

TUYỂN TẬP 50 ĐỀ THI ĐẠI TRÀ + TOÁN CHUNG (TOÁN ĐIỀU KIỆN) MOTIP ĐỀ THI QUÊ HƯƠNG THÁI BÌNH THÂN YÊU

Hàng năm, mỗi khi hoa phượng nở, ve kêu râm ran, những cơn mưa rào đầu mùa hè mang hương ngai ngái, khi ộp ộp những tiếng ếch kêu, đầu đó mùi lúa chín thoang thoang và rom vàng óng khắp cánh đồng, khắp các con đường thôn quê...các bạn nhỏ 15, 16 tuổi lại viết những dòng lưu bút chia tay thầy cô, chia tay mái trường Trung học cơ sở đầu yêu, bước vào một đợt ôn tập căng thẳng, tiến đến một kỳ thi tuyển sinh THPT đầy cam go, quyết liệt, đầy niềm hân hoan và nước mắt.

Môn Toán song hành cùng Ngữ văn là hai môn quan trọng, điểm số được nhân hệ số 2, quyết định bước ngoặt vào mái trường THPT công lập của các em, vì vậy nó rất được đề cao từ lớp 6, mặc dù còn nhiều lỗ hổng, nhiều kiến thức bị giảm tải và tính ứng dụng chưa được chú trọng.

Đề thi tuyển sinh lớp 10 THPT có nội dung chương trình chủ yếu trong phạm vi lớp 9 THCS, kết hợp tổng hòa các kiến thức cơ bản từ các lớp 6, 7, 8, 9, cụ thể các nội dung chính được đề cập như sau

1. Rút gọn căn thức và các bài toán liên quan.
2. Giải, biện luận hệ phương trình bậc nhất một ẩn và các bài toán liên quan.
3. Hàm số bậc nhất và đồ thị hàm số bậc nhất (đường thẳng) và các bài toán liên quan. Bài toán là tiền thân của hình học giải tích cấp THPT.
4. Phương trình bậc hai và các bài toán liên quan. Hệ thức Viet và các đẳng thức, bất đẳng thức chế tác xuất phát từ hệ thức Viet.
5. Parabol đơn giản và các bài toán liên quan.
6. Bài toán hình học tổng hợp.
7. Bài toán phân loại thí sinh giỏi, năng khiếu.

Đối với đề thi tuyển sinh Toán chung (Toán điều kiện) Kỳ thi tuyển sinh THPT Chuyên tại các tỉnh miền Bắc và một số trường chuyên khác, cấu trúc đề thi tương tự đề thi đại trà nhưng mức độ nâng cao hơn, đặc thù là bài toán phương trình – hệ phương trình không mẫu mực sẽ lồng ghép chót chặn tại giữa bài thi, mục đích lựa chọn được các em học sinh ưu tú hơn, dù rằng các bài toán hình học và bài toán phân loại cuối cùng vẫn là bắt buộc.

Tại đất nước mình, tình trạng bệnh thành tích giáo dục còn nặng nề, dù chương trình được đánh giá là nặng nề nhưng tư duy của các em còn rất yếu kém. Chúng ta thường rèn luyện những đề thi cũ kỹ, với hy vọng rèn luyện kỹ năng, hy vọng trúng tủ nhiều, hy vọng một điều kỳ diệu nào đó lặp lại mà không hiểu một quy luật đó là tương lai đề thi càng phải mới, đột phá như thế giới biến động không ngừng. Chúng ta thường quanh quẩn những bài toán truyền thống, tự mãn với những kết quả đạt được trên nền tảng các bài toán đó, và hụt hẫng, bất ngờ trước những đề thi mới tinh, được đầu tư khối lượng chất xám sáng tạo cao, khi đó chúng ta thường tự an ủi rằng đề thi khó, thực tế là do mình đang dậm chân tại chỗ, không dẫn bước.

Khoa học là phải sáng tạo, phải sai, thất bại, sau đó dẫn đến đúng, thành công.

Tài liệu tuyển tập 50 đề thi dưới đây được làm hoàn toàn mới so với các đề thi tuyển sinh trước đây, cấu trúc không thay đổi, có đề phòng một số kiến thức vô tình bị lãng quên, xem nhẹ trong chương trình lớp 9 THCS. Rèn luyện đề thi vẫn là một quá trình tích lũy kiến thức, không nên hy vọng trúng tủ đề thi cũ, ý tưởng cũ, vì vậy tác giả hy vọng tương lai nền giáo dục sẽ đẩy lùi được tình trạng trúng tủ, học lệch, học đề cương, ăn may, khoanh bừa khoanh lụi tai hại.

Mong muốn đất nước sẽ càng ngày có nhiều em học sinh giỏi, liêm chính, nhiều nhà khoa học quân sự, nhiều kỹ sư xây dựng, nhiều bác sĩ tâm huyết, nhiều nhà giáo mẫu mực, nhiều nhà kinh tế tương lai, nhiều nhà quản lý yêu dân, nhiều con người lao động chân chính,...sánh bước và vượt qua tất cả các nước trong khu vực, đặc biệt là CHND Trung Hoa.

THÂN TẶNG QUÝ THẦY CÔ VÀ CÁC EM HỌC SINH THCS TRÊN MỌI MIỀN TỔ QUỐC!

Facebook Giang Sơn
Tp.Thái Bình thân yêu; 10/05/2019

[1]

Bài 1. (2,0 điểm).

Cho biểu thức $P = \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-4} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} - \frac{2\sqrt{x}+41}{x-\sqrt{x}-12}$; với $x \geq 0; x \neq 16$.

1. Rút gọn biểu thức P .
2. Tìm tất cả các giá trị của x để $P^2 = \frac{18}{7}P$.
3. Chứng minh rằng biểu thức P không thể nhận giá trị nguyên.

Bài 2. (2,0 điểm).

1. Một mảnh vườn hình tam giác vuông có các cạnh góc vuông hơn kém nhau $4m$. Tính diện tích khu vườn biết độ dài chiều cao ứng với cạnh huyền khu vườn là $\frac{8\sqrt{5}}{5}m$.
2. Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x^2 - 4xy + 4y^2 = 0, \\ 2 + \sqrt{x-1} = 3y. \end{cases} \quad (x; y \in \mathbb{R}).$$

Bài 3. (2,0 điểm).

Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho parabol $(P): y = -2x^2$ và đường thẳng $(d): y = ax + a - 2$ (a là tham số thực, O là gốc tọa độ).

1. Tìm giá trị của a để đường thẳng (d) cắt đoạn thẳng OH với $H(0;3)$.
2. Chứng minh rằng với mọi giá trị của a thì (P) và (d) luôn có ít nhất một điểm chung.
3. Tìm tất cả các giá trị nguyên của a để (P) cắt (d) theo một dây cung có độ dài bằng $\sqrt{5}$.

Bài 4. (3,5 điểm).

Cho đường tròn $(O;R)$, $OA = 3R$. Từ A vẽ hai tiếp tuyến AB, AC của đường tròn (O) , trong đó B và C là hai tiếp điểm. Dây BD song song với AC và cắt tia CO tại E , OA cắt BC tại H .

1. Chứng minh tứ giác $ABOC$ là tứ giác nội tiếp và BC là phân giác góc $\widehat{ABD}$.
2. Chứng minh $\frac{OH}{AB} = \frac{\sqrt{2}}{12}$ và $\widehat{OBE} = \widehat{OHE}$.
3. Gọi M là giao điểm của AD với đường tròn (O) , M khác D , tia BM cắt AC tại N . Chứng minh $NC^2 = NM.NB$ và N là trung điểm của AC .
4. Gọi I, J, K lần lượt là ba điểm trên ba đoạn thẳng BC, CA, AB sao cho $\widehat{IJK} = \widehat{ABC}$. Chứng minh $BK.CJ \leq \frac{BC^2}{4}$.

Bài 5. (0,5 điểm). Thí sinh chỉ được lựa chọn một trong hai ý (5.1 hoặc 5.2).

1. Giải phương trình $\sqrt{x - \frac{1}{x}} + 5\sqrt{1 - \frac{1}{x}} + 2 = 3x + \frac{2}{x} \quad (x \in \mathbb{R})$.
2. Tồn tại hay không các số nguyên x, y, z, t, k thỏa mãn $x^4 + y^4 + z^4 + t^4 + k^4 = 2015$?

-----HẾT-----

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:.....;Số báo danh:.....

Bài 1. (1,5 điểm).

Cho biểu thức $A = \left(\frac{2}{\sqrt{x}-1} - \frac{\sqrt{x}+1}{x-\sqrt{x}} \right) : \left(\frac{x+\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} - \frac{2\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-1} \right)$, với $x > 0; x \neq 1$.

1. Rút gọn biểu thức A .
2. Tìm tất cả các giá trị của x sao cho $|3A-1| > 3A-1$.

Bài 2. (2,0 điểm).

Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho đường thẳng $(d): y = m^2 - 2(m-2)x$ (m là tham số) và parabol $(P): y = x^2$.

1. Với giá trị nào của tham số m thì (d) cắt trục tung tại điểm có tung độ lớn hơn 6 ?
2. Tìm m để (P) cắt (d) tại hai điểm có hoành độ x_1, x_2 sao cho $|x_1| - |x_2| = 6$.
3. Tìm m để (P) cắt (d) tại hai điểm có hoành độ x_1, x_2 sao cho $\sqrt{x_1^2 - 2(m-2)x_2 - m^2} < 3$.

Bài 3. (1,0 điểm).

Tìm tất cả các giá trị của tham số k để hai phương trình sau có nghiệm chung

$$x^2 - (k+4)x + k + 5 = 0$$

$$x^2 - (k+2)x + k + 1 = 0$$

Bài 4. (2,0 điểm).

1. Giải phương trình $2x^3 + 6x^2 + x + 1 = \sqrt[3]{3x+1}$.
2. Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2x^2 + y = 3, \\ x^2 + xy + x = 3. \end{cases}$

Bài 5. (3,0 điểm).

Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp đường tròn (O) , AD, BE, CF là ba đường cao ($D \in BC, E \in CA, F \in AB$). Đường thẳng EF cắt BC tại G , đường thẳng AG cắt lại đường tròn (O) tại điểm M .

1. Chứng minh $BFEC$ là tứ giác nội tiếp.
2. Chứng minh $GF \cdot GE = GM \cdot GA$.
3. Chứng minh năm điểm A, M, E, H, F cùng nằm trên một đường tròn.
4. Gọi N là trung điểm của cạnh BC và H là trực tâm của tam giác ABC . Chứng minh $MH \parallel AC$ và $GH \perp AN$.

Bài 6. (0,5 điểm). Thí sinh chỉ được lựa chọn một trong hai ý (6.1 hoặc 6.2).

1. Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^3 + y^3 + 6xy = 8, \\ \frac{x^3 + 4x^2 + 5x - 1}{7 - y} = \sqrt{4 + x}. \end{cases} \quad (x; y \in \mathbb{R}).$

2. Tìm giá trị nhỏ nhất của tham số a sao cho $x\sqrt{1-y^2} + y\sqrt{2-z^2} + z\sqrt{3-x^2} \leq a$.

-----HẾT-----

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:; Số báo danh:

Bài 1. (1,5 điểm).

Cho biểu thức $A = \left(\frac{4\sqrt{x}}{2+\sqrt{x}} + \frac{8x}{4-x} \right) : \left(\frac{\sqrt{x}-1}{x-2\sqrt{x}} - \frac{2}{\sqrt{x}} \right)$.

1. Rút gọn biểu thức A .
2. Tính giá trị của A khi x thỏa mãn $x+1 = \frac{10}{3}\sqrt{x}$.
3. Tìm giá trị của k để với mọi giá trị $x > 9$ ta có $k(\sqrt{x}-3).A > x+1$.

Bài 2. (1,0 điểm).

Cho phương trình $x^2 + a^2 - 3a + 4 = 2(a-1)x$; a là tham số thực.

1. Chứng minh rằng phương trình đã cho không thể có hai nghiệm trái dấu.
2. Tìm a để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt mà hiệu hai nghiệm bằng 4.

Bài 3. (2,0 điểm).

1. Tính diện tích một khu vườn hình chữ nhật biết chiều dài lớn hơn chiều rộng $20m$ và độ dài đường chéo khu vườn là $100m$.
2. Cho hệ phương trình $\begin{cases} -x+2y=b+1, \\ 2x-y=b+2. \end{cases}$ (x và y là ẩn, b là tham số thực).

Tìm b để hệ có nghiệm duy nhất $(x;y)$ sao cho $P = x^2 + 2y^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Bài 4. (1,5 điểm).

Trong hệ tọa độ Oxy cho parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $(d): y = (m-2)x + m + 3$.

1. Tìm m để (P) và (d) cắt nhau tại điểm có hoành độ bằng 1.
2. Chứng minh (P) và (d) không thể tiếp xúc nhau với mọi giá trị của tham số m .
3. Giả sử A là giao điểm có hoành độ dương của (P) và đường thẳng (d') : $x+y=2$; B là điểm cố định mà đường thẳng (d) luôn đi qua với mọi giá trị m . Tính độ dài AB .

Bài 5. (3,5 điểm).

Cho đường tròn $(O;R)$ và một dây BC khác đường kính, các tiếp tuyến với (O) tại B và C cắt nhau ở A . Từ điểm M bất kỳ trên cung nhỏ BC dựng I, H, K theo thứ tự là hình chiếu vuông góc của M trên BC, CA, AB ; BM cắt IK tại P , CM cắt IH tại Q . Chứng minh

1. $BIMK$ và $CIMH$ là các tứ giác nội tiếp.
2. $MI^2 = MH.MK$.
3. PQ vuông góc với MI .
4. Nếu $KI = KB$ thì $IH = IC$.

Bài 6. (0,5 điểm). Thí sinh chỉ được lựa chọn 1 trong hai ý sau (6.1 hoặc 6.2).

1. Tồn tại hay không các số thực dương a, b, c thỏa mãn $0 < a < 1; 0 < b < 1; 0 < c < 1$ và

$$a(1-b) > \frac{1}{4}; b(1-c) > \frac{2}{5}; c(1-a) > \frac{3}{7}$$

2. Giải bất phương trình $\sqrt{x-1} + x - 3 \geq \sqrt{2(x-3)^2 + 2x - 2}$.

-----HẾT-----

Bài 1. (1,5 điểm).

Cho biểu thức $A = \left(\frac{x+2}{x\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1} + \frac{1}{1-\sqrt{x}} \right) : \frac{\sqrt{x}-1}{2}$.

1. Tính giá trị của A khi $x = 2\sqrt{4+\sqrt{6-2\sqrt{5}}} \cdot (\sqrt{10}-\sqrt{2})$.
2. Tìm tất cả các giá trị của x để A nhận giá trị nguyên.

Bài 2. (2,0 điểm).

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $(d): x + y + m = 0$.

1. Tìm m để đường thẳng (d) cắt đoạn thẳng OH với $H(0;4)$, O là gốc tọa độ.
2. Tìm tọa độ tiếp điểm M của (P) và (d) trong trường hợp (P) tiếp xúc với (d) .
3. Khi $m = 2$, gọi A và B là hai giao điểm của (P) và (d) . Tìm tọa độ điểm M thuộc cung nhỏ (AB) của (P) sao cho tam giác MBA có diện tích bằng $\frac{27}{8}$.

Bài 3. (1,5 điểm).

Cho hệ phương trình $\begin{cases} x-2y=k, \\ x^2+5y^2=1+4xy. \end{cases} \quad (k \in \mathbb{R}).$

1. Tìm k để hệ phương trình đã cho có nghiệm $(x;y)$ sao cho điểm $M(x;y)$ nằm trên tia phân giác góc phần tư thứ II.
2. Chứng minh rằng khi hệ có nghiệm $(x;y)$ thì $\sqrt{5(x^2+y^2)} \geq |k|$.

Bài 4. (2,0 điểm).

1. Giải bất phương trình $6x + \sqrt{7-x} + \sqrt{x+1} \geq x^2 + 13$.
2. Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2x^3 = x + y, \\ x^2 + y^2 - xy = 1. \end{cases}$

Bài 5. (2,5 điểm).

Cho tam giác ABC vuông tại A , $AB < AC$, đường cao AH , H thuộc BC . Đường tròn đường kính AH cắt AB , AC lần lượt tại M và N . Gọi O là trung điểm của cạnh BC , MN cắt OA tại D .

1. Chứng minh $AM \cdot AB = AN \cdot AC$ và tứ giác $BMNC$ nội tiếp.
2. Chứng minh OA vuông góc với MN và hai tam giác ADI , AHO đồng dạng.
3. Chứng minh $\frac{1}{AD} = \frac{1}{HB} + \frac{1}{HC}$ và $\frac{1}{AM^2} + \frac{1}{AN^2} = \frac{1}{BM \cdot BA} + \frac{1}{CN \cdot CA} + \frac{2}{AH^2}$.
4. Gọi P là giao điểm của BC và MN , K là giao điểm thứ hai của AP và đường tròn đường kính AH . Chứng minh $PBMK$ là tứ giác nội tiếp và $BK \perp KC$.

Bài 6. (0,5 điểm).

Cho ba số thực dương x, y, z thỏa mãn $x + y + z = 1$. Tìm số thực m lớn nhất sao cho

$$x^3 + y^3 + z^3 + mxyz \geq \frac{1}{9} + \frac{m}{27}.$$

-----HẾT-----

Bài 1. (2,0 điểm).

Cho biểu thức $P = \left(\frac{\sqrt{x}+3}{x\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} - \frac{x+1}{x+\sqrt{x}+1} \right) : \frac{2x+\sqrt{x}+4}{x-\sqrt{x}}$.

4. Rút gọn biểu thức P .

5. Tìm giá trị của x sao cho $P = \frac{2}{7}$.

6. So sánh giá trị biểu thức P với $\sqrt{\frac{5}{3}} - \sqrt[3]{\frac{2}{3}}$.

Bài 2. (2,0 điểm).

Cho hệ phương trình $\begin{cases} x - (a+3)y = 0, \\ (a-2)x + 4y = a-1. \end{cases} \quad (a \in \mathbb{R}) \quad (I).$

1. Giải hệ phương trình (I) khi $a = -1$.

2. Chứng minh rằng khi $a \notin \{-2; 1\}$ thì hệ (I) có nghiệm duy nhất $(x; y)$, trong đó điểm $Q(x; y)$ nằm trên một đường thẳng cố định.

Bài 3. (2,0 điểm).

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho parabol (P): $y = x^2$ và đường thẳng (d): $y = 2mx - m + 1$; (m là tham số thực, O là gốc tọa độ).

4. Tìm giá trị m để đường thẳng (d) vuông góc với tia phân giác góc phần tư thứ III.

5. Chứng minh rằng với mọi giá trị của m thì (P) và (d) luôn có hai điểm chung phân biệt.

6. Tìm giá trị m để đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại hai điểm có hoành độ x_1, x_2 sao cho biểu thức $S = |x_1 - x_2| + m^2 - m$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Bài 4. (3,5 điểm).

Cho nửa đường tròn (O) đường kính $AB = 2R$ và dây cung AC . Gọi M là điểm chính giữa của cung AC . Đường thẳng kẻ từ C song song với BM cắt tia AM ở K và cắt tia OM ở D . Gọi H là giao điểm của OD và AC .

1. Chứng minh tứ giác $CKMH$ nội tiếp.

2. Chứng minh $CD = MB$ và $DM = CB$.

3. Xác định vị trí điểm C trên nửa đường tròn (O) để AD là tiếp tuyến của nửa đường tròn.

4. Trong trường hợp AD là tiếp tuyến của nửa đường tròn (O), tính diện tích phần tam giác ADC ở ngoài đường tròn (O) theo R .

Bài 5. (0,5 điểm). Thí sinh chỉ được lựa chọn một trong hai ý sau (5.1 hoặc 5.2).

1. Cho các số thực dương x, y, z thỏa mãn $x + y + 1 = z$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$E = \frac{x^3 y^3}{(x + yz)(y + xz)(z + xy)^2}.$$

2. Giải phương trình $\frac{8x^3 + 2x^2 + x + 4}{4x^2 + x} = \sqrt{4x^2 + \frac{4}{x} + 1}$

-----HẾT-----

Bài 1. (1,5 điểm).

Cho biểu thức $Q = \frac{\sqrt{x}+1}{x-1} - \frac{x+2}{x\sqrt{x}-1} - \frac{\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}+1}$ với $x \geq 0; x \neq 1$.

1. Rút gọn biểu thức Q và tìm giá trị của x để $7Q = -2$.
2. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \frac{2}{Q} + \sqrt{x}$.

Bài 2. (1,5 điểm).

1. Giải phương trình $5x^4 - x^2 - 4 = 0$.
2. Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} \frac{1}{x-2} + \sqrt{y} = 2, \\ \frac{x+1}{x-2} + 2\sqrt{y} = 6 \end{cases}$$

Bài 3. (1,5 điểm).

Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $(d): y = 2mx - 1$.

1. Tìm m để đường thẳng (d) cắt trục hoành tại điểm có hoành độ lớn hơn 2.
2. Tìm m để (P) cắt (d) tại hai điểm A, B có tung độ lần lượt là y_1, y_2 . Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $S = (y_1 - 1)(y_2 - 9)$.
3. Tìm m để (d) tạo với hai trục tọa độ một tam giác có tỷ lệ các cạnh là $1:3:\sqrt{10}$.

Bài 4. (2,0 điểm).

1. Giải phương trình $\sqrt{x^2 + 4x + 12} = 2x - 4 + \sqrt{x + 1}$.
2. Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x(x^2y + y^3 - x) = y^2, \\ x^3 + x^2y = 2(2x - 1)\sqrt{4x^2y - 3}. \end{cases}$$

Bài 5. (3,0 điểm).

Cho tam giác ABC nhọn nội tiếp đường tròn $(O; R)$ có $\widehat{BAC} = 60^\circ$ và $AB < AC$. Vẽ các đường cao BE và CF của tam giác ABC cắt nhau tại H .

1. Chứng minh $\widehat{AFE} = \widehat{ACB}$ và $BC = 2EF$.
2. Gọi D là điểm chính giữa cung nhỏ BC . Chứng minh bốn điểm B, H, O, C cùng nằm trên đường tròn có tâm D .
3. Gọi I là giao điểm của đường thẳng AD với $(D; DB)$. Chứng minh I là tâm đường tròn nội tiếp của tam giác ABC và $IH = IO$.
4. Chứng minh hệ thức $OI^2 = R^2 - 2R.r$ (r là bán kính đường tròn nội tiếp tam giác ABC).

Bài 6. (0,5 điểm). Thí sinh chỉ được lựa chọn một trong hai ý sau (6.1 hoặc 6.2).

1. Cho các số thực dương a, b, c . Chứng minh rằng

$$\left(\frac{a^3 - 2a + 2}{b + c} \right)^2 + \left(\frac{b^3 - 2b + 2}{c + a} \right)^2 + \left(\frac{c^3 - 2c + 2}{a + b} \right)^2 \geq \frac{3}{4}.$$

2. Giải bất phương trình $4x^3 + 4x^2 - 5x + 9 \leq 4\sqrt{16x + 8}$.

-----HẾT-----

Bài 1. (1,5 điểm).

Cho biểu thức $A = \left(\frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} - \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-2} + \frac{x+2}{x-4} \right) \cdot \left(1 + \frac{\sqrt{x}+1}{2\sqrt{x}-7} \right)$ với $x \geq 0; x \neq 4; x \neq \frac{49}{4}$.

1. Rút gọn biểu thức A .
2. Tính A khi x thỏa mãn $x(x^2+9)=10$.
3. Tìm tất cả các giá trị của x để A nhận giá trị nguyên.

Bài 2. (1,5 điểm).

Cho hệ phương trình $\begin{cases} x+y=m, \\ 2x-3y=m+1. \end{cases}$ (I); m là tham số thực.

1. Chứng minh rằng hệ (I) luôn có nghiệm duy nhất $(x;y)$ mà điểm $M(x;y)$ luôn thuộc một đường thẳng cố định.
2. Tìm giá trị của m để biểu thức $P = x^2 + 3y^2 - 2m + 1$ nhận giá trị nhỏ nhất.

Bài 3. (1,5 điểm).

1. Một hình hộp chữ nhật có chiều dài, chiều rộng mặt đáy và chiều cao tương ứng tỷ lệ với 2;1;3. Tính diện tích xung quanh của hình hộp biết thể tích hình hộp là $48m^3$.
2. Cho góc nhọn x thỏa mãn $\sin x = \frac{1}{3}$. Tính $M = 2 \tan^2 x + 3 \cot x$.

Bài 4. (1,5 điểm).

Trong hệ tọa độ Oxy cho và đường thẳng $d: y = (2k-1)x - k^2 + k$ và parabol $(P): y = x^2$.

1. Tìm tọa độ giao điểm của (P) với (d) khi $k = 3$.
2. Tìm điều kiện của tham số k để parabol (P) cắt đường thẳng d tại hai điểm phân biệt đều có hoành độ đều lớn hơn 3.

Bài 5. (3,5 điểm).

Cho đường tròn tâm O, đường kính AB. Lấy C thuộc (O), C không trùng với A và B. M là điểm chính giữa của cung nhỏ AC. Các đường thẳng AM và BC cắt nhau tại I, các đường thẳng AC, BM cắt nhau tại K.

1. Chứng minh $\widehat{ABM} = \widehat{IBM}$ và tam giác ABI cân.
2. Chứng minh tứ giác MICK nội tiếp.
3. Ký hiệu $(B;BA)$ là đường tròn tâm B bán kính BA. Đường thẳng BM cắt tiếp tuyến tại A của (O) ở N. Chứng minh NI là tiếp tuyến của $(B;BA)$ và NI vuông góc với MO.
4. Đường tròn ngoại tiếp tam giác BIK cắt đường tròn $(B;BA)$ tại D, D không trùng với I. Chứng minh ba điểm A, C, D thẳng hàng.

Bài 6. (0,5 điểm). Thí sinh chỉ được lựa chọn một trong hai ý (6.1 hoặc 6.2)

1. Giải phương trình $\sqrt{x^2+2} + \sqrt{-8x^2+8x+7} = x+1$.
2. Cho hai số thực x, y thỏa mãn $0 < x < 1; 0 < y < 1$.

Chứng minh $x + y + x\sqrt{1-y^2} + y\sqrt{1-x^2} \leq \frac{3\sqrt{3}}{2}$.

-----HẾT-----

Bài 1. (1,5 điểm).

Cho biểu thức $P = \left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{ab}-b} + \frac{2\sqrt{a}-\sqrt{b}}{\sqrt{ab}-a} \right) : \left(\frac{1}{b\sqrt{a}} - \frac{1}{a\sqrt{b}} \right)$.

1. Rút gọn biểu thức P .
2. Cho $a^2 + 4b^2 = 8$, tìm giá trị lớn nhất của P .

Bài 2. (1,0 điểm).

Cho hệ phương trình $\begin{cases} x + my = 2, \\ mx + (3m - 2)y = 2. \end{cases}$ (I); m là tham số thực.

1. Giải hệ phương trình đã cho với $m = -2$.
2. Tìm điều kiện tham số m để hệ có nghiệm duy nhất $(x; y)$ sao cho x và y là nghiệm của phương trình bậc hai ẩn t : $t^2 - 10t + xy = 0$.

Bài 3. (1,5 điểm).

Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho parabol (P) : $y = x^2$ và đường thẳng (d) : $y = 2x - 2a + 1$. (a là tham số thực, O là gốc tọa độ).

7. Tìm điều kiện của a để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt, trong đó có ít nhất một điểm nằm trên nhánh phải của (P) .
8. Viết phương trình đường thẳng đi qua điểm $A(2; 5)$ và cắt (P) theo một dây cung BC sao cho dây BC nhận A làm trung điểm.

Bài 4. (2,0 điểm).

1. Giải phương trình $9x^2 - 7x - 8 + 4\sqrt{x+5} = 0$.
2. Giải hệ phương trình $\begin{cases} (x-y)^2 + \sqrt{2(x^2+y^2)} = x+y, \\ x^2 + 7y^2 + xy = 9. \end{cases}$

Bài 5. (3,5 điểm).

Cho đường tròn $(O; R)$ và đường thẳng (d) cắt $(O; R)$ tại hai điểm C, D . Từ một điểm M tùy ý trên đường thẳng (d) kẻ các tiếp tuyến MA, MB đến (O) với A, B là các tiếp điểm. Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng CD .

1. Chứng minh tứ giác $MAIB$ là tứ giác nội tiếp.
2. Giả sử MO và AB cắt nhau tại H . Chứng minh H, C, O, D cùng thuộc một đường tròn.
3. Chứng minh $\frac{HA}{HC} = \sqrt{\frac{MD}{MC}}$.
4. Chứng minh đường thẳng AB luôn đi qua một điểm cố định khi M thay đổi trên (d) .

Bài 6 (0,5 điểm). Thí sinh chỉ được lựa chọn một trong hai ý (6.1 hoặc 6.2)

1. Cho các số thực x và y thỏa mãn điều kiện $7x^2 + 9y^2 + 12xy - 4x - 6y - 15 = 0$.
Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $S = 2x + 3y + 5$.
2. Giải phương trình $2x^2 + 2x + 1 = (2x + 3)(\sqrt{x^2 + x + 2} - 1)$.

-----HẾT-----

Bài 1. (2,0 điểm).

Cho biểu thức $P = \left(\frac{2 + \sqrt{x}}{2 - \sqrt{x}} - \frac{2 - \sqrt{x}}{2 + \sqrt{x}} - \frac{4x}{x - 4} \right) : \frac{\sqrt{x} - 3}{2\sqrt{x} - x}$ với $x > 0; x \neq 4; x \neq 9$.

1. Rút gọn biểu thức P .
2. Tính giá trị biểu thức P khi $x^2 = 17 - 12\sqrt{2}$.
3. Tìm tất cả các giá trị của x sao cho $|P + 2| \leq P + 2$.

Bài 2. (2,0 điểm).

Cho hệ phương trình $\begin{cases} x - y - m + 6 = 0, \\ (m + 3)x - 2y - 4m + 13 = 0. \end{cases} \quad (m \in \mathbb{R}) \quad (I).$

1. Tìm m để hệ (I) có nghiệm $(x; y)$, trong đó $x = \frac{1}{2}$.
2. Giả sử $(x; y)$ là nghiệm duy nhất của hệ (I). Chứng minh giá trị biểu thức sau là một số nguyên tố

$$Q = x^2 - xy + 5x + 2y + 2.$$

Bài 3. (2,5 điểm).

Cho phương trình bậc hai $x^2 - (3k - 1)x + 2k^2 = k \quad (1); k \in \mathbb{R}$.

1. Chứng minh rằng phương trình (1) luôn luôn có nghiệm với mọi giá trị của k .
2. Tìm k để phương trình (1) tương đương với phương trình $x^3 - 7x^2 + 16x - 12 = 0$.
3. Giả sử x_1, x_2 là hai nghiệm của (1). Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$T = 2x_1^2 + 3x_2 + 4.$$

Bài 4. (3,0 điểm).

Cho đường tròn (O) và đường thẳng xy không cắt đường tròn (O). Gọi A là hình chiếu vuông góc của O trên đường thẳng xy . Qua A vẽ cát tuyến không đi qua O và cắt đường tròn (O) tại hai điểm B, C . Tiếp tuyến của đường tròn (O) tại B và C cắt xy lần lượt tại M và N ; ON cắt AC tại P , BM cắt OA tại Q .

1. Chứng minh các tứ giác $OCNA$ và $OBAM$ là các tứ giác nội tiếp.
2. Chứng minh A là trung điểm của đoạn thẳng MN .
3. Chứng minh $\widehat{ACN} = \widehat{MBA}$ và tứ giác $OPBQ$ nội tiếp.

Bài 5. (0,5 điểm). Thí sinh chỉ được lựa chọn một trong hai ý (5.1 hoặc 5.2)

1. Cho các số thực dương a, b, c thỏa mãn điều kiện $abc = 1$.
Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$S = \frac{a^2}{\sqrt{(a^3 + 1)(b^3 + 1)}} + \frac{b^2}{\sqrt{(b^3 + 1)(c^3 + 1)}} + \frac{c^2}{\sqrt{(c^3 + 1)(a^3 + 1)}}.$$

2. Cho ba số thực dương a, b, c thỏa mãn $abc = 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$R = \frac{a^2}{1 + bc} + \frac{b^2}{1 + ac} + \frac{c^2}{1 + ab}.$$

-----HẾT-----

Bài 1. (1,5 điểm).

Cho biểu thức $P = \frac{2\sqrt{x}-12}{x-2\sqrt{x}-3} + \frac{\sqrt{x}}{2\sqrt{x}+2} - \frac{6-\sqrt{x}}{6-2\sqrt{x}}$ với $x \geq 0; x \neq 9$.

1. Rút gọn biểu thức P .
2. Tìm tất cả các giá trị của x để P nhận giá trị nguyên.
3. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $Q = \sqrt{(x+3)P}$.

Bài 2. (2,5 điểm).

Trong hệ tọa độ Oxy cho parabol (P) : $y = x^2$ và đường thẳng (d) : $y = (2m-1)x - m^2 + m + 6$. (m là tham số thực, O là gốc tọa độ).

1. Tìm m để (d) tạo với hai trục tọa độ một tam giác vuông có một góc $\alpha = 60^\circ$.
2. Tìm m để (P) cắt (d) tại hai điểm phân biệt $A(x_1; y_1), B(x_2; y_2)$ thỏa mãn
 - a) $-2 < x_1 < x_2 - 3 < 5 - 2m$.
 - b) $y_1 - y_2 = 7x_1$.
3. Xét hai điểm H, K nằm trên (P) có hoành độ tương ứng là -4 và $0,25$. Tìm tọa độ tất cả các điểm T trên trục tung sao cho $OHTK$ là tứ giác nội tiếp.

Bài 3. (2,0 điểm).

1. Giải phương trình $\sqrt{4x^2+5x+1} - 2\sqrt{x^2-x+1} = 9x-3$.
2. Giả sử phương trình $x^4 + ax^3 + bx^2 + ax + 1 = 0$ có ít nhất một nghiệm. Chứng minh $5a^2 + 5b^2 \geq 4$.

Bài 4. (3,5 điểm).

Từ điểm S ở ngoài đường tròn $(O; R)$ vẽ hai tiếp tuyến SB, SC (B và C là hai tiếp điểm) và cát tuyến SAD (D nằm giữa S và A). Kẻ AE vuông góc với SB tại E , AF vuông góc với SC tại F , AG vuông góc với BC tại G .

1. Chứng minh $AGCF$ là tứ giác nội tiếp và $\widehat{AGE} = \widehat{ACB}$.
2. Chứng minh $BD.AC = AB.CD$.
3. Gọi H là giao điểm của AC và FK , K là giao điểm của AG và AB . Chứng minh tứ giác $BCHK$ là hình thang.
4. Kẻ OI vuông BC tại I . Gọi J là giao điểm của đường tròn ngoại tiếp tam giác AEK và đường tròn ngoại tiếp tam giác AHF . Chứng minh I, J, A thẳng hàng.

Bài 5. (0,5 điểm). Thí sinh chỉ được lựa chọn một trong hai ý (5.1 hoặc 5.2)

1. Cho ba số thực dương a, b, c thỏa mãn $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{3}{2}(a+b+c) = \frac{15}{2}$.

Chứng minh $a^2 + b^2 + c^2 \leq 3$.

2. Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} \sqrt{2y^4-1} = 2\sqrt{x(6-x)} - 5, \\ 6\sqrt{17-y^2} + \frac{5(x-3)^2}{1+x-y^2} = 24. \end{cases} \quad (x; y \in \mathbb{R}).$$

-----HẾT-----

Bài 1. (2,0 điểm).

1. Cho $A = \frac{4}{2-\sqrt{3}} + \frac{6}{3-\sqrt{3}} + \frac{6}{\sqrt{3}} - 7\sqrt{3}$.

Chứng minh giá trị biểu thức A là một số nguyên tố.

2. Giải phương trình $x^4 + 9 = 10x^2$.

3. Tìm tất cả các giá trị của x để biểu thức $B = \frac{4\sqrt{x}+5}{3\sqrt{x}+6}$ nhận giá trị nguyên.

Bài 2. (2,0 điểm).

Cho hệ phương trình $\begin{cases} (m-1)x + y = 2, \\ mx + y = m+1. \end{cases}$ (I); m là tham số thực.

Tìm điều kiện của tham số m để hệ (I) có nghiệm duy nhất $(x;y)$ thỏa mãn

1. Biểu thức $D = 2y + x$ đạt giá trị lớn nhất.

2. $(2m-1)x + 2y = m^3 + 3$.

Bài 3. (2,0 điểm).

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho parabol (P): $y = x^2$ và đường thẳng (d): $y = (2a-3)x + 5$.

(a là tham số thực, O là gốc tọa độ).

9. Tìm a để (d) vuông góc với đường thẳng đi qua hai điểm $E(1;2)$, $F(2;7)$.

10. Chứng minh rằng với mọi giá trị của a thì (P) và (d) luôn luôn có hai điểm chung.

11. Gọi y_1, y_2 là các tung độ giao điểm của (d) và (P). Tìm a sao cho $y_1 - y_2 = 4a^2 - 9$.

Bài 4. (3,5 điểm).

Cho đường tròn (O;R), đường kính AB. Gọi I là một điểm thuộc đoạn thẳng OA sao cho $OI > \frac{1}{2}OA$. Qua I kẻ dây CD vuông góc với AB. Lấy điểm K bất kỳ thuộc đoạn IC. Tia AK cắt đường tròn (O) tại điểm M khác A.

1. Chứng minh tứ giác IKMB là tứ giác nội tiếp.

2. So sánh $AK \cdot AM$ và AD^2 .

3. Chứng minh CA tiếp xúc với đường tròn ngoại tiếp tam giác CMK.

4. Gọi F là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác CMK. Xác định vị trí của điểm K trên đoạn IC để độ dài đoạn thẳng DF ngắn nhất.

Bài 5. (0,5 điểm). Thí sinh chỉ được lựa chọn một trong hai ý (5.1 hoặc 5.2).

1. Cho ba số thực không âm x, y, z thỏa mãn $x + y + z = 3$.

Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$Q = \sqrt{x^2 - x + 1} + \sqrt{y^2 - y + 1} + \sqrt{z^2 - z + 1}.$$

2. Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2(\sqrt{3x-2} - \sqrt{x-2}) = xy + x\sqrt{2y-1}, \\ \sqrt{x^3 + y^3} + \sqrt{x^2 + y^2 + 2x} = 5. \end{cases} \quad (x; y \in \mathbb{R}).$

-----HẾT-----

Bài 1. (2,0 điểm).

Cho biểu thức $P = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+4} + \frac{2\sqrt{x}+5}{\sqrt{x}-4} + \frac{20}{16-x} \right) : \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-4}$.

1. Tìm điều kiện xác định và rút gọn biểu thức P .
2. Chứng minh rằng P chỉ nhận đúng 3 giá trị nguyên.
3. Tìm điều kiện của x để $|P-1| \leq P-1$.

Bài 2. (2,0 điểm).

Trong hệ tọa độ Oxy cho parabol (P): $y = x^2$ và đường thẳng (d): $y = (2a-1)x + a + 7$.

(a là tham số thực, O là gốc tọa độ).

1. Tìm a và b để đường thẳng (d) song song với đường thẳng $y = 5ax + 4b - 3$.
2. Gọi các giao điểm của (d) và (P) là $A(x_1; y_1), B(x_2; y_2)$. Tìm giá trị của a sao cho
 - a) Biểu thức $S = y_1 + y_2 - x_1x_2$ đạt giá trị nhỏ nhất.
 - b) $\sqrt{x_1^2 + (2a-1)x_2 - a - 7} = a$.

Bài 3. (2,0 điểm).

1. Tìm điều kiện tham số m để phương trình sau có ba nghiệm phân biệt

$$x^3 - (2m+2)x^2 + (7m-2)x - 6m + 4 = 0.$$

2. Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} (x + \sqrt{x^2 + 1})(y + \sqrt{y^2 + 1}) = 1, \\ x^3 + y^3 + (x-1)^2 = \sqrt{3x-1}. \end{cases}$$

Bài 4. (3,5 điểm).

Cho đường tròn (O;R) và điểm M nằm ngoài đường tròn (O;R). Kẻ hai tiếp tuyến MB;MC của (O;R) và tia Mx nằm giữa hai tia MO và MC. Qua B kẻ đường thẳng song song với Mx, đường thẳng này cắt (O) tại điểm thứ hai là A; AC cắt Mx tại I. Vẽ đường kính BB'. Qua O kẻ đường thẳng vuông góc với BB', đường thẳng này cắt MC; B'C lần lượt tại K và E. Chứng minh

1. Tứ giác MOIC nội tiếp.
2. OI vuông góc với Mx.
3. ME có độ dài không phụ thuộc vị trí của điểm M.
4. Khi điểm M di động sao cho $OM = 2R$ thì K chuyển động trên đường thẳng cố định.

Bài 5. (0,5 điểm). Thí sinh chỉ được lựa chọn một trong hai ý (5.1 hoặc 5.2).

1. Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 2\sqrt{x(2-x)} = \sqrt{2y-1} + 1, \\ \sqrt{y(2-y)} + 2\sqrt{x(5-x)} + \sqrt{y} = 3x + 7. \end{cases} \quad (x; y \in \mathbb{R}).$$

2. Cho ba số thực dương a, b, c . Chứng minh $(a^2 + 2)(b^2 + 2)(c^2 + 2) \geq 9(ab + bc + ca)$.

-----HẾT-----

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:; Số báo danh:

Bài 1. (2,0 điểm).

7. Rút gọn biểu thức $T = \frac{4}{(\sqrt{2}-1)^2} + \sqrt{3-2\sqrt{2}} + \sqrt{8}.$

8. Giải hệ phương trình $\begin{cases} x + \sqrt{y-1} = 2, \\ 3x + 2\sqrt{y-1} = 5. \end{cases}$

Bài 2. (2,0 điểm).

Cho biểu thức $K = \left(\frac{3\sqrt{x}-1}{x-\sqrt{x}} + \frac{2}{x+\sqrt{x}} + \frac{5\sqrt{x}+3}{2-2x} \right) \cdot \left(1 + \frac{1}{\sqrt{x}-1} \right).$

Rút gọn K và tính giá trị của K khi $x = 7 - \sqrt{24}.$

Bài 3. (2,0 điểm).

Cho phương trình $x^2 - 2mx + m^2 - 1 = 0$ (1); x là ẩn, m là tham số.

- Giải phương trình (1) với $m = 5.$
- Tìm m để (1) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $3x_1^2 + x_2^2 < 4.$

Bài 4. (2,0 điểm).

Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho đường thẳng $(d): y = (3k-10)x + 2k$ và các điểm $A(1;2), B(-1;0),$ (k là tham số thực, O là gốc tọa độ).

12. Tìm giá trị của k để đường thẳng (d) đồng quy với hai đường thẳng $2x - 3y + 1 = 0; \quad 4x - 5y + 1 = 0.$

13. Tìm giá trị của k để đường thẳng (d) cắt trục hoành tại điểm C thỏa mãn
- C có hoành độ âm.

b. $S_{AOC} = \frac{2}{3} S_{ABC}$ (S_{ABC} : diện tích tam giác ABC).

Bài 5. (3,5 điểm).

Cho tam giác ABC nhọn, vẽ đường tròn (O) đường kính BC cắt AB, AC lần lượt tại F và E, CF cắt BE tại H, FC cắt ED tại $K.$ Chứng minh

- Tứ giác $AFHE$ nội tiếp đường tròn.
- $AF \cdot AB = AH \cdot AD = AE \cdot AC.$
- $\frac{FE}{FD} = \frac{HE}{HD}.$
- Chứng minh hai tiếp tuyến của đường tròn (O) tại E, F và AH đồng quy.

Bài 6. (0,5 điểm). Thí sinh chỉ được lựa chọn một trong hai ý (6.1 hoặc 6.2).

1. Tìm a để phương trình sau có ba nghiệm thực phân biệt

$$\frac{x^3+1}{x\sqrt{x}} + 2(a-1) \cdot \frac{x^2+1}{x} + 4(1-a) \cdot \frac{x+1}{\sqrt{x}} + a-6 = 0.$$

2. Cho hai số thực dương thay đổi $x, y.$ Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$S = \frac{(x+y)^2}{x^2+y^2} + \frac{(x+y)^2}{xy}.$$

-----HẾT-----

Bài 1. (1,0 điểm).

1. Thu gọn biểu thức $A = \frac{4\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{5}-2} - \sqrt{5} - \sqrt{19-8\sqrt{3}}$.
2. Giải hệ phương trình $\begin{cases} x+2y=6xy, \\ 2x+7y=10xy. \end{cases}$

Bài 2. (1,5 điểm).

1. Tìm diện tích một khu vườn hình chữ nhật biết chu vi khu vườn bằng 20m và hiệu giữa 5 lần chiều dài và 4 lần chiều rộng là 14m.
2. Tìm a để parabol $y = x^2$, đường thẳng $y = 6x - 9$ và đường thẳng $y = (4a - 9)x + 5$ đồng quy tại một điểm.

Bài 3. (2,0 điểm).

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng (d): $y = mx - m + 5$ và parabol (P): $y = x^2$.

1. Tìm tất cả các điểm $M(x; y)$ nằm trên (P) sao cho M cách đều hai trục tọa độ.
2. Tìm m để (P) cắt (d) tại hai điểm phân biệt $A(x_1; y_1), B(x_2; y_2)$ thỏa mãn

$$2\sqrt[3]{x_1 y_1} + 3\sqrt[3]{x_2 y_2} = 2m + 3.$$

3. Trên parabol (P) lấy hai điểm A_1, A_2 sao cho $\widehat{A_1 O A_2} = 90^\circ$. Hình chiếu vuông góc của A_1, A_2 lên trục hoành lần lượt là B_1, B_2 . Chứng minh $OB_1 \cdot OB_2 = 1$.

Bài 4. (2,0 điểm).

1. Giải phương trình $3x^2 - 2x + 10 = 2(x+1)\sqrt{x^2 + 5}$.
2. Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^2 - xy + y^2 = 1, \\ x^3 + y^3 + y^5 - x = 2. \end{cases}$

Bài 5. (3,0 điểm).

Cho điểm M cố định nằm bên ngoài đường tròn ($O; R$). Qua M vẽ các tiếp tuyến MA, MB với đường tròn (O), A và B là các tiếp điểm. Gọi C là điểm bất kỳ trên cung nhỏ AB của đường tròn (O). Gọi D, E, F lần lượt là chân đường vuông góc kẻ từ C đến AB, MA, MB .

1. Chứng minh bốn điểm A, D, C, E cùng thuộc một đường tròn.
2. AC cắt DE tại P ; BC cắt DF tại Q . Chứng minh $PA \cdot PC = PD \cdot PE$.
3. Chứng minh AB song song với PQ .
4. Khi điểm C di động trên cung nhỏ AB của đường tròn (O) thì trọng tâm G của tam giác ABC di chuyển trên đường nào?

Bài 6. (0,5 điểm). Thí sinh chỉ được lựa chọn một trong hai ý (6.1 hoặc 6.2).

1. Cho x, y, z là các số thực dương thay đổi thỏa mãn $x + y + z = 2$. Chứng minh

$$\frac{x}{x^2 + 1} + \frac{y}{y^2 + 1} + \frac{z}{z^2 + 1} \leq \frac{18}{13}.$$

2. Tìm tất cả các nghiệm hữu tỷ của phương trình $3x + \sqrt{x-3} = (x-7)\sqrt{11-x} + 23$.

-----HẾT-----

Bài 1. (2,0 điểm).

9. Rút gọn biểu thức $A = \frac{1}{1-\sqrt{2}} + \frac{2\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}} + \sqrt{3-2\sqrt{2}}.$

10. Rút gọn biểu thức $B = \frac{2\sqrt{x}+3}{1-\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}+2}{1+\sqrt{x}} - \frac{3\sqrt{x}+5}{1-x}.$

11. Giải hệ phương trình $\begin{cases} 3x - y = 10, \\ 2x + y = 5\sqrt{2}. \end{cases}$

Bài 2. (2,0 điểm).

- Tính diện tích xung quanh của một hình trụ biết bán kính đáy hình trụ là $5cm$ và chiều cao là $6cm$.
- Tính thể tích của một hình nón biết chiều cao hình nón bằng $4cm$ và đường sinh bằng $5cm$.
- Tính diện tích của một mảnh vườn hình chữ nhật biết chu vi hình chữ nhật là $24m$, nếu giảm chiều dài $2m$ và tăng chiều rộng thêm $2m$ thì khu vườn trở thành hình vuông.

Bài 3. (2,0 điểm).

Trong tọa độ Oxy cho parabol (P): $y = 2x^2$ và đường thẳng (d): $y = mx - m + 2$ (m là tham số thực, O là gốc tọa độ).

- Tìm m để (d) cắt đường thẳng (d'): $y = 3x - 2$ tại $M(x;y)$ thỏa mãn $x^2 + y^2 = 20$.
- Chứng minh rằng với mọi giá trị của m thì (P) và (d) luôn có ít nhất một điểm chung.
- Tìm tất cả các giá trị của m để (P) cắt (d) tại $A(x_1; y_1), B(x_2; y_2)$ sao cho biểu thức sau đạt giá trị nhỏ nhất.

$$Q = 2\sqrt{2x_1^2 - mx_2 + m - 2} + |2 - m|.$$

Bài 4. (3,5 điểm).

Cho tam giác ABC ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn (O; R). Đường tròn (O') đường kính BC cắt AB, AC lần lượt tại D, E. BE cắt CD tại H. BE cắt (O) ở N, CD cắt (O) ở M.

- Chứng minh AH vuông góc với BC.
- Chứng minh DE song song với MN và MN vuông góc với OA.
- Gọi S là điểm bất kỳ trên cung BC của đường tròn (O), SM cắt AB ở I, SN cắt AC ở K. Chứng minh I, H, K thẳng hàng.
- Giả sử tứ giác BHOC nội tiếp. Tính độ dài đoạn thẳng MN theo R.

Bài 5. (0,5 điểm). Thí sinh chỉ được lựa chọn một trong hai ý (5.1 hoặc 5.2).

1. Cho ba số thực dương a, b, c thỏa mãn $a + b + c = 3$. Chứng minh

$$3 + \frac{12}{abc} \geq 5 \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right).$$

2. Cho ba số thực dương a, b, c thỏa mãn $a^2 + b^2 + c^2 = 3$. Chứng minh rằng

$$\frac{1}{2-a} + \frac{1}{2-b} + \frac{1}{2-c} \geq 3.$$

-----HẾT-----

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:; Số báo danh:

Bài 1. (2,0 điểm).

Cho biểu thức $A = \left(\frac{\sqrt{x}+2}{x\sqrt{x}-27} - \frac{1}{3-\sqrt{x}} - \frac{\sqrt{x}}{x+3\sqrt{x}+9} \right) : \frac{7\sqrt{x}+11}{2x-6\sqrt{x}}$.

1. Rút gọn biểu thức A .
2. Tính giá trị biểu thức A khi $x^2 - 10x + 9 = 0$.
3. Chứng minh biểu thức A không thể nhận giá trị nguyên.

Bài 2. (2,0 điểm).

Trong hệ tọa độ Oxy cho parabol (P) : $y = x^2$ và đường thẳng (d) : $y = (4m-1)x - 3m^2 + m$.

1. Tìm m để đường thẳng (d) cắt trục tung tại điểm có tung độ nhỏ hơn -2 .
2. Gọi y_1, y_2 là các tung độ giao điểm của parabol (P) và đường thẳng (d) . Tìm m để
 - a) $y_1 + y_2 = 5m + 1$.
 - b) Biểu thức $B = \sqrt{y_1} + \sqrt{y_2}$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Bài 3. (2,0 điểm).

1. Giải phương trình $x + 13 + \sqrt{x^2 - 1} = 10\sqrt{x+1}$.
2. Giải hệ phương trình $\begin{cases} x + y + \sqrt{x^2 - y^2} = 12, \\ y\sqrt{x^2 - y^2} = 12. \end{cases} \quad (x; y \in \mathbb{R}).$
3. Cho hai số thực x, y thỏa mãn $x^2 + 5y^2 + 2y - 4xy - 3 = 0$.
Chứng minh $\sqrt[3]{y^3 + 27} + x^2(1-y)^3 > 0$.

Bài 4. (3,5 điểm).

Cho tam giác ABC ($AB < AC$) có ba góc nhọn nội tiếp $(O; R)$. Ba đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H . Đường thẳng AO cắt đường tròn tại điểm K . Trên tia đối tia DA lấy điểm P sao cho $DP = DH$.

1. Chứng minh các tứ giác $BFEC, AFHE$ nội tiếp.
2. Chứng minh trực tâm H cách đều ba cạnh DF, DE, EF .
3. Chứng minh P nằm trên đường tròn $(O; R)$ và $BCKP$ là hình thang cân.
4. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC . Tính diện tích tam giác HGK khi tam giác AHK có diện tích là 360cm^2 .

Bài 5. (0,5 điểm). Thí sinh chỉ được lựa chọn một trong hai ý (5.1 hoặc 5.2).

1. Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^2 - x - y + 2 - 2\sqrt{y} = 0, \\ x^2 - 2y + 2 + \sqrt{10x - y} = 5\sqrt{y}. \end{cases} \quad (x; y \in \mathbb{R}).$
2. Cho các số thực dương a, b, c . Chứng minh bất đẳng thức

$$\frac{(b+c-a)^2}{(b+c)^2 + a^2} + \frac{(c+a-b)^2}{(c+a)^2 + b^2} + \frac{(a+b-c)^2}{(a+b)^2 + c^2} \geq \frac{3}{5}.$$

-----HẾT-----

Bài 1. (2,0 điểm).

Cho biểu thức $P = \left[\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+5} + \frac{2\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}-5} + \frac{10\sqrt{x}+15}{x-25} \right] : \frac{\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}-5}$; với $x \geq 0; x \neq 25$.

1. Rút gọn biểu thức P .
2. Tính giá trị của P khi x thỏa mãn $\sqrt{x} = 2x - 1$.
3. Tìm giá trị của x sao cho $P^2 < 3P$.

Bài 2. (1,0 điểm).

1. Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2x - y = 1, \\ 2x^2 - y^2 = 1. \end{cases} \quad (x; y \in \mathbb{R}).$
2. Một ca nô xuôi dòng từ A đến B hết 3 giờ, sau đó ngược dòng từ B trở về A hết 4 giờ. Hỏi một cụm bè trôi từ A đến B mất mấy giờ?

Bài 3 (1,5 điểm).

Cho phương trình bậc hai $x^2 - 3x + 4m - 7 = 0$; m là tham số thực. Tìm giá trị của m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn

1. $4x_1^2 - x_2 = 15$.
2. $\sqrt[3]{3x_1^2 - 4mx_1 + 7x_1} = 2x_2 + 1$.

Bài 4. (2,0 điểm).

Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho parabol (P) : $y = x^2$ và đường thẳng (d) : $y = ax + 1$ (a là tham số thực, O là gốc tọa độ).

Tìm tất cả các giá trị của a để

1. Parabol (P) và đường thẳng (d) cùng đi qua điểm M , M có hoành độ bằng 2.
2. Đường thẳng (d) tạo với hai trục tọa độ một tam giác vuông cân.
3. Parabol (P) cắt đường thẳng (d) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho $AB = \sqrt{10}$.

Bài 5. (3,0 điểm).

Cho tam giác ABC nhọn, nội tiếp đường tròn tâm I , $AB < AC$. Gọi E, F, D lần lượt là chân các đường cao hạ từ B, C, A xuống các cạnh AC, AB, BC ; H là trực tâm tam giác ABC .

1. Chứng minh tứ giác $AFHE$ nội tiếp và $AF \cdot AB = AE \cdot AC$.
2. Gọi M là trung điểm của đoạn BC , J là trung điểm của đoạn AH . Chứng minh $AIMJ$ là hình bình hành và MJ vuông góc với EF .
3. Giả sử T là chân đường cao hạ từ H xuống đoạn thẳng EF . Chứng minh đẳng thức $2S_{DEF} = (EF + DE + DF) \cdot HT$.

Bài 6. (0,5 điểm). Thí sinh chỉ được lựa chọn một trong hai ý (6.1 hoặc 6.2).

1. Xét các số thực dương a, b, c thỏa mãn $ab + bc + ca = 3$. Chứng minh bất đẳng thức $a^3 + b^3 + c^3 + 7abc \geq 10$.
2. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{\sin x + \cos x - 1}{\sin x - \cos x - 3}$.

-----HẾT-----

Bài 1. (2,0 điểm).

Cho biểu thức $A = \left(\frac{\sqrt{x}}{2\sqrt{x}+1} + \frac{\sqrt{x}+2}{2\sqrt{x}-1} + \frac{10\sqrt{x}}{1-4x} \right) : \left(1 + \frac{5}{2\sqrt{x}+1} \right)$ với $0 \leq x \neq \frac{1}{4}$.

1. Rút gọn biểu thức A .
2. Tìm điều kiện của x sao cho giá trị của A không vượt quá $\frac{1}{3}$.
3. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $B = A(\sqrt{x}+1)$.

Bài 2. (2,0 điểm).

Trong hệ tọa độ Oxy cho parabol $(P): y = \frac{1}{2}x^2$ và đường thẳng $(d): y = (m-1)x - m + \frac{3}{2}$.

1. Tìm m để đường thẳng (d) cắt tia OM với $M(0;2)$.
2. Tìm điều kiện của m để (P) cắt (d) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 sao cho
 - a) x_1, x_2 là độ dài hai cạnh góc vuông của tam giác vuông có độ dài cạnh huyền là 4.
 - b) $|2x_1 - 3x_2| \leq 2\sqrt{x_1 - 2}$.

Bài 3. (2,0 điểm).

1. Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 2xy + 3x + 4y = -6, \\ x^2 + 4y^2 + 4x + 12y = 3. \end{cases}$$
2. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của biểu thức $F = 3\sin^2 x + 4\cos x + 5$.
3. Giải phương trình $2(x+1) = \sqrt{5x-1} + \sqrt{3(3x+1)}$.

Bài 4. (3,5 điểm).

Cho đường tròn $(O;R)$, đường kính AB cố định, d là tiếp tuyến của đường tròn tại B . Đường kính MN thay đổi không trùng với AB , AM và AN lần lượt cắt tiếp tuyến d tại Q và P .

1. Chứng minh tứ giác $AMBN$ là hình chữ nhật.
2. Chứng minh tổng $S = AM.AQ + AN.AP$ không đổi.
3. Đường thẳng NQ cắt đường tròn $(O;R)$ tại K , AK cắt đường thẳng d tại T . Chứng minh MT song song với AB .
4. Xác định vị trí của đường kính MN để diện tích tứ giác $MNPQ$ nhỏ nhất.

Bài 5. (0,5 điểm). Thí sinh chỉ được lựa chọn một trong hai ý (5.1 hoặc 5.2).

1. Cho ba số thực phân biệt x, y, z . Chứng minh bất đẳng thức

$$\frac{x^2}{(y-z)^2} + \frac{z^2}{(x-y)^2} + \frac{y^2}{(x-z)^2} \geq 2.$$

2. Cho ba số thực phân biệt a, b, c . Chứng minh bất đẳng thức

$$\frac{ab}{(a-b)^2} + \frac{bc}{(b-c)^2} + \frac{ca}{(c-a)^2} \geq -\frac{1}{4}.$$

-----HẾT-----

[10]

MÔN THI: TOÁN

Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian phát đề)

Bài 1. (2,0 điểm).

Cho biểu thức $P = \left(\frac{x\sqrt{x}}{x\sqrt{x}+8} + \frac{\sqrt{x}+6}{x-2\sqrt{x}+4} - \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+2} \right) : \frac{1}{\sqrt{x}+2}$.

12. Rút gọn biểu thức P .

13. Tính giá trị của P khi $x = \left| -\sqrt{\frac{9}{4}} \right|$.

14. Tìm số thực a nhỏ nhất sao cho $P \leq a$.

Bài 2. (2,0 điểm).

1. Giải hệ phương trình $\begin{cases} x(y+3)+2y=xy+23, \\ (x+1)(y-2)=xy-10. \end{cases}$

2. Một ô tô đi từ A đến B với vận tốc dự định và thời gian dự định. Nếu vận tốc tăng thêm 20 km/h thì ô tô đến B sớm hơn dự định 1 giờ. Nếu vận tốc giảm bớt đi 10 km/h thì ô tô đến B chậm so với dự định 1 giờ. Tính độ dài quãng đường AB .

Bài 3. (2,0 điểm).

Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $(d): y = mx - 2$. (m là tham số thực, O là gốc tọa độ).

14. Tìm giá trị của m để đường thẳng (d) đi qua điểm $M(2;5)$.

15. Tìm giá trị của m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt $A(x_1; y_1), B(x_2; y_2)$ thỏa mãn

a. $y_1 + y_2 = 2(x_1 + x_2) - 1$.

b. Biểu thức $S = (x_1^2 + 4)(y_2 + 9)$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Bài 4. (3,5 điểm).

Cho đường tròn $(O;R)$ và dây BC cố định, BC không đi qua tâm O . Gọi M là điểm chính giữa của cung nhỏ BC , H là hình chiếu vuông góc của M trên đoạn BC . Điểm E thuộc cung lớn BC . Kéo dài ME cắt BC tại D , I là hình chiếu vuông góc của C trên ME .

1. Chứng minh các điểm M, I, H, C cùng thuộc một đường tròn.

2. Chứng minh $MD \cdot ME = MB^2$.

3. Chứng minh đường tròn ngoại tiếp tam giác BED tiếp xúc với BM .

4. Gọi A là giao điểm của CI và BE . Tìm vị trí điểm E trên cung lớn BC để diện tích tam giác MAC đạt giá trị lớn nhất.

Bài 5. (0,5 điểm). Thí sinh chỉ được lựa chọn một trong hai ý sau (5.1 hoặc 5.2).

1. Cho các số thực dương x, y, z thỏa mãn $x + y + z = xyz$.

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $Q = \frac{x}{\sqrt{yz(1+x^2)}} + \frac{y}{\sqrt{xz(1+y^2)}} + \frac{z}{\sqrt{xy(1+z^2)}}$.

2. Tìm tất cả các cặp số $(x;y)$ thỏa mãn đẳng thức

$$2\sqrt{9-x} + \sqrt{x} + (x+3)\sqrt{9x-x^2} = \frac{3(y+1)}{\sqrt{2y^2+2}}.$$

-----HẾT-----

Bài 1. (2,0 điểm).

Cho biểu thức $P = \left(1 - \frac{2\sqrt{x}}{3\sqrt{x}+1} + \frac{\sqrt{x}+1}{9x-1} \right) : \left(\frac{9\sqrt{x}+6}{3\sqrt{x}+1} - 3 \right)$.

1. Rút gọn biểu thức P và tìm x để $P = \frac{6}{5}$.

2. Cho $m > 1$. Chứng minh rằng luôn có hai giá trị của x thỏa mãn $P = m$.

Bài 2. (2,0 điểm).

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng (d) đi qua điểm $I(0;1)$, (d) có hệ số góc k .

1. Chứng minh rằng parabol (P) và đường thẳng (d) cắt nhau tại hai điểm phân biệt với mọi k .

2. Gọi hai giao điểm của (d) và (P) là $A(x_1; y_1), B(x_2; y_2)$. Tìm giá trị của k để

a) $\sqrt{x_1^2 + kx_2 - 1} = |2k - 3|$.

b) Tam giác OAB có diện tích bằng $\frac{5}{4}$.

Bài 3. (2,0 điểm).

1. Tìm a để hệ phương trình sau có nghiệm duy nhất

$$\begin{cases} (x+y)^2 + a = x + 4y, \\ (x-y)^2 + a = 4y - x. \end{cases}$$

2. Giải hệ phương trình $\begin{cases} 3y^2 + 1 + 2y(x+1) = 4y\sqrt{x^2 + 2y + 1}, \\ y(y-x) = 3 - 3y. \end{cases}$

Bài 4. (3,5 điểm).

Từ điểm M nằm ngoài đường tròn vẽ tiếp tuyến MA tới đường tròn $(O;R)$, A là tiếp điểm. Gọi E là trung điểm đoạn AM và hai điểm I, H lần lượt là hình chiếu của E và A trên đường thẳng OM . Qua M vẽ cát tuyến MBC tới đường tròn (O) sao cho $MB < MC$ và tia MC nằm giữa hai tia MA, MO .

1. Chứng minh $MA^2 = MB \cdot MC$ và $MA^2 = MH \cdot MO$.

2. Chứng minh tứ giác $BCOH$ nội tiếp.

3. Vẽ tiếp tuyến IK của đường tròn $(O;R)$, K là tiếp điểm. Chứng minh $\widehat{AHB} = \widehat{AHC}$ và tam giác MKH là tam giác vuông tại đỉnh K .

4. Giả sử $BC = 3BM$ và D là trung điểm đoạn MC . Chứng minh MC tiếp xúc với đường tròn ngoại tiếp tam giác ODH .

Bài 5. (0,5 điểm). Thí sinh chỉ được lựa chọn một trong hai ý sau (5.1 hoặc 5.2).

1. Giải phương trình

$$\frac{15x^3 - x^2 - x - 1}{4x - 1} = 2\sqrt{x(5x^2 - 2x + 1)} \quad (x \in \mathbb{R}).$$

2. Giải phương trình $(x-1)^3 + 3 = \sqrt{3x-1} + \sqrt{7x+3} \quad (x \in \mathbb{R}).$

-----HẾT-----

Bài 1. (2,0 điểm).

15. Cho biểu thức $P = \frac{x}{1-\sqrt{x}} + \frac{1}{1+\sqrt{x}} + \frac{2-x\sqrt{x}}{1-x} + 1$; với $x \geq 0; x \neq 1$.

a. Rút gọn biểu thức P .

b. Tìm tất cả các giá trị của x để $P = -\frac{2}{3}$.

16. Giải bất phương trình $3x + \frac{4}{2-x} > 7$ và biểu diễn tập nghiệm trên trục số.

Bài 2. (2,0 điểm).

Cho hệ phương trình $\begin{cases} (m+1)x + y = 4, \\ mx + y = 2m. \end{cases}$ (I); m là tham số thực.

1. Giải hệ phương trình (I) khi $m = 1$.

2. Chứng minh với mọi giá trị m , hệ (I) luôn có nghiệm duy nhất $(x; y)$ thỏa mãn

$$\frac{x+y}{6x+2y-x^2} \geq \frac{1}{4}.$$

Bài 3. (2,0 điểm).

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho parabol (P): $y = \frac{x^2}{2}$ và đường thẳng $d: y = kx - k + 2$.

1. Chứng minh với mọi giá trị của k , (P) và d luôn cắt nhau tại hai điểm phân biệt.

2. Giả sử hai giao điểm là $A(x_1; y_1), B(x_2; y_2)$, tìm điều kiện của k sao cho

$$y_1 + y_2 = \sqrt{(x_1^2 + 2kx_2 + 2k - 4)^3} + 8.$$

Bài 4. (3,5 điểm).

Cho nửa đường tròn tâm O đường kính AB, trên OA lấy điểm I, qua I vẽ đường thẳng d vuông góc với OA cắt nửa đường tròn tại C. Trên cung BC lấy điểm M, tia AM cắt CI tại K, tia BM cắt đường thẳng d tại D, nối AD cắt nửa đường tròn tại N.

1. Chứng minh tứ giác BMKI nội tiếp đường tròn.

2. Chứng minh $AI \cdot DB = ID \cdot AK$.

3. Chứng minh tia MA là tia phân giác của góc $\widehat{NMI}$.

4. Khi điểm M thay đổi trên cung BC, chứng minh MN luôn đi qua một điểm cố định.

Bài 5. (0,5 điểm). Thí sinh chỉ được lựa chọn một trong hai ý sau (5.1 hoặc 5.2).

1. Cho ba số thực dương x, y, z . Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$S = \sqrt[3]{\frac{x}{2x+y+z}} + \sqrt[3]{\frac{y}{2y+x+z}} + \sqrt[3]{\frac{z}{2z+x+y}}.$$

2. Cho đa thức bậc hai $f(x) = ax^2 + bx + c$ với $a \neq 0, b > a$ thỏa mãn $f(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

$$\text{Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức } S = \frac{a+b+c}{b-a}.$$

-----HẾT-----

Bài 1. (2,0 điểm).

Cho biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-1} - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} - \frac{9}{x+\sqrt{x}-2}$ với $0 \leq x \neq 1$.

1. Rút gọn biểu thức A .
2. Tìm các giá trị của x để $|2-3A|+2 > 3A$.
3. Tìm tất cả các giá trị của x để A nhận giá trị nguyên.

Bài 2. (2,0 điểm).

Cho phương trình $x^2 - 2mx + 3m - 2 = 0$ (1); với m là tham số.

1. Tìm m để phương trình (1) có ít nhất một nghiệm dương.
2. Tìm m để phương trình (1) tương đương với phương trình $x^4 - x^2 - 2x + 2 = 0$.
3. Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2} = \sqrt{m+13}$.

Bài 3. (2,0 điểm).

1. Tìm điều kiện tham số k để hệ $\begin{cases} 3x - y = 1, \\ kx + 2y = 3k + 2. \end{cases}$ có nghiệm duy nhất $(x;y)$ thỏa mãn điều kiện $x^2 + y^2 = 185$.
2. Giải phương trình $2x + 2\sqrt{x} = 7 + 4\sqrt{4-x}$.
3. Chứng minh rằng nếu $4a - 5b + 9c = 0$ thì phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ luôn luôn có nghiệm.

Bài 4. (3,0 điểm).

Cho tam giác nhọn ABC ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn (O). Kẻ đường cao AH của tam giác ABC . Gọi P, Q lần lượt là chân của đường vuông góc kẻ từ H đến các cạnh AB, AC .

1. Chứng minh $BCQP$ là tứ giác nội tiếp.
2. Hai đường thẳng PQ và BC cắt nhau tại M . Chứng minh $MH^2 = MB \cdot MC$.
3. Đường thẳng MA cắt đường tròn (O) tại K, K khác A . Gọi I là tâm của đường tròn ngoại tiếp tứ giác $BCQP$. Chứng minh ba điểm I, H, K thẳng hàng.

Bài 5. (0,5 điểm). Thí sinh chỉ được lựa chọn một trong hai ý (5.1 hoặc 5.2).

1. Cho ba số thực dương a, b, c thỏa mãn $a + b + c = 3$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $S = \frac{a^2}{a+b^2} + \frac{b^2}{b+c^2} + \frac{c^2}{c+a^2}$.

2. Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2x^2 = y(x^2 + 1), \\ 2y^2 = z(y^2 + 1), \\ 2z^2 = x(z^2 + 1). \end{cases}$

-----HẾT-----

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:; Số báo danh:

Bài 1. (2,0 điểm).

1. Rút gọn biểu thức $M = \left(\frac{\sqrt{x} + \sqrt{y}}{1 - \sqrt{xy}} + \frac{\sqrt{x} - \sqrt{y}}{1 + \sqrt{xy}} \right) : \left(1 + \frac{x + y + 2xy}{1 - xy} \right)$.
2. Không sử dụng máy tính, thu gọn biểu thức $N = \frac{1}{1 - \sqrt{5}} + \frac{2}{2 - \sqrt{5}} + \sqrt{9 - 4\sqrt{5}}$.
3. Giải phương trình $\sqrt{x^3} + \frac{9}{x\sqrt{x}} = 10$.

Bài 2. (2,0 điểm).

1. Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} \frac{2}{x} + \frac{3}{2y-1} = 5, \\ \frac{3}{x} + \frac{2}{2y-1} = 5. \end{cases}$$
2. Một hình trụ có thiết diện qua trục là một hình vuông. Tính bán kính đáy và diện tích xung quanh của hình trụ biết thể tích hình trụ là $128\pi \text{ cm}^3$.

Bài 3. (2,0 điểm).

Trong hệ tọa độ Oxy cho parabol (P): $y = x^2$ và đường thẳng (d): $y = 2mx - m^2 + m - 3$.

1. Tìm m để đường thẳng (d) cắt trục tung tại điểm có tung độ lớn hơn -3 .
2. Tìm m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt $A(x_1; y_1), B(x_2; y_2)$ thỏa mãn

$$\frac{1}{x_1 + 2} + \frac{1}{x_2 + 2} = \frac{6}{11}.$$

3. Viết phương trình đường thẳng đi qua điểm $C(1; -8)$ và tiếp xúc với parabol (P).

Bài 4. (3,5 điểm).

Từ điểm A nằm ngoài đường tròn (O;R) kẻ hai tiếp tuyến AB, AC với B, C là hai tiếp điểm và cát tuyến ADE sao cho $BD < CD$ và $AD < AE$. Gọi H là giao điểm của OA và BC.

1. Chứng minh bốn điểm A, B, O, C cùng thuộc một đường tròn. Xác định tâm M của đường tròn này và chứng minh $AB.AC = AD.AE$.
2. Trong đường tròn (O;R) kẻ dây cung BF song song với DE, FC cắt AE tại I. Chứng minh I là trung điểm của DE.
3. Gọi G là giao điểm của BC và ED. Chứng minh $GE.AD = GA.ID$.
4. Đường thẳng IH cắt đường tròn (O;R) tại K sao cho H nằm giữa I và K. Gọi S là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác OKA. Chứng minh OS vuông góc với IK.

Bài 5. (0,5 điểm). Thí sinh chỉ được lựa chọn một trong hai ý sau (5.1 hoặc 5.2).

1. Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x^3 + 12y^2 + x + 2 = 8y^3 + 8y, \\ \sqrt{x^2 + 8y^3} + 2y = 5x. \end{cases}$$
2. Cho đa thức $P(x) = x^4 - 4x^3 + 7x^2 - 8x + 16$. Chứng minh

$$P(a).P(b).P(c) \geq 144(ab + bc + ca), \forall a, b, c \in \mathbb{R}.$$

-----HẾT-----

Bài 1. (1,5 điểm).

Cho biểu thức $M = \left(\frac{x+2}{x\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1} - \frac{1}{\sqrt{x}-1} \right) : \frac{\sqrt{x}-1}{2}$.

1. Tìm giá trị của x để $7M^2 > 8M$.
2. Chứng minh $M \leq \frac{\sqrt{5y^2+6y+5}}{|y+1|}, \forall y \in \mathbb{R}$.

Bài 2. (2,0 điểm).

Cho hai phương trình $x^2 - (2m-3)x + 6 = 0$ (1); $2x^2 + x + m - 5 = 0$ (2).

1. Tìm m để (1) có ít nhất một nghiệm lớn hơn 2.
2. Tìm m để (2) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $2x_1 + 3x_2 = 4$.
3. Tìm m để hai phương trình (1) và (2) tương đương.

Bài 3. (1,5 điểm).

1. Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2x^3 + 3x^2y - 8x^2 - 12xy - 12 = 0, \\ x^2 - 10x - 9y - 9 = 0. \end{cases}$

2. Giải phương trình $\sqrt{x-6} + \sqrt{8-x} = x^2 - 14x + 51$.

Bài 4. (1,5 điểm).

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho parabol (P): $y = \frac{1}{2}x^2$ và đường thẳng (d): $y = 2 - mx$.

1. Chứng minh (P) luôn cắt (d) tại hai điểm phân biệt A, B với mọi giá trị của m.
2. Tìm giá trị của m để dây cung AB có độ dài ngắn nhất.
3. Tìm quỹ tích trung điểm I của đoạn thẳng AB khi m thay đổi.

Bài 5. (3,0 điểm).

Cho đường tròn (O;R), hai đường kính AB và MN; đường thẳng BM và BN cắt tiếp tuyến kẻ từ A của (O;R) tại E, F. Gọi P, Q theo thứ tự là trung điểm của EA và FA.

1. Chứng minh tứ giác MNFE nội tiếp được.
2. Kẻ PI vuông góc với BQ, PI cắt OA tại H. Chứng minh $AH \cdot AB = AQ \cdot AP$.
3. Chứng minh H là trung điểm của OA.
4. Tìm giá trị nhỏ nhất của diện tích tam giác BPQ theo R.

Bài 6. (0,5 điểm). Thí sinh chỉ được lựa chọn một trong hai ý sau (6.1 hoặc 6.2).

1. Giải hệ phương trình $\begin{cases} \sqrt{8x+y} + \sqrt{2x+y} = (3+\sqrt{3})\sqrt{y}, \\ 4x^3 + 6xy + 4y + 1 = \sqrt[3]{x+y+1}. \end{cases}$

2. Cho ba số thực dương a, b, c thỏa mãn $1 \leq a \leq 2; 1 \leq b \leq 2; 1 \leq c \leq 2$. Chứng minh

$$(a+b+c) \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right) \leq 10.$$

-----HẾT-----

[13]

Bài 1. (2,0 điểm).

Cho biểu thức $P = \frac{3\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+1} - \frac{2\sqrt{x}-3}{3-\sqrt{x}} - \frac{3(3\sqrt{x}-5)}{x-2\sqrt{x}-3}$.

1. Rút gọn biểu thức P .
2. Tính giá trị biểu thức P khi $x = 4 + 2\sqrt{3}$.
3. Tìm giá trị nhỏ nhất của P .

Bài 2. (2,0 điểm).

Cho hệ phương trình $\begin{cases} mx - y = 2m, \\ x - my = 1 + m. \end{cases}$ (I); m là tham số thực.

1. Chứng minh khi hệ (I) có nghiệm duy nhất $(x;y)$ thì điểm $M(x;y)$ nằm trên một đường thẳng cố định.
2. Tìm giá trị của tham số m để hệ (I) có nghiệm duy nhất $(x;y)$ thỏa mãn điều kiện $(m+1)x - (m+1)y = 2m^3 + 1$.

Bài 3. (2,0 điểm).

Cho phương trình bậc hai $x^2 + (4a+1)x + 2(a-4) = 0$ (1); a là tham số thực.

1. Chứng minh (1) luôn luôn có hai nghiệm phân biệt khi a thay đổi.
2. Khi (1) có hai nghiệm x_1, x_2 .
 - a) Tìm hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm không phụ thuộc a .
 - b) Tìm điều kiện của a để $x_1^2 + 2x_2^2 = 3x_1x_2$.

Bài 4. (3,5 điểm).

Cho tứ giác $ABCD$ nội tiếp đường tròn $(O;R)$, $AB < CD$. Gọi I là điểm chính giữa của cung nhỏ AB . Hai dây DI và CI lần lượt cắt dây AB tại M và N . Các tia DA và CI cắt nhau tại E . Các tia CB và DI cắt nhau tại F .

1. Chứng minh rằng tứ giác $CDEF$ nội tiếp.
2. Chứng minh rằng EF song song với MN .
3. Chứng minh IA tiếp xúc với đường tròn ngoại tiếp tam giác AMD .
4. Cho AB cố định, C và D chuyển động. Gọi R_1, R_2 theo thứ tự là bán kính đường tròn ngoại tiếp các tam giác AMD và BMD . Chứng minh R_1 và R_2 có tổng không đổi.

Bài 5. (0,5 điểm). Thí sinh chỉ được lựa chọn một trong hai ý sau (5.1 hoặc 5.2).

1. Giải phương trình $\sqrt{x-1} + \sqrt{y-2} + \sqrt{z-3} + 1 = 2\sqrt[4]{x+y+z-6}$.
2. Cho các số thực x, y, z thuộc khoảng $(0;1)$ thỏa mãn $xyz = (1-x)(1-y)(1-z)$.

Chứng minh $x^2 + y^2 + z^2 \geq \frac{3}{4}$.

-----HẾT-----

Bài 1. (1,5 điểm).

Cho biểu thức $Q = \left(1 - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x+1}}\right) : \left(\frac{\sqrt{x+3}}{\sqrt{x-2}} + \frac{\sqrt{x+2}}{3-\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x+2}}{x-5\sqrt{x+6}}\right)$.

1. Rút gọn biểu thức Q và tìm x để M nhận giá trị dương.
2. Tìm tất cả các giá trị thực k để tồn tại x thỏa mãn $M(\sqrt{x+1}) = k(x+1) - 2$.

Bài 2. (2,0 điểm).

1. Giải phương trình $\sqrt[3]{(x+1)^2} + \sqrt[3]{(x-1)^2} + \sqrt[3]{x^2-1} = 1$.
2. Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^3 + y^3 = 9, \\ x^2 + 2y^2 = x + 4y. \end{cases}$

Bài 3. (2,0 điểm).

1. Biết rằng phương trình $x^2 - mx - \frac{1}{2m^2} = 0$ luôn có nghiệm x_1, x_2 với $m \neq 0$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $S = x_1^4 + x_2^4$.

2. Cho hai đường thẳng $(d_1): 2x - y = 2m - 1$; $(d_2): 4x - 3y = 4m + 1$.

Tìm m để giao điểm $M(x;y)$ của $(d_1), (d_2)$ nằm trên đường tròn tâm O, bán kính $r = 5$.

Bài 4. (1,0 điểm).

Chứng minh với mọi số thực a , có ít nhất hai trong bốn phương trình dưới đây có nghiệm

$$x^2 - 2ax + 4 = 0; \quad x^2 + 2x + 4a^2 = 0$$

$$x^2 + 4ax + 1 = 0; \quad x^2 - 4x + a^2 = 0$$

Bài 5. (3,0 điểm).

Cho nửa đường tròn tâm O đường kính AB và điểm M bất kỳ trên đường tròn (M khác A, B). Trên nửa mặt phẳng bờ AB chứa nửa đường tròn kẻ từ tiếp tuyến Ax . Tia BM cắt Ax tại I, tia phân giác của góc IAM cắt nửa đường tròn tại E , cắt tia BM tại F , tia BE cắt Ax tại H , cắt AM tại K .

1. Chứng minh rằng $EFMK$ là tứ giác nội tiếp.
2. Chứng rằng $AI^2 = IM \cdot IB$ và BAF là tam giác cân.
3. Chứng minh tứ giác $AKFH$ là hình thoi.
4. Xác định vị trí của M để tứ giác $AKFI$ nội tiếp được một đường tròn.

Bài 6. (0,5 điểm). Thí sinh chỉ được chọn một trong hai ý (6.1 hoặc 6.2).

1. Tìm tất cả các bộ số $(a;b;c)$ thỏa mãn hệ đẳng thức $\begin{cases} a^4 + b^4 + c^4 = a^3 + b^3 + c^3, \\ a + b + c = 3. \end{cases}$
2. Cho ba số thực không âm x, y, z thỏa mãn $x + y + z = 3$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $F = \sqrt[3]{x^3 + 12x + 1} + \sqrt[3]{y^3 + 12y + 1} + \sqrt[3]{z^3 + 12z + 1}$.

-----HẾT-----

Bài 1. (2,0 điểm).

1. Rút gọn biểu thức $S = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x+3}} + \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x-3}} + \frac{3-11\sqrt{x}}{9-x}$.
2. Giải phương trình $\sqrt{x^2+4x-1} = \left| x + \sqrt{2} - \sqrt{3-2\sqrt{2}} \right|$.
3. Giải hệ phương trình $\begin{cases} (x+3)^2 + 3y = 16, \\ 4(x+3)^2 - 2y = 8. \end{cases}$

Bài 2. (2,0 điểm).

3. Hai kho thóc chứa tất cả 600 tấn thóc. Nếu chuyển 80 tấn thóc từ kho thứ nhất sang kho thứ hai thì số thóc kho thứ hai sẽ gấp 2 lần số thóc còn lại ở kho thứ nhất. Tính số thóc chứa ở mỗi kho lúc ban đầu.
4. Một thùng hình trụ có diện tích xung quanh bằng một nửa diện tích toàn phần. Biết bán kính đáy là 40cm, hỏi thùng chứa được bao nhiêu lít nước ?

Bài 3. (2,0 điểm).

1. Phương trình $2x^2 - 7x + 6 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Không giải phương trình trên, hãy lập phương trình bậc hai nhận $1+x_1; 1+x_2$ là nghiệm.
2. Tìm tọa độ điểm $M(x;y)$ trên parabol $(P): y = \frac{3}{4}x^2$ biết M cách đều hai trục tọa độ.
3. Tìm điều kiện của tham số m để đường thẳng $(d): y = (2m-1)x + 2$ cắt tia phân giác góc phần tư thứ nhất.

Bài 4. (3,5 điểm).

Cho tam giác ABC vuông tại A , đường cao AH , H thuộc BC . Phân giác góc ABC cắt AH tại E và cắt cạnh AC tại D .

1. Chứng minh $\frac{BA}{BH} = \frac{AD}{EH}$ và $AB^2 = BH.HC$.
2. Gọi I là trung điểm của DE . Chứng minh tứ giác $ABHI$ nội tiếp.
3. Chứng minh $\widehat{BEH} = 90^\circ + \widehat{EIH}$.
4. Chứng minh $\widehat{BIH} = \widehat{ACB}$ và tứ giác $HIDC$ nội tiếp.

Bài 5. (0,5 điểm). Thí sinh chỉ được lựa chọn một trong hai ý (5.1 hoặc 5.2).

1. Tìm tất cả các bộ số thực $(x; y; z)$ thỏa mãn đẳng thức

$$\frac{4x^2 - 4x + 12}{x^2 + 2x + 2} + \sqrt{2(z^2 + 1)} = z + 1 + \frac{|y+1|}{\sqrt{2(y^2 - y + 1)}}.$$

2. Cho $a > b$. Giải và biện luận phương trình ẩn $x: \frac{(a-x)\sqrt[4]{x-b} + (x-b)\sqrt[4]{a-x}}{\sqrt[4]{a-x} + \sqrt[4]{x-b}} = \frac{a-b}{2}.$

-----HẾT-----

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:.....; Số báo danh:.....

Bài 1. (1,5 điểm).

Cho biểu thức $P = \left(\frac{1}{1-\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x}} \right) : \left(\frac{2x+\sqrt{x}-1}{1-x} + \frac{2x\sqrt{x}+x-\sqrt{x}}{1+x\sqrt{x}} \right)$.

1. Rút gọn P .
2. Tính giá trị của P khi $x = 7 - 4\sqrt{3}$.
3. Tìm số thực a lớn nhất sao cho $P > a$, từ đó so sánh P và $\sqrt[4]{P}$.

Bài 2. (1,5 điểm).

Cho phương trình $x^2 + 2(a+b)x + 4ab = 0$ (1); a và b là tham số.

1. Chứng minh phương trình (1) luôn có nghiệm x_1, x_2 với mọi a và b .
2. Tìm điều kiện của a và b để (1) có ít nhất một nghiệm không âm.

Bài 3. (2,0 điểm).

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho parabol (P): $y = x^2$ và đường thẳng (d): $y = 2(a-1)x - 2a + 3$.

1. Tìm a để đường thẳng (d) đồng quy với hai đường thẳng $x + y = 6$; $2x + 3y = 10$.
2. Trong trường hợp $a > 2$, giả sử (P) cắt (d) tại hai điểm có tung độ y_1, y_2 ($y_1 > y_2$). Tìm điều kiện tham số a để $y_1 - 3y_2 > 13$.
3. Xét hai điểm A, B thuộc parabol (P) lần lượt có hoành độ là 2 và 4. Tìm tọa độ điểm C thuộc trục hoành sao cho tổng độ dài $AC + BC$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Bài 4. (1,5 điểm).

1. Tìm tất cả các cặp số $(x; y)$ thỏa mãn $\frac{x^2 + 2x - 1}{x^2 - 2x + 3} = 1 + \frac{2\sqrt{y^2 + 1}}{|y + 1|}$.
2. Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} xy - x - y = 5, \\ yz - y - z = 11, \\ zx - z - x = 7. \end{cases}$$

Bài 5. (3,0 điểm).

Cho tam giác ABC có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn (O;R), $AB < AC$. Gọi I là trung điểm của BC. Tiếp tuyến tại C của đường tròn (O;R) cắt OI tại M, đường thẳng MA cắt (O;R) tại điểm thứ hai D.

1. Chứng minh MB là tiếp tuyến của (O;R) và $IO \cdot IM = IC \cdot IB$.
2. Chứng minh các tam giác MDI, MOA đồng dạng.
3. Chứng minh $CI \cdot DA = DB \cdot CA$.
4. Đường thẳng (d) qua I và vuông góc với OC, (d) cắt AC tại F. Chứng minh rằng BF song song với CD.

Bài 6. (0,5 điểm). Thí sinh chỉ được lựa chọn một trong hai ý sau (6.1 hoặc 6.2).

1. Cho ba số thực dương a, b, c có tổng bằng 3. Chứng minh $\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c} \geq ab + bc + ca$.
2. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $Q = \sqrt{x^2 - 10x + 74} - \sqrt{x^2 + 2x + 2}$.

-----HẾT-----

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:.....; Số báo danh:.....

Bài 1. (1,5 điểm). Cho biểu thức $P = \frac{x+2}{x\sqrt{x+1}} + \frac{\sqrt{x}-1}{x-\sqrt{x+1}} - \frac{\sqrt{x}-1}{x-1}$.

1. Rút gọn biểu thức P và tìm x để $|P| = \frac{2}{3}$.

2. So sánh P với 1.

Bài 2. (2,0 điểm). Cho phương trình $(x+m)^2 - 5(x+m) + 6 = 0$ (1); m là tham số thực.

1. Chứng minh phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt với mọi giá trị m .

2. Gọi hai nghiệm của (1) là x_1, x_2 ; $x_1 < x_2$.

a) Tính theo tham số m biểu thức $A = (x_1 + m)^2 + (x_2 + m)^2 + 5(x_1 + x_2 + 2m)$.

b) Tìm tham số m sao cho $\begin{cases} x_1 < 1 \\ x_1^2 + 2x_2 = 2(m-1) \end{cases}$

Bài 3. (1,0 điểm).

Giải hệ phương trình $\begin{cases} \frac{x+3}{x+1} + \frac{y+3}{y+2} = 1, \\ \frac{2x+5}{x+1} + \frac{3y+1}{y+2} = 3. \end{cases}$

Bài 4. (2,0 điểm). Trong hệ tọa độ Oxy cho (P) : $y = x^2$ và đường thẳng (d) : $y = 2mx + 3m - 2$.

1. Tìm giá trị của m để đường thẳng (d) cắt tia Oy.

2. Tìm m để đường thẳng (d) cắt đường thẳng $y = 2x - 1$ tại điểm $N(x; y)$ sao cho biểu thức $S = x^2 + y^2 + 3x + 2y + 1$ đạt giá trị nhỏ nhất.

3. Tìm m để đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại hai điểm $A(x_1; y_1), B(x_2; y_2)$ phân biệt và khác gốc tọa độ O sao cho $\sqrt[3]{2mx_1^2 + (3m-2)x_1} = \sqrt{y_2}$.

Bài 5. (3,0 điểm).

Cho tam giác ABC có 3 góc nhọn ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn $(O; R)$. Vẽ AH vuông góc với BC , từ H vẽ HM vuông góc với AB và HN vuông góc với AC (H thuộc BC , M thuộc AB , N thuộc AC). Vẽ đường kính AE cắt MN tại I , tia MN cắt đường tròn $(O; R)$ tại K .

1. Chứng minh tứ giác $AMHN$ nội tiếp.

2. Chứng minh $AM \cdot AB = AN \cdot AC$.

3. Chứng minh AE vuông góc với MN .

4. Chứng minh $AH = AK$.

Bài 6. (0,5 điểm). Thí sinh chỉ được lựa chọn một trong hai ý sau (6.1 hoặc 6.2).

1. Cho ba số thực dương x, y, z thỏa mãn $xyz = 1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$P = \frac{1}{\sqrt{x^5 - x^2 + 3xy + 6}} + \frac{1}{\sqrt{y^5 - y^2 + 3yz + 6}} + \frac{1}{\sqrt{z^5 - z^2 + 3zx + 6}}.$$

2. Cho ba số thực dương a, b, c sao cho $abc = 1$. Chứng minh $\frac{a}{a^2 + 2} + \frac{b}{b^2 + 2} + \frac{c}{c^2 + 2} \leq 1$.

-----HẾT-----

Bài 1. (1,5 điểm).

Cho biểu thức $Q = \left(\frac{1}{\sqrt{x}-1} + \frac{x-\sqrt{x}+6}{x+\sqrt{x}-2} \right) : \left(\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+2} - \frac{x-\sqrt{x}-2}{x+\sqrt{x}-2} \right)$.

1. Rút gọn biểu thức Q .
2. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức Q .
3. Tìm tất cả các giá trị của x sao cho $Q \cdot \frac{x-1}{x^2+8x} < -2$.

Bài 2. (2,5 điểm).

1. Biện luận theo tham số m giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$F = (x+2y-1)^2 + (2x-my-4)^2.$$

2. Cho phương trình $x^4 - (3m+4)x^2 + 12m = 0$.

Tìm m để phương trình có bốn nghiệm phân biệt x_1, x_2, x_3, x_4 thỏa mãn điều kiện

$$x_2 - x_1 = x_3 - x_2 = x_4 - x_3 > 0.$$

Bài 3. (2,0 điểm).

1. Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^3(3+2y)=8, \\ xy(y^2+3y+3)=4. \end{cases}$

2. Tìm tất cả các cặp số thực dương $(x;y)$ thỏa mãn đẳng thức

$$\sqrt{x^2-x+3} - \sqrt{x^2-x-6} = \frac{y^2+y+4}{y+1}.$$

Bài 4. (3,5 điểm).

Cho đường tròn $(O;R)$. Từ điểm M nằm ngoài đường tròn $(O;R)$ vẽ các tiếp tuyến MA, MB với $(O;R)$, trong đó A và B là hai tiếp điểm. Vẽ cát tuyến MCD không đi qua tâm O , C nằm giữa hai điểm M và D .

1. Chứng minh $MAOB$ là tứ giác nội tiếp trong một đường tròn.
2. Chứng minh $MA^2 = MC.MD$.
3. Gọi trung điểm của dây CD là H , tia BH cắt $(O;R)$ tại điểm F . Chứng minh AF song song với CD .
4. Gọi giao điểm của AB và OM là I . Chứng minh $CDOI$ là tứ giác nội tiếp.

Bài 5. (0,5 điểm). Thí sinh chỉ được lựa chọn một trong hai ý sau (5.1 hoặc 5.2).

1. Phương trình $x^3 - 3x^2 + (4k+3)x - 8k - 2 = 0$ có ba nghiệm phân biệt x_1, x_2, x_3 .

Giải phương trình trên biết $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 2017$.

2. Giải bất phương trình

$$x^3 + 5x^2 + 10x \geq 3(x^2 + x + 2)\sqrt{x+2}.$$

-----HẾT-----

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:; Số báo danh:

Bài 1. (2,0 điểm).

Cho biểu thức $P = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-5} + \frac{3\sqrt{x}}{2\sqrt{x}+10} + \frac{1}{3x-75} \right) \cdot \left(1 - \frac{5}{\sqrt{x}} \right)$.

1. Rút gọn biểu thức P .
2. Tìm x để $P-1 = \frac{\sqrt{x}}{2}$.
3. Tìm tất cả các giá trị của x để P nhận giá trị nguyên.

Bài 2. (2,0 điểm).

1. Giải hệ phương trình $\begin{cases} 3x + y = 4, \\ x^3 - y = 0. \end{cases}$
2. Một vật nặng hình cầu rơi xuống một nền cát phẳng để lại một vết lõm hình chảo có đường kính $72cm$ và nơi sâu nhất là $24cm$. Tính thể tích của vật hình cầu đó.
3. Cho đường thẳng $(d): y = 5x - 1$. Tìm tọa độ điểm $M(x; y)$ trên đường thẳng (d) biết M cách trục hoành một khoảng bằng 5.

Bài 3. (2,0 điểm).

Cho phương trình $x^2 - 3mx + 3m - 1 = 0$ (1); m là tham số thực.

1. Tìm điều kiện của m để (1) có hai nghiệm phân biệt.
2. Giả sử (1) có hai nghiệm x_1, x_2 .
 - a) Chứng minh $x_1^2 + 3mx_2 - 3m \geq 0$.
 - b) Tìm tất cả các giá trị m sao cho $x_1 = 5x_2 + x_1x_2 + 4$.

Bài 4. (3,0 điểm).

Cho đường tròn $(O; R)$ và đường thẳng d không có điểm chung với $(O; R)$. Từ một điểm M bất kỳ trên d , kẻ hai tiếp tuyến MA, MB tới $(O; R)$, A và B là hai tiếp điểm. Gọi H là hình chiếu của tâm O trên đường thẳng d . Đường thẳng AB cắt OH và OM lần lượt tại K và I . Tia OM cắt $(O; R)$ tại E .

1. Chứng minh các điểm A, O, B, H, M cùng thuộc đường tròn đường kính MO .
2. Chứng minh $OK \cdot OH = OI \cdot OM$.
3. Chứng minh E là tâm đường tròn nội tiếp tam giác MAB .
4. Xác định vị trí của điểm M trên d để diện tích tam giác OIK đạt giá trị lớn nhất.

Bài 5. (0,5 điểm). Thí sinh chỉ được lựa chọn một trong hai ý sau (5.1 hoặc 5.2).

1. Cho các số thực a, b thỏa mãn $9a^2 + 8ab + 7b^2 \leq 6$. Chứng minh $7a + 5b + 12ab \leq 9$.
2. Cho các số thực dương a, b, c thỏa mãn $a + b + c = 1$. Chứng minh

$$\frac{1}{ab + 2c^2 + 2c} + \frac{1}{bc + 2a^2 + 2a} + \frac{1}{ca + 2b^2 + 2b} \geq \frac{1}{ab + bc + ca}.$$

-----HẾT-----

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:; Số báo danh:

Bài 1. (2,0 điểm).

Cho biểu thức $A = \frac{x^3 - 4x - 80}{x^2 - 16} - \frac{1}{\sqrt{x} + 2} + \frac{1}{\sqrt{x} - 2}$.

1. Rút gọn biểu thức A .
2. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức A .
3. Tìm x để biểu thức $A - x$ có giá trị là một số nguyên tố.

Bài 2. (2,0 điểm).

Trong hệ tọa độ Oxy cho parabol (P) : $y = x^2$ và đường thẳng (d) : $y = 2x + m - 2$.

1. Giả sử A và B có hoành độ lần lượt là -2 và 3 , A và B cùng nằm trên (P) . Tìm tọa độ điểm C trên trục hoành sao cho ba điểm A, B, C thẳng hàng.
2. Tìm m để (P) cắt (d) tại hai điểm có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn
 - a) Hai giao điểm đều có hoành độ nhỏ hơn -2 .
 - b) $2x_1^3 + (m+2)x_2^2 = 5$.

Bài 3. (2,5 điểm).

1. Tìm nghiệm lớn nhất x_0 của phương trình $x^2 + 2(a-3)x + a - 13 = 0$ biết $a \geq 1$.
2. Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} \sqrt{3x^2 + 13} - \sqrt{15 - 2x} = \sqrt{x + 1}, \\ y^4 - 2xy^2 + 7y^2 = (x+1)(8-x). \end{cases}$$

Bài 4. (3,5 điểm).

Cho đường tròn $(O;R)$ đường kính AB và đường thẳng d vuông góc với đường thẳng AB tại H , B nằm giữa A và H . Lấy điểm C bất kỳ trên $(O;R)$, C khác A và B . D là giao điểm của AC và d , DE là một tiếp tuyến của $(O;R)$, E là tiếp điểm, E cùng phía với B , bờ là đường thẳng AC .

1. Chứng minh $BCDH$ là tứ giác nội tiếp.
2. Chứng minh hai tam giác CDE và EDA đồng dạng.
3. Chứng minh biểu thức $DA^2 - DE^2$ không phụ thuộc vào vị trí điểm C trên $(O;R)$.
4. Gọi F là giao điểm của đường thẳng EB và d , I là giao điểm thứ hai của AF và $(O;R)$, J là điểm đối xứng của I qua AB . Chứng minh F, C, J thẳng hàng.

Bài 5. (0,5 điểm). Thí sinh chỉ được lựa chọn một trong hai ý sau (5.1 hoặc 5.2).

1. Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} \frac{1}{2x} + \frac{x}{y} = \frac{3x + 3\sqrt{y}}{4x^2 + 2y}, \\ 4x + y = \sqrt{2x + 6} - 2\sqrt{y}. \end{cases}$$
2. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $K = \sqrt{1+x} + \sqrt{1-x} + \sqrt{1-x^2}$.

-----HẾT-----

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:.....;Số báo danh:.....

[17]

Bài 1. (1,5 điểm).

Cho biểu thức $P = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} - \frac{1}{x-\sqrt{x}} \right) \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{x}+1} + \frac{1}{\sqrt{x}-1} \right)$.

4. Rút gọn biểu thức P .
5. Tính giá trị của P khi $3x - 2\sqrt{2}x = 1$.

Bài 2. (1,0 điểm).

1. Một hình nón có chiều cao $h = 20cm$, bán kính đáy $r = 25cm$. Tính diện tích xung quanh của hình nón.
2. Tính diện tích toàn phần của một hình trụ biết diện tích xung quanh là 4π và thiết diện qua trục là một hình vuông.

Bài 3 (1,5 điểm).

Một đội xe dự định dùng một số xe cùng loại để chở 100 tấn hàng gửi tặng đồng bào vùng khó khăn, khối lượng hàng mỗi xe phải chở là như nhau. Sau đó đội xe được bổ sung thêm 5 xe nữa cùng loại với xe dự định ban đầu. Vì vậy so với quy định ban đầu, mỗi xe phải chở ít hơn 1 tấn hàng. Tính khối lượng hàng của mỗi xe của đội dự định phải chở ban đầu.

Bài 3. (2,0 điểm).

Trong hệ tọa độ Oxy cho parabol (P): $y = x^2$ và đường thẳng (d): $y = (m-1)x + m$.

(m là tham số thực, O là gốc tọa độ).

16. Tìm m và n để đường thẳng (d) song song với đường thẳng $y = 10x + 9n - 8$.
17. Tìm tất cả các giá trị của m để (P) cắt (d) tại hai điểm $A(x_1; y_1), B(x_2; y_2)$ sao cho
 - a. A và B nằm cùng phía với trục tung.

b. $\left| \frac{1}{x_1-1} + \frac{1}{x_2-1} \right| = y_1 + (m-1)x_2 - m^2 + m$.

Bài 4. (3,5 điểm).

Cho tam giác ABC có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn (O;R), $AB < AC$. Vẽ AH vuông góc với BC , từ H vẽ HM vuông góc với AB và HN vuông góc với AC (H thuộc BC , M thuộc AB , N thuộc AC). Vẽ đường kính AE cắt MN tại I , tia MN cắt đường tròn (O;R) tại K . Chứng minh

1. Tứ giác $AMHN$ nội tiếp.
2. $AM \cdot AB = AN \cdot AC$.
3. AE vuông góc với MN .
4. $AH = AK$.

Bài 5. (0,5 điểm). Thí sinh chỉ được lựa chọn một trong hai ý sau (5.1 hoặc 5.2).

1. Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} \sqrt{x} + \sqrt{y-2} = \sqrt{(x-y)^2 + 2(3x-y)}, \\ x^4 - 2x^2 - 8x + 11y = 6(y-x)\sqrt{x+3}. \end{cases}$$

2. Cho các số thực dương $a, b, c > 1$ thỏa mãn $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 2$. Chứng minh

$$\sqrt{a-1} + \sqrt{b-1} + \sqrt{c-1} \leq \sqrt{a+b+c}.$$

-----HẾT-----

Bài 1. (2,0 điểm).

Cho biểu thức $A = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} - \frac{x-3}{x+2\sqrt{x}+4} - \frac{7\sqrt{x}+10}{x\sqrt{x}-8} \right) : \frac{\sqrt{x}+7}{x+2\sqrt{x}+4}$.

1. Rút gọn biểu thức A .
2. Tính giá trị của A khi x thỏa mãn $\sqrt{x+3} - x = 1$.
3. Tìm tất cả các giá trị của x để giá trị của A là một số nguyên tố.

Bài 2. (2,5 điểm).

1. Tìm tất cả các cặp số thực $(x; y)$ thỏa mãn $\frac{\sqrt{x-1}}{x} + \frac{\sqrt{2y-4}}{y} = \frac{\sqrt{2x^2-2x+5}}{x+1}$.
2. Giải phương trình $\frac{5x^3+7x^2+17x+12}{\sqrt{5x^3+7x^2+14x+9}} = x+4$.
3. Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2x^2 + y^2 + 3xy = 6, \\ y^2 + 2xy + 2x + y = 6. \end{cases}$

Bài 3. (2,0 điểm).

Cho phương trình $x^2 - 6x + 2m + 3 = 0$ (1); m là tham số thực.

1. Tìm m để (1) có ít nhất một nghiệm lớn hơn 2.
2. Tìm m để (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn

a) $(x_1^2 - 5x_1 + 2m - 4)(x_2^2 - 5x_2 + 2m - 4) = 2$.

b) $x_1^3 + x_1^2 + 2x_2 = \sqrt{(2x_1 - 1)^3} + 11$.

Bài 4. (3,0 điểm).

Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp đường tròn $(O; R)$. Hai đường cao AD và BE (E thuộc BC và E thuộc AC) lần lượt cắt đường tròn (O) tại các điểm thứ hai là M và N .

1. Xác định tâm I của đường tròn đi qua bốn điểm A, E, D, B .
2. Chứng minh MN song song với DE .
3. Cho (O) và một dây AB cố định. Chứng minh độ dài bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác CDE luôn luôn không đổi khi điểm C di động trên cung AB lớn.
4. Tìm vị trí điểm C trên cung lớn AB cố định để diện tích tam giác CDE đạt giá trị lớn nhất.

Bài 5. (0,5 điểm). Thí sinh chỉ được lựa chọn một trong hai ý sau (5.1 hoặc 5.2).

1. Giải hệ phương trình $\begin{cases} (4x^2+1)x + (y-3)\sqrt{5-2y} = 0, \\ x+y = \sqrt{2(x^2+y^2)} + \sqrt[3]{\frac{5-4x^2}{2y}}. \end{cases}$

2. Cho các số thực dương a, b, c thỏa mãn $ab+bc+ca=1$. Chứng minh

$$\frac{1}{2+a^2} + \frac{1}{2+b^2} + \frac{1}{2+c^2} \leq \frac{9}{7}.$$

-----HẾT-----

Bài 1. (2,0 điểm).

6. Rút gọn biểu thức $P = \left(\frac{2x+1}{x\sqrt{x}-1} - \frac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1} \right) \cdot \left(\frac{1+x\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}} - \sqrt{x} \right)$.

7. Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2x-3y=5, \\ x^2+3y=2\sqrt{5}. \end{cases}$

8. Giải phương trình $\sqrt{3x+1} = x+1$.

Bài 2. (2,0 điểm).

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho parabol (P): $y = x^2$ và đường thẳng (d): $y = (m-1)x + 1$.

1. Tìm m để (d) đi qua điểm Q khi Q nằm trên (P) và Q có hoành độ bằng 5.
2. Chứng minh parabol (P) luôn cắt đường thẳng (d) tại hai điểm phân biệt với mọi m .
3. Tìm điều kiện của m để parabol (P) cắt (d) tại hai điểm $A(x_1; y_1), B(x_2; y_2)$ sao cho

$$y_1 + y_2 = 3|x_1 + x_2|.$$

Bài 3. (2,0 điểm).

Cho hệ phương trình $\begin{cases} 2x+y=3a, \\ ax-(a+1)y=2a+2. \end{cases} \quad (I); a \text{ là tham số thực.}$

Tìm điều kiện của a để hệ (I) có nghiệm duy nhất $(x;y)$ thỏa mãn

1. Biểu thức $K = (x+1)(y+2)$ đạt giá trị nhỏ nhất.
2. $(a+2)x - ay = 6a^3 + 1$.

Bài 4. (3,5 điểm).

Cho đường tròn (O;R) và điểm A cố định nằm ngoài đường tròn. Qua A kẻ hai tiếp tuyến AB, AC với (O). Kẻ CE vuông góc với AB, CE cắt đường tròn (O) tại M, M khác C. Kẻ MD vuông góc với BC, MF vuông góc với CA.

1. Chứng minh rằng tứ giác MDBE nội tiếp.
2. Chứng minh $EB^2 = EM \cdot EC$.
3. Gọi K là giao điểm của CE và OA. Chứng minh BK song song với MF.
4. Trong trường hợp $OA = 2R$, tính CM theo R.

Bài 5. (0,5 điểm). Thí sinh chỉ được lựa chọn một trong hai ý (5.1 hoặc 5.2).

1. Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^3 = 3y^2 - 3y + 1, \\ y^3 = 3z^2 - 3z + 1, \\ z^3 = 3x^2 - 3x + 1. \end{cases}$

2. Tìm tất cả các số x, y, z thuộc đoạn $[0;1]$ thỏa mãn đẳng thức

$$\frac{x}{1+y+xz} + \frac{y}{1+z+xy} + \frac{z}{1+x+yz} = \frac{3}{x+y+z}.$$

-----HẾT-----

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:.....;Số báo danh:.....

Bài 1. (2,0 điểm).

Cho biểu thức $D = \frac{2\sqrt{x}-9}{x-5\sqrt{x}+6} - \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2} - \frac{2\sqrt{x}+1}{3-\sqrt{x}}$.

1. Rút gọn biểu thức D .
2. Tìm x để $D = 5$.
3. Tìm tất cả các giá trị nguyên của x để D là một số tự nhiên.

Bài 2. (2,0 điểm).

1. Cho phương trình $x^2 - (a+b)x - ab = 0$ (1); x là ẩn, a và b là tham số.
Tìm các nghiệm x_1, x_2 của (1) biết rằng $x_1^2 + x_2^2 + 2 = 2(x_1 + x_2 - 2x_1x_2)$.

2. Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} \sqrt{x^2 + y^2} + \sqrt{x^2 - y^2} = 2y, \\ \sqrt{x} + y\sqrt{5} = 3. \end{cases}$$

Bài 3. (2,0 điểm).

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho parabol (P): $y = x^2$ và đường thẳng (d): $y = (m-2)x + 4$.

1. Tìm khoảng cách lớn nhất từ gốc tọa độ O đến đường thẳng (d).
2. Tìm giá trị của m để tại hai điểm $A(x_1; y_1), B(x_2; y_2)$ sao cho

- a) $|y_1 - y_2| = 5\sqrt{x_1^2 + (m-2)x_2 - 4}$.

- b) Biểu thức $S = (y_1 - 4)(y_2 - 16)$ đạt giá trị lớn nhất.

Bài 4. (3,0 điểm).

Cho tứ giác ABC nội tiếp đường tròn (O;R), $AB < CD$. Gọi P là điểm chính giữa của cung nhỏ AB, DP cắt AB tại E và cắt CB tại K; CP cắt AB tại F và cắt DA tại I.

1. Chứng minh tứ giác CKID nội tiếp và IK song song với AB.
2. Chứng minh $AP^2 = PE \cdot PD = PF \cdot PC$.
3. Chứng minh AP là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác AED.
4. Gọi R_1, R_2 tương ứng là các bán kính đường tròn ngoại tiếp các tam giác AED, BED.

Chứng minh $R_1 + R_2 = \sqrt{4R^2 - PA^2}$.

Bài 5. (0,5 điểm). Thí sinh chỉ được lựa chọn một trong hai ý (5.1 hoặc 5.2).

1. Cho ba số thực dương x, y, z thỏa mãn $x + y + z + 1 = 4xyz$.

Chứng minh $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \geq 3$.

2. Cho các số thực dương a, b, c thỏa mãn $a + b + c \geq abc$. Chứng minh rằng có ít nhất hai trong số các bất đẳng thức sau đúng

$$\frac{2}{a} + \frac{3}{b} + \frac{6}{c} \geq 6; \frac{2}{b} + \frac{3}{c} + \frac{6}{a} \geq 6; \frac{2}{c} + \frac{3}{a} + \frac{6}{b} \geq 6$$

-----HẾT-----

Bài 1. (2,0 điểm).

Cho biểu thức $A = \frac{x + \sqrt{x} - 6}{x - 9} + \frac{x - 7\sqrt{x} + 19}{x + \sqrt{x} - 12} - \frac{x - 5\sqrt{x}}{x + 4\sqrt{x}}$ với $x > 0; x \neq 9$.

9. Rút gọn biểu thức P .

10. Tìm tất cả các giá trị của x để $5A^2 = A$.

11. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A(\sqrt{x} + 1)$ khi $x > 9$.

Bài 2. (2,0 điểm).

Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho parabol $(P): y = x^2$, điểm $A(1;3)$ và đường thẳng chứa tham số $(d): y = ax + 3 - a$.

1. Chứng minh rằng (P) luôn cắt (d) tại hai điểm phân biệt với mọi giá trị a .

2. Tìm giá trị của a để (P) cắt (d) tại hai điểm phân biệt B và C sao cho $AB = AC$.

3. Tìm giá trị của a để đường thẳng (d) cắt đường thẳng $y = 3x - 2$ tại điểm $D(x;y)$ sao cho biểu thức $y^2 - 12x(x+1)$ đạt giá trị lớn nhất.

Bài 3. (2,0 điểm).

Cho phương trình $x^2 - 2(m+1)x + 2m - 3 = 0$ (1); m là tham số thực.

1. Tìm m để (1) có hai nghiệm phân biệt cùng dương.

2. Tìm m để (1) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn điều kiện $|x_1| + |x_2| = \sqrt{10}$.

3. Trong trường hợp $m \leq -\frac{3}{2}$, tìm giá trị lớn nhất có thể của các nghiệm x_1, x_2 .

Bài 4. (3,5 điểm).

Cho đường tròn tâm (O) đường kính AB cố định, điểm I nằm giữa A và O sao cho $AI = \frac{2}{3}AO$.

Kẻ dây MN vuông góc với AB tại I , gọi C là điểm tùy ý thuộc cung lớn MN sao cho C không trùng với M, N và B . Nối AC cắt MN tại E .

1. Chứng minh rằng tứ giác $IECB$ nội tiếp.

2. Chứng minh $AM^2 = AE.AC$.

3. Chứng minh $AE.AC - AI.AB = AI^2$.

4. Xác định vị trí của điểm C sao cho khoảng cách từ N đến tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác CME là nhỏ nhất.

Bài 5. (0,5 điểm). Thí sinh chỉ được lựa chọn một trong hai ý sau (5.1 hoặc 5.2).

1. Giải phương trình

$$x^3 + 6x^2 + 5x - 3 = (2x + 5)\sqrt{2x + 3}.$$

2. Cho các số thực dương a, b, c thỏa mãn $ab + bc + ca = 3$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{1+3a}{1+b^2} + \frac{1+3b}{1+c^2} + \frac{1+3c}{1+a^2}.$

-----HẾT-----

Bài 1. (2,0 điểm).

Cho biểu thức $B = \left(1 - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}\right) : \left(\frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2} - \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-3} + \frac{\sqrt{x}+2}{x-5\sqrt{x}+6}\right)$.

1. Rút gọn biểu thức B .
2. Tính giá trị của B khi $x = 3 - 2\sqrt{2}$.
3. Tìm tất cả các giá trị nguyên của x để B nhận giá trị nguyên.

Bài 2. (1,5 điểm).

1. Giải phương trình $8 - x^2 = 4(\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x})$.

$$2. \text{ Giải hệ phương trình } \begin{cases} \sqrt{x+3} + \sqrt{y+7} = 5, \\ \sqrt{y-1} + \sqrt{z+1} = 3, \\ \sqrt{z+6} + \sqrt{x} = 4. \end{cases}$$

Bài 3. (1,5 điểm).

Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho parabol $(P): y = 4x^2$ và đường thẳng $(d): y = 3mx + 1$.

1. Chứng minh rằng (P) luôn cắt (d) tại hai điểm nằm về hai phía của trục tung.
2. Tìm m để (P) và (d) cắt nhau tại hai điểm phân biệt $A(x_1; y_1), B(x_2; y_2)$ thỏa mãn

a) $4|y_1 - y_2| = 15m$.

b) Diện tích tam giác OAB bằng $\frac{5}{8}$.

Bài 4. (1,0 điểm).

Hai khối 8 và 9 của một trường THCS có 420 học sinh có học lực trên trung bình đạt tỉ lệ 84%. Khối 8 đạt tỉ lệ 80% là học sinh trên trung bình, khối 9 đạt 90%. Tính số học sinh của mỗi khối.

Bài 5. (3,5 điểm).

Cho tam giác ABC ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn $(O; R)$. Tia phân giác $\widehat{BAC}$ cắt BC tại M và cắt đường tròn tại N . Tiếp tuyến của đường tròn $(O; R)$ tại A cắt đường thẳng BC tại E .

1. Chứng minh tam giác BNC cân và $BM^2 + CN^2 = 2NM.NA$.
2. Chứng minh $EA^2 = EB.EC$.
3. Chứng minh $\widehat{AMB} = \widehat{ACN}$ và $EM^2 = EB.EC$.
4. Chứng minh $AB.AC - MB.MC = AM^2$.

Bài 6. (0,5 điểm). Thí sinh chỉ được lựa chọn một trong hai ý sau (6.1 hoặc 6.2).

1. Cho các số thực dương x, y, z thỏa mãn $xy + yz + zx = 3$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $K = \frac{x^2}{\sqrt{x^3+8}} + \frac{y^2}{\sqrt{y^3+8}} + \frac{z^2}{\sqrt{z^3+8}}$.

2. Cho các số tự nhiên x, y, z thỏa mãn $x + y + z = 2008$.

Tìm giá trị lớn nhất của $T = xyz$.

-----HẾT-----

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:; Số báo danh:

Bài 1. (2,0 điểm).

Cho biểu thức $P = \frac{\sqrt{x}}{6-\sqrt{x}} + \frac{2\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+6} + \frac{11\sqrt{x}+6}{x-36}$.

1. Rút gọn biểu thức P .
2. Tính giá trị của P khi x thỏa mãn $x^2 = 17 - 2\sqrt{2}$.
3. Gọi Q là tập hợp các giá trị x để P nhận giá trị nguyên. Hãy tìm số phần tử của Q .

Bài 2. (2,0 điểm).

Cho hệ phương trình $\begin{cases} x + (m+1)y = 2, \\ x + 2y = 1. \end{cases}$ (I); với m là tham số thực.

1. Giải hệ phương trình (I) với $m = -5$.
2. Tìm tất cả các giá trị m để hệ (I) có nghiệm duy nhất $(x;y)$ sao cho điểm $M(x;y)$ nằm trên parabol $y = x^2$, đồng thời thỏa mãn $x < y$.

Bài 3. (2,0 điểm).

Cho phương trình $x^2 - 2ax + a - 10 = 0$ (1); với a là tham số thực.

1. Chứng minh rằng (1) luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi giá trị của a .
2. Tìm a để (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn

a) $\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2} = \sqrt{x_1 x_2 + 23}$.

b) $x_1^2 + 2ax_2 \geq 3a^2 + 12$.

Bài 4. (3,5 điểm).

Cho tam giác ABC nhọn ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn $(O;R)$. Ba đường cao BD, CE, AF cắt nhau tại H .

1. Chứng minh tứ giác $BEDC$ nội tiếp. Xác định tâm I của đường tròn ngoại tiếp tứ giác này.
2. Gọi G là điểm đối xứng của H qua BC . Chứng minh G nằm trên đường tròn $(O;R)$.
3. Chứng minh $AH = 2OI$ và OA vuông góc với DE .
4. Tiếp tuyến tại B và C của (O) cắt nhau tại M . Tia IH cắt (O) tại K . Chứng minh ba điểm M, G, K thẳng hàng.

Bài 5. (0,5 điểm). Thí sinh chỉ được lựa chọn một trong hai ý (5.1 hoặc 5.2).

1. Giải hệ phương trình $\begin{cases} 1 + \frac{1}{x^2 + y^2} = \frac{3}{2x}, \\ 1 - \frac{1}{x^2 + y^2} = \frac{1}{2y}. \end{cases}$

2. Cho ba số thực dương x, y, z thỏa mãn $x + y + z = 1$. Chứng minh

$$\sqrt{4x^2 + x + 4} + \sqrt{4y^2 + y + 4} + \sqrt{4z^2 + z + 4} \geq 7.$$

-----HẾT-----

Bài 1. (1,5 điểm).

Cho biểu thức $P = \left(\frac{\sqrt{x}}{2\sqrt{x}-2} + \frac{3-\sqrt{x}}{2x-2} \right) : \left(\frac{\sqrt{x}+1}{x-\sqrt{x}+1} + \frac{\sqrt{x}+2}{x\sqrt{x}-1} \right)$ với $x \geq 0; x \neq 9$.

1. Chứng minh $P > 1$.
2. Tính giá trị của biểu thức P khi $|x + 2\sqrt{x}| = 8$.

Bài 2. (1,0 điểm).

Một ô tô dự định đi từ A đến B trong một khoảng thời gian dự định. Nếu xe chạy với vận tốc 35km/h thì đến B chậm mất 2h, mặt khác nếu xe chạy với vận tốc 50km/h thì đến B sớm hơn 1h. Tính độ dài quãng đường AB và thời gian dự định ban đầu.

Bài 3. (1,5 điểm).

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $d: y = 2mx - 4m + 5$.

1. Chứng minh rằng (P) luôn cắt d tại hai điểm phân biệt với mọi giá trị m .
2. Tìm m để (d) cắt (P) tại hai điểm A, B sao cho
 - a) Tổng bình phương các tung độ của A và B bằng 12.
 - b) Có ít nhất một điểm có hoành độ lớn hơn 2.

Bài 4. (2,0 điểm).

1. Giải phương trình $x^2 + \sqrt{x+5} + \sqrt{11-x} + 10x + 21 = 0$.
2. Giải hệ phương trình $\begin{cases} xy + x - 2 = 0, \\ 2x^3 - x^2y + x^2 + y^2 - 2xy - y = 0. \end{cases}$

Bài 5. (3,5 điểm).

Cho $(O;R)$ và một điểm A nằm ngoài đường tròn. Từ A vẽ tiếp tuyến AB với $(O;R)$, (B là tiếp điểm). Kẻ dây BC vuông góc với OA tại H . Vẽ đường kính BD của (O) , AD cắt đường tròn $(O;R)$ tại E ($E \neq D$).

1. Chứng minh ABC là tam giác cân và tứ giác $ABOC$ nội tiếp.
2. Chứng minh rằng $AD.AE = AH.AO$.
3. Gọi I là trung điểm DE . Chứng minh IA là phân giác của $\widehat{BIC}$.
4. Gọi K là giao điểm của BC và OI , và S là giao điểm của BC và AD . Chứng minh rằng $AD.AE = AS.AI$ và $KD = KE$.

Bài 6. (0,5 điểm). Thí sinh chỉ được lựa chọn một trong hai ý (6.1 hoặc 6.2)

1. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$B = \sqrt{-x^2 + 4x + 21} - \sqrt{-x^2 + 3x + 10}.$$

2. Cho ba số thực dương x, y, z thỏa mãn $x^2 + y^2 + z^2 = 1$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $C = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} + x + y + z$.

-----HẾT-----

Bài 1. (2,0 điểm).

Cho biểu thức $B = \left(\frac{2}{2-\sqrt{x}} + \frac{3+\sqrt{x}}{x-2\sqrt{x}} \right) : \left(\frac{2+\sqrt{x}}{2-\sqrt{x}} - \frac{2-\sqrt{x}}{2+\sqrt{x}} - \frac{4x}{x-4} \right)$.

1. Rút gọn biểu thức B .
2. Tính giá trị biểu thức B khi $|x-3| = 10 - 4\sqrt{3}$.
3. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức B .

Bài 2. (2,0 điểm).

1. Một chiếc ca nô đi xuôi dòng từ A đến B hết 1 giờ 10 phút, sau đó ngược dòng từ B về A mất 1 giờ 30 phút. Biết vận tốc riêng của ca nô lúc đi xuôi dòng nước và ngược dòng nước như nhau và vận tốc dòng nước là 2km/h . Tính vận tốc riêng của ca nô.

2. Cho hệ phương trình
$$\begin{cases} x + my = 3m, \\ mx - y = m^2 - 2. \end{cases} \quad (\text{I}); m \text{ là tham số thực.}$$

Tìm m để hệ (I) có nghiệm duy nhất $(x;y)$ thỏa mãn $(m+1)x + (m-1)y + 2 \leq 0$.

Bài 3. (2,0 điểm).

Trong hệ tọa độ Oxy cho đường thẳng $d: y = mx + 1$ và parabol $(P): y = \frac{1}{2}x^2$.

1. Tìm m để đường thẳng d tạo với hai trục tọa độ một tam giác vuông cân.
2. Tìm m để đường thẳng d cắt parabol (P) tại hai điểm $A(x_1; y_1), B(x_2; y_2)$ thỏa mãn

a) $y_1 - y_2 = x_1 - \frac{2}{x_1}$.

b) Tam giác AOB có diện tích bằng $\frac{3}{2}$.

Bài 4. (3,5 điểm).

Cho đường tròn $(O;R)$ và một điểm A cố định ở ngoài đường tròn sao cho $OA = 2R$. Qua A kẻ một cát tuyến d cắt đường tròn lại hai điểm B, C ; B nằm giữa A và C . Tiếp tuyến AM, AN tiếp xúc với đường tròn (O) tại M và N , gọi I là trung điểm của BC .

1. Chứng minh các điểm A, M, O, I, N cùng thuộc một đường tròn.
2. Gọi H là giao điểm của OA và MN . Chứng minh $OA \perp MN$ và $AH \cdot AO = AB \cdot AC$.
3. Tiếp tuyến tại B của (O) cắt AM, AN lần lượt tại E và F . Tính chu vi của tam giác AEF theo R .
4. Khi cát tuyến d quay quanh A thì trọng tâm G của tam giác MBC chạy trên đường nào?

Bài 5. (0,5 điểm). Thí sinh chỉ được lựa chọn một trong hai ý sau (5.1 hoặc 5.2).

1. Giải phương trình

$$\sqrt[3]{2016-x} - \sqrt{x-2007} = x^2 - 2007x - 2007.$$

2. Cho các số thực dương a, b, c thuộc đoạn $[0;2]$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \frac{1}{(a-b)^2} + \frac{1}{(b-c)^2} + \frac{1}{(c-a)^2}.$$

-----HẾT-----

Bài 1. (2,0 điểm).

Cho các biểu thức $P = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} - \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+3} - \frac{x-6\sqrt{x}-7}{9-x}$; $Q = \frac{5-\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} + 1$.

1. Rút gọn P và Q .
2. Khi Q nhận giá trị dương, hãy so sánh P với $\frac{1}{2}$.

Bài 2. (2,0 điểm).

Trong hệ tọa độ Oxy, cho đường thẳng $d: y = (m-1)x + 2$ và parabol $(P): y = x^2$.

1. Tìm tọa độ điểm M thuộc (P) sao cho $OM = 2\sqrt{5}$.
2. Chứng minh rằng (P) và d luôn cắt nhau tại hai điểm phân biệt thuộc hai nhánh của (P) .
3. Gọi A và B là hai điểm thuộc parabol (P) có hoành độ lần lượt là a và b . Gọi C là điểm thuộc parabol (P) có hoành độ là $a+b$. Chứng minh OC song song với AB .

Bài 3. (2,0 điểm).

1. Giải phương trình $x^2 - 6\sqrt{4x+1} + 14 = 0$.
2. Giải hệ phương trình $\begin{cases} 6x^2 - 3xy + x + y = 1, \\ 3x + y + \sqrt{3x + y^2} = 2. \end{cases}$

Bài 4. (3,5 điểm).

Cho đường tròn $(O;R)$ dây $BC < 2R$. Gọi A là điểm chính giữa của cung nhỏ BC . Lấy điểm M tùy ý trên cung lớn BC , $CM \geq BM > 0$. Qua C kẻ tiếp tuyến d với đường tròn, đường thẳng MA cắt d và BC lần lượt tại Q và N . Các đường thẳng MB và AC cắt nhau tại P .

1. Chứng minh $PQCM$ là tứ giác nội tiếp.
2. Chứng minh PQ song song với BC .
3. Qua A kẻ tiếp tuyến với đường tròn. Tiếp tuyến này cắt đường thẳng d tại E . Chứng minh rằng $\frac{CE}{CN} + \frac{CE}{CQ} = 1$.
4. Khi M di chuyển trên cung lớn BC , tìm giá trị lớn nhất của bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác BMN .

Bài 5. (0,5 điểm). Thí sinh chỉ được lựa chọn một trong hai ý sau (5.1 hoặc 5.2).

1. Cho các số thực dương x, y, z thỏa mãn $\sqrt{xy} + \sqrt{yz} + \sqrt{xz} = 1$.
Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$K = \sqrt{2x^2 + 3xy + 4y^2} + \sqrt{2y^2 + 3yz + 4z^2} + \sqrt{2z^2 + 3xz + 4x^2}.$$

2. Cho các số thực dương a, b, c . Chứng minh

$$\frac{19b^3 - a^3}{ab + 5b^2} + \frac{19c^3 - b^3}{bc + 5c^2} + \frac{19a^3 - c^3}{ca + 5a^2} \leq 3(a + b + c).$$

-----HẾT-----

Bài 1. (1,5 điểm).

Cho biểu thức $P = \left(\frac{2}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} + \frac{1}{\sqrt{x} - \sqrt{y}} + \frac{3\sqrt{y}}{y - x} \right) : \frac{2 + y}{x - y}$ với $x > 0; y > 0; x \neq y$.

4. Rút gọn biểu thức P .
5. Tìm các giá trị của x, y để $P > 0$.

Bài 2. (2,5 điểm).

1. Hai công nhân nếu làm chung một công việc thì mất 40 giờ. Nếu người thứ nhất làm 5 giờ và người thứ hai làm 6 giờ thì hoàn thành $\frac{2}{15}$ công việc. Hỏi nếu mỗi người làm riêng thì mất bao nhiêu giờ mới hoàn thành công việc ?
2. Tính diện tích toàn phần của một hình nón biết bán kính đáy bằng 3, đường sinh tạo với mặt phẳng đáy một góc 60° .
3. Tìm điều kiện của tham số m để phương trình $x^2 - 2(m-1)x + m^2 - 1 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn

$$(x_1 - x_2)^2 = x_1 - 3x_2.$$

Bài 3. (2,0 điểm).

Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $(d): y = 2ax + 1$. (a là tham số thực, O là gốc tọa độ).

1. Chứng minh rằng với mọi giá trị của tham số a , parabol (P) luôn cắt đường thẳng (d) tại hai điểm nằm về hai phía trục tung.
2. Giả sử A và B là hai điểm nằm trên (P) , A và B có hoành độ lần lượt là 1 và 3. Tìm tọa độ điểm C trên trục hoành sao cho $CA + CB$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Bài 4. (3,5 điểm).

Cho tam giác ABC nhọn nội tiếp đường tròn $(O; R)$. Gọi D và E lần lượt là điểm chính giữa cung AB và cung BC , AE và CD cắt nhau tại I , DE cắt AB và BC lần lượt tại H và K .

1. Chứng minh tứ giác $CIKE, AIHD$ nội tiếp.
2. Chứng minh IK song song với AB .
3. Chứng minh tứ giác $BHIK$ là hình thoi.
4. KI cắt AC tại F , DF cắt (O) tại điểm thứ hai G . Chứng minh G, I, B thẳng hàng.

Bài 5. (0,5 điểm). Thí sinh chỉ được lựa chọn một trong hai ý sau (5.1 hoặc 5.2).

1. Cho các số không âm x, y, z thỏa mãn điều kiện $x + y + z = 1$.
Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = x^3 + y^3 + z^3 + 6xyz.$$

2. Cho các số không âm x, y, z thỏa mãn điều kiện $x + y + z = 1$.
Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $Q = 7(xy + yz + xz) - 9xyz$.

-----HẾT-----

Bài 1. (2,0 điểm).

Cho biểu thức $A = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} - \frac{4}{x-2\sqrt{x}} \right) \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{x}-2} + \frac{4}{x-4} \right)$ với $x > 0; x \neq 4$.

1. Rút gọn biểu thức A .
2. Tìm x để $3A^2 = 5A$.
3. Tìm giá trị của x để biểu thức A không âm.

Bài 2. (2,0 điểm).

Cho phương trình $x^2 - (2m+5)x + 2m+1 = 0$ (1); m là tham số thực.

1. Tìm điều kiện tham số m để (1) có hai nghiệm cùng dấu. Khi đó hai nghiệm mang dấu gì?
2. Tìm m để (1) có hai nghiệm dương phân biệt x_1, x_2 sao cho
 - a) $\sqrt{x_1^2 + (2m+5)x_2 + 2m+1} > \sqrt{2} - 1$.
 - b) Biểu thức $P = |\sqrt{x_1} - \sqrt{x_2}|$ đạt giá trị nhỏ nhất

Bài 3. (2,0 điểm).

1. Giải phương trình $8x^3 - 4x - 1 = \sqrt[3]{6x+1}$.
2. Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^3 + 2x = 3(y+1)\sqrt{3y+1}, \\ \sqrt{2x-3} + \sqrt{3y-2} = 2. \end{cases}$

Bài 4. (3,5 điểm).

Cho nửa đường tròn $(O;R)$ đường kính AB . Một điểm M cố định thuộc đoạn thẳng OB , M khác B và M khác O . Đường thẳng d vuông góc với AB tại M cắt nửa đường tròn đã cho tại N . Trên cung NB lấy điểm E bất kỳ, E khác B và E khác N . Tia BE cắt đường thẳng d tại C , đường thẳng AC cắt nửa đường tròn tại D . Gọi H là giao điểm của AE và đường thẳng d .

1. Chứng minh tứ giác $BMHE$ nội tiếp.
2. Chứng minh ba điểm B, H, D thẳng hàng.
3. Tính giá trị của biểu thức $BN^2 + AD \cdot AC$ theo R .
4. Đường tròn ngoại tiếp tam giác AHC cắt AB tại K . Chứng minh khi E di động trên cung NB thì độ dài đoạn thẳng BK không đổi.

Bài 5. (0,5 điểm). Thí sinh chỉ được lựa chọn một trong hai ý sau (5.1 hoặc 5.2).

1. Tìm tất cả các số thực x, y, z thỏa mãn đẳng thức

$$\sqrt{x^2 + 4} + \sqrt{x^2 - 2xy + y^2 + 1} + \sqrt{y^2 - 6y + 10} = 5.$$

2. Giả sử a, b, c là ba số dương thỏa mãn $abc = 1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$M = \frac{a}{b^2 + c^2 + a} + \frac{b}{c^2 + a^2 + b} + \frac{c}{a^2 + b^2 + c}.$$

-----HẾT-----

Bài 1. (2,0 điểm).

Cho biểu thức $P = \left(\frac{x-3\sqrt{x}}{16-x} + \frac{1}{\sqrt{x}-4} + \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+4} \right) : \left(1 - \frac{1}{x-16} \right)$ với $x \geq 0; x \neq 16$.

1. Rút gọn biểu thức B .
2. Tính giá trị của B khi $x = 1\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Bài 2. (2,0 điểm).

Cho hệ phương trình $\begin{cases} mx + 3y - m = 3, \\ x = 3y + 2m. \end{cases}$ (I); m là tham số thực.

1. Giải hệ phương trình (I) khi $m = 3$.
2. Tìm m để hệ (I) có nghiệm duy nhất $(x;y)$ sao cho $\frac{x+3y+9}{x^2+9y^2} < 1$.

Bài 3. (2,0 điểm).

Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho parabol (P): $y = -x^2$ và hai đường thẳng

$$d_1 : y = (3a-b)x + 2b; \quad d_2 : y = (3-2m)x + 2m - 4.$$

(a, b, m là tham số thực, O là gốc tọa độ).

18. Tìm giá trị của a để đường thẳng (d_1) đi qua hai điểm $T(2;5)$ và $S(3;8)$.
19. Tìm điểm cố định mà đường thẳng (d_2) luôn đi qua với mọi giá trị m .
20. Tìm m để parabol (P) cắt đường thẳng (d_2) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho $y_A - 3y_B = 11$.

Bài 4. (3,5 điểm).

Cho nửa đường tròn tâm O đường kính AB , M là điểm chính giữa cung AB , K thuộc cung BM (K khác M và B). AK cắt MO tại I . Gọi H là hình chiếu của M lên AK . Chứng minh

1. Chứng minh các tứ giác $OIKB$ và $MHOA$ nội tiếp.
2. Chứng minh OH là phân giác của góc $\widehat{MOK}$.
3. Chứng minh tam giác HMK cân và OH đi qua trung điểm của MK .
4. Xác định vị trí của điểm K để chu vi tam giác OPK lớn nhất (P là hình chiếu của K lên AB).

Bài 5. (0,5 điểm). Thí sinh chỉ được lựa chọn một trong hai ý (5.1 hoặc 5.2).

1. Cho x, y, z là các số thực khác 1 thỏa mãn $xyz = 1$. Với mọi số thực m , chứng minh

$$\left(\frac{x+m}{x-1} \right)^2 + \left(\frac{y+m}{y-1} \right)^2 + \left(\frac{z+m}{z-1} \right)^2 \geq 1.$$

2. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $f(x) = 6|x-1| + |3x-2| + 2x$.

-----HẾT-----

Bài 1. (2,0 điểm).

Cho biểu thức $P = \frac{15\sqrt{x}-11}{x+2\sqrt{x}-3} + \frac{3\sqrt{x}-2}{1-\sqrt{x}} - \frac{2\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+3}$ với $x \geq 0; x \neq 1$.

1. Rút gọn biểu thức P .
2. Tìm giá trị lớn nhất của P .
3. Tìm điều kiện của k để phương trình $P(\sqrt{x}+3) = k$ có nghiệm.

Bài 2. (2,0 điểm).

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $(d): y = 2mx - 1$.

1. Tìm m để (d) vuông góc với đường phân giác góc phần tư thứ II.
2. Tìm m để (d) và (P) có duy nhất một điểm chung. Tìm tọa độ điểm chung đó.
3. Tìm m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 sao cho

$$(x_1^2 + mx_1 + 1)(x_2^2 + mx_2 + 1) = m + 34.$$

Bài 3. (2,0 điểm).

1. Giải phương trình $x^3 + x = (x-1)(x-2)\sqrt{x^2 - 3x + 1}$.

$$2. \text{ Giải hệ phương trình } \begin{cases} x^4 + y^2 = \frac{698}{81}, \\ x^2 + y^2 + xy - 3x - 4y + 4 = 0. \end{cases}$$

Bài 4. (3,5 điểm).

Tam giác ABC có ba góc nhọn, $AB < AC$, B và C cố định; $(O;R)$ là đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC . Các đường cao BF , CK của tam giác ABC cắt $(O;R)$ lần lượt tại D , E ; H là trực tâm tam giác ABC .

1. Chứng minh $BCFK$ và $AFHK$ là các tứ giác nội tiếp.
2. Chứng minh DE song song với FK và OA vuông góc với DE .
3. Chứng minh A là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác DHE .
4. Gọi P , Q lần lượt là điểm đối xứng với B , C qua O . Chứng minh đường tròn ngoại tiếp tam giác AFK có bán kính không đổi khi A di chuyển trên cung nhỏ PQ (A không trùng với các vị trí P , Q).

Bài 5. (0,5 điểm). Thí sinh chỉ được lựa chọn một trong hai ý (5.1 hoặc 5.2).

1. Cho ba số thực dương a, b, c thỏa mãn điều kiện $a + b + c = 1$.

$$\text{Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức } Q = \sqrt{a^2 + \frac{9}{b^2}} + \sqrt{b^2 + \frac{9}{c^2}} + \sqrt{c^2 + \frac{9}{a^2}}.$$

2. Tìm tất cả các bộ số $(x; y; z)$ thỏa mãn đẳng thức

$$3\sqrt{1 - \frac{1}{x}} + \frac{2}{\sqrt{x}} = \frac{y+1}{\sqrt{5y^2 - 6y + 5}} + \frac{z+2}{\sqrt{2z^2 + 2z + 5}}.$$

-----HẾT-----

Bài 1. (2,0 điểm).

Cho biểu thức $P = \left(\frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} - \frac{3x+3}{x-9} \right) : \left(\frac{2\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-3} - 1 \right)$ với $x \geq 0; x \neq 9$.

3. Rút gọn biểu thức P và tìm x để $P < -\frac{1}{3}$.

4. Tìm tất cả các giá trị của x để P nhận giá trị nguyên lớn hơn -3 .

Bài 2. (2,0 điểm).

Cho phương trình bậc hai $x^2 - 2x + m - 3 = 0$ (1); x là ẩn, m là tham số.

1. Giải phương trình (1) khi $m = 3$.

2. Tìm điều kiện của m để (1) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn điều kiện

a) $x_1^3 + x_2^3 = 8$.

b) $\frac{1}{x_1-3} + \frac{1}{x_2} = \frac{1}{2}$.

Bài 3. (2,0 điểm).

1. Dung dịch thứ nhất chứa 30% axit nitric, dung dịch thứ hai chứa 55% axit nitric. Hỏi phải trộn bao nhiêu lít dung dịch loại thứ nhất với dung dịch loại thứ hai để được 100 lít dung dịch chứa 50% axit nitric.

2. Tìm điều kiện tham số k để parabol $y = 2x^2$ cắt đường thẳng $y = kx + k + 4$ tại hai điểm $A(x_1; y_2), B(x_2; y_2)$ thỏa mãn

$$y_1 + y_2 = x_1 y_2 + x_2 y_1 + 6.$$

Bài 4. (3,5 điểm).

Cho đường tròn (O) có dây cung AB cố định, K là điểm chính giữa cung nhỏ AB , kẻ đường kính IK cắt AB tại N . Lấy điểm M bất kỳ trên cung lớn AB , MK cắt AB tại D , hai đường thẳng IM và AB cắt nhau tại C .

1. Chứng minh $MNKC$ là tứ giác nội tiếp.

2. Chứng minh $IM \cdot IC = IN \cdot IK$.

3. Gọi E là giao điểm của hai đường thẳng ID và CK , chứng minh E thuộc đường tròn (O) và NC là phân giác của góc $\widehat{MNE}$.

4. Xác định vị trí của điểm M trên cung lớn AB để tích $DM \cdot DK$ đạt giá trị lớn nhất.

Bài 5. (0,5 điểm). Thí sinh chỉ được lựa chọn một trong hai ý sau (5.1 hoặc 5.2).

1. Giải phương trình $(x+6)\sqrt{x+3} = 27x^3 - 3x - 10$.

2. Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} \frac{3}{\sqrt{y}} - \frac{1}{x} = \frac{5x + \sqrt{y}}{2x^2 + y}, \\ \frac{1}{xy} + \frac{4}{\sqrt{y}} = \frac{2}{y} + \frac{8}{3}. \end{cases}$$

-----HẾT-----

Bài 1. (2,0 điểm).

Cho biểu thức $T = \left(\frac{2\sqrt{x}-9}{x-5\sqrt{x}+6} - \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2} - \frac{2\sqrt{x}+1}{3-\sqrt{x}} \right) \cdot \frac{x-3\sqrt{x}}{x\sqrt{x}+1}$.

1. Rút gọn biểu thức T .
2. Tính giá trị của T khi $x = \sqrt{3+2\sqrt{2}} + \sqrt{11-6\sqrt{2}}$.
3. Tính giá trị lớn nhất của biểu thức T .

Bài 2. (2,0 điểm).

1. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho hai điểm $A(0;4)$ và $B(-3;0)$. Tính diện tích xung quanh và thể tích hình nón tạo thành khi quay tam giác OAB xung quanh trục tung.
2. Cho A là một số tự nhiên có hai chữ số, nếu đổi chỗ hai chữ số của nó thì được số mới lớn hơn số đã cho là 63. Tổng của số đã cho và số mới tạo thành là 99. Tìm A .

Bài 3. (2,0 điểm).

Trong hệ tọa độ Oxy cho đường thẳng $(d): y = 2(a+1)x + 15 - 2a$ và parabol $(P): y = x^2$.

1. Tìm a để đường thẳng (d) vuông góc với đường thẳng $y = -3x + a$.
2. Tìm a để đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại hai điểm $A(x_1; y_1), B(x_2; y_2)$ thỏa mãn

$$x_1x_2 + y_1 + y_2 > 2a + 27.$$

3. Tìm a để đường thẳng (d) cắt hai trục tọa độ tại hai điểm P, Q sao cho $\frac{1}{OP^2} + \frac{1}{OQ^2}$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Bài 4. (3,5 điểm).

Cho đường tròn (O) với dây AB cố định và không phải đường kính. Gọi C là điểm thuộc cung lớn AB sao cho tam giác ABC nhọn; M và N lần lượt là điểm chính giữa của các cung nhỏ AB và AC . Gọi I là giao điểm của BN và CM . Dây MN cắt AB và AC lần lượt tại H và K .

1. Chứng minh $BMHI$ nội tiếp.
2. Chứng minh $MK \cdot MN = MI \cdot MC$.
3. Chứng minh tam giác AKI cân tại K và tứ giác $AHIK$ là hình thoi.
4. Chứng minh khi điểm C di động trên cung lớn AB và thỏa mãn điều kiện của đề bài thì tổng hai bán kính của hai đường tròn ngoại tiếp các tam giác NAH, NBH có giá trị không đổi.

Bài 5. (0,5 điểm). Thí sinh chỉ được lựa chọn một trong hai ý sau (5.1 hoặc 5.2).

1. Cho hai số thực dương x, y thỏa mãn $x + y = 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$M = 8(x^4 + y^4) + \frac{1}{x^5} + \frac{1}{y^5} + \frac{1}{x^2y^2} - \frac{40}{xy}.$$

2. Cho a, b, c là độ dài ba cạnh của một tam giác có chu vi bằng 1. Chứng minh

$$\frac{13}{27} \leq a^2 + b^2 + c^2 + 4abc < \frac{1}{2}.$$

-----HẾT-----

Bài 1. (1,5 điểm).

Cho biểu thức $M = \left(1 - \frac{4\sqrt{x}}{x-1} + \frac{1}{\sqrt{x}-1}\right) : \frac{x-2\sqrt{x}}{x-1}$ với $x > 0; x \neq 1; x \neq 4$.

1. Rút gọn M và tính giá trị của M khi $x = 7 - 2\sqrt{6}$.
2. Tìm tất cả những giá trị mà biểu thức M có thể nhận được.

Bài 2. (1,5 điểm).

5. Tính thể tích một hình nón có độ dài đường kính đáy là 20cm và độ dài chiều cao gấp đôi bán kính đáy.
6. Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x + y = 3 \\ |x + 2| + 2y = 1. \end{cases}$$

Bài 3. (2,0 điểm).

Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho parabol $(P): y = kx^2$ và đường thẳng $d: y = 8x - 13$.

1. Tìm k để parabol (P) đi qua điểm $Q(-1; 2)$.
2. Lập đường thẳng Δ đi qua điểm $K(3; 4)$ và vuông góc với đường thẳng d .
3. Tìm tọa độ điểm E trên parabol vừa tìm được và điểm F trên đường thẳng d sao cho độ dài đoạn thẳng EF ngắn nhất.

Bài 3. (1,5 điểm).

Cho phương trình $x^2 - 2x - 2m - 1 = 0$ (1); với m là tham số thực.

1. Tìm điều kiện của m để (1) có hai nghiệm cùng dấu. Khi đó hai nghiệm mang dấu gì?
2. Tìm điều kiện của m để (1) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn điều kiện

$$\frac{x_2^2 + (2m+5)x_1 + 2m}{2} + \frac{2}{x_1^2 + (2m+5)x_2 + 2m} = \frac{122}{11}.$$

Bài 4. (3,0 điểm).

Cho đường tròn tâm O đường kính MN và dây cung PQ vuông góc với MN tại I (I khác M, I khác N). Trên cung nhỏ NP lấy điểm J , (J khác N và J khác P); nối M với J cắt PQ tại H . Gọi giao điểm của PN với MJ là G , giao điểm của JQ với MN là K . Chứng minh rằng

1. Các tứ giác $IHNJ$ và $GKNJ$ nội tiếp.
2. KG song song với PQ .
3. Điểm G là tâm đường tròn nội tiếp tam giác PKJ .

Bài 5. (0,5 điểm). Thí sinh chỉ được lựa chọn một trong hai ý (5.1 hoặc 5.2).

1. Chứng minh bất đẳng thức

$$\left| \sqrt{x^2 + 8x + 20} - \sqrt{x^2 + 4x + 40} \right| \leq 2\sqrt{5}.$$

2. Cho các số thực dương a, b, c, d thỏa mãn bất đẳng thức

$$\frac{1}{(1+a)^2} + \frac{1}{(1+b)^2} + \frac{1}{(1+c)^2} + \frac{1}{(1+d)^2} \leq 1.$$

Chứng minh $abcd \geq 1$.

-----HẾT-----

Bài 1. (1,5 điểm).

Cho biểu thức $P = \left(\frac{\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}-1} + \frac{2\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2} + \frac{x+4}{x-3\sqrt{x}+2} \right) \cdot \left(1 - \frac{3}{\sqrt{x}+1} \right)$.

1. Rút gọn biểu thức P .
2. Tìm x để P nhận giá trị nguyên nhỏ hơn 2.

Bài 2. (2,0 điểm).

Cho phương trình $x^2 = 2(a-1)x - 2a + 5$ (a là tham số thực).

1. Tìm điều kiện tham số a để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt cùng âm.
2. Giả sử (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 .

a) Tìm a sao cho $\frac{1}{2x_1-1} + \frac{1}{2x_2-1} = -\frac{a}{7}$.

b) Tìm a để biểu thức sau đạt giá trị nhỏ nhất

$$S = 2\sqrt{x_1^2 + 2(a-1)x_2 + 2a - 5} + 3\sqrt{x_2^2 + 2(a-1)x_1 + 10a - 9}.$$

Bài 3. (2,0 điểm).

1. Tính diện tích thép cần dùng để chế tạo một chiếc thùng không nắp hình trụ, trong đó bán kính đáy là 10cm và chiều cao là 30cm.

2. Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x^4 - 5y + 4 = 0, \\ (x^2 - y)(\sqrt{x+y} + 1) = 0. \end{cases}$$

Bài 4. (1,5 điểm).

Theo kế hoạch, một công nhân phải hoàn thành 60 sản phẩm trong thời gian nhất định. Nhưng do cải tiến kỹ thuật nên mỗi giờ người công nhân đó đã làm thêm được 2 sản phẩm. Vì vậy, công nhân đó hoàn thành sớm hơn dự định 30 phút và còn vượt mức 3 sản phẩm. Hỏi theo kế hoạch, mỗi giờ người công nhân đó làm bao nhiêu sản phẩm?

Bài 4. (2,5 điểm).

Từ một điểm M ở ngoài đường tròn $(O;R)$ vẽ hai tiếp tuyến MB, MD với đường tròn, B và D là hai tiếp điểm, một cát tuyến qua M cắt đường tròn tại hai điểm phân biệt A, C (A nằm giữa M và C). Gọi d là đường thẳng qua D và song song với MB , d cắt AB, BC theo thứ tự tại các điểm I và J .

1. Chứng minh $MB^2 = MA \cdot MC$.
2. Chứng minh $AB \cdot CD = BC \cdot AD$.
3. Chứng minh D là trung điểm của đoạn thẳng IJ .

Bài 5. (0,5 điểm). Thí sinh chỉ được lựa chọn một trong hai ý (5.1 hoặc 5.2).

1. Cho các số thực dương a, b, c . Chứng minh

$$\frac{\sqrt{a+b}}{c} + \frac{\sqrt{b+c}}{a} + \frac{\sqrt{c+a}}{b} \geq \frac{4(a+b+c)}{\sqrt{(a+b)(b+c)(c+a)}}.$$

2. Cho các số thực dương x, y, z . Chứng minh $\left(1 + \frac{x}{y}\right) \left(1 + \frac{y}{z}\right) \left(1 + \frac{z}{x}\right) \geq 2 + \frac{2(x+y+z)}{\sqrt[3]{xyz}}$.

-----HẾT-----

Bài 1. (2,0 điểm).

Cho biểu thức $P = \left(\frac{\sqrt{x}+6}{\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}+5}{\sqrt{x}-3} - \frac{6x+8}{4\sqrt{x}-x-3} \right) : \left(1 + \frac{7}{\sqrt{x}-3} \right)$.

1. Rút gọn biểu thức P .
2. Tìm giá trị của x để $P > \frac{31}{6}$.
3. Tìm tất cả các giá trị của x để P nhận giá trị nguyên lớn hơn 5.

Bài 2 (2,0 điểm).

1. Hai vòi nước cùng chảy vào một bể không có nước thì sau 5 giờ đầy bể. Nếu lúc đầu chỉ mở vòi thứ nhất chảy trong hai giờ rồi đóng lại, sau đó mở vòi thứ hai chảy trong 1 giờ thì được $\frac{1}{4}$ bể nước. Hỏi nếu mở riêng từng vòi thì thời gian để mỗi vòi chảy đầy bể là bao nhiêu ?
2. Tính thể tích khối nón biết bán kính đường tròn đáy $r = \sqrt{3}$ và độ dài đường sinh $l = 4$.

Bài 3 (2,0 điểm).

Cho hai hàm số $y = x^2$ (1) và $y = mx + 4$ (2), m là tham số thực.

1. Tìm m để đồ thị hàm số (2) vuông góc với đường thẳng $\Delta : 3x + 4y = 5$.
2. Khi $m = 3$, tìm tọa độ các điểm giao điểm của hai đồ thị của hai hàm số trên.
3. Tìm tất cả các giá trị m để hai đồ thị các hàm số (1), (2) cắt nhau tại hai điểm có tung độ y_1, y_2 thỏa mãn

$$y_1^2 + y_2^2 = 49.$$

Bài 4. (3,5 điểm).

Cho đường tròn (O), một dây AB và một điểm C ở ngoài đường tròn, C nằm trên tia AB . Từ điểm chính giữa của cung lớn AB kẻ đường kính PQ , cắt dây AB tại D . Tia CP cắt đường tròn tại điểm thứ hai I . Các dây AB và QI cắt nhau tại K .

1. Chứng minh tứ giác $PDKI$ nội tiếp được.
2. Chứng minh $CI \cdot CP = CK \cdot CD$.
3. Chứng minh IC là tia phân giác của góc ở ngoài đỉnh I của tam giác AIB .
4. Giả sử A, B, C cố định. Chứng minh khi đường tròn (O) thay đổi nhưng vẫn đi qua A, B thì đường thẳng QI luôn đi qua một điểm cố định.

Bài 5. (0,5 điểm). Thí sinh chỉ được lựa chọn một trong hai ý sau (5.1 hoặc 5.2).

1. Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} \sqrt{x} + \sqrt{x+2y} = \sqrt{2}, \\ x^2 + y^2 + 2 = 2\sqrt{x} + 2x\sqrt{x+2y}. \end{cases} \quad (x; y \in \mathbb{R}).$$
2. Cho a, b, c là độ dài ba cạnh của tam giác ABC . Xác định dạng tam giác ABC biết

$$\sqrt[3]{a+b-c} + \sqrt[3]{b+c-a} + \sqrt[3]{c+a-b} \geq \sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b} + \sqrt[3]{c}.$$

-----HẾT-----

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:; Số báo danh:

Bài 1. (2,0 điểm).

Cho biểu thức $A = \left(\frac{\sqrt{x}+5}{\sqrt{x}-4} + \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-2} - \frac{2}{x-6\sqrt{x}+8} \right) : \left(\sqrt{x}+4 + \frac{8}{\sqrt{x}-4} \right)$.

1. Rút gọn biểu thức A .
2. Tìm x để $A > 2$.
3. Tìm điều kiện của k để phương trình $A = k - 2$ có nghiệm.

Bài 2. (2,0 điểm).

1. Một đội xe cần vận chuyển 160 tấn gạo với khối lượng mỗi xe chở bằng nhau. Khi sắp khởi hành thì được bổ sung thêm 4 xe nữa nên mỗi xe chở ít hơn dự định lúc đầu 2 tấn gạo (khối lượng gạo mỗi xe chở đồng đều). Hỏi đội xe ban đầu có bao nhiêu chiếc?
2. Tính thể tích khối cầu (C) biết (C) ngoại tiếp hình lập phương có độ dài cạnh bằng a .

Bài 3. (1,5 điểm).

Cho hệ phương trình
$$\begin{cases} 2x + y = m - 1, \\ (m+1)x + (m-3)y = 1. \end{cases} \quad (I); m \text{ là tham số thực.}$$

1. Giải hệ phương trình (I) với $m = 2$.
2. Tìm tham số m để hệ (I) có nghiệm duy nhất $(x; y)$ thỏa mãn $2x^2 + y^2 + 3xy + 2x - 2y + 7 > m^3$.

Bài 4 (1,0 điểm).

Cho phương trình $x^2 - 2(m-1)x - 2m - 5 = 0 \quad (1); m$ là tham số thực.

Giả sử (1) có hai nghiệm x_1, x_2 . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$Q = x_1^2 + 2(m-1)x_2 - 4.$$

Bài 5. (3,0 điểm).

Cho đường tròn (O) đường kính BC và một điểm A nằm bất kỳ trên đường tròn, A khác B và C . Gọi AH là đường cao của tam giác ABC , đường tròn tâm I đường kính AH cắt các dây AB, AC tương ứng tại D, E .

1. Chứng minh rằng $\widehat{DHE} = 90^\circ$ và $AB \cdot AD = AC \cdot AE$.
2. Các tiếp tuyến của đường tròn (I) tại D và E cắt BC tương ứng tại G và F . Tính số đo $\widehat{GIF}$.
3. Xác định vị trí điểm A trên đường tròn (O) để tứ giác $DEFG$ có diện tích lớn nhất.

Bài 6. (0,5 điểm). Thí sinh chỉ được lựa chọn một trong hai ý sau (6.1 hoặc 6.2).

1. Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x - 3y - 2 + \sqrt{xy - y^2 + x - y} = 0, \\ 3\sqrt{8-x} - 4\sqrt{y+1} = x^2 - 14y - 12. \end{cases} \quad (x; y \in \mathbb{R}).$$

2. Cho a, b, c là độ dài ba cạnh của tam giác ABC . Chứng minh rằng

$$\frac{\sqrt{b+c-a}}{\sqrt{b}+\sqrt{c}-\sqrt{a}} + \frac{\sqrt{c+a-b}}{\sqrt{c}+\sqrt{a}-\sqrt{b}} + \frac{\sqrt{a+b-c}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}-\sqrt{c}} \leq 3.$$

-----HẾT-----

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:; Số báo danh:

Bài 1. (2,0 điểm).

1. Rút gọn biểu thức $A = \frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{1}{2-\sqrt{2}} + \sqrt{3-2\sqrt{2}}$.
2. Giải hệ phương trình $\begin{cases} 3x - 4y = 10, \\ x + 7y = -\frac{1}{2}. \end{cases}$
3. Giải và biện luận bất phương trình $m(x-2) > 1$.

Bài 2. (2,0 điểm).

Cho hệ phương trình $\begin{cases} (m+2)x + 2y = 5, \\ 2x + (3m+1)y = 6. \end{cases}$ (I), với m là tham số thực.

1. Giải hệ phương trình (I) với $m = 0$.
2. Tìm điều kiện của m để hệ (I) có nghiệm $(x;y)$ thỏa mãn $(m+4)x + 3(m+1)y > 11m^2$.

Bài 3. (2,0 điểm).

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho parabol (P): $y = x^2$ và đường thẳng (d): $y = 2ax + x - 2a$.

1. Tìm điều kiện của a để đường thẳng (d) cắt trục tung tại điểm có tung độ lớn hơn 3.
2. Parabol (P) có đi qua điểm cố định N của đường thẳng (d) hay không? Vì sao?
3. Giả sử parabol (P) cắt đường thẳng (d) tại hai điểm có tung độ y_1, y_2 . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $S = a^2 + 2y_1 + 3y_2 + 4a + 5$.

Bài 4. (3,5 điểm).

Cho đường tròn (O) đường kính AB. Gọi M là điểm thuộc cung AB, M khác A và B. I là điểm thuộc đoạn OA, I khác O và A. Trên nửa mặt phẳng bờ AB có chứa điểm M kẻ các tiếp tuyến Ax, By với đường tròn (O). Qua M kẻ đường thẳng vuông góc với IM cắt Ax, By lần lượt tại C, D. Gọi E là giao điểm của AM và IC, F là giao điểm của BM và ID. Chứng minh

1. MEIF là tứ giác nội tiếp.
2. EF song song với AB.
3. OM là tiếp tuyến chung của hai đường tròn ngoại tiếp tam giác CEM, DFM.

Bài 5. (0,5 điểm). Thí sinh chỉ được lựa chọn một trong hai ý sau (5.1 hoặc 5.2).

1. Cho ba số thực dương x, y, z thỏa mãn điều kiện $\sqrt{x^2 + y^2} + \sqrt{y^2 + z^2} + \sqrt{z^2 + x^2} = 2017$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $Q = \frac{x^2}{y+z} + \frac{y^2}{z+x} + \frac{z^2}{x+y}$.

2. Phương trình $x^2 - 2x - 1 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 , trong đó $x_2 < 0$.

Tính giá trị của biểu thức $P = \sqrt{x_1^5 - 3x_1^2 + x_1 + 1} - \frac{3}{2}\sqrt{x_2^4 - 8x_2}$.

-----HẾT-----

Bài 1. (1,5 điểm).

Cho biểu thức $Q = \left(\frac{1-\sqrt{x}}{\sqrt{x}+4} + \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-4} + \frac{4x+4}{16-x} \right) : \left(1 + \frac{4}{\sqrt{x}-4} \right)$.

1. Rút gọn biểu thức Q .
2. Tìm giá trị của x để $Q > 1,4$.
3. Tìm giá trị của x để giá trị của Q là một số nguyên âm.

Bài 2. (1,5 điểm).

Cho phương trình $x^2 - (3a-1)x + 2a^2 - a = 0$ (1); a là tham số thực.

1. Tìm a để (1) có ít nhất một nghiệm lớn hơn 2.
2. Tìm a để (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $\sqrt{x_1} + 2\sqrt{x_2} + 2 = 10$.

Bài 3. (1,5 điểm).

1. Một đội xe theo kế hoạch chở hết 140 tấn hàng trong một số ngày quy định. Do mỗi ngày đội đó chở vượt mức 5 tấn nên đội đó hoàn thành kế hoạch sớm hơn thời gian quy định 1 ngày và chở thêm được 10 tấn. Hỏi theo kế hoạch đội xe chở hàng hết bao nhiêu ngày?
2. Một khối cầu có thể tích $288\pi(m^3)$. Tính diện tích của khối cầu đó.

Bài 4. (2,0 điểm).

1. Giải phương trình $2x(4x^2+1) = (x-1)(x-2)\sqrt{x^2-3x+1}$.
2. Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^3 - y^3 = 35, \\ 2x^2 + 3y^2 = 4x - 9y. \end{cases}$

Bài 5. (3,0 điểm).

Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp đường tròn (O) , $AB < AC$. Phân giác góc $\widehat{BAC}$ cắt BC tại D . Đường tròn tâm I đường kính AD cắt AB, AC lần lượt tại E và F .

1. Chứng minh AD vuông góc với EF .
2. Gọi K là giao điểm thứ hai của AD và (O) . Chứng minh các tam giác ABD và AKC đồng dạng.
3. Kẻ EH vuông góc với AC tại H . Chứng minh $HE \cdot AD = EA \cdot EF$.
4. Hãy so sánh diện tích của tam giác ABC và diện tích tứ giác $AEKF$.

Bài 6. (0,5 điểm). Thí sinh chỉ được lựa chọn một trong hai ý sau (6.1 hoặc 6.2).

1. Cho các số thực dương x, y, z thỏa mãn $x, y, z \geq \sqrt{2}$. Chứng minh

$$\frac{1}{x^5 + y^5 + 2xyz} + \frac{1}{y^5 + z^5 + 2xyz} + \frac{1}{x^5 + z^5 + 2xyz} \leq \frac{1}{2xyz}.$$

2. Giải hệ phương trình $\begin{cases} \sqrt{3x^2-2} = \sqrt{3x-2} + (y-1)^2 \sqrt{2y-1}, \\ x^3 + x^2 + (x+7)\sqrt{x} + \sqrt{2xy} = 11. \end{cases}$

-----HẾT-----

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:; Số báo danh:

Bài 1. (2,0 điểm).

4. Rút gọn biểu thức $A = \sqrt{5} + 3\sqrt{9 - 4\sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{6 - 2\sqrt{5}}}$.

5. Giải phương trình $x^2 - 21 + \frac{20}{x^2} = 0$.

6. Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} \sqrt{x} + 4\sqrt{y-1} = 5, \\ 3\sqrt{x} + 2\sqrt{y-1} = 5. \end{cases}$$

Bài 2. (2,0 điểm).

Cho hệ phương trình
$$\begin{cases} mx + 3y = 4, \\ (m-1)x + 3my = 5. \end{cases} \quad (I); m \text{ là tham số thực.}$$

1. Giải hệ phương trình (I) với $m = 3$.

2. Tìm m để hệ (I) có nghiệm duy nhất $(x; y)$ thỏa mãn $\left(\frac{4-3y}{x}\right)^3 + \frac{x+5}{x+3y} = 10$.

Bài 3. (2,0 điểm).

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho parabol (P): $y = x^2$ và đường thẳng (d): $y = 3mx + 2$.

1. Tìm m sao cho đường thẳng (d) song song với đường thẳng $\Delta: 2x - y + 8 = 0$.

2. Chứng minh (P) luôn cắt (d) tại hai điểm phân biệt nằm về hai phía của trục tung.

3. Giả sử A, B, C là các điểm nằm trên (P) có hoành độ lần lượt là 2; 3; 5. Chứng minh tứ giác ABCO là hình thang.

Bài 4. (3,5 điểm).

Cho đường tròn (O) đường kính AB và điểm M cố định thuộc đường tròn (M khác A và B). D là điểm di động trên đoạn thẳng AM, D khác A và M. Đường thẳng BD cắt đường tròn (O) tại K, K khác B. Hai đường thẳng AK và BM cắt nhau tại C.

1. Chứng minh tứ giác KCMD nội tiếp.

2. Kẻ MH vuông góc với AB tại H. Chứng minh $\frac{AM \cdot BM}{HM} = \sqrt{AK^2 + BK^2}$.

3. Đường thẳng CD cắt AB tại I. Chứng minh IC là phân giác trong của góc $\widehat{MIK}$.

4. Xác định vị trí của điểm D trên đoạn AM để tích $DB \cdot DK$ đạt giá trị lớn nhất.

Bài 5. (0,5 điểm). Thí sinh chỉ được lựa chọn một trong hai ý (5.1 hoặc 5.2).

1. Tìm tất cả các số nguyên dương x, y thỏa mãn đẳng thức

$$\frac{2005}{x+y} + \frac{x}{y+2004} + \frac{y}{4009} + \frac{2004}{x+2005} = 2.$$

2. Cho x, y, z là các số thực dương thỏa mãn điều kiện $x + \sqrt{xy} + \sqrt[3]{xyz} = \frac{4}{3}$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $S = x + y + z$.

-----HẾT-----

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:; Số báo danh:

Bài 1. (2,0 điểm).

Cho biểu thức $P = \left(\frac{\sqrt{x}+3}{2\sqrt{x}+1} + \frac{\sqrt{x}+2}{2\sqrt{x}-1} - \frac{x+1}{1-4x} \right) : \left(1 + \frac{5}{2\sqrt{x}-1} \right)$ với $x \geq 0; x \neq \frac{1}{4}$.

1. Rút gọn biểu thức P .
2. Chứng minh $P < 2$.
3. Tìm tất cả các giá trị của x để P nhận giá trị nguyên.

Bài 2. (1,5 điểm).

Cho hệ phương trình $\begin{cases} x - my = 5 - 7m, \\ mx + y = 3m + 1. \end{cases} \quad (I); m \text{ là tham số thực.}$

1. Giải hệ phương trình (I) khi $m = 2$.
2. Trong trường hợp hệ có nghiệm duy nhất $(x; y)$. Chứng minh đẳng thức $x^2 + y^2 - 8(x + y) + 22 = 0$.

Bài 3. (2,0 điểm).

Cho phương trình $x^2 - 5x + 5k - 1 = 0 \quad (1); k \text{ là tham số thực.}$

1. Tìm k để (1) có ít nhất một nghiệm âm.
2. Tìm k để (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn điều kiện

$$\sqrt{\frac{x_1^2 + 5x_2 + 5k + 24}{x_2^2 + 5x_1 + 5k - 1}} + 2 = |x_1 - x_2| + 1.$$

Bài 4. (1,0 điểm).

Giải phương trình $x^2 \sqrt[4]{2 - x^4} - 1 = x^4 - x^3$.

Bài 5. (3,0 điểm).

Cho đường tròn (O) và điểm M nằm ngoài đường tròn (O). Từ M vẽ hai tiếp tuyến MA, MB (A, B là tiếp điểm) và cát tuyến MCD thay đổi nhưng không đi qua O (C không nằm giữa M và D). AB cắt OM tại E . Các tiếp tuyến của (O) tại C và D cắt nhau tại S .

1. Chứng minh tam giác MEC đồng dạng với tam giác MDO .
2. Chứng minh $EB \cdot AD = ED \cdot AC$.
3. Chứng minh điểm S nằm trên một đường thẳng cố định.

Bài 6 (0,5 điểm). Thí sinh chỉ được lựa chọn một trong hai ý (6.1 hoặc 6.2).

1. Tìm các số thực dương x, y thỏa mãn hệ $\begin{cases} \sqrt[3]{4(x^3 + y^3)} = x + y, \\ \sqrt{x-1} + y - 3 = \sqrt{2(x-3)^2 + 2y - 2}. \end{cases}$
2. Giải bất phương trình $4x^3 + x^2 + 3x + 4 \leq 3\sqrt[3]{16x^3 + 2x}$.

-----HẾT-----

Bài 1. (2,0 điểm).

Cho biểu thức $M = \left(\frac{2 - \sqrt{x}}{\sqrt{x} + 6} + \frac{\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x} - 6} + \frac{x}{36 - x} \right) : \left(\frac{10}{\sqrt{x} - 6} - 1 \right)$.

1. Rút gọn biểu thức M .
2. Tìm x để giá trị của M không vượt quá $\frac{1}{3}$.

Bài 2. (2,0 điểm).

Cho hệ phương trình $\begin{cases} x - ay = 1 - 8a, \\ ax + y = 10a + 3. \end{cases}$ (I); a là tham số thực.

1. Giải hệ phương trình (I) khi $a = 1$.
2. Tìm tất cả các giá trị a để hệ (I) có nghiệm $(x; y)$ thỏa mãn $x^2 + y^2 - 11(x + y) + 42 = a^3$.

Bài 3. (2,0 điểm).

Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho parabol (P): $y = \frac{1}{2}x^2$ và đường thẳng (d): $y = 2x - m + 1$.

1. Tìm m để (P) cắt (d) tại hai điểm $A(x_1; y_1), B(x_2; y_2)$ sao cho $(y_1 + 5)(y_2 + 5) = 9x_1x_2 + 8y_1y_2$.
2. Tìm điều kiện của tham số m để
 - a) (d) song song với đường thẳng $y = 2x - 5m^2 + 1$.
 - b) (d) cắt đường tròn (C) tâm O, bán kính $R = \frac{3}{\sqrt{5}}$ tại hai điểm phân biệt.

Bài 4. (3,5 điểm).

Cho đường tròn (O), đường thẳng d cắt (O) tại hai điểm C và D . Từ điểm M tùy ý trên d kẻ các tiếp tuyến MA, MB với (O); A và B là các tiếp điểm. Gọi I là trung điểm của CD .

1. Chứng minh tứ giác $MAIB$ nội tiếp.
2. Các đường thẳng MO và AB cắt nhau tại H . Chứng minh H thuộc đường tròn ngoại tiếp tam giác COD .
3. Chứng minh rằng đường thẳng AB luôn đi qua một điểm cố định khi M thay đổi trên đường thẳng d .
4. Chứng minh $MD \cdot HC^2 = HA^2 \cdot MC$.

Bài 5. (0,5 điểm). Thí sinh chỉ được lựa chọn một trong hai ý (5.1 hoặc 5.2).

1. Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^2 - 2x = \sqrt{4x - y}, \\ \sqrt{x + 2y} = 2x + \sqrt{10x + 2y} - 2xy + y^2. \end{cases}$ ($x; y \in \mathbb{R}$).
2. Cho các số thực dương a, b, c thỏa mãn $a^2 + b^2 + c^2 = 3$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$T = \frac{1}{2-a} + \frac{1}{2-b} + \frac{1}{2-c}.$$

-----HẾT-----

Bài 1. (2,0 điểm).

Cho biểu thức $Q = \left(\frac{\sqrt{x}+5}{\sqrt{x}-5} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+5} + 1 \right) : \left(1 + \frac{5}{\sqrt{x}-5} \right)$.

1. Rút gọn biểu thức Q .
2. Tính giá trị của Q khi $x^2 = 161 - 72\sqrt{5}$.
3. Tìm tất cả các giá trị của x để Q nhận giá trị nguyên.

Bài 2. (2,0 điểm).

Cho hệ phương trình $\begin{cases} ax + 4y = a + 2, \\ x + ay = a. \end{cases}$ (I); a là tham số thực.

1. Giải hệ phương trình (I) khi $a = 3$.
2. Tìm tất cả các giá trị của tham số a để hệ phương trình (I) có nghiệm duy nhất $(x; y)$ sao cho x và y là nghiệm của phương trình ẩn t : $t^2 - 7t + xy = 0$.

Bài 3. (2,0 điểm).

Trong hệ tọa độ Oxy cho parabol (P) : $y = x^2$ và đường thẳng (d) : $y = -2(m+2)x + 4m + 12$.

1. Tìm m để đường thẳng (d) cắt trục tung tại điểm có tung độ lớn hơn 13.
2. Tìm m để (P) cắt (d) tại hai điểm A, B sao cho A và B nằm trong khoảng giữa trục tung Oy và đường thẳng $x = 4$.
3. Tìm tọa độ điểm C trên parabol (P) sao cho C cách đều hai điểm $M(4; 0), N\left(-\frac{8}{5}; \frac{14}{5}\right)$.

Bài 4. (2,0 điểm).

Cho tứ giác $ABCD$ nội tiếp đường tròn (O) và AD là đường kính. Gọi I là điểm chính giữa của cung nhỏ BC ; đường thẳng AI cắt dây cung BC và đường thẳng DC lần lượt tại E, M ; đường thẳng DI cắt dây cung BC và đường thẳng AB lần lượt tại F, N .

1. Chứng minh hai tam giác IAN và IDM đồng dạng.
2. Chứng minh tứ giác $ANMD$ là tứ giác nội tiếp.
3. Chứng minh đẳng thức $IE \cdot IA = IF \cdot ID$.
4. Chứng minh OI vuông góc với MN .

Bài 5. (0,5 điểm). Thí sinh chỉ được lựa chọn một trong hai ý (5.1 hoặc 5.2).

1. Giải hệ phương trình $\begin{cases} \sqrt{x+y+2} + x + y = 2(x^2 + y^2), \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2}. \end{cases}$

2. Cho các số thực không âm a, b, c thỏa mãn $a + b + c = 3$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$P = \frac{1}{9-ab} + \frac{1}{9-bc} + \frac{1}{9-ca}.$$

-----HẾT-----

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:; Số báo danh:

Bài 1. (2,0 điểm).

Cho biểu thức $A = -\left(\frac{\sqrt{x}+5}{\sqrt{x}+7} + \frac{\sqrt{x}+4}{7-\sqrt{x}} - \frac{63-x}{49-x}\right) : \left(\frac{7}{\sqrt{x}-7} + 1\right)$, với $x > 0; x \neq 49$.

1. Rút gọn biểu thức A .
2. Tìm giá trị của x sao cho $5A + 1 = 3\sqrt{x}$.
3. Xác định dấu của biểu thức $B = A^2 - 3A + 2$.

Bài 2. (1,5 điểm).

Cho hệ phương trình $\begin{cases} (a-1)x + y = 3a - 4, \\ x + (a-1)y = a. \end{cases}$ (I); a là tham số thực.

1. Tìm giá trị của a để hệ (I) có nghiệm $(x;y)$ trong đó $x > 0$.
2. Tìm giá trị của a để hệ (I) có nghiệm duy nhất $(x;y)$ sao cho điểm $M(x;y)$ cùng với hai điểm $P(2;3)$, $Q(3;4)$ tạo thành một tam giác.

Bài 3. (1,5 điểm).

Trong hệ tọa độ Oxy cho parabol (P) : $y = x^2$ và đường thẳng (d) : $y = 4x + m - 5$.
(O là gốc tọa độ, m là tham số thực).

1. Tìm tọa độ tiếp điểm T khi (P) và (d) tiếp xúc với nhau.
2. Tìm giá trị của m để (P) cắt (d) tại hai điểm A, B phân biệt sao cho A và B cách đều đường thẳng (Δ) : $y = 3x - 1$.
3. Tìm giá trị của m để (d) cắt đường thẳng $y = x - 2$ tại điểm C thỏa mãn $OC = \sqrt{2}$.

Bài 4. (1,0 điểm).

Một hình chữ nhật và một hình vuông có cùng diện tích, cạnh hình vuông lớn hơn chiều rộng của hình chữ nhật 2m và bé hơn chiều dài của hình chữ nhật 3m. Tính chu vi của hình chữ nhật.

Bài 5. (3,5 điểm).

Từ điểm M nằm ngoài đường tròn (O) kẻ tiếp tuyến MA và cát tuyến MBC , trong đó điểm B nằm giữa hai điểm M và C . Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên MO , AH kéo dài cắt đường tròn (O) tại D .

1. Chứng minh bốn điểm M, A, O, D cùng thuộc một đường tròn.
2. Chứng minh $MA^2 = MB.MC$.
3. Các đường thẳng BH và OC cắt nhau tại E , chứng minh $EH.EB = EO.EC$.
4. Gọi K là giao điểm của đoạn thẳng MO với đường tròn (O) . Chứng minh BK là tia phân giác trong của góc $\widehat{HBM}$.

Bài 6. (0,5 điểm). Thí sinh chỉ được lựa chọn một trong hai ý (6.1 hoặc 6.2).

1. Cho các số thực không âm x, y, z thỏa mãn $x + y + z = 1$. Chứng minh

$$3 \leq \frac{1}{1-xy} + \frac{1}{1-yz} + \frac{1}{1-zx} \leq \frac{27}{8}.$$

2. Giải phương trình $\frac{1}{\sqrt{1+x}} + \frac{1}{\sqrt{1+y}} - \sqrt{1-xy} = \frac{2}{\sqrt{1+\sqrt{xy}}}$.

-----HẾT-----

Bài 1. (2,0 điểm).

Cho biểu thức $B = \left(\frac{\sqrt{x}}{4\sqrt{x}-1} + \frac{2}{4\sqrt{x}+1} + \frac{2\sqrt{x}}{1-16x} \right) : \left(1 - \frac{17}{\sqrt{x}+19} \right)$ với $x \geq 0; x \neq \frac{1}{16}$.

1. Rút gọn biểu thức B .
2. Chứng minh $\frac{1}{4} < B \leq 19$.
3. Tìm giá trị nguyên của x để biểu thức $\frac{B}{4}$ nhận giá trị nguyên.

Bài 2. (2,0 điểm).

Cho hệ phương trình $\begin{cases} mx + y = 2m, \\ x + my = m + 1. \end{cases}$ (I); m là tham số thực.

1. Tìm điều kiện của m để hệ (I) vô số nghiệm.
2. Tìm giá trị của m để hệ (I) có nghiệm duy nhất $(x; y)$ sao cho
 - a) Điểm $M(x; y)$ nằm trên đường tròn tâm O , bán kính $R = \sqrt{13}$.
 - b) $\sqrt{2(x^2 + 9y^2)} \leq x + 3y$.

Bài 3. (2,0 điểm).

Trong hệ tọa độ Oxy cho parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $(d): y = ax - a$.
(O là gốc tọa độ, a là tham số thực).

1. Viết phương trình đường thẳng đi qua điểm $(0; -6)$ và tiếp xúc với parabol (P) .
2. Tìm điều kiện của a để (P) cắt (d) tại hai điểm có hoành độ x_1, x_2 sao cho $\frac{1}{|x_1|} + \frac{1}{|x_2|} = 1$.
3. Tìm tọa độ điểm H trên parabol (P) và điểm K trên đường thẳng $(\Delta): y = 2x - 7$ sao cho độ dài đoạn thẳng HK đạt giá trị nhỏ nhất.

Bài 4. (3,5 điểm).

Cho hình vuông $ABCD$, M là một điểm di động trên đoạn thẳng BC , kẻ CE vuông góc với AM tại E , AB cắt CE tại N , AE cắt CD tại F .

1. Chứng minh năm điểm A, B, C, D, E cùng thuộc một đường tròn.
2. Chứng minh MN song song với BD .
3. Tìm vị trí điểm M trên đoạn thẳng BC sao cho $MA \cdot ME$ đạt giá trị lớn nhất.
4. Chứng minh DB tiếp xúc với đường tròn ngoại tiếp tam giác MEN và $\frac{1}{AM^2} + \frac{1}{AF^2}$ có giá trị không đổi.

Bài 5. (0,5 điểm). Thí sinh chỉ được lựa chọn một trong hai ý (5.1 hoặc 5.2).

1. Cho các số thực dương x, y, z . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$T = \left(1 + \frac{x}{y} \right) \left(1 + \frac{y}{z} \right) \left(1 + \frac{z}{x} \right) - 2 \cdot \frac{x+y+z}{\sqrt[3]{xyz}}.$$

2. Giải phương trình $5 - x = 5\sqrt{1-x} + 3\sqrt{1+x} - 3\sqrt{1-x^2}$.

-----HẾT-----

Bài 1. (1,5 điểm).

7. Rút gọn biểu thức $A = \frac{1}{1+\sqrt{3}} + \frac{1}{2-\sqrt{3}} + \sqrt{7-4\sqrt{3}}$.

8. Tìm tất cả các giá trị của x để biểu thức $\frac{2\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+2}$ nhận giá trị nguyên.

Bài 2. (2,0 điểm).

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $d: y = 2(m-2)x - m - 1$.

1. Tìm điều kiện của m và n để đường thẳng d song song với đường thẳng $y = 4x - n$.
2. Trong trường hợp (P) cắt d tại hai điểm phân biệt $A(x_1; y_1), B(x_2; y_2)$, gọi I là trung điểm của đoạn thẳng AB .

a) Tìm m để điểm I có tung độ bằng 6.

b) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $E = \left| \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} \right| + |x_1 x_2|$.

Bài 3. (1,0 điểm).

Một đội xe dự định chở 40 tấn hàng. Lúc sắp khởi hành, đội được giao thêm 14 tấn hàng nữa. Do đó phải điều thêm 2 xe cùng loại và mỗi xe phải chở thêm 0,5 tấn hàng so với dự định. Tính số xe dự định lúc ban đầu và số hàng chở thực tế của mỗi xe (biết mỗi xe đều chở số hàng như nhau và số xe ban đầu không quá 15 xe).

Bài 4 (2,0 điểm).

1. Giải hệ phương trình $\begin{cases} x + 2y = 3, \\ x^2(x^2 + 2) - x = 2y. \end{cases}$

2. Giải bất phương trình $\frac{x-2}{\sqrt{x^2-2x+6}-1} > 0$ và biểu diễn nghiệm trên trục số.

Bài 5. (3,0 điểm).

Cho đường tròn tâm O đường kính AB , dây CD vuông góc với AB tại H . Trên tia đối của tia CD lấy một điểm M , đường thẳng MB cắt đường tròn tại điểm thứ hai E , AE cắt CD tại F .

1. Chứng minh tứ giác $BEFH$ nội tiếp.
2. Chứng minh EA là tia phân giác của góc $\widehat{HEK}$ và $\widehat{CEK} = \widehat{HED}$.
3. Chứng minh đẳng thức $MD.FC = MC.FD$.

Bài 6. (0,5 điểm). Thí sinh chỉ được lựa chọn một trong hai ý (6.1 hoặc 6.2).

1. Cho x và y là hai số thực không âm thỏa mãn điều kiện $x^2 + y^2 = 9$.

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $T = \frac{xy}{x+y+3}$.

2. Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2+6y = \frac{x}{y} - \sqrt{x-2y}, \\ \sqrt{x+\sqrt{x-2y}} = x+3y-2. \end{cases}$.

-----HẾT-----

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
THÁI BÌNH

ĐỀ LUYỆN THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN

MÔN THI: TOÁN

(Dành cho tất cả các thí sinh dự thi)

[31]

Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian phát đề)

Bài 1. (1,5 điểm).

Cho biểu thức $A = \left(\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-2} - \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} + \frac{5\sqrt{x}+2}{4-x} \right) : \frac{3\sqrt{x}-x}{x+4\sqrt{x}+4}$.

1. Rút gọn A và tìm x để $A = 2$.
2. Tìm điều kiện của x để A nhận giá trị âm.

Bài 2. (2,5 điểm).

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $d: y = (2m+3)x - m^2 - 3m$.

1. Tìm m để đường thẳng d cắt đường thẳng $y = x + 4$ tại điểm có hoành độ bằng 1.
2. Chứng minh rằng (P) luôn cắt d tại hai điểm phân biệt $A(x_1; y_1), B(x_2; y_2)$.

Trong trường hợp $x_1 > x_2$ hãy tìm điều kiện tham số m sao cho $y_1 - y_2 > 5m + \sqrt{23}$.

3. Xét các điểm $X(9;0), Y(9,8)$. Tìm tọa độ điểm Z trên parabol (P) sao cho tam giác XYZ cân tại Z .

Bài 3. (1,0 điểm).

Một đội xe theo kế hoạch chở hết 140 tấn hàng trong một số ngày quy định. Do mỗi ngày đội đó chở vượt mức 5 tấn nên đội đó hoàn thành kế hoạch sớm hơn thời gian dự định một ngày và chở thêm được 10 tấn. Hỏi theo kế hoạch đội xe chở hàng hết bao nhiêu ngày?

Bài 4 (1,5 điểm).

1. Tìm tất cả các bộ số $(x;y)$ thỏa mãn điều kiện

$$(x+1)^2 + 2xy + 2y + y^2 + \sqrt{2x-3y-3} = 0.$$

2. Giải phương trình $\frac{\sqrt{x}}{1+\sqrt{1-x}} = x^2 - 2x + 2$.

Bài 5. (3,0 điểm).

Cho tam giác ABC có 3 góc nhọn ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn $(O;R)$. Vẽ AH vuông góc với BC , từ H vẽ HM vuông góc với AB và HN vuông góc với AC (H thuộc BC , M thuộc AB , N thuộc AC). Vẽ đường kính AE cắt MN tại I , tia MN cắt đường tròn $(O;R)$ tại K .

1. Chứng minh tứ giác $AMHN$ nội tiếp.
2. Chứng minh $AM \cdot AB = AN \cdot AC$ và tứ giác $BMNC$ nội tiếp.
3. Chứng minh AE vuông góc với MN .
4. Chứng minh $AH = AK$.

Bài 6. (0,5 điểm). Thí sinh chỉ được lựa chọn một trong hai ý (6.1 hoặc 6.2).

1. Cho x và y là các số thực dương thỏa mãn điều kiện $x + y \leq 6$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $K = x + y + \frac{6}{x} + \frac{24}{y}$.

2. Cho ba số thực dương a, b, c thỏa mãn $abc = 8$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$S = \frac{1}{2a+b+6} + \frac{1}{2b+c+6} + \frac{1}{2c+a+6}.$$

-----HẾT-----

Bài 1. (1,5 điểm).

Cho biểu thức $A = \frac{5}{3} \left(\frac{1}{\sqrt{x}-3} - \frac{1}{\sqrt{x}} \right) : \left(\frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2} - \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-3} \right)$.

1. Rút gọn A và tìm điều kiện của x để A không vượt quá 1.
2. Tìm tất cả các giá trị của x để $A(\sqrt{x}+1) = 2$.

Bài 2. (1,0 điểm).

Hai vòi nước cùng chảy vào một bể không chứa nước thì sau 4 giờ 48 phút sẽ đầy bể. Biết rằng thời gian vòi I chảy một mình đầy bể ít hơn thời gian vòi II chảy một mình đầy bể là 4 giờ. Hỏi mỗi vòi nếu chảy một mình thì phải mất bao lâu mới đầy bể ?

Bài 3 (2,0 điểm).

Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $d: y = ax - a + 1$.

1. Tìm a để đường thẳng d đồng quy với hai đường thẳng $3x + y = 7$; $x + 3y = 5$.
2. Giả sử (P) cắt d tại hai điểm phân biệt $A(x_1; y_1), B(x_2; y_2)$.

a) Tìm a để $\frac{1}{x_1-2} + \frac{2}{x_2-3} = 4$.

b) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T = (y_1 + 2)(3y_2 - 1)$.

Bài 4. (2,0 điểm).

Cho phương trình bậc hai $x^2 - (m+2)x - 3 = 0$ (1), m là tham số thực.

1. Chứng minh phương trình (1) luôn có hai nghiệm trái dấu x_1, x_2 .
2. Tìm m để (1) có giá trị tuyệt đối nghiệm dương lớn hơn giá trị tuyệt đối nghiệm âm.
3. Tìm tất cả các giá trị tham số m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn

$$\sqrt[3]{(m+2)x_1^2 + 3x_1} + \sqrt[3]{(m+2)x_2^2 + 3x_2} < 2m^2 + 1.$$

Bài 5. (3,0 điểm).

Cho tam giác ABC có ba góc nhọn, hai đường cao BE và CF (E thuộc AC và F thuộc AB), H là trực tâm tam giác ABC . Dựng hình bình hành $BHCD$ với I là giao điểm hai đường chéo.

1. Chứng minh $ABDC$ là tứ giác nội tiếp.
2. Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác $ABDC$. Chứng minh $\widehat{BAH} = \widehat{OAC}$.
3. AI và OH cắt nhau tại G , chứng minh G là trọng tâm của tam giác ABC .
4. Tìm điều kiện ràng buộc giữa các góc B và C để $OH \parallel BC$.

Bài 6. (0,5 điểm). Thí sinh chỉ được lựa chọn một trong hai ý (6.1 hoặc 6.2).

1. Cho a, b, c là các số thực không âm, khác nhau từng đôi một và thỏa mãn $ab + bc + ca = 4$.

Chứng minh $\frac{1}{(a-b)^2} + \frac{1}{(b-c)^2} + \frac{1}{(c-a)^2} \geq 1$.

2. Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x\sqrt{6-y} + \sqrt{y(6-x^2)} = 6, \\ x^2 - 3x + 2 = 2\sqrt{y-2}. \end{cases}$$

-----HẾT-----

Bài 1. (2,0 điểm).

Cho biểu thức $D = \left(\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-1} - \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3} - \frac{1-3\sqrt{x}}{x-4\sqrt{x}+3} \right) : \left(1 - \frac{1}{\sqrt{x}-1} \right)$.

1. Rút gọn biểu thức D .
2. Tìm điều kiện của x để D nhận giá trị dương.
3. Tìm tất cả các giá trị nguyên của x để D nhận giá trị nguyên.

Bài 2. (2,5 điểm).

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $d: y = (m+2)x + 3$.

1. Tìm điểm cố định $M(x;y)$ mà đường thẳng d luôn luôn đi qua với mọi giá trị m .
2. Chứng minh (P) luôn cắt d tại hai điểm phân biệt $A(x_1;y_1), B(x_2;y_2)$.

Khi đó hãy tìm tất cả các giá trị m để $\sqrt{\frac{y_1 - mx_1 + 1}{y_2 - mx_2 + 1}} = -\frac{x_1}{x_2} + 2$.

3. Xét điểm E thuộc nhánh trái (P) và E có tung độ bằng 9, F thuộc nhánh phải (P) và F có tung độ bằng 4. Tìm tất cả các điểm D trên cung parabol nhỏ (EF) sao cho khoảng cách từ D đến đường thẳng EF bằng $2\sqrt{2}$.

Bài 3. (2,0 điểm).

1. Giải phương trình $\sqrt{2x+1} + \sqrt{3-2x} = \frac{(2x-1)^2}{2}$.

2. Giải hệ phương trình $\begin{cases} \sqrt{11x-y} - \sqrt{y-x} = 1, \\ 7\sqrt{y-x} + 6y - 26x = 3. \end{cases}$

Bài 4. (3,0 điểm).

Cho đường tròn tâm O đường kính AB . Trên đường tròn lấy điểm C sao cho $AC < BC$. Tiếp tuyến Bx của đường tròn (O) cắt đường trung trực của BC tại D ; F là giao điểm của DO và BC .

1. Chứng minh CD là tiếp tuyến của đường tròn (O).
2. Gọi E là giao điểm thứ hai của đường thẳng AD với đường tròn (O). Chứng minh $DE \cdot DA = DC^2 = DF \cdot DO$.
3. EF cắt đường kính AB tại Q . Chứng minh $QF \cdot QE = QO \cdot QA$.
4. Gọi H là hình chiếu của C trên AB , I là giao điểm của AD và CH . Chứng minh I là trung điểm của đoạn thẳng CH .

Bài 5. (0,5 điểm). Thí sinh chỉ được lựa chọn một trong hai ý (5.1 hoặc 5.2).

1. Giải hệ phương trình $\begin{cases} x\sqrt{12-y} + \sqrt{y(12-x^2)} = 12, \\ x^3 - 8x - 1 = 2\sqrt{y-2}. \end{cases}$

2. Cho a, b, c là các số thực dương và $a^4 + b^4 + c^4 = 3$. Chứng minh rằng

$$\frac{1}{4-ab} + \frac{1}{4-ac} + \frac{1}{4-bc} \leq 1.$$

-----HẾT-----

Bài 1. (1,0 điểm).

Chứng minh giá trị của biểu thức sau không phụ thuộc vào biến a và b .

$$T = \frac{\left(\frac{a-b}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}\right)^3 + 2a\sqrt{a} + b\sqrt{b}}{3a^2 + 3b\sqrt{ab}} + \frac{\sqrt{ab} - a}{a\sqrt{a} - b\sqrt{a}} \text{ với } a > 0, b > 0, a \neq b.$$

Bài 2. (1,5 điểm).

Cho phương trình $2x^2 - (2m-1)x + m-1 = 0$ (1), m là tham số thực.

1. Tìm điều kiện của m để (1) có hai nghiệm cùng dấu. Khi đó hai nghiệm mang dấu gì?
2. Tìm điều kiện tham số m để (1) có hai nghiệm đều nhỏ hơn 2.
3. Tìm điều kiện tham số m để (1) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $\sqrt{x_1-2} + \sqrt{2x_2+3} = 3$.

Bài 3. (2,0 điểm).

Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho hai điểm $A(1;2), B(3;-1)$.

1. Viết phương trình parabol (P) có đỉnh là gốc tọa độ và đi qua điểm A.
2. Tìm tất cả các điểm C trên parabol (P) sao cho tam giác CAO có diện tích bằng 2.
3. Tìm tất cả các điểm D trên trục hoành sao cho tổng độ dài $AD + BD$ ngắn nhất.

Bài 4. (1,5 điểm).

Cho hệ phương trình
$$\begin{cases} mx + y = m + 2, \\ x - (m+1)y = m. \end{cases} \quad (\text{I}), m \text{ là tham số thực.}$$

1. Giải hệ phương trình với $m = 3$.
2. Chứng minh hệ (I) có nghiệm duy nhất $(x; y)$ với mọi giá trị m . So sánh H và K biết

$$H = x^2 - xy + y^2 - x; \quad K = \left(\frac{2-y}{x-1}\right)^2 + \frac{x-y}{y+1} + 3.$$

Bài 5. (3,5 điểm).

Cho đường tròn tâm O đường kính AD. Kẻ hai dây cung AC và BD cắt nhau tại E, điểm E nằm bên trong đường tròn. Gọi H là hình chiếu vuông góc của E xuống AD, I là trung điểm của DE; AB và CD kéo dài cắt nhau tại K.

1. Chứng minh $KB.KA = KC.KD$.
2. Chứng minh các tứ giác ABEH, DCEH nội tiếp.
3. Chứng minh E là tâm đường tròn nội tiếp tam giác BCH.
4. Chứng minh 5 điểm B, C, I, O, H cùng thuộc một đường tròn.

Bài 6. (0,5 điểm). Thí sinh chỉ được lựa chọn một trong hai ý (6.1 hoặc 6.2).

1. Cho ba số thực dương a, b, c thỏa mãn $\frac{1}{a+2} + \frac{1}{b+2} + \frac{1}{c+2} \geq 1$. Chứng minh

$$\frac{1}{5a+1} + \frac{1}{5b+1} + \frac{1}{5c+1} \geq \frac{1}{2}.$$

2. Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} \sqrt{x^2+4} + 1 = y^3 + 2y, \\ y^3 + x^2 + x + 2 = 2x\sqrt{x} + 3y. \end{cases}$$

-----HẾT-----

Bài 1. (1,5 điểm).

Cho biểu thức $E = \left(\frac{x+1}{x\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}+1} - \frac{1}{1-\sqrt{x}} \right) : \left(3 + \frac{5}{\sqrt{x}-1} \right)$ với $0 \leq x \neq 1$.

1. Rút gọn biểu thức E .
2. Tìm tất cả các giá trị của x để $\frac{E}{5}$ nhận giá trị nguyên.

Bài 2. (1,5 điểm).

1. Giải phương trình $\sqrt{2x^2 - 3x + 10} + \sqrt{2x^2 - 5x + 4} = x + 3$.
2. Cho các số thực dương x, y, z . Đặt $P = x + \frac{1}{2y} + \frac{1}{2z}$; $Q = y + \frac{1}{2z} + \frac{1}{2x}$; $R = z + \frac{1}{2x} + \frac{1}{2y}$.

Chứng minh rằng có ít nhất một trong ba số P, Q, R không nhỏ hơn 2.

Bài 3. (2,0 điểm).

Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho parabol $(P): y = \frac{x^2}{2}$ và đường thẳng $d: y = 2x$.

1. Tìm đường thẳng Δ thỏa mãn đồng thời: $\Delta \parallel d$ và Δ tiếp xúc với parabol (P) .
2. Đường thẳng d cắt parabol (P) tại hai điểm A, B ($OA < OB$). Tồn tại điểm C thuộc trục tung sao cho tứ giác $AOBC$ nội tiếp đường tròn (T) .
 - a) Tính diện tích tứ giác $AOBC$.
 - b) Viết phương trình tiếp tuyến của (T) tại đỉnh C .

Bài 4. (1,0 điểm).

Tháng thứ nhất hai tổ sản xuất được 900 chi tiết máy. Tháng thứ hai, tổ I vượt mức 15% và tổ II vượt mức 10% so với tháng thứ nhất, vì vậy hai tổ sản xuất được 1010 chi tiết máy. Hỏi tháng thứ hai mỗi tổ sản xuất được bao nhiêu chi tiết máy?

Bài 5. (3,5 điểm).

Cho tam giác ABC nhọn ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn $(O; R)$, các đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H .

1. Chứng minh $BH \cdot BE + CE \cdot CA = BC^2$.
2. Kẻ đường kính AK , chứng minh $BHCK$ là hình bình hành.
3. Chứng minh $AH^2 + BC^2 = BH^2 + AC^2 = CH^2 + AB^2$.
4. Chứng minh đường tròn ngoại tiếp các tam giác ABH, ACH, BCH có bán kính bằng nhau.

Bài 6. (0,5 điểm). Thí sinh chỉ được lựa chọn một trong hai ý (6.1 hoặc 6.2).

1. Cho các số thực x và y thỏa mãn $x^2 + 2xy + 4y^2 = 3$.
Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $K = x^2 + 6xy + 12y^2$.

$$2. \text{ Giải hệ phương trình } \begin{cases} 3\sqrt[3]{4(x^2 + x)} + 2\sqrt{2y^2 - y} = 3(x + y) + 2, \\ 2016\sqrt{y-1} + y^2 + 2 = x + 2y. \end{cases}$$

-----HẾT-----

Bài 1. (2,0 điểm).

Cho biểu thức $P = \left(\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-2} - \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+2} - \frac{4x}{4-x} \right) : \frac{x+5\sqrt{x}+6}{x-4}$.

1. Rút gọn biểu thức P và tính giá trị của P khi x thỏa mãn $x^3 + 2x = 3$.
2. Tìm tất cả các giá trị của x để P nhận giá trị bằng 2.

Bài 2. (2,0 điểm).

Cho phương trình bậc hai $x^2 - 5x + m - 2 = 0$ (1), m là tham số thực.

1. Giải phương trình (1) với $m = 4$.
2. Tìm điều kiện tham số m để (1) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn

a) $x_1^3 + x_2^3 - 10(x_1 + x_2) > 0$.

b) $|x_1| - |x_2| = 6 \sqrt{\frac{x_1^2 + 5x_2 + m - 2}{x_2^2 + 5x_1 + m + 9}}$.

Bài 3. (2,0 điểm).

Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho parabol (P): $y = 2x^2$ và đường thẳng d : $y = \sqrt{2} - 3kx$.

1. Với giá trị nào của k thì đường thẳng d vuông góc với đường thẳng $y = 5\sqrt{2} - x$?
2. Chứng minh (P) và d luôn cắt nhau tại hai điểm nằm về hai phía trục tung.
3. Gọi $A(x_1; y_1), B(x_2; y_2)$ là hai giao điểm của (P) và d . Tìm giá trị nhỏ nhất của

$$Q = (x_1 - x_2)^2 + \left(\frac{2 + y_1}{2x_1} - \frac{2 + y_2}{2x_2} \right)^2.$$

Bài 4. (3,5 điểm).

Cho nửa đường tròn (O), đường kính BC. Gọi D là điểm cố định thuộc đoạn thẳng OC (D khác O và D khác C). Vẽ đường thẳng d vuông góc với BC tại điểm D, đường thẳng d cắt nửa đường tròn (O) tại điểm A. Trên cung AC lấy điểm M bất kỳ (M khác A và M khác C), tia BM cắt đường thẳng d tại điểm K, tia CM cắt đường thẳng d tại điểm E. Đường thẳng BE cắt nửa đường tròn (O) tại điểm N (N khác B).

1. Chứng minh tứ giác CDNE nội tiếp.
2. Chứng minh ba điểm C, K, N thẳng hàng và $CD \cdot BD = KD \cdot KE$.
3. Tiếp tuyến tại N của nửa đường tròn (O) cắt đường thẳng d tại F. Chứng minh F là trung điểm của KE và OF vuông góc với MN.
4. Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác BKE. Chứng minh I nằm trên một đường thẳng cố định.

Bài 5. (0,5 điểm). Thí sinh chỉ được lựa chọn một trong hai ý (5.1 hoặc 5.2).

1. Cho a và b là hai số thực dương thỏa mãn điều kiện $ab + 4 \leq 2b$.

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $S = \frac{ab}{a^2 + 2b^2}$.

2. Giải phương trình $2\left(2\sqrt{1+x^2} - \sqrt{1-x^2}\right) - \sqrt{1-x^4} = 3x^2 + 1$.

-----HẾT-----

Bài 1. (1,5 điểm).

Cho biểu thức $P = \left(\frac{\sqrt{x}-1}{x-4} - \frac{\sqrt{x}+1}{x-4\sqrt{x}+4} \right) \cdot \frac{x\sqrt{x}-2x-4\sqrt{x}+8}{6\sqrt{x}-18}$.

1. Rút gọn biểu thức P .
2. Tìm tất cả các giá trị của x để $0 < P < 1$.

Bài 2. (1,0 điểm).

Một ca nô chạy trên sông 5 giờ, xuôi dòng 54km và ngược dòng 63km. Một lần khác cũng trên dòng sông đó, ca nô này chạy trong 8 giờ, bao gồm xuôi dòng 108km và ngược dòng 84km. Tính vận tốc riêng của ca nô biết vận tốc của dòng nước, vận tốc riêng của ca nô không đổi.

Bài 3. (1,5 điểm).

1. Giải phương trình $x^4 - 3x^3 + 2x^2 + x = \sqrt{3x-2}$.
2. Giải hệ phương trình $\begin{cases} 1+x+xy=5y, \\ 1+x^2y^2=5y^2. \end{cases}$

Bài 4. (2,0 điểm).

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $d: y = (m+2)x - m + 3$.

1. Chứng minh rằng (P) và d luôn có hai điểm chung $A(x_1; y_1), B(x_2; y_2)$ phân biệt.
2. Tìm điều kiện tham số m sao cho $\frac{1}{\sqrt{x_1}} + \frac{1}{\sqrt{x_2}} > \sqrt{2}$.
3. Xét các điểm $E(1;7), F(-1;5)$ và I là trung điểm của đoạn thẳng EF . Tìm tọa độ điểm M thuộc (P) sao cho MI là phân giác của góc $\widehat{EMF}$.

Bài 5. (3,5 điểm).

Cho tam giác ABC vuông tại A , đường cao AH , H thuộc BC . Đường tròn (C_1) tâm E đường kính BH cắt AB tại M , M khác B . Đường tròn (C_2) tâm F đường kính CH cắt AC tại N , N khác C . Gọi O là giao điểm của AH và MN , I là trung điểm của đoạn thẳng EF .

1. Chứng minh $AM \cdot AB = AN \cdot AC$ và $AM \cdot AB + AN \cdot AC = 8OM^2$.
2. Chứng minh MN là tiếp tuyến chung của (C_1) và (C_2) .
3. Chứng minh $OI \perp MN$ và $IM = IN$.
4. Chứng minh đẳng thức $4(EN^2 + FM^2) = BC^2 + 6AH^2$.

Bài 6. (0,5 điểm). Thí sinh chỉ được lựa chọn một trong hai ý (6.1 hoặc 6.2).

1. Cho a và b là hai số thực dương thỏa mãn điều kiện $a + 2b \geq 8$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = 2a + 3b + \frac{4}{a} + \frac{9}{b}$.

2. Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2x^2y + y^3 = 2x^4 + x^6, \\ (x+2)\sqrt{y+1} = (x+1)^2. \end{cases}$

-----HẾT-----

Bài 1. (2,0 điểm).

Cho biểu thức $K = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}}{x-1} \right) : \left(\frac{2}{x} - \frac{2-x}{x\sqrt{x}+x} \right)$.

1. Rút gọn biểu thức K .
2. Tìm điều kiện của x để giá trị của K không nhỏ hơn 2.
3. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $L = \sqrt{K-1}$.

Bài 2. (2,0 điểm).

Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho parabol $(P): y = \frac{x^2}{4}$ và đường thẳng $d: y = nx + 2$.

1. Tìm n để (P) cắt d tại hai điểm phân biệt $H(x_1; y_1), K(x_2; y_2)$ thỏa mãn

$$\begin{cases} x_1 > x_2 \\ y_1 + y_2 = |x_1| - |x_2| \end{cases}$$

2. Gọi A và B là hai điểm thuộc (P) có hoành độ lần lượt là -2 và 8 . Tìm tất cả các điểm C trên (P) sao cho tam giác ABC vuông tại C .

Bài 3. (2,0 điểm).

Cho phương trình $x^2 - (m^2 + 4m + 8)x + m^2 + 4m + 7 = 0$ (1), m là tham số thực.

1. Chứng minh phương trình (1) có hai nghiệm dương với mọi giá trị của m .
2. Giả sử (1) có hai nghiệm x_1, x_2 . Trong trường hợp $x_1 > x_2$:
 - a) Tìm điều kiện của m để $x_1 < 2x_2 + 5$.

- b) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $K = \sqrt{x_1 - x_2 - 2} + \sqrt{m^2 - 6m + 9}$.

Bài 4. (3,5 điểm).

Từ một điểm M ở ngoài đường tròn (O) vẽ hai tiếp tuyến MA, MB với (O) , A và B là hai tiếp điểm. Gọi H là giao điểm của OM với AB , I là một điểm bất kỳ thuộc đoạn thẳng AH , đường thẳng OI và vuông góc với OI cắt các tia MA, MB lần lượt tại E và F .

1. Chứng minh bốn điểm O, I, F, B cùng thuộc một đường tròn.
2. Chứng minh AB vuông góc với OM và $AM.AH = MH.AO$.
3. Chứng minh tam giác OEF cân.
4. Tìm vị trí của điểm I trên đoạn AH để F là trung điểm của đoạn thẳng BM .

Bài 5. (0,5 điểm). Thí sinh chỉ được lựa chọn một trong hai ý (5.1 hoặc 5.2).

1. Cho ba số thực dương $x > 5; y > 5; z > 5$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \frac{x}{\sqrt{y+z-9}} + \frac{y}{\sqrt{x+z-9}} + \frac{z}{\sqrt{x+y-9}}.$$

2. Giả sử $f(x) = ax^2 + bx + c \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ và $c < a$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \frac{11a - 3b - c}{a - c}.$$

-----HẾT-----

Bài 1. (2,0 điểm).

Cho biểu thức $K = \left(\frac{\sqrt{x} + 2}{x + 2\sqrt{x} + 1} - \frac{\sqrt{x} - 2}{x - 1} \right) : \left(1 - \frac{x^2 - 2x - 1}{x^2 - 2x + 1} \right)$.

1. Rút gọn K .
2. Tính giá trị của K khi $x = 13 - 4\sqrt{3}$.
3. Tìm giá trị nhỏ nhất của K .

Bài 2. (2,0 điểm).

Cho phương trình $x^2 - (m^2 + 2m + 6)x + m^2 + 2m + 5 = 0$ (1), m là tham số thực.

1. Giải phương trình (1) với $m = -3$.
2. Tìm điều kiện tham số m để (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn
 - a) Biểu thức $|x_1 - x_2|$ đạt giá trị nhỏ nhất.
 - b) $x_1 > x_2$ và $x_1 - x_2 < m^2 + 6$.

Bài 3. (2,0 điểm).

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho parabol $(P): y = \frac{x^2}{4}$ và đường thẳng $d: y = (k + 1)x - 4k$.

1. Tìm k để (P) cắt d tại hai điểm $H(x_1; y_1), K(x_2; y_2)$ sao cho biểu thức $2y_1 + y_2 + \frac{1}{k^2}$ đạt giá trị nhỏ nhất.
2. Gọi A và B là hai điểm thuộc (P) có hoành độ lần lượt là -2 và 8 . Tìm tọa độ các điểm C và D thỏa mãn đồng thời các điều kiện
 - C nằm trên nhánh trái parabol (P) , D nằm trên tia đối của tia OB .
 - Ba điểm A, C, D thẳng hàng.
 - $DA \cdot DC = DO \cdot DB$.

Bài 4. (3,5 điểm).

Cho tam giác OAB vuông cân tại O . Vẽ đường tròn $(O; OA)$, điểm M di động trên cung lớn AB sao cho tam giác MAB có ba góc nhọn. Gọi H là trực tâm của tam giác MAB , AH cắt (O) và BM lần lượt tại C và F , BH cắt (O) và AM lần lượt tại D và E .

1. Chứng minh tứ giác $EHFM$ nội tiếp và EF song song với CD .
2. Chứng minh F là trung điểm của CH và ba điểm C, O, D thẳng hàng.
3. AD cắt BC tại S . Tứ giác $ASBM$ là hình gì? Vì sao?
4. Gọi I là giao điểm của SH và CD . Chứng minh I thuộc một đường cố định khi M di động trên đường tròn (O) .

Bài 5. (0,5 điểm). Thí sinh chỉ được lựa chọn một trong hai ý (5.1 hoặc 5.2).

1. Tìm tất cả các bộ số thực không âm $(a; b; c)$ thỏa mãn

$$a^2 + b^2 + c^2 + ab^2 + bc^2 + ca^2 + 9 = 5(a + b + c).$$

2. Cho $0 \leq x \leq 1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $F = x(13\sqrt{1-x^2} + 9\sqrt{1+x^2})$.

-----HẾT-----

Bài 1. (1,5 điểm).

Cho biểu thức $T = \left(\frac{x-y}{\sqrt{x}-\sqrt{y}} + \frac{\sqrt{x^3}-\sqrt{y^3}}{y-x} \right) : \frac{(\sqrt{x}-\sqrt{y})^2 + \sqrt{xy}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}$, với $x \geq 0, y \geq 0, x \neq y$.

1. Rút gọn biểu thức T .
2. Giá trị biểu thức T có thể âm hay không? Vì sao?

Bài 2. (2,5 điểm).

Cho phương trình $x^2 - 2(m+2)x + 2m + 2 = 0$ (1), m là tham số thực.

1. Tìm điều kiện tham số m để (1) có hai nghiệm phân biệt cùng dương.
2. Tìm tất cả các giá trị m để (1) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn
 - a) $S = x_1^2 + x_2^2 + (x_1^2 - 2mx_1 + 2m)(x_2^2 - 2mx_2 + 2m)$ đạt giá trị nhỏ nhất.
 - b) x_1, x_2 tương ứng là độ dài hai cạnh góc vuông của một tam giác vuông có độ dài chiều cao $h = \frac{\sqrt{6}}{3}$, h là chiều cao ứng với cạnh huyền.

Bài 3. (1,0 điểm).

Một ô tô đi từ A đến B cách nhau 260km, sau khi ô tô đi được 120km với vận tốc dự định thì tăng vận tốc thêm 10km/h trên quãng đường còn lại. Tính vận tốc dự định của ô tô, biết xe đến B sớm hơn thời gian dự định 20 phút.

Bài 4. (1,0 điểm). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng

$$d: y = 2(2a+1)x - 4a^2 - 4a + 3.$$

Tìm điều kiện của a để (P) cắt d tại hai điểm $A(x_1; y_1), B(x_2; y_2)$ thỏa mãn đồng thời

- Điểm A có hoành độ nhỏ hơn.
- Khoảng cách từ A đến trục tung gấp đôi khoảng từ B đến trục tung.

Bài 5. (3,5 điểm).

Cho tam giác MAB vuông tại M , $MA < MB$, đường cao MH , H thuộc AB . Đường tròn (O) đường kính MH cắt MA, MB lần lượt tại E và F , E và F khác M .

1. Chứng minh tứ giác $MEHF$ là hình chữ nhật.
2. Chứng minh tứ giác $AEFB$ nội tiếp.
3. Đường thẳng EF cắt đường tròn (O') ngoại tiếp tam giác MAB tại các điểm P và Q , P thuộc cung MA . Chứng minh tam giác MPQ cân.
4. Gọi I là giao điểm thứ hai của (O) và (O') , K là giao điểm của đường thẳng EF và đường thẳng AB . Chứng minh ba điểm M, I, K thẳng hàng.

Bài 6. (0,5 điểm). Thí sinh chỉ được lựa chọn một trong hai ý (6.1 hoặc 6.2).

1. Cho ba số thực dương a, b, c . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$T = \sqrt{\frac{a^3}{a^3 + (b+c)^3}} + \sqrt{\frac{b^3}{b^3 + (a+c)^3}} + \sqrt{\frac{c^3}{c^3 + (b+a)^3}}$$

2. Giải phương trình $2(3x+5)\sqrt{3x+1} - (3x+1)\sqrt{6x+1} = 12x+9$.

-----HẾT-----

Bài 1. (2,0 điểm).

Cho biểu thức $M = \left(\frac{3+\sqrt{x}}{3-\sqrt{x}} - \frac{3-\sqrt{x}}{3+\sqrt{x}} + \frac{4x}{x-9} \right) : \left(\frac{5}{3+\sqrt{x}} - \frac{4\sqrt{x}+1}{3\sqrt{x}+x} \right)$ với $x > 0, x \neq 1, x \neq 9$.

1. Rút gọn biểu thức M .
2. Tính giá trị của M khi x thỏa mãn $x+4=3\sqrt{x+2}$.
3. Với điều kiện nào của x thì M có giá trị không âm?

Bài 2. (2,0 điểm).

Cho phương trình $x^2 - (2m+2)x + m^2 + 2m = 0$ (1), m là tham số thực.

Tìm điều kiện tham số m để (1) có hai nghiệm có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn

1. $|x_1^5 - x_2^5| + m^5 = 32$.
2. x_1, x_2 tương ứng là độ dài hai cạnh góc vuông của một tam giác vuông có góc nhọn α thỏa mãn $\cos \alpha = \frac{2}{\sqrt{13}}$.

Bài 3. (2,0 điểm).

1. Một đội công nhân được giao làm 1200 sản phẩm trong thời gian nhất định. Sau khi làm 5 ngày với năng suất dự kiến, đội đã tăng năng suất mỗi ngày thêm 10 sản phẩm. Do đó đội đã hoàn thành công việc được giao sớm 5 ngày. Hỏi theo kế hoạch đội đó phải hoàn thành công việc trong bao nhiêu ngày?

1. Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 2\sqrt{x+3y+2} - 3\sqrt{y} = \sqrt{x+2}, \\ \sqrt{y-1} - \sqrt{4-x} + 8 - x^2 = 0. \end{cases}$$

Bài 4. (3,5 điểm).

Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn $(O;R)$, đường kính BC , $AB > AC$. Từ A kẻ tiếp tuyến với đường tròn (O) cắt tia BC tại M . Kẻ dây AD vuông góc với BC tại H .

1. Chứng minh tứ giác $AMDO$ nội tiếp.
2. Kẻ AN vuông góc với BD tại N , E là trung điểm của AN , F là giao điểm thứ hai của BE với (O) , P là giao điểm của AN với BC , Q là giao điểm của AF và BC . Chứng minh tứ giác $AEHF$ nội tiếp và $BH = \sqrt{BP \cdot BQ}$.
3. Từ F kẻ đường thẳng song song với BC cắt AD và AM lần lượt tại I và K . Chứng minh F là trung điểm của đoạn thẳng IK .

Bài 5. (0,5 điểm). Thí sinh chỉ được lựa chọn một trong hai ý (5.1 hoặc 5.2).

1. Cho các số thực dương a, b, c thỏa mãn $a+b+c=1$. Chứng minh

$$\frac{4}{81(ab+bc+ca)} + abc \geq \frac{5}{27}.$$

2. Cho hai số thực dương a và b thỏa mãn $a^{100} + b^{100} = a^{101} + b^{101} = a^{102} + b^{102}$.

Tính $E = a^{2018} + b^{2018}$.

-----HẾT-----

[37]

MÔN THI: TOÁN

Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian phát đề)

Bài 1. (1,5 điểm).

Cho hai biểu thức $S = \frac{a-9}{\sqrt{a}-3} \cdot \left(\frac{3}{\sqrt{a}-3} + \frac{2}{\sqrt{a}+3} + \frac{a-5\sqrt{a}-3}{a-9} \right)$.

1. Rút gọn biểu thức S .
2. Với $a > 9$, tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức S .

Bài 2. (2,0 điểm).

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $d: y = 2mx - m + 5$.

1. Tìm điều kiện của m và n để đường thẳng d song song với đường thẳng $y = (8m-1)x + n$.
2. Tìm m để (P) cắt d tại hai điểm phân biệt $A(x_1; y_1), B(x_2; y_2)$ thỏa mãn
 - a) $x_1^2 + 2mx_2 + m - 5 = y_1$.
 - b) A và B nằm về hai phía của đường thẳng $x = \frac{3}{2}$.

Bài 3. (1,5 điểm).

Cho hệ phương trình $\begin{cases} ax - y = 2, \\ x + (a+1)y = a+2. \end{cases}$ (I), a là tham số thực.

1. Giải hệ phương trình (I) với $a = -2$.
2. Chứng minh hệ phương trình (I) luôn có nghiệm duy nhất với mọi a , đồng thời giá trị của biểu thức $T = x^2 + xy + y^2 - 2x + y + \sqrt{2}$ không phụ thuộc vào a .

Bài 4. (1,0 điểm).

Một đội xe dự định dùng một số xe cùng loại để chở 120 tấn hàng gửi tặng đồng bào nghèo ở vùng cao biên giới. Lúc sắp khởi hành đội được bổ sung thêm 5 xe nữa cùng loại. Nhờ vậy, so với ban đầu, mỗi xe phải chở ít hơn 2 tấn. Hỏi lúc đầu đội có bao nhiêu xe? Biết khối lượng hàng mỗi xe phải chở như nhau.

Bài 5. (3,5 điểm).

Từ một điểm A nằm ngoài đường tròn $(O; R)$, vẽ tiếp tuyến AB, AC với đường tròn, với B và C là tiếp điểm. Trên cung nhỏ BC lấy một điểm M bất kỳ, vẽ MI vuông góc với AB , MK vuông góc với AC , I thuộc AB và K thuộc AC .

1. Chứng minh tứ giác $AIMK$ nội tiếp đường tròn.
2. Kẻ MP vuông góc với BC , P thuộc BC . Chứng minh $\widehat{MPK} = \widehat{MBC}$.
3. Chứng minh rằng $MI \cdot MK = MP^2$.
4. Xác định vị trí của điểm M trên cung nhỏ BC để tích $MI \cdot MP \cdot MK$ đạt giá trị lớn nhất.

Bài 6. (0,5 điểm). Thí sinh chỉ được lựa chọn một trong hai ý (6.1 hoặc 6.2).

1. Cho ba số thực không âm x, y, z thỏa mãn $x^2 + y^2 + z^2 \leq 3y$. Tìm giá trị nhỏ nhất của

$$F = \frac{1}{(x+1)^2} + \frac{4}{(y+2)^2} + \frac{8}{(z+3)^2}.$$

2. Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^3 - 3x + 2 = y^3 + 3y^2, \\ \sqrt{x-2} + \sqrt{x^3 - 3x^2 + y + 2} = x^2 - 3y. \end{cases}$

-----HẾT-----

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:; Số báo danh:

Bài 1. (2,0 điểm).

Cho biểu thức $P = \left[\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+3} + \frac{x^2-x-5}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-2)} \right] : \frac{x+4\sqrt{x}+4}{x+5\sqrt{x}+6}$.

1. Rút gọn biểu thức P .
2. Tìm tất cả các số nguyên x để P nhận giá trị âm.
3. Tìm tất cả các bộ số $(x;y)$ thỏa mãn $P(x-4)+4y^2-4xy+9+|2x-y-3|=0$.

Bài 2. (2,0 điểm).

Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $\Delta: y = 2mx + 6m + 9$.

1. Tìm điều kiện của m để Δ tạo với hai trục tọa độ một tam giác có diện tích lớn hơn 56,25 (đơn vị diện tích).
2. Trong trường hợp (P) cắt Δ tại hai điểm phân biệt $A(x_1; y_1), B(x_2; y_2)$:
 - a) Tìm số nguyên dương m để độ dài đoạn thẳng AB bằng $8\sqrt{5}$.
 - b) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $Q = \frac{1}{y_1} + \frac{2}{y_2} - 4\left(\frac{1}{x_1} + \frac{2}{x_2}\right) + 5$.

Bài 3. (2,0 điểm).

Cho phương trình bậc hai ẩn $x: x^2 - 4ax + a^2 - 2a + 1 = 0$ (1), a là tham số thực.

1. Tìm điều kiện của a để (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 . Chứng minh khi đó hai nghiệm không thể trái dấu nhau.
2. Tìm tất cả các giá trị của a để $|\sqrt{x_1} - \sqrt{x_2}| = 1$.

Bài 4. (3,5 điểm).

Cho đường tròn (O) và điểm A ở ngoài đường tròn. Các tiếp tuyến với đường tròn (O) kẻ từ điểm A tiếp xúc với đường tròn (O) tại B và C . Trên đường tròn (O) lấy điểm M , khác với B và C sao cho M và A nằm về hai phía của đường thẳng BC . Từ M kẻ MH vuông góc với BC , MK vuông góc với AC và MI vuông góc với AB .

1. Chứng minh tứ giác $MIBH$ nội tiếp.
2. Đường thẳng AM cắt đường tròn tại điểm thứ hai N . Chứng minh tam giác ABN đồng dạng với tam giác AMB , từ đó suy ra $AB^2 = AM \cdot AN$.
3. Chứng minh $\widehat{MIH} = \widehat{MHK}$.
4. Chứng minh rằng $MI + MK \geq 2MH$.

Bài 5. (0,5 điểm). Thí sinh chỉ được lựa chọn một trong hai ý (5.1 hoặc 5.2).

1. Cho các số thực dương a, b, c thỏa mãn $a + b + c = 1$. Tìm giá trị lớn nhất của

$$P = \frac{a}{4(a+bc)} + \frac{b}{5(b+ca)} + \frac{c}{3(c+ab)}.$$

2. Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 3\sqrt{y^3(2x-y)} + \sqrt{x^2(5y^2-4x^2)} = 4y^2, \\ \sqrt{2-x} + \sqrt{y+1} + 2 = x + y^2. \end{cases}$$

-----HẾT-----

Bài 1. (1,5 điểm).

Cho biểu thức $M = \frac{\sqrt{x}+2}{1+\sqrt{x}} \cdot \left(\frac{2\sqrt{x}}{x-\sqrt{x}-6} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} \right) : \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}$ với $x > 0, x \neq 9$.

1. Rút gọn biểu thức M .
2. Tìm giá trị lớn nhất của M khi x nguyên dương.

Bài 2. (2,0 điểm).

Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $d: y = (m-1)x + 2$.

1. Tìm m để đường thẳng d đi qua tiếp điểm Q của (P) và đường thẳng $y = 6x - 9$.
2. Chứng minh (P) luôn cắt d tại hai điểm phân biệt $M(x_1; y_1), N(x_2; y_2)$. Tìm độ dài ngắn nhất của đoạn thẳng MN .
3. Tồn tại một hình vuông (V) có một đỉnh là gốc tọa độ O, một đỉnh nằm trên trục tung và hai đỉnh còn lại nằm trên parabol (P) . Tính chu vi của hình vuông (V) .

Bài 3. (2,0 điểm).

Cho phương trình $x^2 - 2ax + 3a - 7 = 0$ (1), a là tham số thực.

1. Chứng minh (1) có hai nghiệm phân biệt với mọi giá trị của a .
2. Tìm điều kiện của a để (1) có hai nghiệm x_1, x_2 khác 0 thỏa mãn

a) $3(x_1 + x_2) - 4 = \sqrt{x_1 x_2} + 8$.

b) $\frac{x_1^3 - 2ax_1^2 + 3ax_1 + 1}{x_2^3 - 2ax_2^2 + 3ax_2 + 1} = -1$.

Bài 4. (1,0 điểm).

Một người đi từ A đến B với vận tốc và thời gian định trước. Nếu người đó đi nhanh hơn mỗi giờ 10km/h thì tới B sớm hơn dự định 36 phút, nếu người đó đi chậm hơn mỗi giờ 10km/h thì tới B muộn hơn dự định 54 phút. Tính độ dài quãng đường AB.

Bài 5. (3,0 điểm).

Cho đường tròn $(O; R)$, đường kính AB cố định. Kẻ tiếp tuyến Ax của đường tròn (O), từ một điểm E bất kỳ trên tiếp tuyến Ax vẽ tiếp tuyến EC với đường tròn (O), C là tiếp điểm và C khác A. Vẽ đường tròn (K) đi qua C và tiếp xúc với tia Ax tại E. Vẽ đường kính EF của đường tròn (K), gọi M là trung điểm đoạn thẳng OE.

1. Chứng minh ba điểm O, C, F thẳng hàng và M thuộc đường tròn (K).
2. Gọi N là trung điểm của OA, Q là giao điểm của BE và FN. Chứng minh $\widehat{NMF} = \widehat{EOB}$.
3. Ký hiệu d là đường thẳng đi qua F và vuông góc với BE, chứng minh đường thẳng d luôn đi qua một điểm cố định khi E di chuyển trên tia tiếp tuyến Ax.

Bài 6. (0,5 điểm). Thí sinh chỉ được lựa chọn một trong hai ý (6.1 hoặc 6.2).

1. Cho ba số thực dương $x > 1, y > 1, z > 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$T = \frac{x}{3\sqrt{x+2y-1}-4} + \frac{y}{3\sqrt{y+2z-1}-4} + \frac{z}{3\sqrt{z+2x-1}-4}.$$

2. Giải phương trình $\sqrt{x^2 - \frac{7}{x^2}} + \sqrt{x - \frac{7}{x}} = x$.

-----HẾT-----

Bài 1. (1,5 điểm).

Cho biểu thức $B = \left(\frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}-1} - \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+3} + \frac{x-\sqrt{x}+8}{x+2\sqrt{x}-3} \right) : \left(3 - \frac{11}{\sqrt{x}+3} \right)$ với $x \geq 0, x \neq 1, x \neq \frac{4}{9}$.

1. Rút gọn biểu thức B .
2. Tìm tất cả các giá trị nguyên của x để biểu thức $\frac{B}{2018}$ nhận giá trị nguyên.

Bài 2. (2,0 điểm).

Cho phương trình $x^2 + (m-1)x - m^2 - 2 = 0$ (1), m là tham số thực.

1. Chứng minh (1) luôn có hai nghiệm trái dấu x_1, x_2 với mọi giá trị m .
2. Tìm m để biểu thức $T = \left(\frac{x_1}{x_2} \right)^5 + \left(\frac{x_2}{x_1} \right)^5$ đạt giá trị lớn nhất.
3. Tìm m để $K = \sqrt[4]{(1-m)x_1^3 + (m^2+2)x_1^2} + |x_2|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Bài 3. (1,5 điểm).

1. Giải phương trình $2x - 3\sqrt{4x^2 + 4x + 1} = x^3 - 3\sqrt{2x + 1}$.
2. Theo kế hoạch, hai xí nghiệp A và B phải làm tổng cộng 720 dụng cụ cùng loại. Trên thực tế do cải tiến kỹ thuật, xí nghiệp A hoàn thành vượt mức 12%, xí nghiệp B hoàn thành vượt mức 10% so với kế hoạch. Do đó thực tế cả hai xí nghiệp làm được tổng cộng 800 dụng cụ. Tính số dụng cụ mỗi xí nghiệp phải làm theo kế hoạch.

Bài 4. (1,5 điểm).

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng $d: y = 2x + a^2 - 1$ và parabol $(P): y = x^2$.

1. Tìm a để d cắt (P) tại hai điểm phân biệt A, B .
2. Gọi H và K tương ứng là hình chiếu vuông góc của A và B trên trục hoành. Tìm a để độ dài đoạn thẳng HK bằng 3 (đơn vị độ dài).

Bài 5. (3,5 điểm).

Cho nửa đường tròn (O) đường kính $AB = 2R$, C là điểm bất kỳ nằm trên nửa đường tròn sao cho C khác A và $AC < CB$. Điểm D thuộc cung nhỏ BC sao cho $\widehat{COD} = 90^\circ$. Gọi E là giao điểm của AD và BC , F là giao điểm của AC và BD .

1. Chứng minh $CEDF$ là tứ giác nội tiếp.
2. Chứng minh $FC.FA = FD.FB$.
3. Gọi I là trung điểm đoạn thẳng EF . Chứng minh IC là tiếp tuyến của (O) .
4. Khi C thay đổi thỏa mãn điều kiện bài toán thì điểm E thuộc đường tròn cố định nào?

Bài 6. (0,5 điểm). Thí sinh chỉ được lựa chọn một trong hai ý (6.1 hoặc 6.2).

1. Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} (4x^2 + 1)x + (y - 3)\sqrt{5 - 2y} = 0, \\ \sqrt{5 - 2y} + 7x + 17 = 6\sqrt{8x + 1} + 4\sqrt{x + 3}. \end{cases}$$
2. Cho ba số không âm a, b, c thỏa mãn $a + b + c = 1$. Chứng minh $a^2 + b^2 + c^2 + \sqrt{12abc} \leq 1$.

-----HẾT-----

Bài 1. (2,0 điểm).

Cho biểu thức $P = \left(\frac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} + \frac{\sqrt{x}}{2-\sqrt{x}} + \frac{8\sqrt{x}}{x-4} \right) : \left(2 - \frac{2\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+2} \right)$.

1. Rút gọn P .
2. Tìm tất cả các giá trị của x để $|P| > P$.
3. Tìm giá trị nhỏ nhất của P khi $x > 4$.

Bài 2. (2,0 điểm).

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho parabol $(P): y = -x^2$ và đường thẳng $d: y = 2x - m^2 + 1$.

1. Tìm m để (P) và d cùng đi qua điểm có hoành độ bằng 3.
2. Khi $m = -\sqrt{3}$, (P) cắt d theo dây cung AB , hãy tính diện tích tam giác OAB .
3. Tìm m để (P) cắt d tại hai điểm phân biệt D, E sao cho khoảng cách từ D đến trục tung gấp đôi khoảng cách từ E đến trục tung.

Bài 3. (2,0 điểm).

1. Hai người thợ cùng làm một công việc trong 16 giờ thì xong. Nếu người thứ nhất làm riêng trong 3 giờ rồi người thứ hai làm tiếp trong 6 giờ thì họ làm được 25% khối lượng công việc. Hỏi nếu mỗi người thợ làm một mình thì hoàn thành công việc đó trong bao lâu?
2. Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 4\sqrt{2y-1} = 5-x, \\ x+y=2. \end{cases}$$
3. Giải bất phương trình
$$\frac{x^4+x^2-2}{\sqrt{x^2-x+5}-2} \leq 0.$$

Bài 4. (3,5 điểm).

Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a , N là trung điểm của cạnh CD , BN cắt AC tại F . Vẽ đường tròn tâm O đường kính BN , đường tròn (O) cắt AC tại E , kéo dài BE cắt AD tại M .

1. Chứng minh tứ giác $MDNE$ nội tiếp.
2. Tính diện tích tam giác BEN theo a .
3. Gọi I là giao điểm của (O) với MN , H là giao điểm của BI và NE . Chứng minh MH vuông góc với BN .
4. Chứng minh ba điểm M, H, F thẳng hàng.

Bài 5. (0,5 điểm). Thí sinh chỉ được lựa chọn một trong hai ý (5.1 hoặc 5.2).

1. Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x^3 + 2\sqrt{(2x-1)^3} = (4y-x)(2x-1), \\ \sqrt[3]{4(x^3+y^3)} + \sqrt{2(x^2+y^2)} = \frac{2x+2y}{(x-y)^2+1}. \end{cases}$$
2. Cho a, b, c là độ dài ba cạnh của một tam giác. Chứng minh

$$\frac{3a-b}{a^2+ab} + \frac{3b-c}{b^2+bc} + \frac{3c-a}{c^2+ca} \leq \frac{9}{a+b+c}.$$

-----HẾT-----

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:; Số báo danh:

Bài 1. (2,0 điểm).

Cho biểu thức $P = \frac{7\sqrt{x}-2}{2\sqrt{x}+1} : \left(\frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-3} - \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+3} - \frac{36}{x-9} \right)$ với $x \geq 0; x \neq 9$.

- Với giá trị nào của x thì $|P-1| > P-1$?
- Tìm tất cả các giá trị của x để P nhận giá trị nguyên dương.

Bài 2. (1,0 điểm).

Một mảnh vườn hình chữ nhật có diện tích $300m^2$. Nếu giảm chiều dài đi $2m$ và tăng chiều rộng thêm $3m$ thì mảnh vườn trở thành hình vuông. Tính chiều dài và chiều rộng của mảnh vườn.

Bài 3. (2,0 điểm).

Trong hệ tọa độ Oxy cho parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $d: y = -2(m+2)x + 4m + 12$.

- Tìm giá trị của tham số m để (P) cắt d tại hai điểm $A(x_1; y_1), B(x_2; y_2)$ thỏa mãn
 - $\sqrt{x_1^2 - 2(m+2)x_2 - 4m - 12} = x_2 + 7$.
 - $y_1 = 4y_2 + 58$.
- Xét điểm $E\left(2; \frac{1}{2}\right)$, tìm điểm D thuộc (P) sao cho đoạn thẳng DE có độ dài ngắn nhất.

Bài 4. (1,5 điểm).

- Giải phương trình $\frac{4}{x} + \sqrt{x - \frac{1}{x}} = x + \sqrt{2x - \frac{5}{x}}$.
- Giải hệ phương trình $\begin{cases} xy(x+y) = 2, \\ x^3 + y^3 + 6 = 8x^2y^2. \end{cases}$

Bài 5. (3,0 điểm).

Cho đường tròn (O) đường kính AB . Gọi H là điểm nằm giữa O và B . Kẻ dây CD vuông góc với AB tại H . Trên cung nhỏ AC lấy điểm E bất kỳ (E khác A và C). Kẻ CK vuông góc với AE tại K . Đường thẳng DE cắt CK tại F .

- Chứng minh tứ giác $AHCK$ nội tiếp.
- Chứng minh KH song song với ED và tam giác ACF cân.
- Tìm vị trí của điểm E để diện tích tam giác ADF lớn nhất.

Bài 6. (0,5 điểm). Thí sinh chỉ được lựa chọn một trong hai ý (6.1 hoặc 6.2).

- Giải hệ phương trình $\begin{cases} 3x^2 + 2y + 1 = 2z(x+2), \\ 3y^2 + 2z + 1 = 2x(y+2), \\ 3z^2 + 2x + 1 = 2y(z+2). \end{cases}$
- Cho các số thực dương x, y, z thỏa mãn $xy + yz + xz = 5$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$T = \frac{3x+3y+2z}{\sqrt{6(x^2+5)} + \sqrt{6(y^2+5)} + \sqrt{z^2+5}}.$$

-----HẾT-----

Bài 1. (2,0 điểm).

Cho biểu thức $Q = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} + \frac{1-\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} - \frac{\sqrt{x}-4}{x-\sqrt{x}-2} \right) : \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-2}$ với $x \geq 0, x \neq 4$.

1. Rút gọn biểu thức Q .
2. Tìm điều kiện của x để $Q < -1$.
3. Tính giá trị của Q khi x thỏa mãn $x+3=4\sqrt{x}$.

Bài 2. (1,0 điểm).

Một người đi xe đạp xuất phát từ A . Sau 4 giờ, một người đi xe máy cũng đi từ A và đuổi theo trên cùng một con đường và gặp người đi xe đạp tại địa điểm cách A là 60km. Tính vận tốc của mỗi người biết vận tốc của người đi xe máy lớn hơn vận tốc của người đi xe đạp là 20 km/h.

Bài 3. (1,5 điểm).

Trong hệ tọa độ Oxy cho parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $d: y = -2ax - 4a$.

1. Chứng minh điểm cố định $M(x_0; y_0)$ của đường thẳng d nằm trên trục hoành.
2. Tìm tất cả các giá trị của a để parabol (P) cắt (d) tại hai điểm có tung độ y_1, y_2 thỏa mãn $\sqrt{y_1} + \sqrt{y_2} = 3$.

Bài 4. (2,0 điểm).

Cho phương trình $x^2 - 2(m-1)x + m^2 - 2m - 3 = 0$ (1), m là tham số thực.

1. Chứng minh phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt với mọi giá trị m .
2. Gọi hai nghiệm của (1) là x_1, x_2 . Tìm m để

- a) $x_1 + 1 = \sqrt{x_2}$.
- b) $\frac{3x_2 - 4}{3x_1 - 1} + \frac{3x_1 - 3}{3x_2 - 2} = 5$ với $x_1 > x_2 + 1$.

Bài 5. (3,0 điểm).

Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn tâm O có $\widehat{BAC} = 60^\circ, AC = b > c > 0, AB = c > 0$. Gọi F là một điểm nằm trên cung nhỏ BC , đường kính EF của (O) vuông góc với BC tại M . Gọi I và J lần lượt là hình chiếu của E lên AB và AC . Gọi H và K lần lượt là hình chiếu của F trên AB và AC .

1. Chứng minh các tứ giác $AIEJ$ và $CMJE$ nội tiếp.
2. Chứng minh ba điểm I, J, M thẳng hàng.
3. Chứng minh IJ vuông góc với HK .
4. Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC theo b và c .

Bài 6. (0,5 điểm). Thí sinh chỉ được lựa chọn một trong hai ý (6.1 hoặc 6.2).

1. Cho các số thực a, b, c thỏa mãn $a, b \geq 0; 0 \leq c \leq 1$ và $a^2 + b^2 + c^2 = 3$.

Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = ab + bc + ca + 3(a + b + c).$$

2. Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x^3 + x^2y = 3x^2 + 5xy + y^2 + 4x + y, \\ 3\sqrt{x} - \sqrt{y+1} = x+1. \end{cases}$$

-----HẾT-----

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
THÁI BÌNH

ĐỀ LUYỆN THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN

MÔN THI: TOÁN

(Dành cho tất cả các thí sinh dự thi)

[40]

Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian phát đề)

Bài 1. (2,0 điểm).

Cho biểu thức $M = \left(\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+2} + \frac{\sqrt{x}-2}{1-\sqrt{x}} + \frac{2x+\sqrt{x}-6}{x+\sqrt{x}-2} \right) : \frac{2\sqrt{x}+3}{2\sqrt{x}-2}$.

1. Rút gọn biểu thức M .
2. Tìm x để $3M^2 - M = 0$.
3. Tìm tất cả các giá trị nguyên của x để M nhận giá trị nguyên.

Bài 2. (2,0 điểm).

Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $d: y = mx - m + 4$.

1. Chứng minh (P) luôn cắt d tại hai điểm phân biệt $A(x_1; y_1), B(x_2; y_2)$. Khi đó
 - a) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $K = |x_1 - x_2| + m(m - 4)$.
 - b) Tìm m sao cho $(y_1 + 2mx_1 + m)(y_2 + 2mx_2 + m) = 16$.
2. Xét hai điểm $M(2; 0), N(0; -2)$. Tìm m để đường thẳng d đi qua tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác OMN , với O là gốc tọa độ.

Bài 3. (2,0 điểm).

1. Giải phương trình $\sqrt{5x^2 + 4x} - \sqrt{x^2 - 3x - 18} = 5\sqrt{x}$.
2. Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^2 + 3y^2 = 1, \\ (x + y)^3 = x. \end{cases}$
3. Giải bất phương trình $(x - 3)\sqrt{x + 3} \geq 0$.

Bài 4. (3,5 điểm).

Cho đường tròn (O) có dây cung CD cố định. Gọi M là điểm chính giữa cung nhỏ CD . Đường kính MN của đường tròn (O) cắt dây CD tại I . Lấy điểm E bất kỳ trên cung lớn CD (E khác C, D, N); ME cắt CD tại K . Các đường thẳng NE và CD cắt nhau tại P .

1. Chứng minh tứ giác $IKEN$ nội tiếp.
2. Chứng minh $EI \cdot MN = NK \cdot ME$.
3. NK cắt MP tại Q , chứng minh IK là phân giác của góc $\widehat{EIQ}$.
4. Từ C vẽ đường thẳng vuông góc với EN cắt đường thẳng DE tại H . Chứng minh khi E di động trên cung lớn CD (E khác C, D, N) thì H luôn chạy trên một đường cố định.

Bài 5. (2,0 điểm). Thí sinh chỉ được lựa chọn một trong hai ý (5.1 hoặc 5.2).

1. Cho ba số thực dương a, b, c . Chứng minh rằng

$$\frac{a}{b+c} + \frac{b}{c+a} + \frac{c}{a+b} < \sqrt{\frac{a}{b+c}} + \sqrt{\frac{b}{c+a}} + \sqrt{\frac{c}{a+b}}.$$

2. Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^3 - 7x + \sqrt{x-2} = y + 4, \\ y^3 - 7y + \sqrt{y-2} = z + 4, \\ z^3 - 7z + \sqrt{z-2} = x + 4. \end{cases}$

-----HẾT-----

[41]

Bài 1. (1,5 điểm).

Cho biểu thức $A = \left(\frac{4}{\sqrt{x}+3} + \frac{2x-\sqrt{x}-13}{x-9} - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} \right) : \frac{\sqrt{x}+5}{\sqrt{x}-3}$ với $x \geq 0, x \neq 9$.

1. Rút gọn biểu thức A .
2. Tìm tất cả các giá trị của x để $A < \frac{1}{9}$.

Bài 2. (2,0 điểm).

Cho phương trình $x^2 - 5mx - 4m = 0$ (1), m là tham số thực.

1. Tìm điều kiện của m để (1) có hai nghiệm phân biệt.
2. Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm phân biệt của (1).

a) Chứng minh $x_1^2 + 5mx_2 + 4m > 0$.

b) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $S = \frac{m^2}{x_1^2 + 5mx_2 + 4m} + \frac{x_2^2 + 5mx_1 + 4m}{m^2}$.

Bài 3. (1,5 điểm).

Cho hệ phương trình $\begin{cases} 2x + y = a, \\ x^2 + y^2 = 2. \end{cases}$ (I), a là tham số thực.

1. Giải hệ phương trình (I) với $a = 3$.
2. Chứng minh rằng khi hệ (I) có nghiệm thì $|a| \leq \sqrt{10}$.

Bài 4. (1,0 điểm).

Hai vòi nước cùng chảy vào một bể không có nước thì sau 4 giờ sẽ đầy bể. Nếu để vòi I chảy riêng trong 1 giờ rồi khóa lại và mở tiếp vòi II trong 40 phút thì cả hai vòi chảy được $\frac{2}{9}$ bể. Tính thời gian để mỗi vòi chảy riêng đầy bể.

Bài 5. (3,5 điểm).

Cho nửa đường tròn (O), đường kính AB và K là điểm chính giữa cung AB . Trên cung KB lấy một điểm M , M khác K và M khác B . Trên tia AM lấy điểm N sao cho $AN = BM$. Kẻ dây BP song song với KM . Gọi Q là giao điểm của các đường thẳng AP và BM , E là giao điểm của PB và AM .

1. Chứng minh rằng tứ giác $PQME$ nội tiếp.
2. Chứng minh $\triangle AKN = \triangle BKM$.
3. Chứng minh $AM \cdot BE = AN \cdot AQ$.
4. Gọi R, S lần lượt là giao điểm thứ hai của QA, QB với đường tròn ngoại tiếp tam giác OMP . Chứng minh rằng M di động trên cung KB thì trung điểm I của RS luôn nằm trên một đường cố định.

Bài 6. (0,5 điểm). Thí sinh chỉ được lựa chọn một trong hai ý (6.1 hoặc 6.2).

1. Giải phương trình $x^2 + x - 17 = \sqrt{(x^2 - 15)(x - 3)} + \sqrt{x^2 - 15} + \sqrt{x - 3}$.
2. Cho ba số thực dương a, b, c thỏa mãn $a + b + c = 3$. Chứng minh

$$a^2 + b^2 + c^2 + abc \geq 4.$$

-----HẾT-----

Bài 1. (1,5 điểm).

Cho biểu thức $P = \frac{\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}} : \left(\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-2} + \frac{\sqrt{x}+2}{3-\sqrt{x}} - \frac{10-5\sqrt{x}}{x-5\sqrt{x}+6} \right)$ với $x \geq 0, x \neq 9, x \neq 4$.

1. Rút gọn biểu thức P .
2. Tính giá trị của P khi $(3+2\sqrt{2})x=1$.

Bài 2. (0,5 điểm).

Hai địa điểm A và B cách nhau 84km. Một ô tô khởi hành từ A và đi thẳng đến B với vận tốc không đổi. Trên quãng đường từ B về A , vận tốc của ô tô tăng thêm 20km/h. Tính vận tốc lúc đi từ A đến B của ô tô, biết tổng thời gian đi và về của ô tô đó là 3 giờ 30 phút.

Bài 3. (2,0 điểm).

1. Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} (x+y)(x^2+y^2)=15, \\ y+y^4=x. \end{cases}$$
2. Giải hệ phương trình $\sqrt{2x+1}+3\sqrt{4x^2-2x+1}=3+\sqrt{8x^3+1}$.

Bài 4. (2,0 điểm).

Trong hệ tọa độ Oxy cho parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $d: y = -6x + a^2 - 6a$.

1. Tìm a để parabol (P) cắt đường thẳng d tại hai điểm $A(x_1; y_1), B(x_2; y_2)$ thỏa mãn
 - a) $\frac{1}{x_1-3} + \frac{1}{x_2-3} > \frac{12}{13}$.
 - b) $x_2 = x_1(y_1 - 8)$.
2. Xét hai điểm $M(4;0), N(0;3)$. Tìm tọa độ tất cả các điểm K thuộc parabol (P) sao cho $OMKN$ là tứ giác nội tiếp, trong đó O là gốc tọa độ.

Bài 5. (3,5 điểm).

Từ một điểm M ở ngoài đường tròn (O) vẽ hai tiếp tuyến MA, MB với (O) , với A và B là hai tiếp điểm. Gọi H là giao điểm của OM với AB , còn I là một điểm bất kỳ thuộc đoạn AH , đường thẳng qua I và vuông góc với OI cắt các tia MA và MB lần lượt tại E và F .

1. Chứng minh bốn điểm O, I, F, B cùng thuộc một đường tròn.
2. Chứng minh AB vuông góc với OM và $AM \cdot AH = MH \cdot AO$.
3. Chứng minh tam giác OEF cân.
4. Tìm vị trí của điểm I trên đoạn AH để F là trung điểm của đoạn thẳng BM .

Bài 6. (0,5 điểm). Thí sinh chỉ được lựa chọn một trong hai ý (6.1 hoặc 6.2).

1. Cho ba số thực dương a, b, c thỏa mãn $a+b+c=1$. Chứng minh

$$7(ab+bc+ca)+2 \leq 9abc.$$

2. Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} xy^2 + x + y = 3 + y^2, \\ yz^2 + y + z = 5 + 2z^2, \\ zx^2 + z + x = 4 + 3x^2. \end{cases}$$

-----HẾT-----

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:; Số báo danh:

Bài 1. (1,5 điểm).

Cho biểu thức $A = \left(\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{xy}+1} + \frac{\sqrt{xy}+\sqrt{x}}{1-\sqrt{xy}} + 1 \right) : \left(1 - \frac{\sqrt{xy}+\sqrt{x}}{\sqrt{xy}-1} - \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{xy}+1} \right)$.

1. Rút gọn biểu thức A .
2. Giả sử $\frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{y}} = 6$. Tính giá trị lớn nhất của biểu thức A .

Bài 2. (2,0 điểm).

Trong hệ tọa độ Oxy cho parabol $(P): y = -x^2$ và đường thẳng $d: y = mx + m - 2$.

1. Với giá trị nào của m thì d cắt đường thẳng $y = x$ tại điểm có hoành độ bằng 3.
2. Tìm m để parabol (P) cắt đường thẳng d tại hai điểm $A(x_1; y_1), B(x_2; y_2)$ thỏa mãn
 - a) $(y_1 - 1)(y_2 - 1) > m^2 - 3m$.
 - b) $(y_1 - mx_1 - m)^2 = (y_2 - mx_2 - 2)^2 - 3$.

Bài 3. (1,5 điểm).

Cho hệ phương trình $\begin{cases} x - ay = a + 4, \\ ax + 2y = a + 3. \end{cases}$ (I), a là tham số thực.

1. Giải hệ (I) với $a = 3$.
2. Chứng minh hệ (I) luôn có nghiệm duy nhất với mọi giá trị a . Tìm hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm $(x; y)$ độc lập với tham số a .

Bài 4. (1,0 điểm).

Một ô tô đi từ Hà Nội đến Thanh Hóa với một vận tốc và thời gian đã định. Nếu vận tốc ô tô giảm 10km/h thì thời gian tăng 45 phút. Nếu vận tốc ô tô 10km/h thì thời gian giảm 30 phút. Tính vận tốc và thời gian đã định của ô tô. Quãng đường Hà Nội – Thanh Hóa dài bao nhiêu ?

Bài 5. (3,5 điểm).

Cho nửa đường tròn (O) đường kính $AB = 2a$. Trên cùng một nửa mặt phẳng bờ AB kẻ các tia Ax, By là các tiếp tuyến với nửa đường tròn (O) . Qua điểm M thuộc nửa đường tròn (O) , M khác A và B , kẻ tiếp tuyến với nửa đường tròn (O) , tiếp tuyến này cắt Ax, By lần lượt tại E và F .

1. Chứng minh $OM^2 = ME.MF$.
2. Chứng minh tứ giác $AEMO$ nội tiếp và $OF.AM = OE.BM$.
3. Gọi K là giao điểm của AF và BE . Chứng minh MK vuông góc với AB .
4. Cho $MB = \sqrt{3}MA$, tính diện tích tam giác KAB theo a .

Bài 6. (0,5 điểm). Thí sinh chỉ được lựa chọn một trong hai ý (6.1 hoặc 6.2).

1. Cho x và y là các số thực dương thay đổi thỏa mãn $\sqrt{x+3} + \sqrt{y+3} = 4$.
Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $A = \sqrt{x} + \sqrt{y}$.

2. Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^2 + y^2 = 2x^2y^2, \\ y + 8x^2y + 3x = 5x^2 + 7xy. \end{cases}$

-----HẾT-----

Bài 1. (1,0 điểm).

Cho biểu thức $P = \left(\frac{2 + \sqrt{x}}{2 - \sqrt{x}} - \frac{2 - \sqrt{x}}{2 + \sqrt{x}} - \frac{4x}{x - 4} \right) : \left(\frac{2}{2 - \sqrt{x}} - \frac{\sqrt{x} + 3}{2\sqrt{x} - x} \right)$.

1. Rút gọn P .
2. Tìm tất cả các giá trị của x để $P < 0$.

Bài 2. (1,5 điểm).

Cho phương trình $x^2 - 2(a + 3)x + 2a + 5 = 0$ (1), a là tham số thực.

1. Chứng minh phương trình (1) luôn có nghiệm với mọi giá trị của a .
2. Khi phương trình (1) có hai nghiệm cùng dấu x_1, x_2 .

a) Chứng minh $(2x_1^3 + 3x_2^3)(4x_1^5 + 5x_2^5) > 0$.

b) Tìm a để $\frac{1}{\sqrt{x_1}} + \frac{2}{\sqrt{x_2}} = 3$.

Bài 3. (2,0 điểm).

Trong hệ tọa độ Oxy cho parabol $(P): y = -x^2$ và đường thẳng $d: y = (m - 1)x - 3$.

1. Parabol (P) có thể cắt đường thẳng d tại hai điểm nằm về một phía trục tung hay không?
2. Tìm m để parabol (P) cắt đường thẳng d tại hai điểm $A(x_1; y_1), B(x_2; y_2)$ thỏa mãn

$$\sqrt{y_1 + (m - 1)x_2 + 3m^2 - 2m - 3} > m + 1.$$

3. Tìm điều kiện tham số m để đường thẳng d cách đều hai điểm $E(1; 4), F(7; 2)$.

Bài 4. (2,0 điểm).

1. Giải phương trình $\sqrt{x - 3} + \sqrt{7 - x} = 6x - 7 - x^2$.

2. Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x^2 = y^3 - 4y^2 + 8y, \\ y^2 = x^3 - 4x^2 + 8x. \end{cases}$$

Bài 5. (3,0 điểm).

Cho tam giác MAB vuông tại M , $MA < MB$, có đường cao MH , H thuộc đường thẳng AB . Đường tròn (O) đường kính MH cắt MA, MB lần lượt tại E và F , E và F khác M .

1. Chứng minh tứ giác $MEHF$ là hình chữ nhật.
2. Chứng minh $AEFB$ là tứ giác nội tiếp.
3. Đường thẳng EF cắt đường tròn (O') ngoại tiếp tam giác MAB tại các điểm P và Q , P thuộc cung MA nhỏ. Chứng minh tam giác MPQ cân.
4. Gọi I là giao điểm thứ hai của (O) và (O') , K là giao điểm của đường thẳng EF và đường thẳng AB . Chứng minh ba điểm M, I, K thẳng hàng.

Bài 6. (0,5 điểm). Thí sinh chỉ được lựa chọn một trong hai ý (6.1 hoặc 6.2).

1. Cho ba số thực x, y, z thỏa mãn đồng thời $x^3 = 3x - 1, y^3 = 3y - 1, z^3 = 3z - 1$.

Tính $S = x^2 + y^2 + z^2$.

2. Cho ba số thực x, y, z thỏa mãn $x + y + z = 3$. Chứng minh

$$\frac{2x^2 + y^2 + z^2}{4 - yz} + \frac{2y^2 + z^2 + x^2}{4 - zx} + \frac{2z^2 + x^2 + y^2}{4 - xy} \geq 4xyz.$$

-----HẾT-----

Bài 1. (1,5 điểm).

1. Rút gọn biểu thức $P = \frac{5}{2-\sqrt{3}} + \frac{2\sqrt{3}}{1-\sqrt{3}} + \frac{6\sqrt{3}}{3-\sqrt{3}}$ (không sử dụng máy tính).
2. Rút gọn biểu thức $D = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1} - \frac{3\sqrt{x}+1}{x-1}$.

Bài 2. (1,0 điểm).

Tồn tại bao nhiêu cặp số nguyên $(x;y)$ thỏa mãn
$$\begin{cases} \frac{4y^2 - 4x + 3}{\sqrt{y^2 - 3y + 6}} \leq 0 \\ x^2 - 4xy + 4y^2 = 0. \end{cases}$$

Bài 3. (2,0 điểm).

Cho phương trình $x^2 - ax + a - 4 = 0$ (1), a là tham số thực.

1. Tìm a để (1) có hai nghiệm cùng dấu. Khi đó hai nghiệm mang dấu gì ?
2. Giả sử (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 .
 - a) Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $S = x_1^3 + x_2^3 - 3x_1x_2 - a^3 + a^2 + 4$.
 - b) Tìm a để $(x_1^2 - ax_1 - 4)(x_1^2 + ax_2 + a - 4) < -8$.

Bài 4. (2,0 điểm).

Trong hệ tọa độ Oxy cho parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $d: y = 2(m-1)x - m + 3$.

1. Chứng minh (P) và d luôn có hai điểm chung với mọi giá trị m .
2. Tìm m để (P) cắt d tại hai điểm nằm về hai phía của đường thẳng $x = 2$.
3. Giả sử đường thẳng d cắt đường thẳng $y = x + 2$ tại điểm $Q(x;y)$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T = x^4 - 4y + 14$.

Bài 5. (3,0 điểm).

Cho hình vuông $ABCD$, M là điểm bất kỳ trên cạnh AD . Đường tròn (O) đường kính BM cắt AC tại E , ME cắt CD tại F .

1. Chứng minh tam giác BME vuông cân.
2. Chứng minh tứ giác $BECF$ nội tiếp.
3. Chứng minh BF là tiếp tuyến của đường tròn (O) .
4. Cho $AB = 3cm, \widehat{ABM} = 30^\circ$. Tính diện tích phần hình vuông nằm ngoài đường tròn (O) .

Bài 6. (0,5 điểm). Thí sinh chỉ được lựa chọn một trong hai ý (6.1 hoặc 6.2).

1. Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} (x+y)(x^2+y^2) = 2, \\ (x+y)(x^4+y^4+x^2y^2-2) = 2x^5. \end{cases}$$
2. Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x + y\sqrt{x-y} = y(\sqrt{2y+1}), \\ \sqrt{55-6y-x^2} = \frac{29-x}{y+2}. \end{cases}$$

-----HẾT-----

Bài 1. (1,5 điểm).

Cho biểu thức $A = \left(\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+3} - 1 \right) : \left(\frac{1}{\sqrt{x}+3} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} - \frac{4\sqrt{x}}{x+2\sqrt{x}-3} \right)$, với $x \geq 0, x \neq 1$.

1. Rút gọn biểu thức A .
2. Tính giá trị biểu thức A khi $x = 3 - 2\sqrt{2}$.
3. Tìm điều kiện của x để $2A^4 + A^3 \geq 0$.

Bài 2. (2,0 điểm).

Trong hệ tọa độ Oxy cho parabol $(P): y = x^2$, điểm $M(2;1)$ và đường thẳng $d: y = mx - m + 3$.

1. Chứng minh (P) và d luôn cắt nhau tại hai điểm phân biệt $A(x_1; y_1), B(x_2; y_2)$.
 - a) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $S = |x_1 - x_2|$.
 - b) Tìm m để A, B nằm về hai phía của đường thẳng $y = 2$.
2. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua M , cắt các tia Ox, Oy lần lượt tại hai điểm H, K sao cho tam giác OHK có diện tích nhỏ nhất.

Bài 3. (2,0 điểm).

1. Giải phương trình $3x - 1 + \frac{x-1}{4x} = \sqrt{3x+1}$.
2. Giải hệ phương trình $\begin{cases} 3x^2 + 2y^2 - 4xy + x + 8y - 4 = 0, \\ x^2 - y^2 + 2x + y - 3 = 0. \end{cases}$

Bài 4. (1,0 điểm).

Tìm tất cả các giá trị nguyên a để hệ phương trình sau có nghiệm nguyên dương

$$\begin{cases} ax + 2y = a + 1, \\ 2x + ay = 2a - 1. \end{cases}$$

Bài 5. (3,0 điểm).

Cho tam giác ABC nhọn nội tiếp đường tròn (O) , ba đường cao AD, BE, CF , trực tâm H . Kẻ đường kính AK của (O) .

1. Chứng minh tứ giác $BFEC$ nội tiếp.
2. Chứng minh hai tam giác ABD, AKC đồng dạng và $AB.AC = 2AD.R$.
3. Gọi M là hình chiếu vuông góc của C trên AK . Chứng minh MD song song với BK .
4. Giả sử BC là dây cố định của đường tròn (O) , A là điểm di động trên cung lớn BC . Tìm vị trí của điểm A để diện tích tam giác AEH lớn nhất.

Bài 6. (0,5 điểm). Thí sinh chỉ được lựa chọn một trong hai ý (6.1 hoặc 6.2).

1. Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn $ab + bc + ca = 3abc$. Tìm giá trị nhỏ nhất của

$$K = \frac{a^2}{c(c^2 + a^2)} + \frac{b^2}{a(a^2 + b^2)} + \frac{c^2}{b(b^2 + c^2)}.$$

2. Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^2 + y^2 + xy = 3, \\ x^5 + y^5 + 15xy(x + y) = 32. \end{cases}$

-----HẾT-----

Bài 1. (2,0 điểm).

Cho biểu thức $A = \left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}-1} - \frac{1}{a-\sqrt{a}} \right) : \left(\frac{1}{\sqrt{a}+1} + \frac{2}{a-1} \right) : \frac{a-1}{a+1}$.

1. Rút gọn biểu thức A .
2. Tìm điều kiện của a để $2A^2 > 5A$.
3. So sánh giá trị biểu thức A với 2.

Bài 2. (2,0 điểm).

Trong hệ tọa độ Oxy cho parabol $(P): y = \frac{x^2}{2}$ và đường thẳng $d: y = mx + m + 2$.

1. Tìm m để đường thẳng d và (P) cùng đi qua điểm M có tung độ bằng 2.
2. Chứng minh (P) và d luôn cắt nhau tại hai điểm phân biệt $A(x_1; y_1), B(x_2; y_2)$.

a) Tìm m để $\sqrt{y_1 + 2mx_2 - 2m - 4} + 4m^2 = 6$.

b) Tìm m để độ dài đoạn thẳng AB bằng $6\sqrt{m^2 + 1}$ (đơn vị độ dài).

Bài 3. (1,5 điểm).

Cho phương trình $x - (a-1)\sqrt{x} + a - 3 = 0$ (1), a là tham số.

1. Tìm a để phương trình (1) có một nghiệm bằng 4.
2. Tìm a để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 sao cho tổng $S = x_1 + x_2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Bài 4. (0,5 điểm).

Giải hệ phương trình $\begin{cases} x - y = 2, \\ \sqrt{3x+1} = y + 2. \end{cases}$

Bài 5. (3,5 điểm).

Cho đường tròn $(O; R)$ và dây BC cố định, BC không là đường kính. Lấy điểm A trên cung lớn BC sao cho tam giác ABC nhọn. Kẻ đường cao AH của tam giác ABC và đường kính AD của (O) . Kẻ CK vuông góc với AD tại K .

1. Chứng minh bốn điểm A, H, K, D cùng nằm trên một đường tròn.
2. Chứng minh BD song song với HK .
3. Tính $\frac{AB \cdot AC}{AH}$ theo R .
4. Chứng minh khi A chuyển động trên cung lớn BC thì đường trung trực của đoạn thẳng HK luôn đi qua một điểm cố định.

Bài 6. (0,5 điểm). Thí sinh chỉ được lựa chọn một trong hai ý (6.1 hoặc 6.2).

1. Giải hệ phương trình $\begin{cases} (xy+1)(x^2y^2+1) = 15y^3, \\ y^3+1 = xy^4. \end{cases}$

2. Cho các số thực dương a, b, c thỏa mãn $abc = 1$. Chứng minh

$$\frac{a}{(ab+a+1)^2} + \frac{b}{(bc+b+1)^2} + \frac{a}{(ca+c+1)^2} \geq \frac{1}{a+b+c}.$$

-----HẾT-----

Bài 1. (2,0 điểm).

1. Rút gọn biểu thức $K = \left(\frac{2}{1-\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1} + \frac{x+2}{x\sqrt{x}-1} \right) \cdot \frac{1}{\sqrt{x}}$.

2. Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^2 + y^2 + 3x + y = 6, \\ 3x^2 + 3y^2 + 6x + 2y = 14. \end{cases}$

3. Giải phương trình $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$.

Bài 2. (2,0 điểm).

Trong hệ tọa độ Oxy cho parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $d: y = mx + m + 2$.

1. Tìm m để đường thẳng d vuông góc với đường thẳng $y = (1-2m)x + 4$.

2. Chứng minh (P) và d luôn cắt nhau tại hai điểm phân biệt $A(x_1; y_1), B(x_2; y_2)$. Tìm m sao cho $D = (y_1 - 3)(y_2 - 3)$ đạt giá trị lớn nhất.

3. Tìm tất cả các điểm E và F trên parabol (P) sao cho tam giác OEF đều và nhận trục tung là một trục đối xứng.

Bài 3. (2,0 điểm).

1. Giải hệ phương trình $\begin{cases} \sqrt{x^2 + y^2} + \sqrt{2xy} = 8\sqrt{2}, \\ \sqrt{x} + \sqrt{y} = 4. \end{cases}$

2. Giả sử a và b là hai nghiệm của phương trình $x^2 + x - 3 = 0$. Không giải phương trình, hãy tính $S = a^3 - 4b^2 + 2018$.

Bài 4. (3,5 điểm).

Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp đường tròn $(O; R)$, các đường cao AD và BE cắt nhau tại H , BE kéo dài cắt (O) tại F .

1. Chứng minh tứ giác $CDHE$ nội tiếp.

2. Chứng minh tam giác AHF cân.

3. Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng AB . Chứng minh ME là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác CDE .

4. Giả sử BC cố định và $BC = R\sqrt{3}$, xác định vị trí của điểm A trên đường tròn (O) để tích $DH \cdot DA$ lớn nhất.

Bài 5. (0,5 điểm). Thí sinh chỉ được lựa chọn một trong hai ý (5.1 hoặc 5.2).

1. Cho hai số dương x, y sao cho $2xy - 4 = x + y$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = xy + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2}.$$

2. Giải hệ phương trình $\begin{cases} \frac{x}{\sqrt{y}} + \frac{2\sqrt{x}}{y} = \frac{2}{x} + \frac{1}{\sqrt{y}} - 3, \\ x^3 - xy - 9x + 12 = 0. \end{cases}$

-----HẾT-----

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:.....; Số báo danh:.....

Bài 1. (2,0 điểm).

1. Tính $P = \frac{6}{\sqrt{5}-2} + \frac{4\sqrt{5}}{\sqrt{5}-3} + \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}-1}$ (Không sử dụng máy tính).
2. Cho $S = \frac{2\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+1}$. Tìm tất cả các giá trị x để biểu thức $\frac{S}{3}$ nhận giá trị nguyên.
3. Tìm k để đường thẳng $y = (4k-2)x + k - 5$ song song với đường thẳng $y = 5x$.

Bài 2. (2,0 điểm).

Cho hệ phương trình $\begin{cases} ax + y = 2a, \\ x + ay = a + 1. \end{cases}$ (I), a là tham số thực.

1. Giải hệ (I) với $a = 4$.
2. Tìm a để hệ (I) có nghiệm duy nhất $(x;y)$ sao cho
 - a) x và y là nghiệm của phương trình bậc hai ẩn t : $(a+1)t^2 - (3a+1)t - 9 = 0$.
 - b) Điểm $M(x;y)$ nằm trên tiếp tuyến đi qua điểm $(1;-3)$ của parabol $(P): y = x^2$.

Bài 3. (2,0 điểm).

Cho phương trình $x^2 - (m+2)x + m - 4 = 0$ (1), m là tham số thực.

1. Chứng minh (1) có hai nghiệm phân biệt với mọi giá trị của m .
2. Ký hiệu x_1, x_2 là hai nghiệm phân biệt của (1).
 - a) Tìm điều kiện của m để (1) có ít nhất một nghiệm lớn hơn 2.
 - b) Khi x_1, x_2 cùng dấu, tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $K = \frac{4x_1}{x_2} + \frac{x_2}{9x_1}$.

Bài 4. (3,5 điểm).

Cho đường tròn tâm O và dây BC khác đường kính. Lấy A thuộc cung BC lớn sao cho $AB > AC$, A khác C. Các đường cao AD, BE, CF của tam giác ABC cắt nhau tại H. Đường thẳng EF cắt đường thẳng BC tại M.

1. Chứng minh tứ giác BFEC nội tiếp.
2. Chứng minh EB là phân giác góc $\widehat{DEF}$.
3. Gọi I là trung điểm của BC. Chứng minh IE là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác MED.
4. Qua D kẻ đường thẳng song song với EF cắt các đường thẳng AB, AC lần lượt ở P và N. Chứng minh khi A di động trên cung BC lớn thì đường tròn ngoại tiếp tam giác MNP luôn đi qua một điểm cố định.

Bài 5. (0,5 điểm). Thí sinh chỉ được lựa chọn một trong hai ý (5.1 hoặc 5.2).

1. Giải phương trình $x^3 - 6x = 2 + (3x-2)\sqrt{x^3 + 3x + 1}$.
2. Cho ba số thực dương x, y, z . Chứng minh bất đẳng thức
$$\frac{x^2 + y^2}{z^2 + xy} + \frac{y^2 + z^2}{x^2 + yz} + \frac{z^2 + x^2}{y^2 + xz} \geq 3.$$

-----HẾT-----

Bài 1. (1,5 điểm).

Cho biểu thức $A = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} - \frac{1}{\sqrt{x}+1} \right) : \left(\frac{x\sqrt{x}+1}{x-1} - \frac{x-1}{\sqrt{x}+1} \right)$ với $x > 0, x \neq 1$.

1. Rút gọn biểu thức A và tính giá trị của A khi $x = 7 - 4\sqrt{3}$.
2. Tìm tất cả các giá trị x để $6A^2 - 5A < 0$.

Bài 2. (1,5 điểm).

Cho phương trình $(m-2)x^2 - 2(m-1)x + m = 0$ (1), m là tham số thực.

1. Tìm điều kiện tham số m để (1) có hai nghiệm cùng dương.
2. Giả sử (1) có hai nghiệm x_1, x_2 tương ứng là độ dài hai cạnh góc vuông của tam giác vuông

ABC . Tìm m để độ $AH = \frac{2\sqrt{5}}{5}$ (AH là đường cao ứng với cạnh huyền BC).

Bài 3. (2,0 điểm).

Trong hệ tọa độ Oxy cho parabol $(P): y = -x^2$ và đường thẳng $d: y = 2x + k$; k là tham số.

1. Trong trường hợp (P) và d cắt nhau tại hai điểm phân biệt $A(x_1; y_1), B(x_2; y_2)$.
 - a) Chứng minh A và B không thể cùng nằm bên phải đường thẳng $x = -\frac{1}{2}$.
 - b) Chứng minh $\sqrt{(y_1-1)(y_2-1)} > k-1$.
2. Xét hai điểm $M(-2; 2), N(-5; -4)$. Tìm điểm Q trên parabol (P) sao cho tam giác MNQ có diện tích bằng 7,5 (đơn vị diện tích).

Bài 4. (2,0 điểm).

1. Giải phương trình $\sqrt{9 - \frac{9}{x}} = x - \sqrt{x - \frac{9}{x}}$.
2. Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^2 y^2 + y + x = 3y^2, \\ xy + x + 1 = 3y. \end{cases}$

Bài 5. (3,0 điểm).

Cho đường tròn tâm O và điểm A nằm ngoài đường tròn đó. Vẽ các tiếp tuyến AB, AC và cát tuyến ADE tới đường tròn (B và C là tiếp điểm). Gọi H là trung điểm của đoạn thẳng DE .

1. Chứng minh các tứ giác $ABHO, ABOC$ nội tiếp.
2. HA cắt BC tại I . Chứng minh $\frac{IB}{IC} = \frac{HB}{HC}$.
3. HA cắt OA tại Q . Chứng minh tứ giác $DQOE$ nội tiếp.
4. BH cắt đường tròn (O) ở K . Chứng minh AE song song với CK .

Bài 6. (0,5 điểm).

Cho bốn số thực a, b, c, d thỏa mãn $0 \leq a, b, c, d \leq 1$. Chứng minh

$$\frac{a}{bcd+1} + \frac{b}{acd+1} + \frac{c}{abd+1} + \frac{d}{abc+1} \leq 3.$$

-----HẾT-----

Bài 1. (2,0 điểm).

Cho biểu thức $D = \left(\frac{1}{\sqrt{x}-1} + \frac{1}{\sqrt{x}+1} \right) : \left(\frac{x^2+x+1}{x^3-1} + \frac{x^2}{x^2-x} \right)$ với $x > 0, x \neq 1$.

1. Rút gọn biểu thức D .
2. Tính giá trị của D khi $x = 9 - 4\sqrt{5}$.
3. Tìm tất cả các giá trị của x để $D > \frac{3}{\sqrt{x}+2}$.

Bài 2. (2,0 điểm).

Trong hệ tọa độ Oxy cho parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $\Delta: y = mx - 2m + 3$.

1. Tìm điều kiện của m để (P) và Δ cắt nhau tại hai điểm phân biệt $A(x_1; y_1), B(x_2; y_2)$.

a) Tìm m để $y_1 + y_2 + y_1 y_2 > 15$.

b) Khi A và B cùng nằm phía bên phải trục tung, chứng minh rằng

$$\frac{y_1 + 2mx_1 + 2m - 3}{9x_2} + \frac{y_2 + 2mx_2 + 2m - 3}{4x_1} \geq m.$$

2. Gọi M và N là hai điểm thuộc (P) có hoành độ lần lượt là -1 và 2 . Tìm tọa độ điểm Q trên trục tung sao cho tổng độ dài $MQ + NQ$ ngắn nhất.

Bài 3. (2,0 điểm).

1. Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 2\sqrt{2x-y} + 2x = y + 3, \\ x^4 + (2x-y)x^2 - 2 = 0 \end{cases}$$

2. Tìm điều kiện của a để phương trình $x^4 - 2(a-1)x^2 + 1 = 0$ có bốn nghiệm phân biệt.

Bài 4. (3,5 điểm).

Cho đường tròn $(O; R)$, điểm A nằm ngoài đường tròn. Qua A kẻ hai tiếp tuyến AP, AQ của đường tròn (O) , P và Q là hai tiếp điểm. Qua P kẻ đường thẳng song song với AQ cắt đường tròn (O) tại M . Gọi N là giao điểm thứ hai của đường thẳng AM với đường tròn (O) .

1. Chứng minh $APOQ$ là tứ giác nội tiếp.
2. Chứng minh $AP^2 = AN \cdot AM$.
3. Kẻ đường kính QS của đường tròn (O) . Gọi H là giao điểm của NS và PQ , I là giao điểm của QS và MN . Chứng minh HI song song với PM .
4. Tia PN cắt đường thẳng AQ tại K . Gọi G là giao điểm của PN và AO , E là trung điểm của AP , chứng minh ba điểm Q, G, E thẳng hàng.

Bài 5. (0,5 điểm). Thí sinh chỉ được lựa chọn một trong hai ý (5.1 hoặc 5.2).

1. Cho ba số dương x, y, z thỏa mãn $13x + 5y + 12z = 9$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$Q = \frac{xy}{2x+y} + \frac{3yz}{2y+z} + \frac{6zx}{2z+x}.$$

2. Cho dãy số (a_n) được xác định bởi $a_1 = 1, a_{n+1} = 2a_n + \sqrt{3a_n^2 - 2}$ với n là số nguyên dương. Chứng minh rằng mọi số hạng của dãy (a_n) đều là số nguyên.

-----HẾT-----

Bài 1. (1,5 điểm).

Cho biểu thức $P = \left(\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+1} - \frac{x-\sqrt{x}-3}{x-\sqrt{x}-2} \right) : \left(\frac{x-\sqrt{x}}{x-\sqrt{x}-2} + \frac{2}{\sqrt{x}-2} \right)$.

1. Rút gọn biểu thức P .
2. So sánh P với 1.
3. Tìm giá trị lớn nhất của P .

Bài 2. (1,5 điểm).

Cho hệ phương trình $\begin{cases} (m-1)x + y = 2, \\ x + 2y = 2. \end{cases}$ (I), m là tham số thực.

1. Tìm điều kiện của m để hệ (I) có nghiệm $(x;y)$ thỏa mãn $m-1 = x$.
2. Tìm tất cả các giá trị nguyên của m để hệ (I) có nghiệm $(x;y)$ sao cho $x \in \mathbb{Z}, y \in \mathbb{N}$.

Bài 3. (1,0 điểm).

Tìm điều kiện tham số k để phương trình $x^2 + kx - 1 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn

$$\frac{x_1^3}{x_1^2 - 3} + \frac{x_2^3}{x_2^2 - 3} = 0.$$

Bài 4. (2,0 điểm).

Trong hệ tọa độ cho hàm số $(P): y = \frac{x^2}{2}$ và đường thẳng $d: y = x - a$.

1. Tìm a để đường thẳng d cắt parabol (P) tại điểm có hoành độ bằng 3.
2. Tìm điều kiện để (P) cắt d tại hai điểm phân biệt, trong đó ít nhất một điểm nằm bên phải trục tung.
3. Khi $a = \frac{1}{2}$, tìm $M(x_1; y_1) \in (P), N(x_2; y_2) \in d$ sao cho $x_1 + x_2 = -1; y_1 = 4y_2$.

Bài 5. (3,5 điểm).

Cho tam giác ABC vuông tại A , $AB < AC$, lấy điểm M thuộc cạnh AC . Vẽ đường tròn (O) đường kính MC cắt BC tại E , BM cắt (O) tại N , AN cắt (O) tại D , ED cắt AC tại H .

1. Chứng minh tứ giác $BANC$ nội tiếp.
2. Chứng minh AB song song với DE và $MH \cdot MC = EH^2$.
3. Chứng minh M cách đều ba cạnh của tam giác ANE .
4. Lấy I đối xứng với M qua A , lấy K đối xứng với M qua E . Tìm vị trí của điểm M để đường tròn ngoại tiếp tam giác BIK có bán kính nhỏ nhất.

Bài 6. (0,5 điểm). Thí sinh chỉ được lựa chọn một trong hai ý (6.1 hoặc 6.2).

1. Cho ba số thực dương a, b, c thỏa mãn $ab + bc + ca \leq 2abc$. Chứng minh

$$\frac{1}{\sqrt{5a^2 + 2ab + 2b^2}} + \frac{1}{\sqrt{5b^2 + 2bc + 2c^2}} + \frac{1}{\sqrt{5c^2 + 2ca + 2a^2}} \leq \frac{2}{3}.$$

2. Giải phương trình $\sqrt{6x^2 - 1} = \sqrt{2x - 3} + x^2$.

-----HẾT-----

Bài 1. (1,5 điểm).

Cho biểu thức $B = \left(\frac{x}{\sqrt{x}-2} - \frac{x-1}{\sqrt{x}+2} - \frac{\sqrt{x}+6}{x-4} \right) : \left(\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-2} - 1 \right)$.

1. Rút gọn biểu thức B và tìm x để $B > \frac{7}{5}$.
2. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A = \sqrt{B}$.

Bài 2. (1,5 điểm).

Cho hệ phương trình $\begin{cases} ax - y = 2a, \\ x - ay = a + 1. \end{cases}$ (I), a là tham số thực.

1. Tìm a để hệ (I) có nghiệm $(x;y)$ trong đó $x = 4$.
2. Tìm a để hệ (I) có nghiệm duy nhất $(x;y)$ sao cho điểm $M(x;y)$ nằm trên đường tròn tâm O, bán kính $R = \frac{\sqrt{10}}{2}$.

Bài 3. (1,0 điểm).

Hai người thợ cùng làm một công việc trong 7 giờ 12 phút thì xong. Nếu người thứ nhất làm trong 5 giờ, người thứ 2 làm trong 6 giờ thì cả hai người làm được 75% công việc. Tính thời gian mỗi người làm riêng để xong công việc.

Bài 4. (2,5 điểm).

Trong hệ tọa độ Oxy cho parabol $(P): y = \frac{x^2}{2}$ và đường thẳng $d: y = mx - m + 1$.

1. Tìm m để đường thẳng d cắt trục tung tại điểm có tung độ lớn hơn 5.
2. Chứng minh (P) và d luôn có hai điểm chung phân biệt $A(x_1; y_1), B(x_2; y_2)$. Trong trường hợp A và B nằm về bên phải trục tung:
 - a) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{9x_1}{x_2} + \frac{x_2}{4x_1}$.
 - b) Chứng minh $x_1y_1 + 2my_2 + (m-1)x_1 \geq 3m$.

Bài 5. (3,0 điểm).

Cho đường tròn $(O;R)$ và dây AB không đi qua tâm O. Tiếp tuyến tại A và B của đường tròn cắt nhau tại C . Trên dây AB lấy điểm I sao cho $IA > IB$. Đường thẳng đi qua I và vuông góc với OI cắt các tia CA, CB lần lượt tại D và E .

1. Chứng minh tứ giác $ADIO$ nội tiếp trong một đường tròn. Xác định tâm của đường tròn đó.
2. Chứng minh I là trung điểm của DE .
3. Gọi H là giao điểm của CO và AB , chứng minh $CH.CO - CD.CE = BE^2$.

Bài 6. (0,5 điểm). Thí sinh chỉ được lựa chọn một trong hai ý (6.1 hoặc 6.2).

1. Cho ba số a, b, c thỏa mãn $0 < a, b, c < 1$. Chứng minh $2(a^3 + b^3 + c^3) < 3 + a^2b + b^2c + c^2a$.
2. Giải hệ phương trình $\begin{cases} \sqrt{-x^2 + 4x - 3} + \sqrt{-2y^2 + 8x + 1} = x^2y - 4xy + 4x + 4, \\ x^3\sqrt{4(x^3 + y^3)} + (x - y)^2 = x^2 + xy. \end{cases}$

-----HẾT-----

Bài 1. (1,5 điểm).

Cho biểu thức $Q = \left(\frac{1}{\sqrt{x}+1} + \frac{2}{x-1} \right) \cdot \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} - \frac{1}{x+\sqrt{x}} \right)$.

1. Rút gọn biểu thức Q và tính giá trị biểu thức Q khi $x^2 = 28 - 16\sqrt{3}$.
2. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $(x+9)Q - 5$.

Bài 2. (1,5 điểm).

Trong hệ tọa độ Oxy cho parabol $(P): y = -x^2$ và đường thẳng $d: y = (m^2 + 1)x + m - 2$.

1. Tìm m để đường thẳng d và hai đường thẳng sau đồng quy: $x + y = 6$, $2x - 3y + 13 = 0$.
2. Viết phương trình đường thẳng Δ biết Δ cắt (P) tại hai điểm có hoành độ -1 và 2 .
3. Tìm tất cả các giá trị m để (P) cắt d tại hai điểm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn

$$\frac{2x_1 - 1}{x_2} + \frac{2x_2 - 1}{x_1} = x_1x_2 + \frac{55}{x_1x_2}.$$

Bài 3. (2,0 điểm).

1. Giải phương trình $\sqrt{y^2 + 12} + 5 = 3y + \sqrt{y^2 + 5}$.
2. Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 2x^2 + 3xy^2 + 2y^2 = 7, \\ y^4 + 14xy = 4x^3 + 6x^2 + 4x + 1. \end{cases}$$

Bài 4. (1,0 điểm).

Cho phương trình bậc hai $x^2 - 2kx + k^2 - k - 2 = 0$, k là tham số. Khi phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 , tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $F = x_1^2 + x_2^2 + 8k + 4$.

Bài 5. (3,5 điểm).

Cho đường tròn $(O; R)$. Qua điểm A cố định nằm ngoài đường tròn kẻ đường thẳng d vuông góc với OA . Từ điểm B bất kỳ trên đường thẳng d , B không trùng với A kẻ các tiếp tuyến BD, BC với đường tròn (O) , D và C là các tiếp điểm. Dây CD cắt OB tại N , cắt OA tại P .

1. Chứng minh tứ giác $OCBD$ và tứ giác $BNPA$ nội tiếp.
2. Chứng minh $OA \cdot OP = OB \cdot ON = R^2$.
3. Cho $\widehat{CBO} = 30^\circ$, $R = 6\text{cm}$. Tính diện tích tứ giác $BCOD$ và diện tích hình giới hạn bởi cung nhỏ DC và dây DC .
4. Gọi E là giao điểm của đường thẳng AO và đường tròn (O) , O nằm giữa A và E . Khi B di chuyển trên đường thẳng d , chứng minh trọng tâm G của tam giác ACE thuộc một đường tròn cố định.

Bài 6. (0,5 điểm). Thí sinh chỉ được lựa chọn một trong hai ý (6.1 hoặc 6.2).

1. Giải phương trình $\sqrt{x} + \sqrt{1-x} + 2\sqrt{\sqrt{x} + \sqrt{1-x}} + 1 = 4x^2$.
2. Cho ba số thực a, b, c khác nhau đôi một. Chứng minh

$$\left(\frac{a+b}{a-b} \right)^2 + \left(\frac{b+c}{b-c} \right)^2 + \left(\frac{c-a}{c+a} \right)^2 \geq 2.$$

-----HẾT-----

Bài 1. (1,5 điểm).

Cho biểu thức $P = \left(\frac{1}{\sqrt{x}-2} + \frac{5\sqrt{x}-4}{2\sqrt{x}-x} \right) : \left(\frac{2+\sqrt{x}}{\sqrt{x}} - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} \right)$.

1. Rút gọn biểu thức P .
2. Tìm điều kiện của k để tồn tại x thỏa mãn $P = kx\sqrt{x} - 2kx + 1$.

Bài 2. (1,5 điểm).

1. Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 3\sqrt{x-2} + 2(y+1) = 13, \\ 5\sqrt{x-2} - 3(y+1) = 9. \end{cases}$$
2. Hai đội cùng sơn một bức tường thì sau 6 giờ họ làm xong công việc. Nếu đội thứ nhất làm riêng trong 2 giờ, sau đó đội thứ hai làm riêng trong 3 giờ cả hai đội chỉ hoàn thành được 40% công việc. Hỏi nếu mỗi đội làm riêng thì sau bao lâu sẽ xong việc, giả sử làm việc của mỗi đội là không thay đổi.

Bài 3. (2,0 điểm).

Trong hệ tọa độ Oxy cho parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $d: y = 2(m-1)x - m(m-2)$.

1. Tìm tọa độ giao điểm của (P) và d khi $m = -3$.
2. Tìm m để (P) cắt d tại hai điểm có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 < x_2$ và $x_1^2 - 2x_2 + 5 > 0$.
3. Xét hai điểm E, F thuộc parabol (P) có hoành độ lần lượt là -4 và 2 . Tìm tọa độ điểm D thuộc trục tung sao cho chu vi tam giác DEF nhỏ nhất.

Bài 4. (1,5 điểm).

Cho phương trình $x^2 - (a-4)x - 5 = 0$ (1), a là tham số thực.

Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của (1).

1. Chứng minh có ít nhất một nghiệm có giá trị tuyệt đối không vượt quá $\sqrt{5}$.
2. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $S = \frac{x_1}{4x_2} + \frac{25x_2}{x_1}$.

Bài 5. (3,0 điểm).

Cho đường tròn $(O; R)$ và dây cung cố định $AB < 2R$. Gọi K là điểm chính giữa của cung nhỏ AB , N là điểm tùy ý trên đoạn thẳng AB , N khác A, B . Nối KN và kéo dài cắt $(O; R)$ tại điểm thứ hai là M . Chứng minh rằng

1. Tam giác AKN và tam giác MKA đồng dạng.
2. Đường thẳng AK tiếp xúc với đường tròn ngoại tiếp tam giác AMN .
3. Tổng bán kính hai đường tròn ngoại tiếp tam giác AMN và tam giác BMN không phụ thuộc vào vị trí điểm N .

Bài 6. (0,5 điểm). Thí sinh chỉ được lựa chọn một trong hai ý (6.1 hoặc 6.2).

1. Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x^2 y^2 + 1 = 2y^2, \\ (xy + 1)(2y - x) = 2x^3 y^2. \end{cases}$$

2. Cho $a, b, c > 0$ thỏa mãn $a + b + c \geq \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$. Chứng minh $\frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{a} \geq \frac{1}{ab} + \frac{1}{bc} + \frac{1}{ca}$.

-----HẾT-----

Bài 1. (1,5 điểm).

Cho biểu thức $P = \left(\frac{x+4}{x-4} - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} \right) : \left(\frac{2\sqrt{x}}{x-2\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x}} \right)$ với $0 < x \neq 4$.

1. Rút gọn biểu thức P.

2. Tìm x để $P\sqrt{x} > \frac{2}{3}$.

Bài 2. (1,5 điểm).

Cho phương trình $x^2 - 3x + m - 2 = 0$ (1), m là tham số thực.

Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn

1. Ít nhất một nghiệm lớn hơn 1.

2. $x_1^3 - x_2^3 + 9x_1x_2 = 81$.

Bài 3. (1,5 điểm).

1. Tìm các giá trị a để parabol (P): $y = x^2$ và hai đường thẳng $y = 4x - 4$; $y = ax - 3a$ đồng quy tại một điểm.

2. Trên parabol (P): $y = 2x^2$, M và N là hai điểm thuộc (P) có hoành độ lần lượt là -2 và 3, tìm tọa độ điểm Q thuộc trục tung sao cho tổng độ dài $MQ + NQ$ ngắn nhất.

Bài 4. (2,0 điểm).

1. Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2x^2 + y^2 - 3xy + 3x - 2y + 1 = 0, \\ 4x^2 - y^2 + x + 4 = \sqrt{2x+y} + \sqrt{x+4y}. \end{cases}$

2. Giải phương trình $\sqrt{x^4 + x^2 + 1} + \sqrt{3}(x^2 + 1) = 3\sqrt{3}x$.

Bài 5. (3,0 điểm).

Cho A là một điểm thuộc đường tròn (O;R), kẻ tiếp tuyến Ax của đường tròn (O), lấy điểm B thuộc tia Ax sao cho $AB < 2R$. Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng AB, đường thẳng vuông góc với AB tại M cắt đường tròn (O) tại H và K, H nằm giữa M và K.

1. Chứng minh hai tam giác MKA và MAH đồng dạng.

2. Kẻ HI vuông góc với AK tại I. Chứng minh tứ giác AMHI nội tiếp một đường tròn.

3. Kéo dài AH cắt BK tại D. Chứng minh AD vuông góc với KB.

4. Lấy C đối xứng với B qua AK. Chứng minh điểm C thuộc đường tròn (O;R).

Bài 6. (0,5 điểm). Thí sinh chỉ được lựa chọn một trong hai ý (6.1 hoặc 6.2).

1. Cho các số dương x, y, z. Chứng minh bất đẳng thức $\frac{x^3}{y^2} + \frac{y^3}{z^2} + \frac{z^3}{x^2} \geq \frac{x^2}{y} + \frac{y^2}{z} + \frac{z^2}{x}$.

2. Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^2 + y^2 + \frac{8xy}{x+y-1} = 25, \\ y^2 - y + x + 1 = \sqrt{3y-2} = 2\sqrt{5y-1}. \end{cases}$

-----HẾT-----

Bài 1. (1,5 điểm).

Cho biểu thức $P = \left(\frac{x}{x\sqrt{x} - 4\sqrt{x}} - \frac{6}{3\sqrt{x} - 6} + \frac{1}{\sqrt{x} + 2} \right) : \left(\sqrt{x} - 2 + \frac{10 - x}{\sqrt{x} + 2} \right)$ với $x > 0, x \neq 4$.

1. Rút gọn biểu thức P .
2. Tìm x để $P = \frac{\sqrt{x} + 3}{4}$.
3. Tìm tất cả các giá trị nguyên của x để biểu thức $P(\sqrt{x} + 1)$ nhận giá trị nguyên.

Bài 2. (1,5 điểm).

Cho hệ phương trình $\begin{cases} ax - y = 2, \\ x + ay = 3. \end{cases}$ (I), a là tham số.

Chứng minh hệ (I) có nghiệm duy nhất $(x; y)$ với mọi giá trị a .

1. Với điều kiện nào của a thì $x > 0, y < 0$?
2. Tìm tất cả các giá trị nguyên của a sao cho $y - x \in \mathbb{Z}$.

Bài 3. (2,0 điểm).

Trong hệ tọa độ Oxy cho parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $d: y = 2(m+1)x - 3m + 7$.

1. Tìm điều kiện của m để đường thẳng d cắt tia Oy.
2. Chứng minh (P) luôn cắt d tại hai điểm phân biệt $A(x_1; y_1), B(x_2; y_2)$.
 - a) Tìm m để $y_1 - y_2 = 12(m+1)$.
 - b) Tìm m để $(y_1 - 2mx_1 + 4m - 7)(2x_2 + m) \leq 14m - 23$.

Bài 4. (1,0 điểm).

Số tiền mua một quả mít và một quả cam là 60 nghìn đồng. Số tiền mua 5 quả mít và 4 quả cam là 290 nghìn đồng. Hỏi mua 6 quả mít và 10 quả cam giá bao nhiêu tiền, biết rằng mỗi quả mít giá như nhau và mỗi quả cam có giá như nhau.

Bài 5. (3,0 điểm).

Cho nửa đường tròn (O) , đường kính $AB = 2R$, M là một điểm bất kỳ thuộc nửa đường tròn, M khác A và B . Tiếp tuyến tại M cắt các tiếp tuyến Ax và By tại A và B của đường tròn (O) lần lượt tại C và D .

1. Chứng minh $\widehat{COD} = 90^\circ$.
2. Gọi K là giao điểm của BM với Ax . Chứng minh hai tam giác KMO, AMD đồng dạng.
3. Tìm giá trị nhỏ nhất của tổng diện tích hai tam giác ACM và BDM .

Bài 6. (0,5 điểm). Thí sinh chỉ được lựa chọn một trong hai ý (6.1 hoặc 6.2).

1. Giải phương trình $\sqrt[3]{2x+2} - \sqrt[3]{5x-14} = (3x-16)\sqrt{x-2}$.
2. Cho các số thực dương a, b, c . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$Q = \frac{3(b+c)}{2a} + \frac{4a+3c}{3b} + \frac{12(b-c)}{2a+3c}.$$

-----HẾT-----

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:; Số báo danh:

Bài 1. (2,0 điểm).

Cho biểu thức $P = \frac{x-2\sqrt{x}}{x\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}+1}{x\sqrt{x}+x+\sqrt{x}} + \frac{2x-2\sqrt{x}+1}{x^2-\sqrt{x}}$.

1. Rút gọn biểu thức P .
2. Tính giá trị biểu thức P khi $x = 3 - 2\sqrt{2}$.
3. Tìm tất cả các giá trị x để P nhận giá trị nguyên.

Bài 2. (2,0 điểm).

Trong hệ tọa độ Oxy cho parabol $(P): y = \frac{x^2}{2}$ và đường thẳng $\Delta: y = mx - m + 4$.

1. Chứng minh: Với mọi giá trị m , (P) và Δ luôn có hai điểm chung phân biệt.
2. Gọi $A(x_1; y_1), B(x_2; y_2)$ là hai điểm chung phân biệt của (P) và d , tìm m sao cho

$$\frac{2y_1-1}{x_2} + \frac{2y_2-1}{x_1} = 4m^2.$$

3. Đường thẳng $d: y = 2x$ cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt D, E . Tìm tọa độ điểm F trên cung nhỏ DE sao cho khoảng cách từ F đến đường thẳng d lớn nhất.

Bài 3. (2,0 điểm).

1. Giải phương trình $\sqrt{3x+1} - \sqrt{6-x} + 3x^2 - 14x - 8 = 0$.

$$2. \text{ Giải hệ phương trình } \begin{cases} x^2 + xy + y^2 = 1, \\ y^2 + yz + z^2 = 4, \\ z^2 + zx + x^2 = 7. \end{cases}$$

Bài 4. (3,5 điểm).

Cho đường tròn tâm O bán kính R . Từ điểm M bên ngoài đường tròn kẻ hai tiếp tuyến MB, MC với đường tròn, B và C là các tiếp điểm. Lấy điểm C bất kỳ trên cung nhỏ AB , C khác A và B . Gọi D, E, F lần lượt là hình chiếu vuông góc của C trên AB, AM, BM .

1. Chứng minh tứ giác $AECD$ nội tiếp.
2. Chứng minh $\widehat{CDE} = \widehat{CBA}$.
3. Gọi I là giao điểm của AC và ED , K là giao điểm của CD và DF . Chứng minh IK song song với AB .
4. Xác định vị trí của điểm C trên cung nhỏ AB để tổng $AC^2 + CB^2$ nhỏ nhất. Tính giá trị nhỏ nhất đó khi $OM = 2R$.

Bài 5. (0,5 điểm). Thí sinh chỉ được lựa chọn một trong hai ý (5.1 hoặc 5.2).

1. Cho các số thực dương a, b, c thỏa mãn $a^2 + b^2 + c^2 + (a+b+c)^2 \leq 4$. Chứng minh

$$\frac{ab+1}{(a+b)^2} + \frac{bc+1}{(b+c)^2} + \frac{ac+1}{(a+c)^2} \geq 3.$$

2. Tìm tất cả các cặp số thực $(x; y)$ thỏa mãn đẳng thức

$$9(x^2 + 2y + 5)(y^2 + 2x + 5) = 16(x + 2y + 3)(y + 2x + 3).$$

-----HẾT-----

Bài 1. (2,0 điểm).

Cho biểu thức $A = \frac{x+8}{x\sqrt{x}+8} + \frac{1}{x-2\sqrt{x}+4} + \frac{\sqrt{x+4}-4\sqrt{x}}{x-4}$ với $0 \leq x < 4$.

1. Rút gọn A và tính giá trị của A khi $x = 4 + 2\sqrt{3}$.
2. Tìm tất cả các số hữu tỷ x để A nhận giá trị nguyên.
3. Tìm tất cả các số hữu tỷ x để biểu thức $B = A \cdot |\sqrt{x} - 1|$ nhận giá trị nguyên.

Bài 2. (2,0 điểm).

Trong hệ tọa độ Oxy cho parabol $(P): y = -x^2$ và đường thẳng $d: y = 2x + 2m - 4$.

1. Gọi A và B là hai điểm thuộc parabol có hoành độ lần lượt là -1 và 2 . Tính diện tích tam giác OAB .
2. Tìm điều kiện tham số m để (P) cắt parabol (P) tại hai điểm $M(x_1; y_1), N(x_2; y_2)$ thỏa mãn
 - a) $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} = 3x_1x_2 - 13$.
 - b) $(y_1 + 2x_2 - m)(y_2 + 2x_1 - 3m) \geq 63$.

Bài 3. (2,0 điểm).

1. Sơn và Hải cùng làm một công việc trong 7 giờ 20 phút thì xong. Nếu Hải làm trong 5 giờ và Sơn làm trong 6 giờ thì cả hai làm được 75% khối lượng công việc. Nếu mỗi người làm riêng công việc thì hoàn thành sau mấy giờ?
2. Tìm a để phương trình $x^4 - (3a-1)x^2 + 4a^2 - 1 = 0$ có ba nghiệm phân biệt.
3. Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} \sqrt{y^2 + x + 1} = y + 1, \\ \sqrt{x + 4} = y + 2. \end{cases}$$

Bài 4. (3,5 điểm).

Cho ba điểm A, B, C cố định, thẳng hàng theo thứ tự đó. Vẽ đường tròn (O) đi qua B, C . Từ A kẻ các tiếp tuyến AM, AN với đường tròn (O) , M và N là các tiếp điểm. Gọi I là trung điểm của BC , đường thẳng AO cắt MN tại H , đường thẳng NI cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai D .

1. Chứng minh tứ giác $AMIN$ nội tiếp.
2. Chứng minh MD song song với BC .
3. Chứng minh khi đường tròn (O) thay đổi nhưng luôn đi qua hai điểm B, C ; với O không thuộc BC thì N thuộc một đường tròn cố định và tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác HIO chạy trên một đường thẳng cố định.

Bài 5. (0,5 điểm). Thí sinh chỉ được lựa chọn một trong hai ý (5.1 hoặc 5.2).

1. Giải phương trình $(x-2)(x^2+6x-11)^2 = (5x^2-10x+1)^2$.
2. Cho ba số thực dương a, b, c thỏa mãn $a+b+c=3$. Chứng minh
$$\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b} + \sqrt[3]{c} + 5 \geq (a+b)(b+c)(c+a).$$

-----HẾT-----

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:.....; Số báo danh:.....

Bài 1. (2,0 điểm).

Cho biểu thức $P = \frac{x+2}{x\sqrt{x-1}} + \frac{\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}+1} - \frac{1}{\sqrt{x}-1}$.

1. Rút gọn biểu thức P và tính giá trị biểu thức P khi $x = \frac{2}{9+4\sqrt{2}}$.
2. Chứng minh $P < \frac{1}{3}$.

Bài 2. (1,5 điểm).

Cho phương trình $x^2 + 2(2m-3)x + m^2 = 0$ (1), m là tham số thực.

1. Tìm m để phương trình có hai nghiệm cùng dương.
2. Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm khác 0 của (1). Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $K = \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$.

Bài 3. (1,0 điểm).

Trong hệ tọa độ Oxy cho parabol $(P): y = ax^2; a \neq 0$. Tìm điều kiện tham số a để trên (P) tồn tại điểm $Q(x_0; y_0)$ thỏa mãn $\sqrt{x_0^2 + 1} - \sqrt{y_0 + 4} = x_0 - \sqrt{y_0 + 3}$.

Bài 4. (2,0 điểm).

1. Giải hệ phương trình $\begin{cases} \frac{x^2}{(y+1)^2} + \frac{y^2}{(x+1)^2} = \frac{1}{2}, \\ 3xy = x + y + 1. \end{cases}$
2. Giải phương trình $(3+x)\sqrt{2x+\frac{7}{x}} = 2x^2 + 10$.

Bài 5. (3,5 điểm).

Cho đường tròn $(O; R)$ đường kính AB . Gọi M là điểm chính giữa cung AB . Trên cung AB không chứa điểm M lấy điểm N sao cho cung AN nhỏ hơn cung BN . Gọi E là giao điểm các tia MA và BN , F là giao điểm các tia BM và NA .

1. Chứng minh tứ giác $MNEF$ nội tiếp.
2. Chứng minh $BM \cdot BF = BN \cdot BE$.
3. Gọi P là giao điểm của BA và EF . Chứng minh PB là tia phân giác của $\widehat{MPN}$.
4. Gọi S là diện tích hình tròn tâm O bán kính R và S_1 là diện tích hình tròn nội tiếp tam giác MNP . Tính độ dài AN theo R khi $S = 4S_1$.

Bài 6. (0,5 điểm). Thí sinh chỉ được lựa chọn một trong hai ý (6.1 hoặc 6.2).

1. Giải hệ phương trình $\begin{cases} x + 3\sqrt{xy + x - y^2 - y} = 5y + 4, \\ \sqrt{4y^2 - x - 2} + \sqrt{y-1} = x-1. \end{cases}$
2. Giải bất phương trình $\sqrt{x^2 + x + 19} + \sqrt{7x^2 + 22x + 28} + \sqrt{13x^2 + 43x + 37} \leq 3\sqrt{3}(x+3)$.

-----HẾT-----