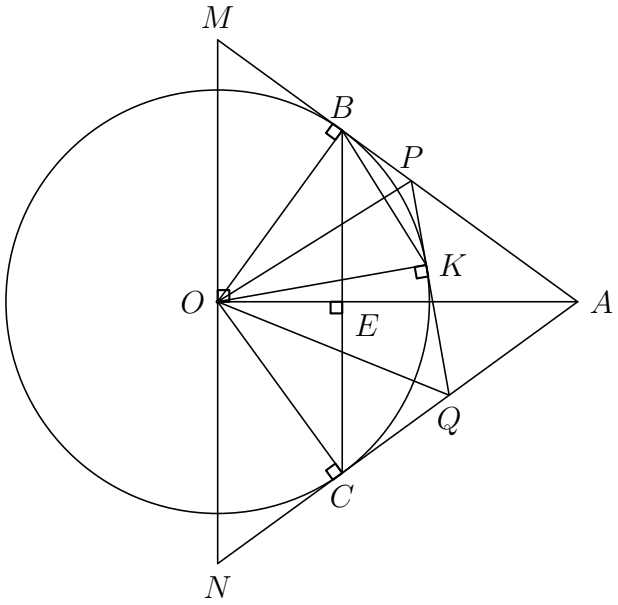
a) Chứng minh tứ giác $ABOC$ là tứ giác nội tiếp.

b) Gọi E là giao điểm của BC và OA. Chứng minh BE vuông góc với OA và $OE\cdot OA=R^2$.

c) Trên cung nhỏ BC lấy điểm K bất kỳ (K khác B và C). Tiếp tuyến tại K của đường tròn $(O;R)$ cắt AB, AC theo thứ tự tại P và Q. Chứng minh tam giác APQ có diện tích không đổi khi K chuyển động trên cung nhỏ BC.

d) Đường thẳng qua O và vuông góc với OA cắt AB, AC theo thứ tự tại M, N. Chứng minh $PM + QN \geq MN$.

Lời giải.



a) Vì AB, AC là tiếp tuyến của đường tròn (O) nên $AB \perp OB$, $AC \perp OC$
$\Rightarrow ABOC$ là tứ giác nội tiếp.

b) Vì $AB = AC$ (tính chất tiếp tuyến) và $OB = OC \Rightarrow OA$ là đường trung trực của BC
$\Rightarrow BC \perp OA$ tại E.
Xét tam giác OBA có $\widehat{OBA} = 90^\circ$ và đường cao $BE \Rightarrow OE \cdot OA = OB^2 = R^2$.

c) Vì PK, PB là các tiếp tuyến của (O) cắt nhau tại P nên $PK = PB$. Tương tự, $QK = QC$.
Ta có $AP + PQ + QA = AP + PB + AQ + QC = AB + AC$ (không đổi).

d) Vì ABC là tam giác cân tại A và $MN \parallel BC \Rightarrow AMN$ cũng là tam giác cân tại A
$\Rightarrow \widehat{AMN} = \widehat{ANB} \Rightarrow \widehat{MAN} + 2\widehat{AMN} = 180^\circ$.
Vì $ABOC$ là tứ giác nội tiếp nên $\widehat{BAC} + \widehat{BOC} = 180^\circ$. Mà $\widehat{BOC} = 2\widehat{POQ} \Rightarrow \widehat{AMN} = \widehat{POQ}$.
Xét tam giác POM có $\widehat{PON} = \widehat{PMO} + \widehat{OPM} = \widehat{POQ} + \widehat{QON} \Rightarrow \widehat{QON} = \widehat{OPM}$.
Ta có $\Delta OMP \backsim \Delta QNO$ (g-g) $\Rightarrow \dfrac{OM}{QN} = \dfrac{PM}{ON} \Rightarrow PM \cdot QN = OM^2$.
Áp dụng bất đẳng thức Côsi, ta có $PM + QN \geq 2\sqrt{PM \cdot QN} = 2OM = MN$.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Câu 5 (9D5G5). Giải phương trình $\sqrt{x^2-\frac{1}{4}+\sqrt{x^2+x+\frac{1}{4}}}=\frac{1}{2}\left(2x^3+x^2+2x+1\right)$.

Lời giải.

$$\sqrt{x^2-\frac{1}{4}+\sqrt{x^2+x+\frac{1}{4}}}=\frac{1}{2}\left(2x^3+x^2+2x+1\right)$$
$$\Rightarrow\sqrt{x^2-\frac{1}{4}+\sqrt{\left(x+\frac{1}{2}\right)^2}}=\frac{1}{2}[x^2(2x+1)+(2x+1)]$$
$$\Rightarrow\sqrt{\left(x-\frac{1}{2}\right)\left(x+\frac{1}{2}\right)+\left|x+\frac{1}{2}\right|}=\left(x+\frac{1}{2}\right)(x^2+1).$$

Nhận xét: để phương trình có nghiệm thì $x\geq-\frac{1}{2}$. Khi đó ta có

$$\sqrt{\left(x-\frac{1}{2}\right)\left(x+\frac{1}{2}\right)+\left(x+\frac{1}{2}\right)}=\left(x+\frac{1}{2}\right)(x^2+1)$$
$$\Rightarrow\sqrt{\left(x+\frac{1}{2}\right)^2}=\left(x+\frac{1}{2}\right)(x^2+1)$$
$$\Rightarrow\left(x+\frac{1}{2}\right)=\left(x+\frac{1}{2}\right)(x^2+1)\Rightarrow\left(x+\frac{1}{2}\right)x^2=0\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=-\frac{1}{2}.\end{array}\right.$$

- Với $x=0$ thay vào phương trình ta thấy thỏa mãn.
- Với $x=-\frac{1}{2}$ thay vào phương trình ta thấy thỏa mãn.

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S=\left\{0;-\frac{1}{2}\right\}$.

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 130

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 - TP HÀ NỘI NĂM 2010

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Câu 6. Cho $P=\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3}+\dfrac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}-\dfrac{3x+9}{x-9}$, $(x\geq 0$ và $x\neq 9)$.

a) Rút gọn P.

b) Tìm giá trị của x để $P=\dfrac{1}{3}$.

c) Tìm GTLN của P.

Lời giải.

a) $P=\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3}+\dfrac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}-\dfrac{3x+9}{x-9}$.

$P=\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3}+\dfrac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}-\dfrac{3x+9}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)}$.

$P=\dfrac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-3)+2\sqrt{x}(\sqrt{x}+3)-(3x+9)}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)}$.

$P=\dfrac{x-3\sqrt{x}+2x+6\sqrt{x}-3x-9}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)}$.

$P=\dfrac{3\sqrt{x}-9}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)}$.

$P=\dfrac{3(\sqrt{x}-3)}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)}$.

$P=\dfrac{3}{\sqrt{x}+3}$.

b) $P=\dfrac{1}{3}\Leftrightarrow\dfrac{3}{\sqrt{x}+3}=\dfrac{1}{3}\Leftrightarrow\sqrt{x}+3=9\Leftrightarrow\sqrt{x}=6\Leftrightarrow x=36$.

c) Ta có $x\geq 0\Leftrightarrow\sqrt{x}\geq 0\Leftrightarrow\sqrt{x}+3\geq 3\Leftrightarrow\dfrac{1}{\sqrt{x}+3}\leq\dfrac{1}{3}\Leftrightarrow\dfrac{3}{\sqrt{x}+3}\leq 1\Leftrightarrow P\leq 1$.

Vậy $P_{\max}=1$, dấu bằng xảy ra khi $x=0$.

Câu 7. *Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình:*

Một mảnh đất hình chữ nhật có độ dài đường chéo là 13 m và chiều dài lớn hơn chiều rộng là 7 m. Tính chiều dài và chiều rộng của mảnh đất đó.

Lời giải.

Gọi chiều rộng của hình chữ nhật là x (m) $(3 < x < 13)$.

Vì chiều dài lớn hơn chiều rộng là 7 m nên chiều dài hình chữ nhật là $x + 7$ (m).

Theo đề, ta có phương trình: $x^2 + (x + 7)^2 = 13^2$

$\Leftrightarrow 2x^2 + 14x - 120 = 0 \Leftrightarrow x^2 + 7x - 60 = 0.$

$\Delta = 289 > 0$ nên phương trình có hai nghiệm

$$x_1 = 5 \text{ (thỏa mãn điều kiện)}$$

$$x_2 = -12 \text{ (loại)}$$

Vậy chiều rộng của hình chữ nhật là 5 m; chiều dài là 12 m.

Câu 8. Cho Parabol $(P) : y = -x^2$ và đường thẳng $(d) : y = mx - 1$.

a) Chứng minh rằng với mọi m thì (d) luôn cắt (P) tại 2 điểm phân biệt.

b) Gọi x_1, x_2 là các hoành độ giao điểm của (d) và (P). Tìm giá trị của m để $x_1^2x_2 + x_2^2x_1 - x_1x_2 = 3$.

Lời giải.

a) Phương trình hoành độ giao điểm $-x^2 = mx - 1 \Leftrightarrow x^2 + mx - 1 = 0.$ (*)

Ta có $\Delta = m^2 + 4 > 0 \ \forall m$, suy ra phương trình (*) luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m.

Vậy d luôn cắt (P) tại hai nghiệm phân biệt với mọi m.

b) Phương trình (*) luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m.

Áp dụng hệ thức Vi-et, ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = -m \\ x_1x_2 = -1 \end{cases}$ (**)

Ta có $x_1^2x_2 + x_2^2x_1 - x_1x_2 = 3 \Leftrightarrow x_1x_2(x_1 + x_2) - x_1x_2 = 3.$ (***)

Thay (**) vào (***) ta có $-1.(-m) - (-1) = 3 \Leftrightarrow m = 2.$

Câu 9. Cho đường tròn $(O; R)$ đường kính $AB = 2R$ và điểm C thuộc đường tròn đó (C khác A, B), D thuộc dây BC (D khác B, C). Tia AD cắt cung nhỏ BC tại E, tia AC cắt BE tại F.

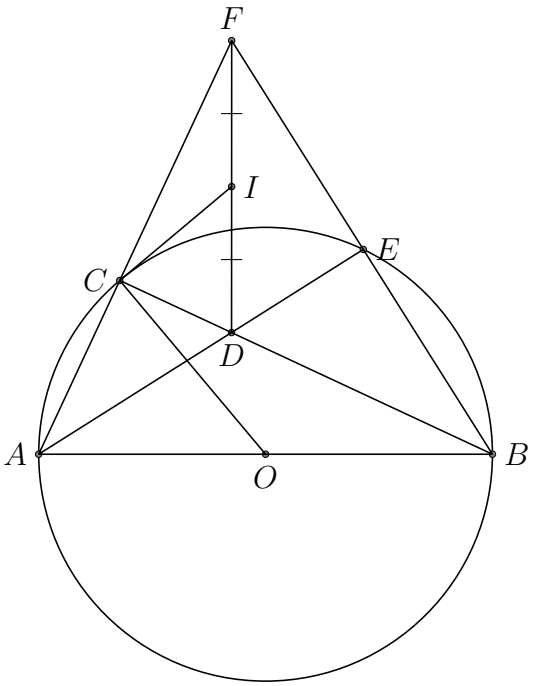
a) Chứng minh tứ giác $FCDE$ nội tiếp.

b) Chứng minh $DA.DE = DB.DC$.

c) Chứng minh $\widehat{CFD} = \widehat{OCB}$. Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác $FCDE$, chứng minh IC là tiếp tuyến của (O).

d) Cho biết $DF = R$, chứng minh $\tan \widehat{AFB} = 2$.

Lời giải.



a) Ta có $\widehat{ACB} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) suy ra $\widehat{DCF} = 90^\circ$ (kề bù với góc $\widehat{ACB}$).
Tương tự $\widehat{DEF} = 90^\circ$.
Tứ giác $FCDE$ có $\widehat{DCF} + \widehat{DEF} = 180^\circ$
Vậy tứ giác $FCDE$ là tứ giác nội tiếp.

b) Xét $\triangle DCA$ và $\triangle DEB$ có

$\widehat{ACD} = \widehat{DEB} = 90^\circ$

$\widehat{ADC} = \widehat{BDE}$ (hai góc đối đỉnh)

Suy ra $\triangle DCA \backsim \triangle DEB$ (g.g)
$\Rightarrow \dfrac{DA}{DB} = \dfrac{DC}{DE} \Leftrightarrow DA \cdot DE = DB \cdot DC.$

c) Xét đường tròn ngoại tiếp tứ giác $DCFE$, $\widehat{CFD} = \widehat{CED}$ (cùng chắn cung CD) (1)
Xét đường tròn (O), $\widehat{CED} = \widehat{CBA}$ (cùng chắn cung AC) (2)
Mặt khác $OB = OC = R$ suy ra $\triangle OBC$ cân tại O suy ra $\widehat{OBC} = \widehat{OCB}$ (3)
Từ (1), (2), (3) suy ra $\widehat{CFD} = \widehat{OCB}$.
I là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác $CDFE$ nên I là trung điểm DF.
Xét đường tròn (I), $IC = ID$ suy ra $\triangle ICD$ cân tại $I \Rightarrow \widehat{ICD} = \widehat{IDC}$.
Ta có $\widehat{ICD} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)
suy ra $\widehat{IDC} + \widehat{CFD} = 90^\circ$, mà $\widehat{IDC} = \widehat{ICD}$ (cmt), $\widehat{CFD} = \widehat{OCB}$ (cmt)
suy ra $\widehat{ICD} + \widehat{OCB} = 90^\circ \Leftrightarrow \widehat{ICO} = 90^\circ \Leftrightarrow IC \perp OC$, mà OC là bán kính của (O) nên IC là tiếp tuyến của (O).

d) Ta có $\triangle CBA \backsim \triangle CFD$ (g.g) $\Rightarrow \dfrac{CB}{CF} = \dfrac{BA}{FD}$.
Mà $FD = R; BA = 2R$ nên $\dfrac{CB}{CF} = \dfrac{BA}{FD} = 2$.
Ta có $\tan \widehat{AFB} = \tan \widehat{CFB} = \dfrac{CB}{CF} = 2$.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Câu 10. Giải phương trình $x^2+4x+7=(x+4)\sqrt{x^2+7}$.

Lời giải.

Đặt $t=\sqrt{x^2+7}$, phương trình đã cho trở thành $t^2+4x=(x+4)t$

$$\Leftrightarrow t^2-(x+4)t+4x=0 \Leftrightarrow (t-x)(t-4)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=x \\ t=4. \end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sqrt{x^2+7}=4 \\ \sqrt{x^2+7}=x \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2+7=16 \\ \left\{\begin{array}{l} x\geq 0 \\ x^2+7=x^2 \end{array}\right. \end{array}\right. \Leftrightarrow x^2=9 \Leftrightarrow x=\pm 3.$$

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 131

ĐỀ TUYỂN SINH VÀO 10 SGD HÀ NỘI 2011

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Câu 11. Cho $A=\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-5}-\dfrac{10\sqrt{x}}{x-25}-\dfrac{5}{\sqrt{x}+5}$, với $x\neq 0$ và $x\geq 25$.

a) Rút gọn biểu thức A.

b) Tìm giá trị của A khi $x=9$.

c) Tìm x để $A<\dfrac{1}{3}$.

Lời giải.

a) Với $x\neq 0$ và $x\neq 25$, ta có

$$\begin{aligned}A&=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-5}-\frac{10\sqrt{x}}{x-25}-\frac{5}{\sqrt{x}+5}\\&=\frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+5)}{x-25}-\frac{10\sqrt{x}}{x-25}-\frac{5(\sqrt{x}-5)}{x-25}\\&=\frac{x+5\sqrt{x}-10\sqrt{x}-5\sqrt{x}+25}{x-25}\\&=\frac{x-10\sqrt{x}+25}{x-25}\\&=\frac{(\sqrt{x}-5)^2}{(\sqrt{x}-5)(\sqrt{x}+5)}\\&=\frac{\sqrt{x}-5}{\sqrt{x}+5}.\end{aligned}$$

b) Với $x=9\Rightarrow A=\dfrac{\sqrt{9}-5}{\sqrt{9}+5}=-\dfrac{1}{4}$

c) $A<\dfrac{1}{3}\Leftrightarrow\dfrac{\sqrt{x}-5}{\sqrt{x}+5}<\dfrac{1}{3}\Leftrightarrow 2\sqrt{x}<20\Leftrightarrow 0\leq x<100.$

Kết hợp với kiều kiện xác định ta có $\begin{cases}0<x<100\\x\neq 25\end{cases}$.

Câu 12. *Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:*
Một đội xe theo kế hoạch chở hết 140 tấn hàng trong một số ngày quy định. Do mỗi ngày đội đó chở vượt mức 5 tấn nên đội đã hoàn thành kế hoạch sớm hơn thời gian quy định 1 ngày và chở thêm được 10 tấn. Hỏi theo kế hoạch đội xe chở hàng hết bao nhiêu ngày?

Lời giải.

Gọi a (tấn), $a \geq 0$: số tấn hàng mỗi ngày.

Gọi b (ngày), $b \in \mathbb{N}^*$: số ngày.

Theo đề bài ta có

$$\begin{cases} a \times b = 140 \\ (a+5)(b-1) = 140 + 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} ab = 140 \\ 5b - a = 15 \end{cases} \Rightarrow 5b^2 - 15b - 140 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} b = 7 \\ b = -4 \, (\text{loại}) \end{array}\right. .$$

Vậy đội xe chở hết hàng theo kế hoạch trong 7 ngày.

Câu 13. Cho parabol (P): $y = x^2$ và đường thẳng (d): $y = 2x - m^2 + 9$.

a) Tìm tọa độ các giao điểm của parabol (P) và đường thẳng (d) khi $m = 1$.

b) Tìm m để đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại hai điểm nằm về hai phía của trục tung.

Lời giải.

a) Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) khi $m = 1$ là $x^2 = 2x + 8 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -2 \\ x = 4. \end{array}\right.$

- Với $x = -2 \Rightarrow y = 4 \Rightarrow A(-2; 4)$
- Với $x = 4 \Rightarrow y = 16 \Rightarrow B(4; 16)$

Vậy tọa độ giao điểm của (P) và (d) là $A(-2; 4); B(4; 16)$.

b) Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) là $x^2 = 2x - m^2 + 9 \Leftrightarrow x^2 - 2x + m^2 - 9 = 0 \, (1)$.

Yêu cầu bài toán tương đương với phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt trái dấu $\Leftrightarrow a \times c < 0 \Leftrightarrow m^2 - 9 < 0 \Leftrightarrow -3 < m < 3$.

Vậy $-3 < m < 3$.

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

Câu 14. Cho đường tròn tâm O, đường kính $AB = 2R$. Gọi d_1 và d_2 lần lượt là hai tiếp tuyến của đường tròn (O) tại hai điểm A và B. Gọi I là trung điểm của OA và E là điểm thuộc đường tròn (O) (E không trùng với A và B). Đường thẳng d đi qua điểm E và vuông góc với EI cắt hai đường thẳng d_1, d_2 lần lượt tại M, N.

a) Chứng minh $AMEI$ là tứ giác nội tiếp.

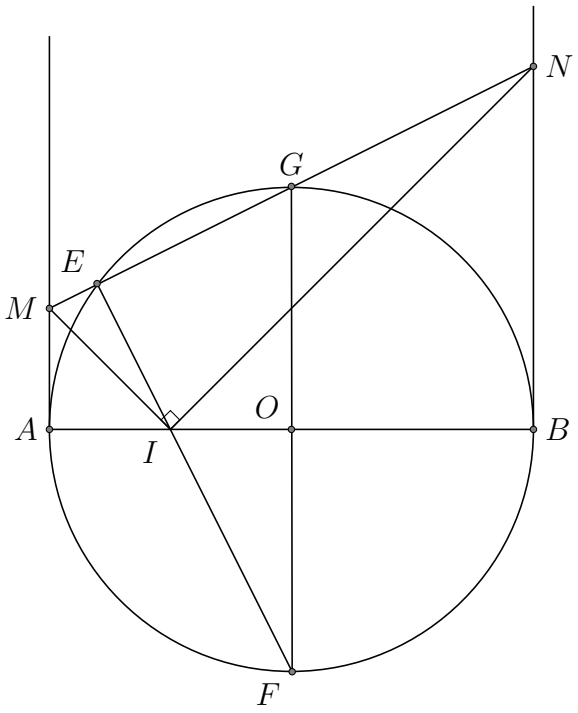
b) Chứng minh $\widehat{ENI} = \widehat{EBI}$ và $\widehat{MIN} = 90°$.

c) Chứng minh $AM \cdot BN = AI \cdot BI$.

d) Gọi F là điểm chính giữa của cung AB không chứa E của đường tròn (O). Hãy tính diện tích của tam giác MIN theo R khi ba điểm E, I, F thẳng hàng.

Lời giải.

a) Chứng minh $AMEI$ là tứ giác nội tiếp:
Xét tứ giác $MAIE$ có 2 góc vuông là A và góc E (đối nhau), nên $MAIE$ là tứ giác nội tiếp đường tròn đường kính MI.



b) Tương tự, ta có $ENBI$ là tứ giác nội tiếp đường tròn đường kính IN. Vậy $\widehat{ENI} = \widehat{EBI}$ (vì cùng chắn cung $\widehat{EI}$.)
Tương tự $\widehat{EMI} = \widehat{EAI}$ (vì cùng chắn cung $\widehat{EI}$.)
Mà $\widehat{EAI} + \widehat{EBI} = 90°$ ($\triangle EAD$ vuông tại E), suy ra $\widehat{MIN} = 180° - \left(\widehat{EMI} + \widehat{ENI}\right) = 90°$.

c) Do $\triangle MAI \backsim \triangle IBN \Rightarrow \dfrac{AM}{IB} = \dfrac{AI}{BN} \Leftrightarrow AM \cdot BN = AI \cdot BI\,(1)$.

d) Gọi G là điểm đối xứng của F qua AB. Ta có $AM + BN = 2OG\,(2)$. (Vì tứ giác $AMNB$ là hình thang và có OG là đường trung bình)
Ta có $AI = \dfrac{R}{2}; BI = \dfrac{3R}{2}$.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Từ (1) và (2) ta có $\begin{cases} AM+BN=2R \\ AM\cdot BN=\dfrac{3R^2}{4} \end{cases}$

$\Rightarrow AM;BN$ là nghiệm của phương trình $x^2-2Rx+\dfrac{3R^2}{4}=0$.

Từ đó, suy ra $AM=\dfrac{R}{2}$ và $BN=\dfrac{3R}{2}\Rightarrow \triangle MAI$ và $\triangle NBI$ là các tam giác vuông cân $\Rightarrow MI=\dfrac{R\sqrt{2}}{2}$ và $NI=\dfrac{3R\sqrt{2}}{2}\Rightarrow S_{\triangle MIN}=\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{R}{\sqrt{2}}\cdot\dfrac{3R}{\sqrt{2}}=\dfrac{3R^2}{4}$.

Câu 15 (0,5 điểm). Với $x>0$, tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $M=4x^2-3x+\dfrac{1}{4x}+2011$.

Lời giải.

Ta có $M=4\left(x-\dfrac{1}{2}\right)^2+x+\dfrac{1}{4x}+2010\geq 2\sqrt{x\cdot\dfrac{1}{4x}}+2010=2011$. Đẳng thức xảy ra khi $x=\dfrac{1}{2}$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của M là 2011.

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 132

ĐỀ THI VÀO LỚP 10, SGD HÀ NỘI 2012

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Câu 16.

a) Cho biểu thức $A=\dfrac{\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}+2}$. Tính giá trị của biểu thức A khi $x=36$.

b) Rút gọn biểu thức $B=\left(\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+4}+\dfrac{4}{\sqrt{x}-4}\right):\dfrac{x+16}{\sqrt{x}+2}$ (với $x\geq 0$, $x\neq 16$).

c) Với các biểu thức A và B nói trên, hãy tìm các giá trị nguyên của x để biểu thức $B(A-1)$ là số nguyên.

Lời giải.

a) $A=\dfrac{\sqrt{36}+4}{\sqrt{36}+2}=\dfrac{5}{4}$.

b) $B=\dfrac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-4)+4(\sqrt{x}+4)}{(\sqrt{x}+4)(\sqrt{x}-4)}\cdot\dfrac{\sqrt{x}+2}{x+16}=\dfrac{\sqrt{x}+2}{x-16}$.

c) $B(A-1)=\dfrac{2}{x-16}\in\mathbb{Z}\Leftrightarrow x-16\in\{-1;1;-2;2\}\Leftrightarrow x\in\{14,15,17,18\}$.

Câu 17. *Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình:*

Hai người cùng làm chung một công việc trong $\dfrac{12}{5}$ giờ thì xong. Nếu mỗi người làm một mình thì thời gian để người thứ nhất hoàn thành công việc ít hơn người thứ hai là 2 giờ. Hỏi nếu làm một mình thì mỗi người phải làm trong bao nhiêu giờ để xong công việc?

Lời giải.

Gọi x,y $(y>x>0)$ theo thứ tự là thời gian để người thứ nhất, người thứ hai hoàn thành công việc khi làm một mình.

Khi đó $\dfrac{1}{x}$ là công việc người thứ nhất hoàn thành trong 1 giờ, $\dfrac{1}{y}$ là công việc người thứ hai hoàn thành trong 1 giờ. Theo giả thiết ta có hệ phương trình

$$\begin{cases}y-x=2\\ \dfrac{12}{5}\left(\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}\right)=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y-x=2\\ \dfrac{12}{5}\left(\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{x+2}\right)=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=4\\ y=6\end{cases}$$

Vậy người thứ nhất làm một mình cần 4 giờ, người thứ hai làm một mình cần 6 giờ.

Câu 18.

a) Giải hệ phương trình $\begin{cases} \dfrac{2}{x}+\dfrac{1}{y}=2 \\ \dfrac{6}{x}-\dfrac{2}{y}=1. \end{cases}$

b) Cho phương trình: $x^2-(4m-1)x+3m^2-2m=0$ (ẩn x). Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thoả mãn $x_1^2+x_2^2=7$.

Lời giải.

a) $\begin{cases} \dfrac{2}{x}+\dfrac{1}{y}=2 \\ \dfrac{6}{x}-\dfrac{2}{y}=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{10}{x}=5 \\ \dfrac{2}{y}=\dfrac{6}{x}-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$

b) $\Delta=4m^2+1>0$ với mọi m cho nên phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt. Theo định lý Vi-ét ta có $x_1+x_2=4m-1, x_1x_2=3m^2-2m$.

$x_1^2+x_2^2=7 \Leftrightarrow (x_1+x_2)^2-2x_1x_2-7=0 \Leftrightarrow 10m^2-4m-6=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=-\dfrac{3}{5}. \end{array}\right.$

Câu 19. Cho đường tròn $(O;R)$ và đường kính AB. Bán kính CO vuông góc với AB, M là điểm bất kì trên cung nhỏ AC (M khác A và C), BM cắt AC tại H. Gọi K là hình chiếu của H trên AB.

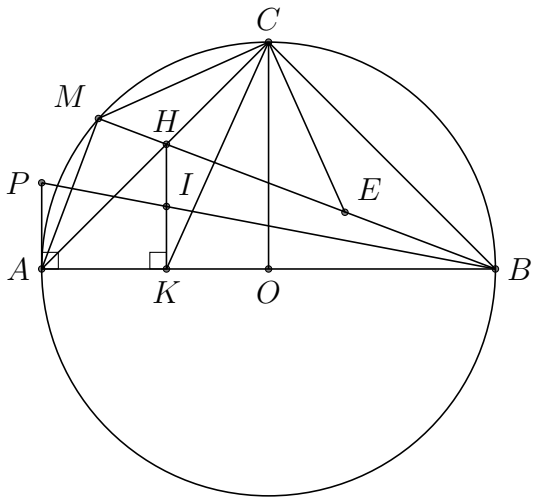
a) Chứng minh rằng tứ giác $CBKH$ là tứ giác nội tiếp.

b) Chứng minh rằng $\widehat{ACM}=\widehat{ACK}$.

c) Trên đoạn thẳng BM lấy điểm E sao cho $BE=AM$. Chứng minh rằng tam giác ECM là tam giác vuông cân tại C.

d) Gọi d là tiếp tuyến của đường tròn (O) tại điểm A. Gọi P là một điểm nằm trên d sao cho hai điểm P, C nằm trong cùng một nửa mặt phẳng bờ AB và $\dfrac{AP\cdot MB}{MA}=R$. Chứng minh rằng đường thẳng PB đi qua trung điểm của đoạn thẳng HK.

Lời giải.



a) Ta có $\widehat{HKB} = \widehat{HCB} = 90^\circ$ cho nên tứ giác $CBHK$ nội tiếp.

b) Các tứ giác $ABCM$ và $CBHK$ nội tiếp suy ra $\widehat{ACM} = \widehat{ABM} = \widehat{ACK}$.

c) Hai tam giác MAC và EBC có $\widehat{MAC} = \widehat{EBC}$, $MA = BE$ và $AC = BC$ cho nên hai tam giác bằng nhau, suy ra $MC = EC$ (1) và $\widehat{ACM} = \widehat{BCE}$; $\widehat{MCE} = \widehat{ACM} + \widehat{ACE} = \widehat{ACE} + \widehat{BCE} = 90^\circ$ (2).
Từ (1) và (2) suy ra tam giác ECM vuông cân tại C.

d) Ta có $\dfrac{IK}{AP} = \dfrac{KB}{2R} \Rightarrow IK = \dfrac{AP \cdot KB}{2R} = \dfrac{R \cdot MA \cdot KB}{2R \cdot MB}$ (1).
Dễ thấy hai tam giác vuông ABM và HBK đồng dạng cho nên $\dfrac{MA}{MB} = \dfrac{HK}{KB}$ (2).
Từ (1) và (2) suy ra $IK = \dfrac{HK}{2}$.

Câu 20. Với x, y là các số dương thoả mãn điều kiện $x \geq 2y$, tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $M = \dfrac{x^2 + y^2}{xy}$.

Lời giải.

Đặt $t = \dfrac{x}{y} \geq 2 \Rightarrow M = \dfrac{t^2 + 1}{t}$.

Xét hiệu $M - \dfrac{5}{2} = \dfrac{t^2 + 1}{t} - \dfrac{5}{2} = \dfrac{(t-2)(2t-1)}{2t} \geq 0$ với mọi $t \geq 2$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của M bằng $\dfrac{5}{2}$ khi $x = 2y$.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 133

ĐỀ THI VÀO LỚP 10, SGD HÀ NỘI 2013

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

Câu 21. Với $x > 0$, cho hai biểu thức $A = \dfrac{2+\sqrt{x}}{\sqrt{x}}$ và $B = \dfrac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}} + \dfrac{2\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}}$.

a) Tính giá trị biểu thức A khi $x = 64$.

b) Rút gọn biểu thức B.

c) Tính x để $\dfrac{A}{B} > \dfrac{3}{2}$.

Lời giải.

a) Thay $x = 64$ (thỏa mãn) vào biểu thức A ta được

$$A = \frac{2+\sqrt{64}}{\sqrt{64}} = \frac{2+8}{8} = \frac{10}{8} = \frac{5}{4}.$$

b) Mẫu thức chung của biểu thức B là: $\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)$.

$$\begin{aligned} B &= \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}} + \frac{2\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}} \\ &= \frac{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)} + \frac{2\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)} \\ &= \frac{x-1+2\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)} \\ &= \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+2)}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)} \\ &= \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+1}. \end{aligned}$$

c) Ta có $\dfrac{A}{B} > \dfrac{3}{2}$ thì

$$\frac{2+\sqrt{x}}{\sqrt{x}}.\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+2} > \frac{3}{2} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}} > \frac{3}{2} \Leftrightarrow \frac{2(\sqrt{x}+1)}{2\sqrt{x}} - \frac{3\sqrt{x}}{2\sqrt{x}} > 0 \Leftrightarrow \frac{2-\sqrt{x}}{2\sqrt{x}} > 0$$

Ta thấy $2\sqrt{x} > 0$ suy ra $\dfrac{2-\sqrt{x}}{2\sqrt{x}} > 0 \Leftrightarrow 2-\sqrt{x} > 0 \Leftrightarrow 2 > \sqrt{x} \Leftrightarrow x < 4$.

Vậy $0 < x < 4$ thì $\dfrac{A}{B} > \dfrac{3}{2}$.

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Câu 22. *Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình:*

Quãng đường từ A đến B dài 90 km. Một người đi xe máy từ A đến B. Khi đến B, người đó nghỉ 30 phút rồi quay trở về A với vận tốc lớn hơn vận tốc lúc đi là 9 km/h. Thời gian kể từ lúc bắt đầu đi từ A đến lúc trở về đến A là 5 giờ. Tính vận tốc xe máy lúc đi từ A đến B.

Lời giải.

Gọi vận tốc xe máy lúc đi là x (km/h) (Điều kiện: $x > 0$).

Vì vận tốc xe máy lúc về lớn hơn vận tốc lúc đi là 9 (km/h) nên vận tốc lúc về là $x + 9$ (km/h).

Suy ra thời gian lúc đi là $\dfrac{90}{x}$ (giờ). Thời gian lúc về là $\dfrac{90}{x+9}$ (giờ).

Khi đến B xe nghỉ lại 30 phút $= \dfrac{1}{2}$ giờ. Mà tổng thời gian cả đi và về là 5 giờ nên ta có phương trình

$$\frac{90}{x} + \frac{90}{x+9} + \frac{1}{2} = 5 \Leftrightarrow 9x^2 - 279x - 1620 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 31x - 180 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -5 \text{ (Loại)} \\ x = 36 \text{ (TM)} \end{array}\right.$$

Vậy vận tốc xe máy lúc đi là 36 km/h.

Câu 23.

1) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 3(x+1) + 2(x+2y) = 4 \\ 4(x+1) - (x+2y) = 9 \end{cases}$.

2) Cho parabol (P): $y = \dfrac{1}{2}x^2$ và đường thẳng (d): $y = mx - \dfrac{1}{2}m^2 + m + 1$.

(a) Với $m = 1$, xác định tọa độ giao điểm A, B của (d) và (P).

(b) Tìm các giá trị của m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 sao cho: $\left|x_1 - x_2\right| = 2$.

Lời giải.

1) $\begin{cases} 3(x+1) + 2(x+2y) = 4 \\ 4(x+1) - (x+2y) = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x + 4y = 1 \\ 3x - 2y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -1 \end{cases}$.

Vậy nghiệm của hệ phương trình là $(x; y) = (1; -1)$.

2)

(a) Thay $m = 1$ vào (d) ta có $y = x - \dfrac{1}{2} + 2 = x + \dfrac{3}{2}$.

Xét phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P)

$$\frac{1}{2}x^2 = x + \frac{3}{2} \Leftrightarrow x^2 = 2x + 3 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = 3 \end{array}\right..$$

Vậy phương trình có hai nghiệm $x_1 = -1, x_2 = 3$.

- Với $x = -1$ thay vào $(P) : y = \dfrac{1}{2} \Rightarrow A\left(-1; \dfrac{1}{2}\right)$.
- Với $x = 3$ thay vào $(P) : y = \dfrac{9}{2} \Rightarrow B\left(3; \dfrac{9}{2}\right)$.

(b) Xét phương trình hoành độ của (d) và (P) ta có:

$$\frac{1}{2}x^2 = mx - \frac{1}{2}m^2 + m + 1 \Leftrightarrow x^2 - 2mx + m^2 - 2m - 2.$$

Xét $\Delta' = m^2 - (m^2 - 2m - 2) = 2m + 2$.

Để (d) và (P) giao nhau tại hai điểm phân biệt thì $\Delta' > 0 \Leftrightarrow 2m+2 > 0 \Leftrightarrow m > -1$.

Theo Vi-et ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m \\ x_1 \cdot x_2 = m^2 - 2m - 2 \end{cases}$.

Theo bài ra ta có:

$$\begin{aligned} |x_1 - x_2| = 2 &\Leftrightarrow (x_1 - x_2)^2 = 4 \\ &\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2 = 4 \\ &\Leftrightarrow (2m)^2 - 4(m^2 - 2m - 2) = 4 \\ &\Leftrightarrow 2m + 2 = 1 \\ &\Leftrightarrow m = -\frac{1}{2}. \end{aligned}$$

Vậy $m = -\dfrac{1}{2}$ thỏa mãn điều kiện bài toán.

Câu 24. Cho đường tròn (O) và điểm A nằm bên ngoài (O). Kẻ hai tiếp tuyến AM, AN với đường tròn (O). Một đường thẳng d đi qua A cắt đường tròn (O) tại hai điểm B và C ($AB < AC$, d không đi qua tâm O).

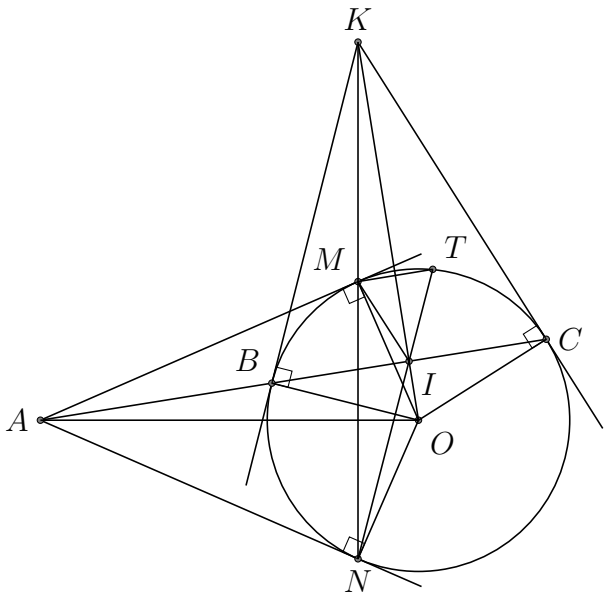
a) Chứng minh tứ giác $AMON$ nội tiếp.

b) Chứng minh $AN^2 = AB \cdot AC$. Tính độ dài đoạn thẳng BC khi $AB = 4$ cm, $AN = 6$ cm.

c) Gọi I là trung điểm BC. Đường thẳng NI cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai T. Chứng minh: $MT \parallel AC$.

d) Hai tiếp tuyến của đường tròn (O) tại B và C cắt nhau tại K. Chứng minh K thuộc một đường thẳng cố định khi d thay đổi và thỏa mãn điều kiện đầu bài.

Lời giải.



a) Ta có $\widehat{AMO} = \widehat{AMO} = 90^\circ$ (Tính chất tiếp tuyến).
Do đó: $\widehat{AMO} + \widehat{ANO} = 180^\circ$, mà hai góc này ở vị trí đối nhau nên tứ giác $AMON$ nội tiếp.

b) Xét $\triangle AMB$ và $\triangle ACM$ có

- $\widehat{MAC}$ chung
- $\widehat{MCA} = \widehat{AMB}$ (cùng chắn cung $\overset{\frown}{MB}$)

Suy ra $\triangle AMB \backsim \triangle ACM$.
$\Rightarrow \dfrac{AM}{AB} = \dfrac{AC}{AM}$ (Tính chất tam giác đồng dạng)
$\Rightarrow AM^2 = AB \cdot AC$.
Mà $AM = AN$ (Tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau).
Vậy $AN^2 = AB \cdot AC$ (Đpcm).
Ta có $AN^2 = AB \cdot AC \Rightarrow 36 = 4 \cdot AC \Rightarrow AC = 9$ (cm).
Mà $AC = AB + BC \Rightarrow BC = AC - AB = 9 - 4 = 5$ (cm).

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

c) Vì I là trung điểm của dây cung BC không đi qua tâm O nên $OI \perp BC$ hay $\widehat{AIO} = 90°$, như vậy I và N cùng nhìn đoạn AO dưới góc vuông nên A, N, O, I cùng nằm trên một đường tròn đường kính AO, do đó: $\widehat{AIN} = \widehat{AON}$ (cùng chắn cung $\widehat{NA}$).
Mặt khác $\widehat{MTN} = \frac{1}{2}\widehat{MON} = \widehat{AON}$. Suy ra $\widehat{MTN} = \widehat{AIN}$ và chúng ở vị trí đồng vị nên $MT \parallel AC$ (đpcm).

d) Xét $\triangle BOK$ vuông tại B (Tính chất tiếp tuyến), có đường cao BI nên $OB^2 = OI.OK$ mà $OB = OM \Rightarrow OM^2 = OI.OK \Rightarrow \dfrac{OM}{OI} = \dfrac{OK}{OM}$.
Góc MOI chung nên $\triangle OIM \backsim \triangle OMK$ (c - g - c). Từ đó suy ra

$$\widehat{MIO} = \widehat{OMK} \tag{0.19}$$

Ta có: $OM = ON$ nên

$$\widehat{OMN} = \widehat{ONM} \tag{0.20}$$

Vì bốn điểm M, N, I, O cùng nằm trên một đường tròn đường kính AO và từ (0.20) nên

$$\widehat{NMO} + \widehat{MIO} = \widehat{MNO} + \widehat{MIN} = 180° \tag{0.21}$$

Từ (0.19) và (0.21), suy ra: $\widehat{NMO} + \widehat{KMO} = 180°$, do đó ba điểm M, N, K thẳng hàng hay suy ra K luôn nằm trên đường thẳng MN cố định khi d thay đổi.

Câu 25. Với a, b, c là các số dương thỏa mãn điều kiện $a + b + c + ab + bc + ca = 6abc$. Chứng minh: $\dfrac{1}{a^2} + \dfrac{1}{b^2} + \dfrac{1}{c^2} \geq 3$.

Lời giải.

$$\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right)^2 \geq 0 \Leftrightarrow \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} \geq \frac{2}{ab} \Leftrightarrow \frac{1}{2}\left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}\right) \geq \frac{1}{ab}$$

Theo bất đẳng Cauchy ta có

- $\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{a^2} + \dfrac{1}{b^2}\right) \geq \dfrac{1}{ab}; \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{b^2} + \dfrac{1}{c^2}\right) \geq \dfrac{1}{bc}; \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{a^2} + \dfrac{1}{c^2}\right) \geq \dfrac{1}{ac}$
- $\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{a^2} + 1\right) \geq \dfrac{1}{a}; \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{b^2} + 1\right) \geq \dfrac{1}{b}; \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{c^2} + 1\right) \geq \dfrac{1}{c}$

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

Cộng lần lượt các vế

$$\begin{aligned}
&\frac{3}{2}+\frac{3}{2}\left(\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}\right)\geq\frac{1}{ab}+\frac{1}{ac}+\frac{1}{bc}+\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\\
&\Leftrightarrow\frac{3}{2}+\frac{3}{2}\left(\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}\right)\geq\frac{c+b+a+bc+ac+ab}{abc}\\
&\Leftrightarrow\frac{3}{2}+\frac{3}{2}\left(\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}\right)\geq 6\\
&\Leftrightarrow\frac{3}{2}\left(\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}\right)\geq 6-\frac{3}{2}=9\\
&\Leftrightarrow\left(\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}\right)\geq 3.
\end{aligned}$$

Dấu "=" xảy ra khi $a=b=c=1$ (đpcm).

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 134

ĐỀ THI VÀO LỚP 10, SGD HÀ NỘI 2014

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

Câu 26. Tính giá trị của biểu thức $A=\dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}$ khi $x=9$.

Lời giải.

Khi $x=9$ thì $A=\dfrac{\sqrt{9}+1}{\sqrt{9}-1}=\dfrac{3+1}{3-1}=2$.

Câu 27. Cho biểu thức $P=\left(\dfrac{x-2}{x+2\sqrt{x}}+\dfrac{1}{\sqrt{x}+2}\right):\dfrac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1}$ với $x>0$ và $x\neq 1$.

a) Chứng minh rằng $P=\dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}$.

b) Tìm các giá trị của x để $2P=2\sqrt{x}+5$

Lời giải.

a) Với $x>0$ và $x\neq 1$ ta có

$$\begin{aligned}P&=\left(\frac{x-2}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+2)}+\frac{1}{\sqrt{x}+2}\right)\cdot\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}\\&=\frac{x-2+\sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+2)}\cdot\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}\\&=\frac{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+2)}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+2)}\cdot\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}\\&=\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}\end{aligned}$$

b) Với $x>0$ và $x\neq 1$ ta có

$$\begin{aligned}&2P=2\sqrt{x}+5\\\Leftrightarrow&2\cdot\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}=2\sqrt{x}+5\\\Leftrightarrow&2\sqrt{x}+2=2x+5\sqrt{x}\\\Leftrightarrow&2x+3\sqrt{x}-2=0\\\Leftrightarrow&\sqrt{x}=\frac{1}{2}\Leftrightarrow x=\frac{1}{4}\end{aligned}$$

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Câu 28. *Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:*
Một phân xưởng theo kế hoạch phải sản xuất 1100 sản phẩm trong một số ngày quy định. Do mỗi ngày phân xưởng đó sản xuất vượt mức 5 sản phẩm nên phân xưởng đã hoàn thành kế hoạch sớm hơn thời gian quy định 2 ngày. Hỏi theo kế hoạch, mỗi ngày phân xưởng phải sản xuất bao nhiêu sản phẩm?

Lời giải.

Gọi x là số sản phẩm mỗi ngày xưởng làm được. ($x \in \mathbb{N}$, $0 < x < 1100$).
Số ngày mà xưởng làm xong theo kế hoạch là $\dfrac{1100}{x}$ (ngày).
Mỗi ngày xưởng làm vượt mức 5 sản phẩm nên số ngày mà xưởng làm xong là $\dfrac{1100}{x+5}$ (ngày).
Vì xưởng xong sớm 2 ngày nên ta có

$$\frac{1100}{x+5} + 2 = \frac{1100}{x}.$$

Giải phương trình ta có $\left[\begin{array}{l} x = 50 \text{ (nhận)} \\ x = -55 \text{ (loại)} \end{array}\right.$.
Vậy mỗi ngày xưởng làm 50 sản phẩm.

Câu 29. Giải hệ phương trình: $\begin{cases} \dfrac{4}{x+y} + \dfrac{1}{y-1} = 5 \\ \dfrac{1}{x+y} - \dfrac{2}{y-1} = -1 \end{cases}$

Lời giải.

Điều kiện $x + y \neq 0$ và $y \neq 1$
Đặt $X = \dfrac{1}{x+y}$ và $Y = \dfrac{1}{y-1}$ ta có

$$\begin{cases} 4X + Y = 5 \\ X - 2Y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} X = 1 \\ Y = 1 \end{cases}$$

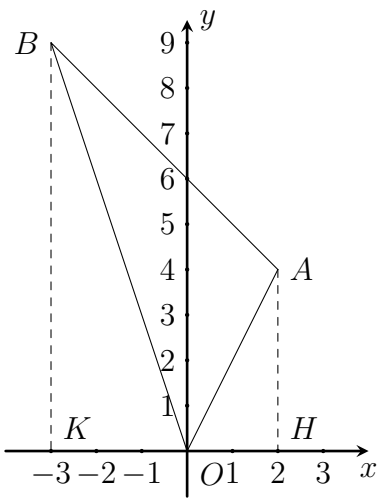
Do đó $\begin{cases} x + y = 1 \\ y - 1 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 2 \end{cases}$

Câu 30. Trên mặt phẳng tọa độ cho đường thẳng (d): $y = -x + 6$ và parabol (P): $y = x^2$
.

a) Tìm tọa độ các giao điểm của (d) và (P).

b) Gọi A, B là hai giao điểm của (d) và (P). Tính diện tích của tam giác AOB.

Lời giải.



a) Phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P) là
$x^2 = -x + 6 \Leftrightarrow x = -3$ hoặc $x = 2$.
Nếu $x = 2 \Rightarrow y = 4$. Giao điểm thứ nhất là $A(2;4)$.
Nếu $x = -3 \Rightarrow y = 9$. Giao điểm thứ hai là $B(-3;9)$.

b) Vẽ giao điểm
Ta có $S_{ABKH} = \dfrac{(AH + BK) \cdot HK}{2} = \dfrac{65}{2}$
$S_{OAH} = \dfrac{AH \cdot OH}{2} = 4$;
$S_{OBK} = \dfrac{BK \cdot OK}{2} = \dfrac{27}{2}$;
Do đó $S_{OAB} = 15$.

Câu 31. Cho đường tròn $(O;R)$ có đường kính AB cố định. Vẽ đường kính MN của đường tròn $(O;R)$ (M khác A, M khác B). Tiếp tuyến tại B của đường tròn $(O;R)$ cắt các đường thẳng AM, AN lần lượt tại các điểm Q, P.

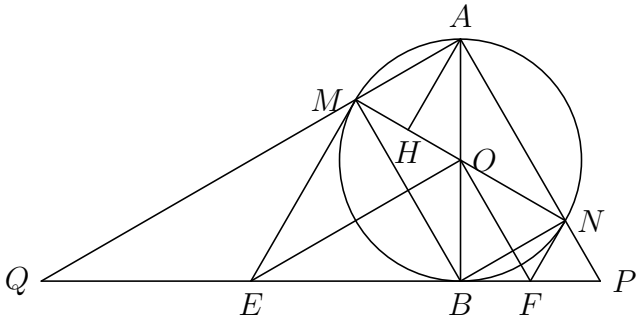
a) Chứng minh tứ giác $AMBN$ là hình chữ nhật.

b) Chứng minh 4 điểm M, N, P, Q cùng thuộc một đường tròn.

c) Gọi E là trung điểm của BQ. Đường thẳng vuông góc với OE tại O cắt PQ tại điểm F. Chứng minh F là trung điểm của BP và $ME \parallel NF$.

d) Khi đường kính MN quay quanh tâm O và thỏa mãn điều kiện đề bài, xác định vị trí của đường kính MN để tứ giác $MNPQ$ có diện tích nhỏ nhất.

Lời giải.



Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

a) Tứ giác $AMBN$ có hai đường chéo AB, MN bằng nhau và cắt nhau tại trung điểm mỗi đường nên $AMBN$ là hình chữ nhật.

b) Do câu a) ta có $\widehat{ANM} = \widehat{ABM}$
Hơn nữa $\widehat{ABM} = \widehat{MQP}$ (cùng phụ với $\widehat{QAB}$)
Do đó $\widehat{ANM} = \widehat{MQP} \Rightarrow M, N, P, Q$ cùng thuộc một đường tròn.

c) Trong $\triangle ABQ$ ta có OE là đường trung bình nên $OE \parallel AQ$.
Ta lại có $OF \perp OE$ và $AP \perp AQ$ nên $OF \parallel AP$.
Trong tam giác ABP có O là trung điểm AB và $OF \parallel AP$ nên F là trung điểm BP.
Ta có $\widehat{MEF} = \frac{1}{2}(\text{sđ } \widehat{MAB} - \text{sđ } \widehat{MB})$ và $\widehat{NFE} = \frac{1}{2}(\text{sđ } \widehat{BAN} - \text{sđ } \widehat{BN})$.
Do đó $\widehat{MEF} + \widehat{NFE} = \text{sđ } \widehat{MAN} = 180^\circ \Rightarrow ME \parallel NF$ (góc trong cùng phía bù nhau).

d) Do E, F là trung điểm của BQ, BP nên $PQ = 2EF \geq 2MN$.
$S_{MNPQ} = S_{APQ} - S_{AMN}$. Ta cần tìm vị trí của M, N sao cho S_{APQ} nhỏ nhất và S_{AMN} lớn nhất. Thật vậy,
$S_{APQ} = \dfrac{AB \cdot PQ}{2} = EF \cdot AB \geq MN \cdot AB = 4R^2$. Dấu bằng xảy ra khi $MN \perp AB$.
Hơn nữa, $S_{AMN} = \dfrac{MN \cdot AH}{2} \leq \dfrac{MN \cdot OA}{2} = R^2$. Dấu bằng xảy ra khi $MN \perp AB$.
Vậy $MN \perp AB$ để S_{MNPQ} nhỏ nhất.

Câu 32. Với a, b, c là các số dương thỏa mãn điều kiện $a + b + c = 2$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $Q = \sqrt{2a + bc} + \sqrt{2b + ca} + \sqrt{2c + ab}$.

Lời giải.

Vì $a + b + c = 2$ nên $2a + bc = a(a + b + c) + bc = (a + b)(a + c)$
$\Rightarrow \sqrt{2a + bc} = \sqrt{(a + b)(a + c)} \leq \dfrac{a + b + a + c}{2}$.
Tương tự ta có $\sqrt{2b + ca} \leq \dfrac{b + c + b + a}{2}$ và $\sqrt{2c + ab} \leq \dfrac{c + a + c + b}{2}$.
Cộng theo vế ta có $Q \leq 2(a + b + c) = 4$.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 135

ĐỀ THI VÀO LỚP 10, SGD HÀ NỘI 2015

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

Câu 33. Cho hai biểu thức $P=\dfrac{x+3}{\sqrt{x}-2}$ và $Q=\dfrac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+2}+\dfrac{5\sqrt{x}-2}{x-4}$ với $x>0$, $x\neq 4$.

a) Tính giá trị của biểu thức P khi $x=9$.

b) Rút gọn biểu thức Q.

c) Tìm giá trị của x để $\dfrac{P}{Q}$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Lời giải.

a) **Tính giá trị của biểu thức P khi $x=9$**

Thay $x=9$ vào $P=\dfrac{9+3}{\sqrt{9}-2}=\dfrac{12}{\sqrt{9}-2}=\dfrac{12}{3-2}=12$.

b) **Rút gọn biểu thức Q**

$$\begin{aligned}Q=&\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+2}+\frac{5\sqrt{x}-2}{x-4}\\=&\frac{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}-2)+5\sqrt{x}-2}{x-4}\\=&\frac{x+2\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}\\=&\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}.\end{aligned}$$

c) **Tìm giá trị của x để $\dfrac{P}{Q}$ đạt giá trị nhỏ nhất**

Ta có $\dfrac{P}{Q}=\dfrac{x+3}{\sqrt{x}}=\sqrt{x}+\dfrac{3}{\sqrt{x}}$

Theo bất đẳng thức Cô-si, ta có $\sqrt{x}+\dfrac{3}{\sqrt{x}}\geq 2\sqrt{3}$.

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $\sqrt{x}=\dfrac{3}{\sqrt{x}}\Leftrightarrow x=3$, thỏa mãn điều kiện.

Vậy giá trị nhỏ nhất của $\dfrac{P}{Q}$ là $2\sqrt{3}$, đạt được khi $x=3$.

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

Câu 34. *Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:*
Một tàu tuần tra chạy ngược dòng 60 km, sau đó chạy xuôi dòng 48 km trên cùng một dòng sông có vận tốc của dòng nước là 2 km/giờ. Tính vận tốc của tàu tuần tra khi nước yên lặng, biết thời gian xuôi dòng ít hơn thời gian ngược dòng 1 giờ.

Lời giải.

Gọi vận tốc của tàu tuần tra khi nước yên lặng là x (km/giờ), $x > 2$.

Thời gian tàu tuần tra ngược dòng là $\dfrac{60}{x-2}$ (giờ).

Thời gian tàu tuần tra xuôi dòng là $\dfrac{48}{x+2}$ (giờ).

Ta có phương trình $\dfrac{60}{x-2} - \dfrac{48}{x+2} = 1 \Rightarrow x^2 - 12x - 220 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 22 \text{ (thỏa mãn)} \\ x = -10 \text{ (loại).} \end{array}\right.$

Vậy vận tốc của tàu tuần tra khi nước yên lặng là 22 km/giờ.

Câu 35. Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2(x+y) + \sqrt{x+1} = 4 \\ (x+y) - 3\sqrt{x+1} = -5. \end{cases}$

Lời giải.

- Điều kiện xác định $x \geq -1$.
- Đặt $\begin{cases} a = x+y \\ b = \sqrt{x+1} \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2a + b = 4 \\ a - 3b = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 2. \end{cases}$
- Từ đó ta có $\begin{cases} x+y = 1 \\ \sqrt{x+1} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = -2 \end{cases}$ thỏa mãn điều kiện xác định.
- Vậy hệ phương trình có nghiệm $(3; -2)$.

Câu 36. Cho phương trình $x^2 - (m+5)x + 3m + 6 = 0$ (x là ẩn số).

a) Chứng minh phương trình luôn có nghiệm với mọi số thực m.

b) Tìm m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 là độ dài hai cạnh góc vuông của một tam giác vuông có độ dài cạnh huyền bằng 5.

Lời giải.

a) **Chứng minh phương trình luôn có nghiệm với mọi số thực** m

Ta có $\Delta = (m+5)^2 - 4(3m+6) = (m-1)^2 \geq 0 \quad \forall m \in \mathbb{R}$ nên phương trình luôn có nghiệm với mọi giá trị của m.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

b) **Tìm m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 là độ dài hai cạnh góc vuông của một tam giác vuông có độ dài cạnh huyền bằng 5**

Ta tính được hai nghiệm là $x_1 = 3$, $x_2 = m + 2$.

Theo yêu cầu bài toán ta cần có $\begin{cases} x_1 = 3 > 0 \\ x_2 = m + 2 > 0 \\ x_1^2 + x_2^2 = 25 \end{cases}$

Giải điều kiện trên ta được $m = 2$, (chọn) hoặc $m = -6$ (loại).

Vậy $m = 2$ là giá trị cần tìm.

Câu 37. Cho nửa đường tròn tâm O có đường kính AB. Lấy điểm C trên đoạn AO (C khác A, C khác O). Đường thẳng đi qua C và vuông góc với AB cắt nửa đường tròn tại K. Gọi M là điểm bất kì trên cung KB (M khác K, M khác B). Đường thẳng CK cắt các đường thẳng AM, BM lần lượt tại H và D. Đường thẳng BH cắt nửa đường tròn tại điểm thứ hai N.

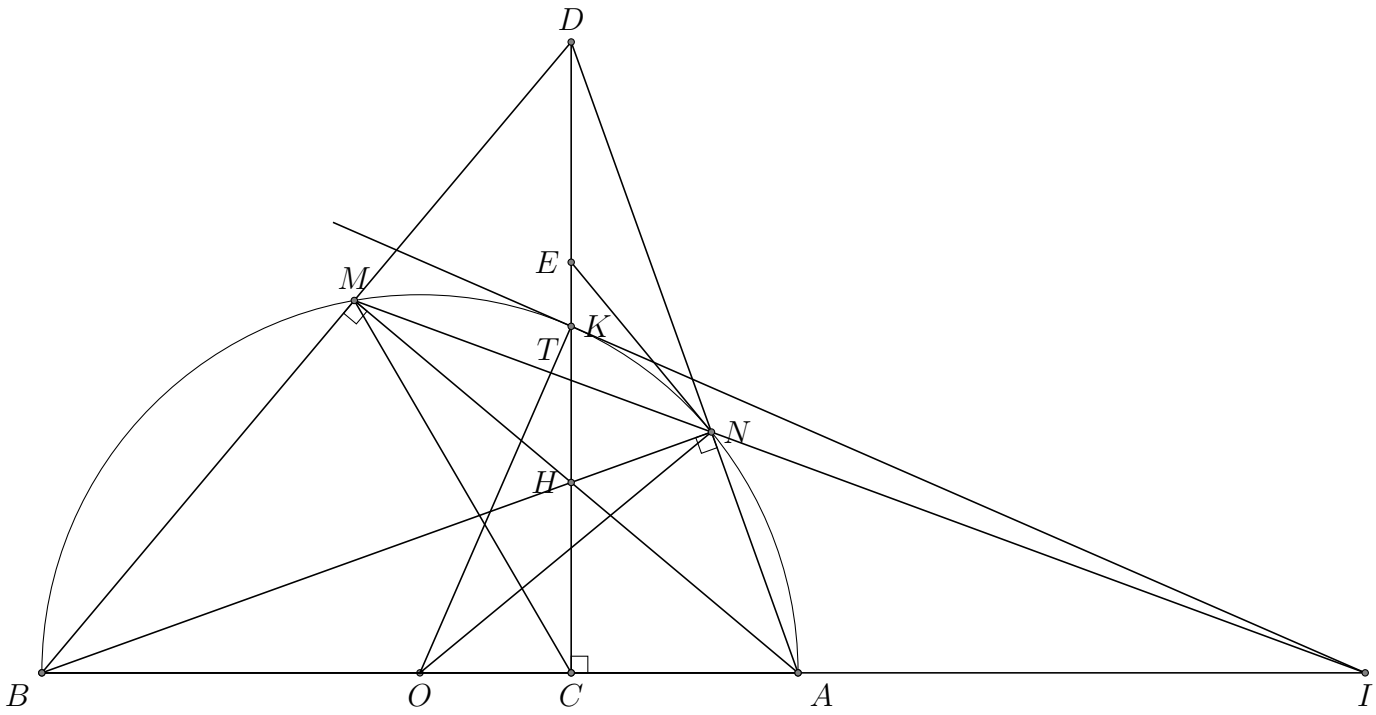
a) Chứng minh tứ giác $ACMD$ là tứ giác nội tiếp.

b) Chứng minh $CA \cdot CB = CH \cdot CD$.

c) Chứng minh ba điểm A, N, D thẳng hàng và tiếp tuyến tại N của đường tròn đi qua trung điểm của DH.

d) Khi M di động trên cung KB, chứng minh đường thẳng MN luôn đi qua một điểm cố định.

Lời giải.



a) **Chứng minh tứ giác $ACMD$ là tứ giác nội tiếp.**

Ta có $\widehat{AMD} = 90^\circ$ vì góc $\widehat{AMB}$ nhìn nửa đường tròn đường kính AB.

$\widehat{ACD} = 90^\circ$ do $DK \perp AB$.

Suy ra $\widehat{AMD} = \widehat{ACD} = 90^\circ$ nên tứ giác $ACMD$ nội tiếp đường tròn đường kính AD.

b) **Chứng minh $CA \cdot CB = CH \cdot CD$.**

Xét hai tam giác $\triangle CAH$ và $\triangle CDB$ ta có :

$\widehat{ACH} = \widehat{DCB} = 90^\circ$ (1)

Mặt khác $\widehat{CAH} = \widehat{CDB}$ vì cùng phụ góc $\widehat{CBM}$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $\triangle CAH \backsim \triangle CDB$

$\Rightarrow \dfrac{CA}{CD} = \dfrac{CH}{CB} \Rightarrow CA \cdot CB = CH \cdot CD$, (điều phải chứng minh).

c) **Chứng minh ba điểm A, N, D thẳng hàng**

Ta có H là trực tâm $\triangle ABD \Rightarrow AD \perp BH$.

Vì $AN \perp BH$ và $AD \perp BH$ nên A, N, D thẳng hàng.

Chứng minh tiếp tuyến tại N của đường tròn đi qua trung điểm của DH.

Gọi E là giao điểm của CK và tiếp tuyến tại N.

Ta có $BN \perp DN$ và $ON \perp EN \Rightarrow \widehat{DNE} = \widehat{BNO}$.

Mà $\widehat{BNO} = \widehat{OBN}$, $\widehat{OBN} = \widehat{EDN} \Rightarrow \widehat{DNE} = \widehat{EDN}$.

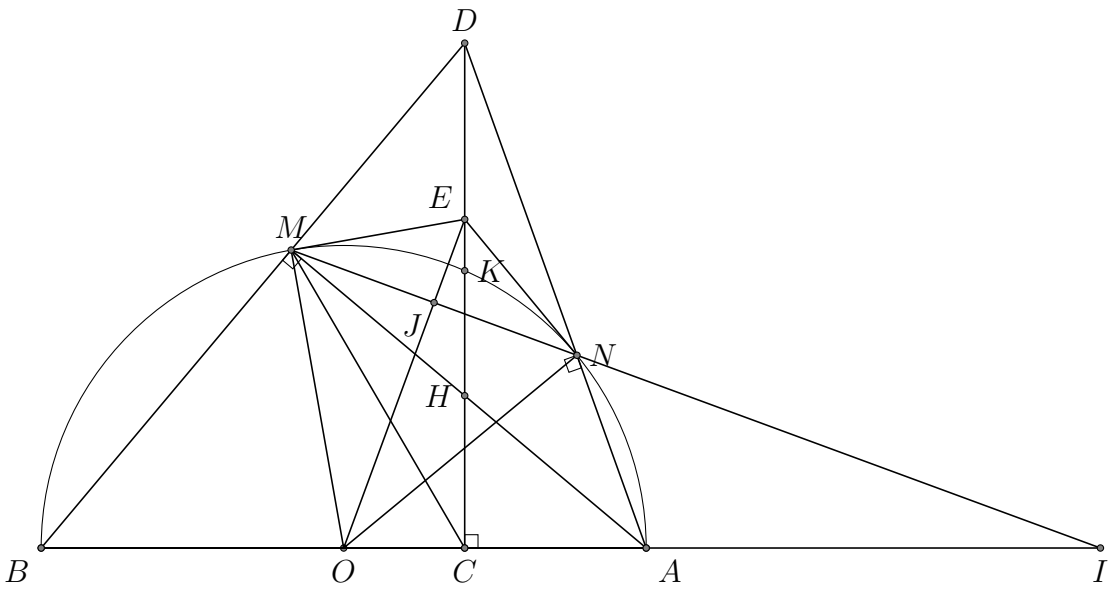
$\Rightarrow \triangle DEN$ cân tại E, suy ra $ED = EN$. (3)

Ta có $\widehat{ENH} = 90^\circ - \widehat{END} = 90^\circ - \widehat{NDH} = \widehat{EHN}$.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

$\Rightarrow \triangle HEN$ cân tại E, suy ra $EH = EN$. (4)

Từ (3) và (4) suy ra E là trung điểm của HD, (điều phải chứng minh).



d) **Khi M di động trên cung KB, chứng minh đường thẳng MN luôn đi qua một điểm cố định.**

Kéo dài MN cắt AB tại điểm I, ta cần chứng minh điểm I cố định.

Ta xét $\triangle DMH$ vuông tại H có E là trung điểm cạnh huyền DH, suy ra $ME = EN = \dfrac{1}{2}DH$, xét hai tam giác $\triangle EMO$ và $\triangle ENO$ là hai tam giác bằng nhau theo trường hợp C-C-C. Suy ra $\widehat{EMO} = \widehat{ENO} = 90^\circ \Rightarrow EM \perp OM$.

Suy ra tứ giác $EMON$ nội tiếp đường tròn đường kính $OE \Rightarrow OJ \cdot OE = OM^2 = R^2$.

Ta có $\triangle OJI \backsim \triangle OCE \Rightarrow \dfrac{OJ}{OC} = \dfrac{OI}{OE} \Rightarrow OI \cdot OC = OJ \cdot OE = R^2$.

Suy ra $OI = \dfrac{R^2}{OC}$ là số không đổi mà O và đường thẳng AB cố định, suy ra I cố định, (điều phải chứng minh).

Câu 38. Với hai số thực không âm a, b thỏa mãn $a^2 + b^2 = 4$, tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $M = \dfrac{ab}{a+b+2}$.

Lời giải.

Ta có $a^2 + b^2 = 4 \Rightarrow 2ab = (a+b)^2 - 4$

$\Rightarrow 2M = \dfrac{(a+b)^2 - 4}{a+b+2} = a + b - 2.$

Ta có $a + b \le \sqrt{2(a^2+b^2)} = 2\sqrt{2} \Rightarrow M \le \sqrt{2} - 1.$

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $a = b = \sqrt{2}$.

Vậy giá trị lớn nhất của M bằng $\sqrt{2}$ khi $a = b = \sqrt{2}$.

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 136

ĐỀ THI VÀO 10, SỞ GIÁO DỤC BẮC GIANG, 2016

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Câu 1.

1. Tính giá trị của biểu thức $A = 3 \cdot \sqrt{\frac{1}{3}} + \frac{3}{2} \cdot \sqrt{12} - \sqrt{48}$.

2. Tìm m để hàm số $y = (2m-1)x + 5$, $\left(m \neq \frac{1}{2}\right)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Lời giải.

1. $A = \sqrt{3} + 3\sqrt{3} - 4\sqrt{3} = 0$.

2. Để hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ thì $2m - 1 > 0 \Leftrightarrow m > \frac{1}{2}$.

Câu 2.

1. Giải hệ phương trình $\begin{cases} 3x - 2y = 5 \\ x + 3y = -2. \end{cases}$

2. Rút gọn biểu thức $B = \left(\frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+1} - \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-1} + \frac{6x}{x-1}\right) \cdot \frac{x\sqrt{x} - \sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}$ (Với $x \geq 0$, $x \neq 1$).

3. Cho phương trình $x^2 - 2(m+1)x + 2m - 3 = 0$ (x là ẩn, m là tham số) (1).

   (a) Giải phương trình (1) với $m = 0$.

   (b) Tìm các giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 sao cho $\left|\frac{x_1 + x_2}{x_1 - x_2}\right|$ đạt giá trị lớn nhất.

Lời giải.

1. Nghiệm của hệ phương trình là $(x; y) = (1; -1)$.

2. Điều kiện: $x \geq 0$, $x \neq 1$.

$$\begin{aligned} B &= \frac{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}-1)-(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}+1)+6x}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} \cdot \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}{\sqrt{x}-1} \\ &= \frac{(-6\sqrt{x}+6x).\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} = 6x. \end{aligned}$$

3.

(a) Với $m=0$, phương trình trở thành $x^2-2x-3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=3. \end{array}\right.$

(b) $\Delta' = m^4+4 > 0$, $\forall m \in \mathbb{R}$. Nên phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 $\forall m$. Khi đó theo Vi-ét ta có $\begin{cases} x_1+x_2 = m+1 \\ x_1x_2 = 2m-3. \end{cases}$

Mặt khác $P = \left|\dfrac{x_1+x_2}{x_1-x_2}\right| = \dfrac{|x_1+x_2|}{\sqrt{(x_1-x_2)^2}} = \dfrac{|x_1+x_2|}{\sqrt{(x_1+x_2)^2-4x_1x_2}} = \dfrac{|m+1|}{\sqrt{m^2+4}}$.

Xét biểu thức $Q = \dfrac{(m+1)^2}{m^2+4} \Leftrightarrow (Q-1)m^2-2m+4Q-1=0$.

- Nếu $Q=1$ thì $m=2$.
- Nếu $Q \neq 1$ thì $\Delta_m = -4Q^2+5Q \geq 0 \Leftrightarrow 0 \leq Q \leq \dfrac{5}{4}$.

Do đó $P = \sqrt{Q} \leq \dfrac{\sqrt{5}}{2}$. Dấu "=" xảy ra khi $m=4$.

Vậy $m=4$ là giá trị cần tìm.

Câu 3. Một hiệu sách A có bán hai đầu sách: Hướng dẫn học tốt môn Toán lớp 10 và Hướng dẫn học tốt môn Ngữ văn lớp 10. Trong một ngày của tháng 5 năm 2016, hiệu sách A bán được 60 cuốn của mỗi loại trên theo giá bìa, thu được số tiền là 3 300 000 đồng và lãi được 420 000 đồng. Biết mỗi cuốn hướng dẫn học tốt môn Toán lớp 10 lãi 10% giá bìa, mỗi cuốn Hướng dẫn học tốt môn Ngữ văn lớp 10 lãi 15% giá bìa. Hỏi giá bìa của mỗi cuốn sách đó là bao nhiêu?

Lời giải.

Gọi giá bìa cuốn hướng dẫn học tốt môn Toán là x đồng, và giá bìa cuốn hướng dẫn học tốt môn Ngữ văn là y đồng. $(x, y > 0)$.

Hiệu sách bán 60 cuốn mỗi loại thu 3 300 000 đồng nên ta có phương trình

$$60x+60y = 3300000 \Leftrightarrow x+y = 55000 \qquad (1).$$

Số tiền lãi bán 60 cuốn Toán là $6x$. Số tiền lãi bán 60 cuốn Văn là $9y$.

Tổng số tiền lãi là 420000 nên ta có phương trình

$$6x+9y = 420000 \Leftrightarrow 2x+3y = 140000 \qquad (2).$$

Từ (1) và (2) ta được hệ $\begin{cases} x+y=55000 \\ 2x+3y=140000 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=25000 \\ y=30000. \end{cases}$

Câu 4. Cho đường tròn (O) có hai đường kính AB, CD vuông góc với nhau. Gọi E là một điểm trên cung nhỏ AD (E không trùng với A và D), nối EC cắt OA tại M. Trên tia AB lấy điểm P sao cho $AP=AC$, tia CP cắt đường tròn tại điểm thứ hai là Q.

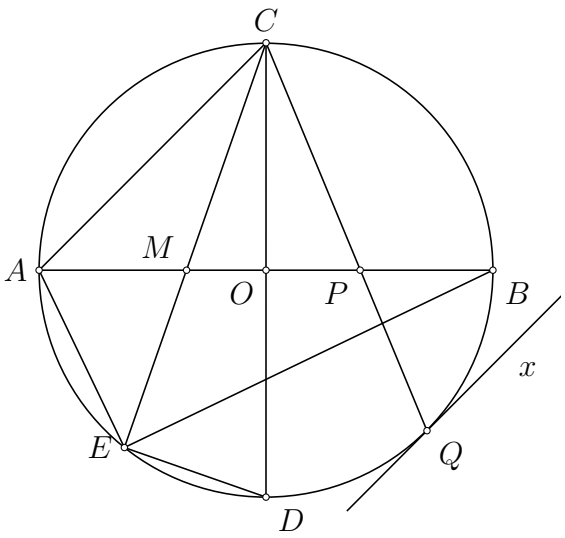
1. CMR $DEMO$ là tứ giác nội tiếp.

2. CMR tiếp tuyến của đường tròn (O) tại Q song song với AC.

3. CMR $AM.ED=\sqrt{2}.OM.EA$.

4. Nối EB cắt OD tại N, xác định vị trí của E để tổng $\dfrac{OM}{AM}+\dfrac{ON}{DN}$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Lời giải.



1. Ta có $\widehat{MOD}=\widehat{MED}=90^\circ$ nên $OMED$ là tứ giác nội tiếp.

2. Ta có $AC=AP$ nên $\widehat{ACP}=\widehat{APC}$ (1).
Kẻ tia tiếp tuyến Qx sao cho $\widehat{CQx}$ chắn cung $\widehat{CBQ}$. Khi đó
$\widehat{APC}=\dfrac{1}{2}(\text{sđ}\widehat{AC}+\text{sđ}\widehat{BQ})$; $\widehat{CQx}=\dfrac{1}{2}\text{sđ}\widehat{CBQ}=\dfrac{1}{2}(\text{sđ}\widehat{CB}+\text{sđ}\widehat{BQ})$ và $\text{sđ}\widehat{AC}=\text{sđ}\widehat{BC}$.
$\Rightarrow \widehat{APC}=\widehat{CQx}$ (2).
Từ (1) và (2) $\Rightarrow \widehat{CQx}=\widehat{ACQ}\Rightarrow Qx\ /\!/\ AC$.

3. $\triangle COM\backsim\triangle CED$ (g.g) nên $\dfrac{OM}{ED}=\dfrac{OC}{CE}$.
$\triangle CMA\backsim\triangle CAE$ (g.g) nên $\dfrac{AM}{EA}=\dfrac{AC}{CE}=\dfrac{CO\sqrt{2}}{CE}$.
$\Rightarrow \dfrac{AM}{EA}=\dfrac{\sqrt{2}OM}{ED}\Leftrightarrow AM.ED=\sqrt{2}OM.EA$.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

4. Theo câu 3. ta có $\dfrac{AM}{EA}=\dfrac{\sqrt{2}OM}{ED}\Leftrightarrow\dfrac{OM}{AM}=\dfrac{ED}{\sqrt{2}EA}$.

Tương tự ta cũng chứng minh được $\dfrac{DN}{ED}=\dfrac{\sqrt{2}ON}{AE}\Leftrightarrow\dfrac{ON}{DN}=\dfrac{AE}{\sqrt{2}ED}$.

Khi đó $\dfrac{OM}{AM}+\dfrac{ON}{DN}=\dfrac{ED}{\sqrt{2}EA}+\dfrac{AE}{\sqrt{2}ED}\geq\sqrt{2}$ (Theo BĐT Cô-si).

Dấu "=" xảy ra khi $ED=EA$ hay E nằm chính giữa $\overset{\frown}{AD}$.

Câu 5. Cho hai số thực x,y thỏa mãn $x\leq 2$ và $x+y\geq 2$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A=14x^2+9y^2+22xy-42x-34y+35$.

Lời giải.

Đặt $x=2-a$; $x+y=2+b$ từ đó suy ra $a\geq 0$, $b\geq 0$ và $y=a+b$. Ta được

$$\begin{aligned}A&=14(2-a)^2+9(a+b)^2+22(2-a)(a+b)-42(2-a)-34(a+b)+35\\&=a^2+9b^2-4ab-4a+10b+7=(a-2b-2)^2+5b^2+2b+3\geq 3,\ \ \forall a,b\geq 0.\end{aligned}$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của A là 3 khi $x=0$, $y=2$.

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 137

ĐỀ THI VÀO 10, SỞ GIÁO DỤC BẮC NINH, 2016

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Câu 1.

a) Tính giá trị của biểu thức $P=\sqrt{x+1}$ với $x=8$.

b) Giải phương trình $x^2-4x+3=0$.

c) Rút gọn biểu thức $A=\left(\dfrac{1}{\sqrt{x}-1}+\dfrac{1}{\sqrt{x}+1}\right).\dfrac{\sqrt{x}-1}{2}$ với $x\geq 0$, $x\neq 1$.

Lời giải.

a) Với $x=8$ thì $P=\sqrt{8+1}=\sqrt{9}=3$.

b) Ta có $a+b+c=1-4+3=0$ nên phương trình có hai nghiệm $x=1$ và $x=3$.

c) $A=\dfrac{\sqrt{x}+1+\sqrt{x}-1}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}.\dfrac{\sqrt{x}-1}{2}=\dfrac{2\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}.\dfrac{\sqrt{x}-1}{2}=\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}$.

Câu 2. Cho hệ phương trình $\begin{cases}x+2y=m\\2x+5y=1\end{cases}$ với m là tham số.

a) Giải hệ phương trình khi $m=0$.

b) Tìm m để hệ phương trình có nghiệm duy nhất (x,y) sao cho x và y là hai nghiệm của phương trình $t^2-(3m-1)t+m^4+9m-13=0$ với t là ẩn số.

Lời giải.

a) Khi $m=0$ thì hệ trở thành $\begin{cases}x+2y=0\\2x+5y=1\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}2x+4y=0\\2x+5y=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=1\\x=-2.\end{cases}$

b) $\begin{cases} x+2y=m \\ 2x+5y=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+4y=2m \\ 2x+5y=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=5m-2 \\ y=1-2m. \end{cases}$

Vì x và y là hai nghiệm của phương trình $t^2-(3m-1)t+m^4+9m-13=0$ nên theo hệ thức Vi-et ta có:

$x.y = m^4+9m-13 \Leftrightarrow (5m-2).(1-2m) = m^4+9m-13 \Leftrightarrow m^4+10m^2-11=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m^2=1 \\ m^2=-11 \text{ (loại)} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=-1. \end{array}\right.$

Thử lại, $m=1$, $m=-1$ thỏa bài toán.

Câu 3. Quãng đường từ Bắc Ninh đi Hà Nội dài 30 km. Một ô tô đi từ Bắc Ninh đi Hà Nội, rồi từ Hà Nội về Bắc Ninh. Biết vận tốc lúc đi lớn hơn vận tốc lúc về là 10 km/h. Do đó, thời gian về nhiều hơn thời gian đi là 9 phút. Tính vận tốc của ô tô khi đi từ Bắc Ninh ra Hà Nội.

Lời giải.

Gọi x(km/h) là vận tốc của ô tô đi từ Bắc Ninh ra Hà Nội ($x>0$).

Suy ra vận tốc ô tô đi từ Hà Nội về Bắc Ninh là $x+10$ (km/h).

Đổi 9 phút $=\dfrac{3}{20}$ (h).

Theo đề, ta có phương trình: $\dfrac{30}{x}-\dfrac{30}{x+10}=\dfrac{3}{20}$

$$\Leftrightarrow x^2+10x-2000=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=40 \\ x=-50 \text{ (loại).} \end{array}\right.$$

Vậy vận tốc của ô tô khi đi từ Bắc Ninh ra Hà Nội là 40 (km/h).

Câu 4. Cho tam giác ABC có ba góc đều nhọn, góc $\widehat{BAC}=45^\circ$. Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC. Các đường cao BD, CE (D thuộc AC, E thuộc AB) cắt nhau tại H.

a) Chứng minh rằng tứ giác $ADHE$ nội tiếp một đường tròn.

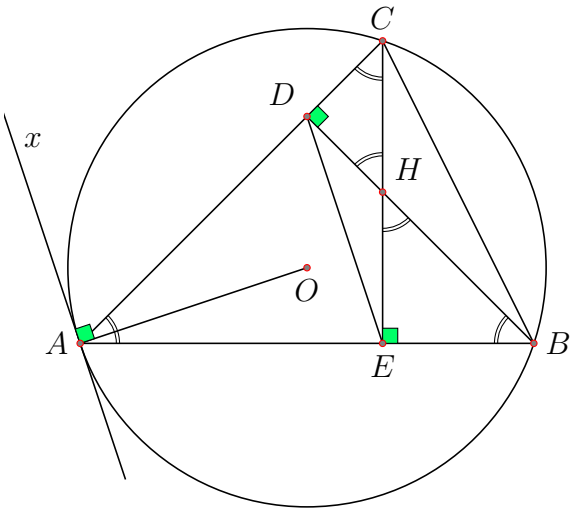
b) Chứng minh rằng tam giác HDC vuông cân tại D.

c) Tính tỉ số $\dfrac{DE}{BC}$.

d) Chứng minh rằng OA vuông góc với DE.

Lời giải.

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên



a) Vì $\begin{cases} BD \perp AC \Rightarrow \widehat{HDA} = 90^\circ \\ CE \perp AB \Rightarrow \widehat{HEA} = 90^\circ \end{cases} \Rightarrow \widehat{HDA} + \widehat{HEA} = 180^\circ.$

Vậy tứ giác $ADHE$ nội tiếp.

b) Tam giác ACE vuông tại E, có $\widehat{A} = 45^\circ \Rightarrow \widehat{ACE} = 45^\circ$ (1).

Mặt khác, tứ giác $ADHE$ nội tiếp nên $\widehat{BHE} = \widehat{A}$ hay $\widehat{BHE} = 90^\circ$.

Ta có $\widehat{DHC} = \widehat{BHE}$ (đđ) $\Rightarrow \widehat{DHC} = 45^\circ$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra $\widehat{DHC} = \widehat{DCH}$, hay $\triangle DCH$ vuông cân tại D.

c) $\triangle ADB$ vuông cân tại D nên $\widehat{DBA} = 45^\circ$ (3).

Từ (1) và (3) $\Rightarrow \widehat{DCE} = \widehat{DBE} = 45^\circ \Rightarrow$ tứ giác $CDEB$ nội tiếp.

$\Rightarrow \widehat{ADE} = \widehat{CBE} \Rightarrow \triangle ADE \backsim \triangle ABC \Rightarrow \dfrac{DE}{BC} = \dfrac{AD}{AB} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}.$

d) Qua A vẽ tiếp tuyến Ax.

Ta có $\widehat{CAx} = \widehat{ABC}$ (góc tạo bởi tiếp và dây cung cùng chắn cung $\widehat{AC}$).

Mặt khác: $\widehat{ABC} = \widehat{ADE} \Rightarrow \widehat{CAx} = \widehat{ADE} \Rightarrow Ax \parallel DE$ hay $AO \perp DE$ (đpcm).

Câu 5.

a) Giải phương trình $x^2 + 2x - 3 = 4\sqrt{2x+3}$.

b) Cho ba số thực a, b, c thỏa mãn $a + b = 4c$. Chứng minh rằng

$$2\sqrt{a^2 - ab + b^2} + \sqrt{a^2 - 2ac + 4c^2} + \sqrt{b^2 - 2bc + 4c^2} \geq 8c.$$

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Lời giải.

a) Điều kiện $x \geq -\dfrac{3}{2}$.

PT $\Leftrightarrow (x+2)^2 = \left(\sqrt{2x+3}+2\right)^2$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} \sqrt{2x+3}+2 = x+2 & (1) \\ \sqrt{2x+3}+2 = -x-2 & (2) \end{array}\right.$$

$$(1) \Leftrightarrow \sqrt{2x+3} = x \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ 2x+3 = x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x^2-2x-3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = 3 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow x = 3.$$

$$(2) \Leftrightarrow \sqrt{2x+3} = -x-4 \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -4 \\ 2x+3 = (x+4)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -4 \\ x^2+6x+13 = 0 \end{cases} \text{(hệ vô nghiệm).}$$

Vậy phương trình có một nghiệm $x = 3$.

b) Với $c \leq 0$ thì bất đẳng thức đúng.

Với $c > 0$ thì chia hai vế của bất đẳng thức cho c, ta được:

$$P = 2\sqrt{\left(\frac{a}{c}\right)^2 - \frac{a}{c}.\frac{b}{c} + \left(\frac{b}{c}\right)^2} + \sqrt{\left(\frac{a}{c}\right)^2 - 2\frac{a}{c} + 4} + \sqrt{\left(\frac{b}{c}\right)^2 - 2\frac{b}{c} + 4} \geq 8 (*)$$

Áp dụng bất đẳng thức $a^2+b^2 \geq \dfrac{(a+b)^2}{2}$, ta có $\left(\dfrac{a}{c}\right)^2 + \left(\dfrac{b}{c}\right)^2 \geq 8$.

Suy ra

$$P \geq 2\sqrt{8 - \frac{a}{c}.\frac{b}{c}} + \sqrt{\left(\frac{a}{c}-1\right)^2 + 3} + \sqrt{\left(\frac{b}{c}-1\right)^2 + 3}$$

Ta sẽ chứng minh $2\sqrt{8 - \dfrac{a}{c}.\dfrac{b}{c}} + \sqrt{\left(\dfrac{a}{c}-1\right)^2 + 3} + \sqrt{\left(\dfrac{b}{c}-1\right)^2 + 3} \geq 8$ (1)

Ta có $a+b = 4c \Leftrightarrow \dfrac{a}{c} + \dfrac{b}{c} = 4$.

Theo bất đẳng thức Cô-si thì $\dfrac{a}{c}.\dfrac{b}{c} \leq \dfrac{\left(\dfrac{a}{c}+\dfrac{b}{c}\right)^2}{4} = 4$.

$\Rightarrow 2\sqrt{8 - \dfrac{a}{c}.\dfrac{b}{c}} \geq 4$ (2)

và $\sqrt{\left(\dfrac{a}{c}-1\right)^2 + 3} + \sqrt{\left(\dfrac{b}{c}-1\right)^2 + 3} \geq \sqrt{\left(\dfrac{a}{c}-1+\dfrac{b}{c}-1\right)^2 + (\sqrt{3}+\sqrt{3})^2} = 4$ (3).

Từ (2) và (3) suy ra (1) đúng, nên $(*)$ đúng. Dấu " $=$ " xảy ra khi $a = b = 2c$.

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 138

ĐỀ THI VÀO 10, SỞ GIÁO DỤC BẾN TRE, 2016

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

Câu 1. Không sử dụng máy tính cầm tay.

a) Tính $\sqrt{8}-\sqrt{2}+\dfrac{1}{\sqrt{2}}$.

b) Giải hệ phương trình $\begin{cases} x+y=4 \\ x+2y=6. \end{cases}$

Lời giải.

a) Ta có $\sqrt{8}-\sqrt{2}+\dfrac{1}{\sqrt{2}}=2\sqrt{2}-\sqrt{2}+\dfrac{\sqrt{2}}{2}=\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$.

b) $\begin{cases} x+y=4 \\ x+2y=6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y=4 \\ y=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=2. \end{cases}$

Vậy hệ có nghiệm $(x;y)=(2;2)$.

Câu 2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho parabol $(P): y=x^2$ và đường thẳng $d: y=-2x+3$.

a) Vẽ đồ thị của d và (P) trên cùng một mặt phẳng tọa độ.

b) Tìm tọa độ giao điểm của d và (P) bằng phép tính.

Lời giải.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

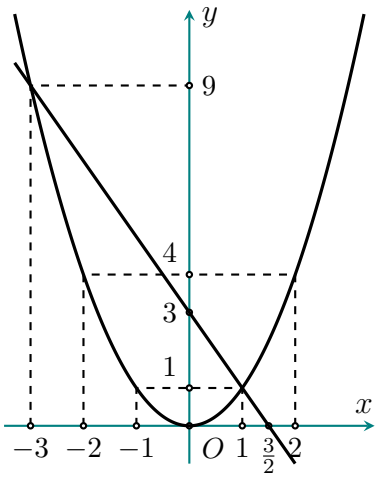
a) Đường thẳng d đi qua các điểm có tọa độ $(0;3)$; $\left(\frac{3}{2};0\right)$ và ta có bảng giá trị của hàm số $y=x^2$ như sau:

x	-2	-1	0	1	2
$y=x^2$	4	1	0	1	4

Do đó ta có đồ thị như hình vẽ bên

b) Phương trình hoành độ giao điểm của d và (P) là:

$$x^2=-2x+3\Leftrightarrow x^2+2x-3=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1\\ x=-3. \end{array}\right.$$



- Với $x=1$ thì $y=1$.
- Với $x=-3$ thì $y=9$.

Vậy tọa độ các giao điểm của hai đồ thị là $(1;1)$ và $(-3;9)$.

Câu 3. Cho phương trình $x^2-2(m+1)x+2m=0$ (m là tham số).

a) Giải phương trình trên khi $m=1$.

b) Chứng minh rằng phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi giá trị của m.

c) Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1,x_2 thỏa mãn hệ thức $\sqrt{x_1}+\sqrt{x_2}=\sqrt{2}$.

Lời giải.

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

a) Thay $m=1$, ta được phương trình $x^2-4x+2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2+\sqrt{2} \\ x=2-\sqrt{2}. \end{array}\right.$

Vậy phương trình có hai nghiệm là $x=2+\sqrt{2}$ và $x=2-\sqrt{2}$.

b) Ta có $\Delta'=(m+1)^2-2m=m^2+1>0$, với mọi m.

Vậy phương trình đã cho luôn có hai nghiệm phân biệt.

c) Theo định lí Viet ta có $\begin{cases} x_1+x_2=2m+2 \\ x_1x_2=2m. \end{cases}$

Yêu cầu của bài toán tương đương với

$$\begin{cases} x_1\geq 0 \\ x_2\geq 0 \\ \sqrt{x_1}+\sqrt{x_2}=\sqrt{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1+x_2=2m+2\geq 0 \\ x_1x_2=2m>0 \\ x_1+x_2+2\sqrt{x_1x_2}=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\geq 0 & (1) \\ 2m+2+2\sqrt{2m}=2 & (2) \end{cases}$$

Do điều kiện (1) nên $2m+2+2\sqrt{2m}\geq 0$, vì vậy (2) $\Leftrightarrow m=0$ (thỏa mãn).

Vậy $m=0$ là giá trị cần tìm.

Câu 4. Cho đường tròn tâm O, bán kính R và điểm M nằm ngoài đường tròn. Từ M vẽ hai tiếp tuyến MA, MB với đường tròn (A, B là các tiếp điểm).

a) Chứng minh rằng tứ giác $MAOB$ nội tiếp trong một đường tròn.

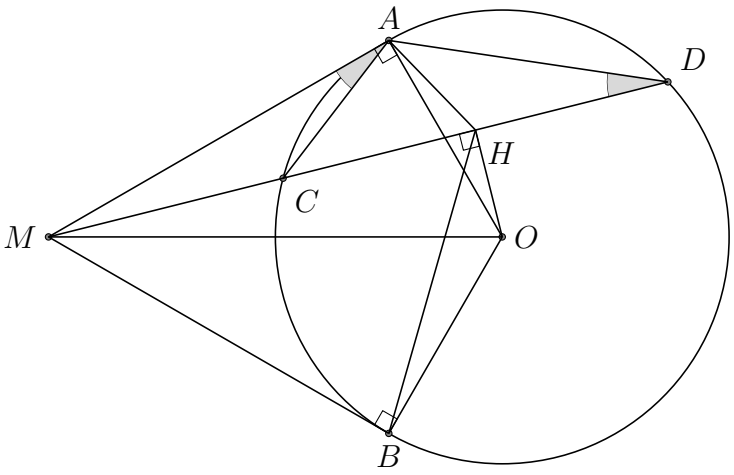
b) Vẽ cát tuyến MCD không đi qua tâm O, C nằm giữa M và D. Chứng minh rằng $MA^2=MC.MD$.

c) Gọi H là trung điểm của dây CD. Chứng minh HM là tia phân giác của góc $\widehat{AHB}$.

d) Cho $\widehat{AMB}=60^\circ$. Tính diện tích của hình giới hạn bởi hai tiếp tuyến MA, MB và cung nhỏ AB.

Lời giải.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/



a) Tứ giác $MAOB$ có $\widehat{MAO} = \widehat{MBO} = 90^\circ$ (tính chất tiếp tuyến) nên $MAOB$ nội tiếp trong đường tròn đường kính OM.

b) Xét hai tam giác MAC và MDA có $\widehat{AMC} = \widehat{DMA}$ và $\widehat{MAC} = \widehat{MDA}$ (góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung) nên $\triangle MAC \backsim \triangle MDA$ (g-g) $\Rightarrow \dfrac{MA}{MD} = \dfrac{MC}{MA}$. Vậy $MA^2 = MC.MD$.

c) Vì H là trung điểm của CD nên $OH \perp CD$ (quan hệ giữa đường kính và dây).
Suy ra $\widehat{MHO} = \widehat{MBO} = 90^\circ$, do đó tứ giác $MHOB$ nội tiếp, suy ra $\widehat{MHB} = \widehat{MOB}$ (cùng chắn cung $\widehat{MB}$).
Chứng minh tương tự ta có tứ giác $MAHO$ nội tiếp, suy ra $\widehat{MHA} = \widehat{MOA}$. Mặt khác $\widehat{MOA} = \widehat{MOB}$ nên $\widehat{MHA} = \widehat{MHB}$.
Vậy HM là tia phân giác của góc $\widehat{AHB}$.

d) Do $\widehat{AMB} = 60^\circ$ nên $\begin{cases} \widehat{AMO} = 30^\circ \\ \widehat{AOB} = 120^\circ. \end{cases}$ Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông MAO và công thức tính diện tích hình quạt ta có

$$\begin{cases} OM = 2OA = 2R \\ S_{q.AOB} = \dfrac{\pi R^2.120}{360} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} AM = \sqrt{OM^2 - OA^2} = R\sqrt{3} \\ S_{q.AOB} = \dfrac{\pi R^2}{3}. \end{cases}$$

Vậy diện tích cần tính là

$$S = S_{MAOB} - S_{q.AOB} = 2S_{MAO} - S_{q.AOB} = AM.OA - \frac{\pi R^2}{3} = R^2\left(\sqrt{3} - \frac{\pi}{3}\right).$$

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 139

ĐỀ THI VÀO 10, SỞ GIÁO DỤC BÌNH DƯƠNG, 2016

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Câu 1.

a) Giải phương trình: $\sqrt{x-2}.(x^2-4x+3)=0$.

b) Giải phương trình: $x^4-2x^2-3=0$.

Lời giải.

a) Điều kiện: $x-2\geq 0\Leftrightarrow x\geq 2$.

$$\sqrt{x-2}.(x^2-4x+3)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sqrt{x-2}=0\\ x^2-4x+3=0\end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=2\\ x=1\\ x=3\end{array}\right..$$

So điều kiện, nghiệm của phương trình là $x=2$, $x=3$.

b) Đặt $t=x^2\geq 0$, phương trình trở thành $t^2-2t-3=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}t=-1\\ t=3\end{array}\right.$

So điều kiện ta nhận $t=3\Leftrightarrow x^2=3\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=\sqrt{3}\\ x=-\sqrt{3}\end{array}\right.$.

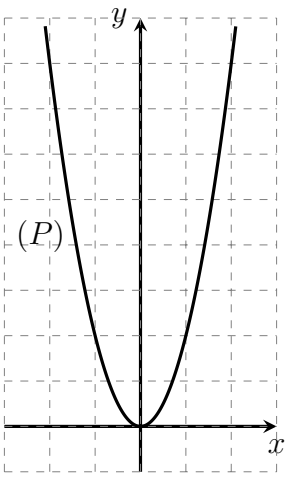
Câu 2.

a) Tìm a và b biết hệ phương trình $\begin{cases}2x+by=a\\ bx+ay=5\end{cases}$ có nghiệm $x=1$, $y=3$.

b) Vẽ đồ thị (P) của hàm số $y=2x^2$ trên hệ trục tọa độ.

Tìm giao điểm của $(P):y=2x^2$ và $d:y=-x+3$ bằng phép tính.

Lời giải.



a) Do hệ phương trình có nghiệm là $x=1$, $y=3$ nên ta suy ra

$$\begin{cases} 2+3b=a \\ b+3a=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2+3b \\ b+6+9b=5 \end{cases} \begin{cases} a=2-\dfrac{3}{10}=\dfrac{17}{10} \\ b=-\dfrac{1}{10} \end{cases}$$

b) Ta có bảng giá trị:

x	-2	-1	0	1	2
$y=2x^2$	8	2	0	2	8

Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và d là:

$$2x^2=-x+3 \Leftrightarrow 2x^2+x-3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-\dfrac{3}{2} \end{array}\right.$$

.

Vậy tọa độ giao điểm của d và (P) là $(1;2)$ và $\left(-\dfrac{3}{2};\dfrac{9}{2}\right)$.

Câu 3. Một công ty vận tải du lịch dùng loại xe lớn để chở 20 tấn rau theo một hợp đồng. Nhưng khi vào việc, công ty không còn xe lớn nên phải thay bằng các xe có trọng tải nhỏ hơn 1 tấn. Để đảm bảo thời gian đã hợp đồng, công ty phải dùng một số lượng xe nhiều hơn số xe dự định là 1 xe. Hỏi trọng tải của mỗi xe nhỏ là bao nhiêu tấn?

Lời giải.

Gọi x là trọng tải của mỗi xe nhỏ, khi đó trọng tải của xe lớn là $x+1$.

Gọi y là số xe nhỏ cần sử dụng, khi đó số xe lớn cần sử dụng là $y-1$.

Từ giả thiết bài toán ta có $\begin{cases} xy=20 & (1) \\ (x+1)(y-1)=20 & (2) \end{cases}$

Từ (1), ta có $y=\dfrac{20}{x}$, thế vào (2) ta được $(x+1)\left(\dfrac{20}{x}-1\right)=20 \Leftrightarrow x^2+x-20=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=4 \\ x=-5 \end{array}\right.$.

Vậy mỗi xe nhỏ có tải trọng là 4 tấn.

Câu 4. Cho phương trình $x^2-(5m-1)x+6m^2-2m=0$ với m là tham số.

a) Chứng minh rằng phương trình luôn có nghiệm với mọi giá trị của m.

b) Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình, tìm m để $x_1^2+x_2^2=1$.

Lời giải.

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

a) Ta có: $\Delta = (5m-1)^2 - 4(6m^2-2m) = m^2 - 2m + 1 = (m-1)^2 \geq 0$ với mọi giá trị của m.

Vậy phương trình luôn có nghiệm với mọi giá trị của m.

b) Theo định lý Viet ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 5m - 1 \\ x_1.x_2 = 6m^2 - 2m \end{cases}$.

Có $x_1^2 + x_2^2 = 1 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1.x_2 = 1 \Leftrightarrow (5m-1)^2 - 2(6m^2 - 2m) = 1$

$\Leftrightarrow 13m^2 - 6m = 0 \Leftrightarrow m(13m-6) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 0 \\ m = \dfrac{6}{13} \end{array}\right.$.

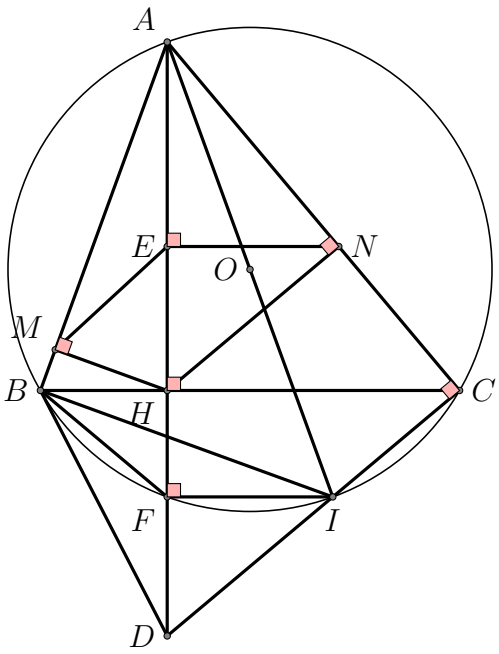
Câu 5. Cho tam giác ABC có ba góc đều nhọn, $AB < AC$, nội tiếp trong đường tròn tâm O, kẻ đường cao AH. Gọi M, N lần lượt là hình chiếu vuông góc của H trên AB và AC. Kẻ NE vuông góc với AH. Đường vuông góc với AC kẻ từ C cắt đường tròn tại I và cắt tia AH tại D. Tia AH cắt đường tròn tại F.

a) Chứng minh: $\widehat{ABC} + \widehat{ACB} = \widehat{BIC}$ và tứ giác $DENC$ nội tiếp được trong một đường tròn.

b) Chứng minh: $AM.AB = AN.AC$ và tứ giác $BFIC$ là hình thang cân.

c) Chứng minh tứ giác $BMED$ nội tiếp được trong một đường tròn.

Lời giải.



Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

a) Ta có: $\widehat{ABC}+\widehat{ACB}=\frac{1}{2}\text{sđ}\widehat{AC}+\frac{1}{2}\text{sđ}\widehat{AB}=\frac{1}{2}\text{sđ}\widehat{BC}=\widehat{BIC}$.
Ta có $\widehat{DEN}=\widehat{NCD}=90^\circ$ nên tứ giác $DENC$ là tứ giác nội tiếp.

b) Do $\triangle AHB$ và $\triangle AHC$ đều là các tam giác vuông tại H nên ta có $AM.AB=AH^2=AN.AC$.
Ta có $FI\parallel BC$ vì cùng vuông góc với AF, nên $BCFI$ là hình thang.
Ngoài ra ta có $\widehat{BAF}=90^\circ-\widehat{ABC}=90^\circ-\widehat{AIC}=\widehat{IAC}\Rightarrow\text{sđ}\widehat{BF}=\text{sđ}\widehat{CI}\Rightarrow BF=CI$.
Mặt khác, do $FI<BC$ nên tứ giác $BCIF$ là hình thang cân.

c) Ta có $\triangle AEN\backsim\triangle ACD$ nên $\frac{AE}{AC}=\frac{AN}{AD}\Rightarrow AN.AC=AE.AD\Rightarrow AE.AD=AM.AB$
$\Rightarrow\frac{AE}{AM}=\frac{AB}{AD}\Rightarrow\triangle AEM\backsim\triangle ABD\Rightarrow\widehat{AME}=\widehat{ADB}$ nên tứ giác $BMED$ nội tiếp.

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 140

ĐỀ THI VÀO 10, SỞ GIÁO DỤC BÌNH PHƯỚC, 2016

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Câu 1.

1) Tính giá trị các biểu thức sau:

$$A = 2\sqrt{9} - \sqrt{16}. \qquad B = 4\sqrt{3} + \sqrt{27} - \sqrt{75}.$$

2) Cho biểu thức: $P = \dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} + \dfrac{3\sqrt{x}}{x-9}$, với $x \geq 0$; $x \neq 9$.

a) Rút gọn biểu thức P.

b) Tìm giá trị của x để $P = 2$.

Lời giải.

1) $A = 2.3 - 4 = 2$.

$B = 4\sqrt{3} + 3\sqrt{3} - 5\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$.

2) a) $P = \dfrac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-3)+3\sqrt{x}}{x-9} = \dfrac{x-3\sqrt{x}+3\sqrt{x}}{x-9} = \dfrac{x}{x-9}$

b) $P = 2 \Leftrightarrow \dfrac{x}{x-9} = 2 \Leftrightarrow x = 2x - 18 \Leftrightarrow x = 18$ (nhận).

Câu 2. Cho parabol (P): $y = x^2$ và đường thẳng d: $y = x + 2$.

a) Vẽ parabol (P) và đường thẳng d trên cùng một hệ trục tọa độ.

b) Cho đường thẳng d_1: $y = ax - m + 1$ vuông góc với d. Tìm m để d_1 cắt (P) tại hai điểm phân biệt.

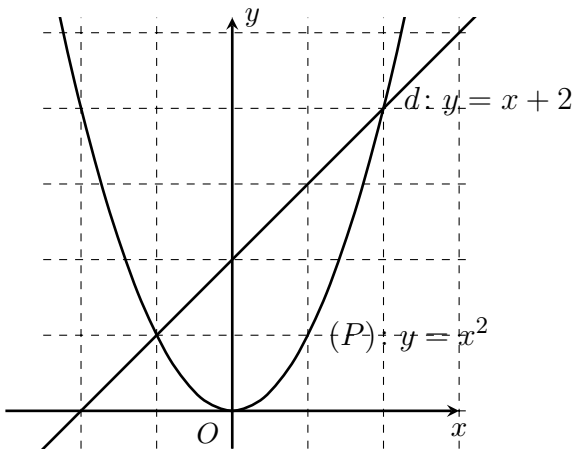
Lời giải.

a) Ta có bảng giá trị:

x	-2	-1	0	1	2
$y = x^2$	4	1	0	1	4

x	0	-2
$y = x + 2$	2	0

Đồ thị



b) Vì $d_1 \perp d \Rightarrow y = -x - m + 1$.

Phương trình hoành độ giao điểm của d_1 và (P): $x^2 + x + m - 1 = 0 \quad (*)$

Để d cắt (P) tại hai điểm phân biệt $\Leftrightarrow$ $(*)$ có hai nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow \Delta > 0 \Leftrightarrow -4m + 5 > 0 \Leftrightarrow m < \dfrac{5}{4}$

Câu 3. Không sử dụng máy tính, giải hệ phương trình: $\begin{cases} -3x + 2y = 1 \\ 2x + y = 4 \end{cases}$.

Lời giải.

$$\begin{cases} -3x + 2y = 1 \\ 2x + y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3x + 2(4 - 2x) = 1 \\ y = 4 - 2x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -7x = -7 \\ y = 4 - 2x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}.$$

Câu 4. Cho phương trình $x^2 - 2x + 2 - m = 0 \quad (1)$, m là tham số.

a) Giải phương trình (1) khi $m = 1$.

b) Tìm các giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn hệ thức

$$2x_1^3 + (m + 2)x_2^2 = 5.$$

Lời giải.

a) Với $m = 1$, ta có phương trình: $x^2 - 2x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

b) $\Delta' = m - 1$.

Phương trình (1) có hai nghiệm x_1, $x_2 \Leftrightarrow \Delta' \geq 0 \Leftrightarrow m \geq 1$.

Vì x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình (1) nên:

$x_1^2 = 2x_1 + m - 2$; $x_2^2 = 2x_2 + m - 2$

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

mà $x_1^3 = x_1.x_1^2 = x_1(2x_1 + m - 2) = 2x_1^2 + x_1(m-2)$

$= 2(2x_1 + m - 2) + x_1(m-2) = (m+2)x_1 + 2m - 4.$

Theo đề bài ta có: $2x_1^3 + (m+2)x_2^2 = 5$

$\Leftrightarrow 2[(m+2)x_1 + 2m - 4] + (m+2)(2x_2 + m - 2) = 5$

$\Leftrightarrow 2(m+2)x_1 + 4m - 8 + 2(m+2)x_2 + m^2 - 4 = 5$

$\Leftrightarrow 2(m+2)(x_1 + x_2) + m^2 + 4m - 17 = 0$

$\Leftrightarrow m^2 + 8m - 9 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 1 \text{ (nhận)} \\ m = -9 \text{ (loại)} \end{array}\right.$.

Câu 5. Một công ty dự định dùng một số xe cùng loại để chở 180 tấn hàng (khối lượng hàng mỗi xe phải chở là như nhau). Sau đó đội xe được bổ sung thêm 6 xe nữa (cùng loại với xe dự định ban đầu). Vì vậy so với dự định ban đầu, mỗi xe phải chở ít hơn một tấn hàng hóa. Hỏi khối lượng hàng mỗi xe dự định phải chở ban đầu là bao nhiêu tấn?

Lời giải.

Gọi x (tấn) là khối lượng hàng dự định chở trên mỗi xe, $(x > 1)$

Khối lượng hàng thực tế trên mỗi xe phải chở là: $x - 1$ (tấn).

Số xe dự định để chở hàng là: $\dfrac{180}{x}$ (xe).

Số xe thực tế để chở hàng là: $\dfrac{180}{x-1}$ (xe).

Vì bổ sung thêm 6 xe nên ta có phương trình: $\dfrac{180}{x-1} - \dfrac{180}{x} = 6.$

Giải phương trình trên ta được: $x = 6$ (nhận); $x = -5$ (loại).

Vậy khối lượng hàng dự định chở trên mỗi xe là 6 tấn.

Câu 6. Cho tam giác ABC vuông tại A có góc B bằng 30° và cạnh $BC = 8$ cm, M là trung điểm của cạnh BC. Tính độ dài các cạnh của tam giác ABC và tính diện tích tam giác MAB.

Lời giải.

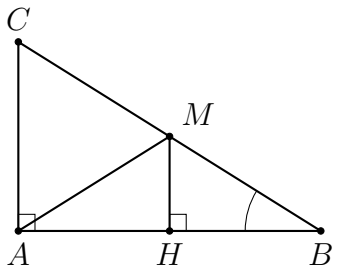
Ta có: $AC = \dfrac{1}{2}BC = 4\text{cm}.$

$AB = BC.\cos B = 4\sqrt{3}\text{cm}.$

Kẻ $MH \perp AB$ tại H.

Ta có: $MH = \dfrac{1}{2}AC \Rightarrow S_{\triangle MAB} = \dfrac{1}{2}S_{\triangle CAB}$

$\Rightarrow S_{\triangle MAB} = \dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{1}{2} \cdot AC.AB = 4\sqrt{4}\text{cm}^2.$



Câu 7. Cho tam giác ABC vuông tại A $(AB < AC)$, đường cao AH. Từ H kẻ đường

thẳng vuông góc với AB tại E và kẻ đường thẳng vuông góc với AC tại F.

a) Chứng minh tứ giác $AEHF$ nội tiếp.

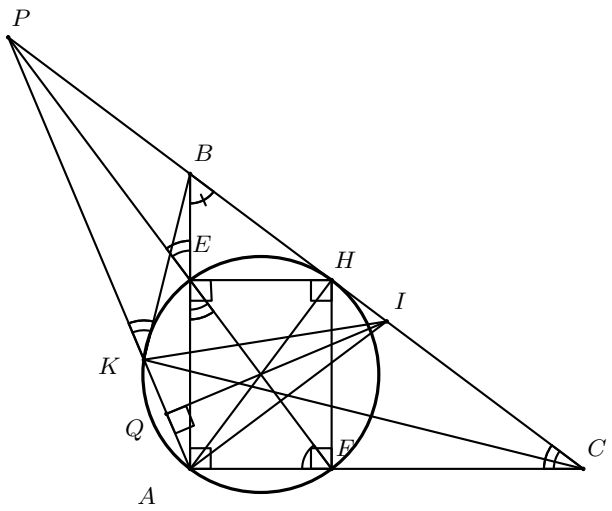
b) Chứng minh tam giác AEF và ACB đồng dạng.

c) Gọi I là trung điểm của đoạn BC, P là giao điểm của đường thẳng BC và EF, K là giao điểm thứ hai của AP với đường tròn ngoại tiếp tứ giác $AEHF$. Cho $BC = 2a$, $\widehat{KCA} = 15^\circ$. Tính diện tích tam giác IKA theo a.

Lời giải.

a) Ta có: $\widehat{AEH} = 90^\circ$, $\widehat{AFH} = 90^\circ$.
$\Rightarrow \widehat{AEH} + \widehat{AFH} = 180^\circ$. Vậy tứ giác $AEFH$ nội tiếp.

b) Ta có: $\widehat{ABH} + \widehat{BAH} = 90^\circ$, $\widehat{BAH} + \widehat{AHE} = 90^\circ$.
Mà $\widehat{EHA} = \widehat{EFA}$ (góc nội tiếp cùng chắn cung $\overset{\frown}{AE}$).
$\Rightarrow \widehat{ABH} = \widehat{AFE}$ hay $\widehat{ABC} = \widehat{AFE}$ (1)
Lại có: $\widehat{BAC} = \widehat{FAE} = 90^\circ$ (2)
Từ (1), (2) $\Rightarrow \triangle AEF$ và $\triangle ACB$ đồng dạng. (đpcm)



c) Ta có: $\widehat{ABC} = \widehat{AFE}$ (cmt); $\widehat{AFE} = \widehat{PKE}$ (vì $AKEF$ nội tiếp)
$\Rightarrow \widehat{ABC} = \widehat{PKE} \Rightarrow$ Tứ giác $BPKE$ nội tiếp.
$\widehat{PKB} = \widehat{PEB}$ (góc nội tiếp cùng chắn cung $\overset{\frown}{PB}$) (3)
$\widehat{PEB} = \widehat{AEF} = \widehat{ACB}$ (4)
Từ (3) và (4) $\Rightarrow \widehat{PKB} = \widehat{ACB} \Rightarrow$ Tứ giác $AKBC$ nội tiếp đường tròn tâm I
$\Rightarrow IK = IA = a \Rightarrow \triangle IAK$ cân tại I.

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

Hạ $IQ \perp AK$ tại $Q \Rightarrow \widehat{QIA} = \widehat{KCA} = 15^\circ$

$IQ = AI.\cos\widehat{AIQ} = \dfrac{a(\sqrt{6}+\sqrt{2})}{4}$;

$AK = 2AQ = 2AI.\sin AIQ = \dfrac{2a(\sqrt{6}-\sqrt{2})}{4}$.

Vậy $S_{\triangle AIK} = \dfrac{1}{2} \cdot IQ.AK = \dfrac{a^2}{4}$ (đvdt).

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 141

ĐỀ THI VÀO 10, SỞ GIÁO DỤC BÌNH THUẬN, 2016

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

Câu 1. Giải phương trình và hệ phương trình sau

a) $x^2+5x+6=0$.

b) $\begin{cases} x+7y=2 \\ 2x-y=4. \end{cases}$

Lời giải.

a) $\Delta=1$. Phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1=-2, x_2=-3$.

b) Ta có hệ phương trình tương đương với $\begin{cases} 3x=6 \\ 2x-y=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=0. \end{cases}$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x;y)=(2;0)$.

Câu 2.

a) Tính giá trị của biểu thức: $A=\left(\sqrt{28}-2\sqrt{7}+\sqrt{7}\right).\sqrt{7}$.

b) Rút gọn biểu thức $B=\dfrac{a\sqrt{b}-b\sqrt{a}}{\sqrt{ab}}:\dfrac{1}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$, với $a>0; b>0$.

Lời giải.

a) Ta có:

$A=\left(\sqrt{28}-2\sqrt{7}+\sqrt{7}\right).\sqrt{7}=\left(2\sqrt{7}-2\sqrt{7}+\sqrt{7}\right).\sqrt{7}=\sqrt{7}.\sqrt{7}=7.$

b) Ta có:

$$B = \frac{a\sqrt{b} - b\sqrt{a}}{\sqrt{ab}} : \frac{1}{\sqrt{a} + \sqrt{b}}$$
$$= \frac{\sqrt{ab}(\sqrt{a} - \sqrt{b})}{\sqrt{ab}} : \frac{1}{\sqrt{a} + \sqrt{b}}$$
$$= (\sqrt{a} - \sqrt{b}).(\sqrt{a} + \sqrt{b})$$
$$= (\sqrt{a})^2 - (\sqrt{b})^2 = a - b.$$

Câu 3.

a) Cho hàm số $y = x^2$. Điền các giá trị y tương ứng vào bảng sau:

x	-2	-1	0	1	2
$y = x^2$					

b) Tìm tham số m để đường thẳng $(d) : y = 2x - m$ cắt parabol $(P) : y = x^2$ tại hai điểm phân biệt.

Lời giải.

a) Ta có bảng giá trị như sau

x	-2	-1	0	1	2
$y = x^2$	4	1	0	1	4

b) Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) là:

$$x^2 = 2x - m \Leftrightarrow \quad x^2 - 2x + m = 0.(1)$$

$\Delta' = 1 - m.$

(P) và d cắt nhau tại hai điểm phân biệt

$\Leftrightarrow$ Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt.

$\Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow 1 - m > 0 \Leftrightarrow m < 1.$

Câu 4. Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp đường tròn tâm O bán kính R. Hai tiếp tuyến tại B và C của đường tròn O cắt nhau tại M.

a) Chứng minh tứ giác $OBMC$ nội tiếp.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

b) Đường thẳng MA cắt đường tròn O tại điểm thứ hai là D.
Chứng minh $\triangle MAB \backsim \triangle MBD$.

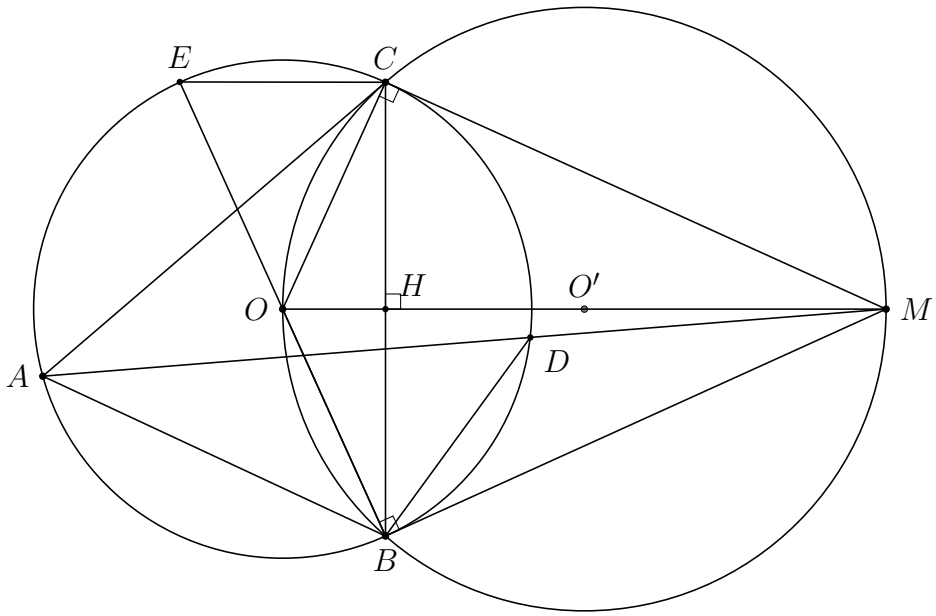
c) Đường thẳng BO cắt đường tròn O tại E. Chứng minh: MO song song với EC.

d) Giả sử $\widehat{BAC} = 60°$. Tính theo R thể tích của hình sinh ra khi quay $\triangle BMC$ một vòng quanh cạnh BC.

Lời giải.

a) Xét tứ giác $OMBC$, ta có $\widehat{OBM} = 90°$ (BM là tiếp tuyến).
$\widehat{OCM} = 90°$ (CM là tiếp tuyến).
$\Rightarrow \widehat{OBM} + \widehat{OCM} = 90° + 90° = 180°$.
$\Rightarrow$Tứ giác $OBMC$ nội tiếp đường tròn đường kính OM.

b) Xét $\triangle MAB$ và $\triangle MBD$.
Ta có: $\widehat{BMA}$ chung.
$\widehat{MAB} = \widehat{MBD} = \frac{1}{2}$sđ$\widehat{BD}$(nhỏ).
$\Rightarrow \triangle MAB \backsim \triangle MBD(g.g)$.



c) Ta có $OB = OC = R$ và $MB = MC$ (tính chất 2 tiếp tuyến cắt nhau).
$\Rightarrow MO$ là đường trung trực của $BC \Rightarrow MO \perp BC$ (1).
Ta có $\widehat{BCE} = 90°$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) $\Rightarrow EC \perp BC$ (2).
Từ (1) và (2) $\Rightarrow MO \parallel EC$.

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

d) Khi $\widehat{BAC} = 60^\circ$ thì $\triangle BMC$ là tam giác đều (vì $MB = MC$ và $\widehat{MBC} = \widehat{BAC} = 60^\circ$).

Gọi H là giao điểm của BC và OM.

Khi quay $\triangle BMC$ quanh cạnh BC thì hình sinh ra là hai hình nón bằng nhau có chung mặt đáy bán kính là HM, đường cao là BH.

Ta có OM là trung trực của $BC \Rightarrow OM \perp BC$ tại trung điểm H.

Lại có:

$\widehat{BAC} = \frac{1}{2}\widehat{BOC}$ (quan hệ giữa góc nội tiếp và góc ở tâm cùng chắn 1 cung).

Mà $\widehat{BOM} = \frac{1}{2}\widehat{BOC}$ (OM là phân giác của $\widehat{BOC}$)

$\Rightarrow \widehat{BOM} = 60^\circ$.

Xét $\triangle OBH$, $BH = OB.\sin\widehat{BOH} = OB.\sin 60^\circ = \dfrac{R\sqrt{3}}{2}$.

Trong $\triangle BMH$ vuông tại H có:

$$MH = \frac{BH}{\tan\widehat{BMH}} = \frac{\frac{R\sqrt{3}}{2}}{\tan 30^\circ} = \frac{3R}{2}.$$

Thể tích hai hình nón là:

$$V = 2.\frac{1}{3}\pi MH^2.BH = 2.\frac{1}{3}.\pi\left(\frac{3R}{2}\right)^2.\frac{R\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{4}R^3.$$

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 142

ĐỀ THI VÀO 10, SỞ GIÁO DỤC CẦN THƠ, 2016

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

Câu 1.

1. Rút gọn biểu thức $A = \dfrac{1}{2-\sqrt{3}} + \sqrt{7-4\sqrt{3}}$.

2. Giải các phương trình và hệ phương trình sau trên tập số thực:

(a) $3x^2 - x - 10 = 0$.

(b) $9x^4 - 16x^2 - 25 = 0$.

(c) $\begin{cases} 2x - 3y = 7 \\ 3x + y = 5. \end{cases}$

Lời giải.

1. Ta có:

- $\dfrac{1}{2-\sqrt{3}} = \dfrac{2+\sqrt{3}}{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})} = \dfrac{2+\sqrt{3}}{1} = 2+\sqrt{3}$.
- $\sqrt{7-4\sqrt{3}} = \sqrt{4-4\sqrt{3}+3} = \sqrt{(2-\sqrt{3})^2} = 2-\sqrt{3}$ (do $2 > \sqrt{3}$).

Vậy $A = \dfrac{1}{2-\sqrt{3}} + \sqrt{7-4\sqrt{3}} = 2+\sqrt{3}+2-\sqrt{3} = 4$.

2.

(a) $3x^2 - x - 10 = 0$.

- $\Delta = (-1)^2 - 4.3.(-10) = 121$.
- Vậy : $\left[\begin{array}{l} x = \dfrac{1-\sqrt{121}}{6} = -\dfrac{5}{3} \\ x = \dfrac{1+\sqrt{121}}{6} = 2. \end{array}\right.$

Vậy phương trình có hai nghiệm: $x = 2, x = -\dfrac{5}{3}$.

(b) $9x^4 - 16x^2 - 25 = 0$.

- Đặt $t = x^2$ $(t \geq 0)$.
- Phương trình đã cho trở thành: $9t^2 - 16t - 25 = 0$.

  Do $a - b + c = 9 + 16 - 25 = 0$ nên $\left[\begin{array}{l} t = -1 \text{ (loại)} \\ t = \dfrac{25}{9} \text{ (nhận)}. \end{array}\right.$
- Với $t = \dfrac{25}{9} \Leftrightarrow x^2 = \dfrac{25}{9} \Leftrightarrow x = -\dfrac{5}{3}$ hoặc $x = \dfrac{5}{3}$.

Vậy phương trình có hai nghiệm: $x = -\dfrac{5}{3}, x = \dfrac{5}{3}$.

(c) Ta có:

$$\begin{cases} 2x - 3y = 7 \\ 3x + y = 5. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 3y = 7 \\ 9x + 3y = 15 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 3y = 7 \\ 9x + 3y = 15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 5 - 3.2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -1. \end{cases}$$

Nghiệm của hệ phương trình là: $(2; -1)$.

Câu 2. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho parabol $(P) : y = -\dfrac{1}{4}x^2$.

1. Vẽ đồ thị của (P).

2. Tìm tọa độ các giao điểm của (P) với đường thẳng $d : y = -\dfrac{2}{3}x + \dfrac{1}{3}$.

Lời giải.

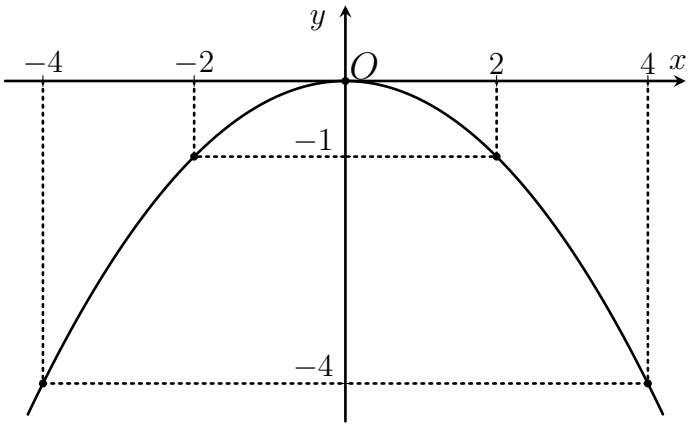
1. $(P) : y = -\dfrac{1}{4}x^2$.

- Bảng giá trị

x	-4	-2	0	2	4
$y = -\dfrac{1}{4}x^2$	-4	-1	0	-1	-4

- Đồ thị

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/



2. Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và d là:

$$-\frac{1}{4}x^2 = -\frac{2}{3}x + \frac{1}{3} \Leftrightarrow \frac{1}{4}x^2 - \frac{2}{3}x + \frac{1}{3} = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 8x + 4 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{2}{3} \\ x = 2. \end{array}\right.$$

- Với $x = \frac{2}{3} \Rightarrow y = -\frac{1}{9}$. Ta được $A\left(\frac{2}{3}; -\frac{1}{9}\right)$.
- Với $x = 2 \Rightarrow y = -1$. Ta được $B\,(2; -1)$.

Vậy tọa độ giao điểm của (P) và d là: $A\left(\frac{2}{3}; -\frac{1}{9}\right)$, $B\,(2; -1)$.

Câu 3. Anh Bình đến siêu thị để mua một cái bàn ủi và một cái quạt điện với tổng số tiền theo giá niêm yết là 850 ngàn đồng. Tuy nhiên, thực tế khi trả tiền, nhờ siêu thị khuyến mãi để tri ân khách hàng nên giá của bàn ủi và quạt điện đã lần lượt giảm bớt 10% và 20% so với giá niêm yết. Do đó, anh Bình đã trả ít hơn 125 ngàn đồng khi mua hai sản phẩm trên. Hỏi giá tiền chênh lệch giữa giá bán niêm yết với giá bán thực tế của từng loại sản phẩm mà anh Bình đã mua là bao nhiêu?

Lời giải.

Gọi số tiền mua 1 cái bàn ủi với giá niêm yết là x (ngàn đồng) $(0 < x < 850)$.

Gọi số tiền mua 1 cái quạt điện với giá niêm yết là y (ngàn đồng) $(0 < y < 850)$.

Tổng số tiền mua 1 cái bàn ủi và 1 cái quạt điện theo giá niêm yết là 850 ngàn đồng nên ta có phương trình:

$$x + y = 850. \tag{1}$$

Số tiền thực tế để mua 1 cái bàn ủi là: $\frac{90}{100}x = \frac{9}{10}x$.

Số tiền thực tế để mua 1 cái quạt điện là: $\frac{80}{100}x = \frac{4}{5}y$.

Theo đề bài ta có phương trình:

$$\frac{9}{10}x + \frac{4}{5}y = 850 - 125 \Leftrightarrow \frac{9}{10}x + \frac{4}{5}y = 725. \tag{2}$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình: $\begin{cases} x+y=850 \\ \dfrac{9}{10}x+\dfrac{4}{5}y=725. \end{cases}$

Giải hệ phương trình trên ta tìm được: $x=450$, $y=400$.

Số tiền thực tế để mua 1 cái bàn ủi là: $\dfrac{9}{10}\cdot 450=405$ (ngàn đồng).

Số tiền thực tế để mua 1 cái quạt điện là: $\dfrac{4}{5}\cdot 400=320$ (ngàn đồng).

Vậy số tiền chênh lệch giữa giá bán niêm yết với giá bán thực tế của 1 cái bàn ủi là:

$$450-405=45 \text{ (ngàn đồng).}$$

Vậy số tiền chênh lệch giữa giá bán niêm yết với giá bán thực tế của 1 cái quạt điện là:

$$400-320=80 \text{ (ngàn đồng).}$$

Câu 4. Cho phương trình $x^2-(m+3)x-2m^2+3m+2=0$ (m là tham số thực). Tìm m để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt sao cho hai nghiệm này lần lượt là giá trị độ dài của hai cạnh liên tiếp của một hình chữ nhật có độ dài đường chéo bằng $\sqrt{10}$.

Lời giải.

Xét phương trình $x^2-(m+3)x-2m^2+3m+2=0.$ (1)

Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 khi và chỉ khi

$$\Delta=(m+3)^2-4(-2m^2+3m+2)>0$$
$$\Leftrightarrow 9m^2-6m+1>0 \Leftrightarrow (3m-1)^2>0 \Leftrightarrow m\neq\frac{1}{3}.$$

Với điều kiện trên, ta có $\begin{cases} x_1+x_2=m+3 \\ x_1x_2=-2m^2+3m+2 \end{cases}$ (Theo định lí Viét).

Để hai nghiệm x_1, x_2 là độ dài hai cạnh liên tiếp của hình chữ nhật có đường chéo bằng $\sqrt{10}$, điều kiện cần là $x_1^2+x_2^2=10 \Leftrightarrow (x_1+x_2)^2-2x_1x_2=10$, hay

$$(m+3)^2-2(-2m^2+3m+2)=10 \Leftrightarrow 5m^2-5=0 \Leftrightarrow m=\pm 1.$$

- Với $m=1$, phương trình (1) có nghiệm $x_1=3$, $x_2=1$.
- Với $m=-1$, phương trình (1) có nghiệm $x_1=3$, $x_2=-1$ (loại vì $x_2<0$ không phải là độ dài của một đoạn thẳng).

Vậy $m=1$.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Câu 5. Cho tam giác ABC có ba góc nhọn, $AB < AC$ và nội tiếp đường tròn $(O;R)$. Gọi H là chân đường cao dựng từ đỉnh A của tam giác ABC và M là trung điểm của cạnh BC. Tiếp tuyến tại A của đường tròn $(O;R)$ cắt đường thẳng BC tại N.

1. Chứng minh tứ giác $ANMO$ nội tiếp.

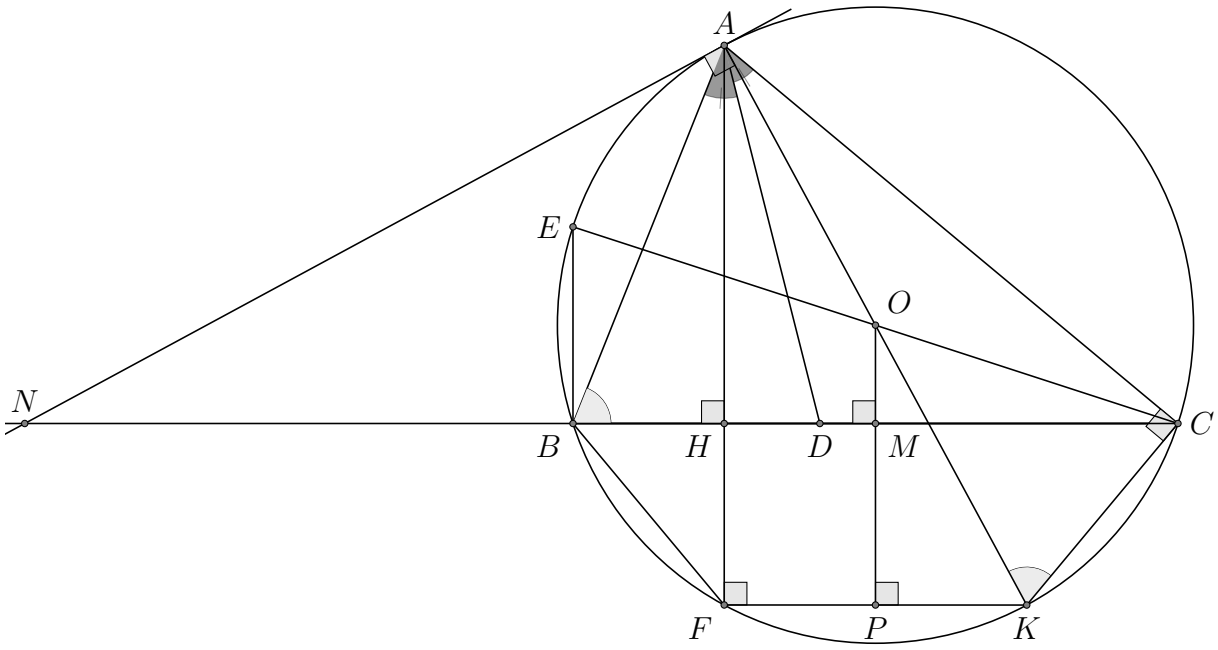
2. Gọi K là giao điểm thứ hai của đường thẳng AO với đường tròn $(O;R)$. Chứng minh $AB.AC = AK.AH$.

3. Dựng đường phân giác AD của tam giác ABC (D thuộc cạnh BC). Chứng minh tam giác NAD cân.

4. Giả sử $\widehat{BAC} = 60°, \widehat{OAH} = 30°$. Gọi F là giao điểm thứ hai của đường thẳng AH với đường tròn $(O;R)$. Tính theo R diện tích tứ giác $BCKF$.

Lời giải.

1. Vì AN là tiếp tuyến của (O) nên $\widehat{OAN} = 90°$. Vì M là trung điểm dây BC của (O) nên $OM \perp BC \Rightarrow \widehat{OMN} = 90°$. Ta có: $\widehat{OAN} + \widehat{OMN} = 180°$. Vậy tứ giác $ANMO$ nội tiếp.



2. Vì AK là đường kính của (O), $C \in (O)$ nên $\widehat{ACK} = 90° \Rightarrow \widehat{ACK} = \widehat{AHB} = 90°$. (1)
Mặt khác, vì $ABKC$ là tứ giác nội tiếp nên $\widehat{AKC} = \widehat{ABH} = \frac{1}{2}\text{sđ}\widehat{AC}$ (cung nhỏ) (2)
Từ (1), (2) suy ra $\triangle AKC \backsim \triangle ABH$ (g.g) $\Rightarrow \dfrac{AK}{AB} = \dfrac{AC}{AH} \Rightarrow AK.AH = AB.AC$.

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

3. Ta có $\widehat{NAB} = \widehat{ACB} = \frac{1}{2}$sđ$\widehat{AB}$ (cung nhỏ) nên

$$\widehat{NAD} = \widehat{NAB} + \widehat{BAD} = \widehat{ACB} + \widehat{BAD}. \quad (3)$$

Theo công thức góc ngoài ta có: $\widehat{NDA} = \widehat{ACB} + \widehat{DAC}$. (4)

Vì AD là đường phân giác của góc $\widehat{BAC}$ nên $\widehat{BAD} = \widehat{DAC}$. (5)

Từ $(3), (4), (5)$ suy ra $\widehat{NAD} = \widehat{DAN}$, do đó $\triangle AND$ cân tại N.

4. Ta có $AF \perp FK$ và $AF \perp BC$ nên $BC \parallel FK \Rightarrow BCKF$ là hình thang.

Gọi P là trung điểm của $FK \Rightarrow OP \perp FK \Rightarrow OP \perp BC \Rightarrow O, M, P$ thẳng hàng.

Gọi E là điểm đối xứng của C qua $O \Rightarrow \triangle EBC$ vuông tại B và $\widehat{BEC} = \widehat{BAC} = 60^\circ$.

Xét $\triangle BEC$ có: $\begin{cases} EB = EC.\cos 60^\circ = 2R \cdot \frac{1}{2} = R \\ BC = EC.\sin 60^\circ = R\sqrt{3} \end{cases}$ và $OM = \frac{EB}{2} = \frac{R}{2}$.

Xét $\triangle AFK$ vuông tại F có: $\begin{cases} FK = AK.\sin 30^\circ = R \\ AF = AK.\cos 30^\circ = R\sqrt{3} \end{cases}$ và $OP = \frac{AF}{2} = \frac{R\sqrt{3}}{2}$.

Suy ra $MP = OP - OM = \frac{R(\sqrt{3}-1)}{2}$.

Vậy diện tích hình thang $BCKF$ là:

$S_{BCKF} = \frac{1}{2} \cdot MP \cdot (BC + KF) = \frac{1}{2} \cdot \frac{R(\sqrt{3}-1)}{2} \cdot (R\sqrt{3} + R) = R^2 \cdot \frac{(\sqrt{3}-1).(\sqrt{3}+1)}{4} = \frac{R^2}{2}$.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 143

ĐỀ THI VÀO 10, SỞ GIÁO DỤC ĐIỆN BIÊN, 2016

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

Câu 1. (2,0 điểm)

1. Giải các phương trình sau đây:

a. $x^2-6x+5=0$.

b. $2x^4-3x^2-2=0$.

Lời giải.

a. Ta có $\Delta'=3^2-1.5=4>0$. Phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1=2, x_2=3$.

b. Đặt $t=x^2$ điều kiện $t\geq 0$, phương trình đã cho trở thành: $2t^2-3t-2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=2 \\ t=-\dfrac{1}{2} \text{ (loại)} \end{array}\right.$.

Với $t=2$ thì $x^2=2 \Leftrightarrow x=\pm\sqrt{2}$.

2. Giải hệ phương trình sau: $\begin{cases} 2x-3y=8 \\ -3x+y=-5 \end{cases}$.

Lời giải.

$$\begin{cases} 2x-3y=8 \\ -3x+y=-5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-3y=8 \\ -9x+3y=-15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-3y=8 \\ -7x=-7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=-2 \end{cases}$$

Câu 2. (1,5 điểm)

Cho biểu thức $A=\left(\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}-\dfrac{2}{x-\sqrt{x}}\right):\left(\dfrac{1}{\sqrt{x}+1}+\dfrac{2}{x-1}\right)$ với $x>0; x\neq 1$.

a) Rút gọn biểu thức A.

b) Tìm giá trị của x để $A=1$.

Lời giải.

a) Rút gọn biểu thức A.

Ta có: $A = \left(\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} - \dfrac{2}{x-\sqrt{x}}\right) : \left(\dfrac{1}{\sqrt{x}+1} + \dfrac{2}{x-1}\right)$

$= \left(\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} - \dfrac{2}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)}\right) : \left(\dfrac{1}{\sqrt{x}+1} + \dfrac{2}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}\right)$

$= \left(\dfrac{x-2}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)}\right) : \left(\dfrac{\sqrt{x}-1+2}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}\right)$

$= \dfrac{x-2}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} : \dfrac{\sqrt{x}+1}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} = \dfrac{x-2}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} : \dfrac{1}{\sqrt{x}-1} = \dfrac{x-2}{\sqrt{x}}.$

b) Tìm giá trị của x để $A = 1$.

Khi $A = 1 \Leftrightarrow \dfrac{x-2}{\sqrt{x}} = 1 \Leftrightarrow x-2 = \sqrt{x} \Leftrightarrow x - \sqrt{x} - 2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sqrt{x} = -1 \text{ (loại)}\\ \sqrt{x} = 2\end{array}\right. \Leftrightarrow x = 4.$

Vậy với $x = 4$ thì $A = 1$.

Câu 3. (1,0 điểm) Giải bài toán bằng cách lập phương trình

Một người đi xe đạp từ địa điểm A đến địa điểm B dài 30 km. Khi đi từ B về A người đó tăng vận tốc thêm 3km/h so với lúc đi nên thời gian về ít hơn thời gian đi là 30 phút. Tính vận tốc của người đi xe đạp lúc đi từ A đến B.

Lời giải.

Gọi vận tốc người đi xe đạp từ A đến B là v km/h.

The đề ta có: $\dfrac{30}{v} - \dfrac{30}{v+3} = \dfrac{1}{2} \Leftrightarrow \dfrac{90}{v(v+3)} = \dfrac{1}{2} \Leftrightarrow v^2 + 3v - 180 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}v = 12\\ v = -15 \text{ (loại)}\end{array}\right.$.

Vậy vận tốc của người đi xe đạp lúc đi từ A đến B là 12 km/h.

Câu 4. Cho phương trình $x^2 - 2(m+1)x + 3m - 1 = 0$. ($m$ là tham số) (1)

a) Chứng minh rằng phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m.

b) Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 là độ dài hai cạnh góc vuông của tam giác vuông có độ dài cạnh huyền bằng $\sqrt{26}$.

Lời giải.

a) Ta có $\Delta' = (m+1)^2 - (3m-1) = m^2 - m + 2 = \left(m - \dfrac{1}{2}\right)^2 + \dfrac{7}{4} > 0, \forall m \in \mathbb{R}$.

Vậy phương trình đã cho luôn luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m.

b) Áp dụng định lý Vi-et ta có: $\begin{cases}x_1 + x_2 = 2(m+1)\\ x_2 = 3m - 1\end{cases}$.

Yêu cầu bài toán: $x_1^2 + x_2^2 = (\sqrt{26})^2 \Leftrightarrow (x_1+x_2)^2 - 2x_1x_2 = 26 \Leftrightarrow 4(m+1)^2 - 2(3m-1) =$

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

26

$$\Leftrightarrow 4m^2+2m-20=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=2 \\ m=-\dfrac{5}{2}. \end{array}\right.$$

Câu 5. Cho đường tròn (O,R) và một đường thẳng d cố định, không cắt đường tròn (O,R), M là một điểm bất kỳ trên đường thẳng d. Từ điểm M kẻ hai tiếp tuyến MA, MB với đường tròn (O,R), trong đó A, B là tiếp điểm.

a) Chứng minh tứ giác $MAOB$ nội tiếp đường tròn.

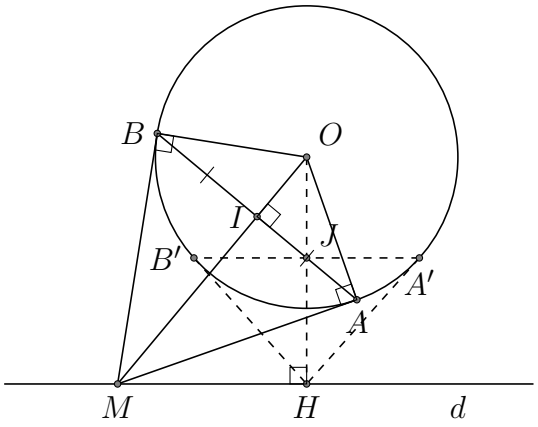
b) Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng AB. Chứng minh rằng tích $OM.OI$ là một số không đổi và không phụ thuộc vào vị trí điểm M.

c) Khi điểm M di chuyển trên đường thẳng d, chứng minh rằng điểm I nằm trên một đường tròn cố định.

Lời giải.

1. Ta có MA, MB là tiếp tuyến của đường tròn nên $\begin{cases} MA \perp OA \\ MB \perp OB \end{cases} \Rightarrow \widehat{MAO}+\widehat{MBO}=180^\circ$.

Do đó, tứ giác $MAOB$ nội tiếp đường tròn.



2. Xét hai tam giác MAO và AIO có $\widehat{I}=\widehat{A}=90^\circ$ và $\widehat{O}$ chung. Suy ra $\triangle MAO \backsim \triangle AIO$.

Do đó: $\dfrac{OM}{OA}=\dfrac{OA}{OI} \Rightarrow OM.OI=OA^2=R^2$ (đpcm).

3. Gọi H là hình chiếu của O lên đường thẳng d. Từ H kẻ hai tiếp tuyến HA' và HB', gọi J là trung điểm của đoạn thẳng $A'B'$, suy ra O, J, H thẳng hàng.

Tương tự trên ta cũng có ngay $OJ.OH=R^2$.

Do đó $OJ.OH=OI.OM$, suy ra $\triangle OIJ \backsim \triangle OHM$. Nên $\widehat{I}=\widehat{H}=90^\circ$. (*)

Mặt khác, O, d cố định suy ra H, A', B', J cố định. Từ (*) suy ra I luôn nhìn đoạn OJ dưới một góc vuông. Suy ra I luôn nằm trên đường tròn đường kính OJ.

Câu 6. (1,0 điểm)

a) Cho x, y thỏa mãn hệ thức: $x^2+2y^2+2018(x+y)+2xy+4032=0$. Hãy tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A=x+y+1$.

b) Cho n là số nguyên dương, sao cho $2n+1, 3n+1$ là số chính phương. Chứng minh rằng n chia hết cho 40.

Lời giải.

a) Ta có

Cách 1:

$(x+y)^2+y^2+2018(x+y)+4032=0 \Leftrightarrow (x+y)^2+2018(x+y)+4032=-y^2\le 0$

$\Leftrightarrow -2016\le x+y\le -2 \Leftrightarrow -2015\le x+y+1\le -1 \Leftrightarrow -2015\le A\le -1$.

Vậy $\min A=-2015$, khi $x=-2016; y=0$.

$\max A=-1$, khi $x=-2; y=0$.

Cách 2:

$(x+y)^2+y^2+2018(x+y)+4032=0 \Leftrightarrow (x+y)^2+2018(x+y)+4032=-y^2$

$\Leftrightarrow (x+y+1009)^2=-y^2+1014049 \Leftrightarrow (x+y+1009)^2\le 1014049 \Leftrightarrow |x+y+1009|\le 1007$

$\Leftrightarrow -1007\le x+y+1009\le 1007 \Leftrightarrow -2015\le x+y+1\le -1 \Leftrightarrow -2015\le A\le -1$.

Vậy $\min A=-2015$, khi $x=-2016; y=0$.

$\max A=-1$, khi $x=-2; y=0$.

b) $n\in\mathbb{N}^*$. Giả sử có $a,b\in\mathbb{N}^*$ để:

$2n+1=a^2$. (1)

$3n+1=b^2$. (2)

Từ (1), suy ra a lẻ, đặt $a=2k+1$, ta được $2n+1=(2k+1)^2 \Leftrightarrow n=2k(k+1)$. Do đó n là số chẵn và chia hết cho 4.

n chẵn, suy ra $3n+1$ lẻ, đặt $b=2p+1$, ta được $3n+1=(2p+1)^2$.

Lấy (1)+(2) ta có $5n+2=4k(k+1)+1+4p(p+1)+1 \Leftrightarrow 5n=4k(k+1)+4p(p+1)$.

Suy ra $5n$ chia hết cho 8, nên n chia hết cho 8. (3)

Cần chứng minh n chia hết cho 5. Chú ý rằng các số chính phương chỉ có chữ số tận cùng là $0,1,4,5,6,9$.

Xét các trường hợp:

TH 1: $n=5q+1$, suy ra $a^2=2(5q+1)+1=10q+3$ có chữ số tận cùng bằng 3, suy ra vô lý.

TH 2: $n=5q+2$, suy ra $b^2=3(5q+2)+1=15q+7$ có chữ số tận cùng bằng 7 (vì n chẵn nên q chẵn), suy ra vô lý.

TH 3: $n=5q+3$, suy ra $a^2=2(5q+3)+1=10q+7$ có chữ số tận cùng bằng 7, suy ra vô lý.

TH 4: $n=5q+4$, suy ra $b^2=3(5q+4)+1=15q+13$ có chữ số tận cùng bằng 3,

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

suy ra vô lý.

suy ra n chia hết cho 5. (4)

Từ (3) và (4), suy ra n chia hết cho 40.

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 144

ĐỀ THI VÀO 10, SỞ GIÁO DỤC ĐỒNG NAI, 2016

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Câu 1.

a) Giải phương trình: $9x^2 - 12x + 4 = 0$.

b) Giải phương trình: $x^4 - 10x^2 + 9 = 0$.

c) Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2x + y = 5 \\ 5x - 2y = 8. \end{cases}$

Lời giải.

a) Giải phương trình: $9x^2 - 12x + 4 = 0$.

Ta có $\Delta' = 6^2 - 4.9 = 0$. Do đó phương trình có nghiệm kép: $x_1 = x_2 = \dfrac{2}{3}$.

b) Giải phương trình: $x^4 - 10x^2 + 9 = 0$.

Đặt $t = x^2 \geq 0$. Ta được phương trình bậc hai ẩn t:

$$t^2 - 10t + 9 = 0 \Leftrightarrow (t-1)(t-9) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 1 \text{ (thỏa mãn)} \\ t = 9 \text{ (thỏa mãn)} \end{array}\right.$$

Với $t = 1$ thì $x^2 = 1 \Leftrightarrow x = \pm 1$.

Với $t = 9$ thì $x^2 = 9 \Leftrightarrow x = \pm 3$.

Vậy tập nghiệm của phương trình là: $\{\pm 1; \pm 3\}$.

c) Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2x + y = 5 \\ 5x - 2y = 8. \end{cases}$

Ta có:

$$\begin{cases} 2x+y=5 \\ 5x-2y=8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x+2y=10 \\ 5x-2y=8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+y=5 \\ 9x=18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=1. \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm $(x;y)=(2;1)$.

Câu 2. Cho hai hàm số $y=\frac{1}{2}x^2$ và $y=x-\frac{1}{2}$.

a) Vẽ đồ thị của các hàm số này trên cùng một mặt phẳng tọa độ.

b) Tìm tọa độ giao điểm của hai đồ thị đó.

Lời giải.

a) Vẽ đồ thị của các hàm số $y=\frac{1}{2}x^2$ và $y=x-\frac{1}{2}$ trên cùng một mặt phẳng tọa độ.

* Hàm số $y=\frac{1}{2}x^2$. Ta có bảng giá trị:

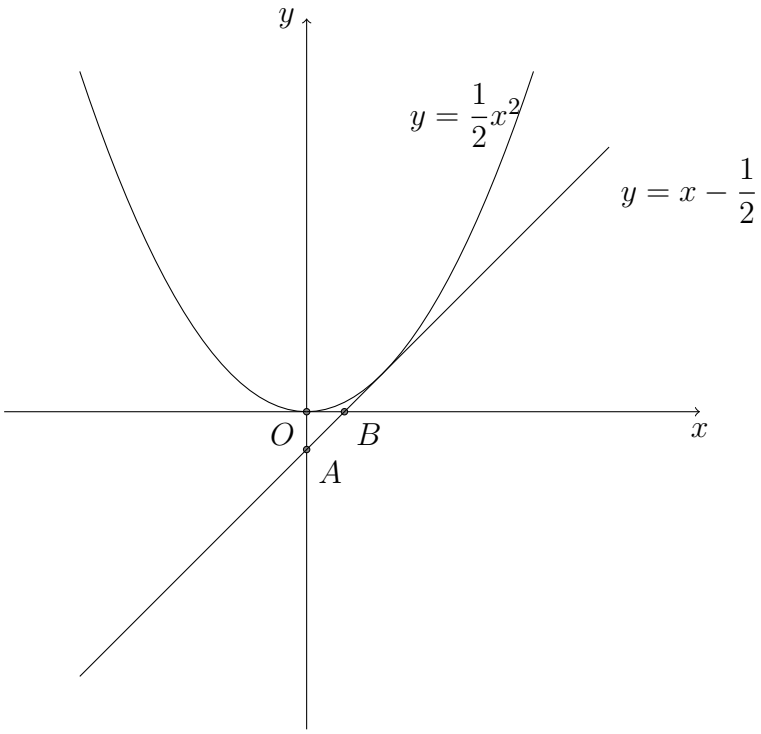
x	-4	-2	0	2	4
y	8	2	0	2	8

Đồ thị của hàm số $y=\frac{1}{2}x^2$ là một parabol có đỉnh là gốc tọa độ, nhận trục tung làm trục đối xứng.

* Hàm số $y=x-\frac{1}{2}$. Đồ thị hàm số $y=x-\frac{1}{2}$ đi qua hai điểm $A\left(0;-\frac{1}{2}\right)$ và $B\left(\frac{1}{2};0\right)$.

* Vẽ đồ thị:

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên



b) Tìm tọa độ giao điểm của hai đồ thị.

Tọa độ giao điểm của hai đồ thị là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} y = \frac{1}{2}x^2 \\ y = x - \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{2}x^2 = x - \frac{1}{2} \\ y = x - \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = \frac{1}{2}. \end{cases}$$

Vậy tọa độ giao điểm cần tìm là $\left(1; \frac{1}{2}\right)$.

Câu 3. Cho phương trình $x^2 - 2mx + 2m - 1 = 0$ với x là ẩn số, m là tham số.

a) Chứng minh rằng phương trình đã cho luôn có nghiệm với mọi m.

b) Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình đã cho. Tính $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1}$ theo m.

Lời giải.

a) Chứng minh rằng phương trình luôn có nghiệm với mọi m.

Ta có $\Delta' = (-m)^2 - (2m - 1) = (m - 1)^2 \geq 0 \ \forall m$.

Do vậy phương trình luôn có nghiệm với mọi m.

b) Tính $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1}$ theo m.

Theo chứng minh trên, phương trình luôn có nghiệm với mọi m. Áp dụng định lý Vi-ét, ta được: $x_1 + x_2 = 2m; x_1x_2 = 2m - 1$. Do vậy,

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

$$\frac{x_1}{x_2}+\frac{x_2}{x_1}=\frac{x_1^2+x_2^2}{x_1x_2}=\frac{(x_1+x_2)^2-2x_1x_2}{x_1x_2}$$

$$=\frac{(2m)^2-2(2m-1)}{2m-1}\ (\text{ĐK: } m\neq\frac{1}{2})$$

$$=\frac{4m^2-4m+2}{2m-1}.$$

Câu 4. Cho biểu thức: $A=\left(5-\dfrac{x\sqrt{y}-y\sqrt{x}}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}\right).\left(5+\dfrac{x\sqrt{y}+y\sqrt{x}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}\right)$ với $x\geq 0, y\geq 0$ và $x\neq y$.

a) Rút gọn biểu thức A.

b) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=1-\sqrt{3}$, $y=1+\sqrt{3}$.

Lời giải.

a) Rút gọn biểu thức A.

$$A=\left(5-\frac{x\sqrt{y}-y\sqrt{x}}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}\right).\left(5+\frac{x\sqrt{y}+y\sqrt{x}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}\right)$$

$$=\left(5-\frac{\sqrt{xy}(\sqrt{x}-\sqrt{y})}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}\right).\left(5+\frac{\sqrt{xy}(\sqrt{x}+\sqrt{y})}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}\right)$$

$$=(5-\sqrt{xy})(5+\sqrt{xy})$$

$$=25-xy.$$

b) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=1-\sqrt{3}$, $y=1+\sqrt{3}$.

Vì $1-\sqrt{3}<0$ mâu thuẫn với điều kiện $x\geq 0$ nên không tồn tại giá trị của A khi $x=1-\sqrt{3}$, $y=1+\sqrt{3}$.

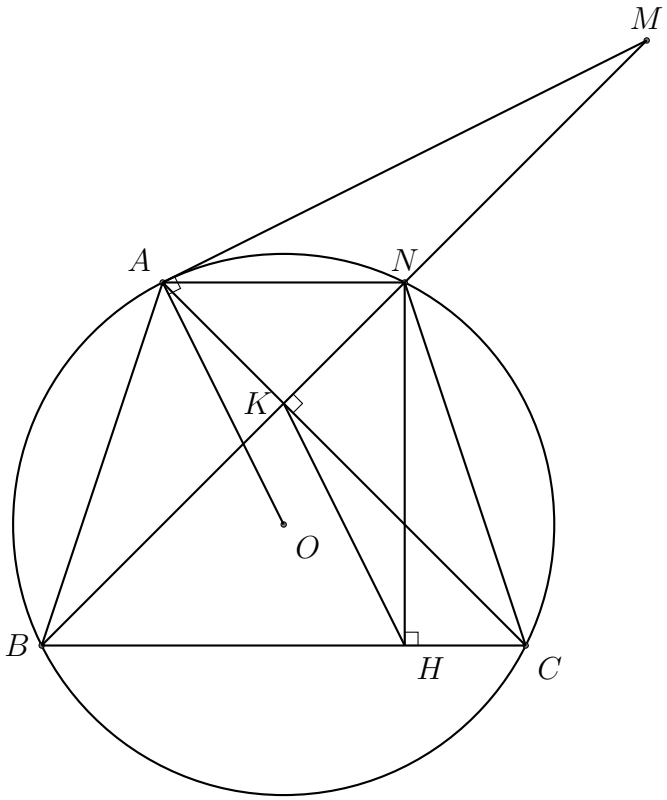
Câu 5. Cho tam giác ABC có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn tâm O. Gọi d là đường thẳng đi qua điểm B và vuông góc với AC tại K. Đường thẳng d cắt tiếp tuyến đi qua A của đường tròn (O) tại điểm M và cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai N (N khác B). Gọi H là hình chiếu vuông góc của N trên BC.

a) Chứng minh tứ giác $CNKH$ nội tiếp được trong một đường tròn.

b) Tính số đo góc $\widehat{KHC}$, biết số đo cung nhỏ BC bằng 120°.

c) Chứng minh rằng $KN.MN = \frac{1}{2}.(AM^2 - AN^2 - MN^2)$.

Lời giải.



a) Chứng minh tứ giác $CNKH$ nội tiếp được trong một đường tròn.

Ta có $NH \perp BC, BK \perp AC$ nên $\widehat{CHN} = \widehat{CKN} = 90^\circ$.

Do đó tứ giác $CKNH$ nội tiếp được trong một đường tròn.

b) Tính số đo góc $\widehat{KHC}$, biết số đo cung nhỏ BC bằng 120°.

Do tứ giác $CNKH$ nội tiếp được trong một đường tròn nên $\widehat{KNC} = \widehat{KHB}$.

Lại có $\widehat{KNC} = \frac{1}{2}$ sđ $\widehat{BC}$ (cung nhỏ) nên $\widehat{KNC} = \frac{1}{2}.120^\circ = 60^\circ$.

$\Rightarrow \widehat{KHC} = 180^\circ - \widehat{KHB} = 120^\circ$.

c) Chứng minh rằng $KN.MN = \frac{1}{2}.(AM^2 - AN^2 - MN^2)$.

Do $BK \perp AC$ nên $\triangle AKM, \triangle AKN$ vuông tại K.

Theo định lí Pytago, ta có $AN^2 = AK^2 + KN^2$ và $AM^2 = AK^2 + KM^2$. Do đó:

$$\begin{aligned} AM^2 &= AN^2 - KN^2 + (KN + NM)^2 \\ &= AN^2 - KN^2 + KN^2 + NM^2 + 2.KN.NM \\ &= AN^2 + 2KN.NM + MN^2 \end{aligned}$$

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

$\Rightarrow KN.MN = \dfrac{1}{2}.(AM^2 - AN^2 - MN^2).$

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 145

ĐỀ THI VÀO 10, SỞ GIÁO DỤC GIA LAI, 2016

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

Câu 1. Cho biểu thức $P = \dfrac{(x+1)(x+\sqrt{x})}{\sqrt{x}} - x - \sqrt{x}$, với $x > 0$.

a) Rút gọn biểu thức P.

b) Tìm giá trị của x để giá trị của biểu thức P bằng 2.

Lời giải.

a) Với $x > 0$, ta có:

$$\begin{aligned} P &= \frac{(x+1)\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)}{\sqrt{x}} - x - \sqrt{x} \\ &= (x+1)\left(\sqrt{x}+1\right) - x - \sqrt{x} \\ &= x\sqrt{x} + x + \sqrt{x} + 1 - x - \sqrt{x} \\ &= x\sqrt{x} + 1. \end{aligned}$$

b) Với $x > 0$, theo câu 1), ta $P = 2$ khi:

$$x\sqrt{x} + 1 = 2 \Leftrightarrow x\sqrt{x} = 1 \Leftrightarrow x^3 = 1 \Leftrightarrow x = 1.$$

Vậy $P = 2$ khi $x = 1$.

Câu 2. Cho hàm số $y = 2x^2$ có đồ thị là Parabol (P) và đường thẳng d có phương trình $y = 5x - 2m^2$, với m là tham số.

a) Tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng d và Parabol (P) khi $m = 1$.

b) Tìm các giá trị của m để đường thẳng d cắt Parabol (P) tại hai điểm phân biệt.

Lời giải.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

a) Khi $m=1$, phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng d và Parabol (P) là

$$2x^2-5x+2=0 \Leftrightarrow x=2 \text{ hoặc } x=\frac{1}{2}.$$

Với $x=2$ suy ra $y=8$ và với $x=\frac{1}{2}$ suy ra $y=\frac{1}{2}$. Vậy đường thẳng d cắt (P) tại hai điểm $A(2;8)$, $B\left(\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)$.

b) Phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng d và Parabol (P) là

$$2x^2-5x+2m^2=0. \quad (*)$$

Để đường thẳng d cắt Parabol (P) tại hai điểm phân biệt thì phương trình $(*)$ có hai nghiệm phân biệt, hay $\Delta=25-16m^2>0$, tức là:

$$m^2<\frac{25}{16} \Leftrightarrow |m|\le\frac{5}{4} \Leftrightarrow -\frac{5}{4}<m<\frac{5}{4}.$$

Vậy $-\frac{5}{4}<m<\frac{5}{4}$.

Câu 3.

a) Giáo viên bộ môn toán lớp $10A$ muốn chia học sinh của lớp thành các nhóm học tập. Nếu mỗi nhóm có 5 học sinh thì thừa 4 học sinh, nếu mỗi nhóm có 6 học sinh thì thiếu 2 học sinh. Hỏi lớp $10A$ có bao nhiêu học sinh (giả thiết rằng số học sinh trong lớp $10A$ không vượt quá 60 em).

b) Giả sử phương trình bậc hai $ax^2+bx+c=0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2+x_2^2=2x_1x_2$. Chứng minh rằng biệt thức Δ của phương trình đã cho không phụ thuộc vào các hệ số a,b,c.

Lời giải.

a) Nếu mỗi nhóm có 5 học sinh thì thừa 4 học sinh, nếu mỗi nhóm có 6 học sinh thì thiếu 2 học sinh, do đó ta có phương trình:

$$5x+4=6y-2 \Leftrightarrow 5x=6y-6 \Leftrightarrow x=\frac{6y-6}{5} \ (x,y\in\mathbb{N}^*).$$

Khi $y=1$ thì $x=0$, loại.

Khi $y=2$, $y=3$, $y=4$, $y=5$ thì x không nguyên nên loại.

Khi $y=6$ thì $x=6$, suy ra số học sinh của lớp là 34 (thỏa mãn).

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

Khi $y=7$, $y=8$, $y=9$, $y=10$ thì x không nguyên nên loại.

Khi $y \geq 11$ thì số học sinh vượt quá 60 nên loại.

Vậy số học sinh của lớp $10A$ là 34.

b) Ta có

$$x_1^2+x_2^2=2x_1x_2 \Leftrightarrow x_1^2+x_2^2-2x_1x_2=0$$
$$\Leftrightarrow (x_1-x_2)^2=0 \Leftrightarrow x_1-x_2=0 \Leftrightarrow x_1=x_2.$$

Suy ra phương trình đã cho có nghiệm kép. Do đó $\Delta=0$.

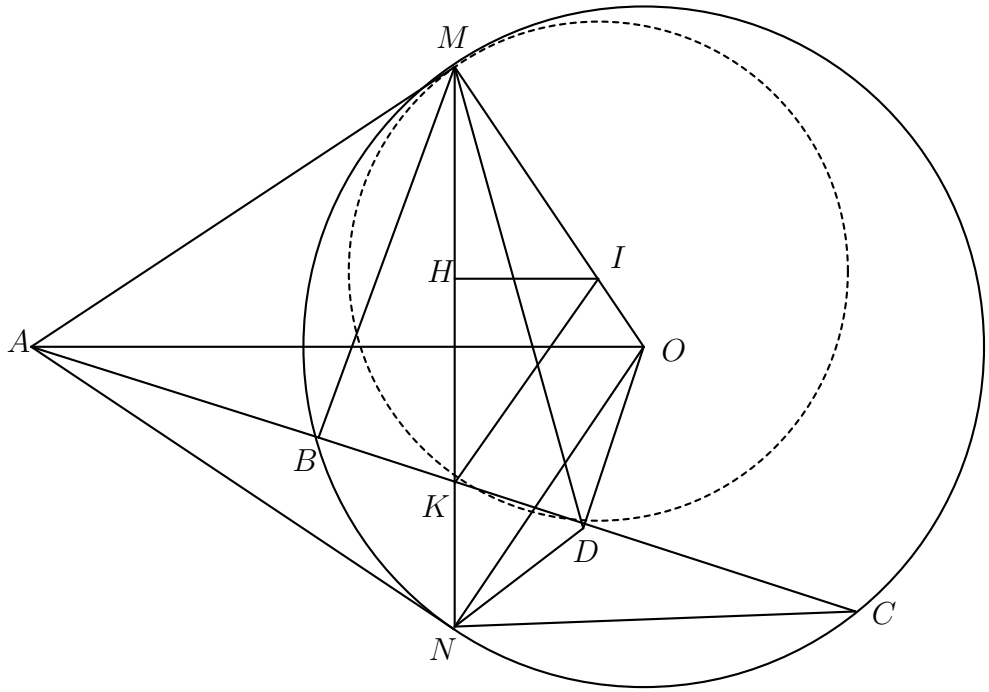
Câu 4. Cho đường tròn (O) và điểm A cố định nằm ngoài đường tròn. Từ A vẽ hai tiếp tuyến AM và AN với đường tròn (M, N là các tiếp điểm); B là điểm thay đổi trên cung nhỏ MN (B khác M và N; tia AB không đi qua O). Gọi C là giao điểm thứ hai của tia AB với (O) (C khác B), D là trung điểm của BC, K là giao điểm của BC và MN.

a) Chứng minh tứ giác $AMDN$ nội tiếp một đường tròn.

b) Chứng minh $KA.KD=KB.KC$.

c) Khi điểm B di động trên cung nhỏ MN. Chứng minh rằng đường tròn ngoại tiếp tam giác MKD luôn tiếp xúc với một đường thẳng cố định.

Lời giải.



Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

a) Ta có D là trung điểm của dây BC không đi qua O nên $\widehat{ADO} = 90^\circ$. Do AM, AN là các tiếp tuyến của (O) nên $\widehat{AMO} = 90^\circ$ và $\widehat{ANO} = 90^\circ$. Suy ra $\widehat{AMO} = \widehat{ANO} = \widehat{ADO} = 90^\circ$. Do đó tứ giác $AMDN$ nội tiếp đường tròn đường kính AO.

b) Xét $\triangle KBM$ và $\triangle KNC$ có: $\widehat{BMK} = \widehat{KCN}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung $\overset{\frown}{BN}$ của (O)), $\widehat{BKM} = \widehat{NKC}$ (đối đỉnh) Do đó $\triangle KBM \backsim \triangle KNC$ (g.g). Suy ra

$$\frac{KM}{KC} = \frac{KB}{KN} \Rightarrow KB.KC = KM.KN. \quad (1)$$

Xét $\triangle KND$ và $\triangle KAM$ có: $\widehat{KND} = \widehat{KAM}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung $\overset{\frown}{MD}$ của đường tròn đường kính AO), $\widehat{AKM} = \widehat{NKD}$ (đối đỉnh). Do đó $\triangle KND \backsim \triangle KAM$ (g.g). Suy ra $\frac{KN}{KA} = \frac{KD}{KM} \Rightarrow KA.KD = KM.KN.$ (2)
Từ (1) và (2) suy ra $KA.KD = KB.KC$.

c) Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác MDK, vẽ $IH \perp MK$ $(H \in MK)$. Tam giác IMK cân tại I (vì $IM = IK$) suy ra IH là phân giác của góc $\widehat{MIK}$. Suy ra $\widehat{MIH} = \frac{1}{2}\widehat{MIK}$. Mà $\widehat{MDK} = \frac{1}{2}\widehat{MIK}$ (góc nội tiếp và góc ở tâm cùng chắn cung $\overset{\frown}{MK}$ của đường tròn ngoại tiếp tam giác MDK) nên $\widehat{MIH} = \widehat{MDK}$. Tam giác MHI vuông tại H nên: $\widehat{MIH} + \widehat{HMI} = 90^\circ$. Suy ra $\widehat{MDK} + \widehat{HMI} = 90^\circ$ hay $\widehat{MDK} + \widehat{KMI} = 90^\circ$. (3)
Mặt khác: $\widehat{MDA} = \widehat{ANM}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung $\overset{\frown}{MA}$ của đường tròn đường kính AO), $\widehat{AMN} = \widehat{ANM}$ (do AM, AN là hai tiếp tuyến của (O)). Suy ra $\widehat{MDA} = \widehat{AMN}$ hay $\widehat{MDK} = \widehat{AMK}$. (4)
Từ (3) và (4) suy ra $\widehat{AMI} = \widehat{AMK} + \widehat{KMI} = 90^\circ$. Suy ra AM là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác MDK. Do A và (O) cố định nên đường thẳng AM cố định. Vậy ta có điều phải chứng minh.

Câu 5. Giải hệ phương trình $\begin{cases} x(x+4) + \sqrt{x+2} + 3 = 4y(y-1) + \sqrt{2y-1} \\ y^2 = x + 6. \end{cases}$

Lời giải.

Điều kiện $x \geq -2$, $y \geq \frac{1}{2}$. Ta có:

$$\begin{aligned} & x(x+4) + \sqrt{x+2} + 3 = 4y(y-1) + \sqrt{2y-1} \\ \Leftrightarrow & (x+2)^2 + \sqrt{x+2} = (2y-1)^2 + \sqrt{2y-1} \\ \Leftrightarrow & (x+2)^2 - (2y-1)^2 + \sqrt{x+2} - \sqrt{2y-1} = 0 \end{aligned}$$

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

$$\Leftrightarrow (x-2y+3)\left((x+2)+(2y-1)+\frac{1}{\sqrt{x+2}+\sqrt{2y-1}}\right)=0.$$

Vì $x+2\geq 0$, $2y-1\geq 0$ nên

$$(x+2)+(2y-1)+\frac{1}{\sqrt{x+2}+\sqrt{2y-1}}>0.$$

Suy ra $x=2y-3$. Do đó $\begin{cases} x=2y-3 \\ y^2=x+6 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y=-1; x=-5 \\ y=3; x=3. \end{array}\right.$

Vậy nghiệm $(x;y)$ của hệ phương trình là $(-1;-5)$, $(3;3)$.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 146

ĐỀ THI VÀO 10, SỞ GIÁO DỤC HẢI DƯƠNG, 2016

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

Câu 1. Giải phương trình và hệ phương trình sau.

a) $(x+3)^2=16$.

b) $\begin{cases}2x+y-3=0\\ \dfrac{x}{4}=\dfrac{y}{3}-1\end{cases}$

Lời giải.

a) $(x+3)^2=16 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x+3=4\\ x+3=-4\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=1\\ x=-7\end{array}\right.$.

b) $\begin{cases}2x+y-3=0\\ \dfrac{x}{4}=\dfrac{y}{3}-1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}2x+y-3=0\\ 3x-4y=-12\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=0\\ y=3\end{cases}$.

Câu 2.

a) Rút gọn biểu thức $A=\left(\dfrac{2\sqrt{x}+x}{x\sqrt{x}-1}-\dfrac{1}{\sqrt{x}-1}\right):\left(1-\dfrac{\sqrt{x}+2}{x+\sqrt{x}+1}\right)$ với $x\geq 0$, $x\neq 1$.

b) Tìm m để phương trình $x^2-5x+m-3=0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2-2x_1x_2+3x_2=1$.

Lời giải.

a)

$$\begin{aligned}A&=\left(\frac{2\sqrt{x}+x}{x\sqrt{x}-1}-\frac{1}{\sqrt{x}-1}\right):\left(1-\frac{\sqrt{x}+2}{x+\sqrt{x}+1}\right)\\ &=\frac{2\sqrt{x}+x-(\sqrt{x}+x+1)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+x+1)}\cdot\frac{\sqrt{x}+x+1}{x+\sqrt{x}+1-\sqrt{x}-2}\\ &=\frac{1}{x-1}\end{aligned}$$

b) Phương trình $x^2-5x+m-3=0$ có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $\Delta=37-4m>0\Leftrightarrow m<\dfrac{37}{4}$. Áp dụng định lí Vi-ét ta có $\begin{cases}x_1+x_2=5\\x_1x_2=m-3.\end{cases}$. Thay $x_1=5-x_2$ vào giả thiết ta được $3x_2^2-17x_2+24=0\Leftrightarrow x_2=3$ hoặc $x_2=\frac{8}{3}$.

+ Với $x_2=3, x_1=2$ ta có $m=9$;

+ Với $x_2=\frac{8}{3}, x_1=\frac{7}{3}$ ta có $m=\frac{83}{9}$

Câu 3.

a) Tìm a và b biết đồ thị hàm số $y=ax+b$ đi qua điểm $A(-1;5)$ và song song với đường thẳng $y=3x+1$.

b) Một đội xe phải chuyên chở 36 tấn hàng. Trước khi làm việc, đội xe đó được bổ sung thêm 3 xe nữa nên mỗi xe chở ít hơn 1 tấn so với dự định. Hỏi đội xe lúc đầu có bao nhiêu xe? Biết rằng số hàng chở trên tất cả các xe có khối lượng bằng nhau.

Lời giải.

a) Từ giả thiết ta có $a=3$, $b=8$. Vậy hàm số cần tìm là $y=3x+8$.

b) Gọi x là số xe ban đầu ($x>0$). Theo bài ra ta có phương trình $\dfrac{36}{x}-\dfrac{36}{x+3}=1\Leftrightarrow x=9$. Vậy ban đầu có 9 xe.

Câu 4. Cho nửa đường tròn (O) đường kính AB. Gọi C là điểm cố định thuộc đoạn thẳng OB (C khác O và B). Dựng đường thẳng d vuông góc với AB tại điểm C, cắt nửa đường tròn (O) tại điểm M. Trên cung nhỏ MB lấy điểm N bất kỳ (N khác M và B), tia AN cắt đường thẳng d tại điểm F, tia BN cắt đường thẳng d tại điểm E. Đường thẳng AE cắt nửa đường tròn (O) tại điểm D (D khác A).

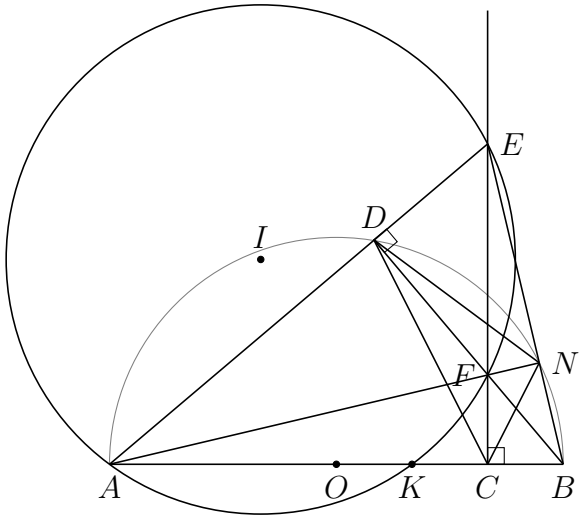
a) Chứng minh: $AD\cdot AE=AC\cdot AB$.

b) Chứng minh ba điểm B, F, D thẳng hàng và F là tâm đường tròn nội tiếp tam giác CDN.

c) Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác AEF. Chứng minh rằng điểm I luôn nằm trên một đường thẳng cố định khi điểm N di chuyển trên cung nhỏ MB.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Lời giải.



a) Theo giả thiết, $\angle BDE = \angle ECB = 90^\circ$ nên tứ giác $BCDE$ nội tiếp đường tròn đường kính BE. Do đó, $AD \cdot AE = AC \cdot AB$.

b) Xét tam giác ABE. Ta có: EC và AN là hai đường cao và cắt nhau tại F nên F là trực tâm của tam giác ABE. Mặt khác, $BD \perp AE$ nên BD đi qua F hay B, F, D thẳng hàng.

Xét tam giác CDN. Ta có: $\angle CDF = \angle CAF = \angle BAN = \angle BDN$ (tứ giác $ADFC$ và $ADNB$ nội tiếp). Suy ra DF là phân giác của góc CDN. Tương tự, ta cũng có NF là phân giác góc CND hay F chính là tâm đường tròn nội tiếp tam giác CDN.

c) Gọi K là giao điểm của (I) và AB. Ta có tứ giác $AKFE$ nội tiếp nên $CK \cdot CA = CF \cdot CE$. Ngoài ra, tam giác AFC đồng dạng với tam giác EBC nên $CF \cdot CE = BC \cdot AC$. Từ đó suy ra $BC = CK$ hay C là trung điểm củaBK do đó K cố định. Hơn nữa, $IA = IK$ nên I nằm trên đường trung trực của AK (cố định).

Câu 5. Cho a, b, c là ba số thực dương thỏa mãn $abc = 1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$P = \frac{ab}{a^5 + b^5 + ab} + \frac{bc}{b^5 + c^5 + bc} + \frac{ca}{c^5 + a^5 + ca}.$$

Lời giải.

Áp dụng AM-GM ta có: $a^5 + a^5 + a^5 + b^5 + b^5 \geq 5a^3b^2$.

Do đó, $5(a^5 + b^5) \geq 5(a^3b^2 + a^2b^3) \Rightarrow a^5 + b^5 \geq a^2b^2(a + b)$.

Từ đó ta có: $\dfrac{ab}{a^5 + b^5 + ab} \leq \dfrac{1}{ab(a + b) + 1} = \dfrac{c}{a + b + c}$. Vì vậy,

$$P \leq 1.$$

Dấu "="xảy ra khi và chỉ khi $a = b = c = 1$.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 147

ĐỀ THI VÀO 10, SỞ GIÁO DỤC HẢI PHÒNG, 2016

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

I. Phần 1. Trắc nghiệm

Hãy chọn chỉ một chữ cái đứng trước câu trả lời đúng.

Câu 1. Biểu thức $\sqrt{\dfrac{x}{2016}}$ xác định khi và chỉ khi

(A) $x \geq 0$. (B) $x < 0$. (C) $x > 0$. (D) $x = 0$.

Câu 2. Đồ thị hàm số $y = 2x - 5$ **không** đi qua điểm nào dưới đây?

(A) $(1; -3)$. (B) $(-1; -3)$. (C) $(2; -1))$. (D) $(-2; -9)$.

Câu 3. Hệ phương trình $\begin{cases} x + 2y = 1 \\ 2x - ay = 3 \end{cases}$ vô nghiệm khi a bằng bao nhiêu?

(A) $a = 4$. (B) $a = -6$. (C) $a = 6$. (D) $a = -4$.

Câu 4. Giả sử x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $2x^2 + 3x - 10 = 0$. khi đó x_1x_2 bằng

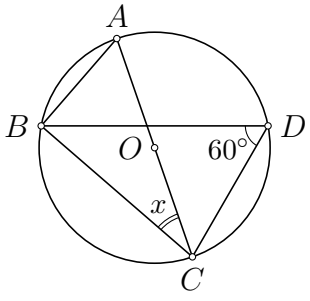
(A) $\dfrac{3}{2}$. (B) $-\dfrac{3}{2}$. (C) -5. (D) 5.

Câu 5.

Trong hình vẽ bên: Biết AC là đường kính của đường tròn tâm O, $\overset{\frown}{BDC} = 60^\circ$ và $\overset{\frown}{ACB} = x$. Khi đó x bằng

(A) 40°. (B) 45°.

(C) 35°. (D) 30°.



Câu 6. Hai tiếp tuyến tại A và B của đường tròn $(O; R)$ cắt nhau tại M. Nếu $MA = R\sqrt{3}$ thì số đo góc ở tâm $\overset{\frown}{AOB}$ bằng

(A) 120°. (B) 90°. (C) 60°. (D) 45°.

Câu 7. Cho hai đường tròn $(O; R)$ và $(O'; r)$ có bán kính lần lượt là $R = 5\,\text{cm}$, $r = 3\,\text{cm}$ và khoảng cách giữa hai tâm là $7\,\text{cm}$. Khi đó

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

A (O) và (O') tiếp xúc ngoài. B (O) và (O') tiếp xúc trong.

C (O) và (O') không giao nhau. D (O) và (O') cắt nhau.

Câu 8. Cho hình trụ có bán kính đáy bằng $4\,\text{cm}$, chiều cao bằng $5\,\text{cm}$. Thể tích hình trụ đó bằng

A $100\pi\,\text{cm}^3$. B $80\pi\,\text{cm}^3$. C $60\pi\,\text{cm}^3$. D $80\,\text{cm}^3$.

II. Phần 2. Tự luận

Câu 1.

1. Rút gọn các biểu thức sau:

a) $A=\left(2\sqrt{3}-5\sqrt{27}+4\sqrt{12}\right):\sqrt{3}$; b) $B=\dfrac{2}{\sqrt{7}-\sqrt{6}}-\sqrt{28}+\sqrt{54}$.

2. Giải hệ phương trình $\begin{cases}2x-y=3\\3x+2y=8\end{cases}$.

3. Xác định hệ số a và b của đường thẳng $(d):y=ax+b$, biết đường thẳng (d) song song với đường thẳng $(d'):y=x+2017$ và đi qua điểm $A(-1;2015)$.

Lời giải.

1.

a) $A=\left(2\sqrt{3}-5\sqrt{27}+4\sqrt{12}:\sqrt{3}\right)=\left(2\sqrt{3}-15\sqrt{3}+8\sqrt{3}\right):\sqrt{3}=-5$.

b) $B=\dfrac{2}{\sqrt{7}-\sqrt{6}}-\sqrt{28}+\sqrt{54}=\dfrac{2\left(\sqrt{7}+\sqrt{6}\right)}{\left(\sqrt{7}-\sqrt{6}\right)\left(\sqrt{7}+\sqrt{6}\right)}-2\sqrt{7}+3\sqrt{6}=5\sqrt{6}$.

2. *Cách 1: Phương pháp thế*

$$\begin{cases}2x-y=3\\3x+2y=8\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=2x-3\\3x+2(2x-3)=8\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=2\\y=1\end{cases}.$$

Cách 2: Phương pháp cộng đại số

$$\begin{cases}2x-y=3\\3x+2y=8\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}4x-2y=6\\3x+2y=8\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=2\\y=1\end{cases}.$$

Câu 2.

1. Cho phương trình $x^2-mx-4=0$ (1) (với m là tham số).

a) Giải phương trình (1) khi $m=3$.

b) Tìm các giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 thoả mãn

$$x_1(x_2^2+1)+x_2(x_1^2+1)>6.$$

2. Cho tam giác vuông có cạnh huyền bằng 20 cm. Hai cạnh góc vuông có độ dài hơn kém nhau 4 cm. Tính độ dài mỗi cạnh góc vuông của tam giác vuông đó.

Lời giải.

1.

a) Khi $m=3$ phương trình trở thành $x^2-3x-4=0$.
Phương trình có $\Delta=(-3)^2-4\cdot1\cdot(-4)=25$.
Vậy phương trình có hai nghiệm là $x_1=-1$ và $x_2=4$.

b) Phương trình đã cho có $\Delta=m^2+16>0$. Do đó phương trình luôn có hai nghiệm x_1 và x_2. Theo định lí Viete, ta có $\begin{cases}x_1+x_2=m\\x_1x_2=-4\end{cases}$. Suy ra

$$\begin{aligned}&x_1(x_2^2+1)+x_2(x_1^2+1)>6\\\Leftrightarrow&(x_1x_2+1)(x_1+x_2)>6\\\Leftrightarrow&-3m>6\\\Leftrightarrow&m<-2.\end{aligned}$$

Vậy $m<-2$.

2. Giả sử độ dài hai cạnh góc vuông của tam giác vuông đó là x, y $(x>y)$. Theo đề bài ta có

$$\begin{cases}x^2+y^2=400\\x-y=4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}(y+4)^2+y^2=400\\x=y+4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=16\\y=12\end{cases}.$$

Vậy độ dài hai cạnh góc vuông cần tìm là 16 cm và 12 cm.

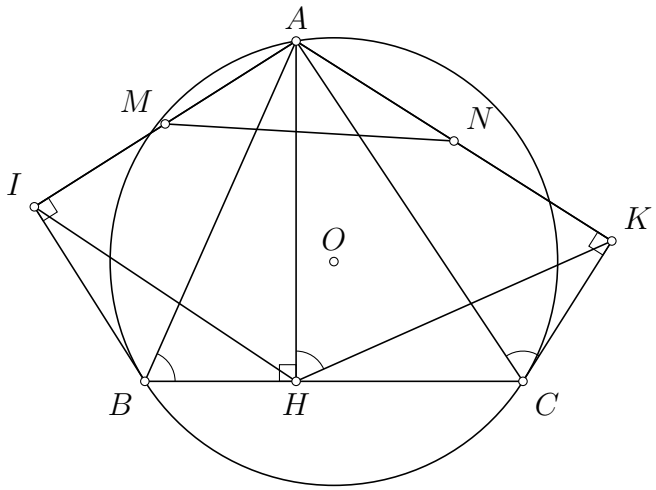
Câu 3. Cho tam giác ABC có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn (O), kẻ AH vuông góc với BC tại H. Gọi I, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên các tiếp tuyến tại B và C của đường tròn (O).

a) Chứng minh tứ giác $AHCK$ nội tiếp đường tròn;

b) Chứng minh $\widehat{AHK} = \widehat{ABC}$ và $AH^2 = AI \cdot AK$;

c) Gọi M, N theo thứ tự là trung điểm của AI và AK. Chứng minh rằng nếu $AH = AM + AN$ thì ba điểm A, O, H thẳng hàng.

Lời giải.



a) Vì $\widehat{AHC} = \widehat{AKC} = 90^\circ$ nên tứ giác $AHCK$ nội tiếp đường tròn đường kính AC.

b) Do tứ giác $AHCK$ nội tiếp nên $\widehat{AHK} = \widehat{ACK}$. Do tính chất góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung nên $\widehat{ACK} = \widehat{ABC}$. Vậy $\widehat{AHK} = \widehat{ABC}$.
Ta có $\widehat{AKH} = \widehat{ACB}$. Tương tự ý a), ta có tứ giác $AHBI$ nội tiếp đường tròn đường kính AB nên $\widehat{AIH} = \widehat{ABC}$. Tương tự chứng minh trên ta cũng có $\widehat{AHI} = \widehat{ACB}$. Từ đó suy ra $\triangle AIH \backsim \triangle AHK$ (g.g). Do đó $\dfrac{AI}{AH} = \dfrac{AH}{AK}$ hay $AH^2 = AI \cdot AK$.

c) Ta có $AH = AM + AN = \dfrac{AI + AK}{2}$. Kết hợp với ý b) ta có $\dfrac{(AI + AK)^2}{4} = AI \cdot AK$ hay $AI = AK$. Suy ra $AH = AI = AK$. Mặt khác theo ý b) ta có $\widehat{IAH} = \widehat{KAH}$ nên $\triangle AIH = \triangle AKH$ (c.g.c). Suy ra $\widehat{ABC} = \widehat{AHK} = \widehat{AHI} = \widehat{ACB}$ hay tam giác ABC cân tại A. Do đó A, O, H thẳng hàng.

Câu 4.

a) Cho $a > 0$, $b > 0$, $c > 0$. Chứng minh rằng $(a + b + c)\left(\dfrac{1}{a} + \dfrac{1}{b} + \dfrac{1}{c}\right) \geq 9$;

b) Cho ba số thực dương a, b, c thoả mãn $a + b + c = 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \frac{9}{2(ab + bc + ca)} + \frac{2}{a^2 + b^2 + c^2}.$$

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Lời giải.

a) Áp dụng bất đẳng thức Cauchy cho ba số dương ta có

$$a+b+c \geq 3\sqrt[3]{abc},$$
$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c} \geq 3\sqrt[3]{\frac{1}{abc}}.$$

Nhân hai bất đẳng thức trên vế với vế, ta được điều phải chứng minh.

b) Đặt $x=ab+bc+ca$ và $y=a^2+b^2+c^2$. Ta có $\begin{cases} 2x+y=1 \\ 0<x\leq y \end{cases}$. Suy ra

$$\begin{aligned} P&=\frac{9}{2x}+\frac{2}{y}=\frac{13}{3x}+\frac{1}{6x}+\frac{2}{y}\\ &\geq \frac{13}{3x}+\frac{1}{6y}+\frac{2}{y}=\frac{13}{3x}+\frac{13}{6y}\\ &=\frac{13}{6}\left(\frac{2}{x}+\frac{1}{y}\right)=\frac{13}{6}(x+x+y)\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\right)\\ &\geq \frac{13}{6}\cdot 9=\frac{39}{2}. \end{aligned}$$

Đẳng thức xảy ra khi $a=b=c=\dfrac{1}{3}$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của P là $\dfrac{39}{2}$.

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 148

ĐỀ THI VÀO 10, SỞ GIÁO DỤC HÀ NAM, 2016

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Câu 1.

a) Rút gọn biểu thức: $A=\sqrt{32}-\sqrt{72}+2\sqrt{3-2\sqrt{2}}$.

b) Cho biểu thức $B=\left(\dfrac{1}{\sqrt{x}-2}-\dfrac{1}{\sqrt{x}+2}\right):\dfrac{\sqrt{x}}{x-4}$ với $0<x\neq 4$; Rút gọn biểu thức B và tìm x để $B=12$.

Lời giải.

a) $A=\sqrt{32}-\sqrt{72}+2\sqrt{3-2\sqrt{2}}=4\sqrt{2}-6\sqrt{2}+2(\sqrt{2}-1)=-2$.

b) Với $0<x\neq 4$ ta có:
$B=\left(\dfrac{1}{\sqrt{x}-2}-\dfrac{1}{\sqrt{x}+2}\right):\dfrac{\sqrt{x}}{x-4}=\dfrac{\sqrt{x}+2-(\sqrt{x}-2)}{x-4}.\dfrac{x-4}{\sqrt{x}}=\dfrac{4}{\sqrt{x}}$.
$B=12\Leftrightarrow\dfrac{4}{\sqrt{x}}=12\Leftrightarrow\sqrt{x}=\dfrac{1}{3}\Leftrightarrow x=\dfrac{1}{9}$. (thỏa mãn điều kiện $0<x\neq 4$).

Câu 2.

a) Giải phương trình: $x^2-3x+2=0$.

b) Giải hệ phương trình $\begin{cases}x-y=1\\2x+3y=17\end{cases}$.

Lời giải.

a) Ta có $a+b+c=1-3+2=0$ nên phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt $x_1=1, x_2=\dfrac{c}{a}=2$.

b) Ta có $\begin{cases}x-y=1\\2x+3y=17\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=y+1\\2(y+1)+3y=17\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=y+1\\5y=15\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=4\\y=3\end{cases}$.

Vậy nghiệm của hệ phương trình đã cho là $\begin{cases}x=4\\y=3\end{cases}$.

Câu 3. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho parabol (P) có phương trình $y = 2x^2$.

a) Tìm tọa độ các giao điểm của đường thẳng $(d) : y = 3x + 2$ và parabol (P).

b) Chứng minh rằng đường thẳng $(d_m) : y = mx + 1$ luôn cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2. Tìm m để $4(x_1^2 + x_2^2) + (2x_1 + 1)(2x_2 + 1) = 9$.

Lời giải.

a) Xét phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P):

$$2x^2 = 3x + 2 \Leftrightarrow 2x^2 - 3x - 2 = 0$$

Ta có $\Delta = 25 \Rightarrow$ phương trình có hai nghiệm $\begin{cases} x = 2 \\ x = -\dfrac{1}{2} \end{cases}$.

Với $x = 2 \Rightarrow y = 8$; với $x = -\dfrac{1}{2} \Rightarrow y = \dfrac{1}{2}$.

Từ đó suy ra d cắt (P) tại hai điểm phân biệt $A(2; 8), B\left(-\dfrac{1}{2}; \dfrac{1}{2}\right)$.

b) Xét phương trình hoành độ giao điểm của (d_m) và (P):

$$2x^2 = mx + 1 \Leftrightarrow 2x^2 - mx - 1 = 0$$

Ta có $\Delta = m^2 + 8 > 0 \ \forall m$ nên phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 phân biệt với mọi m. Do đó (d_m) luôn cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt với mọi m.

Theo định lý Vi-ét ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = \dfrac{m}{2} \\ x_1.x_2 = -\dfrac{1}{2} \end{cases}$.

Ta có

$$\begin{aligned} 4(x_1^2 + x_2^2) + (2x_1 + 1)(2x_2 + 1) = 9 &\Leftrightarrow 4\left[(x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2\right] + 4x_1x_+2(x_1 + x_2) - 8 = 0 \\ &\Leftrightarrow 4(x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2 + 2(x_1 + x_2) - 8 = 0 \\ &\Leftrightarrow 4\left(\frac{m}{2}\right)^2 - 4\left(-\frac{1}{2}\right) + 2.\frac{m}{2} - 8 = 0 \\ &\Leftrightarrow m^2 + m - 6 = 0 \\ &\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = -3 \\ m = 2 \end{array}\right. \end{aligned}$$

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

Vậy $(d_m) : y = mx + 1$ luôn cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 và các hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn điều kiện $4(x_1^2 + x_2^2) + (2x_1 + 1)(2x_2 + 1) = 9 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = -3 \\ m = 2 \end{array}\right.$.

Câu 4. Cho đường tròn tâm O đường kính AB cố định, điểm D cố định thuộc đoạn AO (D không trùng với A, O). Kẻ dây MN vuông góc với AB tại D. Gọi C là điểm tùy ý thuộc cung lớn MN sao cho C không trùng với M, N và B. Gọi E là giao điểm của AC với MN.

a) Chứng minh tứ giác $DECB$ nội tiếp.

b) Chứng minh CA là tia phân giác của $\widehat{MCN}$.

c) Chứng minh $AB^2 = AE.AC + BD.AB$.

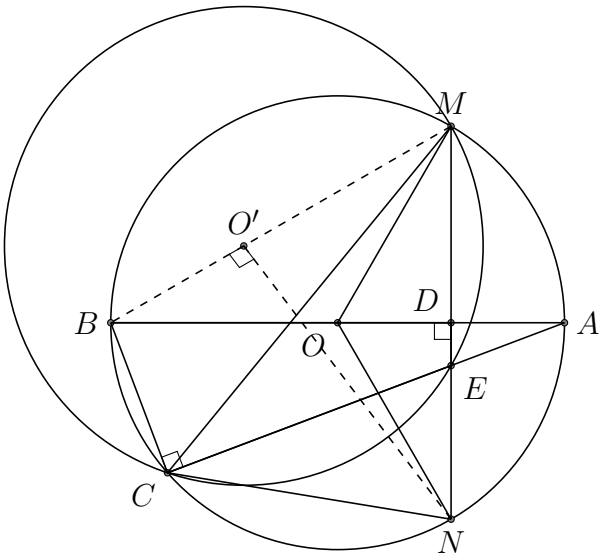
d) Hãy xác định vị trí của điểm C sao cho khoảng cách từ N đến tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác CME là nhỏ nhất.

Lời giải.

a) Nối CB, ta có $\widehat{ACB} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn tâm O).
Mặt khác theo giả thiết ta có $\widehat{EDB} = 90^\circ$.
Từ đó suy ra $\widehat{ACB} + \widehat{EDB} = 180^\circ$, do đó tứ giác $DECB$ nội tiếp.

b) Nối CM, CN, OM, ON ta có $OM = ON$ nên ΔOMN cân tại O, lại do $OD \perp MN$ nên OD là phân giác của góc $\widehat{MON}$.
Từ đó suy ra $\overset{\frown}{AM} = \overset{\frown}{AN}$, do đó ta có $\widehat{MCA} = \widehat{NCA}$ nên CA là tia phân giác của $\widehat{MCN}$.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/



c) Dễ thấy $\Delta ADE \backsim \Delta ACB$, từ đó suy ra $\dfrac{AD}{AC} = \dfrac{AE}{AB} \Leftrightarrow AE.AC = AD.AB$.
Vậy $AE.AC + BD.AB = AD.AB + BD.AB = AB(AD + BD) = AB^2$.

d) Gọi O' là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác CME. Ta có $\overset{\frown}{AMN} = \overset{\frown}{MCA}$, từ đó suy ra AM là tiếp tuyến của (O') tại điểm M.
Mặt khác $BM \perp AM \Rightarrow O'$ chạy trên đường thẳng MB. Vậy khoảng cách từ N đến O' nhỏ nhất khi O' là hình chiếu của N lên MB.
Từ đó ta có cách xác định điểm C như sau:
- Xác định điểm O' là hình chiếu vuông góc của điểm N trên MB.
- Vẽ đường tròn tâm O', bán kính $O'M$.
- Đường tròn (O') cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai khác điểm M chính là điểm C cần xác định.

Câu 5. Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn điều kiện $a + b + c = 3$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$P = \frac{bc}{\sqrt{3a + bc}} + \frac{ca}{\sqrt{3b + ca}} + \frac{ab}{\sqrt{3c + ab}}$$

Lời giải.

Ta có $3a + bc = (a + b + c)a + bc = a^2 + ab + ac + bc = (a + b)(a + c)$.

Tương tự ta có $\begin{cases} 3b + ca = (b + c)(b + a) \\ 3c + ab = (c + a)(c + b) \end{cases}$.

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

Áp dụng bất đẳng thức Cô si cho hai số dương $\dfrac{1}{a+b}$ và $\dfrac{1}{a+c}$ ta có $\dfrac{1}{a+b}+\dfrac{1}{a+c} \geq 2\dfrac{1}{\sqrt{(a+b)(a+c)}}$.

Từ đó suy ra $\sqrt{(a+b)(a+c)} \geq \dfrac{2}{\frac{1}{a+b}+\frac{1}{a+c}} \Leftrightarrow \dfrac{bc}{\sqrt{3a+bc}} \leq \dfrac{bc}{2}\left(\dfrac{1}{a+b}+\dfrac{1}{a+c}\right)$.

Tương tự ta có $\begin{cases} \dfrac{ca}{\sqrt{3b+ca}} \leq \dfrac{ca}{2}\left(\dfrac{1}{b+c}+\dfrac{1}{b+a}\right) \\ \dfrac{ab}{\sqrt{3c+ab}} \leq \dfrac{ab}{2}\left(\dfrac{1}{c+a}+\dfrac{1}{c+b}\right) \end{cases}$.

Cộng vế với vế các bất đẳng thức trên ta suy ra:

$$\begin{aligned} P &\leq \frac{bc}{2}\left(\frac{1}{a+b}+\frac{1}{a+c}\right)+\frac{ca}{2}\left(\frac{1}{b+c}+\frac{1}{b+a}\right)+\frac{ab}{2}\left(\frac{1}{c+a}+\frac{1}{c+b}\right) \\ &\leq \frac{c}{2(a+b)}(a+b)+\frac{b}{2(a+c)}(a+c)+\frac{a}{2(c+b)}(c+b) \\ &\leq \frac{a+b+c}{2} \\ &\leq \frac{3}{2}. \end{aligned}$$

Dấu đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $a=b=c=1$.

Vậy $\max P=\dfrac{3}{2}$, đạt được khi $a=b=c=1$.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 149

ĐỀ THI VÀO 10, SỞ GIÁO DỤC HÀ NỘI, 2016

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

Câu 1. Cho hai biểu thức $A=\dfrac{7}{\sqrt{x}+8}$ và $B=\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}+\dfrac{2\sqrt{x}-24}{x-9}$ với $x\geq 0$, $x\neq 9$.

a) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=25$.

b) Chứng minh $B=\dfrac{\sqrt{x}+8}{\sqrt{x}+3}$.

c) Tìm x để biểu thức $P=A.B$ có giá trị nguyên.

Lời giải.

a) Với $x=25$ (thỏa mãn $x\geq 0$, $x\neq 9$) Ta có $A=\dfrac{7}{\sqrt{x}+8}=\dfrac{7}{\sqrt{25}+8}=\dfrac{7}{13}$.

b) Với $x\geq 0$, $x\neq 9$ ta có

$$\begin{aligned}B&=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}+\frac{2\sqrt{x}-24}{x-9}=\frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+3)+2\sqrt{x}-24}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)}\\&=\frac{x+5\sqrt{x}-24}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)}=\frac{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+8)}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)}=\frac{\sqrt{x}+8}{\sqrt{x}+3}.\end{aligned}$$

c) Ta có $P=A.B=\dfrac{\sqrt{x}+8}{\sqrt{x}+3}.\dfrac{7}{\sqrt{x}+8}=\dfrac{7}{\sqrt{x}+3}>0$

$\Rightarrow P=\dfrac{7}{\sqrt{x}+3}\Rightarrow\sqrt{x}=\dfrac{7}{P}-3\geq 0\Rightarrow\dfrac{7}{P}\geq 3\Rightarrow P\leq 2\Rightarrow$ mà $\begin{cases}P\in\mathbb{Z}^+\\P>0\end{cases}\Rightarrow\left[\begin{array}{l}P=1\\P=2\end{array}\right.$

Với $P=1\Rightarrow x=16$.

Với $P=2\Rightarrow x=\dfrac{1}{4}$.

Câu 2. *Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:*

Một mảnh vườn hình chữ nhật có diện tích 720 m^2. Nếu tăng chiều dài thêm 10

m và giảm chiều rộng 6 m thì diện tích mảnh vườn không đổi. Tính chiều dài và chiều rộng của mảnh vườn.

Lời giải.

Gọi chiều dài hình chữ nhật là: x (m) $(x > 0)$.

Suy ra, chiều rộng hình chữ nhật là: $\dfrac{720}{x}$ (m).

Theo bài ra, ta có phương trình:

$$(x+10)\left(\frac{720}{x}-6\right)=720 \Leftrightarrow 6x^2+60x-7200=0 \Leftrightarrow x^2+10x-1200=0$$

Giải phương trình này ta được: $\left[\begin{array}{l} x=30 \text{ (thỏa mãn)} \\ x=-40 \text{ (loại)} \end{array}\right.$

Vậy chiều dài hình chữ nhật là 30 (m), chiều rộng hình chữ nhật là 24 (m).

Câu 3.

a) Giải hệ phương trình $\begin{cases} \dfrac{3x}{x-1}-\dfrac{2}{y+2}=4 \\ \dfrac{2x}{x-1}+\dfrac{1}{y+2}=5 \end{cases}$

b) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng $(d): y=3x+m^2-1$ và parabol $(P): y=x^2$.

(a) Chứng minh (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt với mọi m.

(b) Gọi x_1 và x_2 là hoành độ các giao điểm của (d) và (P). Tìm m để $(x_1+1)(x_2+1)=1$.

Lời giải.

a) Đặt $\begin{cases} u=\dfrac{x}{x-1} \\ v=\dfrac{1}{y+2} \end{cases}$ với $(x \neq 1,\ y \neq -2)$

Khi đó hệ phương trình trở thành:

$$\begin{cases} 3u-2v=4 \\ 2u+v=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u=2 \\ v=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{x}{x-1}=2 \\ \dfrac{1}{y+2}=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=-1 \end{cases} \text{ (thỏa mãn)}$$

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm $(x;y)=(2;-1)$.

b)

(a) Phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng (d) và parabol (P) là:

$$x^2=3x+m^2-1 \Leftrightarrow x^2-3x-m^2+1=0 \quad (1)$$

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Ta xét biệt thức $\Delta = (-3)^2 - 4.(-m^2+1) = 9 + 4m^2 - 4 = 4m^2 + 5 > 0$ với mọi m.
Vậy (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt với mọi m.

(b) Với x_1, x_2 là hoành độ giao điểm của (d) và (P) nên x_1; x_2 là hai nghiệm của phương trình (1).

Theo định lí vi-ét ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = 3 \\ x_1.x_2 = 1 - m^2 \end{cases}$

Để $(x_1+1)(x_2+1) = 1 \Leftrightarrow x_1.x_2 + x_1 + x_2 = 1 \Leftrightarrow 1 - m^2 + 3 + 1 = 1 \Leftrightarrow m^2 = 4 \Leftrightarrow m = \pm 2$.

Câu 4. Cho đường tròn (O) và một điểm A nằm ngoài đường tròn. Kẻ tiếp tuyến AB với đường tròn (O) (B là tiếp điểm) và đường kính BC. Trên đoạn thẳng CO lấy điểm I (I khác C, I khác O). Đường thẳng AI cắt (O) tại hai điểm D và E (D nằm giữa A và E). Gọi H là trung điểm của đoạn thẳng DE.

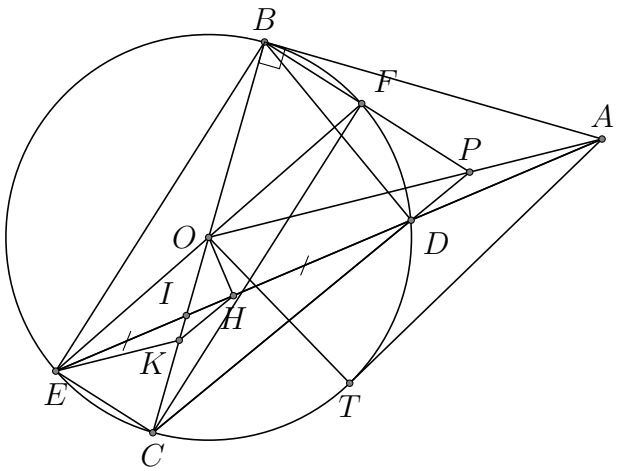
a) Chứng minh bốn điểm A, B, O, H cùng nằm trên một đường tròn.

b) Chứng minh $\dfrac{AB}{AE} = \dfrac{BD}{BE}$.

c) Đường thẳng d đi qua điểm E song song với AO, d cắt BC tại điểm K. Chứng minh $HK \parallel DC$.

d) Tia CD cắt AO tại điểm P, tia EO cắt BP tại điểm F. Chứng minh tứ giác $BECF$ là hình chữ nhật.

Lời giải.



a) Vì AB là tiếp tuyến của $(O) \Rightarrow OA \perp AB \Rightarrow \widehat{OBA} = 90^\circ$.

Vì DE là dây cung của (O) mà H là trung điểm của DE nên $OH \perp DE \Rightarrow \widehat{OHA} = 90^\circ$.

Xét tứ giác $ABOH$ có $\widehat{OHA} + \widehat{OBA} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ \Rightarrow$ tứ giác $ABOH$ nội tiếp.

b) Vì AB là tiếp tuyến của (O) tại $B \Rightarrow \widehat{ABD} = \widehat{BED} = \widehat{BEA}$ (góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung và góc nội tiếp cùng chắn cung BD)

Xét $\triangle ABD$ và $\triangle AEB$ có $\widehat{ABD} = \widehat{BEA}$ và $\widehat{BAD}$ chung

$\Rightarrow \triangle ABD \backsim \triangle AEB$ (g-g) $\Rightarrow \dfrac{AB}{AE} = \dfrac{BD}{BE}$.

c) Vì tứ giác $ABOH$ nội tiếp nên $\widehat{HAO} = \widehat{HBO}$ (hai góc cùng chắn một cung) (1)

Mà $EK \parallel AO \Rightarrow \widehat{KEA} = \widehat{HAO}$ (hai góc so le trong) (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow \widehat{KEH} = \widehat{KBH}$.

$\Rightarrow$ tứ giác $HKEB$ nội tiếp $\Rightarrow \widehat{EHK} = \widehat{KBE}$ (3)

Vì tứ giác $DCEB$ nội tiếp $\Rightarrow \widehat{CDE} = \widehat{CBE}$ (hai góc cùng chắn cung CE) (4)

Từ (3) và (4) ta có $\widehat{CDE} = \widehat{KHE}$ mà hai góc nằm ở vị trí đồng vị $\Rightarrow HK \parallel DC$.

d) Kẻ tiếp tuyến thứ hai với AT với (O) $(T \in (O))$.

$\Rightarrow OT \perp TA \Rightarrow \widehat{OTA} = 90^\circ$.

Xét tứ giác $OTAB$ có $\widehat{OTA} + \widehat{OBA} = 180^\circ$ mà hai góc đối nhau $\Rightarrow$ tứ giác $OTAB$ nội tiếp

$\Rightarrow \widehat{OAT} = \widehat{OBT}$ (góc nội tiếp cùng chắn cung OT)

Mà trên (O)có $\widehat{OBT} = \widehat{CBT} = \widehat{CDT}$ (góc nội tiếp cùng chắn cung CT)

$\Rightarrow \widehat{OAT} = \widehat{CDT}$ hay $\widehat{PAT} = \widehat{CDT} \Longrightarrow \widehat{PAT} + \widehat{PDT} = 180^\circ$.

Mà hai góc ở vị trí đối nhau trong tứ giác $TAPD \Rightarrow TAPD$ nội tiếp.

$\Rightarrow \widehat{ATP} = \widehat{ADP}$ (góc nội tiếp cùng chắn cung AP)

Trên (O) có $\widehat{EBC} = \widehat{EDC}$ (góc nội tiếp cùng chắn cung CE)

Mà $\widehat{ADP} = \widehat{EDC}$ (hai góc đối đỉnh)$\Rightarrow \widehat{ATP} = \widehat{CBE}$ (1).

Có AT, AB là tiếp tuyến của $(O) \Rightarrow AO$ là tia phân giác của góc $\widehat{TAB} \Rightarrow \widehat{TAP} = \widehat{BAP}$

Xét $\triangle TAP$ và $\triangle BAP$ có $AT = AB$, $\widehat{TAP} = \widehat{BAP}$ (cmt) và AP chung

$\Rightarrow \triangle TAP = \triangle BAP$ (c.g.c)$\Rightarrow \widehat{ATP} = \widehat{ABP}$ (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow \widehat{ABP} = \widehat{EBC}$

$\Rightarrow \widehat{EBP} = \widehat{EBC} + \widehat{CBP} = \widehat{ABP} + \widehat{CBP} = \widehat{CBA} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{EBF} = 90^\circ$

Mà EF qua O nên EF là đường kính của $(O) \Rightarrow BFCE$ có hai đường chéo EF và

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

BC bằng nhau và cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường nên nó là hình chữ nhật.

Câu 5. Với các số thực x, y thỏa mãn $x-\sqrt{x+6}=\sqrt{y+6}-y$, tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=x+y$.

Lời giải.

Bổ đề $\sqrt{a}+\sqrt{b}\le\sqrt{2(a+b)}$, $\forall a,b\ge 0$.

Thật vậy bổ đề tương đương với $2\sqrt{ab}\le a+b$ (đúng theo bất đẳng thức cô-si)

Áp dụng ta có $x-\sqrt{x+6}=\sqrt{y+6}-y\Leftrightarrow x+y=\sqrt{x+6}+\sqrt{y+6}\le\sqrt{2(x+y+12)}$

$\Leftrightarrow (x+y)^2\le 2(x+y)+24\Leftrightarrow -4\le x+y\le 6$ (1)

Dễ thấy $x+y\ge 0$ (2)

Ta có $x+y=\sqrt{x+6}+\sqrt{y+6}\Leftrightarrow (x+y)^2=(x+y)+12+2\sqrt{(x+6)(y+6)}\Leftrightarrow (x+y)^2-(x+y)-12=2\sqrt{(x+6)(y+6)}\ge 0\Leftrightarrow (x+y+3)(x+y-4)\ge 0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x+y\le 3\\ x+y\ge 4\end{array}\right.\Leftrightarrow x+y\ge 4$ (3)

Từ (1),(2) và (3) suy ra $4\le x+y\le 6$.

Dấu " = " xảy ra khi $x+y=4\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}x+y=4\\ \left[\begin{array}{l}x+6=0\\ y+6=0\end{array}\right.\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\left\{\begin{array}{l}x=-6\\ y=10\end{array}\right.\\ \left\{\begin{array}{l}x=10\\ y=-6\end{array}\right.\end{array}\right.$

Khi $x+y=6\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}x+y=6\\ x+6=y+6\end{array}\right.\Leftrightarrow x=y=3.$

Vậy giá trị lớn nhất của $x+y$ là 6 khi $x=y=3$ và giá trị nhỏ nhất của $x+y$ là 4 khi $(x;y)=(-6;10)$ hoặc $(x;y)=(10;-6)$.

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 150

ĐỀ THI VÀO 10, SỞ GIÁO DỤC HÀ TĨNH, 2016

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Câu 1.

a) $P=\left(\sqrt{2}-1\right).\dfrac{2+\sqrt{2}}{2\sqrt{2}}$.

b) $Q=\left(\dfrac{1}{\sqrt{x}-3}+\dfrac{1}{\sqrt{x}+3}\right)\left(1-\dfrac{3}{\sqrt{x}}\right)$, với $x>0, x\neq 9$.

Lời giải.

a) $P=\left(\sqrt{2}-1\right).\dfrac{2+\sqrt{2}}{2\sqrt{2}}=\left(\sqrt{2}-1\right).\dfrac{(\sqrt{2}+1)\sqrt{2}}{2\sqrt{2}}=\dfrac{1}{2}$

b) Ta có

$$\begin{aligned}Q&=\left(\frac{\sqrt{x}+3}{x-9}+\frac{\sqrt{x}-3}{x-9}\right).\frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}} \quad \text{với } x>0; x\neq 9\\&=\frac{2\sqrt{x}}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}+3)}.\frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}}\\&=\frac{2}{\sqrt{x}+3}\end{aligned}$$

Câu 2. Cho phương trình $x^2-2(m+2)x+m^2+m+3 \qquad (1)$.

a) Giải phương trình khi $m=0$

b) Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm $x_1; x_2$ thỏa mãn $\dfrac{x_1}{x_2}+\dfrac{x_2}{x_1}=4$.

Lời giải.

a) Với $m=0$ phương trình (1) trở thành

$$\begin{aligned}&x^2-2(0+2)x+0^2+0+3=0\\\Leftrightarrow\ &x^2-4x+3=0\end{aligned}$$

Ta có $a+b+c=1+(-4)+3=0$.

Vậy phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1=1; x_2=3$

b) Ta có $\Delta' = (m+2)^2 - (m^2+m+3) = 3m+1$

Để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thì $\Delta \geq 0$ suy ra $m \geq \dfrac{-1}{3}$

Với $m \geq \dfrac{-1}{3}$, theo định lý Vi-ét ta có

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m+2) \\ x_1.x_2 = m^2+m+3 \end{cases} \quad (*)$$

Theo bài ra ta có $\dfrac{x_1}{x_2} + \dfrac{x_2}{x_1} = 4 \Leftrightarrow \dfrac{x_1^2+x_2^2}{x_1x_2} \Leftrightarrow \dfrac{(x_1+x_2)^2 - 2x_1x_2}{x_1x_2} = 4 \quad (**)$

Thay (*) vào (**) ta được

$4m^2+16m+16-2m^2-2m-6 = 4m^2+4m+12 \Leftrightarrow m^2-5m+1=0$

Giải phương trình trên ta được $m_1 = \dfrac{5+\sqrt{21}}{2}$ hoặc $m_2 = \dfrac{5-\sqrt{21}}{2}$,

kết hợp điều kiện ta được $m_1 = \dfrac{5+\sqrt{21}}{2}; m_2 = \dfrac{5-\sqrt{21}}{2}$ là giá trị cần tìm

Câu 3. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng $(d): y = ax + a + 3$ và đường thẳng $(d'): y = (a^2 - 2a + 2)x + 5 - a$

a) Tìm giá trị của a để đường thẳng (d) đi qua $A(a;5)$.

b) Với giá trị nào của a thì hai đường thẳng (d) và (d') song song với nhau.

Lời giải.

a) Đường thẳng (d) đi qua $A(1;5)$ thì $5 = a + a + 3 \Leftrightarrow a = 1$.

Vậy $a = 1$ thì (d) đi qua $A(1;5)$

b) Để (d) song song với (d') thì $\begin{cases} a = a^2 - 2a + 2 \\ a + 3 \neq 5 - a \end{cases}$

Giải hệ trên ta được $\begin{cases} \left[\begin{array}{l} a = 1 \\ a = 2 \end{array}\right. \\ a \neq 1 \end{cases}$ từ đó suy ra $a = 2$ thì (d) và (d') song song với nhau.

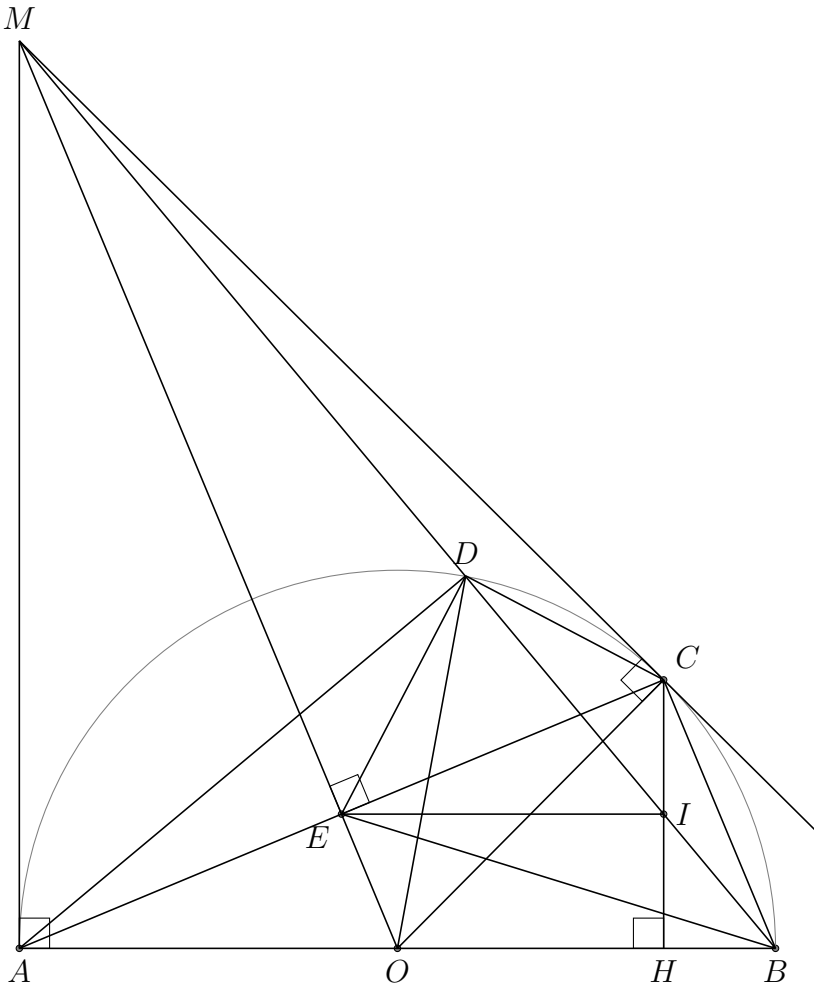
Câu 4. Cho nửa đường tròn tâm O đường kính AB. Trên nửa mặt phẳng chứa nửa đường tròn có bờ là đường thẳng AB, kẻ tia Ax vuông góc với AB. Từ điểm M trên tia Ax kẻ tiếp tuyến MC với nửa đường tròn (C là tiếp điểm, C khác A). Đoạn AC cắt OM tại E, MB cắt nửa đường tròn tại D (D khác B).

a) Chứng minh $AMCO$ và $AMDE$ là các tứ giác nội tiếp đường tròn

b) Chứng minh hai tam giác MDO và MEB đồng dạng

c) Gọi H là hình chiếu vuông góc của C lên AB, I là giao điểm của MB và CH. Chứng minh rằng đường thẳng EI vuông góc với AM.

Lời giải.



a) Ta có $AM \perp AB$ (gt) $\Rightarrow \widehat{OAM} = 90^0$.

Vì MC là tiếp tuyến của (O) suy ra $\widehat{MCO} = 90^0$.

Xét tứ giác $AMCO$ có $\widehat{MAO} + \widehat{MCO} = 180^0$ suy ra $AMCO$ nội tiếp một đường tròn (dhnb)

Ta có $\widehat{ADB} = 90^0$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

$\Rightarrow \widehat{ADM} = 90^0$ (kề bù).

Xét tứ giác $AMDE$ có $\widehat{ADM} = \widehat{AEM} = 90^0$ (hai góc bằng nhau cùng nhìn đoạn MD)

$\Rightarrow AMDE$ nội tiếp một đường tròn.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

b) Ta có

$$\left.\begin{array}{l}\widehat{MCD}=\widehat{CBD}=\dfrac{1}{2}\text{ sđ }\widehat{CD}\\ \text{Mà }\widehat{CMB}\text{ chung}\end{array}\right\}\Rightarrow \Delta CMD\backsim\Delta BMC\text{ (g - g)}$$

Suy ra $\dfrac{CM}{BM}=\dfrac{MD}{CM}\Rightarrow CM^2=MB.MD$ (1)

Xét tam giác vuông MCO có $CE\perp MO\Rightarrow MC^2=ME.MO$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $MB.MD=ME.MO\Rightarrow\dfrac{ME}{MD}=\dfrac{MB}{MO}$ (*)

Xét ΔMDO và ΔMEB có

$$\left.\begin{array}{l}\dfrac{ME}{MD}=\dfrac{MB}{MO}\\ \widehat{DME}\text{ chung}\end{array}\right\}\text{ suy ra }\Delta MDO\backsim\Delta MEB(\text{ g-c-g })$$

c) Vì $MA\parallel AH\Rightarrow\widehat{AMD}=\widehat{DIC}$ (so le trong)

Ta có $\widehat{AMD}=\widehat{DEC}$ (vì tứ giác $AMDE$ nội tiếp)

Suy ra $\widehat{DEC}=\widehat{DIC}$

$\Rightarrow DCIE$ nội tiếp (2 góc cùng nhìn đoạn CD dưới một góc không đổi)

$\Rightarrow\widehat{CDI}=\widehat{CEI}$ cùng chắn $\widehat{CI}$

Mà $\widehat{CDI}=\widehat{CAB}$ (cùng chắn cung CB của (O))

$\Rightarrow\widehat{CEI}=\widehat{CAB}$, mà hai góc ở vị trí đồng vị

Suy ra $EI\parallel AB\Rightarrow EI\perp MA$

Câu 5. Cho a,b là các số dương thỏa mãn $ab=1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$F=(2a+2b-3)(a^3+b^3)+\frac{7}{(a+b)^2}$$

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned}F&=[2(a+b)-3](a+b)(a^2-ab+b^2)+\frac{7}{(a+b)^2}\\ &\geq[2(a+b)-3](a+b)(2ab-ab)+\frac{7}{(a+b)^2}\qquad(\text{vì }a^2+b^2\geq 2ab)\\ &\geq[2(a+b)-3](a+b)+\frac{7}{(a+b)^2}\\ &\geq 2(a+b)^2-3(a+b)+\frac{7}{(a+b)^2}\\ &\geq\frac{7}{16}(a+b)^2+\frac{7}{(a+b)^2}+\left[\frac{5}{4}(a+b)-\frac{5}{2}\right]^2+\frac{13}{4}(a+b)-\frac{25}{4}\end{aligned}$$

Áp dụng bất đẳng thức cô-si ta được

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

$\dfrac{7}{16}(a+b)^2+\dfrac{7}{(a+b)^2} \geq \dfrac{7}{2}$; $\left[\dfrac{5}{4}(a+b)-\dfrac{5}{2}\right]^2 \geq \left[\dfrac{5}{4}\,2\sqrt{ab}-\dfrac{5}{2}\right]^2 \geq 0$ và $\dfrac{13}{4}(a+b)-\dfrac{25}{4} \geq \dfrac{13}{2}$

Từ đó suy ra $F \geq \dfrac{7}{2}+0+\dfrac{13}{2}-\dfrac{25}{4}=\dfrac{15}{4}$

Vậy giá trị nhỏ nhất của F bằng $\dfrac{15}{4}$. Dấu bằng xảy ra khi $a=b=1$.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 151

ĐỀ THI VÀO 10, SỞ GIÁO DỤC HÒA BÌNH, 2016

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

Câu 1.

1)

a) Rút gọn: $A = 5\sqrt{2} - 8$.

b) Cho $x = 2, y = 3$. Tính giá trị biểu thức: $B = x^2 - xy + y^2$

2) Vẽ đồ thị hàm số: $y = 3x + 2$

3) Phân tích đa thức sau thành nhân tử: $C = x^3 + 3x^2 - x - 3$

Lời giải.

1)

a) $A = \sqrt{2}(5 - \sqrt{4}) = \sqrt{2}(5 - 4) = \sqrt{2}$.

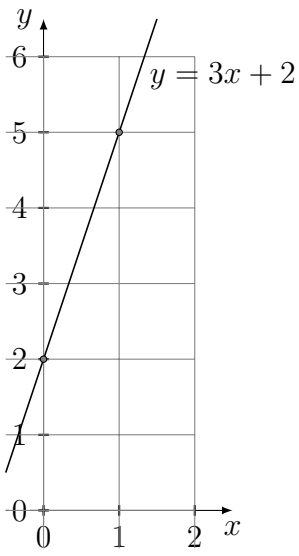
b) $B = 2^2 - 2.3 + 3^2 = 7$.

2) Tập xác định: $\mathbb{D} = \mathbb{R}$

Bảng giá trị

x	0	1
$y = 3x + 2$	2	5

Đồ thị



3) $C = (x^3 + 3x^2) - (x + 3)$
$= x^2(x + 3) - (x + 3)$
$= (x + 3)(x^2 - 1)$
$= (x + 3(x - 1)(x + 1).$

Câu 2.

1) Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = 12$ cm, $AC = 16$ cm. Tính độ dài cạnh BC và đường cao AH của tam giác ABC.

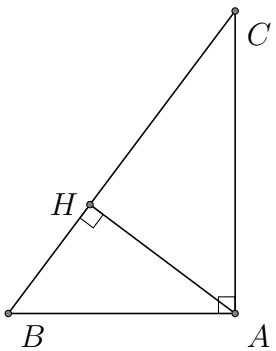
2) Giải phương trình: $(x^2 + 3x + 2)(x^2 + 7x + 12) = 24$

3) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} \sqrt{2x^2 - xy} = x - 2y + 1 \\ x^2 - 3xy + 2y^2 = 0 \end{cases}$

Lời giải.

1)

$BC^2 = AB^2 + AC^2 = 12^2 + 16^2 = 400$
$\Rightarrow BC = \sqrt{400} = 20$ cm.
Ta có: $AH.BC = AB.AC = 2S_{ABC}$
$\Rightarrow AH = \dfrac{AB.AC}{BC} = \dfrac{12.16}{20} = 9.6$ cm.



Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

2) Phương trình đã cho tương đương:

$x^4+10x^3+35x^2+50x=0$

$\Leftrightarrow x(x^3+10x^2+35x+50)=0$

$\Leftrightarrow x(x+5)(x^2+5x+10)=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=-5 \\ x^2+5x+10=0 \text{ (vô nghiệm)} \end{array}\right.$

Vậy hệ có nghiệm là: $S=\{0;-5\}$.

3) $\begin{cases} \sqrt{2x^2-xy}=x-2y+1 & (1) \\ x^2-3xy+2y^2=0 & (2) \end{cases}$

$(2) \Leftrightarrow (x-y)(x-2y)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=y \\ x=2y \end{array}\right.$

- $x=y$, thế vào (1) ta được:

$\sqrt{2y^2-y^2}=y-2y+1 \Leftrightarrow |y|=1-y \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y=1-y \\ -y=1-y \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y=\dfrac{1}{2} \Rightarrow x=\dfrac{1}{2} \\ 1=0 \text{ (vô nghiệm)} \end{array}\right.$

- $x=2y$, thế vào (1) ta được:

$\sqrt{8y^2-2y^2}=2y-2y+1 \Leftrightarrow \sqrt{6y^2}=1 \Leftrightarrow 6y^2=1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y=\dfrac{1}{\sqrt{6}} \Rightarrow x=\dfrac{2}{\sqrt{6}} \\ y=-\dfrac{1}{\sqrt{6}} \Rightarrow x=-\dfrac{2}{\sqrt{6}} \end{array}\right.$

Vậy hệ có nghiệm$(x;y)$ là: $\left(\dfrac{2}{\sqrt{6}};\dfrac{1}{\sqrt{6}}\right);\left(-\dfrac{2}{\sqrt{6}};-\dfrac{1}{\sqrt{6}}\right);\left(\dfrac{1}{2};\dfrac{1}{2}\right)$.

Câu 3. Một lớp học chỉ có các bạn học sinh xếp loại học lực Giỏi và các bạn học sinh xếp loại học lực Khá. Biết rằng nếu 1 bạn học sinh Giỏi chuyển đi thì $\dfrac{1}{6}$ số học sinh còn lại của lớp là học sinh Giỏi, nếu 1 bạn học sinh Khá chuyển đi thì $\dfrac{4}{5}$ số học sinh còn lại của lớp là học sinh Khá. Tính số học sinh của lớp đó.

Lời giải.

Gọi x,y lần lượt là số học sinh Giỏi và học sinh Khá của lớp học.

Ta có hệ phương trình:

$\begin{cases} x-1=\dfrac{1}{6}(x+y-1) \\ y-1=\dfrac{4}{5}(x+y-1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=6 \\ y=25 \end{cases}$.

Vậy số học sinh của lớp là: $6+25=31$ (học sinh).

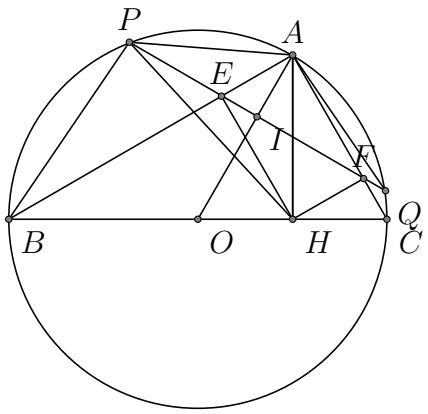
Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

Câu 4. Cho đường tròn tâm O, đường kính BC. Lấy một điểm A trên đường tròn (O) sao cho $AB > AC$. Từ A vẽ AH vuông góc với BC (H thuộc BC). Từ H vẽ HE vuông góc với AB và HF vuông góc với AC (E thuộc AB, F thuộc AC).

a) Chứng minh rằng $AEHF$ là hình chữ nhật và $OA \perp EF$.

b) Tia FE cắt đường tròn (O) tại P. Chứng minh rằng $\triangle APH$ cân.

Lời giải.



a) Ta có $\angle BAC = 90^0$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

Vì $HE \perp AB, HF \perp AC$ nên $\angle AEH = \angle AFH = 90°$

$\Rightarrow$ Tứ giác $AEHF$ là hình chữ nhật.

Gọi I là giao điểm của OA và EF. Vì $\triangle OAB$ cân ở O nên $\angle EAI = \angle ABO$ (1)

$AEHF$ là hình chữ nhật nên nó nội tiếp đường tròn $\Rightarrow \angle AEI = \angle AHF$ (2).

Vì $AE \parallel HF$ (cùng $\perp AC$) nên $\angle AHF = \angle EAH = 90^0 - \angle ABO$ (3).

Từ $(1), (2), (3) \Rightarrow \angle AEI + \angle EAI = 90^0 \Rightarrow \triangle AEI$ vuông tại $I \Rightarrow OA \perp EF$.

b) Gọi Q là giao của tia EF với (O). Vì $OA \perp PQ$ nên A là điểm chính giữa cung PQ.

$\Rightarrow \triangle APQ$ cân tại $A \Rightarrow \angle APQ = \angle AQP$.

Vì $APBQ$ là tứ giác nội tiếp nên $\angle ABP = \angle AQP$.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Suy ra $\angle ABP = \angle APQ = \angle APE \Rightarrow \triangle ABP \backsim \triangle APE$ (g-g).

$\Rightarrow \dfrac{AB}{AP} = \dfrac{AP}{AE} \Rightarrow AP^2 = AE.AB.$

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông AHB ta có $AH^2 = AE.AB$

$\Rightarrow AP^2 = AH^2 \Rightarrow AP = AH \Rightarrow \triangle APH$ cân ở A.

Câu 5. Cho x, y là các số thực dương thỏa mãn $x + y \leq xy$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:

$$P = \frac{1}{5x^2 + 7y^2} + \frac{1}{7x^2 + 5y^2}.$$

Lời giải.

Vì x, y là các số thực dương nên từ điều kiện $x + y \leq xy$ ta suy ra $\dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{y} \leq 1$.

Ta có: $(x - y)^2 \geq 0 \Leftrightarrow x^2 + y^2 \geq 2xy$. Do đó:

$$\frac{1}{5x^2 + 7y^2} = \frac{1}{5(x^2 + y^2) + 2y^2} \leq \frac{1}{10xy + 2y^2}$$

Tương tự ta có: $\dfrac{1}{7x^2 + 5y^2} \leq \dfrac{1}{10xy + 2x^2}$

Suy ra:

$$P \leq \frac{1}{2}.\left(\frac{1}{5xy + y^2} + \frac{1}{5xy + x^2}\right) = \frac{1}{2}.\frac{x^2 + y^2 + 10xy}{25x^2y^2 + 5xy(x^2 + y^2) + x^2 + y^2}$$

$$P \leq \frac{1}{2}.\frac{x^2 + y^2 + 10xy}{25x^2y^2 + 5xy.2xy + x^2 + y^2} = \frac{1}{2}.\frac{x^2 + y^2 + 10xy}{36x^2y^2} = \frac{1}{72}.\left(\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} + \frac{10}{xy}\right) = \frac{1}{72}.\left[\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right)^2 + \frac{8}{xy}\right]$$

$$P \leq \frac{1}{72}.\left[\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right)^2 + 8.\frac{1}{4}.\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right)^2\right] = \frac{1}{24}\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right)^2 \leq \frac{1}{24}$$

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $x = y = 2$.

Vậy giá trị lớn nhất của P là $\dfrac{1}{24}$, đạt được khi $x = y = 2$.

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 152

ĐỀ THI VÀO 10, SỞ GIÁO DỤC TP HCM, 2016

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Câu 1. Giải các phương trình và hệ phương trình sau:

a) $x^2 - 2\sqrt{5}x + 5 = 0$

b) $4x^4 - 5x^2 - 9 = 0$

c) $\begin{cases} 2x + 5y = -1 \\ 3x - 2y = 8 \end{cases}$

d) $x(x+3) = 15 - (3x-1)$.

Lời giải.

a) $x^2 - 2\sqrt{5}x + 5 = 0$. Tính được $\Delta' = 0$, phương trình có nghiệm kép $x = -\dfrac{b}{2a} = \sqrt{5}$.

b) $4x^4 - 5x^2 - 9 = 0$. Đặt $t = x^2 \geq 0$, được phương trình $4t^2 - 5t - 9 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = -1 \text{ (loại)} \\ t = \dfrac{9}{4} \end{array}\right.$.

Với $t = \dfrac{9}{4}$, ta có $x = \pm\dfrac{3}{2}$.

c) $\begin{cases} 2x + 5y = -1 \\ 3x - 2y = 8 \end{cases} \Leftrightarrow x = 2, y = -1$. Nghiệm hệ phương trình là $(2; -1)$.

d) $x(x+3) = 15 - (3x-1) \Leftrightarrow x^2 + 6x - 16 = 0 \Leftrightarrow x = -8, x = 2$.

Câu 2.

a) Vẽ đồ thị (P) của hàm số $y = -\dfrac{x^2}{4}$ và đường thẳng $(D): y = \dfrac{x}{2} - 2$ trên cùng một hệ trục tọa độ.

b) Tìm tọa độ các giao điểm của (P) và (D) ở câu trên bằng phép tính.

Lời giải.

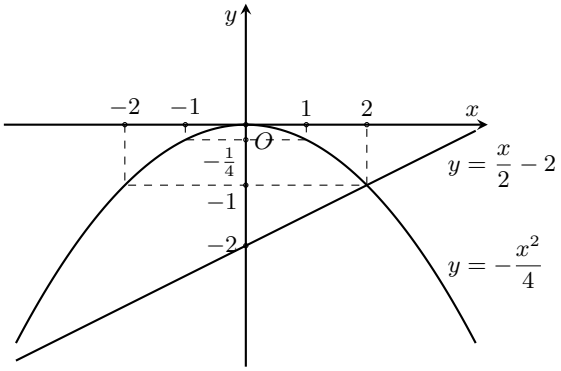
a) Hàm số $y=-\dfrac{x^2}{4}$ và $y=\dfrac{x}{2}-2$.

- Bảng giá trị:

x	-2	1	0	1	2
$y=-\dfrac{x^2}{4}$	-1	$-\dfrac{1}{4}$	0	$-\dfrac{1}{4}$	-1

x	0	2
$y=\dfrac{x}{2}-2$	-2	-1

- Đồ thị:



b) Phương trình hoành độ giao điểm của (D) và (P) là

$$-\frac{1}{4}x^2=\frac{x}{2}-2\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-4\\x=2.\end{array}\right.$$

Khi đó, (D) và (P) cắt nhau tại 2 điểm $A(-4;-4)$ và $B(2;-1)$.

Câu 3.

a) Thu gọn biểu thức sau: $A=\dfrac{2-\sqrt{3}}{1+\sqrt{4+2\sqrt{3}}}+\dfrac{2+\sqrt{3}}{1-\sqrt{4-2\sqrt{3}}}$

b) Ông Sáu gửi một số tiền vào ngân hàng theo mức lãi suất tiết kiệm với kỳ hạn 1 năm là 6%. Tuy nhiên sau thời hạn một năm ông Sáu không đến nhận tiền lãi mà để thêm một năm nữa mới lãnh. Khi đó số tiền lãi có được sau năm đầu tiên sẽ cộng dồn vào số tiền ban đầu để thành số tiền gửi cho năm kế tiếp với lãi suất cũ. Sau 2 năm ông Sáu nhận được số tiền là 112.360.000 đồng (kể cả gốc lẫn lãi). Hỏi ban đầu ông Sáu đã gửi bao nhiêu tiền?

Lời giải.

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

a) Ta có

$$\begin{aligned} A &= \frac{2-\sqrt{3}}{1+\sqrt{4+2\sqrt{3}}}+\frac{2+\sqrt{3}}{1-\sqrt{4-2\sqrt{3}}}=\frac{2-\sqrt{3}}{1+\sqrt{(\sqrt{3}+1)^2}}+\frac{2+\sqrt{3}}{1-\sqrt{(\sqrt{3}-1)^2}} \\ &= \frac{2-\sqrt{3}}{1+(\sqrt{3}+1)}+\frac{2+\sqrt{3}}{1-(\sqrt{3}-1)}=\frac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}+\frac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}} \\ &= \frac{(2-\sqrt{3})^2+(2+\sqrt{3})^2}{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})}=14. \end{aligned}$$

b) Gọi P (đồng) là số tiền ban đầu của ông Sáu. Sau một năm, ông Sáu được số tiền cả vốn lẫn lãi là $P+P\times 6\%=P(1+6\%)$ (đồng), số tiền này coi như tiền vốn để tính lãi cho năm thứ hai. Cuối năm thứ hai, ông Sáu có số tiền là $P(1+6\%)+P(1+6\%)\times 6\%=P(1+6\%)^2$ (đồng). Theo đề bài số tiền ông Sáu rút được là 112.360.000 đồng, nên ta có:

$$112.360.000=P(1+6\%)^2 \Leftrightarrow P=\frac{112.360.000}{(1+6\%)^2}=100.000.000\,(\text{đồng}).$$

Câu 4. Cho phương trình: $x^2-2mx+m-2=0$ (1) (x là ẩn số).

a) Chứng minh phương trình (1) luôn có 2 nghiệm phân biệt với mọi giá trị m.

b) Định m để hai nghiệm x_1, x_2 của phương trình (1) thỏa mãn

$$(1+x_1)(2-x_2)+(1+x_2)(2-x_1)=x_1^2+x_2^2+2.$$

Lời giải.

Xét phương trình: $x^2-2mx+m-2=0$ (1) (x là ẩn số)

a) Ta tính được $\Delta'=m^2-m+2=\left(m-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{7}{4}>0$ (với $m\in\mathbb{R}$). Do đó, phương trình (1) luôn có 2 nghiệm phân biệt với mọi giá trị m.

b) Theo Định lý Viète phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa $\begin{cases} x_1+x_2=-\dfrac{b}{a}=2m \\ x_1x_2=\dfrac{c}{a}=m-2. \end{cases}$

Kết hợp với giả thiết, ta có

$$\begin{aligned} &(1+x_1)(2-x_2)+(1+x_2)(2-x_1)=x_1^2+x_2^2+2 \\ &\Leftrightarrow (x_1+x_2)^2-(x_1+x_2)-2=0 \Leftrightarrow 4m^2-2m-2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=-\dfrac{1}{2} \end{array}\right.. \end{aligned}$$

Vậy có 2 giá trị $m=1, -\frac{1}{2}$ thỏa yêu cầu bài toán.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

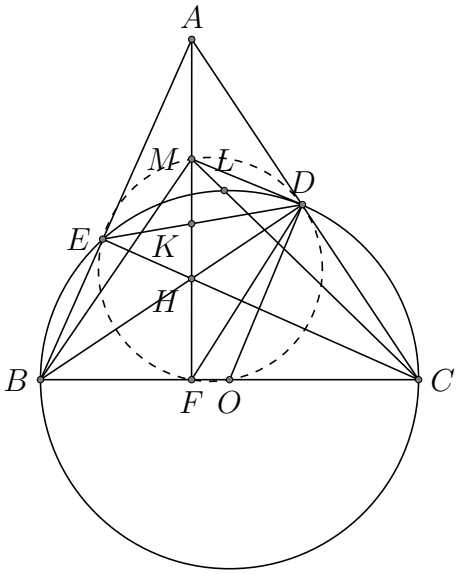
Câu 5. Cho tam giác ABC ($AB < AC$) có ba góc nhọn. Đường tròn tâm O đường kính BC cắt các đoạn AC, AB lần lượt tại D, E. Gọi H là giao điểm của BD và CE, F là giao điểm của AH và BC.

a) Chứng minh: $AF \perp BC$ và $\widehat{AFD} = \widehat{ACE}$.

b) Gọi M là trung điểm của AH. Chứng minh $MD \perp OD$ và 5 điểm M, D, O, F, E cùng thuộc một đường tròn.

c) Gọi K là giao điểm của AH và DE. Chứng minh $MD^2 = MK.MF$ và K là trực tâm của tam giác MBC.

d) Chứng minh: $\dfrac{2}{FK} = \dfrac{1}{FH} + \dfrac{1}{FA}$.



Lời giải.

a) Ta có $BD \perp AC, CE \perp AB$ và BD, CE cắt nhau tại H nên H là trực tâm $\triangle ABC$, hay $AH \equiv AF \perp BC$.

Xét tứ giác $HFCD$ có $\widehat{HFC} = \widehat{HDC} = 90^\circ$ nên nội tiếp đường tròn, suy ra $\widehat{AFD} = \widehat{DCH} = \widehat{ACE}$ (góc nội tiếp).

b) Tứ giác $AEHD$ nội tiếp đường tròn (AH) tâm M nên tam giác MAD cân tại M, suy ra $\widehat{MAD} = \widehat{MDA}$ (1).

Tam giác ODC cân tại O, suy ra $\widehat{ODC} = \widehat{OCD}$ (2).

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

Từ (1), (2), kết hợp với $\widehat{MAD}+\widehat{DCO}=\widehat{FAC}+\widehat{ACF}=90^\circ$ ta được $\widehat{MDA}+\widehat{ODC}=90^\circ$, hay góc $\widehat{MDO}=90^\circ$, suy ra $MD\perp OD$.

Chứng minh tương tự ta suy ra được $ME\perp OE, \widehat{MEO}=90^\circ$, cùng với $\widehat{MFO}=90^\circ$, ta suy ra 5 điểm M,D,O,F,E cùng thuộc đường tròn đường kính OM.

c) Xét tam giác MDK và MFD có $\widehat{M}$ chung, $\widehat{MDK}=\widehat{MFD}$ (vì $\widehat{MDE}=\widehat{DCE}=\widehat{HFD}$, trong các tứ giác nội tiếp). Do đó, $\triangle MDK\backsim\triangle MFD$, hay $\dfrac{MD}{MF}=\dfrac{MK}{MD}\Rightarrow MD^2=MF.MK$.

Gọi L là giao điểm của MC và (O). Ta có, $ML.MC=MD^2$ (suy ra được từ $\triangle MLD\backsim\triangle MDC$) và $MD^2=MF.MK$ (chứng minh trên), nên $ML.MC=MF.MK$.

Khi đó, $\triangle MLK\backsim\triangle MFC$, suy ra $FKLC$ là tứ giác nội tiếp, hay góc $\widehat{KFC}=\widehat{KLC}=90^\circ$, tức là $KL\perp LC$.

Mặt khác $BL\perp LC$, nên B,K,L thẳng hàng và BK là đường cao. Ta vừa chứng minh được BK,MK cùng là đường cao trong $\triangle MBC$, nên K là trực tâm của tam giác MBC.

d) Ta có $FH.FA=FB.FC$ ($\triangle BFH\backsim\triangle AFC$); $FK.FM=FB.FC$ ($\triangle BFK\backsim\triangle MFC$).

Suy ra $FH.FA=FK.FM\Rightarrow 2FH.FA=2FK.FM=FK.(FA+FH)$ hay ta được $\dfrac{2}{FK}=\dfrac{1}{FH}+\dfrac{1}{FA}$.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 153

ĐỀ THI VÀO 10, SỞ GIÁO DỤC HƯNG YÊN, 2016

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

Câu 1.

a) Rút gọn biểu thức $\sqrt{3}(\sqrt{27}+4\sqrt{3})$.

b) Giải hệ phương trình $\begin{cases} x-3y=5 \\ 2x+3y=1 \end{cases}$.

Lời giải.

a) $\sqrt{3}(\sqrt{27}+4\sqrt{3})=\sqrt{81}+4.3=9+12=21$.

b) $\begin{cases} x-3y=5 \\ 2x+3y=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=5+3y \\ 2(5+3y)+3y=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=5+3y \\ y=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=-1 \end{cases}$.

Câu 2.

a) Tìm tọa độ điểm A thuộc đồ thị hàm số $y=2x^2$, biết hoành độ của điểm A bằng 2.

b) Tìm m để hàm số bậc nhất $y=(m-2)x-1$ $(m\neq 2)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Lời giải.

a) Điểm A thuộc đồ thị nên $y_A=2x_A^2=8$.

Vậy $A(2;8)$.

b) Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ nếu

$m-2\geq 2 \Leftrightarrow m\geq 2$.

Vậy $m\geq 2$.

Câu 3. Cho phương trình $x^2-x-m+2=0$ (m là tham số).

a) Giải phương trình với $m = 3$.

b) Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1; x_2$ $(x_1 > x_2)$ thỏa mãn $2x_1 + x_2 = 5$.

Lời giải.

a) Với $m = 3$ thì phương trình là:

$x^2 - x - 1 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\sqrt{5}+1}{2} \\ x = \dfrac{-\sqrt{5}+1}{2} \end{array}\right.$.

Vậy phương trình có hai nghiệm $x = \dfrac{\sqrt{5}+1}{2}; x = \dfrac{-\sqrt{5}+1}{2}$.

b) Có $\Delta = 1 - 4(-m+2) = 4m - 7$.

Phương trình có 2 nghiệm phân biệt $x_1; x_2 \Leftrightarrow \Delta > 0 \Leftrightarrow m > \dfrac{7}{4}$ khi đó theo Vi-ét và yêu câu bài toán ta có hệ:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 1 (1) \\ 2x_1 + x_2 = 5 (2) \\ x_1.x_2 = 2 - m (3) \end{cases}$$

Kết hợp phương trình $(1); (2)$ ta có $\begin{cases} x_1 = 4 \\ x_2 = -3 \end{cases}$ thay vào phương trình số (3) ta có $2 - m = -12 \Leftrightarrow m = 14$(thỏa mãn điều kiện).

Vậy $m = 14$.

Câu 4.

a) Cho hình trụ có bán kính đường tròn đáy $r = 2$cm và chiều cao $h = 5$cm. Tính diện tích xung quanh của hình trụ đó.

b) Một công ty vận tải dự định điều một số xe tải để vận chuyển 24 tấn hàng. Thực tế khi đến nơi thì công ty bổ sung thêm 2 xe nữa nên mỗi xe chở ít đi 2 tấn so với dự định. Hỏi số xe dự định được điều động là bao nhiêu? Biết số lượng hàng chở ở mỗi xe như nhau và mỗi xe chở một lượt.

Lời giải.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

a) $S_{xq} = 2\pi rh = 2\pi.2.5 = 20\pi(\text{cm}^2)$.

b) b) Gọi số xe ban đầu là x (xe) nên số hàng thực tế mỗi xe chở là $\dfrac{24}{x}$ (tấn) Số xe thực tế là $x+2$ (xe) nên số hàng thực tế mỗi xe chở là $\dfrac{24}{x+2}$ (tấn) Theo bài ra ta có phương trình: $\dfrac{24}{x} - \dfrac{24}{x+2} = 2 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 24 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 4 \\ x = -6(\text{loại}) \end{array}\right.$.

Vậy số xe ban đầu là 4 xe.

Câu 5. Cho đường tròn (O) đường kính AB. Trên tiếp tuyến tại A của đường tròn lấy điểm C sao cho C khác A. Từ C kẻ tiếp tuyến thứ hai CD (D là tiếp điểm) và cát tuyến CMN (M nằm giữa N và C) với đường tròn. Gọi H là giao điểm và CO và AD.

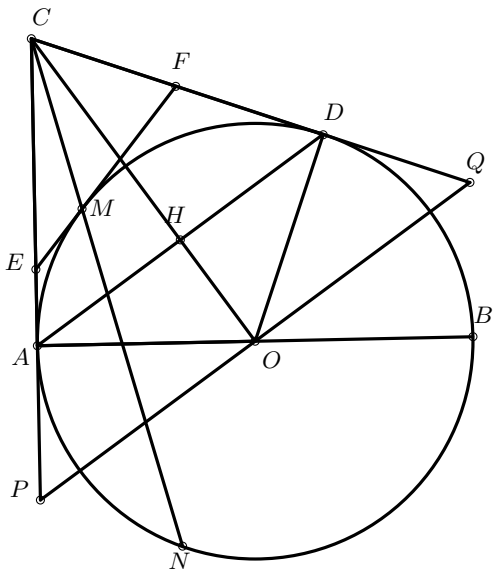
a) Chứng minh các điểm C, A, O, D cùng nằm trên một đường tròn.

b) Chứng minh $CH.CO = CM.CN$.

c) Tiếp tuyến tại M của đường tròn (O) cắt CA, CD thứ tự tại E, F. Đường thẳng vuông góc với OC tại O cắt CA, CD thứ tự tại P, Q. Chứng minh $PE + QF \geq PQ$.

Lời giải.

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên



a) Vì CA, CD là tiếp tuyến của (O) (gt).
Nên góc $\widehat{CAO} = \widehat{CDO} = 90^\circ$ (theo tính chất tiếp tuyến).
Suy ra 4 điểm C, A, O, D cùng thuộc một đường tròn (điều phải chứng minh).

b) Chứng minh được tam giác COD vuông tại A có đường cao DH nên
$CH.CO = CD^2$ (1).
Ta chứng minh được $\triangle CMD \sim \triangle CDN$
nên có $CM.CN = CD^2$ (2).
(1) và (2) ta co điều phải chứng minh.

c) Ta có $\widehat{OFQ} = \widehat{MDO}$ (cùng phụ với góc $\widehat{FDM}$).
Tứ giác $AODC$ nội tiếp $\Rightarrow \widehat{ADO} = \widehat{ACO}$ (Cùng chắn cung AO)
mà $\widehat{ACO} = \widehat{AOP}$ (cùng phụ với góc P) $\Rightarrow \widehat{ADO} = \widehat{APO}$ (2).
Từ (1) và (2) suy ra $\widehat{POE} = \widehat{MDO} = \widehat{OFQ}$ (3).
Tam giác CPQ cân tại $C \Rightarrow \widehat{CPQ} = \widehat{CQP}$ (4).
Từ (3) và (4) ta có tam giác POE đồng dạng với tam giác QFO
$\Rightarrow QF.PE = OP.OQ = OP^2$.
Theo Cô-si có $QF + PE \geq 2\sqrt{QF.PE} = 2.OP = PQ$

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Dấu " = " xảy ra khi và chỉ khi $QF = PE$ (Tức là M là giao điểm của OC và (O)).

Câu 6. Cho các số thực dương a, b, c thỏa mãn $\sqrt{a}+\sqrt{b}+\sqrt{c}=1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P = \sqrt{2a^2+ab+2b^2}+\sqrt{2b^2+bc+2c^2}+\sqrt{2c^2+ca+2a^2}.$$

Lời giải.

Có $\sqrt{2a^2+ab+2b^2} = \sqrt{\frac{5}{4}(a+b)^2+\frac{3}{4}(a-b)^2} \geq \sqrt{\frac{5}{4}(a+b)^2} = \frac{\sqrt{5}}{2}(a+b)$.

Tương tự ta có $\sqrt{2b^2+bc+2c^2} \geq \frac{\sqrt{5}}{2}(b+c)$; $\sqrt{2c^2+ca+2a^2} \geq \frac{\sqrt{5}}{2}(c+a)$.

Vậy $P \geq \sqrt{5}(a+b+c)$. ta luôn có bất đẳng thức $x^2+y^2+x^2 \geq \frac{1}{3}(a+b+c)^2$. Thật vậy vì bất đẳng thức $\Leftrightarrow (a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2 \geq 0$. Áp dụng bất đẳng thức đó ta có:

$$a+b+c \geq \frac{1}{3}\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}+\sqrt{c}\right)^2 = \frac{1}{3}.$$

Vậy $P \geq \frac{\sqrt{5}}{3}$, dấu " = " xảy ra khi $a=b=c=\frac{1}{9}$.

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 154

ĐỀ THI VÀO 10, SỞ GIÁO DỤC KIÊN GIANG, 2016

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Câu 1.

a) Tính $A = \sqrt{45} - 3\sqrt{20} + 2\sqrt{125}$.

b) Cho biểu thức: $P(x) = \dfrac{2\sqrt{x}}{x + 2\sqrt{x}} + \dfrac{x-1}{x + 3\sqrt{x}} + 2$ với $x > 0$.

(a) Rút gọn $P(x)$.

(b) Xác định x khi $P(x) = \dfrac{4}{5}$.

Lời giải.

a) Ta có $A = 3\sqrt{5} - 6\sqrt{5} + 10\sqrt{5} = 7\sqrt{5}$.

b)

(a) $P(x) = \dfrac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+2\right)} + \dfrac{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+1\right)}{\left(\sqrt{x}+2\right)\left(\sqrt{x}+1\right)} = \dfrac{2}{\sqrt{x}+2} + \dfrac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+2} = \dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+2}$.

(b) Ta có $P(x) = \dfrac{4}{5} \Leftrightarrow \dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+2} = \dfrac{4}{5} \Leftrightarrow 5\left(\sqrt{x}+1\right) = 4\left(\sqrt{x}+2\right) \Leftrightarrow \sqrt{x} = 3 \Leftrightarrow x = 9$.

Câu 2. Cho phương trình bậc hai: $x^2 - 2(m-1)x + m^2 - 2m = 0 \quad (1)$ (m là tham số)

a) Chứng tỏ rằng phương trình có hai nghiệm phân biệt.

b) Tìm m sao cho hai nghiệm x_1, x_2 của phương trình (1) thỏa hệ thức $x_1x_2 = x_1 + x_2$.

Lời giải.

a) Ta có $\Delta' = [-(m-1)]^2 - \left(m^2 - 2m\right) = 1 > 0$ nên (1) luôn có hai nghiệm phân biệt.

b) Theo định lý Vi-et ta có $x_1 + x_2 = 2(m-1)$ và $x_1x_2 = m^2 - 2m$.

Theo đề $x_1x_2 = x_1 + x_2 \Leftrightarrow m^2 - 2m = 2(m-1) \Leftrightarrow m^2 - 4m + 2 = 0 \Leftrightarrow m = 2 \pm \sqrt{2}$.

Câu 3.

a) Cho parabol $(P): y = 3x^2$ và đường thẳng $(d): y = 4x - 1$. Tìm giao điểm của hai đồ thị (P) và (d).

b) Một chiếc tàu đi xuôi dòng 120 km và ngược dòng 80 km hết thời gian là 10 giờ với vận tốc của tàu là không đổi. Biết vận tốc của tàu lúc xuôi dòng hơn vận tốc của tàu lúc ngược dòng là 8 km/h. Tính vận tốc của tàu khi xuôi dòng.

Lời giải.

a) Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d):

$$3x^2 = 4x - 1 \Leftrightarrow 3x^2 - 4x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = 1, x = \frac{1}{3}$$

Với $x = 1$ thì $y = 3$ và $x = \frac{1}{3}$ thì $y = \frac{1}{3}$.
Vậy (P) và (d) có hai giao điểm là $A(1;3)$ và $B\left(\frac{1}{3};\frac{1}{3}\right)$.

b) Gọi x (km/h) là vận tốc của tàu lúc xuôi dòng $\Rightarrow x - 8$ (km/h) là vận tốc của tàu lúc ngược dòng. Điều kiện: $x > 8$.
Thời gian tàu lúc xuôi dòng: $\frac{120}{x}$ (h) và thời gian của tàu lúc ngược dòng: $\frac{80}{x-8}$ (h).
Theo đề ta có phương trình: $\frac{120}{x} + \frac{80}{x-8} = 10 \Leftrightarrow 10x^2 - 280x + 960 = 0 \Leftrightarrow x = 24, x = 4$.
Vậy vận tốc của tàu lúc xuôi dòng là 24 (km/h).

Câu 4. Cho đường tròn tâm O đường kính AB. Trên cùng một nửa đường tròn (O) đường kính AB lấy hai điểm C và D sao cho cung AC nhỏ hơn cung AD. Gọi T là giao điểm của CD và AB. Vẽ đường tròn tâm I đường kính TO cắt đường tròn tâm O tại M và N (M nằm giữa cung nhỏ CD). Nối MN cắt AB tại E.

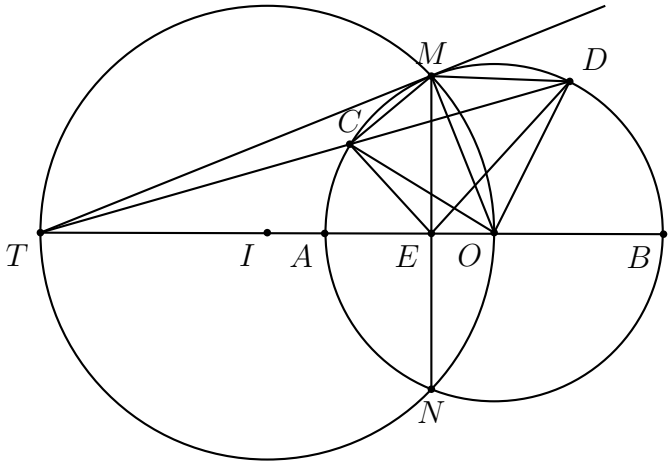
a) Chứng minh: TM là tiếp tuyến của đường tròn (O).

b) Chứng minh: $TM^2 = TC.TD$.

c) Chứng minh: Tứ giác $ODCE$ nội tiếp.

d) Chứng minh: $\widehat{MEC} = \widehat{MED}$.

Lời giải.



a) Ta có $\widehat{OMT} = 90^\circ \Rightarrow OM \perp TM \Rightarrow TM$ là tiếp tuyến của đường tròn tâm O.

b) Xét tam giác TMC và tam giác TDM ta có $\widehat{T}$ chung và $\widehat{TMC} = \widehat{TDM}$ (chắn nửa cung MC). Suy ra $\triangle TMC$ đồng dạng với $\triangle TDM$.
Do đó $\dfrac{TM}{TD} = \dfrac{TC}{TM} \Rightarrow TM^2 = TC.TD$.

c) Đường tròn (O) và (I) cắt nhau tại M và N nên $OI \perp MN$ tại E.
Tam giác TMO vuông tại M có $ME \perp TO$ nên $TM^2 = TE.TO$.
Lại có $TM^2 = TC.TD$ nên $TE.TO = TC.TD \Rightarrow \dfrac{TE}{TD} = \dfrac{TC}{TO}$.
Xét tam giác TCE và tam giác TOD ta có: $\widehat{T}$ chung và $\dfrac{TE}{TD} = \dfrac{TC}{TO}$ nên hai tam giác đồng dạng. Suy ra $\widehat{TEC} = \widehat{TDO}$.
Mà $\widehat{TEC} + \widehat{CEO} = 180^\circ$ nên $\widehat{TDO} + \widehat{CEO} = 180^\circ$ hay $\widehat{CDO} + \widehat{CEO} = 180^\circ$.
Mà $\widehat{CDO}$ và $\widehat{CEO}$ là hai góc ở vị trí đối nhau nên tứ giác $ODCE$ nội tiếp đường tròn.

d) Ta có $\widehat{DEO} = \widehat{DCO}$ (cùng chắn $\widehat{DO}$).
$\widehat{CET} = \widehat{CDO}$ (chứng minh trên)
$\widehat{DCO} = \widehat{CDO}$ (tam giác OCD) cân tại O.
Suy ra $\widehat{DEO} = \widehat{CET}$.
Lại có $\widehat{DEO} + \widehat{DEM} = 90^\circ$ và $\widehat{CET} + \widehat{CEM} = 90^\circ$ nên $\widehat{DEM} = \widehat{CEM}$.

Câu 5. Tìm $(x; y)$ với x, y là hai số dương thỏa: $x + y^2 + 9 = 2\left(\sqrt{x-3} + 3\sqrt{y^2+2}\right)$.

Lời giải.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Ta có

$$x+y^2+9=2\left(\sqrt{x-3}+3\sqrt{y^2+2}\right)\Leftrightarrow\left(\sqrt{x-3}-1\right)^2+\left(\sqrt{y^2+2}-3\right)^2$$
$$\Leftrightarrow\begin{cases}\sqrt{x-3}-1=0\\\sqrt{y^2+2}-3=0\end{cases}$$
$$\Leftrightarrow\begin{cases}x=4\\y=\pm\sqrt{7}\end{cases}$$

Do $x>0,y>0$ nên ta có kết quả $(x;y)$ là $\left(4;\sqrt{7}\right)$.

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 155

ĐỀ THI VÀO 10, SỞ GIÁO DỤC LÀO CAI, 2016

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Câu 1 (Đề thi vào 10, Sở giáo dục Lào Cai, 2016).

[9D1Y2][9D1Y6]

Thực hiện các phép tính sau:

a. $\sqrt{9}+\sqrt{16}$.

b. $\sqrt{32}.\sqrt{2}-\sqrt{8+1}$.

Lời giải.

a. $\sqrt{9}+\sqrt{16}=3+4=7$.

b. $\sqrt{32}.\sqrt{2}-\sqrt{8+1}=\sqrt{64}-\sqrt{9}=8-3=5$

Câu 2 (Đề thi vào 10, Sở giáo dục Lào Cai, 2016).

[9D1B8]

Cho biểu thức $P=\left(\dfrac{x}{x-2\sqrt{x}}+\dfrac{x}{\sqrt{x}-2}\right):\dfrac{\sqrt{x}+1}{x-4\sqrt{x}+4}$ với $x>0, x\neq 4$.

a. Rút gọn biểu thức P.

b. Tìm tất cả các giá trị của x để $P>0$.

Lời giải.

a. Với điều kiện $x>0, x\neq 4$ ta có:

$$P=\left(\frac{x}{x-2\sqrt{x}}+\frac{x}{\sqrt{x}-2}\right):\frac{\sqrt{x}+1}{x-4\sqrt{x}+4}=\left(\frac{(\sqrt{x})^2}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)}+\frac{x}{\sqrt{x}-2}\right):\frac{\sqrt{x}+1}{(\sqrt{x}-2)^2}$$
$$=\left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}+\frac{x}{\sqrt{x}-2}\right).\frac{(\sqrt{x}-2)^2}{\sqrt{x}+1}=\frac{\sqrt{x}+x}{\sqrt{x}-2}.\frac{(\sqrt{x}-2)^2}{\sqrt{x}+1}$$
$$=\frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)}{\sqrt{x}-2}.\frac{(\sqrt{x}-2)^2}{\sqrt{x}+1}=\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-2\right).$$

b. Với điều kiện $x>0, x\neq 4$ ta có:

$P > 0 \Leftrightarrow \sqrt{x}\left(\sqrt{x}-2\right) > 0 \Leftrightarrow \sqrt{x}-2 > 0$

$\Leftrightarrow \sqrt{x} > 2 \Leftrightarrow x > 4.$

Kết hợp điều kiện ta có $x > 4$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 3 (Đề thi vào 10, Sở giáo dục Lào Cai, 2016).

[9D2B4][9D3B4]

1. Tìm tất cả các giá trị của tham số a để đường thẳng $(d) : y = 3x + 2$ song song với đường thẳng $(d') : y = (2a-1)x + 8$.
2. Cho hệ phương trình $\begin{cases} 2x + y = 3 \\ x - 2y = m \end{cases}$ (I).
   a. Giải hệ phương trình (I) khi $m = -1$.
   b. Tìm m để hệ phương trình (I) có nghiệm duy nhất $(x;y)$ sao cho $x > y$.

Lời giải.

1. Đường thẳng (d) song song với đường thẳng (d') khi và chỉ khi:
$\begin{cases} 2a-1 = 3 \\ 8 \neq 2 \end{cases} \Leftrightarrow 2a - 1 = 3 \Leftrightarrow a = 2.$

2. a. Khi $m = -1$, hệ (I) có trở thành:
$\begin{cases} 2x + y = 3 \\ x - 2y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + y = 3 \\ 2x - 4y = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5y = 5 \\ 2x + y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}.$
Vậy hệ phương trình có nghiệm: $(x;y) = (1;1)$.

b. $\begin{cases} 2x + y = 3 \\ x - 2y = m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5y = 3 - 2m \\ 2x + y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \dfrac{3-2m}{5} \\ x = \dfrac{m+6}{5} \end{cases}.$
Hệ trên luôn có nghiệm duy nhất $(x;y) = \left(\dfrac{m+6}{5}; \dfrac{3-2m}{5}\right)$ với mọi m.
Khi đó: $x > y \Leftrightarrow \dfrac{m+6}{5} > \dfrac{3-2m}{5} \Leftrightarrow m + 6 > 3 - 2m \Leftrightarrow m > -1$.
Vậy với $m > -1$ hệ phương trình có nghiệm duy nhất thỏa mãn $x > y$.

Câu 4 (Đề thi vào 10, Sở giáo dục Lào Cai, 2016).

[9D4B4][9D4K6]

Cho phương trình: $x^2 - 2x + 2m - 5 = 0$ (1) (m là tham số)

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

a. Giải phương trình (1) khi $m = -5$.

b. Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 sao cho biểu thức $A = \left(x_1^2 - 2\right)\left(x_2^2 - 2\right)$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Lời giải.

a. Khi $m = -5$, phương trình đã cho trở thành: $x^2 - 2x - 15 = 0$.

Ta có: $\Delta = b^2 - 4ac = 64 > 0 \Rightarrow$ Phương trình có hai nghiệm phân biệt là:

$$x_1 = \frac{2 + \sqrt{64}}{2} = 5 \text{ và } x_2 = \frac{2 - \sqrt{64}}{2} = -3.$$

b. Phương trình có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi: $\Delta' = 6 - 2m > 0 \Leftrightarrow m < 3$.

Áp dụng định lý Vi-ét ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ x_1 x_2 = 2m - 5 \end{cases}$.

Khi đó:

$A = \left(x_1^2 - 2\right)\left(x_2^2 - 2\right) = (x_1 x_2)^2 - 2\left(x_1^2 + x_2^2\right) + 4$

$= (x_1 x_2)^2 - 2(x_1 + x_2)^2 + 4x_1 x_2 + 4 = 4m^2 - 12m + 1$

$= (2m - 3)^2 - 8 \geq -8, \ \forall m \in \mathbb{R}$.

Vậy A đạt giá trị nhỏ nhất bằng -8 khi $m = \frac{3}{2}$.

Câu 5 (Đề thi vào 10, Sở giáo dục Lào Cai, 2016).

[9H3B7]

Cho nửa đường tròn (O) đường kính $AB = 2R$. Dựng đường thẳng d là tiếp tuyến của (O) tại điểm A. Trên cung AB lấy điểm C tùy ý (C khác A và B). Tia BC cắt đường thẳng d tại điểm D. Gọi I là trung điểm của BC. Tia IO cắt đường thẳng d tại điểm K.

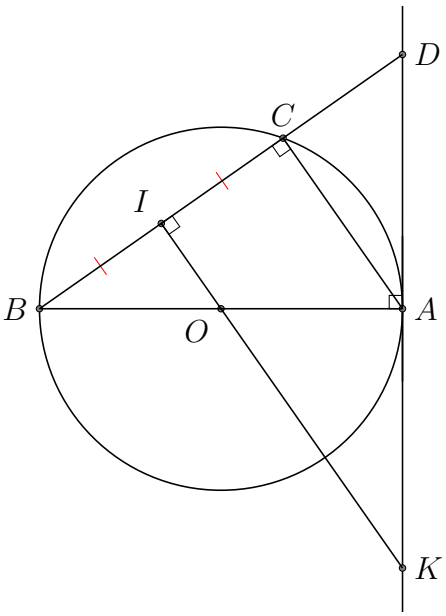
a. Chứng minh rằng tứ giác $OADI$ là tứ giác nội tiếp.

b. Chứng minh rằng $IB.ID = IO.IK$.

c. Xác định vị trí của điểm C trên cung AB để $BD + 4BI$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Lời giải.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/



a. Vì d là tiếp tuyến của đường tròn (O) tại A nên $OA \perp AD \Rightarrow \widehat{OAD} = 90^\circ$ (1).

Vì I là trung điểm của BC nên $OI \perp BC \Rightarrow \widehat{OID} = 90^\circ$ (2).

Từ (1) và (2) ta có: $\widehat{OAD} + \widehat{OID} = 180^\circ$.

Suy ra tứ giác $OADI$ nội tiếp một đường tròn.

b. Xét hai tam giác ΔIBO và ΔIKD có:

- $\widehat{BIO} = \widehat{KID} = 90^\circ$.
- $\widehat{IBO} = \widehat{IKD}$ (cùng phụ với $\widehat{IDK}$).

Suy ra: $\Delta IBO \backsim \Delta IKD$ (g-g) $\Rightarrow \dfrac{IB}{IK} = \dfrac{IO}{ID} \Leftrightarrow IB.ID = IO.IK$.

c. Áp dụng bất đẳng thức Cô-si ta có:

$BD + 4BI = BD + 2BC \geq 2\sqrt{2BD.BC} = 2\sqrt{2.AB^2} = 4R\sqrt{2}$.

Vậy $BD + 4BI$ nhỏ nhất bằng $4R\sqrt{2}$ đạt được khi và chỉ khi:

$BD = 2BC \Leftrightarrow C$ là trung điểm của $BD \Leftrightarrow C$ là điểm chính giữa cung AB.

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 156

ĐỀ THI VÀO 10, SỞ GIÁO DỤC LONG AN, 2016

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Câu 1.

1) Rút gọn các biểu thức sau:

a) $A = 2\sqrt{8} - 3\sqrt{18} + 4\sqrt{128} - 5\sqrt{32}$.

b) $B = \left(\dfrac{x-\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} + 2\right).\left(2 - \dfrac{\sqrt{x}+x}{1+\sqrt{x}}\right)$ (với $x \geq 0, x \neq 1$).

2) Giải phương trình $\sqrt{9x^2 - 6x + 1} = 5$.

Lời giải.

1)

a) $A = 4\sqrt{2} - 9\sqrt{2} + 32\sqrt{2} - 20\sqrt{2} = 7\sqrt{2}$.

b) $B = (\sqrt{x}+2)(2-\sqrt{x}) = 4 - x$.

2) Phương trình đã cho tương đương với

$$|3x-1| = 5 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 3x-1 = 5 \\ 3x-1 = -5 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2 \\ x = -\dfrac{4}{3} \end{array}\right.$$

Vậy phương trình có hai nghiệm là $x = 2, x = \dfrac{4}{3}$

Câu 2.

1) Cho hai hàm số $(P): y = x^2$ và $(d): y = -3x + 4$.

a) Vẽ đồ thị của hai hàm số trên cùng một mặt phẳng tọa độ Oxy.

b) Tìm tọa độ giao điểm của hai đồ thị trên bằng phép tính.

2) Viết phương trình đường thẳng $(d_1): y = ax + b$ biết (d_1) cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 2 và đi qua điểm $A(1;5)$.

Lời giải.

1)

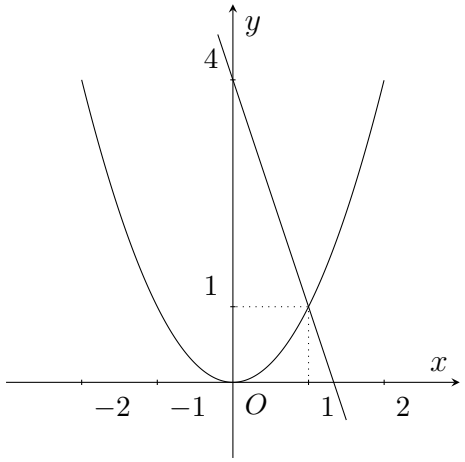
(a) Hàm số $(P): y = x^2$

Tọa độ đỉnh $O(0;0)$. Cho $x = 1 \Rightarrow y = 1$.

(b) Hàm số $(d): y = -3x + 4$.

Cho $x = 0 \Rightarrow y = 4$

Cho $x = 1 \Rightarrow y = 1$



(c) Phương trình hoành độ giao điểm (P) và (d):

$$x^2 = -3x + 4 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = -4 \end{array}\right.$$

$x = 1 \Rightarrow y = 1, x = -4 \Rightarrow y = 16$.

Vậy (P) và (d) có hai giao điểm là $A(1;1)$ và $B(-4;16)$.

2) Theo giả thiết ta được hệ phương trình $\left\{\begin{array}{l} b = 2 \\ 5 = a + b \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} b = 2 \\ a = 3 \end{array}\right.$

Vậy $(d_1): y = 3x + 2$.

Câu 3.

a) Giải phương trình $2x^2 + 7x + 3 = 0$ (không giải trực tiếp bằng máy tính)

b) Giải hệ phương trình $\left\{\begin{array}{l} 3x - 2y = 0 \\ x + 2y = 8 \end{array}\right.$ (không giải trực tiếp bằng máy tính)

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

c) Cho phương trình $x^2 - 2mx + m^2 - 1 = 0$ (m là tham số). Tìm m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 = 4$.

Lời giải.

a) Ta có $\Delta = 25 > 0$ nên phương trình có hai nghiệm phân biệt $x = -3, x = -\dfrac{1}{2}$.

b) $\begin{cases} 3x - 2y = 0 \\ x + 2y = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x = 8 \\ x + 2y = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases}$

c) Ta có $\Delta' = 1 > 0, \forall m$ nên phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt.
Theo định lí Vi-et ta có $x_1 + x_2 = 2m, x_1x_2 = m^2 - 1$. Do đó
$x_1^2 + x_2^2 = 4 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 4 \Leftrightarrow 4m^2 - 2(m^2 - 1) = 4 \Leftrightarrow m = \pm 1$.
Vậy giá trị cần tìm là $m = \pm 1$.

Câu 4.

1) Cho tam giác ABC có $\widehat{B} = 45°, \widehat{C} = 60°, AB = 7$cm, kẻ $AH \perp BC (H \in BC)$. Tính độ dài đoạn thẳng AH, AC, HC (kết quả làm tròn lấy một chữ số thập phân).

2) Cho tam giác nhọn ABC có $AB = AC$. Đường tròn tâm (O) đường kính $AB = 2R$ cắt cạnh BC, AC lần lượt tại I và K. Tiếp tuyến của đường tròn (O) tại B cắt AI tại D; H là giao điểm của AI và BK.

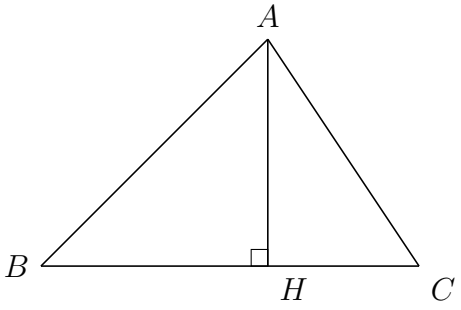
a) Chứng minh rằng tứ giác $IHKC$ là tứ giác nội tiếp được trong đường tròn.

b) Chứng minh BC là tia phân giác của $\widehat{DBH}$.

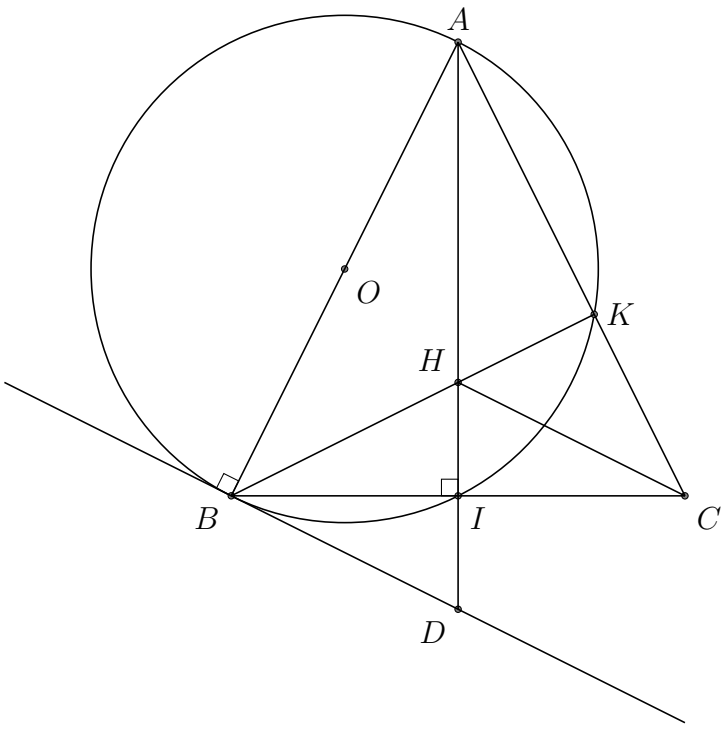
c) Tính diện tích hình tròn ngoại tiếp tứ giác $IHKC$ theo R trong trường hợp tam giác ABC đều.

Lời giải.

Bài 1: Ta có tam giác AHB vuông tại H nên
$AH = AB.\sin B = 7.\sin 45° \approx 4,9$ cm.
Tam giác AHC vuông tại H nên
$AC = \dfrac{AH}{\sin C} \approx \dfrac{4,9}{\sin 60°} \approx 5,7$ cm.
$HC = AH.\tan C = 4,9.\cot 60° \approx 2,8$ cm.



Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/



a) Ta có $\widehat{AIB} = \widehat{AKB} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) nên $\widehat{HKC} = \widehat{HIC} = 90^\circ$

Do đó $\widehat{HKC} + \widehat{HIC} = 180^\circ$

Suy ra tứ giác $IHKC$ nội tiếp được đường tròn.

b) Ta có $\widehat{AIB} = 90^\circ$ nên $AI \perp BC$.

mà tam giác ABC cân tại A nên AI là phân giác.

Suy ra $\widehat{BAI} = \widehat{CAI}$ (1)

Ta có $\widehat{BAI} = \widehat{DBI}$ (cùng chắn cung $\widehat{BI}$) và $\widehat{KAI} = \widehat{KBI}$ (cung chắn cung $\widehat{IK}$) (2)

Từ (1), (2) suy ra $\widehat{DBI} = \widehat{KBI}$

Vậy BC là phân giác góc $\widehat{DBH}$.

c) Tam giác ABC đều nên AI, BK là trung tuyến

Suy ra H là trọng tâm tam giác ABC

$CO = AB.\dfrac{\sqrt{3}}{2} = R\sqrt{3} \Rightarrow CH = \dfrac{2}{3}CO = R\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$

Gọi R' là bán kính đường tròn ngoại tiếp tứ giác $IHCK$, khi đó $R' = \dfrac{CH}{2} = R\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

Suy ra diện tích đường tròn ngoại tiếp tứ giác $IHCK$ là $S = \pi R'^2 = \dfrac{1}{3}\pi R^2$

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 157

ĐỀ THI VÀO 10, SỞ GIÁO DỤC NAM ĐỊNH, 2016

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Phần I - Trắc nghiệm

Câu 5. Điều kiện để biểu thức $\sqrt{(x^2+1)x}$ có nghĩa là

(A) $x \le 0$. (B) $x \ge 0$. (C) $x < 0$. (D) $x \ne 0$.

Câu 6. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, đồ thị hàm số $y = 2x - 1$ đi qua điểm

(A) $M(0;1)$. (B) $N(1;0)$. (C) $P(3;5)$. (D) $Q(3;-1)$.

Câu 7. Tổng hai nghiệm của phương trình $x^2 - 2x - \sqrt{2} = 0$ là

(A) 1. (B) -2. (C) $-\sqrt{2}$. (D) 2.

Câu 8. Trong các phương trình sau, phương trình nào có hai nghiệm dương?

(A) $x^2 - 5x + 3 = 0$. (B) $x^2 - 3x + 5 = 0$. (C) $x^2 + 4x + 4 = 0$. (D) $x^2 - 25 = 0$.

Câu 9. Hàm số nào sau đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

(A) $y = x - 1$. (B) $y = \left(\sqrt{2} - \sqrt{3}\right)x + 1$.

(C) $y = \left(\sqrt{3} - \sqrt{2}\right)x + 1$. (D) $y = \left|\sqrt{3} - 2\right|x + 1$.

Câu 10. Số tiếp tuyến chung của hai đường tròn tiếp xúc ngoài là

(A) 0. (B) 1. (C) 2. (D) 3.

Câu 11. Cho tam giác ABC vuông cân tại A và $BC = 10$ (cm). Diện tích tam giác ABC bằng

(A) 25 (cm^2). (B) $5\sqrt{2}$ (cm^2). (C) $25\sqrt{2}$ (cm^2). (D) 50 (cm^2).

Câu 12. Cho hình nón có chiều cao bằng 8 (cm) và thể tích bằng 96π (cm^3). Đường sinh của hình nón có độ dài bằng

(A) 12 (cm). (B) 4 (cm). (C) 10 (cm). (D) 6 (cm).

Phần II - Tự luận

Câu 1. Cho biểu thức $P = \left(\dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-2} - \dfrac{2}{x-4}\right)\left(\sqrt{x} - 1 + \dfrac{\sqrt{x}-4}{\sqrt{x}}\right)$ (với $x > 0$ và $x \ne 4$).

1) Chứng minh $P = \sqrt{x} + 3$.

2) Tìm các giá trị của x sao cho $P = x + 3$.

Lời giải.

1)

$$\begin{aligned} P &= \left(\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-2} - \frac{2}{x-4}\right)\left(\sqrt{x} - 1 + \frac{\sqrt{x}-4}{\sqrt{x}}\right) \\ &= \left(\frac{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}+1)}{x-4} - \frac{2}{x-4}\right)\left(\frac{x-4}{\sqrt{x}}\right) \\ &= \left(\frac{x+3\sqrt{x}}{x-4}\right)\left(\frac{x-4}{\sqrt{x}}\right) \\ &= \sqrt{x}+3 \end{aligned}$$

2) $\sqrt{x}+3 = x+3 \iff x - \sqrt{x} = 0 \iff \sqrt{x} = 1$ hoặc $\sqrt{x} = 0$ (loại) $\iff x = 1$.

Câu 2. Cho phương trình $x^2 - 2(2m+1)x + 4m^2 - 2m + 3 = 0$ (m là tham số).

1) Giải phương trình khi $m = 2$.

2) Tìm các giá trị của tham số m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn

$$(x_1 - 1)^2 + (x_2 - 1)^2 + 2(x_1 + x_2 - x_1x_2) = 18$$

Lời giải.

1) $x^2 - 10x + 15 = 0 \iff x = 5 \pm \sqrt{10}$.

2) $\Delta' = (2m+1)^2 - (4m^2 - 2m + 3) = 6m - 2 > 0 \iff m > \dfrac{1}{3}$. Theo định lý vi-et ta có $x_1 + x_2 = 2(2m+1)$ và $x_1x_2 = -2m+3$, khi đó $(x_1-1)^2 + (x_2-1)^2 + 2(x_1+x_2-x_1x_2) = 18 \iff (x_1+x_2)^2 - 4x_1x_2 = 16 \iff m = 1$ (thỏa mãn)

Câu 3. Giải hệ phương trình $\begin{cases} \dfrac{5}{x-2} - \dfrac{2y-4}{y-3} = 2 \\ \dfrac{x+2}{x-2} - \dfrac{2}{y-3} = 4 \end{cases}$

Lời giải.

$$\begin{cases} \dfrac{5}{x-2} - \dfrac{2y-4}{y-3} = 2 \\ \dfrac{x+2}{x-2} - \dfrac{2}{y-3} = 4 \end{cases} \iff \begin{cases} \dfrac{5}{x-2} - \dfrac{2}{y-3} = 4 \\ \dfrac{4}{x-2} - \dfrac{2}{y-3} = 3 \end{cases} \iff \begin{cases} \dfrac{1}{x-2} = 1 \\ \dfrac{4}{x-2} - \dfrac{2}{y-3} = 3 \end{cases} \iff \begin{cases} x = 3 \\ y = 5 \end{cases}$$

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

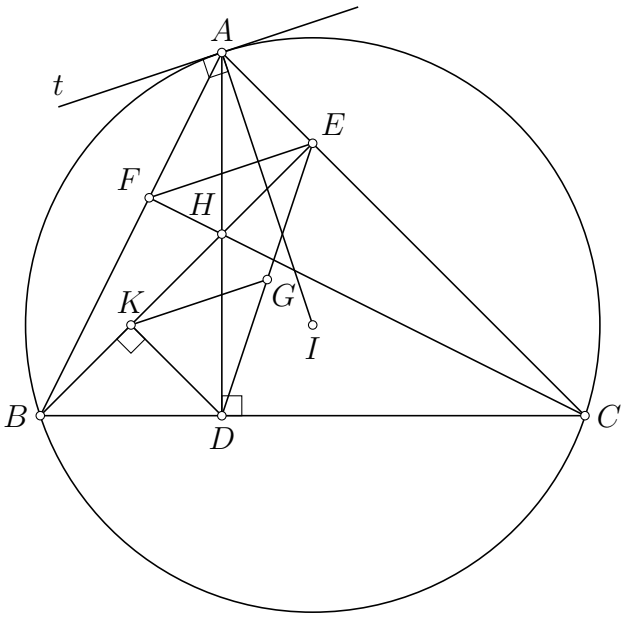
Câu 4. Cho tam giác ABC có ba góc nhọn ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn tâm I. Gọi H là trực tâm và D, E, F lần lượt là chân các đường cao kẻ từ A, B, C của tam giác ABC. Kẻ DK vuông góc với đường thẳng BE tại K.

1) Chứng minh tứ giác $BECF$ là tứ giác nội tiếp và tam giác DKH đồng dạng với tam giác BEC.

2) Chứng minh $\widehat{BED} = \widehat{BEF}$.

3) Gọi G là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác DKE. Chứng minh $IA \perp KG$.

Lời giải.



1) Ta có $\widehat{ABE} + \widehat{BAC} = \widehat{ACF} + \widehat{BAC} = 90^\circ \Longrightarrow \widehat{ABE} = \widehat{ACF}$ cho nên tứ giác $BECF$ nội tiếp. Hai tam giác vuông DHK và BEC có $\widehat{DHK} = \widehat{DAC} = \widehat{EBC}$ cho nên đồng dạng.

2) Dễ thấy các tứ giác $DHEC$, $AEHF$ nội tiếp và $\widehat{BAD} = \widehat{BCF}$ cho nên $\widehat{BED} = \widehat{BEF}$.

3) Tam giác DEF vuông cho nên G là trung điểm của DE, tam giác KGE cân tại G suy ra $\widehat{GKE} = \widehat{BED} = \widehat{BEF}$ cho nên $KG \parallel EF$. Ta cần chứng minh $EF \perp IA$. Qua A dựng tiếp tuyến At, ta có $\widehat{BAt} = \widehat{BCA} = \widehat{AFE}$ cho nên $At \parallel EF$ kéo theo $EF \perp IA$.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Câu 5. Giải phương trình $2(x+1)\sqrt{x}+\sqrt{3(2x^3+5x^2+4x+1)}=5x^3-3x^2+8$.

Lời giải.

Điều kiện xác định $x \geq 0$.

Áp dụng BĐT Cauchy cho hai số thực không âm ta có :

$2(x+1)\sqrt{x} \leq (x+1)^2$

$\sqrt{3(2x^3+5x^2+4x+1)}=\frac{1}{2}\sqrt{12(2x^3+5x^2+4x+1)} \leq \frac{1}{4}(12+2x^3+5x^2+4x+1)$

Cho nên $VT \leq \frac{1}{4}(2x^3+9x^2+12x+17)$.

Xét hiệu $5x^3-3x^2+8-\frac{1}{4}(2x^3+9x^2+12x+17)=\frac{3}{4}(6x^3-7x^2-4x+5)=\frac{3}{4}(x-1)^2(6x+5) \geq 0$ với mọi $x \geq 0$. Vậy $2(x+1)\sqrt{x}+\sqrt{3(2x^3+5x^2+4x+1)} \leq 5x^3-3x^2+8$, dấu bằng xảy ra khi $x=1$, cho nên phương trình có nghiệm duy nhất $x=1$.

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 158

ĐỀ THI VÀO 10, SỞ GIÁO DỤC NGHỆ AN, 2016

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Câu 1. Cho biểu thức $P = \left(\dfrac{\sqrt{x}+1}{x-9} - \dfrac{1}{\sqrt{x}+3}\right)(\sqrt{x}-3)$.

a) Tìm điều kiện xác định và rút gọn P.

b) Tìm các giá trị của x để $P \leq 1$.

Lời giải.

a) Điều kiện: $\begin{cases} x \geq 0 \\ x-9 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x \neq 9 \end{cases}$.

Ta có

$$P = \left(\frac{\sqrt{x}+1}{x-9} - \frac{\sqrt{x}-3}{x-9}\right)(\sqrt{x}-3) = \frac{4}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)}(\sqrt{x}-3) = \frac{4}{(\sqrt{x}+3)}.$$

b) Từ kết quả trên, ta có

$$P \leq 1 \Leftrightarrow \frac{4}{\sqrt{x}+3} \leq 1 \Leftrightarrow \sqrt{x}+3 \geq 4 \Leftrightarrow \sqrt{x} \geq 1 \Leftrightarrow x \geq 1.$$

Vậy $\begin{cases} x \geq 1 \\ x \neq 9 \end{cases}$.

Câu 2.

Trong kỳ thi vào lớp 10 THPT tỉnh Nghệ An, tại một phòng thi có 24 thí sinh dự thi. Các thí sinh đều làm bài trên giấy thi của mình. Sau khi thu bài cán bộ coi thi đếm được 33 tờ giấy thi và bài làm của thí sinh chỉ gồm 1 tờ hoặc 2 tờ giấy thi. Hỏi trong phòng đó có bao nhiêu thí sinh bài làm gồm 1 tờ giấy thi, bao nhiêu thí sinh bài làm gồm 2 tờ giấy thi? (Tất cả các thí sinh đều nạp bài).

Lời giải.

Gọi $x,\ y$ lần lượt là số học sinh làm bài 1 tờ và 2 tờ giấy thi ($x,\ y \in \mathbb{N}$).

Theo đề bài ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} x+y=24 \\ x+2y=33 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y=24 \\ y=9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=15 \\ y=9 \end{cases}.$$

Vậy có 15 học sinh làm 1 tờ và 9 học sinh làm 2 tờ giấy thi.

Câu 3. Cho phương trình $x^2-2mx+m^2-9=0$ (m là tham số). (1)

a) Giải phương trình (1) khi $m=-2$.

b) Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm x_1 và x_2 thỏa mãn $x_1^2+x_2(x_1+x_2)=12$.

Lời giải.

a) Với $m=-2$ ta có phương trình $x^2+4x-5=0 \Leftrightarrow x=1,\ x=-5$.

b) Ta có $\Delta'=9>0$ nên phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m. Theo định lí Vi-et ta có $x_1+x_2=2m,\ x_1x_2=m^2-9$. Do đó

$$\begin{aligned} x_1^2+x_2(x_1+x_2)=12 &\Leftrightarrow x_1^2+x_2^2+x_1x_2=12 \Leftrightarrow (x_1+x_2)^2-x_1x_2=12 \\ &\Leftrightarrow 4m^2-(m^2-9)=12 \Leftrightarrow m^2=1 \Leftrightarrow m=\pm 1. \end{aligned}$$

Vậy $m=\pm 1$ là những giá trị cần tìm.

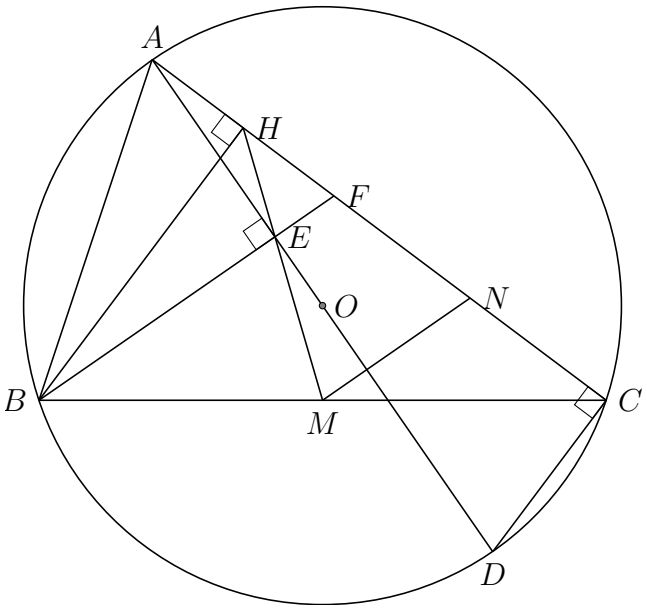
Câu 4. Cho tam giác ABC nhọn ($AB<AC$) nội tiếp đường tròn (O), vẽ đường kính AD. Đường thẳng qua B vuông góc với AD tại E cắt AC tại F. Gọi H là hình chiếu vuông góc của B trên AC và M là trung điểm của BC.

a) Chứng minh $CDEF$ là tứ giác nội tiếp.

b) Chứng minh $\widehat{MHC}+\widehat{BAD}=90^\circ$.

c) Chứng minh $\dfrac{HC}{HF}+1=\dfrac{BC}{HE}$.

Lời giải.



a) Ta có $\widehat{FED} = \widehat{FCD} = 90^\circ$ nên tứ giác $CDEF$ nội tiếp.

b) Vì tam giác BHC vuông tại H và M là trung điểm BC nên $MH = MC$, do đó ta có $\widehat{MHC} = \widehat{MCH}$. Mặt khác $\widehat{BAD} = \widehat{BCD}$ nên $\widehat{MHC} + \widehat{BAD} = \widehat{MCH} + \widehat{BCD} = 90^\circ$.

c) Gọi N là trung điểm FC, ta có $MN \parallel BF$.
Do $\widehat{AHB} = \widehat{AEB} = 90^\circ$ nên $ABEH$ nội tiếp, suy ra

$$\widehat{BHE} = \widehat{BAE} = \widehat{BAD} = \widehat{BCD} = 90^\circ - \widehat{MCH} = 90^\circ - \widehat{MHC} = \widehat{BHM},$$

nên ta có $H,\ E,\ M$ thẳng hàng. Ta có

$$\begin{aligned}\frac{BC}{HE} &= \frac{2MH}{HE} = \frac{2HN}{HF} = \frac{2HF + 2FN}{HF} \\ &= \frac{HF + HF + FC}{HF} = \frac{HF + HC}{HF} = 1 + \frac{HC}{HF}.\end{aligned}$$

Câu 5. Cho các số thực $a,\ b,\ c$ thỏa mãn $0 \le a,\ b,\ c \le 1$ và $a + b + c \ge 2$. Chứng minh rằng:

$$ab(a+1) + bc(b+1) + ca(c+1) \ge 2$$

Lời giải.

Vì $0 \le a,\ b,\ c \le 1$ nên ta có

$$(1-a)(1-b) \ge 0 \Rightarrow ab \ge a + b - 1 \Rightarrow a^2 b \ge a^2 + ab - a.$$

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Tương tự: $b^2c \geq b^2 + bc - b,\ c^2a \geq c^2 + ca - c.$

Suy ra

$$VT \geq a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca) - (a + b + c) = (a + b + c)(a + b + c - 1) \geq 2.$$

Bài toán được chứng minh.

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 159

ĐỀ THI VÀO 10, SỞ GIÁO DỤC NINH BÌNH, 2016

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Câu 1.

a) Tính $A = \sqrt{25} + \sqrt{36}$.

b) Hàm số $y = 2x + 3$ là hàm đồng biến hay nghịch biến trên $\mathbb{R}$? Vì sao?

c) Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2x + y = 3 \\ x + 3y = 4 \end{cases}$

Lời giải.

a) Tính $A = \sqrt{25} + \sqrt{36} = 5 + 6 = 11$.

b) Hàm số $y = 2x + 3$ là hàm đồng biến trên $\mathbb{R}$. Vì $a = 2 > 0$.

c) Ta có hệ phương trình tương đương với $\begin{cases} 6x + 3y = 9 \\ x + 3y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}$.

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = (1; 1)$.

Câu 2.

a) Rút gọn biểu thức $P = \dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} + \dfrac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} - \dfrac{3x+1}{x-1}$. (với $x \geq 0, x \neq 1$)

b) Cho phương trình $x^2 + 4x + m - 1 = 0$ (1) (x là ẩn số, m là tham số). Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + x_2 + 3x_1x_2 = 2$.

Lời giải.

a) Ta có
$$P = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)+2\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)-3x-1}{x-1}$$
$$= \frac{\sqrt{x}-1}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)}$$
$$= \frac{1}{\sqrt{x}+1}.$$

b) Ta có $\Delta' = 4-(m-1) = 5-m$

Suy ra phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $5-m>0 \Leftrightarrow m<5(*)$.

Theo định lí Vi-et: $\begin{cases} x_1+x_2=-4 \\ x_1x_2=m-1 \end{cases}$. Khi đó

$x_1+x_2+3x_1x_2=2 \Leftrightarrow 3m-7=2 \Leftrightarrow m=3$ (thỏa mãn (*)).

Vậy $m=3$.

Câu 3. Khoảng cách giữa hai bến sông A và B là 30km. Một ca nô đi xuôi dòng từ bến A đến bến B rồi lại ngược dòng từ bến B về bến A. Thời gian ca nô đi xuôi dòng ít hơn thời gian ca nô đi ngược dòng là 1 giờ. Tìm vận tốc của ca nô khi nước yên lặng, biết vận tốc của dòng nước là 4 km/h.

Lời giải.

Gọi vận tốc của ca nô khi nước yên lặng là x (đơn vị km/h; điều kiện $x>4$).

Khi đó vận tốc của ca nô khi nước xuôi dòng là $x+4$(km/h).

Vận tốc của ca nô khi nước ngược dòng là $x-4$ (km/h)

Thời gian khi ca nô xuôi dòng là $\frac{30}{x+4}$(giờ).

Thời gian khi ca nô ngược dòng là $\frac{30}{x-4}$ (giờ)

Theo bài ra ta có phương trình $\frac{30}{x-4}-\frac{30}{x+4}=1$

Giải phương trình, ta được $x^2-256=0$, suy ra $x=16$.

Vậy vận tốc của ca nô khi nước yên lặng là 16 km/h.

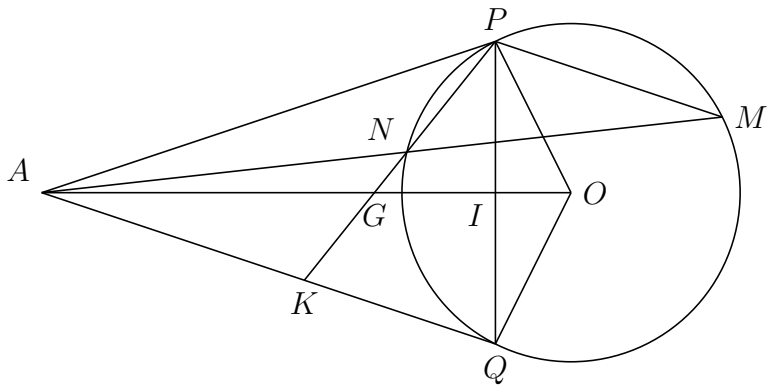
Câu 4. Cho đường tròn tâm O, bán kính R. Điểm A nằm ngoài đường tròn sao cho $OA=3R$. Từ điểm A kẻ hai tiếp tuyến AP và AQ với đường tròn tâm O (P,Q là hai tiếp điểm). Từ điểm P kẻ đường thẳng song song với AQ, cắt (O) tại M (M khác P). Gọi N là giao điểm thứ hai của đường thẳng AM và đường tròn (O). Tia PN cắt đường thẳng AQ tại K.

a) Chứng minh rằng tứ giác $APOQ$ là tứ giác nội tiếp.

b) Chứng minh rằng $KA^2 = KN.KP$.

c) Gọi G là giao điểm của hai đường thẳng AO và PK. Tính độ dài đoạn thẳng AG theo R.

Lời giải.



a) Xét tứ giác $APOQ$ có
$\widehat{APO} = 90^\circ\,(gt)$
$\widehat{AQO} = 90^\circ\,(gt)$
suy ra $\widehat{APO} + \widehat{AQO} = 180^\circ$.
Mà hai góc ở vị trí đối nhau nên $APOQ$ là tứ giác nội tiếp.

b) Ta có $\widehat{APN} = \widehat{AMP}$ (góc nội tiếp và góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung cùng chắn cung NP).
Mà $\widehat{NAK} = \widehat{AMP}$ (hai góc so le trong $PM \parallel AQ$), suy ra $\widehat{APN} = \widehat{NAK}$.
Ta có $\Delta AKN \backsim \Delta PKA$ vì $\widehat{AKP}$ chung và $\widehat{APN} = \widehat{NAK}$ (cmt).
Do đó $\dfrac{KA}{KP} = \dfrac{KN}{KA}$ suy ra $KA^2 = KN.KP$ (1).

c) Ta có Gọi I là giao điểm của AO và PQ. Ta có $AP = AQ$ (tính chất ha tiếp tuyến cắt nhau), $OP = OQ = R$ suy ra AO là đường trung trực của PQ, do đó $AO \perp PQ$ tại I là trung điểm của PQ.
Ta có $AQ \perp AO$. Xét tam giác vuông AQO có đường cao QI. Theo hệ thức lượng trong tam giác vuông ta có

$$OQ^2 = OI.OA \Rightarrow OI = \frac{OQ^2}{OA} = \frac{R^2}{3R} = \frac{1}{3}R$$

Suy ra $AI = OA - OI = \dfrac{8}{3}R$
Ta có $\Delta KNQ \backsim \Delta KQP$ (g.g) vì $\widehat{NKQ}$ chung và $\widehat{KQN} = \widehat{KPQ}$ (góc nội tiếp và góc

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

tạo bởi tiếp tuyến và dây cung cùng chắn cung NQ).
Suy ra $\dfrac{KN}{KQ}=\dfrac{KQ}{KP}$, do đó $KQ^2=KN.KP$ (2).
Từ (1) và (2) suy ra $KA=KQ$, suy ra K là trung điểm AQ. Vậy tam giác APQ có các trung tuyến AI và PK cắt nhau ở G nên G là trọng tâm. Suy ra $AG=\dfrac{2}{3}AI=\dfrac{16}{9}R$.

Câu 5.

a) Tìm tất cả các cặp số thực $(x;y)$ thỏa mãn $(16x^4+1)(y^4+1)=16x^2y^2$.

b) Cho hai số thực x,y thỏa mãn $x>y;xy=1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$M=\frac{x^2+y^2}{x-y}$$

Lời giải.

a) Áp dụng bất đẳng thức Cauchy ta có $16x^4+1\geq 2\sqrt{16x^4}=8x^2\geq 0$. Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $x=\dfrac{1}{2}$ và $x=-\dfrac{1}{2}$.
$y^4+1\geq 2\sqrt{y^4}=2y^2\geq 0$. Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $y=1$ và $y=-1$.
Nhân từng vế hai đẳng thức trên ta có $(16x^4+1)(y^4+1)\geq 16x^2y^2$
suy ra $(16x^4+1)(y^4+1)=16x^2y^2$ khi và chỉ khi $x=\pm\dfrac{1}{2}$ và $y=\pm 1$. Vậy các cặp số cần tìm là $(x;y)\in\left\{\left(\frac{1}{2};1\right);\left(\frac{1}{2};-1\right);\left(-\frac{1}{2};1\right);\left(-\frac{1}{2};-1\right)\right\}$

b) Ta có $M=\dfrac{x^2+y^2}{x-y}=\dfrac{(x-y)^2+2xy}{x-y}=(x-y)+\dfrac{2}{x-y}$ (vì $xy=1$)
Do $x>y$ nên $x-y>0$. Áp dụng bất đẳng thức Cauchy ta có
$M\geq 2\sqrt{(x-y).\dfrac{2}{x-y}}=2\sqrt{2}$
Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $xy=1$ và $x-y=\dfrac{2}{x-y}\Leftrightarrow\left(x=\dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2};y=\dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}\right)$
hoặc $\left(x=\dfrac{-\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2};y=\dfrac{-\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}\right)$

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 160

ĐỀ THI VÀO 10, SỞ GIÁO DỤC NINH THUẬN, 2016

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Câu 1.

a) Giải bất phương trình $4x-3>2(x-1)$.

b) Giải hệ phương trình $\begin{cases} 3x-y=5 \\ 2x+3y=8. \end{cases}$

Lời giải.

a) Ta có: $4x-3>2(x-1) \Leftrightarrow 4x-2x>3-2 \Leftrightarrow 2x>1 \Leftrightarrow x>\dfrac{1}{2}$.

Nghiệm của bất phương trình là: $x>\dfrac{1}{2}$

b) Ta có: $\begin{cases} 3x-y=5 \\ 2x+3y=8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=3x-5 \\ 2x+3y=8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=3x-5 \\ 2x+3(3x-5)=8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=3x-5 \\ 11x=23 \end{cases} \Leftrightarrow$

$\begin{cases} x=\dfrac{23}{11} \\ y=\dfrac{14}{11} \end{cases}$.

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x;y)=\left(\dfrac{23}{11};\dfrac{14}{11}\right)$.

Câu 2. Cho biểu thức $P=\sqrt{x(x-6)+9}$.

a) Rút gọn biểu thức P.

b) Tính giá trị của P khi $x=\sqrt{7}$.

Lời giải.

a) Ta có :

$P=\sqrt{x(x-6)+9}=\sqrt{x^2-6x+9}$

$=\sqrt{(x-3)^2}=|x-3|$

b) Với $x = \sqrt{7}$ ta có : $P = \left|\sqrt{7} - 3\right| = 3 - \sqrt{7}$

Câu 3. Cho hàm số bậc hai: $y = ax^2$ (1).

a) Xác định hệ số a biết đồ thị của hàm số (1) đi qua điểm $A(2; 2)$.

b) Vẽ đồ thị hàm số (1) khi $a = \dfrac{1}{2}$.

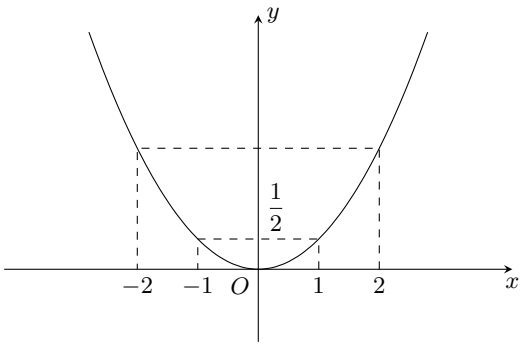
Lời giải.

a) Vì đồ thị của hàm số (1) đi qua điểm $A(2; 2)$ nên ta có : $2 = a.2^2 \Rightarrow a = \dfrac{1}{2}$

b) Khi $a = \dfrac{1}{2}$ thì hàm số trở thành $y = \dfrac{1}{2}x^2$. Ta có bảng giá trị của hàm số:

x	-2	-1	0	1	2
y	2	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	2

Đồ thị của hàm số:



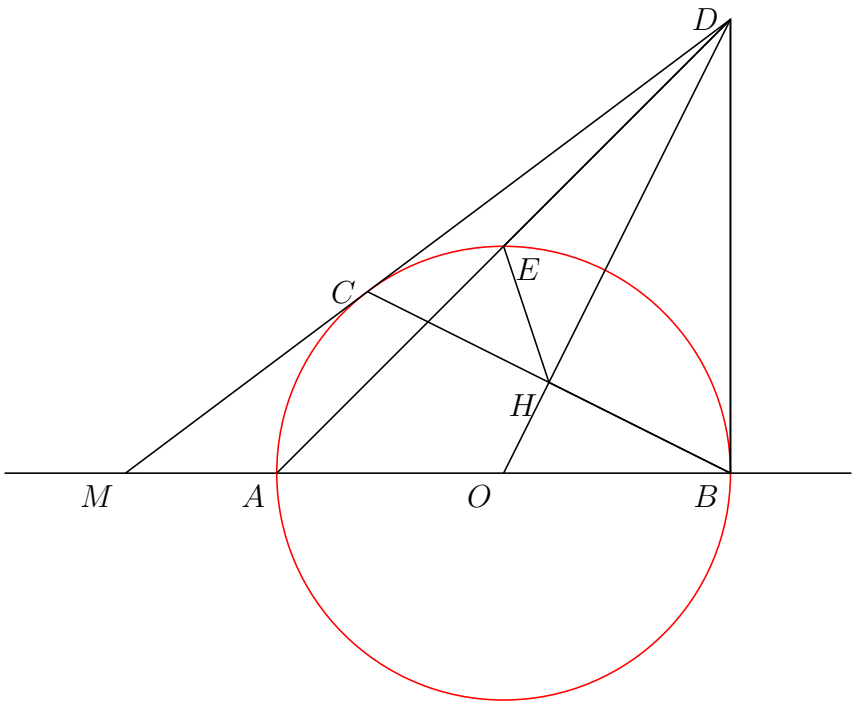
Câu 4. Cho đường tròn (O) bán kính R và điểm M nằm ngoài đường tròn (O). Qua M kẻ đường thẳng đi qua tâm O cắt đường tròn (O) tại điểm A và B $(MA < MB)$. Tiếp tuyến MC (C là tiếp điểm) với đường tròn (O) cắt tiếp tuyến tại B với đường tròn (O) ở D; BC và OD cắt nhau tại H; AD cắt đường tròn (O) tại E $(E \neq A)$.

a) Chứng minh rằng tứ giác $BDEF$ nội tiếp được trong một đường tròn.

b) Chứng minh $AE.AD = 4R^2$.

c) Tính diện tích tam giác BCD theo R khi $\widehat{BMD} = 30^\circ$.

Lời giải.



a) Theo tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau ta có $DB = DC$; $OB = OC = R$. Suy ra OD là đường trung trực của BC nên $OD \perp BC \Rightarrow \widehat{BHD} = 90^\circ$.
Lại có: $\widehat{AEB} = \widehat{BED} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nữa đường tròn) $\Rightarrow \widehat{BHD} = \widehat{BED} = 90^\circ$. Vậy tứ giác $BDEF$ nội tiếp được trong một đường tròn.

b) Trong tam giác ABD ($\widehat{ABD} = 90^\circ$) có $BD \perp AE$ nên ta có:
$AD.AE = AB^2 \Leftrightarrow AD.AE = 4R^2$

c) Ta có: $\widehat{BMD} = 30^\circ \Rightarrow \widehat{MOC} = 60^\circ$ (do tam giác MOC vuông) $\Rightarrow \triangle OAC$ đều $\Rightarrow \widehat{CAB} = \widehat{CBD} = 60^\circ$. Suy ra tam giác BCD đều.
Mặt khác: $\triangle ABC$ vuông tại C, ta có:
$BC = AC.\sin 60^\circ = 2R.2R.\dfrac{\sqrt{3}}{2} = R\sqrt{3}$.
Vậy diện tích tam giác BCD là:
$S = \dfrac{BC^2\sqrt{3}}{4} = \dfrac{(R\sqrt{3})^2.\sqrt{3}}{4} = \dfrac{3R^2\sqrt{3}}{4}$

Câu 5. Tìm nghiệm nguyên của phương trình: $x^2y^2 - x^2 - 7y^2 = 4xy$.

Lời giải.

Ta có: $x^2y^2 - x^2 - 7y^2 = 4xy \Leftrightarrow x^2y^2 - 3y^2 = x^2 + 4xy + 4y^2 \Leftrightarrow y^2(x^2 - 3) = (x + 2y)^2$ (1).

- Nếu $y = 0 \Rightarrow y = 0$ nên $(0, 0)$ là một nghiệm của phương trình đã cho.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

- Nếu $y \neq 0$ thì $x^2 - 3$ phải là số chính phương. Giả sử $x^2 - 3 = k^2 (k \in \mathbb{N}) \Leftrightarrow (x-k)(x+k) = 3 = 1.3 = -1.(-3)$.

  Vì $x - k < x + k$ suy ra

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} x-k=1 \\ x+k=3 \end{cases} \\ \begin{cases} x-k=1 \\ x+k=3 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x=2 \\ k=1 \end{cases} \\ \begin{cases} x=-2 \\ k=1 \end{cases} \end{array}\right. .$$

  Lần lượt thay $x = 2$ và $x = -2$ vào phương trình (1) ta được $y = -2$ và $y = 2$.

  Vậy phương trình đã cho có 3 nghiệm nguyên: $(0, 0)$, $(2, -2)$ và $(-2, 2)$

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 161

ĐỀ THI VÀO 10, SỞ GIÁO DỤC PHÚ THỌ, 2016

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Câu 1.

a) Giải phương trình $x-20=16$.

b) Giải bất phương trình $2x-3>5$.

Lời giải.

a) Ta có $x-20=16 \Leftrightarrow x=36$. Vậy nghiệm của phương trình là $x=36$.

b) Ta có $2x-3>5 \Leftrightarrow 2x>8 \Leftrightarrow x>4$. Vậy bất phương trình có nghiệm $x>4$.

Câu 2. Cho hàm số $y=(2m+1)x+m+4$ (m là tham số) có đồ thị là đường thẳng (d).

a) Tìm m để đường thẳng (d) đi qua điểm $A(-1;2)$.

b) Tìm m để đường thẳng (d) song song với đường thẳng (Δ) có phương trình $y=5x+1$.

c) Chứng minh rằng khi m thay đổi thì đường thẳng (d) luôn đi qua một điểm cố định.

Lời giải.

a) Đường thẳng (d) đi qua điểm $A(-1;2)$ khi và chỉ khi

$$2=(2m+1).(-1)+m+4 \Leftrightarrow m=1.$$

b) Đường thẳng (d) song song với đường thẳng $(\Delta): y=5x+1$ khi và chỉ khi

$$\begin{cases} 2m+1=5 \\ m+4\neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=2 \\ m\neq -3 \end{cases} \Leftrightarrow m=2.$$

c) Gọi $B(x_0;y_0)$ là điểm cố định mà (d) đi qua. Khi đó ta có

$$\begin{aligned}&y_0=(2m+1)x_0+m+4,\ \forall m\in\mathbb{R}\\ \Leftrightarrow&(2x_0+1)m+x_0-y_0+4=0,\ \forall m\in\mathbb{R}\\ \Leftrightarrow&\begin{cases}2x_0+1=0\\ x_0-y_0+4=0\end{cases}\\ \Leftrightarrow&\begin{cases}x=-\dfrac{1}{2}\\ y=\dfrac{7}{2}\end{cases}.\end{aligned}$$

Vậy điểm cố định cần tìm $B\left(-\frac{1}{2};\frac{7}{2}\right)$.

Câu 3. Cho phương trình $x^2-2x+m-5=0$ (m là tham số).

a) Giải phương trình với $m=1$.

b) Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $2x_1+3x_2=7$.

Lời giải.

a) Với $m=1$ ta có phương trình $x^2-2x-4=0$.
Có $\Delta'=(-1)^2-1.(-4)=5>0$, nên phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1=1-\sqrt{5}$ và $x_2=1+\sqrt{5}$.

b) Phương trình $x^2-2x+m-5=0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 khi và chỉ khi

$$\Delta'>0\Leftrightarrow 6-m>0\Leftrightarrow m<6.\ (*)$$

Theo Vi-et ta có $\begin{cases}x_1+x_2=2 & (1)\\ x_1x_2=m-5 & (2)\end{cases}$

Theo bài ra ta có

$$2x_1+3x_2=7\Leftrightarrow 2(x_1+x_2)+x_2=7\Leftrightarrow 2.2+x_2=7\Leftrightarrow x_2=3.$$

Thay vào (1) ta được $x_1=-1$, thay vào (2) ta được $m-5=-3\Leftrightarrow m=2$ (thỏa mãn $(*)$).
Vậy $m=2$.

Câu 4. Cho tam giác nhọn ABC không cân, nội tiếp đường tròn $(O;R)$. Gọi H là trực tâm và I, K lần lượt là chân đường cao kẻ từ đỉnh A, B của tam giác ABC ($I \in BC$, $K \in AC$). Gọi M là trung điểm của BC, kẻ HJ vuông góc với AM tại J.

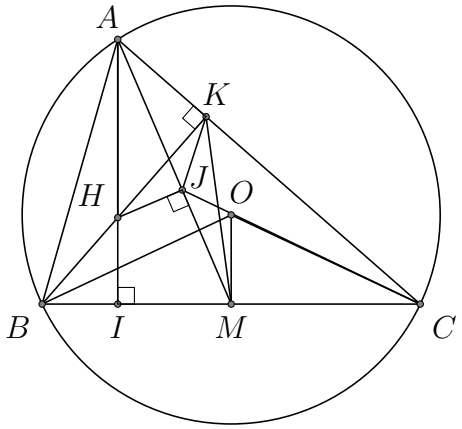
a) Chứng minh rằng bốn điểm A, H, J, K cùng thuộc một đường tròn và $\widehat{IHK} = \widehat{MJK}$.

b) Chứng minh rằng tam giác AJK và tam giác ACM đồng dạng.

c) Chứng minh rằng $MJ.MA < R^2$.

Lời giải.

a)



Vì $HJ \perp AM$, $BK \perp AC$ suy ra $\widehat{AJH} = \widehat{AKH} = 90^\circ$, mặt khác hai góc này cùng chắn đoạn AH nên tứ giác $AHJK$ nội tiếp đường tròn, hay bốn điểm A, H, J, K cùng thuộc một đường tròn.

Từ đó suy ra $\widehat{AJK} = \widehat{AHK}$ (góc nội tiếp cùng chắn cung $\overset{\frown}{AK}$).

Mà $\widehat{AJL} + \widehat{KJM} = 180^\circ$ và $\widehat{AHK} + \widehat{IHK} = 180^\circ$ (các góc ở vị trí kề bù), suy ra $\widehat{IHK} = \widehat{MJK}$.

b) Theo ý a) ta có $\widehat{AJK} = \widehat{AHK}$, mà $\widehat{AHK} = \widehat{BHI}$ (đối đỉnh), nên ta có $\widehat{AJK} = \widehat{BHI}$.

Mặt khác, $\widehat{BHI} = \widehat{BCA}$ (cùng phụ với $\widehat{HBI}$) nên $\widehat{AJK} = \widehat{BCA}$.

Hai tam giác AJK và ACM có chung góc $\widehat{CAM}$ và $\widehat{AJK} = \widehat{BCA}$ nên $\triangle AJK \backsim \triangle ACM$ (g-g).

c) Sử dụng kết quả ý b) ta có

$$\widehat{ACB} + \widehat{MJK} = \widehat{AJK} + \widehat{MJK} = 180^\circ$$

Từ đó tứ giác $MJKC$ nội tiếp được trong một đường tròn, suy ra $\widehat{MJC} = \widehat{MKC}$ (góc nội tiếp cùng chắn cung $\overset{\frown}{MC}$). (1)

Mặt khác tam giác BKC vuông tại K, có KM là đường trung tuyến nên $KM = MC = MB$, hay tam giác MKC cân tại M, suy ra $\widehat{MKC} = \widehat{MCK}$. (2)

Từ (1)(2) suy ra $\widehat{MJC} = \widehat{MCA}$.

Xét hai tam giác MJC và MCA: có $\widehat{JMC}$ chung, $\widehat{MJC} = \widehat{MCA}$ nên $\triangle MJC \backsim$

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

$\triangle MCA$ (g-g), suy ra $\dfrac{MJ}{MC} = \dfrac{MC}{MA} \Rightarrow MJ.MA = MC^2$.
Mà $MC = \dfrac{BC}{2} < \dfrac{d}{2} = R$ (với d là đường kính), từ đó suy ra $MJ.MA = MC^2 < R^2$.

Câu 5. Cho ba số dương a, b, c. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = a^2 + b^2 + c^2 + 2abc + \frac{18}{ab + bc + ca}.$$

Lời giải.

Do trong ba số $(a-1)$, $(b-1)$, $(c-1)$ luôn có hai số có tích không âm. Nên không giảm tính tổng quát, ta giả sử $(a-1)(b-1) \geq 0$.

Từ đó ta có

$$2c(a-1)(b-1) \geq 0 \Leftrightarrow 2abc \geq 2bc + 2ca - 2c. \, (1)$$

Mặt khác

$$(a-b)^2 + (c-1)^2 \geq 0 \Leftrightarrow a^2 + b^2 + c^2 + 1 \geq 2c + 2ab. \, (2)$$

Từ (1)(2) suy ra

$$a^2 + b^2 + c^2 + 2abc \geq 2ab + 2bc + 2ca - 1.$$

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $a = b = c = 1$. Cuối cùng ta có

$$P \geq 2(ab + bc + ca) + \frac{18}{ab + bc + ca} \geq 2\sqrt{2(ab + bc + ca).\frac{18}{ab + bc + ca}} - 1 = 11.$$

Vậy $P_{\min} = 11$ khi $a = b = c = 1$.

- - - HẾT - - -

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 162

ĐỀ THI VÀO 10, SỞ GIÁO DỤC QUẢNG NAM, 2016

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Câu 1.

a) Không dùng máy tính bỏ túi, hãy rút gọn biểu thức $A=\left(\sqrt{26}+5\sqrt{2}\right)\sqrt{19-5\sqrt{13}}$.

b) Cho biểu thức $B=\dfrac{x^2-\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1}-\dfrac{3x-\sqrt{x}}{\sqrt{x}}$.
Rút gọn B và tìm x để $B=1$.

Lời giải.

a) Ta có
$$A=\sqrt{2}\left(\sqrt{13}+5\right)\sqrt{19-5\sqrt{13}}=\left(\sqrt{13}+5\right)\sqrt{38-10\sqrt{13}}$$
$$=\left(\sqrt{13}+5\right)\sqrt{\left(5-\sqrt{13}\right)^2}=\left(\sqrt{13}+5\right)\left(5-\sqrt{13}\right)=25-13=12.$$

b) Điều kiện: $(x>0)$, ta có
$$B=\frac{\sqrt{x}\left(x\sqrt{x}-1\right)}{x+\sqrt{x}+1}-\left(3\sqrt{x}-1\right)=\frac{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-1\right)\left(x+\sqrt{x}+1\right)}{x+\sqrt{x}+1}-\left(3\sqrt{x}-1\right)$$
$$=x-\sqrt{x}-3\sqrt{x}+1=x-4\sqrt{x}+1.$$
Để $B=1$ thì $x^2-4\sqrt{x}=0$ suy ra $\left[\begin{array}{l}x=0\text{ (loại)}\\x=4\end{array}\right.$.

Câu 2.

a) Cho parabol $(P):y=ax^2$. Tìm hệ số a để đường thẳng $(d):y=2$ cắt (P) tại hai điểm A và B sao cho tam giác OAB vuông (với O là gốc tọa độ).

b) Tìm tham số m để phương trình $x^2+(m-2)x-(m-1)(2m-3)=0$ có hai nghiệm phân biệt sao cho nghiệm này bằng bình phương nghiệm kia.

Lời giải.

a) Phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P) là

$$ax^2 = 2 \Leftrightarrow x^2 = \frac{2}{a}$$

Phương trình có 2 nghiệm phân biệt khi $a > 0$. Khi đó, $A\left(\sqrt{\frac{2}{a}}, 2\right)$ và $B\left(-\sqrt{\frac{2}{a}}, 2\right)$.

Do A, B đối xứng qua Oy nên để tam giác OAB vuông tại O thì $\sqrt{\frac{2}{a}} = 2$ suy ra $a = \frac{1}{2}$.

b) Ta có $\Delta = (3m-4)^2$. Để phương trình có hai nghiệm phân biệt thì $m \neq \frac{4}{3}$.

Hai nghiệm của phương trình là $\left[\begin{array}{l} x_1 = m-1 \\ x_2 = 3-2m \end{array}\right.$. Ta có hai trường hợp sau

TH1. $x_1 = x_2^2$

Suy ra, $m-1 = (3-2m)^2 \Leftrightarrow 4m^2 - 13m + 10 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 2 \\ m = \frac{5}{2} \end{array}\right.$.

TH2. $x_2 = x_1^2$

Suy ra, $3-2m = (m-1)^2 \Leftrightarrow m^2 = 2 \Leftrightarrow m = \pm\sqrt{2}$.

Vậy, $m \in \left\{2; \frac{5}{4}; \pm\sqrt{2}\right\}$.

Câu 3.

a) Giải phương trình $\left(\sqrt{x-3}+2\right)^2 + x = 13$.

b) Giải hệ phương trình $\begin{cases} \frac{1}{x-2} + \frac{3}{y+1} = -2 \\ \frac{5}{x-2} - \frac{2}{y+1} = 7. \end{cases}$

Lời giải.

a) Điều kiện: $x \geq 3$. Phương trình tương đương với

$$2x + 4\sqrt{x-3} - 12 = 0 \Leftrightarrow 2(x-3) + 4\sqrt{x-3} - 6 = 0$$

Đặt $t = \sqrt{x-3} \geq 0$ phương trình trở thành $2t^2 + 4t - 6 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 1 \\ t = -3 \text{(loại)} \end{array}\right.$.

Với $t = 1$ suy ra $x = 4$. Vậy $\mathcal{S} = \{4\}$.

b) Đặt $u = \frac{1}{x-2}; v = \frac{1}{y+1}$, hệ đã cho trở thành $\begin{cases} u + 3v = -2 \\ 5u - 2v = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u = 1 \\ v = -1 \end{cases}$.

Nghiệm của hệ phương trình là $(x; y) = (3; -2)$.

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

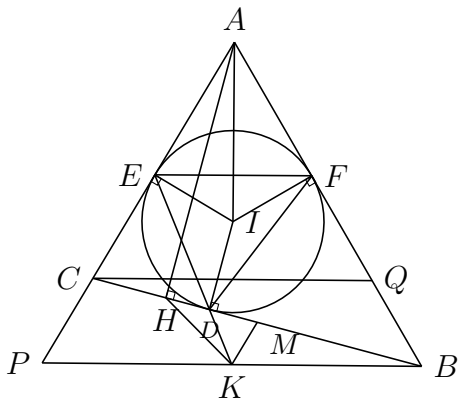
Câu 4. Cho tam giác $ABC(AB > AC)$ ngoại tiếp đường tròn tâm I, gọi D, E, F lần lượt là các tiếp điểm của đường tròn I với các cạnh BC, CA và AB. Các đường thẳng DE, DF lần lượt cắt tia AI tại K và L, gọi H là đường cao hạ từ A xuống BC.

a) Giả sử số đo góc $\widehat{BAC} = \alpha$, hãy tính số đo góc $\widehat{BIC}$ theo α.

b) Chứng minh $BK \parallel EF$.

c) Gọi M là trung điểm của BC, chứng minh tứ giác $KMLH$ nội tiếp.

Lời giải.



a) Ta tìm được $\widehat{BIC} = 90^\circ + \dfrac{\alpha}{2}$.

b) Ta có

$$\begin{aligned}\widehat{BIK} &= 180^\circ - \widehat{AIB}\\ &= 90^\circ - \frac{\widehat{C}}{2}\\ &= \widehat{CDE} = \widehat{BDK}.\end{aligned}$$

Suy ra tứ giác $BIDK$ nội tiếp, suy ra $\widehat{BKI} = 90^\circ$ suy ra $BK \parallel EF$.

c) Chứng minh được $AHKB$ và $ALHC$ là tứ giác nội tiếp. Suy ra,

$$\widehat{LHM} = \widehat{LAC} = \widehat{LAB} = \widehat{MHK}(1)$$

BK, CL cắt AC, AB tại P, Q suy ra K, L lần lượt là trung điểm của BP, CQ. Suy ra $MK = \dfrac{CP}{2} = \dfrac{BQ}{2} = ML(2)$.

Từ (1) và (2) suy ra tứ giác $MLHK$ nội tiếp.

Câu 5. Cho hai số thực x, y thỏa mãn $0 < x \le 1$, $0 < y \le 1$ và $x + y = 3xy$. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x^2 + y^2 - 4xy$.

Lời giải.

Ta có $x + y \ge 2\sqrt{xy}$ suy ra $3xy \ge 2\sqrt{xy}$ suy ra $xy \ge \dfrac{4}{9}$.

Do $x, y \le 1$ suy ra $(1-x)(1-y) \ge 0$ suy ra $x+y-xy \le 1 \Leftrightarrow xy \le \dfrac{1}{2}$.

Đặt $xy = t \left(\dfrac{4}{9} \le t \le \dfrac{1}{2}\right)$ suy ra $P = 9t^2 - 6t$.

Ta có

$$P = (9t-4)\left(t - \frac{2}{9}\right) - \frac{8}{9}$$

Do $t \ge \dfrac{4}{9}$ nên $P \ge -\dfrac{8}{9}$. Dấu bằng xảy ra khi $t = \dfrac{4}{9}$.

Vậy $\min P = -\dfrac{8}{9}$ khi $\begin{cases} xy = \dfrac{4}{9} \\ x+y = \dfrac{4}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \dfrac{2}{3} \\ y = \dfrac{2}{3} \end{cases}$.

Ta có

$$P = 9t^2 - 6t = \left(9t - \frac{3}{2}\right)\left(t - \frac{1}{2}\right) - \frac{3}{4}$$

Do $\dfrac{4}{9} \le t \le \dfrac{1}{2}$ nên $\left(9t - \dfrac{3}{2}\right)\left(t - \dfrac{1}{2}\right) \le 0$. Suy ra $P \le -\dfrac{3}{4}$.

Dấu bằng xảy ra khi $t = \dfrac{1}{2} \Leftrightarrow (x;y) \in \left\{\left(1;\dfrac{1}{2}\right);\left(\dfrac{1}{2};1\right)\right\}$.

Vậy $\max P = -\dfrac{3}{4}$.

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 163

ĐỀ THI VÀO 10, SỞ GIÁO DỤC QUẢNG NINH, 2016

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Câu 1.

1. Rút gọn biểu thức:

   a) $A=\sqrt{12}-\sqrt{3}$.

   b) $B=\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}-\dfrac{2\sqrt{x}}{x-1}-\dfrac{1}{\sqrt{x}-1}$ với $x\geq 0$ và $x\neq 1$.

2. Giải phương trình $x^2-x-2=0$.

Lời giải.

1. Rút gọn biểu thức:

   a) Ta có : $A=\sqrt{12}-\sqrt{3}=\sqrt{2^2.3}-\sqrt{3}=2\sqrt{3}-\sqrt{3}=\sqrt{3}$

   b) Ta có:

$$\begin{aligned}B&=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}-\frac{2\sqrt{x}}{x-1}-\frac{1}{\sqrt{x}-1}=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}-\frac{2\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}-\frac{1}{\sqrt{x}-1}\\&=\frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)-2\sqrt{x}-(\sqrt{x}-1)}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)}=\frac{x+\sqrt{x}-2\sqrt{x}-\sqrt{x}+1}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)}\\&=\frac{x-2\sqrt{x}+1}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)}=\frac{(\sqrt{x}-1)^2}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)}\\&=\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1}\end{aligned}$$

2. Giải phương trình $x^2-x-2=0$. Ta có: $a=1$, $b=-1$, $c=-2$ và $a-b+c=0$ nên phương trình có hai nghiệm $x_1=-1$ và $x_2=2$

Câu 2.

1. Giải hệ phương trình $\begin{cases}x+2y=3\\x-y=-3\end{cases}$.

2. Tìm giá trị của m để hai đường thẳng $(d_1): mx+y=1$ và $(d_2): x-my=m+6$ cắt nhau tại một điểm M thuộc đường thẳng $(d): x+2y=8$.

Lời giải.

a) Ta có : $\begin{cases} x+2y=-3 \\ x-y=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3y=-6 \\ x-y=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=-2 \end{cases}$

Hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất $(1;-2)$

b) Để hai đường thẳng (d_1) và (d_2) cắt nhau thì: $\frac{m}{1} \neq \frac{1}{-m} \Leftrightarrow m^2 \neq -1$ luôn thỏa mãn với $\forall m$

Với $(d): x+2y=8 \Rightarrow x=8-2y$ (1)

Với $(d_1): mx+y=1 \Rightarrow m=\dfrac{1-y}{x}$ (2)

Với $(d_2): x-my=m+6 \Rightarrow m=\dfrac{x-6}{1+y}$

Do đó : $\dfrac{1-y}{x}=\dfrac{x-6}{1+y} \Leftrightarrow 1-y^2=x^2-6x \Leftrightarrow x^2-6x+y^2-1=0$ (3)

Thay (1) vào (3) ta có phương trình: $5y^2-20y+15=0 \Leftrightarrow y=1$ hoặc $y=3$.

Với $y=1 \Rightarrow x=6$ thay vào (2) ta được $m=0$ (thỏa mãn điều kiện)

Với $y=3 \Rightarrow x=2$ thay vào (2) ta được $m=-1$ (thỏa mãn điều kiện)

Vậy với $m=0$ và $m=-1$ thì hai đường thẳng $(d_1): mx+y=1$ và $(d_2): x-my=m+6$ cắt nhau tại một điểm M thuộc đường thẳng $(d): x+2y=8$.

Câu 3. *Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình*

Theo kế hoạch một người công nhân phải hoàn thành 84 sản phẩm trong một thời gian nhất định. Do cải tiến kĩ thuật nên thực tế mỗi giờ người đó đã làm được nhiều hơn 2 sản phẩm so với số sản phẩm được làm trong một giờ theo kế hoạch. Vì vậy người đó hoàn thành công việc sớm hơn dự định 1 giờ. Hỏi theo kế hoạch mỗi giờ người công nhân phải làm bao nhiêu sản phẩm?

Lời giải.

Gọi x là số sản phẩm mà người công nhân phải làm mỗi giờ theo kế hoạch (sản phẩm,$x \in \mathbb{N}, 0<x<84$).

Theo bài ra:

Số sản phẩm mà người công nhân đã hoàn thành theo thực tế là : $x+2$(sản phẩm).

Thời gian mà người công nhân phải hoàn thành theo kế hoạch là: $\dfrac{84}{x}$ (h).

Thời gian hoàn thành theo thực tế là : $\dfrac{84}{x+2}$ (h)

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

Do người công nhân hoàn thành công việc sớm hơn dự định $1h$ nên ta có phương trình:

$$\frac{84}{x} - \frac{84}{x+2} = 1$$

Giải phương trình trên ta được : $x_1 = 12$ (thỏa mãn điều kiện)
và $x_2 = -14$ (không thỏa điều kiện).
Vậy theo kế hoạch mỗi giờ người công nhân phải làm 12 sản phẩm.

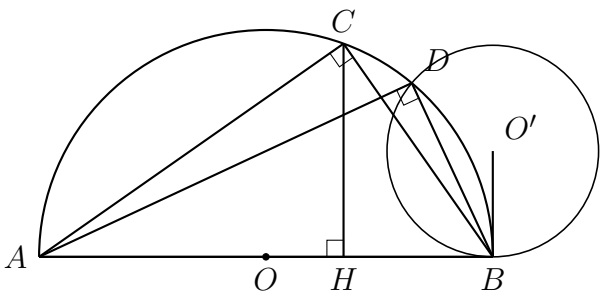
Câu 4. Cho nữa đường tròn (O) đường kính AB, trên nữa đường tròn lấy điểm C (C không trùng với A, B). Gọi H là hình chiếu của C trên đường thẳng AB. Trên cung CD lấy điểm D (D khác C, B), hai đường thẳng AB và CH cắt nhau tại E.

a) Chứng minh rằng tứ giác $BDEH$ nội tiếp.

b) Chứng minh $AC^2 = AC.AE$.

c) Gọi (O') là đường tròn đi qua D và tiếp xúc với AB tại B. Đường tròn (O') cắt CB tại F (khác B). Chứng minh rằng $EF \parallel AB$.

Lời giải.



a) Xét đường tròn $\widehat{ADH} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nữa đường tròn) hay $\widehat{EDB} = 90^\circ$
Từ giả thiết suy ra : $\widehat{CHB} = 90^\circ$ hay $\widehat{EHB} = 90^\circ$
Xét tứ giác $BDEH$ có $\widehat{EDB} + \widehat{EHB} = 180^\circ$ nên nội tiếp được đường tròn.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

b) Xét $\triangle AEH$ và $\triangle ABD$ có góc A chung, $\widehat{AHE} = \widehat{ADB} = 90^\circ \Rightarrow \triangle AEH \sim \triangle ABD(g-g)$, suy ra: $\dfrac{AE}{AB} = \dfrac{AH}{AD} \Leftrightarrow AD.AE = AH.AB$ (1)

Xét tam giác vuông AEH có CH là đường cao, ta có: $AC^2 = AH.AB$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $AC^2 = AC.AE$ (điều phải chứng minh)

c) Ta có : $\widehat{ABC} = \widehat{BDF}$ (góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung), $\widehat{BDF} + \widehat{FDA} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{ABC} + \widehat{FDA} = 90^\circ$

Mặt khác : $\widehat{ABC} = \widehat{ECH}$ (cùng phụ nhau với $\widehat{HCB}$) $\Rightarrow \widehat{ACH} + \widehat{FDA} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{HCB} = \widehat{FDA}$ hay $\widehat{ECF} = \widehat{FDE}$, suy ra tứ giác $ECDF$ nội tiếp.

Lại có: $\widehat{DEF} = \widehat{DCF}$ hay $\widehat{DEF} = \widehat{DCB}$ (góc nội tiếp cùng chắn cung FD) mà $\widehat{DCB} = \widehat{DAB} \Rightarrow \widehat{DEF} = \widehat{DAB}$ (hai góc đồng vị), nên $EF \parallel AB$

Câu 5. Với x, y là các số thực dương thỏa mãn điều kiện $x + y + xy = 15$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x^2 + y^2$.

Lời giải.

vì x, y là các số thực dương nên theo BĐT Cô si ta có:

$x + y \geq 2\sqrt{xy}$ dấu $=$ xảy ra khi $x = y$ hay $x + x + x^2 = 15 \Rightarrow x = y = 3$

Theo giả thiết: $x + y + xy = 15 \Rightarrow xy = 15 - (x + y)$. Do đó:

$$\begin{aligned} P = x^2 + y^2 &= (x + y)^2 - 2xy \\ &= (x + y)^2 - 30 + 2(x + y) \\ &\geq (2\sqrt{xy})^2 - 30 + 2.2\sqrt{xy} \end{aligned}$$

Dấu $=$ xãy ra khi $x = y = 3$.

Vậy $P_{min} = 4.3^2 - 30 + 4.3 = 18$ khi $x = y = 3$

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 164

ĐỀ THI VÀO 10, SỞ GIÁO DỤC SƠN LA, 2016

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Câu 1. Cho biểu thức $P = \left(\dfrac{1}{x-\sqrt{x}} + \dfrac{1}{\sqrt{x}-1}\right) : \dfrac{x}{x-2\sqrt{x}+1}$ (với $x > 0; x \neq 1$).

a) Rút gọn biểu thức P.

b) Tìm giá trị của x để $P > \dfrac{1}{2}$.

Lời giải.

a) Ta có

$$\begin{aligned} P &= \left(\frac{1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)}\right).\frac{(\sqrt{x}-1)^2}{\sqrt{x}} \\ &= \frac{1+\sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)}.\frac{(\sqrt{x}-1)^2}{\sqrt{x}} \\ &= \frac{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)}{\sqrt{x}\sqrt{x}} \\ &= \frac{x-1}{x}. \end{aligned}$$

b) Với $x > 0; x \neq 1$ thì $P > \dfrac{1}{2} \Leftrightarrow \dfrac{x-1}{x} > \dfrac{1}{2} \Leftrightarrow 2(x-1) > x \Leftrightarrow x > 2$.

Câu 2. Cho phương trình $x^2 - 5x + m = 0$ (m là tham số).

a) Giải phương trình trên khi $m = 6$.

b) Tìm m để phương trình có 2 nghiệm x_1; x_2 thỏa mãn $|x_1 - x_2| = 3$.

Lời giải.

a) Với $m = 6$ phương trình trở thành $x^2 - 5x + 6 = 0$

$\Delta = (-5)^2 - 4.1.6 = 25 - 24 = 1 > 0$

Vậy phương trình có 2 nghiệm phân biệt: $\left[\begin{array}{l} x_1 = \dfrac{-(-5)+1}{2} = 3 \\ x_1 = \dfrac{-(-5)-1}{2} = 2 \end{array}\right.$

b) Phương trình có 2 nghiệm $x_1; x_2$ khi và chỉ khi $\Delta \geq 0$

$$\Leftrightarrow (-5)^2 - 4.1.m \geq 0 \Leftrightarrow 25 - 4m \geq 0 \Leftrightarrow m \leq \frac{25}{4}.$$

Theo định lý Vi - ét ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 5 \\ x_1 x_2 = m \end{cases}$. (1)

Ta lại có $|x_1 - x_2| = 3 \Leftrightarrow (x_1 - x_2)^2 = 9 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2 = 9$. (2)

Thay (1) vào (2) ta có phương trình $5^2 - 4m = 9 \Leftrightarrow m = 4$.

Đối chiếu với điều kiện $m \leq \frac{25}{4}$. Ta có $m = 4$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 3. Hai ô tô cùng khởi hành một lúc trên quãng đường từ A đến B dài 120 km. Mỗi giờ ô tô thứ nhất chạy nhanh hơn ô tô thứ hai là 10 km nên đến B trước ô tô thứ hai là $0,4$ giờ. Tính vận tốc mỗi ô tô?

Lời giải.

Gọi vận tốc của xe thứ nhất và xe thứ hai theo thứ tự là : $v_1; v_2 (v_1 > 0; v_2 > 0)$

Vì mỗi giờ ô tô thứ nhất chạy nhanh hơn ô tô thứ hai là 10 km nên ta có phương trình thứ nhất là:

$$v_1 - v_2 = 10 \tag{0.22}$$

Thời gian ô tô thứ nhất đi hết quãng đường AB là $t_1 = \frac{120}{v_1}$ (h)

Thời gian ô tô thứ nhất đi hết quãng đường AB là $t_2 = \frac{120}{v_2}$ (h)

Vì ô tô thứ nhất đến trước ô tô thứ hai là $0,4$ giờ nên ta có phương trình thứ hai:

$$t_2 - t_1 = 0,4 \Leftrightarrow \frac{120}{v_2} - \frac{120}{v_1} = 0,4 \Leftrightarrow \frac{120(v_1 - v_2)}{v_1 v_2} = 0,4 \tag{0.23}$$

Từ (0.22) và (0.23) ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} v_1 - v_2 = 10 \\ \frac{120(v_1 - v_2)}{v_1 v_2} = 0,4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} v_1 = v_2 + 10 \\ v_2(v_2 + 10) = 3000 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} v_1 = v_2 + 10 \\ v_2^2 + 10v_2 - 3000 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} v_1 = v_2 + 10 \\ \left[\begin{array}{ll} v_2 = 50 & \text{(thỏa mãn)} \\ v_2 = -55 & \text{(không thỏa mãn)} \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} v_1 = 60 \\ v_2 = 50 \end{cases}.$$

Câu 4. Cho đường tròn $(O; R)$; AB và CD là hai đường kính khác nhau của đường tròn. Tiếp tuyến tại B của đường tròn $(O; R)$ cắt các đường thẳng $AC; AD$ thứ tự tại E và F.

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

a) Chứng minh rằng tứ giác $ACBD$ là hình chữ nhật.

b) Chứng minh $\triangle ACD \backsim \triangle CBE$.

c) Chứng minh rứ giác $CDFE$ nội tiếp được đường tròn.

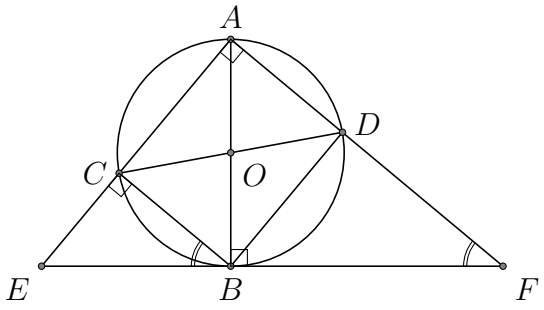
d) Gọi S, S_1, S_2 thứ tự là diện tích của $\triangle AEF, \triangle BCE$ và $\triangle BDF$. Chứng minh rằng

$$\sqrt{S_1} + \sqrt{S_2} = \sqrt{S}.$$

Lời giải.

a)

Xét tứ giác $ACBD$ có: $AB = CD$; $OA = OB = OC = OD$. Tứ giác $ABCD$ có hai đường chéo AB và CD bằng nhau và cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường, suy ra tứ giác $ACBD$ là hình chữ nhật.



b) Tứ giác $ACBD$ là hình chữ nhật nên ta có

$$\widehat{CAD} = \widehat{BCE} = 90^\circ \tag{0.24}$$

Lại có $\widehat{CBE} = \dfrac{1}{2}$ sđ $\overset{\frown}{BC}$ (góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung) và $\widehat{ACD} = \dfrac{1}{2}$ sđ $\overset{\frown}{AD}$ (góc nội tiếp)

Mà $BC = AD$ (do BC và AD là hai cạnh của hình chữ nhật). Suy ra

$$\widehat{CBE} = \widehat{ACD} \tag{0.25}$$

Từ (0.24) và (0.25) suy ra $\triangle ACD \backsim \triangle CBE$.

c) Vì $ACBD$ là hình chữ nhật nên $CB \parallel AF$, suy ra

$$\widehat{CBE} = \widehat{DFE} \tag{0.26}$$

Từ (0.25) và (0.26) suy ra $\widehat{ACD} = \widehat{DFE}$ do đó tứ giác $CDFE$ nội tiếp đường tròn.

d) Do $CB \parallel AF$ nên ta có $\triangle CBE \backsim \triangle AFE$, suy ra $\dfrac{S_1}{S} = \dfrac{EB^2}{EF^2} \Rightarrow \sqrt{\dfrac{S_1}{S}} = \dfrac{EB}{EF}$.

Tương tự ta có $\sqrt{\dfrac{S_2}{S}} = \dfrac{BF}{EF}$.

Từ đó suy ra $\sqrt{\dfrac{S_1}{S}} + \sqrt{\dfrac{S_2}{S}} = 1 \Rightarrow \sqrt{S_1} + \sqrt{S_2} = S$.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Câu 5. Cho hai số dương a, b thỏa mãn $a+b \leq 2\sqrt{2}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}.$$

Lời giải.

Ta có $(a+b)\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right) \geq 4 \Leftrightarrow \frac{1}{a}+\frac{1}{b} \geq \frac{4}{a+b}$. Mặt khác ta lại có $a+b \leq 2\sqrt{2} \Rightarrow \frac{4}{a+b} \geq \frac{4}{2\sqrt{2}} = \sqrt{2} \Leftrightarrow P \geq \sqrt{2}$.

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $\begin{cases} a = b \\ \frac{1}{a} = \frac{1}{b} \\ a+b \leq 2\sqrt{2} \end{cases} \Rightarrow a = b = \sqrt{2}$.

Vậy $\min P = \sqrt{2}$ khi $a = b = \sqrt{2}$.

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 165

ĐỀ THI VÀO 10, SỞ GIÁO DỤC THÁI BÌNH, 2016

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Câu 1.

a) Không dùng máy tính, hãy tính $A=\sqrt{3+2\sqrt{2}}-\dfrac{1}{1+\sqrt{2}}$.

b) Chứng minh rằng $\left(\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3}+\dfrac{3}{\sqrt{x}-3}\right).\dfrac{\sqrt{x}+3}{x+9}=\dfrac{1}{\sqrt{x}-3}$ với $x\geq 0$, $x\neq 9$.

Lời giải.

a) $A=\sqrt{(1+\sqrt{2})^2}-\dfrac{1-\sqrt{2}}{1-2}=2$

b) $VT=\dfrac{x-3\sqrt{x}+3\sqrt{x}+9}{x-9}.\dfrac{\sqrt{x}+3}{x+9}=\dfrac{1}{\sqrt{x}-3}=VP$

Câu 2. Cho parabol $(P):y=x^2$ và đường thẳng $d:y=2(m-1)x+m^2+2m$ (m là tham số).

a) Tìm m để đường thẳng d đi qua điểm $I(1;3)$.

b) Chứng minh rằng parabol (P) luôn cắt đường thẳng d tại hai điểm phân biệt A, B. Gọi x_1, x_2 là hoành độ của hai điểm A, B. Tìm m để $x_1^2+x_2^2+6x_1x_2>2016$.

Lời giải.

a) Đường thẳng d đi qua điểm $I(1;3)\Leftrightarrow 2(m-1)+m^2+2m=3\Leftrightarrow m^2+4m-5=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=1\\ m=-5\end{array}\right.$

b) Xét phương trình hoành độ giao điểm của (P) và d:

$$x^2=2(m-1)x+m^2+2m\Leftrightarrow x^2-2(m-1)x-m^2-2m=0$$

Ta có $\Delta' = 2m^2 + 1 > 0$ với $\forall m$ nên (P) luôn cắt d tại hai điểm phân biệt.

Theo Viet ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m-1) \\ x_1 x_2 = -m^2 - 2m \end{cases}$. Theo đề bài

$x_1^2 + x_2^2 + 6x_1x_2 > 2016 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 + 4x_1x_2 > 2016 \Leftrightarrow 4(m-1)^2 - 4m^2 - 8m - 2016 > 0$

$\Leftrightarrow m < -\dfrac{503}{4}$

Câu 3.

a) Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2x - y = 1 \\ 3x - 4y = -6 \end{cases}$

b) Cho tam giác vuông có độ dài cạnh huyền bằng 15 cm. Hai cạnh góc vuông có độ dài hơn kém nhau 3 cm. Tìm độ dài hai cạnh góc vuông của tam giác vuông đó.

Lời giải.

a) Ta có $\begin{cases} 2x - y = 1 \\ 3x - 4y = -6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8x - 4y = 4 \\ 3x - 4y = -6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x = 10 \\ 3x - 4y = -6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases}$

b) Gọi độ dài cạnh góc vuông nhỏ nhất là x (cm, $0 < x < 12$)

Độ dài cạnh góc vuông còn lại là $x + 3$ cm.

Theo định lí Pitago $x^2 + (x+3)^2 = 15^2 \Leftrightarrow x^2 + 3x - 108 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 9 \ (TM) \\ x = -12 \ (\text{Loại}) \end{array}\right.$

Vậy độ dài hai cạnh góc vuông lần lượt là 9 cm và 12 cm.

Câu 4. Cho đường tròn tâm O và điểm A nằm ngoài đường tròn. Từ A kẻ hai tiếp tuyến AB và AC (B, C là các tiếp điểm).

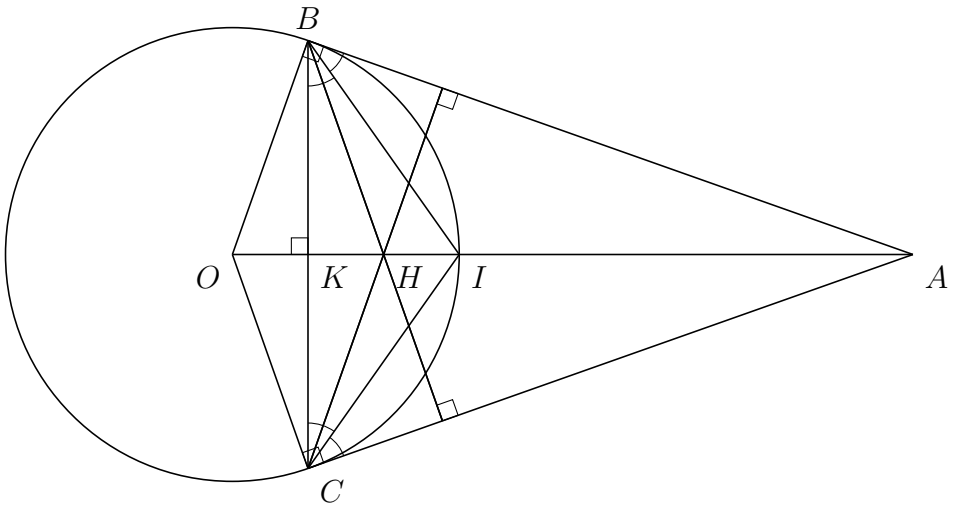
a) Chứng minh tứ giác $ABOC$ là tứ giác nội tiếp.

b) Gọi H là trực tâm tam giác ABC. Chứng minh tứ giác $BOCH$ là hình thoi.

c) Gọi I là giao điểm của đoạn OA với đường tròn (O). Chứng minh I là tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC.

d) Cho $OB = 3$ cm, $OA = 5$ cm. Tính diện tích tam giác ABC.

Lời giải.



a) Vì AB, AC là các tiếp tuyến của (O) (tại B, C) nên $\widehat{ABO} = \widehat{ACO} = 90^\circ \Rightarrow ABOC$ là tứ giác nội tiếp đường tròn đường kính AO.

b) Vì $\begin{cases} OB \perp AB \\ CH \perp AB \end{cases} \Rightarrow OB \parallel CH$ (1). Tương tự $OC \parallel BH$ (2).
Từ (1) và (2) ta có $BOCH$ là hình bình hành. Mà $OB = OC$ nên $BOCH$ là hình thoi.

c) Vì AB, AC là các tiếp tuyến của (O) nên AO là tia phân giác $\widehat{BAC}$. Vì I là giao điểm của đoạn AO với (O) nên I là điểm chính giữa của cung (nhỏ) $\overset{\frown}{BC} \Rightarrow \widehat{IBC} = \frac{1}{2}\text{sđ}\overset{\frown}{BC}$ (3) (tính chất góc nội tiếp).
Vì I là điểm chính giữa cung $\overset{\frown}{BC}$ và AB là tiếp tuyến của (O) nên $\widehat{ABI} = \frac{1}{2}\text{sđ}\overset{\frown}{BC}$ (4).
Từ (3) và (4) ta suy ra BI là tia phân giác $\widehat{ABC}$, do vậy I là tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC.

d) Gọi K là giao điểm của OA và $BC \Rightarrow K$ là trung điểm của BC và $BK \perp AO$.
Áp dụng định lý Pitago cho tam giác AOB vuông tại B: $AB = \sqrt{AO^2 - OB^2} = 4$ cm.
Áp dụng hệ thức lượng cho tam giác AOB vuông tại B:
$\frac{1}{BK^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{OB^2} = \frac{25}{144} \Rightarrow BK = \frac{12}{5} \Rightarrow AK = \sqrt{AB^2 - BK^2} = \frac{16}{5}$ cm.
Diện tích tam giác ABC là $S(\Delta ABC) = \frac{1}{2}.AK.BC = \frac{192}{25}$ cm^2.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Câu 5. Giải phương trình $x^3+(3x^2-4x-4)\sqrt{x+1}=0$.

Lời giải.

Điều kiện $x \geq -1$.

Đặt $y=\sqrt{x+1}$ $(y \geq 0) \Rightarrow x=y^2-1$. Khi đó phương trình trở thành $x^3+3x^2y-4y^3=0$.

- Nếu $y=0$ thì $x=0 \Rightarrow$ phương trình vô nghiệm.
- Nếu $y \neq 0$, chia hai vế cho y^3 ta được $\left(\dfrac{x}{y}\right)^3+3\left(\dfrac{x}{y}\right)^2-4=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=y \\ x=-2y \end{array}\right.$.
  - Với $x=y \Rightarrow y^2-y-1=0 \Rightarrow y=\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$ (vì $y \geq 0$) $\Rightarrow x=\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$.
  - Với $x=-2y \Rightarrow y^2+2y-1=0 \Rightarrow y=\sqrt{2}-1$ (vì $y \geq 0$) $\Rightarrow x=2-2\sqrt{2}$.

Vậy tập nghiệm của phương trình là $\left\{\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}; 2-2\sqrt{2}\right\}$.

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 166

ĐỀ THI VÀO 10, SỞ GIÁO DỤC THÁI NGUYÊN, 2016

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Câu 1. Cho hàm số $y=\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)x+3$ có đồ thị (d). Hàm số đã cho là đồng biến hay nghịch biến trên $\mathbb{R}$? Giải thích? Tìm tọa độ giao điểm của (d) với trục tung.

Lời giải.

Hàm số $y=\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)x+3$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ vì $a=\sqrt{3}-\sqrt{2}>0$.

Cho $x=0$ ta có $y=3$ suy ra tọa độ giao điểm của (d) với trục tung là $(0;3)$.

Câu 2. Không dùng máy tính cầm tay, rút gọn biểu thức: $A=\left(2+3\sqrt{2}\right)^2-\sqrt{288}$.

Lời giải.

Ta có:

$$\begin{aligned}A&=\left(2+3\sqrt{2}\right)^2-\sqrt{288}=2^2+2.2.3\sqrt{2}+\left(3\sqrt{2}\right)^2-\sqrt{144.2}\\&=4+12\sqrt{2}+18-12\sqrt{2}\\&=22.\end{aligned}$$

Câu 3. Cho biểu thức $B=\left(\dfrac{\sqrt{x}-4}{x-2\sqrt{x}}+\dfrac{3}{\sqrt{x}-2}\right):\left(\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}-\dfrac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}}\right)$ với $x>0, x\neq 4$. Hãy rút gọn B và tính giá trị của B khi $x=3+\sqrt{8}$.

Lời giải.

Ta có:

$$\begin{aligned}B&=\left(\frac{\sqrt{x}-4}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)}+\frac{3}{\sqrt{x}-2}\right):\left(\frac{\sqrt{x}\sqrt{x}-(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)}\right)\\&=\frac{4(\sqrt{x}-1)}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)}.\frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)}{4}\\&=\sqrt{x}-1\end{aligned}$$

Với $x=3+\sqrt{8}=\left(\sqrt{2}+1\right)^2$ ta có $\sqrt{x}=\sqrt{2}+1$. Do đó $B=\sqrt{2}+1-1=\sqrt{2}$.

Câu 4. Xác định các hệ số a và b biết hệ phương trình $\begin{cases} ax+by=4 \\ bx-2y=-2 \end{cases}$ có nghiệm $(x;y)=(2;-1)$.

Lời giải.

Vì hệ có nghiệm $(2;-1)$ nên thế $x=2;y=-1$ vào hệ ta có:

$$\begin{cases} 2a+b(-1)=4 \\ 2b-2(-1)=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a-b=4 \\ b=-2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=-2 \end{cases}$$

Với $a=1;b=-2$ ta có hệ $\begin{cases} x-2y=4 \\ -2x-2y=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=-1 \end{cases}$.

Vậy hệ có nghiệm $(x;y)=(2;-1)$ thì $a=1$ và $b=-2$.

Câu 5. Không dùng máy tính cầm tay hãy giải phương trình:

$$x^2+6x-2016=0.$$

Lời giải.

Ta có $a=1$, $b=6$ $(b'=3)$, $c=-2016$.

$\Delta'=3^2-1.(-2016)=2025>0$, $\sqrt{\Delta'}=45$.

Phương trình có hai nghiệm là $x_1=-3+45=42$; $x_2=-3-45=-48$.

Câu 6. Cho phương trình $x^2-2mx+(m^2-4)=0(1)$, m là tham số.

a) Chứng minh phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi giá trị của m.

b) Gọi x_1,x_2 là hai nghiệm của phương trình (1). Tìm m để $x_1^2+x_2^2=26$.

Lời giải.

a. Ta có $\Delta=m^2-(m^2-4)=4>0,\forall m$. Suy ra phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi giá trị m.

b. Theo định lý Viet ta có: $\begin{cases} x_1+x_2=2m \\ x_1x_2=m^2-4 \end{cases}$.

Mà $x_1^2+x_2^2=(x_1+x_2)^2-2x_1x_2=(2m)^2-2(m^2-4)=2m^2+8$.

Theo đề bài $x_1^2+x_2^2=26\Rightarrow 2m^2+8=26\Rightarrow m\pm 3$.

Thử lại: Với $m=3$, ta có phương trình $x^2-6x+5=0$ có hai nghiệm $x_1=1,x_2=5\Rightarrow x_1^2+x_2^2=26$, thỏa mãn đề bài.

Tương tự với $m=-3$ cũng thỏa mãn đề bài. Vậy $m=\pm 3$.

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Câu 7. Không tính từng giá trị cụ thể, hãy sắp xếp các tỉ số lượng giác $\cos 20^\circ, \sin 38^\circ, \cos 55^\circ, \tan 48^\circ$ theo thứ tự tăng dần, giải thích?

Lời giải.

Ta có biến đổi sau: $\sin 38^\circ = \cos 52^\circ, \sin 88^\circ = \cos 2^\circ$.

Với $0 < \alpha < 90^\circ$, nếu α càng lớn thì $\cos\alpha$ càng nhỏ và $\cos\alpha < 1$ nên $0 < \cos 55^\circ < \cos 52^\circ < \cos 20^\circ < \cos 2^\circ < 1$.

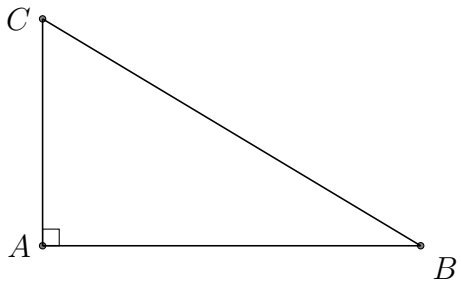
Nếu $45^\circ \le \beta < 90^\circ$ thì $\tan\beta \ge 1 \Rightarrow \tan 48^\circ > 1$.

Do đó ta sắp xếp theo thứ tự tăng dần như sau:

$$\cos 55^\circ, \sin 38^\circ, \cos 20^\circ, \sin 88^\circ, \tan 48^\circ$$

Câu 8. Cho tam giác ABC vuông tại A có $\sin B = \frac{1}{3}$. Hãy tính các tỉ số lượng giác của góc C.

Lời giải.



Ta có $\sin B = \dfrac{1}{3} \Rightarrow \cos C = \dfrac{1}{3}$.

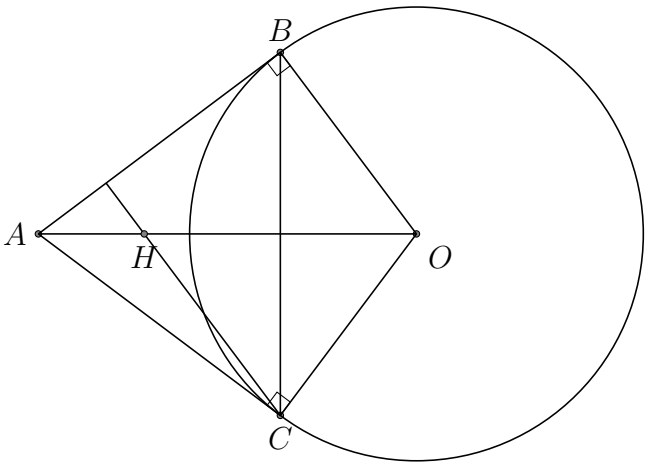
Suy ra $\dfrac{AB}{BC} = \dfrac{1}{3} \Rightarrow \dfrac{AC^2}{BC^2} = \dfrac{1}{9} \Rightarrow \dfrac{AC^2}{AB^2} = \dfrac{1}{8} \Rightarrow \dfrac{AC}{AB} = \dfrac{1}{2\sqrt{2}}$

hay $\cot C = \dfrac{1}{2\sqrt{2}}$, suy ra $\tan C = 2\sqrt{2}$.

$\sin C = \dfrac{AB}{BC} = \dfrac{\frac{AB}{AC}}{\frac{BC}{AC}} = \tan C.\cos C = 2\sqrt{2}.\dfrac{1}{3} = \dfrac{2\sqrt{2}}{3}$

Câu 9. Cho đường tròn tâm O và một điểm A nằm ngoài đường tròn. Kẻ hai tiếp tuyến AB, AC với đường tròn (B, C là hai tiếp điểm). Qua C kẻ một đường thẳng song song với OB, cắt OA tại H. Chứng minh rằng tứ giác $ABOC$ nội tiếp được trong một đường tròn và H là trực tâm của tam giác ABC.

Lời giải.



Xét tứ giác $ABOC$ có $\widehat{ABO} = \widehat{ACO} = 90^\circ$ (Theo tính chất tiếp tuyến).

Suy ra tứ giác $ABOC$ nội tiếp được trong một đường tròn.

Ta có $\begin{cases} CH \parallel OB \\ OB \perp AB \end{cases} \Rightarrow CH \perp AB.$

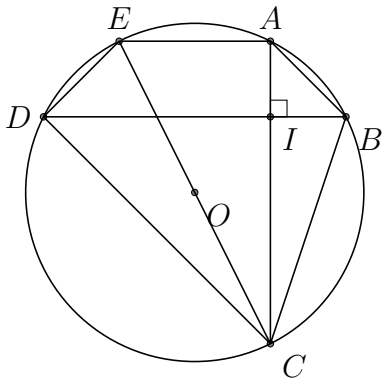
Trong tam giác ABC có: $\begin{cases} CH \perp AB \\ AH \perp BC \end{cases} \Rightarrow H$ là trực tâm của tam giác ABC.

Câu 10. Cho tứ giác $ABCD$ nội tiếp trong đường tròn $(O; R)$ có hai đường chéo vuông góc với nhau và cắt nhau tại I.

a) Chứng minh rằng: $IA.DC = ID.AB$.

b) Tính tổng $AB^2 + CD^2$ theo R.

Lời giải.



a. Xét hai tam giác IAB và IDC có: $\widehat{AIB} = \widehat{CID}$ (theo giả thiết $AC \perp BD$) và $\widehat{BAI} = \widehat{IDC}$ (góc nội tiếp cùng chắn cung BC).

Suy ra ΔIAB đồng dạng với ΔIDC, do đó ta có $\dfrac{IA}{ID} = \dfrac{AB}{DC} \Rightarrow IA.DC = ID.AB$.

b. Kẻ đường kính CE của đường tròn (O).

Ta có $\widehat{EAC} = \widehat{EDC} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn đường kính EC)

Suy ra $\begin{cases} AC \perp BD \\ AC \perp AE \end{cases} \Rightarrow AE \parallel BD \Rightarrow ABDE$ là hình thang cân (hình thang nội tiếp đường tròn) $\Rightarrow AB = DE$.

Do đó $AB^2 + CD^2 = DE^2 + CD^2 = EC^2 = (2R)^2 = 4R^2$ (Do ΔDEC vuông tại D).

Vậy $AB^2 + CD^2 = 4R^2$.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 167

ĐỀ THI VÀO 10, SỞ GIÁO DỤC THANH HÓA, 2016, ĐỀ A

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

Câu 1.

1) Giải các phương trình sau:

a) $x-5=0$.

b) $x^2-4x+3=0$.

2) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 2x-y=1 \\ 3x+y=4. \end{cases}$

Lời giải.

1)

a) $x-5=0 \Leftrightarrow x=5$. Vậy tập nghiệm của phương trình là $\{5\}$.

b) $x^2-4x+3=0$. Có $a+b+c=1-4+3=0$ nên phương trình có hai nghiệm $x=1, x=3$.

Vậy tập nghiệm của phương trình là $\{1;3\}$.

2) $\begin{cases} 2x-y=1 \\ 3x+y=4. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x=5 \\ 3x+y=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ 3.1+y=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=1. \end{cases}$

Hệ có nghiệm duy nhất $(1;1)$.

Câu 2. Cho biểu thức $A=\left(\dfrac{x\sqrt{x}-1}{x-\sqrt{x}}-\dfrac{x\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}}\right):\dfrac{2\left(x-2\sqrt{x}+1\right)}{x-1}$ (với $x>0$ và $x\neq 1$).

1) Rút gọn biểu thức A.

2) Tìm các số nguyên x để biểu thức A có giá trị nguyên.

Lời giải.

1) Có

$$A = \left[\frac{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} - \frac{(\sqrt{x}+1)(x-\sqrt{x}+1)}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)}\right] : \frac{2\left(\sqrt{2}-1\right)^2}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}$$
$$= \left(\frac{x+\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}} - \frac{x-\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}\right) : \frac{2\left(\sqrt{2}-1\right)}{(\sqrt{x}+1)}$$
$$= \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}} \cdot \frac{\sqrt{x}+1}{2(\sqrt{x}-1)}$$
$$= \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}.$$

2) $A = \dfrac{\sqrt{x}-1+2}{\sqrt{x}-1} = 1 + \dfrac{2}{\sqrt{x}-1}$.

Vì x nguyên nên ta có A nguyên $\Leftrightarrow \dfrac{2}{\sqrt{x}-1}$ nguyên $\Leftrightarrow \sqrt{x}-1$ là ước của 2.

Mặt khác $x > 0, x \neq 1$ nên $\sqrt{x}-1 > -1$. Do đó

Vậy $x = 4$ hoặc $x = 9$ thỏa mãn đề bài.

Câu 3. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng $(d) : y = mx + 1$ và parabol $(P) : y = 2x^2$.

1) Tìm m để đường thẳng (d) đi qua điểm $A(1;3)$.

2) Chứng minh rằng đường thẳng (d) luôn cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt $A(x_1;y_1), B(x_2;y_2)$. Hãy tính giá trị của biểu thức $T = x_1x_2 + y_1y_2$.

Lời giải.

1) Đường thẳng (d) đi qua điểm $A(1;3) \Leftrightarrow 3 = m.1 + 1 \Leftrightarrow m = 2$.

Vậy $m = 2$.

2) Xét phương trình hoàng độ giao điểm của (d) và (P):

$2x^2 = mx + 1 \Leftrightarrow 2x^2 - mx - 1 = 0$ (1)

Có $\Delta = m^2 - 4.2.(-1) = m^2 + 8$. Vì $m^2 \geq 0, \forall m \Rightarrow m^2 + 8 \geq 8 > 0, \forall m$.

Suy ra phương trình (1) luôn có 2 nghiệm phân biệt với mọi $m \Rightarrow (d)$ luôn cắt (P) tại 2 điểm phân biệt $A(x_1;y_1), B(x_2;y_2) \forall m$, trong đó x_1, x_2 là hai nghiệm của (1) và $y_1 = 2x_1^2, y_2 = 2x_2^2$.

Theo định lý Viét ta có: $x_1x_2 = -\dfrac{1}{2} \Rightarrow T = x_1x_2 + 2x_1^2.2x_2^2 = x_1x_2 + 4(x_1x_2)^2 = \dfrac{1}{2}$

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

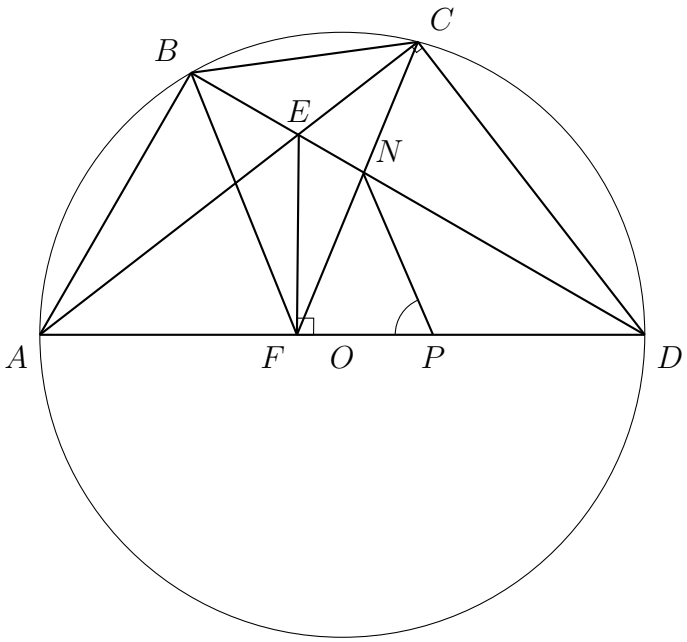
Câu 4. Cho tứ giác $ABCD$ nội tiếp đường tròn đường kính AD. Hai đường chéo AC và BD cắt nhau tại E. Gọi F là điểm thuộc đường thẳng AD sao cho EF vuông góc với AD. Đường thẳng CF cắt đường tròn đường kính AD tại điểm thứ hai là M. Gọi N là giao điểm của BD và CF. Chứng minh rằng:

1) Tứ giác $CEFD$ nội tiếp đường tròn.

2) FA là đường phân giác của góc $\widehat{BFM}$.

3) $BD \cdot NE = BE \cdot ND$.

Lời giải.



1) Có $\widehat{ACD} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn), hay $\widehat{ECD} = 90^\circ$.

Mặt khác, $EF \perp AD$ nên $\widehat{EFD} = 90^\circ$.

Suy ra $\widehat{ECD} + \widehat{EFD} = 180^\circ$, do đó $CEFD$ là tứ giác nội tiếp.

2) Vì $CEFD$ là tứ giác nội tiếp (cmt) nên $\widehat{CFD} = \widehat{CED}$ (do hai góc nội tiếp cùng chắn cung CD). (1)

Chứng minh tương tự có tứ giác $ABEF$ nội tiếp, suy ra $\widehat{BFA} = \widehat{BEA}$ (do hai góc nội tiếp cùng chắn cung AB). (2)

Có $\widehat{BEA} = \widehat{CED}$, $\widehat{AFM} = \widehat{CFD}$. (3)

Từ (1), (2) và (3) suy ra $\widehat{BFA} = \widehat{AFM}$, do đó FA là tia phân giác của $\widehat{BFM}$.

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

3) Vẽ $NP \parallel BF (P \in AD)$.

Ta có $\widehat{NPF} = \widehat{BFA}$ (đồng vị); $\widehat{BFA} = \widehat{NFP} \Rightarrow \widehat{NPF} = \widehat{NFP} \Rightarrow \triangle NFD$ cân tại $N \Rightarrow NP = NF$.

Vì $NP \parallel BF$ nên $\dfrac{NP}{BF} = \dfrac{DN}{DB} \Rightarrow \dfrac{NF}{BF} = \dfrac{DN}{DB}$. (4)

Vì $\widehat{BFA} = \widehat{NFP}$ nên $\widehat{EFB} = \widehat{EFN}$ (cùng phụ với hai góc bằng nhau).

Suy ra FE là phân giác $\widehat{BFN}$ của $\triangle BFN$. Theo định lí đường phân giác ta có $\dfrac{NF}{BF} = \dfrac{NE}{BE}$ (5)

Từ (4) và (5) $\Rightarrow \dfrac{DN}{DB} = \dfrac{NE}{BE} \Rightarrow BD.NE = BE.DN$ (đpcm).

Câu 5. Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn: $a^2 + 2b^2 \leq 3c^2$. Chứng minh rằng: $\dfrac{1}{a} + \dfrac{2}{b} \geq \dfrac{3}{c}$.

Lời giải.

Áp dụng bất đẳng thức Bunhiacopxki cho hai bộ số, ta có

$$(a + 2b)^2 = (1.a + \sqrt{2}.\sqrt{2}b)^2 \leq (1 + 2)(a^2 + 2b^2) \leq 3.3c^2 = 9c^2 \Rightarrow a + 2b \leq 3c.$$

Với mọi $x, y, z > 0$, áp dụng bất đẳng thức Côsi cho 3 số dương ta có

$$(x + y + z)\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}\right) \geq 3\sqrt[3]{xyz}.3\sqrt[3]{\frac{1}{xyz}} = 9 \Rightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \geq \frac{9}{x + y + z}.$$

Áp dụng bất đẳng thức trên, ta có $\dfrac{1}{a} + \dfrac{2}{b} = \dfrac{1}{a} + \dfrac{1}{b} + \dfrac{1}{b} \geq \dfrac{9}{a + b + c} = \dfrac{9}{a + 2b} \geq \dfrac{9}{3c} = \dfrac{3}{c}$ (đpcm).

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow a = b = c$.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 168

ĐỀ THI VÀO 10, SỞ GIÁO DỤC THANH HÓA, 2016, ĐỀ B

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

Câu 1.

1) Giải các phương trình sau:

a) $x-6=0$.

b) $x^2-5x+4=0$.

2) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 2x-y=3 \\ 3x+y=2. \end{cases}$

Lời giải.

1)

a) $x-6=0 \Leftrightarrow x=6$. Vậy tập nghiệm của phương trình là $\{6\}$.

b) $x^2-5x+4=0$. Có $a+b+c=1-5+4=0$ nên phương trình có hai nghiệm $x=1, x=4$.

Vậy tập nghiệm của phương trình là $\{1;4\}$.

2) $\begin{cases} 2x-y=3 \\ 3x+y=2. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x=5 \\ 3x+y=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ 3.1+y=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=-1. \end{cases}$

Hệ có nghiệm duy nhất $(1;-1)$.

Câu 2. Cho biểu thức $A=\left(\dfrac{y\sqrt{y}-1}{y-\sqrt{y}}-\dfrac{y\sqrt{y}+1}{y+\sqrt{y}}\right):\dfrac{2\left(y-2\sqrt{y}+1\right)}{y-1}$ (với $y>0$ và $y\neq 1$).

1) Rút gọn biểu thức B.

2) Tìm các số nguyên y để biểu thức B có giá trị nguyên.

Lời giải.

1) Có

$$B = \left[\frac{\left(\sqrt{y}-1\right)\left(y+\sqrt{y}+1\right)}{\sqrt{y}\left(\sqrt{y}-1\right)} - \frac{\left(\sqrt{y}+1\right)\left(y-\sqrt{y}+1\right)}{\sqrt{y}\left(\sqrt{y}+1\right)}\right] : \frac{2\left(\sqrt{y}-1\right)^2}{\left(\sqrt{y}-1\right)\left(\sqrt{y}+1\right)}$$

$$= \left(\frac{y+\sqrt{y}+1}{\sqrt{y}} - \frac{y-\sqrt{y}+1}{\sqrt{y}}\right) : \frac{2\left(\sqrt{y}-1\right)}{\left(\sqrt{y}+1\right)}$$

$$= \frac{2\sqrt{y}}{\sqrt{y}} \cdot \frac{\sqrt{y}+1}{2\left(\sqrt{y}-1\right)}$$

$$= \frac{\sqrt{y}+1}{\sqrt{y}-1}.$$

2) $B = \dfrac{\sqrt{y}-1+2}{\sqrt{y}-1} = 1 + \dfrac{2}{\sqrt{y}-1}$.

Vì y nguyên nên ta có B nguyên $\Leftrightarrow \dfrac{2}{\sqrt{y}-1}$ nguyên $\Leftrightarrow \sqrt{y}-1$ là ước của 2.

Mặt khác $y > 0, y \neq 1$ nên $\sqrt{y}-1 > -1$. Do đó

Vậy $y = 4$ hoặc $y = 9$ thỏa mãn đề bài.

Câu 3. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng $(d) : y = nx + 1$ và parabol $(P) : y = 2x^2$.

1) Tìm n để đường thẳng (d) đi qua điểm $B(1;3)$.

2) Chứng minh rằng đường thẳng (d) luôn cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt $M(x_1;y_1), N(x_2;y_2)$. Hãy tính giá trị của biểu thức $S = x_1x_2 + y_1y_2$.

Lời giải.

1) Đường thẳng (d) đi qua điểm $B(1;3) \Leftrightarrow 3 = n.1 + 1 \Leftrightarrow n = 2$.

Vậy $n = 2$.

2) Xét phương trình hoàng độ giao điểm của (d) và (P):

$$2x^2 = nx + 1 \Leftrightarrow 2x^2 - nx - 1 = 0 \quad (1)$$

Có $\Delta = n^2 - 4.2.(-1) = n^2 + 8$. Vì $n^2 \geq 0, \forall n \Rightarrow n^2 + 8 \geq 8 > 0, \forall n$.

Suy ra phương trình (1) luôn có 2 nghiệm phân biệt với mọi $n \Rightarrow (d)$ luôn cắt (P) tại 2 điểm phân biệt $M(x_1;y_1), N(x_2;y_2) \forall n$, trong đó x_1, x_2 là hai nghiệm của (1) và $y_1 = 2x_1^2, y_2 = 2x_2^2$.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Theo định lý Viét ta có: $x_1x_2 = -\dfrac{1}{2} \Rightarrow S = x_1x_2 + 2x_1^2.2x_2^2 = x_1x_2 + 4(x_1x_2)^2 = \dfrac{1}{2}$

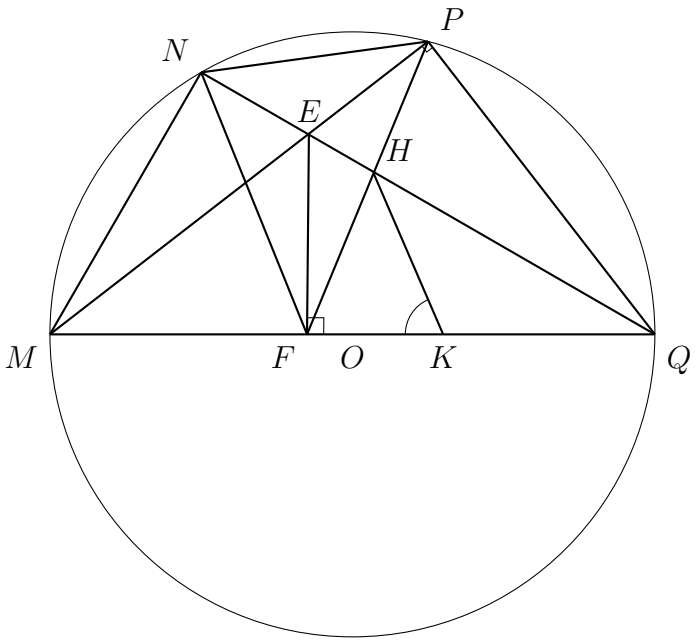
Câu 4. Cho tứ giác $MNPQ$ nội tiếp đường tròn đường kính MQ. Hai đường chéo MP và NQ cắt nhau tại E. Gọi F là điểm thuộc đường thẳng MQ sao cho EF vuông góc với MQ. Đường thẳng PF cắt đường tròn đường kính MQ tại điểm thứ hai là M. Gọi N là giao điểm của NQ và PF. Chứng minh rằng:

1) Tứ giác $PEFQ$ nội tiếp đường tròn.

2) FM là đường phân giác của góc $\widehat{NFM}$.

3) $NQ \cdot NE = NE \cdot NQ$.

Lời giải.



1) Có $\widehat{MPQ} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn), hay $\widehat{EPQ} = 90^\circ$.

Mặt khác, $EF \perp MQ$ nên $\widehat{EFQ} = 90^\circ$.

Suy ra $\widehat{EPQ} + \widehat{EFQ} = 180^\circ$, do đó $PEFQ$ là tứ giác nội tiếp.

2) Vì $PEFQ$ là tứ giác nội tiếp (cmt) nên $\widehat{PFQ} = \widehat{PEQ}$ (do hai góc nội tiếp cùng chắn cung PQ) (1).

Chứng minh tương tự có tứ giác $MNEF$ nội tiếp, suy ra $\widehat{NFM} = \widehat{NEM}$ (do hai góc nội tiếp cùng chắn cung MN) (2).

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

Có $\widehat{NEM} = \widehat{PEQ}$, $\widehat{MFM} = \widehat{PFQ}$ (3)

Từ (1), (2) và (3) suy ra $\widehat{NFM} = \widehat{MFM}$, do đó FM là tia phân giác của $\widehat{NFM}$.

3) Vẽ $NK \parallel NF (K \in MQ)$.

Ta có $\widehat{NKF} = \widehat{NFM}$ (đồng vị); $\widehat{NFM} = \widehat{NFK} \Rightarrow \widehat{NKF} = \widehat{NFK} \Rightarrow \triangle NFQ$ cân tại $N \Rightarrow NK = NF$.

Vì $NK \parallel NF$ nên $\dfrac{NK}{NF} = \dfrac{QN}{QN} \Rightarrow \dfrac{NF}{NF} = \dfrac{QN}{QN}$ (4)

Vì $\widehat{NFM} = \widehat{NFK}$ nên $\widehat{EFN} = \widehat{EFN}$ (cùng phụ với hai góc bằng nhau).

Suy ra FE là phân giác $\widehat{NFN}$ của $\triangle NFN$. Theo định lí đường phân giác ta có $\dfrac{NF}{NF} = \dfrac{NE}{NE}$ (5)

Từ (4) và (5) $\Rightarrow \dfrac{QN}{QN} = \dfrac{NE}{NE} \Rightarrow NQ.NE = NE.QN$ (đpcm)

Câu 5. Cho m, n, p là các số thực dương thỏa mãn: $m^2 + 2n^2 \leq 3p^2$. Chứng minh rằng: $\dfrac{1}{m} + \dfrac{2}{n} \geq \dfrac{3}{p}$.

Lời giải.

Áp dụng bất đẳng thức Bunhiacopxki cho hai bộ số, ta có

$$(m + 2n)^2 = (1.m + \sqrt{2}.\sqrt{2}n)^2 \leq (1 + 2)(m^2 + 2n^2) \leq 3.3p^2 = 9p^2 \Rightarrow m + 2n \leq 3p.$$

Với mọi $x, y, z > 0$, áp dụng bất đẳng thức Côsi cho 3 số dương ta có

$$(x + y + z)\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}\right) \geq 3\sqrt[3]{xyz}.3\sqrt[3]{\frac{1}{xyz}} = 9 \Rightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \geq \frac{9}{x + y + z}.$$

Áp dụng bất đẳng thức trên, ta có $\dfrac{1}{m} + \dfrac{2}{n} = \dfrac{1}{m} + \dfrac{1}{n} + \dfrac{1}{n} \geq \dfrac{9}{m + n + p} = \dfrac{9}{m + 2n} \geq \dfrac{9}{3p} = \dfrac{3}{p}$ (đpcm).

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow m = n = p$.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 169

ĐỀ THI VÀO 10, SỞ GIÁO DỤC VĨNH LONG, 2016

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

Câu 1. Không sử dụng máy tính cầm tay.

a) Tính giá trị biểu thức sau: $A = 2\sqrt{12} - 3\sqrt{48} + 4\sqrt{75}$.

b) Rút gọn biểu thức $B = \dfrac{3-2\sqrt{3}}{\sqrt{3}} + \dfrac{6}{3+\sqrt{3}}$.

Lời giải.

a) $A = 2\sqrt{4.3} - 3\sqrt{16.3} + 4\sqrt{25.3} = 4\sqrt{3} - 12\sqrt{3} + 20\sqrt{3} = 12\sqrt{3}$.

b) $B = \dfrac{3-2\sqrt{3}}{\sqrt{3}} + \dfrac{6}{3+\sqrt{3}} = \dfrac{\sqrt{3}\left(\sqrt{3}-2\right)}{\sqrt{3}} + \dfrac{6\left(3-\sqrt{3}\right)}{\left(3+\sqrt{3}\right)\left(3-\sqrt{3}\right)}$

$= \sqrt{3} - 2 + \dfrac{6\left(3-\sqrt{3}\right)}{9-3} = \sqrt{3} - 2 + 3 - \sqrt{3} = 1.$

Câu 2. Giải các phương trình và hệ phương trình sau

a) $x^2 - 14x + 49 = 0$.

b) $x^4 + 8x^2 - 9 = 0$.

c) $\begin{cases} 3x + y = -4 \\ 2x + y = 1 \end{cases}$.

Lời giải.

a) Ta có: $\Delta = 0$

Phương trình có nghiệm kép: $x_1 = x_2 = 7$.

b) Đặt $t = x^2, t \geq 0$, phương trình trở thành $t^2 + 8t - 9 = 0$.

Giải ra được $t = 1$ (nhận); $t = -9$ (loại).

Khi $t = 1$, ta có $x^2 = 1 \Leftrightarrow x = \pm 1$. Vậy phương trình có nghiệm là $x = \pm 1$

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

c) Ta lấy (1) – (2) từng vế ta được: $x = -5$.

Thay $x = -5$ vào (1) ta được: $y = 11$.

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất là $(-5; 11)$.

Câu 3. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho Parabol $(P) : y = \dfrac{x^2}{2}$.

a) Vẽ đồ thị parabol (P).

b) Tìm a và b để đường thẳng $(d) : y = ax + b$ đi qua điểm $(0; -1)$ và tiếp xúc với (P).

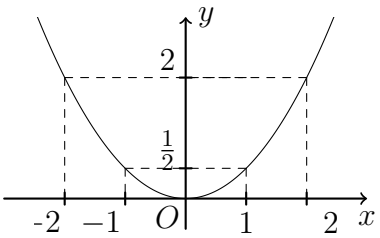
Lời giải.

a) Vẽ Parabol $(P) : y = \dfrac{x^2}{2}$.

Bảng giá trị giữa x và y:

x	-2	-1	0	1	2
y	2	$1/2$	0	$1/2$	8

Vẽ đồ thị:



b) Vì đường thẳng $(d) : y = ax + b$ đi qua điểm $(0; -1)$ nên $b = -1$, ta có $(d) : y = ax - 1$.

Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) là: $\dfrac{x^2}{2} = ax - 1 \Leftrightarrow x^2 - 2ax + 2 = 0$. (*)

Ta có: $\Delta = a^2 - 2$.

Đường thẳng (d) tiếp xúc với (P) $\Leftrightarrow \Delta = 0 \Leftrightarrow a^2 - 2 = 0 \Leftrightarrow a = \pm\sqrt{2}$.

Vậy giá trị phải tìm là: $\begin{cases} a = \sqrt{2} \\ b = -1 \end{cases}, \begin{cases} a = -\sqrt{2} \\ b = -1 \end{cases}$.

Câu 4. Hai đội công nhân cùng làm xong một công việc trong 12 ngày. Nhưng họ chỉ làm cùng nhau được 6 ngày thì đội II phải đi làm việc khác, còn đội I tiếp tục làm với

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

năng suất tăng gấp đôi so với lúc ban đầu nên đã hoàn thành phần việc còn lại sau đó 7 ngày. Hỏi nếu riêng mỗi đội làm xong công việc đó trong mấy ngày?

Lời giải.

Gọi x là phần công việc của đội I làm trong một ngày $(0 < x < 1)$.

y là phần công việc của đội II làm trong một ngày $(0 < y < 1)$.

Theo đề bài ta có hệ phương trình $\begin{cases} 12x + 12y = 1 \\ 20x + 6y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \dfrac{1}{28} \\ y = \dfrac{1}{21} \end{cases}$.

Vậy nếu làm riêng thì đội I làm xong công việc sau 28 ngày, đội II sau 21 ngày.

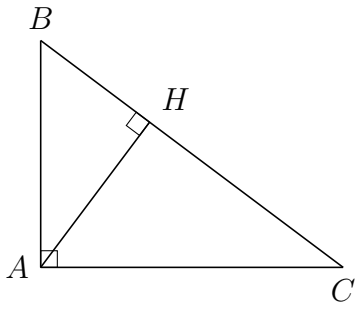
Câu 5. Cho tam giác ABC vuông tại A, AH là đường cao $(H \in BC)$ có $BC = 10\,\text{cm}$, $AC = 8\,\text{cm}$. Tính độ dài AB, BH và số đo góc C (số đo góc C làm tròn đến độ).

Lời giải.

Áp dụng định lí Py-ta-go vào tam giác vuông ABC. Ta có:

$BC^2 = AB^2 + AC^2 \Leftrightarrow AB^2 = BC^2 - AC^2 = 10^2 - 8^2 = 36$.

Vậy $AB = \sqrt{36} = 6$ cm



Áp dụng hệ thức lượng vào tam giác vuông ABC:

$AB^2 = BC.BH \Rightarrow BH = \dfrac{AB^2}{BC} = \dfrac{6^2}{10} = 3,6\,\text{cm}$.

Tính $\widehat{C}$:

$\sin\widehat{C} = \dfrac{AB}{BC} = \dfrac{6}{10} \Rightarrow \widehat{C} \simeq 37°$.

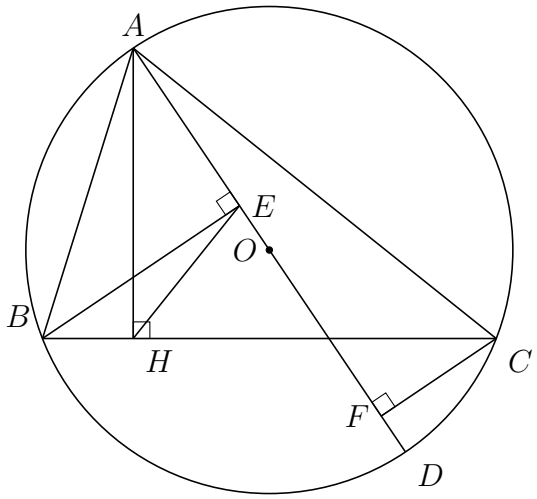
Câu 6. Cho tam giác ABC có ba góc nhọn, nội tiếp đường tròn tâm O và có $AB < AC$. Vẽ đường kính AD của đường tròn (O). Kẻ BE và CF vuông góc với AD $(E, F$ thuộc $AD)$. Kẻ AH vuông góc BC (H thuộc BC).

a) Chứng minh rằng tứ giác $ABHE$ nội tiếp.

b) Chứng minh HE vuông góc với AC.

Lời giải.

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên



a) Ta có $\widehat{AHB} = 90^\circ$ suy ra H thuộc đường tròn đường kính AB.
$\widehat{AEB} = 90^\circ$ suy ra E thuộc đường tròn đường kính AB.
Suy ra tứ giác $ABHE$ nội tiếp.

b) Do tứ giác $ABHE$ nội tiếp $\Rightarrow \widehat{EHC} = \widehat{BAE}$
Mà $\widehat{BCD} = \widehat{BAE}$ (cùng chắn cung BD) $\Rightarrow \widehat{BCD} = \widehat{EHC}$
Do đó: HE song song CD.
Vậy: $CD \perp AC \Rightarrow HE \perp AC$.

Câu 7. Cho phương trình bậc hai $4x^2 - 2\sqrt{10}x + 1 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2. Không giải phương trình, hãy tính giá trị biểu thức $\sqrt{{x_1}^4 + 8{x_2}^2} + \sqrt{{x_2}^4 + 8{x_1}^2}$.

Lời giải.

Ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = \dfrac{\sqrt{10}}{2} \\ x_1 + x_2 = \dfrac{1}{4} \end{cases} \Rightarrow {x_1}^2 + {x_2}^2 = 2 \Rightarrow {x_1}^2 = 2 - {x_2}^2$.

Ta có: $\sqrt{{x_1}^4 + 8{x_2}^2} = \sqrt{(2 - {x_2}^2)^2 + 8{x_2}^2} = \sqrt{(2 + {x_2}^2)^2} = 2 + x_2^2$.

Tương tự $\sqrt{x_2^4 + 8x_1^2} = 2 + x_1^2$

Vậy: $\sqrt{x_1^4 + 8x_2^2} + \sqrt{x_2^4 + 8x_1^2} = x_1^2 + x_2^2 + 4 = 6$.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 170

ĐỀ THI VÀO 10, SỞ GIÁO DỤC VĨNH PHÚC, 2016

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

Câu 1. Đồ thị hàm số $y = 2016x + 1$ đi qua điểm nào trong các điểm sau đây?

(A) $M(1;0)$. (B) $N(0;1)$. (C) $P(0;2017)$. (D) $Q(1;2015)$.

Câu 2. Điều kiện xác định của biểu thức $\sqrt{1-x}$ là

(A) $x \leq 1$. (B) $x \geq 1$. (C) $x > 1$. (D) $x < 1$.

Câu 3. Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh là $a\sqrt{2}$. Khi đó bán kính đường tròn ngoại tiếp hình vuông $ABCD$ bằng

(A) a. (B) $a\sqrt{2}$. (C) $2a$. (D) $a\sqrt{3}$.

Lời giải.

$AC = \sqrt{2a^2 + 2a^2} = 2a$. Vậy bán kính là a.

Chọn phương án (A)

Câu 4. Cho tam giác ABC có góc A bằng $60°$. Gọi I là tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC, khi đó góc BIC bằng

(A) $60°$. (B) $90°$. (C) $120°$. (D) $150°$.

Câu 5.

a) Tính giá trị của biểu thức $P = -\sqrt{2} + \sqrt{3 - 2\sqrt{2}}$.

b) Một hãng taxi quy định giá thuê xe đi mỗi km là 11 nghìn đồng với 10 km đầu tiên và $7,5$ nghìn đồng với các km tiếp theo. Hỏi một hành khách thuê taxi của hãng đó đi quãng đường dài 18 km thì phải trả bao nhiêu nghìn đồng?

Lời giải.

a) Ta có $P = -\sqrt{2} + \sqrt{2 - 2\sqrt{2} + 1} = -\sqrt{2} + \sqrt{(\sqrt{2} - 1)^2} = -\sqrt{2} + \sqrt{2} - 1 = -1$.

b) Số tiền hành khách phải trả là: $10.11 + 8.7,5 = 170$ (nghìn).

Câu 6. Cho hệ phương trình $\begin{cases} mx - y = 1 \\ 2x + my = 4 \end{cases}$ với m là tham số.

a) Giải hệ phương trình khi $m = 1$.

b) Tìm tất cả các giá trị của m để hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y)$ thỏa mãn $x + y = 2$.

Lời giải.

a) Với $m = 1$, ta có $\begin{cases} x - y = 1 \\ 2x + y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \dfrac{5}{3} \\ y = \dfrac{2}{3} \end{cases}$.

b) Ta có $D = m^2 + 2, D_x = m + 4, D_y = 4m - 2$.

Do đó hệ luôn có nghiệm duy nhất $\begin{cases} x = \dfrac{D_x}{D} = \dfrac{m+4}{m^2+2} \\ y = \dfrac{D_y}{D} = \dfrac{4m-2}{m^2+2} \end{cases}$.

Theo giả thiết ta có $\dfrac{m+4}{m^2+2} + \dfrac{4m-2}{m^2+2} = 2 \Leftrightarrow 2m^2 + 5m + 2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = -2 \\ m = -\dfrac{1}{2}. \end{array}\right.$

Câu 7. Cho tam giác ABC nhọn, không cân và nội tiếp (O). Phân giác của góc BAC cắt đường tròn (O) tại D (khác A). Trên đoạn OD lấy điểm P (P khác O và D). Các đường thẳng đi qua P và tương ứng song song với AB, AC lần lượt cắt DB, DC tại M và N.

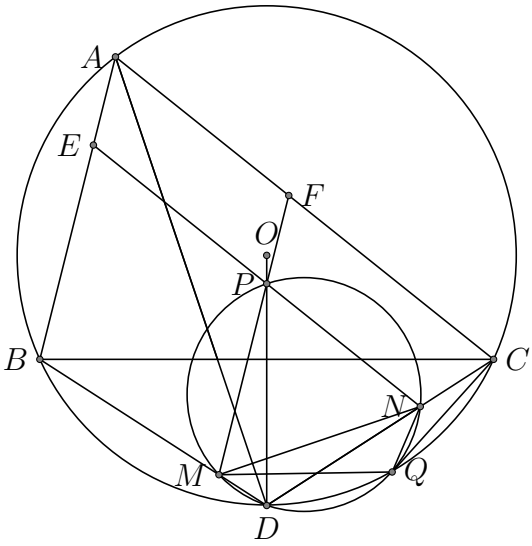
a) Chứng minh $\widehat{MPN} = \widehat{BAC}$ và 4 điểm P, M, D, N cùng nằm trên một đường tròn.

b) Chứng minh tam giác PMN cân tại P.

c) Đường tròn đi qua 4 điểm P, M, D, N cắt (O) tại Q và D. Chứng minh rằng QA là phân giác của góc MQN.

Lời giải.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/



a) Ta có $\widehat{MPN} = \widehat{EPF} = \widehat{BAC}$ (Tứ giác $AEPF$ là hình bình hành). Suy ra $\widehat{MPN} + \widehat{BDC} = 180°$. Vậy tứ giác $MPND$ nội tiếp.

b) Ta có $\widehat{PMN} = \widehat{PDN} = \widehat{JDC}(1)$. (góc nội tiếp chắn cùng một cung) Chứng minh tương tự ta có $\widehat{PNM} = \widehat{PDM} = \widehat{JDB}(2)$.

Vì D là điểm chính giữa của cung BC nhỏ nên J là điểm chính giữa của cung BC lớn. Nên từ (1) và (2) suy ra đpcm.

c) Từ b) suy ra QP là phân giác của góc MQN. Ta sẽ chứng minh Q, P, A thẳng hàng. Ta có $\widehat{NPQ} = \widehat{NDQ} = \widehat{CDQ} = \widehat{CAQ}$. Mà $PN \parallel AC$ nên suy ra A, P, Q thẳng hàng. Suy ra đpcm.

Câu 8. Cho x, y là các số thực dương thỏa mãn điều kiện $|x-2y| \le \dfrac{1}{\sqrt{x}}$ và $|y-2x| \le \dfrac{1}{\sqrt{y}}$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = x^2 + 2y$.

Lời giải.

Ta có

$$|x-2y| \le \frac{1}{\sqrt{x}} \Leftrightarrow x^3 - 4x^2y + 4xy^2 \le 1 \tag{0.27}$$

$$\text{và } |y-2x| \le \frac{1}{\sqrt{y}} \Leftrightarrow y^3 - 4xy^2 + 4x^2y \le 1. \tag{0.28}$$

Cộng (1) và (2) ta được $x^3 + y^3 \le 2$.

Áp dụng bất đẳng thức Côsi cho 3 số ta có

$$x^3 + x^3 + 1 \ge 3x^2 \text{ và } 2y^3 + 2 + 2 \ge 6y.$$

Suy ra $x^2 + 2y \le 3$. Dấu " = " khi và chỉ khi $x = y = 1$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của P là 3 khi $x = y = 1$.

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 171

ĐỀ THI VÀO 10, SỞ GIÁO DỤC BÀ RỊA - VŨNG TÀU, 2016

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

Câu 1.

a) Rút gọn biểu thức $A = 3\sqrt{16} - 2\sqrt{9} + \dfrac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}}$.

b) Giải hệ phương trình $\begin{cases} 4x + y = 7 \\ 3x - y = 7. \end{cases}$

c) Giải phương trình $x^2 + x - 6 = 0$.

Lời giải.

a) Ta có: $A = 3.4 - 2.3 + 2 = 8$.

b) Ta có: $\begin{cases} 4x + y = 7 \\ 3x - y = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7x = 14 \\ 3x - y = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases}$.

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = (2; -1)$.

c) Ta có: $\Delta = 1^2 - 4.1.(-6) = 25 > 0$.

Vậy phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt: $x_1 = \dfrac{-1 + \sqrt{25}}{2} = 2$; $x_2 = \dfrac{-1 - \sqrt{25}}{2} = -3$.

Câu 2.

a) Vẽ parabol $(P) : y = \dfrac{1}{2}x^2$.

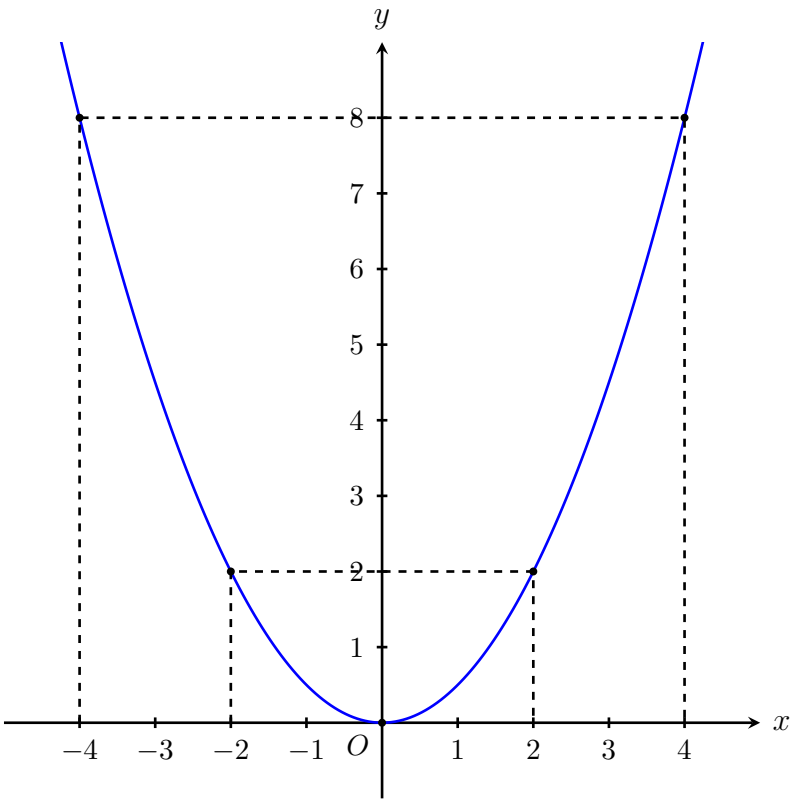
b) Tìm giá trị của m để đường thẳng $(d) : y = 2x + m$ đi qua điểm $M(2; 3)$.

Lời giải.

a) Bảng giá trị của hàm số $y = \dfrac{1}{2}x^2$ là:

x	-4	-2	0	2	4
$y=\frac{1}{2}x^2$	8	2	0	2	8

Đồ thị:



b) Vì đường thẳng $(d): y=2x+m$ đi qua điểm $M(2;3)$ nên ta có: $3=2.2+m \Leftrightarrow m=-1$. Vậy $m=-1$.

Câu 3.

a) Tìm giá trị của tham số m để phương trình $x^2-mx-2=0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1x_2+2x_1+2x_2=4$.

b) Một mảnh đất hình chữ nhật có diện tích 360 m^2. Tính chiều dài và chiều rộng của mảnh đất đó, biết rằng nếu tăng chiều rộng 3 m và giảm chiều dài 4 m thì mảnh đất đó có diện tích không đổi.

c) Giải phương trình $x^4+(x^2+1)\sqrt{x^2+1}-1=0$.

Lời giải.

Tuyển tập đề thi vào lớp 10 không chuyên

a) Ta có: $a.c = 1.(-2) = -2 < 0 \Rightarrow$ phương trình đã cho luôn có hai nghiệm trái dấu x_1, x_2 với mọi giá trị m.

Theo định lí Vi-ét, ta có: $x_1 + x_2 = m$ và $x_1 x_2 = -2$.

Ta có: $x_1x_2 + 2x_1 + 2x_2 = 4 \Leftrightarrow x_1x_2 + 2(x_1 + x_2) = 4 \Leftrightarrow -2 + 2m = 4 \Leftrightarrow m = 3$.

Vậy $m = 3$.

b) Gọi x (m) là chiều rộng của mảnh đất lúc đầu ($x > 0$). Khi đó, chiều dài của mảnh đất lúc đầu là $\dfrac{360}{x}$ (m).

Chiều rộng của mảnh đất sau khi tăng là $x + 3$ (m) và chiều dài của mảnh đất sau khi giảm là $\dfrac{360}{x} - 4$ (m).

Theo giả thiết, ta có phương trình:

$$(x+3)\left(\frac{360}{x} - 4\right) = 360$$

$$\Leftrightarrow (x+3)(360 - 4x) = 360x$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 3x - 270 = 0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 15 \text{ (thỏa mãn điều kiện)} \\ x = -18 \text{ (không thỏa mãn điều kiện)} \end{array}\right.$$

Vậy chiều rộng và chiều dài của hình chữ nhật lúc đầu là: 15 m và 24 m.

c) Ta có:

$$x^4 + (x^2+1)\sqrt{x^2+1} - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x^2+1)(x^2-1) + (x^2+1)\sqrt{x^2+1} = 0$$

$$\Leftrightarrow (x^2+1)\left(x^2 - 1 + \sqrt{x^2+1}\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 1 + \sqrt{x^2+1} = 0 \text{ (vì } x^2 + 1 > 0 \text{ với mọi x)}$$

Đặt $t = \sqrt{x^2+1}$ ($t \geq 1$), ta được phương trình:

$$t^2 + t - 2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 1 \text{ (thỏa mãn điều kiện)} \\ t = -2 \text{ (không thỏa mãn điều kiện)} \end{array}\right.$$

Với $t = 1$, ta có: $\sqrt{x^2+1} = 1 \Leftrightarrow x = 0$.

Vậy phương trình đã cho có một nghiệm: $x = 0$.

Câu 4. Cho nửa đường tròn (O) đường kính AB, C là điểm trên đoạn OA (C khác O và A). Qua C kẻ đường thẳng vuông góc với AB cắt nửa đường tròn (O) tại D. Gọi E là trung điểm đoạn CD. Tia AE cắt nửa đường tròn (O) tại M.

a) Chứng minh tứ giác $BCEM$ nội tiếp.

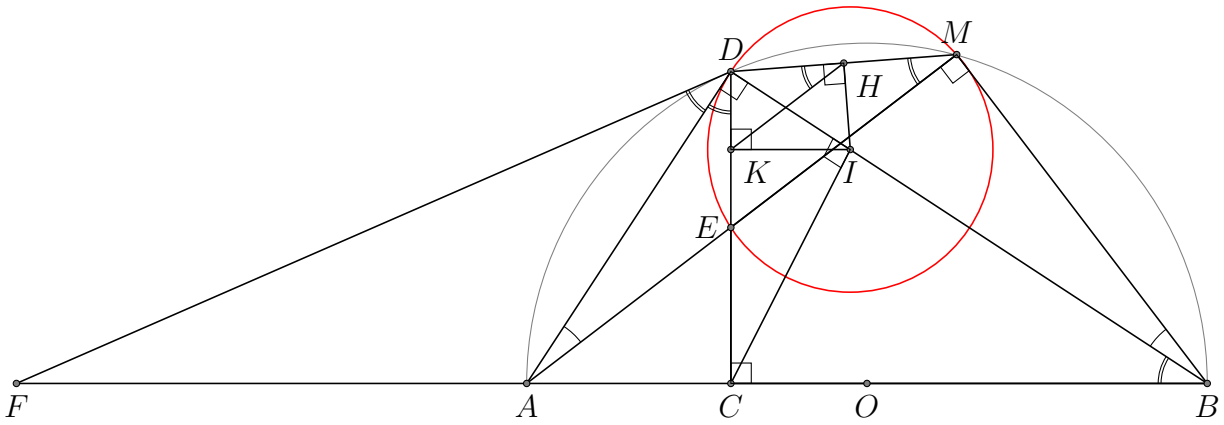
Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

b) Chứng minh $\widehat{AMD}+\widehat{DAM}=\widehat{DEM}$.

c) Tiếp tuyến của (O) tại D cắt đường thẳng AB tại F. Chứng minh $FD^2=FA.FB$ và $\dfrac{CA}{CD}=\dfrac{FD}{FB}$.

d) Gọi $(I;r)$ là đường tròn ngoại tiếp tam giác DEM. Giả sử $r=\dfrac{1}{2}CD$. Chứng minh CI song song với AD.

Lời giải.



a) Ta có: $\widehat{EMB}=90^\circ$ (Góc nội tiếp chắng nửa đường tròn).

Tứ giác $BCEM$ có $\widehat{ECB}+\widehat{EMB}=180^\circ$ nên nội tiếp được trong một đường tròn.

b) Ta có $BCEM$ là tứ giác nội tiếp $\Rightarrow \widehat{MBA}=\widehat{DEM}$ (1).

Lại có: $\begin{cases}\widehat{DAM}=\widehat{DBM}\text{ (cùng chắn cung }MD)\\ \widehat{AMD}=\widehat{DBA}\text{ (cùng chắn cung }AD).\end{cases}$

$\Rightarrow \widehat{DAM}+\widehat{AMD}=\widehat{DBM}+\widehat{DBA}=\widehat{MBA}$ (2).

Từ (1) và (2), ta có: $\widehat{AMD}+\widehat{DAM}=\widehat{DEM}$.

c) Xét hai tam giác FDA và FBD, ta có: $\widehat{F}$ chung, $\widehat{FDA}=\widehat{FBD}$ (cùng chắng cung AD).

$\Rightarrow \triangle FDA\backsim\triangle \Rightarrow \dfrac{FD}{FB}=\dfrac{FA}{FD}$ hay $FD^2=FA.FB$.

Ta có: $\widehat{ADB}=90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa tròn) $\Rightarrow \widehat{ADC}=\widehat{FBD}$ (cùng phụ $\widehat{DAB}$).

Mà $\widehat{FDA}=\widehat{FBD}$ (cmt) $\Rightarrow \widehat{FDA}=\widehat{ADC}$. Suy ra DA là tia phân giác của $\widehat{FDC}$.

Tam giác CDF có DA là đường phân giác nên ta có $\dfrac{AC}{AF}=\dfrac{DC}{DF}$ hay $\dfrac{CA}{CD}=\dfrac{FA}{FD}$.

Mà $\dfrac{FD}{FB}=\dfrac{FA}{FD}$ (cmt) nên ta có: $\dfrac{CA}{CD}=\dfrac{FD}{FB}$.

d) Vì I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác DEM nên $IE = r = \dfrac{CD}{2}$.

Mà E là trung điểm của CD nên ta có $\triangle CID$ vuông tại $I \Rightarrow CI \perp ID$.

Gọi H, K lần lượt là trung điểm của MD, $ED \Rightarrow IH \perp MD$, $IK \perp ED$.

Tứ giác $KIHD$ có $\widehat{IHD} + \widehat{IKD} = 180^\circ$ nên nội tiếp được trong đường tròn.

$\Rightarrow \widehat{KID} = \widehat{KHD}$ (cùng chắng cung KD).

Tam giác DEM có $HM = HD$ và $KD = KE$ nên HK là đường trung bình của $\triangle DEM$.

$\Rightarrow HK \parallel ME \Rightarrow \widehat{KHD} = \widehat{AMD}$ (hai góc đồng vị) $\Rightarrow \widehat{KID} = \widehat{AMD} = \widehat{ABD}$.

Mà $\widehat{KID} + \widehat{KDI} = 90^\circ$ và $\widehat{CDB} + \widehat{ABD} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{KDI} = \widehat{CDB} \Rightarrow DI \equiv BD$

$\Rightarrow CI \perp BD$.

Ta có $\begin{cases} CI \perp BD \\ AD \perp BD \end{cases} \Rightarrow CI \parallel AD$.

Câu 5. Cho a, b là hai số dương thỏa mãn $\sqrt{ab} = \dfrac{a+b}{a-b}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P = ab + \dfrac{a-b}{\sqrt{ab}}$.

Lời giải.

Từ giả thiết, ta có: $2(a+b) = 2\sqrt{ab}(a-b) \le \dfrac{\left(2\sqrt{ab}\right)^2 + (a-b)^2}{2} = \dfrac{4ab + (a-b)^2}{2} = \dfrac{(a+b)^2}{2}$.

$\Rightarrow (a+b)^2 - 4(a+b) \ge 0$ hay $a + b \ge 4$.

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy cho hai số dương, ta có:

$P = ab + \dfrac{a-b}{\sqrt{ab}} = \dfrac{(a+b)^2}{(a-b)^2} + \dfrac{(a-b)^2}{a+b} \ge 2\sqrt{a+b} \ge 4$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của P là 4, đạt được khi $\begin{cases} a+b=4 \\ a-b=2\sqrt{ab} \\ \sqrt{ab} = \dfrac{a+b}{a-b} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2+\sqrt{2} \\ b = 2-\sqrt{2} \end{cases}$.

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

TOÁN TRUNG HỌC CƠ SỞ

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 KHÔNG CHUYÊN

ĐỀ SỐ 172

ĐỀ THI VÀO 10, SỞ GIÁO DỤC YÊN BÁI, 2016

Họ và tên thí sinh: ..... *Lớp:* .....

Câu 1.

a) Không sử dụng máy tính. Tính giá trị của biểu thức: $A = 2015 + \sqrt{36} - \sqrt{25}$.

b) Rút gọn biểu thức: $P = \left(1 + \dfrac{a + \sqrt{a}}{\sqrt{a} + 1}\right)\left(1 + \dfrac{a - \sqrt{a}}{1 - \sqrt{a}}\right)$, với $a \geq 0; a \neq 1$.

Lời giải.

a) Ta có :$A = 2015 + \sqrt{36} - \sqrt{25} = 2015 + 6 - 5 = 2016$.

b) Với $a \geq 0, a \neq 1$ ta có:
$P = \left[1 + \dfrac{\sqrt{a}(\sqrt{a} + 1)}{\sqrt{a} + 1}\right]\left[1 - \dfrac{\sqrt{a}(\sqrt{a} - 1)}{\sqrt{a} - 1}\right] = (1 + \sqrt{a})(1 - \sqrt{a}) = 1 - a.$

Câu 2. Cho đường thẳng (d) có phương trình $y = x + 2$ và parabol (P) có phương trình $y = x^2$.

a) Vẽ đường thẳng (d) và parabol (P) trên cùng hệ trục tọa độ Oxy.

b) Đường thẳng (d) cắt (P) tại hai điểm A và B (với A có hoành độ âm, B có hoành độ dương). Bằng tính toán hãy tìm tọa độ các điểm A và B.

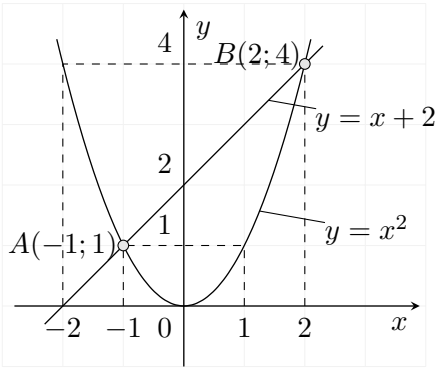
Lời giải.

a) Ta có bảng:

x	0	-2
$y = x + 2$	2	0

x	-2	-1	0	1	2
$y = x^2$	4	1	0	1	4

Đồ thị:



b) Phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P):

$x^2 = x + 2 \Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = 2$ hoặc $x = -1$.

Vậy tọa độ của hai điểm A và B lần lượt là: $A(-1;1); B(2;4)$.

Câu 3.

a) Giải phương trình: $5x + 6 = 3x$.

b) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 3x - 2y = 3 \\ x + 2y = 17 \end{cases}$.

c) Tìm m để phương trình: $x^2 - 2(m+3)x + m^2 + 4m - 7 = 0$ có hai nghiệm phân biệt.

d) Hàng ngày, bạn An đi học từ nhà trường trên quãng đường dài 8 km bằng xe máy điện với vận tốc không đổi. Hôm nay, vẫn trên đoạn đường đó, 2 km đầu bạn An đi với vận tốc như mọi khi, sau đó vì xe bị non hơi nên bạn đã dừng 1 phút để bơm. Để đến trường đúng giờ như mọi ngày, bạn An phải tăng vận tốc lên thêm 4 km/h. Tính vận tốc xe máy điện của bạn An khi tăng tốc. Với vận tốc đó bạn A có vi phạm luật giao thông hay không? Tại sao? Biết rằng đoạn đường bạn An đi là trong khu vực đông dân cư.

Lời giải.

a) $5x + 6 = 3x \Leftrightarrow 2x = -6 \Leftrightarrow x = -3$. Vậy phương trình có tập nghiệm là $S = \{-3\}$

b) Ta có: $\begin{cases} 3x - 2y = 3 \\ x + 2y = 17 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x = 20 \\ x + 2y = 17 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ x + 2y = 17 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = 6 \end{cases}$.

Hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất là: $(5;6)$

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

c) Phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta' = (m+3)^2 - (m^2+4m-7) > 0$
$\Leftrightarrow 2m + 16 > 0 \Leftrightarrow m > -8$.
Vậy với $m > -8$ thì phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt.

d) Gọi vận tốc xe máy điện của An lúc bình thường là x (km/h) ($x > 0$).
Vận tốc xe máy điện của An khi tăng tốc là $x + 4$ (km/h).
Thời gian An đi từ nhà đến trường lúc bình thường là: $\dfrac{8}{x}$ (h).
Đổi 1 phút $= \dfrac{1}{60}$h. Thời gian An đi từ nhà đến trường hôm nay là: $\dfrac{2}{x} + \dfrac{1}{60} + \dfrac{6}{x+4}$(h).
Ta có: $\dfrac{8}{x} = \dfrac{2}{x} + \dfrac{1}{60} + \dfrac{6}{x+4} \Leftrightarrow \dfrac{6}{x} - \dfrac{6}{x+4} = \dfrac{1}{60} \Leftrightarrow \dfrac{24}{x(x+4)} = \dfrac{1}{60}$
$x^2 + 4x - 1440 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} x = -40 & \text{(loại)} \\ x = 36 & \text{(thỏa mãn)} \end{array}\right.$
Vậy vận tốc xe máy điện của An khi tăng tốc là $36 + 4 = 40$ (km/h).
Vận tốc này không vi phạm luật giao thông vì trong khu vực đông dân cư, vận tốc tối đa của xe máy điện là 40 (km/h).

Câu 4.

1. Cho tam giác ABC nội tiếp trong đường tròn (O). Gọi H là giao điểm của hai đường cao BD và CE của tam giác ABC ($D \in AC, E \in AB$).

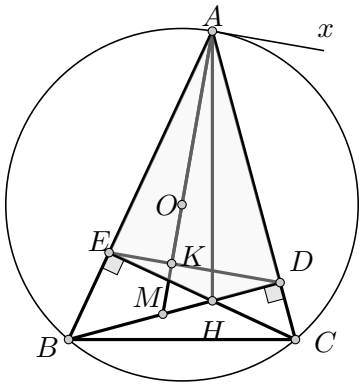
   a) Chứng minh tứ giác $ADHE$ nội tiếp trong một đường tròn.

   b) Đường thẳng AO cắt ED và BD lần lượt tại K và M. Chứng minh rằng $AK.AM = AD^2$.

   c) Chứng minh $\widehat{BAH} = \widehat{OAC}$.

2. Từ miếng tôn phẳng hình chữ nhật có chiều dài $1,5$ dm và chiều rộng $1,4$ dm. Người ta tạo nên mặt xung quanh của những chiếc hộp hình trụ. Trong hai cách làm, hỏi cách nào thì được chiếc hộp có thể tích lớn hơn.

Lời giải.



1.

a) Vì $HE \perp AB, HD \perp AC$ nên $\widehat{HEA} = \widehat{HAD} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{HEA} + \widehat{HAD} = 180^\circ$

Do đó tứ giác $ADHE$ nội tiếp.

b) Trong nửa mặt phẳng bờ AC không chứa điểm B, vẽ tia tiếp tuyến Ax với đường tròn (O).

Do đó: $\widehat{CAx} = \widehat{CBA}$.

Mặt khác, ta lại có: $\widehat{BEC} = \widehat{BDC} = 90^\circ$ nên tứ giác $BEDC$ là nội tiếp đường tròn.

$\Rightarrow \widehat{ADE} = \widehat{CBA} \Rightarrow \widehat{CAx} = \widehat{ADE} \Rightarrow Ax \,//\, DE$, mà $Ax \perp OA$ nên $OA \perp DE$.

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông ADM, ta có $AK.AM = AD^2$.

c) Ta có: $\widehat{KDM} = \widehat{KAD} (= 90^\circ - \widehat{KDA})$.

Mà tứ giác $ADHE$ nội tiếp nên $\widehat{KDM} = \widehat{EAH}$

Do đó: $\widehat{OAC} = \widehat{BAH}$

2. Cách 1: Chu vi đáy hình trụ là $1,5\,\text{dm}$, chiều cao hình trụ là $h_1 = 1,4\,\text{dm}$.

Hình trụ này có bán kính đáy $r_1 = \dfrac{1,5}{2\pi} = \dfrac{3}{4\pi}\,\text{dm}$,

diện tích đáy $S_1 = \pi r_1^2 = \pi.\left(\dfrac{3}{4\pi}\right)^2 = \dfrac{9}{16\pi}\,\text{dm}^2$.

Khi đó ta có: $V_1 = S_1.h_1 = \dfrac{9}{16\pi}.1,4 = \dfrac{63}{80\pi}\,\text{dm}^3$.

Cách 2: Chu vi đáy hình trụ là $1,4\,\text{dm}$, chiều cao hình trụ là $h_2 = 1,5\,\text{dm}$.

Hình trụ có: $r_2 = \dfrac{1,4}{2\pi} = \dfrac{7}{10\pi}\,\text{dm}$; $S_2 = \pi r_2^2 = \pi.\left(\dfrac{7}{10\pi}\right)^2 = \dfrac{49}{100\pi}\,\text{dm}^2$.

Khi đó: $V_2 = S_2.h_2 = \dfrac{49}{100\pi}.1,5 = \dfrac{147}{200\pi}\,\text{dm}^3$.

Ta có: $V_1 > V_2$ nên cách 1 sẽ cho hình trụ có thể tích lớn hơn.

Câu 5. Cho 2 số dương a, b thỏa mãn $(a+b)(a+b-1) = a^2 + b^2$. Tìm giá trị lớn nhất

Nhóm: https://www.facebook.com/groups/GeoGebraPro/

của biểu thức

$$Q=\frac{1}{a^4+b^2+2ab^2}+\frac{1}{b^4+a^2+2ba^2}.$$

Lời giải.

Từ điều kiện đề bài suy ra $(a+b)^2-(a+b)=a^2+b^2\Leftrightarrow a+b=2ab$.

Áp dụng bất đẳng thức Côsi ta có: $a+b=2ab\leq\dfrac{(a+b)^2}{2}\Rightarrow(a+b)^2\geq 2(a+b)\Rightarrow a+b\geq 2$.

Ta lại có: $a^4+b^2\geq 2a^2b;\quad b^4+a^2\geq 2b^2a$.

$$\Rightarrow Q\leq\frac{1}{2a^2b+2b^2a}+\frac{1}{2b^2a+2a^2b}=\frac{2}{2ab(a+b)}=\frac{1}{ab(a+b)}$$

Mà $a+b\geq 2\Rightarrow ab\geq 1\Rightarrow ab(a+b)\geq 2\Rightarrow\dfrac{1}{ab(a+b)}\leq\dfrac{1}{2}\Rightarrow Q\leq\dfrac{1}{2}$

Dấu "=" xảy ra khi $a=b=1$.

Vậy $Q_{max}=\dfrac{1}{2}$ khi $a=b=1$.