ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

TUYỂN TẬP 30 ĐỀ ÔN TẬP GIỮA KÌ I TOÁN 12

ĐỀ 1
ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA KÌ I
Môn: TOÁN, Lớp 12
Thời gian làm bài: 90 phút, *không tính thời gian phát đề*

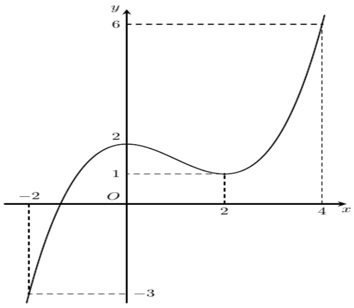
Câu 1. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho đạt cực đại tại

A. $x=-2$.　**B.** $x=3$.　**C.** $x=1$.　**D.** $x=2$.

Câu 2. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị hàm số như hình vẽ sau:



Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $\left[0;4\right]$ là

A. -3.　**B.** 2.　**C.** 1.　**D.** -2.

Câu 3. Thể tích của khối lập phương có cạnh bằng 4 là:

A. 16.　**B.** 4.　**C.** $\dfrac{64}{3}$.　**D.** 64.

Câu 4. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	$\Vert$	$+$	$\Vert$	$-$	
y	-5	$\nearrow$	2	$\searrow$	-4	$\nearrow$	3	$\searrow$	-1

Giá trị lớn nhất của hàm số $f\left(x\right)$ trên $\mathbb{R}$ bằng

A. 2.　**B.** -4.　**C.** 3.　**D.** -1.

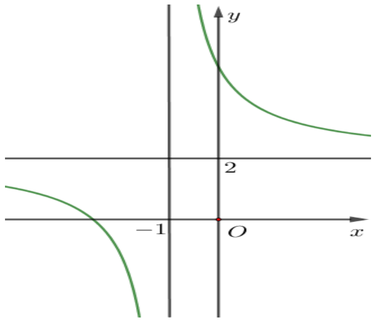
Câu 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có SA vuông góc với $\left(ABCD\right)$, đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a và $SA=6a$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $\dfrac{a^3}{3}$.　**B.** $6a^3$.　**C.** $3a^3$.　**D.** $2a^3$.

Câu 6. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$ và $\lim\limits_{x\to-\infty}f\left(x\right)=-\infty$, $\lim\limits_{x\to+\infty}f\left(x\right)=-1$.
Số tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ là

A. 2.　**B.** 0.　**C.** 1.　**D.** 3.

Câu 7. . Đường cong trong hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



A. $y=\dfrac{2x+5}{x+1}$. **B.** $y=x^3+3x^2+1$. **C.** $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$. **D.** $y=x^4-x^2+1$.

Câu 8. Khối lăng trụ có chiều cao bằng 4, diện tích đáy bằng 6. Thể tích khối lăng trụ này bằng

A. 8. **B.** 24. **C.** 10. **D.** 12.

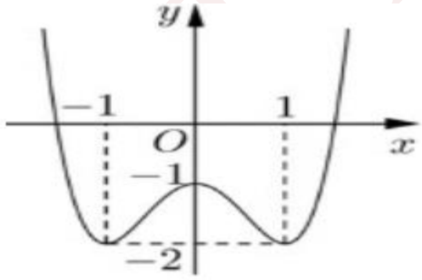
Câu 9. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-1	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

Số nghiệm thực của phương trình: $2f\left(x\right)=3$ là

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 10. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ xác định trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ sau.



Số điểm cực tiểu của của hàm số $y=f\left(x\right)$

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 11. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	3	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

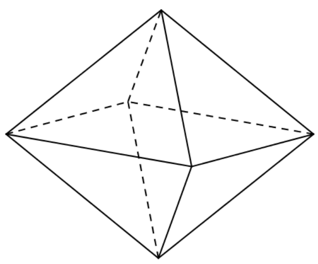
Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(0;2\right)$. **B.** $\left(1;3\right)$. **C.** $\left(-2;0\right)$ **D.** $\left(1;+\infty\right)$.

Câu 12. Khối chóp có chiều cao bằng 3, diện tích đáy bằng 5. Thể tích khối chóp bằng:

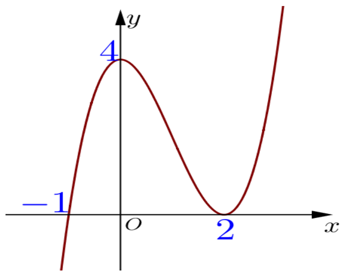
A. 15. **B.** 5. **C.** 8. **D.** 25.

Câu 13. Số cạnh của một hình bát diện đều là



A. 12. **B.** 16. **C.** 10. **D.** 8.

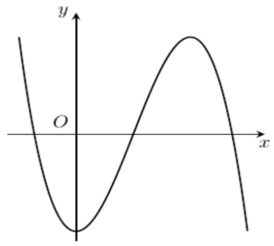
Câu 14. Cho hàm số bậc ba $y = f\left(x\right)$ có đồ thị như hình sau



Hàm số $y = f\left(x\right)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(0;2\right)$. **B.** $\left(-\infty;-1\right)$. **C.** $\left(2;4\right)$. **D.** $\left(-1;2\right)$.

Câu 15. Đường cong trong hình vẽ sau là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y = -x^3 + 3x^2 - 2$. **B.** $y = -x^4 + x^2 - 2$. **C.** $y = x^4 - x^2 - 2$. **D.** $y = x^3 - 3x^2 - 2$.

Câu 16. Cho hàm số $y = f\left(x\right)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên dưới đây. Đồ thị hàm số $y = f\left(x\right)$ cắt đường thẳng $y = -2020$ tại bao nhiêu điểm?

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		+	0	−	0	+	0	−	
y	$-\infty$	↗	3	↘	-1	↗	3	↘	$-\infty$

A. 0. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 17. Cho hàm số $y = f\left(x\right)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\left\{0\right\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		−	‖	+	0	−	
y	$+\infty$	↘	-1 ‖ $-\infty$	↗	2	↘	$-\infty$

Hỏi đồ thị hàm số trên có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 18. Hình đa diện nào dưới đây không có tâm đối xứng?

A. Bát diện đều. **B.** Tứ diện đều.

C. Hình lập phương. **D.** Lăng trụ lục giác đều.

Câu 19. Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = \dfrac{2x-1}{x+3}$. **B.** $y = x^3 + 2x$. **C.** $y = 2x^2 + 1$. **D.** $y = 2x^4 + x^2$.

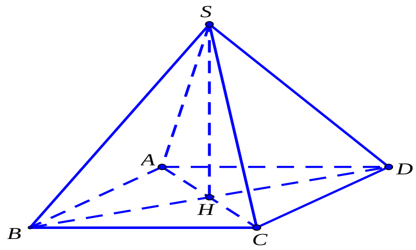
Câu 20. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f\left(x\right) = x^3 - 3x$ trên đoạn $\left[-3;3\right]$ bằng

A. 18. **B.** 2. **C.** -2. **D.** -18.

Câu 21. Giá trị lớn nhất của hàm số $f\left(x\right) = \sqrt{11-2x}$ trên $\left[1;5\right]$ bằng

A. 3. **B.** $\sqrt{5}$. **C.** 1. **D.** $\sqrt{11}$.

Câu 22. Cho $S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều, biết $AB = a$, $SA = a$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng



A. $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\dfrac{a^3}{3}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{6}$. **D.** a^3.

Câu 23. Cho hàm số $y = \dfrac{x+1}{x-1}$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

B. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

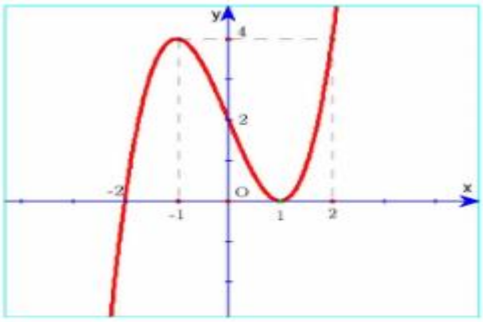
C. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

D. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

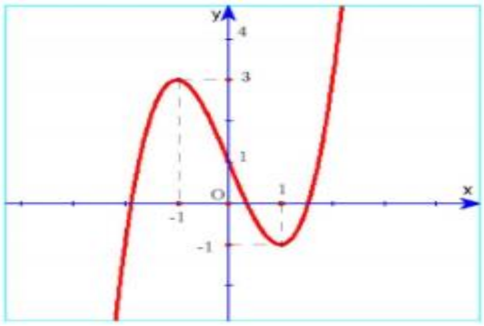
Câu 24. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$, đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Biết $AB = a$, $AD = 2a$, $SA = 3a$. Thể tích hình chóp $S.ABCD$ bằng

A. $2a^3$. **B.** $6a^3$. **C.** a^3. **D.** $\dfrac{a^3}{3}$.

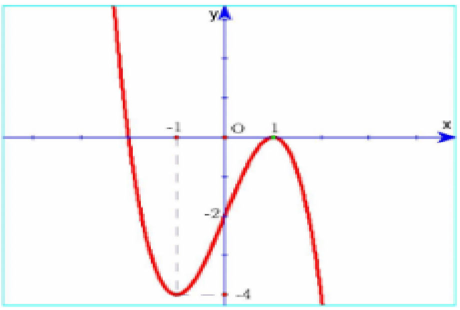
Câu 25. Đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ là hình nào trong 4 hình dưới đây?

A. 

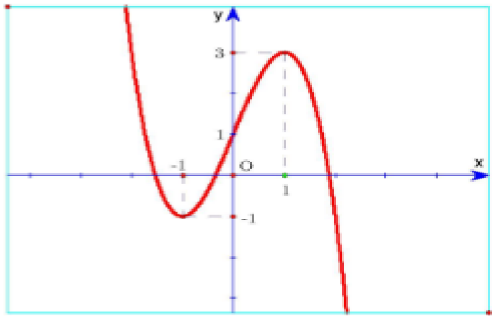
.

B. 

.

C. 

.

D. 

.

Câu 26. Đồ thị hàm số nào sau đây không có tiệm cận đứng?

A. $y = \dfrac{1}{x^2 + 2x + 1}$. **B.** $y = \dfrac{\sqrt{x-3}}{x+2}$. **C.** $y = -\dfrac{1}{x}$. **D.** $y = \dfrac{3x-1}{x^2-1}$.

Câu 27. Lăng trụ đứng $ABCA'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A, $BC = 2a$, $AB = a$. Mặt bên $(BB'C'C)$ là hình vuông. Khi đó thể tích lăng trụ là

A. $a^3\sqrt{2}$. **B.** $a^3\sqrt{3}$. **C.** $2a^3\sqrt{3}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 28. Tìm phương trình tất cả các tiệm cận của đồ thị hàm số: $y=\dfrac{3x-1}{x-2}$

A. $x=-2$ và $y=3$. **B.** $x=3$ và $y=2$. **C.** $x=2$ và $y=-\dfrac{1}{2}$. **D.** $x=2$ và $y=3$.

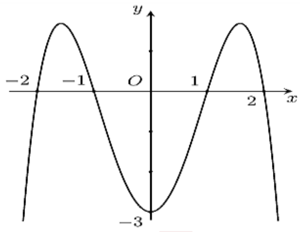
Câu 29. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x+1)^2, \forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 30. Hình chóp $S.ABCD$ đáy hình vuông, SA vuông góc với đáy, $SA=a\sqrt{3}, AC=a\sqrt{2}$. Khi đó thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

Câu 31. Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như hình vẽ sau. Trong các mệnh đề dưới đây, mệnh đề nào đúng?



A. $a>0,b<0,c<0$. **B.** $a<0,b<0,c<0$. **C.** $a<0,b>0,c<0$. **D.** $a>0,b<0,c>0$.

Câu 32. Số cực trị của hàm số $f(x)=x^4-4x^2+3$

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.

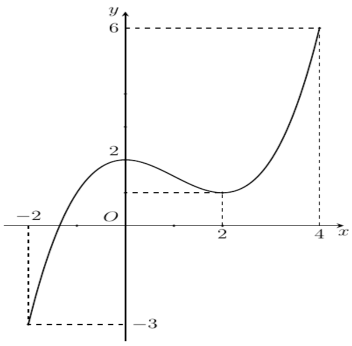
Câu 33. Trong tất cả các loại hình đa diện đều sau, loại nào có số mặt nhiều nhất?

A. $\{5;3\}$. **B.** $\{3;5\}$. **C.** $\{4;3\}$. **D.** $\{3;4\}$.

Câu 34. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^3-5x$ và đường thẳng $y=x$ là

A. 0. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 35. Hàm số $y=f(x)$ và có đồ thị như hình sau. Số nghiệm thực của phương trình $3f(x)-5=0$ trên đoạn $[0;4]$ là

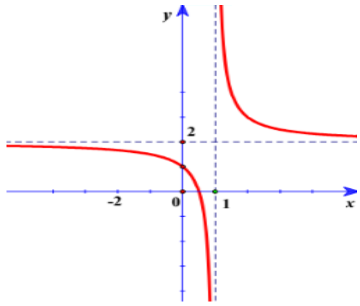


A. 2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 36. Một vật chuyển động theo quy luật $S=-\dfrac{1}{2}t^3+9t^2$, với t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc vật bắt đầu chuyển động và s (mét) là quãng đường vật đi được trong thời gian đó. Hỏi trong khoảng thời gian 10 giây, kể từ lúc bắt đầu chuyển động, vận tốc lớn nhất của vật đạt được bằng:

A. 400 (m/s). **B.** 216 (m/s). **C.** 30 (m/s). **D.** 54 (m/s).

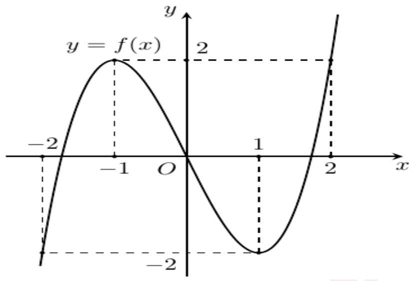
Câu 37. **Xác định** a,b,c **để hàm số** $y=\dfrac{ax-1}{bx+c}$ có đồ thị như hình vẽ bên. Chọn đáp án đúng?



A. $a=2,b=2,c=-1$. **B.** $a=2,b=1,c=1$.

C. $a=2,b=-1,c=1$. **D.** $a=2,b=1,c=-1$.

Câu 38. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ sau:



Số cực trị của hàm số $y=\left[f\left(x\right)\right]^2$ là

A. 5. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 4.

Câu 39. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y=\dfrac{mx+9}{x+m}$ nghịch biến trên từng khoảng xác định

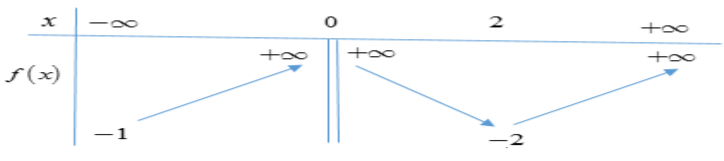
A. $-3\le m\le 3$. **B.** $-3<m<3$. **C.** $-3\le m<3$. **D.** $-3<m\le 3$.

Câu 40. Tập tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=x^3-\left(m-1\right)x^2+3x+1$ đồng biến trên khoảng $\left(-\infty;+\infty\right)$ là

A. $\left(-2;4\right)$. **B.** $\left(-\infty;-2\right)\cup\left(4;+\infty\right)$.

C. $\left[-2;4\right]$. **D.** $\left(-\infty;-2\right]\cup\left[4;+\infty\right)$.

Câu 41. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\left\{0\right\}$ và có bảng biến thiên như hình sau.



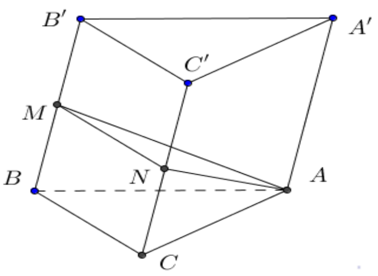
Số nghiệm của phương trình: $f\left(x^2\right)=1$

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 6.

Câu 42. Tìm tất cả các giá trị thực của m để hàm số $y=mx^4-\left(m+1\right)x^2+2m-1$ có 3 điểm cực trị?

A. $-1<m<0$. **B.** $m<-1$. **C.** $m>-1$. **D.** $\left[\begin{array}{l} m<-1 \\ m>0 \end{array}\right.$.

Câu 43. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi M,N lần lượt là trung điểm của BB' và CC'. Tỉ số thể tích $\dfrac{V_{ABCMN}}{V_{ABC.A'B'C'}}$ là



A. $\frac{1}{6}$. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{2}{3}$.

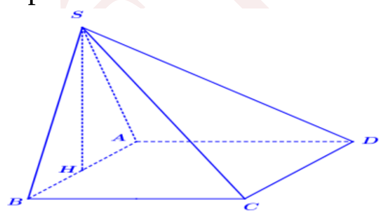
Câu 44. Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{\sqrt{x+4}-2}{x^2+x}$ là

A. 1. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 45. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại B. Biết ΔSAB là tam giác đều và thuộc mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng (ABC). Biết $AB=a$, $AC=a\sqrt{3}$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ là:

A. $\frac{a^3}{4}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$.

Câu 46. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình vuông, mặt bên (SAB) là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Biết khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SCD) bằng $a\sqrt{3}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.



A. $V=\frac{7a^3\sqrt{21}}{6}$. **B.** $V=\frac{7a^3\sqrt{21}}{2}$. **C.** $V=\frac{7a^3\sqrt{7}}{6}$. **D.** $V=\frac{3a^3\sqrt{7}}{2}$.

Câu 47. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $BC=a$, mặt phẳng $(A'BC)$ tạo với đáy một góc 30° và tam giác $A'BC$ có diện tích bằng $a^2\sqrt{3}$. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. **B.** $\frac{3a^3\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$. **D.** $\frac{3a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 48. Cho hàm số $f(x)$, có bảng biến thiên của hàm số $f'(x)$ như sau:

x		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$	$+\infty$	$\searrow$ -3	$\nearrow$	2	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Số cực trị của hàm số $y=f(x^2+2x)$ là

A. 5. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 7.

Câu 49. Cho hàm số $y=f(x)$, có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-3		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $y=f(3-2x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(3;+\infty)$. **B.** $(2;4)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(-\infty;1)$.

Câu 50. Cho các số thực không âm x, y thỏa mãn $x+y=1$. Giá trị lớn nhất M và giá trị nhỏ nhất m của biểu thức $S=\left(4x^2+3y\right)\left(4y^2+3x\right)+25xy$ lần lượt là

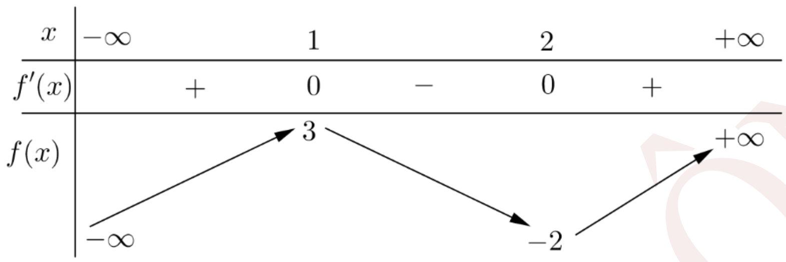
A. $M=\dfrac{25}{2}, m=12$. **B.** $M=12, m=\dfrac{191}{16}$. **C.** $M=\dfrac{25}{2}, m=\dfrac{191}{16}$. **D.** $M=\dfrac{25}{2}, m=0$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.C	2.C	3.D	4.C	5.D	6.C	7.A	8.B	9.D	10.C
11.C	12.B	13.A	14.A	15.A	16.C	17.A	18.B	19.B	20.D
21.A	22.C	23.D	24.A	25.A	26.B	27.B	28.D	29.C	30.C
31.C	32.A	33.B	34.B	35.A	36.D	37.D	38.A	39.B	40.C
41.C	42.D	43.B	44.C	45.D	46.A	47.B	48.D	49.A	50.C

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



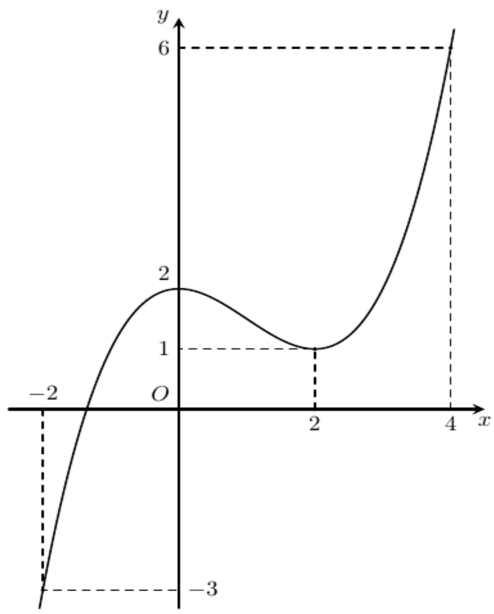
Hàm số đã cho đạt cực đại tại

A. $x = -2$. **B.** $x = 3$. **C.** $x = 1$. **D.** $x = 2$.

Lời giải

Từ BBT suy ra hàm số đạt cực đại tại $x = 1$.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị hàm số như hình vẽ sau:



Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[0;4]$ là

A. -3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** -2.

Lời giải

Nhìn đồ thị suy ra giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[0;4]$ là 1.

Câu 3. Thể tích của khối lập phương có cạnh bằng 4 là:

A. 16. **B.** 4. **C.** $\frac{64}{3}$. **D.** 64.

Lời giải

Thể tích khối lập phương đã cho là: $V = 4^3 = 64$.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	||	$+$	||	$-$	
y	-5	$\nearrow$	2	$\searrow$	-4	$\nearrow$	3	$\searrow$	-1

Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ bằng

A. 2. **B.** –4. **C.** 3. **D.** –1.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy giá trị lớn nhất của hàm số là 3.

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có SA vuông góc với $(ABCD)$, đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a và $SA = 6a$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $\frac{a^3}{3}$. **B.** $6a^3$. **C.** $3a^3$. **D.** $2a^3$.

Lời giải

Ta có: $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SA.S_{ABCD} = \frac{1}{3}.6a.a^2 = 2a^3$.

Câu 6. Cho hàm số $y = f(x)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$ và $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$, $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = -1$.

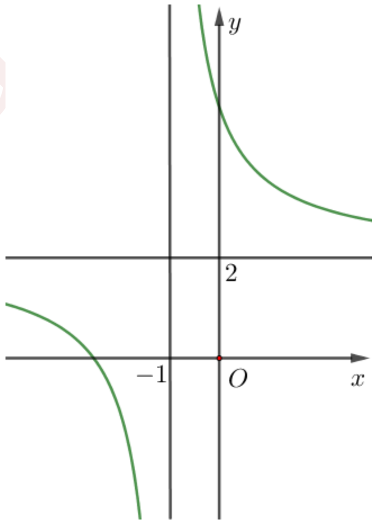
Số tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là

A. 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = -1 \Rightarrow$ đường thẳng $y = -1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = f(x)$.

Câu 7. . Đường cong trong hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



A. $y = \frac{2x+5}{x+1}$. **B.** $y = x^3 + 3x^2 + 1$. **C.** $y = \frac{2x+1}{x+1}$. **D.** $y = x^4 - x^2 + 1$.

Lời giải

Từ đồ thị ta suy ra:

+ Đồ thị hàm số là hàm nhất biến $\Rightarrow$ loại B, D.

+ Đồ thị cắt trục Oy tại điểm có tung độ lớn hơn $2 \Rightarrow$ chọn A.

Câu 8. Khối lăng trụ có chiều cao bằng 4, diện tích đáy bằng 6. Thể tích khối lăng trụ này bằng

A. 8. **B.** 24. **C.** 10. **D.** 12.

Lời giải

Từ giả thiết, ta có: Diện tích đáy $B=4$, chiều cao $h=6$.

Suy ra thể tích khối lăng trụ là $V=B.h=4.6=24$.

Câu 9. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	3	↘	-1	↗	3	↘	$-\infty$

Số nghiệm thực của phương trình: $2f\left(x\right)=3$ là

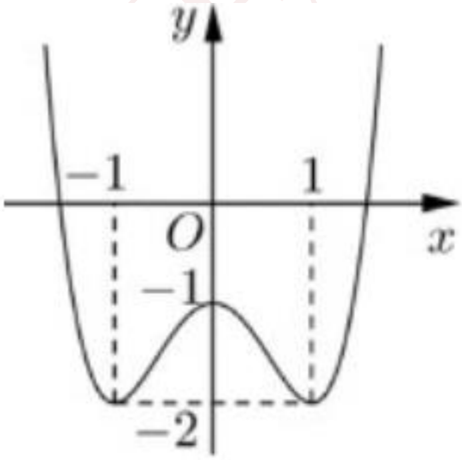
A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Ta có: phương trình: $2f\left(x\right)=3\Leftrightarrow f\left(x\right)=\dfrac{3}{2}$.

Số nghiệm của phương trình : $f\left(x\right)=\dfrac{3}{2}$ là số giao điểm của đồ thị của hàm số $y=f\left(x\right)$ và đường thẳng: $y=\dfrac{3}{2}$

Câu 10. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ xác định trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ sau.



Số điểm cực tiểu của của hàm số $y=f\left(x\right)$

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Dựa vào đồ thị của hàm số $y=f\left(x\right)$ ta thấy hàm số $y=f\left(x\right)$ có hai điểm cực tiểu

Câu 11. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	1	↗	3	↘	1	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(0;2\right)$. **B.** $\left(1;3\right)$. **C.** $\left(-2;0\right)$ **D.** $\left(1;+\infty\right)$.

Lời giải

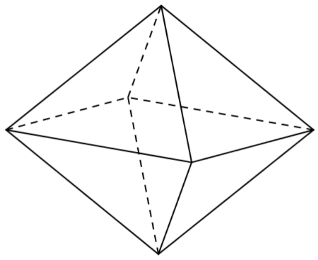
Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy $f'(x) > 0, \forall x \in (-2;0)$ nên chọn C

Câu 12. Khối chóp có chiều cao bằng 3, diện tích đáy bằng 5. Thể tích khối chóp bằng:

A. 15. **B.** 5. **C.** 8. **D.** 25.

Lời giải

Câu 13. Số cạnh của một hình bát diện đều là

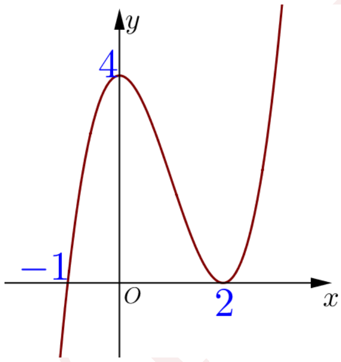


A. 12. **B.** 16. **C.** 10. **D.** 8.

Lời giải

Số cạnh của một hình bát diện đều là 12.

Câu 14. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình sau



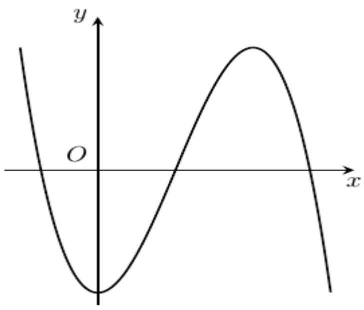
Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0;2)$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $(2;4)$. **D.** $(-1;2)$.

Lời giải

Từ đồ thị cho thấy hàm số có 2 điểm cực trị là $x=0$, $x=2$ và đồ thị đi xuống trên khoảng $(0;2)$ nên hàm số nghịch biến trên khoảng này.

Câu 15. Đường cong trong hình vẽ sau là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y=-x^3+3x^2-2$. **B.** $y=-x^4+x^2-2$. **C.** $y=x^4-x^2-2$. **D.** $y=x^3-3x^2-2$.

Lời giải

Dựa trên hình dáng đồ thị, ta loại các đáp án B và C . Mặt khác từ đồ thị, ta thấy $\lim\limits_{x\to+\infty} y = -\infty$ nên chọn đáp án A .

Câu 16. **[Mức độ 1]** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên dưới đây. Đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ cắt đường thẳng $y=-2020$ tại bao nhiêu điểm?

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-1	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

A. 0. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số $y=f\left(x\right)$, ta có đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ cắt đường thẳng $y=-2020$ tại 2 điểm.

Câu 17. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{0\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		0		1		$+\infty$
y'		$-$	‖	‖		$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-1	‖	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$

Hỏi đồ thị hàm số trên có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên ta có:

+) $\lim\limits_{x\to-\infty} f\left(x\right)=+\infty;\ \lim\limits_{x\to+\infty} f\left(x\right)=-\infty$, suy ra đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

+) $\lim\limits_{x\to0^-} f\left(x\right)=-1;\ \lim\limits_{x\to0^+} f\left(x\right)=-\infty$, suy ra đồ thị hàm số có 1 tiệm cận đứng.

Vậy đồ thị hàm số có một đường tiệm cận.

Câu 18. Hình đa diện nào dưới đây không có tâm đối xứng?

A. Bát diện đều. **B.** Tứ diện đều.

C. Hình lập phương. **D.** Lăng trụ lục giác đều.

Lời giải

Mọi hình chóp đều không có tâm đối xứng (trong đó có hình tứ diện đều).

Câu 19. Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=\dfrac{2x-1}{x+3}$. **B.** $y=x^3+2x$. **C.** $y=2x^2+1$. **D.** $y=2x^4+x^2$.

Lời giải

Xét hàm số $y=x^3+2x$

Ta có: $y'=3x^2+2>0\,\forall x$ nên hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 20. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f\left(x\right)=x^3-3x$ trên đoạn $\left[-3;3\right]$ bằng

A. 18. **B.** 2. **C.** -2. **D.** -18.

Lời giải

Ta có $f'\left(x\right)=3x^2-3$.

$f'(x)=0\Rightarrow 3x^2-3=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-1 \end{array}\right.$.

$f(-3)=-18;\ f(-1)=2;\ f(1)=-2;\ f(3)=18$. Hàm số liên tục trên đoạn $[-3;3]$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm $f(x)=x^3-3x$ trên đoạn $[-3;3]$ bằng -18.

Câu 21. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=\sqrt{11-2x}$ trên $[1;5]$ bằng

A. 3. **B.** $\sqrt{5}$. **C.** 1. **D.** $\sqrt{11}$.

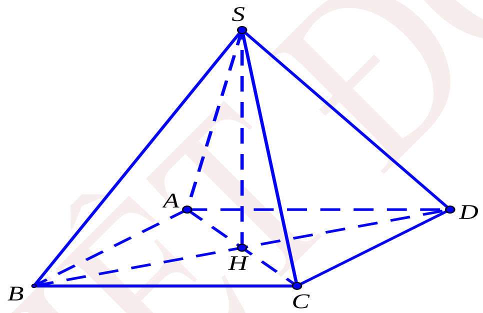
Lời giải

+) Trên đoạn $[1;5]$ ta có: $f'(x)=\dfrac{-1}{\sqrt{11-2x}}<0\ \forall\ x\in[1;5]$.

+) $f(1)=\sqrt{11-2.1}=3,\quad f(5)=\sqrt{11-2.5}=1$.

Vậy $\max\limits_{x\in[1;5]} f(x)=3$ khi $x=1$.

Câu 22. Cho $S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều, biết $AB=a,\ SA=a$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng



A. $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\dfrac{a^3}{3}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{6}$. **D.** a^3.

Lời giải

Gọi H là giao của AC và BD.

Vì $S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều nên $SH\perp(ABCD)$.

Ta có: $AC=\sqrt{AD^2+DC^2}=\sqrt{a^2+a^2}=a\sqrt{2}\Rightarrow AH=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Tam giác SHA vuông tại H nên có: $SH=\sqrt{SA^2-AH^2}=\sqrt{a^2-\left(\dfrac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2}=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Diện tích hình vuông $ABCD$ là: $S_{ABCD}=a^2$.

Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là: $V_{S.ABCD}=\dfrac{1}{3}S_{ABCD}.SH=\dfrac{1}{3}a^2.\dfrac{a\sqrt{2}}{2}=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

Câu 23. Cho hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-1}$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

B. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

C. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

D. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

Lời giải

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

Ta có $y' = \dfrac{-2}{(x-1)^2} < 0, \forall x \neq 1$ nên hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

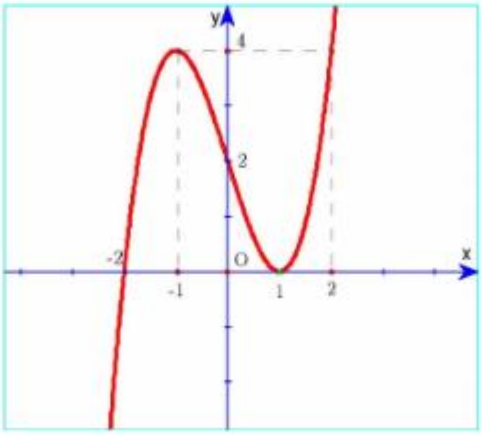
Câu 24. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$, đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Biết $AB = a$, $AD = 2a$, $SA = 3a$. Thể tích hình chóp $S.ABCD$ bằng

A. $2a^3$. **B.** $6a^3$. **C.** a^3. **D.** $\dfrac{a^3}{3}$.

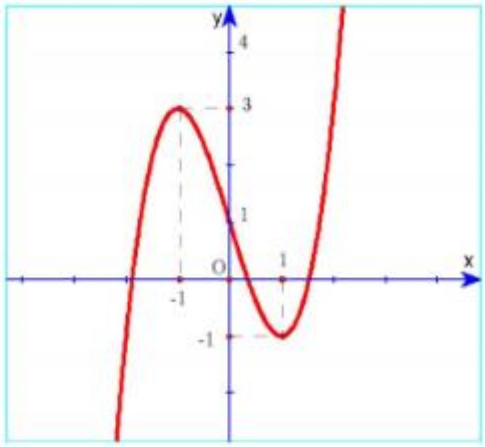
Lời giải

Thể tích hình chóp $S.ABCD$ là: $V = \dfrac{1}{3}S_{ABCD}.h = \dfrac{1}{3}.AB.AD.SA = 2a^3$.

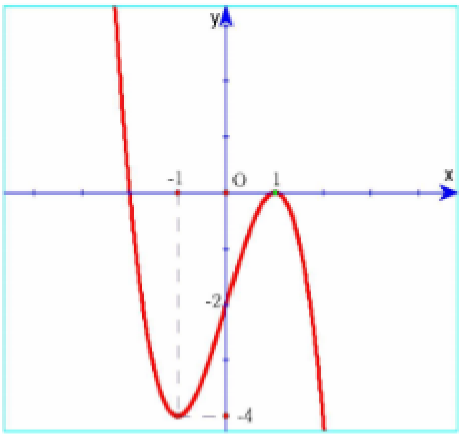
Câu 25. Đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ là hình nào trong 4 hình dưới đây?

A. 

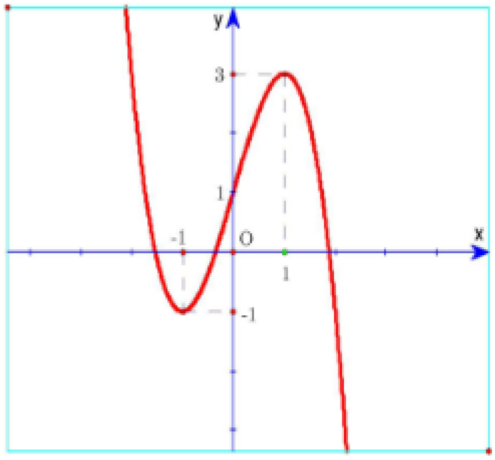
.

B. 

.

C. 

.

D. 

.

Lời giải

Chọn A vì đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ cắt trục tung tại điểm $(0;2)$.

Câu 26. Đồ thị hàm số nào sau đây không có tiệm cận đứng?

A. $y = \dfrac{1}{x^2 + 2x + 1}$. **B.** $y = \dfrac{\sqrt{x-3}}{x+2}$. **C.** $y = -\dfrac{1}{x}$. **D.** $y = \dfrac{3x-1}{x^2-1}$.

Lời giải

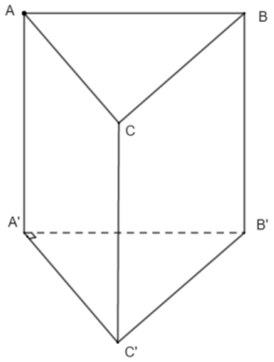
Xét hàm số $y = \dfrac{\sqrt{x-3}}{x+2}$ có TXĐ $D = [3;+\infty)$.

Mẫu là đa thức có nghiệm $x = -2 \notin D$ nên đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng.

Câu 27. Lăng trụ đứng $ABCA'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A, $BC = 2a$, $AB = a$. Mặt bên $(BB'C'C)$ là hình vuông. Khi đó thể tích lăng trụ là

A. $a^3\sqrt{2}$. **B.** $a^3\sqrt{3}$. **C.** $2a^3\sqrt{3}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải



Tam giác ABC vuông tại A.

$AC=\sqrt{BC^2-AB^2}=\sqrt{4a^2-a^2}=a\sqrt{3}$.

Thể tích khối lăng trụ là

$V_{ABCA'B'C'}=S_{\Delta ABC}.BB'=\dfrac{1}{2}a.a\sqrt{3}.2a=a^3\sqrt{3}$.

Câu 28. Tìm phương trình tất cả các tiệm cận của đồ thị hàm số: $y=\dfrac{3x-1}{x-2}$

A. $x=-2$ và $y=3$. **B.** $x=3$ và $y=2$. **C.** $x=2$ và $y=-\dfrac{1}{2}$. **D.** $x=2$ và $y=3$.

Lời giải

Ta có

$\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{3x-1}{x-2}=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{x(3-\frac{1}{x})}{x(1-\frac{2}{x})}=3\Rightarrow y=3$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

$\lim\limits_{x\to2^\pm}\dfrac{3x-1}{x-2}=\pm\infty\Rightarrow x=2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Câu 29. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x+1)^2,\forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Ta có $f'(x)=0\Leftrightarrow x(x+1)^2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=-1\end{array}\right.$.

Bảng xét dấu $f'(x)$

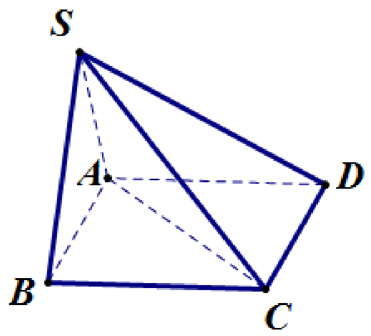
x	$-\infty$		-1		0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$-$	0	$+$	

Do đó hàm số đã cho có một cực trị.

Câu 30. Hình chóp $S.ABCD$ đáy hình vuông, SA vuông góc với đáy, $SA=a\sqrt{3}, AC=a\sqrt{2}$. Khi đó thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

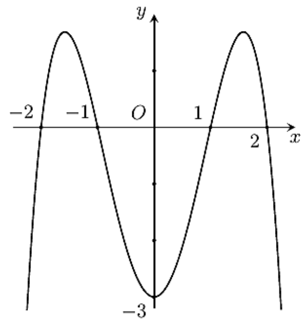
Lời giải



Gọi cạnh của hình vuông $ABCD$ là x. Khi đó, độ dài đường chéo hình vuông là $x\sqrt{2}$. Theo giả thiết ta được $x\sqrt{2} = a\sqrt{2} \Rightarrow x = a$.

Thể tích khối chóp S.$ABCD$ là: $V = \frac{1}{3}.S_{ABCD}.SA = \frac{1}{3}a^2.a\sqrt{3} = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 31. Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ sau. Trong các mệnh đề dưới đây, mệnh đề nào đúng?



A. $a > 0, b < 0, c < 0$. **B.** $a < 0, b < 0, c < 0$. **C.** $a < 0, b > 0, c < 0$. **D.** $a > 0, b < 0, c > 0$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị hàm số ta có $a < 0$.
Với $x = 0 \Rightarrow y = c = -3 \Rightarrow c < 0$.
Hàm số có ba điểm cực trị nên $ab < 0$ do $a < 0$ nên $b > 0$.
Vậy: $a < 0$, $b > 0$, $c < 0$.

Câu 32. Số cực trị của hàm số $f(x) = x^4 - 4x^2 + 3$

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.

Lời giải

Hàm số bậc bốn có $ab < 0$ nên có 2 cực trị.

Câu 33. Trong tất cả các loại hình đa diện đều sau, loại nào có số mặt nhiều nhất?

A. $\{5;3\}$. **B.** $\{3;5\}$. **C.** $\{4;3\}$. **D.** $\{3;4\}$.

Lời giải

$\{3;5\}$**:** khối có 20 mặt đều.

$\{5;3\}$: khối 12 mặt đều.

$\{4;3\}$: khối lập phương.

$\{3;4\}$: khối bát diện đều.

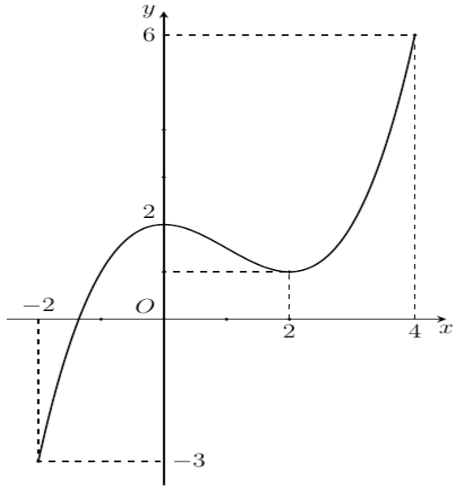
Câu 34. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 - 5x$ và đường thẳng $y = x$ là

A. 0. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

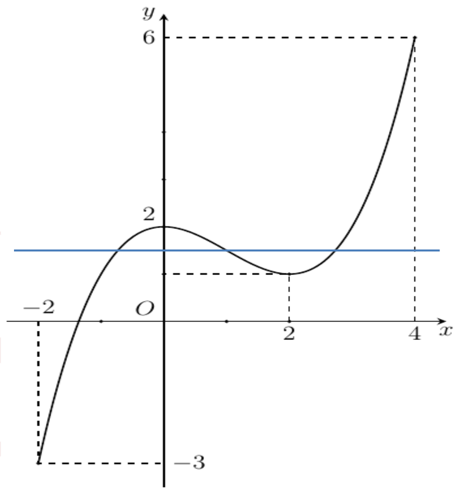
Xét phương trình hoàn độ giao điểm: $x^3-5x=x \Leftrightarrow x^3-6x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\sqrt{6} \\ x=-\sqrt{6} \end{array}\right.$.

Câu 35. Hàm số $y=f(x)$ và có đồ thị như hình sau. Số nghiệm thực của phương trình $3f(x)-5=0$ trên đoạn $[0;4]$ là:



A. 2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải



Ta có $3f(x)-5=0 \Leftrightarrow f(x)=\frac{5}{3}$.

Ta thấy khi $x\in[0;4]$ thì đồ thị hàm số $y=f(x)$ cắt đường thẳng $y=\frac{5}{3}$ tại 2 điểm phân biệt.

Vậy số nghiệm của phương trình đã cho là 2.

Câu 36. Một vật chuyển động theo quy luật $S=-\frac{1}{2}t^3+9t^2$, với t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc vật bắt đầu chuyển động và s (mét) là quãng đường vật đi được trong thời gian đó. Hỏi trong khoảng thời gian 10 giây, kể từ lúc bắt đầu chuyển động, vận tốc lớn nhất của vật đạt được bằng:

A. 400 (m/s). **B.** 216 (m/s). **C.** 30(m/s). **D.** 54(m/s).

Lời giải

Ta có $v(t)=s'(t)=-\frac{3}{2}t^2+18t$ với $t\in[0;10]$.

$v'(t) = -3t + 18$

$v'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 6$

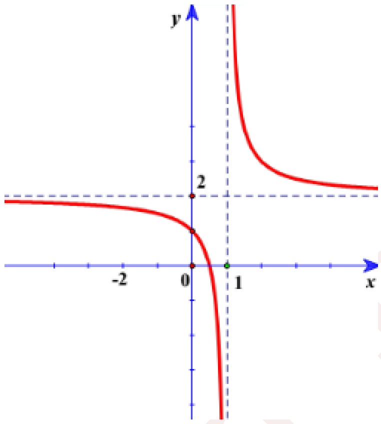
$v(0) = 0$

$v(10) = 30$

$v(6) = 54$

Vậy vận tốc lớn nhất của vật trong khoảng thời gian 10 giây, kể từ lúc bắt đầu chuyển động là 54 (m/s).

Câu 37. Xác định a, b, c để hàm số $y = \dfrac{ax-1}{bx+c}$ có đồ thị như hình vẽ bên. Chọn đáp án đúng?



A. $a = 2, b = 2, c = -1$. **B.** $a = 2, b = 1, c = 1$.

C. $a = 2, b = -1, c = 1$. **D.** $a = 2, b = 1, c = -1$.

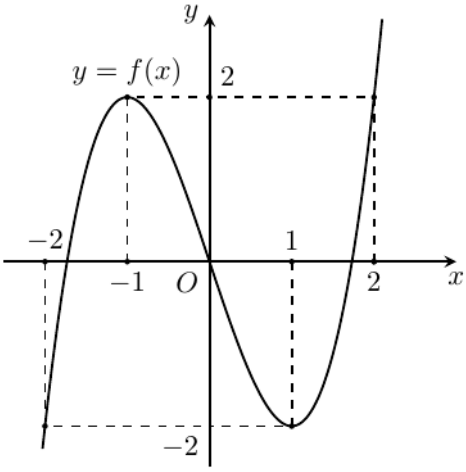
Lời giải

Theo đồ thị, ta thấy, $x = 0$ thì $y = 1$ nên $1 = \dfrac{a.0 - 1}{b.0 + c} \Rightarrow \dfrac{-1}{c} = 1 \Rightarrow c = -1$.

Tiệm cận đứng: $x = \dfrac{-c}{b} = 1 \Rightarrow \dfrac{1}{b} = 1 \Rightarrow b = 1$.

Tiệm cận đứng: $y = \dfrac{a}{b} = 2 \Rightarrow \dfrac{a}{1} = 2 \Rightarrow a = 2$

Câu 38. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ sau:



Số cực trị của hàm số $y = \left[f(x)\right]^2$ là

A. 5. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 4.

Lời giải

Ta có: $y' = 2f(x)f'(x)$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow 2f(x)f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x) = 0 \\ f'(x) = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = a\ \left(a \in (-2;-1)\right) \\ x = 0 \\ x = b\ \left(b \in (1;2)\right) \\ x = -1 \\ x = 1 \end{array}\right.$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		a		-1		0		1		b		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$	|	$+$	0	$-$	|	$-$	0	$+$	
$f'(x)$		$+$	|	$+$	0	$-$	|	$-$	0	$+$	|	$+$	
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy đạo hàm đổi dấu 5 lần. Do đó, hàm số đã cho có 5 cực trị

Câu 39. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y = \dfrac{mx+9}{x+m}$ nghịch biến trên từng khoảng xác định

A. $-3 \le m \le 3$. **B.** $-3 < m < 3$. **C.** $-3 \le m < 3$. **D.** $-3 < m \le 3$.

Lời giải

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{-m\}$.

Có $y' = \dfrac{m^2 - 9}{(x+m)^2}$.

Để hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định thì:

$y' < 0 \Leftrightarrow \dfrac{m^2-9}{(x+m)^2} < 0 \Leftrightarrow m^2 - 9 < 0 \Leftrightarrow -3 < m < 3$.

Câu 40. Tập tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = x^3 - (m-1)x^2 + 3x + 1$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$ là

A. $(-2;4)$. **B.** $(-\infty;-2) \cup (4;+\infty)$.

C. $[-2;4]$. **D.** $(-\infty;-2] \cup [4;+\infty)$.

Lời giải

TXĐ: $D = \mathbb{R}$.

Có $y' = 3x^2 - 2(m-1)x + 3$.

Có $\Delta'_{y'} = (m-1)^2 - 9 = m^2 - 2m - 8$.

Để hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$ thì:

$y' \ge 0\ \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow 3x^2 - 2(m-1)x + 3 \ge 0\ \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 > 0 \\ \Delta'_{y'} \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow m^2 - 2m - 8 \le 0 \Leftrightarrow -2 \le m \le 4$.

Câu 41. **[Mức độ 3]** Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{0\}$ và có bảng biến thiên như hình sau.

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f(x)$	-1	↗	$+\infty$ ‖ $+\infty$	↘	-2	↗	$+\infty$

Số nghiệm của phương trình: $f(x^2) = 1$

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 6.

Lời giải

Số nghiệm của phương trình là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = g(x) = f(x^2)$ và đường thẳng $y = 1$

Ta có $g'(x) = 2xf'(x^2)$

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow 2xf'(x^2) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ f'(x^2) = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x^2 = 2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \sqrt{2} \\ x = -\sqrt{2} \end{array}\right.$$

Ta có bảng biến thiên:

x	$-\infty$		$-\sqrt{2}$		0		$\sqrt{2}$		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	‖	$-$	0	$+$	
$g(x)$	$+\infty$	↘	-2	↗	$+\infty$ ‖ $+\infty$	↘	-2	↗	$+\infty$

Từ bảng biến thiên suy ra phương trình $f(x^2) = 1$ có 4 nghiệm phân biệt.

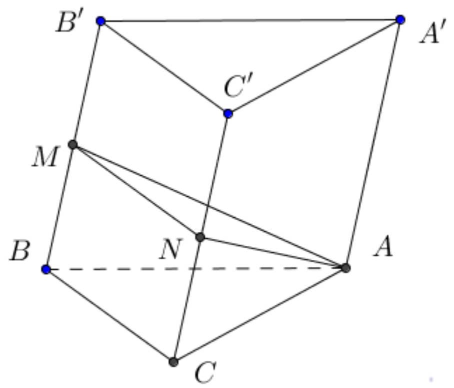
Câu 42. Tìm tất cả các giá trị thực của m để hàm số $y = mx^4 - (m+1)x^2 + 2m - 1$ có 3 điểm cực trị?

A. $-1 < m < 0$. **B.** $m < -1$. **C.** $m > -1$. **D.** $\left[\begin{array}{l} m < -1 \\ m > 0 \end{array}\right.$.

Lời giải

Hàm số có 3 điểm cực trị khi và chỉ khi $m(-m-1) < 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m < -1 \\ m > 0 \end{array}\right.$.

Câu 43. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BB' và CC'. Tỉ số thể tích $\dfrac{V_{ABCMN}}{V_{ABC.A'B'C'}}$ là



A. $\frac{1}{6}$. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{2}{3}$.

Lời giải

Ta có $V_{ABCMN}=2V_{M.ABC}=2.\frac{1}{3}.d\left(M;\left(ABC\right)\right).S_{\Delta ABC}=\frac{2}{3}.\frac{1}{2}.d\left(B';\left(ABC\right)\right).S_{\Delta ABC}$

$=\frac{1}{3}.d\left(B';\left(ABC\right)\right).S_{\Delta ABC}=\frac{1}{3}.V_{ABC.A'B'C'}\Rightarrow\frac{V_{ABCMN}}{V_{ABC.A'B'C'}}=\frac{1}{3}$.

Câu 44. Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{\sqrt{x+4}-2}{x^2+x}$ là

A. 1. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Tập xác định: $D=\left[-4;+\infty\right)\backslash\left\{-1;0\right\}$.

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty}y=0$ nên đồ thị hàm số có 1 tiệm cận ngang là $y=0$.

Lại có $\lim\limits_{x\to(-1)^+}y=+\infty$, $\lim\limits_{x\to(-1)^-}y=-\infty$ nên đồ thị hàm số có 1 tiệm cận đứng là $x=-1$.

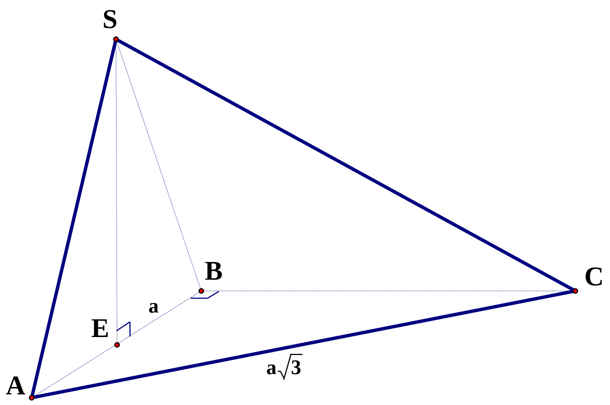
Và $\lim\limits_{x\to0}y=\frac{1}{4}$ nên đường thẳng $x=0$ không là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Vậy tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là 2.

Câu 45. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại B. Biết ΔSAB là tam giác đều và thuộc mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng $\left(ABC\right)$. Biết $AB=a$, $AC=a\sqrt{3}$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ là:

A. $\frac{a^3}{4}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$.

Lời giải



Gọi E là trung điểm cạnh AB. Ta có:

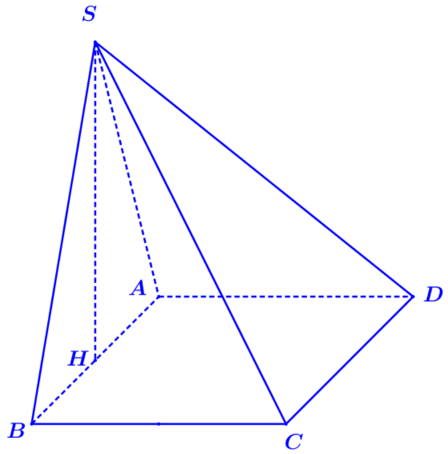
$\left.\begin{array}{l}(SAB)\perp(ABC)\\(SAB)\cap(ABC)=AB\\Trong\ \ (SAB):SE\perp AB\end{array}\right\}\Rightarrow SE\perp(ABC)$ tại E.

Mà ΔSAB là tam giác đều có cạnh $AB=a\ \Rightarrow SE=\dfrac{AB\sqrt{3}}{2}=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

ΔABC vuông tại $B\ \Rightarrow BC=\sqrt{AC^2-AB^2}=a\sqrt{2}\ \Rightarrow S_{\Delta ABC}=\dfrac{1}{2}AB.BC=\dfrac{a^2\sqrt{2}}{2}$.

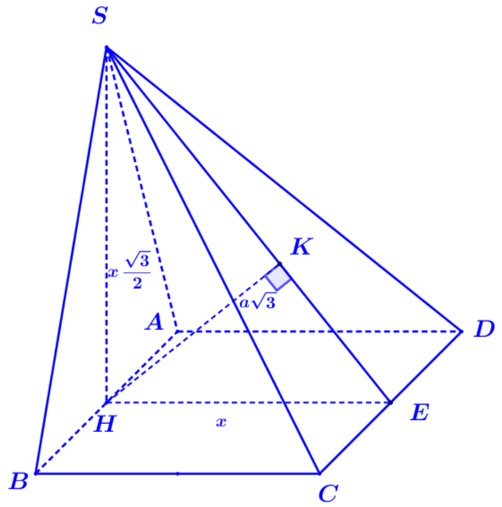
Vậy $V_{S,ABC}=\dfrac{1}{3}SE.S_{\Delta ABC}=\dfrac{1}{3}\dfrac{a\sqrt{3}}{2}.\dfrac{a^2\sqrt{2}}{2}=\dfrac{a^3\sqrt{6}}{12}$.

Câu 46. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình vuông, mặt bên (SAB) là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Biết khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SCD) bằng $a\sqrt{3}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.



A. $V=\dfrac{7a^3\sqrt{21}}{6}$. **B.** $V=\dfrac{7a^3\sqrt{21}}{2}$. **C.** $V=\dfrac{7a^3\sqrt{7}}{6}$. **D.** $V=\dfrac{3a^3\sqrt{7}}{2}$.

Lời giải



Gọi E là trung điểm CD. Kẻ $HK\perp SE$ tại K.

Vì $AH//CD$ nên $d(A,(SCD))=d(H,(SCD))=HK$.

Gọi độ dài cạnh hình vuông là x.

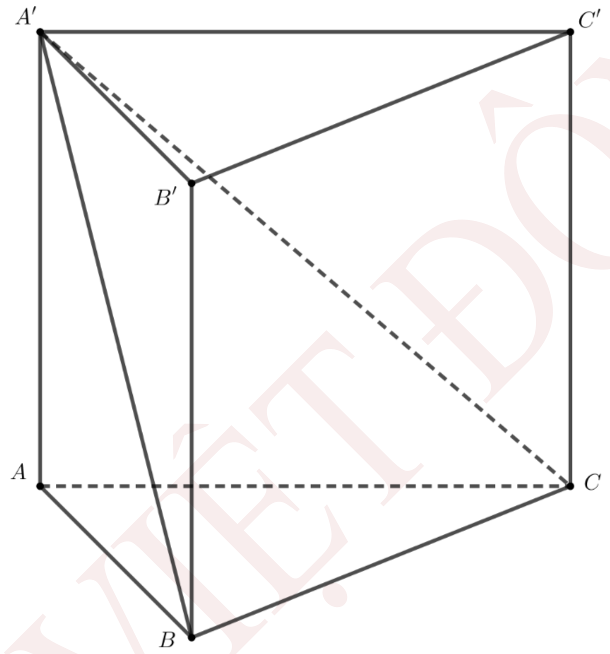
Ta có: $\dfrac{1}{HK^2}=\dfrac{1}{HE^2}+\dfrac{1}{HS^2}\Leftrightarrow\dfrac{1}{3a^2}=\dfrac{4}{3x^2}+\dfrac{1}{x^2}$

$\Leftrightarrow \dfrac{1}{3a^2} = \dfrac{7}{3x^2} \Leftrightarrow x = a\sqrt{7}$.

$V = \dfrac{1}{3}SH.S_{ABCD} = \dfrac{1}{3}.a\sqrt{7}.\dfrac{\sqrt{3}}{2}.7a^2 = \dfrac{7a^3\sqrt{21}}{6}$.

Câu 47. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $BC = a$, mặt phẳng $(A'BC)$ tạo với đáy một góc 30° và tam giác $A'BC$ có diện tích bằng $a^2\sqrt{3}$. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{8}$. **B.** $\dfrac{3a^3\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\dfrac{3a^3\sqrt{3}}{8}$. **D.** $\dfrac{3a^3\sqrt{3}}{4}$.



Lời giải

Ta có $BC \perp AB$ và $BC \perp BB'$ nên $BC \perp (ABB'A')$, suy ra $BC \perp A'B$ hay tam giác $A'BC$ là tam giác vuông tại B.

Khi đó ta cũng có $((ABC),(A'BC)) = A'BA = 30^\circ$.

Lại có $S_{\Delta A'BC} = \dfrac{1}{2}A'B.BC = a^2\sqrt{3}$, suy ra $A'B = \dfrac{2a^2\sqrt{3}}{a} = 2a\sqrt{3}$.

Tam giác $A'AB$ có $\sin 30^\circ = \dfrac{A'A}{A'B}, \cos 30^\circ = \dfrac{AB}{A'B}$, suy ra $A'A = a\sqrt{3}, AB = 3a$.

Vậy $V_{ABC.A'B'C'} = A'A.S_{\Delta ABC} = a\sqrt{3}.\dfrac{1}{2}.3a.a = \dfrac{3a^3\sqrt{3}}{2}$.

Câu 48. Cho hàm số $f(x)$, có bảng biến thiên của hàm số $f'(x)$ như sau:

x		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$	$+\infty$ ↘	-3	↗	2	↘	-1	↗	$+\infty$

Số cực trị của hàm số $y = f(x^2+2x)$ là

A. 5. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 7.

Lời giải

Ta có $y' = (2x+2)f'(x^2+2x)$

Khi đó, $y' = 0 \Leftrightarrow (2x+2)f'(x^2+2x) = 0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ f'(x^2+2x)=0 \end{array}\right.$$

x	$-\infty$	a		-1		b	0	c		1		d	$+\infty$
$f'(x)$	$+\infty$	$\searrow$		-3	$\nearrow$		2	$\searrow$		-1	$\nearrow$	$f'(x)=0$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số $f'(x)$, ta có:

$$f'(x^2+2x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} x^2+2x=a\,(a<-1) & (1) \\ x^2+2x=b\,(-1<b<0) & (2) \\ x^2+2x=c\ (0<c<1) & (3) \\ x^2+2x=d\ (d>1) & (4) \end{array}\right.$$

Lập BBT của hàm số $g(x)=x^2+2x$, từ đó ta suy ra được:

+) Phương trình (1) vô nghiệm

+) Phương trình (2) có 2 nghiệm âm phân biệt x_1, x_2 và $x_1<-1<x_2$

+) Phương trình (3) có 2 nghiệm trái dấu x_3, x_4 và $x_3<x_1<-1<x_2<x_4$.

+) Phương trình (4) có 2 nghiệm trái dấu x_5, x_6 và $x_5<x_3<x_1<-1<x_2<x_4<x_6$.

Ta có bảng xét dấu y' như sau:

x	$-\infty$		x_5		x_3		x_1		-1		x_2		x_4		x_6		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	0	+	0	-	0	+	0	-	0	+	

Suy ra hàm số $y=f(x^2+2x)$ có 7 điểm cực trị.

Câu 49. Cho hàm số $y=f(x)$, có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-3		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $y=f(3-2x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(3;+\infty)$. **B.** $(2;4)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(-\infty;1)$.

Lời giải

Xét hàm số $y=g(x)=f(3-2x)$.

Ta có $g'(x)=-2f'(3-2x)$. Suy ra $g'(x)=-2f'(3-2x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 3-2x=-3 \\ 3-2x=-1 \\ 3-2x=1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=3 \\ x=2 \\ x=1 \end{array}\right.$.

Ta có bảng xét dấu $g'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		1		2		3		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Từ bảng xét dấu của $g'(x)$ suy ra hàm số $y=f(3-2x)$ đồng biến trên khoảng $(3;+\infty)$.

Câu 50. Cho các số thực không âm x,y thỏa mãn $x+y=1$. Giá trị lớn nhất M và giá trị nhỏ nhất m của biểu thức $S=(4x^2+3y)(4y^2+3x)+25xy$ lần lượt là

A. $M=\dfrac{25}{2},m=12$. **B.** $M=12,m=\dfrac{191}{16}$. **C.** $M=\dfrac{25}{2},m=\dfrac{191}{16}$ **D.** $M=\dfrac{25}{2},m=0$.

Lời giải

***Cách 1*.**

Ta có: $S=16x^2y^2+12(x^3+y^3)+34xy = 16x^2y^2+12(x+y)^3-36xy(x+y)+34xy$

$=16(xy)^2-2xy+12$.

Đặt $xy=t$, suy ra $S=f(t)=16t^2-2t+12$.

Nhận thấy: $x,y\ge 0,x+y=1$và $(x+y)^2\ge 4xy$ với $\forall x,y$ nên $0\le t\le \dfrac{1}{4}$.

Xét hàm số $f(t)=16t^2-2t+12$ với $t\in\left[0;\dfrac{1}{4}\right]$.

Có: $f'(x)=32t-2 \Rightarrow f'(t)=0 \Leftrightarrow t=\dfrac{1}{16}\in\left[0;\dfrac{1}{4}\right]$.

Ta thấy $f(0)=12, f\left(\dfrac{1}{16}\right)=\dfrac{191}{16}, f\left(\dfrac{1}{4}\right)=\dfrac{25}{2}$.

Suy ra giá trị lớn nhất của $f(t)$ bằng $\dfrac{25}{2}$ và giá trị nhỏ nhất của $f(t)$ bằng $\dfrac{191}{16}$.

Vậy $M=\dfrac{25}{2},m=\dfrac{191}{16}$.

Cách 2. Giả sử $x\ge y$, do $x,y\ge 0$ và $x+y=1$ nên $\dfrac{1}{2}\le x\le 1$.

Có $S=\left[4x^2+3(1-x)\right]\left[4(1-x)^2+3x\right]+25x(1-x) = (4x^2-3x+3)(4x^2-5x+4)+25x(1-x)$

$=16x^4-32x^3+18x^2-2x+12$.

Đặt $f(x)=16x^4-32x^3+18x^2-2x+12$, $x\in\left[\dfrac{1}{2};1\right]$.

Từ đây ta cũng tìm được $M=\dfrac{25}{2},m=\dfrac{191}{16}$.

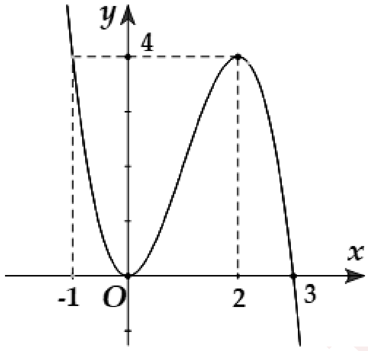
ĐỀ 2
ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA KÌ I
Môn: TOÁN, Lớp 12
Thời gian làm bài: 90 phút, *không tính thời gian phát đề*

Câu 1. Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên tập xác định của nó?

A. $y=\dfrac{2x-1}{x+2}$. **B.** $y=x^3+4x+1$. **C.** $y=x^2+1$. **D.** $y=x^4+2x^2+1$.

Câu 2. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?



A. $(0;4)$. **B.** $(0;2)$. **C.** $(0;3)$. **D.** $(-\infty;0)$.

Câu 3. Bảng biến thiên sau là của hàm số nào?

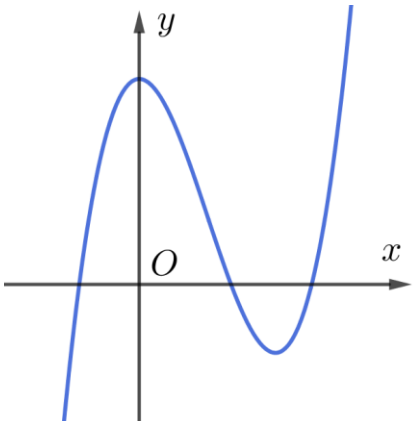
x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	1	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$

A. $y=x^4-2x^2+1$. **B.** $y=-x^4+2x^2+3$. **C.** $y=x^4-2x^2+3$. **D.** $y=-x^4+2x^2+1$.

Câu 4. Tọa độ điểm cực đại của đồ thị hàm số $y=x^4-2x^2+1$ là

A. $(-1;0)$. **B.** $(1;0)$. **C.** $(-1;0)$ và $(1;0)$. **D.** $(0;1)$.

Câu 5. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị trên một khoảng K như hình vẽ bên. Trên K, hàm số có bao nhiêu cực trị?



A. 3. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 6. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		$-\frac{\sqrt{2}}{2}$		0		$\frac{\sqrt{2}}{2}$		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	$-\frac{25}{4}$	$\nearrow$	-6	$\searrow$	$-\frac{25}{4}$	$\nearrow$	$+\infty$

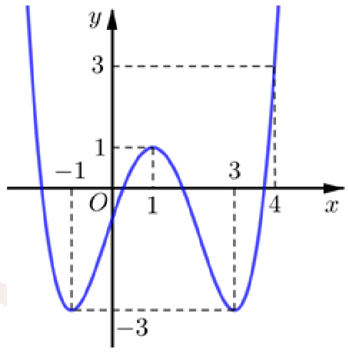
Giá trị cực tiểu của hàm số bằng

A. $-\frac{25}{4}$. **B.** $-\frac{\sqrt{2}}{2}$. **C.** -6. **D.** 0.

Câu 7. Giá trị lớn nhất của hàm số $f\left(x\right)=x^3-2x^2+x-2$ trên đoạn $\left[0;2\right]$ bằng

A. $-\frac{50}{27}$. **B.** -2. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 8. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\left[-1;4\right]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $\left[-1;4\right]$. Giá trị của $M+2m$ bằng



A. 0. **B.** -3. **C.** -5. **D.** 2.

Câu 9. Đồ thị hàm số nào trong các hàm số được cho dưới đây không có tiệm cận ngang?

A. $y=\frac{x+2}{x^2+1}$. **B.** $y=\frac{x+2}{x+1}$. **C.** $y=\frac{x^2-1}{x+2}$. **D.** $y=\frac{1}{x+2}$.

Câu 10. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		2		$+\infty$
y'		$-$	$\|\|$	$+$	0	$+$	$\|\|$	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$		$\nearrow$	2	$\searrow$	-4

Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

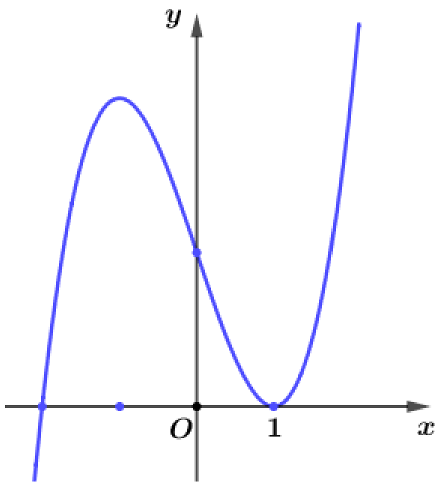
A. Hàm số có hai điểm cực trị.

B. Hàm số đạt giá trị lớn nhất bằng 2 và giá trị nhỏ nhất bằng -3.

C. Đồ thị hàm số có đúng một đường tiệm cận.

D. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $\left(-\infty;-1\right)$, $\left(2;+\infty\right)$.

Câu 11. Đường cong trong hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Tìm hàm số đó.



A. $y = x^3 - 3x + 2$. **B.** $y = x^4 - x^2 + 1$. **C.** $y = x^4 + x^2 + 1$. **D.** $y = -x^3 + 3x + 2$.

Câu 12. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào *đúng*? Số các đỉnh hoặc các mặt của bất kì hình đa diện nào cũng

A. lớn hơn hoặc bằng 4. **B.** lớn hơn 4.
C. lớn hơn hoặc bằng 5. **D.** lớn hơn 5.

Câu 13. Khối lăng trụ ngũ giác có tất cả bao nhiêu cạnh ?

A. 20. **B.** 25. **C.** 10. **D.** 15.

Câu 14. Hình bát diện đều có bao nhiêu đỉnh?

A. 8. **B.** 12. **C.** 6. **D.** 10.

Câu 15. Tổng số đỉnh, số cạnh và số mặt của hình lập phương là

A. 16. **B.** 26. **C.** 8. **D.** 24.

Câu 16. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật với $AB = a, AD = 2a, SA$ vuông góc với mặt đáy và $SA = a\sqrt{3}$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng.

A. $a^3\sqrt{3}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $2a^3\sqrt{3}$. **D.** $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 17. Tính thể tích khối chóp tứ giác đều cạnh đáy bằng a, chiều cao bằng $3a$.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **C.** $\frac{a^3}{3}$. **D.** a^3.

Câu 18. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích là V, thể tích của khối chóp $C'.ABC$ là:

A. $2V$. **B.** $\frac{1}{2}V$. **C.** $\frac{1}{3}V$. **D.** $\frac{1}{6}V$.

Câu 19. Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a,\ AD = b,\ AA' = c$. Thể tích của khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ bằng bao nhiêu?

A. abc. **B.** $\frac{1}{2}abc$. **C.** $\frac{1}{3}abc$. **D.** $3abc$.

Câu 20. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = x(x+1)^2$. Hàm số đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1; +\infty)$. **B.** $(-1; 0)$. **C.** $(-\infty; -1)$. **D.** $(0; +\infty)$.

Câu 21. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = -\frac{x^3}{3} + mx^2 - 6mx + 2$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. 6. **B.** 7. **C.** vô số. **D.** 5.

Câu 22. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2(x-1)(x+1)^3$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$ là

A. 6. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 23. Biết $M(0;2)$, $N(2;-2)$ là các điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$. Tính giá trị của hàm số tại $x=-2$.

A. $y(-2)=2$. **B.** $y(-2)=22$. **C.** $y(-2)=6$. **D.** $y(-2)=-18$.

Câu 24. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y=(m+1)x^4+2(m-2)x^2+1$ có ba cực trị.

A. $-1<m<2$. **B.** $m>2$. **C.** $-1\le m\le 2$. **D.** $m<-1$.

Câu 25. Gọi m là giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x-1+\dfrac{4}{x-1}$ trên khoảng $(1;+\infty)$. Tìm m.

A. $m=2$. **B.** $m=5$. **C.** $m=3$. **D.** $m=4$.

Câu 26. Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\dfrac{x+m}{x+1}$ trên đoạn $[1;2]$ bằng 8 với m là tham số thực). Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $0<m<4$. **B.** $4<m<8$. **C.** $8<m<10$. **D.** $m>10$.

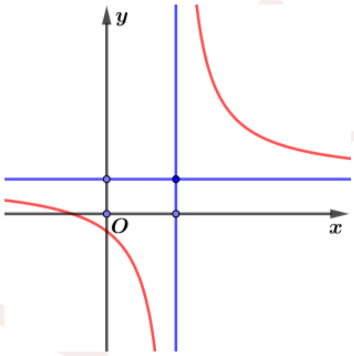
Câu 27. Số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{2}{\sqrt{x^2-4}}$ bằng

A. **2**. **B.** **1**. **C.** **3**. **D.** **0**.

Câu 28. Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-m}$ có đường tiệm cận đứng là $x=3$. Giá trị của m bằng

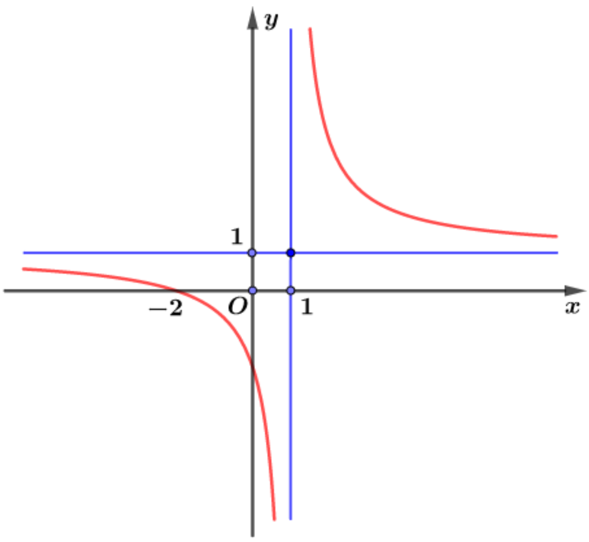
A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 6.

Câu 29. Cho hàm số $y=\frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $ac>0, bd>0$. **B.** $ab<0, cd<0$. **C.** $bc>0, ad<0$. **D.** $bc<0, ad>0$.

Câu 30. Cho hàm số $y=\dfrac{ax+2}{cx+b}$ có đồ thị như hình vẽ. Hãy tính tổng $S=a+b+c$.



A. $S=2$. **B.** $S=1$. **C.** $S=3$. **D.** $S=4$.

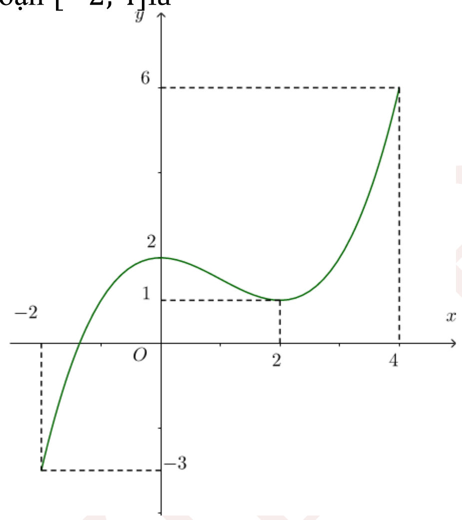
Câu 31. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Số nghiệm thực của phương trình $f(x) = f(2)$ là

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 32. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-2; 4]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Số nghiệm thực của phương trình $3f(x) - 5 = 0$ trên đoạn $[-2; 4]$ là



A. 1. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 33. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	3	$\nearrow$	5	$\searrow$	3	$\nearrow$	$+\infty$

Số các giá trị nguyên của m để phương trình $f(x) = 2 - 3m$ có 4 nghiệm phân biệt là

A. **4**. **B.** **0**. **C.** **1**. **D.** **2**.

Câu 34. Lăng trụ có 2020 đỉnh có số mặt là

A. 1009. **B.** 1012. **C.** 1010. **D.** 1011.

Câu 35. Cho khối tứ diện $ABCD$. Lấy điểm M nằm giữa A và B, điểm N nằm giữa C và D. Bằng hai mặt phẳng (CDM) và (ABN), ta chia khối tứ diện đó thành bốn khối tứ diện nào sau đây?

A. $MANC$, $BCDN$, $AMND$, $ABND$. **B.** $MANC$, $BCMN$, $AMND$, $MBND$. **C.** $ABCN$, $ABND$, $AMND$, $MBND$. **D.** $NACB$, $BCMN$, $ABND$, $MBND$.

Câu 36. Hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 2. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 4.

Câu 37. Cho hình tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a\sqrt{3}$. Hãy tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$. **C.** $\sqrt{3}a^3$. **D.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$.

Câu 38. Cho hình chóp $S.ABCD$ có mặt phẳng (SAB) vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, tam giác SAB vuông cân tại S, $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

A. $\frac{4}{3}a^3$. **B.** $\frac{a^3}{6}$. **C.** $\frac{32}{3}a^3$. **D.** $\frac{9}{2}a^3$.

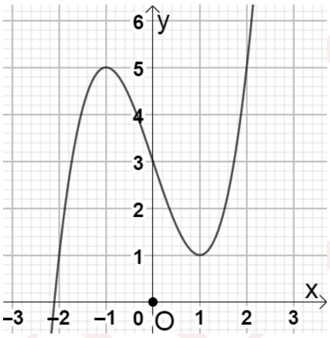
Câu 39. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu đạo hàm $f'(x)$ như hình sau:

x	$-\infty$		-3		-1		1		5		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hỏi hàm số $y = f(2-x) + \frac{x^3}{3} - 2x^2 - 5x + 2021$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(1;3)$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $(-3;-2)$. **D.** $(-\infty;-3)$.

Câu 40. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ. Xét hàm số $g(x) = f(x) - \frac{1}{2}x^2 - 3x$. Khi đó khẳng định nào sau đây **đúng** ?



A. $g(0) \le g(2)$. **B.** $g(-2) > g(0)$. **C.** $g(2) < g(4)$. **D.** $g(-4) = g(-2)$.

Câu 41. Tìm tham số m để hàm số $y = \frac{x+2}{x+5m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;-10)$.

A. $\left(\frac{2}{5};+\infty\right)$. **B.** $\left(\frac{2}{5};+\infty\right)\setminus\{2\}$. **C.** $\left(\frac{2}{5};2\right]$. **D.** $(2;+\infty)$.

Câu 42. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = -\frac{1}{3}x^3 + mx^2 + (m^2-2)x + 2019$ đạt cực đại tại $x = 1$?

A. 1. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 2.

Câu 43. Số giá trị nguyên của tham số $m \in [-10;10]$ để bất phương trình $4\sin^2 x - 4\cos x \le 4m^2 - 4m + 5$nghiệm đúng với mọi $x \in [0;\pi]$ là

A. 21. **B.** 20. **C.** 17. **D.** 18.

Câu 44. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		1		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	$\|\|$	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	2	$\nearrow$	$+\infty$ $\|\|$ $-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

Tìm số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = g(x) = \frac{1}{2f(x)-3}$.

A. Không có tiệm cận đứng và tiệm cận ngang.

B. 2 tiệm cận đứng, 1 tiệm cận ngang.
C. 2 tiệm cận ngang, 1 tiệm cận đứng.
D. 1 tiệm cận đứng, 1 tiệm cận ngang.

Câu 45. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		4		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	5	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$+\infty$

Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(|x|) - m = 0$ có 4 nghiệm phân biệt.

A. 6. **B.** 7. **C.** 8. **D.** 9.

Câu 46. Cho hàm số $f(x) = x^3 - 3x + 1$. Tìm số nghiệm của phương trình $f(f(x)) = 0$.

A. 5. **B.** 9. **C.** 4. **D.** 7.

Câu 47. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác cân tại A, mặt bên (SBC) là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi (α) là mặt phẳng đi qua điểm B và vuông góc với SC, chia khối chóp thành hai phần. Tính tỉ số thể tích của hai phần đó.

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{2}{3}$. **D.** $\frac{1}{4}$.

Câu 48. Cho lăng trụ tam giác đều $ABC \cdot A'B'C'$. Tam giác ABC' có diện tích bằng 8 và hợp với mặt phẳng đáy một góc có số đo 30°. Tính thể tích của khối lăng trụ.

A. $8\sqrt{3}$. **B.** $4\sqrt{3}$. **C.** $16\sqrt{3}$. **D.** $24\sqrt{3}$.

Câu 49. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		1		2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$		$\searrow$		$\nearrow$		$\nearrow$		$\searrow$	

Hàm số $g(x) = 3f(2-x) + x^3 - 3x$ đạt cực đại tại điểm

A. $x = 1$. **B.** $x = -1$. **C.** $x = 3$. **D.** $x = 2$.

Câu 50. Có bao nhiêu số nguyên $m \in [-5; 5]$ để $\min\limits_{[1;3]} |x^3 - 3x^2 + m| \geq 2$.

A. 6. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 5.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

HDG ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HKI
Môn: TOÁN - Lớp 12
Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Câu 1. Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên tập xác định của nó?

A. $y=\dfrac{2x-1}{x+2}$. **B.** $y=x^3+4x+1$. **C.** $y=x^2+1$. **D.** $y=x^4+2x^2+1$.

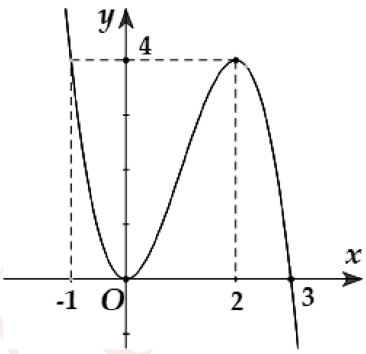
Lời giải

Chọn B

Vì hàm số $y=x^3+4x+1$ có $y'=3x^2+4>0,\ \forall x\in\mathbb{R}$.

Vậy hàm số $y=x^3+4x+1$ luôn đồng biến trên tập xác định của nó.

Câu 2. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?



A. $(0;4)$. **B.** $(0;2)$. **C.** $(0;3)$. **D.** $(-\infty;0)$.

Lời giải

Chọn B

Trên khoảng $(0;2)$ đồ thị hàm số là một đường cong đi lên từ trái sang phải, vì vậy hàm số đồng biến trên $(0;2)$.

Câu 3. Bảng biến thiên sau là của hàm số nào?

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	1	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$

A. $y=x^4-2x^2+1$. **B.** $y=-x^4+2x^2+3$.
C. $y=x^4-2x^2+3$. **D.** $y=-x^4+2x^2+1$.

Lời giải

Chọn D

Từ bảng biến thiên ta có hàm số có hệ số $a<0$, vậy loại đáp án A,C

Ta có $y=-x^4+2x^2+1\Rightarrow y'=-4x^2+4x$.

$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm1\end{array}\right.\Rightarrow y(0)=1;y(\pm1)=2$. Vậy chọn đáp án D

Câu 4. Tọa độ điểm cực đại của đồ thị hàm số $y=x^4-2x^2+1$ là

A. $(-1;0)$. **B.** $(1;0)$.

C. $(-1;0)$ và $(1;0)$. **D.** $(0;1)$.

Lời giải

Chọn D

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

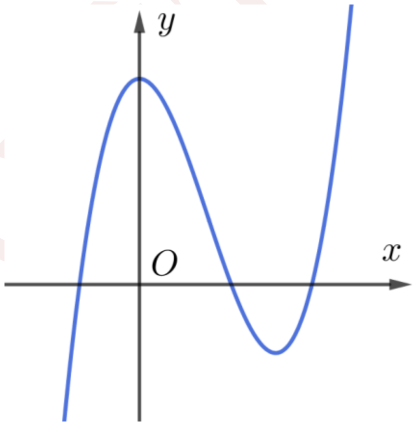
Ta có: $y'=4x^3-4x$. Cho $y'=0 \Leftrightarrow 4x^3-4x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm 1 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	1	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy tọa độ điểm cực đại là $(0;1)$.

Câu 5. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị trên một khoảng K như hình vẽ bên. Trên K, hàm số có bao nhiêu cực trị?



A. 3. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

Trên K, hàm số có 2 cực trị.

Câu 6. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		$-\frac{\sqrt{2}}{2}$		0		$\frac{\sqrt{2}}{2}$		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	$-\frac{25}{4}$	$\nearrow$	-6	$\searrow$	$-\frac{25}{4}$	$\nearrow$	$+\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số bằng

A. $-\frac{25}{4}$. **B.** $-\frac{\sqrt{2}}{2}$. **C.** -6. **D.** 0.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào BBT ta có đạo hàm đổi dấu từ âm sang dương khi đi qua $x=-\frac{\sqrt{2}}{2}$ và $x=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Nên hàm số đạt cực tiểu tại $x=-\frac{\sqrt{2}}{2}$ và $x=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Khi đó giá trị cực tiểu của hàm số bằng $y\left(\pm\frac{\sqrt{2}}{2}\right)=-\frac{25}{4}$.

Câu 7. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=x^3-2x^2+x-2$ trên đoạn $[0;2]$ bằng

A. $-\frac{50}{27}$. **B.** -2. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

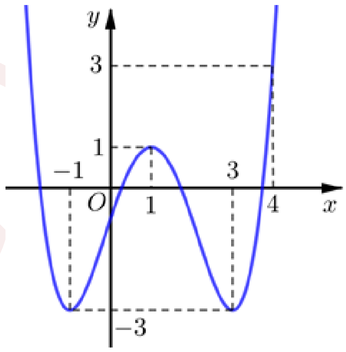
Chọn D

Hàm số $f(x)=x^3-2x^2+x-2$ liên tục trên đoạn $[0;2]$.

Ta có $f'(x)=3x^2-4x+1\Rightarrow f'(x)=0\Leftrightarrow 3x^2-4x+1=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\in[0;\,2]\\ x=\frac{1}{3}\in[0;\,2]\end{array}\right.$.

Do $f(0)=-2$, $f(1)=-2$, $f(2)=0$, $f\left(\frac{1}{3}\right)=-\frac{50}{27}$ nên giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=x^3-2x^2+x-2$ trên đoạn $[0;2]$ bằng 0.

Câu 8. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $[-1;4]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $[-1;4]$. Giá trị của $M+2m$ bằng



A. 0. **B.** -3. **C.** -5. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

Quan sát đồ thị hàm số $y=f(x)$ trên $[-1;4]$ ta có giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $[-1;4]$ lần lượt là $M=3; m=-3$. Vậy giá trị của $M+2m=3+2.(-3)=-3$.

Câu 9. Đồ thị hàm số nào trong các hàm số được cho dưới đây không có tiệm cận ngang?

A. $y=\frac{x+2}{x^2+1}$. **B.** $y=\frac{x+2}{x+1}$. **C.** $y=\frac{x^2-1}{x+2}$. **D.** $y=\frac{1}{x+2}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\frac{x+2}{x^2+1}=0$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y=0$.

$\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{x+2}{x+1}=1$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y=1$.

$\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x^2-1}{x+2}=+\infty$, $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x^2-1}{x+2}=-\infty$ nên đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

$\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{1}{x+2}=0$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y=0$.

Câu 10. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		2		$+\infty$
y'		$-$	$\Vert$	$+$	0	$+$	$\Vert$	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$		$\nearrow$	2	$\searrow$	-4

Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

A. Hàm số có hai điểm cực trị.

B. Hàm số đạt giá trị lớn nhất bằng 2 và giá trị nhỏ nhất bằng -3.

C. Đồ thị hàm số có đúng một đường tiệm cận.

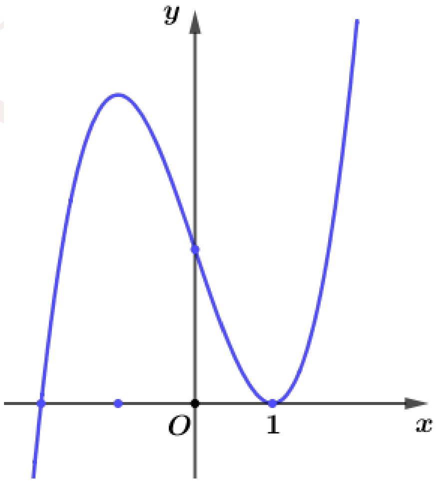
D. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $\left(-\infty;-1\right)$, $\left(2;+\infty\right)$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số ta có $\lim\limits_{x\to-\infty}f\left(x\right)=+\infty$, nên hàm số không có giá trị lớn nhất.

Câu 11. Đường cong trong hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Tìm hàm số đó.



A. $y=x^3-3x+2$. **B.** $y=x^4-x^2+1$. **C.** $y=x^4+x^2+1$. **D.** $y=-x^3+3x+2$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào hình dáng đồ thị ta thấy:

+) Đồ thị của hàm số đa thức bậc ba $y=ax^3+bx^2+cx+d$ $(a\neq 0)\Rightarrow$ loại đáp án B,

+) $\lim\limits_{x\to+\infty}y=+\infty\Rightarrow$ Hệ số a dương. Loại đáp án

Hàm số ở đáp án A thỏa mãn.

Câu 12. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào *đúng*? Số các đỉnh hoặc các mặt của bất kì hình đa diện nào cũng

A. lớn hơn hoặc bằng 4. **B.** lớn hơn 4.
C. lớn hơn hoặc bằng 5. **D.** lớn hơn 5.

Lời giải

Chọn A

Do ba điểm bất kì đều đồng phẳng nên đáp án đúng là **A**

Mà tứ diện là khối đa diện có số đỉnh và số mặt đều là 4.

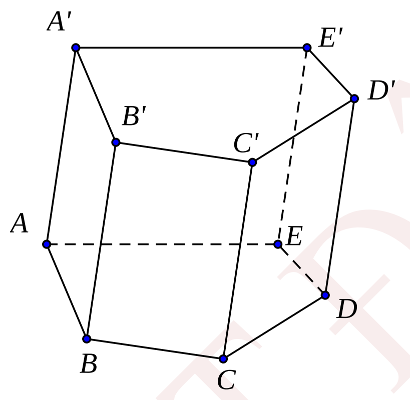
Câu 13. Khối lăng trụ ngũ giác có tất cả bao nhiêu cạnh ?

A. 20. **B.** 25. **C.** 10. **D.** 15.

Lời giải

Chọn D

Hình vẽ.



Câu 14. Hình bát diện đều có bao nhiêu đỉnh?

A. 8. **B.** 12. **C.** 6. **D.** 10.

Lời giải

Chọn C

Hình bát diện đều có 6 đỉnh.

Câu 15. Tổng số đỉnh, số cạnh và số mặt của hình lập phương là

A. 16. **B.** 26. **C.** 8. **D.** 24.

Lời giải

Chọn B

Hình lập phương có 8 đỉnh, 12 cạnh và 6 mặt.

Vậy tổng số đỉnh, số cạnh và số mặt của hình lập phương là 26.

Câu 16. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật với $AB = a, AD = 2a, SA$ vuông góc với mặt đáy và $SA = a\sqrt{3}.$ Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng.

A. $a^3\sqrt{3}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $2a^3\sqrt{3}$. **D.** $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn D

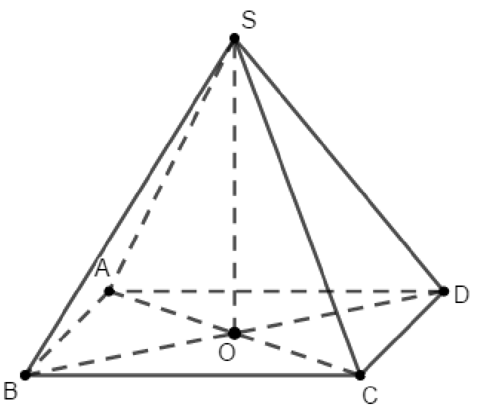
$V = \frac{1}{3}S.h = \frac{1}{3}.a.2a.a\sqrt{3} = \frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$

Câu 17. Tính thể tích khối chóp tứ giác đều cạnh đáy bằng a, chiều cao bằng $3a$.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **C.** $\frac{a^3}{3}$. **D.** a^3.

Lời giải

Chọn D



Ta có: $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}h.S_{ABCD} = \frac{1}{3}.3a.a^2 = a^3$

Câu 18. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích là V, thể tích của khối chóp $C'.ABC$ là:

A. $2V$. **B.** $\frac{1}{2}V$. **C.** $\frac{1}{3}V$. **D.** $\frac{1}{6}V$.

Lời giải

Chọn C

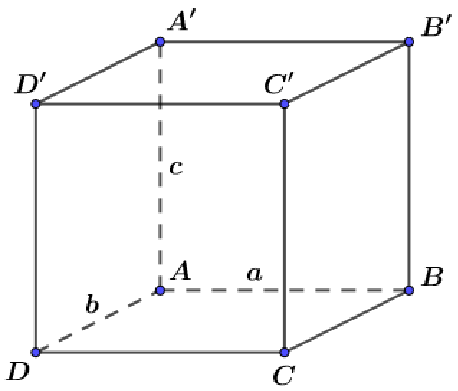
Gọi h là khoảng cách từ C' đến mặt phẳng (ABC) và B là diện tích tam giác ABC. Khi đó, thể tích lăng trụ $V = Bh$, thể tích khối chóp $C'.ABC$ là $V_{C'.ABC} = \frac{1}{3}Bh$. Do đó, $V_{C'.ABC} = \frac{1}{3}V$.

Câu 19. Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a$, $AD = b$, $AA' = c$. Thể tích của khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ bằng bao nhiêu?

A. abc. **B.** $\frac{1}{2}abc$. **C.** $\frac{1}{3}abc$. **D.** $3abc$.

Lời giải

Chọn A



Thể tích hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ là $V = abc$.

Câu 20. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = x(x+1)^2$. Hàm số đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1;+\infty)$. **B.** $(-1;0)$. **C.** $(-\infty;-1)$. **D.** $(0;+\infty)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = -1 \end{array}\right.$.

Có $f'(x) = x(x+1)^2$. Ta thấy đạo hàm của hàm số đổi dấu từ âm sang dương khi qua nghiệm $x = 0$ và không đổi dấu khi qua nghiệm $x = -1$ nên hàm số $f(x)$ đồng biến trên $(0;+\infty)$.

Câu 21. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=-\frac{x^3}{3}+mx^2-6mx+2$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. 6. **B.** 7. **C.** vô số. **D.** 5.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $y'=-x^2+2mx-6m$

Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow y'=-x^2+2mx-6m\le 0,\ \forall x\in\mathbb{R}$

$\Leftrightarrow \begin{cases}\Delta'\le 0\\ a<0\end{cases} \Leftrightarrow\Leftrightarrow \begin{cases}m^2-6m\le 0\\ -1<0\end{cases} \Leftrightarrow 0\le m\le 6$. Mà $m\in\mathbb{Z}\Rightarrow m\in\{0;1;2;3;4;5;6\}$.

Vậy có 7 giá trị m nguyên thỏa mãn bài toán.

Câu 22. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^2(x-1)(x+1)^3$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số $y=f(x)$ là

A. 6. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

$f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=0\\ x=1\\ x=-1\end{array}\right.$ trong đó có $x=0$ là nghiệm bội 2, $x=1$ là nghiệm đơn, $x=-1$ là nghiệm bội 3 và hàm số có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$.

Ta có bảng xét dấu

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	

Vậy nên hàm số có 2 điểm cực trị.

Câu 23. Biết $M(0;2)$, $N(2;-2)$ là các điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$. Tính giá trị của hàm số tại $x=-2$.

A. $y(-2)=2$. **B.** $y(-2)=22$. **C.** $y(-2)=6$. **D.** $y(-2)=-18$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $y'=3ax^2+2bx+c$.

Vì $M(0;2)$,$N(2;-2)$ là các điểm cực trị của đồ thị hàm số nên:

$$\begin{cases}y'(0)=0\\ y'(2)=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}c=0\\ 12a+4b+c=0\end{cases} (1)$$

$$\begin{cases}y(0)=2\\ y(2)=-2\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}d=2\\ 8a+4b+2c+d=-2\end{cases} (2)$$

Từ (1) và (2)suy ra: $\begin{cases}a=1\\ b=-3\\ c=0\\ d=2\end{cases} \Rightarrow y=x^3-3x^2+2 \Rightarrow y(-2)=-18$.

Câu 24. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y=(m+1)x^4+2(m-2)x^2+1$ có ba cực trị.

A. $-1<m<2$. **B.** $m>2$. **C.** $-1\le m\le 2$. **D.** $m<-1$.

Lời giải

Chọn A

$y'=4(m+1)x^3+4(m-2)x=4x\left((m+1)x^2+m-2\right)$.

$y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ (m+1)x^2+m-2=0 \end{array}\right.$.

Hàm số có ba cực trị $\Leftrightarrow y'=0$ có ba nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \dfrac{2-m}{m+1}>0 \Leftrightarrow -1<m<2$.

Câu 25. Gọi m là giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x-1+\dfrac{4}{x-1}$ trên khoảng $(1;+\infty)$. Tìm m.

A. $m=2$. **B.** $m=5$. **C.** $m=3$. **D.** $m=4$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $y'=1-\dfrac{4}{(x-1)^2}$. Cho $y'=0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x=3 \\ x=-1 \end{array}\right.$.

Mà $y(3)=4$; $\lim\limits_{n\to 1^+} y=+\infty$ và $\lim\limits_{n\to+\infty} y=+\infty$ nên hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng 4 khi $x=3$.

Câu 26. Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\dfrac{x+m}{x+1}$ trên đoạn $[1;2]$ bằng 8 với m là tham số thực). Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $0<m<4$. **B.** $4<m<8$. **C.** $8<m<10$. **D.** $m>10$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số đã cho liên tục và đơn điệu trên đoạn $[1;2]$. Khi đó, hàm số đạt giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất lần lượt tại $x=1$ và $x=2$ hoặc ngược lại.

Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số là:

$y(1)+y(2)=8 \Leftrightarrow \dfrac{m+1}{2}+\dfrac{m+2}{3}=8 \Leftrightarrow m=\dfrac{41}{5}$.

Câu 27. Số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{2}{\sqrt{x^2-4}}$ bằng

A. 2. **B. 1.** **C. 3.** **D. 0.**

Lời giải

Chọn C

Tập xác định $D=(-\infty;-2)\cup(2;+\infty)$.

Ta có

□ $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\frac{2}{\sqrt{x^2-4}}=0 \Rightarrow y=0$ là tiệm cận ngang.

□ $\lim\limits_{x\to-2^-} y=\lim\limits_{x\to-2^-}\frac{2}{\sqrt{x^2-4}}=+\infty \Rightarrow x=-2$ là tiệm cận đứng.

□ $\lim\limits_{x\to 2^+} y=\lim\limits_{x\to 2^+}\frac{2}{\sqrt{x^2-4}}=+\infty \Rightarrow x=2$ là tiệm cận đứng.

Vậy số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là 3.

Câu 28. Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-m}$ có đường tiệm cận đứng là $x=3$. Giá trị của m bằng

A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 6.

Lời giải

Chọn A

Áp dụng:

Hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$, (với điều kiện $c\neq 0$, $ad-cb\neq 0$) đồ thị có đường tiệm cận đứng $x=\dfrac{-d}{c}$.

Cách 1 (TN):

Với $m=3 \Rightarrow$ đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-m}=\dfrac{x+1}{x-3}$ có đường tiệm cận đứng là $x=3$.

Với $m=4 \Rightarrow$ đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-m}=\dfrac{x+1}{x-4}$ có đường tiệm cận đứng là $x=4$.

Với $m=5 \Rightarrow$ đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-m}=\dfrac{x+1}{x-5}$ có đường tiệm cận đứng là $x=5$.

Với $m=6 \Rightarrow$ đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-m}=\dfrac{x+1}{x-6}$ có đường tiệm cận đứng là $x=6$.

Vậy giá trị cần tìm của m bằng 3.

Cách 2 (TL):

Hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-m}$ có tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{m\}$.

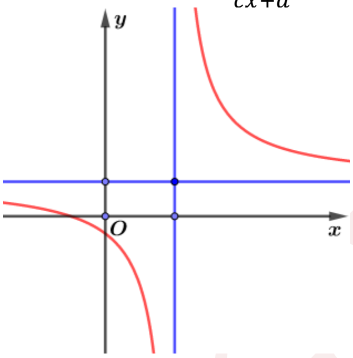
Với $m=-1 \Rightarrow y=\dfrac{x+1}{x+1}=1, \forall x\neq 1 \Rightarrow$ đồ thị hàm số không có tiệm cận.

Với $m\neq -1$ thì đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-m}$ có đường tiệm cận đứng là $x=m$ (1).

Giả thiết cho đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-m}$ có đường tiệm cận đứng là $x=3$ (2).

Từ (1) và (2) ta có $m=3$.

Câu 29. Cho hàm số $y=\frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $ac>0, bd>0$. **B.** $ab<0, cd<0$. **C.** $bc>0, ad<0$. **D.** $bc<0, ad>0$.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\left\{-\frac{d}{c}\right\}$.

Do đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là $x=-\frac{d}{c}$ nằm bên phải trục tung nên $-\frac{d}{c}>0 \Leftrightarrow cd<0$. (1)

Do đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là $y=\frac{a}{c}$ nằm phía trên trục hoành nên $\frac{a}{c}>0 \Leftrightarrow ac>0$. (2)

Hàm số $y=\frac{ax+b}{cx+d}$ có đạo hàm $y'=\frac{ad-bc}{(cx+d)^2}$.

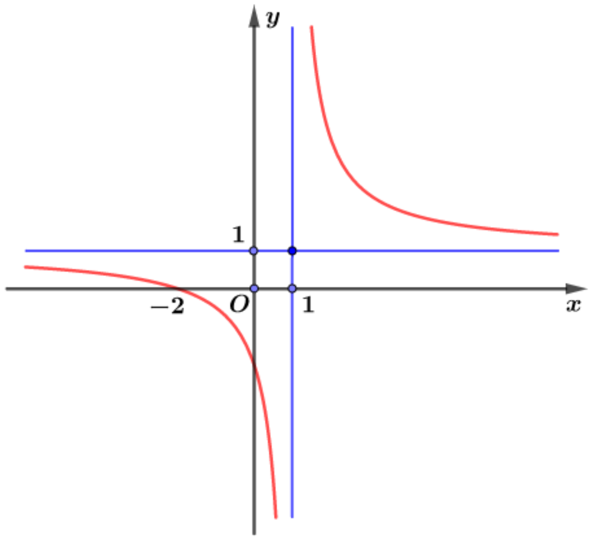
Từ đồ thị, hàm số nghịch biến trên từng khoảng của tập xác định suy ra $ad-bc<0$ hay $ad<bc$

(loại đáp án D).

Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm $\left(-\frac{b}{a};0\right)$, điểm này nằm phía bên trái trục tung nên $-\frac{b}{a}<0 \Leftrightarrow ab>0$ (3)(loại đáp án B).

Từ (1), (2), (3) ta có $\begin{cases} cd < 0 \\ ac > 0 \\ ab > 0 \end{cases}$, suy ra a, b, c cùng dấu và d trái dấu với a, b, c.
Khi đó $bd < 0$ (loại đáp án A).
Kết luận: Chọn đáp án C: $bc > 0, ad < 0$.

Câu 30. Cho hàm số $y=\dfrac{ax+2}{cx+b}$ có đồ thị như hình vẽ. Hãy tính tổng $S=a+b+c$.



A. $S=2$. **B.** $S=1$. **C.** $S=3$. **D.** $S=4$.

Lời giải

Chọn B

Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng $x=1 \Leftrightarrow -\dfrac{b}{c}=1 \Leftrightarrow b+c=0\ (1)$

Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là đường thẳng $y=1 \Leftrightarrow \dfrac{a}{c}=1 \Leftrightarrow a-c=0\ (2)$

Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm $(-2;0) \Leftrightarrow \dfrac{-2a+2}{-2c+b}=0 \Leftrightarrow a=1\,(3)$

Từ (1), (2) và $(3) \Rightarrow a=1,\ b=-1,\ c=1$.
Vậy $S=a+b+c=1$.

Câu 31. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Số nghiệm thực của phương trình $f(x)=f(2)$ là
A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

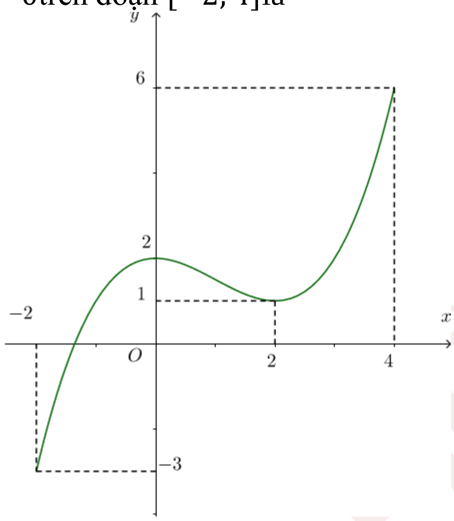
Từ bảng biến thiên ta thấy $f(2)=-2$.

Do đó ta có $f(x)=f(2) \Leftrightarrow f(x)=-2\ (1)$.

Từ bảng biến thiên ta nhận được (1) có hai nghiệm $x=2$ và $x=x_0 \in (-\infty;0)$.

Vậy phương trình đã cho có hai nghiệm thực.

Câu 32. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[-2;4]$và có đồ thị như hình vẽ bên. Số nghiệm thực của phương trình $3f(x)-5=0$trên đoạn $[-2;4]$là



A. 1. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C

Ta có $3f(x)-5=0 \Leftrightarrow f(x)=\frac{5}{3}$.

Dựa vào đồ thị ta thấy đường thẳng $y=\frac{5}{3}$cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại ba điểm phân biệt thuộc đoạn $[-2;4]$.

Do đó phương trình $3f(x)-5=0$có ba nghiệm thự

Câu 33. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	3	$\nearrow$	5	$\searrow$	3	$\nearrow$	$+\infty$

Số các giá trị nguyên của m để phương trình $f(x)=2-3m$ có 4 nghiệm phân biệt là

A. 4. **B. 0**. **C. 1**. **D. 2**.

Lời giải

Chọn B

Số nghiệm của phương trình$f(x)=2-3m$ bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $y=2-3m$.

Phương trình $f(x)=2-3m$ có 4 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow$ đường thẳng $y=2-3m$ cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại 4 điểm phân biệt.

Từ bảng biến thiên suy ra: $3<2-3m<5 \Leftrightarrow -1<m<-\frac{1}{3}$ nên không có giá trị nguyên nào của m thỏa mãn.

Câu 34. Lăng trụ có 2020 đỉnh có số mặt là

A. 1009. **B.** 1012. **C.** 1010. **D.** 1011.

Lời giải

Chọn B

Lăng trụ có $2n$ đỉnh thì có số mặt là $n+2$.

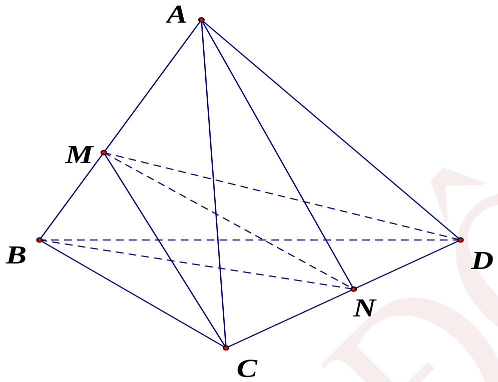
Khi đó lăng trụ có 2020 đỉnh thì $n=1010$ và có số mặt là $1010+2=1012$.

Câu 35. Cho khối tứ diện $ABCD$. Lấy điểm M nằm giữa A và B, điểm N nằm giữa C và D. Bằng hai mặt phẳng (CDM) và (ABN), ta chia khối tứ diện đó thành bốn khối tứ diện nào sau đây?

A. $MANC$, $BCDN$, $AMND$, $ABND$. **B.** $MANC$, $BCMN$, $AMND$, $MBND$.
C. $ABCN$, $ABND$, $AMND$, $MBND$. **D.** $NACB$, $BCMN$, $ABND$, $MBND$.

Lời giải

Chọn B



Bằng hai mặt phẳng (CDM) và (ABN), ta chia khối tứ diện đó thành bốn khối tứ diện: $MANC$, $BCMN$, $AMND$, $MBND$.

Câu 36. Hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

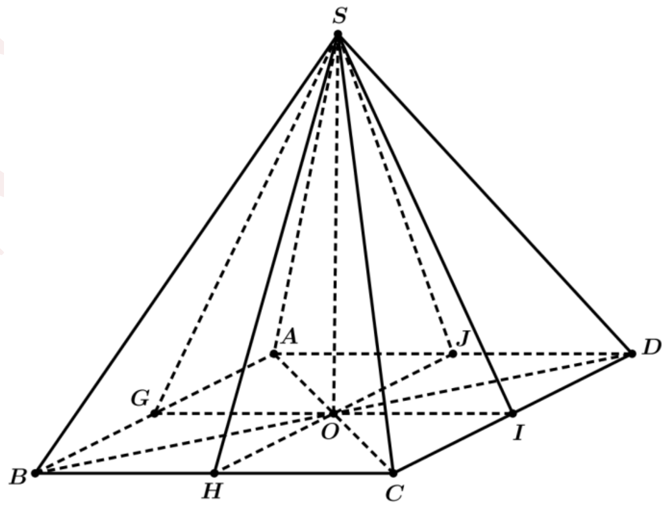
A. 2. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 4.

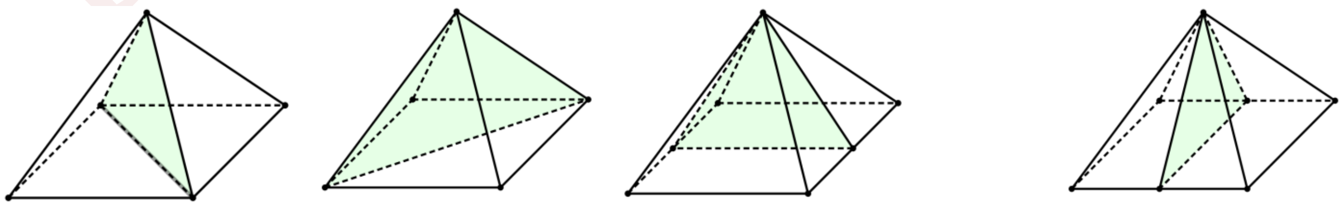
Lời giải

Chọn D

Ta có:

Đó là các mặt phẳng (SAC), (SBD), (SHJ), (SGI) với G, H, I, J là các trung điểm của các cạnh đáy dưới hình vẽ bên dưới.





Câu 37. Cho hình tứ giác $S.ABCD$có đáy $ABCD$là hình vuông cạnh a, cạnh bên SAvuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a\sqrt{3}$. Hãy tính thể tích Vcủa khối chóp $S.ABCD$.

A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$. **C.** $\sqrt{3}a^3$. **D.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$.

Lời giải

Chọn A

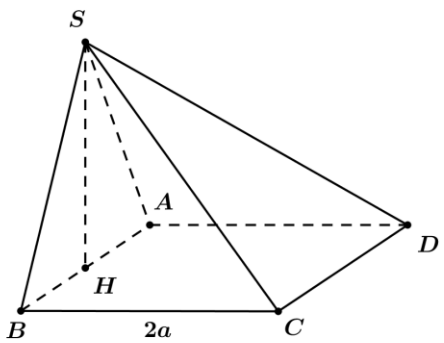
Thể tích của khối chóp là: $V=\frac{1}{3}a^2.a\sqrt{3}=\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$

Câu 38. Cho hình chóp $S.ABCD$ có mặt phẳng (SAB) vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, tam giác SAB vuông cân tại S, $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

A. $\frac{4}{3}a^3$. **B.** $\frac{a^3}{6}$. **C.** $\frac{32}{3}a^3$. **D.** $\frac{9}{2}a^3$.

Lời giải

Chọn A



Gọi H là trung điểm của $AB \Rightarrow SH\perp AB \Rightarrow SH\perp(ABCD)$.

Tam giác SAB vuông cân tại S, suy ra $SH=\frac{1}{2}AB=a$.

Thể tích khối chóp $V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}.a.4a^2=\frac{4}{3}a^3$.

Câu 39. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu đạo hàm $f'(x)$ như hình sau:

x	$-\infty$		-3		-1		1		5		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hỏi hàm số $y=f(2-x)+\frac{x^3}{3}-2x^2-5x+2021$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(1;3)$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $(-3;-2)$. **D.** $(-\infty;-3)$.

Lời giải

Chọn C

$y=f(2-x)+\frac{x^3}{3}-2x^2-5x+2021 \Rightarrow y'=f'(2-x)(2-x)'+x^2-4x-5$

$=-f'(2-x)+x^2-4x-5$

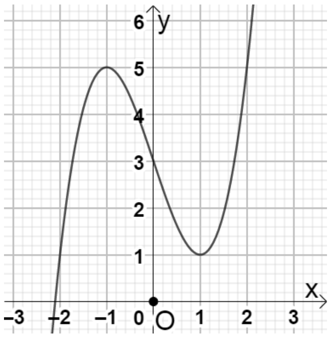
Xét khoảng $(1;\ 3) \Rightarrow \begin{cases}2-x\in(-1\,;1)\Rightarrow -f'(2-x)<0\\ x^2-4x-5\in(-9;-8)\end{cases} \Rightarrow y'<0$ hàm số nghịch biến

□ Xét khoảng $(-1\ ;\ 1) \Rightarrow \begin{cases}2-x\in(1;\ 3)\Rightarrow -f'(2-x)>0\\ x^2-4x-5\in(-8\ ;\ 0)\end{cases}$

□ Xét khoảng $(-3\,;\ -2) \Rightarrow \begin{cases}2-x\in(4;\ 5)\Rightarrow -f'(2-x)>0\\ x^2-4x-5\in(7;\ 16)\end{cases} \Rightarrow y'>0$ hàm số đồng biến

□ Xét khoảng $(-\infty;\ -3) \Rightarrow \begin{cases}2-x\in(5\,;\ +\infty)\Rightarrow -f'(2-x)<0\\ x^2-4x-5\in(0\,;\ +\infty)\end{cases}$.

Câu 40. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ. Xét hàm số $g(x) = f(x) - \frac{1}{2}x^2 - 3x$. Khi đó khẳng định nào sau đây **đúng** ?



A. $g(0) \le g(2)$. **B.** $g(-2) > g(0)$. **C.** $g(2) < g(4)$. **D.** $g(-4) = g(-2)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $g'(x) = f'(x) - x - 3 = f'(x) - (x+3)$.

Khi đó: $g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) - (x+3) = 0 \Leftrightarrow f'(x) = (x+3) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -2 \\ x = 0 \\ x = 2 \end{array}\right.$.

Lập Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
g'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
g	$+\infty$	↘	1	↗	3	↘	5	↗	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$ nên suy ra được $g(2) < g(4)$.

Câu 41. Tìm tham số m để hàm số $y = \frac{x+2}{x+5m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;-10)$.

A. $\left(\frac{2}{5};+\infty\right)$. **B.** $\left(\frac{2}{5};+\infty\right)\backslash\{2\}$. **C.** $\left(\frac{2}{5};2\right]$. **D.** $(2;+\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $y' = \frac{x+5m-x-2}{(x+5m)^2} = \frac{5m-2}{(x+5m)^2}$.

Để hàm số $y = \frac{x+2}{x+5m}$ đồng biến trên $(-\infty;-10)$ thì $\begin{cases} y' = \frac{5m-2}{(x+5m)^2} > 0 \\ -5m \notin (-\infty;-10) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5m-2 > 0 \\ m \notin (2;+\infty) \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} m > \frac{2}{5} \\ m \le 2 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{2}{5} < m \le 2$.

Câu 42. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=-\frac{1}{3}x^3+mx^2+\left(m^2-2\right)x+2019$ đạt cực đại tại $x=1$?

A. 1. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y'=-x^2+2mx+m^2-2$ và $y''=-2x+2m$.

Hàm số đạt cực đại tại $x=1$ thì $y'(1)=0$

$\Leftrightarrow -1^2+2m.1+m^2-2=0 \Leftrightarrow m^2+2m-3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=-3 \\ m=1 \end{array}\right.$.

Với $m=-3$ ta có $y''(1)=-2\cdot 1+2\cdot(-3)=-8<0$ nên $x=1$ là điểm cực đại.

Suy ra $m=-3$ thỏa mãn.

Với $m=1$ ta có $y'=-x^2+2x-1=-(x-1)^2\le 0 \Rightarrow$ hàm số luôn nghịch biến, nên hàm số không có cực trị.

Suy ra $m=1$ không thỏa mãn.

Vậy $m=-3$ thì hàm số $y=-\frac{1}{3}x^3+mx^2+\left(m^2-2\right)x+2019$ tại $x=1$.

Câu 43. Số giá trị nguyên của tham số $m\in[-10;10]$ để bất phương trình $4\sin^2 x-4\cos x\le 4m^2-4m+5$nghiệm đúng với mọi $x\in[0;\pi]$ là

A. 21. **B.** 20. **C.** 17. **D.** 18.

Lời giải

Chọn A

$$f(x)=4\sin^2 x-4\cos x=-4\cos^2 x-4\cos x+4$$

Đặt $t=\cos x$,$x\in[0;\pi]\Rightarrow t\in[-1;1]$

$$f(t)=-4t^2-4t+4$$

$$f'(t)=-8t-4=0\Leftrightarrow t=-\frac{1}{2}$$

Bảng biến thiên

t	-1		$-\frac{1}{2}$		1
$f'(t)$		$+$	0	$-$	
$f(t)$	4	$\nearrow$	5	$\searrow$	-4

Khi đó :

$$4m^2-4m+5\ge f(t)\forall t\in[-1;1]$$
$$\Leftrightarrow 4m^2-4m+5\ge 5$$
$$\Leftrightarrow 4m^2-4m\ge 0$$
$$\Leftrightarrow m\in[-10;0]\cup[1;10]$$

Vì $m\in\mathbb{Z}$ nên có 21 giá trị thỏa mãn .

Câu 44. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		1		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	$\|\|$	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	2	$\nearrow$	$+\infty$ $\|\|$ $-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

Tìm số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=g\left(x\right)=\dfrac{1}{2f\left(x\right)-3}$.

A. Không có tiệm cận đứng và tiệm cận ngang. **B.** 2 tiệm cận đứng, 1 tiệm cận ngang.
C. 2 tiệm cận ngang, 1 tiệm cận đứng. **D.** 1 tiệm cận đứng, 1 tiệm cận ngang.

Lời giải

Chọn B

$\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1}{2f\left(x\right)-3}=0$

$\Rightarrow$ Đồ thị hàm số $y=g\left(x\right)$ có tiệm cận ngang là đường thẳng $y=0$.

$\lim\limits_{x\to-\infty} y=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{1}{2f\left(x\right)-3}=0$

$\Rightarrow$ Đồ thị hàm số $y=g\left(x\right)$ có tiệm cận ngang là đường thẳng $y=0$.

Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=g\left(x\right)$ chính là số nghiệm của phương trình $2f\left(x\right)=3$.

Số nghiệm của phương trình $2f\left(x\right)=3$ chính là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=g\left(x\right)$ và đường thẳng $y=\dfrac{3}{2}$.

Từ bảng biến thiên, ta thấy đường thẳng $y=\dfrac{3}{2}$ cắt đồ thị hàm số $y=g\left(x\right)$ tại đúng 2 điểm phân biệt, một điểm có hoành độ thuộc $\left(1;2\right)$, điểm còn lại có hoành độ thuộc $\left(2;+\infty\right)$.

Vậy đồ thị hàm số $y=g\left(x\right)$ có 1 tiệm cận ngang và 2 tiệm cận đứng.

Câu 45. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		4		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	5	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$+\infty$

Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(|x|)-m=0$ có 4 nghiệm phân biệt .

A. 6. **B.** 7. **C.** 8. **D.** 9.

Lời giải

Chọn B

Phương trình (1): $f(|x|)-m=0 \Leftrightarrow f(|x|)=m$.

Số nghiệm của phương trình (1) là số điểm chung của hai đồ thị: $(C): y=f(|x|)$ và $(d): y=m$.

Hàm số $y=f(|x|)$là hàm số chẵn $\Rightarrow (C)$ nhận trục Oy làm trục đối xứng.

Mà $y=f(|x|)=\begin{cases} f(x) khi x\geq 0 \\ f(-x) khi x<0\end{cases}$.

$\Rightarrow$ Bảng biến thiên của hàm số $y=f(|x|)$:

x	$-\infty$		-4		0		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	5	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta có: phương trình (1) có 4 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m \in (-3;5)$.
Mà $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-2;-1;0;1;2;3;4\} \Rightarrow$Có 7 giá trị m thỏa mãn.

Câu 46. Cho hàm số $f(x)=x^3-3x+1$. Tìm số nghiệm của phương trình $f(f(x))=0$.

A. 5. **B.** 9. **C.** 4. **D.** 7.

Lời giải

Chọn D

Xét phương trình $f(x)=0 \Leftrightarrow x^3-3x+1=0$ dùng máy tính cầm tay ta ước lượng được phương trình có ba nghiệm và $\left[\begin{array}{l} x_1 \approx -1,879 \\ x_2 \approx 1,532 \\ x_3 \approx 0,347 \end{array}\right.$.

Xét hàm số $f(x)=x^3-3x+1$, ta có bảng biến thiên của $f(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Xét phương trình $f(f(x))=0\ (1)$ ta ước lượng được $\left[\begin{array}{l} f(x) \approx -1,879 \\ f(x) \approx 1,532 \\ f(x) \approx 0,347 \end{array}\right.$.

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số $f(x)$ ta có:

+ Với $f(x) \approx -1,879$ phương trình (1) có 1 nghiệm.

+ Với $f(x) \approx 1,532$ phương trình (1) có 3 nghiệm.

+ Với $f(x) \approx 0,347$ phương trình (1) có 3 nghiệm.

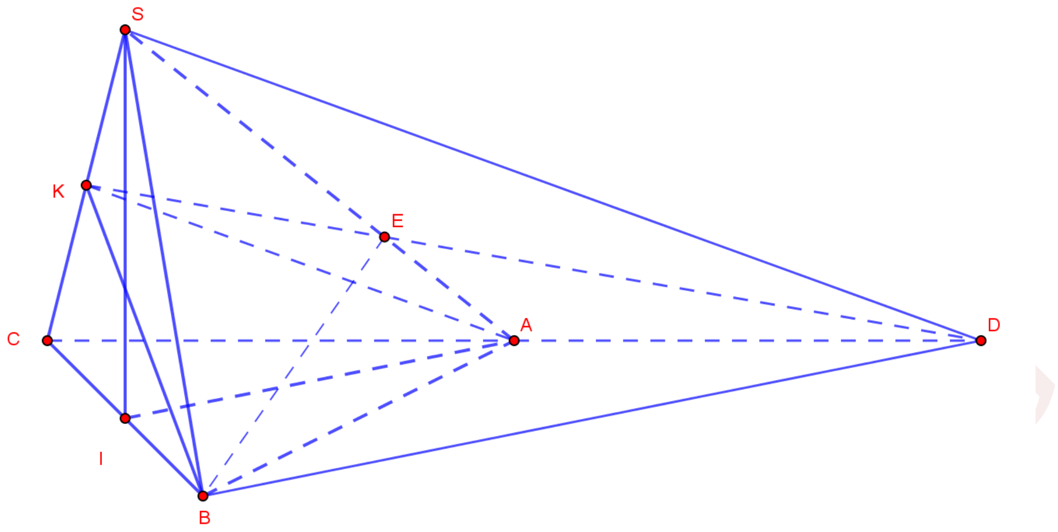
Vậy phương trình đã cho có 7 nghiệm.

Câu 47. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác cân tại A, mặt bên (SBC) là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi (α) là mặt phẳng đi qua điểm B và vuông góc với SC, chia khối chóp thành hai phần. Tính tỉ số thể tích của hai phần đó.

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{2}{3}$. **D.** $\frac{1}{4}$.

Lời giải.

Chọn A



Gọi I, K theo thứ tự là trung điểm của BC, SC.

Vì $\begin{cases} SBC \ \cap \ ABC \ = BC \\ SBC \ \perp \ ABC \\ SBC \ \supset SI \perp BC \\ ABC \ \supset AI \perp BC \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} SI \perp \ ABC \\ AI \perp \ SBC \end{cases}$.

Trên mặt phẳng ABC , qua B dựng đường thẳng song song với AI, cắt AC tại D.

Trên mặt phẳng SAC , gọi E là giao điểm của KD và SA.

Vì $BK \perp SC, BD \perp SC$ nên $BDK \ \perp SC$. Mặt phẳng BDK chia hình chóp $S.ABC$ thành hai phần là $SKBE$ và $KBEAC$.

Trên mặt phẳng SCD , ta có K, A lần lượt là trung điểm của các cạnh CS, CD nên KA là đường trung bình của tam giác SCD. Do đó, $AK \parallel SD$. Suy ra $\dfrac{AE}{ES} = \dfrac{AK}{SD} = \dfrac{1}{2} \Rightarrow \dfrac{SE}{SA} = \dfrac{2}{3}$.

Ta có

$$\frac{V_{SKBE}}{V_{SCBA}} = \frac{SK}{SC}.\frac{SB}{SB}.\frac{SE}{SA} = \frac{1}{2}.1.\frac{2}{3} = \frac{1}{3}.$$

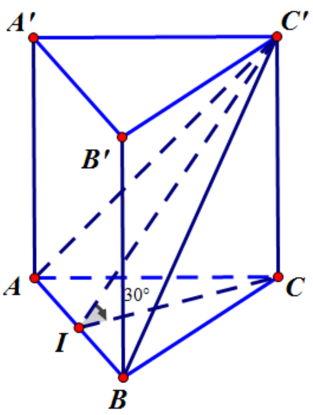
Suy ra $\dfrac{V_{SKBE}}{V_{KBEAC}} = \dfrac{1}{2}$.

Câu 48. Cho lăng trụ tam giác đều $ABC \cdot A'B'C'$. Tam giác ABC' có diện tích bằng 8 và hợp với mặt phẳng đáy một góc có số đo 30°. Tính thể tích của khối lăng trụ.

A. $8\sqrt{3}$. **B.** $4\sqrt{3}$. **C.** $16\sqrt{3}$. **D.** $24\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi I là trung điểm của AB, ta có $\begin{cases} AB \perp CI \\ AB \perp CC' \end{cases} \Rightarrow AB \perp (CIC')$.

Ta có $\begin{cases} AB = (ABC) \cap (ABC') \\ AB \perp (CIC') \\ (CIC') \cap (ABC) = CI \\ (CIC') \cap (ABC') = C' \end{cases} \Rightarrow (\widehat{(ABC),(ABC')}) = (\widehat{CI, C'I}) = \widehat{C'IC} = 30^\circ$.

Đặt $AB = x (x > 0)$.

Vì CI là đường cao của tam giác đều ABC nên $CI = \frac{x\sqrt{3}}{2}$.

+) $CC' = CI \cdot \tan 30^\circ = \frac{x\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{x}{2}$, $C'I = \frac{CI}{\cos 30^\circ} = x$.

Diện tích tam giác ABC' là $S_{ABC'} = \frac{1}{2} AB \cdot C'I \Leftrightarrow 8 = \frac{1}{2} x^2 \Leftrightarrow x = 4$.

Thể tích khối lăng trụ đã cho là $V = S_{AQC} \cdot CC' = \frac{x^2\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{x\sqrt{3}}{2} \cdot \tan 30^\circ = \frac{3x^3}{8} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{x^3\sqrt{3}}{8} = \frac{4^3\sqrt{3}}{8} = 8\sqrt{3}$.

Câu 49. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		1		2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$		↘		↗		↗		↘	

Hàm số $g(x) = 3f(2-x) + x^3 - 3x$ đạt cực đại tại điểm

A. $x = 1$. **B.** $x = -1$. **C.** $x = 3$. **D.** $x = 2$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $g'(x) = -3f'(2-x) + 3x^2 - 3$.

Từ bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$ ta thấy:

$$f'(2-x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2-x=1 \\ 2-x=2 \\ 2-x=3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=0 \\ x=-1 \end{array}\right.$$

$$f'(2-x)>0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2-x>1 \\ 2-x<3 \\ 2-x\neq 2 \end{cases} \Leftrightarrow x\in(-1;1)\setminus\{0\}$$

$f'(2-x)<0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2-x<1 \\ 2-x>3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x>1 \\ x<-1 \end{array}\right.$. Ta có bảng biến thiên của hàm số $g(x)$:

(Nhờ thầy vẽ lại BBT ạ)

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$3x^2-3$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$-3f'(2-x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$g'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$g(x)$		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$	

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số $g(x)$ đạt cực đại tại $x=-1$.

Câu 50. Có bao nhiêu số nguyên $m\in[-5;5]$để $\min\limits_{[1;3]}|x^3-3x^2+m|\geq 2$.

A. 6. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 5.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\min\limits_{[1;3]}|x^3-3x^2+m|\geq 2 \Leftrightarrow |x^3-3x^2+m|\geq 2; \forall x\in[1;3] (1)$ (Do hàm số $y=|x^3-3x^2+m|$liên tục trên $[1;3]$).

Giải (1): $|x^3-3x^2+m|\geq 2; \forall x\in[1;3] \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^3-3x^2+m\geq 2; \forall x\in[1;3] \\ x^3-3x^2+m\leq -2; \forall x\in[1;3] \end{array}\right. \Leftrightarrow$

$\left[\begin{array}{l} x^3-3x^2\geq 2-m; \forall x\in[1;3] \\ x^3-3x^2\leq -2-m; \forall x\in[1;3] \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2-m\leq \min\limits_{[1;3]}(x^3-3x^2) \\ -2-m\geq \max\limits_{[1;3]}(x^3-3x^2) \end{array}\right. (*)$.

Xét hàm số $f(x)=x^3-3x^2$trên $[1;3]$. Hàm số xác định và liên tục trên $[1;3]$mà $f'(x)=3x^2-6x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2 \end{array}\right.$. Ta có: $f(1)=-2; f(3)=0; f(2)=-4$.

Do đó $\max\limits_{[1;3]}f(x)=0; \min\limits_{[1;3]}f(x)=-4$. Từ $(*)$suy ra $\left[\begin{array}{l} 2-m\leq -4 \\ -2-m\geq 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m\geq 6 \\ m\leq -2 \end{array}\right.$.

Vì $\begin{cases} m\in[-5;5] \\ m\in\mathbb{Z} \end{cases}$nên $m\in\{-5;-4;-3;-2\}$.

Vậy có 4 giá trị $m$thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Cách 2:

Đặt $t=x^3-3x^2$, với $x\in[1;3] \Rightarrow t\in[-4;0]$. Khi đó bài toán trở thành $\min\limits_{[-4;0]}|t+m|\geq 2$.

TH1: $-m\leq -4 \Rightarrow \min\limits_{[-4;0]}|t+m|=|-4+m|=m-4\geq 2 \Leftrightarrow m\geq 6$.

TH2: $-m\geq 0 \Rightarrow \min\limits_{[-4;0]}|t+m|=|m|=-m\geq 2 \Leftrightarrow m\leq -2$.

Kết hợp với điều kiện $\begin{cases} m\in[-5;5] \\ m\in\mathbb{Z} \end{cases}$suy ra $m\in\{-5;-4;-3;-2\}$.

Vậy có 4 giá trị $m$thỏa mãn yêu cầu bài toán.

------------- **HẾT** -------------

ĐỀ 3
ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA KÌ I
Môn: TOÁN, Lớp 12
Thời gian làm bài: 90 phút, *không tính thời gian phát đề*

Câu 1. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ xác định và liên tục trên khoảng $\left(-\infty;+\infty\right)$, có bảng biến thiên như hình sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(1;+\infty\right)$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(-\infty;-2\right)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty;1\right)$.

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-1;+\infty\right)$.

Câu 2. Cho hàm số $y=\frac{1}{4}x^4-2x^2+3$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $\left(-2;0\right)$ và $\left(2;+\infty\right)$.

B. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $\left(-\infty;-2\right)$ và $\left(0;2\right)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty;0\right)$.

D. Hàm số đồng biến trên các khoảng $\left(-\infty;-2\right)$ và $\left(0;2\right)$.

Câu 3. Hàm số $y=\frac{x-2}{x-1}$ có tất cả bao nhiêu điểm cực trị?

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 4. Tìm giá trị cực đại của hàm số $y=x^3-12x-1$.

A. -17. **B.** -2. **C.** 45. **D.** 15.

Câu 5. Giá trị lớn nhất của hàm số $f\left(x\right)=x^3-2x^2+x-2$ trên đoạn $\left[0;2\right]$ bằng

A. $-\frac{50}{27}$. **B.** -2. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 6. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $y=\sqrt{5-4x}$ trên đoạn $\left[-1;\,1\right]$. Khi đó $M-m$ bằng

A. 8. **B.** -8. **C.** -2. **D.** 2.

Câu 7. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên.

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	5	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số đạt cực đại tại điểm

A. $x=1$. **B.** $x=0$. **C.** $x=5$. **D.** $x=2$.

Câu 8. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên dưới.

x	$-\infty$		-1		13		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	$\|$	$+$	
y	1	$\searrow$	$-\sqrt{2}$	$\nearrow$	$+\infty \ \| \ -\infty$	$\nearrow$	-1

Số nghiệm của phương trình $f\left(x\right)=-1$ là

A. 3. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 9. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $-4;4$ và có bảng biến thiên như hình vẽ. Phát biểu nào sau đây đúng?

x	-4		-2		0		4
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	-10	$\nearrow$	0	$\searrow$	-4	$\nearrow$	10

A. $\max\limits_{(-4;4)} y=0$ và $\min\limits_{(-4;4)} y=-4$.

B. $\min\limits_{(-4;4)} y=-4$ và $\max\limits_{(-4;4)} y=10$.

C. $\max\limits_{(-4;4)} y=10$ và $\min\limits_{(-4;4)} y=-10$.

D. Hàm số không có giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất trên $(-4;4)$.

Câu 10. Cho hàm số $y=f\ \ x$ có $\lim\limits_{x\to-\infty} f\ \ x\ =-2$ và $\lim\limits_{x\to+\infty} f\ \ x\ =2$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng ?

A. Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang.

B. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.

C. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là hai đường thẳng $x=2$ và $x=-2$.

D. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là hai đường thẳng $y=2$ và $y=-2$.

Câu 11. Đường thẳng nào dưới đây là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1-4x}{2x-1}$..

A. $y=2$. **B.** $x=-2$. **C.** $y=\dfrac{1}{2}$. **D.** $y=-2$.

Câu 12. Khối hộp chữ nhật có ba kích thước $a=5, b=4, c=3$ có thể tích là

A. 20. **B.** 30. **C.** 50. **D.** 60.

Câu 13. Thể tích của khối lăng trụ có diện tích đáy B và chiều cao h là

A. $\frac{4}{3}Bh$. **B.** $3Bh$. **C.** $\frac{1}{3}Bh$. **D.** Bh.

Câu 14. Khối chóp có diện tích đáy B và chiều cao h. Thể tích khối chóp là

A. $\frac{1}{3}Bh$. **B.** Bh. **C.** $\frac{1}{2}Bh$. **D.** $\frac{1}{6}Bh$.

Câu 15. Khối đa diện đều loại $\{4;3\}$ là

A. Khối chóp tứ giác đều. **B.** Khối bát diện đều.
C. Khối tứ diện đều. **D.** Khối lập phương.

Câu 16. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, $SA\perp(ABCD)$ và $SA=a\sqrt{6}$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$. **B.** $a^3\sqrt{6}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$. **D.** $h=a$.

Câu 17. Cho một khối lăng trụ có thể tích là $a^3\sqrt{3}$, đáy tam giác có diện tích $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$. Tính chiều cao của khối lăng trụ.

A. $h=4a$. **B.** $h=3a$. **C.** $h=2a$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$.

Câu 18. Cho khối chóp $S.ABC$. Trên ba cạnh SA, SB, SC lần lượt lấy ba điểm A', B', C' sao cho $SA'=\frac{1}{2}SA,\ SB'=\frac{1}{3}SB,\ SC'=\frac{1}{4}SC$. Gọi V và V' lần lượt là thể tích của các khối chóp $S.ABC$ và $S.A'B'C'$. Khi đó tỉ số $\frac{V'}{V}$ là

A. 24. **B.** $\frac{1}{24}$. **C.** $\frac{1}{12}$. **D.** $\frac{1}{8}$.

Câu 19. Cho khối bát diện đều. Gọi a, b, c lần lượt là số đỉnh, số cạnh và số mặt của khối bát diện đều. Chọn khẳng định đúng.

A. $a+b+c=6$. **B.** $a+b+c=62$. **C.** $a+b+c=26$. **D.** $a+b+c=14$.

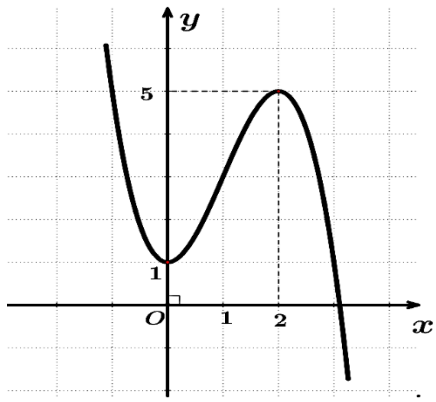
Câu 20. Cho hình chóp $S.ABC$ có thể tích bằng a^3 và đáy có diện tích $a^2\sqrt{3}$. Tính chiều cao h của khối chóp đã cho.

A. $h=\frac{a\sqrt{3}}{6}$. **B.** $h=\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **C.** $h=\frac{a\sqrt{3}}{3}$. **D.** $h=a\sqrt{3}$.

Câu 21. Cho hàm số $y=\frac{2x-1}{x+2}$ có đồ thị (C). Tìm tọa độ giao điểm I của hai đường tiệm cận của đồ thị (C)

A. $I(-2;2)$. **B.** $I(2;2)$. **C.** $I(2;-2)$. **D.** $I(-2;-2)$.

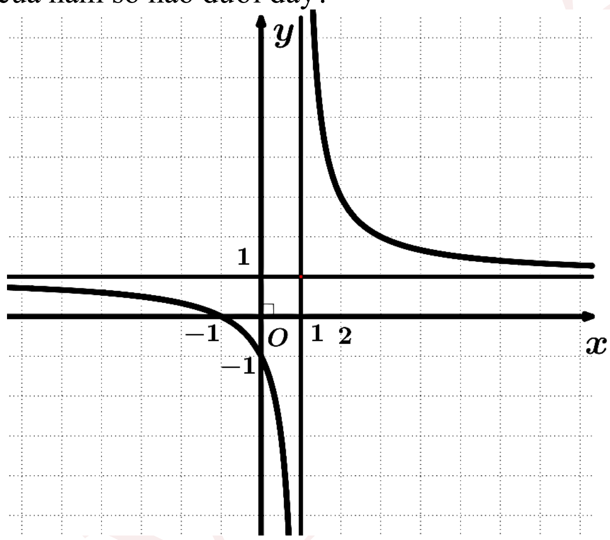
Câu 22. Đường cong trong hình dưới đây là đồ thị hàm số nào dưới đây?



A. $y=-x^3+2x^2-1$.   **B.** $y=x^3-3x^2+1$.

C. $y=-x^3+3x^2+1$.   **D.** $y=-x^3+3x^2-4$.

Câu 23. Đồ thị sau là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y=\dfrac{2x-3}{2x-2}$.   **B.** $y=\dfrac{x}{x-1}$.

C. $y=\dfrac{x-1}{x+1}$.   **D.** $y=\dfrac{x+1}{x-1}$.

Câu 24. Cho hàm số $y=x^4+4x^2$ có đồ thị C .Tìm số giao điểm của đồ thị C và trục hoành?

A. 0.   **B.** 3.   **C.** 1.   **D.** 2.

Câu 25. Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=x^3+2x^2+3x+5$.   **B.** $y=x^2+3$.   **C.** $y=x^4+2x^2+2$.   **D.** $y=2020$.

Câu 26. Tọa độ các giao điểm của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{x+1}$ và đường thẳng $y=x-1$ là:

A. $-1;0$, $0;1$.   **B.** $-1;0$, $0;-1$.   **C.** $1;0$.   **D.** $1;0$, $0;-1$.

Câu 27. Hàm số nào sau đây có cực đại và cực tiểu ?

A. $y=x^3+3x^2+3x$.   **B.** $y=-x^3-3x$.   **C.** $y=x^3-3x$.   **D.** $y=x^3+3$.

Câu 28. Cho hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$ có đồ thị (C) và đường thẳng $d: y=2x-3$. Đường thẳng d cắt (C) tại hai điểm A và B. Khoảng cách giữa A và B là

A. $AB=\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$ **B.** $AB=\dfrac{5}{2}$ **C.** $AB=\dfrac{5\sqrt{5}}{2}$ **D.** $AB=\dfrac{2}{5}$

Câu 29. Biết m_0 là giá trị tham số m để hàm số $y = x^3 - 3x^2 + mx - 1$ có hai điểm cực trị x_1, x_2 sao cho $x_1^{\,2} + x_2^{\,2} - x_1x_2 = 13$. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

A. $m_0 \in (-1;7)$ **B.** $m_0 \in (7;10)$ **C.** $m_0 \in (-15;-7)$ **D.** $m_0 \in (-7;-1)$

Câu 30. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	3	$\nearrow$	5	$\searrow$	3	$\nearrow$	$+\infty$

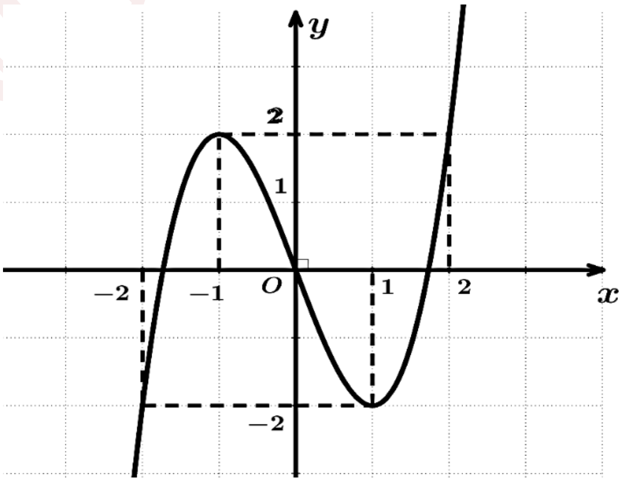
Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(x) = 2 - 3m$ có bốn nghiệm phân biệt .

A. $m \le -\dfrac{1}{3}$ **B.** $-1 < m \le -\dfrac{1}{3}$ **C.** $-1 < m < -\dfrac{1}{3}$ **D.** $3 < m < 5$

Câu 31. Cho hàm số $y = -\dfrac{1}{3}x^3 + mx^2 + (3m+2)x + 1$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số đã cho nghich biến trên R ?

A. $-2 \le m \le -1$. **B.** $\left[\begin{array}{l} m > -1 \\ m < -2 \end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l} m \ge -1 \\ m \le -2 \end{array}\right.$. **D.** $-2 < m < 1$.

Câu 32. Cho hàm số $y = f(x)$. Biết đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ dưới đây.



Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;-2)$ **B.** $(-\infty;-1)$ **C.** $(-1;0)$ **D.** $(2;+\infty)$

Câu 33. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên m để hàm $y=\dfrac{(m+1)x-2}{x-m}$ đồng biến trên từng khoảng xác định của nó?

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 34. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đường thẳng $d:y=x+m$ cắt đồ thị hàm $y=\dfrac{-x+1}{2x-1}$ tại hai điểm phân biệt A,B.

A. $m<0$. **B.** $m\in\mathbb{R}$. **C.** $m>1$. **D.** $m=5$.

Câu 35. Một khối lăng trụ tam giác có đáy là tam giác đều cạnh bằng 3, cạnh bên bằng $2\sqrt{3}$ và tạo với mặt phẳng đáy một góc 30^0. Khi đó thể tích khối lăng trụ là

A. $\dfrac{9}{4}$. **B.** $\dfrac{9\sqrt{3}}{4}$. **C.** $\dfrac{27\sqrt{3}}{4}$. **D.** $\dfrac{27}{4}$.

Câu 36. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên dương của tha số m để hàm số $y=(m^2-4)x^4+(m^2-25)x^2+m-3$ có 3 cực trị.

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 37. Các đường chéo của các mặt hình hộp chữ nhật bằng $\sqrt{5},\sqrt{10},\sqrt{13}$. Tính thể tích V của khối hộp chữ nhật đó.

A. $V=6$. **B.** $V=5\sqrt{26}$. **C.** $V=2$. **D.** $V=\dfrac{5\sqrt{26}}{3}$.

Câu 38. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2+2}{x^2-mx+1}$ có hai đường tiệm cận đứng.

A. $m\in(-\infty;-2)\cup(2;+\infty)\setminus\left\{\dfrac{5}{2}\right\}$. **B.** $m\in(-\infty;-2]\cup[2;+\infty)$.

C. $m\in(-\infty;-2)\cup(2;+\infty)$. **D.** $m\neq\dfrac{5}{2}$.

Câu 39. Hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}\setminus\{-2;2\}$, có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	||	$-$	0	$+$	||	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	$-\infty$ || $+\infty$	↘	0	↗	$+\infty$ || $-\infty$	↗	-1

Gọi k,l lần lượt là số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{f(x)-2020}$. Tính $k+l$.

A. $k+l=2$. **B.** $k+l=3$. **C.** $k+l=4$. **D.** $k+l=5$.

Câu 40. Cho hàm số $y=\dfrac{3x+5}{3x+1}$ có đồ thị (C). Gọi S là tập hợp tất cả các điểm thuộc (C) có tọa độ là số nguyên. Tính số phần tử của S.

A. 15 .   **B.** 3 .   **C.** 2 .   **D.** 6 .

Câu 41. Gọi A,B,C là các điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=x^4-2x^2+4$. Bán kính đường tròn nội tiếp tam giác ABC bằng

A. 1.   **B.** $\sqrt{2}+1$.   **C.** $\sqrt{2}-1$.   **D.** $\sqrt{2}$.

Câu 42. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, $SA=a$ và SA vuông góc với đáy. Gọi M là trung điểm SB, N là điểm thuộc cạnh SD sao cho $SN=2ND$. Tính thể tích V của khối tứ diện $ACMN$.

A. $V=\frac{1}{12}a^3$.   **B.** $V=\frac{1}{8}a^3$.   **C.** $V=\frac{1}{36}a^3$.   **D.** $V=\frac{1}{6}a^3$.

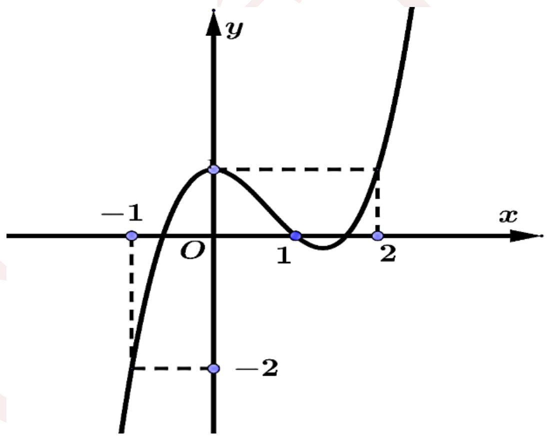
Câu 43. Gọi S là tập hợp các giá trị của tham số m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\left(x^2+x+m\right)^2$ trên đoạn $[-2;2]$ bằng 4. Tính tổng các phần tử của S.

A. $-\frac{23}{4}$.   **B.** $\frac{41}{4}$.   **C.** $\frac{9}{4}$.   **D.** 0.

Câu 44. Cho hàm số $y=\frac{2x-1}{x+1}$ có đồ thị (C) và đường thẳng $d: y=-x+m$. Gọi S là tập hợp các giá trị của tham số m để d cắt (C) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho ΔPAB đều, biết $P(2;5)$. Tính tổng bình phương tất cả các phần tử của S.

A. 10   **B.** 26   C. 25   **D.** 16

Câu 45. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ bên dưới .



Hàm số $g(x)=f(x)-\frac{x^3}{3}+x^2-x+2$ có bao nhiêu điểm cực đại ?

A. 0   **B.** 1   C. 2   **D.** 3

Câu 46. Cho hai tam giác đều ABC và ABD có độ dài cạnh bằng 1 và nằm trong hai mặt phẳng vuông góc. Gọi S là điểm đối xứng của B qua đường thẳng CD. Tính thể tích của khối đa diện $ABDSC$.

A. $\frac{3}{4}$.   **B.** $\frac{3}{8}$.   **C.** $\frac{1}{2}$.   **D.** $\frac{1}{4}$.

Câu 47. Cho hình chóp $S.ABC$ có các cạnh $AB=a$, $AC=a\sqrt{3}$, $SB>2a$ và góc $\angle ABC=\angle BAS=\angle BCS=90^0$. Biết sin của góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (SAC) bằng $\frac{\sqrt{11}}{11}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$

A. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{9}$.   **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{9}$.   **C.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.   **D.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

Câu 48. Biết điểm $M\left(x_M;y_M\right)$ thuộc đồ thị $(C): y=\dfrac{2x-2}{x+1}$ sao cho khoảng cách từ M đến đường thẳng $\Delta_1: 2x-y+4=0$ bằng $\dfrac{2}{3}$ lần khoảng cách từ M đến đường thẳng $\Delta_2: x-2y+5=0$. Hãy chọn khẳng định đúng?

A. $x_M+y_M=-4$. **B.** $x_M+y_M=4$. **C.** $x_M+y_M=2$. **D.** $x_M+y_M=0$.

Câu 49. Cho hàm số $y=\dfrac{x-2}{x-1}$ có đồ thị (C) và điểm $M(3;-1)$. Gọi D là tập hợp tất cả các đường thẳng đi qua điểm M và cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt A,B sao cho $MB=3MA$. Tính tổng tất cả các hệ số góc của các đường thẳng thuộc D.

A. -1. **B.** $-\dfrac{6}{5}$. **C.** $\dfrac{9}{5}$. **D.** 2.

Câu 50. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại B và C. Hai mặt phẳng (SBC) và (SBD) cùng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Biết $AB=4a; BC=CD=a$ và khoảng cách từ trung điểm E của BC đến mặt phẳng (SAD) bằng $\dfrac{5a\sqrt{26}}{52}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $\dfrac{5a^3}{6}$. **B.** $\dfrac{6a^3}{5}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{6}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{5}$.

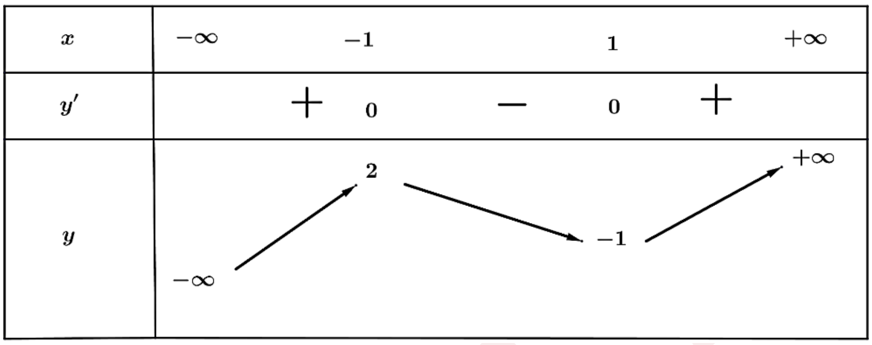
HẾT

BẢNG ĐÁP ÁN

1.B	2.B	3.B	4.D	5.D	6.D	7.D	8.D	9.D	10.D
11.D	12.D	13.D	14.A	15.D	16.A	17.A	18.B	19.C	20.D
21.A	22.C	23.D	24.C	25.A	26.D	27.C	28.C	29.C	30.C
31.A	32.A	33.C	34.B	35.D	36.C	37.A	38.C	39.D	40.B
41.C	42.A	43.A	44.B	45.B	46.D	47.C	48.B	49.D	50.A

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên khoảng $(-\infty;+\infty)$, có bảng biến thiên như hình sau:



Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;+\infty)$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-2)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;1)$.

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;+\infty)$.

Lời giải

Dựa vào BBT, ta thấy hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-1)\supset(-\infty;-2)$ nên đáp án B đúng.

Câu 2. Cho hàm số $y=\frac{1}{4}x^4-2x^2+3$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-2;0)$ và $(2;+\infty)$.

B. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;-2)$ và $(0;2)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$.

D. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-2)$ và $(0;2)$.

Lời giải

Ta thấy, $y'=x^3-4x$. Cho $y'=0\Rightarrow x^3-4x=0\Rightarrow \left[\begin{array}{l}x=2\\x=-2\\x=0\end{array}\right.$

Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-2;0)$ và $(2;+\infty)$;

Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;-2)$ và $(0;2)$.

Câu 3. Hàm số $y=\frac{x-2}{x-1}$ có tất cả bao nhiêu điểm cực trị?

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Ta thấy, $y' = \dfrac{1}{(x-1)^2} > 0,\ \forall x \neq 1$. Hàm số luôn đồng biến trên các khoảng xác định của nó nên hàm số không có cực trị.

Câu 4. Tìm giá trị cực đại của hàm số $y = x^3 - 12x - 1$.

A. -17. **B.** -2. **C.** 45. **D.** 15.

Lời giải

$y' = 3x^2 - 12$. Cho $y' = 0 \Rightarrow 3x^2 - 12 = 0 \Rightarrow x = \pm 2$

Hàm số đạt cực đại tại $x = -2,\ f_{CD} = f(-2) = 15$.

Câu 5. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 2x^2 + x - 2$ trên đoạn $[0;2]$ bằng

A. $-\dfrac{50}{27}$. **B.** -2. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

$f'(x) = 3x^2 - 4x + 1$.

Cho $f' = 0 \Rightarrow 3x^2 - 4x + 1 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = \dfrac{1}{3} \end{array}\right.$

Ta có $f(0) = -2$; $f(1) = -2$; $f\left(\dfrac{1}{3}\right) = -\dfrac{50}{27}$; $f(2) = 0$. Suy ra $\max\limits_{[0;2]} f(x) = 0$.

Câu 6. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $y = \sqrt{5-4x}$ trên đoạn $[-1;1]$. Khi đó $M - m$ bằng

A. 8. **B.** -8. **C.** -2. **D.** 2.

Lời giải

Hàm số có tập xác định là $D = \left(-\infty; \dfrac{5}{4}\right]$.

Hàm số xác định và liên tục trên đoạn $[-1;1]$

Ta có $y' = \dfrac{-2}{\sqrt{5-4x}} < 0\ \ \forall x \in [-1;1]$.

$y(1) = 1,\ y(-1) = 3 \Rightarrow M = 3, m = 1 \Rightarrow M - m = 2$.

Câu 7. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên.

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	5	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số đạt cực đại tại điểm

A. $x = 1$. **B.** $x = 0$. **C.** $x = 5$. **D.** $x = 2$.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên hàm số đạt cực đại tại điểm $x = 2$.

Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên dưới.

x	$-\infty$		-1		13		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	$\|\|$	$+$	
y	1	$\searrow$	$-\sqrt{2}$	$\nearrow$	$+\infty\ \|\|\ -\infty$	$\nearrow$	-1

Số nghiệm của phương trình $f\left(x\right)=-1$ là

A. 3. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

Số nghiệm của phương trình là số giao điểm giữa đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ và đường thẳng $y=-1$

Dựa vào bảng biến thiên hàm số thấy đường thẳng $y=-1$ cắt đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ tại 2 điểm phân biệt nên phương trình $f\left(x\right)=-1$ có 2 nghiệm phân biệt.

Câu 9. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $-4;4$ và có bảng biến thiên như hình vẽ. Phát biểu nào sau đây đúng?

x	-4		-2		0		4
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	-10	$\nearrow$	0	$\searrow$	-4	$\nearrow$	10

A. $\max\limits_{(-4;4)} y=0$ và $\min\limits_{(-4;4)} y=-4$.

B. $\min\limits_{(-4;4)} y=-4$ và $\max\limits_{(-4;4)} y=10$.

C. $\max\limits_{(-4;4)} y=10$ và $\min\limits_{(-4;4)} y=-10$.

D. Hàm số không có giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất trên $(-4;4)$.

Lời giải

Câu 10. Cho hàm số $y=f\ x$ có $\lim\limits_{x\to-\infty} f\ x=-2$ và $\lim\limits_{x\to+\infty} f\ x=2$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng ?

A. Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang.
B. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.
C. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là hai đường thẳng $x=2$ và $x=-2$.
D. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là hai đường thẳng $y=2$ và $y=-2$.

Lời giải

Theo định nghĩa về tiệm cận, ta có:

$\lim\limits_{x\to+\infty} f\ x=2 \longrightarrow y=2$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

$\lim\limits_{x\to-\infty} f\ x=-2 \longrightarrow y=-2$ đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Câu 11. Đường thẳng nào dưới đây là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1-4x}{2x-1}$..

A. $y=2$. **B.** $x=-2$. **C.** $y=\frac{1}{2}$. **D.** $y=-2$.

Lời giải

Ta có:

$$\lim_{x\to+\infty} y=\lim_{x\to+\infty}\frac{1-4x}{2x-1}=\lim_{x\to+\infty}\frac{\frac{1}{x}-4}{2-\frac{1}{x}}=-2$$

$$\lim_{x\to-\infty} y=\lim_{x\to-\infty}\frac{1-4x}{2x-1}=\lim_{x\to-\infty}\frac{\frac{1}{x}-4}{2-\frac{1}{x}}=-2$$

Vậy tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{1-4x}{2x-1}$ là $y=-2$.

Câu 12. Khối hộp chữ nhật có ba kích thước $a=5, b=4, c=3$ có thể tích là

A. 20. **B.** 30. **C.** 50. **D.** 60.

Lời giải

Thể tích khối hộp là $V=abc=60$.

Câu 13. Thể tích của khối lăng trụ có diện tích đáy B và chiều cao h là

A. $\frac{4}{3}Bh$. **B.** $3Bh$. **C.** $\frac{1}{3}Bh$. **D.** Bh.

Lời giải

Thể tích khối lăng trụ có diện tích đáy B và chiều cao h là $V=Bh$.

Câu 14. Khối chóp có diện tích đáy B và chiều cao h. Thể tích khối chóp là

A. $\frac{1}{3}Bh$. **B.** Bh. **C.** $\frac{1}{2}Bh$. **D.** $\frac{1}{6}Bh$.

Lời giải

Thể tích khối chóp có diện tích đáy B và chiều cao h là $V=\frac{1}{3}Bh$.

Câu 15. Khối đa diện đều loại $\{4;3\}$ là

A. Khối chóp tứ giác đều. **B.** Khối bát diện đều.

C. Khối tứ diện đều. **D.** Khối lập phương.

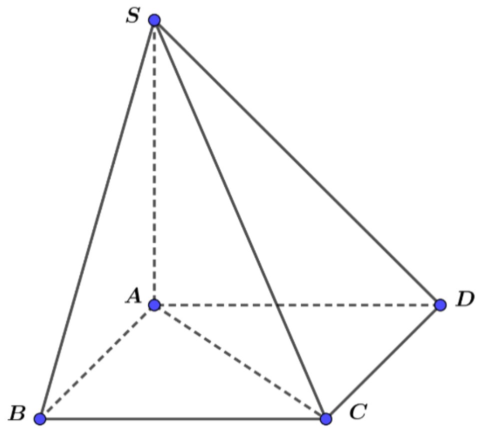
Lời giải

Theo lý thuyết khối đa diện đều chọn D

Câu 16. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, $SA\perp(ABCD)$ và $SA=a\sqrt{6}$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{6}$. **B.** $a^3\sqrt{6}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{3}$. **D.** $h=a$.

Lời giải



Ta có: $V_{S.ABCD}=\dfrac{1}{3}S_{ABCD}.SA=\dfrac{1}{3}a^2.a\sqrt{6}=\dfrac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

Vậy $V_{S.ABC}=\dfrac{1}{2}V_{S.ABCD}=\dfrac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

Câu 17. Cho một khối lăng trụ có thể tích là $a^3\sqrt{3}$, đáy tam giác có diện tích $\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$. Tính chiều cao của khối lăng trụ.

A. $h=4a$. **B.** $h=3a$. **C.** $h=2a$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{2}$.

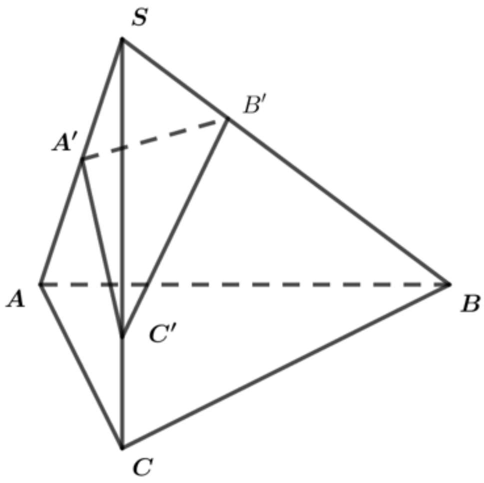
Lời giải

Ta có thể tích khối lăng trụ : $V=B.h\Rightarrow h=\dfrac{V}{B}=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}}=4a$.

Câu 18. Cho khối chóp $S.ABC$. Trên ba cạnh SA,SB,SC lần lượt lấy ba điểm A',B',C' sao cho $SA'=\dfrac{1}{2}SA,\ SB'=\dfrac{1}{3}SB,\ SC'=\dfrac{1}{4}SC$. Gọi V và V' lần lượt là thể tích của các khối chóp $S.ABC$ và $S.A'B'C'$. Khi đó tỉ số $\dfrac{V'}{V}$ là

A. 24. **B.** $\dfrac{1}{24}$. **C.** $\dfrac{1}{12}$. **D.** $\dfrac{1}{8}$.

Lời giải

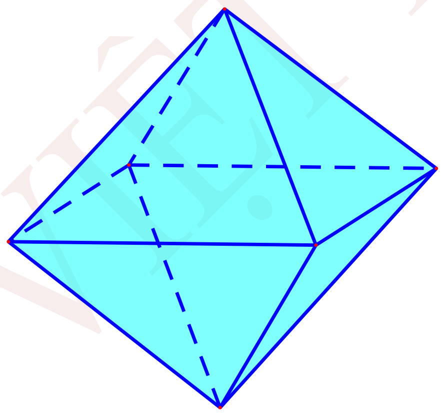


$\dfrac{V'}{V}=\dfrac{SA'}{SA}.\dfrac{SB'}{SB}.\dfrac{SC'}{SC}=\dfrac{1}{2}.\dfrac{1}{3}.\dfrac{1}{4}=\dfrac{1}{24}$.

Câu 19. Cho khối bát diện đều. Gọi a,b,c lần lượt là số đỉnh, số cạnh và số mặt của khối bát diện đều. Chọn khẳng định đúng.

A. $a+b+c=6$. **B.** $a+b+c=62$. **C.** $a+b+c=26$. **D.** $a+b+c=14$.

Lời giải



Ta có số đỉnh, số cạnh và số mặt của khối bát diện đều lần lượt là 6, 12, 8.
Suy ra $a+b+c=6+12+8=26$.

Câu 20. Cho hình chóp $S.ABC$ có thể tích bằng a^3 và đáy có diện tích $a^2\sqrt{3}$. Tính chiều cao h của khối chóp đã cho.

A. $h=\dfrac{a\sqrt{3}}{6}$. **B.** $h=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **C.** $h=\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$. **D.** $h=a\sqrt{3}$.

Lời giải

Ta có: $V_{S.ABC}=\dfrac{1}{3}\cdot S_{ABC}\cdot h\Rightarrow h=\dfrac{3a^3}{a^2\sqrt{3}}=a\sqrt{3}$

Câu 21. Cho hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x+2}$ có đồ thị (C). Tìm tọa độ giao điểm I của hai đường tiệm cận của đồ thị (C)

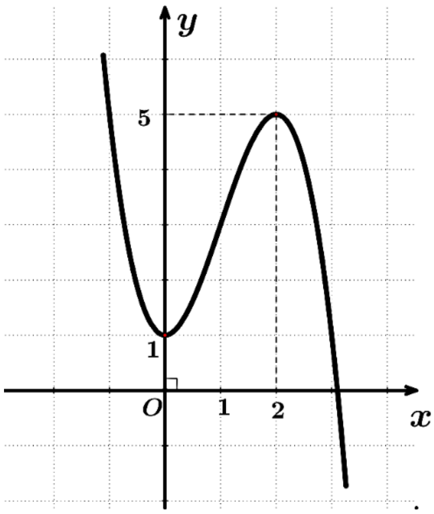
A. $I(-2;2)$. **B.** $I(2;2)$. **C.** $I(2;-2)$. **D.** $I(-2;-2)$.

Lời giải

Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=-2$; và tiệm cận ngang là $y=2$.

Vậy tọa độ giao điểm của hai đường tiệm cận có tọa độ là $I(-2;2)$

Câu 22. Đường cong trong hình dưới đây là đồ thị hàm số nào dưới đây?



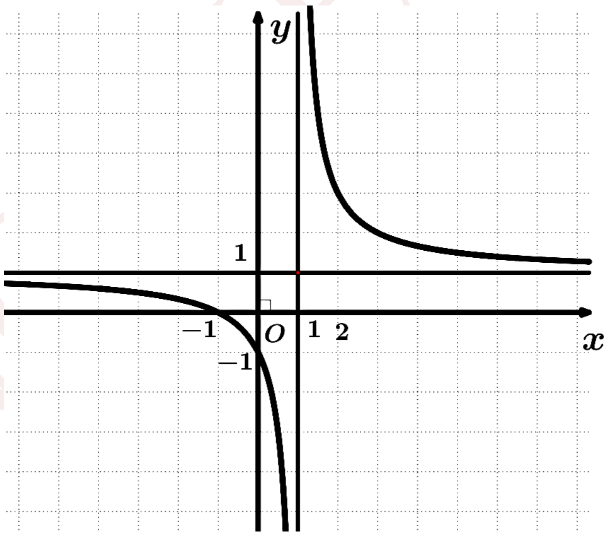
A. $y=-x^3+2x^2-1$. **B.** $y=x^3-3x^2+1$.

C. $y=-x^3+3x^2+1$. **D.** $y=-x^3+3x^2-4$.

Lời giải

Ta thấy hình dáng đồ thị là của hàm số bậc 3 với hệ số $a<0$ nên loại đáp án B.
Với $x=0 \Rightarrow y=1$ nên loại đáp án A và D. Vậy đáp án đúng là C

Câu 23. Đồ thị sau là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y=\dfrac{2x-3}{2x-2}$. **B.** $y=\dfrac{x}{x-1}$.

C. $y=\dfrac{x-1}{x+1}$. **D.** $y=\dfrac{x+1}{x-1}$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị ta thấy, đồ thị nhận đường thẳng $x=1$ là tiệm cận đứng, $y=1$ là tiệm cận ngang, hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định nên loại đáp án C.
Với $x=0 \Rightarrow y=-1$ và $x=-1 \Rightarrow y=0$ nên loại đáp án A, B.
Vậy đáp án đúng là D

Câu 24. Cho hàm số $y = x^4 + 4x^2$ có đồ thị C .Tìm số giao điểm của đồ thị C và trục hoành?

A. 0. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm: $x^4 + 4x^2 = 0 \Leftrightarrow x^2 \; x^2 + 4 \; = 0 \Leftrightarrow x = 0$

Suy ra đồ thị hàm số có một điểm chung với trục hoành.

Câu 25. Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = x^3 + 2x^2 + 3x + 5$. **B.** $y = x^2 + 3$. **C.** $y = x^4 + 2x^2 + 2$.

D. $y = 2020$.

Lời giải

Xét hàm số $y = x^3 + 2x^2 + 3x + 5$.

Ta có $y' = 3x^2 + 4x + 3 = \left(\sqrt{3}x + \dfrac{2}{\sqrt{3}}\right)^2 + \dfrac{5}{3} > 0, \forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 26. Tọa độ các giao điểm của đồ thị hàm số $y = \dfrac{x-1}{x+1}$ và đường thẳng $y = x - 1$ là:

A. $-1;0$, $0;1$. **B.** $-1;0$, $0;-1$. **C.** $1;0$. **D.** $1;0$, $0;-1$.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = \dfrac{x-1}{x+1}$ và đường thẳng $y = x - 1$ là:

$$\frac{x-1}{x+1} = x - 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -1 \\ x^2 - x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 1 \end{array}\right.$$

Với $x = 0 \Rightarrow y = -1$

Với $x = 1 \Rightarrow y = 0$

Câu 27. Hàm số nào sau đây có cực đại và cực tiểu ?

A. $y = x^3 + 3x^2 + 3x$. **B.** $y = -x^3 - 3x$. **C.** $y = x^3 - 3x$.

D. $y = x^3 + 3$.

Lời giải

Xét hàm số : $y = x^3 - 3x$

$$y' = 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2 \\ x = 0 \end{array}\right.$$

suy ra hàm số có cực đại, cực tiểu

Chọn đáp án C .

Câu 28. Cho hàm số $y = \dfrac{2x-1}{x+1}$ có đồ thị (C) và đường thẳng $d: y = 2x - 3$. Đường thẳng d cắt (C) tại hai điểm A và B. Khoảng cách giữa A và B là

A. $AB = \dfrac{2\sqrt{5}}{5}$ **B.** $AB = \dfrac{5}{2}$ **C.** $AB = \dfrac{5\sqrt{5}}{2}$ **D.** $AB = \dfrac{2}{5}$

Lời giải

Ta có: pt hoành độ giao điểm

$\frac{2x-1}{x+1}=2x-3 \Leftrightarrow 2x^2-3x-2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=-\frac{1}{2} \end{array}\right.$

Đường thẳng d cắt (C) tại hai điểm $A\left(-\frac{1}{2};-4\right)$ và $B(2;1)$. Khoảng cách giữa A và B là

$AB=\sqrt{\left(2+\frac{1}{2}\right)^2+(1+4)^2}=\frac{5\sqrt{5}}{2}$.

Chọn đáp án C.

Câu 29. Biết m_0 là giá trị tham số m để hàm số $y=x^3-3x^2+mx-1$ có hai điểm cực trị x_1,x_2 sao cho $x_1{}^2+x_2{}^2-x_1x_2=13$. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

A. $m_0\in(-1;7)$ **B.** $m_0\in(7;10)$ **C.** $m_0\in(-15;-7)$ **D.** $m_0\in(-7;-1)$

Lời giải

Ta có $y'=3x^2-6x+m=0$ (1)

Để hàm số có hai điểm cực trị x_1,x_2 khi (1) có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta'>0 \Leftrightarrow m<3$

Khi đó: $x_1{}^2+x_2{}^2-x_1x_2=13 \Leftrightarrow (x_1+x_2)^2-3x_1x_2=13 \Leftrightarrow 4-m=13 \Leftrightarrow m=-9$ (thỏa mãn).

Câu 30. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	3	$\nearrow$	5	$\searrow$	3	$\nearrow$	$+\infty$

Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(x)=2-3m$ có bốn nghiệm phân biệt .

A. $m\le-\frac{1}{3}$ **B.** $-1<m\le-\frac{1}{3}$ **C.** $-1<m<-\frac{1}{3}$ **D.** $3<m<5$

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên để phương trình $f(x)=2-3m$ có bốn nghiệm phân biệt .

$3<2-3m<5 \Leftrightarrow -1<m<-\frac{1}{3}$.

Câu 31. Cho hàm số $y=-\frac{1}{3}x^3+mx^2+(3m+2)x+1$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số đã cho nghịch biến trên R ?

A. $-2 \le m \le -1$. **B.** $\left[\begin{array}{l} m > -1 \\ m < -2 \end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l} m \ge -1 \\ m \le -2 \end{array}\right.$. **D.** $-2 < m < 1$.

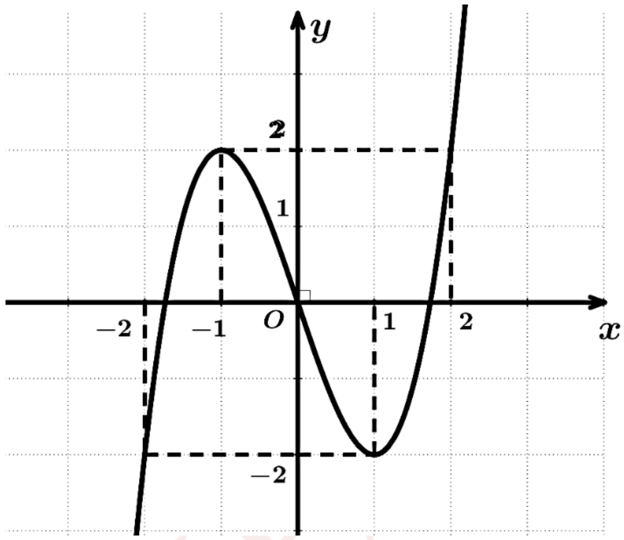
Lời giải

Để hàm số đã cho nghịch biến trên R khi $y' = -x^2 + 2mx + (3m+2) \le 0, \forall x$

$\Delta' \le 0 \Leftrightarrow m^2 + 3m + 2 \le 0 \Leftrightarrow -2 \le m \le -1$

Chọn đáp án A.

Câu 32. Cho hàm số $y = f(x)$. Biết đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ dưới đây.



Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;-2)$ **B.** $(-\infty;-1)$ **C.** $(-1;0)$ **D.** $(2;+\infty)$

Lời giải

Ta thấy đồ thị hàm số $y = f'(x)$ cắt Ox tại ba điểm lần lượt từ trá sang phải là $x_1;0;x_2$, với $-2 < x_1 < -1; 1 < x < 2$.

$$f'(x) < 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x < x_1 \\ 0 < x < x_2 \end{array}\right.$$

Suy ra hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;x_1)$ và $(0;x_2)$

Chọn đáp án A.

Câu 33. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên m để hàm $y = \dfrac{(m+1)x-2}{x-m}$ đồng biến trên từng khoảng xác định của nó?

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

TXĐ: $D = \mathbb{R} \backslash \{m\}$

Ta có :

$$y' = \frac{-m^2 - m + 2}{(x-m)^2}$$

Hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định: $y'>0$ với $\forall x\in D$

$\Leftrightarrow \dfrac{-m^2-m+2}{(x-m)^2}>0 \Rightarrow -m^2-m+2>0 \Leftrightarrow -2<m<1$.

Vậy $S=\{-1;0\}$.

Câu 34. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đường thẳng $d: y=x+m$ cắt đồ thị hàm $y=\dfrac{-x+1}{2x-1}$ tại hai điểm phân biệt A,B.

A. $m<0$. **B.** $m\in\mathbb{R}$. **C.** $m>1$. **D.** $m=5$.

Lời giải

TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{1}{2}\right\}$.

Phương trình hoành độ giao điểm: $\dfrac{-x+1}{2x-1}=x+m \Leftrightarrow 2x^2+2mx-m-1=0$

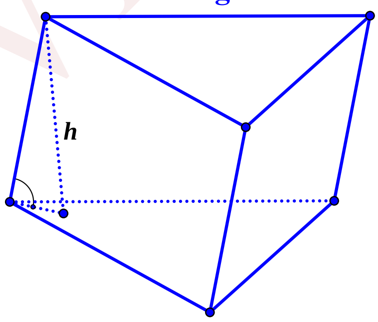
Để đường thẳng cắt đồ thị hàm số tại hai điểm phân biệt thì phương trình $2x^2+2mx-m-1=0$ có hai nghiệm phân biệt $\neq\dfrac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases}\Delta'=m^2+2m+1=(m+1)^2+1>0\ \forall x\in\mathbb{R}\\ 2\left(\dfrac{1}{2}\right)^2+2m.\dfrac{1}{2}-m-1\neq 0\end{cases} \Leftrightarrow \forall m\in\mathbb{R}$.

Vậy $m\in\mathbb{R}$.

Câu 35. Một khối lăng trụ tam giác có đáy là tam giác đều cạnh bằng 3, cạnh bên bằng $2\sqrt{3}$ và tạo với mặt phẳng đáy một góc 30^0. Khi đó thể tích khối lăng trụ là

A. $\dfrac{9}{4}$. **B.** $\dfrac{9\sqrt{3}}{4}$. **C.** $\dfrac{27\sqrt{3}}{4}$. **D.** $\dfrac{27}{4}$.

Lời giải



Diện tích đáy của khối lăng trụ $S=\dfrac{9\sqrt{3}}{4}$, chiều của khối lăng trụ $h=2\sqrt{3}.\sin 30^0=\sqrt{3}$.

Vậy thể tích khối lăng trụ là $\dfrac{27}{4}$.

Câu 36. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên dương của tha số m để hàm số $y=(m^2-4)x^4+(m^2-25)x^2+m-3$ có 3 cực trị.

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

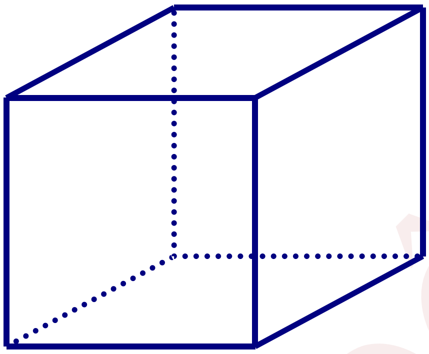
Lời giải

Hàm số có 3 điểm cực trị $\Leftrightarrow ab<0 \Leftrightarrow (m^2-4)(m^2-25)<0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}-5<m<-2\\ 2<m<5\end{array}\right.$. Vậy có hai giá trị nguyên dương của tham số m thỏa ycbt.

Câu 37. Các đường chéo của các mặt hình hộp chữ nhật bằng $\sqrt{5},\sqrt{10},\sqrt{13}$. Tính thể tích V của khối hộp chữ nhật đó.

A. $V=6$. **B.** $V=5\sqrt{26}$. **C.** $V=2$. **D.** $V=\dfrac{5\sqrt{26}}{3}$.

Lời giải



Đặt x,y,z lần lượt là chiều dài , rộng, cao của hình hộp chữ nhật $(x,y,z>0)$.

Khi đó ta có hệ phương trình: $\begin{cases} x^2+y^2=5 \\ x^2+z^2=13 \\ y^2+z^2=10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2=4 \\ y^2=1 \\ z^2=9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=1 \\ z=3 \end{cases}$.

Vậy $V=xyz=2.1.3=6$.

Câu 38. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2+2}{x^2-mx+1}$ có hai đường tiệm cận đứng.

A. $m\in(-\infty;-2)\cup(2;+\infty)\setminus\left\{\dfrac{5}{2}\right\}$. **B.** $m\in(-\infty;-2]\cup[2;+\infty)$.

C. $m\in(-\infty;-2)\cup(2;+\infty)$. **D.** $m\neq\dfrac{5}{2}$.

Lời giải

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow$ phương trình $x^2-mx+1=0$ có hai nghiệm phân biệt.

$$\Leftrightarrow \Delta>0 \Leftrightarrow m^2-4>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m>2 \\ m<-2 \end{array}\right..$$

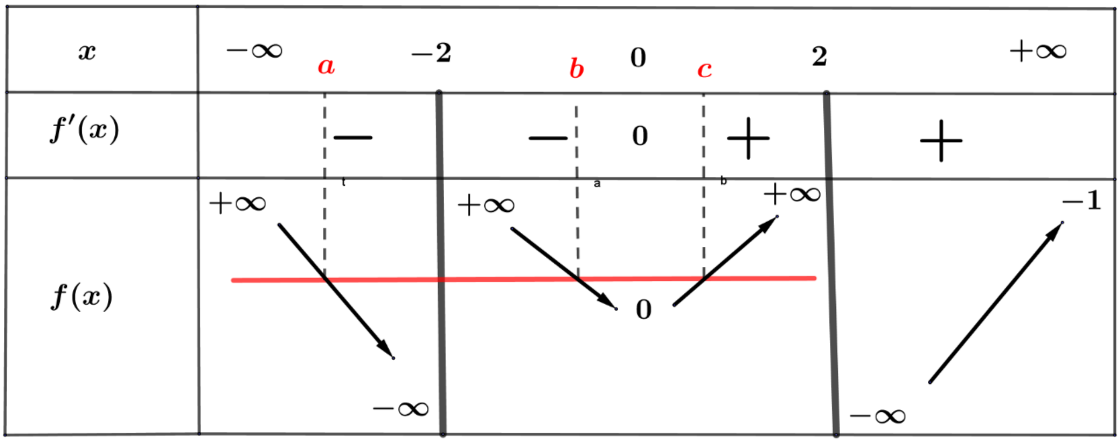
Câu 39. Hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}\setminus\{-2;2\}$, có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	||	$-$	0	$+$	||	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$-\infty$ || $+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$ || $-\infty$	$\nearrow$	-1

Gọi k, l lần lượt là số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \dfrac{1}{f(x) - 2020}$. Tính $k + l$.

A. $k + l = 2$. **B.** $k + l = 3$. **C.** $k + l = 4$. **D.** $k + l = 5$.

Lời giải



$$f(x) - 2020 = 0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x = a \ (a < -2) \\ x = b \ (-2 < b < 0) \\ x = c \ (0 < c < 2) \end{array}\right..$$

$$\begin{rcases} \lim\limits_{x \to a^{\mp}} \dfrac{1}{f(x) - 2020} = \infty \\ \lim\limits_{x \to b^{\mp}} \dfrac{1}{f(x) - 2020} = \infty \\ \lim\limits_{x \to c^{\mp}} \dfrac{1}{f(x) - 2020} = \infty \end{rcases} \Rightarrow k = 3.$$

$$\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{1}{f(x) - 2020} = -\dfrac{1}{2021}$$

$$\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{1}{f(x) - 2020} = 0$$

$\Rightarrow l = 2$.

Vậy $k + l = 5$.

Câu 40. Cho hàm số $y = \dfrac{3x + 5}{3x + 1}$ có đồ thị (C). Gọi S là tập hợp tất cả các điểm thuộc (C) có tọa độ là số nguyên. Tính số phần tử của S.

A. 15. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 6.

Lời giải

$$y = \dfrac{3x + 5}{3x + 1} = 1 + \dfrac{4}{3x + 1}.$$

Do x, y là các số nguyên nên

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} 3x+1=\pm 1 \\ 3x+1=\pm 2 \\ 3x+1=\pm 4 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0, x=\dfrac{-2}{3} \\ x=\dfrac{1}{3}, x=-1 \\ x=1, x=-\dfrac{5}{3} \end{array}\right..$$

Suy ra các tọa độ nguyên $(0;5);(-1;-1);(1;2)$.

Câu 41. Gọi A, B, C là các điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=x^4-2x^2+4$. Bán kính đường tròn nội tiếp tam giác ABC bằng

A. 1. **B.** $\sqrt{2}+1$. **C.** $\sqrt{2}-1$. **D.** $\sqrt{2}$.

Lời giải

Ta có $y'=4x^3-4x$.

$$y'=0 \Leftrightarrow 4x^3-4x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \\ x=-1 \end{array}\right.$$ và y' đổi dấu qua các nghiệm đó.

$\Rightarrow$ Hàm số có ba điểm cực trị tại $x=0; x=1; x=-1$.

$\Rightarrow$ Đồ thị hàm số có ba điểm cực trị $A(0;4)$; $B(1;3)$; $C(-1;3)$.

$\Rightarrow \overrightarrow{AB}=(1;-1) \Rightarrow AB=\sqrt{2}$; $\overrightarrow{AC}=(-1;-1) \Rightarrow AC=\sqrt{2}$; $\overrightarrow{BC}=(-2;0) \Rightarrow BC=2$.

$\Rightarrow \Delta ABC$ cân tại A.Gọi H là trung điểm của $BC \Rightarrow AH \perp BC$.

$\Rightarrow AH=\sqrt{AB^2-HB^2}=\sqrt{2-1}=1$.

$\Rightarrow S_{\Delta ABC}=\dfrac{1}{2}AH.BC=1$.

Mà $p=\dfrac{AB+AC+BC}{2}=\dfrac{2+2\sqrt{2}}{2}=\sqrt{2}+1$

Vì $S_{\Delta ABC}=pr \Rightarrow r=\dfrac{S_{\Delta ABC}}{p}=\dfrac{1}{\sqrt{2}+1}=\sqrt{2}-1$.

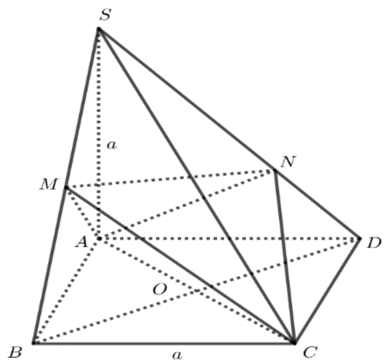
Vậy $r=\sqrt{2}-1$.

Chú ý : Có thể tính diện tích ΔABC bằng công thức $S_{\Delta ABC}=\sqrt{p(p-AB)(p-AC)(p-BC)}$.

Câu 42. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, $SA=a$ và SA vuông góc với đáy. Gọi M là trung điểm SB, N là điểm thuộc cạnh SD sao cho $SN=2ND$. Tính thể tích V của khối tứ diện $ACMN$.

A. $V=\dfrac{1}{12}a^3$. **B.** $V=\dfrac{1}{8}a^3$. **C.** $V=\dfrac{1}{36}a^3$. **D.** $V=\dfrac{1}{6}a^3$.

Lời giải



Ta có : $V_{S.ABCD}=\dfrac{1}{3}SA.S_{S.ABCD}=\dfrac{a^3}{3}$.

Vì $\dfrac{ND}{SD}=\dfrac{1}{3}\Rightarrow d\left(N,\left(ABCD\right)\right)=\dfrac{1}{3}SA=\dfrac{a}{3}$.

$\dfrac{MB}{SB}=\dfrac{1}{2}\Rightarrow d\left(M,\left(ABCD\right)\right)=\dfrac{1}{2}SA=\dfrac{a}{2}$.

Mà $V_{ACMN}=V_{S.ABCD}-V_{SAMN}-V_{SCMN}-V_{MABC}-V_{NADC}$

Mặt khác $V_{SABD}=V_{SBCD}=\dfrac{1}{2}V_{S.ABCD}=\dfrac{a^3}{6}$.

$\dfrac{V_{SAMN}}{V_{SABD}}=\dfrac{SM}{SB}.\dfrac{SN}{SD}=\dfrac{1}{2}.\dfrac{2}{3}=\dfrac{1}{3}\Rightarrow V_{S.AMN}=\dfrac{1}{3}V_{SABC}=\dfrac{1}{3}.\dfrac{a^3}{6}=\dfrac{a^3}{18}$.

$\dfrac{V_{SCMN}}{V_{SBCD}}=\dfrac{SM}{SB}.\dfrac{SN}{SD}=\dfrac{1}{2}.\dfrac{2}{3}=\dfrac{1}{3}\Rightarrow V_{SCMN}=\dfrac{1}{3}V_{SBCD}=\dfrac{1}{3}.\dfrac{a^3}{6}=\dfrac{a^3}{18}$.

$V_{MABC}=\dfrac{1}{3}d\left(M,\left(ABCD\right)\right).S_{ABC}=\dfrac{1}{3}.\dfrac{a}{2}.\dfrac{1}{2}a^2=\dfrac{a^3}{12}$.

$V_{NADC}=\dfrac{1}{3}d\left(N,\left(ABCD\right)\right).S_{ADC}=\dfrac{1}{3}.\dfrac{a}{3}.\dfrac{1}{2}a^2=\dfrac{a^3}{18}$.

Vậy $V_{ACMN}=\dfrac{a^3}{3}-\dfrac{a^3}{18}-\dfrac{a^3}{18}-\dfrac{a^3}{12}-\dfrac{a^3}{18}=\dfrac{a^3}{12}$.

Câu 43. Gọi S là tập hợp các giá trị của tham số m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\left(x^2+x+m\right)^2$ trên đoạn $\left[-2;2\right]$ bằng 4. Tính tổng các phần tử của S.

A. $-\dfrac{23}{4}$. **B.** $\dfrac{41}{4}$. **C.** $\dfrac{9}{4}$. **D.** 0.

Lời giải

Vì $\min\limits_{[-2;2]} y=4$ nên $\left(x^2+x+m\right)^2\geq 4\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x^2+x+m\geq 2\\x^2+x+m\leq -2\end{array}\right.$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m\geq -x^2-x+2=f(x)\\m\leq -x^2-x-2=g(x)\end{array}\right.,\forall x\in\left[-2;2\right]$.

+) Xét $f(x)=-x^2-x+2,\forall x\in\left[-2;2\right]$.

$f'(x)=-2x-1;\ f'(x)=0\Leftrightarrow x=-\dfrac{1}{2}$

BBT

x	-2		-1/2		2
f'(x)		+	0	-	
f(x)			9/4		
	0				- 4

Từ BBT suy ra $m \geq \frac{9}{4}$. $\min\limits_{[-2;2]} y = 4 \Leftrightarrow m = \frac{9}{4}$.

+) Xét $g(x) = -x^2 - x - 2, \forall x \in [-2;2]$.

$g'(x) = -2x - 1;\ g'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2}$

BBT

x	-2		-1/2		2
g'(x)		+	0	-	
g(x)			-7/4		
	- 4				- 8

Từ BBT suy ra $m \leq -8$. $\min\limits_{[-2;2]} y = 4 \Leftrightarrow m = -8$.

Vậy $S = \left\{\frac{9}{4}; -8\right\}$ Do đó $m_1 + m_2 = \frac{9}{4} - 8 = -\frac{23}{4}$.

Câu 44. Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$ có đồ thị (C) và đường thẳng $d: y = -x + m$. Gọi S là tập hợp các giá trị của tham số m để d cắt (C) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho ΔPAB đều, biết $P(2;5)$. Tính tổng bình phương tất cả các phần tử của S.

A. 10 **B.** 26 C. 25 **D.** 16

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm : $\frac{2x-1}{x+1} = -x + m$, đk $x \neq -1$

$\Leftrightarrow 2x - 1 = (-x+m)(x+1)$

$\Leftrightarrow x^2 + (3-m)x - 1 - m = 0 \quad (1)$

Để d cắt (C) tại hai điểm phân biệt A, B khi và chỉ khi (1) có hai nghiệm phân biệt, $x \neq -1$

$\Leftrightarrow \begin{cases} (3-m)^2 + 4m + 4 > 0 \\ 1 - 3 + m - 1 - m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m^2 - 2m + 13 > 0$, đúng $\forall m$

Gọi $A(x_1;y_1)$, $B(x_2;y_2)$ là hai giao điểm của d và (C)

Suy ra $A(x_1;-x_1+m)$, $B(x_2;-x_2+m)$

Theo viet ta có $\begin{cases} x_1+x_2=m-3 \\ x_1.x_2=-1-m \end{cases}$

$AB=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(x_1-x_2)^2} = \sqrt{2(m-3)^2+8+8m}$

Gọi I là trung điểm của $AB \Rightarrow I\left(\frac{m-3}{2};\frac{m+3}{2}\right)$

$\overrightarrow{PI}=\left(\frac{m-7}{2};\frac{m-7}{2}\right)$

Mặc khác $PI=d\left(I;(\text{d})\right)=\frac{|5+2-m|}{\sqrt{1+1}}=\frac{|7-m|}{\sqrt{2}}$

Đề tam giác $\Delta PAB \Leftrightarrow PI=AB.\frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \frac{|7-m|}{\sqrt{2}}=\sqrt{2m^2-4m+26}.\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\Leftrightarrow 2(7-m)^2=3(2m^2-4m+26)$

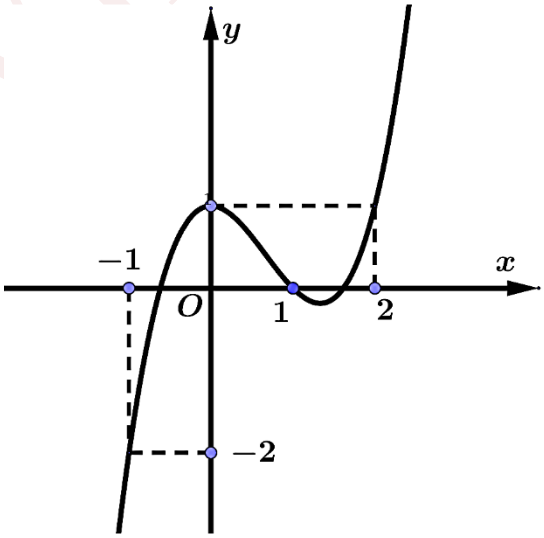
$\Leftrightarrow 4m^2+16m-20=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=-5 \end{array}\right.$

$\Rightarrow m_1^2+m_2^2=26$

Chọn đáp án B

Câu 45. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ bên dưới .



Hàm số $g(x)=f(x)-\frac{x^3}{3}+x^2-x+2$ có bao nhiêu điểm cực đại ?

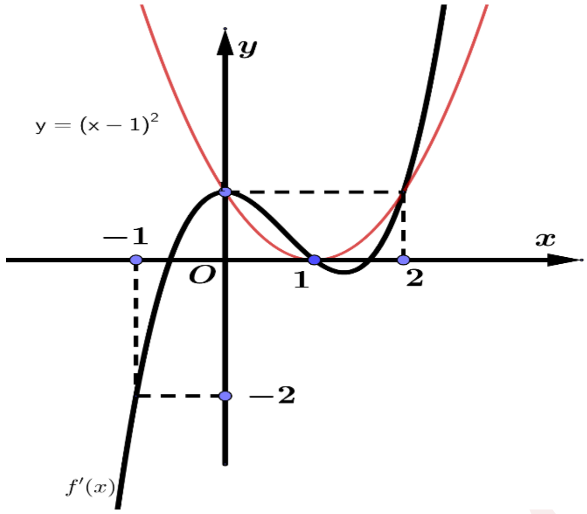
A. 0 **B.** 1 C. 2 **D.** 3

Lời giải

Ta có $g'(x)=f'(x)-x^2+2x-1$

$g'(x)=0 \Leftrightarrow f'(x)=x^2-2x+1=(x-1)^2$. (*)

Dựa vào tương giao của 2 đồ thị $y = f'(x)$ và $y = (x-1)^2$



Khi đó (*) có 3 nghiệm $\left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \\ x=2 \end{array}\right.$

Bảng biến thiên

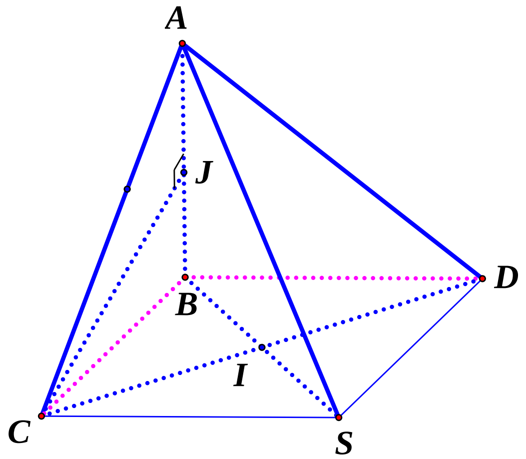
x	$-\infty$		0		1		2		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$g(x)$	$+\infty$	$\searrow$	CT	$\nearrow$	$CĐ$	$\searrow$	CT	$\nearrow$	$+\infty$

Vậy hàm số $g(x) = f(x) - \dfrac{x^3}{3} + x^2 - x + 2$ có một cực đại.

Câu 46. Cho hai tam giác đều ABC và ABD có độ dài cạnh bằng 1 và nằm trong hai mặt phẳng vuông góc. Gọi S là điểm đối xứng của B qua đường thẳng CD. Tính thể tích của khối đa diện $ABDSC$.

A. $\dfrac{3}{4}$. **B.** $\dfrac{3}{8}$. **C.** $\dfrac{1}{2}$. **D.** $\dfrac{1}{4}$.

Lời giải



Vì tam giác BCD cân tại B và S là điểm đối xứng với B qua CD nên tứ giác $BDSC$ là một hình thoi. Khi đó $S_{BDSC} = 2S_{BCD}$, suy ra $V_{ABDSC} = 2V_{ABCD}$.

Hạ $CJ \perp AB$, vì $(ABC) \perp (ABD)$ nên $CJ \perp (ABD)$. Ta có

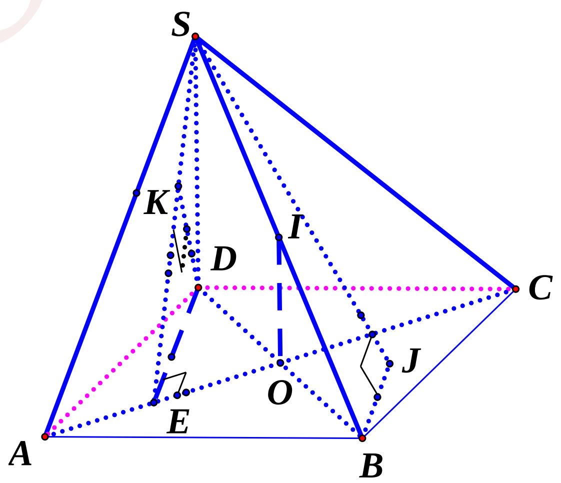
$$V_{ABCD} = \frac{1}{3}CJ.S_{ABD} = \frac{1}{3}.\frac{\sqrt{3}}{2}.\frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{1}{8}.$$

Vậy $V_{ABDSC} = \frac{1}{4}$.

Câu 47. Cho hình chóp $S.ABC$ có các cạnh $AB = a$, $AC = a\sqrt{3}$, $SB > 2a$ và góc $\angle ABC = \angle BAS = \angle BCS = 90^0$. Biết sin của góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (SAC) bằng $\frac{\sqrt{11}}{11}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$

A. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{9}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{9}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

Lời giải



Gọi I là trung điểm SB, ta có $IA = IB = IC\ (= IS)$. Gọi O là trung điểm AC, vì tam giác ABC vuông tại B nên O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC. Suy ra $IO \perp (ABC)$. Gọi D là điểm đối xứng của B qua O, khi đó $IO \parallel SD$ nên $SD \perp (ABCD)$. Đặt $SD = h$. Hạ $DE \perp AC, DK \perp SE$, khi đó $DK = d(D,(SAC))$. Ta có

$$\frac{1}{DK^2}=\frac{1}{SD^2}+\frac{1}{DA^2}+\frac{1}{DC^2}\Rightarrow DK^2=\frac{2a^2h^2}{2a^2+3h^2}.$$

Hạ $BJ\perp(SAC)$ suy ra góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (SAC) là góc $\angle BSJ$. Ta có

$$\sin\angle BSJ=\frac{BJ}{SB}=\frac{\sqrt{11}}{11}\Leftrightarrow\frac{BJ^2}{SB^2}=\frac{1}{11}\Leftrightarrow\frac{BJ^2}{h^2+3a^2}=\frac{1}{11}\Rightarrow BJ^2=\frac{h^2+3a^2}{11}.$$

Ta thấy $d(D,(SAC))=d(B,(SAC))\Rightarrow DK=BJ$. Do đó

$$\frac{2a^2h^2}{2a^2+3h^2}=\frac{h^2+3a^2}{11}\Leftrightarrow\left(h^2+3a^2\right)\left(2a^2+3h^2\right)=22a^2h^2$$

$$\Leftrightarrow 3h^4-11a^2h^2+6a^4=0\Leftrightarrow h^2=3a^2 \text{ hoặc } h^2=\frac{2}{3}a^2.$$

Trong tam giác vuông SDB có $SB>2a$, $BD=a\sqrt{3}$ nên $SD>a$, hay $h>a$. Suy ra $h=a\sqrt{3}$. Vậy $V_{S.ABC}=\frac{1}{3}SD.S_{ABC}=\frac{1}{3}a\sqrt{3}\left(\frac{1}{2}a.a\sqrt{2}\right)=\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

Câu 48. Biết điểm $M\left(x_M;y_M\right)$ thuộc đồ thị $(C):y=\frac{2x-2}{x+1}$ sao cho khoảng cách từ M đến đường thẳng $\Delta_1:2x-y+4=0$ bằng $\frac{2}{3}$ lần khoảng cách từ M đến đường thẳng $\Delta_2:x-2y+5=0$. Hãy chọn khẳng định đúng?

A. $x_M+y_M=-4$. **B.** $x_M+y_M=4$. **C.** $x_M+y_M=2$. **D.** $x_M+y_M=0$.

Lời giải

Ta có $d_{(M;\Delta_1)}=\frac{\left|2x_M-y_M+4\right|}{\sqrt{5}}$ và $d_{(M;\Delta_2)}=\frac{\left|x_M-2y_M+5\right|}{\sqrt{5}}$

Suy ra $\left|2x_M-y_M+4\right|=\frac{2}{3}\left|x_M-2y_M+5\right|$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}3\left(2x_M-y_M+4\right)=2\left(x_M-2y_M+5\right)\\3\left(2x_M-y_M+4\right)=-2\left(x_M-2y_M+5\right)\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{ll}4x_M+y_M=-2 & (1)\\8x_M-7y_M=-22 & (2)\end{array}\right.$$

Mà $M\left(x_M;y_M\right)$ thuộc đồ thị $(C):y=\frac{2x-2}{x+1}$ suy ra $y_M=\frac{2x_M-2}{x_M+1}$

Thay vào (1) ta được $4x_M+\frac{2x_M-2}{x_M+1}=-2\Leftrightarrow 4x_M^2+8x_M=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x_M=0\Rightarrow y_M=-2\\x_M=-2\Rightarrow y_M=6\end{array}\right.$

Thay vào (2) ta được $8x_M-7\frac{2x_M-2}{x_M+1}=-22\Leftrightarrow 8x_M^2+16x_M+36=0\,(VN)$

Vậy $x_M+y_M=4$ là đúng.

Câu 49. Cho hàm số $y=\frac{x-2}{x-1}$ có đồ thị (C) và điểm $M(3;-1)$. Gọi D là tập hợp tất cả các đường thẳng đi qua điểm M và cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt A,B sao cho $MB=3MA$. Tính tổng tất cả các hệ số góc của các đường thẳng thuộc D.

A. -1. **B.** $-\frac{6}{5}$. **C.** $\frac{9}{5}$. **D.** 2.

Lời giải

Gọi đường thẳng thuộc D có dạng: $d: y = k(x-3)-1 = kx-3k-1$.

Phương trình hoành độ giao điểm:

$$\frac{x-2}{x-1} = kx-3k-1$$
$$\Leftrightarrow x-2 = (kx-3k-1)(x-1)$$
$$\Leftrightarrow kx^2 - 2(2k+1)x + 3k + 3 = 0 \qquad (1)$$

Để d cắt (C) tại hai điểm phân biệt A, B thì (1) có 2 nghiệm phân biệt khác 1, tức là

$$\begin{cases} k \neq 0 \\ (2k+1)^2 - k(3k+3) > 0 \\ k.1^2 - 2(2k+1).1 + 3k + 3 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k \neq 0 \\ k^2 + k + 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow k \neq 0.$$

Khi đó phương trình (1) có 2 nghiệm thỏa hệ thức Viet:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = \dfrac{4k+2}{k} & (2) \\ x_1x_2 = \dfrac{3k+3}{k} & (3) \end{cases}.$$

Gọi $A(x_1; kx_1 - 3k - 1) \Rightarrow \overrightarrow{MA} = (x_1 - 3; kx_1 - 3k)$.

$B(x_2; kx_2 - 3k - 1) \Rightarrow \overrightarrow{MB} = (x_2 - 3; kx_2 - 3k)$.

Ta có $MB = 3MA \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \overrightarrow{MB} = 3\overrightarrow{MA} \\ \overrightarrow{MB} = -3\overrightarrow{MA} \end{array}\right.$.

Trường hợp 1: $\overrightarrow{MB} = 3\overrightarrow{MA} \Leftrightarrow x_2 - 3 = 3(x_1 - 3) \Leftrightarrow x_2 = 3x_1 - 6 \qquad (4)$.

Từ (2) và (4) suy ra $\begin{cases} x_1 + 3x_1 - 6 = \dfrac{4k+2}{k} \\ x_2 = 3x_1 - 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = \dfrac{10k+2}{4k} \\ x_2 = \dfrac{6k+6}{4k} \end{cases}$

Thay vào (3), ta được

$$\left(\frac{10k+2}{4k}\right)\left(\frac{6k+6}{4k}\right) = \frac{3k+3}{k}$$
$$\Leftrightarrow 12k^2 + 24k + 12 = 0$$
$$\Leftrightarrow k = -1$$

Trường hợp 2: $\overrightarrow{MB} = -3\overrightarrow{MA} \Leftrightarrow x_2 - 3 = -3(x_1 - 3) \Leftrightarrow x_2 = -3x_1 + 12 \qquad (5)$.

Từ (2) và (5) suy ra $\begin{cases} x_1 - 3x_1 + 12 = \dfrac{4k+2}{k} \\ x_2 = -3x_1 + 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = \dfrac{4k-1}{k} \\ x_2 = \dfrac{3}{k} \end{cases}$

Thay vào (3), ta được:

$$\left(\frac{4k-1}{k}\right)\left(\frac{3}{k}\right)=\frac{3k+3}{k}$$

$$\Leftrightarrow 3k^2-9k+3=0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} k=\dfrac{3+\sqrt{5}}{2} \\ k=\dfrac{3-\sqrt{5}}{2} \end{array}\right.$$

Vậy tổng tất cả các hệ số góc của các đường thẳng thuộc D là

$$S=-1+\frac{3+\sqrt{5}}{2}+\frac{3-\sqrt{5}}{2}=2.$$

Câu 50. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại B và C. Hai mặt phẳng (SBC) và (SBD) cùng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Biết $AB=4a; BC=CD=a$ và khoảng cách từ trung điểm E của BC đến mặt phẳng (SAD) bằng $\frac{5a\sqrt{26}}{52}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $\frac{5a^3}{6}$. **B.** $\frac{6a^3}{5}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{5}$.

Lời giải

Chọn đáp án A.

Do hai mặt phẳng (SBC) và (SBD) cùng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ nên $SB\perp(ABCD)$.

Gọi Q là giao điểm của BC, AD. Gọi F là trung điểm AD.

Kẻ $BM\perp AD, BI\perp SM$. Dễ thấy $BI\perp mp(SAD)$

Ta có $\frac{d(E,(SAD))}{d(B,(SAD))}=\frac{EQ}{BQ}=\frac{EF}{BA}$

$$\Rightarrow d(E,(SAD))=\frac{EF}{BA}.BI=\frac{\left(\frac{a+4a}{2}\right)}{4a}.BI$$

$$\Rightarrow BI=\frac{8}{5}d(E,(SAD))=\frac{8}{5}\frac{5a\sqrt{26}}{52}=\frac{8a\sqrt{26}}{52}$$

Xét tam giác vuông BAQ có $\frac{1}{BM^2}=\frac{1}{BA^2}+\frac{1}{BQ^2}=\frac{1}{(4a)^2}+\frac{1}{\left(\frac{4a}{3}\right)^2}=\frac{5}{8a^2}$.

Xét tam giác vuông SBM có $\frac{1}{SB^2}=\frac{1}{BI^2}-\frac{1}{BM^2}=\frac{1}{\left(\frac{8a\sqrt{26}}{52}\right)^2}-\frac{5}{8a^2}=\frac{1}{a^2}$

$\Rightarrow SB=a$.

Vậy $V=\frac{1}{3}SB.S_{ABCD}=\frac{1}{3}.a.\frac{(4a+a)a}{2}=\frac{5a^3}{6}$

ĐỀ 4
ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA KÌ I
Môn: TOÁN, Lớp 12
Thời gian làm bài: 90 phút, *không tính thời gian phát đề*

ĐỀ BÀI

Câu 1: Trong các hàm số sau, hàm nào đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = x^3 - x$. **B.** $y = x^3 + x$. **C.** $y = x^2 + 1$. **D.** $y = x^4 + 2x^2$.

Câu 2: Cho lăng trụ lục giác đều có cạnh đáy bằng a và khoảng cách giữa hai đáy của của lăng trụ bằng $4a$. Tính thể tích V của lăng trụ đã cho.

A. $3\sqrt{3}a^3$. **B.** $6\sqrt{3}a^3$. **C.** $2\sqrt{3}a^3$. **D.** $9\sqrt{3}a^3$.

Câu 3: Số cạnh của một hình bát diện đều là

A. Tám. **B.** Mười sáu. **C.** Mười hai. **D.** Mười.

Câu 4: Cho hàm số $y = \dfrac{1-3x}{4x+5}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $\left(-\infty; -\dfrac{5}{4}\right); \left(-\dfrac{5}{4}; +\infty\right)$.

B. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \setminus \left\{-\dfrac{5}{4}\right\}$.

C. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R} \setminus \left\{-\dfrac{5}{4}\right\}$.

D. Hàm số đồng biến trên $\left(-\infty; -\dfrac{5}{4}\right); \left(-\dfrac{5}{4}; +\infty\right)$.

Câu 5: Cho các hàm số $f(x) = x^4 + 2018$, $g(x) = 2x^3 - 2018$ và $h(x) = \dfrac{2x-1}{x+1}$. Trong các hàm số đã cho, có tất cả bao nhiêu hàm số không có khoảng nghịch biến?

A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 3.

Câu 6: Tìm các giá trị của tham số m để hàm số $y = \dfrac{x-m}{x+1}$ đồng biến trên các khoảng xác định của nó.

A. $m \in [-1; +\infty)$.. **B.** $m \in (-\infty; -1)$. **C.** $m \in (-\infty; -1]$. **D.** $m \in (-1; +\infty)$.

Câu 7: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên khoảng $(a;b)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Nếu $f'(x) > 0, \forall x \in (a;b)$ thì hàm số đồng biến trên khoảng $(a;b)$.

B. Nếu $f(x) < 0, \forall x \in (a;b)$ thì hàm số đồng biến trên khoảng $(a;b)$.

C. Nếu $f'(x) < 0, \forall x \in (a;b)$ thì hàm số đồng biến trên $(a;b)$.

D. Nếu $f(x) > 0, \forall x \in (a;b)$ thì hàm số đồng biến trên khoảng $(a;b)$.

Câu 8. Lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A, $BC = 2a$, $AB = a$, mặt bên $ABB'A'$ là hình vuông. Khi đó thể tích của khối lăng trụ bằng

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{6}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{2}$.

Câu 9: Một hình lăng trụ có đúng 11 cạnh bên thì hình lăng trụ đó có tất cả bao nhiêu cạnh?

A. 33. **B.** 31. . **C.** 30.. **D.** 22.

Câu 10: Bảng biến thiên sau đây là bảng biến thiên của hàm số nào?

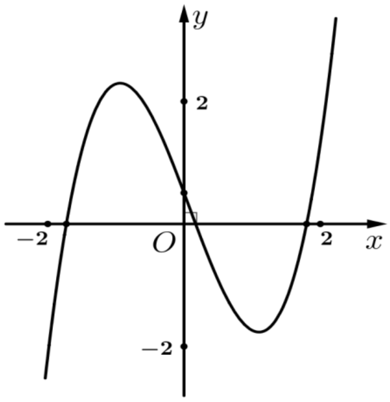
x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

A. $y = x^3 + 3x^2 - 1$. **B.** $y = x^3 - 3x^2 - 1$. . **C.** $y = -x^3 - 3x^2 - 1$.. **D.** $y = -x^3 + 3x^2 - 1$.

Câu 11: Hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = x^2(x+1)^2(2x-1)$. Số điểm cực trị của hàm số là

A. 0.. **B.** 1.. **C.** 2.. **D.** 3..

Câu 12: Một hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d, (a \neq 0)$ có đồ thị như hình dưới đây



Chọn phát biểu đúng trong các phát biểu dưới đây?

A. $a > 0, c < 0$. **B.** $a > 0, c > 0$. . **C.** $a < 0, b < 0, c < 0$.. **D.** $a < 0, c < 0$.

Câu 13: Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ tại điểm $M(-1;-2)$ có phương trình là

A. $y = 9x - 2$. **B.** $y = 24x - 2$. **C.** $y = 24x + 22$. **D.** $y = 9x + 7$.

Câu 14: Tính giá trị cực tiểu y_{CT} của hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 3$?

A. $y_{CT} = 2$. **B.** $y_{CT} = -1$. **C.** $y_{CT} = 3$. **D.** $y_{CT} = 1$.

Câu 15: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên dưới đây:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-4	$\nearrow$	-3	$\searrow$	-4	$\nearrow$	$+\infty$

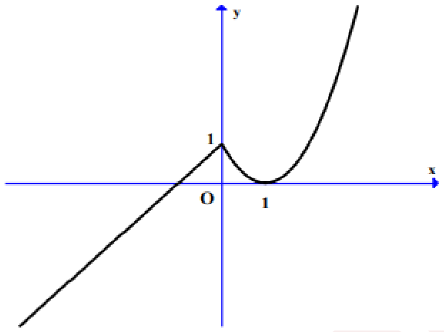
Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Hàm số đạt cực đại tại $x=1$. **B.** Hàm số có 2 điểm cực đại.
C. Hàm số có 3 điểm cực trị. **D.** Hàm số đạt cực tiểu tại $x=0$.

Câu 16: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(x-2)-1>0$ là

A. $(6;+\infty)$. **B.** $(5;+\infty)$. **C.** $(4;+\infty)$. **D.** $(3;+\infty)$.

Câu 17: Cho hàm số $y=f\ x$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Hỏi hàm số đó có bao nhiêu điểm cực trị?



A. 0. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 18: Cho hàm số $y=x^3-3x^2+2$ có đồ thị (C). Gọi A,B là các điểm cực trị của (C). Tính độ dài đoạn thẳng AB.

A. 4. **B.** $2\sqrt{5}$. **C.** 5. **D.** $5\sqrt{2}$.

Câu 19: Cho hình chóp $S.ABC$ có SA,SB,SC đôi một vuông góc và $SA=a\sqrt{2}, SB=SC=a$. Khi đó khoảng cách từ S đến mặt phẳng (ABC) bằng

A. $\frac{a\sqrt{5}}{10}$. **B.** $\frac{a\sqrt{2}}{5}$. **C.** $\frac{a\sqrt{5}}{2}$. **D.** $\frac{a\sqrt{10}}{5}$.

Câu 20: Kí hiệu m,M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $y=\frac{x+3}{2x-1}$ trên đoạn $[1;4]$. Tính giá trị biểu thức $d=M-m$.

A. $d=4$. **B.** $d=5$. **C.** $d=2$. **D.** $d=3$.

Câu 21: Cho khối chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng a, góc giữa cạnh bên và đáy bằng 30^0. Khi đó thể tích của khối chóp là

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{18}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{36}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{36}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{18}$.

Câu 22: Cho hình chóp $S.ABC$, trên ba cạnh SA,SB,SC lần lượt lấy ba điểm A',B',C' sao cho $SA'=\frac{1}{2}SA$, $SB'=\frac{1}{2}SB$; $SC'=\frac{1}{2}SC$. Gọi V và V' lần lượt là thể tích của các khối chóp $S.ABC$ và $S.A'B'C'$. Khi đó tỉ số $\frac{V'}{V}$ là

A. 24. **B.** $\frac{1}{24}$. **C.** $\frac{1}{12}$. **D.** $\frac{1}{8}$.

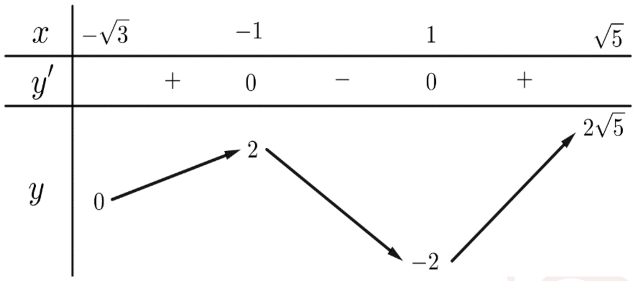
Câu 23: Một chất điểm chuyển động theo phương trình $S(t)=-2t^3+18t^2+2t+1$, trong đó t tính bằng giây(s) và $S(t)$ tính bằng mét(m). Thời gian vận tốc chất điểm đạt giá trị lớn nhất là

A. $t=5(s)$. **B.** $t=6(s)$. **C.** $t=3(s)$. **D.** $t=1(s)$.

Câu 24: Đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x}{x^2-2x-3}$ có bao nhiêu đường tiệm cận

A. 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 25: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên đoạn $\left[-\sqrt{3};\sqrt{5}\right]$ và có bảng biến thiên như hình vẽ sau:



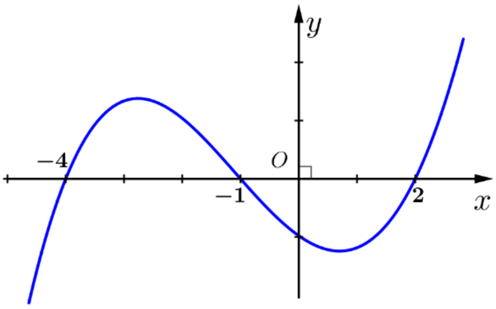
Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\min\limits_{\left[-\sqrt{3};\sqrt{5}\right)} y=0$. **B.** $\max\limits_{\left[-\sqrt{3};\sqrt{5}\right)} y=2\sqrt{5}$. **C.** $\max\limits_{\left[-\sqrt{3};\sqrt{5}\right)} y=2$. **D.** $\min\limits_{\left[-\sqrt{3};\sqrt{5}\right)} y=-2$.

Câu 26: Tìm điểm cực đại x_0 của hàm số $y=x^4-2x^2+1$.

A. $x_0=-1$. **B.** $x_0=1$. **C.** $x_0=0$. **D.** $x_0=3$.

Câu 27: Cho hàm số $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình bên dưới



Hỏi đồ thị hàm số $y=g(x)=\dfrac{2020x}{f(x)}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 28: Thể tích của khối lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh bằng a là

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{9}$.

Câu 29: Cho hàm số $y=\dfrac{mx+1}{x+n}$. Nếu đồ thị hàm sồ có tiệm cận đứng $x=3$và có tiệm cận ngang đi qua điểm $A(2;5)$ thì tổng của m và n là

A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 2.

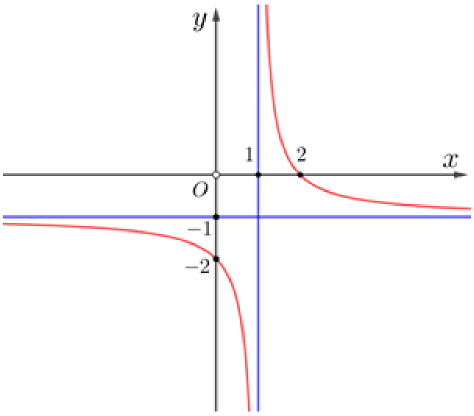
Câu 30: Cho hàm số $y=f(x);y=f(f(x));y=f(x^2+4)$ lần lượt có đồ thị là $(C_1);(C_2);(C_3)$. Đường thẳng $x=1$ cắt $(C_1);(C_2);(C_3)$ lần lượt tại M,N,P. Biết tiếp tuyến của (C_1) tại M và của (C_2) tại N có phương trình lần lượt là $y=3x+2;y=12x-5$và phương trình tiếp tuyến của (C_3) tại P có dạng $y=ax+b$. Tìm $a+b$.

A. 8. **B.** 9. **C.** 7. **D.** 6.

Câu 31: Cho $(C): y = x^3 - 2x^2$. Tính hệ số góc k của tiếp tuyến với (C) tại điểm có hoành độ $x_0 = 1$.

A. $k = 0$. **B.** $k = 1$. **C.** $k = -1$. **D.** $k = -2$.

Câu 32: Cho hàm số $y = \dfrac{ax - b}{x - 1}$ có đồ thị như hình vẽ



Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $b < 0 < a$.. **B.** $b < a < 0$.. **C.** $a < b < 0$.. **D.** $0 < b < a$..

Câu 33: Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số chẵn?

A. $y = \cos 3x$. **B.** $y = -\sin x$. **C.** $y = \sin 3x$. **D.** $y = \sin 2x + \cos 2x$.

Câu 34: Từ các số $0, 1, 3, 4, 5$ lập được bao nhiêu số tự nhiên có năm chữ số khác nhau?

A. 240. **B.** 225. **C.** 600. **D.** 96.

Câu 35: Cho hai đường thẳng d_1 và d_2 song song với nhau. Trên đường thẳng d_1 cho 6 điểm phân biệt, trên đường thẳng d_2 cho 7 điểm phân biệt. Số tam giác có đỉnh là các điểm trong 13 điểm đã cho là:

A. 310. **B.** 105. **C.** 231. **D.** 126.

Câu 36: Một công việc được hoàn thành bằng cách chọn một trong hai hành động. Hành động thứ nhất có m cách thực hiện và hành động thứ hai có n cách thực hiện. Số cách hoàn thành công việc đã cho bằng:

A. m^n. **B.** $m.n$. **C.** $m + n$. **D.** n^m.

Câu 37: Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = (x+3)(x^2 + 3x + 2)$ với trục Ox là

A. 1. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 2.

Câu 38: Khối chóp có diện tích đáy là B, chiều cao bằng h. Thể tích V khối chóp là

A. $\dfrac{1}{3}Bh$.. **B.** Bh.. **C.** $\dfrac{1}{2}Bh$.. **D.** $\dfrac{1}{6}Bh$. .

Câu 39: Cho hàm số $= f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, đạo hàm $f'(x)$ có bảng xét dấu như sau

x	$-\infty$		1		2		3		4		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau đây?

A. $(0;3)$. **B.** $(-2;1)$. **C.** $(3;4)$. **D.** $(4;5)$.

Câu 40: Đồ thị hàm số $y = \dfrac{3 - 2x}{x - 1}$ có đường tiệm cận đứng, tiệm cận ngang là

A. $x=1; y=2$. **B.** $x=-1; y=-2$. **C.** $x=2; y=1$. **D.** $x=1; y=-2$.

Câu 41: Khối chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng a có thể tích là

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{6}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 42: Xếp 7 người A, B, C, D, E, F, G vào một ghế dài. Có bao nhiêu cách sắp xếp sao cho A và G ngồi ở hai đầu ghế?

A. 240.. **B.** 140.. **C.** 260.. **D.** 420..

Câu 43: Cho hàm số $y=x^2-2x+1$. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên $[-2;3]$.

A. 9. **B.** 3.. **C.** 10.. **D.** 4..

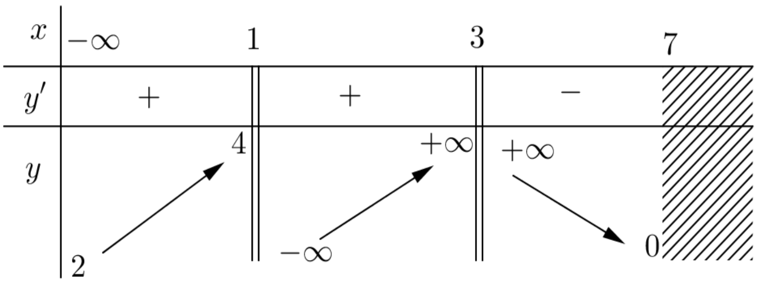
Câu 44: Có bao nhiêu khối đa diện đều mà các mặt là các tam giác đều?

A. 3. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 45: Đồ thị hàm số nào sau đây không có đường tiệm cận ngang?

A. $y=\dfrac{2x-3}{x+1}$. **B.** $y=\dfrac{x^2}{x+1}$. **C.** $y=\dfrac{x+2}{x-1}$. **D.** $y=\dfrac{x+2}{x^2+1}$.

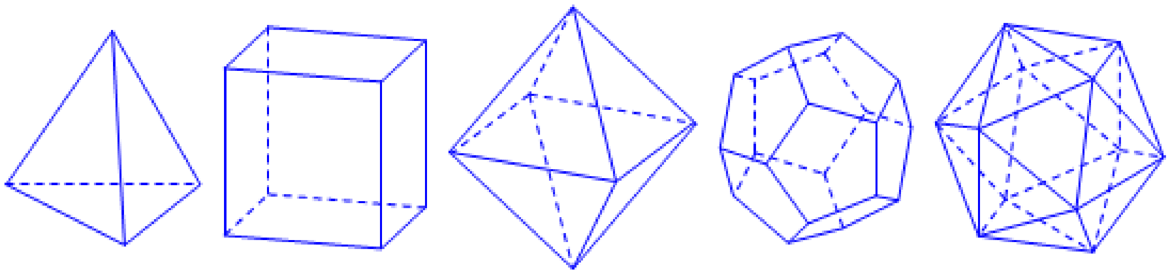
Câu 46: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên dưới



Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị $y=f(x)$ là

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 47: Trong không gian chỉ có 5 loại khối đa diện đều như hình vẽ sau



Khối tứ diện đều Khối lập phương Bát diện đều Khối 12 mặt đều Khối 20 mặt đều

Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Mọi khối đa diện đều có số mặt là những số chia hết cho 4.

B. Khối lập phương và khối bát diện đều có cùng số cạnh.

C. Khối bát diện đều và khối 12 mặt đều có cùng số đỉnh.

D. Khối mười hai mặt đều và khối hai mươi mặt đều có cùng số đỉnh.

Câu 48: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên dưới:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	0	$\searrow$	-4	$\nearrow$	$+\infty$

Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hàm số đồng biến trên $(-\infty;0)$.. **B.** Hàm số đồng biến trên $(-4;+\infty)$.

C. Hàm số đồng biến trên $(-\infty;2)$.. **D.** Hàm số đồng biến trên $(0;2)$..

Câu 49: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	2018	$\nearrow$	2020	$\searrow$	$-\infty$

Xác định số nghiệm của phương trình $2f(x)=2019$.

A. 0. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 50: Khi độ dài cạnh của hình lập phương tăng thêm $2cm$ thì thể tích của nó tăng thêm $98cm^3$. Cạnh của hình lập phương đã cho là

A. $5cm$. **B.** $4cm$. **C.** $6cm$. **D.** $3cm$.

LỜI GIẢI CHI TIẾT

BẢNG ĐÁP ÁN

1.B	2.B	3.C	4.D	5.A	6.D	7.A	8.A	9.A	10.D
11.B	12.B	13.D	14.A	15.C	16.B	17.D	18.B	19.D	20.D
21.B	22.D	23.C	24.C	25.D	26.C	27.D	28.A	29.D	30.C
31.C	32.B	33.A	34.D	35.C	36.C	37.B	38.A	39.D	40.D
41.C	42.A	43.A	44.A	45.B	46.B	47.B	48.A	49.D	50.D

Câu 1: Trong các hàm số sau, hàm nào đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = x^3 - x$. **B.** $y = x^3 + x$. **C.** $y = x^2 + 1$. **D.** $y = x^4 + 2x^2$.

Lời giải

Vì hàm số bậc 2 và bậc 4 luôn có khoảng đồng biến và nghịch biến trên $\mathbb{R}$ nên loại đáp án B và D.

Hàm số bậc 3 đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi $\begin{cases} a > 0 \\ b^2 - 3ac \le 0 \end{cases}$

Đáp án A $\begin{cases} 1 > 0 \\ 0^2 - 3.1.(-1) \le 0 \end{cases}$ vô lý

Đáp án B $\begin{cases} 1 > 0 \\ 0^2 - 3.1.1 \le 0 \end{cases}$ thỏa mãn.

Câu 2: Cho lăng trụ lục giác đều có cạnh đáy bằng a và khoảng cách giữa hai đáy của của lăng trụ bằng $4a$. Tính thể tích V của lăng trụ đã cho.

A. $3\sqrt{3}a^3$. **B.** $6\sqrt{3}a^3$. **C.** $2\sqrt{3}a^3$. **D.** $9\sqrt{3}a^3$.

Lời giải

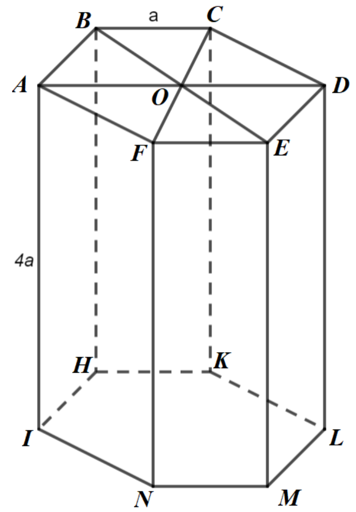
Gọi lăng trụ lục giác đều đó là $ABCDEF.IHKLMN$ và O là tâm của đáy lục giác đều $ABCDEF$.

Do cạnh đáy của lục giác đều bằng a nên diện tích của lục giác đều đó bằng

$$S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}.6 = \frac{3a^2\sqrt{3}}{2}.$$

Từ đó thể tích của khối lăng trụ $ABCDEF.IHKLMN$ bằng

$$V = S_{ABCDEF.IHKLMN}.AI = \frac{3\sqrt{3}a^2}{2}.4a = 6\sqrt{3}a^3.$$



Câu 3: Số cạnh của một hình bát diện đều là

A. Tám. **B.** Mười sáu. **C.** Mười hai. **D.** Mười.

Lời giải

Hình bát diện đều có 6 đỉnh, 12 cạnh, 8 mặt.

Câu 4: Cho hàm số $y=\dfrac{1-3x}{4x+5}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $\left(-\infty;-\dfrac{5}{4}\right);\left(-\dfrac{5}{4};+\infty\right)$.

B. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}\setminus\left\{-\dfrac{5}{4}\right\}$.

C. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}\setminus\left\{-\dfrac{5}{4}\right\}$.

D. Hàm số đồng biến trên $\left(-\infty;-\dfrac{5}{4}\right);\left(-\dfrac{5}{4};+\infty\right)$

Lời giải

$y=\dfrac{1-3x}{4x+5}$

$D=\mathbb{R}\setminus\left\{-\dfrac{5}{4}\right\}$

Ta có $y'=\dfrac{-19}{(4x+5)^2}$

Do đó hàm số $y=\dfrac{1-3x}{4x+5}$ nghịch biến trên các khoảng $\left(-\infty;-\dfrac{5}{4}\right);\left(-\dfrac{5}{4};+\infty\right)$.

Câu 5: Cho các hàm số $f(x)=x^4+2018$, $g(x)=2x^3-2018$ và $h(x)=\dfrac{2x-1}{x+1}$. Trong các hàm số đã cho, có tất cả bao nhiêu hàm số không có khoảng nghịch biến?

A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 3.

Lời giải

+) Xét hàm số $f(x)=x^4+2018 \Rightarrow f'(x)=4x^3$.

$f'(x)<0$ khi $x<0$,hàm số có khoảng nghịch biến

+) Xét hàm số $g(x)=2x^3-2018 \Rightarrow g'(x)=6x^2 \geq 0, \forall x$.

Suy ra hàm số không có khoảng nghịch biến

+) Xét hàm số $h(x)=\dfrac{2x-1}{x+1} \Rightarrow h'(x)=\dfrac{3}{(x+1)^2}>0, \forall x \neq -1$

Suy ra hàm số không có khoảng nghịch biến

Vậy có hai hàm số không có khoảng nghịch biến.

Câu 6: Tìm các giá trị của tham số m để hàm số $y=\dfrac{x-m}{x+1}$ đồng biến trên các khoảng xác định của nó.

A. $m \in [-1;+\infty)$.. **B.** $m \in (-\infty;-1)$. **C.** $m \in (-\infty;-1]$. **D.** $m \in (-1;+\infty)$.

Lời giải

Xét hàm số $y=\dfrac{x-m}{x+1}$ có tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.

Ta có $y=\dfrac{x-m}{x+1} \Rightarrow y'=\dfrac{1+m}{(x+1)^2}$

Để hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định thì $y'=\dfrac{1+m}{(x+1)^2}>0, \forall \in D \Leftrightarrow m>-1$

Vậy $m \in (-1;+\infty)$.

Câu 7: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên khoảng $(a;b)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Nếu $f'(x)>0, \forall x \in (a;b)$ thì hàm số đồng biến trên khoảng $(a;b)$.

B. Nếu $f(x)<0,\ \forall x \in (a;b)$ thì hàm số đồng biến trên khoảng $(a;b)$.

C. Nếu $f'(x)<0, \forall x \in (a;b)$ thì hàm số đồng biến trên $(a;b)$.

D. Nếu $f(x)>0,\ \forall x \in (a;b)$ thì hàm số đồng biến trên khoảng $(a;b)$.

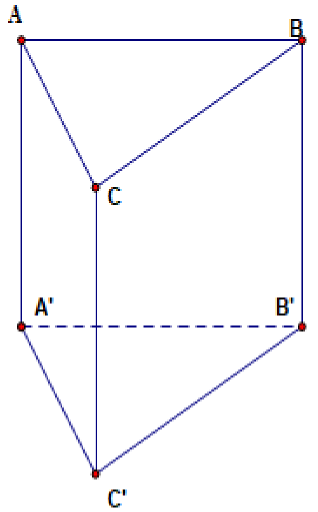
Lời giải

Nếu $f'(x)>0, \forall x \in (a;b)$ thì hàm số đồng biến trên khoảng $(a;b)$.

Câu 8. Lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A, $BC=2a$, $AB=a$, mặt bên $ABB'A'$ là hình vuông. Khi đó thể tích của khối lăng trụ bằng

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{6}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải



Ta có $AC=\sqrt{BC^2-AB^2}=a\sqrt{3}$.

Vì $ABB'A'$ là hình vuông , suy ra $AA'=AB=a$.

Vậy thể tích khôi lăng trụ là $V=\dfrac{1}{2}AA'.AB.AC=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Câu 9: Một hình lăng trụ có đúng 11 cạnh bên thì hình lăng trụ đó có tất cả bao nhiêu cạnh?

A. 33. **B.** 31. . **C.** 30.. **D.** 22.

Lời giải

Theo giả thiết hình lăng trụ có đúng 11 cạnh bên thì hình lăng trụ đó có đáy là đa giác 11 cạnh.

Vậy tổng số cạnh bên và cạnh đáy của hình lăng trụ đó là: 33.

Câu 10: Bảng biến thiên sau đây là bảng biến thiên của hàm số nào?

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

A. $y=x^3+3x^2-1$. **B.** $y=x^3-3x^2-1$. . **C.** $y=-x^3-3x^2-1$.. **D.** $y=-x^3+3x^2-1$.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thi ta có các nhận xét

Nhánh ngoài cùng đi xuống suy ra hệ số $a<0$, loại đáp án **A** và **B**

$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right.$. Chọn đáp án **D**

Câu 11: Hàm số $y=f\left(x\right)$ có đạo hàm là $f'(x)=x^2(x+1)^2(2x-1)$. Số điểm cực trị của hàm số là

A. 0.. **B.** 1.. **C.** 2.. **D.** 3.

Lời giải

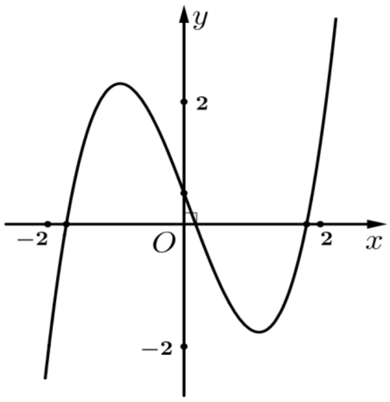
Ta có $f'(x)=0\Leftrightarrow x^2(x+1)^2(2x-1)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=-1\\x=\dfrac{1}{2}\end{array}\right.$

Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		0		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$						$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên: hàm số đã cho có 1 cực trị.

Câu 12: Một hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d,(a \neq 0)$ có đồ thị như hình dưới đây



Chọn phát biểu đúng trong các phát biểu dưới đây?

A. $a > 0, c < 0$. **B.** $a > 0, c > 0$. **C.** $a < 0, b < 0, c < 0$.. **D.** $a < 0, c < 0$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị hàm số ta có nhận xét

Đồ thị hàm số có nhánh ngoài cùng đi lên suy ra $a > 0$.

Đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ dương suy ra $c > 0$.

Câu 13: Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ tại điểm $M(-1;-2)$ có phương trình là

A. $y = 9x - 2$. **B.** $y = 24x - 2$. **C.** $y = 24x + 22$. **D.** $y = 9x + 7$.

Lời giải

Ta có: $y' = 3x^2 - 6x \Rightarrow y'(-1) = 9$.

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm M là:

$y = 9.(x+1) - 2 \Leftrightarrow y = 9x + 7$.

Câu 14: Tính giá trị cực tiểu y_{CT} của hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 3$?

A. $y_{CT} = 2$. **B.** $y_{CT} = -1$. **C.** $y_{CT} = 3$. **D.** $y_{CT} = 1$.

Lời giải

TXĐ: $D = \mathbb{R}$.

Ta có:

$$y' = 4x^3 - 4x \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \pm 1 \end{array}\right.$$

$y'' = 12x^2 - 4$

$y''(0) = -4 < 0 \Rightarrow x = 0$ là điểm cực đại của hàm số.

$y''(1)=8>0 \Rightarrow x=1$ là điểm cực tiểu của hàm số, $y_{CT}=2$.

$y''(-1)=8>0 \Rightarrow x=-1$ là điểm cực tiểu của hàm số, $y_{CT}=2$.

Câu 15: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên dưới đây:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-4	$\nearrow$	-3	$\searrow$	-4	$\nearrow$	$+\infty$

Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Hàm số đạt cực đại tại $x=1$.
B. Hàm số có 2 điểm cực đại.
C. Hàm số có 3 điểm cực trị.
D. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=0$.

Lời giải

Phương án A sai vì hàm số đạt cực tiểu tại $x=1$.
Phương án B sai vì hàm số có 2 điểm cực tiểu.
Phương án D sai vì hàm số đạt cực đại tại $x=0$.

Câu 16: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(x-2)-1>0$ là

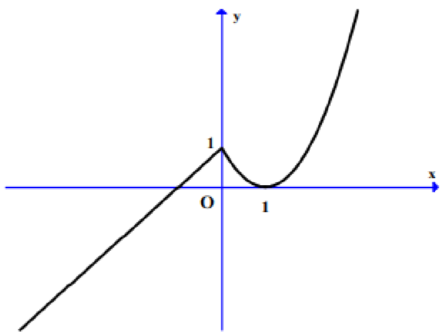
A. $(6;+\infty)$. **B.** $(5;+\infty)$. **C.** $(4;+\infty)$. **D.** $(3;+\infty)$

Lời giải

Điều kiện: $x-2>0 \Leftrightarrow x>2$

Ta có $\log_3(x-2)-1>0 \Leftrightarrow \log_3(x-2)>1 \Leftrightarrow x-2>3 \Leftrightarrow x>5$ (thỏa mãn điều kiện).

Câu 17: Cho hàm số $y=f\ x$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Hỏi hàm số đó có bao nhiêu điểm cực trị?



A. 0. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Từ đồ thị hàm số ta thấy hàm số đạt cực trị tại $x=0$ và $x=1$.
Vậy hàm số có 2 cực trị.

Câu 18: Cho hàm số $y=x^3-3x^2+2$ có đồ thị (C). Gọi A,B là các điểm cực trị của (C). Tính độ dài đoạn thẳng AB.

A. 4. **B.** $2\sqrt{5}$. **C.** 5. **D.** $5\sqrt{2}$.

Lời giải

$y' = 3x^2 - 6x;\ \ y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2 \end{array}\right.$

Hai điểm cực trị của (C) là $A(0;2); B(2;-2)$

$AB = \sqrt{(2-0)^2 + (-2-2)^2} = 2\sqrt{5}$.

Câu 19: Cho hình chóp $S.ABC$ có SA, SB, SC đôi một vuông góc và $SA = a\sqrt{2}, SB = SC = a$. Khi đó khoảng cách từ S đến mặt phẳng (ABC) bằng

A. $\dfrac{a\sqrt{5}}{10}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{5}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{5}}{2}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{10}}{5}$.

Lời giải

Gọi M là trung điểm BC.

Tam giác SBC cân tại S nên $SM \perp BC$

Ta lại có $SA \perp (SBC) \Rightarrow SA \perp BC$

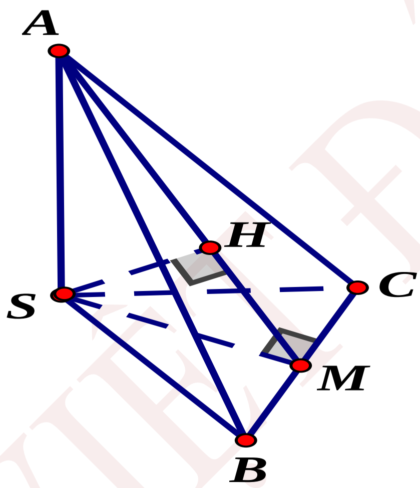
Khi đó $BC \perp (SAM) \Rightarrow (ABC) \perp (SAM)$

Kẻ $SH \perp AM \Rightarrow SH \perp (ABC)$

$\Rightarrow d(S,(ABC)) = SH$

Ta có $SM = \frac{1}{2}BC = \frac{a\sqrt{2}}{2}$

Tam giác SAM vuông tại S $\Rightarrow \frac{1}{SH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{SM^2} \Rightarrow SH = \frac{a\sqrt{10}}{5}$



Câu 20: Kí hiệu m, M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{x+3}{2x-1}$ trên đoạn $[1;4]$. Tính giá trị biểu thức $d = M - m$.

A. $d = 4$. **B.** $d = 5$. **C.** $d = 2$. **D.** $d = 3$.

Lời giải

Trên $[1;4]$ ta có:

$y' = \frac{-7}{(2x-1)^2} < 0\ \forall x \in [1;4] \Rightarrow$ hàm số luôn nghịch biến trên $[1;4]$.

$M = \max\limits_{[1;4]} y = y(1) = 4$

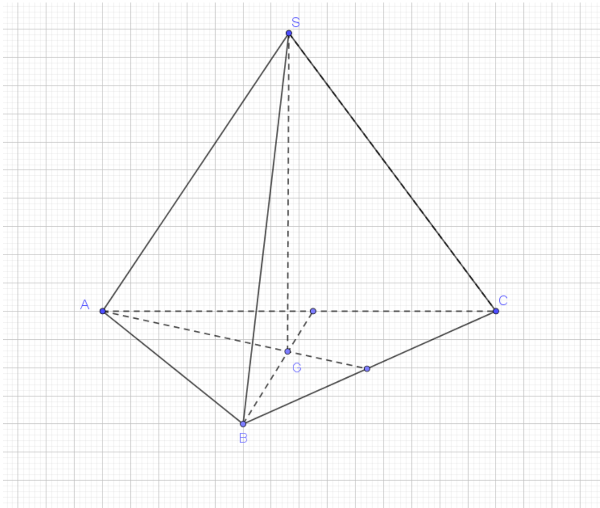
$m = \min\limits_{[1;4]} y = y(4) = 1$

Vậy $d = M - m = 4 - 1 = 3$

Câu 21: Cho khối chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng a, góc giữa cạnh bên và đáy bằng 30^0. Khi đó thể tích của khối chóp là

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{18}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{36}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{36}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{18}$.

Lời giải



Gọi G là trọng tâm tam giác $ABC \Rightarrow$ G là chân đường cao của khối chóp.

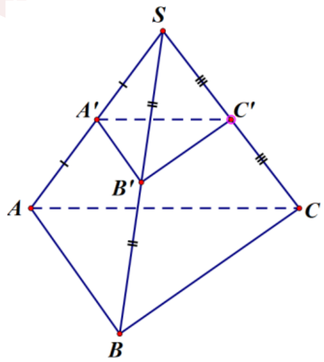
Góc giữa cạnh bên và đáy bằng 30^0 $\Rightarrow$ góc $SBG = 30^O$

Ta có: $SG = BG.\tan 30^o = \dfrac{a}{3} \Rightarrow V = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{36}$..

Câu 22: Cho hình chóp $S.ABC$, trên ba cạnh SA, SB, SC lần lượt lấy ba điểm A', B', C' sao cho $SA' = \dfrac{1}{2}SA$, $SB' = \dfrac{1}{2}SB$; $SC' = \dfrac{1}{2}SC$. Gọi V và V' lần lượt là thể tích của các khối chóp $S.ABC$ và $S.A'B'C'$. Khi đó tỉ số $\dfrac{V'}{V}$ là

A. 24. **B.** $\dfrac{1}{24}$. **C.** $\dfrac{1}{12}$. **D.** $\dfrac{1}{8}$.

Lời giải



Áp dụng công thức tỉ số thể tích ta có: $\dfrac{V'}{V} = \dfrac{SA'}{SA}.\dfrac{SB'}{SB}.\dfrac{SC'}{SC} = \dfrac{1}{2}.\dfrac{1}{2}.\dfrac{1}{2} = \dfrac{1}{8}$.

Câu 23: Một chất điểm chuyển động theo phương trình $S(t) = -2t^3 + 18t^2 + 2t + 1$, trong đó t tính bằng giây(s) và $S(t)$ tính bằng mét(m). Thời gian vận tốc chất điểm đạt giá trị lớn nhất là

A. $t = 5(s)$. **B.** $t = 6(s)$. **C.** $t = 3(s)$. **D.** $t = 1(s)$.

Lời giải

Ta có: $v(t) = s'(t) = -6t^2 + 36t + 2 = -6(t^2 - 6t + 9) + 56 = -6(t-3)^2 + 56 \le 56$

Thời gian vận tốc chất điểm đạt giá trị lớn nhất là $t = 3(s)$.

Câu 24: Đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x}{x^2-2x-3}$ có bao nhiêu đường tiệm cận

A. 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

$D=\mathbb{R}\setminus\{-1;\,3\}$

Ta có: $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{2x}{x^2-2x-3}=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{2x}{x^2\left(1-\dfrac{2}{x}-\dfrac{3}{x^2}\right)}=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{\dfrac{2}{x}}{1-\dfrac{2}{x}-\dfrac{3}{x^2}}=0$

Suy ra: Đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang là $y=0$

Ta có: $\lim\limits_{x\to 1^+} y=\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{2x}{x^2-2x-3}=+\infty$

Suy ra: Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=-1$

Ta có: $\lim\limits_{x\to 3^+} y=\lim\limits_{x\to 3^+}\dfrac{2x}{x^2-2x-3}=+\infty$

Suy ra: Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là $x=3$.

Câu 25: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên đoạn $\left[-\sqrt{3};\sqrt{5}\right]$ và có bảng biến thiên như hình vẽ sau:

x	$-\sqrt{3}$		-1		1		$\sqrt{5}$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	0	$\nearrow$	2	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$2\sqrt{5}$

Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\min\limits_{\left[-\sqrt{3};\sqrt{5}\right)} y=0$. **B.** $\max\limits_{\left[-\sqrt{3};\sqrt{5}\right)} y=2\sqrt{5}$. **C.** $\max\limits_{\left[-\sqrt{3};\sqrt{5}\right)} y=2$. **D.** $\min\limits_{\left[-\sqrt{3};\sqrt{5}\right)} y=-2$.

Lời giải

Từ bảng biến thiên ta thấy trên nửa khoảng $\left[-\sqrt{3};\sqrt{5}\right)$ hàm số không có giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất $\min\limits_{\left[-\sqrt{3};\sqrt{5}\right)} y=-2$.

Câu 26: Tìm điểm cực đại x_0 của hàm số $y=x^4-2x^2+1$.

A. $x_0=-1$. **B.** $x_0=1$. **C.** $x_0=0$. **D.** $x_0=3$.

Lời giải

$y=x^4-2x^2+1\Rightarrow y'=4x^3-4x$

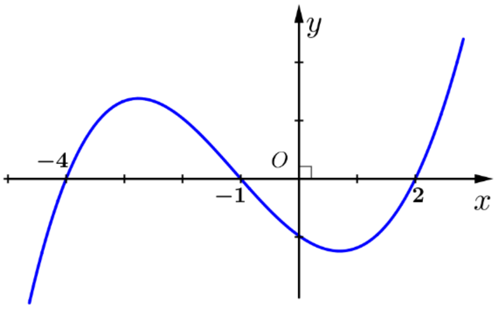
$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\\x=-1\end{array}\right.$

Bảng xét dấu của y'

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Điểm cực đại của hàm số là $x_0 = 0$.

Câu 27: Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình bên dưới



Hỏi đồ thị hàm số $y = g(x) = \dfrac{2020x}{f(x)}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải.

Xét phương trình $f(x) = 0$ trên $\mathbb{R}$, dự vào đồ thị ta thấy phương trình $f(x) = 0$ có 3 nghiệm phân biệt là $x = -4; x = -1; x = 2$ do đó đồ thị hàm số được viết lại

$$y = g(x) = \frac{2020x}{f(x)} = \frac{2020x}{(x+4).(x+1).(x-2)}$$

Dựa vào định nghĩa đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số ta suy ra đồ thị hàm số

$y = g(x) = \dfrac{2020x}{f(x)} = \dfrac{2020x}{(x+4).(x+1).(x-2)}$ có 3 tiệm cận đứng là $x = -4; x = -1; x = 2$.

Câu 28: Thể tích của khối lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh bằng a là

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{9}$

Lời giải

Đáy là tam giác đều cạnh a nên diện tích đáy là $B = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Chiều cao là h bằng cạnh bên của lăng trụ $\Rightarrow h = a$.

Thể tích lăng trụ là: $V = B.h = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 29: Cho hàm số $y = \dfrac{mx+1}{x+n}$. Nếu đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = 3$và có tiệm cận ngang đi qua điểm $A(2;5)$ thì tổng của m và n là

A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{mx+1}{x+n}$ là đường thẳng $x = -n \Rightarrow -n = 3 \Rightarrow n = -3$

Có $\lim\limits_{x\to\pm\infty} \dfrac{mx+1}{x+n} = m \Rightarrow y = m$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \dfrac{mx+1}{x+n}$

Theo giả thiết đường thẳng $y = m$ đi qua điểm $A(2;5)$ nên $m = 5$

Vậy $m+n=2$.

Câu 30: Cho hàm số $y=f(x);y=f(f(x));y=f(x^2+4)$ lần lượt có đồ thị là $(C_1);(C_2);(C_3)$. Đường thẳng $x=1$ cắt $(C_1);(C_2);(C_3)$ lần lượt tại M,N,P. Biết tiếp tuyến của (C_1) tại M và của (C_2) tại N có phương trình lần lượt là $y=3x+2;y=12x-5$ và phương trình tiếp tuyến của (C_3) tại P có dạng $y=ax+b$. Tìm $a+b$.

A. 8. **B.** 9. **C.** 7. **D.** 6.

Lời giải

Theo đề bài, tiếp tuyến của (C_1) tại M có phương trình $y=3x+2$ nên $M(1;5)$. Mà $M(1;5)\in(C_1)$ nên $f(1)=5$.

Tương tự, do phương trình tiếp tuyến của (C_2) tại N có dạng $y=12x-5$ nên $N(1;7)$. Do $N(1;7)\in(C_2)$ nên $7=f(f(1))\Leftrightarrow 7=f(5)$.

Do phương trình tiếp tuyến (C_3) tại P có dạng $y=ax+b$ nên $P(1;a+b)$. Vì $P(1;a+b)\in(C_3)$ suy ra $a+b=f(1^2+4)\Leftrightarrow a+b=f(5)=7$..

Câu 31: Cho $(C):y=x^3-2x^2$. Tính hệ số góc k của tiếp tuyến với (C) tại điểm có hoành độ $x_0=1$.

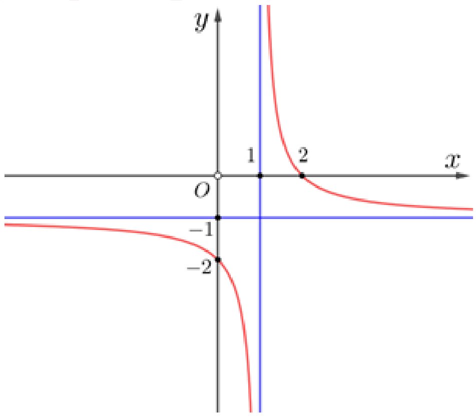
A. $k=0$. **B.** $k=1$. **C.** $k=-1$. **D.** $k=-2$.

Lời giải

Ta có $y'=3x^2-4x$.

Do đó hệ số góc của tiếp tuyến với (C) tại điểm có hoành độ $x_0=1$ là $k=y'(1)=-1$.

Câu 32: Cho hàm số $y=\dfrac{ax-b}{x-1}$ có đồ thị như hình vẽ



Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $b<0<a$.. **B.** $b<a<0$.. **C.** $a<b<0$.. **D.** $0<b<a$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị ta thấy hàm số $y=\dfrac{ax-b}{x-1}$ nghịch biến trên mỗi khoảng xác định

$(-\infty;1)$ và $(1;\infty)\Rightarrow y'=\dfrac{b-a}{(x-1)^2}<0\ \forall x\neq 1\Rightarrow b<a\ (1)$. Loại C.

Đồ thị hàm số $y=\dfrac{ax-b}{x-1}$ cắt trục Oy tại $M(0;-2)\Rightarrow b=-2<0\ (2)$. Loại D.

Đồ thị hàm số $y=\dfrac{ax-b}{x-1}$ cắt trục Ox tại $(2;0)\Rightarrow b=2a\Rightarrow a<0\,(3)$. Loại A.

Từ $(1),(2)$ và $(3)\Rightarrow b<a<0$ ta thấy chỉ có câu B là phù hợp.

Câu 33: Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số chẵn?

A. $y=\cos 3x$. **B.** $y=-\sin x$. **C.** $y=\sin 3x$. **D.** $y=\sin 2x+\cos 2x$.

Lời giải

Xét các đáp án ta thấy ở phương án A hàm số $y=\cos 3x$ có

Tập xác định $D=\mathbb{R}$ thỏa mãn $\forall x\in D\Rightarrow -x\in D$.

$f(-x)=\cos(-3x)=\cos 3x=f(x),\forall x\in D$.

Do đó $y=\cos 3x$ là hàm số chẵn.

Các hàm số ở các đáp án còn lại không thỏa mãn định nghĩa hàm số chẵn.

Câu 34: Từ các số $0, 1, 3, 4, 5$ lập được bao nhiêu số tự nhiên có năm chữ số khác nhau?

A. 240. **B.** 225. **C.** 600. **D.** 96.

Lời giải

Gọi số cần lập là $\overline{abcde}$

Do $a\neq 0$ nên có 4 cách chọn a

Mỗi cách chọn $\overline{bcde}$ là một hoán vị của 4 nên có $4!$ cách chọn $\overline{bcde}$

Vậy tất cả có $4.4!=96$ (số).

Câu 35: Cho hai đường thẳng d_1 và d_2 song song với nhau. Trên đường thẳng d_1 cho 6 điểm phân biệt, trên đường thẳng d_2 cho 7 điểm phân biệt. Số tam giác có đỉnh là các điểm trong 13 điểm đã cho là:

A. 310. **B.** 105. **C.** 231. **D.** 126.

Lời giải

Cách 1:

Một tam giác được tạo thành khi ta chọn được 3 đỉnh không thẳng hàng từ 13 điểm phân biệt đã cho rồi nối lại với nhau. Ta xét hai trường hợp:

+ TH1: Tam giác có 1 đỉnh trên đường thẳng d_1 và 2 đỉnh trên đường thẳng d_2.

Trường hợp này có $C_6^1.C_7^2=126$ (tam giác)

+ TH2: Tam giác có 2 đỉnh trên đường thẳng d_1 và 1 đỉnh trên đường thẳng d_2.

Trường hợp này có: $C_6^2.C_7^1=105$ (tam giác)

Vậy theo quy tắc cộng có: $126+105=231$ (tam giác).

Cách 2:

+ Số cách chọn ra 3 điểm từ 13 điểm đã cho là: $C_{13}^3=286$

+ Số cách chọn ra 3 điểm cùng nằm trên một đường thẳng là: $C_6^3+C_7^3=55$

+ Số tam giác có 3 đỉnh lấy từ 13 điểm đã cho bằng số cách chọn ra 3 điểm phân biệt không thẳng hàng từ 13 điểm đã cho nên có: $286-55=231$ (tam giác).

Câu 36: Một công việc được hoàn thành bằng cách chọn một trong hai hành động. Hành động thứ nhất có m cách thực hiện và hành động thứ hai có n cách thực hiện. Số cách hoàn thành công việc đã cho bằng:

A. m^n. **B.** $m.n$. **C.** $m+n$. **D.** n^m.

Lời giải

Theo mô tả qui tắc cộng ta chọn C.

Câu 37: Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=(x+3)(x^2+3x+2)$ với trục Ox là

A. 1. **B.** 3 **C.** 0 . **D.** 2 .

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị với trục Ox

$$(x+3)(x^2+3x+2)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-3 \\ x=-1 \\ x=-2 \end{array}\right.$$

Vậy đồ thị hàm số $y=(x+3)(x^2+3x+2)$ với trục Ox có ba giao điểm.

Câu 38: Khối chóp có diện tích đáy là $B,$ chiều cao bằng h. Thể tích V khối chóp là

A. $\frac{1}{3}Bh.$. **B.** $Bh.$. **C.** $\frac{1}{2}Bh.$. **D.** $\frac{1}{6}Bh.$

Lời giải

Khối chóp có diện tích đáy là $B,$ chiều cao bằng h. Thể tích V khối chóp là $\frac{1}{3}Bh.$.

Câu 39: Cho hàm số $= f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, đạo hàm $f'(x)$ có bảng xét dấu như sau

x	$-\infty$		1		2		3		4		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	−	0	−	0	+	0	−	

Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau đây?

A. $(0;3)$. **B.** $(-2;1)$. **C.** $(3;4)$. **D.** $(4;5)$.

Lời giải

Định lí: Giả sử hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên khoảng K.

Nếu $f'(x)\ge 0,\ \forall x\in K$ ($f'(x)=0$ tại hữu hạn điểm) thì hàm số đồng biến trên khoảng K.

Nếu $f'(x)\le 0,\ \forall x\in K$ ($f'(x)=0$ tại hữu hạn điểm) thì hàm số nghịch biến trên khoảng K.

Vậy chọn hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;3)$ và $(4;+\infty)$.

Câu 40: Đồ thị hàm số $y=\frac{3-2x}{x-1}$ có đường tiệm cận đứng, tiệm cận ngang là

A. $x=1; y=2$. **B.** $x=-1; y=-2$. **C.** $x=2; y=1$. **D.** $x=1; y=-2$.

Lời giải:

Ta có: TXĐ: $D=R/\{1\}$

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{3-2x}{x-1}=\lim_{x\to+\infty}\frac{\frac{3}{x}-2}{1-\frac{1}{x}}=-2;\ \lim_{x\to-\infty}\frac{3-2x}{x-1}=\lim_{x\to-\infty}\frac{\frac{3}{x}-2}{1-\frac{1}{x}}=-2$$

Vậy hàm số có tiệm cận ngang là $y=-2$.

Ta có: $x-1=0\Leftrightarrow x=1$

Mà $x=1$ không là nghiệm của $3-2x=0$

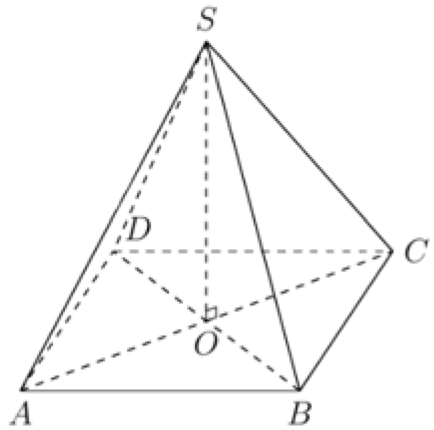
Vậy hàm số có tiệm cận đứng là $x=1$.

Câu 41: Khối chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng a có thể tích là

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Tác giả: Phạm Thị Kiều Khanh; Fb: Kiều Khanh Phạm Thị



Gọi khối chóp tứ giác đều là $S.ABCD$.

Gọi O là giao điểm hai đường chéo hình vuông $ABCD$, ta có SO là đường cao của hình chóp.

$SO=\sqrt{SA^2-AO^2}=\sqrt{a^2-\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2}=\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

$S_{ABCD}=a^2$.

Vậy thể tích cần tìm là:

$V=\frac{1}{3}.SO.S_{ABCD}=\frac{1}{3}.\frac{a\sqrt{2}}{2}.a^2=\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

Câu 42: Xếp 7 người A, B, C, D, E, F, G vào một ghế dài. Có bao nhiêu cách sắp xếp sao cho A và G ngồi ở hai đầu ghế?

A. 240.. **B.** 140.. **C.** 260.. **D.** 420.

Lời giải

Hoạt động 1: Xếp hai bạn A và G vào ngồi ở hai đầu ghế và có thể hoán đổi cho nhau nên có $2!$ cách xếp.

Hoạt động 2: Xếp 5 bạn còn lại vào 5 vị trí giữa có $5!$ cách xếp.

Vậy ta có $2!.5!=240$ cách xếp.

Câu 43: Cho hàm số $y=x^2-2x+1$. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên $[-2;3]$.

A. 9.. **B.** 3.. **C.** 10.. **D.** 4.

Lời giải

Hs xác định trên $[-2;3]$.

$y'=2x-2$. $y'=0\Leftrightarrow x=1$.

$y(-2)=9$, $y(1)=0$, $y(3)=4$.

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số là 9, đạt được khi $x=-2$..

Câu 44: Có bao nhiêu khối đa diện đều mà các mặt là các tam giác đều?

A. 3. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

Các khối đa diện đều mà các mặt là các tam giác đều là: tứ diện đều, bát diện đều, nhị thập diện đều (hai mươi mặt đều).

Vậy có 3 khối đa diện đều mà các mặt là các tam giác đều.

Câu 45: Đồ thị hàm số nào sau đây không có đường tiệm cận ngang?

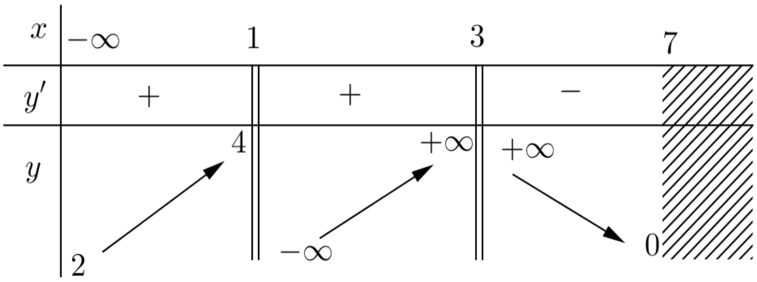
A. $y=\dfrac{2x-3}{x+1}$. **B.** $y=\dfrac{x^2}{x+1}$. **C.** $y=\dfrac{x+2}{x-1}$. **D.** $y=\dfrac{x+2}{x^2+1}$.

Lời giải

Có $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{x^2}{x+1}=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\left(x.\dfrac{1}{1+\dfrac{1}{x}}\right)=\pm\infty$

Suy ra đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2}{x+1}$ không có đường tiệm cận ngang.

Câu 46: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên dưới



Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị $y=f(x)$ là

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

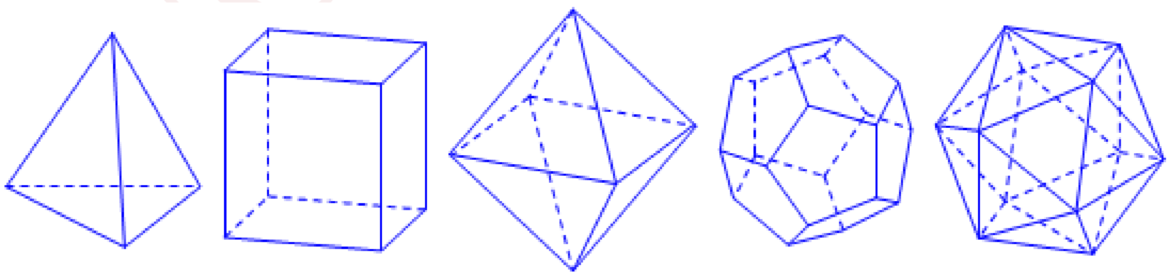
Lời giải

Từ bảng biến thiên ta có: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là $y=2$.

Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là $x=1, x=3$.

Vậy đồ thị hàm số có 3 đường tiệm cận.

Câu 47: Trong không gian chỉ có 5 loại khối đa diện đều như hình vẽ sau



Khối tứ diện đều Khối lập phương Bát diện đều Khối 12 mặt đều Khối 20 mặt đều

Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Mọi khối đa diện đều có số mặt là những số chia hết cho 4.

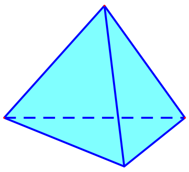
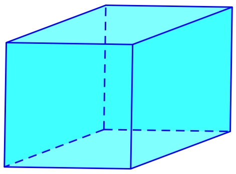
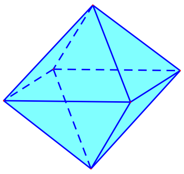
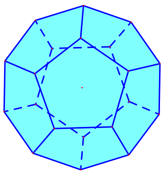
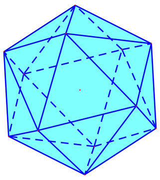
B. Khối lập phương và khối bát diện đều có cùng số cạnh.

C. Khối bát diện đều và khối 12 mặt đều có cùng số đỉnh.

D. Khối mười hai mặt đều và khối hai mươi mặt đều có cùng số đỉnh.

Lời giải

Khối đa diện đều	**Số đỉnh**	**Số cạnh**	**Số mặt**	**Loại**

Tứ diện đều		4	6	4	$\{3;3\}$
Khối lập phương		8	12	6	$\{4;3\}$
Bát diện đều		6	12	8	$\{3;4\}$
Mười hai mặt đều		20	30	12	$\{5;3\}$
Hai mươi mặt đều		12	30	20	$\{3;5\}$

Câu 48: Cho hàm số $y = f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như hình bên dưới:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	0	$\searrow$	-4	$\nearrow$	$+\infty$

Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hàm số đồng biến trên $\left(-\infty;0\right)$..

B. Hàm số đồng biến trên $\left(-4;+\infty\right)$.

C. Hàm số đồng biến trên $\left(-\infty;2\right)$..

D. Hàm số đồng biến trên $\left(0;2\right)$.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên ta có: hàm số đồng biến trên khoảng $\left(-\infty;0\right)$.

Câu 49: Cho hàm số $y = f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	2018	$\nearrow$	2020	$\searrow$	$-\infty$

Xác định số nghiệm của phương trình $2f(x)=2019$.

A. 0. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Ta có phương trình: $2f(x)=2019 \Leftrightarrow f(x)=\dfrac{2019}{2}$. (*)

Phương trình (*) là phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $y=\dfrac{2019}{2}$.

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số $y=f(x)$ suy ra phương trình đã cho có một nghiệm.

Câu 50: Khi độ dài cạnh của hình lập phương tăng thêm $2cm$ thì thể tích của nó tăng thêm $98cm^3$. Cạnh của hình lập phương đã cho là

A. $5cm$. **B.** $4cm$. **C.** $6cm$. **D.** $3cm$.

Lời giải.

Gọi cạnh hình lập phương đã cho là $a(cm)$, $(a>0)$ thì thể tích của nó là a^3cm^3.

Khi cạnh tăng thêm $2cm$ thì thể tích của khối lập phương là $(a+2)^3\,cm^3$.

Vì thể tích tăng thêm $98cm^3$ nên ta có phương trình

$$(a+2)^3-a^3=98 \Leftrightarrow a^2+2a-15=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=3 \\ a=-5\ (\text{loại}) \end{array}\right..$$

Vậy cạnh hình lập phương đã cho bằng $3cm$.

ĐỀ 5
ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA KÌ I
Môn: TOÁN, Lớp 12
Thời gian làm bài: 90 phút, *không tính thời gian phát đề*

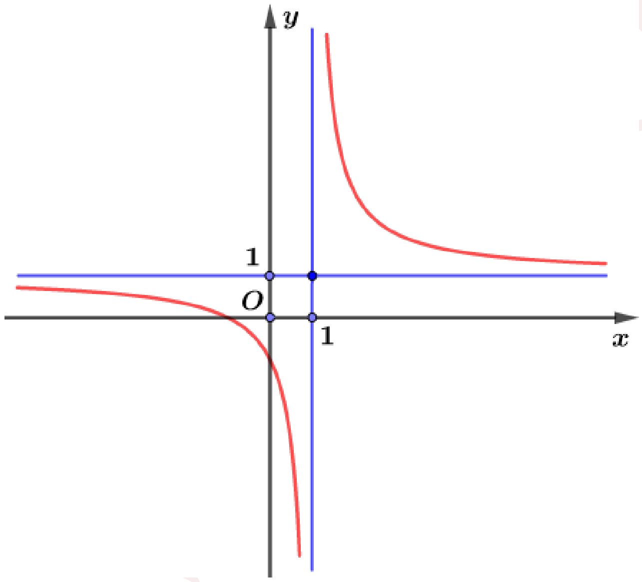
Câu 1. Cho hàm số $y=x^4-4x^2+3$. Điểm nào dưới đây **không** thuộc đồ thị hàm số đã cho?

A. $(0;3)$. **B.** $(-1;0)$. **C.** $(-2;-3)$. **D.** $(2;3)$.

Câu 2. Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+3}{x+1}$ với trục tung là

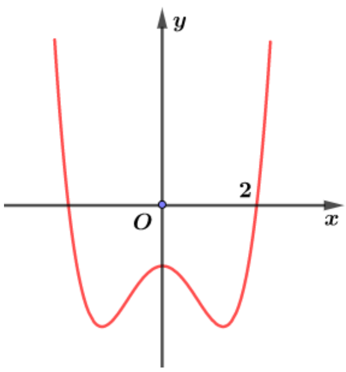
A. $(0;3)$. **B.** $(3;1)$. **C.** $(-3;0)$. **D.** $(0;-1)$.

Câu 3. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên:



A. $y=\dfrac{x+1}{x-1}$. **B.** $y=x^4+x^2+1$. **C.** $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$. **D.** $y=x^3-3x-1$.

Câu 4. Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c\ (a,b,c\in\mathbb{R})$ có đồ thị như hình bên dưới. Mệnh đề nào sau đây **sai**?



A. $a>0$. **B.** $a+b+c<0$. **C.** $c<0$. **D.** $b>0$.

Câu 5. Cho hàm số $y=x^3-3x+2$. Tích giá trị cực đại và giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. 0. **B.** -1. **C.** 1. **D.** 4.

Câu 6. Cho khối chóp có diện tích đáy $B=5$ và chiều cao $h=6$. Thể tích khối chóp đã cho bằng

A. 11. **B.** 30. **C.** 10. **D.** 15.

Câu 7. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB=a$, $AD=a\sqrt{2}$; cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=3a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $a^3\sqrt{2}$. **B.** $3a^3\sqrt{2}$. **C.** $\frac{1}{3}a^3\sqrt{2}$. **D.** $2a^3\sqrt{2}$.

Câu 8. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	5	$\searrow$	$-\infty$

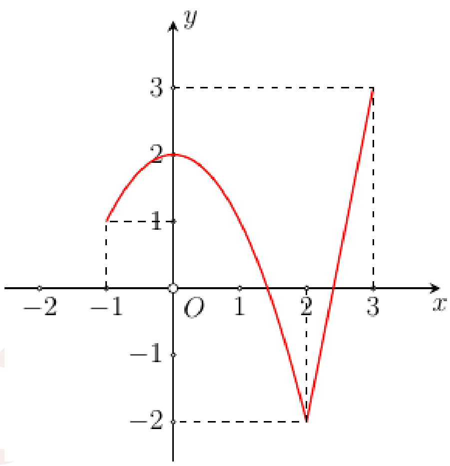
Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

A. 1. **B.** 5. **C.** 0. **D.** 2 .

Câu 9. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^4-2x^2+2$ và đồ thị hàm số $y=-x^2+4$ là

A. 1. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 0.

Câu 10. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;3]$ và có đồ thị như hình vẽ. Giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1;3]$ bằng



A. 3. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 11. Cho khối hộp chữ nhật có ba kích thước 2; 6; 7. Thể tích của khối hộp đã cho bằng

A. 28. **B.** 84. **C.** 15. **D.** 14.

Câu 12. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{x-2}$ là

A. $x=\dfrac{1}{2}$. **B.** $x=2$. **C.** $x=-2$. **D.** $x=1$.

Câu 13. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên đoạn $[0;5]$ và có bảng biến thiên như sau:

x	0		1		3		5
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	-4	$\nearrow$	0	$\searrow$	-4	$\nearrow$	16

Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[0;5]$

A. 0. **B.** -4. **C.** 3. **D.** 16.

Câu 14. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
y'		$-$	$\Vert$	$-$	0	$+$	
y	0	$\searrow$	$-4 \Vert +\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	3

Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là:

A. $x=3$. **B.** $x=-4$. **C.** $x=0$. **D.** $x=-3$.

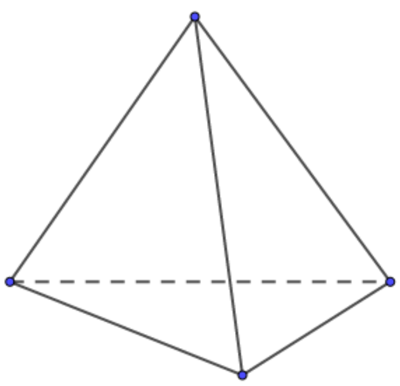
Câu 15. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$+$	$\Vert$	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	0	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 0. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 16. Khối tứ diện đều là khối đa diện đều loại nào?



A. Loại $\{3;5\}$. **B.** Loại $\{3;3\}$. **C.** Loại $\{4;3\}$. **D.** Loại $\{3;4\}$.

Câu 17. Cho khối lăng trụ tứ giác đều có cạnh đáy bằng $\sqrt{6}$, độ dài cạnh bên bằng 9. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $9\sqrt{6}$. **B.** 18. **C.** $\frac{27\sqrt{3}}{2}$. **D.** 54.

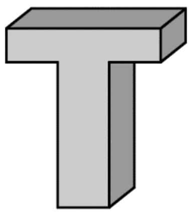
Câu 18. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:

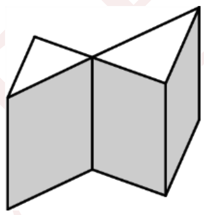
x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

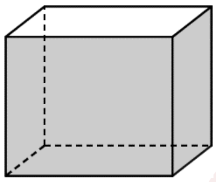
Điểm cực đại của hàm số đã cho là

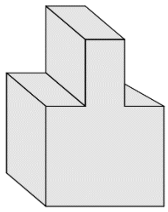
A. $x=-2$. **B.** $x=1$. **C.** $x=3$. **D.** $x=2$.

Câu 19. Hình nào dưới đây **không** phải khối đa diện?

A. 

B. 

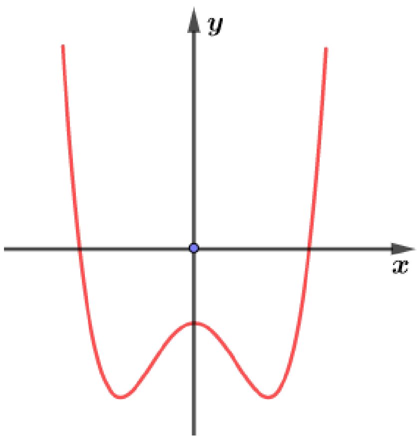
C. 

D. 

Câu 20. Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\frac{\sqrt{x+9}-3}{x^2+x}$ là

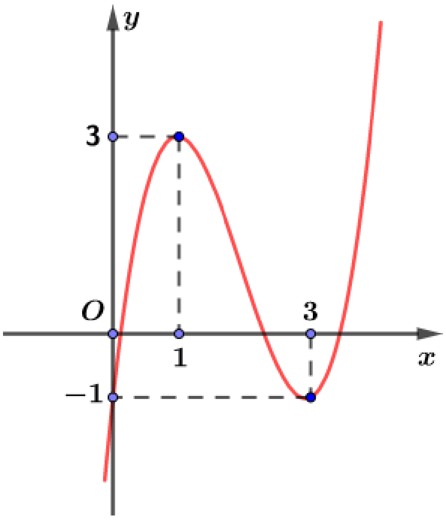
A. 3. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 21. Đồ thị của hàm số nào có dạng như đường cong trong hình dưới đây ?



A. $y=-x^3+3x^2-2$. **B.** $y=x^3-3x^2-2$. **C.** $y=x^4-2x^2-2$. **D.** $y=-x^4+2x^2-2$.

Câu 22. Đồ thị của hàm số nào có dạng như đường cong trong hình dưới đây ?



A. $y = x^4 - 6x^2 - 1$. **B.** $y = x^3 - 6x^2 + 9x + 1$.

C. $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 1$. **D.** $y = -x^4 + 6x^2 - 1$.

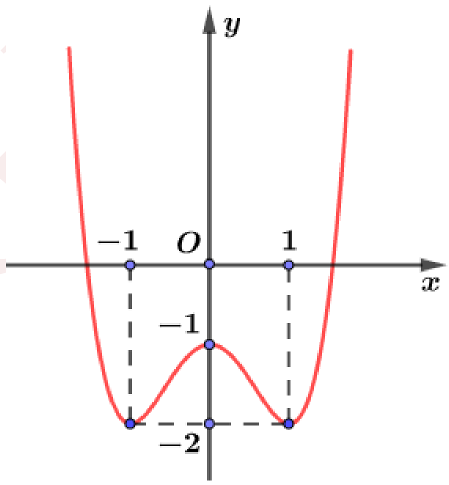
Câu 23. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu đạo hàm như sau

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	$\|\|$	$-$	0	$+$	

Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

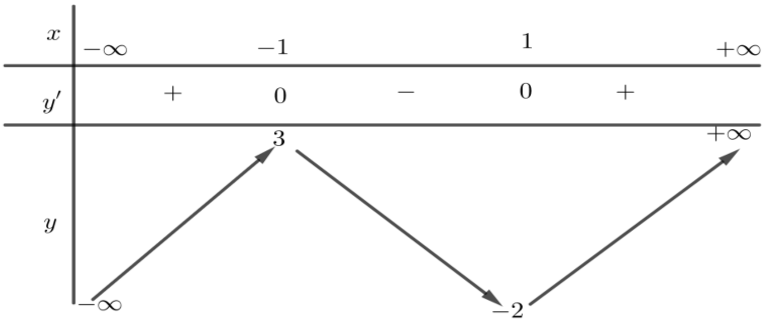
A. $x = -2$. **B.** $x = -1$. **C.** $x = 0$. **D.** $x = 2$.

Câu 24. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên .
Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây ?



A. $(-\infty; -1)$. **B.** $(-1; 1)$. **C.** $(-1; 0)$. **D.** $(0; 1)$.

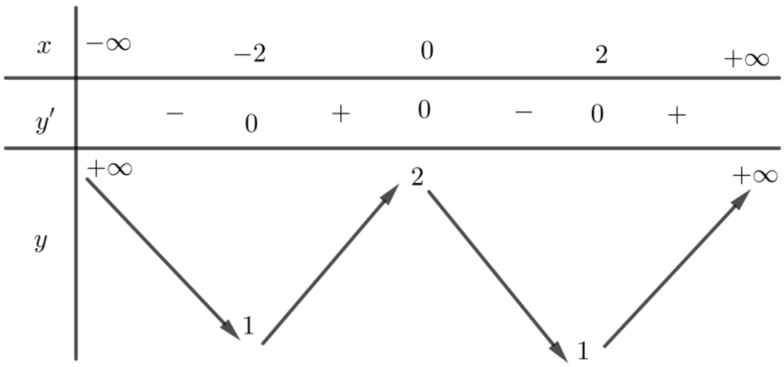
Câu 25. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1;1)$. **B.** $(-1;+\infty)$. **C.** $(-\infty;1)$. **D.** $(1;+\infty)$.

Câu 26. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(2;+\infty)$. **B.** $(0;2)$. **C.** $(-2;0)$. **D.** $(0;+\infty)$.

Câu 27. Thể tích khối chóp có diện tích đáy B và chiều cao h là

A. $V=\frac{1}{2}Bh$. **B.** $V=3Bh$. **C.** $V=Bh$. **D.** $V=\frac{1}{3}Bh$.

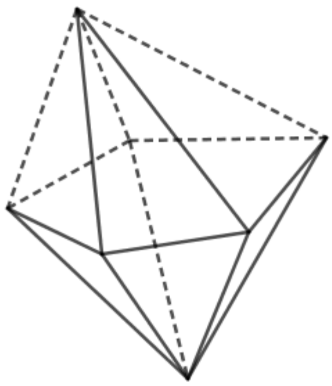
Câu 28. Cho hàm số $y=x^3-3x^2$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0;+\infty)$. **B.** $(0;2)$. **C.** $(-\infty;0)$. **D.** $(2;+\infty)$.

Câu 29. Hình chóp tứ giác đều có đáy là

A. Hình vuông. **B.** Hình chữ nhật. **C.** Hình bình hành. **D.** Tam giác đều.

Câu 30. Hình đa diện trong hình vẽ bên có bao nhiêu mặt?



A. 12. **B.** 8. **C.** 10. **D.** 6.

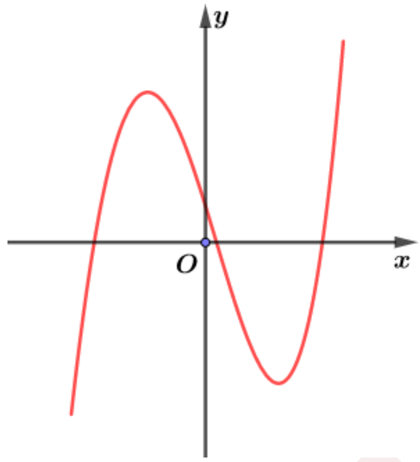
Câu 31. Cho hàm số $y=x^2-2x+3$. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây ?

A. $(0;3)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $(4;+\infty)$. **D.** $(-\infty;1)$.

Câu 32. Số cạnh của khối bát diện đều là

A. 12. **B.** 10. **C.** 6. **D.** 20.

Câu 33. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d\ (a, b, c, d \in \mathbb{R})$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là



A. 3. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 34. Khối lập phương có cạnh bằng 2 có thể tích bằng

A. 8. **B.** 6. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 35. Đồ thị của hàm số nào trong các hàm số dưới đây có tiệm cận đứng ?

A. $y = \dfrac{1}{x^4 + 1}$. **B.** $y = \dfrac{1}{\sqrt{x}}$. **C.** $y = \dfrac{1}{x^2 + x + 1}$. **D.** $y = \dfrac{1}{x^2 + 1}$.

Câu 36. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$?

A. $y = 2x^3 - 5x + 1$. **B.** $y = x^4 + 3x^2$.

C. $y = 3x^3 + 3x - 2$. **D.** $y = \dfrac{x - 2}{x + 1}$.

Câu 37. Cho khối chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng 5, chiều cao của khối chóp bằng $5\sqrt{3}$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $\dfrac{125}{4}$. **B.** $\dfrac{375}{4}$. **C.** $\dfrac{125\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\dfrac{375}{2}$.

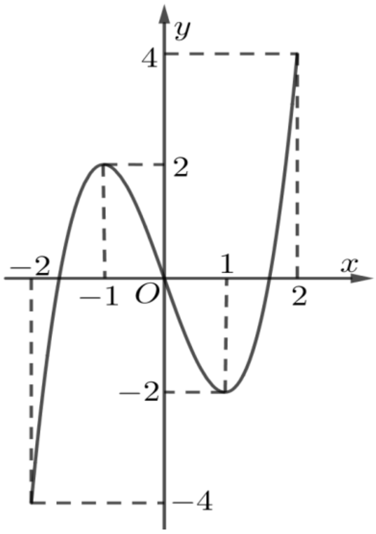
Câu 38. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0			1		$+\infty$
y'		$-$	||		$-$	0	$+$	
y	2	$\searrow$	-4 || $+\infty$		$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

A. $y = 2$. **B.** $y = -2$. **C.** $y = -4$. **D.** $y = 0$.

Câu 39. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-2; 2]$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên.



Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

A. $x=2$. **B.** $x=-2$. **C.** $x=-1$. **D.** $x=1$.

Câu 40. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^4-2x^2+2$ trên đoạn $\left[0;2\right]$. Giá trị của $M-m$ bằng

A. 1. **B.** 8. **C.** 9. **D.** 11.

Câu 41. Gọi m_0 là giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-mx^2+(m^2-4)x+3$ đạt cực đại tại $x=3$. Hỏi m_0 thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $(4;10)$. **B.** $(0;5)$. **C.** $(-5;0)$. **D.** $(-\infty;-5)$.

Câu 42. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=\frac{x-m^2+m}{x+1}$ trên đoạn $[0;3]$ bằng $\frac{1}{4}$. Tổng tất cả các phần tử của S bằng

A. -1. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** -2. **D.** 1.

Câu 43. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông, mặt bên SAB là tam giác vuông tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết $SA=a; SB=a\sqrt{3}$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $\frac{4\sqrt{3}}{3}a^3$. **B.** $2a^3\sqrt{3}$. **C.** $\frac{2\sqrt{3}}{3}a^3$. **D.** $a^3\sqrt{3}$.

Câu 44. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\frac{x+1}{x+3m}$ nghịch biến trong khoảng $\left(6;+\infty\right)$.

A. 3. **B.** 0. **C.** Vô số. **D.** 6.

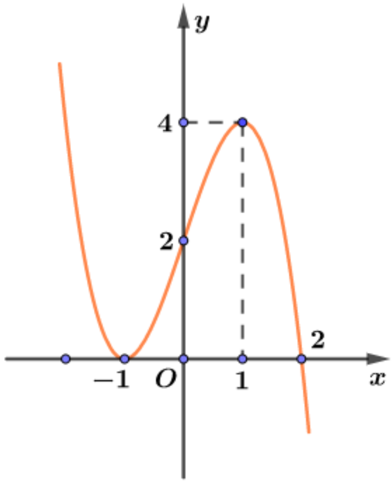
Câu 45. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a. Hình chiếu vuông góc của điểm A' trên mặt phẳng $\left(ABC\right)$ trùng với tâm của tam giác ABC. Cạnh bên AA' tạo với mặt phẳng $\left(ABC\right)$ một góc $30°$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{36}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Câu 46. Ông B dự định dung hết $6\,m^2$ kính để làm một bể cá có dạng hình hợp chữ nhật không nắp, chiều dài gấp đôi chiều rộng (các mối ghép có không đáng kể). Bể cá có dung tích lớn nhất bằng bao nhiêu (*kết quả làm tròn đến hang phần trăm*).

A. $1,30m^3$. **B.** $1,03m^3$. **C.** $1,50m^3$. **D.** $1,33m^3$.

Câu 47. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Hàm số $y=f'\left(x\right)$ có đồ thị như hình bên.



Điểm cực đại của hàm số $g\left(x\right)=f\left(1-2x\right)$ là

A. $x=-\dfrac{1}{2}$. **B.** $x=1$. **C.** $x=-1$. **D.** $x=4$.

Câu 48. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng xét dấu của $f'\left(x\right)$ như sau:

x	$-\infty$		-3		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

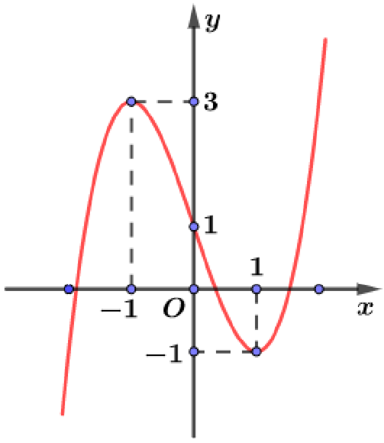
Hàm số $y=f\left(3x-2\right)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(4;5)$. **B.** $(-\infty;-3)$. **C.** $(\dfrac{1}{3};1)$. **D.** $(0;1)$.

Câu 49. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B. Gọi M là trung điểm của AA', N là điểm nằm trên cạnh BB' sao cho $BN=2B'N$. Biết $AB=\dfrac{a}{2}$, $AA'=4a$. Thể tích khối đa diện $ABCMNC'$ bằng

A. $\dfrac{7}{18}a^3$. **B.** $\dfrac{13}{36}a^3$. **C.** $\dfrac{7}{24}a^3$. **D.** $\dfrac{1}{3}a^3$.

Câu 50. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Số nghiệm thực của phương trình $f(x^2+2x)=0$ là



A. **4.** **B.** 5. **C.** 3. **D.** 2.

---------- HẾT ----------

ĐÁP ÁN

1.C	2.A	3.A	4.D	5.A	6.C	7.A	8.B	9.B	10.A
11.B	12.B	13.B	14.C	15.D	16.B	17.D	18.B	19.B	20.D
21.C	22.C	23.D	24.C	25.D	26.B	27.D	28.B	29.A	30.C
31.C	32.A	33.D	34.A	35.B	36.C	37.A	38.A	39.D	40.C
41.A	42.D	43.C	44.A	45.D	46.D	47.A	48.A	49.B	50.A

GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Cho hàm số $y=x^4-4x^2+3$. Điểm nào dưới đây **không** thuộc đồ thị hàm số đã cho?

A. $(0;3)$. **B.** $(-1;0)$. **C.** $(-2;-3)$. **D.** $(2;3)$.

Lời giải

Cách 1:

Thay tọa độ điểm $(0;3)$ vào hàm số $y=x^4-4x^2+3$ ta được $3=0^4-4.0^2+3$ (đúng).

$\Rightarrow$ Điểm $(0;3)$ thuộc đồ thị hàm số đã cho nên loại phương án A.

Thay tọa độ điểm $(-1;0)$ vào hàm số $y=x^4-4x^2+3$ ta được $0=(-1)^4-4.(-1)^2+3 \Leftrightarrow 3=3$ (đúng).

$\Rightarrow$ Điểm $(-1;0)$ thuộc đồ thị hàm số đã cho nên loại phương án B.

Thay tọa độ điểm $(-2;-3)$ vào hàm số $y=x^4-4x^2+3$ ta được $-3=(-2)^4-4.(-2)^2+3 \Leftrightarrow -3=3$ (vô lý).

$\Rightarrow$ Điểm $(-2;-3)$ **không** thuộc đồ thị hàm số đã cho nên chọn phương án C.

Thay tọa độ điểm $(2;3)$ vào hàm số $y=x^4-4x^2+3$ ta được $3=2^4-4.2^2+3 \Leftrightarrow 3=3$ (đúng).

$\Rightarrow$ Điểm $(2;3)$ thuộc đồ thị hàm số đã cho nên loại phương án D.

Cách 2:

Nhập máy tính cầm tay biểu thức X^4-4X^2+3 sau đó,

CALC $X=0 \Rightarrow$ kết quả $3 \Rightarrow$ loại phương án A.

CALC $X=-1 \Rightarrow$ kết quả $0 \Rightarrow$ loại phương án B.

CALC $X=-2 \Rightarrow$ kết quả $3 \neq -3 \Rightarrow$ chọn phương án C.

CALC $X=2 \Rightarrow$ kết quả $3 \Rightarrow$ loại phương án D.

Câu 2. Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+3}{x+1}$ với trục tung là

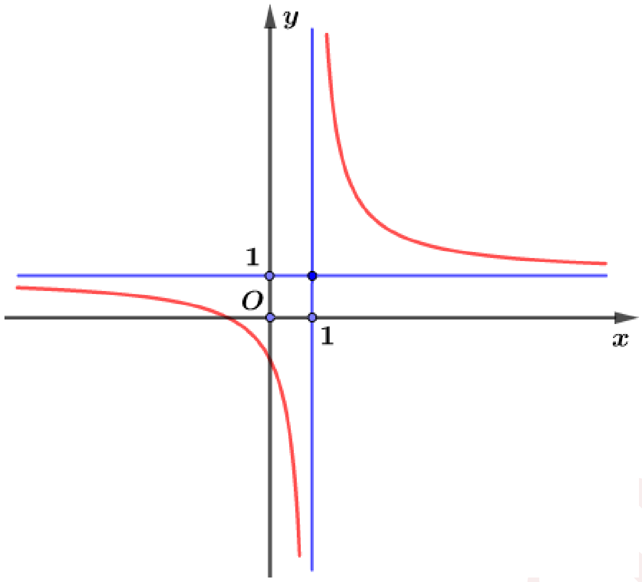
A. $(0;3)$. **B.** $(3;1)$. **C.** $(-3;0)$. **D.** $(0;-1)$.

Lời giải

Ta có $y(0)=3$.

$\Rightarrow$ Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+3}{x+1}$ với trục tung là điểm $(0;3)$.

Câu 3. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên:



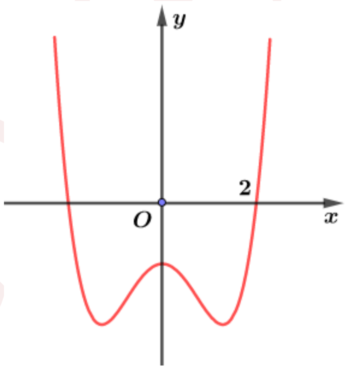
A. $y=\dfrac{x+1}{x-1}$. **B.** $y=x^4+x^2+1$. **C.** $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$. **D.** $y=x^3-3x-1$.

Lời giải

Hàm số có đồ thị như hình vẽ là hàm số có dạng $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$. Loại đáp án B và D.

Hàm số có tiệm cận đứng $x=1$ và tiệm cận ngang $y=1$. Đáp án đúng là A.

Câu 4. Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c\ (a,b,c\in\mathbb{R})$ có đồ thị như hình bên dưới. Mệnh đề nào sau đây **sai**?



A. $a>0$. **B.** $a+b+c<0$. **C.** $c<0$. **D.** $b>0$.

Lời giải

Đồ thị hàm số có nhánh ngoài cùng đi lên $\Rightarrow a>0$.
Đồ thị hàm số có 3 cực trị vậy a và b trái dấu $\Rightarrow b<0$.
Điểm giao của đồ thị hàm số với trục Oy nằm ở phía dưới trục $Ox \Rightarrow c<0$.
Quan sát đồ thị $f(1)=a+b+c<0$.

Câu 5. Cho hàm số $y=x^3-3x+2$. Tích giá trị cực đại và giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. 0. **B.** -1. **C.** 1. **D.** 4.

Lời giải

Ta có, $y'=3x^2-3$

$$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\Rightarrow y=0\\x=-1\Rightarrow y=4\end{array}\right..$$

Vậy $y_{CD}.y_{CT}=0$.

Câu 6. Cho khối chóp có diện tích đáy $B=5$ và chiều cao $h=6$. Thể tích khối chóp đã cho bằng

A. 11. **B.** 30. **C.** 10. **D.** 15.

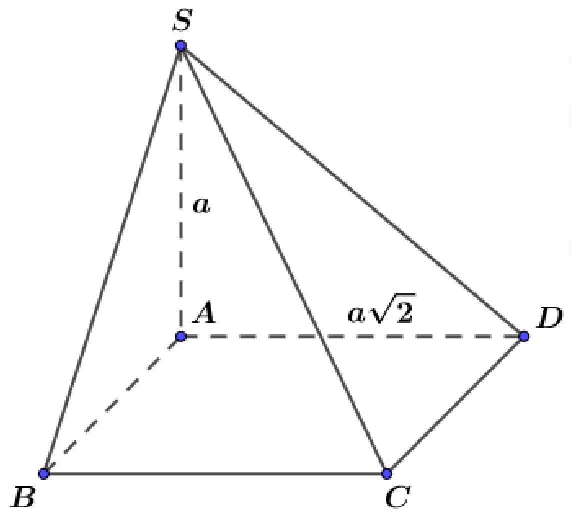
Lời giải

Ta có $V=\frac{1}{3}Bh=\frac{1}{3}.5.6=10$ (đvtt).

Câu 7. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB=a$, $AD=a\sqrt{2}$; cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=3a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $a^3\sqrt{2}$. **B.** $3a^3\sqrt{2}$. **C.** $\frac{1}{3}a^3\sqrt{2}$. **D.** $2a^3\sqrt{2}$.

Lời giải



Thể tích của khối chóp đã cho là $V=\frac{1}{3}B.h=\frac{1}{3}a\sqrt{2}.a.3a=a^3\sqrt{2}$.

Câu 8. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	5	$\searrow$	$-\infty$

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

A. 1. **B.** 5. **C.** 0. **D.** 2.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên ta có giá trị cực đại của hàm số bằng 5.

Câu 9. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^4-2x^2+2$ và đồ thị hàm số $y=-x^2+4$ là

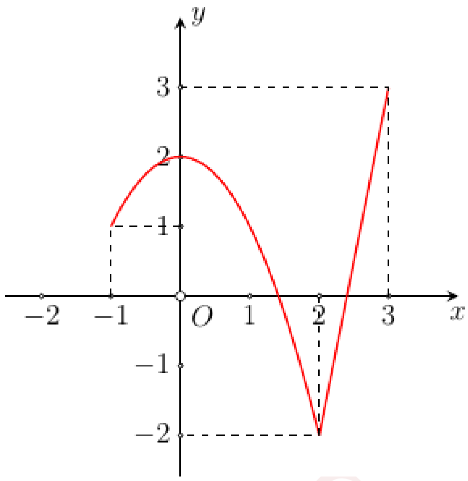
A. 1. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 0.

Lời giải

Xét phương trình hoành độ giao điểm: $x^4-2x^2+2=-x^2+4 \Leftrightarrow x^4-x^2-2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\sqrt{2} \\ x=-\sqrt{2} \end{array}\right.$.

Suy ra số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^4-2x^2+2$ và đồ thị hàm số $y=-x^2+4$ là 2.

Câu 10. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên đoạn $\left[-1;3\right]$ và có đồ thị như hình vẽ. Giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên đoạn $\left[-1;3\right]$ bằng



A. 3. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

Lời giải

Xét hàm số $y=f\left(x\right)$ trên đoạn $\left[-1;3\right]$. Dựa vào đồ thị ta có $\max\limits_{\left[-1;3\right]} f\left(x\right)=f\left(3\right)=3$.

Câu 11. Cho khối hộp chữ nhật có ba kích thước 2; 6; 7. Thể tích của khối hộp đã cho bằng

A. 28. **B.** 84. **C.** 15. **D.** 14.

Lời giải

Thể tích khối hộp chữ nhật có ba kích thước a, b, c được tính bằng công thức: $V=abc$.

Áp dụng công thức trên ta được: $V=2.6.7=84$.

Câu 12. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{x-2}$ là

A. $x=\dfrac{1}{2}$. **B.** $x=2$. **C.** $x=-2$. **D.** $x=1$.

Lời giải

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\left\{2\right\}$.

Ta có: $\lim\limits_{x\to 2^+} y=\lim\limits_{x\to 2^+}\dfrac{x-1}{x-2}=+\infty$ và $\lim\limits_{x\to 2^-} y=\lim\limits_{x\to 2^-}\dfrac{x-1}{x-2}=-\infty$

Vậy đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận đứng là $x=2$.

Câu 13. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ xác định, liên tục trên đoạn $\left[0;5\right]$ và có bảng biến thiên như sau:

x	0		1		3		5
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	-4	$\nearrow$	0	$\searrow$	-4	$\nearrow$	16

Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[0;5]$

A. 0. **B.** -4. **C.** 3. **D.** 16.

Lời giải

Từ bảng biến thiên ta có giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[0;5]$ bằng -4 tại $x=0$.

Câu 14. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
y'		$-$	$\|\|$	$-$	0	$+$	
y	0	$\searrow$	-4 $\|\|$ $+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	3

Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là:

A. $x=3$. **B.** $x=-4$. **C.** $x=0$. **D.** $x=-3$.

Lời giải

Từ bảng biến thiên ta có: $\lim\limits_{x\to 0^+} y=+\infty$. Vì vậy tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là: $x=0$.

Câu 15. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$+$	$\|\|$	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	0	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 0. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Từ bảng biến thiên ta thấy:

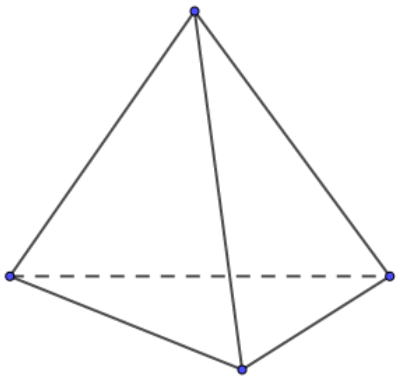
Hàm số có tập xác định $D=\mathbb{R}$ và $x=0\in D, x=1\in D$.

y' đổi dấu từ dương sang âm khi x đi qua $x=0$ theo chiều tăng của x nên hàm số đạt cực đại tại $x=0$.

y' đổi dấu từ âm sang dương khi x đi qua $x=1$ theo chiều tăng của x nên hàm số đạt cực tiểu tại $x=1$.

Vậy hàm số có hai điểm cực trị.

Câu 16. Khối tứ diện đều là khối đa diện đều loại nào?



A. Loại $\{3;5\}$.   **B.** Loại $\{3;3\}$.   **C.** Loại $\{4;3\}$.   **D.** Loại $\{3;4\}$.

Lời giải

Khối tứ diện đều là khối đa diện đều thỏa mãn:

Mỗi mặt là đa giác đều 3 cạnh, mỗi đỉnh là đỉnh chung của đúng 3 mặt.

Vậy khối tứ diện đều là khối đa diện đều loại $\{3;3\}$.

Câu 17. Cho khối lăng trụ tứ giác đều có cạnh đáy bằng $\sqrt{6}$, độ dài cạnh bên bằng 9. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $9\sqrt{6}$.   **B.** 18.   **C.** $\frac{27\sqrt{3}}{2}$.   **D.** 54.

Lời giải

Thể tích khối lăng trụ đã cho là $V=\left(\sqrt{6}\right)^2.9=54$ (đvtt).

Câu 18. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

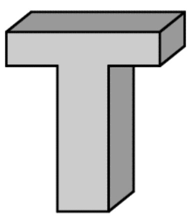
Điểm cực đại của hàm số đã cho là

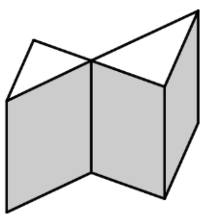
A. $x=-2$.   **B.** $x=1$.   **C.** $x=3$.   **D.** $x=2$.

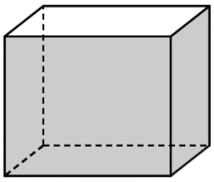
Lời giải

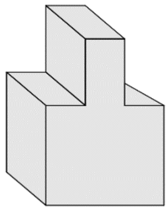
Dựa vào bảng biến thiên ta thấy điểm cực đại của hàm số là $x=1$.

Câu 19. Hình nào dưới đây **không** phải khối đa diện?

A. 

B 

C. 

D. 

Lời giải

Hình ở đáp án B không phải là hình đa diện vì tồn tại một cạnh là cạnh chung của bốn đa giác.

Câu 20. Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x+9}-3}{x^2+x}$ là

A. 3. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

Lời giải

Tập xác định: $D=[-9;+\infty)\backslash\{0;-1\}$.

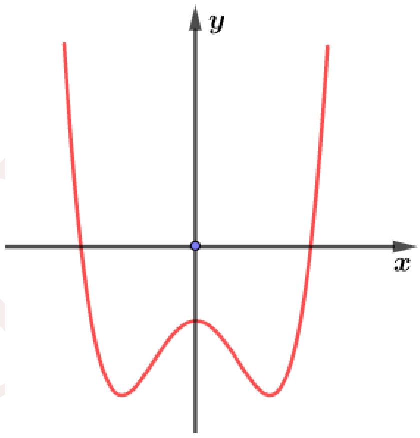
Ta có:

$\lim\limits_{x\to0^+}\left(\dfrac{\sqrt{x+9}-3}{x^2+x}\right)=\dfrac{1}{6}$; $\lim\limits_{x\to0^-}\left(\dfrac{\sqrt{x+9}-3}{x^2+x}\right)=\dfrac{1}{6}$.

$\lim\limits_{x\to(-1)^+}\left(\dfrac{\sqrt{x+9}-3}{x^2+x}\right)=+\infty$. Suy ra $x=-1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị hàm số có một đường tiệm cận đứng là $x=-1$.

Câu 21. Đồ thị của hàm số nào có dạng như đường cong trong hình dưới đây ?

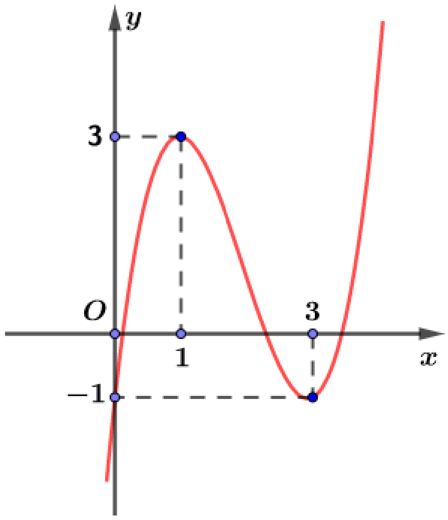


A. $y=-x^3+3x^2-2$. **B.** $y=x^3-3x^2-2$. **C.** $y=x^4-2x^2-2$. **D.** $y=-x^4+2x^2-2$.

Lời giải

Đồ thị đã cho là đồ thị của hàm số bậc 4 trùng phương và có hệ số $a>0$ nên đáp án đúng là đáp án C.

Câu 22. Đồ thị của hàm số nào có dạng như đường cong trong hình dưới đây ?



A. $y = x^4 - 6x^2 - 1$.
B. $y = x^3 - 6x^2 + 9x + 1$.
C. $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 1$.
D. $y = -x^4 + 6x^2 - 1$.

Lời giải

Đồ thị đã cho là đồ thị của hàm số đa thức bậc 3, cắt trục Oy tại điểm có $(0;-1)$ nên đáp án đúng là đáp án **C**.

Câu 23. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu đạo hàm như sau

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	$\|$	$-$	0	$+$	

Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

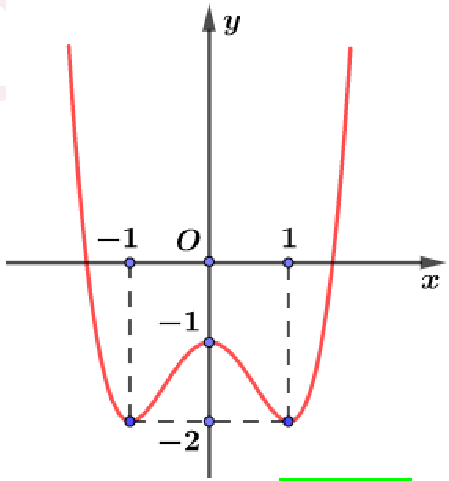
A. $x = -2$.
B. $x = -1$.
C. $x = 0$.
D. $x = 2$.

Lời giải

Ta thấy y' đổi dấu từ âm sang dương khi x đi qua $x = 2$ nên điểm cực tiểu của hàm số là $x = 2$

Câu 24. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên .

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây ?

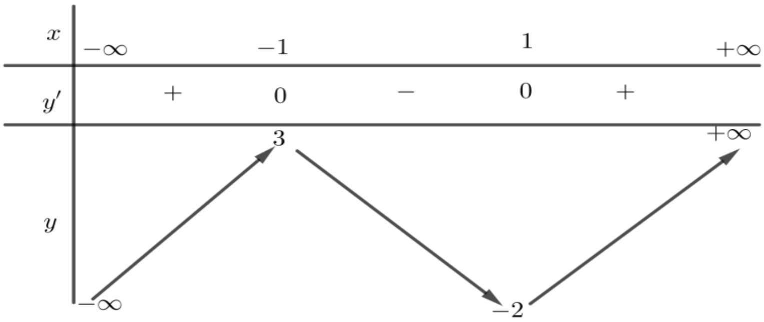


A. $(-\infty;-1)$.
B. $(-1;1)$.
C. $(-1;0)$.
D. $(0;1)$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị, ta thấy hàm số đồng biến trên $(-1;0)$.

Câu 25. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



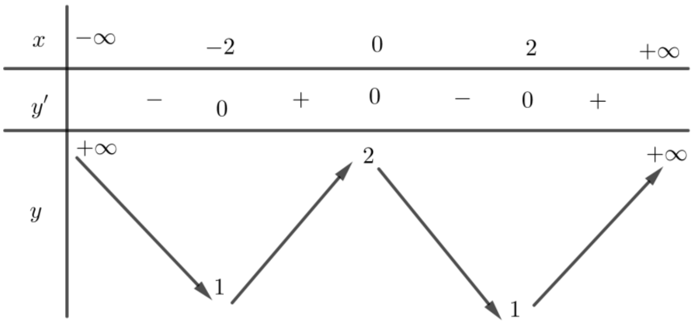
Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1;1)$. **B.** $(-1;+\infty)$. **C.** $(-\infty;1)$. **D.** $(1;+\infty)$.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên thì hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(1;+\infty)$.

Câu 26. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(2;+\infty)$. **B.** $(0;2)$. **C.** $(-2;0)$. **D.** $(0;+\infty)$.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên thì hàm số đã cho nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;-2)$ và $(0;2)$.

Câu 27. Thể tích khối chóp có diện tích đáy B và chiều cao h là

A. $V=\frac{1}{2}Bh$. **B.** $V=3Bh$. **C.** $V=Bh$. **D.** $V=\frac{1}{3}Bh$.

Lời giải

Thể tích khối chóp là $V=\frac{1}{3}Bh$.

Câu 28. Cho hàm số $y=x^3-3x^2$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0;+\infty)$. **B.** $(0;2)$. **C.** $(-\infty;0)$. **D.** $(2;+\infty)$.

Lời giải

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

Ta có: $y'=3x^2-6x$.

Cho $y'=0 \Leftrightarrow 3x^2-6x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2 \end{array}\right.$.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	

Từ bảng xét dấu ta thấy hàm số nghịch biến trên $(0;2)$.

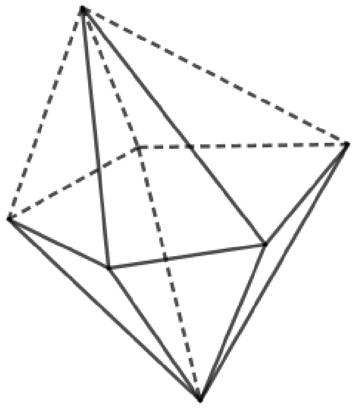
Câu 29. Hình chóp tứ giác đều có đáy là

A. Hình vuông. **B.** Hình chữ nhật. **C.** Hình bình hành. **D.** Tam giác đều.

Lời giải

Hình chóp tứ giác đều có đáy là hình vuông.

Câu 30. Hình đa diện trong hình vẽ bên có bao nhiêu mặt?



A. 12. **B.** 8. **C.** 10. **D.** 6.

Lời giải

Hình đa diện trong hình vẽ bên có 10 mặt.

Câu 31. Cho hàm số $y = x^2 - 2x + 3$. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây ?

A. $(0;3)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $(4;+\infty)$. **D.** $(-\infty;1)$.

Lời giải

$y = x^2 - 2x + 3 \Rightarrow y' = 2x - 2.$

$y' \geq 0 \Leftrightarrow 2x - 2 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 1.$

Vậy hàm số đồng biến trên $[1;+\infty)$. Suy ra chọn đáp án C.

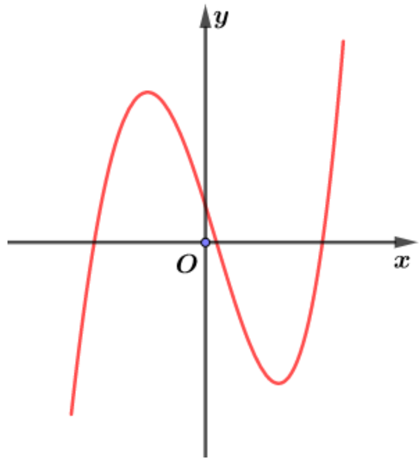
Câu 32. Số cạnh của khối bát diện đều là

A. 12. **B.** 10. **C.** 6. **D.** 20.

Lời giải

Số cạnh của khối bát diện đều là 12. Vậy ta chọn đáp án A.

Câu 33. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ $(a,b,c,d \in \mathbb{R})$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là



A. 3. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Dựa vào đồ thị hàm số đã cho thì hàm số có 2 điểm cực trị.

Câu 34. Khối lập phương có cạnh bằng 2 có thể tích bằng

A. 8. **B.** 6. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

Thể tích của khối lập phương có cạnh bằng 2 là: $V = 2^3 = 8$.

Câu 35. Đồ thị của hàm số nào trong các hàm số dưới đây có tiệm cận đứng ?

A. $y = \dfrac{1}{x^4 + 1}$. **B.** $y = \dfrac{1}{\sqrt{x}}$. **C.** $y = \dfrac{1}{x^2 + x + 1}$. **D.** $y = \dfrac{1}{x^2 + 1}$.

Lời giải

Xét hàm số $y = \dfrac{1}{\sqrt{x}}$, ta có:

Tập xác định $D = (0; +\infty)$.

$\lim\limits_{x \to 0^+} \dfrac{1}{\sqrt{x}} = +\infty$, suy ra đồ thị của hàm số trên có tiệm cận đứng là $x = 0$. Chọn B.

Câu 36. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$?

A. $y = 2x^3 - 5x + 1$. **B.** $y = x^4 + 3x^2$.

C. $y = 3x^3 + 3x - 2$. **D.** $y = \dfrac{x-2}{x+1}$.

Lời giải

Xét hàm số $y = 3x^3 + 3x - 2$, ta có:

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

$y' = 9x^2 + 3 > 0, \forall x \in (-\infty; +\infty)$

Suy ra hàm số trên đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$. Chọn C.

Câu 37. Cho khối chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng 5, chiều cao của khối chóp bằng $5\sqrt{3}$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $\dfrac{125}{4}$. **B.** $\dfrac{375}{4}$. **C.** $\dfrac{125\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\dfrac{375}{2}$.

Lời giải

Ta có: $V=\frac{1}{3}.\frac{25\sqrt{3}}{4}.5\sqrt{3}=\frac{125}{4}$

Câu 38. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0			1		$+\infty$
y'		$-$	$\|\|$		$-$	0	$+$	
y	2	$\searrow$	$-4\ \|\|\ +\infty$		$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

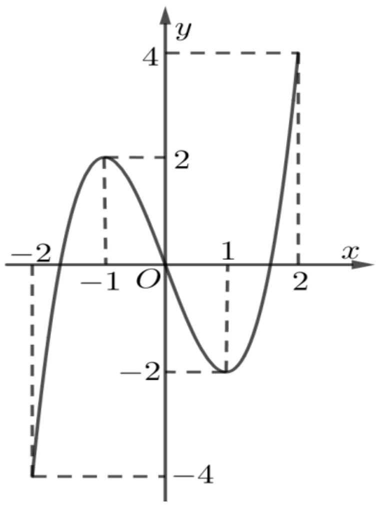
A. $y=2$. **B.** $y=-2$. **C.** $y=-4$. **D.** $y=0$.

Lời giải

Từ BBT, ta thấy $\lim\limits_{x\to-\infty}y=2$; $\lim\limits_{x\to+\infty}y=+\infty$

Vậy đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y=2$.

Câu 39. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên đoạn $\left[-2;2\right]$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên.



Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

A. $x=2$. **B.** $x=-2$. **C.** $x=-1$. **D.** $x=1$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị, ta thấy điểm cực tiểu của hàm số đã cho là $x=1$.

Câu 40. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^4-2x^2+2$ trên đoạn $\left[0;2\right]$. Giá trị của $M-m$ bằng

A. 1. **B.** 8. **C.** 9. **D.** 11.

Lời giải

Hàm số xác định và liên tục trên đoạn $\left[0;2\right]$.

Ta có $y'=4x^3-4x$.

$$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\notin\left(0;2\right)\\x=0\notin\left(0;2\right)\\x=1\in\left(0;2\right)\end{array}\right.$$

$y\left(0\right)=2; y\left(1\right)=1; y\left(2\right)=10$.

Do đó $M=\max\limits_{x\in[0;2]} y=10$ và $m=\min\limits_{x\in[0;2]} y=1$.

$M-m=9$.

Câu 41. Gọi m_0 là giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-mx^2+(m^2-4)x+3$ đạt cực đại tại $x=3$. Hỏi m_0 thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $(4;10)$. **B.** $(0;5)$. **C.** $(-5;0)$. **D.** $(-\infty;-5)$.

Lời giải

TXĐ: $D=R$

Ta có:

$y'=x^2-2mx+m^2-4$

$y''=2x-2m$

Để $x=3$ là điểm cực đại của hàm số $\Leftrightarrow \begin{cases} y'(3)=0 \\ y''(3)<0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 3^2-2.m.3+m^2-4=0 \\ 2.3-2m<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2-6m+5=0 \\ m>3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=5 \end{array}\right. \\ m>3 \end{cases} \Leftrightarrow m=5.$

Vậy $m\in(4;10)$.

Câu 42. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=\frac{x-m^2+m}{x+1}$ trên đoạn $[0;3]$ bằng $\frac{1}{4}$. Tổng tất cả các phần tử của S bằng

A. -1. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** -2. **D.** 1.

Lời giải

TXĐ: $D=R\setminus\{-1\}$

Ta có: $f'(x)=\frac{1-(-m^2+m)}{(x+1)^2}=\frac{m^2-m+1}{(x+1)^2}>0\,\forall m\in R$.

$\Rightarrow$ Hàm số $f(x)=\frac{x-m^2+m}{x+1}$ đồng biến trên đoạn $[0;3]$.

$\Rightarrow \max\limits_{[0;3]} f(x)=f(3)=\frac{3-m^2+m}{3+1}=\frac{1}{4}$

$\Leftrightarrow 3-m^2+m=1$

$\Leftrightarrow m^2-m-2=0$

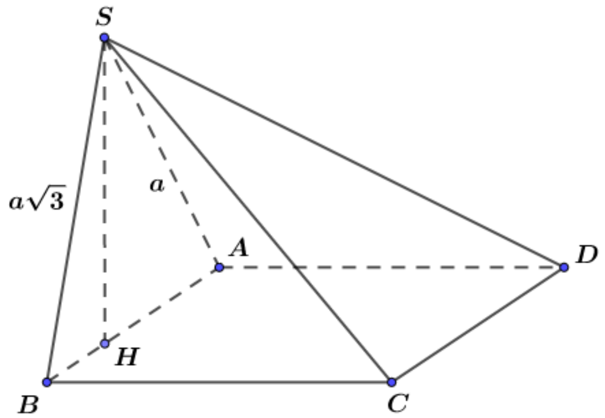
$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=-1 \\ m=2 \end{array}\right.$.

Vậy $S=-1+2=1$.

Câu 43. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông, mặt bên SAB là tam giác vuông tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết $SA=a; SB=a\sqrt{3}$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $\frac{4\sqrt{3}}{3}a^3$. **B.** $2a^3\sqrt{3}$. **C.** $\frac{2\sqrt{3}}{3}a^3$. **D.** $a^3\sqrt{3}$.

Lời giải



Gọi V là thể tích của khối chóp $S.ABCD$.

Vì $(SAB)\perp(ABCD)$ nên dựng $SH\perp AB$ thì $SH\perp(ABCD)$. Do đó $V=\frac{1}{3}SH.S_{ABCD}$.

Tam giác vuông tại S nên $AB^2=SA^2+SB^2=a^2+\left(a\sqrt{3}\right)^2=4a^2$ suy ra $S_{ABCD}=4a^2$.

Mặt khác $SH=\frac{SA.SB}{AB}=\frac{a.a\sqrt{3}}{2a}=\frac{\sqrt{3}}{2}a$.

Vậy $V=\frac{1}{3}SH.S_{ABCD}=\frac{1}{3}.\frac{\sqrt{3}}{2}a.4a^2=\frac{2\sqrt{3}}{3}a^3$.

Câu 44. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\frac{x+1}{x+3m}$ nghịch biến trong khoảng $(6;+\infty)$.

A. 3. **B.** 0. **C.** Vô số. **D.** 6.

Lời giải

Tập xác định của hàm số là: $(-\infty;-3m)\cup(-3m;+\infty)$. Ta có $y'=\frac{3m-1}{(x+3m)^2}$.

Hàm số nghịch biến trên khoảng $(6;+\infty)$ khi và chỉ khi $\begin{cases}3m-1<0\\-3m\le 6\end{cases}\Leftrightarrow -2\le m<\frac{1}{3}$.

Vì m là số nguyên nên $m\in\{-2;-1;0\}$.

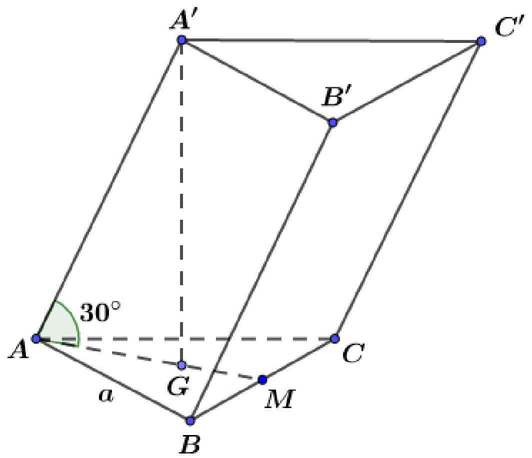
Vậy có ba giá trị nguyên của m thỏa mãn.

Câu 45. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a. Hình chiếu vuông góc của điểm A' trên mặt phẳng (ABC) trùng với tâm của tam giác ABC. Cạnh bên AA' tạo với mặt phẳng (ABC) một góc $30°$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{36}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi G là trọng tâm $\Delta ABC \Rightarrow A'G \perp (ABC)$.

$\Rightarrow (AA';(ABC)) = (AA';AG) = A'AG$.

$\Rightarrow A'AG = 30°$.

Tam giác ABC đều cạnh a, có AM là đường trung tuyến

$\Rightarrow AG = \frac{2}{3}AM = \frac{2}{3}.\frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Tam giác $AA'G$ vuông tại $G \Rightarrow A'G = AG.\tan A'AG = \frac{a\sqrt{3}}{3}.\tan 30° = \frac{a}{3}$.

$V_{A'B'C'.ABC} = A'G.S_{\Delta ABC} = \frac{a}{3}.\frac{1}{2}a.\frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3.\sqrt{3}}{12}$ (đvdt).

Câu 46. Ông B dự định dung hết $6\,m^2$ kính để làm một bể cá có dạng hình hợp chữ nhật không nắp, chiều dài gấp đôi chiều rộng (các mối ghép có không đáng kể). Bể cá có dung tích lớn nhất bằng bao nhiêu (*kết quả làm tròn đến hang phần trăm*).

A. $1,30m^3$. **B.** $1,03m^3$. **C.** $1,50m^3$. **D.** $1,33m^3$.

Lời giải

Chọn D

Gọi chiều rộng bể là $x(m)$, chiều dài bể là $2x(m)$ $x>0$. Chiều cao bể là $h(m)$

Diện tích làm kính là $6m^2$ $\Leftrightarrow$ $2x^2+4x.h+2x.h=6$ $\Leftrightarrow 2x^2+6x.h=6$ $\Leftrightarrow h=\frac{3-x^2}{3x}$

$h>0 \Rightarrow 0<x<\sqrt{3}$

Thể tích bể cá là $V=2x^2.h=\frac{2x(3-x^2)}{3}=\frac{-2x^3+6x}{3}$

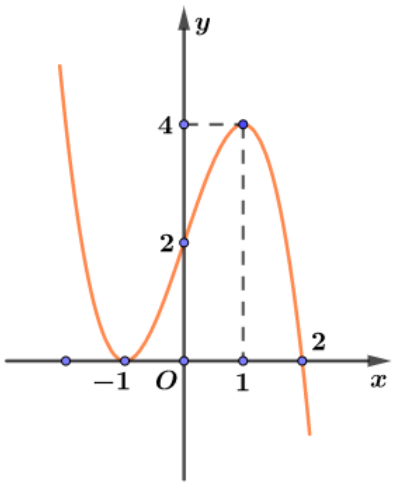
Thể tích bể lớn nhất $\Leftrightarrow f(x)=\frac{-2x^3+6x}{3}$, $x>0$ đạt giá trị lớn nhất

Ta có bảng biến thiên

x	0		1		$\sqrt{3}$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$		$\nearrow$	$\frac{4}{3}$	$\searrow$	

Dựa vào bảng biến thiên, dung tích bể cá lớn nhất là $1,33m^3$

Câu 47. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình bên.



Điểm cực đại của hàm số $g(x) = f(1-2x)$ là

A. $x = -\frac{1}{2}$. **B.** $x = 1$. **C.** $x = -1$. **D.** $x = 4$.

Lời giải

Ta có $g'(x) = (1-2x)' f'(1-2x) = -2f'(1-2x)$

Giải phương trình $g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(1-2x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 1-2x=-1 \\ 1-2x=2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-\frac{1}{2} \end{array}\right.$

Ta xét $g'(2) = -2f'(1-4) = -2f'(-3) < 0$ (do $f'(-3) > 0$).

Ta có bảng biến thiên.

x	$-\infty$		$-\frac{1}{2}$		1		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	0	$-$	

Từ bảng biến thiên ta có hàm số $g(x) = f(1-2x)$ có điểm cực đại là $x = -\frac{1}{2}$.

Câu 48. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-3		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $y = f(3x-2)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(4;5)$. **B.** $(-\infty;-3)$. **C.** $(\frac{1}{3};1)$. **D.** $(0;1)$.

Lời giải

Từ giả thiết ta có $f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-3 \\ x=-1 \\ x=1 \end{array}\right.$

Ta có $y'(x)=(3x-2)'\,f'(3x-2)=3f'(3x-2)$

Giải phương trình $y'(x)=0 \Leftrightarrow f'(3x-2)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 3x-2=-3 \\ 3x-2=-1 \\ 3x-2=1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-\frac{1}{3} \\ x=\frac{1}{3} \\ x=1 \end{array}\right.$

Ta xét $y'(2)=3f'(3.2-2)=3f'(4)>0$ (do $f'(4)>0$).

Ta có bảng biến thiên.

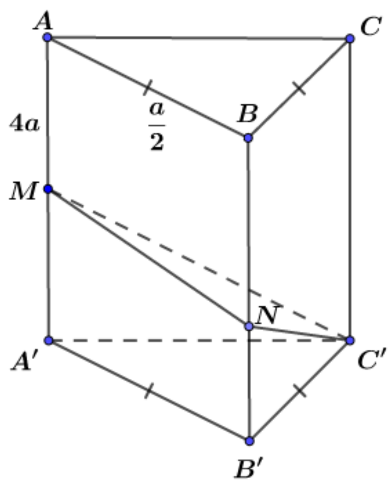
x	$-\infty$		$-\frac{1}{3}$		$\frac{1}{3}$		1		$+\infty$
$y'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Từ bảng biến thiên ta có hàm số $y=f(3x-2)$ đồng biến trên khoảng $(4;5)$.

Câu 49. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B. Gọi M là trung điểm của AA', N là điểm nằm trên cạnh BB' sao cho $BN=2B'N$. Biết $AB=\frac{a}{2}$, $AA'=4a$. Thể tích khối đa diện $ABCMNC'$ bằng

A. $\frac{7}{18}a^3$. **B.** $\frac{13}{36}a^3$. **C.** $\frac{7}{24}a^3$. **D.** $\frac{1}{3}a^3$.

Lời giải



Cách 1 (Tính trực tiếp):

Ta có: $V_{ABC.A'B'C'}=S_{\Delta ABC}.AA'=\frac{1}{2}BA.BC.AA'=\frac{1}{2}.\frac{a}{2}.\frac{a}{2}.4a=\frac{a^3}{2}$.

Xét khối chóp $C'.MNB'A'$ có: $\left\{\begin{array}{l} C'B'\perp A'B'\ (gt) \\ C'B'\perp B'N\ (gt) \end{array}\right. \Rightarrow C'B'\perp(MNB'A')$.

Hay $C'B'$ là đường cao của khối chóp $C'.MNB'A'$ và $C'B'=\frac{a}{2}$.

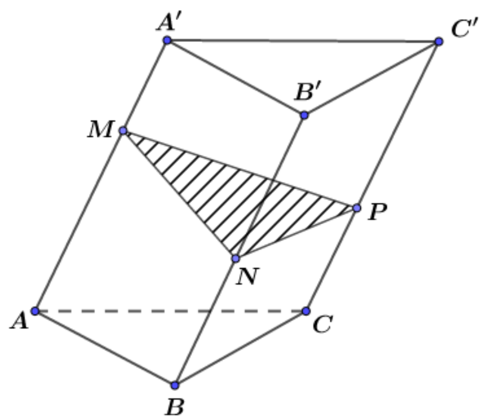
Đáy $MNB'A'$ là hình thang vuông có: $S_{MNB'A'}=\frac{(A'M+B'N).A'B'}{2}=\frac{\left(2a+\frac{4a}{3}\right).\frac{a}{2}}{2}=\frac{5a^2}{6}$.

$\Rightarrow V_{C'.MNB'A'}=\frac{1}{3}S_{MNB'A'}.C'B'=\frac{1}{3}.\frac{5a^2}{6}.\frac{a}{2}=\frac{5a^3}{36}$.

Vậy: $V_{ABCMNC'}=V_{ABC.A'B'C'}-V_{C'.MNB'A'}=\frac{a^3}{2}-\frac{5a^3}{36}=\frac{13a^3}{36}$.

Cách 2 (Dùng tỉ lệ thể tích):

Bổ sung kiến thức: Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Một mặt phẳng cắt ba cạnh của lăng trụ tại *M*, *N*, *P* như hình vẽ.



Đặt $\frac{AM}{AA'}=m;\frac{BN}{BB'}=n;\frac{CP}{CC'}=p$. Khi đó ta có tỉ số: $\frac{V_{MNP.ABC}}{V_{ABC.A'B'C'}}=\frac{m+n+p}{3}$.

Chú ý: khi $M\equiv A', P\equiv C$ thì $\frac{AM}{AA'}=1,\frac{CP}{CC'}=0$.

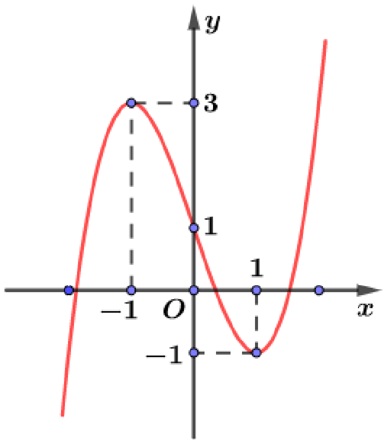
Lời giải:

Ta có: $V_{ABC.A'B'C'}=S_{\Delta ABC}.AA'=\frac{1}{2}BA.BC.AA'=\frac{1}{2}.\frac{a}{2}.\frac{a}{2}.4a=\frac{a^3}{2}$.

Áp dụng công thức tỉ lệ thể tích, ta được: $\frac{V_{ABCMNC'}}{V_{ABC.A'B'C'}}=\frac{\frac{AM}{AA'}+\frac{BN}{BB'}+1}{3}=\frac{\frac{1}{2}+\frac{2}{3}+1}{3}=\frac{13}{18}$.

$\Rightarrow V_{ABCMNC'}=\frac{13}{18}.V_{ABC.A'B'C'}=\frac{13}{18}.\frac{a^3}{2}=\frac{13a^3}{36}$.

Câu 50. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Số nghiệm thực của phương trình $f(x^2+2x)=0$ là



A. 4. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Dựa vào đồ thị hàm số $y = f(x)$, ta có:

$$f\left(x^2+2x\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{lll} x^2+2x=a_1 & (\text{với } a_1<-1) & (1) \\ x^2+2x=a_2 & (\text{với } 0<a_2<1) & (2) \\ x^2+2x=a_3 & (\text{với } a_3>1) & (3) \end{array}\right.$$

Vẽ đồ thị hàm số $y = x^2 + 2x$.

Dựa vào đồ thị hàm số $y = x^2 + 2x$, ta có:

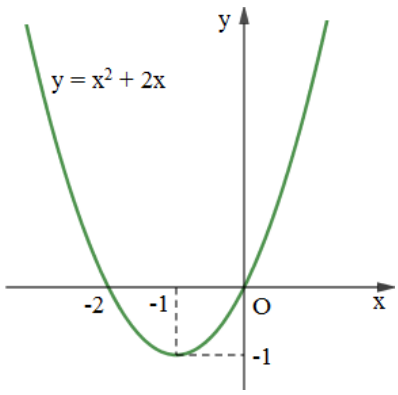
Phương trình (1) vô nghiệm.

Phương trình (2) có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2.

Phương trình (3) có hai nghiệm phân biệt x_3, x_4.

(với $x_1 \neq x_2 \neq x_3 \neq x_4$)

Vậy: Phương trình đã cho có 4 nghiệm thực.



ĐỀ 6
ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA KÌ I
Môn: TOÁN, Lớp 12
Thời gian làm bài: 90 phút, *không tính thời gian phát đề*

Câu 1. Gọi M, N là hai điểm thuộc đồ thị $(C): y=\dfrac{x-1}{x+1}$ biết $x_M<-1<x_N$. Tìm giá trị nhỏ nhất của đoạn MN?

A. $2\sqrt{2}$. **B.** 6. **C.** 4. **D.** $4\sqrt{2}$.

Câu 2. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu y' như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$+$	

Hỏi hàm số $y=f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 1.

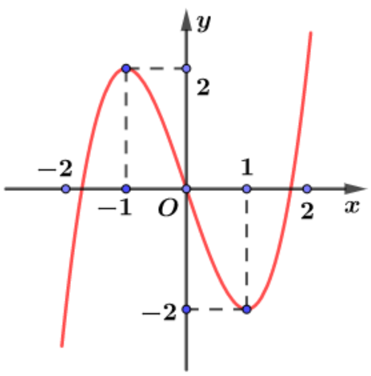
Câu 3. Thể tích khối hộp chữ nhật có 3 kích thước $1;2;3$ bằng

A. 5. **B.** 8. **C.** 6. **D.** 9.

Câu 4. Cho hàm số $y=f(x)$ biết $f'(x)=(x+2)^2(x-1)$. Số điểm cực tiểu của $g(x)=f\left(x^3-3x\right)$ là

A. 4. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 5. Đồ thị hàm số nào sau đây có dạng như hình vẽ.



A. $y=x^4-2x^2$. **B.** $y=x^3-3x^2+1$. **C.** $y=3x-x^3$. **D.** $y=x^3-3x$.

Câu 6. Cho hàm số $y=f(x)$ biết $f'(x)=x^2(1-x)^3(x-2)^5$. Hỏi hàm số $y=f(x)$ đồng biến trong khoảng nào?

A. $(-\infty;1)$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $(-\infty;+\infty)$. **D.** $(1;2)$.

Câu 7. Có bao nhiêu số nguyên m để hàm số $y=\dfrac{mx-9}{x-m}$ đồng biến trên $(1;2)$?

A. 4. **B.** 6. **C.** 7. **D.** 5.

Câu 8. Cho khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích bằng 12. Gọi O là tâm của $ABCD$. Thể tích khối chóp $O.A'B'C'D'$ bằng

A. 6. **B.** 4. **C.** 9. **D.** 5.

Câu 9. Thể tích khối lăng trụ đều có diện tích đáy bằng 4, cạnh bên có độ dài bằng 3

A. 12. **B.** 16. **C.** 4. **D.** 9.

Câu 10. Cho hình hộp chữ nhật có ba kích thước 3; 4; 5. Tính thể tích khối đa diện có 6 đỉnh là tâm của 6 của hình hộp chữ nhật bằng

A. 10. **B.** 20. **C.** 12. **D.** 15.

Câu 11. Hàm số nào sau đây chỉ có đúng một cực trị.

A. $y=x^4+x^2+1$. **B.** $y=x^3$. **C.** $y=x^3+x^2$. **D.** $y=\dfrac{x+1}{x-2}$.

Câu 12. Cho hàm số $y=x^3-3x$. Hàm số đã cho đồng biến trong khoảng nào?

A. $(-\infty;-1)$. **B.** $(-2;0)$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $(-1;1)$.

Câu 13. Thể tích khối tứ diện đều cạnh $3\sqrt{2}$ bằng

A. 9. **B.** $3\sqrt{2}$. **C.** 6. **D.** $3\sqrt{2}$.

Câu 14. Tìm tập xác định của hàm số $y=\left(4-x^2\right)^{\sqrt{2}}$.

A. $[2;+\infty)$. **B.** $(-2;2)$. **C.** $(-\infty;-2]$. **D.** $[-2;2]$.

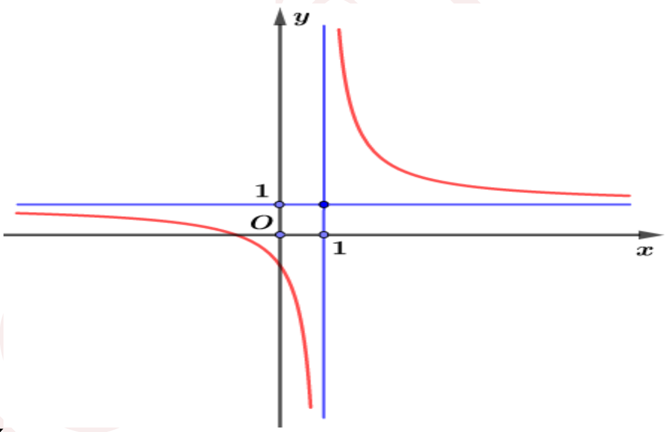
Câu 15. . Cho tứ diện $SABC$, biết $\overrightarrow{SA}=2\overrightarrow{SM};2\overrightarrow{SB}=3\overrightarrow{SN}$. Tính thể tích khối tứ diện $SMNC$ biết thể tích khối tứ diện $SABC$ bằng 9.

A. 3 **B.** 4 **C.** 2 **D.** 6

Câu 16. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$, đáy là tam giác đều cạnh a, $AA'=AB'=AC'=a$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng.

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$ **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{4}$ **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{6}$ **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{12}$

Câu 17. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình sau. Chọn mệnh đề sai.



A. Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y=1$.
B. Hàm số luôn tăng trên từng khoảng xác định.
C. Đồ thị hàm số có tâm đối xứng.
D. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=1$.

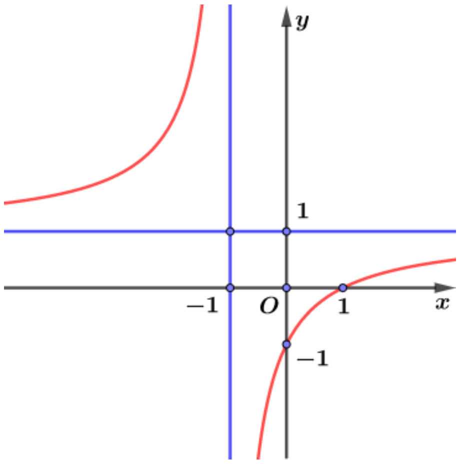
Câu 18. Cho hình chóp *S.ABCD* có *ABCD* là hình vuông cạnh *a*, ΔSAD đều và mặt phẳng *(SAD)* vuông góc với mặt phẳng *(ABC)*. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 19. Cho hàm số $y=f(x)$ biết $f'(x)=x(x-1)(x-2)$. Hỏi hàm số $y=f(|x|)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 4. **B.** 7. **C.** 6. **D.** 5.

Câu 20. Hàm số nào sau đây có đồ thị như hình vẽ



A. $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$. **B.** $y=\dfrac{x+1}{x-1}$. **C.** $y=\dfrac{x^2-x-1}{x+1}$. **D.** $y=\dfrac{x-1}{x+1}$.

Câu 21. Số tiếp tuyến kẻ từ $A(1;0)$ đến đồ thị hàm số $y=x^4-2x^2+1$ là

A. 1. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 22. Cho hàm số $f(x)$ liên tục và tăng trên $[1;2]$, $f(1)=-1, f(2)=3$. Có bao nhiêu số nguyên dương m để phương trình $f\left(\sqrt{4-x^2}\right)=m$ có nghiệm $x\in\left[-\sqrt{2};\sqrt{3}\right)$?

A. 4. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 2.

Câu 23. Cho khối chóp $S.ABC$ có thể tích bằng 12. Gọi M, N, P lần lượt thuộc cạnh SA, SB, SC sao cho $SA=2SM$, $SB=\dfrac{3}{2}SN$, $SC=4SP$. Thể tích của khối đa diện $ABCMNP$ bằng

A. 10. **B.** 11. **C.** 6. **D.** 4.

Câu 24. Cho hình hộp $ABCDA'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi $AB=a$, $\angle ABC=120^0$, A' cách đều A, B, D, $dt(ABA')=\dfrac{a^2}{4}$. Thể tích khối đa diện $BCDA'B'C'D'$?

A. $\dfrac{\sqrt{2}a^3}{4}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{2}a^3}{12}$. **C.** $\dfrac{5\sqrt{2}a^3}{24}$. **D.** $\dfrac{a^3}{24}$.

Câu 25. Thể tích khối đa diện đều loại {3; 4} có độ dài cạnh bằng $\sqrt{3}$ là

A. $\sqrt{6}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{6}}{2}$. **C.** $\sqrt{3}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$.

Câu 26. Cho $(P): y=x^2$ và điểm $A(3;\ 0)$, $M\in(P)$. AM đạt giá trị nhỏ nhất bằng

A. $\sqrt{3}$. **B.** $\sqrt{5}$. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 27. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích V_1. Gọi O_1,O_2,O_3,O_4 lần lượt là tâm các mặt bên $ABB'A, BCC'B', CDD'C', DAA'D'$. Gọi V_2 là thể tích khối đa diện $ABCD.O_1O_2O_3O_4$. Tỉ số $\dfrac{V_1}{V_2}$ bằng

A. $\dfrac{13}{5}$. **B.** $\dfrac{6}{11}$. **C.** $\dfrac{11}{6}$. **D.** $\dfrac{12}{5}$.

Câu 28. Có bao nhiêu số nguyên $m\in(-2020;2020)$ để đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x-m}}{x-1}$ có tiệm cận đứng ?

A. 2019. **B.** 2020. **C.** 2022. **D.** 2021.

Câu 29. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB=2$, $CD=3$, góc giữa AB và CD bằng 30°, thể tích khối tứ diện $ABCD$ bằng 2. Khoảng cách giữa AB và CD bằng

A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 5.

Câu 30. Cho $y=\left(x^2+x+1\right)^{\pi}$. Tính $y'(1)$ bằng

A. $\pi 3^{\pi-1}$. **B.** $\pi 3^{\pi+1}$. **C.** $\pi 3^{\pi}$. **D.** 3^{π}.

Câu 31. Đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1}{1-x}$ có tiệm cận ngang là

A. $x=-2.$ **B.** $x=1.$ **C.** $y=-2.$ **D.** $y=2.$

Câu 32. Thể tích của khối chóp có diện tích đáy bằng 3 và chiều cao bằng 4 là

A. 12. **B.** 4. **C.** 36. **D.** 8.

Câu 33. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên. Số điểm cực trị của $y=|f(x)|$ là

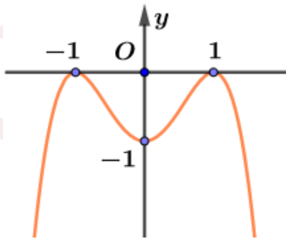
x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	1	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

A. 5. **B.** 6. **C.** 4. **D.** 7.

Câu 34. Khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ biết diện tích $(ABCD)$ bằng 9, chiều cao $SO=4$. Gọi S' là trung điểm của SO. Tính thể tích khối chóp $S'.ABCD$ bằng

A. 6. **B.** 12. **C.** 3. **D.** 18.

Câu 35. Hàm số nào sau đây có đồ thị như hình vẽ.



A. $y=x^4-2x^2-1$. **B.** $y=x^3-3x-1$. **C.** $y=-x^4+2x^2-1$. **D.** $y=-x^4+2x-1$.

Câu 36. Cho hàm số $y=f(x)$ có $\min\limits_{[-1;1]} f(x)=5$ tại $x=1$. Bất phương trình $f(x)+\sqrt{1-x}+\sqrt{5-x}\le m$ có nghiệm $x\in[-1;1]$ khi m thoả mãn:

A. $m\le 7$. **B.** $m<7$. **C.** $m>7$. **D.** $m\ge 7$.

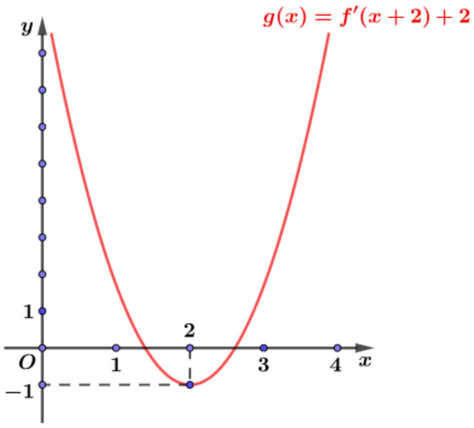
Câu 37. Giá trị lớn nhất của hàm số $y=\sqrt{9-x^2}$ bằng

A. 9. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 2.

Câu 38. Thể tích của khối đa diện đều loại $\{4;3\}$, biết diện tích một mặt bằng 9 là

A. 18. **B.** 8. **C.** 64. **D.** 27.

Câu 39. Cho hàm số $y=f(x)$. Biết đồ thị $g(x)=f'(x+2)+2$ hình vẽ bên. Hỏi hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trong khoảng nào?



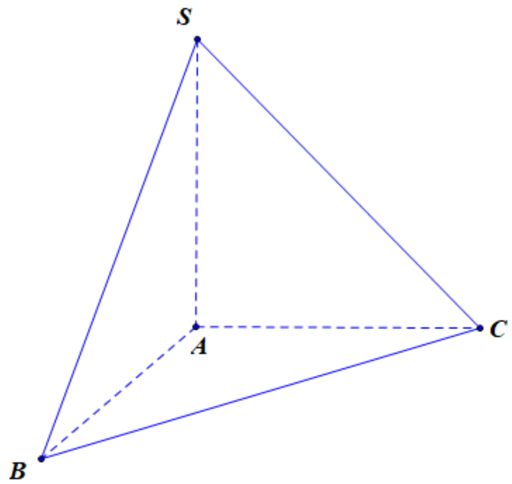
A. $(-\infty;3)$. **B.** $(3;5)$. **C.** $(-1;1)$. **D.** $(5;+\infty)$.

Câu 40. Cho hàm số $y = ax^4 + 2bx^2 + c$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Tính $a+b+c$ bằng

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	-4	↗	-3	↘	-4	↗	$+\infty$

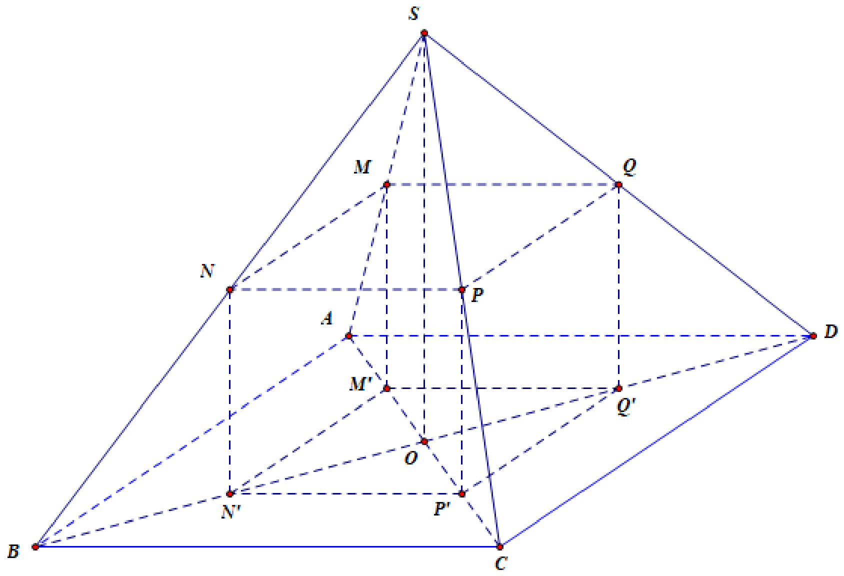
A. 3. **B.** 2. **C.** -3. **D.** -2.

Câu 41. Cho hình chóp $S.ABC$ có chiều cao $SA = 3a$, đáy ΔABC vuông tại A, $AB = a, AC = 2a$. Thể tích của nó bằng



A. a^3. **B.** $\dfrac{a^3}{3}$. **C.** $3a^3$. **D.** $2a^3$.

Câu 42. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tâm đáy là O. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của SA, SB, SC, SD. Hình hộp có đáy là $MNPQ$, đáy kia là $M'N'P'Q'$ với M' là trung điểm của AO. Gọi V_1 là thể tích khối chóp $S.ABCD$, V_2 là thể tích khối hộp $MNPQ.M'N'P'Q'$. Tính tỉ số $\dfrac{V_1}{V_2}$



A. $\frac{5}{8}$. **B.** $\frac{8}{5}$. **C.** $\frac{8}{3}$. **D.** $\frac{3}{8}$.

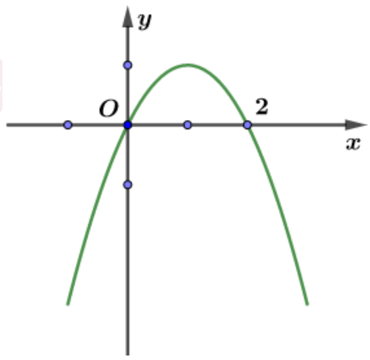
Câu 43. Gọi M,n lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^3-3x+3$ trên $[0;2]$. Tính $M+n$ bằng

A. 5. **B.** 4. **C.** 8. **D.** 6.

Câu 44. Đồ thị hàm số $y=\frac{1}{x-1}$ có tiệm cận đứng là

A. $y=0$. **B.** $x=1$. **C.** $x=0$. **D.** $y=1$.

Câu 45. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, $f(0)=-1; f(2)=1; \lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=+\infty; \lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-\infty$. Biết đồ thị $y=f'(x)$ hình vẽ. Có bao nhiêu số nguyên m để phương trình $f(x)=m$ có 3 nghiệm phân biệt?



A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 46. Có bao nhiêu số nguyên m để hàm số $y=|x^3-3x-m|$ có giá trị nhỏ nhất trên $[0;1]$ là nhỏ nhất.

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 47. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên sau.Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào?

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	0	$\nearrow$	1	$\searrow$	$-\infty$

A. $(0;+\infty)$. **B.** $(-\infty;0)$. **C.** $(-1;0)$. **D.** $(-1;1)$.

Câu 48. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có $AB=a$, cạnh bên tạo với đáy một góc $60°$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{12}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

Câu 49. Cho hàm số $y=x^4-2x^2$. Hàm số cực đại tại x bằng

A. 1. **B.** 2. **C.** -1. **D.** 0.

Câu 50. Cho hình chóp đều $S.ABC$ có $AB=2\sqrt{3}$, mặt bên tạo với đáy một góc 45^0. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $2\sqrt{3}$. **B.** $4\sqrt{3}$. **C.** $8\sqrt{3}$. **D.** $\sqrt{3}$.

---------- HẾT ----------

ĐÁP ÁN

1.C	2.D	3.C	4.D	5.D	6.D	7.D	8.B	9.A	10.A
11.A	12.A	13.A	14.B	15.A	16.B	17.B	18.C	19.D	20.D
21.D	22.B	23.B	24.C	25.A	26.B	27.D	28.D	29.A	30.C
31.C	32.B	33.B	34.A	35.C	36.D	37.B	38.D	39.B	40.C
41.A	42.C	43.D	44.B	45.B	46.A	47.C	48.C	49.D	50.D

GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Gọi M, N là hai điểm thuộc đồ thị $(C): y=\dfrac{x-1}{x+1}$ biết $x_M<-1<x_N$. Tìm giá trị nhỏ nhất của đoạn MN?

A. $2\sqrt{2}$. **B.** 6. **C.** 4. **D.** $4\sqrt{2}$.

Lời giải

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.

Vì $\lim\limits_{x\to(-1)^+} y=\lim\limits_{x\to(-1)^+}\dfrac{x-1}{x+1}=-\infty$ và $\lim\limits_{x\to(-1)^-} y=\lim\limits_{x\to(-1)^-}\dfrac{x-1}{x+1}=+\infty$ nên đồ thị (C) có tiệm cận đứng là $x=-1$.

Do $x_M<-1<x_N$ nên M, N là hai điểm nằm trên hai nhánh của đồ thị (C).

Ta có: $y=\dfrac{x-1}{x+1}=1-\dfrac{2}{x+1}$ và $M\left(x_M;1-\dfrac{2}{x_M+1}\right)$, $N\left(x_N;1-\dfrac{2}{x_N+1}\right)$.

Đặt $a=x_N+1$, $b=-1-x_M$ thì $a>0$, $b>0$ và $M\left(-b-1;1+\dfrac{2}{b}\right)$, $N\left(a-1;1-\dfrac{2}{a}\right)$.

Khi đó: $MN=\sqrt{(a+b)^2+\left(\dfrac{2}{a}+\dfrac{2}{b}\right)^2}=\sqrt{\left(a^2+\dfrac{4}{a^2}\right)+\left(2ab+\dfrac{8}{ab}\right)+\left(b^2+\dfrac{4}{b^2}\right)}$.

Áp dụng bất đẳng thức Côsi cho các cặp số dương:

$a^2+\dfrac{4}{a^2}\ge 2\sqrt{a^2.\dfrac{4}{a^2}}=4$. Dấu "=" xảy ra khi $\begin{cases}a^2=\dfrac{4}{a^2}\\ a>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=\dfrac{2}{a}\\ a>0\end{cases}\Leftrightarrow a=\sqrt{2}$.

$b^2+\dfrac{4}{b^2}\ge 2\sqrt{b^2.\dfrac{4}{b^2}}=4$. Dấu "=" xảy ra khi $\begin{cases}b^2=\dfrac{4}{b^2}\\ b>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}b=\dfrac{2}{b}\\ b>0\end{cases}\Leftrightarrow b=\sqrt{2}$.

$2ab+\dfrac{8}{ab}\ge 2\sqrt{2ab.\dfrac{8}{ab}}=8$. Dấu "=" xảy ra khi $\begin{cases}2ab=\dfrac{8}{ab}\\ a,b>0\end{cases}\Leftrightarrow ab=2$.

Vậy $MN\ge\sqrt{4+4+8}=4$. Tức là $\text{Min}\,MN=4$ khi $a=b=\sqrt{2}$.

Câu 2. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu y' như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$+$	

Hỏi hàm số $y=f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 1.

Lời giải

Dựa vào bảng xét dấu y' ta thấy y' đổi dấu từ "$-$" sang "$+$" khi qua điểm $x=-1$ và không đổi dấu qua điểm $x=1$ nên hàm số $y=f(x)$ có 1 điểm cực trị.

Câu 3. Thể tích khối hộp chữ nhật có 3 kích thước $1;2;3$ bằng

A. 5. **B.** 8. **C.** 6. **D.** 9.

Lời giải

Thể tích khối hộp chữ nhật có ba kích thước $a;b;c$ được xác định bởi công thức $V=abc$.

Vậy $V=1.2.3=6$.

Câu 4. Cho hàm số $y=f(x)$ biết $f'(x)=(x+2)^2(x-1)$. Số điểm cực tiểu của $g(x)=f(x^3-3x)$ là

A. 4. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Ta có: $g'(x)=(3x^2-3)f'(x^3-3x)$.

Suy ra $g'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 3x^2-3=0 \\ f'(x^3-3x)=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} x=1 & (Đ) \\ x=-1 & (Đ) \\ x^3-3x=-2 & (1) \\ x^3-3x=1 & (2) \end{array}\right.$.

Phương trình $(1) \Leftrightarrow x^3-3x+2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} x=1 & (BC) \\ x=-2 & (BC) \end{array}\right.$.

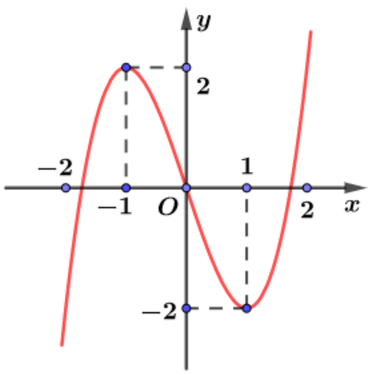
Phương trình $(2) \Leftrightarrow x^3-3x-1=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x\approx -1,53=x_1 \\ x\approx -0,35=x_2 \\ x\approx 1,88=x_3 \end{array}\right.$.

Ta có bảng biến thiên của hàm số $g(x)$:

x	$-\infty$		-2		x_1		-1		x_2		1		x_3		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$g(x)$		↘		↘		↗		↘		↗		↘		↗	

Vậy hàm số $g(x)$ có 3 điểm cực tiểu.

Câu 5. Đồ thị hàm số nào sau đây có dạng như hình vẽ.



A. $y=x^4-2x^2$. **B.** $y=x^3-3x^2+1$. **C.** $y=3x-x^3$. **D.** $y=x^3-3x$.

Lời giải

Hình vẽ đã cho có dạng đồ thị hàm số bậc ba $y=ax^3+bx^2+cx+d$, $\lim\limits_{x\to\infty} y=+\infty$ nên hệ số $a>0$, đồ thị hàm số đi qua gốc tọa độ nên $d=0$. Chọn đáp án D.

Câu 6. Cho hàm số $y=f(x)$ biết $f'(x)=x^2(1-x)^3(x-2)^5$. Hỏi hàm số $y=f(x)$ đồng biến trong khoảng nào?

A. $(-\infty;1)$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $(-\infty;+\infty)$. **D.** $(1;2)$.

Lời giải

$$f'(x)=x^2(1-x)^3(x-2)^5=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \\ x=2 \end{array}\right..$$

Ta có bảng xét dấu

x	$-\infty$		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Suy ra hàm số đồng biến trên khoảng $(1;2)$.

Câu 7. Có bao nhiêu số nguyên m để hàm số $y=\dfrac{mx-9}{x-m}$ đồng biến trên $(1;2)$?

A. 4. **B.** 6. **C.** 7. **D.** 5.

Lời giải

$$y'=\frac{-m^2+9}{(x-m)^2}$$

Hàm số $y=\dfrac{mx-9}{x-m}$ đồng biến trên $(1;2)$ $\Leftrightarrow y'>0\ \forall x\in(1;2)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -m^2+9>0 \\ m\notin(1;2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3<m<3 \\ m\le 1 \vee m\ge 2 \end{cases} \Leftrightarrow -3<m\le 1 \vee 2\le m<3$$

Mà $m\in\mathbb{Z} \Rightarrow m\in\{-2;-1;0;1;2\}$. Do đó có 5 số nguyên thỏa yêu cầu.

Câu 8. Cho khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích bằng 12. Gọi O là tâm của $ABCD$. Thể tích khối chóp $O.A'B'C'D'$ bằng

A. 6. **B.** 4. **C.** 9. **D.** 5.

Lời giải

Gọi h là chiều cao của khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$.

$\Rightarrow h$ cũng là chiều cao của khối chóp $O.A'B'C'D'$.

Do đó $V_{O.A'B'C'D'}=\dfrac{1}{3}.S_{A'B'C'D'}.h=\dfrac{1}{3}V_{ABCD.A'B'C'D'}=\dfrac{1}{3}.12=4$

Câu 9. **[Mức độ 1]** Thể tích khối lăng trụ đều có diện tích đáy bằng 4, cạnh bên có độ dài bằng 3

A. 12. **B.** 16. **C.** 4. **D.** 9.

Lời giải

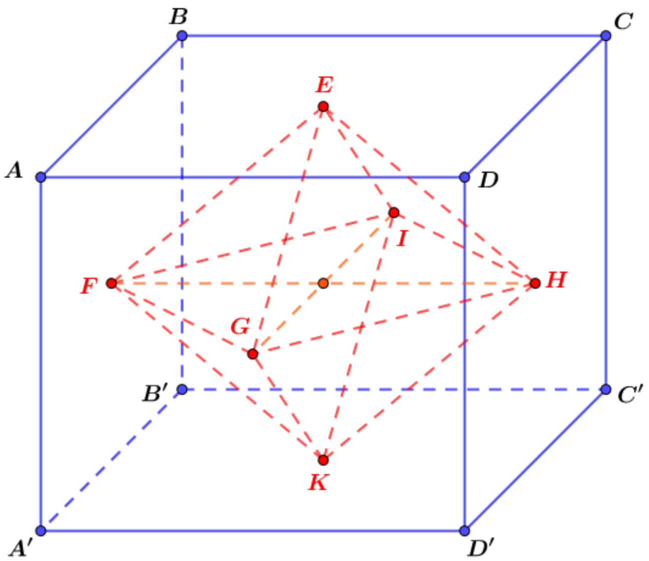
Thể tích khối lăng trụ đều có diện tích đáy bằng 4, cạnh bên có độ dài bằng 3:

$V=S.h=4.3=12$.

Câu 10. **[Mức độ 2]** Cho hình hộp chữ nhật có ba kích thước 3; 4; 5. Tính thể tích khối đa diện có 6 đỉnh là tâm của 6 của hình hộp chữ nhật bằng

A. 10. **B.** 20. **C.** 12. **D.** 15.

Lời giải



Thể tích của khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ bằng $V = 3.4.5 = 60$.

Ta có hình đa diện $EFGHIK$ là bát diện nên $V_{EFGHIK} = 2.V_{EFGHI} = 2.\frac{1}{3}.\frac{1}{2}AA'.S_{FGHI} = \frac{1}{3}AA'.S_{FGHI}$.

Ta lại có $FGHI$ là tứ giác có hai đường chéo FH, GI vuông góc với nhau và $FH = AD$, $GI = AB$ nên $S_{FGHI} = \frac{1}{2}AD.BC$.

Vậy thể tích khối đa diện $EFGHIK$ là: $V_{EFGHIK} = \frac{1}{3}.AA'.\frac{1}{2}AB.AD = \frac{V}{6} = 10$.

Câu 11. Hàm số nào sau đây chỉ có đúng một cực trị.

A. $y = x^4 + x^2 + 1$. **B.** $y = x^3$. **C.** $y = x^3 + x^2$. **D.** $y = \frac{x+1}{x-2}$.

Lời giải

1) Hàm số $y = x^4 + x^2 + 1$ là hàm trùng phương có a và b cùng dấu nên có đúng một cực trị.

$\Rightarrow$ **chọn phương án A.**

2) Xét hàm số $y = x^3$.

Tập xác định: D $= \mathbb{R}$.

$y' = 3x^2 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

$\Rightarrow$ Hàm số đồng biến trên toàn tập xác định nên không có cực trị.

$\Rightarrow$ loại phương án B.

3) Xét hàm số $y = x^3 + x^2$.

Tập xác định: D $= \mathbb{R}$.

$y' = 3x^2 + 2x$.

$y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 + 2x = 0$.

Vì phương trình trên có hai nghiệm phân biệt nên hàm số $y = x^3 + x^2$ có hai cực trị.

$\Rightarrow$ loại phương án C.

4) Xét hàm số $y = \frac{x+1}{x-2}$.

Tập xác định: D $= \mathbb{R} \setminus \{2\}$.

$y' = \frac{-3}{(x-2)^2} < 0, \forall x \neq 2$.

$\Rightarrow$ Hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng xác định nên không có cực trị.
$\Rightarrow$ loại phương án D.

Câu 12. Cho hàm số $y = x^3 - 3x$. Hàm số đã cho đồng biến trong khoảng nào?

A. $(-\infty;-1)$. **B.** $(-2;0)$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $(-1;1)$.

Lời giải

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

$y' = 3x^2 - 3$.

$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = -1 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$	$+\infty$

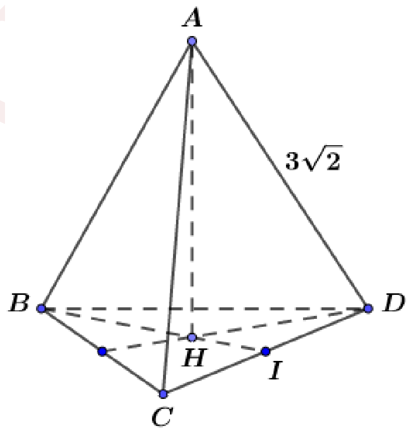
$\Rightarrow$ Hàm số đồng biến trong khoảng $(-\infty;-1)$ và $(1;+\infty)$.

Kết luận: chọn phương án A.

Câu 13. Thể tích khối tứ diện đều cạnh $3\sqrt{2}$ bằng

A. 9. **B.** $3\sqrt{2}$. **C.** 6. **D.** $3\sqrt{2}$.

Lời giải



Cách 1: Ta tính thể tích khối tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng $3\sqrt{2}$.

Ta có $S_{\Delta BCD} = \frac{1}{2}.3\sqrt{2}.3\sqrt{2}.\sin 60° = \frac{9\sqrt{3}}{2}$. Gọi H là trọng tâm $\Delta BCD \Rightarrow AH \perp (BCD)$.

Gọi I là trung điểm $CD \Rightarrow BI = \frac{3\sqrt{6}}{2} \Rightarrow BH = \frac{2}{3}BI = \sqrt{6}$.

$\Rightarrow AH = \sqrt{AB^2 - BH^2} = \sqrt{\left(3\sqrt{2}\right)^2 - \sqrt{6}^2} = 2\sqrt{3}$.

Thể tích khối tứ diện đều cạnh $3\sqrt{2}$ bằng: $V_{ABCD} = \frac{1}{3}.AH.S_{\Delta BCD} = \frac{1}{3}.2\sqrt{3}.\frac{9\sqrt{3}}{2} = 9$.

Cách 2: Thể tích khối tứ diện đều có cạnh bằng a là $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$

Suy ra thể tích khối tứ diện đều có cạnh bằng $3\sqrt{2}$ là $\dfrac{\left(3\sqrt{2}\right)^3\sqrt{2}}{12}=9$.

Câu 14. Tìm tập xác định của hàm số $y=\left(4-x^2\right)^{\sqrt{2}}$.

A. $[2;+\infty)$. **B.** $(-2;2)$. **C.** $(-\infty;-2]$. **D.** $[-2;2]$.

Lời giải

Hàm số $y=\left(4-x^2\right)^{\sqrt{2}}$ xác định khi $4-x^2>0 \Leftrightarrow -2<x<2 \Leftrightarrow x\in(-2;2)$.

Câu 15. . Cho tứ diện $SABC$, biết $\overrightarrow{SA}=2\overrightarrow{SM};2\overrightarrow{SB}=3\overrightarrow{SN}$. Tính thể tích khối tứ diện $SMNC$ biết thể tích khối tứ diện $SABC$ bằng 9.

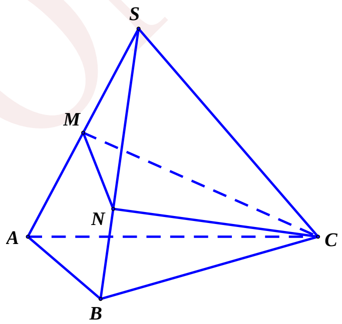
A. 3 **B.** 4 **C.** 2 **D.** 6

Lời giải

Chọn A.

Ta có $\overrightarrow{SA}=2\overrightarrow{SM}$ nên M là trung điểm của SA và $2.\overrightarrow{SB}=3\overrightarrow{SN}$ nên chia SB thành 3 phân sao cho $\dfrac{SN}{SB}=\dfrac{2}{3}$.

Khi đó, theo công thức tỉ lệ thể tích ta có:



$$\frac{V_{S.MNC}}{V_{S.ABC}}=\frac{SM}{SA}.\frac{SN}{SB}.\frac{SC}{SC}=\frac{1}{2}.\frac{2}{3}.1=\frac{1}{3}\Rightarrow V_{S.MNC}=\frac{1}{3}V_{S.ABC}=\frac{1}{3}.9=3\ (DVTT).$$

Câu 16. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$, đáy là tam giác đều cạnh a, $AA'=AB'=AC'=a$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng.

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$ **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{4}$ **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{6}$ **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{12}$

Lời giải

Chọn B.

Ta thấy $A.A'B'C'$ là tứ diện đều cạnh a.

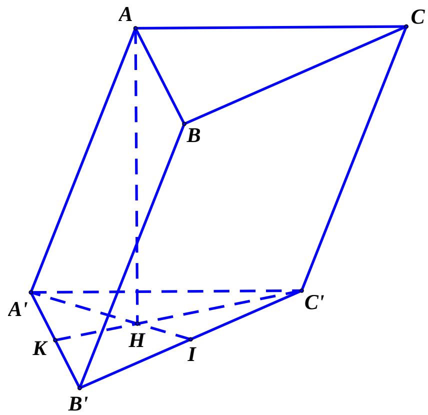
Mà $V_{A.A'B'C'}=\dfrac{1}{3}V_{ABC.A'B'C'}\Rightarrow V_{ABC.A'B'C'}=3V_{A.A'B'C'}$

Gọi H là tâm của đường tròn ngoại tiếp tam giác $A'B'C'$.

Thì AH là đường cao của hình chóp $A.A'B'C'$.

Ta có $A'H=\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$.

Tam giác $AA'H$ vuông tại H nên :



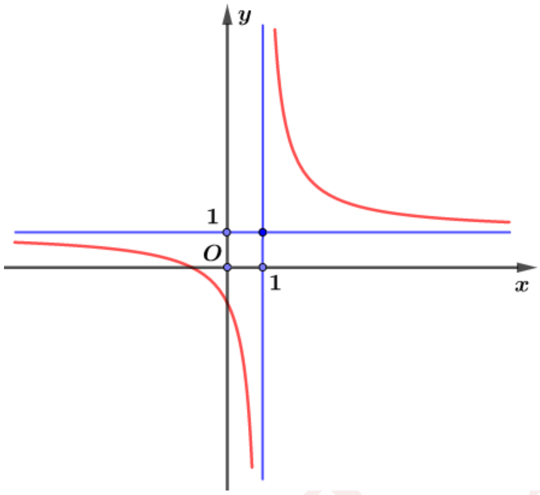
$$AH^2=AA'^2-A'H^2=a^2-\left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2=a^2-\frac{a^2}{3}=\frac{6a^2}{9}\Rightarrow AH=\frac{a\sqrt{6}}{3}.$$

Diện tích tam giác $A'B'C'$ là: $S=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$ nên thể tích khối tứ diện $AA'B'C'$ là:

$V_{A.A'B'C'}=\frac{1}{3}AH.S=\frac{1}{3}.\frac{a\sqrt{6}}{3}.\frac{a^2\sqrt{3}}{4}=\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$

Vậy thể tích khối lăng trụ là: $V=3.V_{A.A'B'C'}=\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$.

Câu 17. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình sau. Chọn mệnh đề sai.



A. Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y=1$.

B. Hàm số luôn tăng trên từng khoảng xác định.

C. Đồ thị hàm số có tâm đối xứng.

D. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=1$.

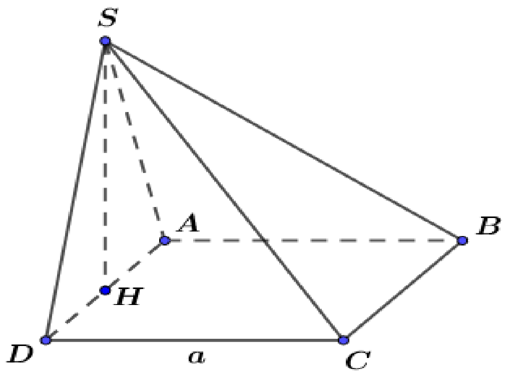
Lời giải

Dựa vào đồ thị hàm số, chọn **B**.

Câu 18. Cho hình chóp *S.ABCD* có *ABCD* là hình vuông cạnh *a*, ΔSAD đều và mặt phẳng *(SAD)* vuông góc với mặt phẳng *(ABC)*. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải



Ta có: *AD* là giao tuyến của *(SAD)* và *(ABC)*.

Gọi *H* là trung điểm của $AD \Rightarrow SH \perp AD$ và $SH=\frac{a\sqrt{3}}{2}$ vì ΔSAD đều cạnh *a*.

$\Rightarrow SH \perp (ABC)$.

Vậy $V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}.S_{ABCD}.SH=\frac{1}{3}.a^2.\frac{a\sqrt{3}}{2}=\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 19. Cho hàm số $y=f(x)$ biết $f'(x)=x(x-1)(x-2)$. Hỏi hàm số $y=f(|x|)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 4. **B.** 7. **C.** 6. **D.** 5.

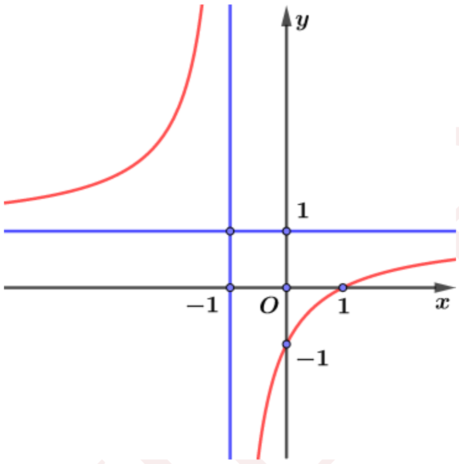
Lời giải

Ta có: $f'(x)=0 \Leftrightarrow x(x-1)(x-2)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \\ x=2 \end{array}\right.$.

Suy ra hàm số $y=f(x)$ có 3 điểm cực trị trong đó có 2 điểm cực trị dương.

Khi đó hàm số $y=f(|x|)$ có $2.2+1=5$ điểm cực trị.

Câu 20. Hàm số nào sau đây có đồ thị như hình vẽ



A. $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$. **B.** $y=\dfrac{x+1}{x-1}$. **C.** $y=\dfrac{x^2-x-1}{x+1}$. **D.** $y=\dfrac{x-1}{x+1}$.

Lời giải

Từ hình vẽ ta thấy đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là $x=-1$ và đường tiệm cận ngang là $y=1$.

Do đó, ta chọn đáp án D.

Câu 21. Số tiếp tuyến kẻ từ $A(1;0)$ đến đồ thị hàm số $y=x^4-2x^2+1$ là

A. 1. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Ta có: $A(1;0)\in(C): y=g(x)=x^4-2x^2+1$.

Gọi phương trình tiếp tuyến qua A có dạng: $(d): y=f(x)=k(x-1)$.

(d) tiếp xúc (C)

$$\Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = g(x) \\ f'(x) = g'(x) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^4 - 2x^2 + 1 = k(x-1) \\ 4x^3 - 4x = k \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^4 - x^2 + 1 = (4x^3 - 4x)(x-1) \\ 4x^3 - 4x = k \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x^4 - 4x^3 - 2x^2 + 4x - 1 = 0 (1) \\ 4x^3 - 4x = k (2) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = \dfrac{1}{3} \\ x = -1 \end{array}\right. \\ 4x^3 - 4x = k (2) \end{cases}$$

Vậy từ A ta kẻ được 3 tiếp tuyến đến đồ thị hàm số.

Câu 22. Cho hàm số $f(x)$ liên tục và tăng trên $[1;2]$, $f(1) = -1$, $f(2) = 3$. Có bao nhiêu số nguyên dương m để phương trình $f\left(\sqrt{4-x^2}\right) = m$ có nghiệm $x \in \left[-\sqrt{2};\sqrt{3}\right)$?

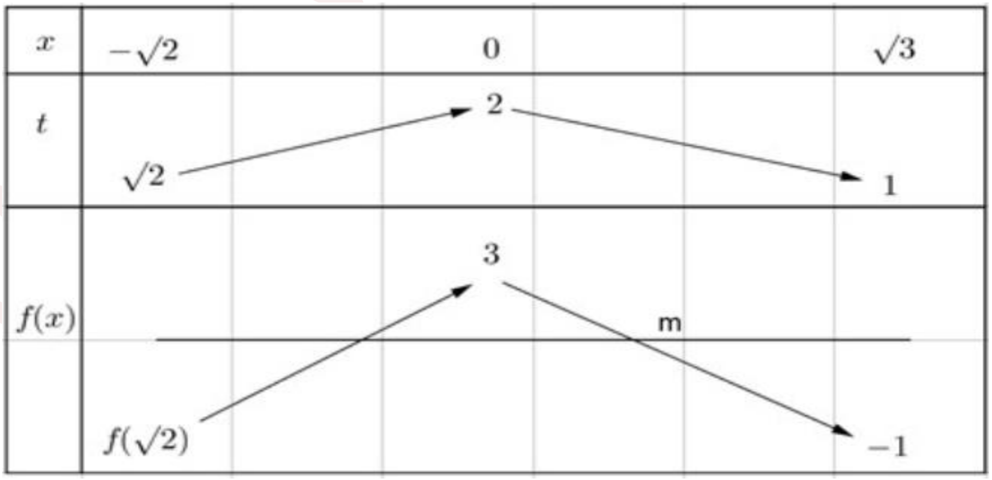
A. 4. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 2.

Lời giải

Đặt $t = \sqrt{4-x^2}$, $x \in \left[-\sqrt{2};\sqrt{3}\right)$.

$t' = \dfrac{-x}{\sqrt{4-x^2}}$.

$t' = 0 \Leftrightarrow x = 0$.



Để phương trình $f\left(\sqrt{4-x^2}\right) = m$ có nghiệm

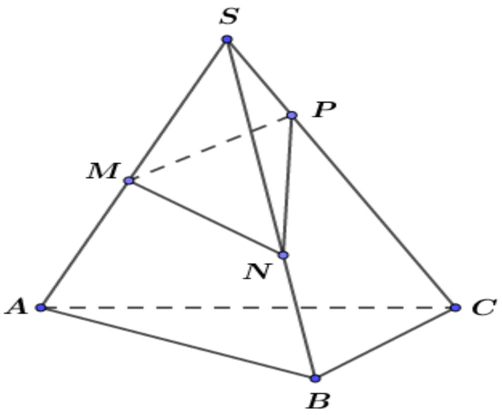
$\Rightarrow -1 < m \le 3. \Rightarrow m \in \{1;2;3\}$.

Vậy có 3 giá trị nguyên dương của m thỏa yêu cầu đề bài.

Câu 23. Cho khối chóp $S.ABC$ có thể tích bằng 12. Gọi M, N, P lần lượt thuộc cạnh SA, SB, SC sao cho $SA = 2SM$, $SB = \dfrac{3}{2}SN$, $SC = 4SP$. Thể tích của khối đa diện $ABCMNP$ bằng

A. 10. **B.** 11. **C.** 6. **D.** 4.

Lời giải



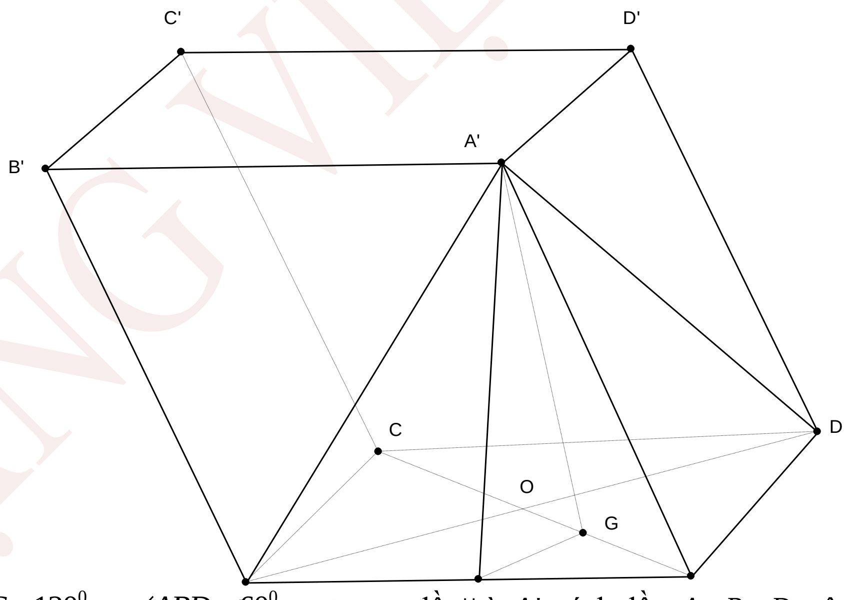
Ta có $\frac{V_{S.MNP}}{V_{S.ABC}}=\frac{SM}{SA}.\frac{SN}{SB}.\frac{SP}{SC}=\frac{1}{2}.\frac{2}{3}.\frac{1}{4}=\frac{1}{12}\Rightarrow V_{S.MNP}=\frac{1}{12}V_{S.ABC}=1$.

Vậy thể tích của khối đa diện $ABCMNP$ là $V_{ABCMNP}=V_{S.ABC}-V_{S.MNP}=12-1=11$.

Câu 24. Cho hình hộp $ABCDA'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi $AB=a$, $\angle ABC=120^0$, A' cách đều A, B, D, $dt(ABA')=\frac{a^2}{4}$. Thể tích khối đa diện $BCDA'B'C'D'$?

A. $\frac{\sqrt{2}a^3}{4}$. **B.** $\frac{\sqrt{2}a^3}{12}$. **C.** $\frac{5\sqrt{2}a^3}{24}$. **D.** $\frac{a^3}{24}$.

Lời giả



Ta có $\angle ABC=120^0\Rightarrow\angle ABD=60^0\Rightarrow\Delta ABD$ đều và A' cách đều A, B, D nên hình chiếu của A' trên mặt phẳng $(ABCD)$ là trọng tâm G của tam giác DAB. Gọi H là trung điểm của cạnh AB. Theo giả thiết có $dt(ABA')=\frac{a^2}{4}\Leftrightarrow\frac{1}{2}A'H.AB=\frac{a^2}{4}\Leftrightarrow\frac{1}{2}a.A'H=\frac{a^2}{4}\Leftrightarrow A'H=\frac{a}{2}$;

$HG=\frac{1}{3}\frac{a\sqrt{3}}{2}=\frac{a\sqrt{3}}{6}\Rightarrow A'G=\sqrt{A'H^2-HG^2}=\sqrt{\frac{a^2}{4}-\frac{3a^2}{36}}=\frac{a\sqrt{6}}{6}$

Thể tích của khối chóp $A'ABD$ là $V_1=\frac{1}{3}\frac{a\sqrt{6}}{6}\frac{a^2\sqrt{3}}{4}=\frac{a^3\sqrt{2}}{24}$.

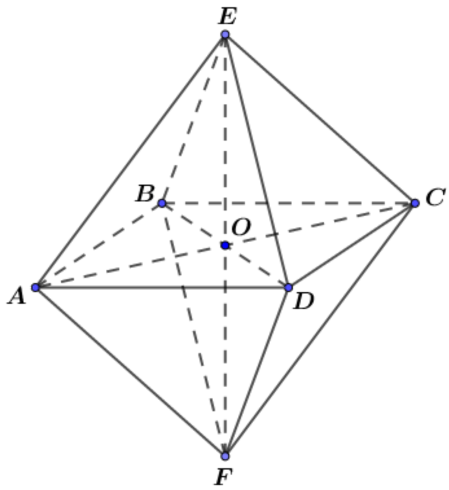
Thể tích của khối đa diện $ABCDA'B'C'D'$ là $V_2 = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}.\frac{a}{\sqrt{6}} = \frac{a^3\sqrt{2}}{4}$.

Vậy thể tích khối đa diện $BCDA'B'C'D'$ là $V = V_2 - V_1 = \frac{a^3\sqrt{2}}{4} - \frac{a^3\sqrt{2}}{24} = \frac{5a^3\sqrt{2}}{24}$.

Câu 25. Thể tích khối đa diện đều loại {3; 4} có độ dài cạnh bằng $\sqrt{3}$ là

A. $\sqrt{6}$. **B.** $\frac{\sqrt{6}}{2}$. **C.** $\sqrt{3}$. **D.** $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải



Khối đa diện đều loại {3; 4} là khối bát diện đều.

Thể tích khối bát diện đều $V_{ABCDEF} = 2.V_{E.ABCD}$ với khối chóp $E.ABCD$ là khối chóp tứ giác đều cạnh bằng $\sqrt{3}$.

Cách 1. Tính nhanh:

$V_{E.ABCD} = \frac{(\sqrt{3})^3.\sqrt{2}}{6} = \frac{\sqrt{6}}{2}$.

Khi đó $V_{ABCDEF} = 2.V_{E.ABCD} = 2.\frac{\sqrt{6}}{2} = \sqrt{6}$.

Cách 2. Tự luận

Đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng $\sqrt{3} \Rightarrow S_{ABCD} = (\sqrt{3})^2 = 3$.

Đường chéo $AC = \sqrt{3}.\sqrt{2} = \sqrt{6} \Rightarrow OA = \frac{1}{2}AC = \frac{\sqrt{6}}{2}$.

Xét ΔEOA vuông tại O có $EO = \sqrt{EA^2 - OA^2} = \sqrt{(\sqrt{3})^2 - \left(\frac{\sqrt{6}}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{6}}{2}$.

$V_{E.ABCD} = \frac{1}{3}.EO.S_{ABCD} = \frac{1}{3}.\frac{\sqrt{6}}{2}.3 = \frac{\sqrt{6}}{2}$.

Khi đó $V_{ABCDEF} = 2.V_{E.ABCD} = 2.\frac{\sqrt{6}}{2} = \sqrt{6}$.

Câu 26. Cho $(P): y = x^2$ và điểm $A(3; 0)$, $M \in (P)$. AM đạt giá trị nhỏ nhất bằng

A. $\sqrt{3}$. **B.** $\sqrt{5}$. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Gọi $M(m; m^2) \in (P)$.

Ta có

$$AM = \sqrt{(m-3)^2 + m^4}$$
$$= \sqrt{m^2 - 6m + 9 + m^4}$$
$$= \sqrt{m^4 - 2m^2 + 1 + 3m^2 - 6m + 3 + 5}$$
$$= \sqrt{(m^2-1)^2 + 3(m-1)^2 + 5} \geq \sqrt{5}.$$

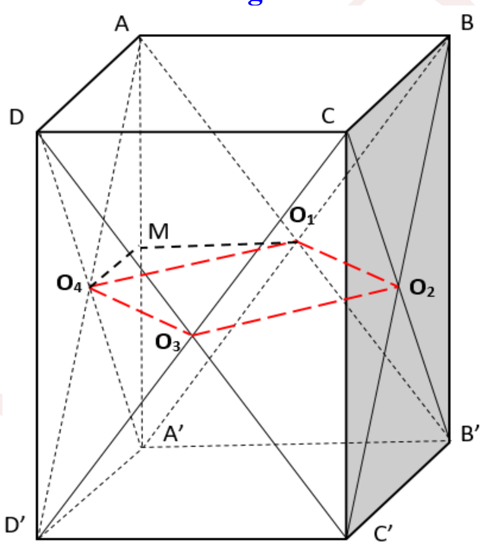
Dấu "=" xảy ra khi $m = 1$.

Vậy AM đạt giá trị nhỏ nhất bằng $\sqrt{5}$ khi $M(1;1)$.

Câu 27. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích V_1. Gọi O_1, O_2, O_3, O_4 lần lượt là tâm các mặt bên $ABB'A, BCC'B', CDD'C', DAA'D'$. Gọi V_2 là thể tích khối đa diện $ABCD.O_1O_2O_3O_4$. Tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$ bằng

A. $\frac{13}{5}$. **B.** $\frac{6}{11}$. **C.** $\frac{11}{6}$. **D.** $\frac{12}{5}$.

Lời giải



Gọi M là trung điểm đoạn thẳng AA'.

Ta có: $S_{\triangle MO_1O_4} = \frac{1}{2} MO_4.MO_1 = \frac{1}{2}\frac{1}{2}AD\frac{1}{2}AB = \frac{1}{8}S_{ABCD}$.

$V_{A.MO_1O_4} = \frac{1}{3}AM.S_{\triangle MO_1O_4} = \frac{1}{3}\frac{1}{2}AA'.\frac{1}{8}S_{ABCD} = \frac{1}{48}V_1$.

$V_2 = \frac{1}{2}V_1 - 4V_{A.MO_1O_4} = \frac{1}{2}V_1 - \frac{1}{12}V_1 = \frac{5}{12}V_1$.

Suy ra: $\frac{V_1}{V_2} = \frac{12}{5}$.

Câu 28. Có bao nhiêu số nguyên $m \in (-2020; 2020)$ để đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x-m}}{x-1}$ có tiệm cận đứng ?

A. 2019. **B.** 2020. **C.** 2022. **D.** 2021.

Lời giải

Điều kiện xác định:

$$\begin{cases} x \geq m \\ x \neq 1 \end{cases}$$

Đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x-m}}{x-1}$ có tiệm cận đứng $x=1$ khi và chỉ khi $m\le 1$.

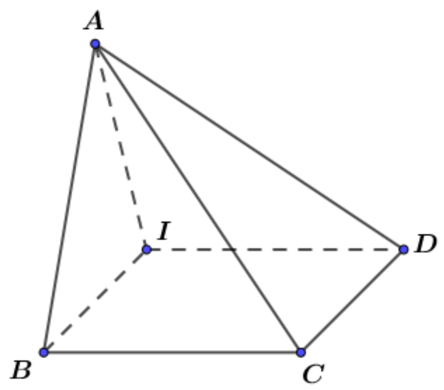
Mà số nguyên $m\in(-2020;2020)$, suy ra $m\in(-2020;1]$.

Vậy có 2021 số nguyên m thỏa đề bài.

Câu 29. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB=2$, $CD=3$, góc giữa AB và CD bằng 30°, thể tích khối tứ diện $ABCD$ bằng 2. Khoảng cách giữa AB và CD bằng

A. 4.　　**B.** 2.　　**C.** 3.　　**D.** 5.

Lời giải



Dựng hình bình hành $BCDI$.

Ta có: $CD \parallel BI$ nên $d(AB,CD)=d(\text{CD},(ABI))=d(C,(ABI))$ và $(AB,CD)=(AB,BI)=30^\circ$.

Mặt khác, ta có $V_{ABCD}=V_{CABI}=\dfrac{1}{3}d(\text{C},(ABI)).S_{ABI}$.

Mà $S_{ABI}=\dfrac{1}{2}AB.BI.\sin\text{B}=\dfrac{3}{2}$.

Vậy $d(AB,CD)=d(C,(ABI))=\dfrac{3V_{ABCI}}{S_{ABI}}=4$.

Câu 30. Cho $y=(x^2+x+1)^\pi$. Tính $y'(1)$ bằng

A. $\pi 3^{\pi-1}$.　　**B.** $\pi 3^{\pi+1}$.　　**C.** $\pi 3^\pi$.　　**D.** 3^π.

Lời giải

Ta có $y'=\pi(x^2+x+1)^{\pi-1}.(x^2+x+1)'=\pi(2x+1)(x^2+x+1)^{\pi-1}$.

Khi đó $y'(1)=3\pi.3^{\pi-1}=\pi 3^\pi$.

Câu 31. Đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1}{1-x}$ có tiệm cận ngang là

A. $x=-2$.　　**B.** $x=1$.　　**C.** $y=-2$.　　**D.** $y=2$.

Lời giải

$$\begin{cases} \lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{2x-1}{1-x}\right)=-2 \\ \lim\limits_{x\to-\infty}\left(\dfrac{2x-1}{1-x}\right)=-2 \end{cases} \Rightarrow y=-2 \text{ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.}$$

Câu 32. Thể tích của khối chóp có diện tích đáy bằng 3 và chiều cao bằng 4 là

A. 12. **B.** 4. **C.** 36. **D.** 8.

Lời giải

Thể tích của khối chóp $V=\frac{1}{3}.B.h$. Trong đó B là diện tích đáy và h là chiều cao.

Áp dụng công thức ta có $V=\frac{1}{3}.3.4=4$. Vậy ta chọn đáp án B.

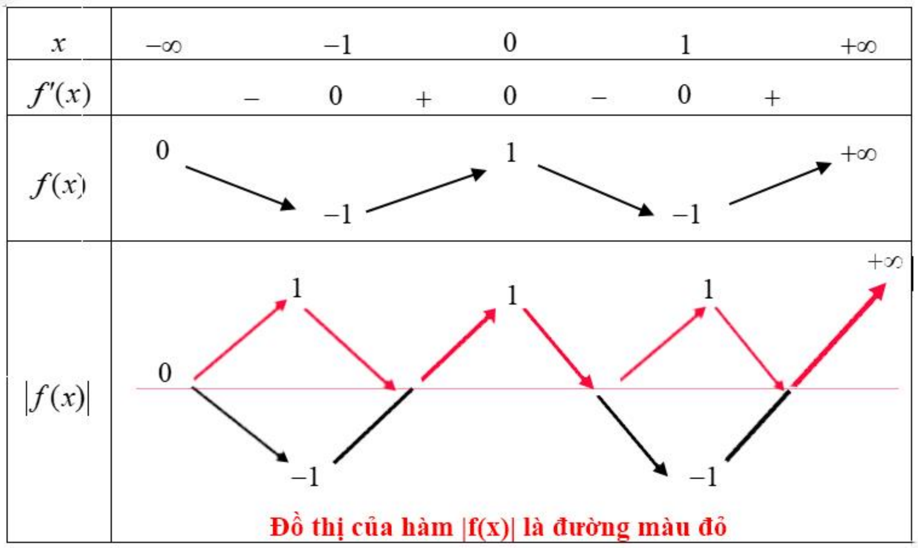
Câu 33. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên. Số điểm cực trị của $y=|f(x)|$ là

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$ ↘		-1	↗	1	↘	-1	↗	$+\infty$

A. 5. **B.** 6. **C.** 4. **D.** 7.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên ta sẽ suy ra được đồ thị của hàm số $y=|f(x)|$.

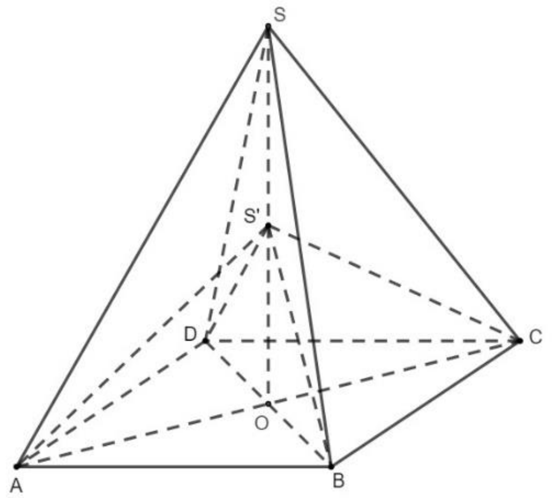


Từ đó ta đếm được $y=|f(x)|$ có tất cả 6 cực trị.

Câu 34. Khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ biết diện tích $(ABCD)$ bằng 9, chiều cao $SO=4$. Gọi S' là trung điểm của SO. Tính thể tích khối chóp $S'.ABCD$ bằng

A. 6. **B.** 12. **C.** 3. **D.** 18.

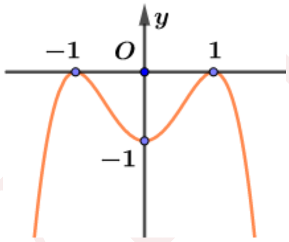
Lời giải



Ta có: $S'O=\dfrac{1}{2}SO=2.$

Khi đó thể tích của khối chóp $V_{S'.ABCD}=\dfrac{1}{3}S'O.S_{ABCD}=\dfrac{1}{3}.2.9=6$.

Câu 35. Hàm số nào sau đây có đồ thị như hình vẽ.



A. $y=x^4-2x^2-1$. **B.** $y=x^3-3x-1$. **C.** $y=-x^4+2x^2-1$. **D.** $y=-x^4+2x-1$.

Lời giải

Đồ thị hàm số có 2 cực đại là $(-1;0)$ và $(1;0)$; 1 cực tiểu là $(0;-1)$

$\Rightarrow$ đáp án C thoả mãn.

Câu 36. Cho hàm số $y=f(x)$ có $\min\limits_{[-1;1]} f(x)=5$ tại $x=1$. Bất phương trình $f(x)+\sqrt{1-x}+\sqrt{5-x}\le m$ có nghiệm $x\in[-1;1]$ khi m thoả mãn:

A. $m\le 7$. **B.** $m<7$. **C.** $m>7$. **D.** $m\ge 7$.

Lời giải

Theo đề bài ta có: $\min\limits_{[-1;1]} f(x)=f(1)=5.$

Đặt $g(x)=\sqrt{1-x}+\sqrt{5-x}$ với $x\in[-1;1]$; $g'(x)=\dfrac{-1}{2\sqrt{1-x}}+\dfrac{-1}{2\sqrt{5-x}}<0\,\forall x\in(-\infty;1]$.

Hàm số $y=g(x)$ luôn nghịch biến trên $[-1;1]$. Vậy $\min\limits_{[-1;1]} g(x)=g(1)=2$.

Để phương trình $f(x)+\sqrt{1-x}+\sqrt{5-x}\le m$ có nghiệm trên $x\in[-1;1]$ khi và chỉ khi $m\ge\min\limits_{[-1;1]}\left(f(x)+\sqrt{1-x}+\sqrt{5-x}\right)=5+2=7.$ Vậy $m\ge 7$.

Câu 37. Giá trị lớn nhất của hàm số $y=\sqrt{9-x^2}$ bằng

A. 9. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 2.

Lời giải

Tập xác định: $D=[-3;3]$.

Hàm số liên tục trên $[-3;3]$.

$y'=\dfrac{-x}{\sqrt{9-x^2}}$

$y'=0 \Leftrightarrow x=0\in[-3;3]$.

$y(0)=3;\, y(-3)=0;\, y(3)=0$.

Vậy $\max\limits_{[-3;3]} y=3=y(0)$.

Câu 38. Thể tích của khối đa diện đều loại $\{4;3\}$, biết diện tích một mặt bằng 9 là

A. 18. **B.** 8. **C.** 64. **D.** 27.

Lời giải

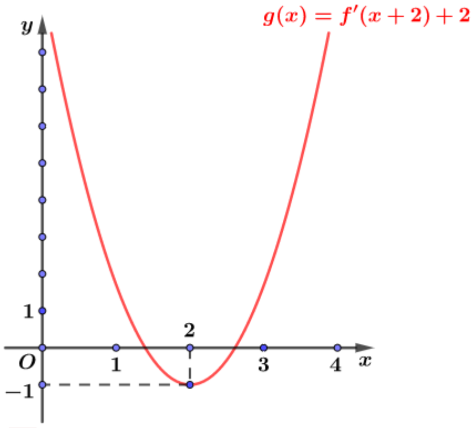
Khối đa diện đều loại $\{4;3\}$ là khối lập phương, mỗi mặt của khối đa diện là hình vuông.

Gọi a là cạnh của khối lập phương.

$S=a^2=9 \Rightarrow a=3$.

Vậy thể tích của khối lập phương $V=a^3=27$.

Câu 39. Cho hàm số $y=f(x)$. Biết đồ thị $g(x)=f'(x+2)+2$ hình vẽ bên. Hỏi hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trong khoảng nào?



A. $(-\infty;3)$. **B.** $(3;5)$. **C.** $(-1;1)$. **D.** $(5;+\infty)$.

Lời giải

Ta có: Tịnh tiến đồ thị hàm số $y=f'(x+2)+2$ xuống dưới 2 đơn vị, ta được đồ thị hàm số $y=f'(x+2)$. Tiếp tục tịnh tiến đồ thị hàm số sang phải 2 đơn vị, ta được đồ thị hàm số $y=f'(x)$. Dựa vào hình vẽ, ta thấy trong khoảng $(3;5)$ đồ thị hàm số $y=f'(x)$ nằm dưới trục Ox nên hàm số nghịch biến. Chọn đáp án B.

Câu 40. Cho hàm số $y=ax^4+2bx^2+c$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Tính $a+b+c$ bằng

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-4	$\nearrow$	-3	$\searrow$	-4	$\nearrow$	$+\infty$

A. 3. **B.** 2. **C.** -3. **D.** -2.

Lời giải

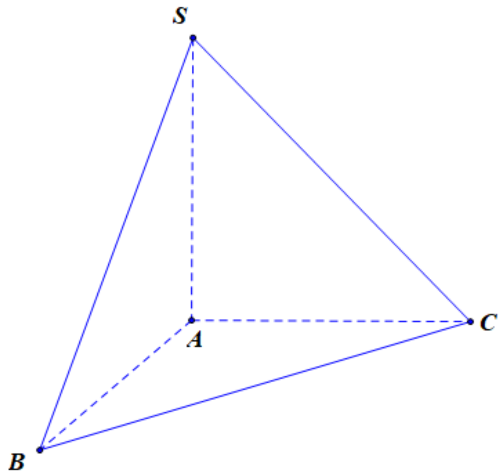
Ta có: $f(x)=ax^4+2bx^2+c \Rightarrow f'(x)=4ax^3+4bx$

Từ bảng biến thiên ta có:

$$\begin{cases} f'(-1)=f'(1)=0 \\ f(-1)=f(1)=-4 \\ f(0)=-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4a-4b=0 \\ a+2b+c=-4 \\ c=-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=-1 \\ c=-3 \end{cases}$$

Vậy: $a+b+c=-3$. Chọn đáp án C.

Câu 41. Cho hình chóp $S.ABC$ có chiều cao $SA=3a$, đáy ΔABC vuông tại A, $AB=a, AC=2a$. Thể tích của nó bằng

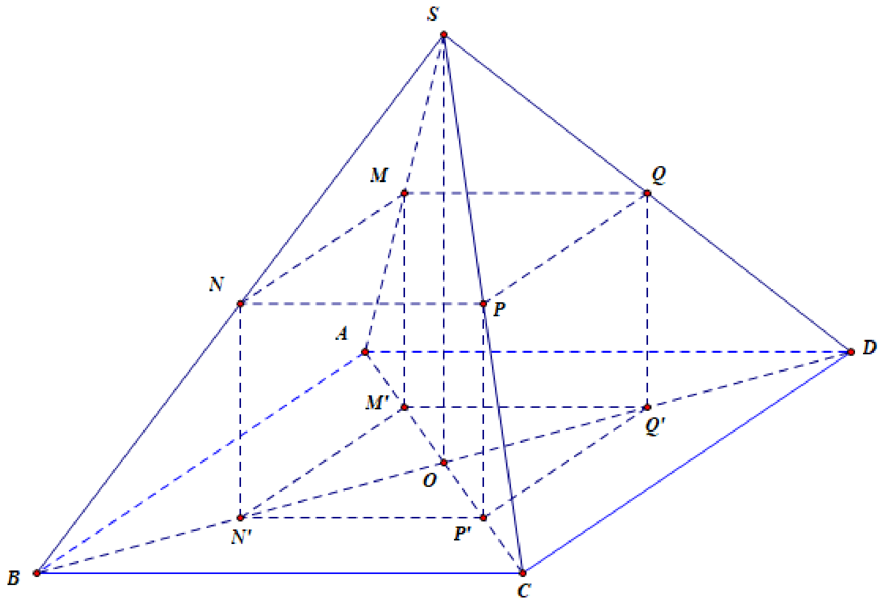


A. a^3. **B.** $\dfrac{a^3}{3}$. **C.** $3a^3$. **D.** $2a^3$.

Lời giải

Thể tích hình chóp $S.ABC$ là $V=\dfrac{1}{3}SA.S_{\Delta ABC}=\dfrac{1}{3}.3a.\dfrac{1}{2}a.2a=a^3$.

Câu 42. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tâm đáy là O. Gọi M,N,P,Q lần lượt là trung điểm của SA,SB,SC,SD. Hình hộp có đáy là $MNPQ$, đáy kia là $M'N'P'Q'$ với M' là trung điểm của AO. Gọi V_1 là thể tích khối chóp $S.ABCD$, V_2 là thể tích khối hộp $MNPQ.M'N'P'Q'$. Tính tỉ số $\dfrac{V_1}{V_2}$



A. $\frac{5}{8}$. **B.** $\frac{8}{5}$. **C.** $\frac{8}{3}$. **D.** $\frac{3}{8}$.

Lời giải

Đặt $AB = a, SO = h \Rightarrow V_1 = \frac{1}{3}ha^2$.

Do M, M' lần lượt là trung điểm của $SA, OA \Rightarrow MM'//SO, MM' = \frac{1}{2}h$.

Do M, N lần lượt là trung điểm của $SA, SB \Rightarrow MN//AB, MN = \frac{1}{2}a$, suy ra $MNPQ.M'N'P'Q'$ là hình hộp chữ nhật nên $V_2 = \left(\frac{1}{2}a\right)^2 \frac{1}{2}h = \frac{ha^2}{8}$.

Khi đó $\frac{V_1}{V_2} = \frac{ha^2}{3} \cdot \frac{8}{ha^2} = \frac{8}{3}$.

Câu 43. Gọi M, n lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 3x + 3$ trên $[0;2]$. Tính $M + n$ bằng

A. 5. **B.** 4. **C.** 8. **D.** 6.

Lời giải

Hàm số xác định và liên tục trên $[0;2]$.

$y' = 3x^2 - 3$, $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \in (0;2) \\ x = -1 \notin (0;2) \end{array}\right.$.

Ta có $y(0) = 3$, $y(1) = 1$, $y(2) = 5$ nên $M = 5$, $n = 1$

Vậy $M + n = 6$.

Câu 44. Đồ thị hàm số $y = \frac{1}{x-1}$ có tiệm cận đứng là

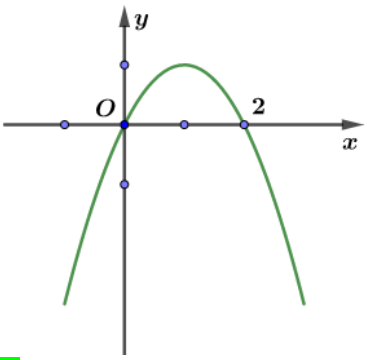
A. $y = 0$. **B.** $x = 1$. **C.** $x = 0$. **D.** $y = 1$.

Lời giải

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$

Ta có $\lim\limits_{x \to 1^+} y = +\infty$ nên $x = 1$ là tiệm cận đứng.

Câu 45. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, $f(0) = -1; f(2) = 1; \lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = +\infty; \lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$. Biết đồ thị $y = f'(x)$ hình vẽ. Có bao nhiêu số nguyên m để phương trình $f(x) = m$ có 3 nghiệm phân biệt?



A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Từ giả thiết ta có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	1	$\searrow$	$-\infty$

Để phương trình $f(x) = m$ có 3 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow$ đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị $y = f(x)$ tại 3 điểm phân biệt. Dựa vào bảng biến thiên của hàm $y = f(x)$ ta thấy với $-1 < m < 1$ thì đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị $y = f(x)$ tại 3 điểm phân biệt, mà m nguyên nên suy ra $m = 0$. Chọn **B**

Câu 46. Có bao nhiêu số nguyên m để hàm số $y = |x^3 - 3x - m|$ có giá trị nhỏ nhất trên $[0;1]$ là nhỏ nhất.

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Rõ ràng $y = |x^3 - 3x - m| \ge 0\ \forall x \in [0;1]$ suy ra $\min\limits_{x\in[0;1]} y \ge 0$. Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $x^3 - 3x - m = 0$.

Ta tìm $m \in \mathbb{Z}$ để phương trình $x^3 - 3x = m$ có nghiệm trong đoạn $[0;1]$ hay tìm $m \in \mathbb{Z}$ để đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x$ tại điểm có hoành độ thuộc đoạn $[0;1]$.

Xét $f(x) = x^3 - 3x$ có $f'(x) = 3(x^2 - 1) \le 0\ \forall x \in [0;1]$ suy ra $\underset{[0;1]}{Min}\, f(x) = f(1) = -2$,

$\underset{[0;1]}{\text{Max}}\, f(x) = f(0) = 0$. Vậy m phải thỏa mãn $-2 \le m \le 0$.

Vì $m \in \mathbb{Z}$ nên $m = 0, -1, -2$. Chọn **A.**

Câu 47. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên sau.Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào?

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	0	$\nearrow$	1	$\searrow$	$-\infty$

A. $(0;+\infty)$. **B.** $(-\infty;0)$. **C.** $(-1;0)$. **D.** $(-1;1)$.

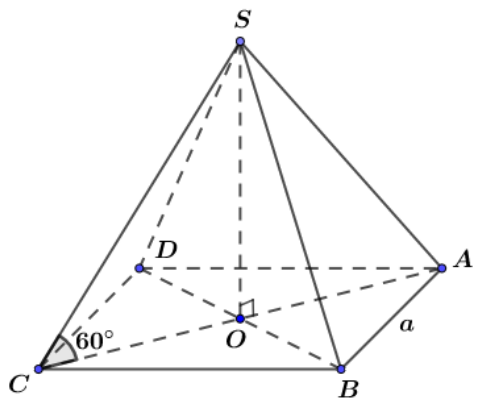
Lời giải

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số nghịch biến trên $(-1;0)$

Câu 48. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có $AB=a$, cạnh bên tạo với đáy một góc 60°. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{12}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

Lời giải



Gọi $O=AC\cap BD \Rightarrow SO\perp(ABCD) \Rightarrow \left(SC,(ABCD)\right)=\left(SC,OC\right)=SCO=60^\circ$.

Xét tam giác SOC **vuông tại** O**, có** $SO=OC.\tan 60^\circ=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}.\sqrt{3}=\dfrac{a\sqrt{6}}{2}$.

Diện tích tam giác ΔABC **là** $S_{ABC}=\dfrac{1}{2}AB.BC=\dfrac{1}{2}a^2$.

Vậy $V_{S.ABC}=\dfrac{1}{3}SO.S_{ABC}=\dfrac{1}{3}.\dfrac{a\sqrt{6}}{2}.\dfrac{1}{2}a^2=\dfrac{a^3\sqrt{6}}{12}$.

Câu 49. Cho hàm số $y=x^4-2x^2$. Hàm số cực đại tại x bằng

A. 1. **B.** 2. **C.** -1. **D.** 0.

Lời giải

Ta có $y=x^4-2x^2 \Rightarrow y'=4x^3-4x$

$$y'=0 \Leftrightarrow 4x^3-4x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=0 \\ x=-1 \end{array}\right.$$

$y'' = 12x^2 - 4$

$y''(1) = y''(-1) = 12 - 4 = 8 > 0$

$y''(0) = 0 - 4 = -4 < 0$

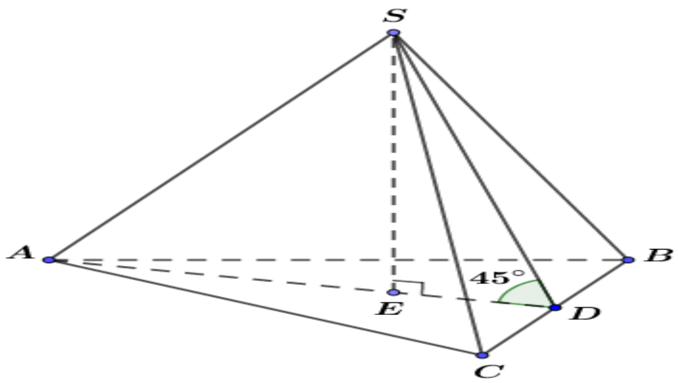
Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$

Câu 50. Cho hình chóp đều $S.ABC$ có $AB = 2\sqrt{3}$, mặt bên tạo với đáy một góc 45^0. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $2\sqrt{3}$. **B.** $4\sqrt{3}$. **C.** $8\sqrt{3}$. **D.** $\sqrt{3}$.

Lời giải

Gọi D là trung điểm của BC và E là trọng tâm ΔABC. Do $S.ABC$ là hình chóp đều nên SE là đường cao của hình chóp. Ta có:



$$\begin{cases} (SBC) \cap (ABC) = BC \\ SD \perp BC,\ SD \subset (SBC) \\ AD \perp BC,\ AD \subset (ABC) \end{cases}$$

Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) là góc giữa SD và AD, đó là SDA. Theo bài ra $SDA = 45^0$.

$\mathcal{B}_{ABC} = \left(2\sqrt{3}\right)^2 \dfrac{\sqrt{3}}{4} = 3\sqrt{3}$.

$AD = 2\sqrt{3}.\dfrac{\sqrt{3}}{2} = 3;\ ED = \dfrac{1}{3}AD = \dfrac{1}{3}.3 = 1$.

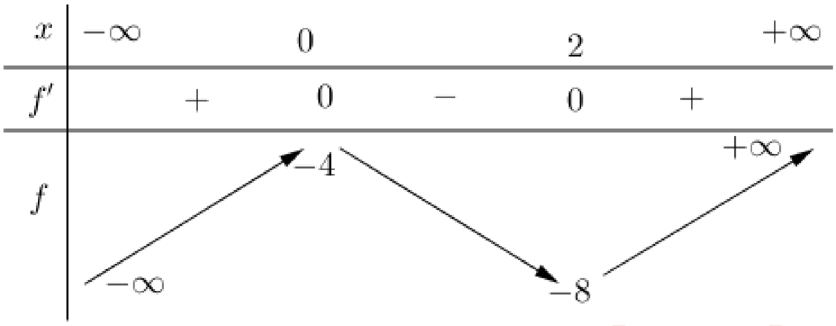
Tam giác SED vuông tại E có $SDE = 45^0$ nên tam giác SED vuông cân tại E. Do đó $SE = ED = 1$.

$V_{S.ABC} = \dfrac{1}{3}\mathcal{B}_{ABC}.SE = \dfrac{1}{3}.3\sqrt{3}.1 = \sqrt{3}$.

ĐỀ 7
ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA KÌ I
Môn: TOÁN, Lớp 12
Thời gian làm bài: 90 phút, *không tính thời gian phát đề*

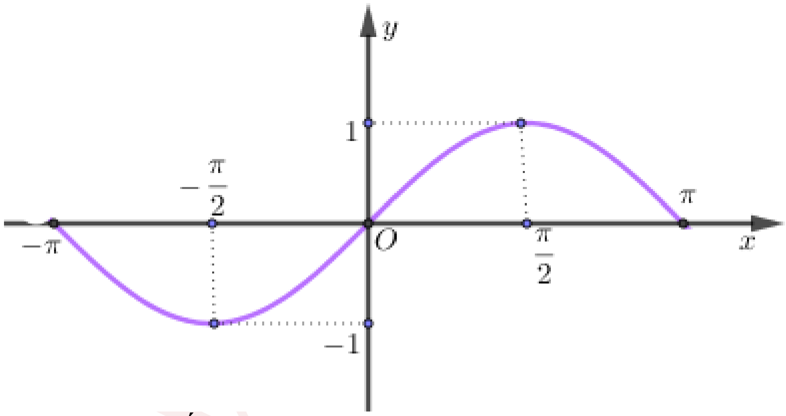
Câu 1. Cho hàm số bậc ba $f\left(x\right)=ax^3+bx^2+cx+d\ \left(a\neq 0\right)$ có bảng biến thiên như hình vẽ:



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào sau đây?

A. $\left(-\infty;-4\right)$. **B.** $\left(0;2\right)$. **C.** $\left(-8;+\infty\right)$. **D.** $\left(2;+\infty\right)$.

Câu 2. Trên khoảng $\left(-\pi;\pi\right)$ đồ thị hàm số $y=\sin x$ được cho như hình vẽ:



Hỏi hàm số $y=\sin x$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $\left(-\pi;0\right)$. **B.** $\left(-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right)$. **C.** $\left(0;\pi\right)$. **D.** $\left(\frac{\pi}{2};\pi\right)$.

Câu 3. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=x^4-2mx^2+2020$ đồng biến trên khoảng $\left(1;+\infty\right)$.

A. $0<m\leq 1$. **B.** $m\leq 1$. **C.** $0\leq m\leq 1$. **D.** $m\leq 0$.

Câu 4. Tìm khoảng nghịch biến của hàm số $y=\sqrt{3-x}+\sqrt{x-1}$.

A. $\left(1;3\right)$. **B.** $\left(-\infty;2\right)$. **C.** $\left(2;3\right)$. **D.** $\left(2;+\infty\right)$.

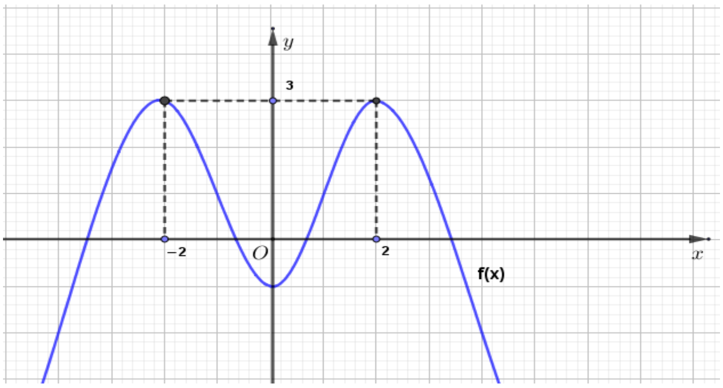
Câu 5. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho hàm số $f\left(x\right)=\frac{1}{3}x^3+mx^2+4x+2020$ đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. 5. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 6. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\frac{x+2}{x+5m}$ đồng biến trên khoảng $\left(-\infty;-10\right)$?

A. 2. **B.** Vô số. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 7. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ:



Hàm số $y=f\left(x^2-2\right)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;-2)$ **B.** $(0;2)$ **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(-2;0)$.

Câu 8. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x-1)^2(x-2)^3(x-3)^4$. Số điểm cực đại của hàm số đã cho là.

A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 3.

Câu 9. Hàm số $y=x^3-3x^2+mx-2$ đạt cực tiểu tại $x=2$ khi:

A. $m>0$. **B.** $m=0$. **C.** $m<0$. **D.** $m\neq 0$.

Câu 10. Tập hợp các giá trị của tham số m để hàm số $y=x^3+6x^2+3(m+2)x-m-1$ đạt cực trị tại các điểm x_1 và x_2 thỏa mãn $x_1<-1<x_2$ là

A. $(-\infty;1)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(1;2)$. **D.** $(-\infty;2)$.

Câu 11. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{1}{2}x^3-2x^2+3x+2021$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Gọi S là tổng tất cả các giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y=f\left(x^2-10x+m+9\right)$ có 5 điểm cực trị. Tổng S thuộc khoảng nào trong các khoảng sau.

A. $(110;120)$. **B.** $(120;130)$. **C.** $(130;140)$. **D.** $(140;150)$.

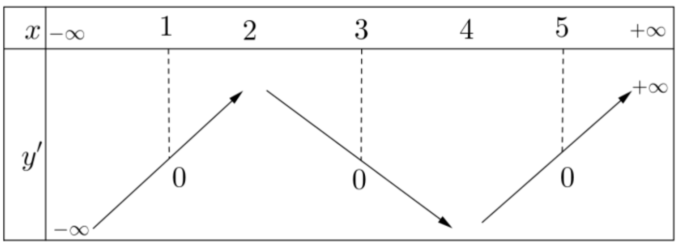
Câu 12. Biết đồ thị hàm số $y=x^3-3x+1$ có hai điểm cực trị A, B. Khi đó phương trình đường thẳng AB là

A. $y=2x-1$. **B.** $y=-2x+1$. **C.** $y=-x+2$. **D.** $y=x-2$.

Câu 13. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị của hàm số $y=-x^4+2(m+1)x^2-m^2$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác vuông cân.

A. $m=1\cdot$ **B.** $m=1;m=0$. **C.** $m=0$. **D.** $m=-1;m=0$.

Câu 14. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết rằng $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ và hàm số $y=f'(x)$ có bảng biến thiên như sau



Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng ?

A. Hàm số $y=f(x)$ có đúng hai điểm cực trị. **B.** Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên $(-\infty;2)$.

C. Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên $(2;4)$. **D.** Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên $(3;5)$.

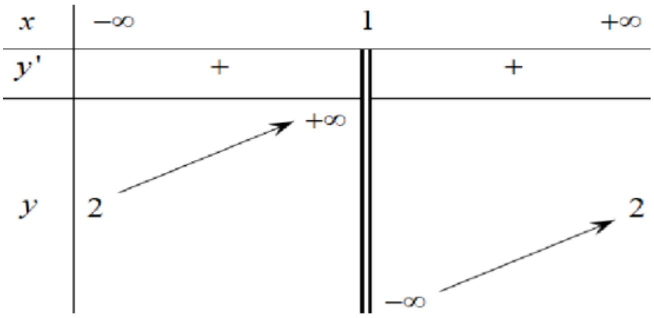
Câu 15. Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-x-2}{x^2-1}$ có bao nhiêu đường tiệm?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 16. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m\in[-2020;2020]$ để đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+2}{\sqrt{x^2-2x+m}}$ có hai đường tiệm cận đứng?

A. 2020. **B.** 2021. **C.** 2019. **D.** 2018.

Câu 17. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



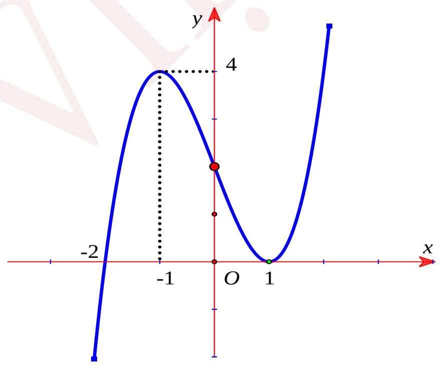
Tổng số đường tiệm cận của đồ thị hàm số đã cho là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 18. Tìm m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-2}{x^2+(2m-3)x+m^2-2m}$ không có tiệm cận đứng.

A. $m>\dfrac{9}{4}$. **B.** $m<\dfrac{9}{4}$. **C.** $m\neq\dfrac{9}{4}$. **D.** $m\neq 2$.

Câu 19. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ.



Số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-1}{f^2(x)-4f(x)}$ là

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.

Câu 20. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=\dfrac{x-2}{x+1}$ trên đoạn $[1;3]$ bằng

A. $-\dfrac{1}{2}$. **B.** $\dfrac{1}{2}$. **C.** $\dfrac{1}{4}$. **D.** $\dfrac{5}{2}$.

Câu 21. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{16\sin x-4}{16\sin^2 x-4\sin x+9}$. Gọi M là giá trị lớn nhất và m là giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho. Chọn mệnh đề đúng.

A. $M=m+\dfrac{8}{7}$. **B.** $7M+5m=0$. **C.** $M=\dfrac{5}{7}m$. **D.** $M=-\dfrac{4}{7}m$.

Câu 22. Cho các số thực x, y thỏa mãn $x^2 - xy + y^2 = 2$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x^2 + xy + y^2$.

A. $\min P = \dfrac{2}{3}$. **B.** $\min P = \dfrac{1}{6}$. **C.** $\min P = \dfrac{1}{2}$. **D.** $\min P = 2$.

Câu 23. Cho hàm số $y = \left|x^4 - 2x^3 + x^2 + a\right|$. Có bao nhiêu số nguyên a sao cho $\max\limits_{[-1;2]} y \le 2020$

A. 4037. **B.** 4036. **C.** 4038. **D.** 2021.

Câu 24. Để thiết kế một chiếc bể cá hình hộp chữ nhật có chiều cao là $60\,\text{cm}$, thể tích $96000\,\text{cm}^3$. Người thợ dùng loại kính để sử dụng làm mặt bên có giá thành 70000 VNĐ/m^2 và loại kính để làm mặt đáy có giá thành 100000 VNĐ/m^2. Tính chi phí thấp nhất để hoàn thành bể cá.

A. 81200 VNĐ. **B.** 80200 VNĐ. **C.** 82200 VNĐ. **D.** 83200 VNĐ.

Câu 25. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 - x^2 + 1$ và đồ thị hàm số $y = x^2 - x + 1$ là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 26. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 - m$ cắt trục hoành tại đúng một điểm.

A. $m \in (-\infty;0] \cup [2;+\infty)$. **B.** $m \in (-\infty;-4) \cup (0;+\infty)$.

C. $m \in (-\infty;-4] \cup [0;+\infty)$. **D.** $m \in (-\infty;0) \cup (2;+\infty)$.

Câu 27. Cho hàm số $y = \dfrac{x+2}{x-1}$ có đồ thị là (C) và đường thẳng (d) có phương trình: $y = -x + m$ với m là tham số. Tổng tất cả các giá trị của m để (d) cắt (C) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho $AB = 2\sqrt{2}$ là

A. 6. **B.** 4. **C.** -2. **D.** 2.

Câu 28. Cho hàm số $y = x^4 - x^2 - 3$ có đồ thị là (C). Phương trình tiếp tuyến với đồ thị (C) tại điểm $A(1;-3)$ là

A. $y = -3$. **B.** $y = x + 1$. **C.** $y = 2x - 5$. **D.** $y = 2x + 1$.

Câu 29. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \dfrac{x-6}{x+2}$, biết tiếp tuyến song song với đường thẳng $d: y = 2x + 13$.

A. $y = 2x - 3$. **B.** $y = 2x + 13$. **C.** $y = 2x + 5$. **D.** $y = 2x - 13$.

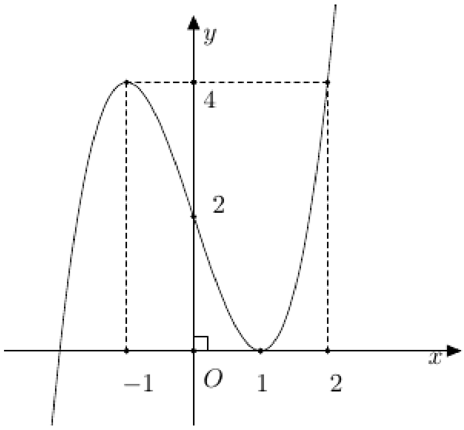
Câu 30. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và thỏa điều kiện: $2f(x) + f(x^3) = x^6 + 2x^2 - 3,\ \forall x \in \mathbb{R}$. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại điểm có hoành độ bằng 1 là

A. $y = 3x - 3$. **B.** $y = -2x$. **C.** $y = 2x - 2$. **D.** $y = -3x$.

Câu 31. Cho hàm số $y = \dfrac{x-1}{x+1}$ có đồ thị (C). Gọi Δ là tiếp tuyến của (C) tại điểm M (có hoành độ dương) sao cho Δ cùng với hai đường tiệm cận của (C) tạo thành tam giác có có chu vi nhỏ nhất.

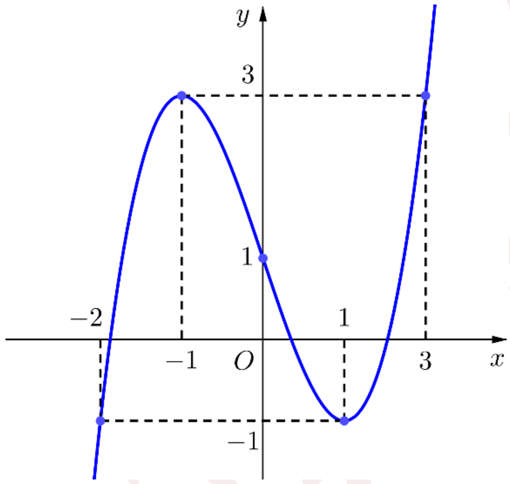
A. $y = -x + 2\sqrt{2} + 2$. **B.** $y = x - 2\sqrt{2} + 2$. **C.** $y = x + 2\sqrt{2} + 2$. **D.** $y = -x - 2\sqrt{2} + 2$.

Câu 32. Đồ thị dưới đây của hàm số nào?



A. $y=x^3-3x^2+2$. **B.** $y=x^3-3x+2$. **C.** $y=-x^3+3x+2$. **D.** $y=x^4+2x^2+2$.

Câu 33. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ sau:



Số giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f^2\left(\sin x\right)-\left(m+1\right)f\left(\sin x\right)+2m-2=0$ có đúng 4 nghiệm thuộc đoạn $\left[0;2\pi\right]$.

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 34. Tập xác định của hàm số $y=\left(x^2-x-2\right)^{-3}+\left(4-x^2\right)^{\frac{1}{5}}$ là

A. $D=\mathbb{R}\setminus\left\{-1;2\right\}$. **B.** $D=\left[-2;-1\right]$.

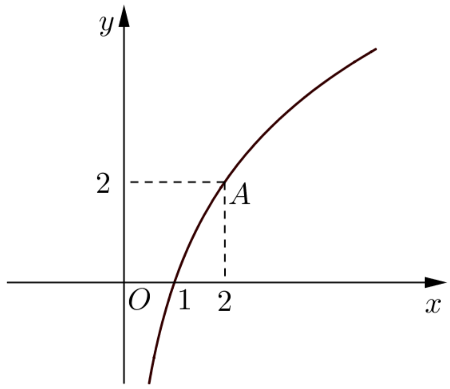
C. $D=\left(-2;2\right)\setminus\left\{-1\right\}$. **D.** $D=\left(-\infty;-1\right)\cup\left(2;+\infty\right)\setminus\left\{-2\right\}$.

Câu 35. Tính đạo hàm của hàm số $y=2^{x^2-3x}$.

A. $y'=(2x-3).2^{x^2-3x}\ln 2$. **B.** $y'=(2x-3).2^{x^2-3x}$.

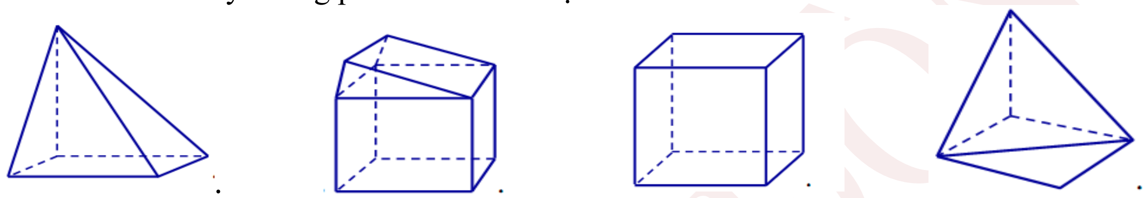
C. $y'=(2x-3).2^{x^2-3x-1}$. **D.** $y'=(x^2-3x).2^{x^2-3x-1}$.

Câu 36. Cho hàm số $y=\log_a x$ $\left(0<a\neq 1\right)$ có đồ thị là hình bên dưới. Giá trị của a bằng



A. $a=\sqrt{2}$. **B.** $a=\dfrac{2}{3}$. **C.** $a=2$. **D.** $a=\dfrac{1}{3}$.

Câu 37. Hình nào dưới đây không phải là hình đa diện?



Hình 1 Hình 2 Hình 3 Hình 4

A. Hình 1. **B.** Hình 2. **C.** Hình 3. **D.** Hình 4.

Câu 38. Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. Hình tứ diện đều có 4 đỉnh, 6 cạnh, 4 mặt. **B.** Hình tứ diện đều có 4 đỉnh, 4 cạnh, 4 mặt.
C. Hình tứ diện đều có 6 đỉnh, 4 cạnh, 4 mặt. **D.** Hình tứ diện đều có 6 đỉnh, 6 cạnh, 4 mặt.

Câu 39. Cho khối chóp có diện tích đáy bằng a^2 và chiều cao bằng $2a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $\dfrac{2a^3}{3}$. **B.** $2a^3$. **C.** $4a^3$. **D.** a^3.

Câu 40. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy $AB=2a\sqrt{3}$; góc giữa mặt bên và mặt đáy là $60°$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $8a^3\sqrt{3}$. **B.** $a^3\sqrt{3}$. **C.** $3a^3$. **D.** $3a^3\sqrt{3}$.

Câu 41. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA=3a$ và SA vuông góc với đáy, tam giác ABC là tam giác vuông cân tại B, $AC=2a$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V=\dfrac{a^3}{3}$. **B.** $V=\dfrac{2a^3}{3}$. **C.** $V=2a^3$. **D.** $V=a^3$.

Câu 42. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và B, $AB=BC=a$, $AD=2a$. Tam giác SAD đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **B.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **C.** $V=\dfrac{3a^3\sqrt{3}}{2}$. **D.** $V=\dfrac{3a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 43. Cho khối chóp $S.ABC$ có thể tích $V=a^3$. Mặt bên SBC là tam giác vuông cân tại S, có $BC=a\sqrt{2}$. Khoảng cách từ trung điểm I của AB đến mặt phẳng (SBC) là

A. $6a$. **B.** $2a$. **C.** $3a$. **D.** $\dfrac{3}{2}a$.

Câu 44. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M và N theo thứ tự là trung điểm của SA và SB. Tính $k=\dfrac{V_{S.CDMN}}{V_{BCNADM}}$?

A. $k=\frac{1}{2}$. **B.** $k=\frac{3}{5}$. **C.** $k=\frac{5}{8}$. **D.** $k=\frac{3}{8}$.

Câu 45. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông tại B, góc $BAC=60^0$, $AC=3a$, $CC'=2a$. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $\frac{9\sqrt{3}a^3}{8}$. **B.** $\frac{9\sqrt{3}a^3}{4}$. **C.** $\frac{3\sqrt{3}a^3}{12}$. **D.** $\frac{3\sqrt{3}a^3}{4}$.

Câu 46. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh $4a$, hình chiếu của A' trên đáy trùng với trọng tâm G của tam giác ABC, góc giữa cạnh bên và đáy bằng 30^0. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$

A. $\frac{16\sqrt{3}a^3}{3}$. **B.** $16a^3\sqrt{3}$. **C.** $\frac{4\sqrt{3}a^3}{3}$. **D.** $\frac{4\sqrt{3}a^3}{9}$.

Câu 47. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, khoảng cách từ C' đến mặt phẳng $(A'BD)$ bằng $\frac{4a\sqrt{3}}{3}$. Tính theo a thể tích khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$.

A. $V=8a^3$. **B.** $V=3\sqrt{3}a^3$. **C.** $V=8\sqrt{3}a^3$. **D.** $V=216a^2$.

Câu 48. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang cân với $AB=2a; BC=CD=DA=a$. SA vuông góc với mặt phẳng đáy, SC tạo với đáy một góc 60^o. Mặt phẳng (P) đi qua A, vuông góc SB và cắt các cạnh SB, SC, SD lần lượt tại M, N, P. Tính thể tích khối đa diện $ABCDMNP$.

A. $\frac{668a^3\sqrt{3}}{2080}$. **B.** $\frac{669a^3\sqrt{3}}{2080}$. **C.** $\frac{667a^3\sqrt{3}}{2080}$. **D.** $\frac{666a^3\sqrt{3}}{2080}$.

Câu 49. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB=a$ và có thể tích bằng $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$. Góc giữa hai đường thẳng AB' và BC' bằng

A. $90°$. **B.** $30°$. **C.** $60°$. **D.** $45°$.

Câu 50. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng 2020. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AA'; BB' và điểm P nằm trên cạnh CC' sao cho $PC=3PC'$. Thể tích của khối đa diện lồi có các đỉnh là các điểm A, B, C, M, N, P bằng

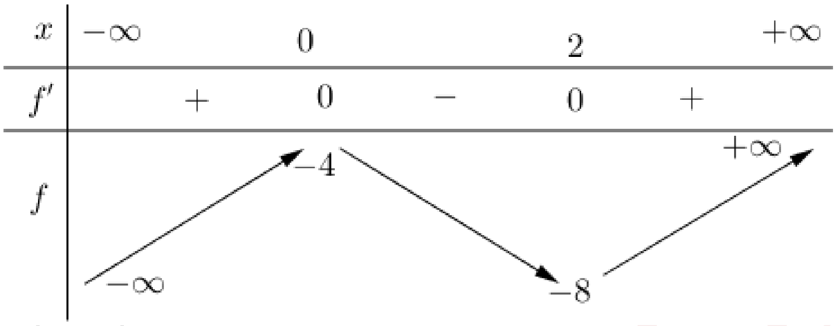
A. $\frac{2020}{3}$. **B.** $\frac{5353}{3}$. **C.** $\frac{2525}{3}$. **D.** $\frac{3535}{3}$.

--- HẾT ---

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
D	D	B	C	A	A	C	B	B	A	C	B	C	D	C	A	B	A	C	C	B	A	A	D	C
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
B	B	C	A	C	B	B	A	C	A	A	D	A	A	C	D	A	C	B	B	B	A	B	C	D

Câu 1. Cho hàm số bậc ba $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ $(a\neq 0)$ có bảng biến thiên như hình vẽ:



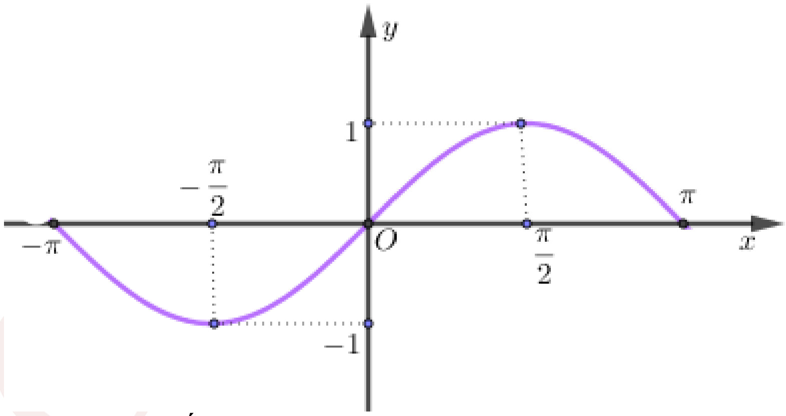
Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(-\infty;-4)$. **B.** $(0;2)$. **C.** $(-8;+\infty)$. **D.** $(2;+\infty)$.

Lời giải

Từ bảng biến thiên dễ thấy hàm số đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

Câu 2. Trên khoảng $(-\pi;\pi)$ đồ thị hàm số $y=\sin x$ được cho như hình vẽ:



Hỏi hàm số $y=\sin x$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(-\pi;0)$. **B.** $\left(-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right)$. **C.** $(0;\pi)$. **D.** $\left(\frac{\pi}{2};\pi\right)$.

Lời giải

Từ hình vẽ, ta thấy đồ thị hàm số $y=\sin x$ "đi xuống" trong $\left(\frac{\pi}{2};\pi\right)$, do đó hàm số nghịch biến trong khoảng $\left(\frac{\pi}{2};\pi\right)$.

Câu 3. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=x^4-2mx^2+2020$ đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$.

A. $0<m\le 1$. **B.** $m\le 1$. **C.** $0\le m\le 1$. **D.** $m\le 0$.

Lời giải

Ta có $y'=4x^3-4mx=4x\left(x^2-m\right)$ và $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x^2=m\end{array}\right.$.

Nếu $m \le 0$ thì hàm số đồng biến trên $(0;+\infty)$ nên hàm số đã cho đồng biến trên $(1;+\infty)$.
Do đó, $m \le 0$ thỏa yêu cầu bài toán.
Nếu $m > 0$ thì hàm số đồng biến trên $\left(-\sqrt{m};0\right)$, $\left(\sqrt{m};+\infty\right)$ nên hàm số đã cho đồng biến trên $(1;+\infty)$ khi $\sqrt{m} \le 1 \Leftrightarrow 0 \le m \le 1$.
So với điều kiện thì $0 < m \le 1$ thỏa yêu cầu bài toán.
Vậy giá trị m cần tìm là $m \le 1$.

Câu 4. Tìm khoảng nghịch biến của hàm số $y = \sqrt{3-x} + \sqrt{x-1}$.

A. $(1;3)$. **B.** $(-\infty;2)$. **C.** $(2;3)$. **D.** $(2;+\infty)$.

Lời giải

Tập xác định: $D = [1;3]$.

Ta có $y' = \dfrac{1}{2\sqrt{x-1}} - \dfrac{1}{2\sqrt{3-x}}$.

$y' = 0 \Leftrightarrow \dfrac{1}{2\sqrt{x-1}} - \dfrac{1}{2\sqrt{3-x}} = 0 \Leftrightarrow x-1 = 3-x \Leftrightarrow x = 2$.

y' không xác định khi $\left[\begin{array}{l}\sqrt{x-1}=0\\ \sqrt{3-x}=0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=1\\ x=3\end{array}\right.$.

Bảng xét dấu đạo hàm

x	$-\infty$		1		2		3		$+\infty$
y'				$+$	0	$-$			

Dựa vào bảng xét dấu của đạo hàm, ta thấy hàm số đã cho nghịch biến trên $(2;3)$.

Câu 5. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho hàm số $f(x) = \dfrac{1}{3}x^3 + mx^2 + 4x + 2020$ đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. 5. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

$y' = x^2 + 2mx + 4$.
Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ $\Leftrightarrow \Delta_{y'} \le 0 \Leftrightarrow 4m^2 - 16 \le 0 \Leftrightarrow -2 \le m \le 2$.
Vậy có 5 giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn là: $-2;-1;0;1;2$.

Câu 6. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \dfrac{x+2}{x+5m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;-10)$?

A. 2. **B.** Vô số. **C.** 1. **D.** 3.

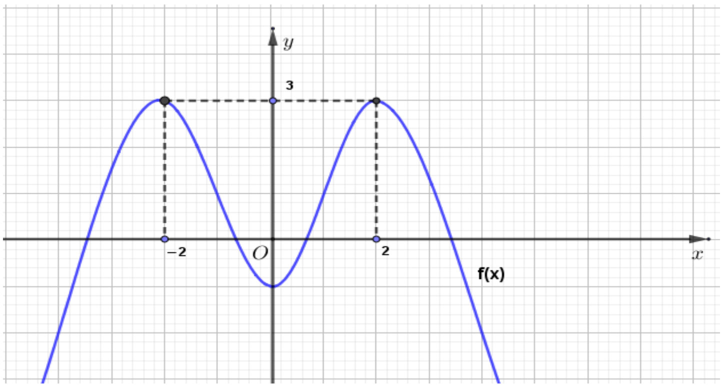
Lời giải

Ta có $y = \dfrac{x+2}{x+5m}$ $(x \ne -5m)$, đạo hàm $y' = \dfrac{5m-2}{(x+5m)^2}$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow \begin{cases} y' > 0 \\ -5m \notin (-\infty;-10) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5m-2>0 \\ -5m \ge -10 \end{cases} \Leftrightarrow \dfrac{2}{5} < m \le 2$.

Do $m \in \mathbb{Z}$, nên $m \in \{1;2\}$. Vậy có 2 giá trị nguyên của tham số m thoả mãn yêu cầu bài toán.

Câu 7. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ:



Hàm số $y=f\left(x^2-2\right)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;-2)$ **B.** $(0;2)$ **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(-2;0)$.

Lời giải

Quan sát đồ thị của hàm số $y=f(x)$ ta thấy $f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm 2 \end{array}\right.$.

Với $y=f\left(x^2-2\right)$ ta có $y'=2x.f'\left(x^2-2\right)$.

Vậy $y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x=0 \\ f'\left(x^2-2\right)=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x^2-2=0 \\ x^2-2=\pm 2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm\sqrt{2} \\ x=\pm 2 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-2		$-\sqrt{2}$		0		$\sqrt{2}$		2		$+\infty$
$2x$		$-$	|	$-$	|	$-$	0	$+$	|	$+$	|	$+$	
$f'(x^2-2)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Vậy $y=f\left(x^2-2\right)$ nghịch biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

Câu 8. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x-1)^2(x-2)^3(x-3)^4$. Số điểm cực đại của hàm số đã cho là.

A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 3.

Lời giải

$$f'(x)=0 \Leftrightarrow x(x-1)^2(x-2)^3(x-3)^4=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \\ x=2 \\ x=3 \end{array}\right..$$

Lập bảng biến thiên.

x	$-\infty$		0		1		2		3		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	-	0	+	0	+	

Dựa vào BXD ta có $f'(x)$ đổi dấu từ dương sang âm 1 lần nên hàm số có 1 điểm cực đại.

Câu 9. Hàm số $y=x^3-3x^2+mx-2$ đạt cực tiểu tại $x=2$ khi:

A. $m>0$. **B.** $m=0$. **C.** $m<0$. **D.** $m\neq 0$.

Lời giải

Ta có: $y' = 3x^2 - 6x + m,\ y'' = 6x - 6$.

Để hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$ thì $\begin{cases} y'(2) = 0 \\ y''(2) > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m = 0 \\ 6 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = 0$.

Câu 10. Tập hợp các giá trị của tham số m để hàm số $y = x^3 + 6x^2 + 3(m+2)x - m - 1$ đạt cực trị tại các điểm x_1 và x_2 thỏa mãn $x_1 < -1 < x_2$ là

A. $(-\infty;1)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(1;2)$. **D.** $(-\infty;2)$.

Lời giải

Ta có $y' = 3x^2 + 12x + 3(m+2)$; $y' = 0 \Leftrightarrow x^2 + 4x + m + 2 = 0\ (*)$.

Hàm số có hai điểm cực trị x_1 và x_2 thỏa mãn $x_1 < -1 < x_2 \Leftrightarrow$ phương trình $(*)$ có hai nghiệm phân biệt x_1 và x_2 thỏa mãn $(x_1+1)(x_2+1) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = 4 - (m+2) > 0 \\ x_1x_2 + x_1 + x_2 + 1 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 2 \\ m < 1 \end{cases} \Leftrightarrow m < 1$.

Câu 11. Cho hàm số $f(x) = \frac{1}{2}x^3 - 2x^2 + 3x + 2021$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Gọi S là tổng tất cả các giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y = f(x^2 - 10x + m + 9)$ có 5 điểm cực trị. Tổng S thuộc khoảng nào trong các khoảng sau.

A. $(110;120)$. **B.** $(120;130)$. **C.** $(130;140)$. **D.** $(140;150)$.

Lời giải

Ta có: $f'(x) = x^2 - 4x + 3$; $f'(x) = x^2 - 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = 3 \end{array}\right.$.

Suy ra hàm số $f(x) = \frac{1}{2}x^3 - 2x^2 + 3x + 2021$ có hai điểm cực trị là $x = 1; x = 3$.

Ta có: $y' = (2x - 10).f'(x^2 - 10x + m + 9)$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 5 \\ x^2 - 10x + m + 9 = 1\ \ (1) \\ x^2 - 10x + m + 9 = 3\ \ (2) \end{array}\right..$$

Hàm số đã cho có 5 cực trị $\Leftrightarrow y' = 0$ có 5 nghiệm phân biệt và y' đổi dấu khi đi qua 5 nghiệm đó $\Leftrightarrow$ Mỗi pt (1) và (2) có 2 nghiệm phân biệt khác nhau và khác 5.

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 25 - (m+8) > 0 \\ 25 - (m+6) > 0 \\ m \neq 17 \\ m \neq 19 \end{array}\right. \Leftrightarrow m < 17.$$

Vậy các giá trị m nguyên dương thõa mãn: $m \in \{1;\ 2;\ 3....;\ 16\}$. Khi đó $S = \frac{(1+16)16}{2} = 136$.

Câu 12. Biết đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ có hai điểm cực trị A, B. Khi đó phương trình đường thẳng AB là

A. $y = 2x - 1$. **B.** $y = -2x + 1$. **C.** $y = -x + 2$. **D.** $y = x - 2$.

Lời giải

Cách 1: Từ đề bài, ta tìm được tọa độ hai điểm cực trị A, B sau đó

+ Viết phương trình đường thẳng đi qua hai điểm A, B rồi suy ra đáp án B.

+ Hoặc thử cả 2 điểm A, B vào từng đáp án để suy ra đáp án B.

Cách 2:

Thực hiện phép chia y cho y' ta được: $y = y'.\left(\frac{1}{3}x\right) + (-2x+1)$.

Giả sử hai điểm cực trị của đồ thị hàm số lần lượt là: $A(x_1; y_1)$ và $B(x_2; y_2)$.

Ta có: $\begin{cases} y_1 = y(x_1) = y'(x_1).\left(\frac{1}{3}x_1\right) + (-2x_1+1) = -2x_1+1 \\ y_2 = y(x_2) = y'(x_2).\left(\frac{1}{3}x_2\right) + (-2x_2+1) = -2x_2+1 \end{cases}$.

Ta thấy, toạ độ hai điểm cực trị A và B thoả mãn phương trình $y = -2x+1$.

Vậy phương trình đường thẳng qua hai điểm cực trị là: $y = -2x+1$.

Câu 13. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị của hàm số $y = -x^4 + 2(m+1)x^2 - m^2$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác vuông cân.

A. $m = 1$· **B.** $m = 1; m = 0$. **C.** $m = 0$. **D.** $m = -1; m = 0$.

Lời giải

Cách 1: Ta có $y' = -4x(x^2 - m - 1)$

Xét $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x^2 = m+1 \end{array}\right.$.

Đồ thị hàm số có ba điểm cực trị $\Leftrightarrow$ $m > -1$ (*)

Tọa độ ba điểm cực trị là $A(0; -m^2)$, $B\left(\sqrt{m+1}; 2m+1\right)$, $C\left(-\sqrt{m+1}; 2m+1\right)$

Gọi H là trung điểm của đoạn thẳng BC thì $H(0; 2m+1)$

Ba điểm cực trị lập thành tam giác vuông cân khi và chỉ khi $AH = \frac{BC}{2} \Leftrightarrow \sqrt{(m+1)^4} = \sqrt{m+1}$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 0 \\ m = -1 \end{array}\right.$.

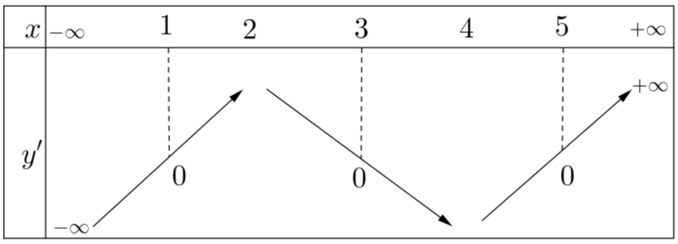
So với điều kiện (*) thì $m = 0$ thỏa mãn.

Cách 2: (Phương pháp trắc nghiệm)

Điều kiện để đồ thị hàm số trùng phương $y = ax^4 + bx^2 + c, a \neq 0$ có ba điểm cực trị là $ab < 0 \Leftrightarrow m > -1$

Khi đó ba điểm cực trị lập thành tam giác vuông cân khi $b^3 + 8a = 0 \Leftrightarrow -8(m+1)^3 + 8 = 0 \Leftrightarrow m = 0$.

Câu 14. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết rằng $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ và hàm số $y = f'(x)$ có bảng biến thiên như sau



Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng ?

A. Hàm số $y = f(x)$ có đúng hai điểm cực trị. **B.** Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $(-\infty; 2)$.

C. Hàm số $y=f\left(x\right)$ nghịch biến trên $\left(2;4\right)$. **D.** Hàm số $y=f\left(x\right)$ nghịch biến trên $\left(3;5\right)$.

Lời giải

Ta có $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=2\\x=3\end{array}\right.$ và f' đổi dấu khi qua nghiệm nên hàm số $y=f\left(x\right)$ có đúng 3 điểm cực trị.

Mặt khác, $y'>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}1<x<3\\x>5\end{array}\right.$ và $y'<0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x<1\\3<x<5\end{array}\right.$. Do đó, hàm số $y=f\left(x\right)$ đồng biến trên mỗi khoảng $\left(1;3\right)$, $\left(5;+\infty\right)$ và nghịch biến trên mỗi khoảng $\left(-\infty;1\right)$, $\left(3;5\right)$.

Câu 15. Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-x-2}{x^2-1}$ có bao nhiêu đường tiệm?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{x^2-x-2}{x^2-1}=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{1-\dfrac{1}{x}-\dfrac{2}{x^2}}{1-\dfrac{1}{x^2}}=1\Rightarrow y=1$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Ta có $\lim\limits_{x\to1^+}\dfrac{x^2-x-2}{x^2-1}=\lim\limits_{x\to1^+}\dfrac{\left(x-2\right)\left(x+1\right)}{\left(x+1\right)\left(x-1\right)}=\lim\limits_{x\to1^+}\dfrac{x-2}{x-1}=-\infty\Rightarrow x=1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Ta có $\lim\limits_{x\to-1^+}\dfrac{x^2-x-2}{x^2-1}=\lim\limits_{x\to-1^+}\dfrac{\left(x-2\right)\left(x+1\right)}{\left(x+1\right)\left(x-1\right)}=\lim\limits_{x\to-1^+}\dfrac{x-2}{x-1}=\dfrac{3}{2}$.

Ta có $\lim\limits_{x\to-1^-}\dfrac{x^2-x-2}{x^2-1}=\lim\limits_{x\to-1^-}\dfrac{\left(x-2\right)\left(x+1\right)}{\left(x+1\right)\left(x-1\right)}=\lim\limits_{x\to-1^-}\dfrac{x-2}{x-1}=\dfrac{3}{2}$.

Vậy đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận.

Câu 16. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m\in\left[-2020;2020\right]$để đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+2}{\sqrt{x^2-2x+m}}$ có hai đường tiệm cận đứng?

A. 2020. **B.** 2021. **C.** 2019. **D.** 2018.

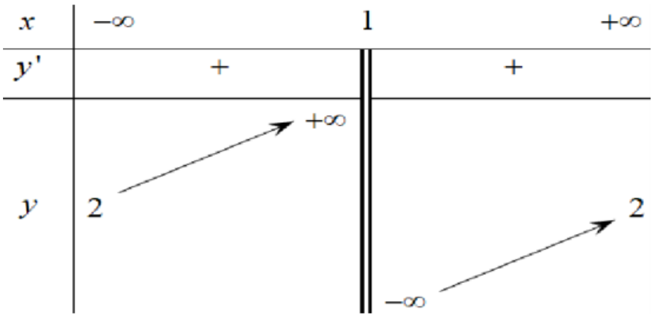
Lời giải

Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+2}{\sqrt{x^2-2x+m}}$ có hai đường tiệm cận đứng khi $x^2-2x+m=0$ có hai nghiệm phân biệt khác $-2\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta'>0\\\left(-2\right)^2-2\left(-2\right)+m\ne0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}1-m>0\\m\ne-8\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m<1\\m\ne-8\end{cases}$

$\xrightarrow{m\in\mathbb{Z};m\in\left[-2020;2020\right]}m\in\left\{-2020;-2019;....;-3;-2;-1,0\right\}\setminus\left\{-8\right\}$.

Vậy có 2020 giá trị của tham số $m\in\left[-2020;2020\right]$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 17. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:



Tổng số đường tiệm cận của đồ thị hàm số đã cho là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Ta có: $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x)=2 \Rightarrow y=2$ là một TCN của đồ thị hàm số.

$\lim\limits_{x\to 1^+} f(x)=-\infty \Rightarrow x=1$ là một TCĐ của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị hàm số có tất cả 2 đường tiệm cận.

Câu 18. Tìm m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-2}{x^2+(2m-3)x+m^2-2m}$ không có tiệm cận đứng.

A. $m>\dfrac{9}{4}$. **B.** $m<\dfrac{9}{4}$. **C.** $m\neq\dfrac{9}{4}$. **D.** $m\neq 2$.

Lời giải

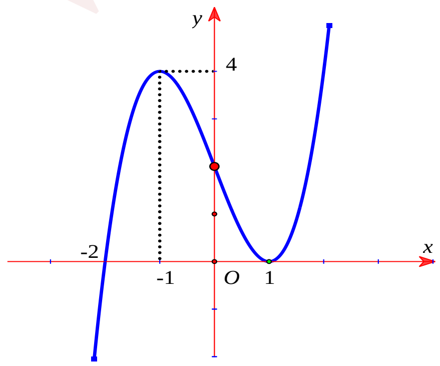
Đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng

$\Leftrightarrow x^2+(2m-3)x+m^2-2m\neq 0,\ \forall x\in\mathbb{R}$

$\Leftrightarrow (2m-3)^2-4(m^2-2m)<0,\ \forall x\in\mathbb{R}$

$\Leftrightarrow m>\dfrac{9}{4}$.

Câu 19. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ.



Số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-1}{f^2(x)-4f(x)}$ là

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.

Lời giải

Dựa vào đồ thị, khi đó phương trình $f^2(x)-4f(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x)=0 \\ f(x)=4 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-2 \\ x=1 \\ x=-1 \\ x=2 \end{array}\right.$, trong đó $x=1$

và $x=-1$ là nghiệm kép bội chẵn. Khi đó

$f^2(x)-4f(x)=(x+2)(x-1)^{2k}(x-2)(x+1)^{2l}.g(x)$, với $g(x)$ là một đa thức vô nghiệm trên $\mathbb{R}$ và $k,l\in\mathbb{N}^*$.

Suy ra $y=\dfrac{x^2-1}{f^2(x)-4f(x)}=\dfrac{(x+1)(x-1)}{(x+2)(x-1)^{2k}(x-2)(x+1)^{2l}.g(x)}$

$=\dfrac{1}{(x+2)(x-1)^{2k-1}(x-2)(x+1)^{2l-1}.g(x)}$

Vậy đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-1}{f^2(x)-4f(x)}$ có 4 đường tiệm cận đứng đó là $x=\pm1, x=\pm2$.

Câu 20. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=\dfrac{x-2}{x+1}$ trên đoạn $[1;3]$ bằng

A. $-\dfrac{1}{2}$. **B.** $\dfrac{1}{2}$. **C.** $\dfrac{1}{4}$. **D.** $\dfrac{5}{2}$.

Lời giải

Ta có $f'(x)=\dfrac{3}{(x+1)^2}>0, \forall x\in(1;3)$ $\Rightarrow$ hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(1;3)$.

Suy ra $\max\limits_{[1;3]} f(x)=f(3)=\dfrac{1}{4}$.

Câu 21. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{16\sin x-4}{16\sin^2 x-4\sin x+9}$. Gọi M là giá trị lớn nhất và m là giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho. Chọn mệnh đề đúng.

A. $M=m+\dfrac{8}{7}$. **B.** $7M+5m=0$. **C.** $M=\dfrac{5}{7}m$. **D.** $M=-\dfrac{4}{7}m$.

Lời giải

Đặt $t=\sin x$, $-1\le t\le 1$ $\Rightarrow y=g(t)=\dfrac{16t-4}{16t^2-4t+9}$

Ta có $g'(t)=\dfrac{-256t^2+128x+128}{(16t^2-4t+9)^2}$; $g'(t)=0\Leftrightarrow\dfrac{-256t^2+128t+128}{(16t^2-4t+9)^2}=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=1\\t=-\dfrac{1}{2}\end{array}\right.(TM)$.

Có $g(-1)=-\dfrac{20}{29}$, $f\left(-\dfrac{1}{2}\right)=-\dfrac{4}{5}$, $f(1)=\dfrac{4}{7}$.

Suy ra $M=\max\limits_{[-1;1]} g(t)=\dfrac{4}{7}$ và $m=\min\limits_{[-1;1]} g(t)=-\dfrac{4}{5}$.

Vậy $7M+5m=0$.

Câu 22. Cho các số thực x, y thỏa mãn $x^2-xy+y^2=2$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=x^2+xy+y^2$.

A. $\min P=\dfrac{2}{3}$. **B.** $\min P=\dfrac{1}{6}$. **C.** $\min P=\dfrac{1}{2}$. **D.** $\min P=2$.

Lời giải

Xét $\dfrac{P}{2}=\dfrac{x^2+xy+y^2}{2}=\dfrac{x^2+xy+y^2}{x^2-xy+y^2}$.

Nếu $y=0$ thì $x^2=2$. Do đó $P=x^2=2\Rightarrow\min P=2$.

Nếu $y \neq 0$, chia cả tử và mẫu cho y^2 ta có: $\dfrac{P}{2} = \dfrac{1+\left(\dfrac{x}{y}\right)+\left(\dfrac{x}{y}\right)^2}{1-\left(\dfrac{x}{y}\right)+\left(\dfrac{x}{y}\right)^2}$.

Đặt $t = \dfrac{x}{y}$, khi đó $\dfrac{P}{2} = \dfrac{1+t+t^2}{1-t+t^2}$.

Xét hàm số $f(t) = \dfrac{1+t+t^2}{1-t+t^2} \Rightarrow f'(t) = \dfrac{-2t^2+2}{\left(1-t+t^2\right)^2}$.

$f'(t) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=1 \\ t=-1 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên

t	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(t)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(t)$	1	$\searrow$	$\dfrac{1}{3}$	$\nearrow$	3	$\searrow$	1

Từ bảng biến thiên ta $\min \dfrac{P}{2} = \dfrac{1}{3} \Rightarrow \min P = \dfrac{2}{3}$.

Câu 23. Cho hàm số $y = \left|x^4 - 2x^3 + x^2 + a\right|$. Có bao nhiêu số nguyên a sao cho $\max\limits_{[-1;2]} y \leq 2020$

A. 4037. **B.** 4036. **C.** 4038. **D.** 2021.

Lời giải

Ta xét hàm số $u(x) = x^4 - 2x^3 + x^2 + a$ trên đoạn $[-1;2]$.

Ta có $u'(x) = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 6x^2 + 2x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \\ x=\dfrac{1}{2} \end{array}\right.$.

$M = \max\limits_{[-1;2]} u(x) = \max\left\{u(-1); u(0); u(1); u\left(\dfrac{1}{2}\right); u(2)\right\}$.

$= \max\left\{a+4; a+4; a; a; a+\dfrac{1}{16}\right\} = a+4$

Và $m = \min\limits_{[-1;2]} u(x) = a$

$\Rightarrow \max\limits_{[-1;2]} y = \max\left\{|a+4|; |a|\right\} \leq 2020$

TH1: $|a+4| \leq |a| \leq 2020 \Leftrightarrow \begin{cases} (a+4)^2 \leq a^2 \\ -2020 \leq a \leq 2020 \end{cases} \Leftrightarrow -2020 \leq a \leq -2$

TH2: $|a| \leq |a+4| \leq 2020 \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 \leq (a+4)^2 \\ -2020 \leq a+4 \leq 2020 \end{cases} \Leftrightarrow -2 \leq a \leq 2016$

Vậy $a \in \{-2020;...;2016\} \Rightarrow$ có $2020+2017=4037$ số.

Câu 24. Để thiết kế một chiếc bể cá hình hộp chữ nhật có chiều cao là $60\,\text{cm}$, thể tích $96000\,\text{cm}^3$. Người thợ dùng loại kính để sử dụng làm mặt bên có giá thành 70000 VNĐ/m^2 và loại kính để làm mặt đáy có giá thành 100000 VNĐ/m^2. Tính chi phí thấp nhất để hoàn thành bể cá.

A. 81200 VNĐ. **B.** 80200 VNĐ. **C.** 82200 VNĐ. **D.** 83200 VNĐ.

Lời giải

Gọi $x, y(\text{m})$, $(x>0, y>0)$ là chiều dài và chiều rộng của đáy bể.

Khi đó theo đề ta suy ra $0,6xy = 0,096 \Leftrightarrow y = \dfrac{0,16}{x}$.

Giá thành của bể cá được xác định theo hàm số sau:

$$f(x) = 2.0,6\left(x+\frac{0,16}{x}\right).70000 + 100000.x.\frac{0,16}{x}$$

$$\Leftrightarrow f(x) = 84000\left(x+\frac{0,16}{x}\right)+16000$$

Ta có $f'(x) = 84000\left(1-\dfrac{0,16}{x^2}\right) \Rightarrow f'(x)=0 \Leftrightarrow x=0,4$

Bảng biến thiên:

x	0		$0,4$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$		$\searrow$	$f(0,4)$	$\nearrow$	

Dựa vào bảng biến thiên suy ra chi phí thấp nhất để hoàn thành bể cá là $f(0,4) = 83200$ VNĐ.

Câu 25. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 - x^2 + 1$ và đồ thị hàm số $y = x^2 - x + 1$ là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Xét phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị đã cho:

$$x^3 - x^2 + 1 = x^2 - x + 1 \Leftrightarrow x^3 - 2x^2 + x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \end{array}\right.$$

Vì phương trình hoành độ giao điểm có 2 nghiệm phân biệt nên hai đồ thị đã cho có 2 giao điểm.

Câu 26. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 - m$ cắt trục hoành tại đúng một điểm.

A. $m \in (-\infty;0] \cup [2;+\infty)$. **B.** $m \in (-\infty;-4) \cup (0;+\infty)$.

C. $m \in (-\infty;-4] \cup [0;+\infty)$. **D.** $m \in (-\infty;0) \cup (2;+\infty)$.

Lời giải

Xét phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 - m$ và trục hoành:

$x^3 - 3x^2 - m = 0 \Leftrightarrow x^3 - 3x^2 = m$ (*)

Xét hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2$ có tập xác định $D = \mathbb{R}$.

Ta có: $f'(x) = 3x^2 - 6x$.

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \Rightarrow f(0)=0 \\ x=2 \Rightarrow f(2)=-4 \end{array}\right.$$

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}\left(x^3-3x^2\right)=-\infty$; $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(x^3-3x^2\right)=+\infty$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	0	$\searrow$	-4	$\nearrow$	$+\infty$
							$y=m$

Đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2-m$ cắt trục hoành tại đúng một điểm $\Leftrightarrow$ Phương trình (*) có đúng một nghiệm.

Do đó từ bảng biến thiên ta được: yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m<-4 \\ m>0 \end{array}\right.$.

Câu 27. Cho hàm số $y=\dfrac{x+2}{x-1}$ có đồ thị là (C) và đường thẳng (d) có phương trình: $y=-x+m$ với m là tham số. Tổng tất cả các giá trị của m để (d) cắt (C) tại hai điểm phân biệt A,B sao cho $AB=2\sqrt{2}$ là

A. 6. **B.** 4. **C.** -2. **D.** 2.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (C) là:

$$\frac{x+2}{x-1}=-x+m \Leftrightarrow \begin{cases} x\neq 1 \\ x^2-mx+m+2=0.(1) \end{cases}$$

Để (d) cắt (C) tại hai điểm phân biệt $\Leftrightarrow \begin{cases} 1-m+m+2\neq 0 \\ \Delta=m^2-4m-8>0(*) \end{cases}$

Khi đó (d) cắt (C) tại $A(x_1;-x_1+m);B(x_2;-x_2+m)$ với $x_1;x_2$ là nghiệm của phương trình (1).

Theo Viet ta có:

$AB=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(x_2-x_1)^2}$

$AB=\sqrt{2[(x_2+x_1)^2-4x_1x_2]}$

$AB=\sqrt{2(m^2-4m-8)}$

Theo giả thiết: $\sqrt{2(m^2-4m-8)}=2\sqrt{2}\Leftrightarrow m^2-4m-12=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=-2 \\ m=6 \end{array}\right.$ (thỏa mãn (*)).

Câu 28. Cho hàm số $y=x^4-x^2-3$ có đồ thị là (C). Phương trình tiếp tuyến với đồ thị (C) tại điểm $A(1;-3)$ là

A. $y=-3$. **B.** $y=x+1$. **C.** $y=2x-5$. **D.** $y=2x+1$.

Lời giải

Ta có $f'(x)=4x^3-2x$. Suy ra : $f'(1)=2$.

Phương trình tiếp tuyến với đồ thị (C) tại điểm $A(1;-3)$ là:

$y=f'(2)(x-1)-3\Leftrightarrow y=2(x-1)-3\Leftrightarrow y=2x-5$.

Câu 29. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-6}{x+2}$, biết tiếp tuyến song song với đường thẳng $d: y=2x+13$.

A. $y=2x-3$. **B.** $y=2x+13$. **C.** $y=2x+5$. **D.** $y=2x-13$.

Lời giải

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{-2\}$.

$y'=\dfrac{8}{(x+2)^2}$.

Gọi $(x_0;y_0)$ là tiếp điểm.

Tiếp tuyến song song với đường thẳng $d: y=2x+13$, suy ra $y'(x_0)=2$

$\Leftrightarrow \dfrac{8}{(x_0+2)^2}=2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_0=0 \\ x_0=-4 \end{array}\right.$.

Với $x_0=0 \Rightarrow y_0=-3$. Phương trình tiếp tuyến là $y=2x-3$.

Với $x_0=-4 \Rightarrow y_0=5$. Phương trình tiếp tuyến là $y=2x+13$ (loại vì trùng với d).

Vậy tiếp tuyến của đồ thị hàm số thỏa điều kiện bài toán có phương trình là $y=2x-3$.

Câu 30. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và thỏa điều kiện: $2f(x)+f(x^3)=x^6+2x^2-3,\ \forall x\in\mathbb{R}$. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại điểm có hoành độ bằng 1 là

A. $y=3x-3$. **B.** $y=-2x$. **C.** $y=2x-2$. **D.** $y=-3x$.

Lời giải

Từ $2f(x)+f(x^3)=x^6+2x^2-3,\ \forall x\in\mathbb{R}$ (1), cho $x=1$ ta được:

$2f(1)+f(1))=1+2-3 \Rightarrow f(1)=0$.

Vì hàm số có đạo hàm trên $\mathbb{R}$, nên đạo hàm hai vế của (1) ta được:

$2f'(x)+3x^2f'(x^3)=6x^5+4x,\ \forall x\in\mathbb{R}$ (2).

Từ (2), cho $x=1$ ta được: $2f'(1)+3f'(1)=6+4 \Rightarrow f'(1)=2$.

Vậy phương trình tiếp tuyến tại điểm có hoành độ bằng 1 là:

$y=f'(1)(x-1)+f(1)$

$\Leftrightarrow y=2(x-1)+0 \Leftrightarrow y=2x-2$.

Câu 31. Cho hàm số $y=\dfrac{x-1}{x+1}$ có đồ thị (C). Gọi Δ là tiếp tuyến của (C) tại điểm M (có hoành độ dương) sao cho Δ cùng với hai đường tiệm cận của (C) tạo thành tam giác có có chu vi nhỏ nhất.

A. $y=-x+2\sqrt{2}+2$. **B.** $y=x-2\sqrt{2}+2$. **C.** $y=x+2\sqrt{2}+2$. **D.** $y=-x-2\sqrt{2}+2$.

Lời giải

Gọi M là tiếp điểm, ta có: $M\left(x_0;\dfrac{x_0-1}{x_0+1}\right)$.

Ta có: $y'=\dfrac{2}{(x+1)^2} \Rightarrow k=y'(x_0)=\dfrac{2}{(x_0+1)^2}$. Phương trình tiếp tuyến cần tìm là

$$\Delta: y=k(x-x_0)+y_0=\dfrac{2(x-x_0)+x_0^2-1}{(x_0+1)^2}$$

Hai đường tiệm cận là $d_1: y=1$ và $d_2: x=-1$. Giao điểm của hai đường tiệm với tiếp tuyến là $A\left(-1;\dfrac{x_0^2-2x_0-3}{(x_0+1)^2}\right)$ và $B(2x_0+1;1)$. Giao điểm hai đường tiệm cận là $I(-1;1)$.

Ta có $\begin{cases} IA = \dfrac{4}{|x_0+1|} \\ IB = 2|x_0+1| \\ AB = 4(x_0+1)^2 + \dfrac{16}{(x_0+1)^2} \end{cases}$.

Chu vi là: $IA + IB + AB = \dfrac{4}{|x_0+1|} + 2|x_0+1| + 4(x_0+1)^2 + \dfrac{16}{(x_0+1)^2}$

Theo BĐT Cauchy ta có

$$\frac{4}{|x_0+1|} + 2|x_0+1| + 4(x_0+1)^2 + \frac{16}{(x_0+1)^2}$$

$$\geq 4\left(\sqrt[4]{\frac{4}{|x_0+1|}\left(2|x_0+1|\right)\left(4(x_0+1)^2\right)\frac{16}{(x_0+1)^2}}\right) = 16\left(\sqrt[4]{2}\right)$$

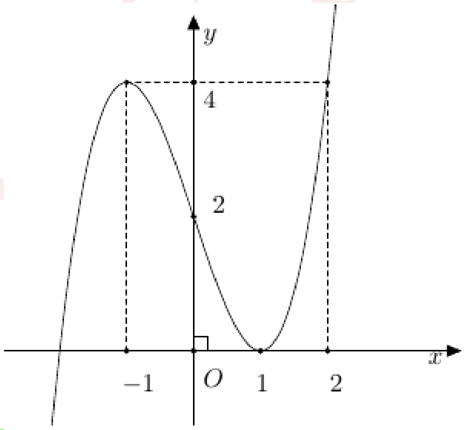
Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi

$$\frac{4}{|x_0+1|} = 2|x_0+1| = 4(x_0+1)^2 = \frac{16}{(x_0+1)^2} \Leftrightarrow (x_0+1)^2 = 2 \Leftrightarrow x_0 = -1 \pm \sqrt{2}$$

+ Với $x_0 = -1-\sqrt{2} \Rightarrow y_0 = 1+\sqrt{2} \Rightarrow \Delta_1 : y = x + 2\sqrt{2} + 2$

+ Với $x_0 = -1+\sqrt{2} \Rightarrow y_0 = 1-\sqrt{2} \Rightarrow \Delta_2 : y = x - 2\sqrt{2} + 2$.

Câu 32. Đồ thị dưới đây của hàm số nào?



A. $y = x^3 - 3x^2 + 2$. **B.** $y = x^3 - 3x + 2$. **C.** $y = -x^3 + 3x + 2$. **D.** $y = x^4 + 2x^2 + 2$.

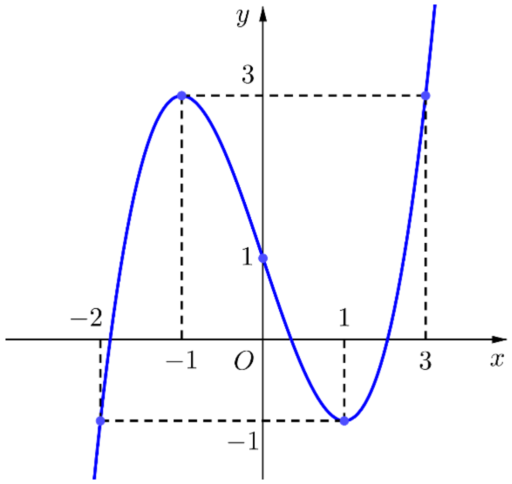
Lời giải

Nhận thấy đồ thị hàm số đã cho là hàm số bậc 3 nên ta loại D.

Dựa vào đồ thị ta có hệ số $a > 0$ nên ta loại C.

Đồ thị qua điểm $A(-1;4)$ nên chỉ có B.

Câu 33. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ sau:



Số giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f^2(\sin x)-(m+1)f(\sin x)+2m-2=0$ có đúng 4 nghiệm thuộc đoạn $[0;2\pi]$.

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Ta có $f^2(\sin x)-(m+1)f(\sin x)+2m-2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} f(\sin x)=2 & (1) \\ f(\sin x)=m-1 & (2) \end{array}\right.$.

Dựa vào đồ thị hàm số $y=f(x)$, ta thấy $f(x)=2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=a\ (a<-1) \\ x=b\ (-1<b<0) \\ x=c\ (1<c) \end{array}\right.$

$(1) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} \sin x=a\ (a<-1) & (\mathrm{L}) \\ \sin x=b\ (-1<b<0) & \\ \sin x=c\ (1<c) & (\mathrm{L}) \end{array}\right.$.

Phương trình $\sin x=b\ (-1<b<0)$ có 2 nghiệm phân biệt thuộc đoạn $[0;2\pi]$.

Đặt $t=\sin x \Rightarrow t'=\cos x$, xét $t'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\dfrac{\pi}{2} \\ x=\dfrac{3\pi}{2} \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên

x	0		$\frac{\pi}{2}$		$\frac{3\pi}{2}$		2π
t'		$+$	0	$-$	0	$+$	
t	0	$\nearrow$	1	$\searrow$	-1	$\nearrow$	0

+) Với $t_0=-1$ hay $t_0=1$, phương trình $\sin x=t_o$ có 1 nghiệm x_0.

+) Với $t_0\in(-1;0)$ hay $t_0\in(0;1)$, phương trình $\sin x=t_o$ có 2 nghiệm x_0 phân biệt.

+) Với $t_0=0$, phương trình $\sin x=t_o$ có 3 nghiệm x_0 phân biệt.

Với cách đặt $t=\sin x$ thì phương trình (2) trở thành $f(t)=m-1$ (3)

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow$ phương trình (3) có duy nhất 1 nghiệm t_0 sao cho $t_0 \in (-1;0)$ hay $t_0 \in (0;1)$ đồng thời nghiệm của phương trình (1) và (2) phải khác nhau.

$\Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} -1 < m-1 < 1 \\ 1 < m-1 < 3 \end{array}\right. \\ m-1 \neq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} 0 < m < 2 \\ 2 < m < 4 \end{array}\right. \\ m \neq 3 \end{cases}$, mà $m \in \mathbb{Z}$ suy ra $m = 1$.

Vậy có 1 giá trị nguyên của tham số m thoả mãn yêu cầu bài toán.

Câu 34. Tập xác định của hàm số $y = \left(x^2 - x - 2\right)^{-3} + \left(4 - x^2\right)^{\frac{1}{5}}$ là

A. $D = \mathbb{R} \setminus \{-1;2\}$.	**B.** $D = [-2;-1]$.

C. $D = (-2;2) \setminus \{-1\}$.	**D.** $D = (-\infty;-1) \cup (2;+\infty) \setminus \{-2\}$.

Lời giải

Ta có $y = \left(x^2 - x - 2\right)^{-3} + \left(4 - x^2\right)^{\frac{1}{5}}$ xác định $\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - x - 2 \neq 0 \\ 4 - x^2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 2 \\ x \neq -1 \\ -2 < x < 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -1 \\ -2 < x < 2 \end{cases}$.

Vậy $D = (-2;2) \setminus \{-1\}$.

Câu 35. Tính đạo hàm của hàm số $y = 2^{x^2 - 3x}$.

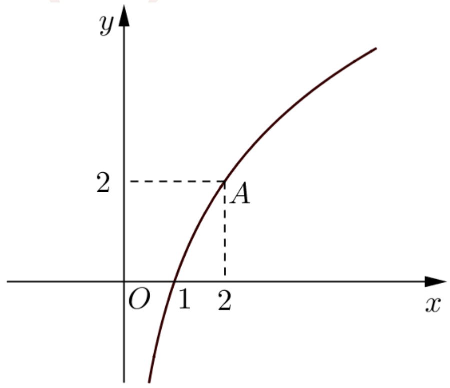
A. $y' = (2x-3).2^{x^2-3x} \ln 2$.	**B.** $y' = (2x-3).2^{x^2-3x}$.

C. $y' = (2x-3).2^{x^2-3x-1}$.	**D.** $y' = (x^2-3x).2^{x^2-3x-1}$.

Lời giải

Theo công thức tính đạo hàm của hàm số mũ ta có: $y' = (x^2-3x)'.2^{x^2-3x} \ln 2 = (2x-3).2^{x^2-3x} \ln 2$
.

Câu 36. Cho hàm số $y = \log_a x$ $(0 < a \neq 1)$ có đồ thị là hình bên dưới. Giá trị của a bằng



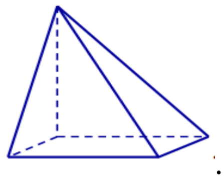
A. $a = \sqrt{2}$.	**B.** $a = \dfrac{2}{3}$.	**C.** $a = 2$.	**D.** $a = \dfrac{1}{3}$.

Lời giải

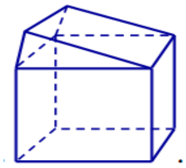
Từ đồ thị hàm số ta thấy: hàm số $y = \log_a x$ đồng biến trên $(0;+\infty)$ nên suy ra $a > 1$.

Vì đồ thị hàm số đi qua điểm $A(2;2)$ nên ta có: $2 = \log_a 2 \Leftrightarrow a^2 = 2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = \sqrt{2}\,(t/m) \\ a = -\sqrt{2}\,(l) \end{array}\right.$

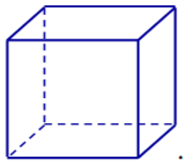
Câu 37. Hình nào dưới đây không phải là hình đa diện?



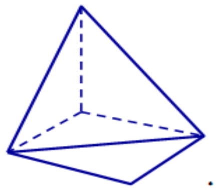
Hình 1



Hình 2



Hình 3



Hình 4

A. Hình 1. **B.** Hình 2. **C.** Hình 3. **D.** Hình 4.

Lời giải

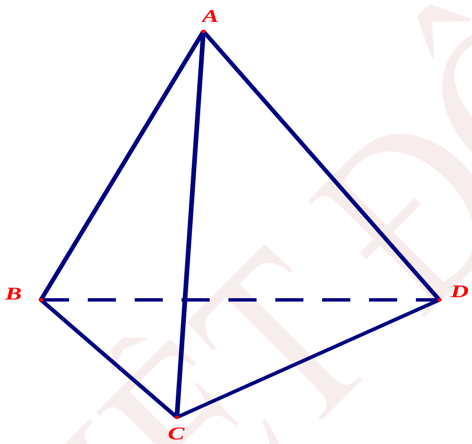
Theo định nghĩa hình đa diện thì hình 4 không thoả mãn tính chất của hình đa diện.

Câu 38. Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. Hình tứ diện đều có 4 đỉnh, 6 cạnh, 4 mặt. **B.** Hình tứ diện đều có 4 đỉnh, 4 cạnh, 4 mặt.

C. Hình tứ diện đều có 6 đỉnh, 4 cạnh, 4 mặt. **D.** Hình tứ diện đều có 6 đỉnh, 6 cạnh, 4 mặt.

Lời giải



Quan sát hình tứ diện đều ta thấy: Hình tứ diện đều có 4 đỉnh, 6 cạnh, 4 mặt.

Câu 39. Cho khối chóp có diện tích đáy bằng a^2 và chiều cao bằng $2a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $\frac{2a^3}{3}$. **B.** $2a^3$. **C.** $4a^3$. **D.** a^3.

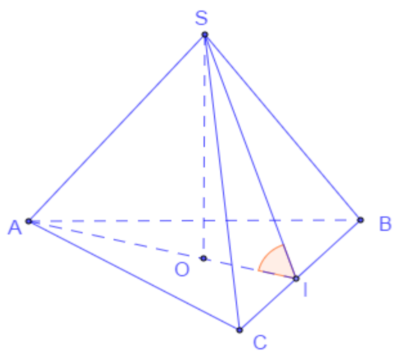
Lời giải

Thể tích của khối chóp $V = \frac{1}{3}.a^2.2a = \frac{2a^3}{3}$.

Câu 40. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy $AB = 2a\sqrt{3}$; góc giữa mặt bên và mặt đáy là $60°$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $8a^3\sqrt{3}$. **B.** $a^3\sqrt{3}$. **C.** $3a^3$. **D.** $3a^3\sqrt{3}$.

Lời giải



Gọi O là trọng tâm tam giác $ABC \Rightarrow SO \perp (ABC)$.

Gọi I là trung điểm $BC \Rightarrow OI \perp BC$.

$\Rightarrow \left((SBC),(ABC)\right) = SIO \Rightarrow SIO = 60°$.

$\Rightarrow SO = OI.\tan SIO = \frac{1}{3}.\frac{2a\sqrt{3}.\sqrt{3}}{2}.\sqrt{3} = a\sqrt{3}$.

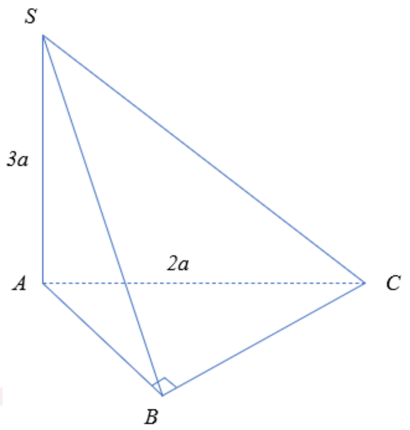
Ta có $S_{ABC} = \frac{\left(2a\sqrt{3}\right)^2.\sqrt{3}}{4} = 3a^2\sqrt{3}$.

$\Rightarrow V_{S.ABC} = \frac{1}{3}.SO.S_{ABC} = \frac{1}{3}.a\sqrt{3}.3a^2\sqrt{3} = 3a^3$.

Câu 41. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = 3a$ và SA vuông góc với đáy, tam giác ABC là tam giác vuông cân tại B, $AC = 2a$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \frac{a^3}{3}$. **B.** $V = \frac{2a^3}{3}$. **C.** $V = 2a^3$. **D.** $V = a^3$.

Lời giải



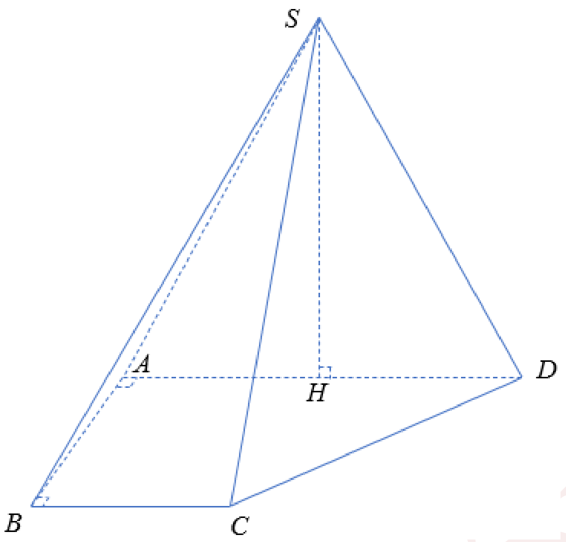
Tam giác ABC vuông cân tại B $\Rightarrow BA = BC = \frac{AC}{\sqrt{2}} = \frac{2a}{\sqrt{2}} = a\sqrt{2}$.

Thể tích V của khối chóp $S.ABC$ là: $V = \frac{1}{3}SA.S_{ABC} = \frac{1}{3}SA.\frac{1}{2}BA.BC = \frac{1}{3}.3a.\frac{1}{2}.a\sqrt{2}.a\sqrt{2} = a^3$.

Câu 42. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và B, $AB = BC = a$, $AD = 2a$. Tam giác SAD đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **B.** $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **C.** $V = \frac{3a^3\sqrt{3}}{2}$. **D.** $V = \frac{3a^3\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải



Kẻ $SH \perp AD$ tại $H \Rightarrow SH \perp (ABCD)$.

Tam giác SAD đều $\Rightarrow SH = \dfrac{AD\sqrt{3}}{2} = \dfrac{2a\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$.

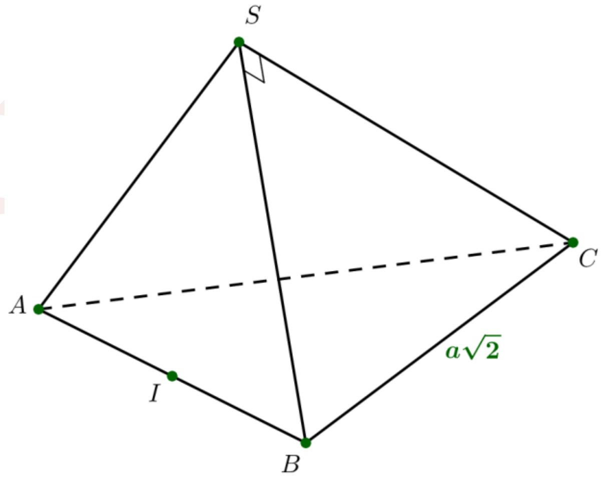
Thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ là: $V = \dfrac{1}{3}SH.V_{ABCD} = \dfrac{1}{3}SH.\dfrac{(BC+AD).AB}{2}$

$= \dfrac{1}{3}.a\sqrt{3}.\dfrac{(a+2a).a}{2} = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$

Câu 43. Cho khối chóp $S.ABC$ có thể tích $V = a^3$. Mặt bên SBC là tam giác vuông cân tại S, có $BC = a\sqrt{2}$. Khoảng cách từ trung điểm I của AB đến mặt phẳng (SBC) là

A. $6a$. **B.** $2a$. **C.** $3a$. **D.** $\dfrac{3}{2}a$.

Lời giải



▪ Tam giác SBC là tam giác vuông cân tại S, có $BC = a\sqrt{2} \Rightarrow SB = SC = a$

$\Rightarrow S_{\Delta SBC} = \dfrac{1}{2}.a.a = \dfrac{a^2}{2}$.

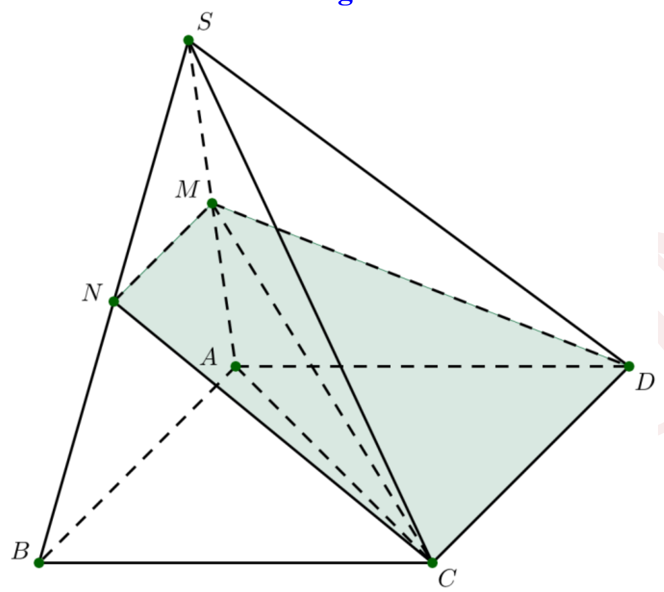
▪ Ta có: $V_{A.SBC} = \dfrac{1}{3}.d(A,(SBC)).S_{\Delta SBC} = a^3 \Rightarrow d(A,(SBC)) = \dfrac{3a^3}{S_{\Delta SBC}} = \dfrac{3a^3}{\dfrac{a^2}{2}} = 6a$.

▪ Do I là trung điểm của AB nên $d(I,(SBC)) = \dfrac{1}{2}d(A,(SBC)) = 3a$.

Câu 44. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M và N theo thứ tự là trung điểm của SA và SB. Tính $k=\frac{V_{S.CDMN}}{V_{BCNADM}}$?

A. $k=\frac{1}{2}$. **B.** $k=\frac{3}{5}$. **C.** $k=\frac{5}{8}$. **D.** $k=\frac{3}{8}$.

Lời giải



▪ Ta có: $\frac{V_{S.MNC}}{V_{S.ABC}}=\frac{SM}{SA}.\frac{SN}{SB}.\frac{SC}{SC}=\frac{1}{4}\Rightarrow\frac{V_{S.MNC}}{\frac{1}{2}V_{S.CDAB}}=\frac{1}{4}\Rightarrow\frac{V_{S.MNC}}{V_{S.CDAB}}=\frac{1}{8}$

▪ Và: $\frac{V_{S.MCD}}{V_{S.ACD}}=\frac{SM}{SA}.\frac{SD}{SD}.\frac{SC}{SC}=\frac{1}{2}\Rightarrow\frac{V_{S.MCD}}{\frac{1}{2}V_{S.CDAB}}=\frac{1}{2}\Rightarrow\frac{V_{S.MCD}}{V_{S.CDAB}}=\frac{1}{4}$.

▪ Suy ra: $\frac{V_{S.CDMN}}{V_{S.CDAB}}=\frac{V_{S.MNC}+V_{S.MCD}}{V_{S.CDAB}}=\frac{V_{S.MNC}}{V_{S.CDAB}}+\frac{V_{S.MCD}}{V_{S.CDAB}}=\frac{1}{8}+\frac{1}{4}=\frac{3}{8}$.

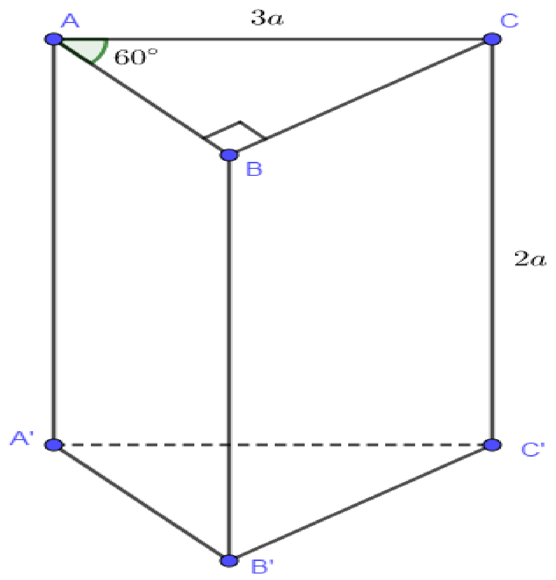
▪ Khi đó: $\frac{V_{S.CDMN}}{V_{S.CDAB}}=\frac{3}{8}\Leftrightarrow\frac{V_{S.CDMN}}{V_{S.CDAB}-V_{S.CDMN}}=\frac{3}{8-3}=\frac{3}{5}$

▪ Vậy: $k=\frac{V_{S.CDMN}}{V_{BCNADM}}=\frac{3}{5}$.

Câu 45. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông tại B, góc $BAC=60^0$, $AC=3a$, $CC'=2a$. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $\frac{9\sqrt{3}a^3}{8}$. **B.** $\frac{9\sqrt{3}a^3}{4}$. **C.** $\frac{3\sqrt{3}a^3}{12}$. **D.** $\frac{3\sqrt{3}a^3}{4}$.

Lời giải



Ta có

$AB = AC.\cos 60^0 = \dfrac{3a}{2}$

$BC = AC.\sin 60^0 = \dfrac{3a\sqrt{3}}{2}$

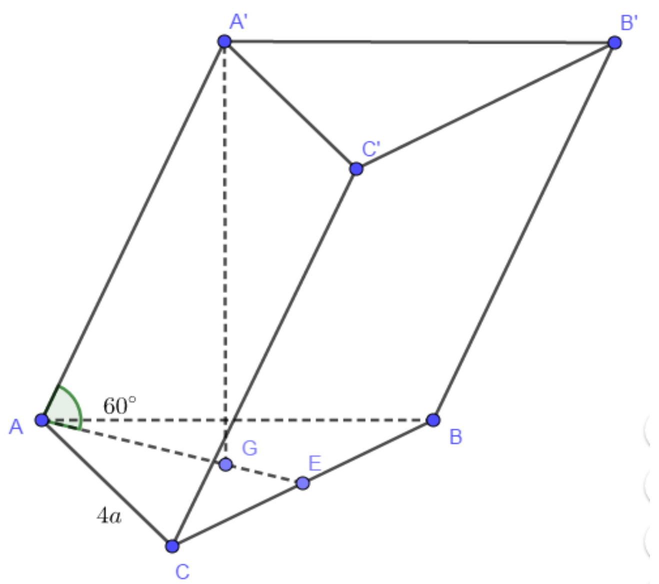
$S_{ABC} = \dfrac{1}{2}AB.BC = \dfrac{9\sqrt{3}a^2}{8}$

$V_{ABC.A'B'C'} = S_{ABC}.CC' = \dfrac{9\sqrt{3}a^2}{8}.2a = \dfrac{9\sqrt{3}a^3}{4}$

Câu 46. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh $4a$, hình chiếu của A' trên đáy trùng với trọng tâm G của tam giác ABC, góc giữa cạnh bên và đáy bằng 30^0. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$

A. $\dfrac{16\sqrt{3}a^3}{3}$. **B.** $16a^3\sqrt{3}$. **C.** $\dfrac{4\sqrt{3}a^3}{3}$. **D.** $\dfrac{4\sqrt{3}a^3}{9}$.

Lời giải



Gọi E là trung điểm của BC.
Ta có

+) $CE = \frac{1}{2}BC = 2a$, $AE = \sqrt{AC^2 - BC^2} = \sqrt{16a^2 - 4a^2} = 2a\sqrt{3}$

+) $S_{ABC} = \frac{1}{2}AE.BC = 4a^2\sqrt{3}$

+) $AG = \frac{2}{3}AE = \frac{4a\sqrt{3}}{3}$

Vì $A'G \perp (ABC)$ nên AG là hình chiếu vuông góc của $A'A$ trên đáy,do đó góc giữa AA' và đáy là góc $A'AG = 60^0$.

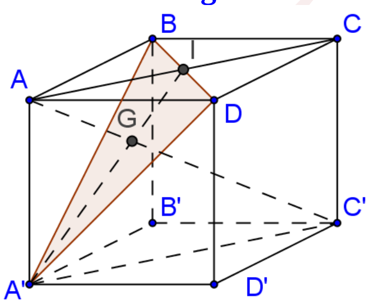
+) $A'G = AG.\tan 60^0 = 4a$

+) $V_{ABC.A'B'C'} = S_{ABC}.A'G = 16a^3\sqrt{3}$

Câu 47. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, khoảng cách từ C' đến mặt phẳng $(A'BD)$ bằng $\frac{4a\sqrt{3}}{3}$. Tính theo a thể tích khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$.

A. $V = 8a^3$. **B.** $V = 3\sqrt{3}a^3$. **C.** $V = 8\sqrt{3}a^3$. **D.** $V = 216a^2$.

Lời giải



Gọi I là giao điểm của AC và BD.

Trong mặt phẳng $(ACC'A')$ AC' cắt $A'I$ tại G.

Do AI song song $A'C'$ và $AI = \frac{1}{2}AC'$ nên $IG = \frac{1}{2}GA'$.

Suy ra G là trọng tâm tam giác $A'BD$, mà tam giác $A'BD$ đều (có các cạnh là các đường chéo của những hình vuông bằng nhau) nên $GA' = GB = GD$ và $AA' = AB = AD$ suy ra $AG \perp (A'BD)$.

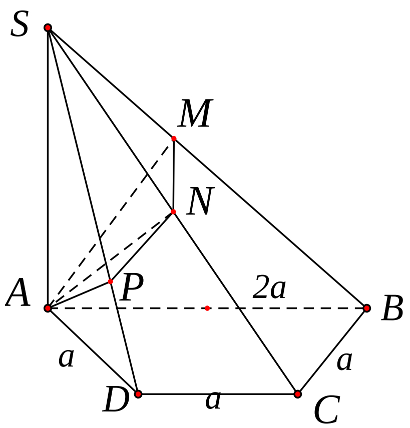
Do đó khoảng cách từ C' đến mặt phẳng $(A'BD)$ là $C'G$.

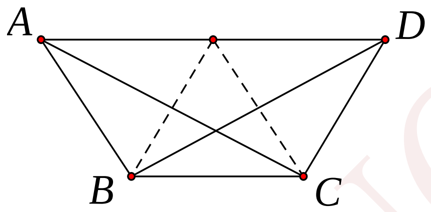
Mặt khác $C'G = \frac{2}{3}AC' = \frac{2}{3}AB\sqrt{3} = \frac{4a\sqrt{3}}{3} \Rightarrow AB = 2a$. Vậy $V = 8a^3$.

Câu 48. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang cân với $AB = 2a; BC = CD = DA = a$. SA vuông góc với mặt phẳng đáy, SC tạo với đáy một góc 60^o. Mặt phẳng (P) đi qua A, vuông góc SB và cắt các cạnh SB, SC, SD lần lượt tại M, N, P. Tính thể tích khối đa diện $ABCDMNP$.

A. $\frac{668a^3\sqrt{3}}{2080}$. **B.** $\frac{669a^3\sqrt{3}}{2080}$. **C.** $\frac{667a^3\sqrt{3}}{2080}$. **D.** $\frac{666a^3\sqrt{3}}{2080}$.

Lời giải





Do là $ABCD$ hình thang cân $AB=2a; BC=CD=DA=a$.

Ta có $AC=DB=a\sqrt{3}$. $AC\perp BC;\ AD\perp DB$.

Do $\left(SC,(ABCD)\right)=\left(SC,AC\right)=60^o \Rightarrow SA=3a$.

Do$\left(P\right)\perp SB$. Do $AC\perp BC;\ AD\perp DB$ ta chứng minh được $AM\perp SB,\ AN\perp SC,\ AP\perp SD$.

Có $\dfrac{SM}{SB}=\dfrac{SA^2}{SB^2}=\dfrac{9}{13};\ \dfrac{SN}{SC}=\dfrac{SA^2}{SC^2}=\dfrac{3}{4};\ \dfrac{SP}{SD}=\dfrac{SA^2}{SD^2}=\dfrac{9}{10}$.

Ta tính được $V_{S.ACD}=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}; V_{S.ABC}=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

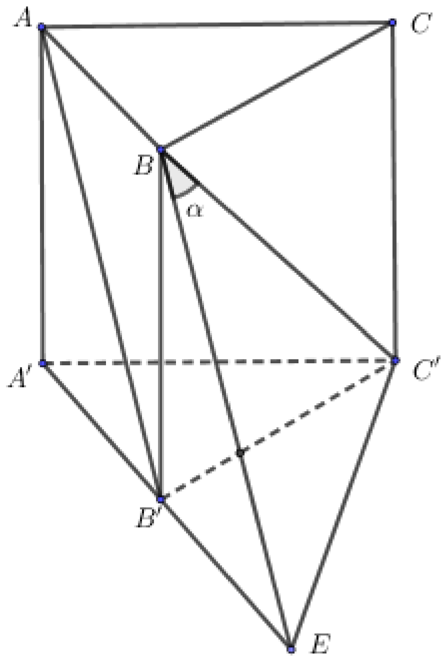
Có $\dfrac{V_{SAMN}}{V_{S.ABC}}=\dfrac{SM}{SB}.\dfrac{SN}{SC}=\dfrac{27}{52};\ V_{S.AMN}=\dfrac{27a^3\sqrt{3}}{104};\ \dfrac{V_{SANP}}{V_{S.ACD}}=\dfrac{SP}{SD}.\dfrac{SN}{SC}=\dfrac{27}{40};\ V_{S.ANP}=\dfrac{27a^3\sqrt{3}}{160}$.

$V_{S.AMNP}=\dfrac{891}{2080}a^3\sqrt{3}\Rightarrow V_{MNP.ABCD}=\dfrac{669a^3\sqrt{3}}{2080}$.

Câu 49. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB=a$ và có thể tích bằng $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{4}$. Góc giữa hai đường thẳng AB' và BC' bằng

A. $90°$.   **B.** $30°$.   **C.** $60°$.   **D.** $45°$.

Lời giải



Gọi E là điểm đối xứng của A' qua B'.

Ta có $AB//B'E$ và $AB = B'E = a$ suy ra $ABEB'$ là hình bình hành.

$\Rightarrow AB'//BE \Rightarrow \left(AB', BC'\right) = \left(BE, BC'\right) = EBC'$.

Xét tam giác $BB'E$ có $BB' \perp B'E \Rightarrow \Delta BB'E$ vuông tại B'.

$\Rightarrow BE = \sqrt{BB'^2 + B'E^2} = \sqrt{2a^2 + a^2} = a\sqrt{3}$.

Xét tam giác $BB'C'$ có $BB' \perp B'C' \Rightarrow \Delta BB'C'$ vuông tại B'.

$\Rightarrow BC' = \sqrt{BB'^2 + B'C'^2} = \sqrt{2a^2 + a^2} = a\sqrt{3}$.

Xét tam giác $A'C'E$ có $C'B' = A'B' = B'E = \dfrac{1}{2}A'E$.

$\Rightarrow \Delta A'C'E$ vuông tại $C' \Rightarrow C'E = \sqrt{A'E^2 - A'C'^2} = \sqrt{4a^2 - a^2} = a\sqrt{3}$.

Suy ra tam giác BEC' có $BE = C'E = BC' = a\sqrt{3} \Rightarrow \Delta BEC'$ là tam giác đều.

$\Rightarrow EBC' = 60° \Rightarrow \left(AB', BC'\right) = 60°$.

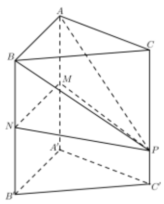
Vậy góc giữa đường thẳng AB' và BC' bằng $60°$.

Câu 50. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng 2020. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AA'; BB' và điểm P nằm trên cạnh CC' sao cho $PC = 3PC'$. Thể tích của khối đa diện lồi có các đỉnh là các điểm A, B, C, M, N, P bằng

A. $\dfrac{2020}{3}$. **B.** $\dfrac{5353}{3}$. **C.** $\dfrac{2525}{3}$. **D.** $\dfrac{3535}{3}$.

Lời giải

Giả sử $V = V_{ABC.A'B'C'} = 2020$.



Cách 1

Ta có $V_{C'.ABC}=\frac{1}{3}d\left(C';\left(ABC\right)\right).S_{\Delta ABC}=\frac{V}{3}\Rightarrow V_{C'.ABB'A'}=\frac{2}{3}V$.

Lại có $\frac{V_{P.ABC}}{V_{C'.ABC}}=\frac{\frac{1}{3}.d\left(P;\left(ABC\right)\right).S_{\Delta ABC}}{\frac{1}{3}.d\left(C';\left(ABC\right)\right).S_{\Delta ABC}}=\frac{d\left(P;\left(ABC\right)\right)}{d\left(C';\left(ABC\right)\right)}=\frac{PC}{CC'}=\frac{3}{4}\Rightarrow V_{P.ABC}=\frac{1}{4}V$.

Ta có $\frac{V_{P.ABNM}}{V_{C'.ABB'A'}}=\frac{\frac{1}{3}.d\left(P;\left(ABB'A'\right)\right).S_{ABNM}}{\frac{1}{3}.d\left(C;\left(ABB'A'\right)\right).S_{ABB'A'}}$.

Mà $d\left(P;\left(ABB'A'\right)\right)=d\left(C;\left(ABB'A'\right)\right)$ và $S_{ABNM}=\frac{1}{2}S_{ABB'A'}$.

Suy ra $\frac{V_{P.ABNM}}{V_{C'.ABB'A'}}=\frac{1}{2}\Rightarrow V_{P.ABNM}=\frac{1}{3}V$.

Vậy $V_{ABC.MNP}=V_{P.ABNM}+V_{P.ABC}=\frac{7}{12}V=\frac{3535}{3}$.

Cách 2: Dùng công thức giải nhanh

Ta có: $\frac{V_{ABC.MNP}}{V_{ABC.A'B'C'}}=\frac{1}{3}\left(\frac{AM}{AA'}+\frac{BN}{BB'}+\frac{CP}{CC'}\right)\Rightarrow V_{ABC.MNP}=\frac{2020}{3}\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{3}{4}\right)=\frac{3535}{3}$.

--- HẾT ---

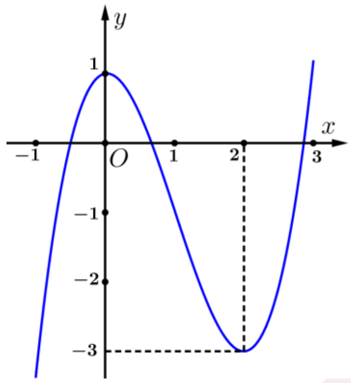
ĐỀ 8
ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA KÌ I
Môn: TOÁN, Lớp 12
Thời gian làm bài: 90 phút, *không tính thời gian phát đề*

Câu 1. Hàm số $y = x^4 + 2x^2 - 1$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(-1;1)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $\mathbb{R}$. **D.** $(-\infty;0)$.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(1;4)$. **B.** $(0;2)$. **C.** $(-\infty;0)$ và $(2;+\infty)$. **D.** $(-\infty;1)$ và $(4;+\infty)$.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	6	$\searrow$	$-\infty$

Khẳng định nào sau đây là sai về sự biến thiên của hàm số $y = f(x)$?

A. Nghịch biến trên khoảng $(3;+\infty)$. **B.** Đồng biến trên khoảng $(0;6)$.

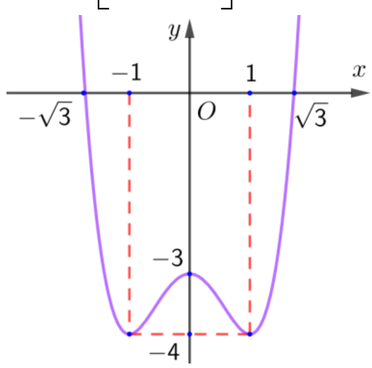
C. Nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-1)$. **D.** Đồng biến trên khoảng $(-1;3)$.

Câu 4. Cho hàm số $f(x) = x^4 - 8x^3 + 1$. Chọn mệnh đề đúng.

A. Nhận điểm $x = 6$ làm điểm cực đại. **B.** Nhận điểm $x = 6$ làm điểm cực tiểu.

C. Nhận điểm $x = 0$ làm điểm cực đại. **D.** Nhận điểm $x = 0$ làm điểm cực tiểu.

Câu 5. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $\left[-\sqrt{3};\sqrt{3}\right]$ và có đồ thị hàm số như hình vẽ sau



Điểm cực đại của đồ thị hàm số đã cho là

A. $M(-1;-4)$. **B.** $N(0;-3)$. **C.** $x = -1$. **D.** $x = 0$.

Câu 6. Cho hàm số có bảng biến thiên như hình vẽ sau. Phát biểu nào **đúng**?

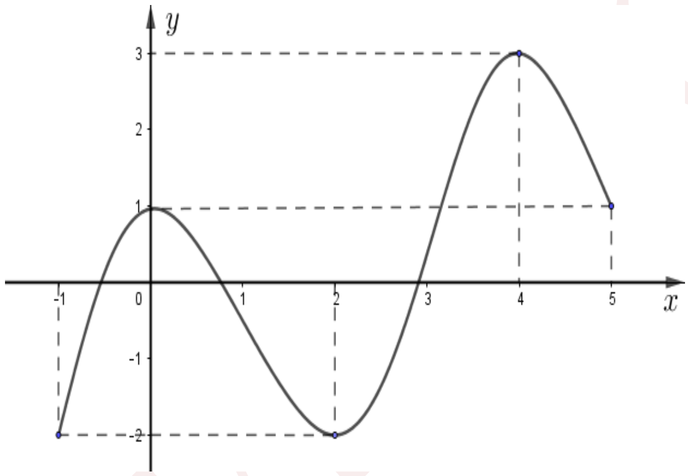
x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	5	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

A. Giá trị cực tiểu của hàm số bằng 2.
B. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$ và đạt cực đại tại $x = 5$.
C. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và đạt cực tiểu tại $x = 2$.
D. Giá trị cực đại của hàm số là 0.

Câu 7. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 9x + 1$ trên đoạn $[-4;4]$ là

A. -4. **B.** 4. **C.** 1. **D.** -1.

Câu 8. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;5]$ và có đồ thị trên đoạn $[-1;5]$ như hình vẽ bên. Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-1;5]$ bằng



A. -1. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 9. Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{x}{x-1}$ là

A. $x = 1$. **B.** $x = 0$. **C.** $y = 1$. **D.** $y = 0$.

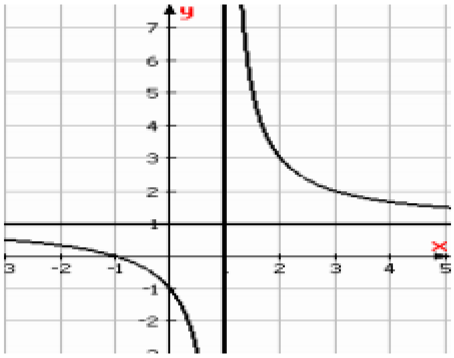
Câu 10. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		$+\infty$
y'		$+$	$\|$	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	$+\infty$ $\|$ 1	$\nearrow$	3

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là:

A. 1. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 11. Đồ thị sau đây là của hàm số nào?



A. $y=\frac{x+2}{1-x}$. **B.** $y=\frac{x-1}{x+1}$. **C.** $y=\frac{x+1}{x-1}$. **D.** $y=\frac{2x-1}{x-1}$.

Câu 12. Một hình hộp chữ nhật (không phải hình lập phương) có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 13. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng ?

A. Tồn tại một hình đa diện có số cạnh bằng số đỉnh.

B. Tồn tại một hình đa diện có số cạnh và số mặt bằng nhau.

C. Số đỉnh và số mặt của hình đa diện luôn bằng nhau.

D. Tồn tại một hình đa diện có số đỉnh và số mặt bằng nhau.

Câu 14. Số cạnh của một khối lập phương là:

A. 6. **B.** 8. **C.** 10. **D.** 12.

Câu 15. Khối lập phương là khối đa diện đều thuộc loại nào?

A. $\{3;4\}$. **B.** $\{5;3\}$. **C.** $\{4;3\}$. **D.** $\{3;5\}$.

Câu 16. Cho tứ diện $ABCD$ có các cạnh AB, AC, AD đôi một vuông góc với nhau; $AB=3a; AC=5a$ và $AD=8a$ .Tính thể tích V của tứ diện $ABCD$?

A. $V=60a^3$. **B.** $V=40a^3$. **C.** $V=120a^3$. **D.** $V=20a^3$.

Câu 17. Cho hình chóp đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a, cạnh bên bằng $\frac{a\sqrt{21}}{6}$. Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **B.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. **C.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **D.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$.

Câu 18. Cho khối lăng trụ có chiều cao $h=3$ và diện tích đáy $B=7$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. 10. **B.** 7. **C.** 3. **D.** 21.

Câu 19. Khối hộp chữ nhật có ba kích thước lần lượt bằng $3cm$, $4cm$, $7cm$ thì có thể tích bằng

A. $84cm^3$. **B.** $12cm^3$. **C.** $28cm^3$. **D.** $21cm^3$.

Câu 20. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x)=(x+1)^2(x-1)^3(2-x)$. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;-1)$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(1;2)$.

Câu 21. Tất cả các giá trị của m để hàm số $f(x)=x^3-2mx^2+x$ nghịch biến trên khoảng $(1;2)$ là:

A. $m\ge\frac{13}{8}$. **B.** $1\le m\le\frac{13}{8}$. **C.** $m\le 0$. **D.** $m>\frac{13}{8}$.

Câu 22. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=-x^2+2x+3, \forall x\in\mathbb{R}$. Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 23. Cho hàm số $y=\dfrac{(m-1)x^3}{3}+(m-1)x^2+4x-1$. Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại x_1, đạt cực đại tại x_2 đồng thời $x_1<x_2$ khi và chỉ khi:

A. $m<1$. **B.** $m>5$. **C.** $\left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=5 \end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l} m>1 \\ m<5 \end{array}\right.$.

Câu 24. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=x^4-2mx^2+m+1$ có giá trị cực tiểu bằng -1. Tổng các phần tử thuộc Slà:

A. -2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** -1.

Câu 25. Biết rằng hàm số $f(x)=-x+2018-\dfrac{1}{x}$ đạt giá trị lớn nhất trên khoảng $(0;4)$ tại x_0. Tính $P=x_0+2018$.

A. $P=4032$. **B.** $P=2020$. **C.** $P=2018$. **D.** $P=2019$.

Câu 26. Cho hàm số $y=\dfrac{mx-1}{2x+1}$ (với m là tham số) thỏa mãn điều kiện $\max\limits_{[1;2]} y=3$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $7<m<10$. **B.** $4<m<7$. **C.** $0<m<3$. **D.** $10<m<13$.

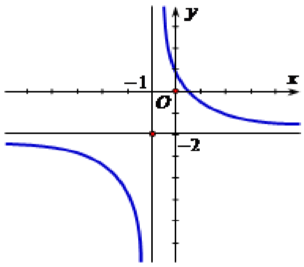
Câu 27. Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{2x-x^2}+1}{x-1}$?

A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 3.

Câu 28. Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{(m^2+1)\sqrt{4-x^2}}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

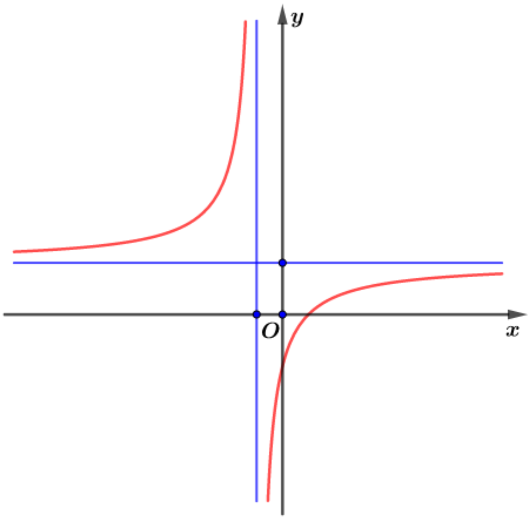
A. 1. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 0.

Câu 29. Tìm a, b để hàm số $y=\frac{ax+b}{x+1}$ có đồ thị như hình vẽ bên.



A. $a=-1, b=-2$. **B.** $a=1, b=-2$. **C.** $a=-2, b=1$. **D.** $a=2, b=1$.

Câu 30. Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình vẽ.



Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $ab<0$; $ac<0$. **B.** $bd<0$; $bc>0$. **C.** $ad>0$; $bd>0$. **D.** $ab<0$; $ad>0$.

Câu 31. Đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 2$ và đường thẳng $y = 2$ có bao nhiêu điểm chung?

A. 0. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

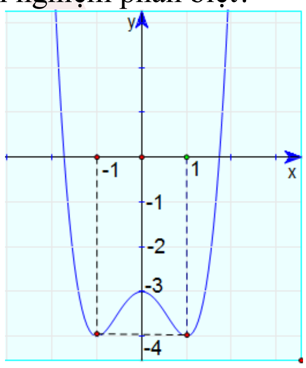
Câu 32. Cho hàm số $y = f(x)$có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	4	↘	-2	↗	$+\infty$

Số nghiệm của phương trình $f(x) - 2 = 0$là

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 33. Cho hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 3$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Với giá trị nào của tham số m thì phương trình $x^4 - 2x^2 - 3 = 2m - 4$ có hai nghiệm phân biệt?

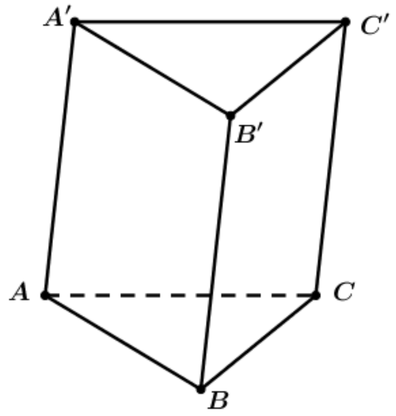


A. $m \le \frac{1}{2}$. **B.** $\left[\begin{array}{l} m<0 \\ m=\frac{1}{2} \end{array}\right.$. **C.** $0<m<\frac{1}{2}$. **D.** $\left[\begin{array}{l} m=0 \\ m>\frac{1}{2} \end{array}\right.$.

Câu 34. Khối lăng trụ ngũ giác có tất cả bao nhiêu cạnh?

A. 15. **B.** 10. **C.** 20. **D.** 25.

Câu 35. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ (tham khảo hình sau). Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng BB'. Mặt phẳng (AMC') chia khối lăng trụ đã cho thành các khối đa diện nào ?

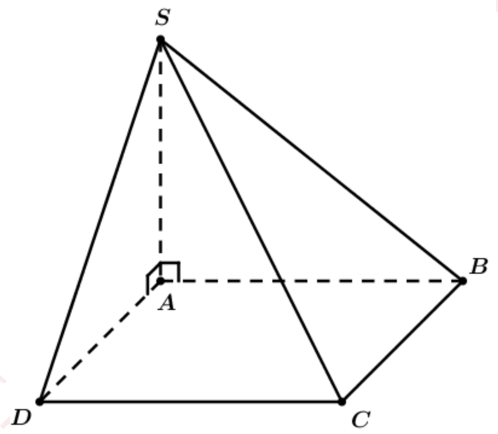


A. Một khối tứ diện và một khối chóp tứ giác.
B. Hai khối chóp tam giác.
C. Hai khối chóp tứ giác.
D. Một khối tứ diện và một khối lăng trụ.

Câu 36. Hình lăng trụ đứng có đáy là hình thoi (không phải hình vuông) có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 5. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 3.

Câu 37. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$ và SA vuông góc với đáy. Biết khoảng cách giữa AC và SB bằng a. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.



A. $\frac{2\sqrt{2}a^3}{3}$. **B.** $\frac{4\sqrt{2}a^3}{3}$. **C.** $\sqrt{2}a^3$. **D.** $\frac{3a^3}{\sqrt{2}}$.

Câu 38. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D; $AB = AD = 2a$, $BC = a\sqrt{5}$, $CD = a$, góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và $(ABCD)$ bằng $60°$. Gọi I là trung điểm cạnh AD. Biết hai mặt phẳng (SBI) và (SCI) cùng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{3\sqrt{15}a^3}{5}$. **B.** $V = \frac{a^3\sqrt{15}}{5}$. **C.** $V = \frac{a^3\sqrt{15}}{15}$. **D.** $V = \frac{3\sqrt{15}a^3}{15}$.

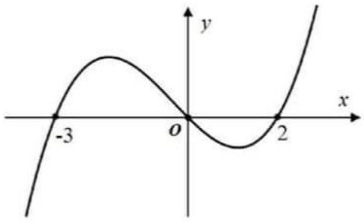
Câu 39. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-1		1		2		5		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	

Hàm số $y = 3f(x+3) - x^3 + 12x$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(-\infty;-1)$. **B.** $(-1;0)$. **C.** $(1;5)$. **D.** $(2;+\infty)$.

Câu 40. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị của đạo hàm $y=f'\left(x\right)$ như hình vẽ bên. Hàm số $g\left(x\right)=f\left(x^2-2\right)+3f\left(2-2x\right)+1$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $\left(0;1\right)$. **B.** $\left(-2;-1\right)$. **C.** $\left(1;2\right)$. **D.** $\left(-1;0\right)$.

Câu 41. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=\dfrac{mx-2}{m-2x}$ nghịch biến trên khoảng $\left(\dfrac{1}{2};+\infty\right)$.

A. $-2<m\le 1$. **B.** $-2<m<2$. **C.** $-2\le m\le 2$. **D.** $m>2$.

Câu 42. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^3-\left(2m-1\right)x^2+\left(m^2-m+7\right)x+m-5$ có hai điểm cực trị là độ dài hai cạnh góc vuông của một tam giác vuông có cạnh huyền bằng $\sqrt{74}$.

A. $m=3$. **B.** $\left[\begin{array}{l} m=-3 \\ m=2 \end{array}\right.$. **C.** $m=2$. **D.** $\left[\begin{array}{l} m=3 \\ m=-2 \end{array}\right.$.

Câu 43. Cho hình thang cân có độ dài đáy nhỏ và hai cạnh bên đều bằng 1 mét. Khi đó hình thang đã cho có diện tích lớn nhất bằng?

A. $3\sqrt{3}(m^2)$. **B.** $\frac{3\sqrt{3}}{2}(m^2)$. **C.** $\frac{3\sqrt{3}}{4}(m^2)$. **D.** $1(m^2)$.

Câu 44. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}\backslash\{1\}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	||	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$+\infty$ || $-\infty$	$\nearrow$	5	$\searrow$	2

Số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=g(x)=\frac{2020}{f(x)-3}$.

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 45. Tìm tất cả giá trị thực của tham số m để đường thẳng $(d): y=mx-m-1$ cắt đồ thị $(C): y=x^3-3x^2+1$ tại 3 điểm A, B, C phân biệt (B thuộc đoạn AC), sao cho tam giác AOC cân tại O (với O là gốc toạ độ).

A. $m=-1$. **B.** $m=1$. **C.** $m=2$. **D.** $m=-2$.

Câu 46. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-3		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Phương trình $f\left(f\left(x\right)\right)=0$ có nhiều nhất bao nhiêu nghiệm?

A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 6.

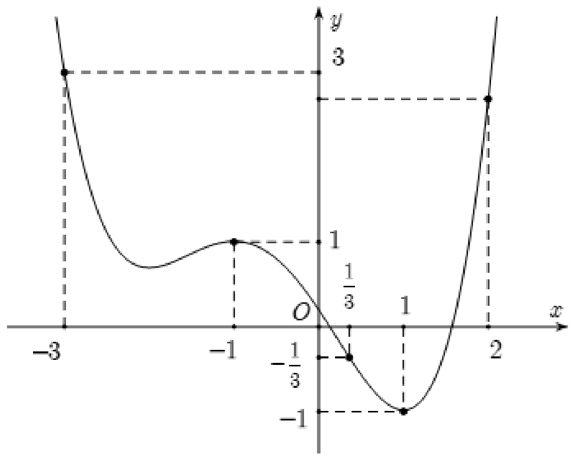
Câu 47. Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình bình hành. Gọi M,N lần lượt là trung điểm của SA,SC. Mặt phẳng (BMN) cắt SD tại P. Tỉ số $\dfrac{V_{S.BMPN}}{V_{S.ABCD}}$ bằng:

A. $\dfrac{V_{S.BMPN}}{V_{S.ABCD}}=\dfrac{1}{16}$. **B.** $\dfrac{V_{S.BMPN}}{V_{S.ABCD}}=\dfrac{1}{6}$. **C.** $\dfrac{V_{S.BMPN}}{V_{S.ABCD}}=\dfrac{1}{12}$. **D.** $\dfrac{V_{S.BMPN}}{V_{S.ABCD}}=\dfrac{1}{8}$.

Câu 48. Cho hình hộp đứng $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, đường thẳng DB_1 tạo với mặt phẳng $\left(BCC_1B_1\right)$ góc $30°$. Tính thể tích khối hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$.

A. $a^3\sqrt{3}$. **B.** $a^3\sqrt{2}$. **C.** a^3. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

Câu 49. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$, hàm số $y=f'\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $g\left(x\right)=2f\left(\dfrac{5\sin x-1}{2}\right)+\dfrac{\left(5\sin x-1\right)^2}{4}+3$ có bao nhiêu điểm cực trị trên khoảng $\left(0;2\pi\right)$?



A. 9. **B.** 7. **C.** 6. **D.** 8.

Câu 50. Cho hàm số $f(x)=x^4-2x^3+m$ (m là tham số thực). Tìm tổng tất cả các giá trị của m sao cho $\max\limits_{[0;1]}|f(x)|+2\min\limits_{[0;1]}|f(x)|=10$.

A. 4. **B.** -3. **C.** 1. **D.** 2.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

HDG ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HKI

Môn: TOÁN - Lớp 12

Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Câu 1. Hàm số $y = x^4 + 2x^2 - 1$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(-1;1)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $\mathbb{R}$. **D.** $(-\infty;0)$.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

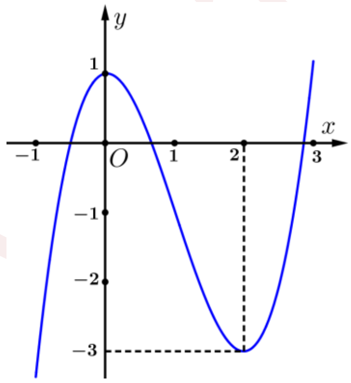
Ta có $y' = 4x^3 + 4x = 4x(x^2+1)$; $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		0		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	
y		↘		↗	

Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(1;4)$. **B.** $(0;2)$. **C.** $(-\infty;0)$ và $(2;+\infty)$. **D.** $(-\infty;1)$ và $(4;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

□Quan sát bảng đồ thị, ta thấy hàm số nghịch biến trên các khoảng $(0;2)$.

□Nên chọn đáp án

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	↘	0	↗	6	↘	$-\infty$

Khẳng định nào sau đây là sai về sự biến thiên của hàm số $y = f(x)$?

A. Nghịch biến trên khoảng $(3;+\infty)$. **B.** Đồng biến trên khoảng $(0;6)$.

C. Nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-1)$. **D.** Đồng biến trên khoảng $(-1;3)$.

Lời giải

Chọn B

Từ bảng biến thiên ta thấy $y' < 0$với mọi $x > 3$, suy ra hàm số nghịch biến trên khoảng $(3; 6)$, do đó hàm số không thể đồng biến trên khoảng $(0; 6)$.

Câu 4. Cho hàm số $f(x) = x^4 - 8x^3 + 1$. Chọn mệnh đề đúng.

A. Nhận điểm $x = 6$ làm điểm cực đại. **B.** Nhận điểm $x = 6$ làm điểm cực tiểu.
C. Nhận điểm $x = 0$ làm điểm cực đại. **D.** Nhận điểm $x = 0$ làm điểm cực tiểu.

Lời giải

Chọn B

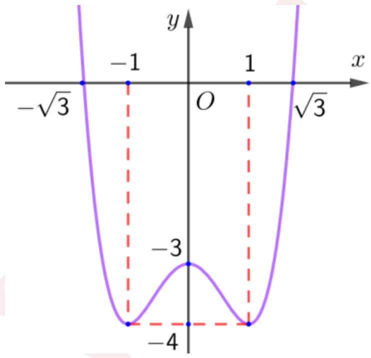
$f'(x) = 4x^3 - 24x^2 = 4x^2(x-6)$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 6 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		0		6		∞
y'		$-$	0	$-$	0	$+$	
y		$\searrow$		$\searrow$	CT	$\nearrow$	

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số nhận điểm $x = 6$ làm điểm cực tiểu.

Câu 5. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $\left[-\sqrt{3}; \sqrt{3}\right]$ và có đồ thị hàm số như hình vẽ sau



Điểm cực đại của đồ thị hàm số đã cho là

A. $M(-1; -4)$. **B.** $N(0; -3)$. **C.** $x = -1$. **D.** $x = 0$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị của hàm số, điểm cực đại của đồ thị hàm số là $N(0; -1)$.

Câu 6. Cho hàm số có bảng biến thiên như hình vẽ sau. Phát biểu nào **đúng**?

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	5	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

A. Giá trị cực tiểu của hàm số bằng 2.
B. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$ và đạt cực đại tại $x = 5$.
C. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và đạt cực tiểu tại $x = 2$.
D. Giá trị cực đại của hàm số là 0.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy hàm số có giá trị cực đại bằng 5 tại $x = 0$ và có giá trị cực tiểu bằng 1 tại $x = 2$. Từ các đáp án A, B, C, D ta chọn

Câu 7. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 9x + 1$ trên đoạn $[-4;4]$ là

A. -4. **B.** 4. **C.** 1. **D.** -1.

Lời giải

Chọn A

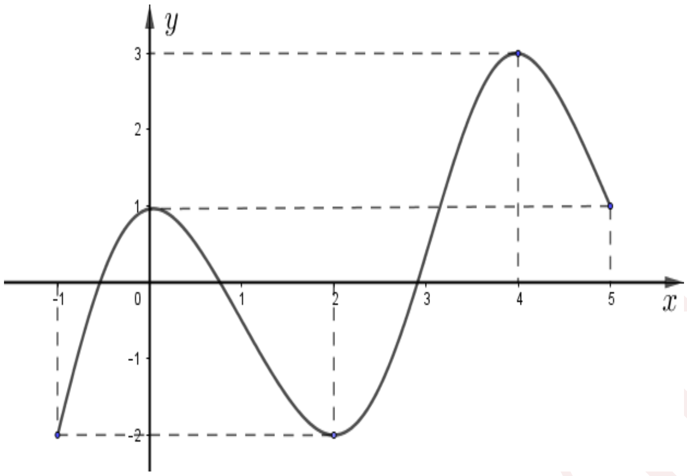
Xét hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 9x + 1$ xác định và liên tục trên đoạn $[-4;4]$.

Ta có $y' = 3x^2 + 6x - 9$; $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \in [-4;4] \\ x = -3 \in [-4;4] \end{array}\right.$.

Khi đó $y(-4) = 21$, $y(-3) = 28$, $y(1) = -4$, $y(4) = 77$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 9x + 1$ trên đoạn $[-4;4]$ là -4.

Câu 8. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;5]$ và có đồ thị trên đoạn $[-1;5]$ như hình vẽ bên. Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-1;5]$ bằng



A. -1. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C

Nhìn đồ thị của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-1;5]$ ta thấy:

$M = \max\limits_{[-1;5]} f(x) = 3$ và $m = \min\limits_{[-1;5]} f(x) = -2$ nên $M + m = 1$.

Câu 9. Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{x}{x-1}$ là

A. $x = 1$. **B.** $x = 0$. **C.** $y = 1$. **D.** $y = 0$.

Lời giải

Chọn A

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Ta có : $\lim\limits_{x \to 1^+} y = \lim\limits_{x \to 1^+} \dfrac{x}{x-1} = +\infty$.

Suy ra đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = 1$.

Câu 10. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
y'	$+$	||	$+$
y	$-\infty \nearrow +\infty$	||	$1 \nearrow 3$

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là:

A. 1. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

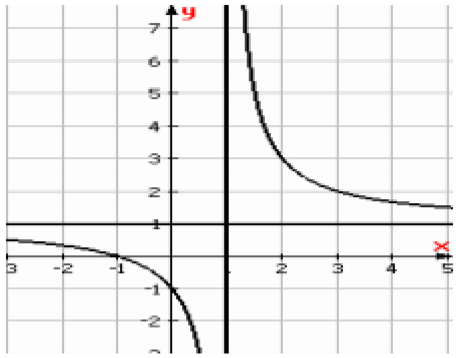
Chọn D

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} y = 3 \Rightarrow$ Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y = 3$.

$\lim\limits_{x\to(-2)^-} y = +\infty \Rightarrow$ Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = -2$.

Vậy đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận.

Câu 11. Đồ thị sau đây là của hàm số nào?



A. $y = \frac{x+2}{1-x}$. **B.** $y = \frac{x-1}{x+1}$. **C.** $y = \frac{x+1}{x-1}$. **D.** $y = \frac{2x-1}{x-1}$.

Lời giải

Chọn C

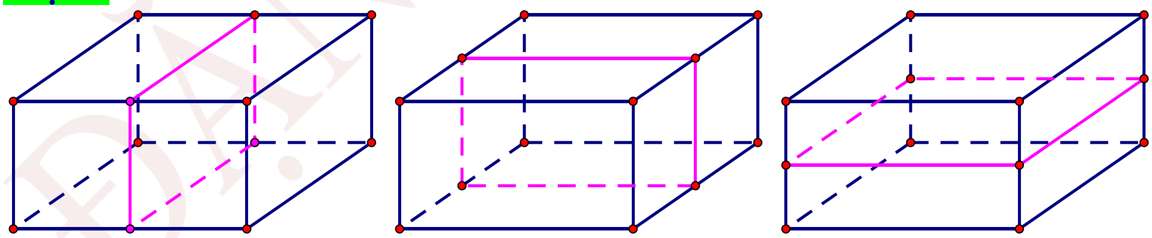
Từ hình vẽ cho thấy đồ thị hàm số đã cho có đường tiệm cận đứng: $x = 1$ và đường tiệm cận ngang: $y = 1$.

Câu 12. Một hình hộp chữ nhật (không phải hình lập phương) có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C



Câu 13. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng ?

A. Tồn tại một hình đa diện có số cạnh bằng số đỉnh.

B. Tồn tại một hình đa diện có số cạnh và số mặt bằng nhau.

C. Số đỉnh và số mặt của hình đa diện luôn bằng nhau.

D. Tồn tại một hình đa diện có số đỉnh và số mặt bằng nhau.

Lời giải

Chọn D

Hình tứ diện có 4 đỉnh và 4 mặt.

Câu 14. Số cạnh của một khối lập phương là:

A. 6. **B.** 8. **C.** 10. **D.** 12.

Lời giải

Chọn D

Khối lập phương là đa diện đều loại $\{4;3\}$ có 6 mặt.

Mỗi mặt là hình vuông nên số cạnh là $4.6=24$ cạnh.

Nhưng mỗi cạnh là cạnh chung của 2 mặt nên số cạnh của khối lập phương: $\frac{24}{2}=12$ cạnh.

Có thể áp dụng công thức: Số cạnh $=\frac{p.M}{2}$ hoặc vẽ hình để đếm.

Câu 15. Khối lập phương là khối đa diện đều thuộc loại nào?

A. $\{3;4\}$. **B.** $\{5;3\}$. **C.** $\{4;3\}$. **D.** $\{3;5\}$.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào định nghĩa và định lí về khối đa diện đều, khối lập phương thuộc loại $\{4;3\}$.

Câu 16. Cho tứ diện $ABCD$ có các cạnh AB, AC, AD đôi một vuông góc với nhau; $AB=3a; AC=5a$ và $AD=8a$.Tính thể tích V của tứ diện $ABCD$?

A. $V=60a^3$. **B.** $V=40a^3$. **C.** $V=120a^3$. **D.** $V=20a^3$.

Lời giải

Chọn D

Ta có tứ diện $ABCD$ có các cạnh AB, AC, AD đôi một vuông góc

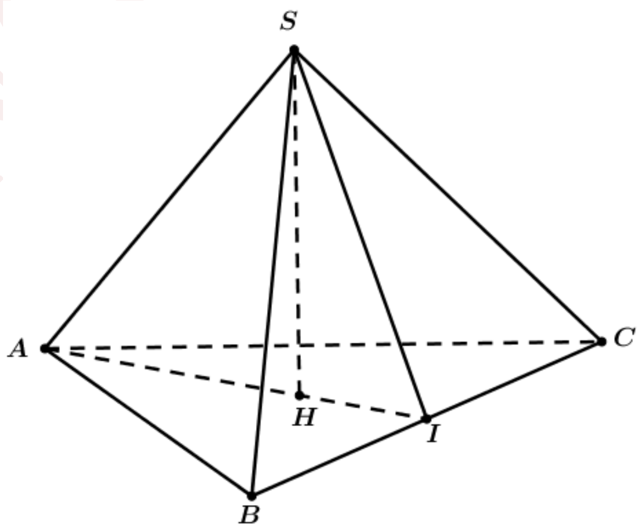
Nên $V_{ABCD}=\frac{1}{6}.AB.AC.AD=\frac{1}{6}.3a.5a.8a=20a^3$.

Câu 17. Cho hình chóp đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a, cạnh bên bằng $\frac{a\sqrt{21}}{6}$. Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **B.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. **C.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **D.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi I là trung điểm của cạnh BC, H là trọng tâm của tam giác ABC ta có: $SH \perp (ABC)$ và

$$SH = \sqrt{SA^2 - AH^2} = \sqrt{SA^2 - \left(\frac{2}{3}AI\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{21}}{6}\right)^2 - \left(\frac{2}{3}.\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \frac{a}{2}.$$

Vậy $V = \frac{1}{3}.SH.S_{\Delta ABC} = \frac{1}{3}.\frac{a}{2}.\frac{1}{2}a.\frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3\sqrt{3}}{24}$.

Câu 18. Cho khối lăng trụ có chiều cao $h=3$ và diện tích đáy $B=7$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. 10. **B.** 7. **C.** 3. **D.** 21.

Lời giải

Chọn D

$V = B.h = 7.3 = 21$

Câu 19. Khối hộp chữ nhật có ba kích thước lần lượt bằng $3cm$, $4cm$, $7cm$ thì có thể tích bằng

A. $84cm^3$. **B.** $12cm^3$. **C.** $28cm^3$. **D.** $21cm^3$.

Lời giải

Chọn A

Áp dụng công thức tính thể tích khối hộp chữ nhật: $V = a.b.c$ (trong đó: a,b,c là ba kích thước của hình hộp chữ nhật)

Nên: $V = 3.4.7 = 84cm^3$.

Câu 20. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x) = (x+1)^2(x-1)^3(2-x)$. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;-1)$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(1;2)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $f'(x) = (x+1)^2(x-1)^3(2-x) \Rightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=1 \\ x=2 \end{array}\right.$.

Từ đó, ta có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$				$\nearrow$		$\searrow$	$-\infty$

Dựa vào bảng biến thiên thì hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $(1;2)$.

Câu 21. Tất cả các giá trị của m để hàm số $f(x) = x^3 - 2mx^2 + x$ nghịch biến trên khoảng $(1;2)$ là:

A. $m \ge \frac{13}{8}$. **B.** $1 \le m \le \frac{13}{8}$. **C.** $m \le 0$. **D.** $m > \frac{13}{8}$.

Lời giải

Chọn A

[phương pháp tự luận]

$f'(x) = 3x^2 - 4mx + 1$.

Hàm số nghịch biến trên $(1;2)$ khi và chỉ khi $f'(x) \le 0,\ \forall x \in (1;2)$

Khi đó $3x^2-4mx+1\le 0\Leftrightarrow m\ge \dfrac{3x^2+1}{4x}$ (1).

Đặt $g(x)=\dfrac{3x^2+1}{4x}$; tập xác định $D=(1;2)$.

$g'(x)=\dfrac{12x^2-4}{16x^2}$. $g'(x)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} x=\dfrac{\sqrt{3}}{3} & (l) \\ x=\dfrac{-\sqrt{3}}{3} & (l) \end{array}\right.$.

$\lim\limits_{x\to 1^+} g(x)=1$; $\lim\limits_{x\to 2^-} g(x)=\dfrac{13}{8}$.

Ta có bảng biến thiên hàm số $y=g(x)$:

x	1		2
y'		$+$	
y	1	$\nearrow$	$\dfrac{13}{8}$

Từ bảng biến thiên, (1) luôn đúng khi $m\ge \dfrac{13}{8}$.

[phương pháp trắc nghiệm]

Thay $m=2$, lập bảng biến thiên hàm số, ta thấy thỏa mãn yêu cầu bài toán, loại đáp án B,

Thay $m=\dfrac{13}{8}$, lập bảng biến thiên hàm số, ta thấy thỏa mãn yêu cầu bài toán, loại đáp án

Câu 22. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=-x^2+2x+3,\forall x\in\mathbb{R}$. Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 0.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $f'(x)=-x^2+2x+3=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=3 \end{array}\right.$.

Hàm số đã cho có 2 điểm cực trị.

Câu 23. Cho hàm số $y=\dfrac{(m-1)x^3}{3}+(m-1)x^2+4x-1$. Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại x_1, đạt cực đại tại x_2 đồng thời $x_1<x_2$ khi và chỉ khi:

A. $m<1$. **B.** $m>5$. **C.** $\left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=5 \end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l} m>1 \\ m<5 \end{array}\right.$.

Lời giải

Chọn B

Yêu cầu bài toán tương đương tìm m để hàm số đã cho có hai cực trị.

$y'=(m-1)x^2+2(m-1)x+4$. Hàm số đã cho có hai cực trị khi và chỉ khi phương trình $y'=0$ có hai nghiệm phân biệt, khi đó:

$$\begin{cases} \Delta'=(m-1)^2-4(m-1)=m^2-6m+5>0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m<1 \\ m>5 \end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m<1 \\ m>5 \end{array}\right. \\ m-1\ne 0 \end{cases}.$$

Câu 24. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + m + 1$ $\nexists$ có giá trị cực tiểu bằng -1. Tổng các phần tử thuộc Slà:

A. -2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** -1.

Lời giải

Chọn B

TXĐ: $D = \mathbb{R}$

$$y = x^4 - 2mx^2 + m + 1$$
$$y' = 4x^3 - 4mx$$
$$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x^2 = m \end{array}\right.$$

TH1: $m \le 0$: Khi đó: $y_{ct} = y(0) = \text{m} + 1 = -1 \Rightarrow m = -2$(thỏa mãn).

TH2: $m > 0$: Khi đó: $y_{ct} = y(\pm\sqrt{m}) = -m^2 + m + 1 = -1 \Rightarrow m^2 - m - 2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = -1\ (l) \\ m = 2\ (t/m) \end{array}\right.$

Vậy $S = 0$.

Câu 25. Biết rằng hàm số $f(x) = -x + 2018 - \dfrac{1}{x}$ đạt giá trị lớn nhất trên khoảng $(0;4)$ tại x_0. Tính $P = x_0 + 2018$.

A. $P = 4032$. **B.** $P = 2020$. **C.** $P = 2018$. **D.** $P = 2019$.

Lời giải

Chọn D

Trên khoảng $(0;4)$ ta có: $f'(x) = \dfrac{-x^2+1}{x^2}$, $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

Bảng biến thiên:

x	0		1		4
$f'(x)$	‖	$+$	0	$-$	‖
$f(x)$	‖	$\nearrow$	$f(1)$	$\searrow$	‖

Hàm số đạt giá trị lớn nhất trên khoảng $(0;4)$ tại $x_0 = 1$ nên $P = x_0 + 2018 = 2019$.

Câu 26. Cho hàm số $y = \dfrac{mx-1}{2x+1}$ (với m là tham số) thỏa mãn điều kiện $\max\limits_{[1;2]} y = 3$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $7 < m < 10$. **B.** $4 < m < 7$. **C.** $0 < m < 3$. **D.** $10 < m < 13$.

Lời giải

Chọn A

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \left\{-\dfrac{1}{2}\right\}$.

$y' = \dfrac{m+2}{(2x+1)^2}$.

Trường hợp 1: $y' < 0 \Leftrightarrow m < -2$. Khi đó $\max\limits_{[1;2]} y = y(1) = \dfrac{m-1}{3} = 3 \Leftrightarrow m = 10$ (loại).

Trường hợp 2: $y' > 0 \Leftrightarrow m > -2$. Khi đó $\max\limits_{[1;2]} y = y(2) = \dfrac{2m-1}{5} = 3 \Leftrightarrow m = 8$ (nhận).

Vậy: $7 < m < 10$.

Câu 27. Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{2x-x^2}+1}{x-1}$?

A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Hàm số xác định khi $\begin{cases}2x-x^2\geq 0\\ x-1\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}0\leq x\leq 2\\ x\neq 1\end{cases}\Leftrightarrow x\in[0;2]\setminus\{1\}$.

Ta có $\lim\limits_{x\to 1^-}y=\lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{\sqrt{2x-x^2}+1}{x-1}=-\infty$; $\lim\limits_{x\to 1^+}y=\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{\sqrt{2x-x^2}+1}{x-1}=+\infty$.

Suy ra $x=1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Câu 28. Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{(m^2+1)\sqrt{4-x^2}}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 1. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 0.

Lời giải

Chọn B

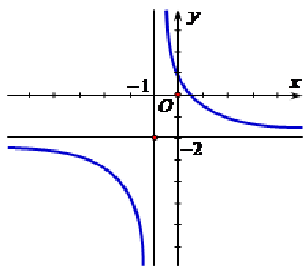
Hàm số có nghĩa khi $4-x^2>0\Leftrightarrow -2<x<2$. TXĐ: $D=(-2;2)$

Hàm số không có tiệm cận ngang.

$\lim\limits_{x\to 2^-}y=\lim\limits_{x\to 2^-}\dfrac{x+1}{(m^2+1)\sqrt{4-x^2}}=+\infty$. Suy ra: đường thẳng $x=2$ là tiệm cận đứng.

$\lim\limits_{x\to -2^+}y=\lim\limits_{x\to -2^+}\dfrac{x+1}{(m^2+1)\sqrt{4-x^2}}=-\infty$. Suy ra: đường thẳng $x=-2$ là tiệm cận đứng.

Câu 29. Tìm a, b để hàm số $y=\dfrac{ax+b}{x+1}$ có đồ thị như hình vẽ bên.



A. $a=-1, b=-2$. **B.** $a=1, b=-2$. **C.** $a=-2, b=1$. **D.** $a=2, b=1$.

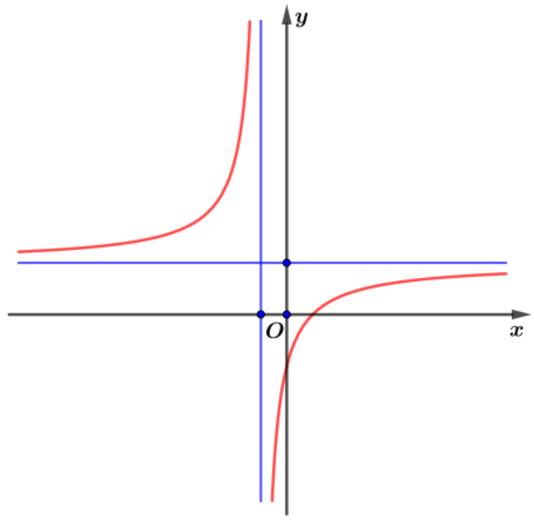
Lời giải

Chọn C

Dễ thấy đồ thị có tiệm cận ngang $y=-2\Rightarrow a=-2$.

Đồ thị hàm số cắt Oy tại điểm $A(0;1)$ nên $b=1$.

Câu 30. Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình vẽ.



Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $ab<0$; $ac<0$. **B.** $bd<0$; $bc>0$. **C.** $ad>0$; $bd>0$. **D.** $ab<0$; $ad>0$.

Lời giải

Chọn D

Đồ thị hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ đi qua $M\left(0;\dfrac{b}{d}\right)$, có đường tiệm cận đứng $x=-\dfrac{d}{c}$, đường tiệm cận ngang $y=\dfrac{a}{c}$.

Quan sát đồ thị thấy:

+ Giao điểm với trục tung nằm phía dưới Ox nên $\dfrac{b}{d}<0\Leftrightarrow bd<0\Rightarrow$ Loại phương án

+ Đường tiệm cận ngang nằm phía trên Ox nên $\dfrac{a}{c}>0\Leftrightarrow ac>0\Rightarrow$ Loại phương án

+ Đường tiệm cận đứng nằm bên trái Oy nên $-\dfrac{d}{c}<0\Leftrightarrow cd>0$.

Ta có: $\begin{cases} bd<0 \\ cd>0 \end{cases}\Rightarrow bc<0\Rightarrow$ Loại phương án

Kiểm chứng phương án D: $\begin{cases} ac>0 \\ cd>0 \end{cases}\Rightarrow ad>0$; $\begin{cases} ad>0 \\ bd<0 \end{cases}\Rightarrow ab<0$.

Lưu ý: Có thể sử dụng giao điểm của đồ thị với trục hoành nằm bên phải Oy nên $-\dfrac{b}{a}>0\Leftrightarrow ab<0$.

Câu 31. Đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2-2$ và đường thẳng $y=2$ có bao nhiêu điểm chung?

A. 0. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y=x^3-3x^2-2\Rightarrow y'=3x^2-6x$; $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x=0\Rightarrow y=-2 \\ x=2\Rightarrow y=-6 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên hàm số $y=x^3-3x^2-2$:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	-2	$\searrow$	-6	$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy đường thẳng $y = 2$ và đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 2$ có 1 điểm chung duy nhất.

Câu 32. Cho hàm số $y = f(x)$có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Số nghiệm của phương trình $f(x) - 2 = 0$là

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

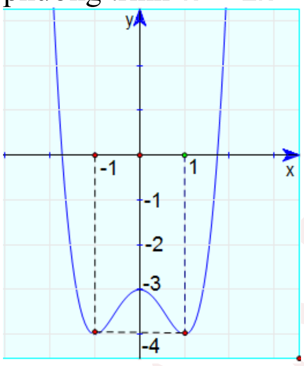
Chọn A

$f(x) - 2 = 0\ (*) \Leftrightarrow f(x) = 2.$

Số nghiệm của phương trình (*) là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$và đường thẳng $y = 2$.

Do $2 \in (-2; 4)$nên phương trình đã cho có 3 nghiệm phân biệt.

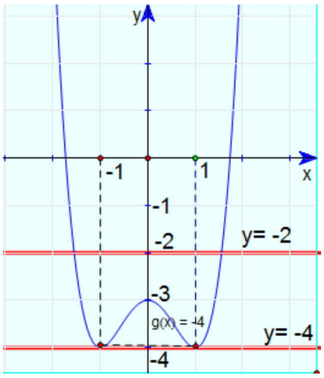
Câu 33. Cho hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 3$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Với giá trị nào của tham số m thì phương trình $x^4 - 2x^2 - 3 = 2m - 4$ có hai nghiệm phân biệt?



A. $m \le \frac{1}{2}$. **B.** $\left[\begin{array}{l} m < 0 \\ m = \frac{1}{2} \end{array}\right.$. **C.** $0 < m < \frac{1}{2}$. **D.** $\left[\begin{array}{l} m = 0 \\ m > \frac{1}{2} \end{array}\right.$.

Lời giải

Chọn D



Phương trình $x^4-2x^2-3=2m-4$ có hai nghiệm phân biệt khi chỉ khi đồ thị hàm số $y=x^4-2x^2-3$ và đường thẳng $y=2m-4$ cắt nhau tại hai điểm phân biệt.

Dựa vào đồ thị hàm số trên, yêu cầu bài toán thỏa mãn khi $\left[\begin{array}{l}2m-4=-4\\2m-4>-3\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=0\\m>\dfrac{1}{2}\end{array}\right.$.

Câu 34. Khối lăng trụ ngũ giác có tất cả bao nhiêu cạnh?

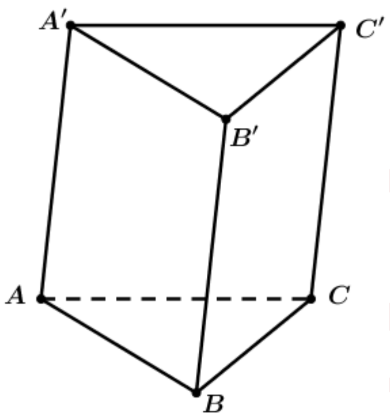
A. 15. **B.** 10. **C.** 20. **D.** 25.

Lời giải

Chọn A

Số cạnh đáy của khối lăng trụ là: $5.2=10$.
Số cạnh bên của lăng trụ là: 5.
Do đó số cạnh của khối lăng trụ ngũ giác là 15.

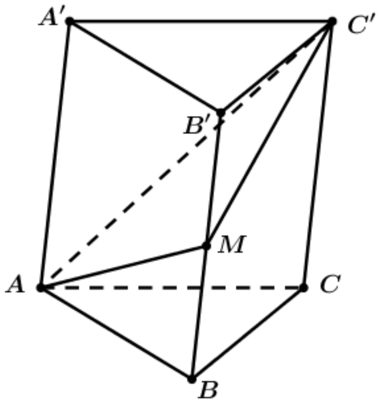
Câu 35. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ (tham khảo hình sau). Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng BB'. Mặt phẳng (AMC') chia khối lăng trụ đã cho thành các khối đa diện nào ?



A. Một khối tứ diện và một khối chóp tứ giác.
B. Hai khối chóp tam giác.
C. Hai khối chóp tứ giác.
D. Một khối tứ diện và một khối lăng trụ.

Lời giải

Chọn C



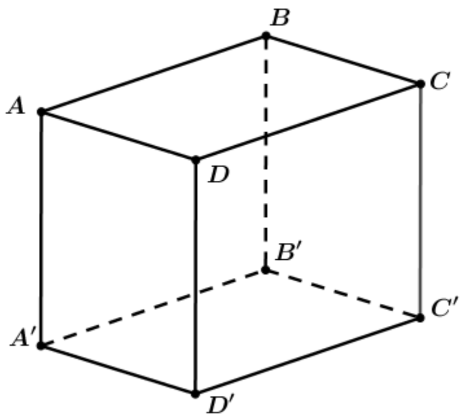
Mặt phẳng (AMC') chia khối lăng trụ đã cho thành hai khối chóp tứ giác là khối $A.MBCC'$ và $C'.AA'B'M$.

Câu 36. Hình lăng trụ đứng có đáy là hình thoi (không phải hình vuông) có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 5. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 3.

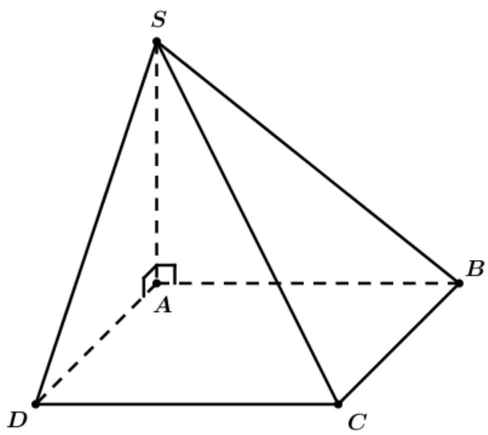
Lời giải

Chọn D



Gọi hình lăng trụ đứng đã cho là $ABCD.A'B'C'D'$ với đáy là hình thoi $ABCD$.
Các mặt phẳng đối xứng của nó bao gồm:
- mặt phẳng trung trực của các cạnh bên
- mặt phẳng $(ACC'A')$
- mặt phẳng $(BDD'B')$.

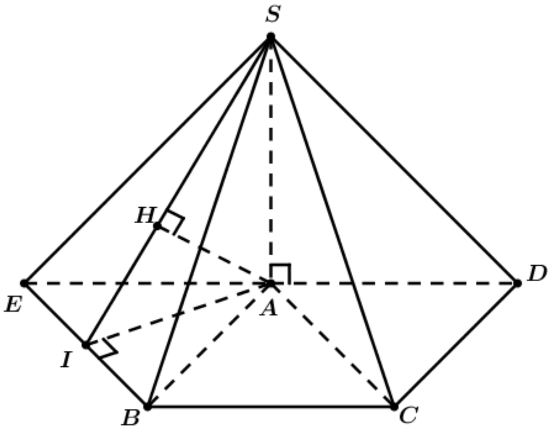
Câu 37. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$ và SA vuông góc với đáy. Biết khoảng cách giữa AC và SB bằng a. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.



A. $\frac{2\sqrt{2}a^3}{3}$. **B.** $\frac{4\sqrt{2}a^3}{3}$. **C.** $\sqrt{2}a^3$. **D.** $\frac{3a^3}{\sqrt{2}}$.

Lời giải

Chọn B



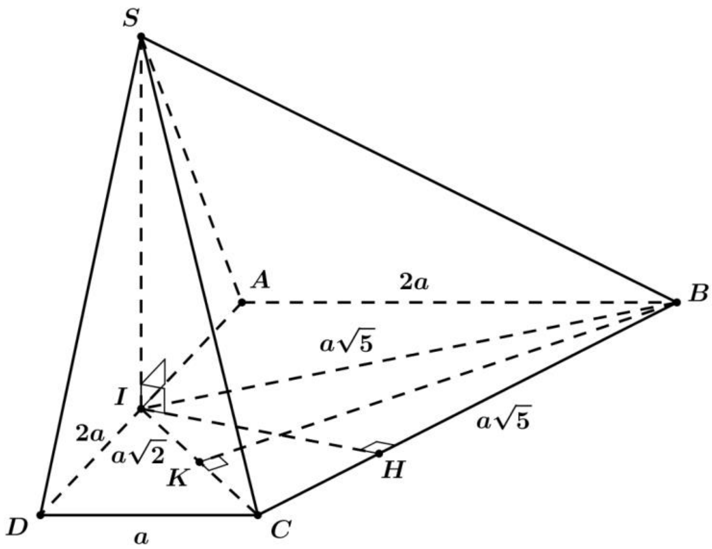
Dựng điểm E sao cho $ACBE$ là hình bình hành.
Khi đó: $AC//EB \Rightarrow AC//(SBE) \Rightarrow d(AC, SB) = d(AC,(SBE)) = d(A,(SBE))$.
Kẻ $AI \perp EB (I \in AB)$, kẻ $AH \perp SI (H \in SI) \Rightarrow d(A,(SEB)) = AH = a$.
Tam giác A vuông tại tại A.
Ta có $\frac{1}{AI^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AE^2} = \frac{1}{4a^2} + \frac{1}{4a^2} = \frac{1}{2a^2}$.
Xét ΔSAI, ta có: $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AI^2} \Leftrightarrow \frac{1}{a^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{2a^2} \Leftrightarrow \frac{1}{SA^2} = \frac{1}{2a^2} \Rightarrow SA = a\sqrt{2}$.
Vậy thể tích của tích khối chóp $S.ABCD$ là $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}.SA.S_{ABCD} = \frac{1}{3}.a\sqrt{2}.4a^2 = \frac{4\sqrt{2}a^3}{3}$.

Câu 38. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D; $AB = AD = 2a$, $BC = a\sqrt{5}$, $CD = a$, góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và $(ABCD)$ bằng $60°$. Gọi I là trung điểm cạnh AD. Biết hai mặt phẳng (SBI) và (SCI) cùng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{3\sqrt{15}a^3}{5}$. **B.** $V = \frac{a^3\sqrt{15}}{5}$. **C.** $V = \frac{a^3\sqrt{15}}{15}$. **D.** $V = \frac{3\sqrt{15}a^3}{15}$.

Lời giải

Chọn A



Do $(SBI) \perp (ABCD)$ và $(SCI) \perp (ABCD)$ nên $SI \perp (ABCD)$.

Ta có $IB=\sqrt{AB^2+AI^2}=a\sqrt{5}$, $CI=\sqrt{CD^2+DI^2}=a\sqrt{2}$, suy ra tam giác BCI cân tại B.

Gọi K là trung điểm của CI, $BK=\sqrt{BC^2-CK^2}=\sqrt{\left(a\sqrt{5}\right)^2-\left(\dfrac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2}=\dfrac{3a\sqrt{2}}{2}$, $S_{\Delta BCI}=\dfrac{1}{2}BK.CI=\dfrac{3a^2}{2}$

.

Kẻ $IH\perp BC\Rightarrow BC\perp SH$ nên góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và $(ABCD)$ là góc SHI.

Mà $S_{\Delta BCI}=\dfrac{1}{2}IH.BC\Rightarrow IH=\dfrac{2S_{\Delta BCI}}{BC}=\dfrac{3a}{\sqrt{5}}$, $SI=IH.\tan 60^\circ=\dfrac{3a}{\sqrt{5}}.\sqrt{3}=\dfrac{3a\sqrt{15}}{5}$.

Vậy $V_{S.ABCD}=\dfrac{1}{3}SI.S_{ABCD}=\dfrac{1}{3}\dfrac{3a\sqrt{15}}{5}\dfrac{a+2a}{2}.2a=\dfrac{3a^3\sqrt{15}}{5}$.

Câu 39. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-1		1		2		5		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	−	0	+	0	+	0	−	

Hàm số $y=3f\left(x+3\right)-x^3+12x$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $\left(-\infty;-1\right)$. **B.** $\left(-1;0\right)$. **C.** $\left(1;5\right)$. **D.** $\left(2;+\infty\right)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y'=3f'\left(x+3\right)-3x^2+12=3\left[f'\left(x+3\right)+\left(4-x^2\right)\right]$

Từ bảng xét dấu của $f'(x)$ ta có $f'(x+3)<0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}-1<x+3<1\\5<x+3\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}-4<x<-2\\x>2\end{array}\right.$;

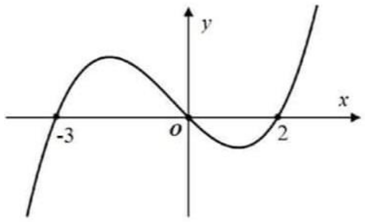
$f'(x+3)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=-4\\x=\pm 2\end{array}\right.$.

Suy ra bảng xét dấu y' như sau

x	$-\infty$		-4		-2		-1		2		$+\infty$
$f'(x+3)$		+	0	−	0	+	0	+	0	−	
$4-x^2$		−	|	−	0	+	|	+	0	−	
y'		Chưa xđ	|	−	0	+	|	+	0	−	

Vậy hàm số $y=3f\left(x+3\right)-x^3+12x$ nghịch biến trên khoảng $\left(2;+\infty\right)$ và $\left(-4;-2\right)$.

Câu 40. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị của đạo hàm $y=f'\left(x\right)$ như hình vẽ bên. Hàm số $g\left(x\right)=f\left(x^2-2\right)+3f\left(2-2x\right)+1$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(0;1)$. **B.** $(-2;-1)$. **C.** $(1;2)$. **D.** $(-1;0)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $g'(x)=2xf'(x^2-2)-6f'(2-2x)=k(x)+q(x)$

Đặt

$$k(x)=2xf'(x^2-2)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x^2-2=-3\\x^2-2=0\\x^2-2=2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm\sqrt{2}\\x=\pm 2\end{array}\right.$$

Đặt

$$q(x)=-6f'(2-2x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2-2x=-3\\2-2x=0\\2-2x=2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\dfrac{5}{2}\\x=1\\x=0\end{array}\right.$$

Ta có bảng xét dấu

x	$-\infty$		-2		$-\sqrt{2}$		0		1		$\sqrt{2}$		2		$\frac{5}{2}$		$+\infty$
$k(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	|	$+$	0	$-$	0	$+$	|	$+$	
$q(x)$		$-$	|	$-$	|	$-$	0	$+$	0	$-$	|	$-$	|	$-$	0	$+$	
$g'(x)$		$-$	|		|	$-$	|	$+$	|		|	$-$	|		|	$+$	

Suy ra hàm số $g(x)=f(x^2-2)+3f(2-2x)+1$ nghịch biến trên khoảng $(-1;0)$.

Câu 41. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=\dfrac{mx-2}{m-2x}$ nghịch biến trên khoảng $\left(\dfrac{1}{2};+\infty\right)$.

A. $-2<m\le 1$. **B.** $-2<m<2$. **C.** $-2\le m\le 2$. **D.** $m>2$.

Lời giải

Chọn A

Để hàm số $y=\dfrac{mx-2}{-2x+m}$ nghịch biến trên khoảng $\left(\dfrac{1}{2};+\infty\right)$ khi và chỉ khi

$$\begin{cases}\dfrac{m}{2}\le\dfrac{1}{2}\\m^2-4<0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\le 1\\-2<m<2\end{cases}\Leftrightarrow -2<m\le 1.$$

Câu 42. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-(2m-1)x^2+\left(m^2-m+7\right)x+m-5$ có hai điểm cực trị là độ dài hai cạnh góc vuông của một tam giác vuông có cạnh huyền bằng $\sqrt{74}$.

A. $m=3$. **B.** $\left[\begin{array}{l} m=-3 \\ m=2 \end{array}\right.$. **C.** $m=2$. **D.** $\left[\begin{array}{l} m=3 \\ m=-2 \end{array}\right.$.

Lời giải

Chọn A

$y=\frac{1}{3}x^3-(2m-1)x^2+\left(m^2-m+7\right)x+m-5 \Rightarrow y'=x^2-2(2m-1)x+m^2-m+7$.

+) Hàm số có hai điểm cực trị là độ dài hai cạnh của một tam giác vuông thì y' có 2 nghiệm dương phân biệt $\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta'=(2m-1)^2-\left(m^2-m-7\right)>0 \\ 2m-1>0 \\ m^2-m+7>0 \end{cases}$ (*).

+) Khi đó, gọi x_1, x_2 là 2 điểm cực trị của hàm số thì x_1, x_2 là hai nghiệm của y' $\Rightarrow \begin{cases} x_1+x_2=2(2m-1) \\ x_1.x_2=m^2-m+7 \end{cases}$

.

Theo giả thiết ta có $x_1^2+x_2^2=74 \Leftrightarrow (x_1+x_2)^2-2x_1x_2=74 \Leftrightarrow 4(2m-1)^2-2.\left(m^2-m+7\right)=74$

$\Leftrightarrow 14m^2-14m-84=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=3 \\ m=-2 \end{array}\right.$.

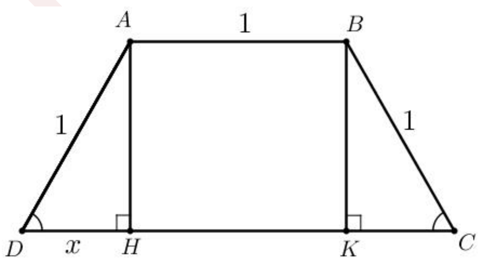
Thử vào $(*) \Rightarrow m=3$.

Câu 43. Cho hình thang cân có độ dài đáy nhỏ và hai cạnh bên đều bằng 1 mét. Khi đó hình thang đã cho có diện tích lớn nhất bằng?

A. $3\sqrt{3}(m^2)$. **B.** $\frac{3\sqrt{3}}{2}(m^2)$. **C.** $\frac{3\sqrt{3}}{4}(m^2)$. **D.** $1(m^2)$.

Lời giải

Chọn C



Kẻ $AH \perp CD, BK \perp CD \Rightarrow ABKH$ là hình chữ nhật $\Rightarrow AB=HK=1(m)$.

Đặt $DH=x$. Khi đó $AH=\sqrt{1-x^2}(0<x<1)$.

Vì $ABCD$ là hình thang cân nên $\Delta ADH=\Delta BCK$ (cạnh huyền – góc nhọn)

$$\Rightarrow DH=CK=x \Rightarrow CD=DH+HK+CK=2x+1.$$

Ta có $S_{ABCD}=\frac{(AB+CD).AH}{2}=\frac{(1+2x+1)\sqrt{1-x^2}}{2}=(x+1)\sqrt{1-x^2}$.

Xét hàm số $f(x)=(x+1)\sqrt{1-x^2}(0<x<1)$, ta có

$f'(x)=\sqrt{1-x^2}-\frac{2x(x+1)}{2\sqrt{1-x^2}}=\frac{-2x^2-x+1}{\sqrt{1-x^2}}, f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\frac{1}{2}(n) \\ x=-1(l) \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:

x	0		$\frac{1}{2}$		1
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$		$\nearrow$	$\frac{3\sqrt{3}}{4}$	$\searrow$	

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy $f(x) \le f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{3\sqrt{3}}{4}$.

Vậy diện tích lớn nhất của hình thang $ABCD$ là $\frac{3\sqrt{3}}{4}(m^2)$.

Câu 44. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}\backslash\{1\}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	||	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$+\infty$ || $-\infty$	$\nearrow$	5	$\searrow$	2

Số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = g(x) = \frac{2020}{f(x)-3}$.

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Chọn D

Dựa vào bảng biến thiên ta có:

Phương trình $f(x) - 3 = 0 \Leftrightarrow f(x) = 3 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = a \in (-\infty; -1) \\ x = b \in (-1; 1) \\ x = c \in (1; 2) \\ x = d \in (2; +\infty) \end{array}\right.$.

$\lim\limits_{x\to a^+} g(x) = \lim\limits_{x\to a^+} \frac{2020}{f(x)-3} = -\infty \Rightarrow$ đường thẳng $x = a$ là đường tiệm cận đứng. $\lim\limits_{x\to b^+} g(x) = \lim\limits_{x\to b^+} \frac{2020}{f(x)-3} = +\infty \Rightarrow$ đường thẳng $x = b$ là đường tiệm cận đứng.

$\lim\limits_{x\to c^+} g(x) = \lim\limits_{x\to c^+} \frac{2020}{f(x)-3} = +\infty$ $\Rightarrow$đ ường thẳng $x = c$ là đường tiệm cận đứng.

$\lim\limits_{x\to d^+} g(x) = \lim\limits_{x\to d^+} \frac{2020}{f(x)-3} = -\infty \Rightarrow$ đường thẳng $x = d$ là đường tiệm cận đứng.

Vậy đồ thị hàm số $y = g(x) = \frac{2020}{f(x)-3}$ có 4 đường tiệm cận đứng.

Câu 45. Tìm tất cả giá trị thực của tham số m để đường thẳng $(d): y = mx - m - 1$ cắt đồ thị $(C): y = x^3 - 3x^2 + 1$ tại 3 điểm A, B, C phân biệt (B thuộc đoạn AC), sao cho tam giác AOC cân tại O (với O là gốc toạ độ).

A. $m = -1$. **B.** $m = 1$. **C.** $m = 2$. **D.** $m = -2$.

Lời giải

Chọn B

Cách 1:

Xét phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng (d) và đường cong (C): $x^3 - 3x^2 + 1 = mx - m - 1 \Leftrightarrow (x-1)(x^2 - 2x - 2 - m) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x^2 - 2x - 2 - m = 0(*) \end{array}\right.$.

(d) cắt (C) tại 3 điểm phân biệt $A, B, C \Leftrightarrow (*)$ có hai nghiệm phân biệt khác 1.

$(*) \Leftrightarrow (x-1)^2 = m + 3$ có hai nghiệm phân biệt khác 1 khi và chỉ khi $m > -3$.

Khi đó $(*)$ có hai nghiệm $x_1 = 1 - \sqrt{m+3}$, $x_2 = 1 + \sqrt{m+3}$ thỏa $x_1 < 1 < x_2$.

Không mất tính tổng quát, gọi $A\left(1-\sqrt{m+3};-m\sqrt{m+3}-1\right)$, $B(1;-1)$, $C\left(1+\sqrt{m+3};m\sqrt{m+3}-1\right)$.

Tam giác AOC cân tại $O \Leftrightarrow OA=OC \Leftrightarrow OA^2=OC^2$

$$\Leftrightarrow \left(1-\sqrt{m+3}\right)^2+\left(-m\sqrt{m+3}-1\right)^2=\left(1+\sqrt{m+3}\right)^2+\left(m\sqrt{m+3}-1\right)^2$$

$\Leftrightarrow 4\sqrt{m+3}-4m\sqrt{m+3}=0 \Leftrightarrow 4(m-1)\sqrt{m+3}=0 \Leftrightarrow m=1$.

Với $m=1$ thỏa mãn điều kiện tồn tại các điểm A, B, C và khi đó đường thẳng $(d): y=x-2$ không đi qua gốc tọa độ O nên A, O, C tạo thành tam giác cân. Vậy $m=1$ là giá trị cần tìm.

Cách 2:

Xét phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng (d) và đường cong (C): $x^3-3x^2+1=mx-m-1 \Leftrightarrow (x-1)(x^2-2x-2-m)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x^2-2x-2-m=0(*) \end{array}\right.$.

(d) cắt (C) tại 3 điểm phân biệt $A, B, C \Leftrightarrow (*)$ có hai nghiệm phân biệt khác 1.

$(*) \Leftrightarrow (x-1)^2=m+3$ có hai nghiệm phân biệt x_1,x_2 khác 1 khi và chỉ khi $m>-3$.

Xét $x^2-2x-2-m=0$ $(*)$

Theo Viet: $\begin{cases} x_1+x_2=2 \\ x_1x_2=-m-2 \end{cases}$

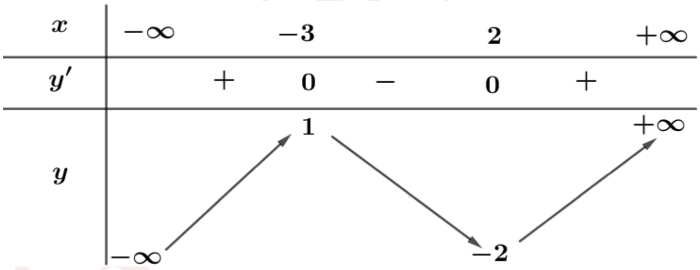
Khi đó: $A(x_1;mx_1-m-1)$, $B(x_2;mx_2-m-1)$.

Cần có: $OA^2=OB^2$

$$\Leftrightarrow x_1^2+(mx_1-m-1)^2=x_2^2+(mx_2-m-1)^2$$
$$\Leftrightarrow (x_1-x_2)\left[(x_1+x_2)+m[m(x_1+x_2)-2m-2]\right]=0$$
$$\Leftrightarrow \left[(x_1+x_2)+m[m(x_1+x_2)-2m-2]\right]=0$$

$\Leftrightarrow 2+m(2m-2m-2)=0 \Leftrightarrow m=1$.

Câu 46. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau



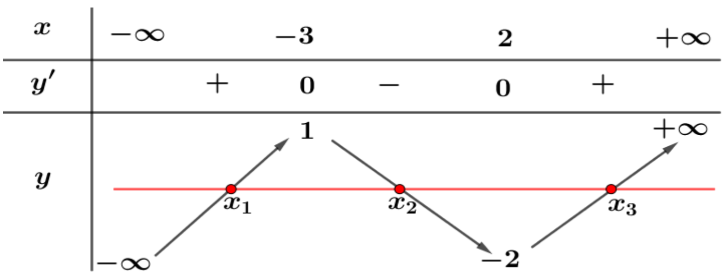
Phương trình $f\left(f(x)\right)=0$ có nhiều nhất bao nhiêu nghiệm?

A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 6.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $f\left(f(x)\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x)=x_1 \ \ (x_1<-3) \\ f(x)=x_2 \ \ (-3<x_2<2) \\ f(x)=x_3 \ \ (x_3>2) \end{array}\right.$.



Dựa vào bảng biến thiên

+ Trường hợp 1: $f(x)=x_1$ $(x_1<-3)$ có 1 nghiệm.

+ Trường hợp 2: $f(x) = x_2$ $(-3 < x_2 < 2)$ có nhiều nhất 3 nghiệm.

+ Trường hợp 3: $f(x) = x_3$ $(x_3 > 2)$ có 1 nghiệm.

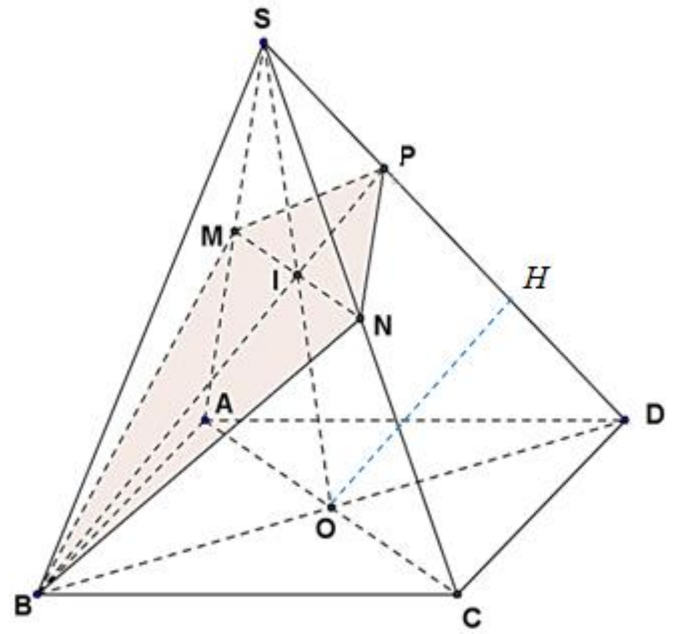
Vậy phương trình $f(f(x)) = 0$ có nhiều nhất 5 nghiệm.

Câu 47. Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, SC. Mặt phẳng (BMN) cắt SD tại P. Tỉ số $\frac{V_{S.BMPN}}{V_{S.ABCD}}$ bằng:

A. $\frac{V_{S.BMPN}}{V_{S.ABCD}} = \frac{1}{16}$. **B.** $\frac{V_{S.BMPN}}{V_{S.ABCD}} = \frac{1}{6}$. **C.** $\frac{V_{S.BMPN}}{V_{S.ABCD}} = \frac{1}{12}$. **D.** $\frac{V_{S.BMPN}}{V_{S.ABCD}} = \frac{1}{8}$.

Lời giải

Chọn B



Ta có M, N là trung điểm của SA, SC nên $\frac{SM}{SA} = \frac{SN}{SC} = \frac{1}{2}$.

Cách 1: Áp dụng định lý Menelaus cho ΔSOD ta có :

$\frac{PS}{PD} \cdot \frac{BD}{BO} \cdot \frac{IO}{IS} = 1 \Rightarrow \frac{PS}{PD} \cdot 2 \cdot 1 = 1 \Rightarrow \frac{PS}{PD} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{SP}{SD} = \frac{1}{3}$.

Cách 2: Kẻ $OH // BP$, ta có O là trung điểm của BD nên H là trung điểm của PD.

Ta có $OH // IP$ mà I là trung điểm của SO nên P là trung điểm của SH.

Suy ra $SP = PH = HD \Rightarrow \frac{SP}{SD} = \frac{1}{3}$.

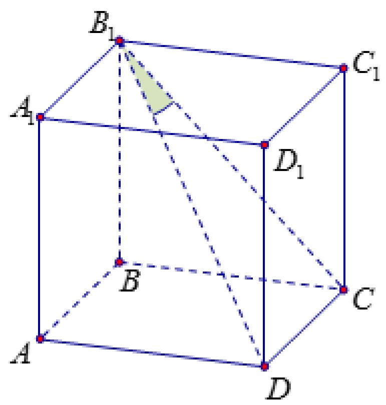
Theo công thức tỉ số thể tích ta có : $\frac{V_{S.BMPN}}{V_{S.ABCD}} = \frac{2V_{S.BMP}}{2V_{S.BAD}} = \frac{SM}{SA} \cdot \frac{SP}{SD} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$.

Câu 48. Cho hình hộp đứng $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, đường thẳng DB_1 tạo với mặt phẳng (BCC_1B_1) góc $30°$. Tính thể tích khối hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$.

A. $a^3\sqrt{3}$. **B.** $a^3\sqrt{2}$. **C.** a^3. **D.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải

Chọn B



Ta có $DC \perp (BCC_1B_1)$ suy ra hình chiếu của DB_1 lên (BCC_1B_1) là CB_1

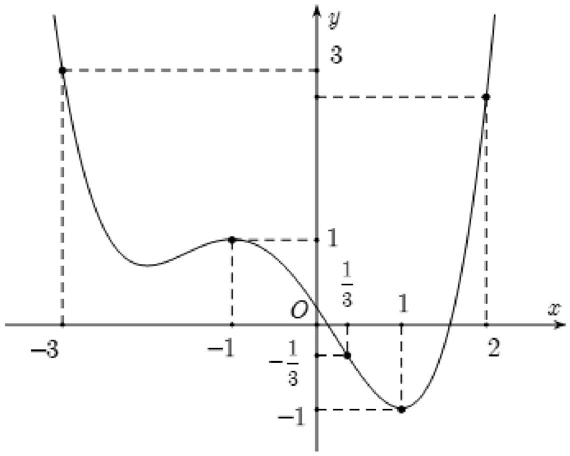
$\Rightarrow (DB_1,(BCC_1B_1)) = (DB_1, CB_1) = DB_1C = 30°$

Xét ΔDB_1C vuông ở C có $\tan DB_1C = \dfrac{DC}{B_1C} \Leftrightarrow \tan 30° = \dfrac{a}{B_1C} \Rightarrow B_1C = a\sqrt{3}$

Xét ΔB_1BC vuông ở B có $BB_1 = \sqrt{B_1C^2 - BC^2} = \sqrt{3a^2 - a^2} = a\sqrt{2}$

Thể tích khối hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ là $V = BB_1.S_{ABCD} = a\sqrt{2}.a^2 = a^3\sqrt{2}$.

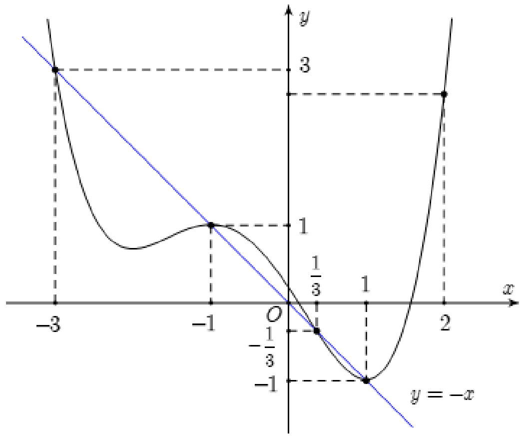
Câu 49. **Cho hàm số** $y = f(x)$, **hàm số** $y = f'(x)$ **có đồ thị như hình vẽ. Hàm số** $g(x) = 2f\left(\dfrac{5\sin x - 1}{2}\right) + \dfrac{(5\sin x - 1)^2}{4} + 3$ **có bao nhiêu điểm cực trị trên khoảng** $(0; 2\pi)$**?**



A. 9. **B.** 7. **C.** 6. **D.** 8.

Lời giải

Chọn B



Ta có $g\left(x\right)=2f\left(\dfrac{5\sin x-1}{2}\right)+\left(\dfrac{5\sin x-1}{2}\right)^2+3$

$$g'\left(x\right)=\frac{5\cos x}{2}\left[2f'\left(\frac{5\sin x-1}{2}\right)+2.\left(\frac{5\sin x-1}{2}\right)\right]=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\cos x=0\\ 2f'\left(\dfrac{5\sin x-1}{2}\right)+2.\left(\dfrac{5\sin x-1}{2}\right)=0\end{array}\right.$$

Đặt $t=\dfrac{5\sin x-1}{2}$ vì $x\in\left(0;2\pi\right)\Rightarrow t\in\left[-3;2\right]$

Khi đó: $2f'\left(\dfrac{5\sin x-1}{2}\right)+2.\left(\dfrac{5\sin x-1}{2}\right)=0$ thành $f'\left(t\right)=-t\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=1\\ t=\dfrac{1}{3}\\ t=-1\\ t=-3\end{array}\right.$

□Với $t=1\Rightarrow\dfrac{5\sin x-1}{2}=1\Leftrightarrow\sin x=\dfrac{3}{5}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\alpha_1\in\left(0;2\pi\right)\\ x=\alpha_2\in\left(0;2\pi\right)\end{array}\right.$.

□Với $t=\dfrac{1}{3}\Rightarrow\dfrac{5\sin x-1}{2}=\dfrac{1}{3}\Leftrightarrow\sin x=\dfrac{1}{3}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\alpha_3\in\left(0;2\pi\right)\\ x=\alpha_4\in\left(0;2\pi\right)\end{array}\right.$.

□Với $t=-1\Rightarrow\dfrac{5\sin x-1}{2}=-1\Leftrightarrow\sin x=-\dfrac{1}{5}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\alpha_5\in\left(0;2\pi\right)\\ x=\alpha_6\in\left(0;2\pi\right)\end{array}\right.$.

□Với $t=-3\Rightarrow\dfrac{5\sin x-1}{2}=-3\Leftrightarrow\sin x=-1\Leftrightarrow x=\dfrac{3\pi}{2}\in\left(0;2\pi\right)$.

□ $\cos x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\dfrac{\pi}{2}\in\left(0;2\pi\right)\\ x=\dfrac{3\pi}{2}\in\left(0;2\pi\right)\end{array}\right.$.

Vì $x=\dfrac{3\pi}{2}$ là nghiệm kép nên không là điểm cực trị của hàm số $y=g\left(x\right)$.

Vậy hàm số $y=g\left(x\right)$ có 7 **điểm cực trị trên khoảng** $\left(0;2\pi\right)$.

Câu 50. Cho hàm số $f(x)=x^4-2x^3+m$ (m là tham số thực). Tìm tổng tất cả các giá trị của m sao cho $\max\limits_{[0;1]}|f(x)|+2\min\limits_{[0;1]}|f(x)|=10$.

A. 4. **B.** -3. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C

Ta xét $f(x) = x^4 - 2x^3 + m$ liên tục trên đoạn $[0;1]$, $f'(x) = 4x^3 - 6x^2$.

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \in [0;1] \\ x = \frac{3}{2} \notin [0;1] \end{array}\right.$.

$f(0) = m; f(1) = m - 1$.

Ta xét các trường hợp sau:

-Nếu $m \leq 0$ thì $\max\limits_{[0;1]}|f(x)| = 1 - m; \min\limits_{[0;1]}|f(x)| = -m$.

Khi đó: $\max\limits_{[0;1]}|f(x)| + 2\min\limits_{[0;1]}|f(x)| = 10 \Leftrightarrow (1 - m) + 2(-m) = 10 \Leftrightarrow m = -3$ (thỏa điều kiện).

-Nếu $m \geq 1$ thì $\max\limits_{[0;1]}|f(x)| = m; \min\limits_{[0;1]}|f(x)| = m - 1$.

Khi đó: $\max\limits_{[0;1]}|f(x)| + 2\min\limits_{[0;1]}|f(x)| = 10 \Leftrightarrow m + 2(m - 1) = 10 \Leftrightarrow m = 4$ (thỏa điều kiện).

-Nếu $\frac{1}{2} \leq m < 1$ thì $\max\limits_{[0;1]}|f(x)| = m; \min\limits_{[0;1]}|f(x)| = 0$.

Khi đó: $\max\limits_{[0;1]}|f(x)| + 2\min\limits_{[0;1]}|f(x)| = 10 \Leftrightarrow m = 10$ (không thỏa điều kiện).

-Nếu $0 < m < \frac{1}{2}$ thì $\max\limits_{[0;1]}|f(x)| = 1 - m; \min\limits_{[0;1]}|f(x)| = 0$.

Khi đó: $\max\limits_{[0;1]}|f(x)| + 2\min\limits_{[0;1]}|f(x)| = 10 \Leftrightarrow 1 - m = 10 \Leftrightarrow m = -9$ (không thỏa điều kiện).

Do đó có hai giá trị $m = -3$ và $m = 4$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Vậy tổng tất cả các giá trị của m sao cho $\max\limits_{[0;1]}|f(x)| + 2\min\limits_{[0;1]}|f(x)| = 10$ là 1.

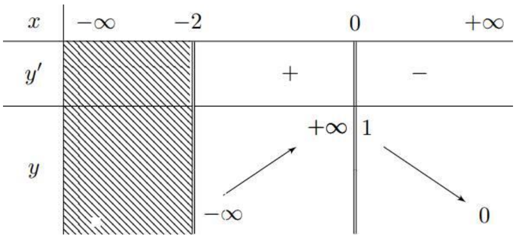
ĐỀ 9
ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA KÌ I
Môn: TOÁN, Lớp 12
Thời gian làm bài: 90 phút, *không tính thời gian phát đề*

Câu 1. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = x^3 - 3x^2 + (2-m)x$ đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$ là

A. $(-\infty;-1)$. **B.** $(-\infty;-1]$. **C.** $(-\infty;2)$. **D.** $(-\infty;2]$.

Câu 2. [Mức độ 1] Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên dưới.



Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = f(x)$ có phương trình là.

A. $y = 1$. **B.** $y = -1$. **C.** $y = -2$. **D.** $y = 0$.

Câu 3. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \dfrac{x+4}{x+m}$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;7)$ là

A. $(4;7)$. **B.** $(4;+\infty)$. **C.** $(-\infty;4)$. **D.** $(-\infty;7]$.

Câu 4. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x+1)(x-4)^3$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực đại của hàm số đã cho là

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.

Câu 5. Cho khối chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng $5cm$ và cạnh bên $10cm$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \dfrac{75\sqrt{11}}{12}$. **B.** $V = \dfrac{25\sqrt{11}}{12}$. **C.** $V = \dfrac{125\sqrt{12}}{11}$. **D.** $V = \dfrac{125\sqrt{11}}{12}$.

Câu 6. Đồ thị hàm số $y = \dfrac{x-2}{\sqrt{4x^2-1}}$ có bao nhiêu đường tiệm cận ngang ?

A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 1.

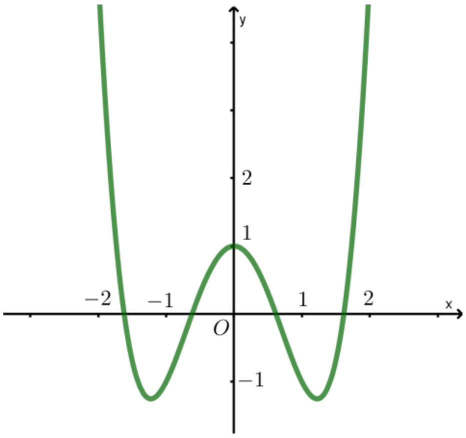
Câu 7. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 33x$ trên đoạn $[2;19]$ bằng

A. 72. **B.** $-22\sqrt{11}$. **C.** $22\sqrt{11}$. **D.** -58.

Câu 8. Tính thể tích V của khối lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh đều bằng $2a$.

A. $V = \dfrac{4a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $V = 4a^3\sqrt{3}$. **C.** $V = 2a^3\sqrt{3}$. **D.** $V = \dfrac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.

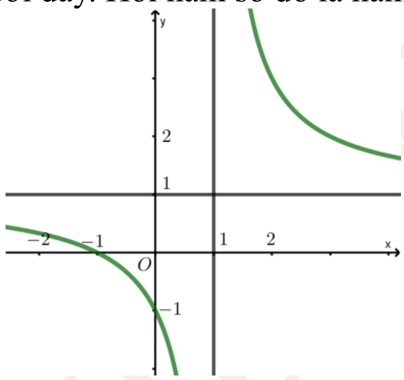
Câu 9. Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



A. $y = x^4 - 3x^2 - 1$. **B.** $y = x^3 - 2x^2 + 1$.

C. $y = x^4 - 3x^2 + 1$. **D.** $y = -x^3 + 3x - 1$.

Câu 10. Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



A. $y = \dfrac{x+3}{1-x}$. **B.** $y = \dfrac{x+1}{x-1}$. **C.** $y = \dfrac{x+2}{x+1}$. **D.** $y = \dfrac{2x+1}{2x-1}$.

Câu 11. Tìm giá trị cực tiểu y_{CT} của hàm số $y = x^4 - 4x^2 + 3$.

A. $y_{CT} = 0$. **B.** $y_{CT} = -1$. **C.** $y_{CT} = 3$. **D.** $y_{CT} = \sqrt{2}$.

Câu 12. Một vật chuyển động theo quy luật $y = -t^3 + 6t^2$ với t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc vật bắt đầu chuyển động và s (mét) là quãng đường vật đi được trong thời gian đó. Hỏi trong khoảng thời gian 10 giây, kể từ lúc bắt đầu chuyển động, vận tốc lớn nhất của vật đạt được bằng bao nhiêu?

A. $14(m/s)$. **B.** $16(m/s)$. **C.** $10(m/s)$. **D.** $12(m/s)$.

Câu 13. Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 14. Đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x-3}{x-1}$ có các đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang lần lượt là các đường thẳng

A. $x = 2$ và $y = 1$. **B.** $x = 1$ và $y = -3$. **C.** $x = 1$ và $y = 2$. **D.** $x = -1$ và $y = 2$.

Câu 15. Cho hàm số $y=\dfrac{mx-2m-3}{x-m}$ với m là tham số. gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của m để hàm số đồng biến trên các khoảng xác định. Tìm số phần tử của S.

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 5.

Câu 16. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, $SA\perp(ABCD)$, góc giữa SD và mặt phẳng (SAB) bằng $30°$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{6}}{18}$. **C.** $V=a^3\sqrt{3}$. **D.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

Câu 17. Cho hàm số $y=(x-2)\left(x^2+mx+m^2-3\right)$. Tìm điều kiện của tham số m để đồ thị hàm số đã cho cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt.

A. $-1\le m\le 2$. **B.** $\begin{cases}-2<m<2\\ m\ne -1\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}-1<m<2\\ m\ne 1\end{cases}$. **D.** $-2\le m\le 1$.

Câu 18. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=\left|x^3-3x^2+m\right|$ trên đoạn $[-2;4]$ bằng 50. Tổng các phần tử của S là

A. 36. **B.** 4. **C.** 140. **D.** 0.

Câu 19. Ông A dự định sử dụng hết $6,5m^2$ kính để làm một bể cá bằng kính có dạng hình hộp chữ nhật không nắp, chiều dài gấp đôi chiều rộng (các mối ghép có kích thước không đáng kể). Bể cá có dung tích lớn nhất bằng bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

A. $1,50m^3$. **B.** $1,33m^3$. **C.** $1,61m^3$. **D.** $2,26m^3$.

Câu 20. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=-x^3+1200x+1$ trên khoảng $(0;+\infty)$ bằng

A. 16001. **B.** 16000. **C.** 160001. **D.** 1601.

Câu 21. Cho hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hàm số đồng biến trên $(-\infty;1)\cup(1;+\infty)$.

B. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;1)\cup(1;+\infty)$

C. Hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty;1);(1;+\infty)$

D. Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty;1);(1;+\infty)$

Câu 22. Cho khối chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng 3 cm, cạnh bên gấp ba lần cạnh đáy. Tính V của khối chóp đã cho

A. $V=\dfrac{9\sqrt{34}}{2}$ **B.** $V=\dfrac{9\sqrt{17}}{4}$ **C.** $V=\dfrac{9\sqrt{17}}{2}$ **D.** $V=\dfrac{3\sqrt{34}}{2}$

Câu 23. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng 3 và $A'A=3\sqrt{3}$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng:

A. $\dfrac{27}{4}$. **B.** $\dfrac{27}{2}$. **C.** $\dfrac{81}{2}$. **D.** $\dfrac{81}{4}$.

Câu 24. Đồ thị hàm số $y=x^3+3x^2-9x+1$ có hai điểm cực trị A và B. Điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng AB?

A. $N(0;4)$. **B.** $M(-1;1)$. **C.** $Q(0;-1)$. **D.** $N(-1;-8)$.

Câu 25. Hàm số nào sau đây đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$?

A. $y=-x^3-3x$. **B.** $y=\dfrac{x-1}{x-2}$. **C.** $y=x^3+x$. **D.** $y=\dfrac{x+1}{x+3}$.

Câu 26. Cho khối lăng trụ có diện tích đáy $B=6$ và chiều cao $h=3$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A. 18. **B.** 6. **C.** 3. **D.** 9.

Câu 27. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đường thẳng $y=mx-m+1$ cắt đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+x+2$ tại ba điểm A, B, C phân biệt AB = BC.

A. $m\in\left(-\frac{5}{4};+\infty\right)$. **B.** $m\in(-\infty;0)\cup[4;+\infty)$.

C. $m\in(-2;+\infty)$. **D.** $m\in R$.

Câu 28. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau :

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-1	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây ?

A. $(0;1)$. **B.** $(-1;0)$. **C.** $(-\infty;-1)$. **D.** $(-\infty;0)$.

Câu 29. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=-x^3+7x$ với trục hoành là

A. 0. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

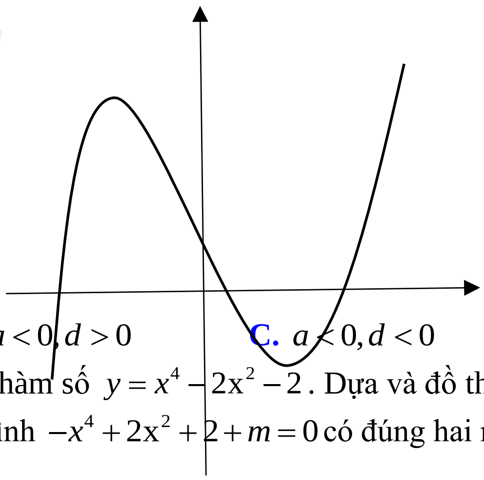
Câu 30. Tìm phương trình tiếp tuyến của đồ thị $(C): y=\dfrac{2x+1}{x-1}$ tại điểm $M(2;5)$.

A. $y=3x-11$. **B.** $y=3x+11$. **C.** $y=-3x+11$. **D.** $y=-3x-11$.

Câu 31. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác cân, $AB=AC=a\sqrt{2}$, $\angle BAC=120^\circ$, mặt phẳng $(AB'C')$ tạo với đáy một góc 60°. Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

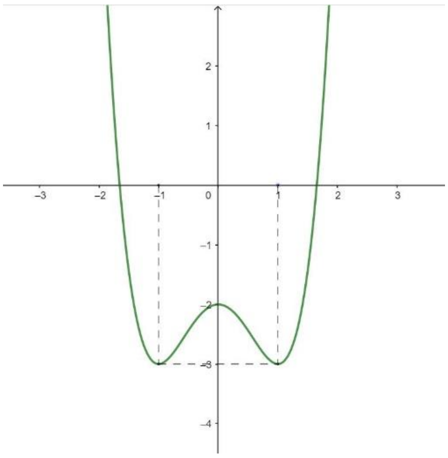
A. $V=\dfrac{3a^3\sqrt{2}}{4}$ **B.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{4}$ **C.** $V=\dfrac{a^3}{4}$ **D.** $V=\dfrac{3a^3}{4}$

Câu 32. Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d\ (a,b,c,d\in\mathbb{R})$ có đồ thị như hình vẽ bên. Khẳng định nào dưới đây **đúng**?



A. $a>0, d>0$ **B.** $a<0, d>0$ **C.** $a<0, d<0$ **D.** $a<0, d>0$

Câu 33. Đồ thị dưới đây là đồ thị của hàm số $y=x^4-2x^2-2$. Dựa và đồ thị bên dưới hãy tìm tất cả các số thực m sao cho phương trình $-x^4+2x^2+2+m=0$ có đúng hai nghiệm thực.



A. $m < -3$. **B.** $m > -2 \vee m = -3$. **C.** $m > -2$. **D.** $m = -3$.

Câu 34. Tính thể tích khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, biết $AC' = 6\sqrt{3}$.

A. $V = 18$. **B.** $V = 72$ **C.** $V = 648\sqrt{3}$. **D.** $V = 216$

Câu 35. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $AB = 2a$, $BC = a\sqrt{3}$, mặt phẳng $(A'BC)$ hợp với mặt đáy $(ABCD)$ một góc $45°$. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

A. $V = \dfrac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $V = 2a^3\sqrt{3}$. **C.** $V = \dfrac{a^3\sqrt{6}}{3}$. **D.** $V = 4a^3\sqrt{3}$

Câu 36. Tìm giá trị nguyên của tham số m để đồ thị của các hàm số $y = x^3 + \dfrac{5}{4}x - 2$ và $y = x^2 + x + m$ tiếp xúc nhau.

A. $m = -2$. **B.** $m = -3$. **C.** $m = 2$. **D.** $m = \dfrac{2}{3}$.

Câu 37. Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ $(a, b, c, d \in \mathbb{R})$ có bảng biến thiên như sau

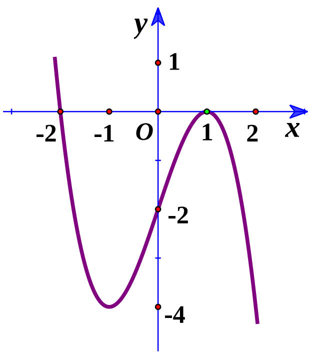
x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Có bao nhiêu số dương trong các số a, b, c, d?

A. 4. **B.** 2.

C. 1. **D.** 3.

Câu 38. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(-1;1)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $(-\infty;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-1)$.

Câu 39. Tìm điều kiện của tham số m để hàm số $y=(m^2-1)\frac{x^3}{3}-(m+1)x^2+3x+5$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. $m\in(-\infty;-1)\cup(2;+\infty)$. **B.** $m\in(-\infty;-1]\cup[2;+\infty)$.
C. $m\in(-1;2]$. **D.** $m\in[-1;2]$.

Câu 40. Cho khối chóp S.ABCD có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB=a, AD=a\sqrt{3}, SA\perp(ABCD)$, mặt phẳng (SBC) tạo với đáy một góc 60^0. Tính thể tích V của khối chóp S.ABCD.

A. $V=a^3$. **B.** $V=\frac{a^3}{3}$. **C.** $V=3a^3$. **D.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 41. Cho khối chóp có diện tích đáy $B=9$ và chiều cao $h=5$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng:
A. 90. **B.** 45. **C.** 14. **D.** 15.

Câu 42. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, cạnh SA vuông góc với đáy và SC tạo với mặt đáy một góc 60^o. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 43. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $BB'=2a$, đáy ABC tam giác vuông cân tại B và $AC=4a$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V=16a^3$. **B.** $V=\frac{8}{3}a^3$. **C.** $V=\frac{16}{3}a^3$. **D.** $V=8a^3$.

Câu 44. Cho khối chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với đáy, $SA=10, AB=12, BC=20, CA=16$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.
A. 960. **B.** 320. **C.** 600. **D.** 300.

Câu 45. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-1	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

Số nghiệm thực của phương trình $2f(x)+3=0$ là

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 46. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau :

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	2	$\nearrow$	4	$\searrow$	-5	$\nearrow$	2

Mệnh đề nào dưới đây **đúng** ?

A. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=2$. **B.** Hàm số đạt cực tiểu tại $x=-5$.
C. Hàm số có bốn điểm cực trị . **D.** Hàm số không có cực đại .

Câu 47. Cho khối lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, $AC = 2$, AC' tạo với mặt phẳng (ABC) một góc 60° và $AC' = 8\sqrt{3}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $V = \dfrac{4\sqrt{3}}{3}$. **B.** $V = 8$. **C.** $V = 4\sqrt{3}$. **D.** $V = 24$.

Câu 48. Bảng biến thiên dưới đây là của hàm số nào?

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	1	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

A. $y = x^4 - 2x^2 - 1$. **B.** $y = -x^4 + 2x^2 - 1$.

C. $y = x^4 - 2x^2 + 1$. **D.** $y = -x^4 - 2x^2 + 1$.

Câu 49. Hàm số $y = 2x^4 + x^2 - 5$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 0. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 50. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \dfrac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m^2 - m + 1)x + 1$ đạt cực đại tại điểm $x = 1$.

A. $m = 4$. **B.** $m = 1$. **C.** $m = 0$. **D.** $m = 2$.

--------------------**Hết**--------------------

BẢNG ĐÁP ÁN

1D	2D	3D	4D	5D	6C	7B	8C	9C	10 B	11 B	12 D	13 C	14 C	15 B
16 A	17 B	18 B	19 A	20 A	21 C	22 A	23 D	24 A	25 C	26 A	27 C	28 B	29 C	30 C
31 A	32 A	33 B	34 D	35 D	36 A	37 B	38 A	39 B	40 A	41 D	42 A	43 D	44 B	45 C
46 A	47 D	48 C	49 D	50 D										

LỜI GIẢI

Câu 1. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = x^3 - 3x^2 + (2-m)x$ đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$ là

A. $(-\infty;-1)$. **B.** $(-\infty;-1]$. **C.** $(-\infty;2)$. **D.** $(-\infty;2]$.

Lời giải

Ta có $y' = 3x^2 - 6x + 2 - m$

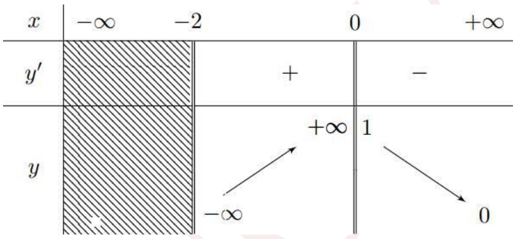
Yêu cầu đề bài $\Leftrightarrow 3x^2 - 6x + 2 - m \geq 0, \forall x \in (2;+\infty)$

$\Leftrightarrow m \leq 3x^2 - 6x + 2, \forall x \in (2;+\infty) \Leftrightarrow m \leq \left[3(x-1)^2 - 1\right], \forall x \in (2;+\infty)$

$\Leftrightarrow m \leq \min\limits_{(2;+\infty)} \left[\left[3(x-1)^2 - 1\right]\right] = 2$.

Vậy $m \leq 2$ là giá trị cần tìm .

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên dưới.



Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = f(x)$ có phương trình là.

A. $y = 1$. **B.** $y = -1$. **C.** $y = -2$. **D.** $y = 0$.

Lời giải

Ta có $\lim\limits_{x \to +\infty} y = 0 \Rightarrow$ đường thẳng $y = 0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Câu 3. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \dfrac{x+4}{x+m}$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;7)$ là

A. $(4;7)$. **B.** $(4;+\infty)$. **C.** $(-\infty;4)$. **D.** $(-\infty;7]$.

Lời giải

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{-m\}$

Ta có: $y' = \dfrac{m-4}{(x+m)^2}$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-\infty;7)$ khi và chỉ khi: $\begin{cases} m-4<0 \\ -m\in[7;+\infty) \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m<4 \\ -m\ge 7 \end{cases} \Leftrightarrow m\le -7.$$

Câu 4. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x+1)(x-4)^3$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực đại của hàm số đã cho là

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.

Lời giải

Cho $f'(x)=0 \Leftrightarrow x(x+1)(x-4)^3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=-1 \\ x=4 \end{array}\right.$

Bảng biến thiên

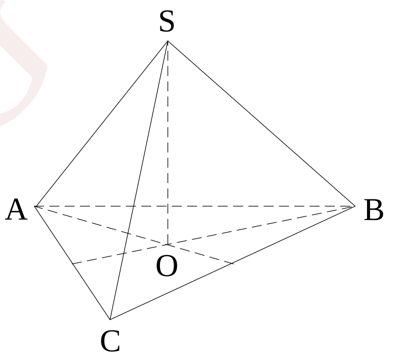
x	$-\infty$		-1		0		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$f(-1)$	$\nearrow$	$f(0)$	$\searrow$	$f(4)$	$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đã cho có một điểm cực đại.

Câu 5. Cho khối chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng $5cm$ và cạnh bên $10cm$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V=\dfrac{75\sqrt{11}}{12}$. **B.** $V=\dfrac{25\sqrt{11}}{12}$. **C.** $V=\dfrac{125\sqrt{12}}{11}$. **D.** $V=\dfrac{125\sqrt{11}}{12}$.

Lời giải



Gọi O là trọng tâm tam giác ABC mà $S.ABC$ là chóp tam giác đều $\Rightarrow SO\perp(ABC)$

Ta có ΔABC đều cạnh $5cm \Rightarrow S_{\Delta ABC}=\dfrac{25\sqrt{3}}{4}\left(cm^2\right)$ và $AO=\dfrac{5\sqrt{3}}{3}$.

$$\Delta SAO: O=90^\circ \Rightarrow SO^2=SA^2-AO^2=10^2-\left(\frac{5\sqrt{3}}{3}\right)^2=\frac{275}{3}\Rightarrow SO=\frac{5\sqrt{33}}{3}$$

$$\Rightarrow V_{S.ABC}=\frac{1}{3}SO.S_{\Delta ABC}=\frac{1}{3}.\frac{25\sqrt{3}}{4}.\frac{5\sqrt{33}}{3}=\frac{125\sqrt{11}}{12}$$

Câu 6. Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-2}{\sqrt{4x^2-1}}$ có bao nhiêu đường tiệm cận ngang ?

A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

TXĐ: $D=\left(-\infty;-\dfrac{1}{2}\right)\cup\left(\dfrac{1}{2};+\infty\right)$

Ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x-2}{\sqrt{4x^2-1}}=\dfrac{1}{2}$ và $\lim\limits_{x\to-\infty} y=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x-2}{\sqrt{4x^2-1}}=-\dfrac{1}{2}$ suy ra đồ thị hàm số có hai đường Tiệm Cận Ngang $y=\dfrac{1}{2}$ và $y=-\dfrac{1}{2}$.

Câu 7. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^3-33x$ trên đoạn $[2;19]$ bằng

A. 72. **B.** $-22\sqrt{11}$. **C.** $22\sqrt{11}$. **D.** -58.

Lời giải

Ta có: $f'(x)=3x^2-33=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\sqrt{11}\\x=-\sqrt{11}\end{array}\right.$. Do $x\in[2;19]$ nên ta chỉ lấy nghiệm $x=\sqrt{11}$.

Ta lại có:

$f(2)=-58$

$f\left(\sqrt{11}\right)=-22\sqrt{11}$

$f(19)=6232$

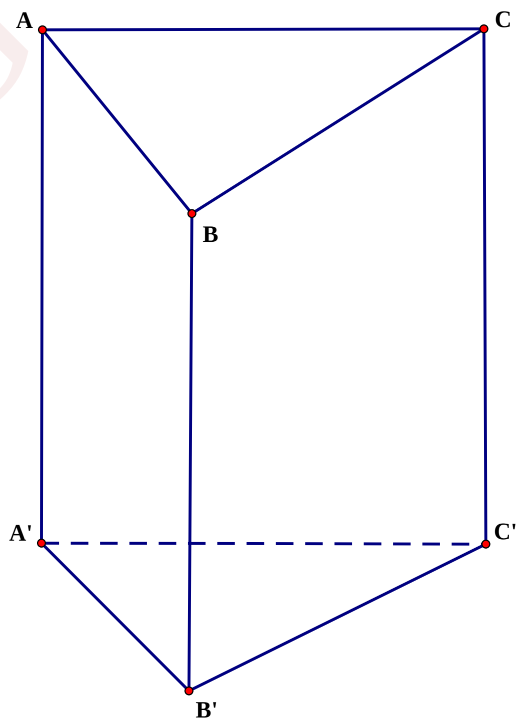
$\Rightarrow \underset{[2;19]}{\text{Min}}\, f(x)=-22\sqrt{11}$.

Câu 8. Tính thể tích V của khối lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh đều bằng $2a$.

A. $V=\dfrac{4a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $V=4a^3\sqrt{3}$. **C.** $V=2a^3\sqrt{3}$. **D.** $V=\dfrac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Xét khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng $2a$ như hình vẽ

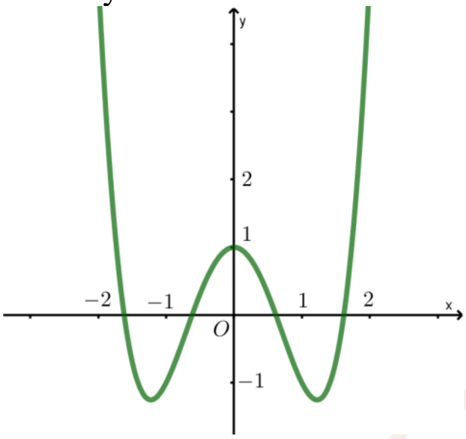


Ta có diện tích đáy của lăng trụ: $S=\frac{1}{2}.2a.2a.\sin 60^\circ=a^2\sqrt{3}$.

Chiều cao của khối lăng trụ: $h=2a$.

Thể tích của khối lăng trụ là: $V=h.S=2a.a^2\sqrt{3}=2a^3\sqrt{3}$.

Câu 9. Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



A. $y=x^4-3x^2-1$. **B.** $y=x^3-2x^2+1$.

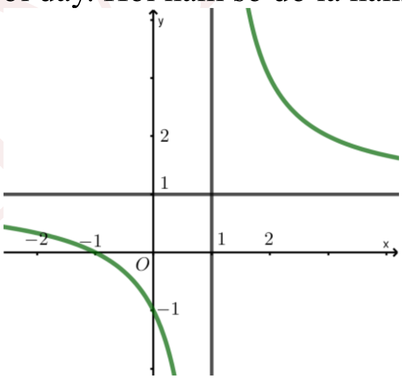
C. $y=x^4-3x^2+1$. **D.** $y=-x^3+3x-1$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị ta thấy:

- Đây là đồ thị của hàm số trùng phương
- Nhánh đầu tiên bên phải đi lên nên hệ số $a>0$.
- Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm $I(0;1)$.

Câu 10. Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



A. $y=\frac{x+3}{1-x}$. **B.** $y=\frac{x+1}{x-1}$. **C.** $y=\frac{x+2}{x+1}$. **D.** $y=\frac{2x+1}{2x-1}$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị ta thấy:

- Đây là đồ thị của hàm số phân thức $y=\frac{ax+b}{cx+d}$.
- Đồ thị có đường tiệm cận đứng $x=1$, đường tiệm cận ngang $y=1$.
- Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tọa độ $(0;-1)$, cắt trục hoành tại điểm có tọa độ $(-1;0)$.

Câu 11. Tìm giá trị cực tiểu y_{CT} của hàm số $y=x^4-4x^2+3$.

A. $y_{CT} = 0$. **B.** $y_{CT} = -1$. **C.** $y_{CT} = 3$. **D.** $y_{CT} = \sqrt{2}$.

Lời giải

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

Ta có $y' = 4x^3 - 8x$. Xét $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{2} \end{array}\right.$

Bảng biến thiên của hàm số:

x	$-\infty$		$-\sqrt{2}$		0		$\sqrt{2}$		$+\infty$
y'		-	0	+		-	0	+	
y	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	3	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta có giá trị cực tiểu của hàm số là $y_{CT} = -1$.

Câu 12. Một vật chuyển động theo quy luật $y = -t^3 + 6t^2$ với t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc vật bắt đầu chuyển động và s (mét) là quãng đường vật đi được trong thời gian đó. Hỏi trong khoảng thời gian 10 giây, kể từ lúc bắt đầu chuyển động, vận tốc lớn nhất của vật đạt được bằng bao nhiêu?

A. $14(m/s)$. **B.** $16(m/s)$. **C.** $10(m/s)$. **D.** $12(m/s)$.

Lời giải

Vận tốc của vật được tính bởi công thức: $v(t) = y'(t) = -3t^2 + 12t$ với $0 < t < 10$.

Ta có $v(t) = -3(t-2)^2 + 12 \le 12$. Dấu đẳng thức xảy ra khi $t = 2$.

Vậy trong khoảng thời gian 10 giây, kể từ lúc bắt đầu chuyển động, vận tốc lớn nhất của vật đạt được bằng $12(m/s)$ đạt được tại giây thứ 2 sau khi bắt đầu chuyển động.

Câu 13. Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$ $+\infty$		-1		0		1	
$f'(x)$		+	0	$-$	0	$-$	0	+

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Từ bảng xét dấu $f'(x)$ ta thấy: $f'(x)$ chỉ đổi dấu khi qua các nghiệm -1 và 1.

Vậy hàm số đã cho có 2 điểm cực trị.

Câu 14. Đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x-3}{x-1}$ có các đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang lần lượt là các đường thẳng

A. $x = 2$ và $y = 1$. **B.** $x = 1$ và $y = -3$. **C.** $x = 1$ và $y = 2$. **D.** $x = -1$ và $y = 2$.

Lời giải

Phương trình đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là: $x = -\dfrac{d}{c} = 1$.

Phương trình đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là: $y = \dfrac{a}{c} = 2$.

Câu 15. Cho hàm số $y=\dfrac{mx-2m-3}{x-m}$ với m là tham số. gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của m để hàm số đồng biến trên các khoảng xác định. Tìm số phần tử của S.

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 5.

Lời giải

Tập xác định : $D=\mathbb{R}\setminus\{m\}$.

Ta có $y'=\dfrac{-m^2+2m+3}{(x-m)^2}$

Đề hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định thì $y'>0$, với mọi $x\neq m$

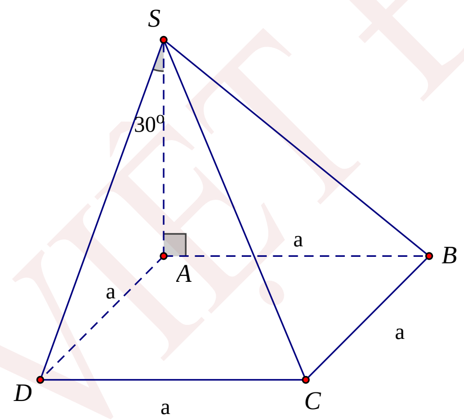
$\Leftrightarrow -m^2+2m+3>0 \Leftrightarrow -1<m<3$.

Vì m nguyên nên ta được $m\in\{0;1;2\}$. Vậy tập hợp S có 3 phần tử.

Câu 16. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, $SA\perp(ABCD)$, góc giữa SD và mặt phẳng (SAB) bằng $30°$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{6}}{18}$. **C.** $V=a^3\sqrt{3}$. **D.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

Lời giải



Ta có: $\begin{cases} DA\perp AB \\ DA\perp SA \\ AB,\ SA\subset(SAB) \\ AB\cap SA=A \end{cases} \Rightarrow DA\perp(SAB)$

Khi đó SA là hình chiếu vuông góc của SD lên mặt phẳng (SAB).

$\Rightarrow (SD,(SAB))=(SD,SA)=DSA=30°$

Suy ra: $SA=\dfrac{a}{\tan 30°}=a\sqrt{3}$

Vậy $V_{S.ABCD}=\dfrac{1}{3}.a^2.a\sqrt{3}=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 17. Cho hàm số $y=(x-2)\left(x^2+mx+m^2-3\right)$. Tìm điều kiện của tham số m để đồ thị hàm số đã cho cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt.

A. $-1\le m\le 2$. **B.** $\begin{cases}-2<m<2\\ m\neq -1\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}-1<m<2\\ m\neq 1\end{cases}$. **D.** $-2\le m\le 1$.

Lời giải

Xét phương trình hoành độ giao điểm: $(x-2)\left(x^2+mx+m^2-3\right)=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x^2+mx+m^2-3=0 \quad (*) \end{array}\right.$

Đồ thị hàm số đã cho cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt khi và chỉ khi phương trình (*) có 2 nghiệm phân biệt khác 2 $\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta = m^2-4\left(m^2-3\right)>0 \\ 2^2+2m+m^2-3 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 12-3m^2>0 \\ m^2+2m+1\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2<m<2 \\ m\neq -1 \end{cases}$

Câu 18. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=\left|x^3-3x^2+m\right|$ trên đoạn $[-2;4]$ bằng 50. Tổng các phần tử của S là

A. 36. **B.** 4. **C.** 140. **D.** 0.

Lời giải

Xét hàm số $g(x)=x^3-3x^2+m \Rightarrow g'(x)=3x^2-6x$.

$g'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2 \end{array}\right.$

Ta có $g(-2)=m-20,\ g(0)=m,\ g(2)=m-4,\ g(4)=m+16.$

$\Rightarrow \begin{cases} \max\limits_{[-2;4]} g(x)=m+16 \\ \min\limits_{[-2;4]} g(x)=m-20 \end{cases} \Rightarrow \max\limits_{[-2;4]} f(x)=\max\left\{|m+16|;|m-20|\right\}=\begin{cases} m+16 \text{ khi } m\geq 2 \\ 20-m \text{ khi } m<2 \end{cases}.$

+ Với $m\geq 2$: $\max\limits_{[-2;4]} f(x)=50 \Leftrightarrow m+16=50 \Leftrightarrow m=34$ (Thỏa mãn)

+ Với $m<2$: $\max\limits_{[-2;4]} f(x)=50 \Leftrightarrow 20-m=50 \Leftrightarrow m=-30$ (Thỏa mãn)

Vậy $S=\{-30;34\}$. Tổng các phần tử của S là $-30+34=4$.

Câu 19. Ông A dự định sử dụng hết $6,5m^2$ kính để làm một bể cá bằng kính có dạng hình hộp chữ nhật không nắp, chiều dài gấp đôi chiều rộng (các mối ghép có kích thước không đáng kể). Bể cá có dung tích lớn nhất bằng bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

A. $1,50m^3$. **B.** $1,33m^3$. **C.** $1,61m^3$. **D.** $2,26m^3$.

Lời giải

Gọi a,b,c $(a>0,\ b>0, c>\ 0)$ lần lượt là chiều dài, chiều rộng và chiều cao của bể cá.

Theo đề ta có: $\begin{cases} a=2b \\ S=ab+2bc+2ac=6,5 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} a=2b \\ 2b^2+2bc+4bc=6,5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2b \\ 2b^2+6bc=6,5 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} a=2b \\ c=\dfrac{6,5-2b^2}{6b} \end{cases}$

Thể tích của bể cá: $V=abc=2b^2.\dfrac{6,5-2b^2}{6b}=\dfrac{6,5b-2b^3}{3}$

$V'=\dfrac{13}{6}-2b^2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} b=\dfrac{\sqrt{39}}{6} & (\text{N}) \\ b=-\dfrac{\sqrt{39}}{6} & (L) \end{array}\right.$

Bảng biến thiên:

b	0		$\frac{\sqrt{39}}{6}$		$+\infty$
V'		$+$	0	$-$	
V		$\nearrow$	$\frac{13\sqrt{39}}{54}\approx 1,50$	$\searrow$	

Vậy $V_{max}\approx 1,50$.

Câu 20. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=-x^3+1200x+1$ trên khoảng $(0;+\infty)$ bằng

A. 16001. **B.** 16000. **C.** 160001. **D.** 1601.

Lời giải

$f'(x)=-3x^2+1200=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=20 \quad (\text{N}) \\ x=-20\ (\text{L}) \end{array}\right.$

Bảng biến thiên:

x	0		20		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$		$\nearrow$	16001	$\searrow$	

Vậy GTLN của $f(x)=-x^3+1200x+1$ trên khoảng $(0;+\infty)$ bằng 16001.

Câu 21. Cho hàm số $y=\frac{2x+1}{x-1}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hàm số đồng biến trên $(-\infty;1)\cup(1;+\infty)$.

B. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;1)\cup(1;+\infty)$

C. Hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty;1);(1;+\infty)$

D. Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty;1);(1;+\infty)$

Lời giải

Chọn C

$D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$

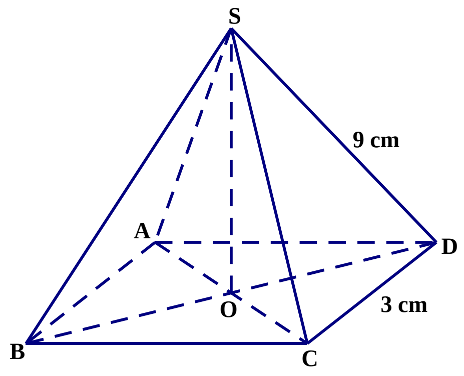
Ta có: $y'=\frac{-3}{(x-1)^2}<0,\forall x\in D$

Vậy hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty;1);(1;+\infty)$

Câu 22. Cho khối chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng 3 cm, cạnh bên gấp ba lần cạnh đáy. Tính V của khối chóp đã cho

A. $V=\dfrac{9\sqrt{34}}{2}$ **B.** $V=\dfrac{9\sqrt{17}}{4}$ **C.** $V=\dfrac{9\sqrt{17}}{2}$ **D.** $V=\dfrac{3\sqrt{34}}{2}$

Lời giải



Chọn A

Ta có: $OD=\dfrac{1}{2}BD=\dfrac{1}{2}.\sqrt{2}.CD=\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$

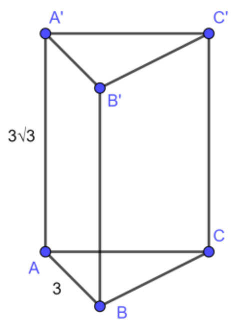
$SO=\sqrt{SD^2-OD^2}=\dfrac{3\sqrt{34}}{2}$

$V=\dfrac{1}{3}.S_{ABCD}.SO=\dfrac{1}{3}.3^2.\dfrac{3\sqrt{34}}{2}=\dfrac{9\sqrt{34}}{2}$

Câu 23. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng 3 và $A'A=3\sqrt{3}$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng:

A. $\dfrac{27}{4}$. **B.** $\dfrac{27}{2}$. **C.** $\dfrac{81}{2}$. **D.** $\dfrac{81}{4}$.

Lời giải



Diện tích của ΔABC là:

$S_{\Delta ABC}=\dfrac{3^2.\sqrt{3}}{4}=\dfrac{9\sqrt{3}}{4}$.

Thể tích của khối lăng trụ là:

$V_{ABC.A"B'C'}=S_{\Delta ABC}.AA'$

$=\dfrac{9\sqrt{3}}{4}.3\sqrt{3}=\dfrac{81}{4}$.

Câu 24. Đồ thị hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 9x + 1$ có hai điểm cực trị A và B. Điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng AB?

A. $N(0;4)$. **B.** $M(-1;1)$. **C.** $Q(0;-1)$. **D.** $N(-1;-8)$.

Lời giải

Ta có: $y' = 3x^2 + 6x - 9$

$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = -3 \end{array}\right.$

+ Với $x = 1 \Rightarrow y = -4$

+ Với $x = -3 \Rightarrow y = 28$

Đồ thị hàm số có hai điểm cực trị là $A(1;-4); B(-3:28)$; $\overrightarrow{AB}(-4;32)$

Đường thẳng AB đi qua A nhận $\vec{n}(32;4)$ làm vecto pháp tuyến nên có phương trình :

$32(x-1) + 4(y+4) = 0 \Leftrightarrow 8x + y - 4 = 0 \Leftrightarrow y = -8x + 4$

+ Với $x = 0 \Rightarrow y = 4 \Rightarrow$ Điểm $N(0;4)$ thuộc đường thẳng AB

Câu 25. Hàm số nào sau đây đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$?

A. $y = -x^3 - 3x$. **B.** $y = \dfrac{x-1}{x-2}$. **C.** $y = x^3 + x$. **D.** $y = \dfrac{x+1}{x+3}$.

Lời giải

Hàm phân thức $y = \dfrac{ax+b}{cx+d}$ có tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \left\{-\dfrac{d}{c}\right\}$ nên hàm số đơn điệu trên từng khoảng xác định $\Rightarrow$ Loại đáp án B, D.

Loại đáp án A vì $y' = -3x^2 - 3 < 0\ \forall x \in \mathbb{R}$ nên hàm số luôn nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Chọn đáp án C vì $y' = 3x^2 + 1 > 0\ \forall x \in \mathbb{R}$ nên hàm số luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 26. Cho khối lăng trụ có diện tích đáy $B = 6$ và chiều cao $h = 3$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A. 18. **B.** 6. **C.** 3. **D.** 9.

Lời giải

Thể tích khối lăng trụ là: $S = B.h = 6.3 = 18$.

Câu 27. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đường thẳng $y = mx - m + 1$ cắt đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + x + 2$ tại ba điểm A, B, C phân biệt AB = BC.

A. $m \in \left(-\dfrac{5}{4};+\infty\right)$. **B.** $m \in (-\infty;0) \cup [4;+\infty)$.

C. $m \in (-2;+\infty)$. **D.** $m \in R$.

Lời giải

Xét phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị $(C): y = x^3 - 3x^2 + x + 2$ và đường thẳng $d: y = mx - m + 1$

$$x^3 - 3x^2 + x + 2 = mx - m + 1 \quad (1)$$

$$\Leftrightarrow (x-1)(x^2 - 2x - m - 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x^2 - 2x - m - 1 = 0 \quad (2) \end{array}\right.$$

Ta có: d cắt (C) tại 3 điểm phân biệt A, B, C $\Leftrightarrow$ Phương trình (2) có 2 nghiệm phân biệt khác 1

$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = 1-(-m-1) = m+2 > 0 \\ 1-2-m-1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > -2$

Khi đó, phương trình (2) có 2 nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $\frac{x_1+x_2}{2} = 1$ (Theo định lý Vi-ét)

Mà A, B, C thuộc đường thẳng d nên A, B, C có hoành độ lần lượt là $x_1, 1, x_2$ thỏa mãn B là trung điểm của AC hay AB = BC.

Vậy với $m > -2$ thỏa mãn yêu cầu của đề bài.

Câu 28. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau :

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	−	0	+	0	−	
$f(x)$	$-\infty$	↗	2	↘	-1	↗	2	↘	$-\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây ?

A. $(0;1)$. **B.** $(-1;0)$. **C.** $(-\infty;-1)$. **D.** $(-\infty;0)$.

Lời giải

Ta có : $f'(x) < 0, \forall x \in (-1;0)$ => Hàm số nghịch biến trên $(-1;0)$.

Câu 29. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = -x^3 + 7x$ với trục hoành là

A. 0. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = -x^3 + 7x$ với trục hoành là

$-x^3 + 7x = 0$

$\Leftrightarrow x(-x^2+7) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x^2 = 7 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{7} \end{array}\right.$.

Vậy đồ thị hàm số $y = -x^3 + 7x$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt.

Câu 30. Tìm phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C): $y = \frac{2x+1}{x-1}$ tại điểm $M(2;5)$.

B. $y = 3x - 11$. **B.** $y = 3x + 11$. **C.** $y = -3x + 11$. **D.** $y = -3x - 11$.

Lời giải

Gọi (d) là tiếp tuyến cần tìm.

Ta có $y' = \frac{-3}{(x-1)^2} \Rightarrow y'(2) = -3$.

Khi đó (d) có dạng: $y = y'(2).(x-2) + 5$ hay $y = -3(x-2) + 5 \Rightarrow y = -3x + 11$.

Vậy phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm $M(2;5)$ là $y = -3x + 11$.

Câu 31. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác cân, $AB = AC = a\sqrt{2}$, $\angle BAC = 120^\circ$, mặt phẳng $(AB'C')$ tạo với đáy một góc 60°. Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $V = \frac{3a^3\sqrt{2}}{4}$ **B.** $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{4}$ **C.** $V = \frac{a^3}{4}$ **D.** $V = \frac{3a^3}{4}$

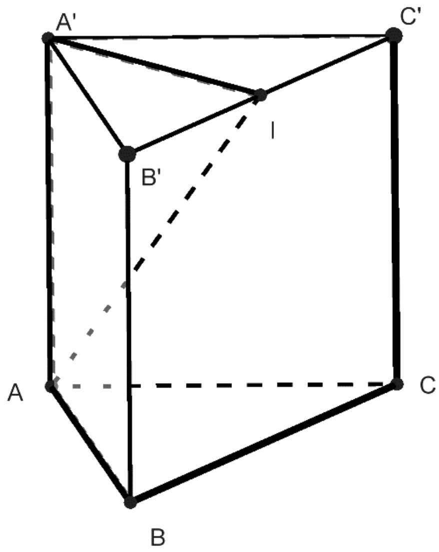
Lời giải

Gọi I là trung điểm $B'C'$.

Tam giác $A'B'C'$ cân tại A' nên trung tuyến $A'I$ đồng thời là đường cao, hay $A'I \perp B'C'$.

Ta có: $\begin{cases} B'C' \perp A'I \\ B'C' \perp A'A \end{cases} \Rightarrow B'C' \perp (AA'I) \Rightarrow B'C' \perp AI$;

Mặt khác: $\begin{cases} (AB'C') \cap (A'B'C') = B'C' \\ AI \perp B'C' \\ A'I \perp B'C' \end{cases}$



Nên góc giữa mặt phẳng $(AB'C')$ và đáy là góc giữa AI và $A'I$ hay $\angle AIA'$(do tam giác $AA'I$ vuông tại A'). Suy ra: $\angle AIA' = 60^\circ$.

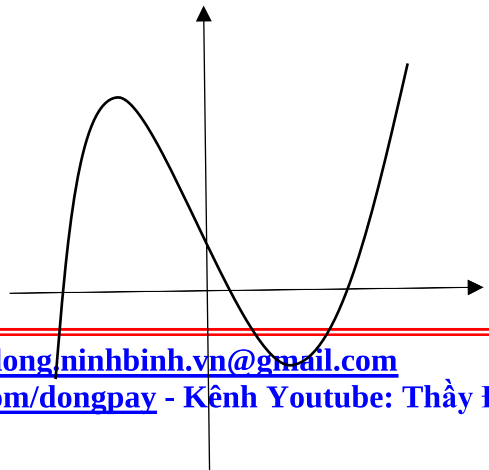
Ta có: $\angle A'C'I = \angle A'C'B' = \dfrac{180^\circ - \angle B'A'C'}{2} = 30^\circ$.

Xét tam giác $A'IC'$ vuông tại I $\Rightarrow A'I = A'C'.\sin(A'C'I) = a\sqrt{2}.\sin 30 = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$

Xét tam giác $AA'I$ vuông tại $A' \Rightarrow AA' = A'I.\tan(A'IA) = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}.\tan 60 = \dfrac{a\sqrt{6}}{2}$

Vậy: $V_{ABC.A'B'C'} = AA'.S_{ABC} = AA'.\dfrac{1}{2}.AB.AC.\sin(BAC) = \dfrac{a\sqrt{6}}{2}.\dfrac{1}{2}.a\sqrt{2}.a\sqrt{2}.\sin 120 = \dfrac{3\sqrt{2}a^3}{4}$.

Câu 32. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d\ (a,b,c,d \in \mathbb{R})$ có đồ thị như hình vẽ bên. Khẳng định nào dưới đây **đúng**?



A. $a>0,d>0$ **B.** $a<0,d>0$ **C.** $a<0,d<0$ **D.** $a<0,d>0$

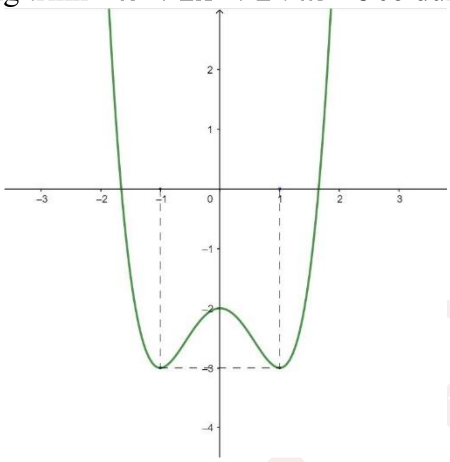
Lời giải

Dựa vào dạng đồ thị, suy ra: $a>0$.

Xét giao điểm của đồ thị với trục tung: $A(0,d)$.

Dựa vào đồ thị ta thấy $d>0$.

Câu 33. Đồ thị dưới đây là đồ thị của hàm số $y=x^4-2x^2-2$. Dựa và đồ thị bên dưới hãy tìm tất cả các số thực m sao cho phương trình $-x^4+2x^2+2+m=0$ có đúng hai nghiệm thực.



A. $m<-3$. **B.** $m>-2 \vee m=-3$. **C.** $m>-2$. **D.** $m=-3$.

Lời giải

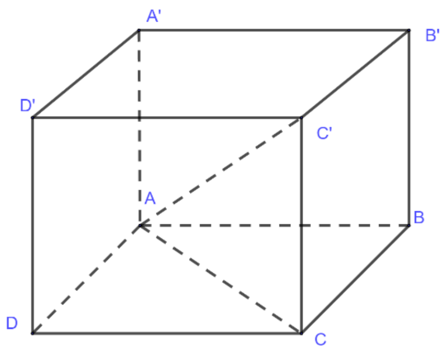
Ta có, $-x^4+2x^2+2+m=0\ \ (1) \Leftrightarrow x^4-2x^2-2=m$. Ta nhận thấy, số nghiệm của phương trình (1) là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^4-2x^2-2$ và đường thẳng $y=m$.

Từ đồ thị hàm số $y=x^4-2x^2-2$, để phương trình (1) có đúng hai nghiệm thực thì $m>-2 \vee m=-3$.

Câu 34. Tính thể tích khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, biết $AC'=6\sqrt{3}$.

A. $V=18$. **B.** $V=72$ **C.** $V=648\sqrt{3}$. **D.** $V=216$

Lời giải



Gọi độ dài cạnh hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ là a $(a>0)$.

Dựng AC ta có, $AC=a\sqrt{2}$

Mặt khác, $\Delta ACC'$ vuông tại C, nên $AC'=\sqrt{CC'^2+AC^2}$

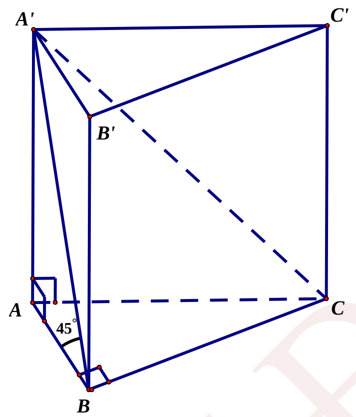
Hay, $6\sqrt{3}=\sqrt{a^2+\left(a\sqrt{2}\right)^2} \Rightarrow a=6$.

Vậy thể tích khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ là $V=6^3=216\,(dvtt)$

Câu 35. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $AB=2a$, $BC=a\sqrt{3}$, mặt phẳng $(A'BC)$ hợp với mặt đáy $(ABCD)$ một góc $45°$. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

A. $V=\dfrac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $V=2a^3\sqrt{3}$. **C.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{6}}{3}$. **D.** $V=4a^3\sqrt{3}$.

Lời giải



Khối lăng trụ đứng nên ta có AA' là đường cao.

$\Rightarrow \left.\begin{matrix} AA'\perp BC \\ AB\perp BC \end{matrix}\right\}\Rightarrow BC\perp A'B$

$\left.\begin{matrix} (A'BC)\cap(ABC)=BC \\ A'B\perp BC \\ AB\perp BC \end{matrix}\right\}$

$\Rightarrow$ góc giữa mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) bằng góc giữa $A'B$ và AB.

Vì $\Delta A'AB$ vuông tại A nên góc giữa $A'B$ và AB bằng góc $A'BA=45°$.

Có $\tan 45°=\dfrac{AA'}{AB}\Rightarrow AA'=AB.\tan 45°=2a$.

Diện tích tam giác ABC là $S=\dfrac{1}{2}.2a.a\sqrt{3}=2a^2\sqrt{3}$.

Vậy thể tích khối lăng trụ là $V=2a^2\sqrt{3}.2a=4a^3\sqrt{3}$.

Câu 36. Tìm giá trị nguyên của tham số m để đồ thị của các hàm số $y=x^3+\dfrac{5}{4}x-2$ và $y=x^2+x+m$ tiếp xúc nhau.

A. $m=-2$. **B.** $m=-3$. **C.** $m=2$. **D.** $m=\dfrac{2}{3}$.

Lời giải

Xét hệ phương trình :

$$\begin{cases} x^3+\dfrac{5}{4}x-2=x^2+x+m \\ 3x^2+\dfrac{5}{4}=2x+1 \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} x^3-x^2+\dfrac{1}{4}x-2=m \\ 3x^2-2x+\dfrac{1}{4}=0 \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} x^3-x^2+\dfrac{1}{4}x-2=m \\ x=\dfrac{1}{2}\vee x=\dfrac{1}{6} \end{cases}.$$

Với $x=\dfrac{1}{2}\Rightarrow m=-2$

Với $x=\dfrac{1}{6}\Rightarrow m=-\dfrac{107}{54}$

Vì m nguyên nên chọn $m=-2$.

Câu 37: Cho hàm số $f\left(x\right)=ax^3+bx^2+cx+d\ \left(a,b,c,d\in\mathbb{R}\right)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Có bao nhiêu số dương trong các số a,b,c,d ?

A. 4. **B.** 2.
C. 1. **D.** 3.

Lời giải

$f\left(x\right)=ax^3+bx^2+cx+d\ \Rightarrow f'\left(x\right)=3ax^2+2bx+c$.

Vì $\lim\limits_{x\to+\infty}f\left(x\right)=+\infty;\ \lim\limits_{x\to-\infty}f\left(x\right)=-\infty$ nên $a>0$.

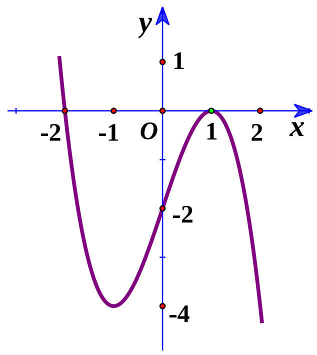
Vì $f\left(0\right)=-1$ nên $d=-1<0$.

Vì $x=0$, $x=-2$ là hai điểm cực trị nên $f'\left(x\right)=0$ có hai nghiệm phân biệt x_1,x_2 thỏa mãn

$$\begin{cases} x_1+x_2=-\dfrac{2b}{3a}<0 \\ x_1.x_2=\dfrac{c}{3a}=0 \end{cases}\Rightarrow\begin{cases} b>0 \\ c=0 \end{cases}.$$

Vậy có 2 hệ số dương là $a>0$ và $b>0$.

Câu 38: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $\left(-1;1\right)$. **B.** $\left(0;+\infty\right)$. **C.** $\left(-\infty;+\infty\right)$. **D.** $\left(-\infty;-1\right)$.

Lời giải

Hàm số đồng biến thì đồ thị là đường đi lên từ trái sang phải.

Dựa vào đồ thị suy ra hàm số đồng biến trên khoảng $\left(-1;1\right)$.

Câu 39. Tìm điều kiện của tham số m để hàm số $y=\left(m^2-1\right)\dfrac{x^3}{3}-\left(m+1\right)x^2+3x+5$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. $m\in\left(-\infty;-1\right)\cup\left(2;+\infty\right)$. **B.** $m\in\left(-\infty;-1\right]\cup\left[2;+\infty\right)$.
C. $m\in\left(-1;2\right]$. **D.** $m\in\left[-1;2\right]$.

Lời giải

Tập xác định của hàm số: $D=\mathbb{R}$

Ta có: $y'=\left(m^2-1\right)x^2-2\left(m+1\right)x+3$

+ Xét $m=1\Rightarrow y'=-4x+3$. Khi đó $y'\ge 0\Leftrightarrow x\le \frac{3}{4}\Rightarrow y$ đồng biến trên khoảng $\left(-\infty;\frac{3}{4}\right)$.

+ Xét $m=-1\Rightarrow y'=3>0,\forall x\in\mathbb{R}\Rightarrow y$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

+ Xét $m\ne \pm 1\Rightarrow y'$ có $\Delta'=-2m^2+2m+4$

Để hàm số y đồng biến trên $\mathbb{R}\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta'\le 0\\ m^2-1>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\le -1\vee m\ge 2\\ m<-1\vee m>1\end{cases}$

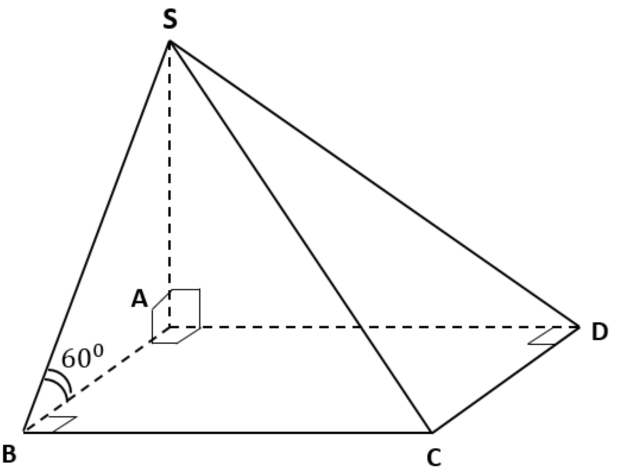
$\Rightarrow m\in\left(-\infty;-1\right]\cup\left[2;+\infty\right)$.

Vậy $m\in\left(-\infty;-1\right]\cup\left[2;+\infty\right)$

Câu 40. Cho khối chóp S.ABCD có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB=a, AD=a\sqrt{3}, SA\perp\left(ABCD\right)$, mặt phẳng (SBC) tạo với đáy một góc 60^0. Tính thể tích V của khối chóp S.ABCD.

A. $V=a^3$. **B.** $V=\frac{a^3}{3}$. **C.** $V=3a^3$. **D.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải



Ta có:

$\begin{cases}AB\perp BC\\ SA\perp BC\,(do\,SA\perp(ABCD)\end{cases}\Rightarrow BC\perp SB$

Xét mp(SBC) và mp(ABCD), có:

$\left.\begin{array}{l}(SBC)\cap(ABCD)=BC\\ BC\perp SB\\ BC\perp AB\end{array}\right\}$

$\Rightarrow$ góc giữa (SBC) và (ABCD) là góc $SBA=60^0$.

$SA\perp\left(ABCD\right)\Rightarrow SA\perp AB$.

Xét ΔSAB vuông tại A, có $\tan SBA=\frac{SA}{AB}$

$\Rightarrow SA=AB.\tan SBA=a.\tan 60^0=a\sqrt{3}$

Khối chóp S.ABCD có chiều cao $SA=a\sqrt{3}$, diện tích đáy $S_{ABCD}=AB.AD=a.a\sqrt{3}=a^2\sqrt{3}$

Suy ra, thể tích của khối chóp S.ABCD là $V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}.S_{ABCD}.SA=\frac{1}{3}.a^2\sqrt{3}.a\sqrt{3}=a^3$.

Câu 41. Cho khối chóp có diện tích đáy $B=9$ và chiều cao $h=5$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng:

A. 90. **B.** 45. **C.** 14. **D.** 15.

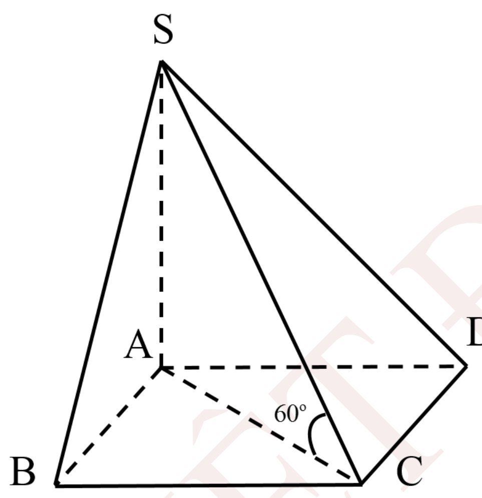
Lời giải

$$V=\frac{1}{3}B.h=\frac{1}{3}.9.5=15.$$

Câu 42. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, cạnh SA vuông góc với đáy và SC tạo với mặt đáy một góc 60°. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải



$ABCD$ là hình vuông $\Rightarrow S_{ABCD}=a^2$.

Ta có: $\left(SC,\left(ABCD\right)\right)=\left(SC,AC\right)=SCA=60^{\circ}$.

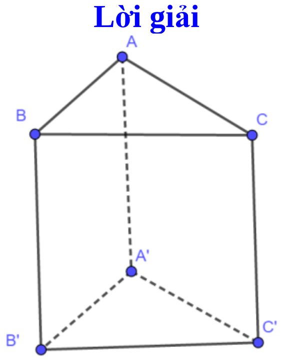
Do đó : $SA=AC.\tan 60^{\circ}=a\sqrt{2}.\sqrt{3}=a\sqrt{6}$.

Vậy: $V=\frac{1}{3}S_{ABCD}.SA=\frac{1}{3}a^2.a\sqrt{6}=\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

Câu 43 . **[Mức độ 1]** Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $BB'=2a$, đáy ABC tam giác vuông cân tại B và $AC=4a$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V=16a^3$. **B.** $V=\frac{8}{3}a^3$. **C.** $V=\frac{16}{3}a^3$. **D.** $V=8a^3$.

Lời giải



Vì lăng trụ đứng nên đường cao là BB'Ta có $V=S_{ABC}.BB'$.

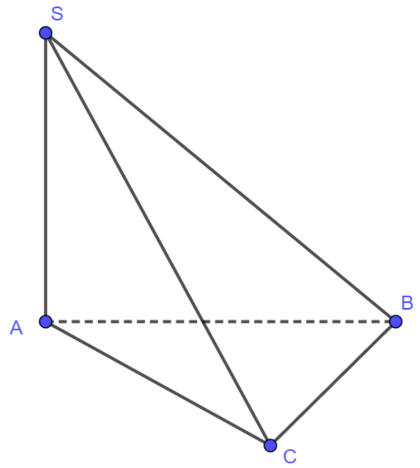
Tam giác ABC vuông cân tại B nên $AB=BC=2a\sqrt{2}\Rightarrow S_{ABC}=\frac{1}{2}AB.BC=4a^2$.

Vậy thể tích V của khối lăng trụ đã cho là $V = 4a^2.2a = 8a^3$.

Câu 44. Cho khối chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với đáy, $SA = 10, AB = 12, BC = 20, CA = 16$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. 960. **B.** 320. **C.** 600. **D.** 300.

Lời giải



Đặt $p = \dfrac{AB + BC + CA}{2} = \dfrac{16 + 12 + 20}{2} = 24.$

Suy ra $S_{ABC} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = \sqrt{24.8.12.4} = 96$.

Vậy thể tích khối chóp đã cho $V = \dfrac{1}{3} SA.S_{ABC} = \dfrac{1}{3}.10.96 = 320$.

Câu 45. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-1	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

Số nghiệm thực của phương trình $2f(x) + 3 = 0$ là

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Ta có: $2f(x) + 3 = 0 \Leftrightarrow f(x) = -\dfrac{3}{2}$.

Dựa vào bảng biến thiên , phương trình có hai nghiệm thực phân biệt .

Câu 46. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau :

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	2	$\nearrow$	4	$\searrow$	-5	$\nearrow$	2

Mệnh đề nào dưới đây **đúng** ?

A. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=2$. **B.** Hàm số đạt cực tiểu tại $x=-5$.
C. Hàm số có bốn điểm cực trị . **D.** Hàm số không có cực đại .

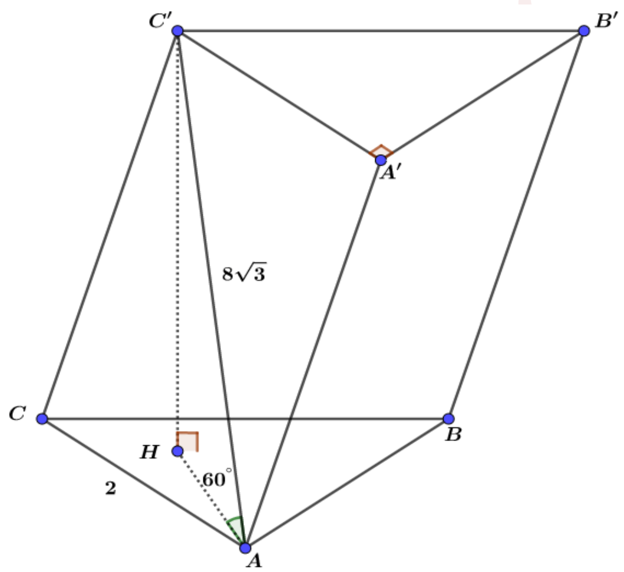
Lời giải

Từ bảng biến thiên ta thấy $x=2$ thì $f'(x)$ đổi dấu từ âm sang dương . Nên hàm số đạt cực tiểu tại $x=2$.

Câu 47. Cho khối lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, $AC=2$, AC' tạo với mặt phẳng (ABC) một góc 60° và $AC'=8\sqrt{3}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $V=\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$. **B.** $V=8$. **C.** $V=4\sqrt{3}$. **D.** $V=24$.

Lời giải



Tam giác ABC vuông cân tại $A \Rightarrow S_{ABC}=\dfrac{1}{2}AC^2=2$.

Gọi H là hình chiếu của C' lên mặt phẳng (ABC), ta có

$\left(AC',(ABC)\right)=\left(AC',AH\right)=\widehat{C'AH}=60^\circ$, do đó $C'H=AC'\sin 60^\circ=8\sqrt{3}.\dfrac{\sqrt{3}}{2}=12$.

Vậy $V=S_{ABC}.C'H=24$.

Câu 48. Bảng biến thiên dưới đây là của hàm số nào?

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	1	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

A. $y=x^4-2x^2-1$. **B.** $y=-x^4+2x^2-1$.
C. $y=x^4-2x^2+1$. **D.** $y=-x^4-2x^2+1$.

Lời giải

Từ bảng biến thiên ta có:

$\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=+\infty \Rightarrow$ loại đáp án B và D.

$y(0)=1\Rightarrow$ loại đáp án A.

Vậy bảng biến thiên đã cho là của hàm số $y=x^4-2x^2+1$.

Câu 49. Hàm số $y=2x^4+x^2-5$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 0. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

* Ta có: $y=2x^4+x^2-5$. Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

* $y=2x^4+x^2-5$

$\Rightarrow y'=8x^3+2x=2x\left(4x^2+1\right)$.

* $y'=0\Leftrightarrow 2x\left(4x^2+1\right)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ 4x^2+1=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow x=0$.

$y'=0$ có một nghiệm đơn $x=0$ nên hàm số đạt cực trị tại $x=0$.

* Kết luận: Hàm số có 1 điểm cực trị.

Câu 50. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-mx^2+\left(m^2-m+1\right)x+1$ đạt cực đại tại điểm $x=1$.

A. $m=4$. **B.** $m=1$. **C.** $m=0$. **D.** $m=2$.

Lời giải

Cách 1:

* Ta có: $y=\frac{1}{3}x^3-mx^2+\left(m^2-m+1\right)x+1$. Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

$\Rightarrow y'=x^2-2mx+m^2-m+1;\ y''=2x-2m$

* Hàm số đạt cực đại tại điểm $x=1\Rightarrow y'(1)=0\Leftrightarrow m^2-3m+2=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=2 \end{array}\right.$

* Với $m=1$: $y'=x^2-2x+1=(x-1)^2\ge 0,\ \forall x\in\mathbb{R}$

$\Rightarrow$ Hàm số không có cực trị nên $m=1$ không thỏa yêu cầu bài toán.

Với $m=2$: $y''(1)=2.1-2.2=-2<0$

$\Rightarrow$ Hàm số đạt cực đại điểm $x=1$.

Do đó $m=2$ thỏa yêu cầu bài toán.

* Kết luận: $m=2$.

Cách 2: Áp dụng đối với hàm bậc 3

* Ta có: $y=\frac{1}{3}x^3-mx^2+\left(m^2-m+1\right)x+1$. Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

$\Rightarrow y'=x^2-2mx+m^2-m+1;\ y''=2x-2m$.

* Hàm số đạt cực đại tại điểm $x=1\Leftrightarrow \begin{cases} y'(1)=0 \\ y''(1)<0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 1^2-2m.1+m^2-m+1=0 \\ 2.1-2m<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2-3m+2=0 \\ 2<2m \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} m=1, m=2 \\ m>1 \end{cases} \Leftrightarrow m=2$

* Kết luận: $m=2$.

ĐỀ 10
ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA KÌ I
Môn: TOÁN, Lớp 12
Thời gian làm bài: 90 phút, *không tính thời gian phát đề*

Câu 1. Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1-x}{x+1}$ có phương trình là

A. $y=1$. **B.** $y=-1$. **C.** $x=-1$. **D.** $x=1$.

Câu 2. Thể tích khối hình chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ với $AB=2, AD=3, AA'=4$ bằng

A. 14. **B.** 24. **C.** 20. **D.** 9.

Câu 3. Phương trình đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-4}{1-x}$ là

A. $y=2$. **B.** $y=-2$. **C.** $x=1$. **D.** $x=2$.

Câu 4. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	-∞		3		5		7		+∞
y'		+	0	−	0	+	0	−	
y		↗	3	↘		↗	5	↘	
	-∞				1				-∞

Phương trình $f\left(x\right)=4$ có bao nhiêu nghiệm thực?

A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

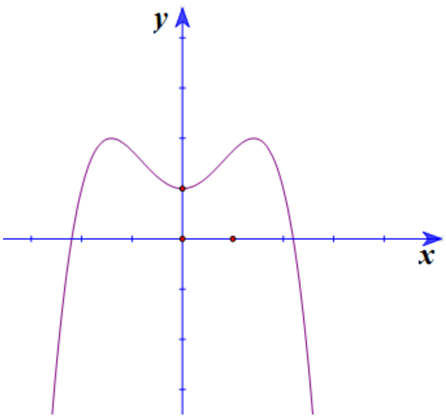
Câu 5. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a và đường cao bằng $3a$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. a^3. **B.** $3a^3$. **C.** $3a^2$ **D.** a^2

Câu 6. Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{-x+5}{x+1}$ có phương trình là

A. $y=-1$. **B.** $x=-1$. **C.** $x=5$. **D.** $y=1$.

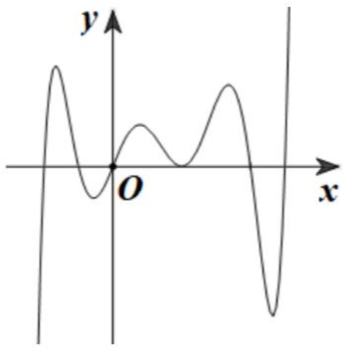
Câu 7. Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như hình vẽ



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a<0;b<0;c>0$. **B.** $a>0;b<0;c>0$. **C.** $a>0;b<0;c<0$. **D.** $a<0;b>0;c>0$.

Câu 8. Cho hàm số $f\left(x\right)$ có đạo hàm $f'\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và đồ thị của $f'\left(x\right)$ như hình vẽ



Số điểm cực đại của đồ thị hàm số $f(x)$ bằng

A. 5. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 9. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên dưới. Hỏi đồ thị hàm số đã cho có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận đứng và ngang?

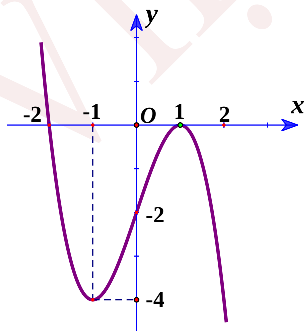
x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
y'		$-$	‖	$-$	0	$+$	
y	3	↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	-2	↗	5

A. 3 . **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 10. Cho hàm số $y=f(x)$ thỏa mãn $f'(x)=(x-1)(x-2)^2(x-3)$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Hàm số đã cho đạt cực đại tại

A. $x=3$. **B.** $x=2$. **C.** $x=1$. **D.** $x=-1$.

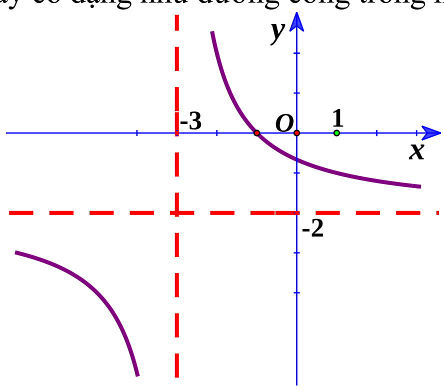
Câu 11. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình dưới đây



Số nghiệm của phương trình $2f(x)+3=0$ là

A. 4. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 12. Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình dưới đây?

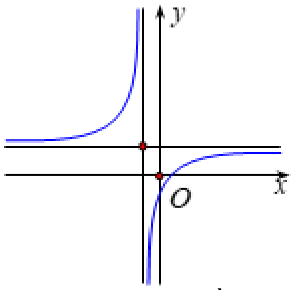


A. $y=\dfrac{2x+2}{-x-3}$. **B.** $y=\dfrac{x+2}{x-3}$. **C.** $y=x^3-\dfrac{2}{3}$. **D.** $y=x^4-2x-\dfrac{2}{3}$.

Câu 13 . [Mức độ 1] Cho Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, $SA = AB = a$, SA vuông góc với mặt phẳng (ABC). Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{a^3}{3}$. **B.** $\frac{3a^3}{2}$. **C.** $\frac{a^3}{2}$. **D.** $\frac{a^3}{6}$.

Câu 14 . [Mức độ 2] Hình vẽ dưới đây là đồ thị của hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$.



Mệnh đề nào sau đây là **đúng**?

A. $ab < 0,\ \ ad < 0$. **B.** $bd > 0,\ \ ad > 0$.

C. $ad > 0,\ \ ab < 0$. **D.** $bd < 0, ab > 0$.

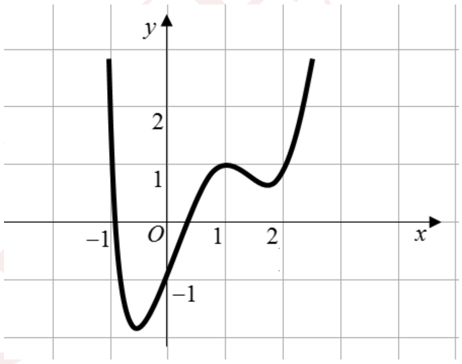
Câu 15. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$ và đường thẳng $y = x-1$ là

A. 0. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 16. Số điểm cực tiểu của hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 2$ là

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 17 . [Mức độ 2] Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị $f'(x)$ như hình vẽ dưới đây :



Đặt $g(x) = f(x) - x$. Hàm số $g(x)$ đạt cực đại tại điểm thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $\left(\frac{3}{2};3\right)$. **B.** $(-2;0)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $\left(\frac{1}{2};2\right)$.

Câu 18. Cho lăng trụ tam giác đều có độ dài tất cả các cạnh bằng 3. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\frac{9\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\frac{9\sqrt{3}}{4}$. **C.** $\frac{27\sqrt{3}}{4}$. **D.** $\frac{27\sqrt{3}}{2}$.

Câu 19. Tìm m để đường thẳng $y = 2x+1$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{x+m}{x-1}$ tại 2 điểm phân biệt.

A. $\begin{cases} m \ge \frac{-3}{2} \\ m \ne -1 \end{cases}$ **B.** $m \ge \frac{-3}{2}$ **C.** $m > \frac{-3}{2}$ **D.** $\begin{cases} m > \frac{-3}{2} \\ m \ne -1 \end{cases}$

Câu 20. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{0\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	$0 \quad 1$	$+\infty$

y'	$-$	||	$+$	0	$-$
y	$+\infty \searrow -1$	||	$-\infty \nearrow$	2	$\searrow -\infty$

Hàm số đã cho có bao nhiêu cực trị?

A. 3 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 0

Câu 21. Cho khối lăng trụ có diện tích đáy B và chiều cao h. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $3Bh$. **B.** $\frac{1}{3}Bh$. **C.** $\frac{4}{3}Bh$. **D.** Bh.

Câu 22. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên khoảng $(0;+\infty)$ và thỏa mãn $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=2$. Với giả thiết đó, hãy chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau.

A. Đường thẳng $x=2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=f(x)$.

B. Đường thẳng $y=2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=f(x)$.

C. Đường thẳng $y=2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=f(x)$.

D. Đường thẳng $x=2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=f(x)$.

Câu 23. Mặt phẳng $(AB'C')$ chia khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ thành các khối đa diện nào?

A. Một khối chóp tam giác và một khối chóp tứ giác.

B. Hai khối chóp tam giác.

C. Một khối chóp tam giác và một khối chóp ngũ giác.

D. Hai khối chóp tứ giác.

Câu 24. Tìm giá trị lớn nhất M của hàm số $y=x^4-2x^2+3$ trên đoạn $\left[0;\sqrt{3}\right]$.

A. $M=9$. **B.** $M=8\sqrt{3}$. **C.** $M=6$. **D.** $M=1$.

Câu 25. Cho khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Tỉ số thể tích giữa khối chóp $A'.ABD$ và khối lập phương bằng bao nhiêu?

A. $\frac{1}{6}$. **B.** $\frac{1}{4}$. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** $\frac{1}{5}$.

Câu 26. Tổng số đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\frac{2x^2-3x+1}{x^2-x}$ là

A. 3. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 2.

Câu 27. Khối đa diện đều loại $\{3;4\}$ có bao nhiêu mặt ?

A. 4. **B.** 6. **C.** 8. **D.** 12.

Câu 28. Tìm m để hàm số $y=-\frac{2}{3}x^3-2mx^2+\left(m^2+3m\right)x+5$ đạt cực đại tại $x=1$.

A. $\left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=-2 \end{array}\right.$. **B.** $m=-1$. **C.** $m=2$. **D.** $\left[\begin{array}{l} m=-1 \\ m=2 \end{array}\right.$.

Câu 29. Cho khối chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng $2a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng:

A. $\frac{4\sqrt{2}a^3}{3}$. **B.** $\frac{8a^3}{3}$. **C.** $\frac{8\sqrt{2}a^3}{3}$. **D.** $\frac{2\sqrt{2}a^3}{3}$

Câu 30. Tìm m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^3-3x^2+m$ trên đoạn $[-1;2]$ bằng -3.

A. $m=-3$. **B.** $m=1$. **C.** $m=3$. **D.** $m=-1$.

Câu 31. Đồ thị hàm số $y=\frac{\sqrt{4-x^2}}{x+3}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 0 . **B.** 1 . **C.** 2. **D.** 3.

Câu 32. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{(m+1)x+4}{x+2m}$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị nguyên m để hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;+\infty)$?

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 33. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^3-mx^2+4x-1$ có hai điểm cực trị x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2+x_2^2-3x_1x_2=12$.

A. $m=\pm4\sqrt{2}$. **B.** $m=8$. **C.** $m=\pm2\sqrt{2}$. **D.** $m=0$.

Câu 34. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	0	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Số nghiệm của phương trình $\left[f(x)\right]^2-\left|f(x)\right|=0$ là

A. 9. **B.** 3. **C.** 7. **D.** 5.

Câu 35. Cho hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x+2}$. Tiếp tuyến tại điểm có tung độ bằng -3 có hệ số góc bằng

A. -5. **B.** $\dfrac{5}{9}$. **C.** 5. **D.** $-\dfrac{5}{9}$.

Câu 36. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, hai mặt phẳng (SAB) và (SAC) cùng vuông góc với đáy, góc tạo bởi (SBC) và mặt đáy bằng $60°$. Thể tích khối chóp bằng

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{8}$. **C.** $\dfrac{3a^3\sqrt{3}}{8}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

Câu 37. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=-x^4-(m-1)x^2+1$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác đều.

A. $m=1-2\sqrt[3]{3}$. **B.** $m=1+2\sqrt[3]{3}$. **C.** $m=1$. **D.** $m=1\pm2\sqrt[3]{3}$.

Câu 38. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+3}{x^2+2x-m}$ có hai đường tiệm cận đứng.

A. $m>-1$ và $m\neq3$. **B.** $m\geq0$. **C.** $m>-1$. **D.** $m\leq-1$.

Câu 39. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên

x	$-\infty$		-3		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$+\infty$

Phương trình $\left|f\left(x\right)\right|=2$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 5.

Câu 40. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$. Biết $AA'=2a, AB=a, AC=a\sqrt{3}$, $\mathrm{BAC}=135^0$. Tính thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$?

A. $\frac{3a^3}{2}$. **B.** $\frac{a^3.\sqrt{6}}{3}$. **C.** $\frac{a^3.\sqrt{6}}{2}$. **D.** $\frac{a^3.\sqrt{6}}{6}$.

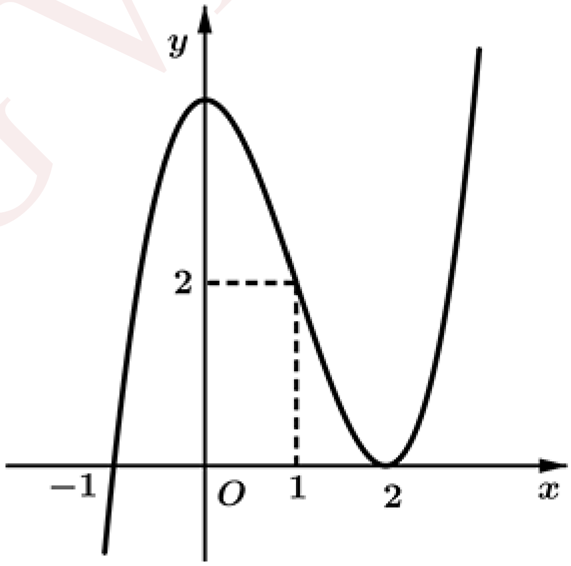
Câu 41. Tìm giá trị thực của tham số m để đường thẳng $\mathrm{d}: y=\left(2m-1\right)x+3+m$ vuông góc với đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+1$.

A. $m=\frac{3}{2}$. **B.** $m=\frac{3}{4}$. **C.** $m=-\frac{1}{2}$. **D.** $m=\frac{1}{4}$.

Câu 42. Cho khối tứ diện $ABCD$ có thể tích bằng V. Gọi M là trung điểm cạnh AB, N thuộc cạnh AC sao cho $AN=2NC$, P thuộc cạnh AD sao cho $PD=3AP$. Thể tích của khối đa diện $MNP.BCD$ tính theo V là

A. $\frac{21}{24}V$. **B.** $\frac{5}{6}V$. **C.** $\frac{7}{8}V$. **D.** $\frac{11}{12}V$.

Câu 43. Cho hàm số bậc ba $f\left(x\right)=ax^3+bx^2+cx+d$ $\left(a,b,c,d\in\mathbb{R}\right)$ có đồ thị như hình vẽ sau đây:



Đồ thị hàm số $g\left(x\right)=\frac{\sqrt{x}(x-2)}{f^2\left(x\right)-2f\left(x\right)}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 1.

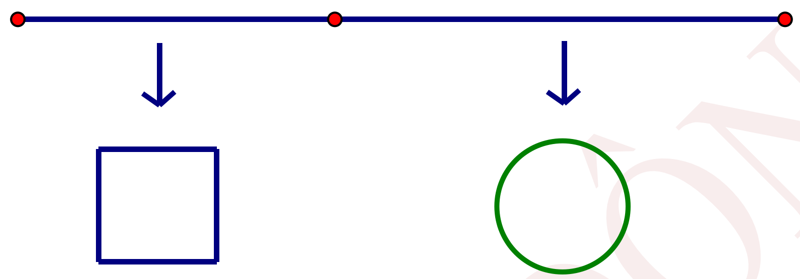
Câu 44. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a. Mặt phẳng $\left(AB'C'\right)$ tạo với mặt đáy góc $60°$. Tính theo a thể tích lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$. **B.** $\frac{3a^3\sqrt{3}}{4}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Câu 45. Nếu mỗi cạnh đáy của hình chóp tam giác giảm đi một nửa và chiều cao của hình chóp tăng lên gấp đôi thì thể tích của hình chóp đó

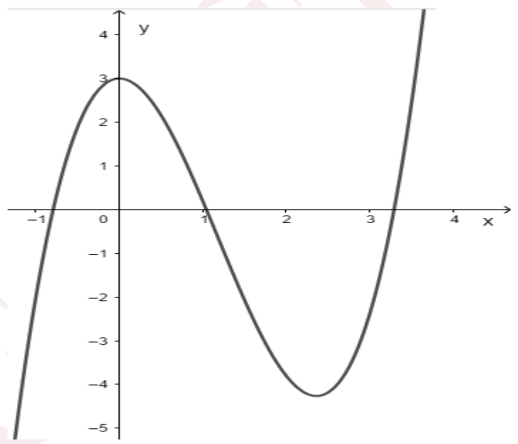
A. không thay đổi. **B.** tăng lên 2 lần. **C.** giảm đi một nữa. **D.** tăng lên 4 lần.

Câu 46. Một sợi dây kim loại dài $60cm$ được cắt thành hai đoạn. Đoạn dây thứ nhất uốn thành hình vuông cạnh a, đoạn dây thứ hai uốn thành đường tròn bán kính r. Để tổng diện tích của hình vuông và hình tròn nhỏ nhất thì tỉ số $\frac{a}{r}$ bằng:



A. $\frac{a}{r}=1$. **B.** $\frac{a}{r}=2$. **C.** $\frac{a}{r}=3$. **D.** $\frac{a}{r}=4$.

Câu 47. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị là đường cong như hình vẽ. Đặt $g\left(x\right)=-2f\left(f\left(x\right)\right)+3$. Tìm số điểm cực trị của hàm số $g\left(x\right)$.



A. 2. **B.** 8. **C.** 10. **D.** 6.

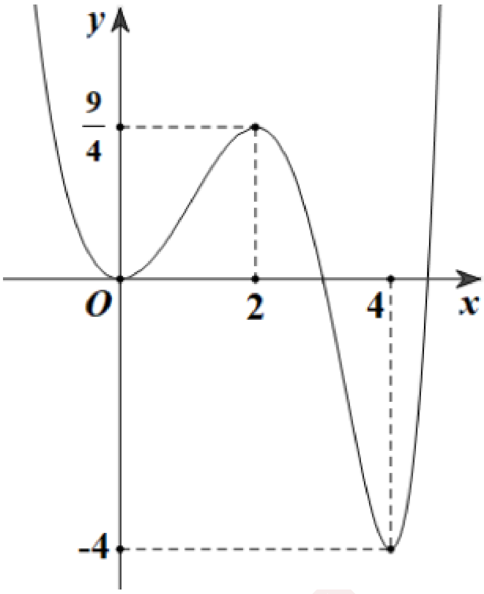
Câu 48. Cho hàm số $f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Biết $f\left(0\right)=0$, số nghiệm thuộc đoạn $\left[-\frac{\pi}{6};\frac{7\pi}{3}\right]$ của phương trình $f\left(f\left(\sqrt{3}\sin x+\cos x\right)\right)=1$ là

A. 5. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 49. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Đồ thị của hàm số $y = f(5-2x)$ như hình vẽ sau. Có bao nhiêu giá trị thực của tham số m thuộc khoảng $(-9;9)$ thỏa mãn $2m \in \mathbb{Z}$ và hàm số $y = \left|2f(4x^3+1) + m - \frac{1}{2}\right|$ có 5 điểm cực trị?



A. 26. **B.** 25. **C.** 27. **D.** 24.

Câu 50. Cho khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$. Các mặt phẳng (ABC') và $(A'B'C)$ chia khối lăng trụ thành 4 khối đa diện, kí hiệu H_1, H_2 lần lượt là khối đa diện có thể tích lớn nhất và nhỏ nhất trong 4 khối đa diện. Gọi $V_{(H_1)}$, $V_{(H_2)}$ lần lượt là thể tích của H_1 và H_2. Tỉ số $\frac{V_{(H_1)}}{V_{(H_2)}}$ bằng

A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 5.

ĐÁP ÁN

1C	2B	3B	4B	5A	6A	7D	8D	9A	10C	11D	12A	13D	14C	15D
16B	17B	18C	19D	20B	21D	22C	23A	24C	25A	26D	27C	28C	29A	30B
31A	32D	33C	34C	35C	36D	37A	38A	39D	40C	41B	42D	43C	44A	45C
46B	47B	48B	49A	50D										

LỜI GIẢI

Câu 1. Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1-x}{x+1}$ có phương trình là

A. $y=1$. **B.** $y=-1$. **C.** $x=-1$. **D.** $x=1$.

Lời giải

$D=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$

Ta có: $\lim\limits_{x\to(-1)^+} y=+\infty \Rightarrow$ TCĐ: $x=-1$

Câu 2. Thể tích khối hình chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ với $AB=2, AD=3, AA'=4$ bằng

A. 14. **B.** 24. **C.** 20. **D.** 9.

Lời giải

Ta có: $V_{ABCD.A'B'C'D'}=AB.AD.AA'=24$

Câu 3. Phương trình đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-4}{1-x}$ là

A. $y=2$. **B.** $y=-2$. **C.** $x=1$. **D.** $x=2$.

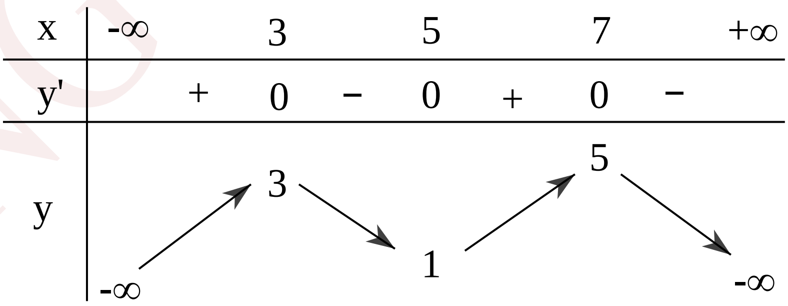
Lời giải

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

Ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x-4}{1-x}=-2$ và $\lim\limits_{x\to-\infty} y=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2x-4}{1-x}=-2$

Vậy đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận ngang là $y=-2$.

Câu 4. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:



Phương trình $f(x)=4$ có bao nhiêu nghiệm thực?

A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên , phương trình $f(x)=4$ có hai nghiệm thực phân biệt .

Câu 5. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a và đường cao bằng $3a$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. a^3. **B.** $3a^3$. **C.** $3a^2$ **D.** a^2

Lời giải

Vì $S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều, đường cao bằng $3a$ nên có đáy $ABCD$ là hình vuông. Khi đó, diện tích đáy $S_{ABCD}=a^2$.

Thể tích $V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}a^2.3a=a^3$.

Câu 6. Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{-x+5}{x+1}$ có phương trình là

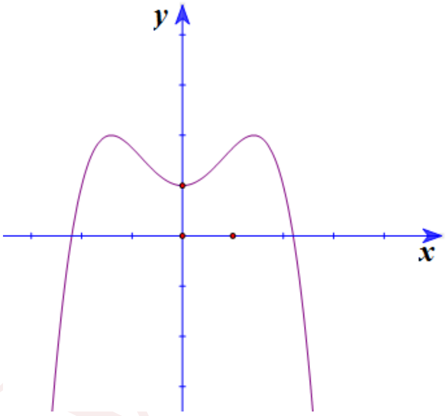
A. $y=-1$. **B.** $x=-1$. **C.** $x=5$. **D.** $y=1$.

Lời giải

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$

Ta có $\lim\limits_{x\to\infty}y=\lim\limits_{x\to\infty}\frac{-x+5}{x+1}=\lim\limits_{x\to\infty}\frac{-1+\frac{5}{x}}{1+\frac{1}{x}}=-1$. Nên đường thẳng $y=-1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho.

Câu 7. Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như hình vẽ



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a<0;b<0;c>0$. **B.** $a>0;b<0;c>0$. **C.** $a>0;b<0;c<0$. **D.** $a<0;b>0;c>0$.

Lời giải

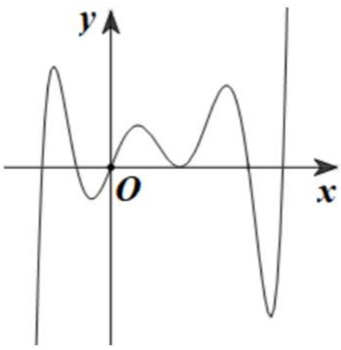
Ta có: $\lim\limits_{x\to\pm\infty}y=-\infty\Rightarrow a<0$.

Đồ thị hàm số cắt trục Oy tại điểm có tung độ dương $\Rightarrow c>0$.

Ta có: $y'=4ax^3+2bx=2x\left(2ax^2+b\right)=0$. Đồ thị hàm số có 3 cực trị nên $-\frac{b}{2a}>0$.

Mà $a<0\Rightarrow b>0$.

Câu 8. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và đồ thị của $f'(x)$ như hình vẽ



Số điểm cực đại của đồ thị hàm số $f(x)$ bằng

A. 5. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

Theo hình vẽ ta có 2 điểm mà $f'(x)$ đổi dấu từ dương sang âm $\Rightarrow$ Hàm số $f(x)$ có 2 cực trị.

Câu 9. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên dưới. Hỏi đồ thị hàm số đã cho có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận đứng và ngang?

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
y'		$-$	‖	$-$	0	$+$	
y	3 ↘		$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	-2	↗	5

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Dựa vào bản biến thiên ta có:

$\lim\limits_{x\to+\infty} y=5;\ \lim\limits_{x\Rightarrow-\infty} y=3$ nên suy ra đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận ngang là $y=5; y=3$

Lại có: $\lim\limits_{x\to1^-} y=-\infty;\ \lim\limits_{x\to1^+} y=+\infty$ suy ra đồ thị hàm số có 1 đường tiệm cận đứng là $x=1$.

Vậy đồ thị hàm số đã cho có tất cả 3 đường tiệm cận đứng và ngang.

Câu 10. Cho hàm số $y=f(x)$ thỏa mãn $f'(x)=(x-1)(x-2)^2(x-3),\ \forall x\in\mathbb{R}$. Hàm số đã cho đạt cực đại tại

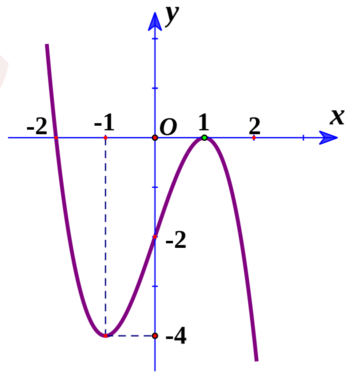
A. $x=3$. **B.** $x=2$. **C.** $x=1$. **D.** $x=-1$.

Lời giải

Ta có: $y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=2 \\ x=3 \end{array}\right.$ suy ra bảng xét dấu:

x	$-\infty$		1		2		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	

Câu 11. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình dưới đây



Số nghiệm của phương trình $2f(x)+3=0$ là

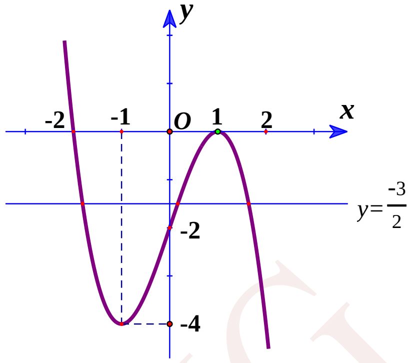
A. 4. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

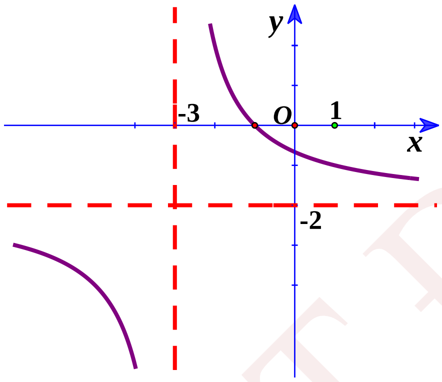
Ta có $2f\left(x\right)+3=0 \Leftrightarrow f\left(x\right)=-\dfrac{3}{2}$.

Số nghiệm của phương trình $2f\left(x\right)+3=0$ bằng số giao điểm của đường thẳng $y=-\dfrac{3}{2}$ và đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$.

Căn cứ vào đồ thị suy ra phương trình $2f\left(x\right)+3=0$ có 3 nghiệm.



Câu 12. Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình dưới đây?



A. $y=\dfrac{2x+2}{-x-3}$. **B.** $y=\dfrac{x+2}{x-3}$. **C.** $y=x^3-\dfrac{2}{3}$. **D.** $y=x^4-2x-\dfrac{2}{3}$.

Lời giải

Căn cứ hình vẽ, đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y=-2$, tiệm cận đứng $x=-3$.

Xét hàm số $y=\dfrac{2x+2}{-x-3}$

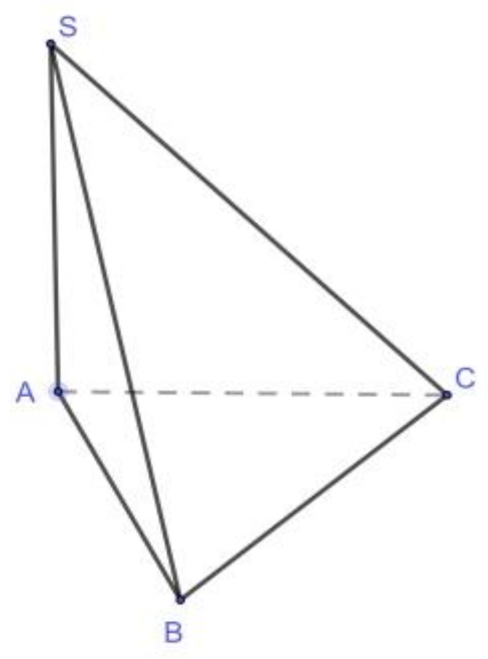
có $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{2x+2}{-x-3}=-2$, suy ra đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y=-2$.

$\lim\limits_{x\to-3^+}\dfrac{2x+2}{-x-3}=+\infty$; $\lim\limits_{x\to-3^-}\dfrac{2x+2}{-x-3}=-\infty$ suy ra đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=-3$.

Câu 13. Cho Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, $SA=AB=a$, SA vuông góc với mặt phẳng (ABC). Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\dfrac{a^3}{3}$. **B.** $\dfrac{3a^3}{2}$. **C.** $\dfrac{a^3}{2}$. **D.** $\dfrac{a^3}{6}$.

Lời giải



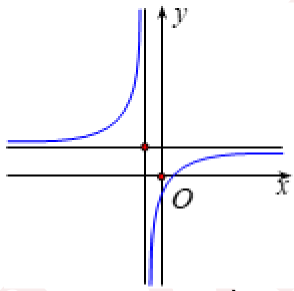
Vì ΔABC vuông cân tại A nên $AB = AC = a$ $\Rightarrow$ diện tích ΔABC là : $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}a^2$

Mà $SA \perp (ABC)$, $SA = a$

Thể tích hình chóp $S.ABC$ là: $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}.S_{\Delta ABC}.SA = \frac{1}{3}.\frac{1}{2}a^2.a = \frac{a^3}{6}$

Chọn D.

Câu 14. Hình vẽ dưới đây là đồ thị của hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$.



Mệnh đề nào sau đây là **đúng**?

A. $ab < 0, \ ad < 0$. **B.** $bd > 0, \ ad > 0$.

C. $ad > 0, \ ab < 0$. **D.** $bd < 0, ab > 0$.

Lời giải

Cách 1:

+ Đồ thị hàm số giao Ox tại điểm A có hoành độ $x = -\frac{b}{a} > 0 \Rightarrow ab < 0$ (1)

+ Đồ thị hàm số giao Oy tại điểm B có tung độ $y=\frac{b}{d}<0 \Rightarrow bd<0$ (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow ab^2d>0 \Leftrightarrow ad>0$.

Cách 2:

+ Đồ thị hàm số cắt trục Oy tại điểm có tung độ âm $\Rightarrow \frac{b}{d}<0 \Rightarrow bd<0 \Rightarrow$ Loại B

+ Đồ thị hàm số cắt trục Ox tại điểm có hoành độ dương $\Rightarrow -\frac{b}{a}>0 \Rightarrow ab<0 \Rightarrow$ Loại D

+ Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y=\frac{a}{c}>0 \Rightarrow ac>0$, tiệm cận đứng $x=-\frac{d}{c}<0 \Rightarrow cd>0$

Ta được $ad>0 \Rightarrow$ Loại A

Chọn C.

Câu 15. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=\frac{2x-1}{x+1}$ và đường thẳng $y=x-1$ là

A. 0. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y=\frac{2x-1}{x+1}$ và đường thẳng $y=x-1$ là nghiệm của phương trình: $\frac{2x-1}{x+1}=x-1$ (với $x\neq -1$)

$\Rightarrow 2x-1=(x-1)(x+1) \Leftrightarrow x^2-2x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0\ (TM) \\ x=2\ (TM) \end{array}\right.$

Với $x=0 \Rightarrow y=-1 \Rightarrow$ giao điểm $A(0;-1)$.

Với $x=2 \Rightarrow y=1 \Rightarrow$ giao điểm $B(2;1)$.

Vậy số giao điểm của đồ thị hàm số $y=\frac{2x-1}{x+1}$ và đường thẳng $y=x-1$ là 2.

Câu 16. Số điểm cực tiểu của hàm số $y=x^4-2x^2+2$ là

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Cách 1:

Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

Ta thấy, hàm số $y=x^4-2x^2+2$ có $a=1>0$ và $b=-2<0$ nên hàm số có 2 điểm cực tiểu.

Cách 2:

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

Đạo hàm: $y'=4x^3-4x$.

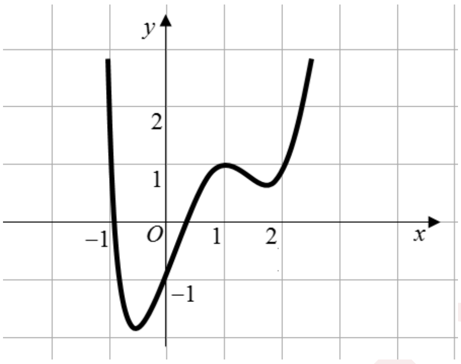
$y'=0 \Leftrightarrow 4x^3-4x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm 1 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y		↘		↗		↘		↗	

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy, hàm số có 2 điểm cực tiểu là $x=-1$ và $x=1$.

Câu 17. Cho hàm số $f\left(x\right)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị $f'\left(x\right)$ như hình vẽ dưới đây :

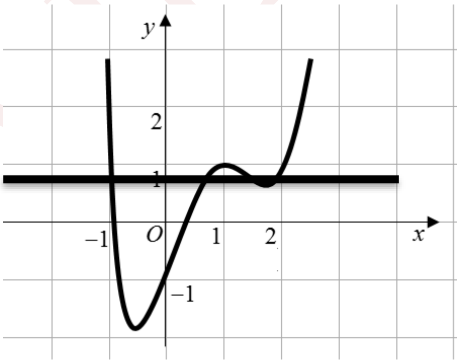


. Đặt $g\left(x\right)=f\left(x\right)-x$. Hàm số $g\left(x\right)$ đạt cực đại tại điểm thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $\left(\frac{3}{2};3\right)$.   **B.** $\left(-2;0\right)$.   **C.** $\left(0;1\right)$.   **D.** $\left(\frac{1}{2};2\right)$.

Lời giải

Xét hàm số: $g\left(x\right)=f\left(x\right)-x$ có $g'\left(x\right)=f'\left(x\right)-1$



Từ đồ thị ta thấy phương trình $g'\left(x\right)=f'\left(x\right)-1=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=1 \\ x=2 \end{array}\right.$

Ta có bảng xét dấu:

x	$-\infty$		-1		1		2		$+\infty$
$g'\left(x\right)$		$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	

Từ bảng xét dấu ta thấy hàm số $g\left(x\right)$ đạt cực đại tại $x=-1$

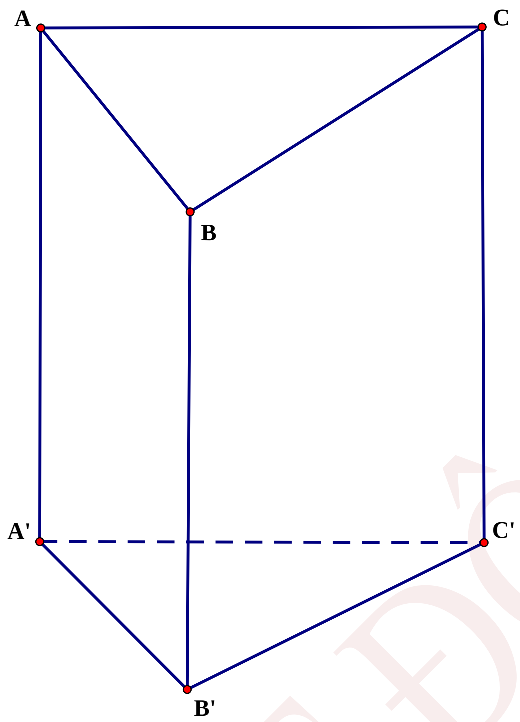
Chọn B.

Câu 18. Cho lăng trụ tam giác đều có độ dài tất cả các cạnh bằng 3. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\frac{9\sqrt{3}}{2}$.   **B.** $\frac{9\sqrt{3}}{4}$.   **C.** $\frac{27\sqrt{3}}{4}$.   **D.** $\frac{27\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Xét khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng 3 như hình vẽ



Ta có diện tích đáy của lăng trụ: $S=\frac{1}{2}.3.3.\sin 60^\circ=\frac{9\sqrt{3}}{4}$.

Chiều cao của khối lăng trụ: $h=3$.

Thể tích của khối lăng trụ là: $V=h.S=3.\frac{9\sqrt{3}}{4}=\frac{27\sqrt{3}}{4}$.

Chọn C.

Câu 19. Tìm m để đường thẳng $y=2x+1$ cắt đồ thị hàm số $y=\frac{x+m}{x-1}$ tại 2 điểm phân biệt.

A. $\begin{cases} m\ge \frac{-3}{2} \\ m\ne -1 \end{cases}$ **B.** $m\ge \frac{-3}{2}$ **C.** $m>\frac{-3}{2}$ **D.** $\begin{cases} m> \frac{-3}{2} \\ m\ne -1 \end{cases}$

Lời giải

Phương trình hoành độ điểm chung

$2x+1=\frac{x+m}{x-1}\Rightarrow x+m=(2x+1)(x-1)$

$\Leftrightarrow x+m=2x^2-x-1$

$\Leftrightarrow 2x^2-2x-m-1=0\ (1)$

Để đường thẳng $y=2x+1$ cắt đồ thị hàm số $y=\frac{x+m}{x-1}$ tại 2 điểm phân biệt thì PT (1) có 2 nghiệm phân biệt khác 1 thì:

$\begin{cases} \Delta' >0 \\ m\ne -1 \end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases} (-1)^2-2(-m-1)>0 \\ m\ne -1 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 2m+3>0 \\ m\ne -1 \end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases} m>\frac{-3}{2} \\ m\ne -1 \end{cases}$

Chọn đáp án D.

Câu 20. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{0\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$-$	$\|$	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	$-1 \;\|\; -\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số đã cho có bao nhiêu cực trị?

A. 3 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 0

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm $f(x)$ đạt cực đại tại điểm $(1;0)$.

Vậy hàm số có 1 cực trị.

Chọn đáp án B.

Câu 21. Cho khối lăng trụ có diện tích đáy B và chiều cao h. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $3Bh$. **B.** $\frac{1}{3}Bh$. **C.** $\frac{4}{3}Bh$. **D.** Bh.

Lời giải

Công thức thể tích khối lăng trụ là $V = Bh$.

Câu 22. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên khoảng $(0;+\infty)$ và thỏa mãn $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 2$. Với giả thiết đó, hãy chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau.

A. Đường thẳng $x = 2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = f(x)$.

B. Đường thẳng $y = 2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = f(x)$.

C. Đường thẳng $y = 2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = f(x)$.

D. Đường thẳng $x = 2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = f(x)$.

Lời giải

Theo giả thiết, hàm số $y = f(x)$ xác định trên khoảng $(0;+\infty)$ và $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 2$ nên đường $y = 2$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Câu 23. Mặt phẳng $(AB'C')$ chia khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ thành các khối đa diện nào?

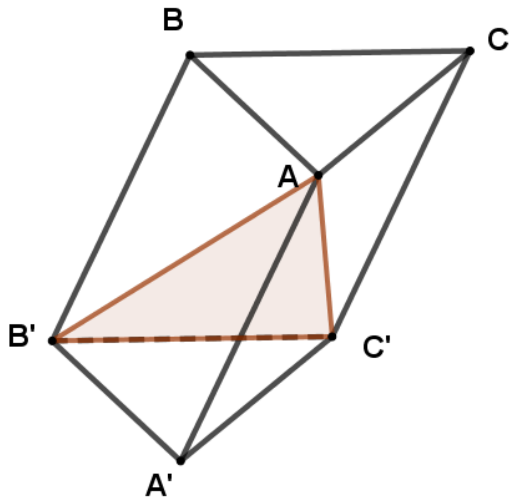
A. Một khối chóp tam giác và một khối chóp tứ giác.

B. Hai khối chóp tam giác.

C. Một khối chóp tam giác và một khối chóp ngũ giác.

D. Hai khối chóp tứ giác.

Lời giải



Ta thấy mặt phẳng $(AB'C')$ chia khối lăng trụ thành một khối chóp tam giác $A.A'B'C'$ và một khối chóp tứ giác $A.BCC'B'$.

Câu 24. Tìm giá trị lớn nhất M của hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 3$ trên đoạn $\left[0;\sqrt{3}\right]$.

A. $M = 9.$ **B.** $M = 8\sqrt{3}.$ **C.** $M = 6.$ **D.** $M = 1.$

Lời giải

Ta có: $y' = 4x^3 - 4x$.

Cho $y' = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -1 \notin \left[0;\sqrt{3}\right] \end{array}\right.$.

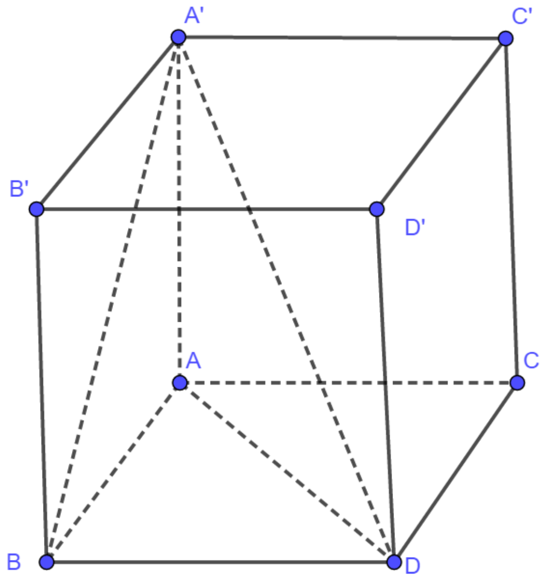
$y(0) = 3;\ y(1) = 2;\ y\left(\sqrt{3}\right) = 6.$

Vậy $\max\limits_{\left[0;\sqrt{3}\right]} y = 6$ đạt được tại $x = \sqrt{3}.$

Câu 25. Cho khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Tỉ số thể tích giữa khối chóp $A'.ABD$ và khối lập phương bằng bao nhiêu?

A. $\frac{1}{6}$. **B.** $\frac{1}{4}$. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** $\frac{1}{5}$.

Lời giải



Gọi độ dài đường cao và diện tích đáy của hình lập phương lần lượt là h, B.

Khi đó, $V_{A'.ABD} = \frac{1}{3}.h.S_{ABD} = \frac{1}{3}.h.\frac{1}{2}.B = \frac{1}{6}.h.B = \frac{1}{6}V_{ABCD.A'B'C'D'}$.

Vậy, tỉ số thể tích giữa khối chóp $A'.ABD$ và khối lập phương bằng $\frac{1}{6}$.

Câu 26. Tổng số đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x^2 - 3x + 1}{x^2 - x}$ là

A. 3. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 2.

Lời giải

Ta có, tập xác định $R \setminus \{0;1\}$.

* $\lim\limits_{x \to 1} y = \lim\limits_{x \to 1} \frac{2x^2 - 3x + 1}{x^2 - x} = \lim\limits_{x \to 1} \frac{(x-1)(2x-1)}{x(x-1)} = \lim\limits_{x \to 1} \frac{2x-1}{x} = 1$.

* $\lim\limits_{x \to 0^+} y = \lim\limits_{x \to 0^+} \frac{2x^2 - 3x + 1}{x^2 - x} = \lim\limits_{x \to 0^+} \frac{(x-1)(2x-1)}{x(x-1)} = \lim\limits_{x \to 0^+} \frac{2x-1}{x} = +\infty$.

* $\lim\limits_{x \to \pm\infty} y = \lim\limits_{x \to \pm\infty} \frac{2x^2 - 3x + 1}{x^2 - x} = \lim\limits_{x \to \pm\infty} \frac{(x-1)(2x-1)}{x(x-1)} = \lim\limits_{x \to \pm\infty} \frac{2x-1}{x} = \lim\limits_{x \to \pm\infty} \frac{2 - \frac{1}{x}}{1} = 2$.

Từ đó, đồ thị hàm số có một tiện cận ngang và một tiệm cận đứng $y = 2; x = 0$.

Câu 27. Khối đa diện đều loại $\{3;4\}$ có bao nhiêu mặt ?

A. 4. **B.** 6. **C.** 8. **D.** 12.

Lời giải

Khối đa diện đều loại {3 ; 4} là khối bát diện đều có 8 mặt.

Câu 28. Tìm m để hàm số $y = -\frac{2}{3}x^3 - 2mx^2 + (m^2 + 3m)x + 5$ đạt cực đại tại $x = 1$.

A. $\left[\begin{array}{l} m = 1 \\ m = -2 \end{array}\right.$. **B.** $m = -1$. **C.** $m = 2$. **D.** $\left[\begin{array}{l} m = -1 \\ m = 2 \end{array}\right.$.

Lời giải

Xét hàm số $y = -\frac{2}{3}x^3 - 2mx^2 + (m^2 + 3m)x + 5$.

Tập xác định D = R.

Ta có $y' = -2x^2 - 4mx + m^2 + 3m$; $y'' = -4x - 4m$.

Để hàm số đạt cực đại tại $x = 1$ thì $y'(1) = 0 \Leftrightarrow -2 - 4m + m^2 + 3m = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 2 \\ m = -1 \end{array}\right.$.

Với $m = 2$ thì $y''(1) = -4 - 8 = -12 > 0$ => Hàm số đạt cực đại tại x = 1 => $m = 2$ thỏa mãn.

Với $m = -1$ thì $y''(1) = -4 + 4 = 0$.

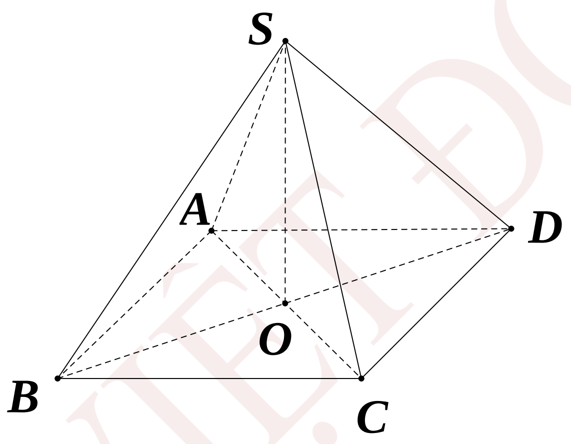
Khi đó $y' = -2x^2 + 4x - 2 = -2(x-1)^2$

=> y' không đổi dấu trên R nên hàm số không có cực trị => $m = -1$ không thỏa mãn.

Câu 29. Cho khối chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng $2a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng:

A. $\dfrac{4\sqrt{2}a^3}{3}$. **B.** $\dfrac{8a^3}{3}$. **C.** $\dfrac{8\sqrt{2}a^3}{3}$. **D.** $\dfrac{2\sqrt{2}a^3}{3}$

Lời giải



Gọi $O = AC \cap BD$. Khi đó $SO \perp (ABCD)$; $AC = 2a\sqrt{2} \Rightarrow AO = a\sqrt{2}$

Tam giác SAO vuông tại O có: $SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \sqrt{4a^2 - 2a^2} = a\sqrt{2}$ $S_{ABCD} = 4a^2$ .Vậy

$V_{S.ABCD} = \dfrac{1}{3}SO.S_{ABCD} = \dfrac{1}{3}a\sqrt{2}.4a^2 = \dfrac{4\sqrt{2}a^3}{3}$

Câu 30. Tìm m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 + m$ trên đoạn $[-1;2]$ bằng -3.

A. $m = -3$. **B.** $m = 1$. **C.** $m = 3$. **D.** $m = -1$.

Lời giải

Ta có : $f'(x) = 3x^2 - 6x = 3x(x-2)$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \in [-1;2] \\ x = 2 \in [-1;2] \end{array}\right.$

$f(0) = m$; $f(2) = m - 4$; $f(-1) = m - 4$. Do đó : $\min\limits_{[-1;2]} f(x) = m - 4$

Theo yêu cầu bài toán : $m - 4 = -3 \Leftrightarrow m = 1$

Câu 31. Đồ thị hàm số $y = \dfrac{\sqrt{4 - x^2}}{x + 3}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 0 . **B.** 1 . **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

Tập xác định: $D = [-2;2]$.

Ta có:Vì tập xác định của hàm số là đoạn $D = [-2;2]$ và $-3 \notin [-2;2]$

nên không tồn tại giới hạn của hàm số khi x tiến ra âm vô cùng ,dương vô cùng và -3 nên đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang , tiệm cận đứng.
Vậy đồ thị hàm số đã cho không có đường tiệm cận nào.

Câu 32. Cho hàm số $f\left(x\right)=\dfrac{(m+1)x+4}{x+2m}$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị nguyên m để hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(0;+\infty\right)$?

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\left\{-2m\right\}$.

Ta có: $f'\left(x\right)=\dfrac{2m^2+2m-4}{\left(x+2m\right)^2}$.

Hàm số $f\left(x\right)=\dfrac{(m+1)x+4}{x+2m}$ nghịch biến trên $\left(0;+\infty\right)$ khi và chỉ khi:

$$\begin{cases}f'\left(x\right)<0,\forall x>0\\-2m\notin\left(0;+\infty\right)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2m^2+2m-4<0\\-2m\le 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-2<m<1\\m\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow 0\le m<1.$$

Do m nhận giá trị nguyên nên $m=0$
Vậy có 1 giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 33. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^3-mx^2+4x-1$ có hai điểm cực trị x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2+x_2^2-3x_1x_2=12$.

A. $m=\pm 4\sqrt{2}$. **B.** $m=8$. **C.** $m=\pm 2\sqrt{2}$. **D.** $m=0$.

Lời giải

Ta có $y'=x^2-2mx+4$.
Hàm số đã cho có hai điểm cực trị khi và chỉ khi $\Delta'=m^2-4>0\Leftrightarrow |m|>2$.

Ta có $x_1^2+x_2^2-3x_1x_2=12\Leftrightarrow\left(x_1+x_2\right)^2-5x_1x_2=12$

Theo Định lý Vi-et ta có: $\begin{cases}x_1+x_2=2m\\x_1x_2=4\end{cases}$

Từ đó suy ra $4m^2-20=12\Rightarrow m=\pm 2\sqrt{2}$: Thỏa mãn.

Câu 34. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	0	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Số nghiệm của phương trình $\left[f\left(x\right)\right]^2-\left|f\left(x\right)\right|=0$ là

A. 9. **B.** 3. **C.** 7. **D.** 5.

Lời giải

Ta có $\left[f(x)\right]^2-\left|f(x)\right|=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x)=0 \\ f(x)=\pm 1 \end{array}\right.$

Dựa vào sự tương giao của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và ba đường thẳng $y=0;\ y=1;\ y=-1$ ta suy ra phương trình đã cho có 7 nghiệm.

Câu 35. Cho hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x+2}$. Tiếp tuyến tại điểm có tung độ bằng -3 có hệ số góc bằng

A. -5.   **B.** $\dfrac{5}{9}$.   **C.** 5.   **D.** $-\dfrac{5}{9}$.

Lời giải

Giả sử tiếp điểm của tiếp tuyến với đồ thị hàm số là $M\left(x_0\,;y_0\right)$.

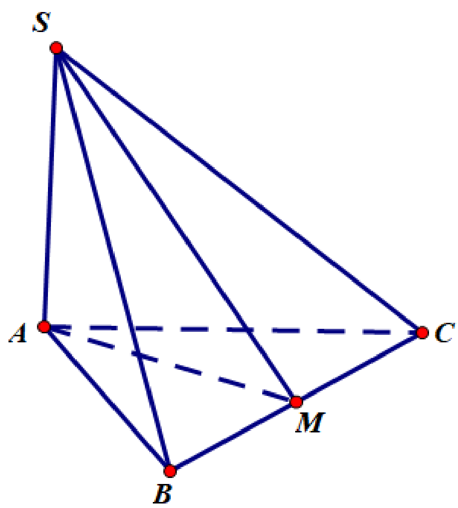
Từ giả thiết ta có: $y_0=-3 \Leftrightarrow \dfrac{2x_0-1}{x_0+2}=-3 \Leftrightarrow x_0=-1$

Lại có $y'=\dfrac{5}{(x+2)^2}$ nên $y'(-3)=5$

Câu 36. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, hai mặt phẳng (SAB) và (SAC) cùng vuông góc với đáy, góc tạo bởi (SBC) và mặt đáy bằng $60°$. Thể tích khối chóp bằng

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$.   **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{8}$.   **C.** $\dfrac{3a^3\sqrt{3}}{8}$.   **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

Lời giải



Từ giả thiết ta có $\begin{cases} (SAB)\perp(ABC) \\ (SAC)\perp(ABC) \\ (SAB)\cap(SAC)=SA \end{cases} \Rightarrow SA\perp(ABC)$.

Gọi M là trung điểm BC. Do tam giác ABC đều nên $BC\perp(SAM)$. Vậy

$\left((SBC);(ABC)\right)=\left(AM\,;SM\right)=\ SMA=60°$

Do đó $SA=AM.\tan 60°=\dfrac{3a}{2}$

Vậy thể tích khối chóp: $V=\dfrac{1}{3}SA.S_{\Delta ABC}=\dfrac{1}{3}.\dfrac{3a}{2}.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

Câu 37. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=-x^4-(m-1)x^2+1$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác đều.

A. $m=1-2\sqrt[3]{3}$. **B.** $m=1+2\sqrt[3]{3}$. **C.** $m=1$. **D.** $m=1\pm 2\sqrt[3]{3}$.

Lời giải

Cách 1. (Trắc nghiệm)

Hàm số đã cho có ba cực trị tạo thành tam giác đều khi thỏa điều kiện:

$$24a+b^3=0\Leftrightarrow 24(-1)+\left[-(m-1)\right]^3=0\Leftrightarrow (m-1)^3=-24\Leftrightarrow m=1-2\sqrt[3]{3}.$$

Cách 2. (Tự luận)

Ta có: $y'=-4x^3-2(m-1)x$

$y'=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x^2=\dfrac{1-m}{2} \end{array}\right.$. Hàm số đã cho có ba cực trị khi và chỉ khi $m<1$.

Đồ thị hàm số có ba điểm cực trị là $A(0;1)$, $B\left(-\sqrt{\dfrac{1-m}{2}};\dfrac{m^2-2m+5}{4}\right)$,

$C\left(\sqrt{\dfrac{1-m}{2}};\dfrac{m^2-2m+5}{4}\right)$, ta có: $AB=\sqrt{\dfrac{1-m}{2}+\dfrac{(1-m)^4}{16}}$, $BC=2\sqrt{\dfrac{1-m}{2}}$

Để hàm số có ba cực trị tạo thành tam giác đều khi và chỉ khi: $AB^2=BC^2$

$\Leftrightarrow \dfrac{1-m}{2}+\dfrac{(1-m)^4}{16}=2(1-m)\Leftrightarrow (1-m)^3=24\Leftrightarrow m=1-2\sqrt[3]{3}$ (thỏa $m<1$).

Câu 38. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+3}{x^2+2x-m}$ có hai đường tiệm cận đứng.

A. $m>-1$ và $m\neq 3$. **B.** $m\geq 0$. **C.** $m>-1$. **D.** $m\leq -1$.

Lời giải

Đồ thị hàm số đã cho có hai đường tiệm cận đứng thì phương trình x^2+2x-m có hai nghiệm phân biệt khác -3

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta'>0 \\ (-3)^2+2(-3)-m\neq 0 \end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases} 1+m>0 \\ m\neq 3 \end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases} m>-1 \\ m\neq 3 \end{cases}.$$

Câu 39. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên

x	$-\infty$		-3		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$+\infty$

Phương trình $\left|f(x)\right|=2$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 5.

Lời giải

Ta có $\left|f(x)\right|=2\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x)=2 \\ f(x)=-2 \end{array}\right.$

Từ bảng biến thiên ta thấy

Phương trình $f\left(x\right)=2$ có 2 nghiệm.

Phương trình $f\left(x\right)=-2$ có 3 nghiệm.

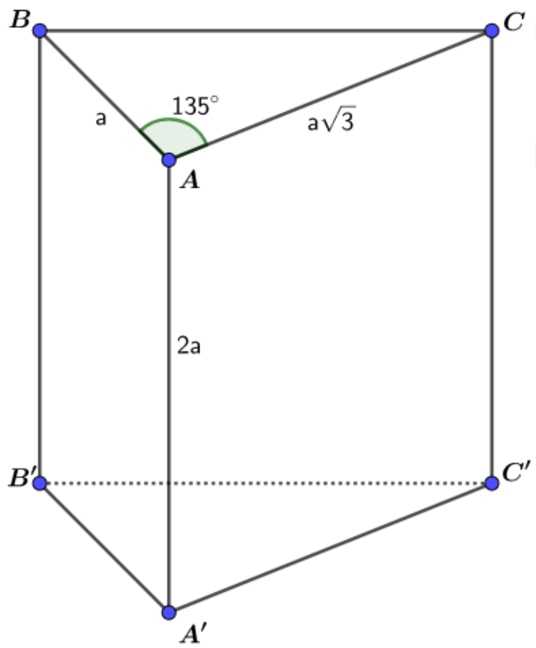
Dễ thấy các nghiệm trên phân biệt.

Vậy phương trình $\left|f\left(x\right)\right|=2$ có 5 nghiệm.

Câu 40. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$. Biết $AA'=2a, AB=a, AC=a\sqrt{3}$, $\text{BAC}=135^0$. Tính thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$?

A. $\frac{3a^3}{2}$. **B.** $\frac{a^3.\sqrt{6}}{3}$. **C.** $\frac{a^3.\sqrt{6}}{2}$. **D.** $\frac{a^3.\sqrt{6}}{6}$.

Lời giải



Ta có $S_{ABC}=\frac{1}{2}AB.AC.\sin\text{BAC}=\frac{a^2\sqrt{6}}{4}$

Vậy thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

$V=S_{ABC}.AA'=\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$.

Câu 41. Tìm giá trị thực của tham số m để đường thẳng $\text{d}: y=\left(2m-1\right)x+3+m$ vuông góc với đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+1$.

A. $m=\frac{3}{2}$. **B.** $m=\frac{3}{4}$. **C.** $m=-\frac{1}{2}$. **D.** $m=\frac{1}{4}$.

Lời giải

Đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+1$

Có $y'=3x^2-6x$

Lấy $y:y'$ ta được đường thẳng đi qua cực đại, cực tiểu là: $y=-2x+1$

Để đường thẳng $\left(\text{d}\right)$ vuông góc với đường thẳng đi qua cực đại, cực tiểu

$\Leftrightarrow (2m-1).(-2)=-1$

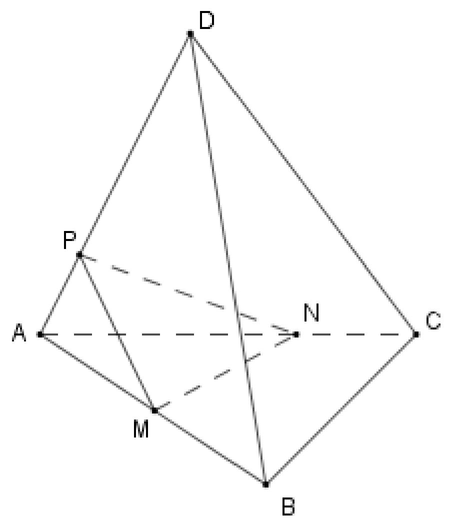
$\Leftrightarrow 2m-1=\dfrac{1}{2}$

$\Leftrightarrow m=\dfrac{3}{4}\cdot$

Câu 42. Cho khối tứ diện $ABCD$ có thể tích bằng V. Gọi M là trung điểm cạnh AB, N thuộc cạnh AC sao cho $AN=2NC$, P thuộc cạnh AD sao cho $PD=3AP$. Thể tích của khối đa diện $MNP.BCD$ tính theo V là

A. $\dfrac{21}{24}V$. **B.** $\dfrac{5}{6}V$. **C.** $\dfrac{7}{8}V$. **D.** $\dfrac{11}{12}V$.

Lời giải



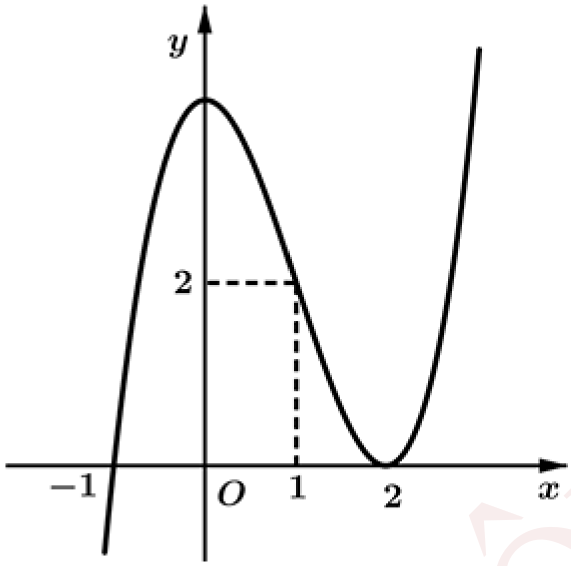
Ta có: $\dfrac{V_{APNM}}{V_{ADCB}}=\dfrac{AP}{AD}\cdot\dfrac{AN}{AC}\cdot\dfrac{AM}{AB}=\dfrac{1}{4}\cdot\dfrac{2}{3}\cdot\dfrac{1}{2}=\dfrac{1}{12}$

$\Rightarrow V_{APNM}=\dfrac{1}{12}V_{ADCB}$

$V_{ABCD}=V_{APNM}+V_{MNP.BCD}$

$\Rightarrow V_{MNP.BCD}=V_{ABCD}-V_{APNM}=V-\dfrac{1}{12}V=\dfrac{11}{12}V\cdot$

Câu 43. Cho hàm số bậc ba $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d\ (a,b,c,d\in\mathbb{R})$ có đồ thị như hình vẽ sau đây:



Đồ thị hàm số $g(x)=\dfrac{\sqrt{x}(x-2)}{f^2(x)-2f(x)}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Từ đồ thị ta suy ra hàm số có dạng: $f(x)=a(x+1)(x-2)^2$.

Đồ thị hàm số đi qua điểm $(1;2)\Rightarrow a=1\Rightarrow f(x)=(x+1)(x-2)^2=x^3-3x^2+4$.

$\Rightarrow g(x)=\dfrac{\sqrt{x}(x-2)}{(x^3-3x^2+4)(x^3-3x^2+2)}=\dfrac{\sqrt{x}(x-2)}{(x+1)(x-2)^2(x-1)(x^2-2x-2)}$.

TXĐ của hàm $g(x):D=[0;+\infty)\setminus\{1,2,1+\sqrt{3}\}$.

Từ đó dễ thấy đồ thị hàm số đã cho có 3 tiệm cận đứng là: $x=2;x=1;x=1+\sqrt{3}$.

Cách làm trắc nghiệm: Dễ thấy phương trình

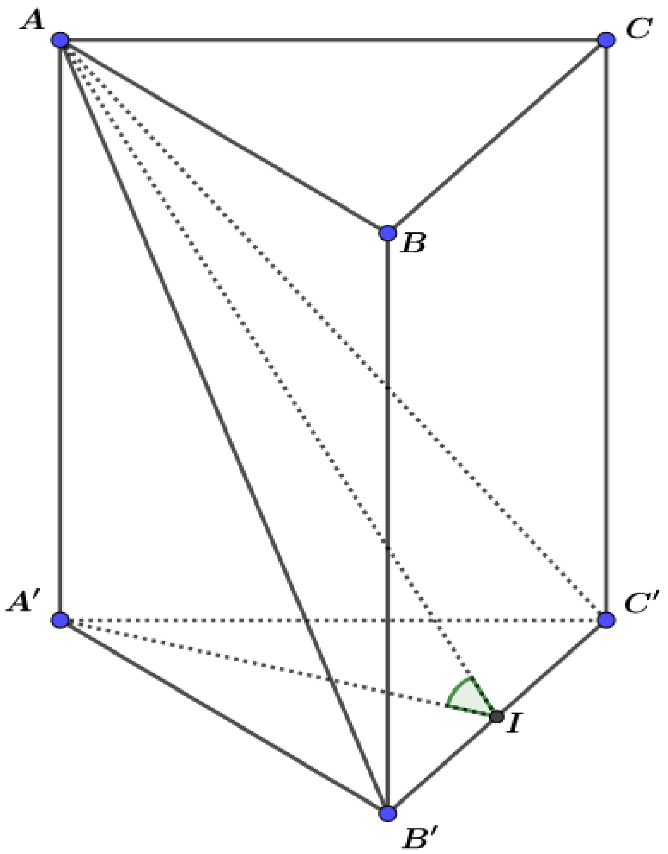
$$f^2(x)-2f(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f(x)=0\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=2\,(\text{kép})\end{array}\right.\\ f(x)=2\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x=x_1\in(-1;0)\\x=1\\x=x_2\in(2;+\infty)\end{array}\right.\end{array}\right.$$

Kết hợp với đk suy ra đồ thị hàm số có 3 tiệm cận đứng.

Câu 44. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a. Mặt phẳng $(AB'C')$ tạo với mặt đáy góc $60°$. Tính theo a thể tích lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $\dfrac{3a^3\sqrt{3}}{8}$. **B.** $\dfrac{3a^3\sqrt{3}}{4}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{8}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải



Gọi I là trung điểm của $B'C' \Rightarrow A'I \perp B'C'$ và $A'I = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$, do

$AA' \perp (A'B'C') \Rightarrow AA' \perp B'C' \Rightarrow B'C' \perp (AA'I) \Rightarrow ((AB'C');(ABC)) = \mathrm{AIA'} = 60^\circ$.

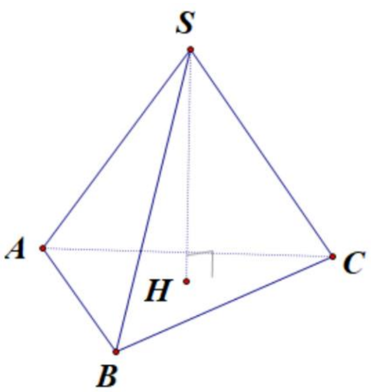
$\Rightarrow AA' = A'I \tan 60^\circ = \dfrac{3a}{2}$.

$S_{ABC} = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4} \Rightarrow V_{ABC.A'B'C'} = S_{ABC}.AA' = \dfrac{3a^3\sqrt{3}}{8}$.

Câu 45. Nếu mỗi cạnh đáy của hình chóp tam giác giảm đi một nửa và chiều cao của hình chóp tăng lên gấp đôi thì thể tích của hình chóp đó

A. không thay đổi. **B.** tăng lên 2 lần. **C.** giảm đi một nửa. **D.** tăng lên 4 lần.

Lời giải



* Giả sử hình chóp $S.ABC$ có chiều cao là SH.

Gọi hình chóp $S'.A'B'C'$ sau khi thay đổi có chiều cao là $S'H'$.

* Ta có: $\dfrac{A'B'}{AB} = \dfrac{A'C'}{AC} = \dfrac{B'C'}{BC} = \dfrac{1}{2}$ và $S'H' = 2SH$.

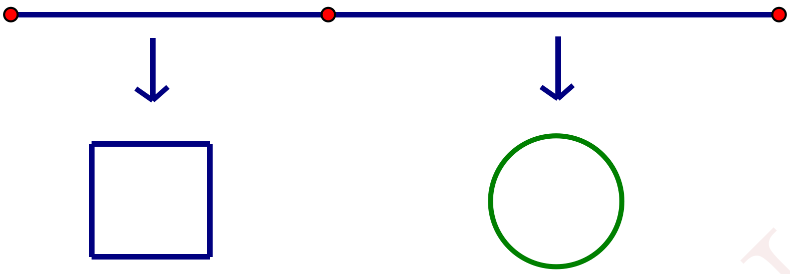
$\Rightarrow \Delta A'B'C' \sim \Delta ABC \Rightarrow S_{\Delta A'B'C'} = \left(\dfrac{1}{2}\right)^2 .S_{\Delta ABC}$

* Khi đó: $V_{S'.A'B'C'} = \dfrac{1}{3}.S_{\Delta A'B'C'}.S'H'$

$= \dfrac{1}{3}.\left(\dfrac{1}{4}S_{\Delta ABC}\right).(2SH) = \dfrac{1}{2}\dfrac{1}{3}S_{\Delta ABC}.SH = \dfrac{1}{2}.V_{S.ABC}$

Kết luận: Thể tính của khối chóp $S.ABC$ giảm đi một nữa.

Câu 46. Một sợi dây kim loại dài $60cm$ được cắt thành hai đoạn. Đoạn dây thứ nhất uốn thành hình vuông cạnh a, đoạn dây thứ hai uốn thành đường tròn bán kính r. Để tổng diện tích của hình vuông và hình tròn nhỏ nhất thì tỉ số $\frac{a}{r}$ bằng:



A. $\frac{a}{r}=1$. **B.** $\frac{a}{r}=2$. **C.** $\frac{a}{r}=3$. **D.** $\frac{a}{r}=4$.

Lời giải

Ta có:

* $4a+2\pi r=60 \Leftrightarrow \pi r=30-2a$

Điều kiện: $0<4a<60 \Leftrightarrow 0<a<15$.

* Tổng diện tích của hình vuông và hình tròn:

$$S=a^2+r^2\pi=a^2+\frac{(30-2a)^2}{\pi}=\frac{1}{\pi}\left[(\pi+4)a^2-120a+900\right]$$

* Xét $f(a)=(\pi+4)a^2-120a+900$ với $a\in(0,15)$

$f(a)$ đạt giá trị nhỏ nhất tại $a=\frac{120}{2(\pi+4)}=\frac{60}{\pi+4}\in(0,15)$.

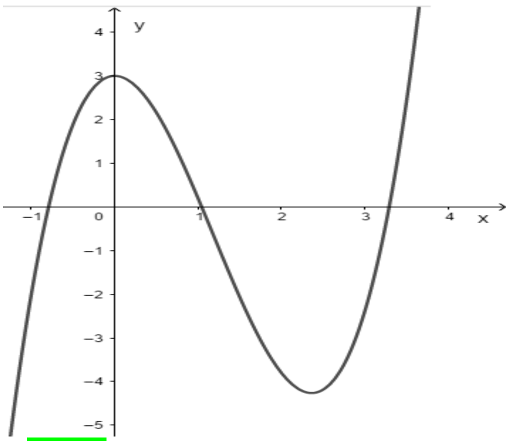
* S đạt giá trị nhỏ nhất khi $a=\frac{60}{\pi+4}$.

$\Rightarrow \pi r=30-2.\frac{60}{\pi+4}=\frac{30\pi}{\pi+4} \Rightarrow r=\frac{30}{\pi+4}$

* Khi đó: $\frac{a}{r}=\frac{60}{\pi+4}:\frac{30}{\pi+4}=2$.

Kết luận: $\frac{a}{r}=2$.

Câu 47. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị là đường cong như hình vẽ. Đặt $g(x)=-2f\left(f(x)\right)+3$. Tìm số điểm cực trị của hàm số $g(x)$.



A. 2. **B.** 8 **C.** 10. **D.** 6.

Lời giải

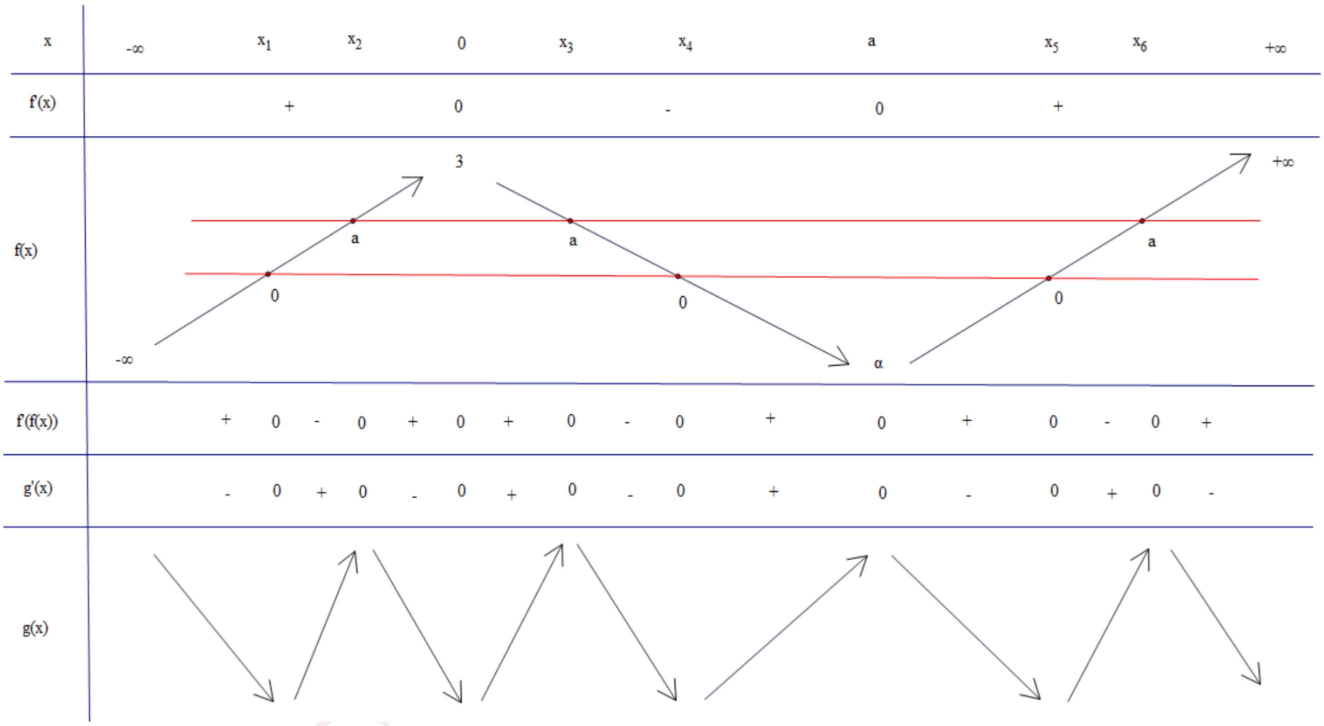
* Ta có: $g(x) = -2f\left(f(x)\right) + 3$; $g'(x) = -2.f'(x).f'[f(x)]$

* $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = a, \quad a \in (2,3) \end{array}\right.$.

* $g'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f'(x) = 0 \\ f'[f(x)] = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0,\ x = a \\ f(x) = 0 \\ f(x) = a \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0,\ x = a \\ x = x_1,\ x = x_4,\ x = x_5 \\ x = x_2,\ x = x_3,\ x = x_6 \end{array}\right.$

* Gọi $\alpha = f(a) \in (-5, -4)$.

* Ghép bảng biến thiên:



Kết luận: Hàm số $g(x)$ có 8 điểm cực trị.

Câu 48. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Biết $f(0) = 0$, số nghiệm thuộc đoạn $\left[-\frac{\pi}{6}; \frac{7\pi}{3}\right]$ của phương trình $f\left(f\left(\sqrt{3}\sin x + \cos x\right)\right) = 1$ là

A. 5. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

* Xét $g(x) = f\left(f\left(\sqrt{3}\sin x + \cos x\right)\right)$ với $x \in \left[-\frac{\pi}{6}; \frac{7\pi}{3}\right]$

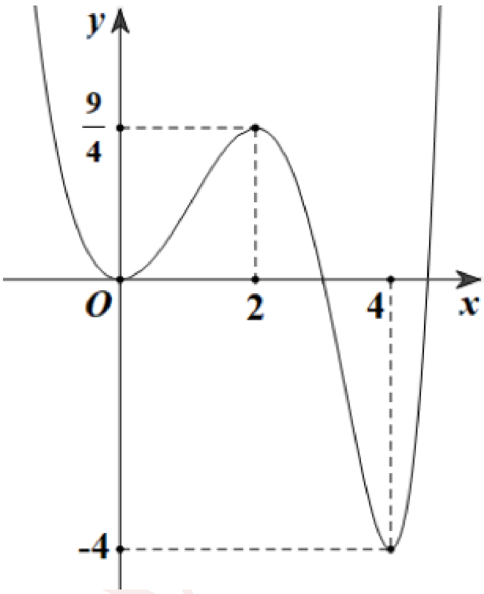
* Đặt $u(x)=\sqrt{3}\sin x+\cos x=2\cos\left(x-\dfrac{\pi}{3}\right)$

$\Rightarrow\ u'(x)=-2\sin\left(x-\dfrac{\pi}{3}\right)$; $u'(x)=0\ \Rightarrow\ x\in\left\{\dfrac{\pi}{3},\dfrac{4\pi}{3},\dfrac{7\pi}{3}\right\}$

* Đặt $v(x)=f\left[u(x)\right]\ \Rightarrow\ v'(x)=u'(x).f'\left[u(x)\right]$

$g(x)=f\left(v(x)\right)\ \Rightarrow\ g'(x)=v'(x).f'\left[v(x)\right]$

Câu 49. Cho hàm số $f\left(x\right)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Đồ thị của hàm số $y=f\left(5-2x\right)$ như hình vẽ sau. Có bao nhiêu giá trị thực của tham số m thuộc khoảng $\left(-9;9\right)$ thỏa mãn $2m\in\mathbb{Z}$ và hàm số $y=\left|2f\left(4x^3+1\right)+m-\dfrac{1}{2}\right|$ có 5 điểm cực trị?



A. 26.		**B.** 25.		**C.** 27.		**D.** 24.

Lời giải

Ta có $y=f\left(5-2x\right)\Rightarrow y'=-2f'\left(5-2x\right)$. Từ đồ thị, suy ra

$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\\x=4\end{array}\right.$. Đặt $t=5-2x\Rightarrow x=\dfrac{5-t}{2}\Rightarrow f'\left(t\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=5\\t=1\\t=-3\end{array}\right.$

Đặt $g\left(x\right)=2f\left(4x^3+1\right)+m-\dfrac{1}{2}\Rightarrow g'\left(x\right)=24x^2f'\left(4x^3+1\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x^2=0\\4x^3+1=5\Rightarrow x^3=1\\4x^3+1=1\Rightarrow x^3=0\\4x^3+1=-3\Rightarrow x^3=-1\end{array}\right.$

Từ đó suy ra $g\left(x\right)$ có 3 cực trị. Để $y=\left|g\left(x\right)\right|$ có 5 cực trị thì phương trình

$g\left(x\right)=0\Leftrightarrow f\left(4x^3+1\right)=\dfrac{1-2m}{4}$ có 2 nghiệm đơn phân biệt.

Đặt $u=4x^3+1\Rightarrow x=\sqrt[3]{\dfrac{u-1}{4}}$ và phương trình trở thành: $f\left(u\right)=\dfrac{1-2m}{4}$.

Từ đây, kết hợp với đồ thị ta có điều kiện là $\left[\begin{array}{l}\dfrac{1-2m}{4}\ge\dfrac{9}{4}\\ -4<\dfrac{1-2m}{4}\le 0\end{array}\right.\Rightarrow\left[\begin{array}{l}2m\le -8\\ 1\le 2m<17\end{array}\right.$.

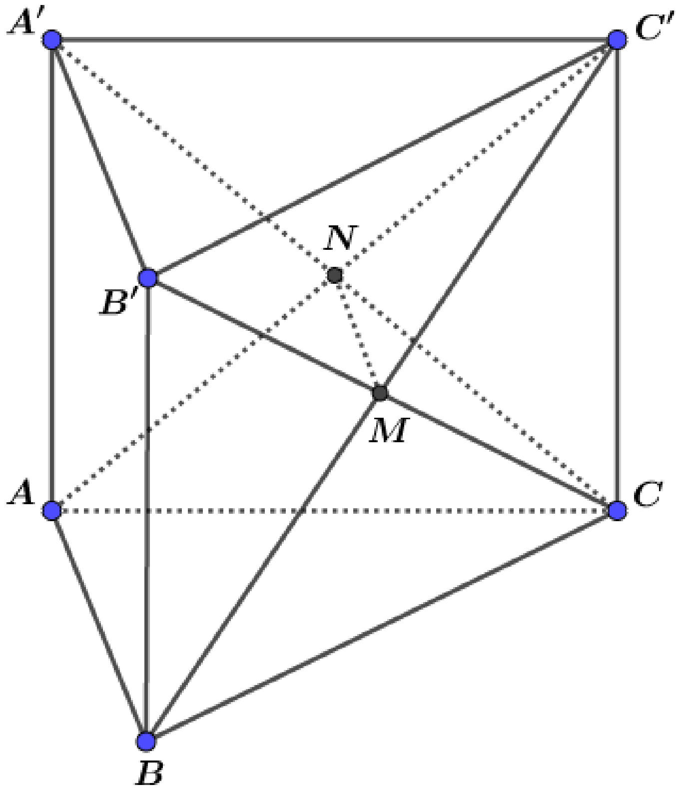
Do $m\in(-9;9), 2m\in\mathbb{Z}\Rightarrow\left[\begin{array}{l}2m\in\{-17,-16,\ldots,-9,-8\}\\ 2m\in\{1,2,3,\ldots,16\}\end{array}\right.$.

Vậy có tất cả 26 giá trị của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 50. Cho khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$. Các mặt phẳng (ABC') và $(A'B'C)$ chia khối lăng trụ thành 4 khối đa diện, kí hiệu H_1, H_2 lần lượt là khối đa diện có thể tích lớn nhất và nhỏ nhất trong 4 khối đa diện. Gọi $V_{(H_1)}$, $V_{(H_2)}$ lần lượt là thể tích của H_1 và H_2. Tỉ số $\dfrac{V_{(H_1)}}{V_{(H_2)}}$ bằng

A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 5.

Lời giải



Gọi V là thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ và $\begin{cases}M=BC'\cap B'C\\ N=A'C\cap AC'\end{cases}\Rightarrow M, N$ lần lượt là trung điểm của BC', AC'.

+) Thể tích khối $C'CMN$.

Ta có $\begin{cases}\dfrac{V_{C'CMN}}{V_{C'CAB}}=\dfrac{C'N}{C'A}.\dfrac{C'M}{C'B}=\dfrac{1}{4}\\ V_{C'CAB}=\dfrac{1}{3}V\end{cases}\Rightarrow V_{C'CMN}=\dfrac{1}{12}V$.

+) Thể tích khối $MNCAB$: $V_{MNCAB}=V_{C'CAB}-V_{C'CMN}=\dfrac{1}{3}V-\dfrac{1}{12}V=\dfrac{1}{4}V$.

+ Thể tích khối $MNC'A'B'$: $V_{MNC'A'B'}=V_{CC'A'B'}-V_{C'CMN}=\frac{1}{3}V-\frac{1}{12}V=\frac{1}{4}V$.

+) Thể tích khối $MNABB'A'$: $V_{MNABB'A'}=V-\frac{1}{12}V-\frac{1}{4}V-\frac{1}{4}V=\frac{5}{12}V$.

Từ đó $\frac{V_{(H_1)}}{V_{(H_2)}}=\frac{V_{MNABB'A'}}{V_{C'CMN}}=5$.

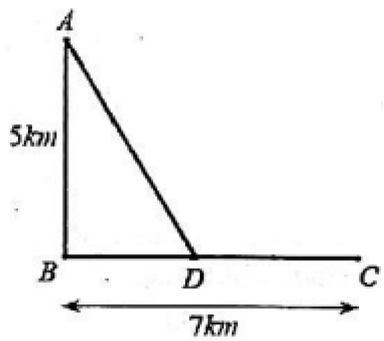
ĐỀ 11
ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA KÌ I
Môn: TOÁN, Lớp 12
Thời gian làm bài: 90 phút, *không tính thời gian phát đề*

Câu 1. Cho hàm số $f\left(x\right)=x^3+3x^2-m$. Tìm các giá trị của m để đồ thị hàm số $f\left(x\right)$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt?

A. $\left[\begin{array}{l} m\le 0 \\ m\ge 4 \end{array}\right.$. **B.** $m\in\left[0;4\right]$. **C.** $\left[\begin{array}{l} m<0 \\ m>4 \end{array}\right.$. **D.** $m\in\left(0;4\right)$.

Câu 2. Một đoàn cứu trợ lũ lụt đang ở vị trí A của một tỉnh miền trung muốn đến xã C để tiếp tế lương thực và thuốc men. Để đi đến C, đoàn cứu trợ phải chèo thuyền từ A đến vị trí D với vận tốc 4 (km/h), rồi đi bộ đến C với vận tốc 6 (km/h). Biết A cách B một khoảng 5km, B cách C một khoảng 7km (hình vẽ). Hỏi vị trí điểm D cách A bao xa để đoàn cứu trợ đi đến xã C nhanh nhất?

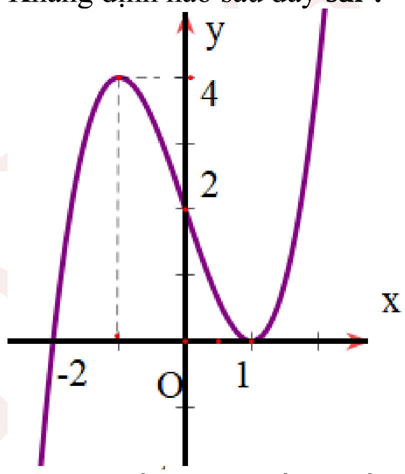


A. $AD=5\sqrt{3}km$. **B.** $AD=2\sqrt{5}km$. **C.** $5\sqrt{2}km$. **D.** $AD=3\sqrt{5}km$.

Câu 3. Đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x-3}}{x^2+x-6}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 4. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đạo hàm liên tục trên R và đồ thị hàm số $y=f'\left(x\right)$ như hình vẽ. Khẳng định nào sau đây **sai ?**



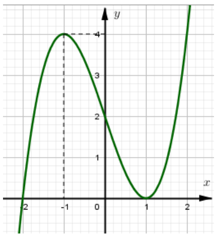
A. Hàm số y = f(x) đồng biến trên khoảng $\left(1;+\infty\right)$

B. Hàm số y = f(x) đồng biến trên khoảng $\left(-2;-1\right)$

C. Hàm số y = f(x) nghịch biến trên khoảng $\left(-1;1\right)$

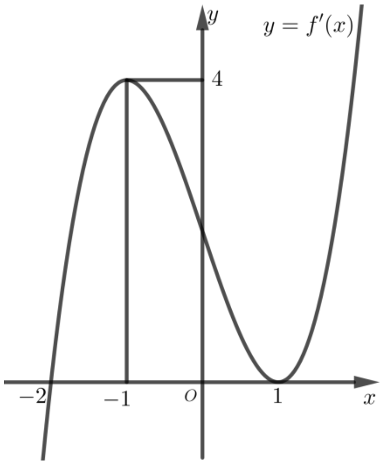
D. Hàm số y = f(x) nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty;-2\right)$

Câu 5. Cho hàm số có đồ thị như hình vẽ sau. Hàm số đó là hàm số nào?



A. $y = x^3 - x^2 + 1$. **B.** $y = x^3 + x^2 + 1$. **C.** $y = x^3 - 3x + 2$. **D.** $y = -x^3 + 3x + 2$

Câu 6. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$, hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị hàm số như hình dưới



Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau:

A. $(-\infty;2);(1;+\infty)$ **B.** $(-2;+\infty)\setminus\{1\}$ **C.** $(-2;+\infty)$ **D.** $(-4;0)$

Câu 7. Trong một khối đa diện, mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Hai cạnh bất kì có ít nhất một điểm chung.
B. Ba mặt bất kì có ít nhất 1 đỉnh chung.
C. Hai mặt bất kì có ít nhất một điểm chung.
D. Mỗi đỉnh là đỉnh chung của ít nhất ba mặt.

Câu 8. Cho hàm số $y = \dfrac{8x-5}{x+3}$. Kết luận nào sau đây đúng?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-3)\cup(-3;+\infty)$.

B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;2)$.

C. Hàm số luôn đồng biến trên .

D. Hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định của nó.

Câu 9. Bảng biến thiên sau là bảng biến thiên của hàm số nào sau đây?

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	-1	$\searrow$	-5	$\nearrow$	$+\infty$

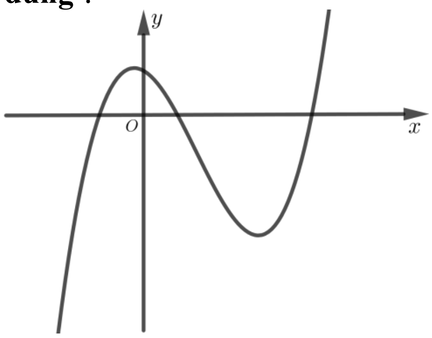
A. $y = -x^3 - 3x - 2$. **B.** $y = x^3 - 3x^2 - 1$. **C.** $y = -x^3 + 3x^2 - 2$. **D.** $y = -x^3 + 3x^2 - 1$.

Câu 10. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x - m - \sqrt{9 - x^2} = 0$ có đúng 1 nghiệm dương?

A. $m \in (-3;3]$. **B.** $m \in (-3;3] \cup \{-3\sqrt{2}\}$.

C. $m \in [0;3]$. **D.** $m = \pm 3\sqrt{2}$.

Câu 11. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình bên. Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào **đúng** ?



A. $ab < 0, bc > 0, cd < 0$ **B.** $ab < 0, bc < 0, cd > 0$

C. $ab > 0, bc > 0, cd < 0$ **D.** $ab > 0, bc > 0, cd > 0$

Câu 12. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên R và có bảng biến thiên như sau. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		+	0	–	0	+	0	–	
y	$-\infty$	↗	-1	↘	-2	↗	-1	↘	$-\infty$

A. $(0;1)$. **B.** $(-1;0)$. **C.** $(-\infty;1)$. **D.** $(1;+\infty)$.

Câu 13. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		+	0	−	0	+	
y	$-\infty$	↗	5	↘	1	↗	$+\infty$

Đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

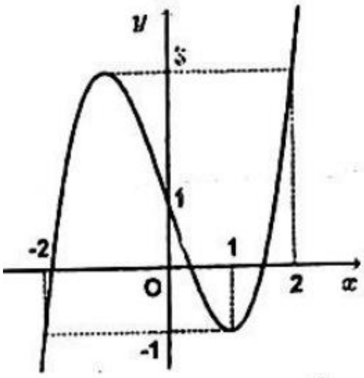
Câu 14. Cho đồ thị (C) của hàm số $y = x^3 - 3x + 2$. Số các tiếp tuyến với đồ thị (C) mà các tiếp tuyến đó vuông góc với đường thẳng $d: y = -\frac{1}{3}x + 1$ là:

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 15. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 3\cos 2x - 4\sin x$ là

A. 1. **B.** -7. **C.** -5 **D.** $\frac{11}{3}$.

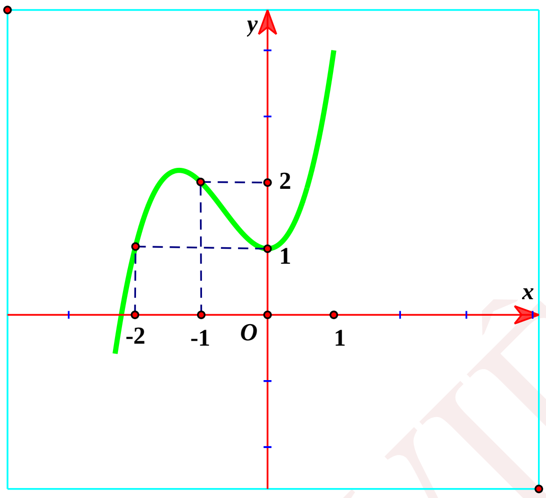
Câu 16. Cho hàm $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-2;2]$ và có đồ thị như hình vẽ bên.



Số nghiệm của phương trình $3f(x+2)-4=0$ trên đoạn $[-2;2]$ là ?

A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 17. Cho hàm số có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Chọn kết luận ***sai*** trong các kết luận sau:



A. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=0$.

B. Đồ thị hàm số cắt trục Oy tại điểm $(0;1)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2;-1)$.

Câu 18. Hàm số $y=x^3-(m+2)x+m$ đạt cực tiểu tại $x=1$ khi:

A. $m=-1$. **B.** $m=2$. **C.** $m=-2$. **D.** $m=1$.

Câu 19. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, mặt bên SAB là tam giác cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy; góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng đáy bằng 45^0. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{9}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{5}}{24}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{5}}{6}$.

Câu 20. Cho lăng trụ đứng ABC. A’B’C’ có đáy ABC là tam giác vuông tại A với $AC=a\sqrt{3}$. Biết BC’ hợp với mặt phẳng (AA’C’C) một góc 30^0 và hợp với mặt phẳng đáy góc α sao cho $\sin\alpha=\dfrac{\sqrt{6}}{4}$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm cạnh BB’ và A’C’. Khoảng cách MN và AC’ là :

A. $\dfrac{a\sqrt{6}}{4}$ **B.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{6}$ **C.** $\dfrac{a\sqrt{5}}{4}$ **D.** $\dfrac{a}{3}$

Câu 21. Cho hàm số $y=x^3-3x^2-9x+2$. Chọn kết luận **đúng**:

A. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=3$. **B.** Hàm số đạt cực tiểu tại $x=-1$.

C. Hàm số đat cực tại tại $x=1$. **D.** Hàm số đạt cực đại tại $x=3$.

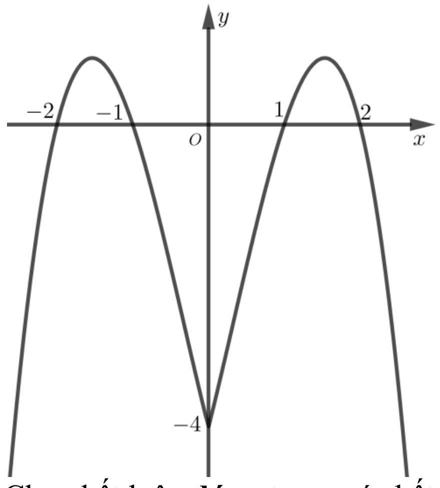
Câu 22. Với giá trị nào của tham số m để đồ thị hàm số $y=x-\sqrt{mx^2-3x+7}$ có tiệm cận ngang.

A. $m=1$. **B.** $m=-1$. **C.** $m=\pm 1$. **D.** Không có m .

Câu 23. Số giao điểm của đường cong $y=x^3-2x^2+2x+1$ và đường thẳng $y=1-x$ là

A. 1. **B.** 2 . **C.** 3 . **D.** 0 .

Câu 24. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị hàm số $y=f(|x|)$ như hình vẽ



Chọn kết luận **đúng** trong các kết luận sau:

A. $f(x)=-x^3+x^2+4x-4$ **B.** $f(x)=x^3-x^2-4x+4$

C. $f(x)=-x^3-x^2+4x+4$ **D.** $f(x)=x^3+x^2-4x-4$

Câu 25. Cho hàm số $y=-x^3-mx^2+(4m+9)x+5$ (với m là tham số). Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$?

A. 7 **B. 6** **C. 5** **D. 8**

Câu 26. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D, $AB=AD=a$, $CD=2a$. Hình chiếu của S lên mặt phẳng $(ABCD)$ trùng với trung điểm của BD. Biết thể tích tứ diện $SBCD$ bằng $\frac{a^3}{\sqrt{6}}$. Tính khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) là:

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\frac{a\sqrt{2}}{6}$. **C.** $\frac{a\sqrt{3}}{6}$. **D.** $\frac{a\sqrt{6}}{4}$.

Câu 27. Một khối lập phương có cạnh bằng a (cm). Khi tăng kích thước của mỗi cạnh thêm 2 (cm) thì thể tích tăng thêm 98 (cm^3). Giá trị a bằng:

A. 6 (cm) **B.** 5 (cm) **C.** 4 (cm). **D.** 3 (cm).

Câu 28. Hàm đồ thị $(C): y=x^3-3x^2$. Có bao nhiêu số nguyên $b\in(-10;10)$ để có đúng một tiếp tuyến của (C) qua $(0;b)$

A. 9 . **B.** 16 . **C.** 2 . **D.** 17.

Câu 29. Cho hình chóp $S.ABCDE$ có đáy là hình ngũ giác và có thể tích là V. Nếu tăng chiều cao của hình chóp lên 3 lần đồng thời giảm độ dài các cạnh đi 3 lần thì ta được khối chóp mới $S'.A'B'C'D'E'$ có thể tích là V'. Tỉ số thể tích $\frac{V'}{V}$ là:

A. 3. **B.** $\frac{1}{5}$. **C.** 1. **D.** $\frac{1}{3}$.

Câu 30. Cho hình lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a, $ABC = 60^0$. Chân đường cao hạ từ B' trùng với tâm O của đáy $ABCD$; góc giữa mặt phẳng $(BB'C'C)$ với đáy bằng 60^0 . Thể tích lăng trụ bằng:

A. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$ **B.** $\frac{2a^3\sqrt{3}}{9}$ **C.** $\frac{3a^3\sqrt{2}}{8}$ **D.** $\frac{3a^3}{4}$

Câu 31. Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{2-x}{1+|x|}$ là:

A. 2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 1.

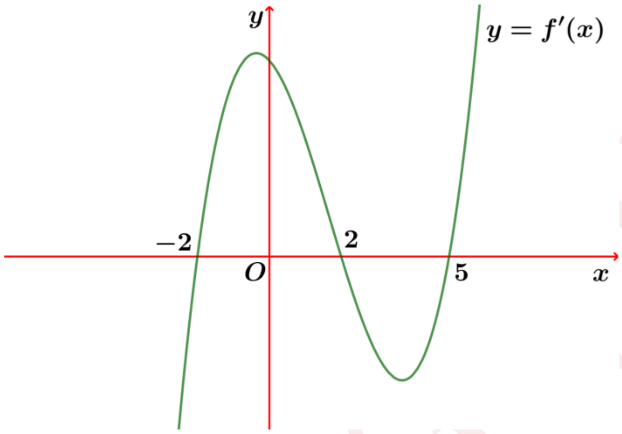
Câu 32. Cho hàm số $f(x) = \frac{\sin x - m}{\sin x + 1}$. Tìm giá trị của tham số m để giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $\left[0; \frac{2\pi}{3}\right]$ bằng -2?

A. $m = 5$. **B.** $\left[\begin{array}{l} m = 5 \\ m = 2 \end{array}\right.$. **C.** $m = 2$. **D.** $m = 3$.

Câu 33. Hình bát diện đều có bao nhiêu đỉnh?

A. 10. **B.** 8. **C.** 6. **D.** 12.

Câu 34. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên và có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình bên.



Hỏi hàm số $g(x) = f(3-2x)$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(-1; +\infty)$ **B.** $(-\infty; -1)$

C. $(1; 3)$ **D.** $(0; 2)$

Câu 35. Hình lăng trụ có thể có số cạnh là số nào sau đây?

A. 2017 **B.** 2019 **C.** 2018 **D.** 2020

Câu 36. Một xưởng sản xuất cần làm 100 chiếc hộp inox bằng nhau, hình dạng là hình hộp chữ nhật có đáy là hình vuông (hộp không có nắp), với thể tích là $108dm^3$/1 hộp. Giá inox là 47.000 đồng/ $1dm^2$. Hãy tính toán sao cho tổng tiền chi phí cho 100 chiếc hộp là ít nhất, và số tiền tối thiểu đó là bao nhiêu (nếu chỉ tính số inox vừa đủ để sản xuất 100 chiếc hộp, không có phần dư thừa, cắt bỏ)?

A. 1.692.000.000 đồng. **B.** 507.666.000 đồng.

C. 1.015.200.000 đồng. **D.** 253.800.000 đồng.

Câu 37. Phương trình tiếp tuyến với đồ thị (C) của hàm số: $y = x^3 - 3x + 1$, biết tiếp tuyến song song với đường thẳng $(d): y = 9x + 17$ là:

A. $\left[\begin{array}{l} y=9x+19 \\ y=9x-21 \end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l} y=9x-19 \\ y=9x+21 \end{array}\right.$.

C. $\left[\begin{array}{l} y=9x-15 \\ y=9x+17 \end{array}\right.$. **D.** $y=9x-15$.

Câu 38. Giá trị lớn nhất của hàm số $f\left(x\right)=2x^3+3x^2-12x+2$ trên đoạn $\left[-1;2\right]$ là

A. 11. **B.** 10. **C.** 6. **D.** 15.

Câu 39. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. Hai khối lập phương lần lượt có cạnh là $4cm$ và $8cm$ là hai khối đa diện đồng dạng.
B. Khối chóp tam giác đều là khối chóp có đáy là tam giác đều.
C. Hai khối tứ diện đều có diện tích mỗi mặt là $3m^2$ và $12m^2$ là hai khối đa diện đều.
D. Khối lăng trụ tứ giác đều và khối hộp chữ nhật là hai khối đa diện đồng dạng.

Câu 40. Trung điểm các cạnh của hình tứ diện đều là đỉnh của hình:

A. Hình lập phương.
B. Hình tứ diện đều.
C. Hình lăng trụ tam giá**C.**
D. Hình bát diện đều.

Câu 41. Cho hàm số $y=x-\sin 2x+3$. Chọn kết luận **đúng.**

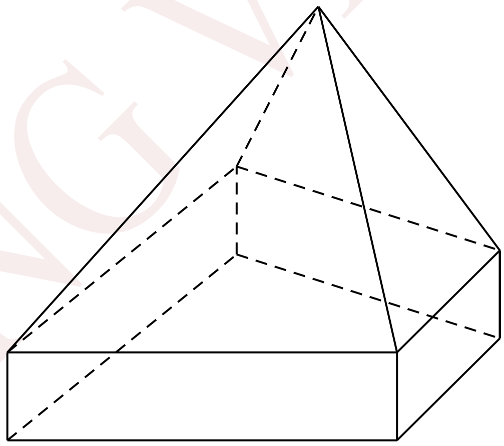
A. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=\frac{\pi}{3}$. **B.** Hàm số đạt cực tiểu tại $x=\frac{-\pi}{6}$.

B. Hàm số đạt cực đại tại $x=\frac{\pi}{6}$. **D.** Hàm số đạt cực đại tại $x=\frac{-\pi}{6}$.

Câu 42. Đường thẳng $y=2$ là tiệm cận ngang của hàm số nào sau đây ?

A. $y=\frac{2x^2+1}{2-x}$ **B.** $y=\frac{x^2+2x+1}{1+x}$ **C.** $y=\frac{x+1}{1-2x}$ **D.** $y=\frac{2x-2}{x+2}$

Câu 43. Hình đa diện có bao nhiêu cạnh?



A. 15. **B.** 12. **C.** 20. **D.** 16.

Câu 44. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	5	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

Đồ thị hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

Câu 45. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ xác định, liên tục trên và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	4	$\searrow$	$-\infty$

Khẳng định nào sau đây **sai** ?

A. Hàm số đồng biến trên $\left(-2;0\right)$.

B. Hàm số đạt giá trị lớn nhất là 4.

C. Đường thẳng $y=2$ cắt đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ tại 3 điểm phân biệt.

D. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=-2$.

Câu 46. Cho hàm số $y=\dfrac{x-1}{x+1}$. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm $M\left(1;0\right)$ là:

A. $y=\dfrac{1}{2}x-\dfrac{3}{2}$. **B.** $y=\dfrac{1}{2}x-\dfrac{1}{2}$. **C.** $y=\dfrac{1}{2}x+\dfrac{1}{2}$. **D.** $y=\dfrac{1}{4}x-\dfrac{1}{2}$.

Câu 47. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân tại B, $AB=a$ và $A'B=a\sqrt{3}$. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng:

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$ **B.** $\dfrac{a^3}{6}$ **C.** $\dfrac{a^3}{2}$ **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{2}$

Câu 48. Số mặt phẳng đối xứng của hình lập phương là

A. 3. **B.** 6. **C.** 8. **D.** 9.

Câu 49. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có thể tích V, có O là tâm của đáy. Lấy M là trung điểm của cạnh bên SC. Thể tích khối tứ diện $ABMO$ bằng

A. $\dfrac{V}{4}$. **B.** $\dfrac{V}{2}$. **C.** $\dfrac{V}{16}$. **D.** $\dfrac{V}{8}$.

Câu 50. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a, cạnh bên SC vuông góc với mặt phẳng (ABC), $SC=a$. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$ **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{12}$ **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{9}$ **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. Cho hàm số $f\left(x\right)=x^3+3x^2-m$. Tìm các giá trị của m để đồ thị hàm số $f\left(x\right)$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt?

A. $\left[\begin{array}{l} m\le 0 \\ m\ge 4 \end{array}\right.$. **B.** $m\in\left[0;4\right]$. **C.** $\left[\begin{array}{l} m<0 \\ m>4 \end{array}\right.$. **D.** $m\in\left(0;4\right)$.

Lời giải

Chọn D

Đồ hàm số $y=f\left(x\right)$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt khi phương trình $x^3+3x^2=m$ có 3 nghiệm phân biệt.

Xét hàm số $g\left(x\right)=x^3+3x^2$

TXĐ: $D=$

$g'\left(x\right)=3x^2+6x$;

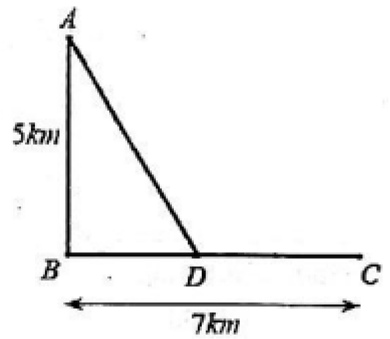
$g'\left(x\right)=0\Leftrightarrow 3x^2+6x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=-2 \end{array}\right.$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Dựa và BBT phương trình $x^3+3x^2=m$ có 3 nghiệm phân biệt khi $m\in\left(0;4\right)$. **Chọn D**

Câu 2. Một đoàn cứu trợ lũ lụt đang ở vị trí A của một tỉnh miền trung muốn đến xã C để tiếp tế lương thực và thuốc men. Để đi đến C, đoàn cứu trợ phải chèo thuyền từ A đến vị trí D với vận tốc 4 (km/h), rồi đi bộ đến C với vận tốc 6 (km/h). Biết A cách B một khoảng 5km, B cách C một khoảng 7km (hình vẽ). Hỏi vị trí điểm D cách A bao xa để đoàn cứu trợ đi đến xã C nhanh nhất?



A. $AD=5\sqrt{3}km$. **B.** $AD=2\sqrt{5}km$. **C.** $5\sqrt{2}km$. **D.** $AD=3\sqrt{5}km$.

Lời giải

Chọn D

Ta tìm vị trí điểm D để đoàn cứu trợ đi từ A đến C nhanh nhất

Đặt $AD=x$ ($x\ge 5$)

Thời gian chèo thuyền từ A đến D: $\dfrac{x}{4}$

Có $BD=\sqrt{x^2-25}$, $DC=7-\sqrt{x^2-25}$.

Thời gian đi bộ từ D đến C: $\dfrac{7-\sqrt{x^2-25}}{6}$

Thời gia đi từ A đến C: $f(x)=\dfrac{x}{4}+\dfrac{7-\sqrt{x^2-25}}{6}$. Ta tìm GTNN của $f(x)$

Điều kiện xác định $x\geq 5$

$f(x)=\dfrac{1}{12}\left(3x+14-2\sqrt{x^2-25}\right)$

$f'(x)=\dfrac{1}{12}\left(3-\dfrac{2x}{\sqrt{x^2-25}}\right)$

$f'(x)=0\Leftrightarrow 3\sqrt{x^2-25}=2x$; có $x\geq 5$

$\Leftrightarrow 9\left(x^2-25\right)=4x^2\Leftrightarrow x^2=45\Leftrightarrow x=3\sqrt{5}$ (nhận do $x\geq 5$)

Bảng biến thiên

x	5		$3\sqrt{5}$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$\dfrac{29}{12}$	↘	$\dfrac{14+5\sqrt{5}}{12}$	↗	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên $f(x)$ đạt GTNN khi $x=3\sqrt{5}$

Lúc đó $AD=3\sqrt{5}(km)$. **Chọn D**

Câu 3. Đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x-3}}{x^2+x-6}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 0.

Lời giải

Lời giải

Chọn B

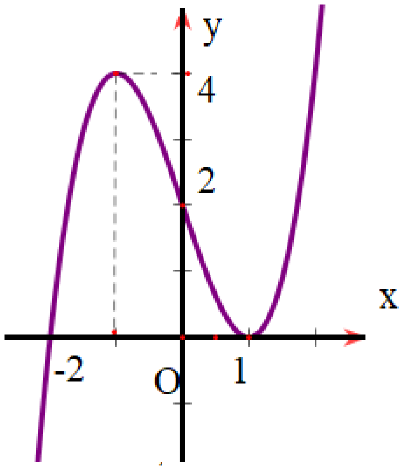
TXD: $D=[3;+\infty)$

$$\lim_{x\to+\infty}=\lim_{x\to+\infty}\frac{\sqrt{x-3}}{x^2+x-6}=\lim_{x\to+\infty}\frac{\sqrt{\frac{1}{x^3}-\frac{3}{x^4}}}{1+\frac{1}{x}-\frac{6}{x^2}}=0$$

$\Rightarrow$ đường thẳng y = 0 là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị hàm số có 1 tiệm cận **Chọn B**

Câu 4. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên R và đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ. Khẳng định nào sau đây **sai ?**



A. Hàm số y = f(x) đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$

B. Hàm số y = f(x) đồng biến trên khoảng $(-2;-1)$

C. Hàm số y = f(x) nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$

D. Hàm số y = f(x) nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-2)$

Lời giải

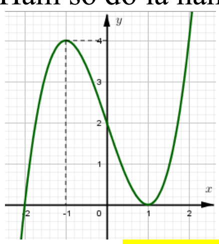
Chọn C

Từ đồ thị của hàm $y = f'(x)$ ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
y'		-	0	+	0	+	
y	$-\infty$						$+\infty$

Hàm số y = f(x) đồng biến trên khoảng $(-1;1)$

Câu 5. Cho hàm số có đồ thị như hình vẽ sau. Hàm số đó là hàm số nào?



A. $y = x^3 - x^2 + 1$. **B.** $y = x^3 + x^2 + 1$. **C.** $y = x^3 - 3x + 2$. **D.** $y = -x^3 + 3x + 2$

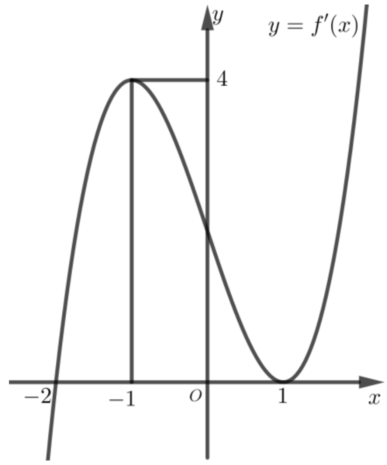
Lời giải

Chọn C

- Từ đồ thị thấy đi qua điểm $A(0;2)$ nên loại đáp án A và đáp án B

- Từ đồ thị thấy hàm số bậc 3 có hệ số $a > 0$ nên chọn **đáp án C.**

Câu 6. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$, hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị hàm số như hình dưới



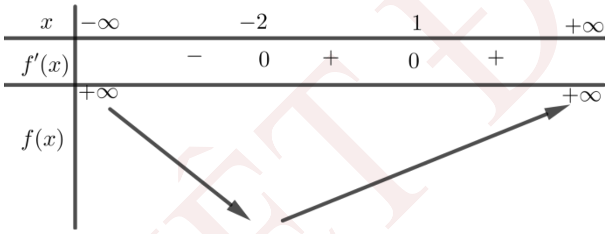
Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau:

A. $(-\infty;2);(1;+\infty)$ **B.** $(-2;+\infty)\setminus\{1\}$ **C.** $(-2;+\infty)$ **D.** $(-4;0)$

Lời giải

Chọn C

Từ đồ thị hàm số $y = f'(x)$ ta có bảng biến thiên cho hàm số $y = f(x)$ như sau:



Nhìn vào bảng biến thiên ta thấy ngay trong khoảng $(-2;+\infty)$ thì hàm số $y = f(x)$ đồng biến .

Vậy đáp án C.

Câu 7. Trong một khối đa diện, mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Hai cạnh bất kì có ít nhất một điểm chung.

B. Ba mặt bất kì có ít nhất 1 đỉnh chung.

C. Hai mặt bất kì có ít nhất một điểm chung.

D. Mỗi đỉnh là đỉnh chung của ít nhất ba mặt.

Lời giải

Chọn D

Phương án A hai cạnh bất kì có thể không có điểm chung.
Phương án B ba mặt bất kì có thể không có đỉnh chung.
Phương án C hai mặt bất kì có thể không có điểm chung.
Trong một khối đa diện, mỗi đỉnh là đỉnh chung của ít nhất ba mặt.

Câu 8. Cho hàm số $y = \dfrac{8x-5}{x+3}$. Kết luận nào sau đây đúng?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-3)\cup(-3;+\infty)$.

B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;2)$.

C. Hàm số luôn đồng biến trên .

D. Hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định của nó.

Lời giải

Chọn D

Tập xác định $D = \quad \backslash\{-3\}$.

Ta có $y' = \dfrac{29}{(x+3)^2} > 0,\ \forall x \in D$.

Vậy hàm số đã cho đồng biến trên từng khoảng xác định của nó.

Câu 9. Bảng biến thiên sau là bảng biến thiên của hàm số nào sau đây?

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	-1	$\searrow$	-5	$\nearrow$	$+\infty$

A. $y=-x^3-3x-2$. **B.** $y=x^3-3x^2-1$. **C.** $y=-x^3+3x^2-2$. **D.** $y=-x^3+3x^2-1$.

Lời giải

Chọn B

C1 : Nhìn vào bảng biến thiên chọn luôn đáp án B vì $a>0$.

C2 : Ta có :

$$y'=3x^2-6x\ ;\ y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right.\Rightarrow\left[\begin{array}{l}y=-1\\y=-5\end{array}\right.$$

BBT :

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	-1	$\searrow$	-5	$\nearrow$	$+\infty$

Câu 10. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x-m-\sqrt{9-x^2}=0$ có đúng 1 nghiệm dương?

A. $m\in(-3;3]$. **B.** $m\in(-3;3]\cup\{-3\sqrt{2}\}$.

C. $m\in[0;3]$. **D.** $m=\pm3\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện: $-3\le x\le 3$.

Phương trình tương đương với $x-\sqrt{9-x^2}=m$.

Số nghiệm của phương trình là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x-\sqrt{9-x^2}$ và đường thẳng $y=m$.

Xét hàm số $y=x-\sqrt{9-x^2}$ với $-3\le x\le 3$.

$$y'=1+\frac{x}{\sqrt{9-x^2}}$$

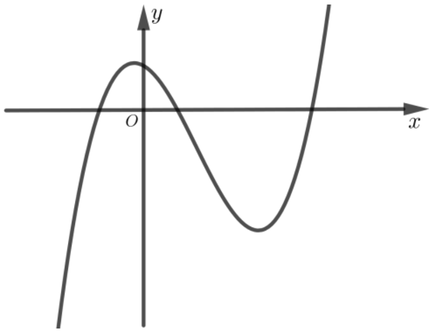
$$y'=0\Rightarrow\sqrt{9-x^2}=-x\Leftrightarrow\begin{cases}x\le 0\\9-x^2=x^2\end{cases}\Leftrightarrow x=\frac{-3\sqrt{2}}{2}\in[-3;3].$$

BBT:

x	-3		$\frac{-3\sqrt{2}}{2}$		0		3
y'		$-$	0	$+$	$\vert$	$+$	
y		$\searrow$	$-3\sqrt{2}$	$\nearrow$	-3	$\nearrow$	3

Dựa vào bảng biến thiên suy ra $-3<m\leq 3$.

Câu 11. Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình bên. Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào **đúng** ?



A. $ab<0, bc>0, cd<0$ **B.** $ab<0, bc<0, cd>0$

C. $ab>0, bc>0, cd<0$ **D.** $ab>0, bc>0, cd>0$

Lời giải

Chọn A

Từ dáng điệu của đồ thị ta có ngay được:

⊕ $\lim\limits_{x\to+\infty} y=+\infty; \lim\limits_{x\to-\infty} y=-\infty \Rightarrow a>0$.

⊕ Đồ thị hàm số cắt trục tung tại một điểm có tung độ dương nên $d>0$.

Ta có: $y'=3ax^2+2bx+c$

Mặt khác dựa vào đồ thị ta thấy phương trình $y'=0$ có hai nghiệm trái dấu và tổng hai nghiệm này luôn dương nên $\begin{cases} ac<0 \\ -\dfrac{2b}{3a}> \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c<0 \\ b<0 \end{cases}$ (do $a>0$)

Do đó: $ab<0, bc>, cd<0$.

Vậy đáp án A.

Câu 12. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đạo hàm liên tục trên R và có bảng biến thiên như sau. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	-1	$\searrow$	-2	$\nearrow$	-1	$\searrow$	$-\infty$

A. $(0;1)$. **B.** $(-1;0)$. **C.** $(-\infty;1)$. **D.** $(1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Từ bảng biến thiên suy ra hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(0;1)$.

Câu 13. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ xác định, liên tục trên và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	5	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

Đồ thị hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

Lời giải

Chọn B

Số điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$ bằng số điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ cộng với số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ với trục hoành (không tính điểm cực trị).

Vì đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ có 2 điểm cực trị và cắt trục Ox tại 1 điểm nên đồ thị hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$ có $2+1=3$ điểm cực trị.

Cách 2:

$|f(x)|=\sqrt{f^2(x)}\Rightarrow(|f(x)|)'=\frac{f(x).f'(x)}{|f(x)|}\Rightarrow$ dấu của $(|f(x)|)'$ là dấu của $f(x).f'(x)$

$$f'(x)=0\Leftrightarrow x=-1;x=3$$

Từ bảng biến thiên suy ra $f(x)=0\Leftrightarrow x=x_0<-1$

Lập bảng xét dấu

X	$-\infty$ $+\infty$		x_0		-1		3	
f'(x)		+		+	0	-	0	+
f(x)		-	0	+		+	+	
f'(x).f(x)		-	0	+	0	-	0	+

Đáp số: 3 cực trị

Câu 14. Cho đồ thị $\left(C\right)$ của hàm số $y=x^3-3x+2$. Số các tiếp tuyến với đồ thị $\left(C\right)$ mà các tiếp tuyến đó vuông góc với đường thẳng $d:y=-\frac{1}{3}x+1$ là:

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $y'=3x^2-3$.

Tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng $d:y=-\frac{1}{3}x+1$ nên có hệ số góc bằng $(-1):\left(-\frac{1}{3}\right)=3$.

$\Rightarrow y'=3\Leftrightarrow 3x^2-3=3\Leftrightarrow x=\pm\sqrt{2}$.

Vậy có 2 tiếp tuyến thỏa mãn.

Câu 15. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=3\cos 2x-4\sin x$ là

A. 1. **B.** -7. **C.** -5 **D.** $\frac{11}{3}$.

Lời giải

Chọn B

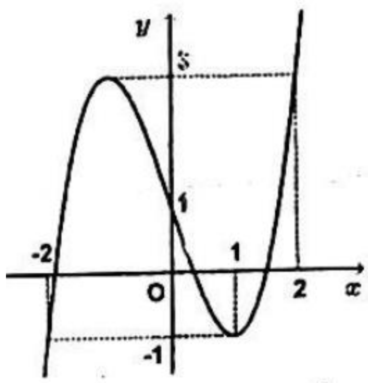
Ta có: $y=3\left(1-2\sin^2 x\right)-4\sin x=-6\sin^2 x-4\sin x+3$

Đặt $\sin x=t,t\in[-1;1]$.

Khi đó $f\left(t\right)=-6t^2-4t+3,t\in[-1;1]$, có $f'\left(t\right)=-12t-4=0\Leftrightarrow t=-\frac{1}{3}\in\left(-1;1\right)$

$f\left(-1\right)=1$, $f\left(1\right)=-7$, $f\left(-\frac{1}{3}\right)=\frac{11}{3}\Rightarrow\min\limits_{[-1;1]}f\left(t\right)=\min\limits_{\mathbb{R}}y=-7$.

Câu 16. Cho hàm $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $\left[-2;2\right]$ và có đồ thị như hình vẽ bên.

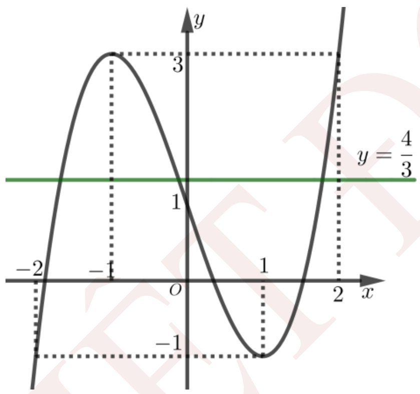


Số nghiệm của phương trình $3f(x+2)-4=0$ trên đoạn $[-2;2]$ là ?

A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D



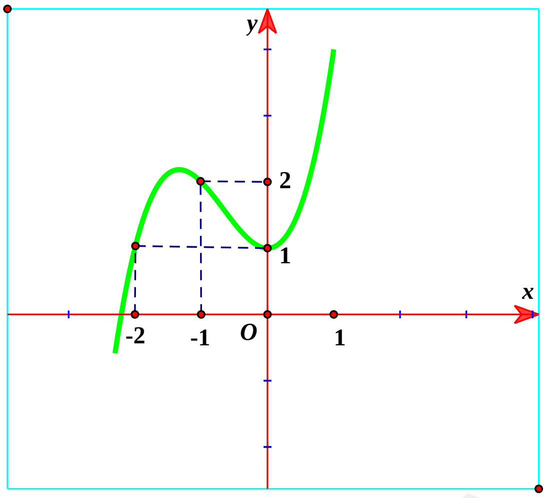
Xét phương trình $3f\left(x+2\right)-4=0 \Leftrightarrow f\left(x+2\right)=\frac{4}{3}$ (1)

Đặt $X=x+2$, do $-2\le x\le 2 \Leftrightarrow 0\le x+2\le 4 \Leftrightarrow 0\le X\le 4$. Khi đó ta có $(1)\Leftrightarrow f\left(X\right)=\frac{4}{3}\,(*)$

Vậy phương trình (1) có nghiệm trên đoạn $[-2;2]$ khi và chỉ khi phương trình $(*)$ có nghiệm trên đoạn $[0;4]$.

Dựa vào hình vẽ ta nhận thấy trên đoạn $[0;4]$ thì đường thẳng $y=\frac{4}{3}$ cắt đồ thị hàm số đã cho tại đúng một điểm. Do đó phương trình $(*)$ có đúng 1 nghiệm hay phương trình (1) có đúng một nghiệm.

Câu 17. Cho hàm số có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Chọn kết luận ***sai*** trong các kết luận sau:



A. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=0$.

B. Đồ thị hàm số cắt trục Oy tại điểm $(0;1)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2;-1)$.

Lời giải

Chọn D

Theo hình vẽ:

Hàm số đạt cực tiểu tại $x=0$, nên đáp án A – đúng

Hàm số giao trục tung tại $(0;1)$, nên đáp án B - đúng

Trên khoảng $(0;+\infty)$, x tăng, y tăng nên hàm số đồng biến, nên C – đúng

Trên khoảng $(-2;-1)$ hàm số vừa đồng biến, nghịch biến nên kết luận ở đáp án D – sai.

Câu 18. Hàm số $y=x^3-(m+2)x+m$ đạt cực tiểu tại $x=1$ khi:

A. $m=-1$. **B.** $m=2$. **C.** $m=-2$. **D.** $m=1$.

Lời giải

Chọn D

● Ta có $y'=3x^2-m-2$, $y''=6x$

Vì hàm số đạt cực tiểu tại $x=1$ nên $y'(1)=0 \Leftrightarrow 3-m-2=0 \Leftrightarrow m=1$

Với $m=1$ ta có $y''(1)=6>0$. Vậy hàm số $y=x^3-(m+2)x+m$ đạt cực tiểu tại $x=1$ khi $m=1$

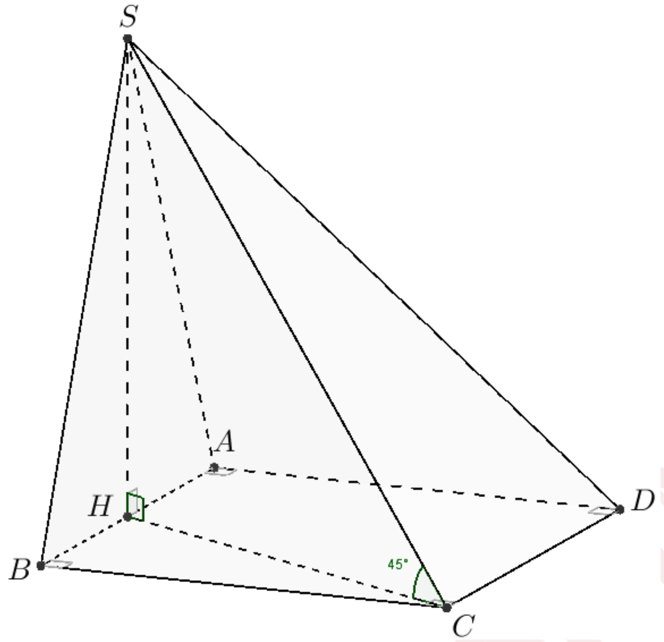
.

Câu 19. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, mặt bên SAB là tam giác cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy; góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng đáy bằng 45^0. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{9}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{5}}{24}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{5}}{6}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi H là trung điểm của AB

$(SAB)\perp(ABCD),(SAB)\cap(ABCD)=AB$, $SH\perp AB\Rightarrow SH\perp(ABCD)$

Do đó: $\left(SC,(ABCD)\right)=SCH=45^0$

Xét tam giác vuông BHC: $HC=\sqrt{BC^2+BH^2}=\dfrac{a\sqrt{5}}{2}$

Xét tam giác vuông SHC: $SH=HC=\dfrac{a\sqrt{5}}{2}$

Suy ra: $V_{S.ABCD}=\dfrac{1}{3}SH.S_{ABCD}=\dfrac{a^3\sqrt{5}}{6}$

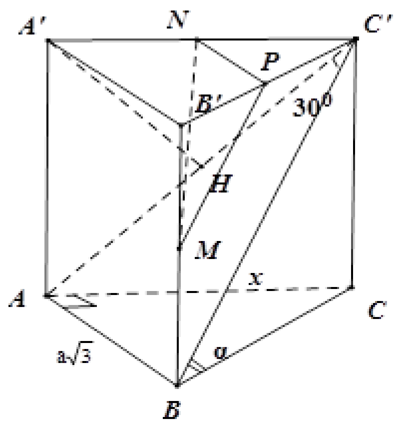
Link hình : https://www.geogeBrA. org/m/tqxhwgge

Câu 20. Cho lăng trụ đứng ABC. A’B’C’ có đáy ABC là tam giác vuông tại A với $AC=a\sqrt{3}$. Biết BC’ hợp với mặt phẳng (AA’C’C) một góc 30^0 và hợp với mặt phẳng đáy góc α sao cho $\sin\alpha=\dfrac{\sqrt{6}}{4}$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm cạnh BB’ và A’C’. Khoảng cách MN và AC’ là :

A. $\dfrac{a\sqrt{6}}{4}$ **B.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{6}$ **C.** $\dfrac{a\sqrt{5}}{4}$ **D.** $\dfrac{a}{3}$

Lời giải

Chọn A



+) Ta có : $\left(BC',(AA'C'C)\right)=\widehat{BC'A}=30^0$ và

$\left(BC',(ABC)\right)=\widehat{C'BC}=\alpha$

+) Đặt $AB=x\Rightarrow BC=\sqrt{3a^2+x^2}$,

$CC'=BC.\tan\alpha=\sqrt{\dfrac{3(x^2+3a^2)}{5}}$

$AC'=AB.\cot 30^0=x\sqrt{3}$

Ta có : $AC^2+CC'^2=AC'^2\Rightarrow x=a\sqrt{2}\Rightarrow CC'=a\sqrt{3},AC'=a\sqrt{6}$

+) Gọi P là trung điểm của B'C', suy ra:

$(MNP)//(ABC')\Rightarrow d(MN,AC')=d((MNP),(ABC'))=d(N,(ABC')=\dfrac{1}{2}d(A',(ABC')$

Kẻ $A'H\perp AC'\Rightarrow A'H\perp(ABC')\Rightarrow d(A',(ABC')=A'H=\dfrac{AA'.A'C'}{AC'}=\dfrac{a\sqrt{6}}{2}$

Suy ra : $d(MN,AC')=\dfrac{a\sqrt{6}}{4}\Rightarrow$ Đáp án **A**

Câu 21. Cho hàm số $y=x^3-3x^2-9x+2$. Chọn kết luận **đúng**:

A. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=3$. **B.** Hàm số đạt cực tiểu tại $x=-1$.
C. Hàm số đat cực tại tại $x=1$. **D.** Hàm số đạt cực đại tại $x=3$.

Lời giải

Chọn A

Tập xác định $D=$.

$y'=3x^2-6x-9$, cho $y'=0\Rightarrow 3x^2-6x-9=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=3\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	7	↘	-25	↗	$+\infty$

Vậy Hàm số đạt cực tiểu tại $x=3$.

Câu 22. Với giá trị nào của tham số m để đồ thị hàm số $y=x-\sqrt{mx^2-3x+7}$ có tiệm cận ngang.

A. $m=1$. **B.** $m=-1$. **C.** $m=\pm 1$. **D.** Không có m.

Lời giải

Chọn A

Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang

$\Rightarrow$ hàm số xác định trên một trong các miền $(-\infty;a)$, $(-\infty;a]$, $(a;+\infty)$ hoặc $[a;+\infty)$

$\Rightarrow m\ge 0$

TH1: $m=0\Rightarrow y=x-\sqrt{-3x+7}$ □đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

TH2: $m>0$ $y=x-\sqrt{mx^2-3x+7}$

Khi $x\to+\infty, y=x-x\sqrt{m-\frac{3}{x}+\frac{7}{x^2}}$, đồ thị hàm số có tiệm cận ngang khi và chỉ khi $m=1$

Khi $x\to-\infty, y=x+x\sqrt{m-\frac{3}{x}+\frac{7}{x^2}}\to-\infty$, đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang

KL: $m=1$

(Bài có thể làm trắc nghiệm bằng cách thử m)

Cách 2:

Với $m<0$, ta có hàm số $y=x-\sqrt{mx^2-3x+7}$ không tồn tại giới hạn tại dương vô cùng.

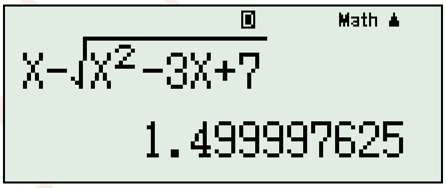
Với $m\in(0;1)$, ta có $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(x-\sqrt{mx^2-3x+7}\right)=+\infty$ và $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(x-\sqrt{mx^2-3x+7}\right)=-\infty$.

Với $m>1$, ta có $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(x-\sqrt{mx^2-3x+7}\right)=-\infty$ và $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(x-\sqrt{mx^2-3x+7}\right)=-\infty$.

Với $m=1$, ta có $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(x-\sqrt{x^2-3x+7}\right)=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{3x-7}{x+\sqrt{x^2-3x+7}}=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{3-\frac{7}{x}}{1+\sqrt{1-\frac{3}{x}+\frac{7}{x^2}}}=\frac{3}{2}$, đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là: $y=\frac{3}{2}$.

[phương pháp trắc nghiệm]

Thay $m=1$, nhập hàm vào máy tính, CALC 10^6, được giá trị gần bằng $\frac{3}{2}$, đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là: $y=\frac{3}{2}$. Loại đáp án B, D.



Thay $m=-1$, nhập hàm vào máy tính, CALC 10^6, máy báo lỗi, dự đoán đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang. Loại đáp án C.

Câu 23. Số giao điểm của đường cong $y=x^3-2x^2+2x+1$ và đường thẳng $y=1-x$ là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Lời giải

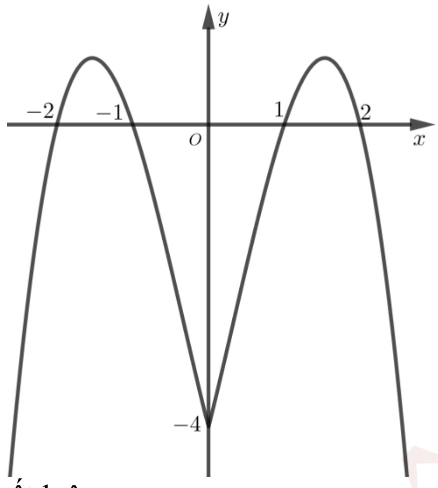
Chọn A

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đường trên là:

$x^3-2x^2+2x+1=1-x\Leftrightarrow x^3-2x^2+3x=0\Leftrightarrow x=0$

Phương trình có một nghiệm nên đường cong và đường thẳng có một giao điểm

Câu 24. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị hàm số $y = f(|x|)$ như hình vẽ



Chọn kết luận **đúng** trong các kết luận sau:

A. $f(x) = -x^3 + x^2 + 4x - 4$ **B.** $f(x) = x^3 - x^2 - 4x + 4$

C. $f(x) = -x^3 - x^2 + 4x + 4$ **D.** $f(x) = x^3 + x^2 - 4x - 4$

Lời giải

Chọn A

Cách 1:

Ta đã biết từ đồ thị $(C): y = f(x)$ suy ra đồ thị $(C_1): y = f(|x|)$ sẽ gồm hai phần.

$\oplus$ Phần 1: Giữ nguyên phần đồ thị (C) ở bên phải trục tung.

$\oplus$ Phần 2: Bỏ phần đồ thị (C) bên trái trục tung và lấy đối xứng phần 1 qua trục tung.

Từ dáng điệu của đồ thị đã cho ta quan sát phần đồ thị bên phải có ngay được:

$\oplus$ $\lim\limits_{x \to +\infty} y = -\infty \Rightarrow y = f(x)$ có hệ số $a < 0$

$\oplus$ Đồ thị hàm số cắt trục tung tại một điểm có tung độ âm nên $y = f(x)$ có hệ số $d < 0$.

Vậy đáp án A.

Cách 2:

Nhận xét đồ thị đi qua điểm $A(1;0)$, $B(0;-4)$, $C(2;0)$ nên ta kiểm tra các đáp án

Ta có $-1^3 + 1^2 + 4.1 - 4 = 0$; $-0^3 + 0^2 + 4.0 - 4 = -4$; $-2^3 + 2^2 + 4.2 - 4 = 0$ nên $A(1;0)$, $B(0;-4)$, $C(2;0)$ thuộc $y = f(x) = -x^3 + x^2 + 4x - 4$.

GmAil: huynhu1981@gmAil.Com Tên fACeBook: Nhu Nguyen

Câu 25. Cho hàm số $y = -x^3 - mx^2 + (4m+9)x + 5$ (với m là tham số). Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$?

A. 7 **B.** 6 **C.** 5 **D.** 8

Lời giải

Chọn A

$y' = -3x^2 - 2mx + 4m + 9$

Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$

$\Leftrightarrow y' \le 0 \ \forall x \in (-\infty; +\infty)$

$\Leftrightarrow -3x^2 - 2mx + 4m + 9 \le 0 \ \forall x \in (-\infty; +\infty)$

$\Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ \Delta' \le 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} -3 < 0 \\ m^2 + 12m + 27 \le 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow -9 \le m \le -3$

$\Leftrightarrow m \in \{-9;-8;-7;-6;-5;-4;-3\}$ (Vì m là số nguyên)

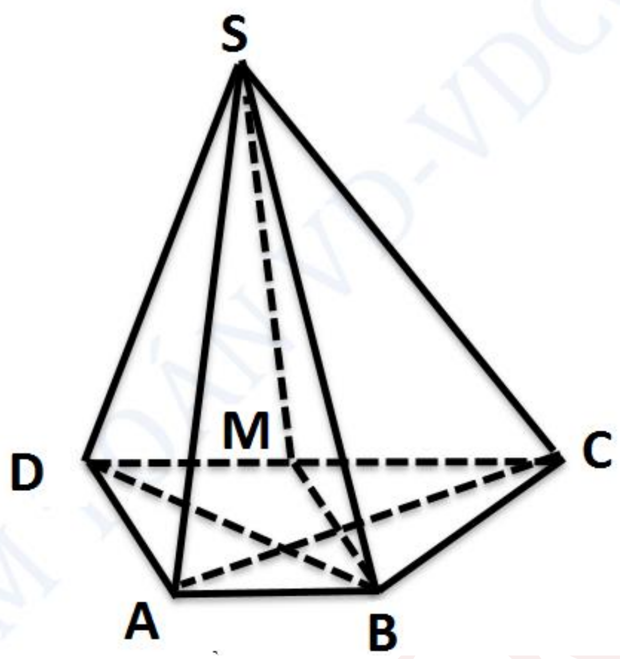
Vậy **chọn A.**

Câu 26. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D, $AB = AD = a$, $CD = 2a$. Hình chiếu của S lên mặt phẳng $(ABCD)$ trùng với trung điểm của BD. Biết thể tích tứ diện $SBCD$ bằng $\frac{a^3}{\sqrt{6}}$. Tính khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) là:

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\frac{a\sqrt{2}}{6}$. **C.** $\frac{a\sqrt{3}}{6}$. **D.** $\frac{a\sqrt{6}}{4}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi M là trung điểm CD, ABMD là hình vuông cạnh bằng 1

$BM = \frac{1}{2}DC$,tam giác BCD vuông cân tại B.

Ta có: $BC \perp SB$ (vì $BC \perp BD,\ BC \perp SO$)

$SO = \frac{3V_{SBCD}}{S_{\Delta BCD}} = \frac{a\sqrt{6}}{2}$

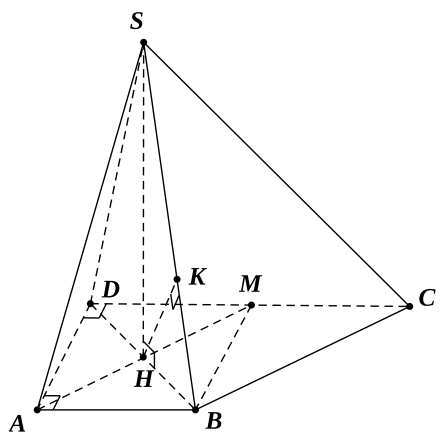
$d(\text{A},(\text{SBC})) = \frac{3V_{SABC}}{S_{\Delta SBC}} = \frac{3.\frac{1}{3}SO.(S_{ABCD} - S_{\Delta ADC})}{\frac{1}{2}SB.BC} = \frac{a\sqrt{6}}{4}$.

Cách 2.

Chọn D

Gọi M là trung điểm của CD, H là trung điểm của BD.

ΔBCD có $BM = \frac{1}{2}DC \Rightarrow \Delta BCD$ vuông tại B



$BD = a\sqrt{2}, BC = \sqrt{DC^2 - BD^2} = \sqrt{4a^2 - 2a^2} = a\sqrt{2} \Rightarrow S_{\Delta BCD} = \frac{1}{2}.BD.BC = a^2$

$V_{SBCD}=\frac{1}{3}.SH.S_{\Delta BCD}\Rightarrow SH=\frac{3V_{SBCD}}{S_{\Delta BCD}}=\frac{3.a^3}{\sqrt{6}a^2}=\frac{\sqrt{6}a}{2}$

+) Ta có $AH//(SBC)\Rightarrow d\left(A,(SBC)\right)=d\left(H,(SBC)\right)$

+) Kẻ $HK\perp SB$

$\left.\begin{matrix}BC\perp SH\\BC\perp BD\end{matrix}\right\}\Rightarrow BC\perp(SHB)\Rightarrow BC\perp HK$

Do đó $HK\perp(SBC)\Rightarrow d\left(H,(SBC)\right)=HK$

ΔSHB có: $\frac{1}{HK^2}=\frac{1}{SH^2}+\frac{1}{HB^2}=\frac{4}{6a^2}+\frac{4}{2a^2}=\frac{16}{6a^2}\Rightarrow HK=\frac{\sqrt{6}a}{4}=d\left(A,(SBC)\right)$

Câu 27. Một khối lập phương có cạnh bằng a (cm). Khi tăng kích thước của mỗi cạnh thêm 2 (cm) thì thể tích tăng thêm 98 (cm^3). Giá trị a bằng:

A. 6 (cm) **B.** 5 (cm) **C.** 4 (cm). **D.** 3 (cm).

Lời giải

Chọn D

Gọi V_1, V_2 lần lượt là thể tích khối lập phương ban đầu và thể tích khối lập phương khi tăng kích thước của mỗi cạnh thêm 2 (cm).

Ta có $V_1=a^3$ (cm^3); $V_2=(a+2)^3$ (cm^3).

Theo đề bài suy ra $(a+2)^3-a^3=98\Leftrightarrow 6a^2+12a-90=0\Leftrightarrow\left[\begin{matrix}a=3\ \ (N)\\a=-5\ (L)\end{matrix}\right.$.

Vậy $a=3$ (cm).

Câu 28. Hàm đồ thị $(C): y=x^3-3x^2$. Có bao nhiêu số nguyên $b\in(-10;10)$ để có đúng một tiếp tuyến của (C) qua $(0;b)$

A. 9 . **B.** 16 . **C.** 2 . **D.** 17.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y'=3x^2-6x$.

Phương trình tiếp tuyến với (C) tại điểm $M(x_0;x_0^3-3x_0)$ là

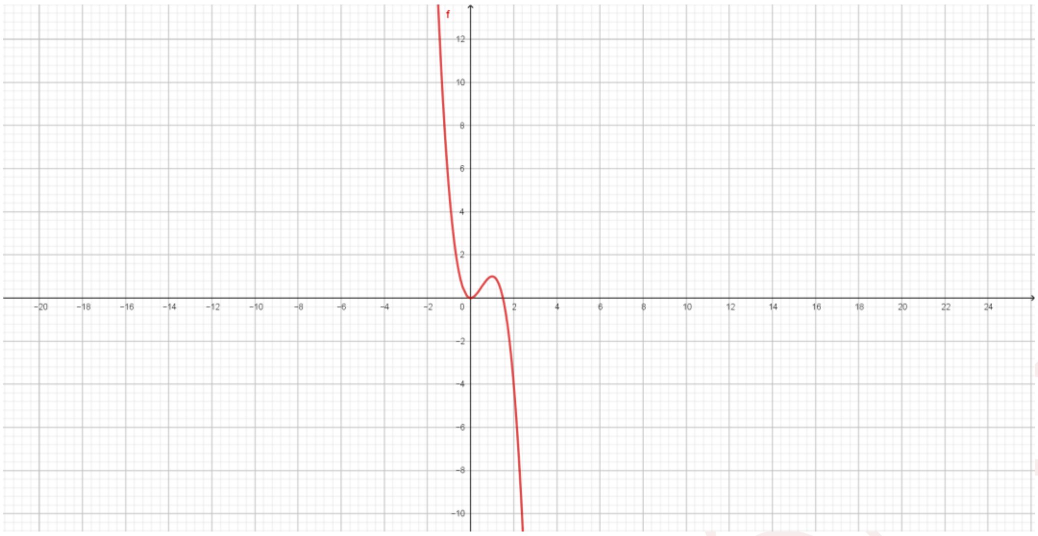
$y=\ 3x_0^2-6x_0\ (x-x_0)+x_0^3-3x_0^2$.

Tiếp tuyến qua $(0;b)\Leftrightarrow\left(3x_0^2-6x_0\right)(0-x_0)+x_0^3-3x_0^2=b\Leftrightarrow b=-2x_0^3+3x_0^2$.

Có đúng một tiếp tuyến của (C) qua $(0;b)\Leftrightarrow b=-2x_0^3+3x_0$ có đúng một nghiệm x_0.

Dựa vào đồ thị của hàm số $f(t)=-2t^3+3t^2$ suy ra có 17 số nguyên $b\in[-9;9]\setminus\{0;1\}$ để đồ thị hàm số $y=-2x^3+3x^2$ cắt đường thẳng $y=b$ tại đúng một điểm.

Chọn đáp án **D.**

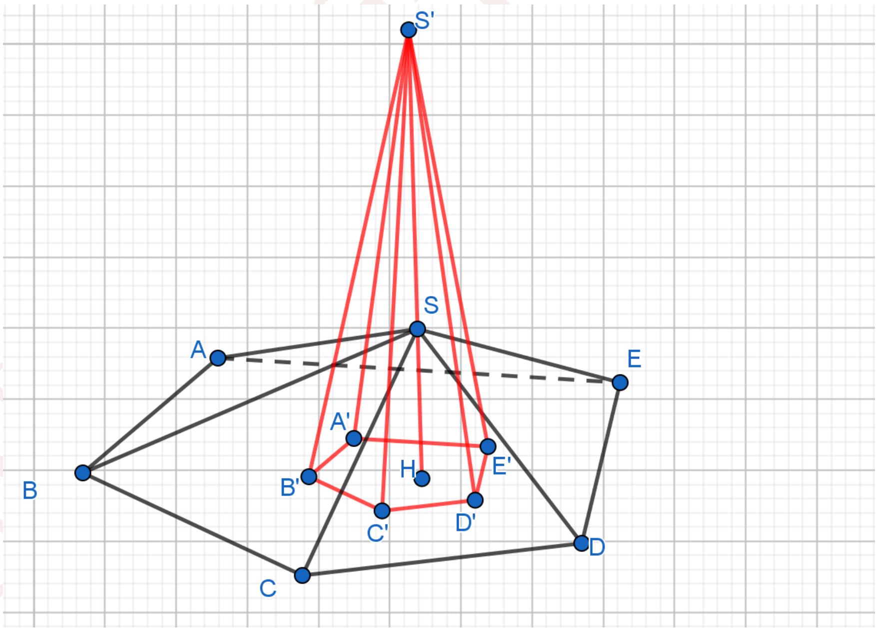


Câu 29. Cho hình chóp $S.ABCDE$ có đáy là hình ngũ giác và có thể tích là V. Nếu tăng chiều cao của hình chóp lên 3 lần đồng thời giảm độ dài các cạnh đi 3 lần thì ta được khối chóp mới $S'.A'B'C'D'E'$ có thể tích là V'. Tỉ số thể tích $\dfrac{V'}{V}$ là:

A. 3. **B.** $\dfrac{1}{5}$. **C.** 1. **D.** $\dfrac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn D



Ta có công thức tính thể tích khối chóp là $V=\dfrac{1}{3}s.h$. Hai đa giác đáy đồng dạng với nhau nên

$S_{S'.A'B'C'D'E'}=\dfrac{1}{9}S_{S.ABCDE}$. Chiều cao hình chóp $S'.A'B'C'D'E'$ tăng lên 3 lần nên ta có

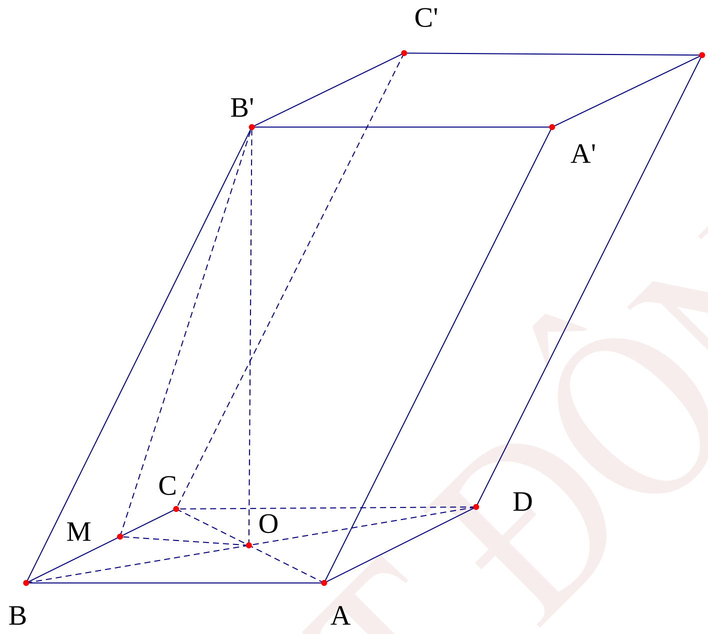
$$V'=\frac{1}{3}.\frac{1}{9}S_{S.ABCDE}.3h=\frac{1}{3}V \text{ . Do đó tỉ số thể tích } \frac{V'}{V}=\frac{1}{3}.$$

Câu 30. Cho hình lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a, $ABC=60^0$. Chân đường cao hạ từ B' trùng với tâm O của đáy $ABCD$; góc giữa mặt phẳng $\left(BB'C'C\right)$ với đáy bằng 60^0 . Thể tích lăng trụ bằng:

A. $\dfrac{3a^3\sqrt{3}}{8}$ **B.** $\dfrac{2a^3\sqrt{3}}{9}$ **C.** $\dfrac{3a^3\sqrt{2}}{8}$ **D.** $\dfrac{3a^3}{4}$

Giải:

Chọn A



Từ giả thiết suy ra tam giác ABC đều nên $S_{ABCD} = 2S_{ABC} = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{2}$

Gọi M là hình chiếu của O trên BC thì BC vuông góc với mặt phẳng (B'OM). Suy ra góc giữa mặt phẳng (BB'C'C) và mặt phẳng đáy là góc $B'MO = 60^0$

Ta lại có tam giác BOC vuông tại O, có đường cao OM nên

$$\frac{1}{OM^2} = \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2} = \frac{1}{\left(\frac{a}{2}\right)^2} + \frac{1}{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \frac{16}{3a^2}$$

$$\Rightarrow OM = \frac{a\sqrt{3}}{4}$$

Tam giác B'OM vuông tại O nên

$$B'O = OM\tan 60^0 = \frac{3a}{4}$$

$$\Rightarrow V_{ABCD.A'B'C'D'} = B'O.S_{ABCD} = \frac{3a}{4}.\frac{a^2\sqrt{3}}{2} = \frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$$

Câu 31. Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \dfrac{2-x}{1+|x|}$ là:

A. 2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

TXĐ: $D = R$

Ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty} y = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{2-x}{1+|x|} = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{2-x}{1+x} = -1$, $\lim\limits_{x\to-\infty} y = \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{2-x}{1+|x|} = \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{2-x}{1-x} = 1$

Đồ thị hàm số $y=\dfrac{2-x}{1+|x|}$ có 2 đường TCN $y=1, y=-1$.

Vậy đồ thị hàm số đã cho có 2 TC. **Chọn A**

Câu 32. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{\sin x-m}{\sin x+1}$. Tìm giá trị của tham số m để giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $\left[0;\dfrac{2\pi}{3}\right]$ bằng -2?

A. $m=5$. **B.** $\left[\begin{array}{l} m=5 \\ m=2 \end{array}\right.$. **C.** $m=2$. **D.** $m=3$.

Lời giải

Chọn A

Đặt $t=\sin x; x\in\left[0;\dfrac{2\pi}{3}\right]\Rightarrow t\in[0;1]$. Ta được hàm số $g(t)=\dfrac{t-m}{t+1}, t\in[0;1]$. Ta có:

$g'(t)=\dfrac{1+m}{(t+1)^2}$

- $m+1>0\Leftrightarrow m>-1\Rightarrow g'(t)>0\Rightarrow \underset{[0;1]}{Max}\, g(t)=-2\Leftrightarrow g(1)=-2\Leftrightarrow \dfrac{1-m}{2}=-2\Leftrightarrow m=5$

(Thỏa)

- $m+1<0\Leftrightarrow m<-1 \Rightarrow g'(t)<0\Rightarrow \underset{[0;1]}{Max}\, g(t)=-2\Leftrightarrow g(0)=-2\Leftrightarrow \dfrac{-m}{1}=-2\Leftrightarrow m=2$

(không thỏa)

Vậy $m=5$.

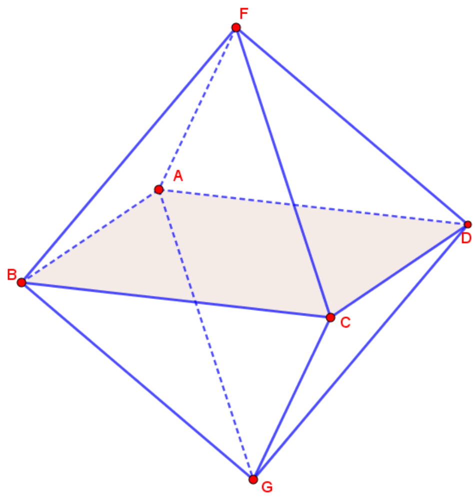
Câu 33. Hình bát diện đều có bao nhiêu đỉnh?

A. 10. **B.** 8. **C.** 6. **D.** 12.

Lời giải

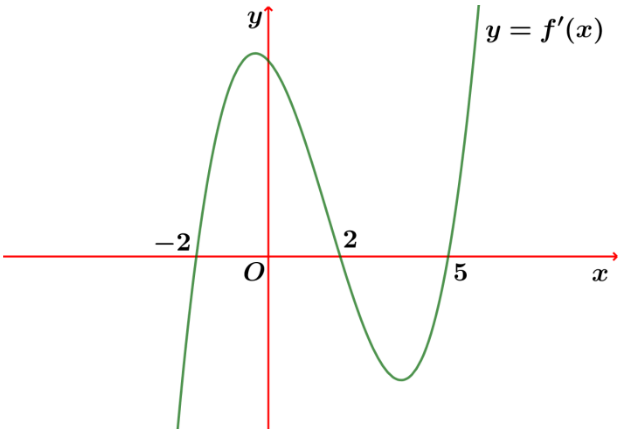
Chọn C

Hình bát diện đều được biểu diễn như sau:



Hình bát diện đều có 6 đỉnh.

Câu 34. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên và có đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình bên.



Hỏi hàm số $g(x) = f(3-2x)$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(-1;+\infty)$ **B.** $(-\infty;-1)$

C. $(1;3)$ **D.** $(0;2)$

Lời giải

Chọn B

Cách 1:

Có $g'(x) = -2f'(3-2x)$

Hàm số nghịch biến $\Leftrightarrow g'(x) \le 0$, dấu "=" chỉ xảy ra tại một số hữu hạn điểm.

$$\Leftrightarrow -2.f'(3-2x) \le 0 \Leftrightarrow f'(3-2x) \ge 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -2 \le 3-2x \le 2 \\ 3-2x \ge 5 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x \in \left[\frac{1}{2};\frac{5}{2}\right] \\ x \in (-\infty;-1] \end{array}\right.$$. **Chọn B**

Cách 2:

Dựa vào đồ thị hàm số ta có $f'(x) = (x+2)^{2n+1}(x-2)^{2m+1}(x-5)^{2k+1}, (m,n,k \in \mathbb{N}^*)$

Mà: $g'(x) = -2f'(3-2x)$

Nên: $g'(x) = -2.(5-2x)^{2n+1}(1-2x)^{2m+1}(-2-2x)^{2k+1} = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = \frac{1}{2} \\ x = \frac{5}{2} \end{array}\right.$

BXD

x	$-\infty$		-1		$\frac{1}{2}$		$\frac{5}{2}$		$+\infty$
$(5-2x)^{2n+1}$		$+$		$+$		$+$	0	$-$	
$(1-2x)^{2m+1}$		$+$		$+$	0	$-$		$-$	
$(-2-2x)^{2k+1}$		$+$	0	$-$		$-$		$-$	
-2		$-$		$-$		$-$		$-$	

$g'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

Dựa vào BXD ta có hàm số nghịch biến trên $(-\infty;-1]$; $\left[\frac{1}{2};\frac{5}{2}\right]$. **Chọn B**

Câu 35. Hình lăng trụ có thể có số cạnh là số nào sau đây?

A. 2017 **B.** 2019 **C.** 2018 **D.** 2020

Lời giải

Chọn B

Giả sử số đỉnh của đa giác đáy của lăng trụ là n.

Khi đó số cạnh của 2 mặt đáy là $2n$ và số cạnh bên của lăng trụ là n.

Vậy số cạnh của lăng trụ là $3n$. Ta thấy $3.673 = 2019$ nên chọn đáp án **B.**

Câu 36. Một xưởng sản xuất cần làm 100 chiếc hộp inox bằng nhau, hình dạng là hình hộp chữ nhật có đáy là hình vuông (hộp không có nắp), với thể tích là $108dm^3$/1 hộp. Giá inox là 47.000 đồng/ $1dm^2$. Hãy tính toán sao cho tổng tiền chi phí cho 100 chiếc hộp là ít nhất, và số tiền tối thiểu đó là bao nhiêu (nếu chỉ tính số inox vừa đủ để sản xuất 100 chiếc hộp, không có phần dư thừa, cắt bỏ)?

A. 1.692.000.000 đồng. **B.** 507.666.000 đồng.

C. 1.015.200.000 đồng. **D.** 253.800.000 đồng.

Lời giải

Chọn B

Gọi độ dài cạnh đáy của hộp là $x(dm)$ $\Rightarrow$ Chiều cao của hộp là $\frac{108}{x^2}(dm)$.

$\Rightarrow$ Số inox cần thiết để làm 1 hộp là: $S = x^2 + 4x.h = x^2 + \frac{432}{x}(dm^2)$.

Tổng số tiền chi phí cho 100 chiếc hộp là $T = 47.000 \times 100 \times S = 4.700.000 \times \left(x^2 + \frac{432}{x}\right)$

Ta có: $T' = 4.700.000 \times \left(2x - \frac{432}{x^2}\right)$.

$T' = 0 \Leftrightarrow x = 6$

x	0		6	
T'		$-$	0	$+$
T		$\searrow$	507600000	$\nearrow$

Câu 37. Phương trình tiếp tuyến với đồ thị (C) của hàm số: $y = x^3 - 3x + 1$, biết tiếp tuyến song song với đường thẳng $(d): y = 9x + 17$ là:

A. $\left[\begin{array}{l} y = 9x + 19 \\ y = 9x - 21 \end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l} y = 9x - 19 \\ y = 9x + 21 \end{array}\right.$.

C. $\left[\begin{array}{l} y = 9x - 15 \\ y = 9x + 17 \end{array}\right.$. **D.** $y = 9x - 15$.

Lời giải

Chọn D

Gọi $M(x_0; y_0)$ là tiếp điểm của tiếp tuyến cần tìm.

Ta có $y'=3x^2-3$. Vì tiếp tuyến song song với đường thẳng $(d): y=9x+17$ nên phương trình tiếp tuyến có dạng $y=9x+b$, $(b\neq 17)$.

Khi đó $y'(x_0)=9 \Leftrightarrow 3x_0^2-3=9 \Leftrightarrow x_0=\pm 2$.

Với $x_0=2$, ta có $y_0=2^3-3.2+1=3$. Do đó phương trình tiếp tuyến là :

$y=9(x-2)+3 \Leftrightarrow y=9x-15$.

Với $x_0=-2$, ta có $y_0=(-2)^3-3.(-2)+1=-1$. Do đó phương trình tiếp tuyến là :

$y=9(x+2)-1 \Leftrightarrow y=9x+17$. (loại vì $b\neq 17$)

Vậy có 1 phương trình tiếp tuyến thỏa mãn ycbt là $y=9x-15$.

Câu 38. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=2x^3+3x^2-12x+2$ trên đoạn $[-1;2]$ là

A. 11. **B.** 10. **C.** 6. **D.** 15.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $f'(x)=6x^2+6x-12 \Rightarrow f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-2 \end{array}\right.$

Do đó $\max\limits_{[-1;2]} f(x)=\max\{f(-1), f(1), f(2)\}=15$.

Câu 39. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. Hai khối lập phương lần lượt có cạnh là $4cm$ và $8cm$ là hai khối đa diện đồng dạng.
B. Khối chóp tam giác đều là khối chóp có đáy là tam giác đều.
C. Hai khối tứ diện đều có diện tích mỗi mặt là $3m^2$ và $12m^2$ là hai khối đa diện đều.
D. Khối lăng trụ tứ giác đều và khối hộp chữ nhật là hai khối đa diện đồng dạng.

Lời giải

Chọn D

Câu 40. Trung điểm các cạnh của hình tứ diện đều là đỉnh của hình:

A. Hình lập phương.
B. Hình tứ diện đều.
C. Hình lăng trụ tam giá**C.**
D. Hình bát diện đều.

Lời giải

Chọn D

Câu 41. Cho hàm số $y=x-\sin 2x+3$. Chọn kết luận **đúng.**

A. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=\frac{\pi}{3}$. **B.** Hàm số đạt cực tiểu tại $x=\frac{-\pi}{6}$.

B. Hàm số đạt cực đại tại $x=\frac{\pi}{6}$. **D.** Hàm số đạt cực đại tại $x=\frac{-\pi}{6}$.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện: $x\in\mathbb{R}$.

$y'=1-2\cos 2x$

$$y'=0 \Leftrightarrow \cos 2x=\frac{1}{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x=\frac{\pi}{3}+k2\pi \\ 2x=\frac{-\pi}{3}+k2\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{6}+k\pi \\ x=\frac{-\pi}{6}+k\pi \end{array}\right., k\in Z.$$

$y''=4\sin 2x$

$y''\left(\dfrac{\pi}{6}+k\pi\right)=4\sin\left(\dfrac{\pi}{3}+k2\pi\right)=2\sqrt{3},\ \forall k\in Z\Rightarrow x=\dfrac{\pi}{6}+k\pi$ là điểm cực tiểu của hàm số.

$y''\left(-\dfrac{\pi}{6}+k\pi\right)=4\sin\left(-\dfrac{\pi}{3}+k2\pi\right)=-2\sqrt{3},\ \forall k\in Z\Rightarrow x=\dfrac{-\pi}{6}+k\pi$ là điểm cực đại của hàm số.

Câu 42. Đường thẳng $y=2$ là tiệm cận ngang của hàm số nào sau đây ?

A. $y=\dfrac{2x^2+1}{2-x}$ **B.** $y=\dfrac{x^2+2x+1}{1+x}$ **C.** $y=\dfrac{x+1}{1-2x}$ **D.** $y=\dfrac{2x-2}{x+2}$

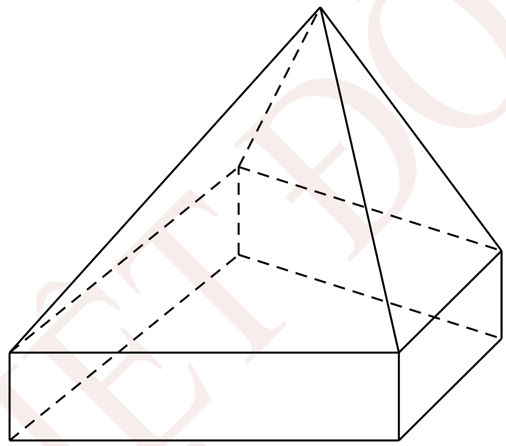
Tác giá : Dương Thị Kim Ngân FB : Dương Thị Kim Ngân

Lời giải

Chọn D

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x-2}{x+2}=2$ và $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2x-2}{x+2}=2$ vậy $y=2$ là tiệm cận ngang của hàm số $y=\dfrac{2x-2}{x+2}$

Câu 43. Hình đa diện có bao nhiêu cạnh?



A. 15. **B.** 12. **C.** 20. **D.** 16.

Lời giải

Chọn D.

Câu 44. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	5	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

Đồ thị hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

Lời giải

Chọn B

Số điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$ bằng số điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ cộng với số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ với trục hoành (không tính điểm cực trị).

Vì đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ có 2 điểm cực trị và cắt trục Ox tại 1 điểm nên đồ thị hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$ có $2+1=3$ điểm cực trị.

Câu 45. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ xác định, liên tục trên và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	4	$\searrow$	$-\infty$

Khẳng định nào sau đây **sai** ?

A. Hàm số đồng biến trên $(-2;0)$.

B. Hàm số đạt giá trị lớn nhất là 4.

C. Đường thẳng $y=2$ cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại 3 điểm phân biệt.

D. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=-2$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số $y=f(x)$ không có giá trị lớn nhất trên $\mathbb{R}$.

Câu 46. Cho hàm số $y=\dfrac{x-1}{x+1}$. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm $M(1;0)$ là:

A. $y=\dfrac{1}{2}x-\dfrac{3}{2}$. **B.** $y=\dfrac{1}{2}x-\dfrac{1}{2}$. **C.** $y=\dfrac{1}{2}x+\dfrac{1}{2}$. **D.** $y=\dfrac{1}{4}x-\dfrac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn B

$y=\dfrac{x-1}{x+1}\Rightarrow y'=\dfrac{2}{(x+1)^2}\Rightarrow y'_{(1)}=\dfrac{1}{2}\Rightarrow$ Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm $M(1;0)$: $y=\dfrac{1}{2}(x-1)=\dfrac{1}{2}x-\dfrac{1}{2}$. **Chọn B**

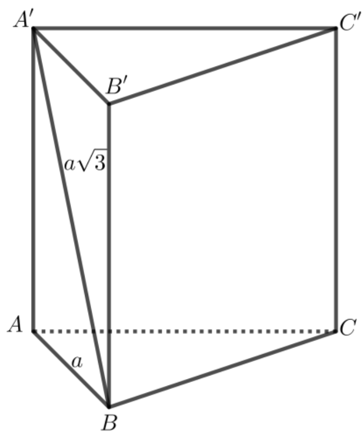
Cách 2:

Trong 4 đáp án đã cho chỉ có đường thẳng $y=\dfrac{1}{2}x-\dfrac{1}{2}$ đi qua điểm $M(1;0)$, nên ta chọn đáp án **B**

Câu 47. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân tại B, $AB=a$ và $A'B=a\sqrt{3}$. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng:

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$ **B.** $\dfrac{a^3}{6}$ **C.** $\dfrac{a^3}{2}$ **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{2}$

Chọn D



Do tam giác $A'AB$ vuông tại A nên theo pitago ta có :

$A'B^2 = AA'^2 + AB^2 \Leftrightarrow AA' = \sqrt{A'B^2 - AB^2} = \sqrt{\left(a\sqrt{3}\right)^2 - a^2} = a\sqrt{2}$

Lại có tam giác ABC vuông cân tại B nên $S_{ABC} = \frac{1}{2}AB^2 = \frac{1}{2}a^2$.

Thể tích khối lăng trụ đã cho: $V_{ABC.A'B'C'} = AA'.S_{ABC} = a\sqrt{2}.\frac{1}{2}a^2 = \frac{a^3\sqrt{2}}{2}$

Người giải đề : Phạm Chí Tuân Fb: Tuân Chí Phạm

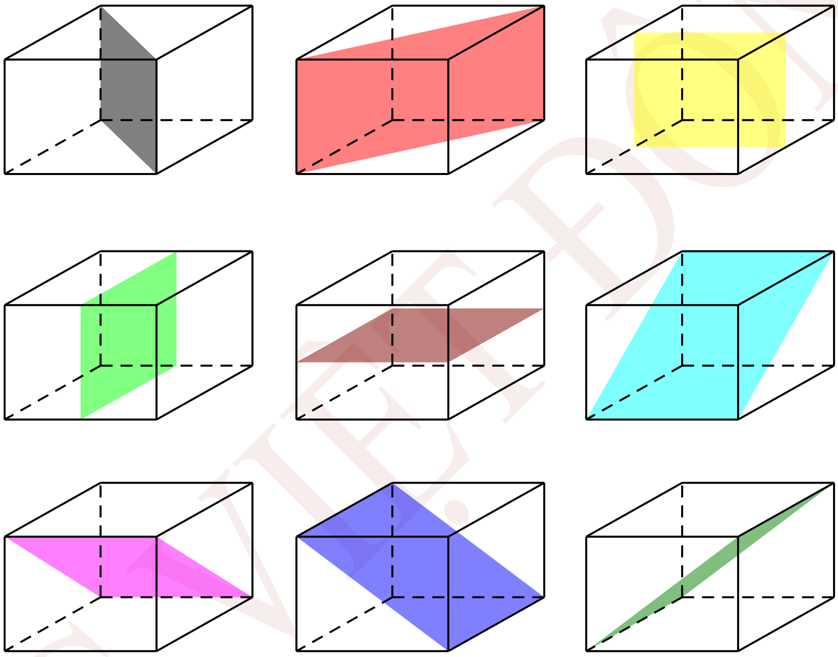
Câu 48. Số mặt phẳng đối xứng của hình lập phương là

A. 3. **B.** 6. **C.** 8. **D.** 9.

Lời giải

Chọn D

Hình lập phương có 9 mặt phẳng đối xứng.

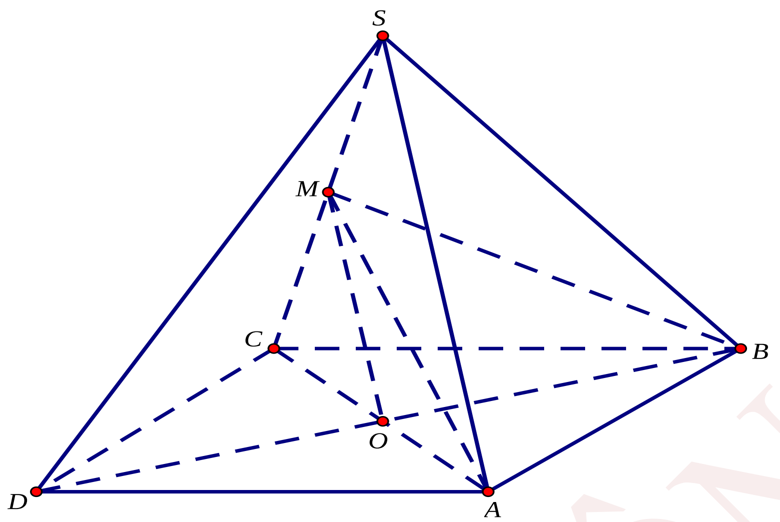


Câu 49. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có thể tích V, có O là tâm của đáy. Lấy M là trung điểm của cạnh bên SC . Thể tích khối tứ diện $ABMO$ bằng

A. $\frac{V}{4}$. **B.** $\frac{V}{2}$. **C.** $\frac{V}{16}$. **D.** $\frac{V}{8}$.

Lời giải

Chọn D



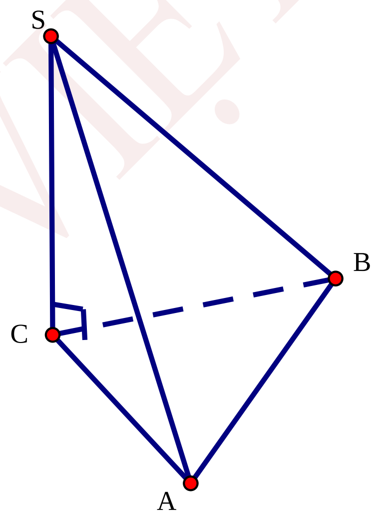
Ta có: $V_{ABMO} = \frac{1}{2}V_{ABMC}$; $V_{ABMC} = \frac{1}{2}V_{SABC} = \frac{1}{4}V_{SABCD} = \frac{1}{4}V \Rightarrow V_{ABMO} = \frac{1}{2}.\frac{1}{4}V = \frac{1}{8}V$.

Câu 50. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a, cạnh bên SC vuông góc với mặt phẳng (ABC), $SC = a$. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ **B.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$ **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{9}$ **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$

Lời giải

Chọn D



Đáy ABC là tam giác đều cạnh a nên diện tích bằng: $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$

Đường cao của hình chóp là SC = a ⇒ Thể tích khối chóp $S.ABC$ là:

$\frac{1}{3}.SC.S_{ABC} = \frac{1}{3}.a.\frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$ (đvtt)

Vậy đáp án là D

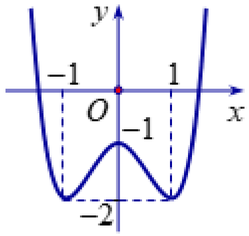
ĐỀ 12
ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA KÌ I
Môn: TOÁN, Lớp 12
Thời gian làm bài: 90 phút, *không tính thời gian phát đề*

Câu 1. Hàm số $y=-\dfrac{1}{x}$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;1)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $\mathbb{R}$. **D.** $\mathbb{R}\setminus\{0\}$.

Câu 2. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(0;1)$. **B.** $(-\infty;1)$. **C.** $(-1;1)$. **D.** $(-1;0)$.

Câu 3. Cho hàm số $y=f(x)$có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-5	$\nearrow$	3	$\searrow$	5	$\nearrow$	$+\infty$

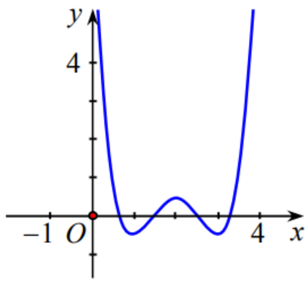
Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(\mathbf{0};\mathbf{1})$. **B.** $(-\infty;-\mathbf{1})$. **C.** $(\mathbf{1};+\infty)$. **D.** $(-\mathbf{1};\mathbf{1})$.

Câu 4. Hàm số nào dưới đây **không** có cực trị ?

A. $y=x^2-3x$. **B.** $y=\dfrac{3x+1}{2x-1}$. **C.** $y=x^3-3x+1$. **D.** $y=x^4+2x$.

Câu 5. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình bên. Tìm số cực trị của hàm số $y=f(x)$.



A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 6. Cho hàm số $f(x)$có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số đã cho đạt cực đại tại

A. $x = -2$. **B.** $x = -1$. **C.** $x = 0$. **D.** $x = 3$.

Câu 7. Cho hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 9x + 1$. GTLN là M và GTNN là m của hàm số trên đoạn $[0;4]$ là

A. $M = 28\,; m = -4$. **B.** $M = 77\,; m = 1$. **C.** $M = 77\,; m = -4$. **D.** $M = 28\,; m = 1$.

Câu 8. Cho hàm số có bảng biến thiên như hình dưới đây. Khẳng định nào sau đây là đúng?

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	0	$\searrow$	$-\frac{1}{6}$	$\nearrow$	$+\infty$

A. Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên tập số thực bằng $-\dfrac{1}{6}$.
B. Giá trị cực đại của hàm số bằng 0.
C. Giá trị lớn nhất của hàm số trên tập số thực bằng 0.
D. Giá trị cực tiểu của hàm số bằng 0.

Câu 9. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{1-x}$ là

A. $x = 1$. **B.** $y = -1$. **C.** $x = 2$. **D.** $y = -2$.

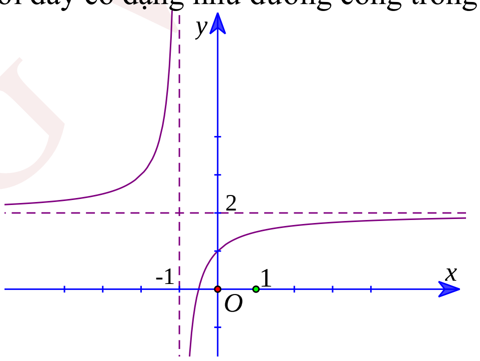
Câu 10. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên dưới đây:

x	$-\infty$		-2		0		1		$+\infty$
y'		$-$	$\Vert$	$-$	0	$+$	$\Vert$	$-$	
y	1	$\searrow$	$-\infty \Vert 2$	$\searrow$	-4	$\nearrow$	3	$\searrow$	0

Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là

A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 1.

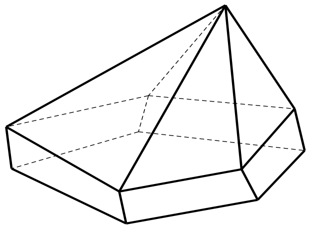
Câu 11. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình dưới đây?



A. $y = \frac{x+2}{x+1}$. **B.** $y = \frac{2x+1}{x+1}$. **C.** $y = \frac{x-1}{x+1}$. **D.** $y = \frac{x+3}{1-x}$.

Câu 12. Cho một hình đa diện. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai**?
A. Mỗi mặt có ít nhất ba cạnh.
B. Mỗi đỉnh là đỉnh chung của ít nhất ba cạnh.
C. Mỗi cạnh là cạnh chung của ít nhất ba mặt.
D. Mỗi đỉnh là đỉnh chung của ít nhất ba mặt.

Câu 13. Hình đa diện trong hình vẽ bên dưới có bao nhiêu mặt ?



A. 11. **B.** 6. **C.** 12. **D.** 10.

Câu 14. Có bao nhiêu loại khối đa diện đều?

A. Vô số. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 5.

Câu 15. Tổng số cạnh và số đỉnh của hình bát diện đều bằng bao nhiêu?

A. 18. **B.** 14. **C.** 12. **D.** 20.

Câu 16. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a\sqrt{2}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{6}$. **B.** $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{3}$. **C.** $V = \sqrt{2}a^3$. **D.** $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{4}$.

Câu 17. Cho khối chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng 2 và chiều cao $h = 12$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $12\sqrt{3}$. **B.** $6\sqrt{3}$. **C.** $4\sqrt{3}$. **D.** $24\sqrt{3}$.

Câu 18. Thể tích của khối lăng trụ có diện tích đáy B và chiều cao h là

A. $3Bh$. **B.** Bh. **C.** $\frac{4}{3}Bh$. **D.** $\frac{1}{3}Bh$.

Câu 19. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh $2a$ và $AA' = a\sqrt{3}$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\sqrt{3}a^3$. **B.** $3a^3$. **C.** $\frac{3a^3}{4}$. **D.** $6a^3$.

Câu 20. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên tập $\mathbb{R}$ và có đạo hàm là $f'(x) = (x-1)(2x-1)^2(3-x)$. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(2;3)$. **B.** $(0;3)$. **C.** $(-\infty;1)$. **D.** $(3;+\infty)$.

Câu 21. Tất cả các giá trị của tham số m sao cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + mx + 1$ luôn đồng biến trên tập xác định là

A. $m > 3$. **B.** $m < 3$. **C.** $m \le 3$. **D.** $m \ge 3$.

Câu 22. Cho hàm số $f(x)$ có $f'(x) = x(x^2-1)(x-1)^2$ số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

A. 2. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 3.

Câu 23. Đồ thị hàm số $y = x^3 - (3m+1)x^2 + (m^2+3m+2)x + 3$ có điểm cực đại và điểm cực tiểu nằm về hai phía của trục tung khi

A. $1 < m < 2$. **B.** $-2 < m < -1$. **C.** $2 < m < 3$. **D.** $-3 < m < -2$.

Câu 24. Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$. Biết rằng đồ thị hàm số có hai điểm cực trị là $A(0;2)$ và $B(2;-14)$. Giá trị của $f(1)$ bằng

A. -3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** -5.

Câu 25. Với giá trị nào của x thì hàm số $y = x^2 + \frac{1}{x}$ đạt giá trị nhỏ nhất trên khoảng $(0;+\infty)$?

A. $\frac{3}{\sqrt[3]{4}}$. **B.** $\frac{1}{\sqrt{2}}$. **C.** 1. **D.** $\frac{1}{\sqrt[3]{2}}$.

Câu 26. Cho hàm số $y = x^3 + (m^2+1)x + m^2 - 2$. Tìm số thực dương m để hàm số có giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[0;2]$ bằng 2.

A. $m=2$. **B.** $m=4$. **C.** $m=1$. **D.** $m=0$.

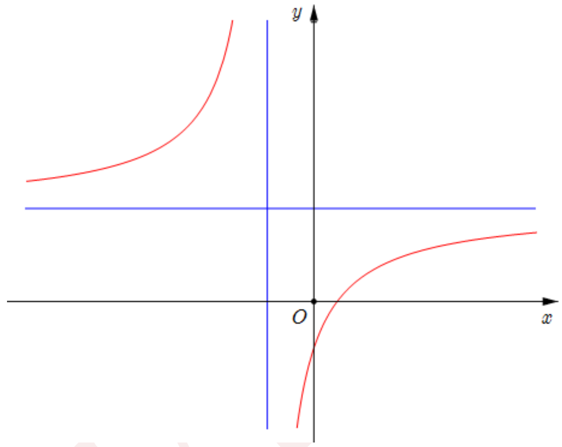
Câu 27. Đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{16-x^2}}{x^2-16}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Câu 28. Cho hàm số $y=f\left(x\right)=\dfrac{x+1}{x^2-2mx+4}$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị có ba đường tiệm cận.

A. $m>2$ **B.** $\begin{cases} m<-2 \\ m\neq -\dfrac{5}{2} \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} \left[\begin{array}{l} m>2 \\ m<-2 \end{array}\right. \\ m\neq -\dfrac{5}{2} \end{cases}$ **D.** $\left[\begin{array}{l} m<-2 \\ m>2 \end{array}\right.$

Câu 29. Hình vẽ bên là đồ thị của hàm số $y=\frac{ax+b}{cx+d}$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?



A. $bd<0,\ ab>0$. **B.** $ad<0,\ ab<0$. **C.** $bd>0,\ ad>0$. **D.** $ad>0,\ ab<0$.

Câu 30. Cho parabol P có phương trình $y=2x^2-3x-1$.Tịnh tiến parabol P theo vectơ $\vec{v}= -1;4$ thu được đồ thị hàm số nào dưới đây?

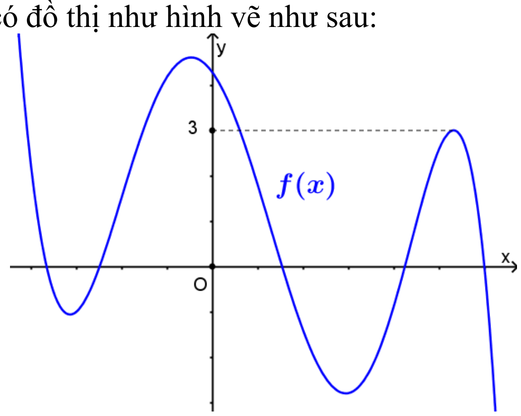
A. $y=2x^2+13x+18$.. **B.** $y=2x^2-19x+44$..

C. $y=2x^2+x+2$.. **D.** $y=2x^2-7x$.

Câu 31. Số điểm chung của đồ thị hàm số $y=x^4-7x^2-6$ và đồ thị hàm số $y=x^3-13x$ là

A. 4. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

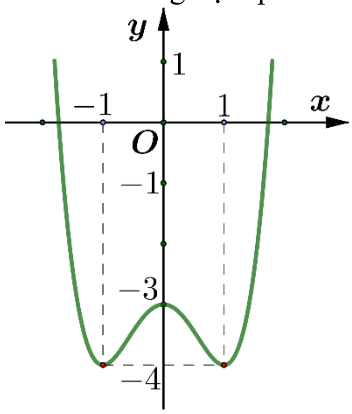
Câu 32. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ như sau:



Số nghiệm thực của phương trình $3f(x)-4=0$ là

A. 4. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 33. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình dưới đây. Tìm tất cả các gía trị thực của tham số m để phương trình $|f(x)| = m$ có hai nghiệm phân biệt?



A. $\left[\begin{array}{l} 0 < m < 3 \\ m > 4 \end{array}\right.$. **B.** $m > 4$. **C.** $\left[\begin{array}{l} m > -3 \\ m = -4 \end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l} m > 4 \\ m = 0 \end{array}\right.$.

Câu 34. Một người thợ thủ công làm mô hình đèn lồng bát diện đều, mỗi cạnh của bát diện đó được làm từ các que tre có độ dài 8cm. Hỏi người đó cần bao nhiêu mét que tre để làm 100 cái đèn (*giả sử mối nối giữa các que tre có độ dài không đáng kể*)?

A. 128m. **B.** 192m. **C.** 960m. **D.** 96m.

Câu 35. Có thể chia khối lập phương thành bao nhiêu khối tứ diện bằng nhau có các đỉnh là đỉnh của hình lập phương?

A. 2. **B.** Vô số. **C.** 4. **D.** 6.

Câu 36. Hình lăng trụ tam giác đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 5. **B.** 6. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 37. Cho khối chóp tam giác $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, tam giác ABC có độ dài 3 cạnh là $AB = 5a$; $BC = 8a$; $AC = 7a$, góc giữa SB và (ABC) là $\mathbf{45°}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $50\sqrt{3}a^3$. **B.** $\frac{50\sqrt{3}}{3}a^3$. **C.** $\frac{50}{3}a^3$. **D.** $\frac{50\sqrt{7}}{3}a^3$.

Câu 38. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, $SA = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$, tam giác SAC vuông tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với $(ABCD)$. Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \dfrac{\sqrt{6}a^3}{12}$. **B.** $V = \dfrac{\sqrt{6}a^3}{3}$. **C.** $V = \dfrac{\sqrt{6}a^3}{4}$. **D.** $V = \dfrac{\sqrt{2}a^3}{6}$.

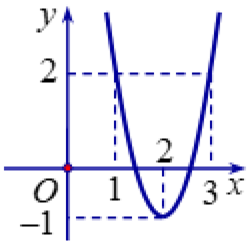
Câu 39. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu như hình vẽ

x	$-\infty$		-2		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	−	0	+	0	−	0	+	

Tìm khoảng đồng biến của hàm số $y = g(x) = 2f(1-x) - \dfrac{1}{5}x^5 + \dfrac{5}{4}x^4 - 3x^3$.

A. $(-\infty;0)$. **B.** $(2;3)$. **C.** $(0;2)$. **D.** $(3;+\infty)$.

Câu 40. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm là hàm số $f'(x)$ trên $\mathbb{R}$. Biết rằng hàm số $y = f'(x-2)+2$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào?



A. $(-\infty;2)$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $\left(\frac{3}{2};\frac{5}{2}\right)$. **D.** $(2;+\infty)$.

Câu 41. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=\frac{mx-1}{x-m}$ (m là tham số thực) đồng biến trên khoảng $(1;3)$.

A. $m\in -1;1$. **B.** $m\in -1;1$. **C.** $m\in -1;1$. **D.** $m\in -1;1$.

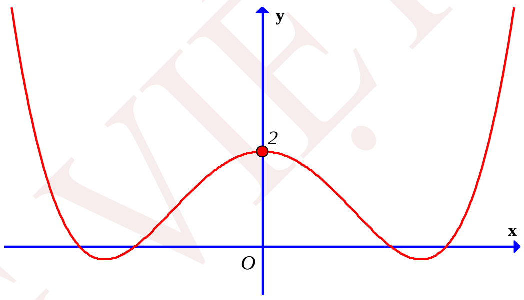
Câu 42. Tìm giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-mx^2+(m^2-4)x+3$ đạt cực đại tại $x=3$.

A. $m=-1$. **B.** $m=-7$. **C.** $m=5$. **D.** $m=1$.

Câu 43. Cho hình thang cân $ABCD$ có đáy nhỏ AB và hai cạnh bên đều có độ dài bằng 1. Tìm diện tích lớn nhất $S_{\max}$ của hình thang.

A. $S_{\max}=\frac{8\sqrt{2}}{9}$. **B.** $S_{\max}=\frac{4\sqrt{2}}{9}$. **C.** $S_{\max}=\frac{3\sqrt{3}}{2}$. **D.** $S_{\max}=\frac{3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 44. Cho hàm số $f(x)=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như hình vẽ. Hỏi đồ thị hàm số $g(x)=\frac{2018x}{f(x)(f(x)-1)}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

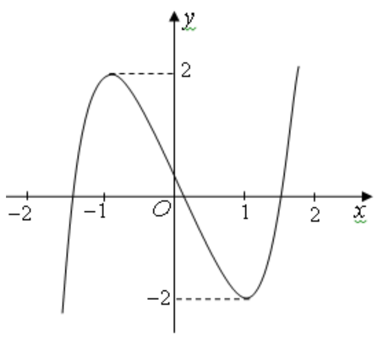


A. 2. **B.** 9. **C.** 4. **D.** 3.

Câu 45. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $(C): y=x^3-mx^2+2mx-m$ cắt đường thẳng $y=2-x$ tại ba điểm phân biệt có hoành độ dương.

A. $\left[\begin{array}{l} m<-1 \\ m>7 \end{array}\right.$. **B.** $m>7$. **C.** $-2<m<7$. **D.** $m>1$.

Câu 46. Cho hàm số $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ $(a\neq 0)$ có đồ thị như hình vẽ.



Phương trình $f(f(x))=0$ có bao nhiêu nghiệm thực?

A. 5. **B.** 9. **C.** 3. **D.** 7.

Câu 47. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB=3, AC=4, AD=6, \widehat{BAC}=60^o, \widehat{CAD}=90^o, \widehat{BAD}=120^o$. Thể tích của khối tứ diện $ABCD$ bằng

A. $\frac{27\sqrt{2}}{8}$. **B.** $\frac{9\sqrt{2}}{4}$. **C.** $6\sqrt{2}$. **D.** $6\sqrt{6}$.

Câu 48. Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$. Đường thẳng BC' tạo với mặt phẳng $(ACC'A')$ góc α thỏa mãn $\cot\alpha = 2$. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $\frac{4}{3}a^3\sqrt{11}$. **B.** $\frac{1}{9}a^3\sqrt{11}$. **C.** $\frac{1}{3}a^3\sqrt{11}$. **D.** $\frac{2}{3}a^3\sqrt{11}$.

Câu 49. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$		-2		-1		-2		$+\infty$

Hàm số $g(x) = 2f^3(x) + 4f^2(x) + 1$ có nhiều nhất bao nhiêu điểm cực tiểu?

A. 4 **B.** 9 **C.** 5 **D.** 7

Câu 50. Cho hàm số $y = f(x) = |x^4 - 4x^3 + 4x^2 + a|$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[0; 2]$. Số giá trị nguyên a thuộc đoạn $[-3; 3]$ sao cho $M \le 2m$ là

A. 3. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 7.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

HDG ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HKI
Môn: TOÁN - Lớp 12 - Chương trình chuẩn
Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Câu 1. Hàm số $y=-\dfrac{1}{x}$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;1)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $\mathbb{R}$. **D.** $\mathbb{R}\setminus\{0\}$.

Lời giải

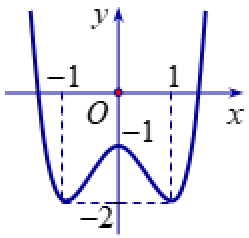
Chọn B

TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\{0\}$

$y'=\dfrac{1}{x^2}>0$ với mọi $x\in D$.

Vậy hàm số đồng biến trên $(-\infty;0)$ và $(0;+\infty)$. Suy ra hàm số đồng biến trên $(1;+\infty)$.

Câu 2. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(0;1)$. **B.** $(-\infty;1)$. **C.** $(-1;1)$. **D.** $(-1;0)$.

Lời giải

Chọn D

Quan sát đồ thị ta thấy đồ thị đi lên trong khoảng $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$.
Vậy hàm số đồng biến trên $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$.

Câu 3. Cho hàm số $y=f(x)$có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-5	$\nearrow$	3	$\searrow$	5	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(\mathbf{0};\mathbf{1})$. **B.** $(-\infty;-\mathbf{1})$. **C.** $(\mathbf{1};+\infty)$. **D.** $(-\mathbf{1};\mathbf{1})$.

Lời giải.

Chọn C

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;0)$và $(\mathbf{1};+\infty)$.

Câu 4. Hàm số nào dưới đây **không** có cực trị ?

A. $y=x^2-3x$. **B.** $y=\dfrac{3x+1}{2x-1}$. **C.** $y=x^3-3x+1$. **D.** $y=x^4+2x$.

Lời giải

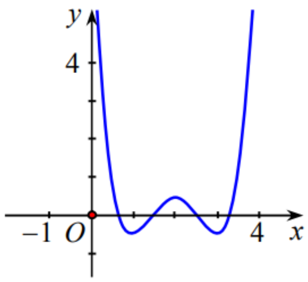
Chọn B

TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{1}{2}\right\}$.

Ta có: $y'=\dfrac{-5}{(2x-1)^2}<0$ với $\forall x\in\left(-\infty;\frac{1}{2}\right)\cup\left(\frac{1}{2};+\infty\right)$.

Vậy hàm số $y=\dfrac{3x+1}{2x-1}$ không có cực trị.

Câu 5. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình bên. Tìm số cực trị của hàm số $y=f(x)$.



A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

Từ đồ thị hàm số ta thấy hàm số có ba điểm cực trị trong đó có hai điểm cực tiểu và một điểm cực đại.

Câu 6. Cho hàm số $f(x)$có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số đã cho đạt cực đại tại

A. $x=-2$. **B.** $x=-1$. **C.** $x=0$. **D.** $x=3$.

Lời giải

Chọn C

Câu 7. Cho hàm số $y=x^3+3x^2-9x+1$. GTLN là M và GTNN là m của hàm số trên đoạn $[0;4]$ là

A. $M=28;m=-4$. **B.** $M=77;m=1$. **C.** $M=77;m=-4$. **D.** $M=28;m=1$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $y'=3x^2+6x-9$; $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-3\ (L)\end{array}\right.$. Khi đó $y(0)=1$, $y(1)=-4$, $y(4)=77$.

Vậy: $M=77$; $m=-4$.

Câu 8. Cho hàm số có bảng biến thiên như hình dưới đây. Khẳng định nào sau đây là đúng?

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	0	$\searrow$	$-\frac{1}{6}$	$\nearrow$	$+\infty$

A. Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên tập số thực bằng $-\dfrac{1}{6}$.

B. Giá trị cực đại của hàm số bằng 0.

C. Giá trị lớn nhất của hàm số trên tập số thực bằng 0.

D. Giá trị cực tiểu của hàm số bằng 0.

B4.X.T0Lời giải

Chọn B

Từ bảng biên thiên ta nhận thấy đạo hàm của hàm số đổi dấu từ dương sang âm qua nghiệm 0 nên hàm số đạt cực đại tại 0 và giá trị cực đại của hàm số bằng 0.

Câu 9. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{1-x}$ là

A. $x = 1$. **B.** $y = -1$. **C.** $x = 2$. **D.** $y = -2$.

Lời giải

Chọn A

TXĐ: $D = \mathbb{R}\backslash\{1\}$

$\lim\limits_{x\to 1^+} y = +\infty$ và $\lim\limits_{x\to 1^-} y = -\infty$

Do vậy, $x = 1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Câu 10. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên dưới đây:

x	$-\infty$		-2		0		1		$+\infty$
y'		$-$	||	$-$	0	$+$	||	$-$	
y	$1 \searrow$	$-\infty$	|| 2	$\searrow$	-4	$\nearrow$	3	$\searrow$	0

Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là

A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

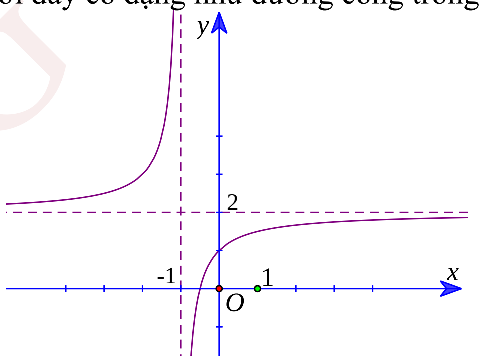
Ta có:

+) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -1$ và $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 0 \Rightarrow$ đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận ngang là $y = -1$ và $y = 0$.

+) $\lim\limits_{x\to-2^-} f(x) = -\infty \Rightarrow$ đồ thị hàm số có 1 đường tiệm cận đứng là $x = -2$.

Vậy, đồ thị hàm số có 3 đường tiệm cận.

Câu 11. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình dưới đây?



A. $y = \frac{x+2}{x+1}$. **B.** $y = \frac{2x+1}{x+1}$. **C.** $y = \frac{x-1}{x+1}$. **D.** $y = \frac{x+3}{1-x}$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị ta có đường tiệm cận đứng $x = -1$ và đường tiệm cận ngang $y = 2$.

Câu 12. Cho một hình đa diện. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai**?

A. Mỗi mặt có ít nhất ba cạnh.

B. Mỗi đỉnh là đỉnh chung của ít nhất ba cạnh.

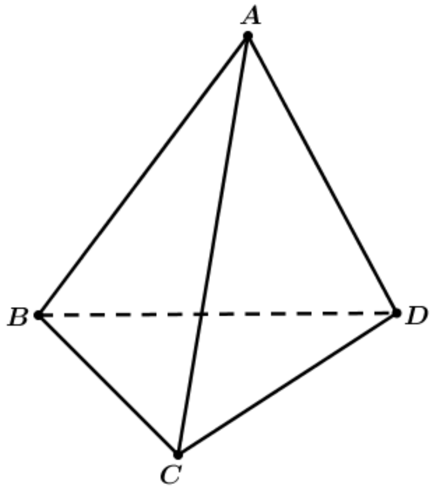
C. Mỗi cạnh là cạnh chung của ít nhất ba mặt.

D. Mỗi đỉnh là đỉnh chung của ít nhất ba mặt.

Lời giải

Chọn C

Xét tứ diện $ABCD$.

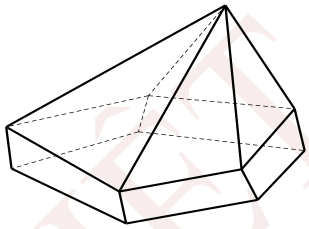


Cạnh AB là cạnh chung của hai mặt phẳng (ABC) và (ABD).

Vậy, khẳng định C sai.

Khẳng định đúng: Mỗi cạnh là cạnh chung của đúng hai mặt.

Câu 13. Hình đa diện trong hình vẽ bên dưới có bao nhiêu mặt ?



A. 11. **B.** 6. **C.** 12. **D.** 10.

Lời giải

Chọn A

Số mặt của hình đa diện là 11.

Câu 14. Có bao nhiêu loại khối đa diện đều?

A. Vô số. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 5.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào định lý khối đa diện đều.

Câu 15. Tổng số cạnh và số đỉnh của hình bát diện đều bằng bao nhiêu?

A. 18. **B.** 14. **C.** 12. **D.** 20.

Lời giải

Chọn A

Hình bát diênh đều thuộc loại $\{3;4\}$ có 12 cạnh và 6 đỉnh.

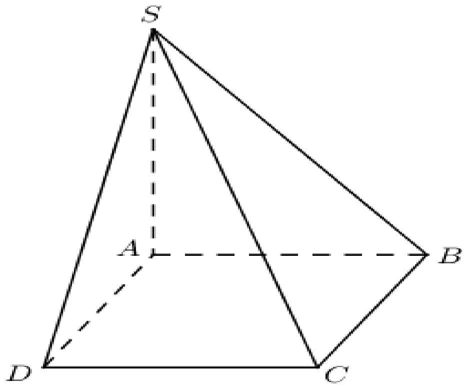
Vậy, tổng số cạnh và số đỉnh của hình bát diện đều bằng: $12+6=18$.

Câu 16. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=a\sqrt{2}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V=\frac{\sqrt{2}a^3}{6}$. **B.** $V=\frac{\sqrt{2}a^3}{3}$. **C.** $V=\sqrt{2}a^3$. **D.** $V=\frac{\sqrt{2}a^3}{4}$.

Lời giải

Chọn B



Ta có $V = \frac{1}{3}SA.S_{ABCD} = \frac{1}{3}a\sqrt{2}.a^2 = \frac{\sqrt{2}a^3}{3}$.

Câu 17. Cho khối chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng 2 và chiều cao $h = 12$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $12\sqrt{3}$. **B.** $6\sqrt{3}$. **C.** $4\sqrt{3}$. **D.** $24\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có thể tích của khối chóp tam giác đều bằng: $\frac{1}{3}.\frac{2^2\sqrt{3}}{4}.12 = 4\sqrt{3}$.

Câu 18. (THPTQG 2019-MĐ102-Câu 12.) Thể tích của khối lăng trụ có diện tích đáy B và chiều cao h là

A. $3Bh$. **B.** Bh. **C.** $\frac{4}{3}Bh$. **D.** $\frac{1}{3}Bh$.

Lời giải

Chọn B

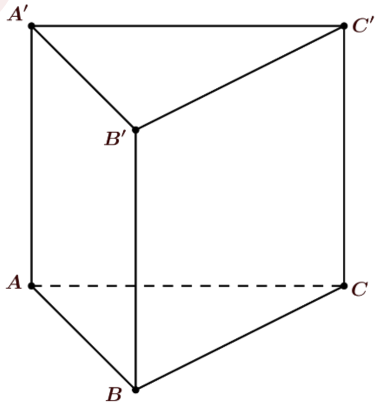
Ta có công thức tính thể tích lăng trụ có diện tích đáy B và chiều cao h là $V = Bh$.

Câu 19. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh $2a$ và $AA' = a\sqrt{3}$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\sqrt{3}a^3$. **B.** $3a^3$. **C.** $\frac{3a^3}{4}$. **D.** $6a^3$.

Lời giải

Chọn B



Ta có: $V = S_{ABC}.AA' = \frac{(2a)^2\sqrt{3}}{4}.a\sqrt{3} = 3a.$.

Câu 20. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên tập $\mathbb{R}$ và có đạo hàm là $f'(x)=(x-1)(2x-1)^2(3-x)$. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(2;3)$. **B.** $(0;3)$. **C.** $(-\infty;1)$. **D.** $(3;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $f'(x)=0 \Leftrightarrow (x-1)(2x-1)^2(3-x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\frac{1}{2} \\ x=1 \\ x=3 \end{array}\right.$. Suy ra bảng xét dấu $f'(x)$

x	$-\infty$		$\frac{1}{2}$		1		3		$+\infty$
$x-1$		$-$	|	$-$	0	$+$	|	$+$	
$(2x-1)^2$		$+$	0	$+$	|	$+$	|	$+$	
$3-x$		$+$	|	$+$	|	$+$	0	$-$	
$f'(x)$		$-$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Căn cứ vào bảng xét dấu $f'(x)$ ta thấy hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(1;3)$ mà $(2;3)\subset(1;3)$ nên chọn#

Câu 21. Tất cả các giá trị của tham số m sao cho hàm số $y=x^3-3x^2+mx+1$ luôn đồng biến trên tập xác định là

A. $m>3$. **B.** $m<3$. **C.** $m\le 3$. **D.** $m\ge 3$.

Lời giải

Chọn D

Hàm số $y=x^3-3x^2+mx+1$ có tập xác định $D=\mathbb{R}$.

Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $y'=3x^2-6x+m\ge 0$ với mọi $x\in\mathbb{R}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} a=3>0 \\ \Delta'=9-3m\le 0 \end{cases} \Leftrightarrow m\ge 3$.

Câu 22. Cho hàm số $f(x)$ có $f'(x)=x(x^2-1)(x-1)^2$ số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

A. 2. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

Ta có $f'(x)=x(x^2-1)(x-1)^2=x(x-1)(x+1)(x-1)^2=x(x-1)^3(x+1)$

$f'(x)=0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=0 \\ x=1 \end{array}\right.$ là ba nghiệm bội lẻ nên $f'(x)$ đổi dấu khi x đi qua nghiệm.

Lập bảng xét dấu của $f'(x) \Rightarrow$ hàm số đạt cực tiểu tại $x=-1$ và $x=1$.

Câu 23. Đồ thị hàm số $y=x^3-(3m+1)x^2+(m^2+3m+2)x+3$ có điểm cực đại và điểm cực tiểu nằm về hai phía của trục tung khi

A. $1<m<2$. **B.** $-2<m<-1$. **C.** $2<m<3$. **D.** $-3<m<-2$.

Lời giải

Chọn B

$y' = 3x^2 - 2(3m+1)x + m^2 + 3m + 2$

Đồ thị hàm số có điểm cực đại và điểm cực tiểu nằm về 2 phía đối với trục tung khi và chỉ khi y' có 2 nghiệm trái dấu $\Leftrightarrow 3(m^2+3m+2) < 0 \Leftrightarrow -2 < m < -1$.

Câu 24. Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$. Biết rằng đồ thị hàm số có hai điểm cực trị là $A(0;2)$ và $B(2;-14)$. Giá trị của $f(1)$ bằng

A. -3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** -5.

Lời giải

Chọn D

$y = ax^4 + bx^2 + c$.

$y' = 4ax^3 + 2bx$.

Hàm số đạt cực trị tại $x = 2 \Rightarrow y'(2) = 0 \Leftrightarrow 0 = 32a + 4b$.

Đồ thị hàm số đi qua điểm

□ $A(0;2) \Rightarrow c = 2$,

□ $B(2;-14) \Rightarrow -14 = 16a + 4b + c$.

Từ đó suy ra: $\begin{cases} a = 1 \\ b = -8 \\ c = 2 \end{cases} \Rightarrow y = x^4 - 8x^2 + 2$.

Vậy $f(1) = 1 - 8 + 2 = -5$.

Câu 25. Với giá trị nào của x thì hàm số $y = x^2 + \frac{1}{x}$ đạt giá trị nhỏ nhất trên khoảng $(0;+\infty)$?

A. $\frac{3}{\sqrt[3]{4}}$. **B.** $\frac{1}{\sqrt{2}}$. **C.** 1. **D.** $\frac{1}{\sqrt[3]{2}}$.

Lời giải

Chọn D

TXD: $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

$y' = 2x - \frac{1}{x^2}$, $y' = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{\sqrt[3]{2}}$.

x	$-\infty$		0		$\frac{1}{\sqrt[3]{2}}$		$+\infty$
y'		$-$	‖	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	$-\infty$ ‖ $+\infty$	$\searrow$	$\sqrt[3]{2} + \frac{1}{\sqrt[3]{4}}$	$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào BBT thì $x = \frac{1}{\sqrt[3]{2}}$ hàm số đạt giá trị nhỏ nhất trên $(0;+\infty)$.

Câu 26. Cho hàm số $y = x^3 + (m^2+1)x + m^2 - 2$. Tìm số thực dương m để hàm số có giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[0;2]$ bằng 2.

A. $m = 2$. **B.** $m = 4$. **C.** $m = 1$. **D.** $m = 0$.

Lời giải

Chọn A

Tập xác định $D=R$.

Ta có $y'=3x^2+m^2+1>0$ với $\forall m\in R$ $\Rightarrow$ hàm số đồng biến trên đoạn $[0;2]$.

Do đó $\min\limits_{[0;2]} y=y(0)=m^2-2=2\Rightarrow m^2=4\Rightarrow m=\pm 2$

Vì $m>0$ nên chọn $m=2$.

Câu 27. Đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{16-x^2}}{x^2-16}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định: $\begin{cases}16-x^2\ge 0\\ x^2-16\ne 0\end{cases}\Leftrightarrow -4<x<4$ $\Rightarrow$ Hàm số không có tiệm cận ngang.

$\lim\limits_{x\to -4^+}\dfrac{\sqrt{16-x^2}}{x^2-16}=-\infty$; $\lim\limits_{x\to 4^-}\dfrac{\sqrt{16-x^2}}{x^2-16}=-\infty$

$\Rightarrow$ Hàm số có hai tiệm cận đứng $x=-4$ và $x=4$.

Câu 28. Cho hàm số $y=f(x)=\dfrac{x+1}{x^2-2mx+4}$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị có ba đường tiệm cận.

A. $m>2$ **B.** $\begin{cases}m<-2\\ m\ne -\dfrac{5}{2}\end{cases}$ **C.** $\begin{cases}\left[\begin{array}{l}m>2\\ m<-2\end{array}\right.\\ m\ne -\dfrac{5}{2}\end{cases}$ **D.** $\left[\begin{array}{l}m<-2\\ m>2\end{array}\right.$

Lời giải

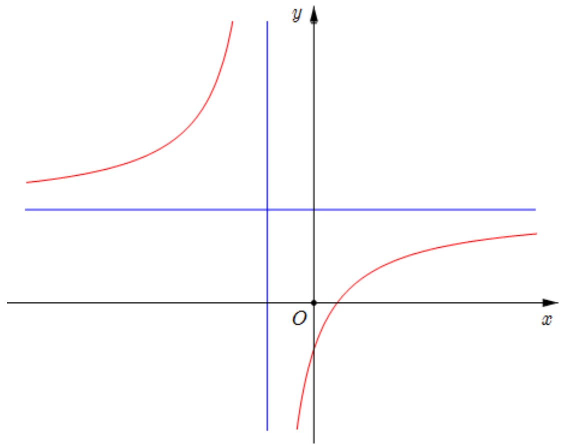
Chọn C

Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{x+1}{x^2-2mx+4}=0$. suy ra đường thẳng $y=0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Để đồ thị hàm số đã cho có ba đường tiệm cận thì phương trình $x^2-2mx+4=0$ có hai nghiệm phân biệt và khác -1

$$\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta'>0\\ (-1)^2-2m(-1)+4\ne 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m^2-4>0\\ 2m+5\ne 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}m>2\\ m<-2\end{array}\right.\\ m\ne -\dfrac{5}{2}\end{cases}.$$

Câu 29. Hình vẽ bên là đồ thị của hàm số $y=\frac{ax+b}{cx+d}$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?



A. $bd<0$, $ab>0$. **B.** $ad<0$, $ab<0$. **C.** $bd>0$, $ad>0$. **D.** $ad>0$, $ab<0$.

Lời giải

Chọn D

Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = -\frac{d}{c} < 0 \Rightarrow \frac{d}{c} > 0$.

Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y = \frac{a}{c} > 0$.

Do đó $\frac{d}{c} \cdot \frac{a}{c} > 0 \Rightarrow \frac{ad}{c^2} > 0 \Rightarrow ad > 0$.

Với $y = 0 \Rightarrow x = -\frac{b}{a}$, khi đó từ hình vẽ ta được $-\frac{b}{a} > 0 \Rightarrow ab < 0$.

Với $x = 0 \Rightarrow y = \frac{b}{d}$, khi đó từ hình vẽ ta được $\frac{b}{d} < 0 \Rightarrow bd < 0$.

Câu 30. Cho parabol P có phương trình $y = 2x^2 - 3x - 1$ .Tịnh tiến parabol P theo vectơ $\vec{v} = -1;4$ thu được đồ thị hàm số nào dưới đây?

A. $y = 2x^2 + 13x + 18$. . **B.** $y = 2x^2 - 19x + 44$. .

C. $y = 2x^2 + x + 2$. . **D.** $y = 2x^2 - 7x$.

Lời giải

Chọn C

Xét điểm $M\ x;y \in P$, gọi $M'\ x';y'$ là ảnh của M qua phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v}$.

Ta có $\begin{cases} x' = x - 1 \\ y' = y + 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = x' + 1 \\ y = y' - 4 \end{cases} \Rightarrow M\ x'+1; y'-4$.

Vì $M \in P$ nên $y' - 4 = 2\ x'+1\ ^2 - 3\ x'+1\ - 1 \Leftrightarrow y' = 2x'^2 + x' + 2$.

Vậy, điểm ảnh M' thuộc parabol P có phương trình $y = 2x^2 + x + 2$.

Câu 31. Số điểm chung của đồ thị hàm số $y = x^4 - 7x^2 - 6$ và đồ thị hàm số $y = x^3 - 13x$ là

A. 4. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

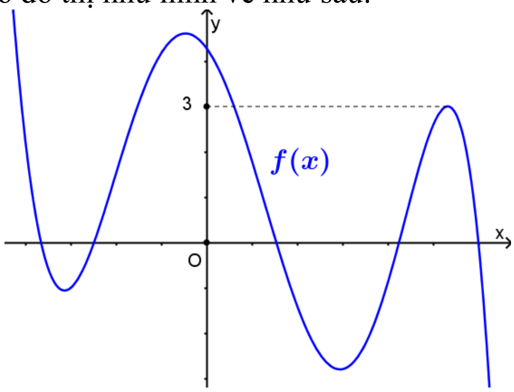
Ta có số điểm chung của hai đồ thị bằng số nghiệm của phương trình sau:

$x^4 - 7x^2 - 6 = x^3 - 13x \qquad (1)$

$$\Leftrightarrow (x-1)^2\left(x^2 + x - 6\right) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = 2 \\ x = -3 \end{array}\right.$$

Suy ra phương trình (1) có 3 nghiệm. Vậy số điểm chung của hai đồ thị là 3.

Câu 32. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ như sau:

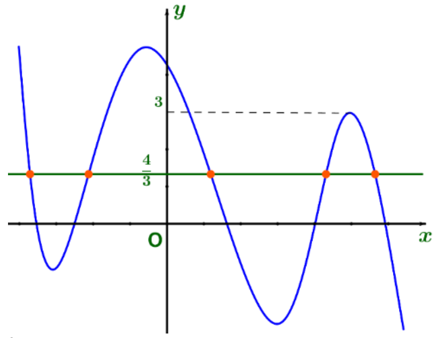


Số nghiệm thực của phương trình $3f(x) - 4 = 0$ là

A. 4. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

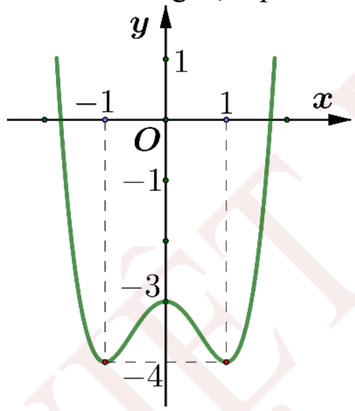


• Ta có: $3f(x)-4=0 \Leftrightarrow f(x)=\frac{4}{3}$.

• Dựa vào đồ thị: số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và $y=\frac{4}{3}$ là 5 giao điểm.

• Suy ra phương trình $3f(x)-4=0$ có 5 nghiệm phân biệt.

Câu 33. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình dưới đây. Tìm tất cả các gía trị thực của tham số m để phương trình $|f(x)|=m$ có hai nghiệm phân biệt?



A. $\left[\begin{array}{l}0<m<3\\ m>4\end{array}\right.$. **B.** $m>4$. **C.** $\left[\begin{array}{l}m>-3\\ m=-4\end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l}m>4\\ m=0\end{array}\right.$.

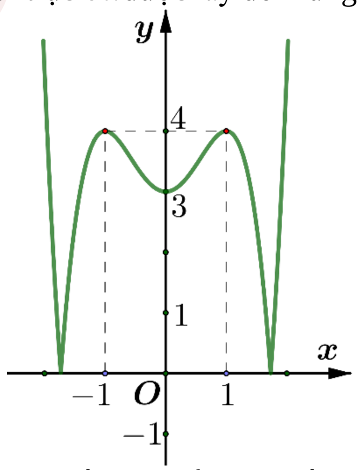
Lời giải

Chọn D

Từ đồ thị hàm số $y=f(x)$ ta suy ra đồ thị hàm số $y=|f(x)|$ như sau:

- Giữ nguyên phần đồ thị hàm số $y=f(x)$ phía trên trục Ox

- Phần đồ thị hàm số $y=f(x)$ bên dưới trục Oxđược lấy đối xứng qua trục Ox.



Số nghiệm của phương trình $|f(x)|=m$ là số giao điểm của đồ thị $y=|f(x)|$ và đường thẳng$y=m$.

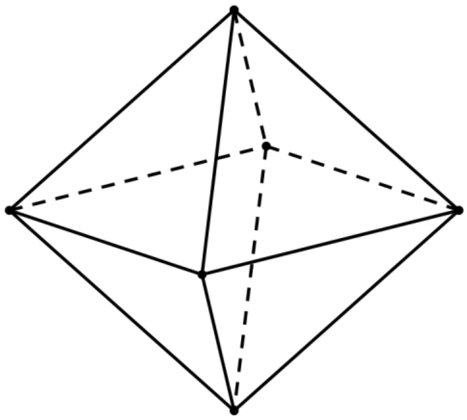
Từ đồ thị ta thấy phương trình có đúng hai nghiệm phân biệt khi $\left[\begin{array}{l}m>4\\ m=0\end{array}\right.$.

Câu 34. Một người thợ thủ công làm mô hình đèn lồng bát diện đều, mỗi cạnh của bát diện đó được làm từ các que tre có độ dài $8\,\text{cm}$. Hỏi người đó cần bao nhiêu mét que tre để làm 100 cái đèn (*giả sử mối nối giữa các que tre có độ dài không đáng kể*)?

A. $128\,\text{m}$. **B.** $192\,\text{m}$. **C.** $960\,\text{m}$. **D.** $96\,\text{m}$.

Lời giải

Chọn D



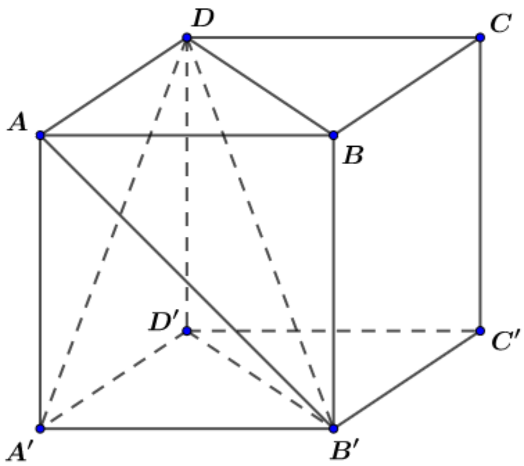
Ta có số cạnh của đèn lồng bát diện đều là 12 suy ra độ dài que tre để làm 1 đền lồng là $12.8=96\,\text{cm}$. Số mét que để làm 100 cái đèn lồng là $96.100=9600\,\text{cm}=96\,\text{m}$.

Câu 35. Có thể chia khối lập phương thành bao nhiêu khối tứ diện bằng nhau có các đỉnh là đỉnh của hình lập phương?

A. 2. **B.** Vô số. **C.** 4. **D.** 6.

Lời giải

Chọn D



+ Chia khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ thành hai khối lăng trụ bằng nhau $ABD.A'B'D'$ và $BCD.B'C'D'$
+ Xét khối lăng trụ $ABD.A'B'D'$ và nối các đường như hình vẽ trên.
-Ta thấy hai khối tứ diện $D'A'B'D$ và $AA'B'D$ bằng nhau vì chúng đối xứng với nhau qua mặt phẳng $(A'B'D)$.
-Hai khối tứ diện $BAB'D$ và $A'AB'D$ bằng nhau vì chúng đối xứng với nhau qua mặt phẳng $(AB'D)$.Như vậy khối lăng trụ $ABD.A'B'D'$ được chia thành 3 khối tứ diện $D'A'B'D$, $AA'B'D$ và $BAB'D$ bằng nhau.
+ Làm tương tự như vậy với khối lăng trụ $BCD.B'C'D'$ ta cũng chia được 3 khối tứ diện bằng nhau.
+ Vậy ta có thể chia khối lập phương thành 6 khối tứ diện bằng nhau.

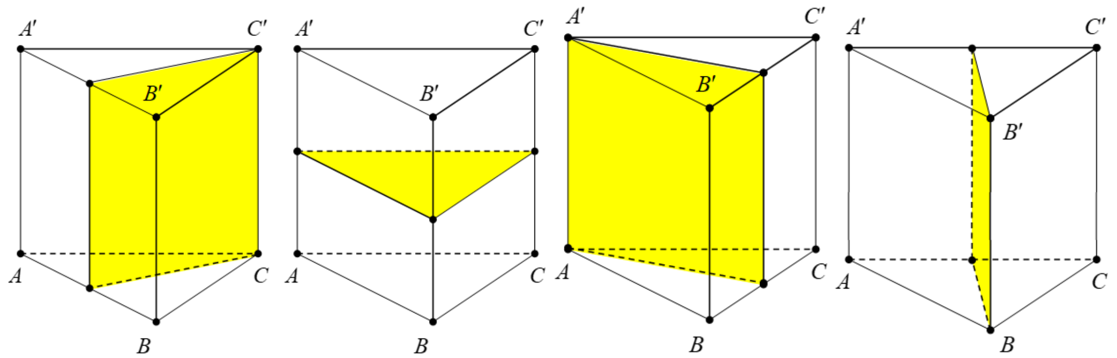
Câu 36. Hình lăng trụ tam giác đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 5. **B.** 6. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn D

Hình lăng trụ tam giác đều có 4 mặt phẳng đối xứng được mô tả như sau:

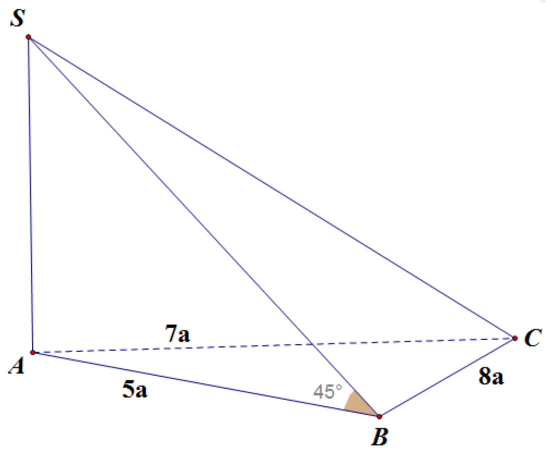


Câu 37. Cho khối chóp tam giác $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, tam giác ABC có độ dài 3 cạnh là $AB = 5a$; $BC = 8a$; $AC = 7a$, góc giữa SB và (ABC) là $\mathbf{45°}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $50\sqrt{3}a^3$. **B.** $\frac{50\sqrt{3}}{3}a^3$. **C.** $\frac{50}{3}a^3$. **D.** $\frac{50\sqrt{7}}{3}a^3$.

Lời giải

Chọn B



Ta có nửa chu vi ΔABC là $p = \frac{AB+AC+BC}{2} = 10a$.

Diện tích ΔABC là $S_{\Delta ABC} = \sqrt{10a.5a.3a.2a} = 10\sqrt{3}a^2$.

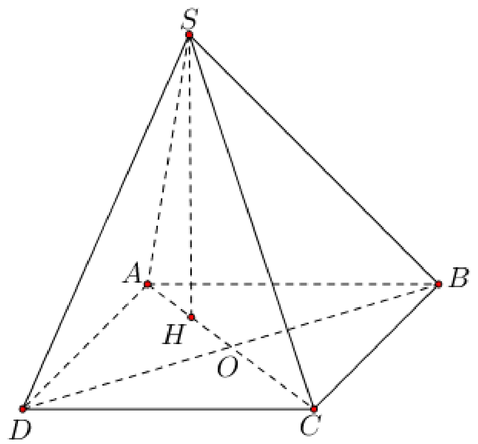
$SA \perp (ABC)$ nên ΔSAB vuông, cân tại A nên $SA = AB = 5$.

Thể tích khối chóp $S.ABC$ là $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}SA.S_{\Delta ABC} = \frac{1}{3}5a.10\sqrt{3}a^2 = \frac{50\sqrt{3}}{3}a^3$.

Câu 38. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, $SA = \frac{a\sqrt{2}}{2}$, tam giác SAC vuông tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với $(ABCD)$. Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{\sqrt{6}a^3}{12}$. **B.** $V = \frac{\sqrt{6}a^3}{3}$. **C.** $V = \frac{\sqrt{6}a^3}{4}$. **D.** $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{6}$.

Lời giải



Chọn A

Gọi H là hình chiếu vuông góc của S lên AC.

Ta có $SO = \frac{1}{2}AC = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ suy ra ΔSAO là tam giác đều.

$\Rightarrow SH = \frac{a\sqrt{6}}{4}$.

Vậy $V = \frac{1}{3}.\frac{a\sqrt{6}}{4}.a^2 = \frac{a^3\sqrt{6}}{12}$.

Câu 39. Cho hàm số $y = f\left(x\right)$ có bảng xét dấu như hình vẽ

x	$-\infty$		-2		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	−	0	+	0	−	0	+	

Tìm khoảng đồng biến của hàm số $y = g(x) = 2f(1-x) - \frac{1}{5}x^5 + \frac{5}{4}x^4 - 3x^3$.

A. $\left(-\infty;0\right)$. **B.** $\left(2;3\right)$. **C.** $\left(0;2\right)$. **D.** $\left(3;+\infty\right)$.

Lời giải

Chọn B

Coi $f'\left(x\right) = \left(x+2\right)\left(x+1\right)x\left(x-1\right)$ có bảng xét dấu như trên.

$g'(x) = -2f'(1-x) - x^4 + 5x^3 - 6x^2$

Ta đi xét dấu $g'(x) = P + Q$. Với:

$P = -2f'\left(1-x\right) = -2\left(3-x\right)\left(2-x\right)\left(1-x\right)\left(-x\right) = 2x\left(3-x\right)\left(2-x\right)\left(1-x\right)$

Bảng xét dấu của P

x	$-\infty$		0		1		2		3		$+\infty$
P		−	0	+	0	−	0	+	0	−	

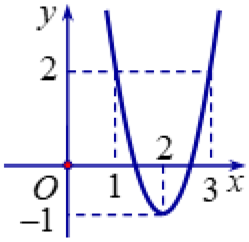
$Q = -x^4 + 5x^3 - 6x^2 = -x^2\left(x-2\right)\left(x-3\right)$

Bảng xét dấu của Q

x	$-\infty$		0		2		3		$+\infty$
Q		−	0	−	0	+	0	−	

Từ hai BXD của P,Q. Ta có $P>0,Q>0$ với $\forall x\in(2;3)$ nên $g'(x)=P+Q>0$ với $\forall x\in(2;3)$.

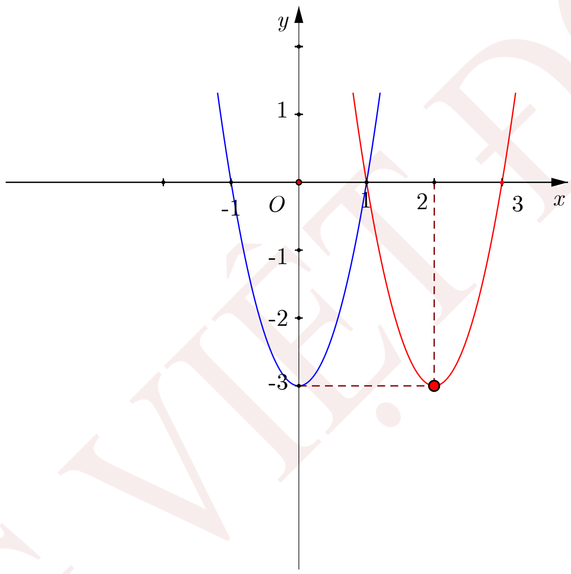
Câu 40. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm là hàm số $f'(x)$ trên $\mathbb{R}$. Biết rằng hàm số $y=f'(x-2)+2$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào?



A. $(-\infty;2)$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $\left(\frac{3}{2};\frac{5}{2}\right)$. **D.** $(2;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B



Từ đồ thị hàm số $y=f'(x-2)+2$ ta suy ra đồ thị hàm số $y=f'(x-2)$ (đường màu đỏ) bằng cách tịnh tiến xuống dưới 2 đơn vị.

Suy ra đồ thị hàm số $y=f'(x)$ (đường màu xanh) bằng cách tịnh tiến đồ thị hàm số $y=f'(x-2)$ sang trái 2 đơn vị.

Do đó hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

Câu 41. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=\frac{mx-1}{x-m}$ (m là tham số thực) đồng biến trên khoảng $(1;3)$.

A. $m\in -1;1$. **B.** $m\in -1;1$. **C.** $m\in -1;1$. **D.** $m\in -1;1$.

Lời giải

Chọn D

TXĐ : $D=\mathbb{R}\setminus\{m\}$.

Ta có $y'=\frac{-m^2+1}{(x-m)^2}$.

Hàm số đồng biến trên khoảng $(1;3)$ khi và chỉ khi

$y'>0,\forall x\in(1;3)\Leftrightarrow\begin{cases}-m^2+1>0\\ x-m\neq 0,x\in(1;3)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-m^2+1>0\\ m\notin(1;3)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-m^2+1>0\\ \left[\begin{array}{l}m\le 1\\ m\ge 3\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-1<m<1\\ \left[\begin{array}{l}m\le 1\\ m\ge 3\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow -1<m<1.$

Câu 42. Tìm giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-mx^2+\left(m^2-4\right)x+3$ đạt cực đại tại $x=3$.

A. $m=-1$. **B.** $m=-7$. **C.** $m=5$. **D.** $m=1$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y'=x^2-2mx+\left(m^2-4\right)$; $y''=2x-2m$.

Hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-mx^2+\left(m^2-4\right)x+3$ đạt cực đại tại $x=3$ khi và chỉ khi: $\begin{cases}y'(3)=0\\ y''(3)<0\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}9-6m+m^2-4=0\\ 6-2m<0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m^2-6m+5=0\\ m>3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}m=1(L)\\ m=5(TM)\end{array}\right.\\ m>3\end{cases}.$

Vậy $m=5$ là giá trị cần tìm.

Câu 43. Cho hình thang cân $ABCD$ có đáy nhỏ AB và hai cạnh bên đều có độ dài bằng 1. Tìm diện tích lớn nhất $S_{\max}$ của hình thang.

A. $S_{\max}=\frac{8\sqrt{2}}{9}$. **B.** $S_{\max}=\frac{4\sqrt{2}}{9}$. **C.** $S_{\max}=\frac{3\sqrt{3}}{2}$. **D.** $S_{\max}=\frac{3\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải

Chọn D

Gọi H,K lần lượt là hình chiếu của A,B trên cạnh CD.

Đặt $\widehat{ADC}=\alpha\Rightarrow DH=\sin\alpha, DH=\cos\alpha$

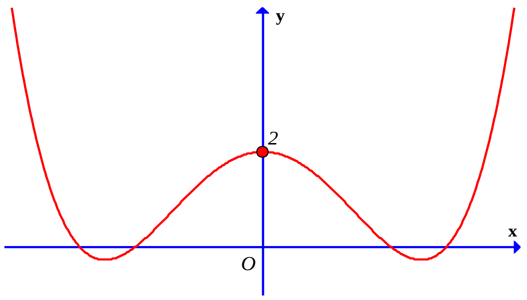
$$S_{ABCD}=\frac{1}{2}AH.(AB+CD)=\frac{1}{2}\sin\alpha\,(2+2\cos\alpha)=f(\alpha)$$

$x\,f'(\alpha)=\cos\alpha+2\cos^2\alpha-1=0\Leftrightarrow\alpha=\frac{\pi}{3}$

x	0		0		$\frac{\pi}{2}$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$		↗		↘	

Vậy $S_{\max}=\frac{3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 44. Cho hàm số $f(x)=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như hình vẽ. Hỏi đồ thị hàm số $g(x)=\frac{2018x}{f(x)(f(x)-1)}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?



A. 2. **B.** 9. **C.** 4. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Ta có $g(x)$ là hàm phân thức hữu tỷ với bậc của tử nhỏ hơn bậc cảu mẫu nên $\lim\limits_{x\to\pm\infty} g(x) = 0$, do đó đồ thị hàm số $g(x)$ có đúng một tiệm cận ngang.

Mỗi phương trình $f(x) = 0$ và $f(x) = 1$ đều có 4 nghiệm phân biệt khác 0 nên đồ thị hàm số $g(x)$ có đúng 8 tiệm cận đứng.

Vậy đồ thị hàm số $g(x)$ có 9 đường tiệm cận.

Câu 45. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số (C): $y = x^3 - mx^2 + 2mx - m$ cắt đường thẳng $y = 2 - x$ tại ba điểm phân biệt có hoành độ dương.

A. $\left[\begin{array}{l} m < -1 \\ m > 7 \end{array}\right.$. **B.** $m > 7$. **C.** $-2 < m < 7$. **D.** $m > 1$.

Lời giải

Chọn B

Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và đường thẳng $y = 2 - x$ là

$$x^3 - mx^2 + 2mx - m = 2 - x \Leftrightarrow x^3 - mx^2 + (2m+1)x - m - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-1)[x^2 + (1-m)x + m + 2] = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x^2 + (1-m)x + m + 2 = 0 (*) \end{array}\right..$$

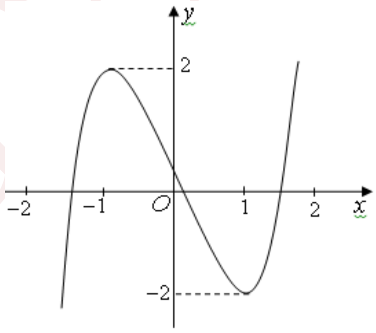
Để (C) cắt đường thẳng $y = 2 - x$ tại ba điểm phân biệt có hoành độ dương thì phương trình $(*)$ phải có hai nghiệm phân biệt dương khác 1. Khi đó

$$\begin{cases} \Delta > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \\ 1^2 + (1-m).1 + m + 2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m-1)^2 - 4(m+2) > 0 \\ m - 1 > 0 \\ m + 2 > 0 \\ 4 \neq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 6m - 7 > 0 \\ m > 1 \\ m > -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} m > 7 \\ m < -1 \end{array}\right. \\ m > 1 \end{cases} \Leftrightarrow m > 7.$$

Vậy với $m > 7$ thì (C) cắt đường thẳng $y = 2 - x$ tại ba điểm phân biệt có hoành độ dương.

Câu 46. Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d \ (a \neq 0)$ có đồ thị như hình vẽ.



Phương trình $f(f(x)) = 0$ có bao nhiêu nghiệm thực?

A. 5. **B.** 9. **C.** 3. **D.** 7.

Lời giải

Chọn B

Từ đồ thị hàm số đã cho trong hình vẽ ta có phương trình $f(x) = 0$ có ba nghiệm phân biệt x_1, x_2 và x_3 thuộc khoảng $(-2;2)$ hay $f(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = x_1 \\ x = x_2 \\ x = x_3 \end{array}\right.$ với x_1, x_2 và x_3 thuộc khoảng $(-2;2)$.

Đặt $t=f\left(x\right)$ ta có $f\left(t\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=t_1\\t=t_2\\t=t_3\end{array}\right.$ hay $\left[\begin{array}{l}f\left(x\right)=t_1\\f\left(x\right)=t_2\\f\left(x\right)=t_3\end{array}\right.$ với t_1, t_2 và t_3 thuộc khoảng $\left(-2;2\right)$

Dựa vào đồ thị ta thấy ba đường thẳng phân biệt $y=t_1$, $y=t_2$ và $y=t_3$ mỗi đường thẳng luôn cắt đồ thị hàm số tại ba điểm.

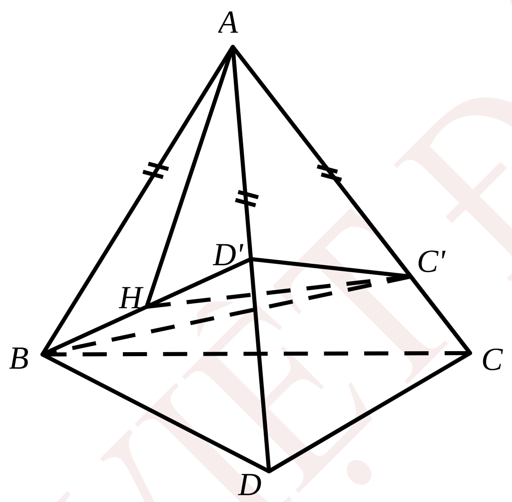
Vậy phương trình $f\left(f\left(x\right)\right)=0$ có 9 nghiệm.

Câu 47. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB=3, AC=4, AD=6$, $\widehat{BAC}=60^o$, $\widehat{CAD}=90^o$, $\widehat{BAD}=120^o$. Thể tích của khối tứ diện $ABCD$ bằng

A. $\frac{27\sqrt{2}}{8}$. **B.** $\frac{9\sqrt{2}}{4}$. **C.** $6\sqrt{2}$. **D.** $6\sqrt{6}$.

Lời giải

Chọn C



Lấy các điểm C', D' lần lượt trên cạnh và AC, AD sao cho $AB=AC'=AD'=3$.

Áp dụng định lí Côsin ta có:

$BD'^2=AB^2+AD'^2-2AB.AD'\cos\widehat{BAD}=9+9-2.9.\left(-\frac{1}{2}\right)=9.3=27\Leftrightarrow BD'=3\sqrt{3}$.

Tam giác BAC' là tam giác đều nên $BC'=3$, tam giác $D'AC'$ vuông tại A nên $C'D'=3\sqrt{2}$.

Xét tam giác $BD'C'$ có $BD'^2=BC'^2+C'D'^2$, nên tam giác vuông tại C'.

Gọi Hlà hình chiếu vuông góc của A trên $(BD'C')$, vì $AB=AC'=AD'$ nên $HB=HC'=HD'$. Mặt khác, tam giác $BD'C'$ vuông tại C' nên Hlà trung điểm của BD'.

Ta có, $AH=\sqrt{AB^2-\frac{BD'^2}{4}}=\sqrt{9-\frac{27}{4}}=\frac{3}{2}$.

Thể tích khối tứ diện $ABC'D'$ bằng

$$V_{ABC'D'}=\frac{1}{3}AH.S_{BC'D'}=\frac{1}{3}.\frac{3}{2}.\frac{1}{2}.3.3\sqrt{2}=\frac{9\sqrt{2}}{4}$$

Áp dụng công thức tỉ số thể tích ta có

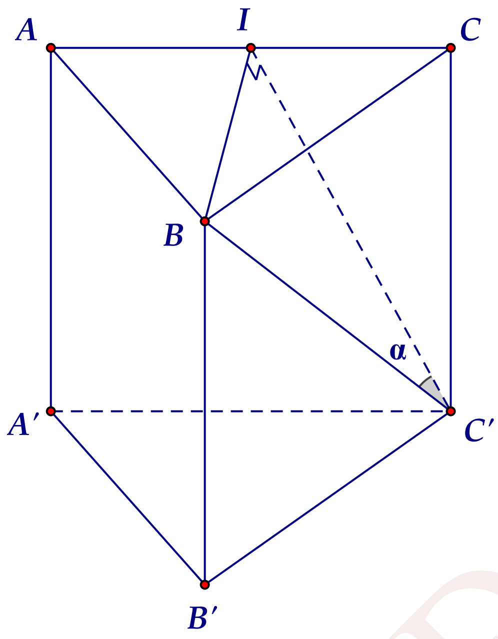
$\frac{V_{ABC'D'}}{V_{ABCD}}=\frac{AC'.AD'}{AC.AD}=\frac{3}{4}.\frac{3}{6}=\frac{9}{24}\Rightarrow V_{ABCD}=\frac{24}{9}V_{ABC'D'}=6\sqrt{2}$.

Câu 48. Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$có cạnh đáy bằng $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$. Đường thẳng BC' tạo với mặt phẳng $\left(ACC'A'\right)$ góc α thỏa mãn $\cot\alpha=2$. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $\frac{4}{3}a^3\sqrt{11}$. **B.** $\frac{1}{9}a^3\sqrt{11}$. **C.** $\frac{1}{3}a^3\sqrt{11}$. **D.** $\frac{2}{3}a^3\sqrt{11}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi I là trung điểm AC, suy ra $BI \perp AC$.
Mặt khác do $BI \perp CC'$ nên $BI \perp (ACC'A')$.

Do đó $\alpha = (BC',(ACC'A')) = (BC',IC') = BC'I$.

Ta có: $S_{\Delta ABC} = \left(\dfrac{2a\sqrt{3}}{3}\right)^2.\dfrac{\sqrt{3}}{4} = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{3}$ và $BI = \dfrac{2a\sqrt{3}}{3}.\dfrac{\sqrt{3}}{2} = a$.

Theo đề bài: $\cot\alpha = 2 \Leftrightarrow \dfrac{C'I}{BI} = 2 \Leftrightarrow C'I = 2a$.

Suy ra $CC' = \sqrt{C'I^2 - CI^2} = \sqrt{4a^2 - \dfrac{a^2}{3}} = \dfrac{a\sqrt{33}}{3}$.

Vậy thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$: $V = S_{\Delta ABC}.CC' = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{3}.\dfrac{a\sqrt{33}}{3} = \dfrac{1}{3}a^3\sqrt{11}$.

Câu 49. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-2	↗	-1	↘	-2	↗	$+\infty$

Hàm số $g(x) = 2f^3(x) + 4f^2(x) + 1$ có nhiều nhất bao nhiêu điểm cực tiểu?

A. 4 **B.** 9 **C.** 5 **D.** 7

Lời giải

Chọn C

Ta có $g'(x) = 6f^2(x).f'(x) + 8f(x).f'(x) = 0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x)=0 \\ f'(x)=0 \\ f(x)=-\dfrac{4}{3} \end{array}\right.$$

Dựa vào bảng biến thiên ta có:

$$f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm 1 \end{array}\right., \; f(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=x_1 \\ x=x_2 \end{array}\right., \; f(x)=-\dfrac{4}{3} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=a \\ x=b \\ x=c \\ x=d \end{array}\right.$$

thỏa mãn: $x_1 < a < -1 < b < 0 < c < 1 < d < x_2$

Khi đó để có nhiều điểm cực tiểu nhất thì xét dấu của $g'(x)$ có dạng:

x		x_1		a		-1		b		0		c		1		d		x_2	
$g'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

Do đó hàm số có nhiều nhất 5 điểm cực tiểu.

Câu 50. Cho hàm số $y = f(x) = |x^4 - 4x^3 + 4x^2 + a|$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[0; 2]$. Số giá trị nguyên a thuộc đoạn $[-3; 3]$ sao cho $M \le 2m$ là

A. 3. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 7.

Lời giải

Chọn B

Xét $g(x) = x^4 - 4x^3 + 4x^2 + a$ với $x \in [0; 2]$.

$g'(x) = 4x^3 - 12x^2 + 8x = 4x(x^2 - 3x + 2)$; $g'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1. \\ x=2 \end{array}\right.$

$g(0) = a$; $g(1) = 1 + a$; $g(2) = a$.

Bảng biến thiên $g(x)$

x	0		1		2
$g'(x)$	0	$+$	0	$-$	0
$g(x)$	a	$\nearrow$	$a+1$	$\searrow$	a

Trường hợp 1: $a \ge 0$. Khi đó $M = a + 1$; $m = a$.

Ta có $M \le 2m \Leftrightarrow 1 + a \le 2a \Leftrightarrow a \ge 1$. Với $\begin{cases} a \in [-3; 3] \\ a \in \mathbb{Z} \end{cases} \Rightarrow a \in \{1; 2; 3\}$.

Trường hợp 2: $a + 1 \le 0 \Leftrightarrow a \le -1$. Khi đó $M = -a$; $m = -(a + 1)$.

Ta có $M \le 2m \Leftrightarrow -a \le -2(a + 1) \Leftrightarrow a \le -2$. Với $\begin{cases} a \in [-3; 3] \\ a \in \mathbb{Z} \end{cases} \Rightarrow a \in \{-3; -2\}$.

Trường hợp 3: $-1 < a < 0$. Với $\begin{cases} a \in [-3; 3] \\ a \in \mathbb{Z} \end{cases} \Rightarrow a \in \emptyset$.

Vậy có 5 giá trị a cần tìm.

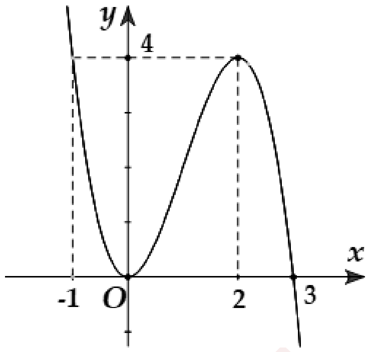
ĐỀ 13
ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA KÌ I
Môn: TOÁN, Lớp 12
Thời gian làm bài: 90 phút, *không tính thời gian phát đề*

Câu 1. Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên tập xác định của nó?

A. $y=\dfrac{2x-1}{x+2}$. **B.** $y=x^3+4x+1$. **C.** $y=x^2+1$. **D.** $y=x^4+2x^2+1$.

Câu 2. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?



A. $(0;4)$. **B.** $(0;2)$. **C.** $(0;3)$. **D.** $(-\infty;0)$.

Câu 3. Bảng biến thiên sau là của hàm số nào?

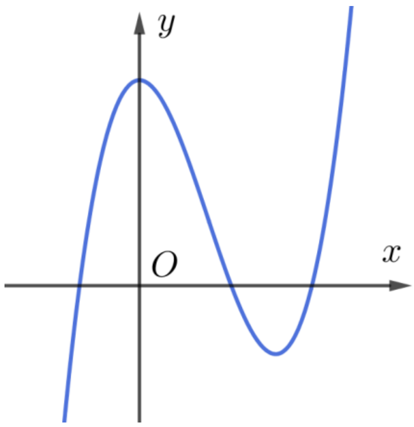
x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	1	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$

A. $y=x^4-2x^2+1$. **B.** $y=-x^4+2x^2+3$. **C.** $y=x^4-2x^2+3$. **D.** $y=-x^4+2x^2+1$.

Câu 4. Tọa độ điểm cực đại của đồ thị hàm số $y=x^4-2x^2+1$ là

A. $(-1;0)$. **B.** $(1;0)$. **C.** $(-1;0)$ và $(1;0)$. **D.** $(0;1)$.

Câu 5. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị trên một khoảng K như hình vẽ bên. Trên K, hàm số có bao nhiêu cực trị?



A. 3. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 6. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		$-\frac{\sqrt{2}}{2}$		0		$\frac{\sqrt{2}}{2}$		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	$-\frac{25}{4}$	$\nearrow$	-6	$\searrow$	$-\frac{25}{4}$	$\nearrow$	$+\infty$

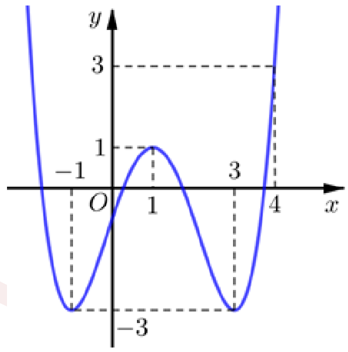
Giá trị cực tiểu của hàm số bằng

A. $-\frac{25}{4}$. **B.** $-\frac{\sqrt{2}}{2}$. **C.** -6. **D.** 0.

Câu 7. Giá trị lớn nhất của hàm số $f\left(x\right)=x^3-2x^2+x-2$ trên đoạn $\left[0;2\right]$ bằng

A. $-\dfrac{50}{27}$. **B.** -2. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 8. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\left[-1;4\right]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $\left[-1;4\right]$. Giá trị của $M+2m$ bằng



A. 0. **B.** -3. **C.** -5. **D.** 2.

Câu 9. Đồ thị hàm số nào trong các hàm số được cho dưới đây không có tiệm cận ngang?

A. $y=\dfrac{x+2}{x^2+1}$. **B.** $y=\dfrac{x+2}{x+1}$. **C.** $y=\dfrac{x^2-1}{x+2}$. **D.** $y=\dfrac{1}{x+2}$.

Câu 10. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		2		$+\infty$
y'		$-$	$\Vert$	$+$	0	$+$	$\Vert$	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$		$\nearrow$	2	$\searrow$	-4

Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

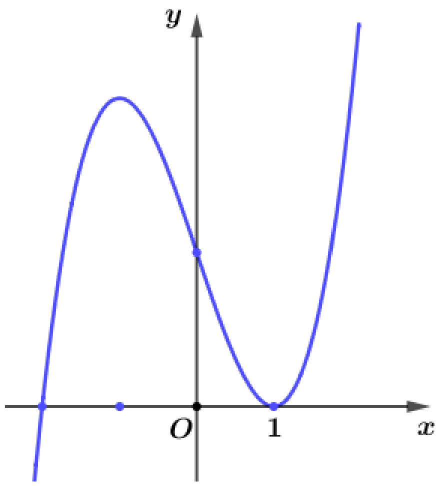
A. Hàm số có hai điểm cực trị.

B. Hàm số đạt giá trị lớn nhất bằng 2 và giá trị nhỏ nhất bằng -3.

C. Đồ thị hàm số có đúng một đường tiệm cận.

D. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $\left(-\infty;-1\right)$, $\left(2;+\infty\right)$.

Câu 11. Đường cong trong hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Tìm hàm số đó.



A. $y = x^3 - 3x + 2$. **B.** $y = x^4 - x^2 + 1$. **C.** $y = x^4 + x^2 + 1$. **D.** $y = -x^3 + 3x + 2$.

Câu 12. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào *đúng*? Số các đỉnh hoặc các mặt của bất kì hình đa diện nào cũng

A. lớn hơn hoặc bằng 4. **B.** lớn hơn 4.
C. lớn hơn hoặc bằng 5. **D.** lớn hơn 5.

Câu 13. Khối lăng trụ ngũ giác có tất cả bao nhiêu cạnh ?

A. 20. **B.** 25. **C.** 10. **D.** 15.

Câu 14. Hình bát diện đều có bao nhiêu đỉnh?

A. 8. **B.** 12. **C.** 6. **D.** 10.

Câu 15. Tổng số đỉnh, số cạnh và số mặt của hình lập phương là

A. 16. **B.** 26. **C.** 8. **D.** 24.

Câu 16. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật với $AB = a, AD = 2a, SA$ vuông góc với mặt đáy và $SA = a\sqrt{3}$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng.

A. $a^3\sqrt{3}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $2a^3\sqrt{3}$. **D.** $\dfrac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 17. Tính thể tích khối chóp tứ giác đều cạnh đáy bằng a, chiều cao bằng $3a$.

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **C.** $\dfrac{a^3}{3}$. **D.** a^3.

Câu 18. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích là V, thể tích của khối chóp $C'.ABC$ là:

A. $2V$. **B.** $\dfrac{1}{2}V$. **C.** $\dfrac{1}{3}V$. **D.** $\dfrac{1}{6}V$.

Câu 19. Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a,\ AD = b,\ AA' = c$. Thể tích của khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ bằng bao nhiêu?

A. $abc.$ **B.** $\dfrac{1}{2}abc.$ **C.** $\dfrac{1}{3}abc.$ **D.** $3abc.$

Câu 20. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = x(x+1)^2$. Hàm số đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1;+\infty)$. **B.** $(-1;0)$. **C.** $(-\infty;-1)$. **D.** $(0;+\infty)$.

Câu 21. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = -\dfrac{x^3}{3} + mx^2 - 6mx + 2$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. 6. **B.** 7. **C.** vô số. **D.** 5.

Câu 22. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2(x-1)(x+1)^3$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$ là

A. 6. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 23. Biết $M(0;2)$, $N(2;-2)$ là các điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$. Tính giá trị của hàm số tại $x=-2$.

A. $y(-2)=2$. **B.** $y(-2)=22$. **C.** $y(-2)=6$. **D.** $y(-2)=-18$.

Câu 24. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y=(m+1)x^4+2(m-2)x^2+1$ có ba cực trị.

A. $-1<m<2$. **B.** $m>2$. **C.** $-1\le m\le 2$. **D.** $m<-1$.

Câu 25. Gọi m là giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x-1+\dfrac{4}{x-1}$ trên khoảng $(1;+\infty)$. Tìm m.

A. $m=2$. **B.** $m=5$. **C.** $m=3$. **D.** $m=4$.

Câu 26. Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\dfrac{x+m}{x+1}$ trên đoạn $[1;2]$ bằng 8 với m là tham số thực). Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $0<m<4$. **B.** $4<m<8$. **C.** $8<m<10$. **D.** $m>10$.

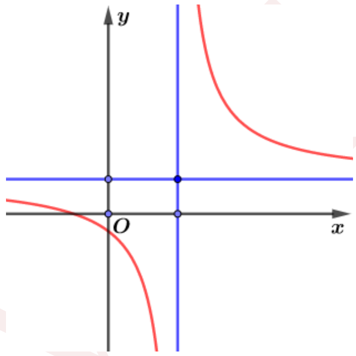
Câu 27. Số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{2}{\sqrt{x^2-4}}$ bằng

A. **2**. **B.** **1**. **C.** **3**. **D.** **0**.

Câu 28. Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-m}$ có đường tiệm cận đứng là $x=3$. Giá trị của m bằng

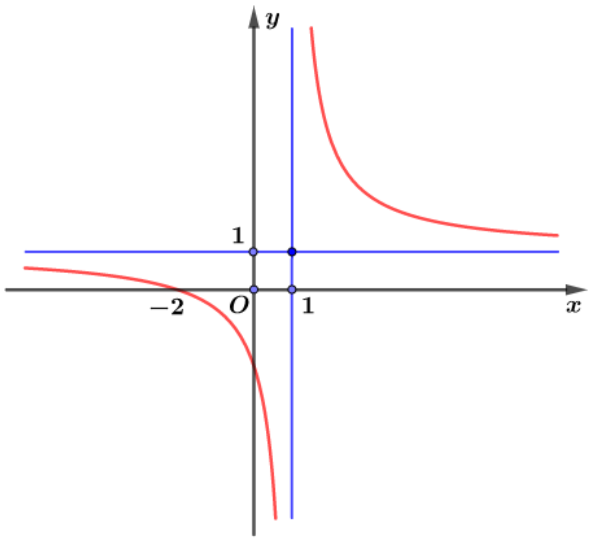
A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 6.

Câu 29. Cho hàm số $y=\frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $\boldsymbol{ac>0, bd>0}$. **B.** $\boldsymbol{ab<0, cd<0}$. **C.** $bc>0, ad<0$. **D.** $bc<0, ad>0$.

Câu 30. Cho hàm số $y=\dfrac{ax+2}{cx+b}$ có đồ thị như hình vẽ. Hãy tính tổng $S=a+b+c$.



A. $S=2$. **B.** $S=1$. **C.** $S=3$. **D.** $S=4$.

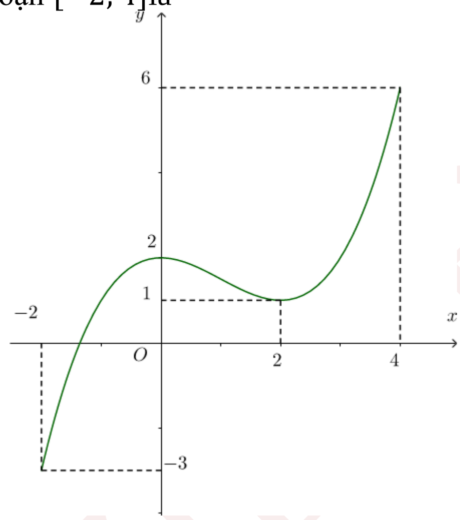
Câu 31. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Số nghiệm thực của phương trình $f(x)=f(2)$ là

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 32. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[-2;4]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Số nghiệm thực của phương trình $3f(x)-5=0$ trên đoạn $[-2;4]$ là



A. 1. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 33. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	3	$\nearrow$	5	$\searrow$	3	$\nearrow$	$+\infty$

Số các giá trị nguyên của m để phương trình $f(x)=2-3m$ có 4 nghiệm phân biệt là

A. **4**. **B.** **0**. **C.** **1**. **D.** **2**.

Câu 34. Lăng trụ có 2020 đỉnh có số mặt là

A. 1009. **B.** 1012. **C.** 1010. **D.** 1011.

Câu 35. Cho khối tứ diện $ABCD$. Lấy điểm M nằm giữa A và B, điểm N nằm giữa C và D. Bằng hai mặt phẳng (CDM) và (ABN), ta chia khối tứ diện đó thành bốn khối tứ diện nào sau đây?

A. $MANC$, $BCDN$, $AMND$, $ABND$. **B.** $MANC$, $BCMN$, $AMND$, $MBND$. **C.** $ABCN$, $ABND$, $AMND$, $MBND$. **D.** $NACB$, $BCMN$, $ABND$, $MBND$.

Câu 36. Hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 2. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 4.

Câu 37. Cho hình tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=a\sqrt{3}$. Hãy tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$. **C.** $\sqrt{3}a^3$. **D.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$.

Câu 38. Cho hình chóp $S.ABCD$ có mặt phẳng (SAB) vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, tam giác SAB vuông cân tại S, $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

A. $\frac{4}{3}a^3$. **B.** $\frac{a^3}{6}$. **C.** $\frac{32}{3}a^3$. **D.** $\frac{9}{2}a^3$.

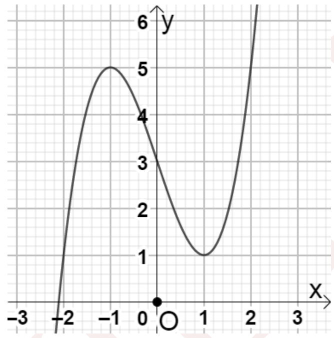
Câu 39. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu đạo hàm $f'(x)$ như hình sau:

x	$-\infty$		-3		-1		1		5		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hỏi hàm số $y = f(2-x) + \frac{x^3}{3} - 2x^2 - 5x + 2021$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(1;3)$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $(-3;-2)$. **D.** $(-\infty;-3)$.

Câu 40. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ. Xét hàm số $g(x) = f(x) - \frac{1}{2}x^2 - 3x$. Khi đó khẳng định nào sau đây **đúng** ?



A. $g(0) \le g(2)$. **B.** $g(-2) > g(0)$. **C.** $g(2) < g(4)$. **D.** $g(-4) = g(-2)$.

Câu 41. Tìm tham số m để hàm số $y = \frac{x+2}{x+5m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;-10)$.

A. $\left(\frac{2}{5};+\infty\right)$. **B.** $\left(\frac{2}{5};+\infty\right)\setminus\{2\}$. **C.** $\left(\frac{2}{5};2\right]$. **D.** $(2;+\infty)$.

Câu 42. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = -\frac{1}{3}x^3 + mx^2 + (m^2-2)x + 2019$ đạt cực đại tại $x = 1$?

A. 1. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 2.

Câu 43. Số giá trị nguyên của tham số $m \in [-10;10]$ để bất phương trình $4\sin^2 x - 4\cos x \le 4m^2 - 4m + 5$ nghiệm đúng với mọi $x \in [0;\pi]$ là

A. 21. **B.** 20. **C.** 17. **D.** 18.

Câu 44. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		1		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	||	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	2	$\nearrow$	$+\infty$ || $-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

Tìm số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = g(x) = \frac{1}{2f(x)-3}$.

A. Không có tiệm cận đứng và tiệm cận ngang.

B. 2 tiệm cận đứng, 1 tiệm cận ngang.
C. 2 tiệm cận ngang, 1 tiệm cận đứng.
D. 1 tiệm cận đứng, 1 tiệm cận ngang.

Câu 45. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		4		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	5	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$+\infty$

Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(|x|) - m = 0$ có 4 nghiệm phân biệt.

A. 6. **B.** 7. **C.** 8. **D.** 9.

Câu 46. Cho hàm số $f(x) = x^3 - 3x + 1$. Tìm số nghiệm của phương trình $f(f(x)) = 0$.

A. 5. **B.** 9. **C.** 4. **D.** 7.

Câu 47. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác cân tại A, mặt bên (SBC) là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi (α) là mặt phẳng đi qua điểm B và vuông góc với SC, chia khối chóp thành hai phần. Tính tỉ số thể tích của hai phần đó.

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{2}{3}$. **D.** $\frac{1}{4}$.

Câu 48. Cho lăng trụ tam giác đều $ABC \cdot A'B'C'$. Tam giác ABC' có diện tích bằng 8 và hợp với mặt phẳng đáy một góc có số đo 30°. Tính thể tích của khối lăng trụ.

A. $8\sqrt{3}$. **B.** $4\sqrt{3}$. **C.** $16\sqrt{3}$. **D.** $24\sqrt{3}$.

Câu 49. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		1		2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$		$\searrow$		$\nearrow$		$\nearrow$		$\searrow$	

Hàm số $g(x) = 3f(2-x) + x^3 - 3x$ đạt cực đại tại điểm

A. $x = 1$. **B.** $x = -1$. **C.** $x = 3$. **D.** $x = 2$.

Câu 50. Có bao nhiêu số nguyên $m \in [-5; 5]$ để $\min\limits_{[1;3]} |x^3 - 3x^2 + m| \geq 2$.

A. 6. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 5.

ĐỀ 13
ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

HDG ĐỀ KIỂM TRA GIỮA KÌ I
Môn: TOÁN, Lớp 12
Thời gian làm bài: 90 phút, *không tính thời gian phát đề*

Câu 1. Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên tập xác định của nó?

A. $y=\dfrac{2x-1}{x+2}$. **B.** $y=x^3+4x+1$. **C.** $y=x^2+1$. **D.** $y=x^4+2x^2+1$.

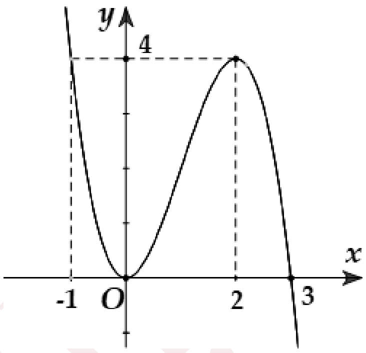
Lời giải

Chọn B

Vì hàm số $y=x^3+4x+1$ có $y'=3x^2+4>0,\ \forall x\in\mathbb{R}$.

Vậy hàm số $y=x^3+4x+1$ luôn đồng biến trên tập xác định của nó.

Câu 2. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?



A. $(0;4)$. **B.** $(0;2)$. **C.** $(0;3)$. **D.** $(-\infty;0)$.

Lời giải

Chọn B

Trên khoảng $(0;2)$ đồ thị hàm số là một đường cong đi lên từ trái sang phải, vì vậy hàm số đồng biến trên $(0;2)$.

Câu 3. Bảng biến thiên sau là của hàm số nào?

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	1	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$

A. $y=x^4-2x^2+1$. **B.** $y=-x^4+2x^2+3$.
C. $y=x^4-2x^2+3$. **D.** $y=-x^4+2x^2+1$.

Lời giải

Chọn D

Từ bảng biến thiên ta có hàm số có hệ số $a<0$, vậy loại đáp án A,C

Ta có $y=-x^4+2x^2+1\Rightarrow y'=-4x^2+4x$.

$y'=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm1\end{array}\right.\Rightarrow y(0)=1; y(\pm1)=2$. Vậy chọn đáp án D

Câu 4. Tọa độ điểm cực đại của đồ thị hàm số $y=x^4-2x^2+1$ là

A. $(-1;0)$. **B.** $(1;0)$.

C. $(-1;0)$ và $(1;0)$. **D.** $(0;1)$.

Lời giải

Chọn D

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

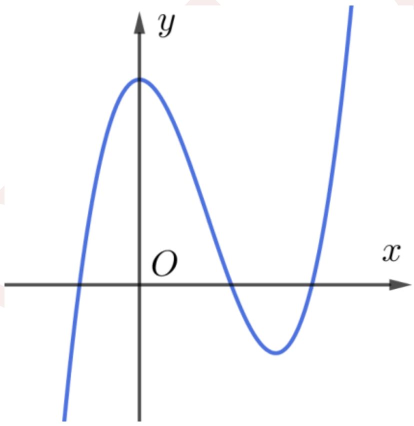
Ta có: $y'=4x^3-4x$. Cho $y'=0 \Leftrightarrow 4x^3-4x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm 1 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	1	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy tọa độ điểm cực đại là $(0;1)$.

Câu 5. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị trên một khoảng K như hình vẽ bên. Trên K, hàm số có bao nhiêu cực trị?



A. 3. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

Trên K, hàm số có 2 cực trị.

Câu 6. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		$-\frac{\sqrt{2}}{2}$		0		$\frac{\sqrt{2}}{2}$		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	$-\frac{25}{4}$	$\nearrow$	-6	$\searrow$	$-\frac{25}{4}$	$\nearrow$	$+\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số bằng

A. $-\frac{25}{4}$. **B.** $-\frac{\sqrt{2}}{2}$. **C.** -6. **D.** 0.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào BBT ta có đạo hàm đổi dấu từ âm sang dương khi đi qua $x=-\frac{\sqrt{2}}{2}$ và $x=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Nên hàm số đạt cực tiểu tại $x=-\frac{\sqrt{2}}{2}$ và $x=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Khi đó giá trị cực tiểu của hàm số bằng $y\left(\pm\frac{\sqrt{2}}{2}\right)=-\frac{25}{4}$.

Câu 7. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=x^3-2x^2+x-2$ trên đoạn $[0;2]$ bằng

A. $-\dfrac{50}{27}$. **B.** -2. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

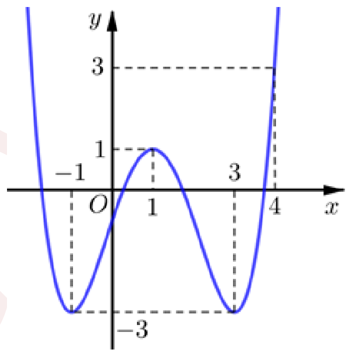
Chọn D

Hàm số $f(x)=x^3-2x^2+x-2$ liên tục trên đoạn $[0;2]$.

Ta có $f'(x)=3x^2-4x+1 \Rightarrow f'(x)=0 \Leftrightarrow 3x^2-4x+1=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1\in[0;\,2] \\ x=\frac{1}{3}\in[0;\,2] \end{array}\right.$.

Do $f(0)=-2$, $f(1)=-2$, $f(2)=0$, $f\left(\dfrac{1}{3}\right)=-\dfrac{50}{27}$ nên giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=x^3-2x^2+x-2$ trên đoạn $[0;2]$ bằng 0.

Câu 8. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $[-1;4]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $[-1;4]$. Giá trị của $M+2m$ bằng



A. 0. **B.** -3. **C.** -5. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

Quan sát đồ thị hàm số $y=f(x)$ trên $[-1;4]$ ta có giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $[-1;4]$ lần lượt là $M=3; m=-3$. Vậy giá trị của $M+2m=3+2.(-3)=-3$.

Câu 9. Đồ thị hàm số nào trong các hàm số được cho dưới đây không có tiệm cận ngang?

A. $y=\dfrac{x+2}{x^2+1}$. **B.** $y=\dfrac{x+2}{x+1}$. **C.** $y=\dfrac{x^2-1}{x+2}$. **D.** $y=\dfrac{1}{x+2}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{x+2}{x^2+1}=0$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y=0$.

$\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{x+2}{x+1}=1$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y=1$.

$\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x^2-1}{x+2}=+\infty$, $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x^2-1}{x+2}=-\infty$ nên đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

$\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{1}{x+2}=0$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y=0$.

Câu 10. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		2		$+\infty$
y'		$-$	$\|\|$	$+$	0	$+$	$\|\|$	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$		$\nearrow$	2	$\searrow$	-4

Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

A. Hàm số có hai điểm cực trị.

B. Hàm số đạt giá trị lớn nhất bằng 2 và giá trị nhỏ nhất bằng -3.

C. Đồ thị hàm số có đúng một đường tiệm cận.

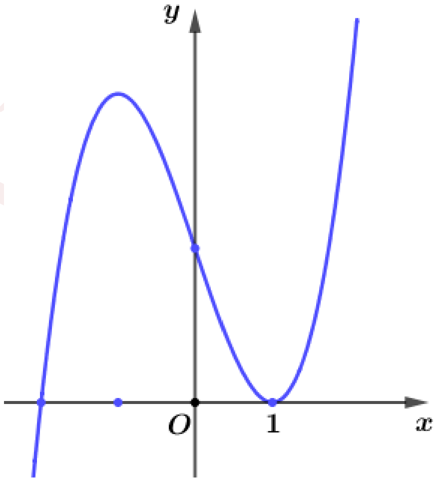
D. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $\left(-\infty;-1\right)$, $\left(2;+\infty\right)$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số ta có $\lim\limits_{x\to-\infty}f\left(x\right)=+\infty$, nên hàm số không có giá trị lớn nhất.

Câu 11. Đường cong trong hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Tìm hàm số đó.



A. $y=x^3-3x+2$. **B.** $y=x^4-x^2+1$. **C.** $y=x^4+x^2+1$. **D.** $y=-x^3+3x+2$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào hình dáng đồ thị ta thấy:

+) Đồ thị của hàm số đa thức bậc ba $y=ax^3+bx^2+cx+d$ $(a\neq 0)\Rightarrow$ loại đáp án B,

+) $\lim\limits_{x\to+\infty}y=+\infty\Rightarrow$ Hệ số a dương. Loại đáp án

Hàm số ở đáp án A thỏa mãn.

Câu 12. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào *đúng*? Số các đỉnh hoặc các mặt của bất kì hình đa diện nào cũng

A. lớn hơn hoặc bằng 4. **B.** lớn hơn 4.

C. lớn hơn hoặc bằng 5. **D.** lớn hơn 5.

Lời giải

Chọn A

Do ba điểm bất kì đều đồng phẳng nên đáp án đúng là **A**

Mà tứ diện là khối đa diện có số đỉnh và số mặt đều là 4.

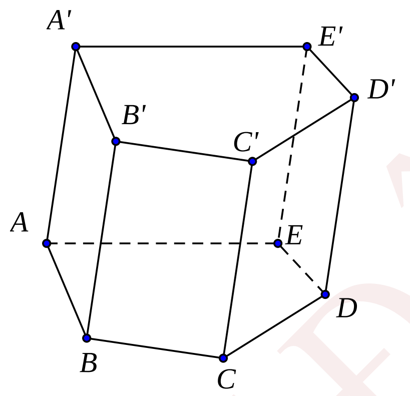
Câu 13. Khối lăng trụ ngũ giác có tất cả bao nhiêu cạnh ?

A. 20. **B.** 25. **C.** 10. **D.** 15.

Lời giải

Chọn D

Hình vẽ.



.

Câu 14. Hình bát diện đều có bao nhiêu đỉnh?

A. 8. **B.** 12. **C.** 6. **D.** 10.

Lời giải

Chọn C

Hình bát diện đều có 6 đỉnh.

Câu 15. Tổng số đỉnh, số cạnh và số mặt của hình lập phương là

A. 16. **B.** 26. **C.** 8. **D.** 24.

Lời giải

Chọn B

Hình lập phương có 8 đỉnh, 12 cạnh và 6 mặt.

Vậy tổng số đỉnh, số cạnh và số mặt của hình lập phương là 26.

Câu 16. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật với $AB = a, AD = 2a, SA$ vuông góc với mặt đáy và $SA = a\sqrt{3}$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng.

A. $a^3\sqrt{3}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $2a^3\sqrt{3}$. **D.** $\dfrac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn D

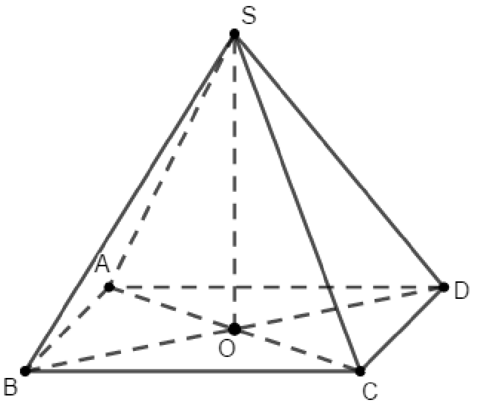
$V = \dfrac{1}{3}S.h = \dfrac{1}{3}.a.2a.a\sqrt{3} = \dfrac{2a^3\sqrt{3}}{3}$

Câu 17. Tính thể tích khối chóp tứ giác đều cạnh đáy bằng a, chiều cao bằng $3a$.

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **C.** $\dfrac{a^3}{3}$. **D.** a^3.

Lời giải

Chọn D



Ta có: $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}h.S_{ABCD} = \frac{1}{3}.3a.a^2 = a^3$

Câu 18. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích là V, thể tích của khối chóp $C'.ABC$ là:

A. $2V$. **B.** $\frac{1}{2}V$. **C.** $\frac{1}{3}V$. **D.** $\frac{1}{6}V$.

Lời giải

Chọn C

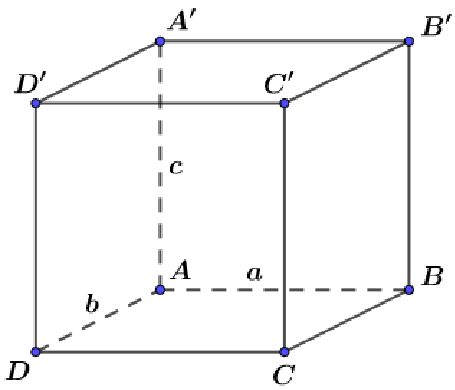
Gọi h là khoảng cách từ C' đến mặt phẳng (ABC) và B là diện tích tam giác ABC. Khi đó, thể tích lăng trụ $V = Bh$, thể tích khối chóp $C'.ABC$ là $V_{C'.ABC} = \frac{1}{3}Bh$. Do đó, $V_{C'.ABC} = \frac{1}{3}V$.

Câu 19. Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a,\ AD = b,\ AA' = c$. Thể tích của khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ bằng bao nhiêu?

A. abc. **B.** $\frac{1}{2}abc$. **C.** $\frac{1}{3}abc$. **D.** $3abc$.

Lời giải

Chọn A



Thể tích hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ là $V = abc$.

Câu 20. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = x(x+1)^2$. Hàm số đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1;+\infty)$. **B.** $(-1;0)$. **C.** $(-\infty;-1)$. **D.** $(0;+\infty)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = -1 \end{array}\right.$.

Có $f'(x) = x(x+1)^2$. Ta thấy đạo hàm của hàm số đổi dấu từ âm sang dương khi qua nghiệm $x = 0$ và không đổi dấu khi qua nghiệm $x = -1$ nên hàm số $f(x)$ đồng biến trên $(0;+\infty)$.

Câu 21. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=-\frac{x^3}{3}+mx^2-6mx+2$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. 6. **B.** 7. **C.** vô số. **D.** 5.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $y'=-x^2+2mx-6m$

Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$ $\Leftrightarrow y'=-x^2+2mx-6m\le 0,\ \forall x\in\mathbb{R}$

$\Leftrightarrow \begin{cases}\Delta'\le 0\\ a<0\end{cases} \Leftrightarrow\Leftrightarrow \begin{cases}m^2-6m\le 0\\ -1<0\end{cases} \Leftrightarrow 0\le m\le 6$. Mà $m\in\mathbb{Z}\Rightarrow m\in\{0;1;2;3;4;5;6\}$.

Vậy có 7 giá trị m nguyên thỏa mãn bài toán.

Câu 22. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^2(x-1)(x+1)^3$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số $y=f(x)$ là

A. 6. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

$f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=0\\ x=1\\ x=-1\end{array}\right.$ trong đó có $x=0$ là nghiệm bội 2, $x=1$ là nghiệm đơn, $x=-1$ là nghiệm bội 3 và hàm số có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$.

Ta có bảng xét dấu

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	

Vậy nên hàm số có 2 điểm cực trị.

Câu 23. Biết $M(0;2)$, $N(2;-2)$ là các điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$. Tính giá trị của hàm số tại $x=-2$.

A. $y(-2)=2$. **B.** $y(-2)=22$. **C.** $y(-2)=6$. **D.** $y(-2)=-18$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $y'=3ax^2+2bx+c$.

Vì $M(0;2)$,$N(2;-2)$ là các điểm cực trị của đồ thị hàm số nên:

$$\begin{cases}y'(0)=0\\ y'(2)=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}c=0\\ 12a+4b+c=0\end{cases} (1)$$

$$\begin{cases}y(0)=2\\ y(2)=-2\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}d=2\\ 8a+4b+2c+d=-2\end{cases} (2)$$

Từ (1) và (2)suy ra: $\begin{cases}a=1\\ b=-3\\ c=0\\ d=2\end{cases} \Rightarrow y=x^3-3x^2+2 \Rightarrow y(-2)=-18$.

Câu 24. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y=(m+1)x^4+2(m-2)x^2+1$ có ba cực trị.

A. $-1<m<2$. **B.** $m>2$. **C.** $-1\le m\le 2$. **D.** $m<-1$.

Lời giải

Chọn A

$y' = 4(m+1)x^3 + 4(m-2)x = 4x\left((m+1)x^2 + m - 2\right)$.

$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ (m+1)x^2 + m - 2 = 0 \end{array}\right.$.

Hàm số có ba cực trị $\Leftrightarrow y' = 0$ có ba nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \dfrac{2-m}{m+1} > 0 \Leftrightarrow -1 < m < 2$.

Câu 25. Gọi m là giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x - 1 + \dfrac{4}{x-1}$ trên khoảng $(1;+\infty)$. Tìm m.

A. $m = 2$. **B.** $m = 5$. **C.** $m = 3$. **D.** $m = 4$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $y' = 1 - \dfrac{4}{(x-1)^2}$. Cho $y' = 0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x = 3 \\ x = -1 \end{array}\right.$.

Mà $y(3) = 4$; $\lim\limits_{n \to 1^+} y = +\infty$ và $\lim\limits_{n \to +\infty} y = +\infty$ nên hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng 4 khi $x = 3$.

Câu 26. Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \dfrac{x+m}{x+1}$ trên đoạn $[1;2]$ bằng 8 với m là tham số thực). Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $0 < m < 4$. **B.** $4 < m < 8$. **C.** $8 < m < 10$. **D.** $m > 10$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số đã cho liên tục và đơn điệu trên đoạn $[1;2]$. Khi đó, hàm số đạt giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất lần lượt tại $x = 1$ và $x = 2$ hoặc ngược lại.

Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số là:

$y(1) + y(2) = 8 \Leftrightarrow \dfrac{m+1}{2} + \dfrac{m+2}{3} = 8 \Leftrightarrow m = \dfrac{41}{5}$.

Câu 27. Số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2}{\sqrt{x^2-4}}$ bằng

A. 2. **B. 1**. **C. 3**. **D. 0**.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định $D = (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$.

Ta có

□ $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y = \lim\limits_{x\to\pm\infty} \frac{2}{\sqrt{x^2-4}} = 0 \Rightarrow y = 0$ là tiệm cận ngang.

□ $\lim\limits_{x\to -2^-} y = \lim\limits_{x\to -2^-} \frac{2}{\sqrt{x^2-4}} = +\infty \Rightarrow x = -2$ là tiệm cận đứng.

□ $\lim\limits_{x\to 2^+} y = \lim\limits_{x\to 2^+} \frac{2}{\sqrt{x^2-4}} = +\infty \Rightarrow x = 2$ là tiệm cận đứng.

Vậy số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là 3.

Câu 28. Đồ thị hàm số $y = \dfrac{x+1}{x-m}$ có đường tiệm cận đứng là $x = 3$. Giá trị của m bằng

A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 6.

Lời giải

Chọn A

Áp dụng:

Hàm số $y = \dfrac{ax+b}{cx+d}$, (với điều kiện $c \neq 0$, $ad - cb \neq 0$) đồ thị có đường tiệm cận đứng $x = \dfrac{-d}{c}$.

Cách 1 (TN):

Với $m=3 \Rightarrow$ đồ thị hàm số $y=\frac{x+1}{x-m}=\frac{x+1}{x-3}$ có đường tiệm cận đứng là $x=3$.

Với $m=4 \Rightarrow$ đồ thị hàm số $y=\frac{x+1}{x-m}=\frac{x+1}{x-4}$ có đường tiệm cận đứng là $x=4$.

Với $m=5 \Rightarrow$ đồ thị hàm số $y=\frac{x+1}{x-m}=\frac{x+1}{x-5}$ có đường tiệm cận đứng là $x=5$.

Với $m=6 \Rightarrow$ đồ thị hàm số $y=\frac{x+1}{x-m}=\frac{x+1}{x-6}$ có đường tiệm cận đứng là $x=6$.

Vậy giá trị cần tìm của m bằng 3.

Cách 2 (TL):

Hàm số $y=\frac{x+1}{x-m}$ có tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{m\}$.

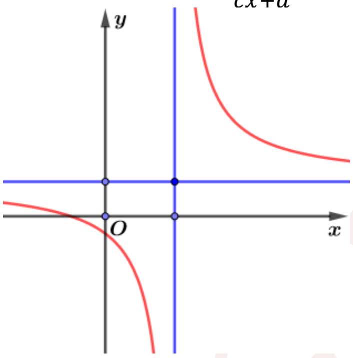
Với $m=-1 \Rightarrow y=\frac{x+1}{x+1}=1, \forall x\neq 1 \Rightarrow$ đồ thị hàm số không có tiệm cận.

Với $m\neq -1$ thì đồ thị hàm số $y=\frac{x+1}{x-m}$ có đường tiệm cận đứng là $x=m$ (1).

Giả thiết cho đồ thị hàm số $y=\frac{x+1}{x-m}$ có đường tiệm cận đứng là $x=3$ (2).

Từ (1) và (2) ta có $m=3$.

Câu 29. Cho hàm số $y=\frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $ac>0, bd>0$. **B.** $ab<0, cd<0$. **C.** $bc>0, ad<0$. **D.** $bc<0, ad>0$.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\left\{-\frac{d}{c}\right\}$.

Do đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là $x=-\frac{d}{c}$ nằm bên phải trục tung nên $-\frac{d}{c}>0 \Leftrightarrow cd<0$. (1)

Do đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là $y=\frac{a}{c}$ nằm phía trên trục hoành nên $\frac{a}{c}>0 \Leftrightarrow ac>0$. (2)

Hàm số $y=\frac{ax+b}{cx+d}$ có đạo hàm $y'=\frac{ad-bc}{(cx+d)^2}$.

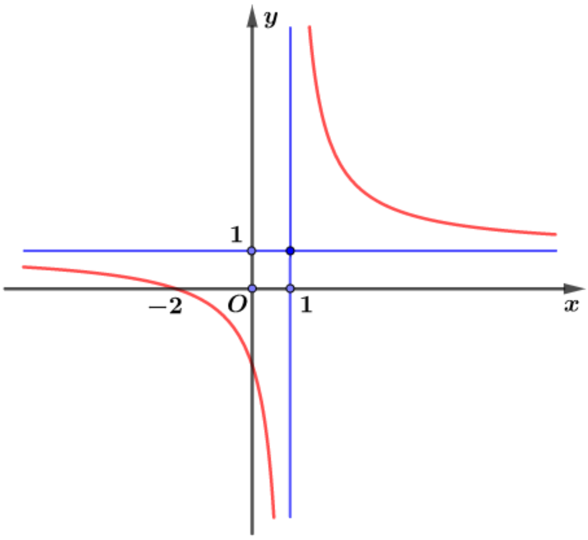
Từ đồ thị, hàm số nghịch biến trên từng khoảng của tập xác định suy ra $ad-bc<0$ hay $ad<bc$

(loại đáp án D).

Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm $\left(-\frac{b}{a};0\right)$, điểm này nằm phía bên trái trục tung nên $-\frac{b}{a}<0 \Leftrightarrow ab>0$ (3)(loại đáp án B).

Từ $(1),(2),(3)$ ta có $\begin{cases} cd < 0 \\ ac > 0 \\ ab > 0 \end{cases}$, suy ra a,b,c cùng dấu và d trái dấu với a,b,c.
Khi đó $bd < 0$ (loại đáp án A).
Kết luận: Chọn đáp án C: $bc > 0, ad < 0$.

Câu 30. Cho hàm số $y=\dfrac{ax+2}{cx+b}$ có đồ thị như hình vẽ. Hãy tính tổng $S=a+b+c$.



A. $S=2$. **B.** $S=1$. **C.** $S=3$. **D.** $S=4$.

Lời giải

Chọn B

Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng $x=1 \Leftrightarrow -\dfrac{b}{c}=1 \Leftrightarrow b+c=0\ (1)$

Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là đường thẳng $y=1 \Leftrightarrow \dfrac{a}{c}=1 \Leftrightarrow a-c=0\ (2)$

Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm $(-2;0) \Leftrightarrow \dfrac{-2a+2}{-2c+b}=0 \Leftrightarrow a=1\,(3)$

Từ (1), (2) và $(3) \Rightarrow a=1,\ b=-1,\ c=1$.
Vậy $S=a+b+c=1$.

Câu 31. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	2	↘	-2	↗	$+\infty$

Số nghiệm thực của phương trình $f(x)=f(2)$ là

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

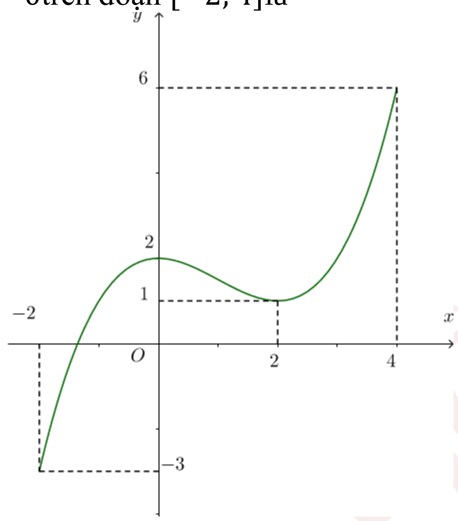
Từ bảng biến thiên ta thấy $f(2)=-2$.

Do đó ta có $f(x)=f(2)\Leftrightarrow f(x)=-2\ (1)$.

Từ bảng biến thiên ta nhận được (1) có hai nghiệm $x=2$ và $x=x_0\in(-\infty;0)$.

Vậy phương trình đã cho có hai nghiệm thực.

Câu 32. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[-2;4]$và có đồ thị như hình vẽ bên. Số nghiệm thực của phương trình $3f(x)-5=0$trên đoạn $[-2;4]$là



A. 1. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C

Ta có $3f(x)-5=0\Leftrightarrow f(x)=\frac{5}{3}$.

Dựa vào đồ thị ta thấy đường thẳng $y=\frac{5}{3}$cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại ba điểm phân biệt thuộc đoạn $[-2;4]$.

Do đó phương trình $3f(x)-5=0$có ba nghiệm thự

Câu 33. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	3	$\nearrow$	5	$\searrow$	3	$\nearrow$	$+\infty$

Số các giá trị nguyên của m để phương trình $f(x)=2-3m$ có 4 nghiệm phân biệt là

A. **4**. **B.** **0**. **C.** **1**. **D.** **2**.

Lời giải

Chọn B

Số nghiệm của phương trình$f(x)=2-3m$ bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $y=2-3m$.

Phương trình $f(x)=2-3m$ có 4 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow$ đường thẳng $y=2-3m$ cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại 4 điểm phân biệt.

Từ bảng biến thiên suy ra: $3<2-3m<5\Leftrightarrow -1<m<-\frac{1}{3}$ nên không có giá trị nguyên nào của m thỏa mãn.

Câu 34. Lăng trụ có 2020 đỉnh có số mặt là

A. 1009. **B.** 1012. **C.** 1010. **D.** 1011.

Lời giải

Chọn B

Lăng trụ có $2n$ đỉnh thì có số mặt là $n+2$.

Khi đó lăng trụ có 2020 đỉnh thì $n=1010$ và có số mặt là $1010+2=1012$.

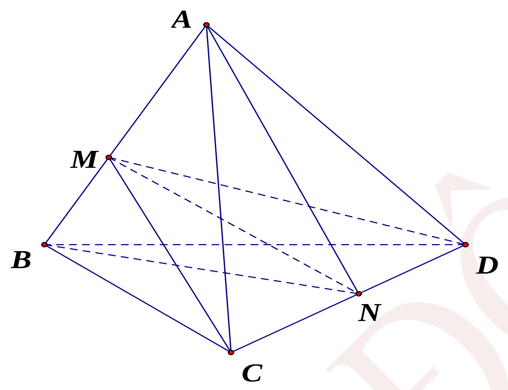
Câu 35. Cho khối tứ diện $ABCD$. Lấy điểm M nằm giữa A và B, điểm N nằm giữa C và D. Bằng hai mặt phẳng (CDM) và (ABN), ta chia khối tứ diện đó thành bốn khối tứ diện nào sau đây?

A. $MANC$, $BCDN$, $AMND$, $ABND$. **B.** $MANC$, $BCMN$, $AMND$, $MBND$.

C. $ABCN$, $ABND$, $AMND$, $MBND$. **D.** $NACB$, $BCMN$, $ABND$, $MBND$.

Lời giải

Chọn B



Bằng hai mặt phẳng (CDM) và (ABN), ta chia khối tứ diện đó thành bốn khối tứ diện: $MANC$, $BCMN$, $AMND$, $MBND$.

Câu 36. Hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

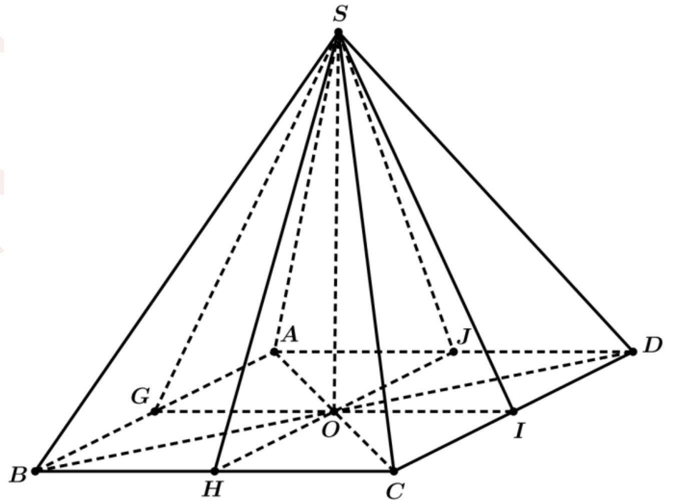
A. 2. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 4.

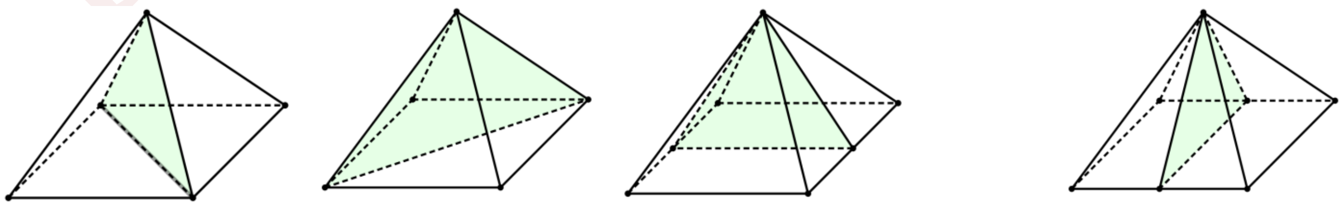
Lời giải

Chọn D

Ta có:

Đó là các mặt phẳng (SAC), (SBD), (SHJ), (SGI) với G, H, I, J là các trung điểm của các cạnh đáy dưới hình vẽ bên dưới.





Câu 37. Cho hình tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=a\sqrt{3}$. Hãy tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$. **C.** $\sqrt{3}a^3$. **D.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$.

Lời giải

Chọn A

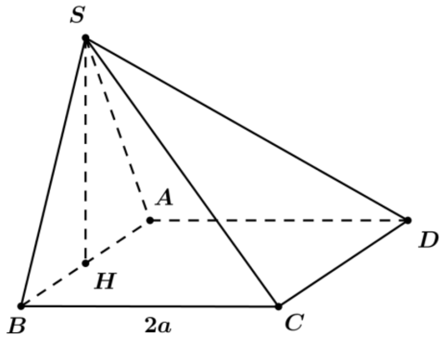
Thể tích của khối chóp là: $V = \frac{1}{3}a^2.a\sqrt{3} = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$

Câu 38. Cho hình chóp $S.ABCD$ có mặt phẳng (SAB) vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, tam giác SAB vuông cân tại S, $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

A. $\frac{4}{3}a^3$. **B.** $\frac{a^3}{6}$. **C.** $\frac{32}{3}a^3$. **D.** $\frac{9}{2}a^3$.

Lời giải

Chọn A



Gọi H là trung điểm của $AB \Rightarrow SH \perp AB \Rightarrow SH \perp (ABCD)$.

Tam giác SAB vuông cân tại S, suy ra $SH = \frac{1}{2}AB = a$.

Thể tích khối chóp $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}.a.4a^2 = \frac{4}{3}a^3$.

Câu 39. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu đạo hàm $f'(x)$ như hình sau:

x	$-\infty$		-3		-1		1		5		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hỏi hàm số $y = f(2-x) + \frac{x^3}{3} - 2x^2 - 5x + 2021$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(1;3)$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $(-3;-2)$. **D.** $(-\infty;-3)$.

Lời giải

Chọn C

$y = f(2-x) + \frac{x^3}{3} - 2x^2 - 5x + 2021 \Rightarrow y' = f'(2-x)(2-x)' + x^2 - 4x - 5$

$= -f'(2-x) + x^2 - 4x - 5$

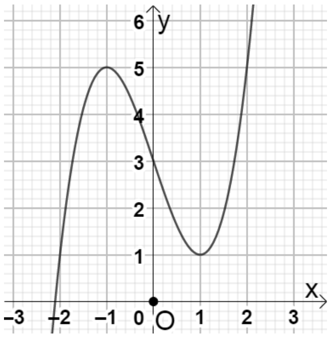
Xét khoảng $(1;\ 3) \Rightarrow \begin{cases} 2-x \in (-1\,;1) \Rightarrow -f'(2-x) < 0 \\ x^2 - 4x - 5 \in (-9;-8) \end{cases} \Rightarrow y' < 0$ hàm số nghịch biến

□ Xét khoảng $(-1\ ;\ 1) \Rightarrow \begin{cases} 2-x \in (1\,;\ 3) \Rightarrow -f'(2-x) > 0 \\ x^2 - 4x - 5 \in (-8\ ;\ 0) \end{cases}$

□ Xét khoảng $(-3\,;\ -2) \Rightarrow \begin{cases} 2-x \in (4;\ 5) \Rightarrow -f'(2-x) > 0 \\ x^2 - 4x - 5 \in (7;\ 16) \end{cases} \Rightarrow y' > 0$ hàm số đồng biến

□ Xét khoảng $(-\infty;\ -3) \Rightarrow \begin{cases} 2-x \in (5\,;\ +\infty) \Rightarrow -f'(2-x) < 0 \\ x^2 - 4x - 5 \in (0\,;\ +\infty) \end{cases}$.

Câu 40. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ. Xét hàm số $g(x) = f(x) - \frac{1}{2}x^2 - 3x$. Khi đó khẳng định nào sau đây **đúng** ?



A. $g(0) \le g(2)$. **B.** $g(-2) > g(0)$. **C.** $g(2) < g(4)$. **D.** $g(-4) = g(-2)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $g'(x) = f'(x) - x - 3 = f'(x) - (x+3)$.

Khi đó: $g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) - (x+3) = 0 \Leftrightarrow f'(x) = (x+3) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -2 \\ x = 0 \\ x = 2 \end{array}\right.$.

Lập Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
g'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
g	$+\infty$	↘	1	↗	3	↘	5	↗	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$ nên suy ra được $g(2) < g(4)$.

Câu 41. Tìm tham số m để hàm số $y = \frac{x+2}{x+5m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;-10)$.

A. $\left(\frac{2}{5};+\infty\right)$. **B.** $\left(\frac{2}{5};+\infty\right)\backslash\{2\}$. **C.** $\left(\frac{2}{5};2\right]$. **D.** $(2;+\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $y' = \frac{x+5m-x-2}{(x+5m)^2} = \frac{5m-2}{(x+5m)^2}$.

Để hàm số $y = \frac{x+2}{x+5m}$ đồng biến trên $(-\infty;-10)$ thì $\begin{cases} y' = \frac{5m-2}{(x+5m)^2} > 0 \\ -5m \notin (-\infty;-10) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5m-2 > 0 \\ m \notin (2;+\infty) \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} m > \frac{2}{5} \\ m \le 2 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{2}{5} < m \le 2$.

Câu 42. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=-\frac{1}{3}x^3+mx^2+\left(m^2-2\right)x+2019$ đạt cực đại tại $x=1$?

A. 1. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y'=-x^2+2mx+m^2-2$ và $y''=-2x+2m$.

Hàm số đạt cực đại tại $x=1$ thì $y'(1)=0$

$\Leftrightarrow -1^2+2m.1+m^2-2=0 \Leftrightarrow m^2+2m-3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=-3 \\ m=1 \end{array}\right.$.

Với $m=-3$ ta có $y''(1)=-2\cdot 1+2\cdot(-3)=-8<0$ nên $x=1$ là điểm cực đại.

Suy ra $m=-3$ thỏa mãn.

Với $m=1$ ta có $y'=-x^2+2x-1=-(x-1)^2\le 0 \Rightarrow$ hàm số luôn nghịch biến, nên hàm số không có cực trị.

Suy ra $m=1$ không thỏa mãn.

Vậy $m=-3$ thì hàm số $y=-\frac{1}{3}x^3+mx^2+\left(m^2-2\right)x+2019$ tại $x=1$.

Câu 43. **(Thi thử Đại học Hồng Đức –Thanh Hóa – 07-05 - 2019)** Số giá trị nguyên của tham số $m\in[-10;10]$ để bất phương trình $4\sin^2 x-4\cos x\le 4m^2-4m+5$nghiệm đúng với mọi $x\in[0;\pi]$ là

A. 21. **B.** 20. **C.** 17. **D.** 18.

Lời giải

Chọn A

$$f(x)=4\sin^2 x-4\cos x=-4\cos^2 x-4\cos x+4$$

Đặt $t=\cos x$,$x\in[0;\pi]\Rightarrow t\in[-1;1]$

$$f(t)=-4t^2-4t+4$$

$$f'(t)=-8t-4=0\Leftrightarrow t=-\frac{1}{2}$$

Bảng biến thiên

t	-1		$-\frac{1}{2}$		1
$f'(t)$		$+$	0	$-$	
$f(t)$	4	$\nearrow$	5	$\searrow$	-4

Khi đó :

$$4m^2-4m+5\ge f(t)\forall t\in[-1;1]$$
$$\Leftrightarrow 4m^2-4m+5\ge 5$$
$$\Leftrightarrow 4m^2-4m\ge 0$$
$$\Leftrightarrow m\in[-10;0]\cup[1;10]$$

Vì $m\in\mathbb{Z}$ nên có 21 giá trị thỏa mãn .

Câu 44. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}\backslash\{1\}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		1		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	$\Vert$	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	2	$\nearrow$	$+\infty \Vert -\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

Tìm số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=g\left(x\right)=\dfrac{1}{2f\left(x\right)-3}$.

A. Không có tiệm cận đứng và tiệm cận ngang. **B.** 2 tiệm cận đứng, 1 tiệm cận ngang.
C. 2 tiệm cận ngang, 1 tiệm cận đứng. **D.** 1 tiệm cận đứng, 1 tiệm cận ngang.

Lời giải

Chọn B

$\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1}{2f\left(x\right)-3}=0$

$\Rightarrow$ Đồ thị hàm số $y=g\left(x\right)$ có tiệm cận ngang là đường thẳng $y=0$.

$\lim\limits_{x\to-\infty} y=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{1}{2f\left(x\right)-3}=0$

$\Rightarrow$ Đồ thị hàm số $y=g\left(x\right)$ có tiệm cận ngang là đường thẳng $y=0$.

Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=g\left(x\right)$ chính là số nghiệm của phương trình $2f\left(x\right)=3$.

Số nghiệm của phương trình $2f\left(x\right)=3$ chính là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=g\left(x\right)$ và đường thẳng $y=\dfrac{3}{2}$.

Từ bảng biến thiên, ta thấy đường thẳng $y=\dfrac{3}{2}$ cắt đồ thị hàm số $y=g\left(x\right)$ tại đúng 2 điểm phân biệt, một điểm có hoành độ thuộc $\left(1;2\right)$, điểm còn lại có hoành độ thuộc $\left(2;+\infty\right)$.

Vậy đồ thị hàm số $y=g\left(x\right)$ có 1 tiệm cận ngang và 2 tiệm cận đứng.

Câu 45. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		4		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	5	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$+\infty$

Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(|x|)-m=0$ có 4 nghiệm phân biệt .

A. 6. **B.** 7. **C.** 8. **D.** 9.

Lời giải

Chọn B

Phương trình (1): $f(|x|)-m=0 \Leftrightarrow f(|x|)=m$.
Số nghiệm của phương trình (1) là số điểm chung của hai đồ thị: $(C): y=f(|x|)$ và $(d): y=m$.
Hàm số $y=f(|x|)$là hàm số chẵn $\Rightarrow (C)$ nhận trục Oy làm trục đối xứng.

Mà $y = f(|x|) = \begin{cases} f(x) khi x \geq 0 \\ f(-x) khi x < 0 \end{cases}$.

⇒ Bảng biến thiên của hàm số $y = f(|x|)$:

x	$-\infty$		-4		0		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-3	↗	5	↘	-3	↗	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta có: phương trình (1) có 4 nghiệm phân biệt ⇔ $m \in (-3; 5)$.
Mà $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-2; -1; 0; 1; 2; 3; 4\}$ ⇒Có 7 giá trị m thỏa mãn.

Câu 46. Cho hàm số $f(x) = x^3 - 3x + 1$. Tìm số nghiệm của phương trình $f(f(x)) = 0$.

A. 5. **B.** 9. **C.** 4. **D.** 7.

Lời giải

Chọn D

Xét phương trình $f(x) = 0 \Leftrightarrow x^3 - 3x + 1 = 0$ dùng máy tính cầm tay ta ước lượng được phương trình có ba nghiệm và $\left[\begin{array}{l} x_1 \approx -1,879 \\ x_2 \approx 1,532 \\ x_3 \approx 0,347 \end{array}\right.$.

Xét hàm số $f(x) = x^3 - 3x + 1$, ta có bảng biến thiên của $f(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	3	↘	-1	↗	$+\infty$

Xét phương trình $f(f(x)) = 0\ (1)$ ta ước lượng được $\left[\begin{array}{l} f(x) \approx -1,879 \\ f(x) \approx 1,532 \\ f(x) \approx 0,347 \end{array}\right.$.

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số $f(x)$ ta có:

+ Với $f(x) \approx -1,879$ phương trình (1) có 1 nghiệm.

+ Với $f(x) \approx 1,532$ phương trình (1) có 3 nghiệm.

+ Với $f(x) \approx 0,347$ phương trình (1) có 3 nghiệm.

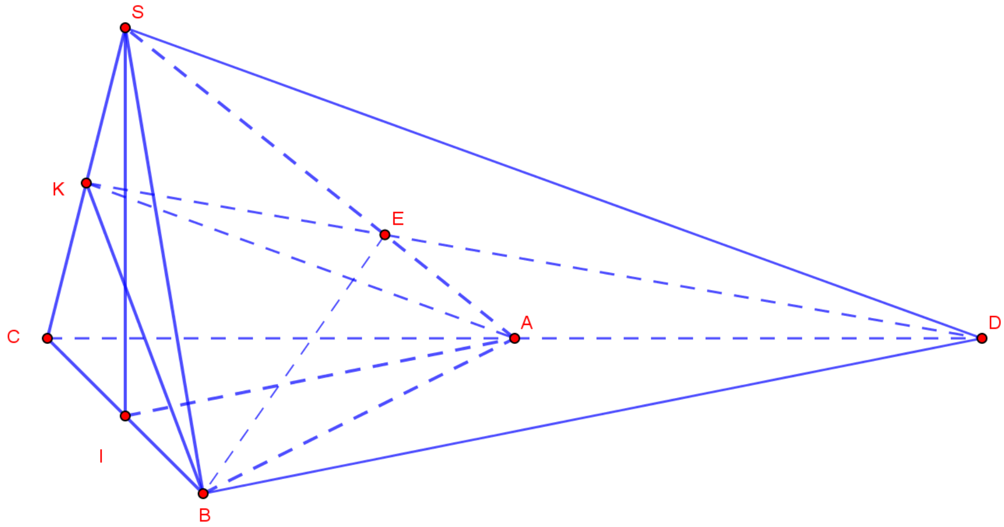
Vậy phương trình đã cho có 7 nghiệm.

Câu 47. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác cân tại A, mặt bên (SBC) là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi (α) là mặt phẳng đi qua điểm B và vuông góc với SC, chia khối chóp thành hai phần. Tính tỉ số thể tích của hai phần đó.

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{2}{3}$. **D.** $\frac{1}{4}$.

Lời giải.

Chọn A



Gọi I, K theo thứ tự là trung điểm của BC, SC.

Vì $\begin{cases} SBC \cap ABC = BC \\ SBC \perp ABC \\ SBC \supset SI \perp BC \\ ABC \supset AI \perp BC \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} SI \perp ABC \\ AI \perp SBC \end{cases}$.

Trên mặt phẳng ABC, qua B dựng đường thẳng song song với AI, cắt AC tại D.

Trên mặt phẳng SAC, gọi E là giao điểm của KD và SA.

Vì $BK \perp SC, BD \perp SC$ nên $BDK \perp SC$. Mặt phẳng BDK chia hình chóp $S.ABC$ thành hai phần là $SKBE$ và $KBEAC$.

Trên mặt phẳng SCD, ta có K, A lần lượt là trung điểm của các cạnh CS, CD nên KA là đường trung bình của tam giác SCD. Do đó, $AK \parallel SD$. Suy ra $\frac{AE}{ES} = \frac{AK}{SD} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{SE}{SA} = \frac{2}{3}$.

Ta có

$$\frac{V_{SKBE}}{V_{SCBA}} = \frac{SK}{SC}.\frac{SB}{SB}.\frac{SE}{SA} = \frac{1}{2}.1.\frac{2}{3} = \frac{1}{3}.$$

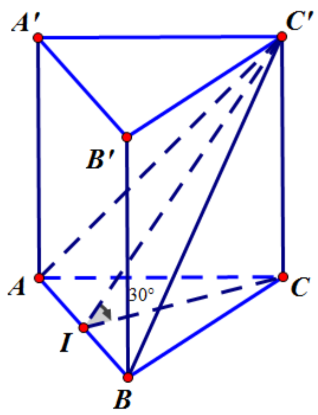
Suy ra $\frac{V_{SKBE}}{V_{KBEAC}} = \frac{1}{2}$.

Câu 48. Cho lăng trụ tam giác đều $ABC \cdot A'B'C'$. Tam giác ABC' có diện tích bằng 8 và hợp với mặt phẳng đáy một góc có số đo 30°. Tính thể tích của khối lăng trụ.

A. $8\sqrt{3}$. **B.** $4\sqrt{3}$. **C.** $16\sqrt{3}$. **D.** $24\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi I là trung điểm của AB, ta có $\begin{cases} AB \perp CI \\ AB \perp CC' \end{cases} \Rightarrow AB \perp (CIC')$.

Ta có $\begin{cases} AB = (ABC) \cap (ABC') \\ AB \perp (CIC') \\ (CIC') \cap (ABC) = CI \\ (CIC') \cap (ABC') = C' \end{cases} \Rightarrow \overline{((ABC),(ABC'))} = (\widehat{CI,C'I}) = \widehat{C'IC} = 30^\circ$.

Đặt $AB = x (x > 0)$.

Vì CI là đường cao của tam giác đều ABC nên $CI = \frac{x\sqrt{3}}{2}$.

+) $CC' = CI \cdot \tan 30^\circ = \frac{x\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{x}{2}$, $C'I = \frac{CI}{\cos 30^\circ} = x$.

Diện tích tam giác ABC' là $S_{ABC'} = \frac{1}{2} AB \cdot C'I \Leftrightarrow 8 = \frac{1}{2}x^2 \Leftrightarrow x = 4$.

Thể tích khối lăng trụ đã cho là $V = S_{AQC} \cdot CC' = \frac{x^2\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{x\sqrt{3}}{2} \cdot \tan 30^\circ = \frac{3x^3}{8} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{x^3\sqrt{3}}{8} = \frac{4^3\sqrt{3}}{8} = 8\sqrt{3}$.

Câu 49. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		1		2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$		↘		↗		↗		↘	

Hàm số $g(x) = 3f(2-x) + x^3 - 3x$ đạt cực đại tại điểm

A. $x = 1$. **B.** $x = -1$. **C.** $x = 3$. **D.** $x = 2$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $g'(x) = -3f'(2-x) + 3x^2 - 3$.

Từ bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$ ta thấy:

$$f'(2-x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2-x=1 \\ 2-x=2 \\ 2-x=3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=0 \\ x=-1 \end{array}\right.$$

$$f'(2-x)>0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2-x>1 \\ 2-x<3 \\ 2-x\neq 2 \end{cases} \Leftrightarrow x\in(-1;1)\setminus\{0\}$$

$f'(2-x)<0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2-x<1 \\ 2-x>3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x>1 \\ x<-1 \end{array}\right.$. Ta có bảng biến thiên của hàm số $g(x)$:

(Nhờ thầy vẽ lại BBT ạ)

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$3x^2-3$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$-3f'(2-x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$g'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$g(x)$		↗		↘		↗	

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số $g(x)$ đạt cực đại tại $x=-1$.

Câu 50. Có bao nhiêu số nguyên $m\in[-5;5]$để $\min\limits_{[1;3]}|x^3-3x^2+m|\geq 2$.

A. 6. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 5.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\min\limits_{[1;3]}|x^3-3x^2+m|\geq 2 \Leftrightarrow |x^3-3x^2+m|\geq 2;\forall x\in[1;3](1)$ (Do hàm số $y=|x^3-3x^2+m|$liên tục trên $[1;3]$).

Giải (1): $|x^3-3x^2+m|\geq 2;\forall x\in[1;3] \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^3-3x^2+m\geq 2;\forall x\in[1;3] \\ x^3-3x^2+m\leq -2;\forall x\in[1;3] \end{array}\right. \Leftrightarrow$

$\left[\begin{array}{l} x^3-3x^2\geq 2-m;\forall x\in[1;3] \\ x^3-3x^2\leq -2-m;\forall x\in[1;3] \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2-m\leq \min\limits_{[1;3]}(x^3-3x^2) \\ -2-m\geq \max\limits_{[1;3]}(x^3-3x^2) \end{array}\right. (*)$.

Xét hàm số $f(x)=x^3-3x^2$trên $[1;3]$. Hàm số xác định và liên tục trên $[1;3]$mà $f'(x)=3x^2-6x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2 \end{array}\right.$. Ta có: $f(1)=-2;f(3)=0;f(2)=-4$.

Do đó $\max\limits_{[1;3]}f(x)=0;\min\limits_{[1;3]}f(x)=-4$. Từ $(*)$suy ra $\left[\begin{array}{l} 2-m\leq -4 \\ -2-m\geq 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m\geq 6 \\ m\leq -2 \end{array}\right.$.

Vì $\begin{cases} m\in[-5;5] \\ m\in\mathbb{Z} \end{cases}$nên $m\in\{-5;-4;-3;-2\}$.

Vậy có 4 giá trị $m$thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Cách 2:

Đặt $t=x^3-3x^2$, với $x\in[1;3]\Rightarrow t\in[-4;0]$. Khi đó bài toán trở thành $\min\limits_{[-4;0]}|t+m|\geq 2$.

TH1: $-m\leq -4 \Rightarrow \min\limits_{[-4;0]}|t+m|=|-4+m|=m-4\geq 2 \Leftrightarrow m\geq 6$.

TH2: $-m\geq 0 \Rightarrow \min\limits_{[-4;0]}|t+m|=|m|=-m\geq 2 \Leftrightarrow m\leq -2$.

Kết hợp với điều kiện $\begin{cases} m\in[-5;5] \\ m\in\mathbb{Z} \end{cases}$suy ra $m\in\{-5;-4;-3;-2\}$.

Vậy có 4 giá trị $m$thỏa mãn yêu cầu bài toán.

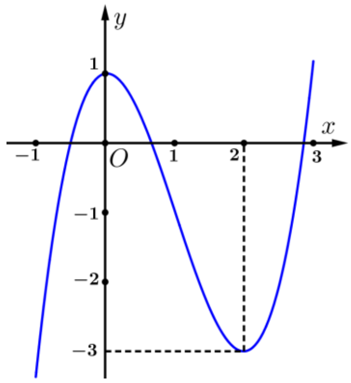
------------- HẾT -------------

ĐỀ 14
ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA KÌ I
Môn: TOÁN, Lớp 12
Thời gian làm bài: 90 phút, *không tính thời gian phát đề*

Câu 1. Hàm số $y = x^4 + 2x^2 - 1$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?
A. $(-1;1)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $\mathbb{R}$. **D.** $(-\infty;0)$.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?
A. $(1;4)$. **B.** $(0;2)$. **C.** $(-\infty;0)$ và $(2;+\infty)$. **D.** $(-\infty;1)$ và $(4;+\infty)$.

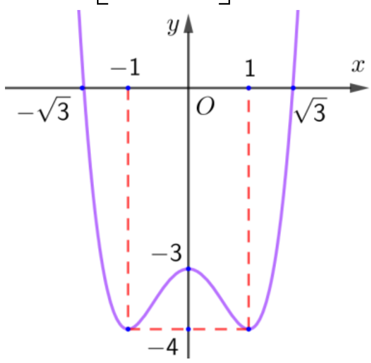
Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	↘	0	↗	6	↘	$-\infty$

Khẳng định nào sau đây là sai về sự biến thiên của hàm số $y = f(x)$?
A. Nghịch biến trên khoảng $(3;+\infty)$. **B.** Đồng biến trên khoảng $(0;6)$.
C. Nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-1)$. **D.** Đồng biến trên khoảng $(-1;3)$.

Câu 4. Cho hàm số $f(x) = x^4 - 8x^3 + 1$. Chọn mệnh đề đúng.
A. Nhận điểm $x = 6$ làm điểm cực đại. **B.** Nhận điểm $x = 6$ làm điểm cực tiểu.
C. Nhận điểm $x = 0$ làm điểm cực đại. **D.** Nhận điểm $x = 0$ làm điểm cực tiểu.

Câu 5. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $\left[-\sqrt{3};\sqrt{3}\right]$ và có đồ thị hàm số như hình vẽ sau



Điểm cực đại của đồ thị hàm số đã cho là
A. $M(-1;-4)$. **B.** $N(0;-3)$. **C.** $x = -1$. **D.** $x = 0$.

Câu 6. Cho hàm số có bảng biến thiên như hình vẽ sau. Phát biểu nào **đúng**?

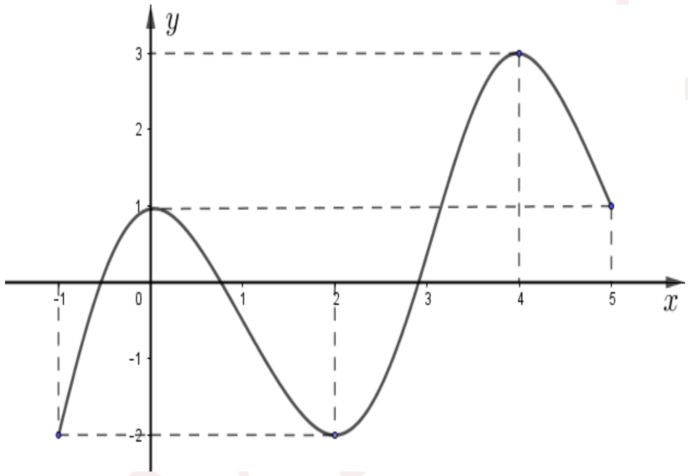
x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	5	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

A. Giá trị cực tiểu của hàm số bằng 2.
B. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$ và đạt cực đại tại $x = 5$.
C. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và đạt cực tiểu tại $x = 2$.
D. Giá trị cực đại của hàm số là 0.

Câu 7. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 9x + 1$ trên đoạn $[-4;4]$ là

A. -4. **B.** 4. **C.** 1. **D.** -1.

Câu 8. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;5]$ và có đồ thị trên đoạn $[-1;5]$ như hình vẽ bên. Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-1;5]$ bằng



A. -1. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 9. Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{x}{x-1}$ là

A. $x = 1$. **B.** $x = 0$. **C.** $y = 1$. **D.** $y = 0$.

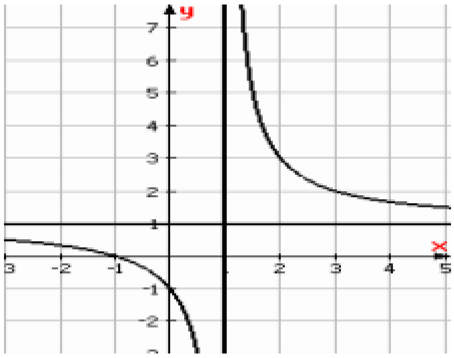
Câu 10. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		$+\infty$
y'		$+$	$\Vert$	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	$+\infty \ \Vert \ 1$	$\nearrow$	3

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là:

A. 1. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 11. Đồ thị sau đây là của hàm số nào?



A. $y=\frac{x+2}{1-x}$. **B.** $y=\frac{x-1}{x+1}$. **C.** $y=\frac{x+1}{x-1}$. **D.** $y=\frac{2x-1}{x-1}$.

Câu 12. Một hình hộp chữ nhật (không phải hình lập phương) có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 13. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng ?

A. Tồn tại một hình đa diện có số cạnh bằng số đỉnh.

B. Tồn tại một hình đa diện có số cạnh và số mặt bằng nhau.

C. Số đỉnh và số mặt của hình đa diện luôn bằng nhau.

D. Tồn tại một hình đa diện có số đỉnh và số mặt bằng nhau.

Câu 14. Số cạnh của một khối lập phương là:

A. 6. **B.** 8. **C.** 10. **D.** 12.

Câu 15. Khối lập phương là khối đa diện đều thuộc loại nào?

A. $\{3;4\}$. **B.** $\{5;3\}$. **C.** $\{4;3\}$. **D.** $\{3;5\}$.

Câu 16. Cho tứ diện $ABCD$ có các cạnh AB, AC, AD đôi một vuông góc với nhau; $AB=3a; AC=5a$ và $AD=8a$ .Tính thể tích V của tứ diện $ABCD$?

A. $V=60a^3$. **B.** $V=40a^3$. **C.** $V=120a^3$. **D.** $V=20a^3$.

Câu 17. Cho hình chóp đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a, cạnh bên bằng $\frac{a\sqrt{21}}{6}$. Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **B.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. **C.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **D.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$.

Câu 18. Cho khối lăng trụ có chiều cao $h=3$ và diện tích đáy $B=7$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. 10. **B.** 7. **C.** 3. **D.** 21.

Câu 19. Khối hộp chữ nhật có ba kích thước lần lượt bằng $3cm$, $4cm$, $7cm$ thì có thể tích bằng

A. $84cm^3$. **B.** $12cm^3$. **C.** $28cm^3$. **D.** $21cm^3$.

Câu 20. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x)=(x+1)^2(x-1)^3(2-x)$. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;-1)$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(1;2)$.

Câu 21. Tất cả các giá trị của m để hàm số $f(x)=x^3-2mx^2+x$ nghịch biến trên khoảng $(1;2)$ là:

A. $m\ge\frac{13}{8}$. **B.** $1\le m\le\frac{13}{8}$. **C.** $m\le 0$. **D.** $m>\frac{13}{8}$.

Câu 22. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=-x^2+2x+3, \forall x\in\mathbb{R}$. Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 23. Cho hàm số $y=\dfrac{(m-1)x^3}{3}+(m-1)x^2+4x-1$. Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại x_1, đạt cực đại tại x_2 đồng thời $x_1<x_2$ khi và chỉ khi:

A. $m<1$. **B.** $m>5$. **C.** $\left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=5 \end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l} m>1 \\ m<5 \end{array}\right.$.

Câu 24. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=x^4-2mx^2+m+1$ $\nexists$ có giá trị cực tiểu bằng -1. Tổng các phần tử thuộc Slà:

A. -2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** -1.

Câu 25. Biết rằng hàm số $f(x)=-x+2018-\dfrac{1}{x}$ đạt giá trị lớn nhất trên khoảng $(0;4)$ tại x_0. Tính $P=x_0+2018$.

A. $P=4032$. **B.** $P=2020$. **C.** $P=2018$. **D.** $P=2019$.

Câu 26. Cho hàm số $y=\dfrac{mx-1}{2x+1}$ (với m là tham số) thỏa mãn điều kiện $\max\limits_{[1;2]} y=3$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $7<m<10$. **B.** $4<m<7$. **C.** $0<m<3$. **D.** $10<m<13$.

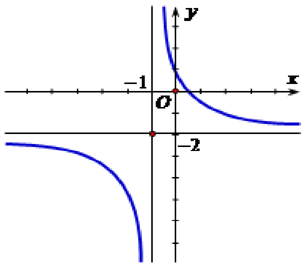
Câu 27. Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{2x-x^2}+1}{x-1}$?

A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 3.

Câu 28. Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{(m^2+1)\sqrt{4-x^2}}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

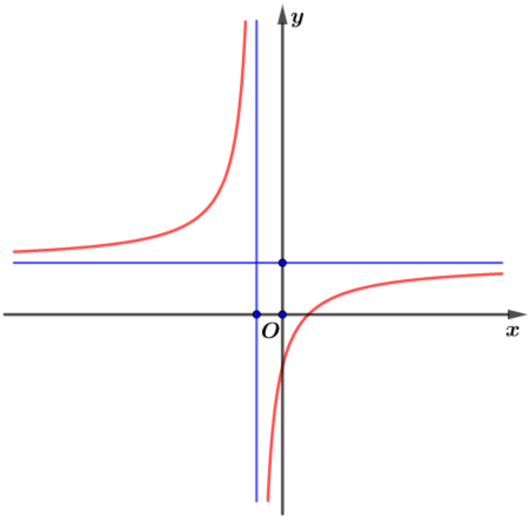
A. 1. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 0.

Câu 29. Tìm a, b để hàm số $y=\frac{ax+b}{x+1}$ có đồ thị như hình vẽ bên.



A. $a=-1, b=-2$. **B.** $a=1, b=-2$. **C.** $a=-2, b=1$. **D.** $a=2, b=1$.

Câu 30. Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình vẽ.



Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $ab < 0$; $ac < 0$. **B.** $bd < 0$; $bc > 0$. **C.** $ad > 0$; $bd > 0$. **D.** $ab < 0$; $ad > 0$.

Câu 31. Đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 2$ và đường thẳng $y = 2$ có bao nhiêu điểm chung?

A. 0. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

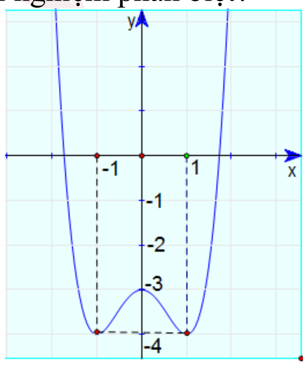
Câu 32. Cho hàm số $y = f(x)$có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Số nghiệm của phương trình $f(x) - 2 = 0$là

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 33. Cho hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 3$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Với giá trị nào của tham số m thì phương trình $x^4 - 2x^2 - 3 = 2m - 4$ có hai nghiệm phân biệt?

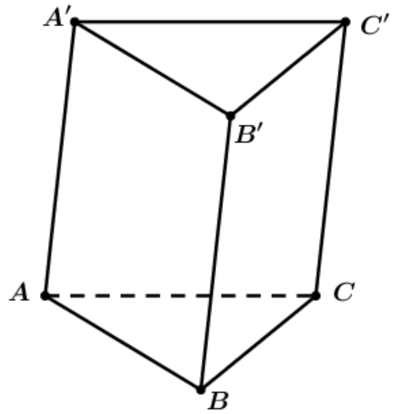


A. $m \le \frac{1}{2}$. **B.** $\left[\begin{array}{l} m < 0 \\ m = \frac{1}{2} \end{array}\right.$. **C.** $0 < m < \frac{1}{2}$. **D.** $\left[\begin{array}{l} m = 0 \\ m > \frac{1}{2} \end{array}\right.$.

Câu 34. Khối lăng trụ ngũ giác có tất cả bao nhiêu cạnh?

A. 15. **B.** 10. **C.** 20. **D.** 25.

Câu 35. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ (tham khảo hình sau). Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng BB'. Mặt phẳng (AMC') chia khối lăng trụ đã cho thành các khối đa diện nào ?

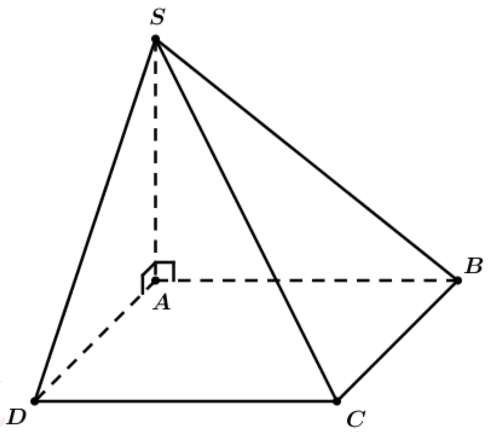


A. Một khối tứ diện và một khối chóp tứ giác.
B. Hai khối chóp tam giác.
C. Hai khối chóp tứ giác.
D. Một khối tứ diện và một khối lăng trụ.

Câu 36. Hình lăng trụ đứng có đáy là hình thoi (không phải hình vuông) có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 5. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 3.

Câu 37. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$ và SA vuông góc với đáy. Biết khoảng cách giữa AC và SB bằng a. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.



A. $\frac{2\sqrt{2}a^3}{3}$. **B.** $\frac{4\sqrt{2}a^3}{3}$. **C.** $\sqrt{2}a^3$. **D.** $\frac{3a^3}{\sqrt{2}}$.

Câu 38. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D; $AB = AD = 2a$, $BC = a\sqrt{5}$, $CD = a$, góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và $(ABCD)$ bằng $60°$. Gọi I là trung điểm cạnh AD. Biết hai mặt phẳng (SBI) và (SCI) cùng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{3\sqrt{15}a^3}{5}$. **B.** $V = \frac{a^3\sqrt{15}}{5}$. **C.** $V = \frac{a^3\sqrt{15}}{15}$. **D.** $V = \frac{3\sqrt{15}a^3}{15}$.

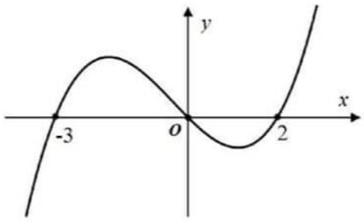
Câu 39. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-1		1		2		5		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	

Hàm số $y = 3f(x+3) - x^3 + 12x$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(-\infty;-1)$. **B.** $(-1;0)$. **C.** $(1;5)$. **D.** $(2;+\infty)$.

Câu 40. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị của đạo hàm $y=f'\left(x\right)$ như hình vẽ bên. Hàm số $g\left(x\right)=f\left(x^2-2\right)+3f\left(2-2x\right)+1$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $\left(0;1\right)$. **B.** $\left(-2;-1\right)$. **C.** $\left(1;2\right)$. **D.** $\left(-1;0\right)$.

Câu 41. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=\dfrac{mx-2}{m-2x}$ nghịch biến trên khoảng $\left(\dfrac{1}{2};+\infty\right)$.

A. $-2<m\le 1$. **B.** $-2<m<2$. **C.** $-2\le m\le 2$. **D.** $m>2$.

Câu 42. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^3-\left(2m-1\right)x^2+\left(m^2-m+7\right)x+m-5$ có hai điểm cực trị là độ dài hai cạnh góc vuông của một tam giác vuông có cạnh huyền bằng $\sqrt{74}$.

A. $m=3$. **B.** $\left[\begin{array}{l}m=-3\\m=2\end{array}\right.$. **C.** $m=2$. **D.** $\left[\begin{array}{l}m=3\\m=-2\end{array}\right.$.

Câu 43. Cho hình thang cân có độ dài đáy nhỏ và hai cạnh bên đều bằng 1 mét. Khi đó hình thang đã cho có diện tích lớn nhất bằng?

A. $3\sqrt{3}(m^2)$. **B.** $\frac{3\sqrt{3}}{2}(m^2)$. **C.** $\frac{3\sqrt{3}}{4}(m^2)$. **D.** $1(m^2)$.

Câu 44. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}\backslash\{1\}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	||	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-3	↗	$+\infty$ || $-\infty$	↗	5	↘	2

Số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=g(x)=\frac{2020}{f(x)-3}$.

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 45. Tìm tất cả giá trị thực của tham số m để đường thẳng $(d): y=mx-m-1$ cắt đồ thị $(C): y=x^3-3x^2+1$ tại 3 điểm A, B, C phân biệt (B thuộc đoạn AC), sao cho tam giác AOC cân tại O (với O là gốc toạ độ).

A. $m=-1$. **B.** $m=1$. **C.** $m=2$. **D.** $m=-2$.

Câu 46. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-3		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	1	↘	-2	↗	$+\infty$

Phương trình $f\left(f\left(x\right)\right)=0$ có nhiều nhất bao nhiêu nghiệm?

A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 6.

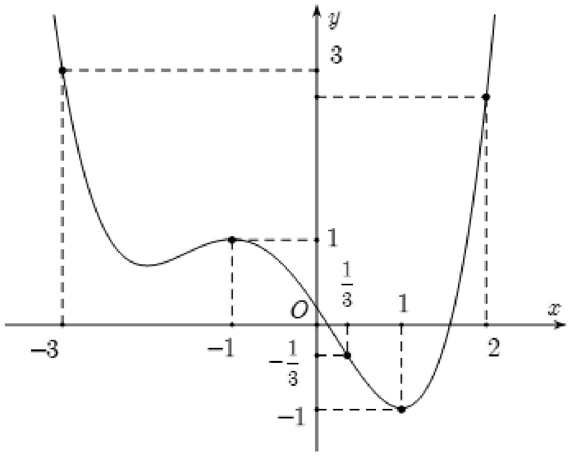
Câu 47. Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình bình hành. Gọi M,N lần lượt là trung điểm của SA,SC. Mặt phẳng (BMN) cắt SD tại P. Tỉ số $\frac{V_{S.BMPN}}{V_{S.ABCD}}$ bằng:

A. $\frac{V_{S.BMPN}}{V_{S.ABCD}}=\frac{1}{16}$. **B.** $\frac{V_{S.BMPN}}{V_{S.ABCD}}=\frac{1}{6}$. **C.** $\frac{V_{S.BMPN}}{V_{S.ABCD}}=\frac{1}{12}$. **D.** $\frac{V_{S.BMPN}}{V_{S.ABCD}}=\frac{1}{8}$.

Câu 48. Cho hình hộp đứng $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, đường thẳng DB_1 tạo với mặt phẳng $\left(BCC_1B_1\right)$ góc $30°$. Tính thể tích khối hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$.

A. $a^3\sqrt{3}$. **B.** $a^3\sqrt{2}$. **C.** a^3. **D.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

Câu 49. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$, hàm số $y=f'\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $g\left(x\right)=2f\left(\frac{5\sin x-1}{2}\right)+\frac{\left(5\sin x-1\right)^2}{4}+3$ có bao nhiêu điểm cực trị trên khoảng $\left(0;2\pi\right)$?



A. 9. **B.** 7. **C.** 6. **D.** 8.

Câu 50. Cho hàm số $f(x)=x^4-2x^3+m$ (m là tham số thực). Tìm tổng tất cả các giá trị của m sao cho $\underset{[0;1]}{max}|f(x)|+2\underset{[0;1]}{min}|f(x)|=10$.

A. 4. **B.** -3. **C.** 1. **D.** 2.

ĐỀ 14
ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

HDG ĐỀ KIỂM TRA GIỮA KÌ I
Môn: TOÁN, Lớp 12
Thời gian làm bài: 90 phút, *không tính thời gian phát đề*

Câu 1. Hàm số $y = x^4 + 2x^2 - 1$đồng biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(-1;1)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $\mathbb{R}$. **D.** $(-\infty;0)$.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

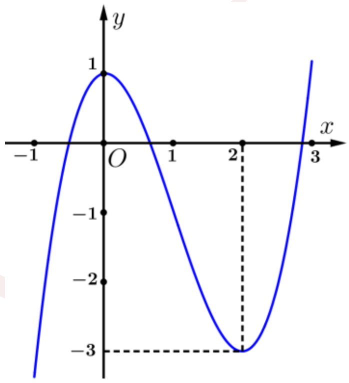
Ta có $y' = 4x^3 + 4x = 4x(x^2+1)$; $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		0		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	
y		↘		↗	

Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(1;4)$. **B.** $(0;2)$. **C.** $(-\infty;0)$ và $(2;+\infty)$. **D.** $(-\infty;1)$ và $(4;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

□Quan sát bảng đồ thị, ta thấy hàm số nghịch biến trên các khoảng $(0;2)$.

□Nên chọn đáp án

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$liên tục trên $\mathbb{R}$và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	↘	0	↗	6	↘	$-\infty$

Khẳng định nào sau đây là sai về sự biến thiên của hàm số $y = f(x)$?

A. Nghịch biến trên khoảng $(3;+\infty)$. **B.** Đồng biến trên khoảng $(0;6)$.

C. Nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-1)$. **D.** Đồng biến trên khoảng $(-1;3)$.

Lời giải

Chọn B

Từ bảng biến thiên ta thấy $y' < 0$với mọi $x > 3$, suy ra hàm số nghịch biến trên khoảng $(3;6)$, do đó hàm số không thể đồng biến trên khoảng $(0;6)$.

Câu 4. Cho hàm số $f(x) = x^4 - 8x^3 + 1$. Chọn mệnh đề đúng.

A. Nhận điểm $x = 6$ làm điểm cực đại. **B.** Nhận điểm $x = 6$ làm điểm cực tiểu.
C. Nhận điểm $x = 0$ làm điểm cực đại. **D.** Nhận điểm $x = 0$ làm điểm cực tiểu.

Lời giải

Chọn B

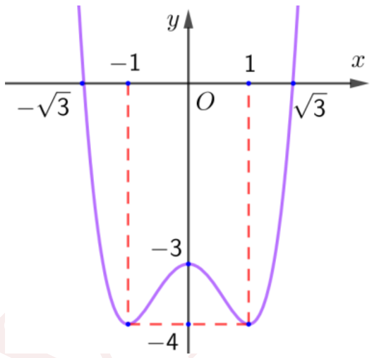
$f'(x) = 4x^3 - 24x^2 = 4x^2(x-6)$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 6 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		0		6		∞
y'		$-$	0	$-$	0	$+$	
y		$\searrow$		$\searrow$	CT	$\nearrow$	

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số nhận điểm $x = 6$ làm điểm cực tiểu.

Câu 5. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $\left[-\sqrt{3};\sqrt{3}\right]$ và có đồ thị hàm số như hình vẽ sau



Điểm cực đại của đồ thị hàm số đã cho là

A. $M(-1;-4)$. **B.** $N(0;-3)$. **C.** $x = -1$. **D.** $x = 0$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị của hàm số, điểm cực đại của đồ thị hàm số là $N(0;-1)$.

Câu 6. Cho hàm số có bảng biến thiên như hình vẽ sau. Phát biểu nào **đúng**?

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	5	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

A. Giá trị cực tiểu của hàm số bằng 2.
B. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$ và đạt cực đại tại $x = 5$.
C. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và đạt cực tiểu tại $x = 2$.
D. Giá trị cực đại của hàm số là 0.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy hàm số có giá trị cực đại bằng 5 tại $x = 0$ và có giá trị cực tiểu bằng 1 tại $x = 2$. Từ các đáp án A, B, C, D ta chọn

Câu 7. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 9x + 1$ trên đoạn $[-4;4]$ là

A. -4. **B.** 4. **C.** 1. **D.** -1.

Lời giải

Chọn A

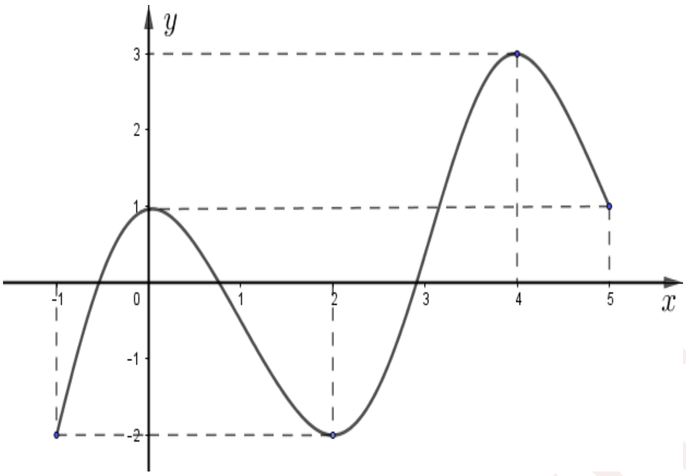
Xét hàm số $y=x^3+3x^2-9x+1$ xác định và liên tục trên đoạn $[-4;4]$.

Ta có $y'=3x^2+6x-9$; $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\in[-4;4]\\x=-3\in[-4;4]\end{array}\right.$.

Khi đó $y(-4)=21$, $y(-3)=28$, $y(1)=-4$, $y(4)=77$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^3+3x^2-9x+1$ trên đoạn $[-4;4]$ là -4.

Câu 8. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;5]$ và có đồ thị trên đoạn $[-1;5]$ như hình vẽ bên. Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-1;5]$ bằng



A. -1. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C

Nhìn đồ thị của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-1;5]$ ta thấy:

$M=\max\limits_{[-1;5]} f(x)=3$ và $m=\min\limits_{[-1;5]} f(x)=-2$ nên $M+m=1$.

Câu 9. Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x}{x-1}$ là

A. $x=1$. **B.** $x=0$. **C.** $y=1$. **D.** $y=0$.

Lời giải

Chọn A

TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

Ta có : $\lim\limits_{x\to1^+} y=\lim\limits_{x\to1^+}\dfrac{x}{x-1}=+\infty$.

Suy ra đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=1$.

Câu 10. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		$+\infty$
y'		$+$	$\Vert$	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	$+\infty \Vert 1$	$\nearrow$	3

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là:

A. 1. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

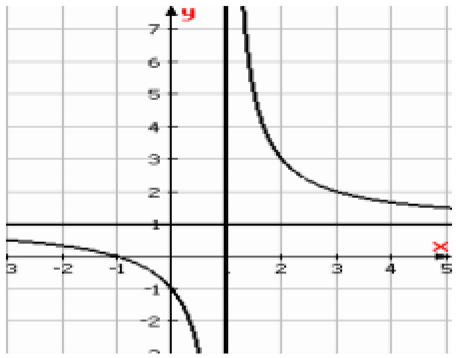
Chọn D

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} y=3 \Rightarrow$ Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y=3$.

$\lim\limits_{x\to(-2)^-} y=+\infty \Rightarrow$ Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=-2$.

Vậy đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận.

Câu 11. Đồ thị sau đây là của hàm số nào?



A. $y=\frac{x+2}{1-x}$. **B.** $y=\frac{x-1}{x+1}$. **C.** $y=\frac{x+1}{x-1}$. **D.** $y=\frac{2x-1}{x-1}$.

Lời giải

Chọn C

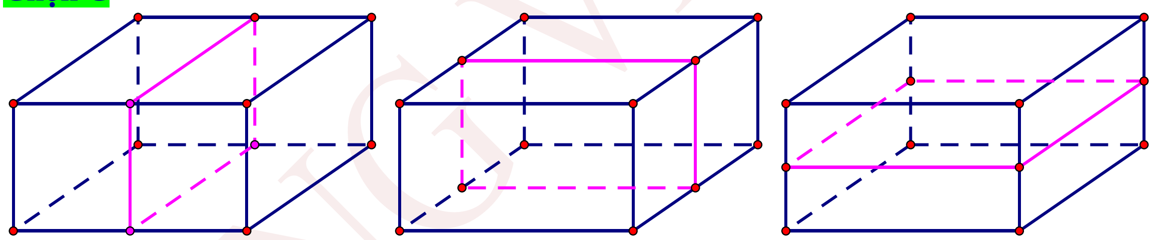
Từ hình vẽ cho thấy đồ thị hàm số đã cho có đường tiệm cận đứng: $x=1$ và đường tiệm cận ngang: $y=1$.

Câu 12. Một hình hộp chữ nhật (không phải hình lập phương) có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C



Câu 13. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng ?

A. Tồn tại một hình đa diện có số cạnh bằng số đỉnh.

B. Tồn tại một hình đa diện có số cạnh và số mặt bằng nhau.

C. Số đỉnh và số mặt của hình đa diện luôn bằng nhau.

D. Tồn tại một hình đa diện có số đỉnh và số mặt bằng nhau.

Lời giải

Chọn D

Hình tứ diện có 4 đỉnh và 4 mặt.

Câu 14. Số cạnh của một khối lập phương là:

A. 6. **B.** 8. **C.** 10. **D.** 12.

Lời giải

Chọn D

Khối lập phương là đa diện đều loại $\{4;3\}$ có 6 mặt.

Mỗi mặt là hình vuông nên số cạnh là $4.6=24$ cạnh.

Nhưng mỗi cạnh là cạnh chung của 2 mặt nên số cạnh của khối lập phương: $\frac{24}{2}=12$ cạnh.

Có thể áp dụng công thức: Số cạnh $=\dfrac{p.M}{2}$ hoặc vẽ hình để đếm.

Câu 15. Khối lập phương là khối đa diện đều thuộc loại nào?

A. $\{3;4\}$. **B.** $\{5;3\}$. **C.** $\{4;3\}$. **D.** $\{3;5\}$.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào định nghĩa và định lí về khối đa diện đều, khối lập phương thuộc loại $\{4;3\}$.

Câu 16. Cho tứ diện $ABCD$ có các cạnh AB, AC, AD đôi một vuông góc với nhau; $AB=3a; AC=5a$ và $AD=8a$ .Tính thể tích V của tứ diện $ABCD$?

A. $V=60a^3$. **B.** $V=40a^3$. **C.** $V=120a^3$. **D.** $V=20a^3$.

Lời giải

Chọn D

Ta có tứ diện $ABCD$ có các cạnh AB, AC, AD đôi một vuông góc

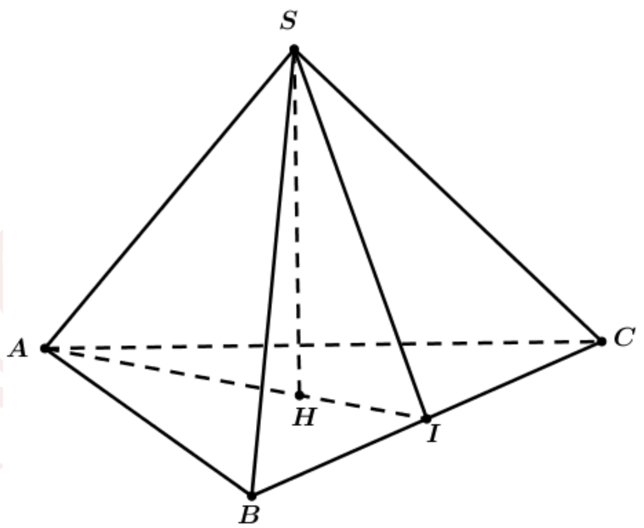
Nên $V_{ABCD}=\dfrac{1}{6}.AB.AC.AD=\dfrac{1}{6}.3a.5a.8a=20a^3$.

Câu 17. Cho hình chóp đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a, cạnh bên bằng $\dfrac{a\sqrt{21}}{6}$. Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **B.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{8}$. **C.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **D.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{24}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi I là trung điểm của cạnh BC, H là trọng tâm của tam giác ABC ta có: $SH\perp(ABC)$ và

$SH=\sqrt{SA^2-AH^2}=\sqrt{SA^2-\left(\dfrac{2}{3}AI\right)^2}=\sqrt{\left(\dfrac{a\sqrt{21}}{6}\right)^2-\left(\dfrac{2}{3}.\dfrac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2}=\dfrac{a}{2}$.

Vậy $V=\dfrac{1}{3}.SH.S_{\Delta ABC}=\dfrac{1}{3}.\dfrac{a}{2}.\dfrac{1}{2}a.\dfrac{a\sqrt{3}}{2}=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{24}$.

Câu 18. Cho khối lăng trụ có chiều cao $h=3$ và diện tích đáy $B=7$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. 10. **B.** 7. **C.** 3. **D.** 21.

Lời giải

Chọn D

$V = B.h = 7.3 = 21$

Câu 19. Khối hộp chữ nhật có ba kích thước lần lượt bằng $3cm$, $4cm$, $7cm$ thì có thể tích bằng

A. $84cm^3$. **B.** $12cm^3$. **C.** $28cm^3$. **D.** $21cm^3$.

Lời giải

Chọn A

Áp dụng công thức tính thể tích khối hộp chữ nhật: $V = a.b.c$ (trong đó: a,b,c là ba kích thước của hình hộp chữ nhật)

Nên: $V = 3.4.7 = 84cm^3$.

Câu 20. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x) = (x+1)^2(x-1)^3(2-x)$. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;-1)$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(1;2)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $f'(x) = (x+1)^2(x-1)^3(2-x) \Rightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=1 \\ x=2 \end{array}\right.$.

Từ đó, ta có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$		$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$	$-\infty$

Dựa vào bảng biến thiên thì hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $(1;2)$.

Câu 21. Tất cả các giá trị của m để hàm số $f(x) = x^3 - 2mx^2 + x$ nghịch biến trên khoảng $(1;2)$ là:

A. $m \ge \frac{13}{8}$. **B.** $1 \le m \le \frac{13}{8}$. **C.** $m \le 0$. **D.** $m > \frac{13}{8}$.

Lời giải

Chọn A

[phương pháp tự luận]

$f'(x) = 3x^2 - 4mx + 1$.

Hàm số nghịch biến trên $(1;2)$ khi và chỉ khi $f'(x) \le 0,\ \forall x \in (1;2)$

Khi đó $3x^2 - 4mx + 1 \le 0 \Leftrightarrow m \ge \dfrac{3x^2+1}{4x}$ (1).

Đặt $g(x) = \dfrac{3x^2+1}{4x}$; tập xác định $D = (1;2)$.

$g'(x) = \dfrac{12x^2-4}{16x^2}$. $g'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} x = \dfrac{\sqrt{3}}{3} & (l) \\ x = \dfrac{-\sqrt{3}}{3} & (l) \end{array}\right.$.

$\lim\limits_{x\to 1^+} g(x) = 1$; $\lim\limits_{x\to 2^-} g(x) = \dfrac{13}{8}$.

Ta có bảng biến thiên hàm số $y = g(x)$:

x	1		2
y'		$+$	
y	1	$\nearrow$	$\frac{13}{8}$

Từ bảng biến thiên, (1) luôn đúng khi $m \ge \frac{13}{8}$.

[phương pháp trắc nghiệm]

Thay $m = 2$, lập bảng biến thiên hàm số, ta thấy thỏa mãn yêu cầu bài toán, loại đáp án B,

Thay $m = \frac{13}{8}$, lập bảng biến thiên hàm số, ta thấy thỏa mãn yêu cầu bài toán, loại đáp án

Câu 22. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = -x^2 + 2x + 3, \forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 0.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $f'(x) = -x^2 + 2x + 3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = 3 \end{array}\right.$.

Hàm số đã cho có 2 điểm cực trị.

Câu 23. Cho hàm số $y = \frac{(m-1)x^3}{3} + (m-1)x^2 + 4x - 1$. Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại x_1, đạt cực đại tại x_2 đồng thời $x_1 < x_2$ khi và chỉ khi:

A. $m < 1$. **B.** $m > 5$. **C.** $\left[\begin{array}{l} m = 1 \\ m = 5 \end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l} m > 1 \\ m < 5 \end{array}\right.$.

Lời giải

Chọn B

Yêu cầu bài toán tương đương tìm m để hàm số đã cho có hai cực trị.

$y' = (m-1)x^2 + 2(m-1)x + 4$. Hàm số đã cho có hai cực trị khi và chỉ khi phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt, khi đó:

$$\begin{cases} \Delta' = (m-1)^2 - 4(m-1) = m^2 - 6m + 5 > 0 \\ m - 1 \ne 0 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m < 1 \\ m > 5 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m < 1 \\ m > 5 \end{array}\right..$$

Câu 24. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + m + 1$ có giá trị cực tiểu bằng -1. Tổng các phần tử thuộc S là:

A. -2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** -1.

Lời giải

Chọn B

TXĐ: $D = \mathbb{R}$

$$y = x^4 - 2mx^2 + m + 1$$
$$y' = 4x^3 - 4mx$$
$$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x^2 = m \end{array}\right.$$

TH1: $m \le 0$: Khi đó: $y_{ct} = y(0) = m + 1 = -1 \Rightarrow m = -2$(thỏa mãn).

TH2: $m > 0$: Khi đó: $y_{ct} = y(\pm\sqrt{m}) = -m^2 + m + 1 = -1 \Rightarrow m^2 - m - 2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = -1\ (l) \\ m = 2\ (t/m) \end{array}\right.$

Vậy $S = 0$.

Câu 25. Biết rằng hàm số $f(x) = -x + 2018 - \dfrac{1}{x}$ đạt giá trị lớn nhất trên khoảng $(0;4)$ tại x_0. Tính $P = x_0 + 2018$.

A. $P = 4032$. **B.** $P = 2020$. **C.** $P = 2018$. **D.** $P = 2019$.

Lời giải

Chọn D

Trên khoảng $(0;4)$ ta có: $f'(x) = \dfrac{-x^2+1}{x^2}$, $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

Bảng biến thiên:

x	0		1		4
$f'(x)$	||	$+$	0	$-$	||
$f(x)$	||	↗	$f(1)$	↘	||

Hàm số đạt giá trị lớn nhất trên khoảng $(0;4)$ tại $x_0 = 1$ nên $P = x_0 + 2018 = 2019$.

Câu 26. Cho hàm số $y = \dfrac{mx-1}{2x+1}$ (với m là tham số) thỏa mãn điều kiện $\max\limits_{[1;2]} y = 3$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $7 < m < 10$. **B.** $4 < m < 7$. **C.** $0 < m < 3$. **D.** $10 < m < 13$.

Lời giải

Chọn A

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \left\{-\dfrac{1}{2}\right\}$.

$y' = \dfrac{m+2}{(2x+1)^2}$.

Trường hợp 1: $y' < 0 \Leftrightarrow m < -2$. Khi đó $\max\limits_{[1;2]} y = y(1) = \dfrac{m-1}{3} = 3 \Leftrightarrow m = 10$ (loại).

Trường hợp 2: $y' > 0 \Leftrightarrow m > -2$. Khi đó $\max\limits_{[1;2]} y = y(2) = \dfrac{2m-1}{5} = 3 \Leftrightarrow m = 8$ (nhận).

Vậy: $7 < m < 10$.

Câu 27. Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \dfrac{\sqrt{2x - x^2} + 1}{x-1}$?

A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Hàm số xác định khi $\begin{cases} 2x - x^2 \ge 0 \\ x - 1 \ne 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 \le x \le 2 \\ x \ne 1 \end{cases} \Leftrightarrow x \in [0;2] \setminus \{1\}$.

Ta có $\lim\limits_{x \to 1^-} y = \lim\limits_{x \to 1^-} \dfrac{\sqrt{2x - x^2} + 1}{x-1} = -\infty$; $\lim\limits_{x \to 1^+} y = \lim\limits_{x \to 1^+} \dfrac{\sqrt{2x - x^2} + 1}{x-1} = +\infty$.

Suy ra $x = 1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Câu 28. Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{\left(m^2+1\right)\sqrt{4-x^2}}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 1. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 0.

Lời giải

Chọn B

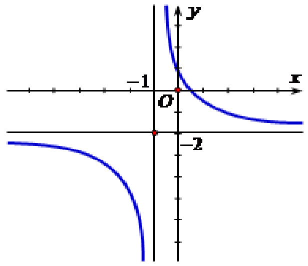
Hàm số có nghĩa khi $4-x^2>0 \Leftrightarrow -2<x<2$. TXĐ: $D=(-2;2)$

Hàm số không có tiệm cận ngang.

$\lim\limits_{x\to 2^-} y=\lim\limits_{x\to 2^-}\dfrac{x+1}{\left(m^2+1\right)\sqrt{4-x^2}}=+\infty$. Suy ra: đường thẳng $x=2$ là tiệm cận đứng.

$\lim\limits_{x\to -2^+} y=\lim\limits_{x\to -2^+}\dfrac{x+1}{\left(m^2+1\right)\sqrt{4-x^2}}=-\infty$. Suy ra: đường thẳng $x=-2$ là tiệm cận đứng.

Câu 29. Tìm a, b để hàm số $y=\frac{ax+b}{x+1}$ có đồ thị như hình vẽ bên.



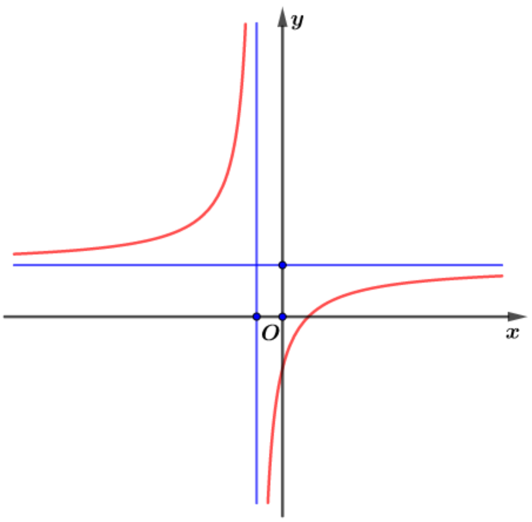
A. $a=-1, b=-2$. **B.** $a=1, b=-2$. **C.** $a=-2, b=1$. **D.** $a=2, b=1$.

Lời giải

Chọn C

Dễ thấy đồ thị có tiệm cận ngang $y=-2 \Rightarrow a=-2$.
Đồ thị hàm số cắt Oy tại điểm $A(0;1)$ nên $b=1$.

Câu 30. Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình vẽ.



Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $ab<0$; $ac<0$. **B.** $bd<0$; $bc>0$. **C.** $ad>0$; $bd>0$. **D.** $ab<0$; $ad>0$.

Lời giải

Chọn D

Đồ thị hàm số $y = \dfrac{ax+b}{cx+d}$ đi qua $M\left(0;\dfrac{b}{d}\right)$, có đường tiệm cận đứng $x = -\dfrac{d}{c}$, đường tiệm cận ngang $y = \dfrac{a}{c}$.

Quan sát đồ thị thấy:

+ Giao điểm với trục tung nằm phía dưới Ox nên $\dfrac{b}{d} < 0 \Leftrightarrow bd < 0 \Rightarrow$ Loại phương án

+ Đường tiệm cận ngang nằm phía trên Ox nên $\dfrac{a}{c} > 0 \Leftrightarrow ac > 0 \Rightarrow$ Loại phương án

+ Đường tiệm cận đứng nằm bên trái Oy nên $-\dfrac{d}{c} < 0 \Leftrightarrow cd > 0$.

Ta có: $\begin{cases} bd < 0 \\ cd > 0 \end{cases} \Rightarrow bc < 0 \Rightarrow$ Loại phương án

Kiểm chứng phương án D: $\begin{cases} ac > 0 \\ cd > 0 \end{cases} \Rightarrow ad > 0$; $\begin{cases} ad > 0 \\ bd < 0 \end{cases} \Rightarrow ab < 0$.

Lưu ý: Có thể sử dụng giao điểm của đồ thị với trục hoành nằm bên phải Oy nên $-\dfrac{b}{a} > 0 \Leftrightarrow ab < 0$.

Câu 31. Đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 2$ và đường thẳng $y = 2$ có bao nhiêu điểm chung?

A. 0. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y = x^3 - 3x^2 - 2 \Rightarrow y' = 3x^2 - 6x$; $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \Rightarrow y = -2 \\ x = 2 \Rightarrow y = -6 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 2$:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	-2	$\searrow$	-6	$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy đường thẳng $y = 2$ và đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 2$ có 1 điểm chung duy nhất.

Câu 32. Cho hàm số $y = f(x)$có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Số nghiệm của phương trình $f(x) - 2 = 0$là

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

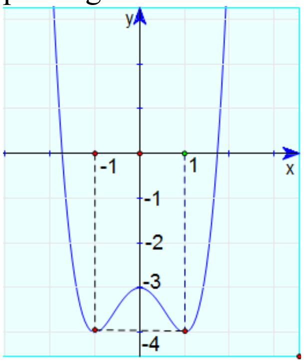
Chọn A

$f(x) - 2 = 0\ (*) \Leftrightarrow f(x) = 2$.

Số nghiệm của phương trình (*) là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$và đường thẳng $y = 2$.

Do $2 \in (-2; 4)$nên phương trình đã cho có 3 nghiệm phân biệt.

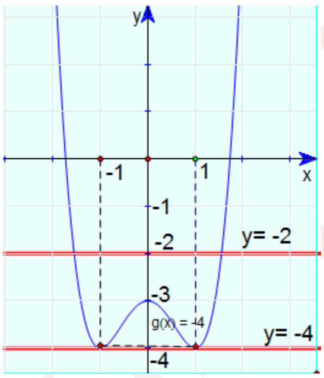
Câu 33. Cho hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 3$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Với giá trị nào của tham số m thì phương trình $x^4 - 2x^2 - 3 = 2m - 4$ có hai nghiệm phân biệt?



A. $m \le \frac{1}{2}$. **B.** $\left[\begin{array}{l} m < 0 \\ m = \frac{1}{2} \end{array}\right.$. **C.** $0 < m < \frac{1}{2}$. **D.** $\left[\begin{array}{l} m = 0 \\ m > \frac{1}{2} \end{array}\right.$.

Lời giải

Chọn D



Phương trình $x^4 - 2x^2 - 3 = 2m - 4$ có hai nghiệm phân biệt khi chỉ khi đồ thị hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 3$ và đường thẳng $y = 2m - 4$ cắt nhau tại hai điểm phân biệt.

Dựa vào đồ thị hàm số trên, yêu cầu bài toán thỏa mãn khi $\left[\begin{array}{l} 2m - 4 = -4 \\ 2m - 4 > -3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 0 \\ m > \frac{1}{2} \end{array}\right.$.

Câu 34. Khối lăng trụ ngũ giác có tất cả bao nhiêu cạnh?

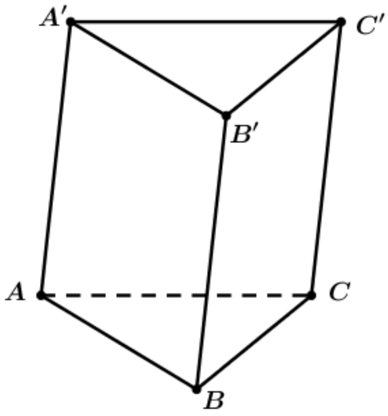
A. 15. **B.** 10. **C.** 20. **D.** 25.

Lời giải

Chọn A

Số cạnh đáy của khối lăng trụ là: $5.2 = 10$.
Số cạnh bên của lăng trụ là: 5.
Do đó số cạnh của khối lăng trụ ngũ giác là 15.

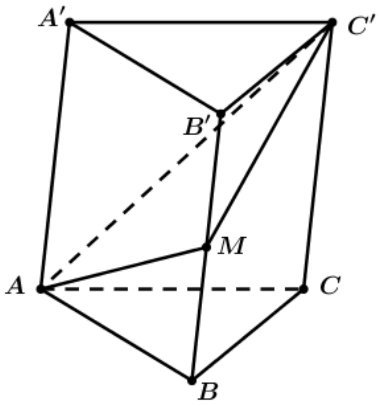
Câu 35. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ (tham khảo hình sau). Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng BB'. Mặt phẳng (AMC') chia khối lăng trụ đã cho thành các khối đa diện nào ?



A. Một khối tứ diện và một khối chóp tứ giác.
B. Hai khối chóp tam giác.
C. Hai khối chóp tứ giác.
D. Một khối tứ diện và một khối lăng trụ.

Lời giải

Chọn C



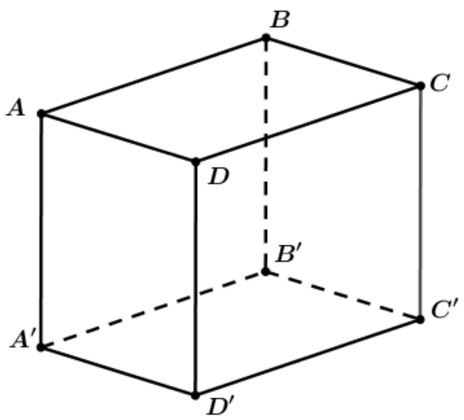
Mặt phẳng (AMC') chia khối lăng trụ đã cho thành hai khối chóp tứ giác là khối $A.MBCC'$ và $C'.AA'B'M$.

Câu 36. Hình lăng trụ đứng có đáy là hình thoi (không phải hình vuông) có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 5. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 3.

Lời giải

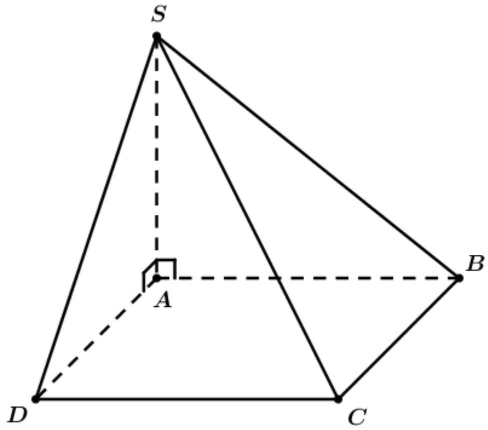
Chọn D



Gọi hình lăng trụ đứng đã cho là $ABCD.A'B'C'D'$ với đáy là hình thoi $ABCD$.
Các mặt phẳng đối xứng của nó bao gồm:
- mặt phẳng trung trực của các cạnh bên

- mặt phẳng $(ACC'A')$
- mặt phẳng $(BDD'B')$.

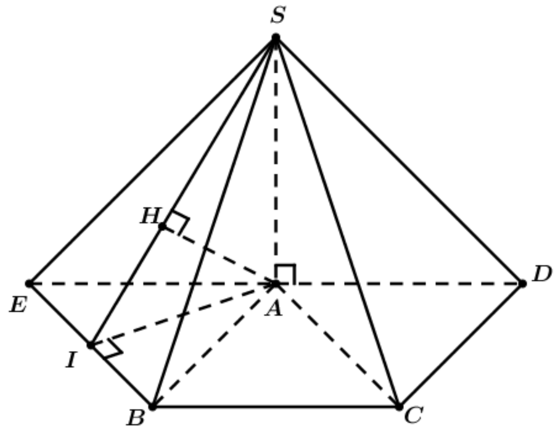
Câu 37. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$ và SA vuông góc với đáy. Biết khoảng cách giữa AC và SB bằng a. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.



A. $\frac{2\sqrt{2}a^3}{3}$. **B.** $\frac{4\sqrt{2}a^3}{3}$. **C.** $\sqrt{2}a^3$. **D.** $\frac{3a^3}{\sqrt{2}}$.

Lời giải

Chọn B



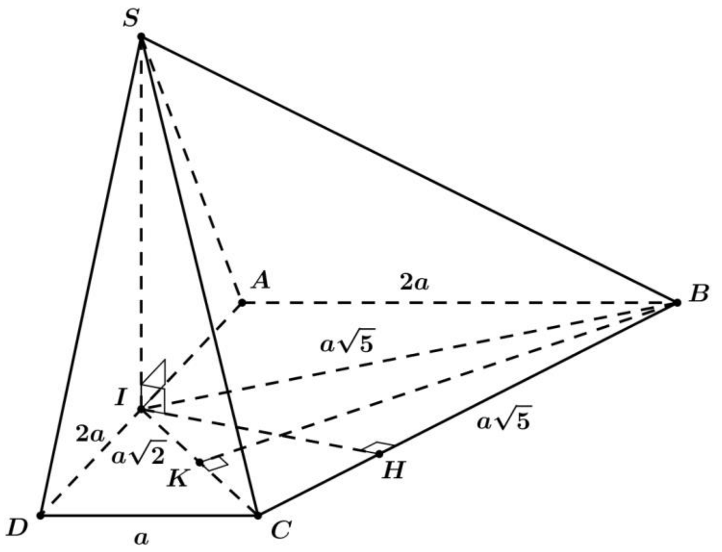
Dựng điểm E sao cho $ACBE$ là hình bình hành.
Khi đó: $AC//EB \Rightarrow AC//(SBE) \Rightarrow d(AC,SB) = d\big(AC,(SBE)\big) = d\big(A,(SBE)\big)$.
Kẻ $AI \perp EB (I \in AB)$, kẻ $AH \perp SI (H \in SI) \Rightarrow d\big(A,(SEB)\big) = AH = a$.
Tam giác A vuông tại tại A.
Ta có $\frac{1}{AI^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AE^2} = \frac{1}{4a^2} + \frac{1}{4a^2} = \frac{1}{2a^2}$.
Xét ΔSAI, ta có: $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AI^2} \Leftrightarrow \frac{1}{a^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{2a^2} \Leftrightarrow \frac{1}{SA^2} = \frac{1}{2a^2} \Rightarrow SA = a\sqrt{2}$.
Vậy thể tích của tích khối chóp $S.ABCD$ là $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}.SA.S_{ABCD} = \frac{1}{3}.a\sqrt{2}.4a^2 = \frac{4\sqrt{2}a^3}{3}$.

Câu 38. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D; $AB = AD = 2a$, $BC = a\sqrt{5}$, $CD = a$, góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và $(ABCD)$ bằng $60°$. Gọi I là trung điểm cạnh AD. Biết hai mặt phẳng (SBI) và (SCI) cùng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{3\sqrt{15}a^3}{5}$. **B.** $V = \frac{a^3\sqrt{15}}{5}$. **C.** $V = \frac{a^3\sqrt{15}}{15}$. **D.** $V = \frac{3\sqrt{15}a^3}{15}$.

Lời giải

Chọn A



Do $(SBI)\perp(ABCD)$ và $(SCI)\perp(ABCD)$ nên $SI\perp(ABCD)$.

Ta có $IB=\sqrt{AB^2+AI^2}=a\sqrt{5}$, $CI=\sqrt{CD^2+DI^2}=a\sqrt{2}$, suy ra tam giác BCI cân tại B.

Gọi K là trung điểm của CI, $BK=\sqrt{BC^2-CK^2}=\sqrt{\left(a\sqrt{5}\right)^2-\left(\dfrac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2}=\dfrac{3a\sqrt{2}}{2}$, $S_{\Delta BCI}=\dfrac{1}{2}BK.CI=\dfrac{3a^2}{2}$

.

Kẻ $IH\perp BC\Rightarrow BC\perp SH$ nên góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và $(ABCD)$ là góc SHI.

Mà $S_{\Delta BCI}=\dfrac{1}{2}IH.BC\Rightarrow IH=\dfrac{2S_{\Delta BCI}}{BC}=\dfrac{3a}{\sqrt{5}}$, $SI=IH.\tan 60^\circ=\dfrac{3a}{\sqrt{5}}.\sqrt{3}=\dfrac{3a\sqrt{15}}{5}$.

Vậy $V_{S.ABCD}=\dfrac{1}{3}SI.S_{ABCD}=\dfrac{1}{3}\dfrac{3a\sqrt{15}}{5}\dfrac{a+2a}{2}.2a=\dfrac{3a^3\sqrt{15}}{5}$.

Câu 39. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-1		1		2		5		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	

Hàm số $y=3f(x+3)-x^3+12x$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(-\infty;-1)$. **B.** $(-1;0)$. **C.** $(1;5)$. **D.** $(2;+\infty)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y'=3f'(x+3)-3x^2+12=3\left[f'(x+3)+\left(4-x^2\right)\right]$

Từ bảng xét dấu của $f'(x)$ ta có $f'(x+3)<0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}-1<x+3<1\\5<x+3\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}-4<x<-2\\x>2\end{array}\right.$;

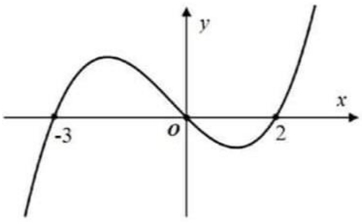
$$f'(x+3)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=-4\\x=\pm 2\end{array}\right..$$

Suy ra bảng xét dấu y' như sau

x	$-\infty$		-4		-2		-1		2		$+\infty$
$f'(x+3)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	
$4-x^2$		$-$	|	$-$	0	$+$	|	$+$	0	$-$	
y'		Chưa xđ	|	$-$	0	$+$	|	$+$	0	$-$	

Vậy hàm số $y=3f(x+3)-x^3+12x$ nghịch biến trên khoảng $(2;+\infty)$ và $(-4;-2)$.

Câu 40. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị của đạo hàm $y=f'(x)$ như hình vẽ bên. Hàm số $g(x)=f(x^2-2)+3f(2-2x)+1$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(0;1)$. **B.** $(-2;-1)$. **C.** $(1;2)$. **D.** $(-1;0)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $g'(x)=2xf'(x^2-2)-6f'(2-2x)=k(x)+q(x)$

Đặt

$$k(x)=2xf'(x^2-2)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x^2-2=-3 \\ x^2-2=0 \\ x^2-2=2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm\sqrt{2} \\ x=\pm 2 \end{array}\right.$$

Đặt

$$q(x)=-6f'(2-2x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2-2x=-3 \\ 2-2x=0 \\ 2-2x=2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\dfrac{5}{2} \\ x=1 \\ x=0 \end{array}\right.$$

Ta có bảng xét dấu

x	$-\infty$		-2		$-\sqrt{2}$		0		1		$\sqrt{2}$		2		$\frac{5}{2}$		$+\infty$
$k(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	|	$+$	0	$-$	0	$+$	|	$+$	
$q(x)$		$-$	|	$-$	|	$-$	0	$+$	0	$-$	|	$-$	|	$-$	0	$+$	
$g'(x)$		$-$	|		|	$-$	|	$+$	|		|	$-$	|		|	$+$	

Suy ra hàm số $g(x)=f(x^2-2)+3f(2-2x)+1$ nghịch biến trên khoảng $(-1;0)$.

Câu 41. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=\dfrac{mx-2}{m-2x}$ nghịch biến trên khoảng $\left(\dfrac{1}{2};+\infty\right)$.

A. $-2<m\le 1$. **B.** $-2<m<2$. **C.** $-2\le m\le 2$. **D.** $m>2$.

Lời giải

Chọn A

Để hàm số $y=\dfrac{mx-2}{-2x+m}$ nghịch biến trên khoảng $\left(\dfrac{1}{2};+\infty\right)$ khi và chỉ khi

$$\begin{cases}\dfrac{m}{2}\le\dfrac{1}{2}\\ m^2-4<0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\le 1\\ -2<m<2\end{cases}\Leftrightarrow -2<m\le 1.$$

Câu 42. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^3-(2m-1)x^2+\left(m^2-m+7\right)x+m-5$ có hai điểm cực trị là độ dài hai cạnh góc vuông của một tam giác vuông có cạnh huyền bằng $\sqrt{74}$.

A. $m=3$. **B.** $\left[\begin{array}{l}m=-3\\ m=2\end{array}\right.$. **C.** $m=2$. **D.** $\left[\begin{array}{l}m=3\\ m=-2\end{array}\right.$.

Lời giải

Chọn A

$y=\dfrac{1}{3}x^3-(2m-1)x^2+\left(m^2-m+7\right)x+m-5\Rightarrow y'=x^2-2(2m-1)x+m^2-m+7$.

+) Hàm số có hai điểm cực trị là độ dài hai cạnh của một tam giác vuông thì y' có 2 nghiệm dương phân biệt $\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta'=(2m-1)^2-\left(m^2-m-7\right)>0\\ 2m-1>0\\ m^2-m+7>0\end{cases}$ (*).

+) Khi đó, gọi x_1, x_2 là 2 điểm cực trị của hàm số thì x_1, x_2 là hai nghiệm của y' $\Rightarrow\begin{cases}x_1+x_2=2(2m-1)\\ x_1.x_2=m^2-m+7\end{cases}$

.

Theo giả thiết ta có $x_1^2+x_2^2=74\Leftrightarrow(x_1+x_2)^2-2x_1x_2=74\Leftrightarrow 4(2m-1)^2-2.\left(m^2-m+7\right)=74$

$\Leftrightarrow 14m^2-14m-84=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=3\\ m=-2\end{array}\right.$.

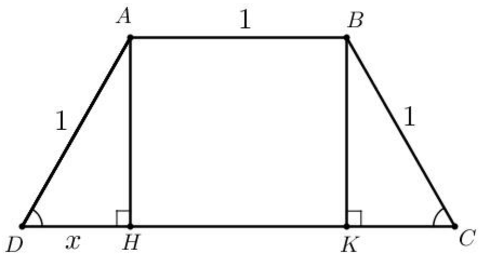
Thử vào $(*)\Rightarrow m=3$.

Câu 43. Cho hình thang cân có độ dài đáy nhỏ và hai cạnh bên đều bằng 1 mét. Khi đó hình thang đã cho có diện tích lớn nhất bằng?

A. $3\sqrt{3}(m^2)$. **B.** $\frac{3\sqrt{3}}{2}(m^2)$. **C.** $\frac{3\sqrt{3}}{4}(m^2)$. **D.** $1(m^2)$.

Lời giải

Chọn C



Kẻ $AH\perp CD, BK\perp CD\Rightarrow ABKH$ là hình chữ nhật $\Rightarrow AB=HK=1(m)$.
Đặt $DH=x$. Khi đó $AH=\sqrt{1-x^2}(0<x<1)$.
Vì $ABCD$ là hình thang cân nên $\Delta ADH=\Delta BCK$ (cạnh huyền – góc nhọn)

$$\Rightarrow DH = CK = x \Rightarrow CD = DH + HK + CK = 2x + 1.$$

Ta có $S_{ABCD} = \frac{(AB+CD).AH}{2} = \frac{(1+2x+1)\sqrt{1-x^2}}{2} = (x+1)\sqrt{1-x^2}$.

Xét hàm số $f(x) = (x+1)\sqrt{1-x^2} (0 < x < 1)$, ta có

$f'(x) = \sqrt{1-x^2} - \frac{2x(x+1)}{2\sqrt{1-x^2}} = \frac{-2x^2-x+1}{\sqrt{1-x^2}}$, $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{1}{2} (n) \\ x = -1 (l) \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:

x	0		$\frac{1}{2}$		1
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$		$\nearrow$	$\frac{3\sqrt{3}}{4}$	$\searrow$	

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy $f(x) \le f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{3\sqrt{3}}{4}$.

Vậy diện tích lớn nhất của hình thang $ABCD$ là $\frac{3\sqrt{3}}{4} (m^2)$.

Câu 44. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}\backslash\{1\}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	$\|$	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$+\infty \;\|\; -\infty$	$\nearrow$	5	$\searrow$	2

Số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = g(x) = \frac{2020}{f(x)-3}$.

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Chọn D

Dựa vào bảng biến thiên ta có:

Phương trình $f(x) - 3 = 0 \Leftrightarrow f(x) = 3 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = a \in (-\infty; -1) \\ x = b \in (-1; 1) \\ x = c \in (1; 2) \\ x = d \in (2; +\infty) \end{array}\right.$.

$\lim\limits_{x \to a^+} g(x) = \lim\limits_{x \to a^+} \frac{2020}{f(x)-3} = -\infty \Rightarrow$ đường thẳng $x = a$ là đường tiệm cận đứng. $\lim\limits_{x \to b^+} g(x) = \lim\limits_{x \to b^+} \frac{2020}{f(x)-3} = +\infty \Rightarrow$ đường thẳng $x = b$ là đường tiệm cận đứng.

$\lim\limits_{x \to c^+} g(x) = \lim\limits_{x \to c^+} \frac{2020}{f(x)-3} = +\infty$ $\Rightarrow$đ ường thẳng $x = c$ là đường tiệm cận đứng.

$\lim\limits_{x \to d^+} g(x) = \lim\limits_{x \to d^+} \frac{2020}{f(x)-3} = -\infty \Rightarrow$ đường thẳng $x = d$ là đường tiệm cận đứng.

Vậy đồ thị hàm số $y = g(x) = \frac{2020}{f(x)-3}$ có 4 đường tiệm cận đứng.

Câu 45. Tìm tất cả giá trị thực của tham số m để đường thẳng $(d): y = mx - m - 1$ cắt đồ thị $(C): y = x^3 - 3x^2 + 1$ tại 3 điểm A, B, C phân biệt (B thuộc đoạn AC), sao cho tam giác AOC cân tại O (với O là gốc toạ độ).

A. $m = -1$. **B.** $m = 1$. **C.** $m = 2$. **D.** $m = -2$.

Lời giải

Chọn B

Cách 1:

Xét phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng (d) và đường cong (C): $x^3 - 3x^2 + 1 = mx - m - 1 \Leftrightarrow (x-1)(x^2 - 2x - 2 - m) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x^2 - 2x - 2 - m = 0(*) \end{array}\right.$.

(d) cắt (C) tại 3 điểm phân biệt $A, B, C \Leftrightarrow (*)$ có hai nghiệm phân biệt khác 1.

$(*) \Leftrightarrow (x-1)^2 = m + 3$ có hai nghiệm phân biệt khác 1 khi và chỉ khi $m > -3$.

Khi đó $(*)$ có hai nghiệm $x_1 = 1 - \sqrt{m+3}$, $x_2 = 1 + \sqrt{m+3}$ thỏa $x_1 < 1 < x_2$.

Không mất tính tổng quát, gọi $A\left(1 - \sqrt{m+3}; -m\sqrt{m+3} - 1\right)$, $B(1;-1)$, $C\left(1 + \sqrt{m+3}; m\sqrt{m+3} - 1\right)$.

Tam giác AOC cân tại $O \Leftrightarrow OA = OC \Leftrightarrow OA^2 = OC^2$

$$\Leftrightarrow \left(1 - \sqrt{m+3}\right)^2 + \left(-m\sqrt{m+3} - 1\right)^2 = \left(1 + \sqrt{m+3}\right)^2 + \left(m\sqrt{m+3} - 1\right)^2$$

$\Leftrightarrow 4\sqrt{m+3} - 4m\sqrt{m+3} = 0 \Leftrightarrow 4(m-1)\sqrt{m+3} = 0 \Leftrightarrow m = 1$.

Với $m = 1$ thỏa mãn điều kiện tồn tại các điểm A, B, C và khi đó đường thẳng (d): $y = x - 2$ không đi qua gốc tọa độ O nên A, O, C tạo thành tam giác cân. Vậy $m = 1$ là giá trị cần tìm.

Cách 2:

Xét phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng (d) và đường cong (C): $x^3 - 3x^2 + 1 = mx - m - 1 \Leftrightarrow (x-1)(x^2 - 2x - 2 - m) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x^2 - 2x - 2 - m = 0(*) \end{array}\right.$.

(d) cắt (C) tại 3 điểm phân biệt $A, B, C \Leftrightarrow (*)$ có hai nghiệm phân biệt khác 1.

$(*) \Leftrightarrow (x-1)^2 = m + 3$ có hai nghiệm phân biệt x_1,x_2 khác 1 khi và chỉ khi $m > -3$.

Xét $x^2 - 2x - 2 - m = 0$ $(*)$

Theo Viet:$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ x_1 x_2 = -m - 2 \end{cases}$

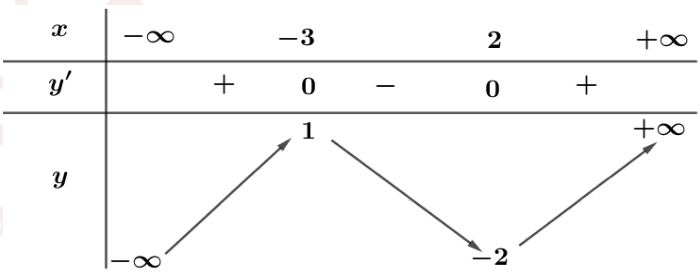
Khi đó:$A(x_1; mx_1 - m - 1)$,$B(x_2; mx_2 - m - 1)$.

Cần có:$OA^2 = OB^2$

$$\Leftrightarrow x_1^2 + (mx_1 - m - 1)^2 = x_2^2 + (mx_2 - m - 1)^2$$
$$\Leftrightarrow (x_1 - x_2)\big[(x_1 + x_2) + m[m(x_1 + x_2) - 2m - 2]\big] = 0$$
$$\Leftrightarrow \big[(x_1 + x_2) + m[m(x_1 + x_2) - 2m - 2]\big] = 0$$

$\Leftrightarrow 2 + m(2m - 2m - 2) = 0 \Leftrightarrow m = 1$.

Câu 46. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau



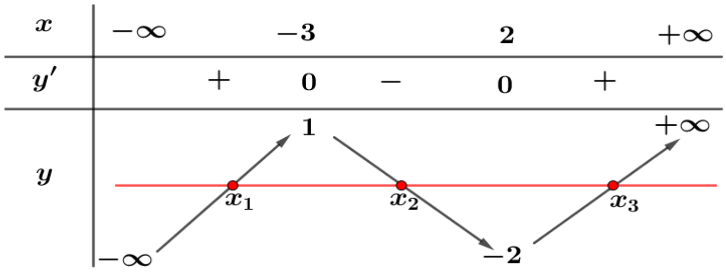
Phương trình $f\left(f(x)\right) = 0$ có nhiều nhất bao nhiêu nghiệm?

A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 6.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $f\left(f(x)\right) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x) = x_1 \ (x_1 < -3) \\ f(x) = x_2 \ (-3 < x_2 < 2) \\ f(x) = x_3 \ (x_3 > 2) \end{array}\right.$.



Dựa vào bảng biến thiên

+ Trường hợp 1: $f\left(x\right)=x_1\ \left(x_1<-3\right)$ có 1 nghiệm.

+ Trường hợp 2: $f\left(x\right)=x_2\ \left(-3<x_2<2\right)$ có nhiều nhất 3 nghiệm.

+ Trường hợp 3: $f\left(x\right)=x_3\ \left(x_3>2\right)$ có 1 nghiệm.

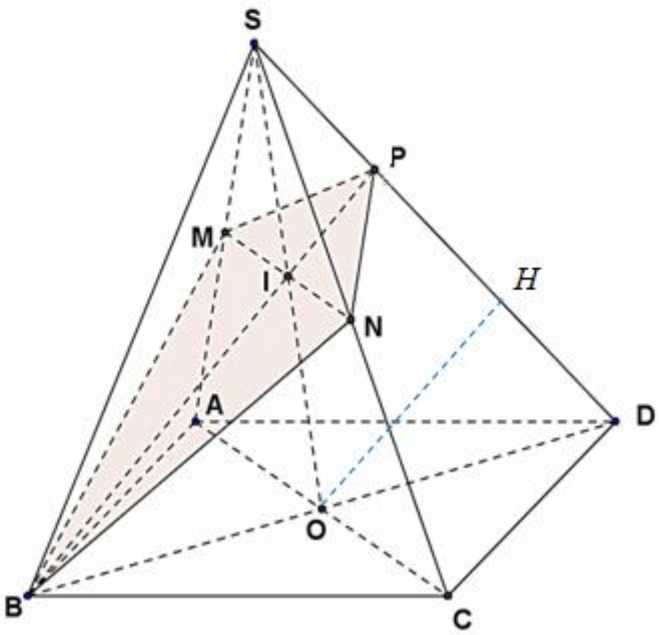
Vậy phương trình $f\left(f\left(x\right)\right)=0$ có nhiều nhất 5 nghiệm.

Câu 47. Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình bình hành. Gọi M,N lần lượt là trung điểm của SA,SC. Mặt phẳng (BMN) cắt SD tại P. Tỉ số $\dfrac{V_{S.BMPN}}{V_{S.ABCD}}$ bằng:

A. $\dfrac{V_{S.BMPN}}{V_{S.ABCD}}=\dfrac{1}{16}$. **B.** $\dfrac{V_{S.BMPN}}{V_{S.ABCD}}=\dfrac{1}{6}$. **C.** $\dfrac{V_{S.BMPN}}{V_{S.ABCD}}=\dfrac{1}{12}$. **D.** $\dfrac{V_{S.BMPN}}{V_{S.ABCD}}=\dfrac{1}{8}$.

Lời giải

Chọn B



Ta có M,N là trung điểm của SA,SC nên $\dfrac{SM}{SA}=\dfrac{SN}{SC}=\dfrac{1}{2}$.

Cách 1: Áp dụng định lý Menelaus cho ΔSOD ta có :

$\dfrac{PS}{PD}\cdot\dfrac{BD}{BO}\cdot\dfrac{IO}{IS}=1\Rightarrow\dfrac{PS}{PD}\cdot2\cdot1=1\Rightarrow\dfrac{PS}{PD}=\dfrac{1}{2}\Rightarrow\dfrac{SP}{SD}=\dfrac{1}{3}$.

Cách 2: Kẻ $OH\,//\,BP$, ta có O là trung điểm của BD nên H là trung điểm của PD.

Ta có $OH\,//\,IP$ mà I là trung điểm của SO nên P là trung điểm của SH.

Suy ra $SP=PH=HD\Rightarrow\dfrac{SP}{SD}=\dfrac{1}{3}$.

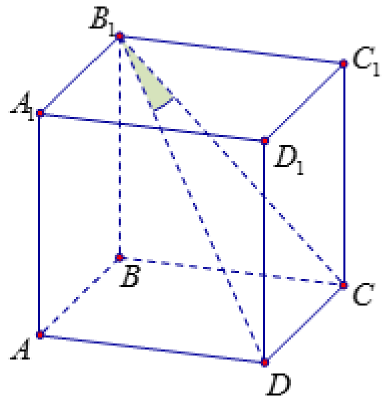
Theo công thức tỉ số thể tích ta có : $\frac{V_{S.BMPN}}{V_{S.ABCD}}=\frac{2V_{S.BMP}}{2V_{S.BAD}}=\frac{SM}{SA}\cdot\frac{SP}{SD}=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}=\frac{1}{6}$.

Câu 48. Cho hình hộp đứng $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, đường thẳng DB_1 tạo với mặt phẳng (BCC_1B_1) góc $30°$. Tính thể tích khối hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$.

A. $a^3\sqrt{3}$. **B.** $a^3\sqrt{2}$. **C.** a^3. **D.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải

Chọn B



Ta có $DC\perp(BCC_1B_1)$ suy ra hình chiếu của DB_1 lên (BCC_1B_1) là CB_1

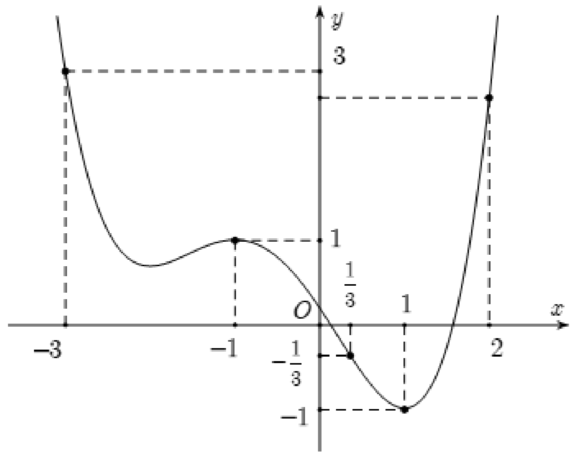
$\Rightarrow(DB_1,(BCC_1B_1))=(DB_1,CB_1)=DB_1C=30°$

Xét ΔDB_1C vuông ở C có $\tan DB_1C=\frac{DC}{B_1C}\Leftrightarrow\tan 30°=\frac{a}{B_1C}\Rightarrow B_1C=a\sqrt{3}$

Xét ΔB_1BC vuông ở B có $BB_1=\sqrt{B_1C^2-BC^2}=\sqrt{3a^2-a^2}=a\sqrt{2}$

Thể tích khối hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ là $V=BB_1.S_{ABCD}=a\sqrt{2}.a^2=a^3\sqrt{2}$.

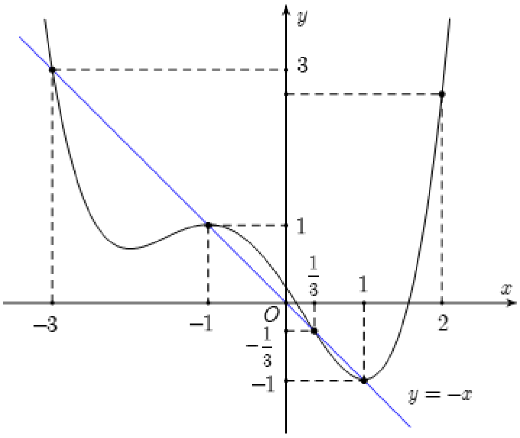
Câu 49. Cho hàm số $y=f(x)$, hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $g(x)=2f\left(\frac{5\sin x-1}{2}\right)+\frac{(5\sin x-1)^2}{4}+3$ có bao nhiêu điểm cực trị trên khoảng $(0;2\pi)$?



A. 9. **B.** 7. **C.** 6. **D.** 8.

Lời giải

Chọn B



Ta có $g(x)=2f\left(\frac{5\sin x-1}{2}\right)+\left(\frac{5\sin x-1}{2}\right)^2+3$

$g'(x)=\frac{5\cos x}{2}\left[2f'\left(\frac{5\sin x-1}{2}\right)+2.\left(\frac{5\sin x-1}{2}\right)\right]=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\cos x=0\\ 2f'\left(\frac{5\sin x-1}{2}\right)+2.\left(\frac{5\sin x-1}{2}\right)=0\end{array}\right.$

Đặt $t=\frac{5\sin x-1}{2}$ vì $x\in(0;2\pi)\Rightarrow t\in[-3;2]$

Khi đó: $2f'\left(\frac{5\sin x-1}{2}\right)+2.\left(\frac{5\sin x-1}{2}\right)=0$ thành $f'(t)=-t\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=1\\ t=\frac{1}{3}\\ t=-1\\ t=-3\end{array}\right.$

□Với $t=1\Rightarrow\frac{5\sin x-1}{2}=1\Leftrightarrow\sin x=\frac{3}{5}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\alpha_1\in(0;2\pi)\\ x=\alpha_2\in(0;2\pi)\end{array}\right.$.

□Với $t=\frac{1}{3}\Rightarrow\frac{5\sin x-1}{2}=\frac{1}{3}\Leftrightarrow\sin x=\frac{1}{3}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\alpha_3\in(0;2\pi)\\ x=\alpha_4\in(0;2\pi)\end{array}\right.$.

□Với $t=-1\Rightarrow\frac{5\sin x-1}{2}=-1\Leftrightarrow\sin x=-\frac{1}{5}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\alpha_5\in(0;2\pi)\\ x=\alpha_6\in(0;2\pi)\end{array}\right.$.

□Với $t=-3\Rightarrow\frac{5\sin x-1}{2}=-3\Leftrightarrow\sin x=-1\Leftrightarrow x=\frac{3\pi}{2}\in(0;2\pi)$.

□ $\cos x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{2}\in(0;2\pi)\\ x=\frac{3\pi}{2}\in(0;2\pi)\end{array}\right.$.

Vì $x=\frac{3\pi}{2}$ là nghiệm kép nên không là điểm cực trị của hàm số $y=g(x)$.

Vậy hàm số $y=g(x)$ có 7 **điểm cực trị trên khoảng** $(0;2\pi)$.

Câu 50. Cho hàm số $f(x)=x^4-2x^3+m$ (m là tham số thực). Tìm tổng tất cả các giá trị của m sao cho $\max\limits_{[0;1]}|f(x)|+2\min\limits_{[0;1]}|f(x)|=10$.

A. 4. **B.** -3. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C

Ta xét $f(x) = x^4 - 2x^3 + m$ liên tục trên đoạn $[0;1]$, $f'(x) = 4x^3 - 6x^2$.

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \in [0;1] \\ x = \frac{3}{2} \notin [0;1] \end{array}\right.$.

$f(0) = m; f(1) = m - 1$.

Ta xét các trường hợp sau:

-Nếu $m \le 0$ thì $\max\limits_{[0;1]}|f(x)| = 1 - m; \min\limits_{[0;1]}|f(x)| = -m$.

Khi đó: $\max\limits_{[0;1]}|f(x)| + 2\min\limits_{[0;1]}|f(x)| = 10 \Leftrightarrow (1 - m) + 2(-m) = 10 \Leftrightarrow m = -3$ (thỏa điều kiện).

-Nếu $m \ge 1$ thì $\max\limits_{[0;1]}|f(x)| = m; \min\limits_{[0;1]}|f(x)| = m - 1$.

Khi đó: $\max\limits_{[0;1]}|f(x)| + 2\min\limits_{[0;1]}|f(x)| = 10 \Leftrightarrow m + 2(m - 1) = 10 \Leftrightarrow m = 4$ (thỏa điều kiện).

-Nếu $\frac{1}{2} \le m < 1$ thì $\max\limits_{[0;1]}|f(x)| = m; \min\limits_{[0;1]}|f(x)| = 0$.

Khi đó: $\max\limits_{[0;1]}|f(x)| + 2\min\limits_{[0;1]}|f(x)| = 10 \Leftrightarrow m = 10$ (không thỏa điều kiện).

-Nếu $0 < m < \frac{1}{2}$ thì $\max\limits_{[0;1]}|f(x)| = 1 - m; \min\limits_{[0;1]}|f(x)| = 0$.

Khi đó: $\max\limits_{[0;1]}|f(x)| + 2\min\limits_{[0;1]}|f(x)| = 10 \Leftrightarrow 1 - m = 10 \Leftrightarrow m = -9$ (không thỏa điều kiện).

Do đó có hai giá trị $m = -3$ và $m = 4$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Vậy tổng tất cả các giá trị của m sao cho $\max\limits_{[0;1]}|f(x)| + 2\min\limits_{[0;1]}|f(x)| = 10$ là 1.

ĐỀ 15
ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA KÌ I
Môn: TOÁN, Lớp 12
Thời gian làm bài: 90 phút, *không tính thời gian phát đề*

Câu 1. Cho hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 3$. Khẳng định nào sau đây là đúng về hàm số này?

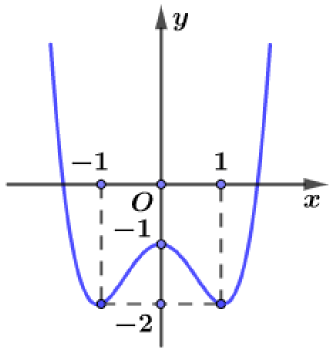
A. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;2)$.

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-1)\cup(0;1)$.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1;1)$. **B.** $(-\infty;1)$. **C.** $(-1;0)$. **D.** $(0;1)$.

Câu 3. Hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\backslash\{-1\}$ và có bảng biến thiên như hình dưới:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	||	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$ ↗		$+\infty$ || $-\infty$	↗	0	↘	$-\infty$

Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;1)$.

B. $f(x)$ đạt cực đại tại $x = 1$.

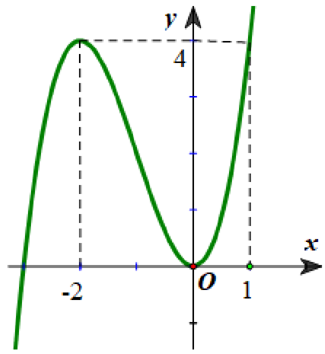
C. $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1;1)$.

D. $f(x)$ có cực đại bằng 0.

Câu 4. Giá trị cực đại của hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ là

A. $y_{cđ} = 2$. **B.** $y_{cđ} = -1$. **C.** $y_{cđ} = 4$. **D.** $y_{cđ} = 3$.

Câu 5. Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Giá trị cực tiểu của hàm số bằng:



A. 0. **B.** -2. **C.** 4. **D.** 1.

Câu 6. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	3	↘	-1	↗	$+\infty$

Hàm số đạt cực tiểu tại điểm nào?

A. $y = 3$. **B.** $y = -1$. **C.** $x = -1$. **D.** $x = 1$.

Câu 7. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = -x^3 + 3x$ trên đoạn $[0;2]$.

A. $\max\limits_{x\in[0;2]} y = 2$. **B.** $\max\limits_{x\in[0;2]} y = 1$. **C.** $\max\limits_{x\in[0;2]} y = -2$. **D.** $\max\limits_{x\in[0;2]} y = 0$.

Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình sau:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	↘	1	↗	5	↘	$-\infty$

Mệnh đề nào sau đây đúng về hàm số đó?

A. Hàm số không có giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất trên $\mathbb{R}$.
B. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 2 trên $\mathbb{R}$.
C. Hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng 1 trên $\mathbb{R}$.
D. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 5 trên $\mathbb{R}$.

Câu 9. Phương trình đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \dfrac{1-3x}{x+2}$ là

A. $x = -2$. **B.** $x = -3$. **C.** $y = -2$. **D.** $y = -3$.

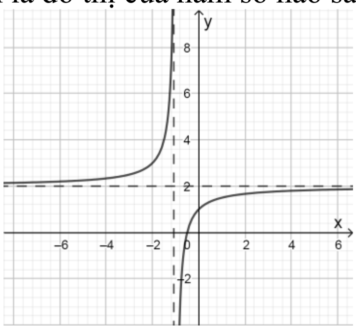
Câu 10. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình sau:

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y	2	↗	$+\infty$ || 3	↗	5

Số đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

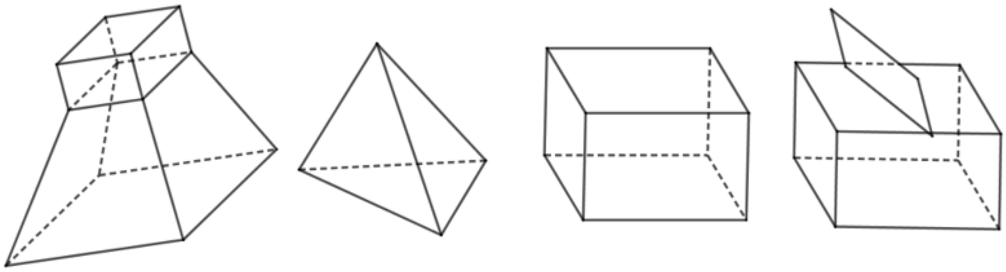
A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 4.

Câu 11. Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?



A. $y = \frac{2x+2}{x+1}$. **B.** $y = \frac{2x+1}{x+1}$. **C.** $y = \frac{x-1}{x+1}$. **D.** $y = \frac{2x+3}{1-x}$.

Câu 12. Mỗi hình sau đây gồm một số hữu hạn đa giác phẳng (kể cả các điểm trong của nó), hình nào sau đây không phải là hình đa diện?



Hình (a) Hình (b) Hình (c) Hình (d)

A. Hình (c). **B.** Hình (d). **C.** Hình (a). **D.** Hình (b).

Câu 13. Lăng trụ tam giác có bao nhiêu mặt?

A. 6. **B.** 3. **C.** 9. **D.** 5.

Câu 14. Trong các khẳng định sau khẳng định nào đúng?

A. Khối đa diện đều loại $\{p;q\}$ là khối đa diện đều có p mặt, q đỉnh.

B. Khối đa diện đều loại $\{p;q\}$ là khối đa diện lồi thỏa mãn mỗi mặt của nó là đa giác đều p cạnh và mỗi đỉnh của nó là đỉnh chung của đúng q mặt.

C. Khối đa diện đều loại $\{p;q\}$ là khối đa diện đều có p cạnh, q mặt.

D. Khối đa diện đều loại $\{p;q\}$ là khối đa diện lồi thỏa mãn mỗi đỉnh của nó là đỉnh chung của đúng p mặt và mỗi mặt của nó là một đa giác đều q cạnh.

Câu 15. Cho hình bát diện đều cạnh a. Gọi S là tổng diện tích tất cả các mặt của hình bát diện đó. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $S=\sqrt{3}a^2$. **B.** $S=8a^2$. **C.** $S=2\sqrt{3}a^2$. **D.** $S=4\sqrt{3}a^2$.

Câu 16. Khẳng định nào sau đây là **sai?**

A. Thể tích của khối chóp có diện tích đáy B và chiều cao h là $V=\frac{1}{3}Bh$.

B. Thể tích của khối lăng trụ có diện tích đáy B và chiều cao h là $V=Bh$.

C. Thể tích của một khối hộp chữ nhật bằng tích ba kính thước của nó.

D. Thể tích của khối chóp có diện tích đáy B và chiều cao h là $V=3Bh$.

Câu 17. Cho khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh bên bằng 6, góc giữa đường thẳng SA và BC bằng $60°$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V=36$. **B.** $V=18$. **C.** $V=36\sqrt{2}$. **D.** $V=18\sqrt{3}$.

Câu 18. Cho hình lăng trụ có diện tích đáy B, đường cao là h. Thể tích V của khối lăng trụ là

A. $V=3Bh$. **B.** $V=Bh$. **C.** $V=\frac{1}{3}Bh$. **D.** $V=2Bh$.

Câu 19. Tính thể tích khối hộp chữ nhật có các kích thước là $a,2a,3a$.

A. $2a^3$. **B.** $6a^3$. **C.** $3a^3$. **D.** a^3.

Câu 20. Cho hàm số $f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm cấp một xác định bởi công thức $f'(x)=-x^2-1$. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. $f(1)<f(2)$. **B.** $f(3)>f(2)$. **C.** $f(1)>f(0)$. **D.** $f(0)<f(-1)$.

Câu 21. Tìm tất cả các giá trị m để hàm số $y=\frac{m}{3}x^3-mx^2+(2m-1)x-2$ nghịch biến trên tập xác định của nó.

A. $m\le 0$. **B.** $m>-1$. **C.** $m\le 2$. **D.** $m\ge 0$.

Câu 22. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-1)^4(x^2-7x+10)$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là:

A. 2. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 3.

Câu 23. Cho hàm số $y=x^3-3x+1-m$ với m là tham số. Hàm số có giá trị cực đại và giá trị cực tiểu trái dấu khi

A. $m=-1$ hoặc $m=3$. **B.** $-1<m<3$.
C. $m<-1$ hoặc $m>3$. **D.** $-1<m\le 3$.

Câu 24. Tìm tập hợp các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y=x^4+\left(m^2-4\right)x^2+1-m$ có một điểm cực trị

A. $\left(-2;2\right)$. **B.** $\left(-\infty;-2\right)\cup\left(2;+\infty\right)$. **C.** $\left[-2;2\right]$. **D.** $\left(-\infty;-2\right]\cup\left[2;+\infty\right)$.

Câu 25. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=4x-x^4$ trên đoạn $[-1;1]$ bằng

A. 5. **B.** 0. **C.** -3. **D.** 3.

Câu 26. Tìm a để giá trị lớn nhất của hàm số $y=x^3-3ax^2+a-1$ trên đoạn $\left[-1;a\right]$ bằng 10, biết $a>0$.

A. $a=10$. **B.** $a=11$. **C.** $a=\dfrac{5}{2}$. **D.** $a=\dfrac{3}{2}$.

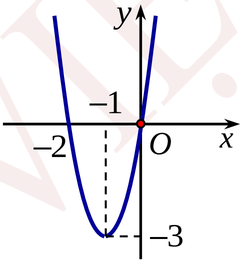
Câu 27. Tổng số các đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x-4}}{x-1}$ là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 28. Có tất cả bao nhiêu giá trị khác nhau của tham số m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{x^2+mx+4}$ có hai đường tiệm cận?

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

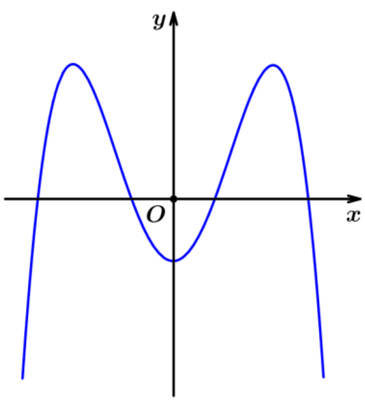
Câu 29. Cho hàm số $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có đạo hàm là hàm số $y=f'(x)$ với đồ thị như hình vẽ bên.



Biết rằng đồ thị hàm số $y=f(x)$ tiếp xúc với trục hoành tại điểm có hoành độ âm. Khi đó đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ là bao nhiêu?

A. -4. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 30. Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề đúng?



A. $a<0, b>0, c<0$. **B.** $a<0, b<0, c<0$. **C.** $a>0, b<0, c<0$. **D.** $a>0, b<0, c>0$.

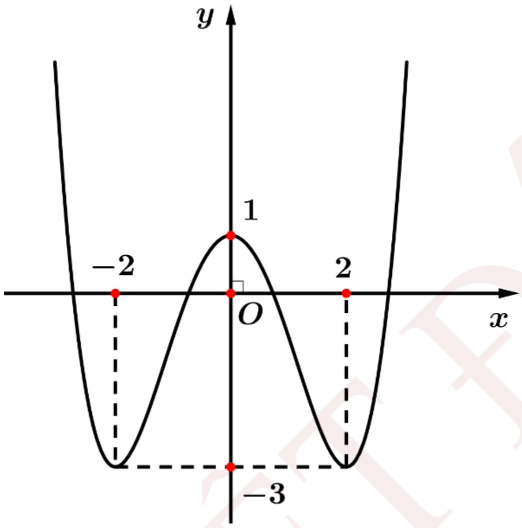
Câu 31. Cho hàm số $y=f(x)$có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Số nghiệm của phương trình $f^2(x) - 4 = 0$là

A. 3. **B.** 5. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 32. Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Phương trình $2f(x) + 5 = 0$ có số nghiệm là



A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 33. Cho hàm số $f(x)$ bảng biến thiên sau đây

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

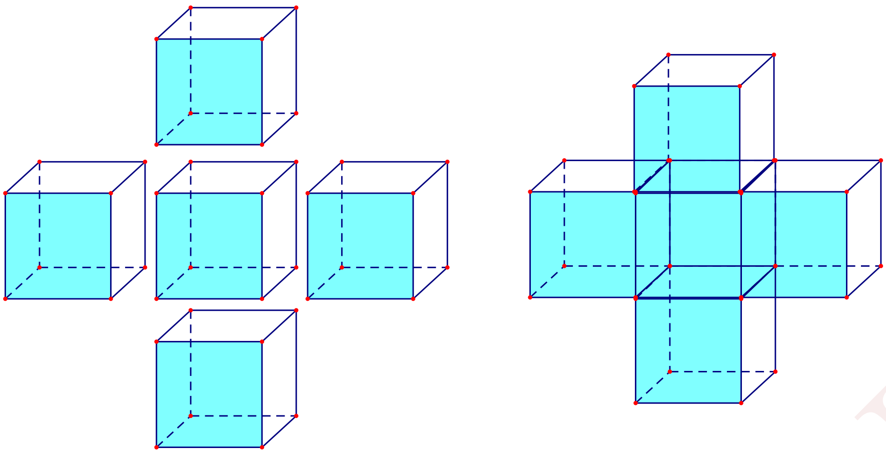
Tìm m để phương trình $f(x) = 2m + 1$ có 3 nghiệm phân biệt.

A. $0 < m < 1$. **B.** $0 < m < 2$. **C.** $-1 < m < 0$. **D.** $-1 < m < 1$.

Câu 34. Một hình đa diện có các mặt là các tam giác có số mặt M và số cạnh C của đa diện đó thỏa mãn hệ thức nào dưới đây

A. $3C = 2M$. **B.** $C = 2M$. **C.** $3M = 2C$. **D.** $2C = M$.

Câu 35. Người ta ghép 5khối lập phương cạnh a để được khối hộp chữ thập như hình dưới. Tính diện tích toàn phần S_{tp} của khối chữ thập đó



A. $S_{tp}=20a^2$. **B.** $S_{tp}=12a^2$. **C.** $S_{tp}=30a^2$. **D.** $S_{tp}=22a^2$.

Câu 36. Số mặt phẳng đối xứng của một hình chóp tứ giác đều là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 37. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh có độ dài bằng a. Cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy (ABC) và $SA=a\sqrt{3}$ .Thể tích của khối chóp $S.ABC$ là

A. $\frac{3a^3}{4}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **D.** $V=\frac{a^3}{4}$.

Câu 38. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân; $AB=AC=a$; mặt bên SAB là tam giác vuông cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính theo a thể tích của khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{1}{12}a^3$. **B.** $\frac{\sqrt{3}}{4}a^3$. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{12}a^3$. **D.** $\frac{1}{4}a^3$.

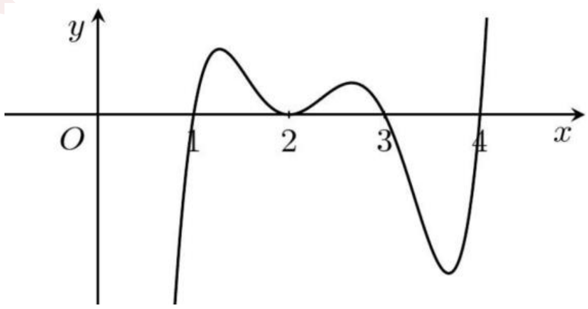
Câu 39. Cho hàm số $y=f(x)$ thỏa mãn:

x	$-\infty$		-2		0		2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $y=f(3-x)-x-\sqrt{x^2+2}$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(3;5)$. **B.** $(-\infty;1)$. **C.** $(2;6)$. **D.** $(2;+\infty)$.

Câu 40. Cho hàm số $y=f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Hàm số $y=f(x^2-2)-\left(\frac{x^3}{3}+x^2-3x+4\right)$ nghịch biến trong khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;-\sqrt{3})$. **B.** $(-3;0)$. **C.** $(1;\sqrt{3})$. **D.** $(-\sqrt{3};+\infty)$.

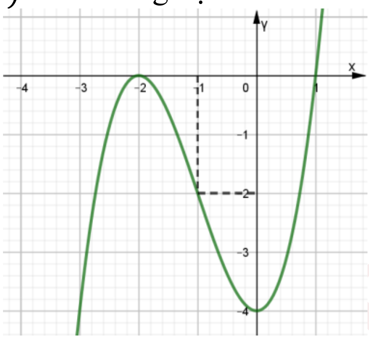
Câu 41. Đặt S là tập hợp tất cả các số nguyên âm m thỏa thỏa mãn điều kiện hàm số $y=\dfrac{m^3x+16}{x+m}$ đồng biến trên khoảng $(5;+\infty)$. Hỏi S có bao nhiêu phần tử?

A. 4. **B.** 5. **C.** 3. **D.** Vô số.

Câu 42. Tìm m để hàm số $f(x)=\dfrac{1}{3}x^3+mx^2+\left(m^2-4\right)x$ đạt cực đại tại $x=1$.

A. $m=1; m=-3$. **B.** $m=1$. **C.** $m=-3$. **D.** $m=3$.

Câu 43. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Tập hợp các giá trị thực của tham số m để phương trình $f\left(\sqrt{4x-x^2}-1\right)=m$ có nghiệm là



A. $[-2;0]$. **B.** $[-4;-2]$. **C.** $[-4;0]$. **D.** $[-1;1]$.

Câu 44. Cho hàm số $y=f(x)$ bảng biến thiên như hình bên dưới

x	$-\infty$		0		4		$+\infty$
f'		$-$	0	$+$	0	$-$	
f	$+\infty$ ↘		-1	↗	3	↘ $y=-\dfrac{1}{2}$	$-\infty$

Đồ thị hàm số $g(x)=\dfrac{1}{2f(x+3)+1}$ có bao nhiêu tiệm cận đứng?

A. 4. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 45. Cho hàm số $y=\frac{2x-3}{x-1}$ có đồ thị (C) và đường thẳng $2x+y-m=0$. Tìm m để hai đồ thị trên cắt nhau tại hai điểm A, B phân biệt, đồng thời trung điểm của đoạn AB nằm trên đường tròn có tâm $I(1;-1)$, bán kính $R=2$.

A. $m=0, m=-\frac{8}{5}$. **B.** $m=1, m=\frac{8}{5}$. **C.** $m=0, m=\frac{5}{8}$. **D.** $m\in(1;10)$.

Câu 46. Cho hàm số $y=f(x)$ thỏa mãn $f(u+v)=f(u)+f(v)$ với $\forall u,v\in R$. Biết $f(4)=5$, hỏi giá trị của $f(-6)$ nằm trong khoảng nào dưới đây ?

A. $(-8;-7)$. **B.** $(6;8)$. **C.** $(-5;0)$. **D.** $(-10;-8)$.

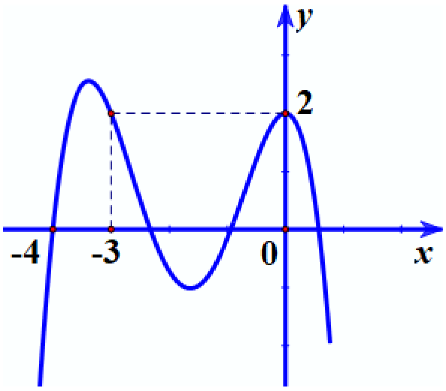
Câu 47. Cho hình chóp $S.ABC$, M và N là các điểm thuộc các cạnh SA và SB sao cho $MA=2SM$, $SN=2NB$, (α) là mặt phẳng qua MN và song song với SC. Mặt phẳng (α) chia khối chóp $S.ABC$ thành hai khối đa diện (H_1) và (H_2) với (H_1) là khối đa diện chứa điểm S, (H_2) là khối đa diện chứa điểm A. Gọi V_1 và V_2 lần lượt là thể tích của (H_1) và (H_2). Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

A. $\frac{4}{5}$. **B.** $\frac{5}{4}$. **C.** $\frac{3}{4}$. **D.** $\frac{4}{3}$.

Câu 48. Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a và $AB'\perp BC'$. Tính thể tích của khối lăng trụ.

A. $V=\sqrt{6}a^3$. **B.** $V=\dfrac{7a^3}{8}$. **C.** $V=\dfrac{\sqrt{6}a^3}{8}$. **D.** $V=\dfrac{\sqrt{6}a^3}{4}$.

Câu 49. Cho hàm đa thức $y=f\left(x\right)$ có đồ thị hàm số $y=f'\left(x\right)$ như hình vẽ dưới đây.



Số điểm cực trị của hàm số $g\left(x\right)=f\left(x^4-2x^2-3\right)-2x^4+4x^2+2020$ là

A. 12. **B.** 11. **C.** 10. **D.** 9.

Câu 50. Cho hàm số $f(x)=|x^4-4x^3+4x^2+m|$. Khi m thuộc $[-3;3]$ thì giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[0;2]$ đạt giá trị lớn nhất bằng

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

ĐỀ 15
ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

HDG ĐỀ KIỂM TRA GIỮA KÌ I
Môn: TOÁN, Lớp 12
Thời gian làm bài: 90 phút, *không tính thời gian phát đề*

Câu 1. Cho hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 3$. Khẳng định nào sau đây là đúng về hàm số này?

A. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.
B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$.
C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;2)$.
D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-1)\cup(0;1)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $y' = 4x^3 - 4x$.

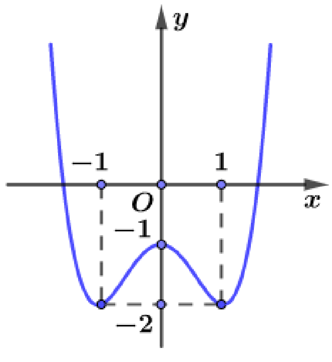
$$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = -1 \\ x = 1 \end{array}\right..$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	2	$\nearrow$	3	$\searrow$	2	$\nearrow$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1;1)$. **B.** $(-\infty;1)$. **C.** $(-1;0)$. **D.** $(0;1)$.

Lời giải

Chọn C

Nhìn vào đồ thị từ trái qua phải, ta thấy hàm số đi lên, trên mỗi khoảng $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$. Do đó hàm số đồng biến trên các khoảng $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$.

Câu 3. Hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\backslash\{-1\}$ và có bảng biến thiên như hình dưới:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	‖	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$ ↗		$+\infty$ ‖ $-\infty$	↗	0	↘	$-\infty$

Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$. **B.** $f(x)$ đạt cực đại tại $x = 1$.

C. $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1; 1)$. **D.** $f(x)$ có cực đại bằng 0.

Lời giải

Chọn A

Câu 4. Giá trị cực đại của hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ là

A. $y_{cd} = 2$. **B.** $y_{cd} = -1$. **C.** $y_{cd} = 4$. **D.** $y_{cd} = 3$.

Lời giải

Chọn D

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$

Ta có $y' = 3x^3 - 3$

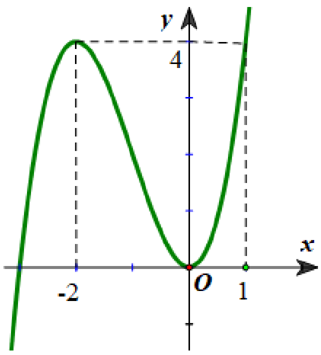
$$y' = 0 \Leftrightarrow 3x^3 - 3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = -1 \end{array}\right.$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	3	↘	1	↗	$+\infty$

Dựa vào BBT ta có giá trị cực đại $y_{cd} = 3$.

Câu 5. Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Giá trị cực tiểu của hàm số bằng:



A. 0. **B.** -2. **C.** 4. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

Từ đồ thị hàm số ta có giá trị cực tiểu của hàm số bằng 0.

Câu 6. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đạt cực tiểu tại điểm nào?

A. $y = 3$. **B.** $y = -1$. **C.** $x = -1$. **D.** $x = 1$.

Lời giải

Chọn D

Câu 7. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = -x^3 + 3x$ trên đoạn $[0;2]$.

A. $\max\limits_{x\in[0;2]} y = 2$. **B.** $\max\limits_{x\in[0;2]} y = 1$. **C.** $\max\limits_{x\in[0;2]} y = -2$. **D.** $\max\limits_{x\in[0;2]} y = 0$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số $y = -x^3 + 3x$ liên tục trên $\mathbb{R}$ nên liên tục trên đoạn $[0;2]$.

Ta có: $y' = -3x^2 + 3$. Xét $y' = 0 \Leftrightarrow -3x^2 + 3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \notin [0;2] \\ x = 1 \in [0;2] \end{array}\right.$.

Ta có: $y(1) = -1 + 3 = 2$; $y(0) = 0$ và $y(2) = -8 + 6 = -2$. Vậy $\max\limits_{x\in[0;2]} y = 2$.

Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình sau:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	5	$\searrow$	$-\infty$

Mệnh đề nào sau đây đúng về hàm số đó?

A. Hàm số không có giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất trên $\mathbb{R}$.
B. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 2 trên $\mathbb{R}$.
C. Hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng 1 trên $\mathbb{R}$.
D. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 5 trên $\mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn A

Theo bảng biến thiên $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$; $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$ nên hàm số không có giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất trên $\mathbb{R}$.

Câu 9. Phương trình đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \dfrac{1-3x}{x+2}$ là

A. $x = -2$. **B.** $x = -3$. **C.** $y = -2$. **D.** $y = -3$.

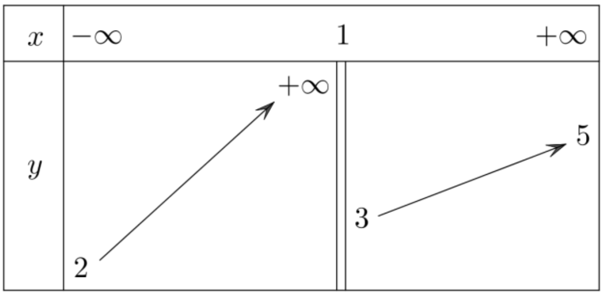
Lời giải

Chọn D

Ta có: $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y = \lim\limits_{x\to\pm\infty} \dfrac{1-3x}{x+2} = -3$.

Do đó đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận ngang là $y = -3$.

Câu 10. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình sau:



Số đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

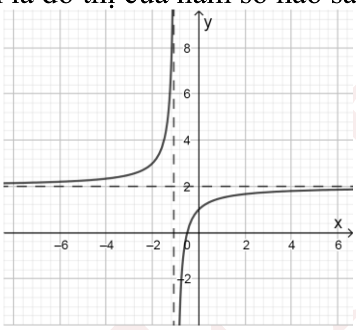
A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A

Từ BBT ta thấy $\lim\limits_{x\to-\infty} y=2$ và $\lim\limits_{x\to+\infty} y=5$ nên đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận ngang là $y=2$ và $y=5$.

Câu 11. Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?



A. $y=\frac{2x+2}{x+1}$. **B.** $y=\frac{2x+1}{x+1}$. **C.** $y=\frac{x-1}{x+1}$. **D.** $y=\frac{2x+3}{1-x}$.

Lời giải

Chọn B

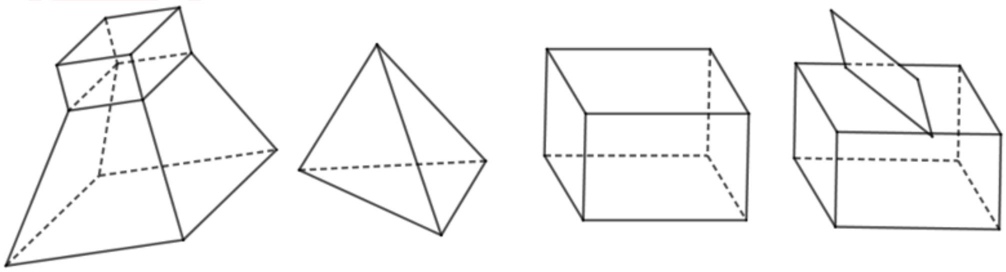
Xét đáp án A có $y'=0\ \forall x\neq -1$ nên loại.

Xét đáp án B có $y'=\frac{1}{(x+1)^2}>0\ \forall x\neq -1 \Rightarrow$ hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định; tiệm cận đứng là $x=-1$, tiệm cận ngang là $y=2$nên chọn.

Xét đáp án C: đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là đường thẳng $y=1$ nên loại.

Xét đáp án D: đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng $x=1$ nên loại.

Câu 12. Mỗi hình sau đây gồm một số hữu hạn đa giác phẳng (kể cả các điểm trong của nó), hình nào sau đây không phải là hình đa diện?



Hình (a) Hình (b) Hình (c) Hình (d)

A. Hình (c). **B.** Hình (d). **C.** Hình (a). **D.** Hình (b).

Lời giải

Chọn B

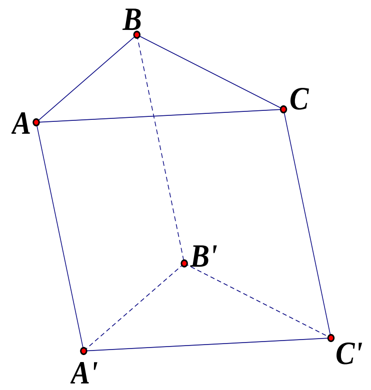
Do tồn tại cạnh của 1 đa giác không là cạnh chung của đúng 2 đa giác nên hình d không phải là hình đa diện.

Câu 13. Lăng trụ tam giác có bao nhiêu mặt?

A. 6. **B.** 3. **C.** 9. **D.** 5.

Lời giải

Chọn D



* Lăng trụ tam giác có 5 mặt gồm 3 mặt bên và 2 mặt đáy.

Câu 14. Trong các khẳng định sau khẳng định nào đúng?

A. Khối đa diện đều loại $\{p;q\}$ là khối đa diện đều có p mặt, q đỉnh.

B. Khối đa diện đều loại $\{p;q\}$ là khối đa diện lồi thỏa mãn mỗi mặt của nó là đa giác đều p cạnh và mỗi đỉnh của nó là đỉnh chung của đúng q mặt.

C. Khối đa diện đều loại $\{p;q\}$ là khối đa diện đều có p cạnh, q mặt.

D. Khối đa diện đều loại $\{p;q\}$ là khối đa diện lồi thỏa mãn mỗi đỉnh của nó là đỉnh chung của đúng p mặt và mỗi mặt của nó là một đa giác đều q cạnh.

B4.X.T0Lời giải

Chọn B

Theo định nghĩa khối đa diện đều trong sách giáo khoa hình học 12 cơ bản trang 15.

Câu 15. Cho hình bát diện đều cạnh a. Gọi S là tổng diện tích tất cả các mặt của hình bát diện đó. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $S=\sqrt{3}a^2$. **B.** $S=8a^2$. **C.** $S=2\sqrt{3}a^2$. **D.** $S=4\sqrt{3}a^2$.

Lời giải

Chọn C

Hình bát diện đều gồm có 8 mặt là tam giác đều cạnh a nên $S=8.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}=2a^2\sqrt{3}$.

Câu 16. Khẳng định nào sau đây là **sai?**

A. Thể tích của khối chóp có diện tích đáy B và chiều cao h là $V=\dfrac{1}{3}Bh$.

B. Thể tích của khối lăng trụ có diện tích đáy B và chiều cao h là $V=Bh$.

C. Thể tích của một khối hộp chữ nhật bằng tích ba kính thước của nó.

D. Thể tích của khối chóp có diện tích đáy B và chiều cao h là $V=3Bh$.

Lời giải

Chọn D

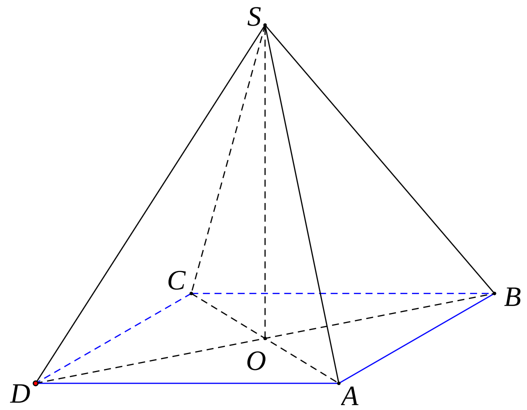
Theo công thức tính thể tích khối chóp, khối lăng trụ và khối hộp chữ nhật ta thấy các khẳng định đúng là A, B, C; khẳng định sai là
D.

Câu 17. Cho khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh bên bằng 6, góc giữa đường thẳng SA và BC bằng $60°$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V=36$. **B.** $V=18$. **C.** $V=36\sqrt{2}$. **D.** $V=18\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn C



Từ giả thiết suy ra $(SA,BC)=(SA,AD)=SAD=60°$

Khi đó hình chóp có tất cả cạnh đều bằng 6.

Suy ra $SO=\frac{1}{2}AC=\frac{1}{2}.6\sqrt{2}=3\sqrt{2}$.

Nên $V_{SABCD}=\frac{1}{3}.36.3\sqrt{2}=36\sqrt{2}$.

Câu 18. Cho hình lăng trụ có diện tích đáy B, đường cao là h. Thể tích V của khối lăng trụ là

A. $V=3Bh$. **B.** $V=Bh$. **C.** $V=\frac{1}{3}Bh$. **D.** $V=2Bh$.

Lời giải

Chọn B

Thể tích lăng trụ là: $V=Bh$.

Câu 19. Tính thể tích khối hộp chữ nhật có các kích thước là $a,2a,3a$.

A. $2a^3$. **B.** $6a^3$. **C.** $3a^3$. **D.** a^3.

Lời giải

Chọn B

Thể tích khối hộp chữ nhật là $V=a.2a.3a=6a^3$.

Câu 20. Cho hàm số $f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm cấp một xác định bởi công thức $f'(x)=-x^2-1$. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. $f(1)<f(2)$. **B.** $f(3)>f(2)$. **C.** $f(1)>f(0)$. **D.** $f(0)<f(-1)$.

Lời giải

Chọn D

Vì $f'(x)=-x^2-1<0$, $\forall x\in\mathbb{R}$ nên hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Vì thế:

Do $1<2$ nên $f(1)>f(2)$. Suy ra A sai.

Do $3>2$ nên $f(3)<f(2)$. Suy ra B sai.

Do $1>0$ nên $f(1)<f(0)$. Suy ra C sai.

Do $0>-1$ nên $f(0)<f(-1)$. Suy ra D đúng.

Câu 21. Tìm tất cả các giá trị m để hàm số $y=\frac{m}{3}x^3-mx^2+(2m-1)x-2$ nghịch biến trên tập xác định của nó.

A. $m\le 0$. **B.** $m>-1$. **C.** $m\le 2$. **D.** $m\ge 0$.

Lời giải

Chọn A

Tập xác định $D=\mathbb{R}$
Trường hợp 1: $m=0$
Hàm số trở thành $y=-x+2$ nghịch biến trên $\mathbb{R}\Rightarrow m=0$ thỏa mãn.
Trường hợp 2: $m\neq 0$
$y'=mx^2-2mx+2m-1$
Hàm số nghịch biến trên tập xác định $\Leftrightarrow y'\leq 0,\forall x\in\mathbb{R}$.
(Dấu $'='$ xảy ra tại hữu hạn điểm trên $\mathbb{R}$)

ĐK: $\begin{cases} m<0 \\ \Delta'\leq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} m<0 \\ m^2-m(2m-1)\leq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} m<0 \\ -m^2+m\leq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} m<0 \\ \left[\begin{array}{l} m\geq 1 \\ m\leq 0\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow m<0$.

Kết hợp cả 2 trường hợp ta được $m\leq 0$

Câu 22. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-1)^4(x^2-7x+10)$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là:

A. 2. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=2;\ (x-1)^4\geq 0,\ \forall x\in\mathbb{R} \\ x=5\end{array}\right.$.

Dấu của $f'(x)$ là dấu của $(x^2-7x+10)$. Do đó $f'(x)$ đổi dấu 2 lần, hàm số có 2 cực trị.

Câu 23. Cho hàm số $y=x^3-3x+1-m$ với m là tham số. Hàm số có giá trị cực đại và giá trị cực tiểu trái dấu khi

A. $m=-1$ hoặc $m=3$. **B.** $-1<m<3$.
C. $m<-1$ hoặc $m>3$. **D.** $-1<m\leq 3$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số $y=x^3-3x+1-m\Rightarrow y'=3x^2-3,\ y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-1\end{array}\right.$.

Với $x=1\Rightarrow y=-1-m$, với $x=-1\Rightarrow y=3-m$
Để hàm số có giá trị cực đại và giá trị cực tiểu trái dấu nhau khi và chỉ khi
$(-1-m)(3-m)<0\Leftrightarrow -1<m<3$.

Câu 24. Tìm tập hợp các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y=x^4+(m^2-4)x^2+1-m$ có một điểm cực trị

A. $(-2;2)$. **B.** $(-\infty;-2)\cup(2;+\infty)$. **C.** $[-2;2]$. **D.** $(-\infty;-2]\cup[2;+\infty)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y'=4x^3+2\ m^2-4\ x=2x\ x^2+m^2-4$

Hàm số đã cho là hàm số trùng phương nên có đúng một cực trị khi $y'=0$ có một nghiệm.

Hay $2x\ x^2+m^2-4\ =0$ có đúng một nghiệm $\Leftrightarrow m^2-4\geq 0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} m\leq -2 \\ m\geq 2\end{array}\right.$.

Chú ý:

+ Hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đúng một cực trị khi và chỉ khi $\begin{cases} ab\geq 0 \\ a^2+b^2>0\end{cases}$. (1)

Đặc biệt: Hàm số trùng phương $y = ax^4 + bx^2 + c\ (a \neq 0)$ có đúng một cực trị khi và chỉ khi $ab \geq 0$.

+ Hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có ba cực trị khi và chỉ khi $ab < 0$. (2)

Câu 25. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = 4x - x^4$ trên đoạn $[-1; 1]$ bằng

A. 5. **B.** 0. **C.** -3. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $f'(x) = 4 - 4x^3 \geq 0, \forall x \in [-1; 1]$

$\Rightarrow \max_{[-1;1]} f(x) = f(1) = 3$.

Câu 26. Tìm a để giá trị lớn nhất của hàm số $y = x^3 - 3ax^2 + a - 1$ trên đoạn $[-1; a]$ bằng 10, biết $a > 0$.

A. $a = 10$. **B.** $a = 11$. **C.** $a = \frac{5}{2}$. **D.** $a = \frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y' = 3x^2 - 6ax = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2a \end{array}\right.$

Khi đó bảng biến thiên của hàm số trên đoạn $[-1; a]$

x	-1		0		a		$2a$
y'		$+$	0	$-$	0	$-$	
y		$\nearrow$	$a-1$	$\searrow$		$\nearrow$	

Từ bảng biến thiên của hàm số ta được $\max_{[-1;a]} y = 10 = y(0) = a - 1 \Rightarrow a = 11$.

Câu 27. Tổng số các đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x-4}}{x-1}$ là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định của hàm số $D = [4; +\infty)$.

Ta có $\lim_{x \to +\infty} y = \lim_{x \to +\infty} \frac{\sqrt{x-4}}{x-1} = \lim_{x \to +\infty} \frac{\sqrt{\frac{1}{x} - \frac{4}{x^2}}}{1 - \frac{1}{x}} = 0$ suy ra đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y = 0$.

Đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng.

Vậy tổng số các đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số trên là 1.

Câu 28. Có tất cả bao nhiêu giá trị khác nhau của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{x^2 + mx + 4}$ có hai đường tiệm cận?

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\lim_{x \to \pm\infty} y = \lim_{x \to \pm\infty} \frac{\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2}}{1 + \frac{m}{x} + \frac{4}{x^2}} = 0$.

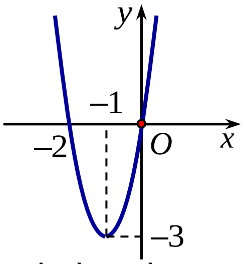
Nên đồ thị hàm số luôn có một đường tiệm cận ngang là $y = 0$.

Do đó để đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận thì phương trình: $x^2+mx+4=0$ có nghiệm kép hoặc có hai nghiệm phân biệt trong đó có 1 nghiệm bằng 1.

Khi đó $\left[\begin{array}{l}\begin{cases}m^2-16=0\\ m\neq -5\end{cases}\\ \begin{cases}m^2-16>0\\ m=-5\end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}m^2-16=0\\ m\neq -5\end{cases}\\ \begin{cases}m^2-16>0\\ m=-5\end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}m=4\\ m=-4\\ m=-5\end{array}\right.$.

Vậy $m\in\{-4;4;-5\}$. Nên có 3 giá trị thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 29. Cho hàm số $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có đạo hàm là hàm số $y=f'(x)$ với đồ thị như hình vẽ bên.



Biết rằng đồ thị hàm số $y=f(x)$ tiếp xúc với trục hoành tại điểm có hoành độ âm. Khi đó đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ là bao nhiêu?

A. -4. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d \Rightarrow f'(x)=3ax^2+2bx+c$

Đồ thị hàm số $y=f'(x)$ đi qua các điểm $A(-2;0)$, $O(0;0)$ và $C(-1;-3)$ nên ta có

$\begin{cases}12a-4b+c=0\\ c=0\\ 3a-2b+c=-3\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a=1\\ b=3\\ c=0\end{cases} \Rightarrow y=f(x)=x^3+3x^2+d$ và $f'(x)=3x^2+6x$.

Gọi tiếp điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và trục hoành là $M(x_0;0)$ với $x_0<0$.

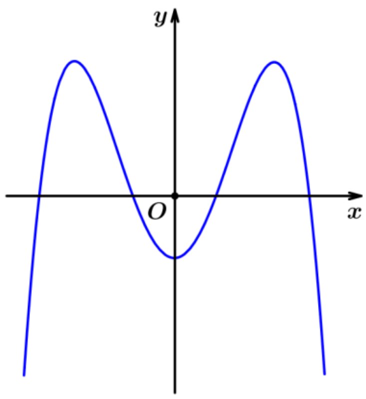
Tiếp tuyến có hệ số góc

$k=0 \Rightarrow y'(x_0)=0 \Leftrightarrow 3{x_0}^2+6x_0=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x_0=0\\ x_0=-2\end{array}\right.$. Vì $x_0<0 \Rightarrow x_0=-2$.

$M(-2;0)$ thuộc đồ thị hàm số $y=f(x) \Rightarrow -8+12+d=0 \Rightarrow d=-4$.

Khi đó $y=f(x)=x^3+3x^2-4$. Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ là -4.

Câu 30. Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề đúng?



A. $a<0, b>0, c<0$. **B.** $a<0, b<0, c<0$. **C.** $a>0, b<0, c<0$. **D.** $a>0, b<0, c>0$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào hình dạng của đồ thị ta có $a<0$.

Đồ thị có ba điểm cực trị nên $a.b < 0$, do đó $b > 0$.
Dựa vào giao điểm của đồ thị với trục tung ta có $c < 0$.
Vậy: $a < 0, b > 0, c < 0$.

Câu 31. Cho hàm số $y = f(x)$có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	4	↘	-2	↗	$+\infty$

Số nghiệm của phương trình $f^2(x) - 4 = 0$là

A. 3. **B.** 5. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

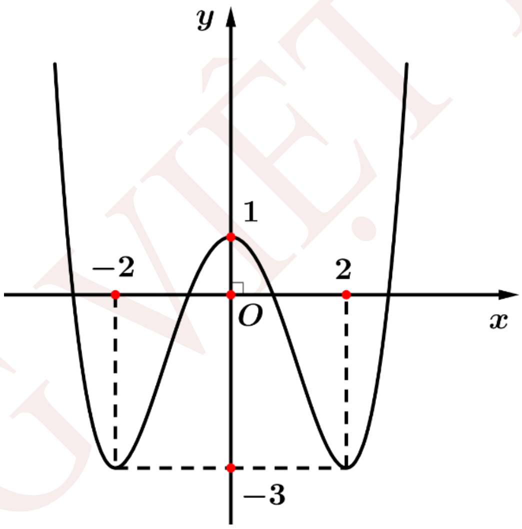
Chọn B

Ta có $f^2(x) - 4 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x) = 2 \\ f(x) = -2 \end{array}\right.$.

Dựa vào BBT, phương trình $f(x) = 2$có 3nghiệm phân biệt, phương trình $f(x) = -2$có 2nghiệm phân biệt (khác 3nghiệm trên).

Vậy số nghiệm của phương trình $f^2(x) - 4 = 0$là 5.

Câu 32. Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Phương trình $2f(x) + 5 = 0$ có số nghiệm là



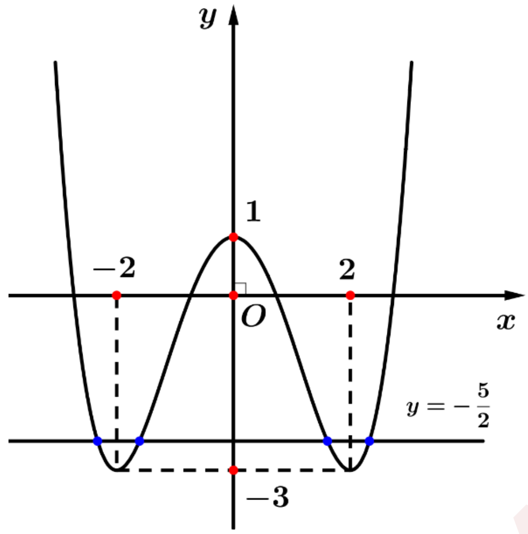
A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn D

Phương trình: $2f(x) + 5 = 0 \Leftrightarrow f(x) = -\frac{5}{2}$.

Số nghiệm của phương trình $2f(x) + 5 = 0$ là số giao điểm của đồ thị $y = f(x)$ và đường thẳng $y = -\frac{5}{2}$.



Dựa vào hình vẽ, ta suy ra phương trình $2f(x)+5=0$ có 4 nghiệm phân biệt.

Câu 33. Cho hàm số $f(x)$ bảng biến thiên sau đây

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

Tìm m để phương trình $f(x)=2m+1$ có 3 nghiệm phân biệt.

A. $0<m<1$. **B.** $0<m<2$. **C.** $-1<m<0$. **D.** $-1<m<1$.

Lời giải

Chọn D

Phương trình $f(x)=2m+1$ là phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $y=2m+1$.

Dựa vào bảng biến thiên ta có phương trình $f(x)=2m+1$ có 3 điểm phân biệt khi

$-1<2m+1<3 \Leftrightarrow -2<2m<2 \Leftrightarrow -1<m<1$.

Câu 34. Một hình đa diện có các mặt là các tam giác có số mặt M và số cạnh C của đa diện đó thỏa mãn hệ thức nào dưới đây

A. $3C=2M$. **B.** $C=2M$. **C.** $3M=2C$. **D.** $2C=M$.

Lời giải

Chọn C

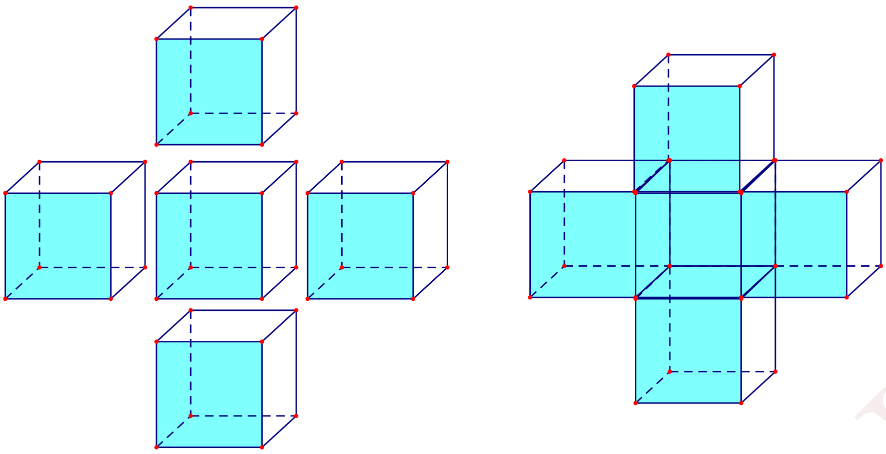
Mỗi mặt của đa diện trên là một tam giác (3 cạnh)

Số mặt của đa diện là $M \to$ tổng tất cả số cạnh tạo nên tất cả tam giác thuộc đa diện đó là $3M$.

Nếu cắt nhỏ các đa giác ra khỏi khối đa diện, ta thấy mỗi cạnh của khối đa diện là cạnh chung của đúng hai tam giác $\to$ Tổng số cạnh tạo nên tất cả các tam giác là $2C$

Vậy ta có $3M=2C$.

Câu 35. Người ta ghép 5 khối lập phương cạnh a để được khối hộp chữ thập như hình dưới. Tính diện tích toàn phần S_{tp} của khối chữ thập đó



A. $S_{tp} = 20a^2$. **B.** $S_{tp} = 12a^2$. **C.** $S_{tp} = 30a^2$. **D.** $S_{tp} = 22a^2$.

Lời giải

Chọn D

Diện tích toàn phần của 5 khối lập phương là $5.6a^2 = 30a^2$.

Khi ghép thành khối hộp chữ thập, đã có $4.2 = 8$ mặt ghép vào phía trong, do đó diện tích toàn phần cần tìm là $30a^2 - 8a^2 = 22a^2$.

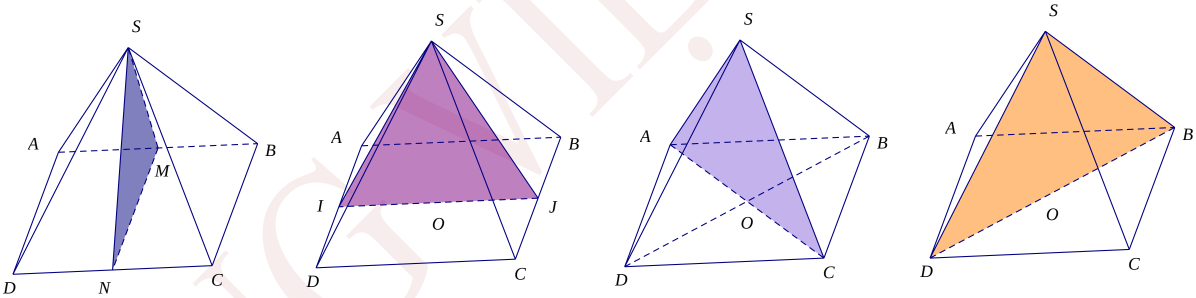
Câu 36. Số mặt phẳng đối xứng của một hình chóp tứ giác đều là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Chọn D

Hình chóp tứ giác đều có 4 mặt phẳng đối xứng. Đó là: mặt phẳng đi qua đỉnh của hình chóp và trung điểm của hai cạnh đối diện của mặt đáy; mặt phẳng đi qua đỉnh và đường chéo của mặt đáy.



Câu 37. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh có độ dài bằng a. Cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy (ABC) và $SA = a\sqrt{3}$. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ là

A. $\frac{3a^3}{4}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **D.** $V = \frac{a^3}{4}$.

Lời giải

Chọn D

Chiều cao của khối chóp $S.ABC$ là: $h = SA = a\sqrt{3}$.

Tam giác ABC đều cạnh a nên diện tích đáy của khối chóp là: $B = S_{\Delta ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Thể tích của khối chóp $S.ABC$ là: $V = \frac{1}{3}B.h = \frac{1}{3}.\frac{a^2\sqrt{3}}{4}.a\sqrt{3} = \frac{a^3}{4}$.

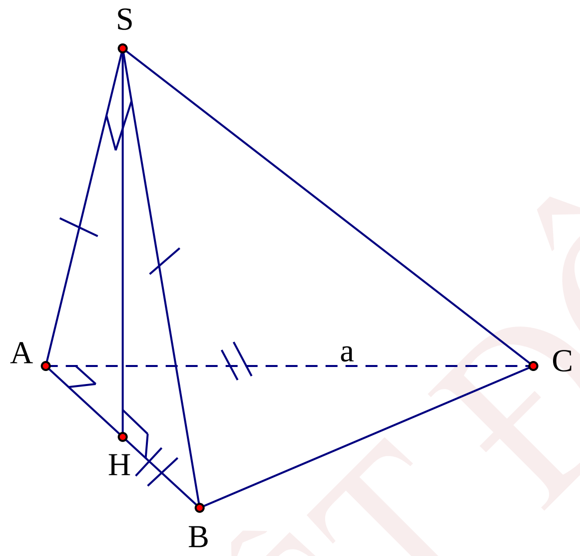
Vậy $V = \frac{a^3}{4}$.

Câu 38. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân; $AB = AC = a$; mặt bên SAB là tam giác vuông cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính theo a thể tích của khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{1}{12}a^3$. **B.** $\frac{\sqrt{3}}{4}a^3$. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{12}a^3$. **D.** $\frac{1}{4}a^3$.

Lời giải

Chọn A



Vì mặt bên SAB vuông cân tại S và vuông góc với (ABC) nên đường cao của hình chóp là SH với H là trung điểm của AB.

Mặt khác tam giác SAB vuông cân tại S nên $SH = \frac{1}{2}AB$.

Ta có: $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}.S_{\Delta ABC}.SH = \frac{1}{3}.\frac{1}{2}.AB.AC.\frac{1}{2}AB = \frac{a^3}{12}$.

Câu 39. Cho hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn:

x	$-\infty$		-2		0		2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $y = f(3-x) - x - \sqrt{x^2+2}$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(3;5)$. **B.** $(-\infty;1)$. **C.** $(2;6)$. **D.** $(2;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y' = -f'(3-x) - 1 - \frac{x}{\sqrt{x^2+2}} \Leftrightarrow y' = -\left(f'(3-x) + 1 + \frac{x}{\sqrt{x^2+2}}\right)$.

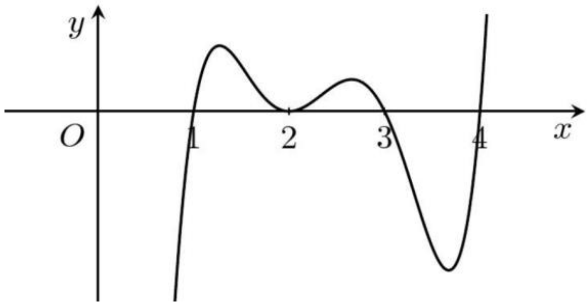
Ta thấy $f'(3-x) > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -2 < 3-x < 0 \\ 3-x > 3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 3 < x < 5 \\ x < 0 \end{array}\right.$;

Trên các khoảng $(-\infty;0)$ và $(3;5)$ thì $1 + \frac{x}{\sqrt{x^2+2}}$ đều có giá trị dương.

Suy ra trên các khoảng $(-\infty;0)$ và $(3;5)$ thì: $f'(3-x) + 1 + \frac{x}{\sqrt{x^2+2}} > 0 \Rightarrow y' < 0$

Vậy hàm số $y = f\left(3-x\right) - x - \sqrt{x^2+2}$ nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty;0\right)$ và $\left(3;5\right)$.

Câu 40. Cho hàm số $y = f\left(x\right)$. Hàm số $y = f'\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ.



Hàm số $y = f\left(x^2-2\right) - \left(\dfrac{x^3}{3} + x^2 - 3x + 4\right)$ nghịch biến trong khoảng nào dưới đây?

A. $\left(-\infty;-\sqrt{3}\right)$. **B.** $\left(-3;0\right)$. **C.** $\left(1;\sqrt{3}\right)$. **D.** $\left(-\sqrt{3};+\infty\right)$.

Lời giải

Chọn C

Chọn $f'(x) = (x-1)(x-2)^2(x-3)(x-4)$

Đặt $y = g\left(x\right) = f\left(x^2-2\right) - \left(\dfrac{x^3}{3} + x^2 - 3x + 4\right)$.

Khi đó $g'\left(x\right) = 2x.f'\left(x^2-2\right) - \left(x^2+2x-3\right)$.

$= 2x.\left(x^2-2-1\right)\left(x^2-2-2\right)^2\left(x^2-2-3\right)\left(x^2-2-4\right) - \left(x^2+2x-3\right)$

$= 2x.\left(x^2-3\right)\left(x^2-4\right)^2\left(x^2-5\right)\left(x^2-6\right) - \left(x^2+2x-3\right)$

$g'(-2) = 3 > 0$

$g'(3) = 10788 > 0$

Cách 2: (TV phản biện)

Ta có $y' = g'\left(x\right) = 2x.f'\left(x^2-2\right) - \left(x^2+2x-3\right)$

Từ đồ thị ta có $f'\left(x^2-2\right) < 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2-2<1 \\ 3<x^2-2<4 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x \in \left(-\sqrt{3};\sqrt{3}\right) \\ x \in \left(-\sqrt{6};-\sqrt{5}\right) \cup \left(\sqrt{5};\sqrt{6}\right) \end{array}\right.$.

Suy ra $2xf'\left(x^2-2\right) < 0 \Leftrightarrow x \in \left(-\infty;-\sqrt{6}\right) \cup \left(-\sqrt{5};-\sqrt{3}\right) \cup \left(0;\sqrt{3}\right) \cup \left(\sqrt{5};\sqrt{6}\right)$

Nên ta lập được bảng xét dấu của $g'\left(x\right)$ như sau

x	$-\infty$		-3		$-\sqrt{6}$		$-\sqrt{5}$		$-\sqrt{3}$		0		1		$\sqrt{3}$		$\sqrt{5}$		$\sqrt{6}$		$+\infty$
$2xf'\left(x^2-2\right)$		$-$	‖	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$-x^2-2x+3$		$-$	0	$+$	‖	$+$	‖	$+$	‖	$+$	‖	$+$	‖	$-$	‖	$-$	‖	$-$	‖	$-$	
y'		$-$	0		0	$+$	0		0	$+$	0		0	$-$	0		0	$-$	‖		

Từ bảng xét dấu ta thấy hàm số đã cho nghịch biến trên các khoảng $\left(-\infty;-3\right)$, $\left(1;\sqrt{3}\right)$ và $\left(\sqrt{5};\sqrt{6}\right)$.

Vậy đáp án đúng là đáp án

Câu 41. Đặt S là tập hợp tất cả các số nguyên âm m thỏa thỏa mãn điều kiện hàm số $y = \dfrac{m^3x+16}{x+m}$ đồng biến trên khoảng $\left(5;+\infty\right)$. Hỏi S có bao nhiêu phần tử?

A. 4. **B.** 5. **C.** 3. **D.** Vô số.

Lời giải

Chọn C

$y' = \dfrac{m^4 - 16}{(x+m)^2} = \dfrac{(m^2-4)(m^2+4)}{(x+m)^2}, \forall x \neq -m$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow y' > 0; \forall x \in (5;+\infty) \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 4 > 0 \\ -m \notin (5;+\infty) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} m > 2 \\ m < -2 \end{array}\right. \\ m \geq -5 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m > 2 \\ -5 \leq m < -2 \end{array}\right.$.

Kết hợp với $m \in \mathbb{Z}^- \Rightarrow m \in \{-5;-4;-3\}$ là các giá trị cần tìm.

Vậy tập S có 3 phần tử.

Câu 42. Tìm m để hàm số $f(x) = \dfrac{1}{3}x^3 + mx^2 + (m^2-4)x$ đạt cực đại tại $x=1$.

A. $m=1; m=-3$. **B.** $m=1$. **C.** $m=-3$. **D.** $m=3$.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định $D = \mathbb{R}$

$f'(x) = x^2 + 2mx + (m^2-4)$

Hàm số đạt cực đại tại $x=1$ suy ra $f'(1) = 0 \Leftrightarrow m^2 + 2m - 3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 1 \\ m = -3 \end{array}\right.$

Với $m=1$ ta có $f'(x) = x^2 + 2x - 3$; $f''(x) = 2x + 2$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = -3 \end{array}\right.$

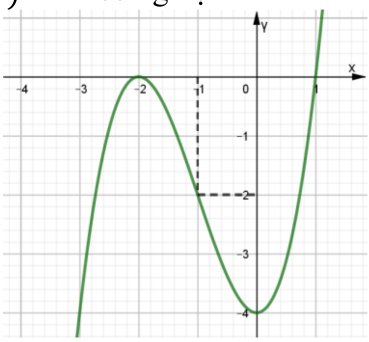
Khi đó $f''(1) = 4 > 0$ suy ra hàm số đạt cực tiểu tại $x=1$: không thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Với $m=-3$ ta có $f'(x) = x^2 - 6x + 5$; $f''(x) = 2x - 6$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = 5 \end{array}\right.$

Khi đó $f''(1) = -4 < 0$ suy ra hàm số đạt cực đại tại $x=1$: thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Vậy $m=-3$ thì ra hàm số đạt cực đại tại $x=1$.

Câu 43. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Tập hợp các giá trị thực của tham số m để phương trình $f\left(\sqrt{4x - x^2} - 1\right) = m$ có nghiệm là



A. $[-2;0]$. **B.** $[-4;-2]$. **C.** $[-4;0]$. **D.** $[-1;1]$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình $f\left(\sqrt{4x - x^2} - 1\right) = m$ có điều kiện $0 \leq x \leq 4$. Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$	0	2	4	$+\infty$
$4x-x^2$		0	4	0	

Từ bảng biến thiên suy ra, với $0 \le x \le 4$ thì $-1 \le \sqrt{4x-x^2}-1 \le 1$. Đặt $t=\sqrt{4x-x^2}-1$, $-1 \le t \le 1$. (Có thể biến đổi $t=\sqrt{4-(x-2)^2}-1 \Rightarrow -1 \le t \le 1$).

Phương trình đã cho trở thành $f(t)=m$ (1). Phương trình đã cho có nghiệm $\Leftrightarrow$ (1) có nghiệm $t \in [-1;1] \Leftrightarrow -4 \le m \le 0$.

Câu 44. Cho hàm số $y=f(x)$ bảng biến thiên như hình bên dưới

x	$-\infty$		0		4		$+\infty$
f'		$-$	0	$+$	0	$-$	
f	$+\infty$		-1		3		$-\infty$

$y=-\frac{1}{2}$

Đồ thị hàm số $g(x)=\frac{1}{2f(x+3)+1}$ có bao nhiêu tiệm cận đứng?

A. 4. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

Xét phương trình $2f(x+3)+1 \Leftrightarrow f(x+3)=-\frac{1}{2}$ (*).

Đặt $t=x+3$ ta có phương trình trên trở thành $f(t)=-\frac{1}{2}$ (**).

Số nghiệm của (**) là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(t)$ và đường thẳng $y=-\frac{1}{2}$.

Từ bảng biến thiên ta có (**) có 3 nghiệm phân biệt, do đó (*) cũng có 3 nghiệm phân biệt.

Vậy đồ thị hàm số $y=g(x)$ có 3 tiệm cận đứng.

Câu 45. Cho hàm số $y=\frac{2x-3}{x-1}$có đồ thị (C)và đường thẳng $2x+y-m=0$. Tìm m để hai đồ thị trên cắt nhau tại hai điểm A, Bphân biệt, đồng thời trung điểm của đoạn ABnằm trên đường tròn có tâm $I(1;-1)$, bán kính $R=2$.

A. $m=0, m=-\frac{8}{5}$. **B.** $m=1, m=\frac{8}{5}$. **C.** $m=0, m=\frac{5}{8}$. **D.** $m \in (1;10)$.

Lời giải

Chọn A

Đường thẳng: $2x+y-m=0 \Leftrightarrow y=-2x+m$

Xét phương trình hoành độ giao điểm của 2 đường:

$$\frac{2x-3}{x-1}=-2x+m \Leftrightarrow \begin{cases} x \ne 1 \\ 2x-3=(-2x+m)(x-1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \ne 1 \\ 2x^2-mx+m-3=0 \end{cases}$$

$\Leftrightarrow 2x^2-mx+m-3=0\,(*)$

Yêu cầu bài toán $\Rightarrow$phương trình $(*)$có 2 nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow \Delta=m^2-8(m-3)>0 \Leftrightarrow \forall m \in \mathbb{R}$$

Khi đó gọi tọa độ giao điểm $A(x_1;y_1=-2x_1+m)$,$B(x_2;y_2=-2x_2+m)$ với x_1, $x_2$là hai nghiệm của phương trình $(*)$

Trung điểm Mcủa ABcó tọa độ $\begin{cases} x_M=\frac{x_1+x_2}{2}=\frac{m}{4} \\ y_M=\frac{y_1+y_2}{2}=\frac{-2(x_1+x_2)+2m}{2}=\frac{3m}{4} \end{cases}$

Đường tròn tâm $I(1;-1)$, bán kính $R=\sqrt{2}$có phương trình:

$$(x-1)^2+(y+1)^2=2$$

Mthuộc đường tròn trên nên ta có: $\left(\frac{m}{4}-1\right)^2+\left(\frac{3m}{4}+1\right)^2=2$

$\Leftrightarrow \frac{5}{8}m^2+m=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=0 \\ m=-\frac{8}{5}\end{array}\right.$

Câu 46. Cho hàm số $y=f(x)$ thỏa mãn $f(u+v)=f(u)+f(v)$ với $\forall u,v\in R$. Biết $f(4)=5$, hỏi giá trị của $f(-6)$ nằm trong khoảng nào dưới đây ?

A. $(-8;-7)$. **B.** $(6;8)$. **C.** $(-5;0)$. **D.** $(-10;-8)$.

Lời giải

Chọn A

Cho $u=v=0\rightarrow f(0+0)=f(0)+f(0)=0\Leftrightarrow f(0)=0$

Cho $v=-u\rightarrow f(u-u)=f(u)+f(-u)=f(0)=0\Leftrightarrow f(-u)=-f(u)\rightarrow$ hàm số $y=f(x)$ là hàm lẻ.

Lại có: $f(4)=f(2+2)=f(2)+f(2)=5\rightarrow f(2)=\dfrac{5}{2}$

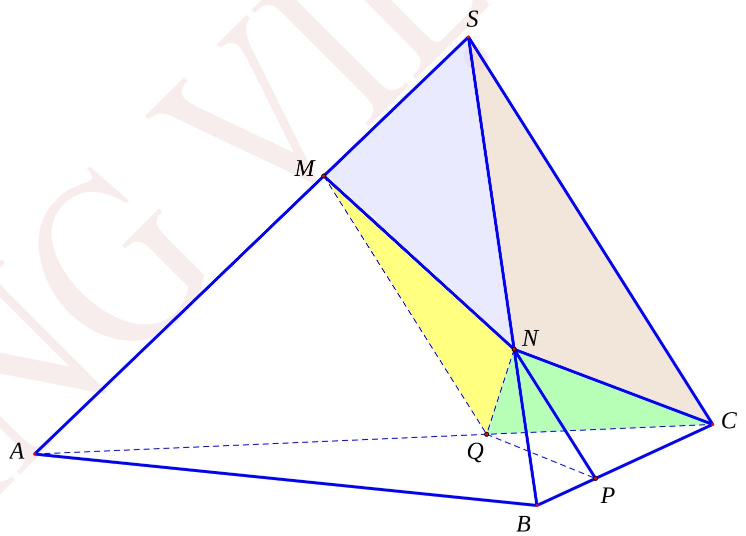
Suy ra: $f(6)=f(4)+f(2)=5+\dfrac{5}{2}=\dfrac{15}{2}\rightarrow f(-6)=-f(6)=-\dfrac{15}{2}$ (vì hàm $y=f(x)$ là hàm lẻ)

Câu 47. Cho hình chóp $S.ABC$, Mvà N là các điểm thuộc các cạnh SA và SB sao cho $MA=2SM$, $SN=2NB$, (α) là mặt phẳng qua MN và song song với SC. Mặt phẳng (α) chia khối chóp $S.ABC$ thành hai khối đa diện (H_1) và (H_2) với (H_1) là khối đa diện chứa điểm S, (H_2) là khối đa diện chứa điểm A. Gọi V_1 và V_2 lần lượt là thể tích của (H_1) và (H_2). Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

A. $\frac{4}{5}$. **B.** $\frac{5}{4}$. **C.** $\frac{3}{4}$. **D.** $\frac{4}{3}$.

Lời giải

Chọn A



Kí hiệu V là thể tích khối tứ diện $SABC$.

Gọi P, Q lần lượt là giao điểm của (α) với các đường thẳng BC, AC.

Ta có $NP\ //\ MQ\ //\ SC$.

Khi chia khối (H_1) bởi mặt phẳng (QNC), ta được hai khối chóp $N.SMQC$ và $N.QPC$.

Ta có $\frac{V_{N.SMQC}}{V_{B.ASC}}=\frac{d(N,(SAC))}{d(B,(SAC))}\cdot\frac{S_{SMQC}}{S_{SAC}}$.

$\frac{d(N,(SAC))}{d(B,(SAC))}=\frac{NS}{BS}=\frac{2}{3}$; $\frac{S_{AMQ}}{S_{ASC}}=\frac{AM}{AS}.\frac{AQ}{AC}=\left(\frac{AM}{AS}\right)^2=\frac{4}{9}\Rightarrow\frac{S_{SMQC}}{S_{ASC}}=\frac{5}{9}$.

Do đó $\frac{V_{N.SMQC}}{V_{B.ASC}}=\frac{2}{3}\cdot\frac{5}{9}=\frac{10}{27}$.

$\frac{V_{N.QPC}}{V_{S.ABC}}=\frac{d(N,(QPC))}{d(S,(ABC))}\cdot\frac{S_{QPC}}{S_{ABC}}=\frac{NB}{SB}\cdot\left(\frac{CQ}{CA}\cdot\frac{CP}{CB}\right)=\frac{1}{3}\cdot\left(\frac{1}{3}\cdot\frac{2}{3}\right)=\frac{2}{27}$.

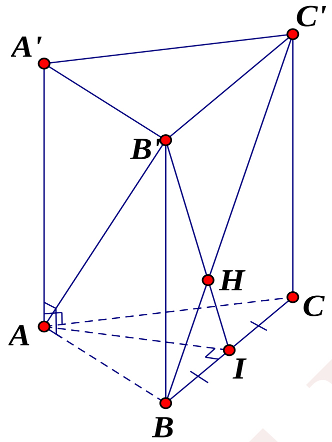
Do đó $\frac{V_1}{V}=\frac{V_{N.SMQC}}{V_{B.ASC}}+\frac{V_{N.QPC}}{V_{S.ABC}}=\frac{10}{27}+\frac{2}{27}=\frac{4}{9}\Rightarrow\frac{V_1}{V_1+V_2}=\frac{4}{9}\Rightarrow 5V_1=4V_2\Rightarrow\frac{V_1}{V_2}=\frac{4}{5}$.

Câu 48. Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a và $AB'\perp BC'$. Tính thể tích của khối lăng trụ.

A. $V=\sqrt{6}a^3$. **B.** $V=\frac{7a^3}{8}$. **C.** $V=\frac{\sqrt{6}a^3}{8}$. **D.** $V=\frac{\sqrt{6}a^3}{4}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi I là trung điểm AB. Vì $ABC.A'B'C'$ là lăng trụ tam giác đều nên $AI\perp(BB'C'C)\Rightarrow AI\perp BC'$.

Lại có: $AC'\perp BC'$ nên suy ra $BC'\perp(AIB')\Rightarrow BC'\perp B'I$

Gọi $H=B'I\cap BC'$

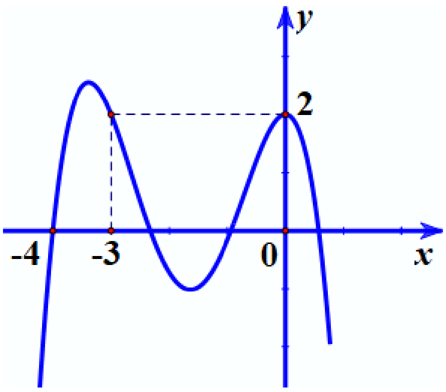
Ta có ΔBHI đồng dạng $\Delta C'HB'$ $\Rightarrow\frac{HI}{B'H}=\frac{BI}{B'C'}=\frac{1}{2}\Rightarrow B'H=2HI\Rightarrow B'I=3HI$

Xét tam giác vuông $B'BI$ có $BI^2=HI.B'I=3HI^2\Rightarrow HI=\sqrt{\frac{BI^2}{3}}=\sqrt{\frac{a^2}{12}}=\frac{a\sqrt{3}}{2}$

Suy ra $BB'=\sqrt{B'I^2-BI^2}=\sqrt{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2-\left(\frac{a}{2}\right)^2}=\frac{a\sqrt{2}}{2}$

Vậy $V=S_{\Delta ABC}.BB'=a^2\frac{\sqrt{3}}{4}.\frac{a\sqrt{2}}{2}=\frac{a^3\sqrt{6}}{8}$.

Câu 49. Cho hàm đa thức $y=f(x)$ có đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ dưới đây.



Số điểm cực trị của hàm số $g(x)=f(x^4-2x^2-3)-2x^4+4x^2+2020$ là

A. 12. **B.** 11. **C.** 10. **D.** 9.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $g'(x)=(4x^3-4x)f'(x^4-2x^2-3)-8x^3+8x=(4x^3-4x)\left[f'(x^4-2x^2-3)-2\right]$

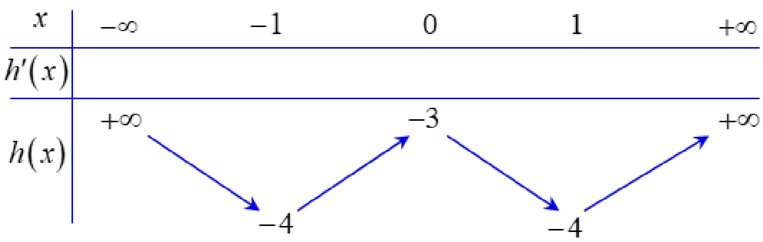
$\Rightarrow g'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^3-x=0 \\ f'(x^4-2x^2-3)=2 \end{array}\right.$

Theo đồ thị hàm số $y=f'(x)$ ta có $f'(x)=2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \quad \text{(nghiệm kép)} \\ x=-3 \\ x=x_1\in(-4;-3) \end{array}\right.$.

Vậy $g'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm1 \\ x^4-2x^2-3=0 \quad \text{(nghiệm kép)} \\ x^4-2x^2-3=-3 \\ x^4-2x^2-3=x_1\in(-4;-3) \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \text{ (nghiệm bội 3)} \\ x=\pm1 \\ x=\pm\sqrt{2} \\ x^4-2x^2-3=0 \quad \text{(nghiệm kép)} \\ x^4-2x^2-3=x_1\in(-4;-3) \end{array}\right.$

Xét hàm số $h(x)=x^4-2x^2-3$ trên $\mathbb{R}$.

Ta có $h'(x)=4x^3-4x$, $h'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm1 \end{array}\right.$, từ đó ta có BBT của $y=h(x)$ như sau:



Từ BBT của hàm số $h(x)=x^4-2x^2-3$, ta thấy $h(x)=x_1\in(-4;-3)$ có đúng bốn nghiệm phân biệt. Vì vậy phương trình $g'(x)=0$ có đúng 9 nghiệm phân biệt là các nghiệm đơn và nghiệm bội lẻ nên hàm số $y=g(x)$ có 9 điểm cực trị.

Câu 50. Cho hàm số $f(x)=|x^4-4x^3+4x^2+m|$. Khi m thuộc $[-3;3]$ thì giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[0;2]$ đạt giá trị lớn nhất bằng

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

Xét $u(x)=x^4-4x^3+4x^2+m$ liên tục trên $[0;2]$.

Ta có $u'(x)=4x^3-12x^2+8x$, $u'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \\ x=2 \end{array}\right.$.

Ta có: $\begin{cases} u(0)=m \\ u(1)=m+1 \\ u(2)=m \end{cases}$.

Suy ra: $\begin{cases} \min\limits_{[0;2]} u(x)=m \\ \max\limits_{[0;2]} u(x)=m+1 \end{cases}$.

$\min\limits_{[0;2]} f(x)=\min\{0;|m|;|m+1|\}$ hoặc $\min\limits_{[0;2]} f(x)=0$, với $m\in[-3;3]$ (*).

Trường hợp 1: $m(m+1) \le 0 \Leftrightarrow -1 \le m \le 0$.

$$\underset{[0;2]}{min} f(x) = 0$$

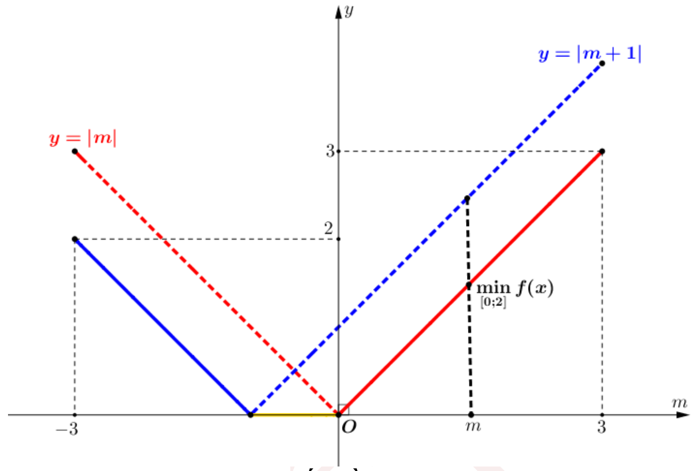
Trường hợp 2: $m > 0$ kết hợp với (*) ta có: $0 < m \le 3$.

$\underset{[0;2]}{min} f(x) = |m|$.

Trường hợp 3: $m + 1 < 0 \Leftrightarrow m < -1$ kết hợp với (*) ta có $-3 \le m < -1$.

$\underset{[0;2]}{min} f(x) = |m+1|$.

Khi đó: $\underset{[0;2]}{min} f(x) = \begin{cases} |m|, m \in 0;3 \\ |m+1|, m \in -3;-1). \\ 0, m \in [-1;0] \end{cases}$



Dựa vào đồ thị ta thấy $\underset{[0;2]}{min} f(x)$ đạt giá trị lớn nhất bằng 3 khi $m = 3$.

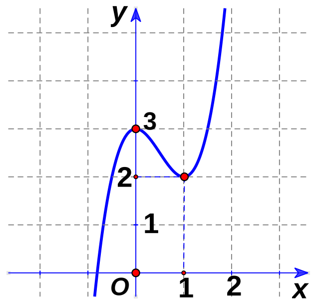
ĐỀ 16
ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA KÌ I
Môn: TOÁN, Lớp 12
Thời gian làm bài: 90 phút, *không tính thời gian phát đề*

Câu 1. Hàm số nào sau đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=-x^4+2x^2-2$. **B.** $y=x^4-3x^2+5$. **C.** $y=-x^3+x^2-2x-1$. **D.** $y=-x^3-3x^2+4$.

Câu 2. Cho hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$có đồ thị như hình bên dưới:



Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;0)$. **B.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;1)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;1)$. **D.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$.

Câu 3. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	↗	-1	↘	-2	↗	-1	↘	$-\infty$

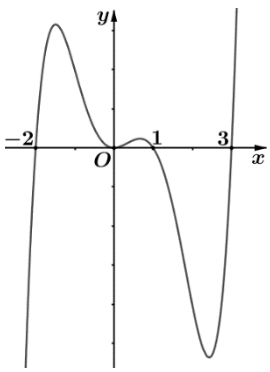
Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(1;+\infty)$. **B.** $(-\infty;1)$. **C.** $(-1;0)$. **D.** $(0;1)$.

Câu 4. Có bao nhiêu điểm cực trị của hàm số $y=\dfrac{1}{x}$?

A. 3. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 5. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị $f'(x)$ như hình vẽ.



Hỏi hàm số $y=f(x)$ có bao nhiêu điểm cực đại ?

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 4.

Câu 6. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	$\|$	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Mệnh đề nào dưới đây là sai?

A. Hàm số không đạt cực tiểu tại điểm $x = 2$.

B. Hàm số đạt cực đại tại điểm $x = -1$.

C. Điểm cực đại của đồ thị hàm số là $(-1; 2)$.

D. Giá trị cực đại của hàm số là $y = 2$.

Câu 7. Giá trị lớn nhất M của hàm số $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 1$ trên $[-1; 2]$ là

A. $M = 6$. **B.** $M = 5$. **C.** $M = 9$. **D.** $M = 14$.

Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên bên dưới. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ khi $x \in [-3; 3]$. Giá trị $M - 2m$ bằng

x	$-\infty$		-3		-1		0		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$		$\searrow$	-3	$\nearrow$	0	$\searrow$	-1	$\nearrow$	4	$\searrow$	

A. -2. **B.** 10. **C.** 6. **D.** $f(2)$.

Câu 9. Giao điểm đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x-2}$ là

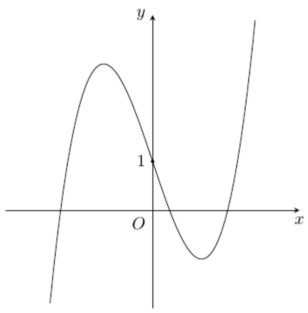
A. $I(2; -2)$. **B.** $N(2; -1)$. **C.** $M(-2; 2)$. **D.** $J(2; 2)$.

Câu 10. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình bên dưới. Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là

x	$-\infty$		1		3		5		$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$-\infty \;\|\; -\infty$	$\nearrow$	$-3 \;\|\; 2$	$\searrow$	$-\infty \;\|\; 0$	$\nearrow$	4

A. 4. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 2.

Câu 11. Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, Ddưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

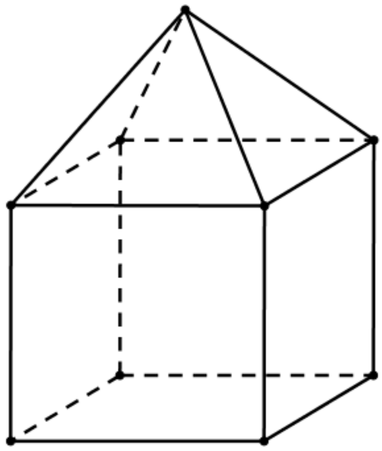


A. $y=x^4-x^2+1$.　　**B.** $y=-x^2+x-1$.　　**C.** $y=-x^3+3x+1$.　　**D.** $y=x^3-3x+1$

Câu 12. Mỗi đỉnh của hình đa diện là đỉnh chung của ít nhất bao nhiêu mặt?

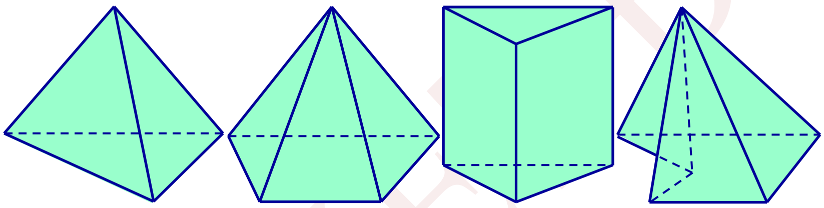
A. Ba mặt.　　**B.** Hai mặt.　　**C.** Bốn mặt.　　**D.** Năm mặt.

Câu 13. Hình đa diện dưới đây có bao nhiêu mặt?



A. 10.　　**B.** 15.　　**C.** 14.　　**D.** 9.

Câu 14. Trong các hình dưới đây hình nào không phải đa diện lồi?



Hình (I)　　Hình (II)　　Hình (III)　　Hình (IV)

A. Hình (IV).　　**B.** Hình (III).　　**C.** Hình (II).　　**D.** Hình (I).

Câu 15. Khối đa diện đều loại $\{5;3\}$ có số mặt là

A. 14.　　**B.** 12.　　**C.** 10.　　**D.** 8.

Câu 16. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc mặt đáy, tam giác ABC vuông tại A, $SA=2\text{cm}$, $AB=4\text{cm}$, $AC=3\text{cm}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{12}{3}\text{cm}^3$.　　**B.** $\frac{24}{5}\text{cm}^3$.　　**C.** $\frac{24}{3}\text{cm}^3$.　　**D.** 24cm^3.

Câu 17. Thể tích khối tứ diện đều có cạnh bằng 3 là

A. $\sqrt{2}$.　　**B.** $\frac{4\sqrt{2}}{9}$.　　**C.** $2\sqrt{2}$.　　**D.** $\frac{9\sqrt{2}}{4}$.

Câu 18. Nếu các kích thước của một khối hộp chữ nhật đều tăng thêm 4 lần thì thể tích của nó tăng lên

A. 4 lần.　　**B.** 216 lần.　　**C.** 16 lần.　　**D.** 64 lần.

Câu 19. Cho khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích $V=1$. Tính thể tích V_1 của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $V_1=\frac{1}{3}$.　　**B.** $V_1=\frac{1}{2}$.　　**C.** $V_1=\frac{1}{6}$.　　**D.** $V_1=\frac{2}{3}$.

Câu 20. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^2(x-1)(x+2)^3$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 2.　　**B.** 1.　　**C.** 3.　　**D.** 5.

Câu 21. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=-\frac{1}{3}x^3+x^2+(m+1)x$ nghịch biến trên tập xác định của nó.

A. $m\ge -\frac{4}{3}$. **B.** $m\ge 0$. **C.** $m<-2$. **D.** $m\le -2$.

Câu 22. Hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x^4-x^2)(x+2)^3$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số là:

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 4.

Câu 23. Cho hàm số $y=\frac{1}{3}(m+2)x^3+2((m+1)x^2+(m-5)x+2m-1$ có đồ thị (C). Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để đồ thị (C) có hai điểm cực trị nằm về hai phía trục tung.

A. 5. **B.** 6. **C.** 7. **D.** 8.

Câu 24. Tìm tổng các số nguyên dương m để hàm số $y=x^4+(m-5)x^2+5$ có 3 điểm cực trị.

A. 10. **B.** 15. **C.** 24. **D.** 4.

Câu 25. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x-5+\frac{1}{x}$ trên khoảng $(0;+\infty)$.

A. $\min\limits_{(0;+\infty)} y=2$. **B.** $\min\limits_{(0;+\infty)} y=-4$. **C.** $\min\limits_{(0;+\infty)} y=-3$. **D.** $\min\limits_{(0;+\infty)} y=-5$.

Câu 26. Cho hàm số $y=x^2-6x+m$ (m là tham số thực) thỏa mãn $\min\limits_{[0;4]} y+\max\limits_{[0;4]} y=-23$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $m<-10$. **B.** $-10<m\le -7$. **C.** $-7<m<0$. **D.** $0<m<10$.

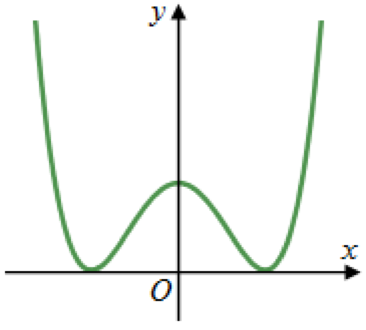
Câu 27. Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{5x}{\sqrt{x^2+1}}$ là

A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 28. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để đồ thị hàm số $y=\frac{x-1}{x^2-8x+m}$ có 3 đường tiệm cận?

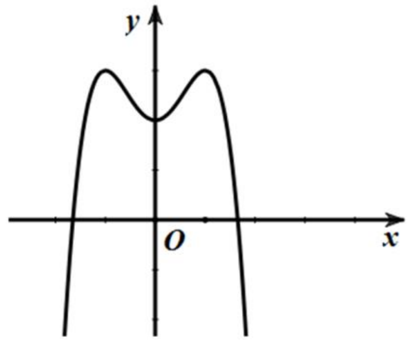
A. 14. **B.** 8. **C.** 15. **D.** 16.

Câu 29. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y=x^3-2x^2+1$. **B.** $y=-x^3+2x^2+1$. **C.** $y=-x^4+2x^2+1$. **D.** $y=x^4-2x^2+1$.

Câu 30. Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như hình bên. Khẳng định nào sau đây đúng:



A. $a>0,c<0$. **B.** $a>0,c>0$. **C.** $a<0,c<0$. **D.** $a<0,c>0$.

Câu 31. Cho hàm số $y=2x^3-3x^2+1$ có đồ thị (C) và đường thẳng $d:y=x-1$. Số giao điểm của (C) và d là:

A. 1. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 2.

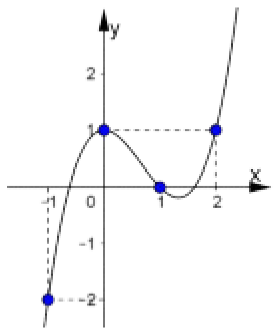
Câu 32. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Số nghiệm phương trình $2f(x)-3=0$ là:

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Câu 33. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau:



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(x)=m$ có 3 nghiệm phân biệt.

A. 0. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 34. Cho một đa diện có m đỉnh và mỗi đỉnh là đỉnh chung của đúng 3 cạnh. Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

A. m là một số chẵn. **B.** m chia cho 3 dư 2.

C. m chia hết cho 3. **D.** m là một số lẻ.

Câu 35. Cho khối chóp tứ giác $S.ABCD$. Mặt phẳng (SAC) chia khối chóp đã cho thành các khối nào sau đây?

A. Một khối tứ diện và một khối chóp tứ giác.

B. Hai khối chóp tứ giác.

C. Hai khối tứ diện.

D. Hai khối tứ diện bằng nhau.

Câu 36. Số mặt phẳng đối xứng của khối lập phương là

A. 6. **B.** 9. **C.** 8. **D.** 3.

Câu 37. Cho khối chóp $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc tại O và $OA = 2, OB = 3, OC = 6$. Thể tích khối chóp bằng

A. 12. **B.** 6. **C.** 24. **D.** 36.

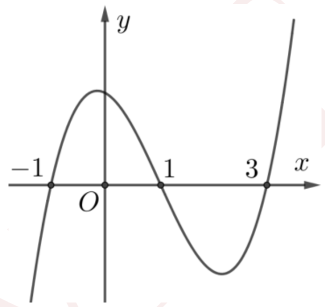
Câu 38. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại B. Hình chiếu của S trên mặt phẳng (ABC) trùng với trung điểm I của cạnh AC, biết rằng tam giác SAC đều cạnh a. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \dfrac{a^3}{24}$. **B.** $V = \dfrac{\sqrt{3}a^3}{48}$. **C.** $V = \dfrac{\sqrt{3}a^3}{6}$. **D.** $V = \dfrac{\sqrt{3}a^3}{24}$.

Câu 39. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x)$ thỏa mãn: $f'(x) = (1 - x^2)(x - 5)$ .Hàm số $y = 3f(x+3) - x^3 + 12x$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(1;5)$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $(-1;0)$. **D.** $(-\infty;-1)$.

Câu 40. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ.



Hàm số $y = f(x^2 + 2x)$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(1;2)$. **B.** $(-\infty;-3)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(-2;0)$.

Câu 41. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \dfrac{-\ln x - 8}{\ln x - m}$ đồng biến trên khoảng $(1,+\infty)$. Số phần tử của S là

A. 10. **B.** 7. **C.** 9. **D.** 8.

Câu 42. Với giá trị nào của m thì $x = 1$ là điểm cực tiểu của hàm số $y = \dfrac{1}{3}x^3 + mx^2 + (m^2 + m + 1)x$?

A. $m \in \{-2;-1\}$. **B.** $m = -2$. **C.** $m = -1$. **D.** Không có m.

Câu 43. Một chất điểm chuyển động theo quy luật $S = -\frac{1}{3}t^3 + 4t^2 + 9t$ với t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc vật bắt đầu chuyển động và S (mét) là quãng đường vật chuyển động trong thời gian đó. Hỏi trong khoảng thời gian 10 giây, kể từ lúc bắt đầu chuyển động, vận tốc lớn nhất của chất điểm là bao nhiêu?

A. 88(m/s). **B.** 25(m/s). **C.** 100(m/s). **D.** 11(m/s).

Câu 44. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2			1		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$		||	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	2	$\nearrow$	2	|| $-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

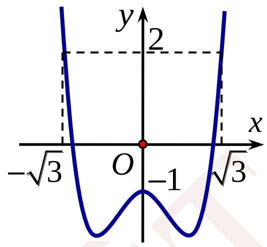
Đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{2f(x)-5}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

A. 0. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 45. **Với** giá trị nào của tham số m thì phương trình $x^3-mx^2-6x-8=0$ có ba nghiệm thực lập thành một cấp số nhân?

A. $m=1$. **B.** $m=-3$. **C.** $m=3$. **D.** $m=-4$.

Câu 46. Cho hàm số $y=f(x)$. Đồ thị hàm $y=f'(x)$ như hình vẽ



Đặt $g(x)=3f(x)-x^3+3x-m$, với m là tham số thực. Điều kiện cần và đủ để bất phương trình $g(x)\ge 0$ đúng với $\forall x\in\left[-\sqrt{3};\sqrt{3}\right]$ là

A. $m\le 3f\left(\sqrt{3}\right)$. **B.** $m\le 3f(0)$. **C.** $m\ge 3f(1)$. **D.** $m\ge 3f\left(-\sqrt{3}\right)$.

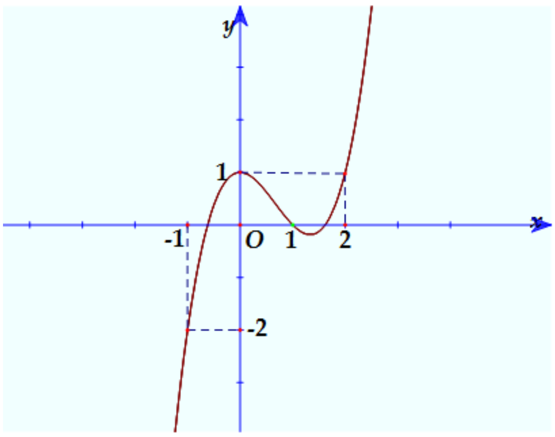
Câu 47. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA\perp(ABCD)$, $ABCD$ là hình chữ nhật. $SA=AD=2a$. Góc giữa (SBC) và mặt đáy $(ABCD)$ là $60°$. Gọi G là trọng tâm tam giác SBC. Tính thể tích khối chóp $S.AGD$ là

A. $\frac{32a^3\sqrt{3}}{27}$. **B.** $\frac{8a^3\sqrt{3}}{27}$. **C.** $\frac{4a^3\sqrt{3}}{9}$. **D.** $\frac{16a^3}{9\sqrt{3}}$.

Câu 48. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a. Mặt phẳng $(AB'C')$ tạo với mặt đáy góc $60°$. Tính theo a thể tích lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $\dfrac{3a^3\sqrt{3}}{8}$. **B.** $\dfrac{3a^3\sqrt{3}}{4}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{8}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Câu 49. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Hàm số $g\left(x\right)=f\left(x\right)-\dfrac{x^3}{3}+x^2-x+2$ đạt cực tiểu tại bao nhiêu điểm?

A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 3.

Câu 50. Tính tích tất cả các số thực m để hàm số $y=\left|\dfrac{4}{3}x^3-6x^2+8x+m\right|$ có giá trị nhỏ nhất trên đoạn $0;3$ bằng 18 là

A. 432. **B.** -216. **C.** -432. **D.** 288.

ĐỀ 16
ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

HDG ĐỀ KIỂM TRA GIỮA KÌ I
Môn: TOÁN, Lớp 12
Thời gian làm bài: 90 phút, *không tính thời gian phát đề*

Câu 1. Hàm số nào sau đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=-x^4+2x^2-2$. **B.** $y=x^4-3x^2+5$. **C.** $y=-x^3+x^2-2x-1$. **D.** $y=-x^3-3x^2+4$.

Lời giải

Chọn C

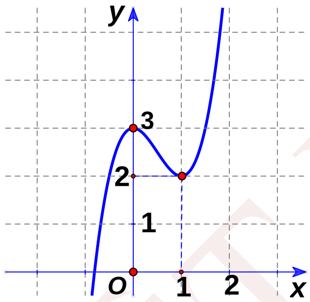
Ta loại ngay được hai hàm số ở các phương án A và **B**

Với hàm số ở

Ta có $y'=-3x^2-6x$, $y'=0$ có hai nghiệm phân biệt $x=0$ và $x=-2$ nên không thể đơn điệu trên $\mathbb{R}$.

Vậy đáp án là C

Câu 2. Cho hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình bên dưới:



Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;0)$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;1)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;1)$.

D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị ta có hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;0)$và $(1;+\infty)$, hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;1)$.

Câu 3. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	-1	$\searrow$	-2	$\nearrow$	-1	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(1;+\infty)$. **B.** $(-\infty;1)$. **C.** $(-1;0)$. **D.** $(0;1)$.

Lời giải

Chọn D

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(0;1)$.

Do đó đáp số của câu hỏi này là phương án D.

Câu 4. Có bao nhiêu điểm cực trị của hàm số $y=\dfrac{1}{x}$?

A. 3. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

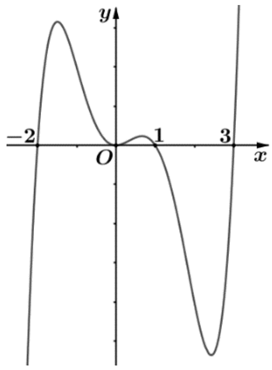
Lời giải

Chọn C

Điều kiện $x \neq 0$.

Ta có $y' = -\dfrac{1}{x^2} < 0$ với mọi $x \neq 0$. Vậy hàm số không có cực trị.

Câu 5. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị $f'(x)$ như hình vẽ.



Hỏi hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu điểm cực đại ?

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 3 \\ x = 1 \\ x = 0 \\ x = -2 \end{array}\right.$.

Ta có bảng xét dấu đạo hàm $f'(x)$

x	$-\infty$		-2		0		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Từ bảng xét dấu ta thấy $f'(x)$ đổi dấu khi qua $x = -2$, $x = 1$ và $x = 3$ (hàm số $f'(x)$ không đổi dấu khi qua $x = 0$).

Khi qua $x = 1$, $f'(x)$ đổi dấu từ dương sang âm nên hàm số có một điểm cực đại là $x = 1$.

Câu 6. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	$\|$	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Mệnh đề nào dưới đây là sai?

A. Hàm số không đạt cực tiểu tại điểm $x = 2$.

B. Hàm số đạt cực đại tại điểm $x = -1$.

C. Điểm cực đại của đồ thị hàm số là $(-1; 2)$.

D. Giá trị cực đại của hàm số là $y = 2$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$ do đó mệnh đề A sai.

Câu 7. Giá trị lớn nhất M của hàm số $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 1$ trên $[-1; 2]$ là

A. $M=6$.   **B.** $M=5$.   **C.** $M=9$.   **D.** $M=14$.

Lời giải

Chọn D

Hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $[-1;2]$.

Ta có: $f'(x)=6x^2+6x-12$; $f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-2 \end{array}\right.$

Trên $[-1;2]$: $f(-1)=14$, $f(1)=-6$, $f(2)=5$.

Suy ra $M=\max\limits_{[-1;2]} f(x)=14$.

Câu 8. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên bên dưới. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f(x)$ khi $x\in[-3;3]$. Giá trị $M-2m$ bằng

x	$-\infty$		-3		-1		0		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$		$\searrow$	-3	$\nearrow$	0	$\searrow$	-1	$\nearrow$	4	$\searrow$	

A. -2.   **B.** 10.   **C.** 6.   **D.** $f(2)$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào bảng biên thiên trên đoạn $[-3;3]$ ta có giá trị lớn nhất $M=4$ và giá trị nhỏ nhất $m=-3$.

Vậy: $M-2m=4+6=10$.

Câu 9. Giao điểm đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{2x-1}{x-2}$ là

A. $I(2;-2)$.   **B.** $N(2;-1)$.   **C.** $M(-2;2)$.   **D.** $J(2;2)$.

Lời giải

Chọn D

$\lim\limits_{x\to 2^+} y=\lim\limits_{x\to 2^+}\frac{2x-1}{x-2}=+\infty$ và $\lim\limits_{x\to 2^-} y=\lim\limits_{x\to 2^-}\frac{2x-1}{x-2}=-\infty$

$\Rightarrow$ Đường tiệm cận đứng $d_1: x=2$.

$$\lim_{x\to\pm\infty} y=\lim_{x\to\pm\infty}\frac{2x-1}{x-2}=2$$

$\Rightarrow$ Đường tiệm cận ngang $d_2: y=2$.

Giao điểm của hai đường tiệm cận là $J(2;2)$.

Câu 10. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình bên dưới. Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=f(x)$ là

x	$-\infty$		1		3		5		$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$-\infty$ $\Vert$ $-\infty$	$\nearrow$	-3 $\Vert$ 2	$\searrow$	$-\infty$ $\Vert$ 0	$\nearrow$	4

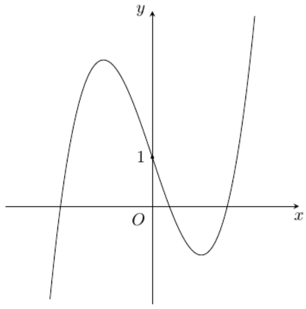
A. 4.   **B.** 3.   **C.** 5.   **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

- $\lim\limits_{x\to 1^+} f(x) = -\infty$ suy ra TCĐ: $x = 1$.
- $\lim\limits_{x\to 5^-} f(x) = -\infty$ suy ra TCĐ: $x = 5$.
- $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x) = 4 \Rightarrow TCN: y = 4$.

Câu 11. Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, Ddưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



A. $y = x^4 - x^2 + 1$. **B.** $y = -x^2 + x - 1$. **C.** $y = -x^3 + 3x + 1$. **D.** $y = x^3 - 3x + 1$

Lời giải

Chọn D

Ta thấy đồ thị hàm số có dạng bậc 3 với hệ số $a > 0$.

Câu 12. Mỗi đỉnh của hình đa diện là đỉnh chung của ít nhất bao nhiêu mặt?

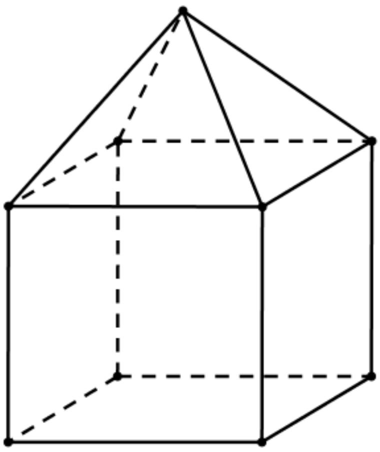
A. Ba mặt. **B.** Hai mặt. **C.** Bốn mặt. **D.** Năm mặt.

Lời giải

Chọn A

Mỗi đỉnh của hình đa diện là đỉnh chung của ít nhất của ba mặt. Ví dụ đỉnh của tứ diện.

Câu 13. Hình đa diện dưới đây có bao nhiêu mặt?



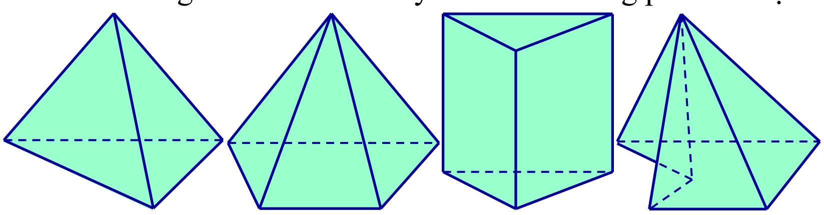
A. 10. **B.** 15. **C.** 14. **D.** 9.

Lời giải

Chọn D

Nhìn hình vẽ ta đếm được 9 mặt gồm có 4 mặt trên chóp, 4 mặt xung quanh và 1 mặt đáy.

Câu 14. Trong các hình dưới đây hình nào không phải đa diện lồi?

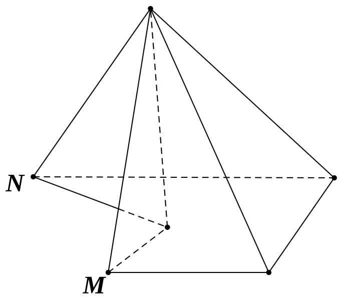


Hình (I) Hình (II) Hình (III) Hình (IV)

A. Hình (IV). **B.** Hình (III). **C.** Hình (II). **D.** Hình (I).

Lời giải

Chọn A



Ta có đường nối hai điểm MN không thuộc hình IV nên đây không phải là đa diện lồi.

Câu 15. Khối đa diện đều loại $\{5;3\}$ có số mặt là

A. 14. **B.** 12. **C.** 10. **D.** 8.

Lời giải

Chọn B

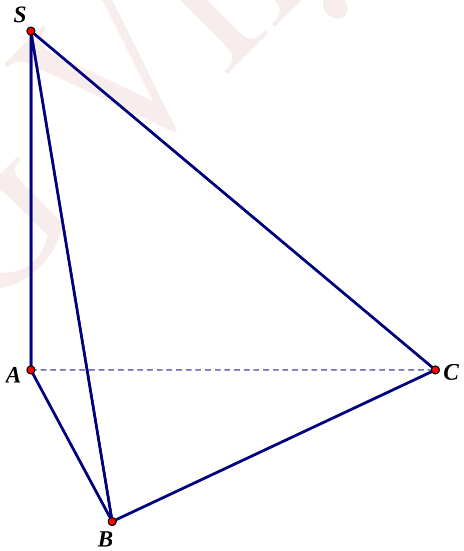
Khối đa diện đều loại $\{5;3\}$ là khối mười hai mặt đều nên có số mặt là 12.

Câu 16. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc mặt đáy, tam giác ABC vuông tại A, $SA=2\text{cm}$, $AB=4\text{cm}$, $AC=3\text{cm}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{12}{3}\text{cm}^3$. **B.** $\frac{24}{5}\text{cm}^3$. **C.** $\frac{24}{3}\text{cm}^3$. **D.** 24cm^3.

Lời giải

Chọn A



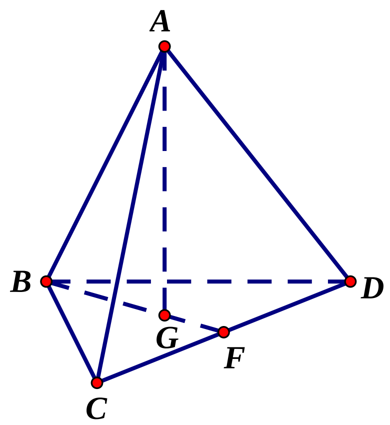
$V_{S.ABC}=\frac{1}{3}.SA.S_{\Delta ABC}=\frac{1}{3}.2.\frac{1}{2}.4.3=4\left(\text{cm}^3\right)$.

Câu 17. Thể tích khối tứ diện đều có cạnh bằng 3 là

A. $\sqrt{2}$. **B.** $\frac{4\sqrt{2}}{9}$. **C.** $2\sqrt{2}$. **D.** $\frac{9\sqrt{2}}{4}$.

Lời giải

Chọn D



Cho $ABCD$ là tứ diện đều.

Gọi F là trung điểm CD, G là tâm của tam giác đều BCD, ta có $AG \perp (BCD)$.

$BF = \sqrt{BC^2 - CF^2} = \dfrac{3\sqrt{3}}{2}$.

Xét tam giác ABG vuông tại G:

$AB = 3, BG = \dfrac{2}{3}BF = \dfrac{2}{3}.\dfrac{3\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3} \Rightarrow AG = \sqrt{AB^2 - BG^2} = \sqrt{3^2 - \left(\sqrt{3}\right)^2} = \sqrt{6}$.

Có $S_{BCD} = \dfrac{1}{2}BF.CD = \dfrac{3^2\sqrt{3}}{4} = \dfrac{9\sqrt{3}}{4}$.

Vậy $V_{ABCD} = \dfrac{1}{3}AG.S_{BCD} = \dfrac{1}{3}.\sqrt{6}.\dfrac{9\sqrt{3}}{4} = \dfrac{9\sqrt{2}}{4}$.

Câu 18. Nếu các kích thước của một khối hộp chữ nhật đều tăng thêm 4 lần thì thể tích của nó tăng lên

A. 4 lần. **B.** 216 lần. **C.** 16 lần. **D.** 64 lần.

Lời giải

Chọn D

Gọi a, b, c là 3 kích thước của khối hộp chữ nhật ban đầu và có thể tích là V_1, V_2 là thể tích sau khi đều tăng các kích thước lên 4 lần. Ta có $V_2 = 4a.4b.4c = 64abc = 64V_1$.

Câu 19. Cho khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích $V = 1$. Tính thể tích V_1 của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $V_1 = \dfrac{1}{3}$. **B.** $V_1 = \dfrac{1}{2}$. **C.** $V_1 = \dfrac{1}{6}$. **D.** $V_1 = \dfrac{2}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ và khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có cùng chiều cao mà $S_{ABC} = \dfrac{1}{2}S_{ABCD}$

nên $V_1 = \dfrac{1}{2}V = \dfrac{1}{2}$.

Câu 20. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2(x-1)(x+2)^3$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 5.

Lời giải

Chọn A

$f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \\ x=-2 \end{array}\right.$.

Ta có bảng xét dấu sau:

x	$-\infty$		-2		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	−	0	−	0	+	

$f'(x)$ đổi dấu khi qua $x=-2$ và $f'(x)$ đổi dấu khi qua $x=1$ nên hàm số đã cho có 2 điểm cực trị.

Câu 21. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=-\frac{1}{3}x^3+x^2+(m+1)x$ nghịch biến trên tập xác định của nó.

A. $m\ge -\frac{4}{3}$. **B.** $m\ge 0$. **C.** $m<-2$. **D.** $m\le -2$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y'=-x^2+2x+m+1$. $y'\le 0, \forall x\in\mathbb{R}$ khi $\Delta'=1+m+1\le 0 \Leftrightarrow m\le -2$.

Câu 22. Hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x^4-x^2)(x+2)^3$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số là:

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A

Ta có

$f'(x)=0 \Leftrightarrow (x^4-x^2)(x+2)^3=0 \Leftrightarrow x^2(x^2-1)(x+2)^3=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm 1 \\ x=-2 \end{array}\right.$

Trong đó $x=0$ là nghiệm kép. Vậy số điểm cực trị của hàm số là 3. Chọn đáp án A

Câu 23. Cho hàm số $y=\frac{1}{3}(m+2)x^3+2((m+1)x^2+(m-5)x+2m-1$ có đồ thị (C). Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để đồ thị (C) có hai điểm cực trị nằm về hai phía trục tung.

A. 5. **B.** 6. **C.** 7. **D.** 8.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y'=(m+2)x^2+4((m+1)x+(m-5)$

Đồ thị (C) có hai điểm cực trị nằm về hai phía trục tung khi và chỉ khi phương trình $y'=0$ có hai nghiệm phân biệt trái dấu $\Leftrightarrow (m+2)(m-5)<0 \Leftrightarrow -2<m<5$.

Suy ra có 6 giá tri nguyên của m thỏa mãn đề bài.

Câu 24. Tìm tổng các số nguyên dương m để hàm số $y=x^4+(m-5)x^2+5$ có 3 điểm cực trị.

A. 10. **B.** 15. **C.** 24. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A

Để hàm số $y=x^4+(m-5)x^2+5$ có 3 điểm cực trị thì $1.(m-5)<0 \Leftrightarrow m<5$.

Mà $m\in\mathbb{Z}^+$ nên $m=1;2;3;4$.

Khi đó tổng các giá trị m thỏa yêu cầu bài toán là: $1+2+3+4=10$.

Câu 25. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x-5+\dfrac{1}{x}$ trên khoảng $(0;+\infty)$.

A. $\min\limits_{(0;+\infty)} y=2$. **B.** $\min\limits_{(0;+\infty)} y=-4$. **C.** $\min\limits_{(0;+\infty)} y=-3$. **D.** $\min\limits_{(0;+\infty)} y=-5$.

Lời giải

Chọn C

Xét hàm số $y=x-5+\dfrac{1}{x}$ trên khoảng $(0;+\infty)$.

Ta có $y'=1-\dfrac{1}{x^2}$; $y'=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1\in(0;+\infty) \\ x=-1\notin(0;+\infty)\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên

x	0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào BBT ta được $\min\limits_{(0;+\infty)} y=-3$, đạt được khi $x=1$.

Câu 26. Cho hàm số $y=x^2-6x+m$ (m là tham số thực) thỏa mãn $\min\limits_{[0;4]} y+\max\limits_{[0;4]} y=-23$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $m<-10$. **B.** $-10<m\le -7$. **C.** $-7<m<0$. **D.** $0<m<10$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y'=2x-4=0\Leftrightarrow x=3$.

Suy ra

+) $\min\limits_{[0;4]} y=\min\{y(0);y(3);y(4)\}=\min\{m;m-9;m-8\}=m-9$

+) $\max\limits_{[0;4]} y=\max\{y(0);y(3);y(4)\}=\max\{m;m-9;m-8\}=m$.

Theo giả thiết ta có $\min\limits_{[0;4]} y+\max\limits_{[0;4]} y=7\Rightarrow m-9+m=-23\Leftrightarrow m=-7$.

Vậy $-10<m\le -7$.

Câu 27. Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{5x}{\sqrt{x^2+1}}$ là

A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

Xét hàm số $y=f(x)=\dfrac{5x}{\sqrt{x^2+1}}$ có TXĐ: $D=\mathbb{R}$.

Đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng.

Xét $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{5x}{\sqrt{x^2+1}}=5$ và $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{5x}{\sqrt{x^2+1}}=-5$

Nên đồ thị hàm số nhận $y=5$ và $y=-5$ làm các tiệm cận ngang.

Vậy tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang là 2.

Câu 28. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số mđể đồ thị hàm số $y=\frac{x-1}{x^2-8x+m}$có 3 đường tiệm cận?

A. 14. **B.** 8. **C.** 15. **D.** 16.

Lời giải

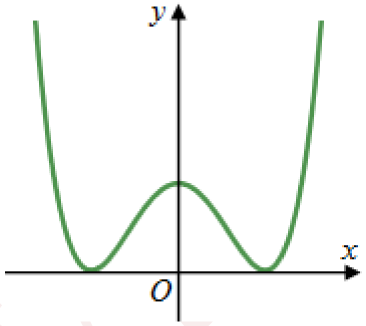
Chọn A

Ta có $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{x-1}{x^2-8x+m}=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x-1}{x^2-8x+m}=0$ nên hàm số có một tiện cận ngang $y=0$.

Hàm số có 3 đường tiệm cận khi và chỉ khi hàm số có hai đường tiệm cận đứng ⇔phương trình $x^2-8x+m=0$ có hai nghiệm phân biệt khác 1 $\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta'=16-m>0\\ m-7\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m<16\\ m\neq 7\end{cases}$.

Kết hợp với điều kiện $m$nguyên dương ta có $m\in\{1;2;3;..;6;8;..;15\}$. Vậy có 14 giá trị của m thỏa mãn đề bài.

Câu 29. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y=x^3-2x^2+1$. **B.** $y=-x^3+2x^2+1$. **C.** $y=-x^4+2x^2+1$. **D.** $y=x^4-2x^2+1$.

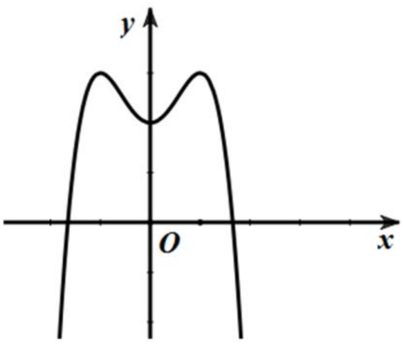
Lời giải

Chọn D

Dựa vào hình dạng đồ thị đã cho ta có đồ thị là đồ thị của hàm số bậc 4 trùng phương có a,btrái dấu.

Lại có nhánh cuối đồ thị hướng lên trên, suy ra hệ số $a>0$.

Câu 30. Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như hình bên. Khẳng định nào sau đây đúng:



A. $a>0,c<0$. **B.** $a>0,c>0$. **C.** $a<0,c<0$. **D.** $a<0,c>0$.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào đồ thị hàm số ta dễ dàng suy rA. $a<0,c>0$

Câu 31. Cho hàm số $y=2x^3-3x^2+1$ có đồ thị (C) và đường thẳng $d: y=x-1$. Số giao điểm của (C) và d là:

A. 1. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và d :

$$2x^3-3x^2+1=x-1 \Leftrightarrow 2x^3-3x^2-x+2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=\dfrac{1+\sqrt{17}}{4} \\ x=\dfrac{1-\sqrt{17}}{4} \end{array}\right. (1).$$

Phương trình (1) có 3 nghiệm do đó đồ thị (C) và đường thẳng d có 3 giao điểm.

$\Rightarrow$ chọn

B.

Câu 32. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Số nghiệm phương trình $2f(x)-3=0$ là:

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Lời giải

Chọn A

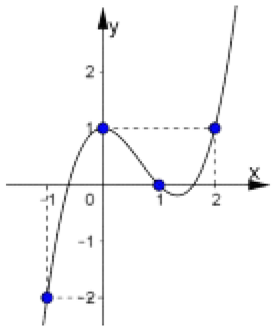
Số nghiệm phương trình $f(x)=\frac{3}{2}$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $f(x)$ với đường thẳng $y=\frac{3}{2}$.

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

$y=\frac{3}{2}$

Dựa vào BBT suy ra số nghiệm phương trình là 3.

Câu 33. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau:



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(x) = m$ có 3 nghiệm phân biệt.

A. 0. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C

Số nghiệm của phương trình $f(x) = m$ chính là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = m$.

Khi đó chỉ có 1 giá trị nguyên của m là $m = 0$ để $f(x) = m$ có 3 nghiệm phân biệt.

Câu 34. Cho một đa diện có m đỉnh và mỗi đỉnh là đỉnh chung của đúng 3 cạnh. Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

A. m là một số chẵn. **B.** m chia cho 3 dư 2.

C. m chia hết cho 3. **D.** m là một số lẻ.

Lời giải

Chọn A

Gọi $Đ$ là số đỉnh và C là số cạnh của hình đa diện đã cho.

Vì mỗi đỉnh là đỉnh chung của đúng 3 mặt và mỗi cạnh là cạnh chung của đúng hai mặt nên

$3Đ = 2C \Rightarrow Đ = 2\left(\dfrac{C}{3}\right)$ hay $Đ$ là số chẵn. Vậy $m = Đ$ là số chẵn.

Câu 35. Cho khối chóp tứ giác $S.ABCD$. Mặt phẳng (SAC) chia khối chóp đã cho thành các khối nào sau đây?

A. Một khối tứ diện và một khối chóp tứ giác.

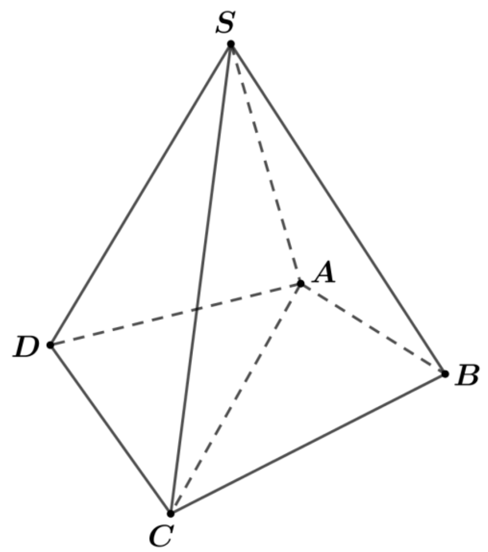
B. Hai khối chóp tứ giác.

C. Hai khối tứ diện.

D. Hai khối tứ diện bằng nhau.

C2.X.T0Lời giải

Chọn C



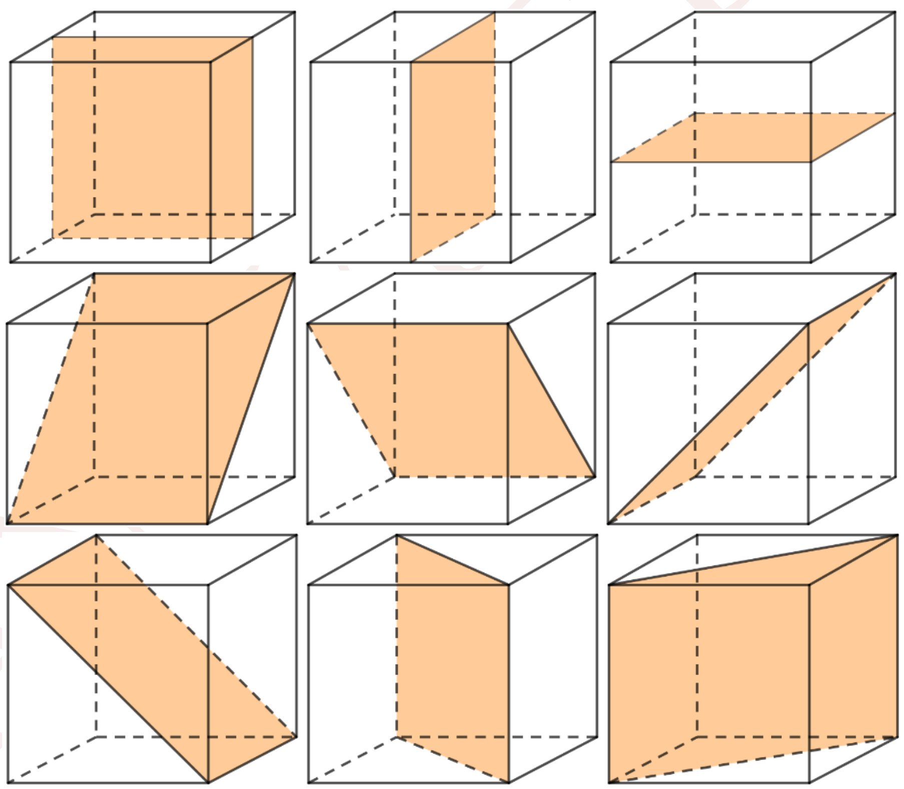
Từ hình vẽ ta thấy mặt phẳng (SAC) chia khối chóp đã cho thành hai khối tứ diện.

Câu 36. Số mặt phẳng đối xứng của khối lập phương là

A. 6. **B.** 9. **C.** 8. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B



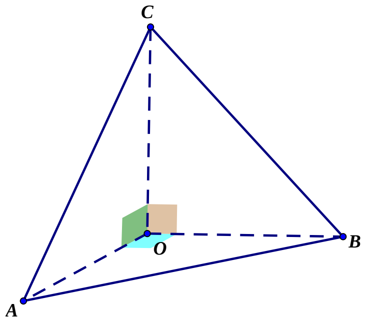
Câu 37. Cho khối chóp $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc tại O và $OA = 2$, $OB = 3$, $OC = 6$. Thể tích khối chóp bằng

A. 12. **B.** 6. **C.** 24. **D.** 36.

Lời giải

Chọn B

Thể tích khối chóp: $V = \frac{1}{3}S_{\Delta OAB}OC = \frac{1}{3}\left(\frac{1}{2}OA.OB\right)OC = 6$.

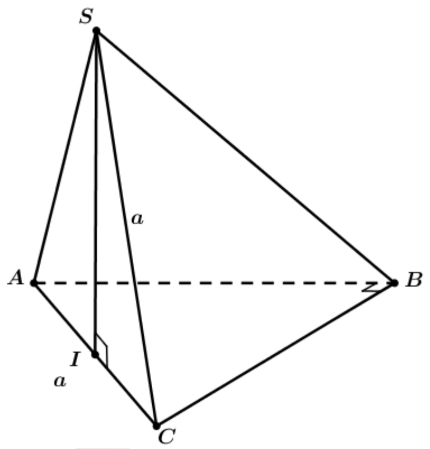


Câu 38. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại B. Hình chiếu của S trên mặt phẳng (ABC) trùng với trung điểm I của cạnh AC, biết rằng tam giác SAC đều cạnh a. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V=\dfrac{a^3}{24}$. **B.** $V=\dfrac{\sqrt{3}a^3}{48}$. **C.** $V=\dfrac{\sqrt{3}a^3}{6}$. **D.** $V=\dfrac{\sqrt{3}a^3}{24}$.

Lời giải

Chọn D



$\Delta ABC: AC=a \Rightarrow AB=BC=\dfrac{a\sqrt{2}}{2} \Rightarrow S_{ABC}=\dfrac{1}{2}.\dfrac{a^2}{2}=\dfrac{a^2}{4}$.

ΔSAC đều $\Rightarrow SI=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Thể tích khối chóp $S.ABC$: $V=\dfrac{1}{3}.SI.S_{ABC}=\dfrac{1}{3}.\dfrac{a\sqrt{3}}{2}.\dfrac{a^2}{4}=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{24}$.

Câu 39. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x)$ thỏa mãn: $f'(x)=(1-x^2)(x-5)$. Hàm số $y=3f(x+3)-x^3+12x$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(1;5)$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $(-1;0)$. **D.** $(-\infty;-1)$.

Lời giải

Chọn B

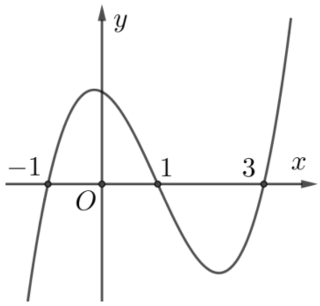
Ta có: $f'(x)=(1-x^2)(x-5)$ suy ra $f'(x+3)=\left[1-(x+3)^2\right](x+3-5)=-(x+4)(x+2)(x-2)$.

Mặt khác: $y'=3.f'(x+3)-3x^2+12=-3\left[(x+4)(x+2)(x-2)+(x^2-4)\right]=-3(x-2)(x+2)(x+5)$.

Xét $y'<0 \Leftrightarrow -3(x-2)(x+2)(x+5)<0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -5<x<-2 \\ x>2 \end{array}\right.$.

Vậy hàm số $y=3f(x+3)-x^3+12x$ nghịch biến trên các khoảng $(-5;-2)$ và $(2;+\infty)$.

Câu 40. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ.



Hàm số $y=f(x^2+2x)$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(1;2)$. **B.** $(-\infty;-3)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(-2;0)$.

Lời giải

Chọn A

Từ đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ ta có bảng biến thiên của hàm số $y=f(x)$ như sau

x	$-\infty$		-1		1		3		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y		$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$	

Đặt $g(x)=f(x^2+2x)$, ta có $g'(x)=(x^2+2x)'.f'(x^2+2x)=2(x+1).f'(x^2+2x)$.

Hàm số $g(x)$ đồng biến khi $g'(x)\ge 0 \Leftrightarrow (x+1).f'(x^2+2x)\ge 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+1\ge 0 \\ f'(x^2+2x)\ge 0 \end{cases} (1) \text{ hoặc } \begin{cases} x+1\le 0 \\ f'(x^2+2x)\le 0 \end{cases} (2)$$

$$\cdot\text{Xét } (1) \Leftrightarrow \begin{cases} x+1\ge 0 \\ \left[\begin{array}{l} -1\le x^2+2x\le 1 \\ x^2+2x\ge 3 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\ge -1 \\ \left[\begin{array}{l} -1-\sqrt{2}\le x\le -1+\sqrt{2} \\ x\le -3 \\ x\ge 1 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -1\le x\le -1+\sqrt{2} \\ x\ge 1 \end{array}\right..$$

$$\cdot\text{Xét } (2) \Leftrightarrow \begin{cases} x+1\le 0 \\ \left[\begin{array}{l} x^2+2x\le -1 \\ 1\le x^2+2x\le 3 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\le -1 \\ \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ \begin{cases} x^2+2x-1\ge 0 \\ x^2+2x-3\le 0 \end{cases} \end{array}\right. \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \le -1 \\ \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x \le -1-\sqrt{2} \\ x \ge -1+\sqrt{2} \end{array}\right. \\ -3 \le x \le 1 \end{cases} \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -3 \le x \le -1-\sqrt{2} \\ x = -1 \end{array}\right..$$

Câu 41. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\dfrac{-\ln x-8}{\ln x-m}$ đồng biến trên khoảng $(1,+\infty)$. Số phần tử của S là

A. 10. **B.** 7. **C.** 9. **D.** 8.

Lời giải

Chọn D

Đặt $t=\ln x,\ x>1$

Khi đó $t'=\dfrac{1}{x}>0,\forall x>1$ nên hàm số $t=\ln x$ đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)\Rightarrow t>\ln 1=0$

Khi đó hàm số $y=\dfrac{-\ln x-8}{\ln x-m}$ đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)\Leftrightarrow$ hàm số $y=\dfrac{-t-8}{t-m}$ đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

Xét hàm số $y=\dfrac{-t-8}{t-m}$ có $y'=\dfrac{m+8}{(t-m)^2}$ $(t\ne m)$.

Hàm số đồng biến trên khoảng $(0,+\infty)\Leftrightarrow \begin{cases} m+8>0 \\ m\notin(0;+\infty) \end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases} m>-8 \\ m\le 0 \end{cases}\Leftrightarrow -8<m\le 0$

Suy ra các giá trị nguyên của m là $-7;-6;-5;-4;-3;-2;-1;0$.

Vậy S có 8 phần tử.

Câu 42. Với giá trị nào của m thì $x=1$ là điểm cực tiểu của hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^3+mx^2+\left(m^2+m+1\right)x$?

A. $m\in\{-2;-1\}$. **B.** $m=-2$. **C.** $m=-1$. **D.** Không có m.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y'=x^2+2mx+m^2+m+1$.

Nếu $x=1$ là điểm cực tiểu của hàm số thì $y'(1)=0\Leftrightarrow m^2+3m+2=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=-1 \\ m=-2 \end{array}\right.$.

Với $m=-1$ thì $y'=x^2-2x+1=(x-1)^2\ge 0$.

Hàm số không có điểm cực trị.

Với $m=-2$ thì $y'=x^2-4x+3,\ y''=2x-4$, suy ra $y''(1)=-2<0$.

Hàm số đạt cực đại tại $x=1$.

Vậy $m\in\varnothing$.

Câu 43. Một chất điểm chuyển động theo quy luật $S=-\frac{1}{3}t^3+4t^2+9t$ với t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc vật bắt đầu chuyển động và S (mét) là quãng đường vật chuyển động trong thời gian đó. Hỏi trong khoảng thời gian 10 giây, kể từ lúc bắt đầu chuyển động, vận tốc lớn nhất của chất điểm là bao nhiêu?

A. $88(\mathrm{m/s})$. **B.** $25(\mathrm{m/s})$. **C.** $100(\mathrm{m/s})$. **D.** $11(\mathrm{m/s})$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $v = S' = -t^2 + 8t + 9, t \in (0;10)$

$v' = -2t + 8$. Xét $v' = 0 \Rightarrow t = 4 \in (0;10)$

Bảng biến thiên:

t	0		4		10
v'		$+$	0	$-$	
v	$v(0)$	$\nearrow$	25	$\searrow$	$v(10)$

Vậy vận tốc lớn nhất của chất điểm là $25(\mathrm{m/s})$ tại tại $t = 4$.

Câu 44. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		1		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	||	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	2	$\nearrow$	2 || $-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

Đồ thị hàm số $y = \dfrac{1}{2f(x)-5}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

A. 0. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào BBT, phương trình $2f(x)-5=0 \Leftrightarrow f(x)=\dfrac{5}{2}$ có 4 nghiệm phân biệt thuộc các khoảng $(-\infty;-2)$, $(-2;1)$, $(1;2)$, $(2;+\infty)$ nên đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{2f(x)-5}$ có 4 đường tiệm cận đứng.

Câu 45. **Với** giá trị nào của tham số m thì phương trình $x^3 - mx^2 - 6x - 8 = 0$ có ba nghiệm thực lập thành một cấp số nhân?

A. $m = 1$. **B.** $m = -3$. **C.** $m = 3$. **D.** $m = -4$.

Lời giải

Chọn B

Ta chứng minh nếu x_1, x_2, x_3 là nghiệm của phương trình $x^3 - mx^2 - 6x - 8 = 0$ thì

$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = m \\ x_1x_2x_3 = 8 \end{cases}$.

Thật vậy $x^3 - mx^2 - 6x - 8 = (x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)$

$\Leftrightarrow x^3 - mx^2 - 6x - 8 = x^3 - (x_1 + x_2 + x_3)x^2 + (x_1x_2 + x_2x_3 + x_3x_1)x - x_1x_2x_3 \Leftrightarrow$

$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = m \\ x_1x_2x_3 = 8 \end{cases}$.

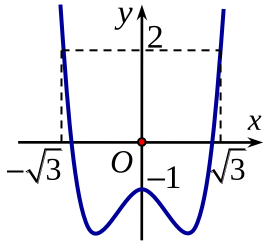
Điều kiện cần: Phương trình $x^3 - mx^2 - 6x - 8 = 0$có ba nghiệm thực $x_1 < x_2 < x_3$

lập thành một cấp số nhân $\Leftrightarrow x_1.x_3 = x_2^2 \Leftrightarrow x_1.x_2.x_3 = x_2^3 \Leftrightarrow 8 = x_2^3 \Leftrightarrow x_2 = 2$.

Vậy phương trình $x^3 - mx^2 - 6x - 8 = 0$phải có nghiệm bằng 2.
Thay $x = 2$ vào phương trình ta có $m = -3$.

Điều kiện đủ: Thử lại với $m = -3$ta có $x^3 + 3x^2 - 6x - 8 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -4 \\ x = 2 \\ x = -1 \end{array}\right.$ (thỏa yêu cầu bài toán).

Câu 46. Cho hàm số $y = f(x)$. Đồ thị hàm $y = f'(x)$ như hình vẽ



Đặt $g(x) = 3f(x) - x^3 + 3x - m$, với m là tham số thực. Điều kiện cần và đủ để bất phương trình $g(x) \geq 0$ đúng với $\forall x \in \left[-\sqrt{3}; \sqrt{3}\right]$ là

A. $m \leq 3f\left(\sqrt{3}\right)$. **B.** $m \leq 3f(0)$. **C.** $m \geq 3f(1)$. **D.** $m \geq 3f\left(-\sqrt{3}\right)$.

Lời giải

Chọn A

$g(x) \geq 0 \Leftrightarrow 3f(x) - x^3 + 3x - m \geq 0 \Leftrightarrow 3f(x) - x^3 + 3x \geq m$.

Đặt $h(x) = 3f(x) - x^3 + 3x$. Ta có $h'(x) = 3f'(x) - 3x^2 + 3$. Suy ra

$$\begin{cases} h'\left(-\sqrt{3}\right) = 3f'\left(-\sqrt{3}\right) - 6 = 0 \\ h'\left(\sqrt{3}\right) = 3f'\left(\sqrt{3}\right) - 6 = 0 \\ h'(0) = 3f'(0) = 0 \\ h'(1) = 3f'(1) < 0 \end{cases}$$

Từ đó ta có bảng biến thiên

x	$-\sqrt{3}$		0		1	$\sqrt{3}$
h'		$-$	0		$-$	
h	$h\left(-\sqrt{3}\right)$	$\searrow$	$h(0)$		$\searrow$	$h\left(\sqrt{3}\right)$

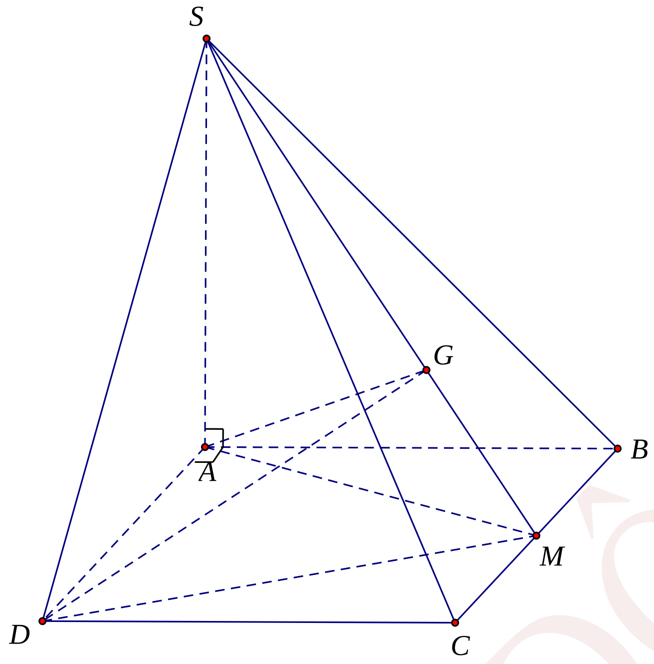
Vậy $g(x) \leq m \Leftrightarrow g(x) \leq h\left(\sqrt{3}\right) = 3f\left(\sqrt{3}\right)$.

Câu 47. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$, $ABCD$ là hình chữ nhật. $SA = AD = 2a$. Góc giữa (SBC) và mặt đáy $(ABCD)$ là $60°$. Gọi G là trọng tâm tam giác SBC. Tính thể tích khối chóp $S.AGD$ là

A. $\frac{32a^3\sqrt{3}}{27}$. **B.** $\frac{8a^3\sqrt{3}}{27}$. **C.** $\frac{4a^3\sqrt{3}}{9}$. **D.** $\frac{16a^3}{9\sqrt{3}}$.

Lời giải

Chọn B



Vì góc giữa (SBC) và mặt đáy $(ABCD)$ là $60°$ nên $\widehat{SBA} = 60° \Rightarrow AB = \frac{SA}{\tan 60°} = \frac{2a}{\sqrt{3}}$.

Khi đó: $S_{ABCD} = AB.AD = \frac{2a}{\sqrt{3}}.2a = \frac{4a^2\sqrt{3}}{3}$.

Gọi M là trung điểm BC, khi đó:$S_{ADM} = \frac{1}{2}S_{ABCD} = \frac{2a^2\sqrt{3}}{3}$.

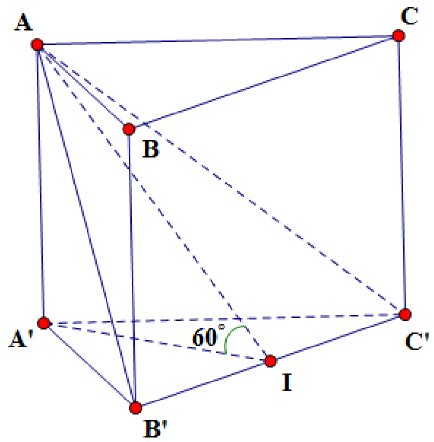
$\Rightarrow V_{S.ADG} = \frac{2}{3}V_{S.ADM} = \frac{2}{3}.\frac{1}{3}.2a.\frac{2a^2\sqrt{3}}{3} = \frac{8a^3\sqrt{3}}{27}$.

Câu 48. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a. Mặt phẳng $(AB'C')$ tạo với mặt đáy góc $60°$. Tính theo a thể tích lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$. **B.** $\frac{3a^3\sqrt{3}}{4}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn A



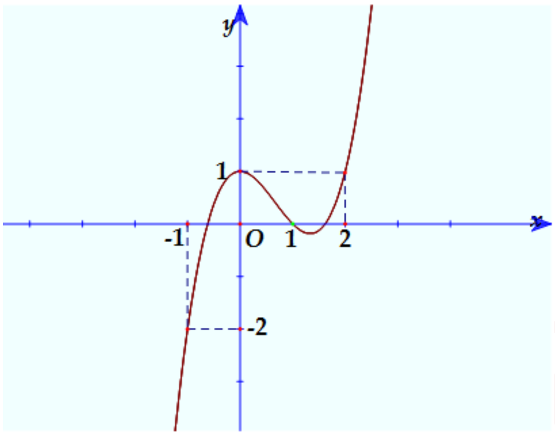
Gọi I là trung điểm $B'C'$.

Góc giữa hai mặt phẳng $(AB'C')$ và $(A'B'C')$ là AIA' $\Rightarrow AIA' = 60°$

$AA' = A'I.\tan 60° = \frac{a\sqrt{3}}{2}.\sqrt{3} = \frac{3a}{2}$.

$V_{ABC.A'B'C'}=AA'.S_{A'B'C'}=\frac{3a}{2}.\frac{a^2\sqrt{3}}{4}=\frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$.

Câu 49. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



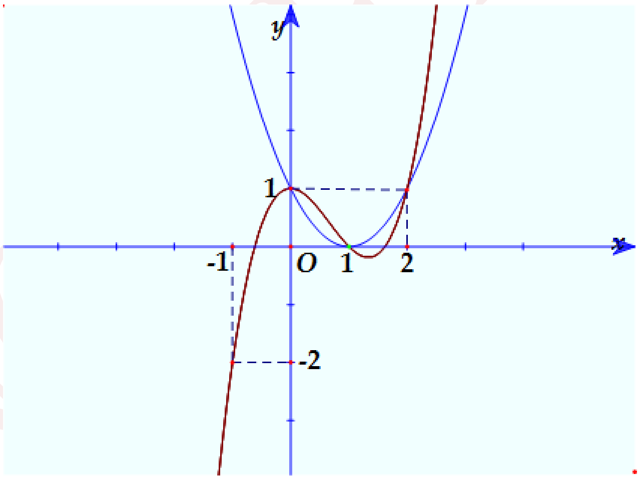
Hàm số $g(x)=f(x)-\frac{x^3}{3}+x^2-x+2$ đạt cực tiểu tại bao nhiêu điểm?

A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

$g'(x)=f'(x)-x^2+2x-1$; $g'(x)=0\Leftrightarrow f'(x)=x^2-2x+1$.



Từ đồ thị, ta thấy $x=0$, $x=1$, $x=2$ là các nghiệm đơn của phương trình $g'(x)=0$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$ 0 1 2 $+\infty$
$g'(x)$	− 0 + 0 − 0 +
$g(x)$	$-\infty$ ↘ ↗ ↘ ↗ $+\infty$

Suy ra, hàm số $g(x)$ đạt cực tiểu tại hai điểm.

Câu 50. Tính tích tất cả các số thực m để hàm số $y=\left|\frac{4}{3}x^3-6x^2+8x+m\right|$ có giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[0;3]$ bằng 18 là

A. 432. **B.** -216. **C.** -432. **D.** 288.

Lời giải

Chọn C

+ Xét hàm số $f(x)=\frac{4}{3}x^3-6x^2+8x+m$ liên tục trên đoạn $[0;3]$.

+ Ta có $f'(x)=4x^2-12x+8$.

+ $f'(x)=0 \Leftrightarrow 4x^2-12x+8=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1\in[0;3] \\ x=2\in[0;3] \end{array}\right.$.

+ $f(0)=m;\ f(1)=\frac{10}{3}+m;\ f(2)=\frac{8}{3}+m;\ f(3)=6+m$.

Khi đó $\begin{cases} \max\limits_{[0;3]} f(x)=\max\{f(0);f(1);f(2);f(3)\}=f(3)=m+6 \\ \min\limits_{[0;3]} f(x)=\min\{f(0);f(1);f(2);f(3)\}=f(0)=m \end{cases}$.

Suy ra $\min\limits_{[0;3]} y=\min\{0;|m|;|m+6|\}$.

TH1. $m>0$.

$\min\limits_{[0;3]} y=m \Leftrightarrow m=18$ (thỏa mãn).

TH2. $m+6<0 \Leftrightarrow m<-6$.

$\min\limits_{[0;3]} y=-m-6 \Leftrightarrow -m-6=18 \Leftrightarrow m=-24$ (thỏa mãn).

TH3. $m(m+6)\le 0 \Leftrightarrow -6\le m\le 0 \Rightarrow \min\limits_{[0;3]} y=0$ (loại).

Kết luận: tích các số thực m thỏa mãn yêu cầu bài toán là: $-24.18=-432$.

ĐỀ 17
ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

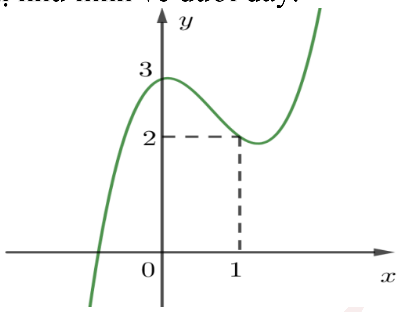
ĐỀ KIỂM TRA GIỮA KÌ I
Môn: TOÁN, Lớp 12
Thời gian làm bài: 90 phút, *không tính thời gian phát đề*

Câu 1. Cho hàm số $y = x^4 - 8x^2 - 4$. Hàm số đã cho nghịch biến trên các khoảng.

A. $(-\infty;-2)$ và $(0;2)$. **B.** $(-\infty;-2)$ và $(2;+\infty)$.

C. $(-2;0)$ và $(0;2)$. **D.** $(-2;0)$ và $(2;+\infty)$.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Nhận xét nào sau đây là **sai** ?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;3)$ và $(1;+\infty)$.

B. Hàm số đạt cực trị tại các điểm $x = 0$ và $x = 1$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;1)$.

D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;0)$ và $(1;+\infty)$.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$

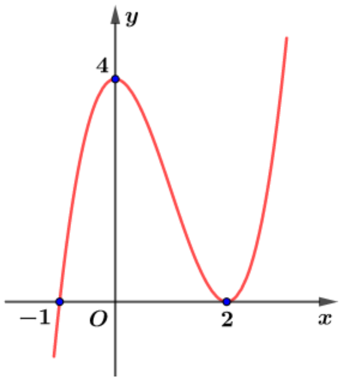
Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1;3)$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $(3;+\infty)$. **D.** $(-3;2)$.

Câu 4. Hàm số $y = x^3 - 12x + 3$ đạt cực đại tại điểm

A. $x = -2$. **B.** $x = 19$. **C.** $x = -13$. **D.** $x = 2$.

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Hàm số đạt cực đại tại $x = 2$. **B.** Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$.

C. Hàm số đạt cực đại tại $x=4$. **D.** Hàm số đạt cực tiểu tại $x=0$.

Câu 6. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$với bảng xét dấu đạo hàm như sau

x	$-\infty$		-3		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	

Số điểm cực trị của hàm số $y=f(x)$ là

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 7. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y=\dfrac{3x-1}{x-3}$ trên đoạn $[0;2]$.

A. $\dfrac{-1}{3}$. **B.** -5. **C.** 5. **D.** $\dfrac{1}{3}$.

Câu 8. Hàm số $y=f(x)$ liên tục và có bảng biến thiên như hình bên. Gọi M là giá trị lớn nhất của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[-1;3]$. Tìm mệnh đề đúng.

x	-1		0		2		3
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	0	$\nearrow$	5	$\searrow$	1	$\nearrow$	4

A. $M=f(3)$. **B.** $M=f(2)$. **C.** $M=f(0)$. **D.** $M=f(5)$.

Câu 9. Đồ thị của hàm số nào sau đây có tiệm cận ngang?

A. $y=\dfrac{2x^2+1}{x}$. **B.** $y=\dfrac{x^2+1}{1-x^2}$. **C.** $y=\dfrac{x^2+2x}{x+2}$. **D.** $y=\dfrac{x^2-6x+9}{x-3}$.

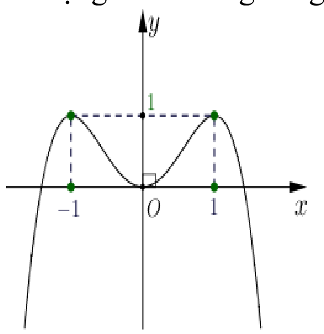
Câu 10. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f(x)$	2	$\nearrow$	$+\infty$ || 3	$\nearrow$	5

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 11. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y=x^4-2x^2$. **B.** $y=-x^3+3x$. **C.** $y=x^2-2x$. **D.** $y=-x^4+2x^2$.

Câu 12. Phát biểu nào sau đây là đúng về khối đa diện?

A. Khối đa diện là phần không gian được giới hạn bởi một hình đa diện, kể cả hình đa diện đó.

B. Khối đa diện là hình đa diện.

C. Khối đa diện là phần không gian được giới hạn bởi một hình đa diện.
D. Khối đa diện là phần không gian được giới hạn bởi một hình đa diện, kể cả các cạnh của hình đa diện đó.

Câu 13. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?
A. Tồn tại một hình đa diện có số cạnh bằng số đỉnh.
B. Số đỉnh và số mặt của một hình đa diện luôn luôn bằng nhau.
C. Tồn tại hình đa diện có số cạnh và số mặt bằng nhau.
D. Tồn tại một hình đa diện có số đỉnh và số mặt bằng nhau.

Câu 14. Cho hình chóp đều, chọn mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau:
A. Chân đường cao hạ từ đỉnh của hình chóp đều trùng với tâm của đa giác đáy.
B. Đáy của hình chóp đều là đa giác đều.
C. Các mặt bên của hình chóp đều là những tam giác cân.
D. Tất cả các cạnh của hình chóp đều bằng nhau.

Câu 15. Khối bát diện đều thuộc loại đa diện đều nào sau đây?
A. $\{3;3\}$. **B.** $\{4;3\}$. **C.** $\{3;5\}$. **D.** $\{3;4\}$.

Câu 16. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=2a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.
A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 17. Nếu $S.ABC$ là hình chóp đều có chiều cao bằng h và cạnh đáy bằng a thì có thể tích bằng
A. $\frac{a^2h\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{a^2h\sqrt{3}}{6}$. **C.** $\frac{a^2h\sqrt{3}}{12}$. **D.** $\frac{a^2h\sqrt{3}}{4}$.

Câu 18. Tính thể tích của khối lập phương cạnh $2a$ bằng
A. $8a^3$. **B.** a^3. **C.** $4a^3$. **D.** $2a^3$.

Câu 19. Tính thể tích V của khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=a$, $AD=2a$, $AA'=3a$.
A. $V=6a^3$. **B.** $V=3a^3$. **C.** $V=2a^3$. **D.** $V=8a^3$.

Câu 20. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x+1)^2(x-1)^3(2-x)$. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?
A. $(-\infty;-1)$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(1;2)$.

Câu 21. Tìm tất cả các giá trị m để hàm số $y=x^3+mx$ luôn đồng biến trên tập số thực
A. $m\le -3$. **B.** $m<-3$. **C.** $m\ge 0$. **D.** $m<0$.

Câu 22. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x+3)^2, \forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là
A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 23. Biết m_0 là giá trị của tham số m để hàm số $y=x^3-3x^2+mx-1$ có hai điểm cực trị x_1, x_2 sao cho $x_1^2+x_2^2-x_1x_2=13$. Mệnh đề nào sau đấy đúng?
A. $m_0\in(-1;7)$. **B.** $m_0\in(7;10)$. **C.** $m_0\in(-7;-1)$. **D.** $m_0\in(-15;-7)$.

Câu 24. Cho hàm số $y=mx^4+(m+1)x^2+m^2-5$. Tìm m để hàm số có ba điểm cực trị.
A. $m\in(0;1)$. **B.** $m\in[-1;0]$. **C.** $m\in(-1;0)$. **D.** $m\in(-\infty;-1)\cup(0;+\infty)$.

Câu 25. Gọi M là giá trị lớn nhất của hàm số $y=f(x)=4\sqrt{x^2-2x+3}+2x-x^2$. Tính tích các nghiệm của phương trình $f(x)=M$.
A. 2. **B.** 0. **C.** -1. **D.** 1.

Câu 26. Cho hàm số $y=x^2-6x+m$ (m là tham số thực) thỏa mãn $\max\limits_{[0;4]} y=3$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $m<-10$. **B.** $-10<m\le -7$. **C.** $-7<m<0$. **D.** $0<m<10$.

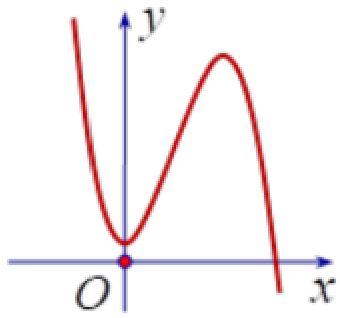
Câu 27. Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-2}{x^2-4}$ là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 28. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{x^2-8x+m}$ có 3 đường tiệm cận?

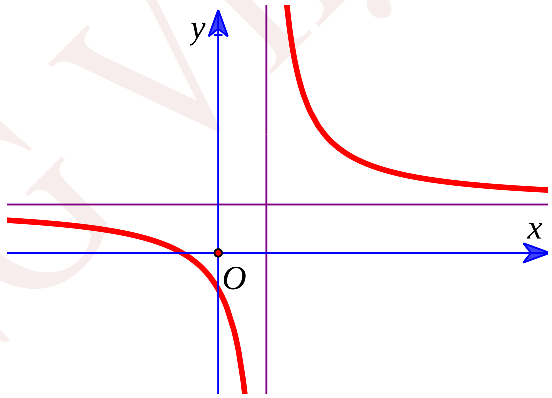
A. 14. **B.** 8. **C.** 15. **D.** 16.

Câu 29. Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị hàm số như hình bên. Khẳng định nào sau đây là đúng?



A. $a<0,\ b>0,\ c=0,\ d>0.$ **B.** $a>0,\ b<0,\ c>0,\ d>0.$
C. $a<0,\ b<0,\ c=0,\ d>0.$ **D.** $a<0,\ b>0,\ c>0,\ d>0.$

Câu 30. Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình bên. Mệnh đề nào sau đây đúng?



A. $ac>0; bd>0$. **B.** $bd<0, ad>0$. **C.** $bc>0, ad<0$. **D.** $ab<0, cd<0$.

Câu 31. Đường thẳng Δ có phương trình $y=2x+1$ cắt đồ thị của hàm số $y=x^3-x+3$ tại hai điểm A và B với tọa độ được kí hiệu lần lượt là $A(x_A;y_A)$ và $B(x_B;y_B)$ trong đó $x_B<x_A$. Tìm x_B+y_B.

A. $x_B+y_B=-2$. **B.** $x_B+y_B=4$. **C.** $x_B+y_B=7$. **D.** $x_B+y_B=-5$.

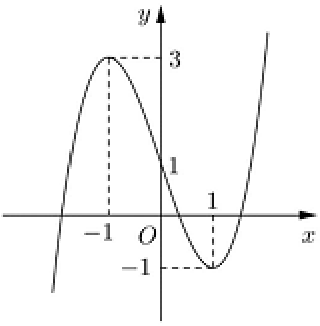
Câu 32. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	2	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Số nghiệm thực của phương trình $3f(x)-5=0$ là

A. 4. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 3.

Câu 33. Cho hàm số $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ. Tìm tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(\sin^2 x)=m$ có nghiệm.



A. $[-1;1]$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $(-1;3)$. **D.** $[-1;3]$.

Câu 34. Phát biểu nào sau đây là đúng?. Khối chóp $S.A_1A_2...A_n$.

A. có đúng $n+1$ cạnh. **B.** có đúng $2n$ đỉnh.
C. có đúng $n+1$ mặt. **D.** có đúng $2n+1$ cạnh.

Câu 35. Một khối lập phương có cạnh 4cm. Người ta sơn đỏ mặt ngoài của khối lập phương rồi cắt khối lập phương bằng các mặt phẳng song song với các mặt của khối lập phương thành 64 khối lập phương nhỏ có cạnh 1cm. Có bao nhiêu khối lập phương có đúng một mặt được sơn đỏ?

A. 48 **B.** 16 **C.** 24 **D.** 8

Câu 36. Số mặt phẳng đối xứng của khối tứ diện đều là:

A. 6. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 37. Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc và $OA=1, OB=2, OC=12$. Tính thể tích khối tứ diện $OABC$.

A. 4. **B.** 6. **C.** 8. **D.** 12.

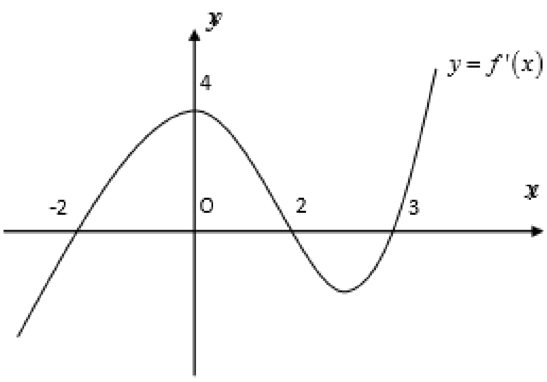
Câu 38. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** a^3. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Câu 39. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x)$ thỏa mãn $f'(x)=(1-x)(x+2).g(x)+2018$ trong đó $g(x)<0$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Hàm số $y=f(1-x)+2018x+2019$ nghịch biến trên khoảng nào?

A. $(-\infty;3)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(3;+\infty)$. **D.** $(0;3)$.

Câu 40. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị hàm $y=f'(x)$ như hình vẽ



Hàm số $y=3f(x-2)-x^3+2019$ tăng trên đoạn $[a;b]$ với $a,b\in\mathbb{R}, b<12$. Giá trị $T=\min a+\max b$ là

A. 3. **B.** 5. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 41. Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của tham số m để hàm số $y=\dfrac{x+4}{2x-m}$ nghịch biến trên $(-3;4)$.

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** vô số.

Câu 42. Đồ thị hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d,\ a>0$ có hai điểm cực trị nằm về hai phía của trục Oy. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $a>0>c$. **B.** $a,d>0>b$. **C.** $a,b,c,d>0$. **D.** $a,c>0$.

Câu 43. Bạn Minh muốn làm một chiếc thùng hình trụ không đáy từ nguyên liệu là mảnh tôn hình tam giác đều ABC có cạnh bằng $90\ (\text{cm})$. Bạn muốn cắt mảnh tôn hình chữ nhật $MNPQ$ từ mảnh tôn nguyên liệu (với M, N thuộc cạnh BC; P, Q tương ứng thuộc cạnh AC và AB) để tạo thành hình trụ có chiều cao bằng MQ. Thể tích lớn nhất của chiếc thùng mà bạn Minh có thể làm được là

A. $\dfrac{91125}{4\pi}\left(\text{cm}^3\right)$ **B.** $\dfrac{91125}{2\pi}\left(\text{cm}^3\right)$ **C.** $\dfrac{13500.\sqrt{3}}{\pi}\left(\text{cm}^3\right)$ **D.** $\dfrac{108000\sqrt{3}}{\pi}\left(\text{cm}^3\right)$

Câu 44. Cho hàm số $f(x)=x^3+x-2$. Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3}{f^2(x)+2f(x)}$ là

A. 1. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 45. Có bao nhiêu giá trị nguyên $m\in(-2019;2020)$để đồ thị (C)của hàm số $y=-x^4+x^2+4x-2$cắt $(P): y=x^2+(m^2+m)x+1$tại 2điểm phân biệt?

A. 4032. **B.** 4031. **C.** 2014. **D.** 2017.

Câu 46. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$		-1		$\frac{1}{2}$		$\frac{\sqrt{3}}{2}$		1		$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$	↘	-4	↗	2	↗	4	↘	2	↗	$+\infty$

Số giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f^2(\cos x)+(3-m)f(\cos x)+2m-10=0$ có đúng 4 nghiệm phân biệt thuộc đoạn $\left[-\frac{\pi}{3};\pi\right]$ là

A. 5. **B.** 6. **C.** 7. **D.** 4.

Câu 47. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh SA, SD. Mặt phẳng (α) chứa MN cắt các cạnh SB, SC lần lượt tại Q, P. Đặt $\frac{SQ}{SB}=x$, V_1 là thể tích của khối chóp $S.MNQP$, V là thể tích của khối chóp $S.ABCD$. Tìm x để $V_1=\frac{1}{2}V$.

A. $x=\frac{-1+\sqrt{33}}{4}$. **B.** $x=\sqrt{2}$. **C.** $x=\frac{1}{2}$. **D.** $x=\frac{-1+\sqrt{41}}{4}$.

Câu 48. Nếu kích thước của một khối lập phương tăng lên k lần thì thể tích của nó tăng lên:

A. $3k^3$ lần. **B.** k lần. **C.** k^2 lần. **D.** k^3 lần.

Câu 49. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và bảng biến thiên

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Hàm số $g(x)=15f(-x^4+4x^2-6)+10x^6-15x^4-60x^2$ đạt cực tiểu tại $x_0<0$. Chọn mệnh đề **đúng**?

A. $x_0\in\left(-\frac{5}{2};-2\right)$. **B.** $x_0\in\left(-2;-\frac{3}{2}\right)$. **C.** $x_0\in\left(-\frac{3}{2};-1\right)$. **D.** $x_0\in(-1;0)$.

Câu 50. Gọi S là tập hợp các giá trị của tham số m để giá trị lớn nhất của hàm số $y=\left|\frac{x^2-mx+2m}{x-2}\right|$ trên đoạn $[-1\,;\,1]$ bằng 3. Tính tổng tất cả các phần tử của S.

A. $-\frac{8}{3}$. **B.** 5. **C.** $\frac{5}{3}$. **D.** -1.

ĐỀ 17
ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

HDG ĐỀ KIỂM TRA GIỮA KÌ I
Môn: TOÁN, Lớp 12
Thời gian làm bài: 90 phút, *không tính thời gian phát đề*

Câu 1. Cho hàm số $y = x^4 - 8x^2 - 4$. Hàm số đã cho nghịch biến trên các khoảng.

A. $(-\infty;-2)$ và $(0;2)$. **B.** $(-\infty;-2)$ và $(2;+\infty)$.

C. $(-2;0)$ và $(0;2)$. **D.** $(-2;0)$ và $(2;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

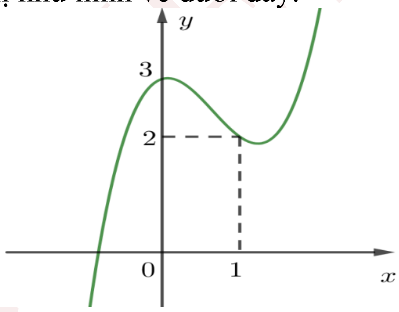
Ta có $y' = 4x^3 - 16x; y' = 0 \Leftrightarrow x = 0; x = \pm 2$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-20	$\nearrow$	-4	$\searrow$	-20	$\nearrow$	$+\infty$

Do đó ta có hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-2)$ và $(0;2)$.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Nhận xét nào sau đây là **sai** ?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 3)$ và $(1; +\infty)$.
B. Hàm số đạt cực trị tại các điểm $x = 0$ và $x = 1$.
C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 1)$.
D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ và $(1; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A

A sai vì trong khoảng từ $(-\infty; 3)$ đồ thị hàm số có chứa cả khoảng đồng biến và nghịch biến.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1;3)$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $(3;+\infty)$. **D.** $(-3;2)$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào BBT của hàm số ta có hàm số đồng biến trên$(-1;3)$.

Câu 4. Hàm số $y=x^3-12x+3$ đạt cực đại tại điểm

A. $x=-2$. **B.** $x=19$. **C.** $x=-13$. **D.** $x=2$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y=x^3-12x+3$

$y'=3x^2-12$

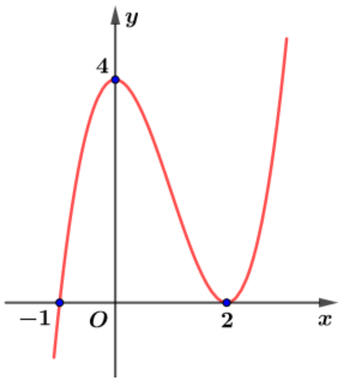
$y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-2 \\ x=2 \end{array}\right.$

Bảng biến thiên của hàm số $f(x)$

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	19	$\searrow$	-13	$\nearrow$	$+\infty$

Căn cứ vào bảng biến thiên ta có hàm số đạt cực đại tại $x=-2$.

Câu 5. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Hàm số đạt cực đại tại $x=2$. **B.** Hàm số đạt cực tiểu tại $x=2$.

C. Hàm số đạt cực đại tại $x=4$. **D.** Hàm số đạt cực tiểu tại $x=0$.

Lời giải

Chọn B

Từ đồ thị hàm số ta thấy hàm số đạt cực đại tại $x=0$ và đạt cực tiểu tại $x=2$.

Câu 6. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$với bảng xét dấu đạo hàm như sau

x	$-\infty$		-3		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	

Số điểm cực trị của hàm số $y=f(x)$ là

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 0.

Lời giải

Chọn A

Nhìn vào bảng xét dấu đạo hàm ta thấy đạo hàm đổi dấu 2 lần nên hàm số $y=f(x)$ có 2 điểm cực trị.

Câu 7. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y=\dfrac{3x-1}{x-3}$ trên đoạn $[0;2]$.

A. $\dfrac{-1}{3}$. **B.** -5. **C.** 5. **D.** $\dfrac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn D

$y'=\dfrac{-8}{(x-3)^2}<0$ và $y(0)=\dfrac{1}{3}$.

Câu 8. Hàm số $y=f(x)$ liên tục và có bảng biến thiên như hình bên. Gọi M là giá trị lớn nhất của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[-1;3]$. Tìm mệnh đề đúng.

x	-1		0		2		3
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	0	$\nearrow$	5	$\searrow$	1	$\nearrow$	4

A. $M=f(3)$. **B.** $M=f(2)$. **C.** $M=f(0)$. **D.** $M=f(5)$.

Lời giải

Chọn C

Quan sát bảng biến thiên ta thấy $\max\limits_{[-1;3]} y=5$ xảy ra tại $x=0$.

Câu 9. Đồ thị của hàm số nào sau đây có tiệm cận ngang?

A. $y=\dfrac{2x^2+1}{x}$. **B.** $y=\dfrac{x^2+1}{1-x^2}$. **C.** $y=\dfrac{x^2+2x}{x+2}$. **D.** $y=\dfrac{x^2-6x+9}{x-3}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{x^2+1}{1-x^2}=-1$. Suy ra đồ thị của hàm số $y=\dfrac{x^2+1}{1-x^2}$ có tiệm cận ngang $y=-1$.

Câu 10. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f(x)$	2	$\nearrow$	$+\infty$ || 3	$\nearrow$	5

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

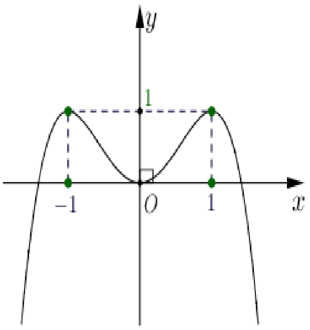
Chọn B

Ta có $\lim\limits_{x\to-\infty} y=2,\ \lim\limits_{x\to+\infty} y=5 \Rightarrow$ đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận ngang là $y=2,\ y=5$.

Ta có $\lim\limits_{x\to1^-} y=+\infty \Rightarrow$ đồ thị hàm số có một đường tiệm cận đứng là $x=1$.

Vậy tổng số tiệm cận của đồ thị hàm số là 3.

Câu 11. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y = x^4 - 2x^2$. **B.** $y = -x^3 + 3x$. **C.** $y = x^2 - 2x$. **D.** $y = -x^4 + 2x^2$.

Lời giải

Chọn D

Đường cong có dạng của đồ thị hàm số bậc 4 trùng phương với hệ số $a < 0$ nên chỉ có hàm số $y = -x^4 + 2x^2$ thỏa yêu cầu bài toán.

Phương án nhiễu A, học sinh tự đổi dấu các hệ số nên nhầm dạng đồ thị.

Phương án nhiễu B và C, học sinh nhầm dạng đồ thị hàm số bậc 2 và bậc 3.

Câu 12. Phát biểu nào sau đây là đúng về khối đa diện?

A. Khối đa diện là phần không gian được giới hạn bởi một hình đa diện, kể cả hình đa diện đó.

B. Khối đa diện là hình đa diện.

C. Khối đa diện là phần không gian được giới hạn bởi một hình đa diện.

D. Khối đa diện là phần không gian được giới hạn bởi một hình đa diện, kể cả các cạnh của hình đa diện đó.

Lời giải

Chọn A

Câu 13. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. Tồn tại một hình đa diện có số cạnh bằng số đỉnh.

B. Số đỉnh và số mặt của một hình đa diện luôn luôn bằng nhau.

C. Tồn tại hình đa diện có số cạnh và số mặt bằng nhau.

D. Tồn tại một hình đa diện có số đỉnh và số mặt bằng nhau.

Lời giải

Chọn D

Xét hình tứ diện, có 4 mặt và 4 đỉnh nên nó có số đỉnh và số mặt bằng nhau.

Câu 14. Cho hình chóp đều, chọn mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau:

A. Chân đường cao hạ từ đỉnh của hình chóp đều trùng với tâm của đa giác đáy.

B. Đáy của hình chóp đều là đa giác đều.

C. Các mặt bên của hình chóp đều là những tam giác cân.

D. Tất cả các cạnh của hình chóp đều bằng nhau.

Lời giải

Chọn D

Ta có:

Một hình chóp được gọi là hình chóp đều nếu nó có đáy là một đa giác đều và có chân đường cao trùng với tâm của đa giác đáy.

Do đó, theo định nghĩa trên thì hình chóp đều có các mặt bên là những tam giác cân bằng nhau.

Vậy, mệnh đề **D sai.**

Câu 15. Khối bát diện đều thuộc loại đa diện đều nào sau đây?

A. $\{3;3\}$. **B.** $\{4;3\}$. **C.** $\{3;5\}$. **D.** $\{3;4\}$.

Lời giải

Chọn D

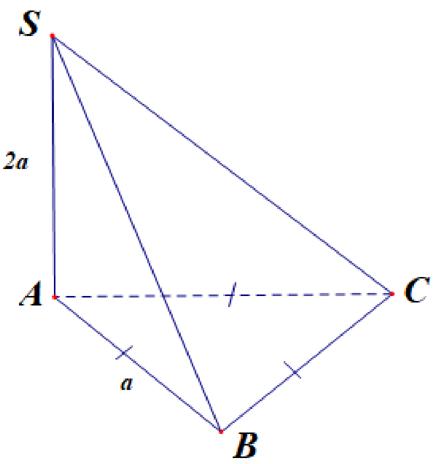
Khối bát diện đều thuộc loại $\{3;4\}$.

Câu 16. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=2a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn C



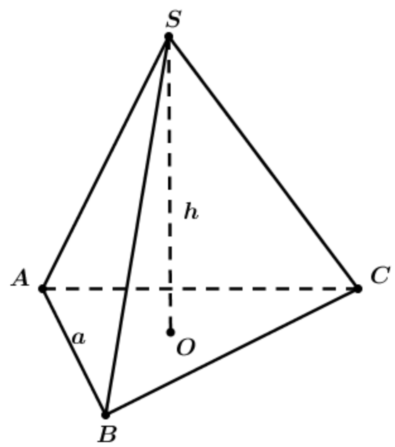
Ta có $V_{S.ABC}=\frac{1}{3}SA.S_{\Delta ABC}=\frac{1}{3}.2a.\frac{a^2\sqrt{3}}{4}=\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 17. Nếu $S.ABC$ là hình chóp đều có chiều cao bằng h và cạnh đáy bằng a thì có thể tích bằng

A. $\frac{a^2h\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{a^2h\sqrt{3}}{6}$. **C.** $\frac{a^2h\sqrt{3}}{12}$. **D.** $\frac{a^2h\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

Diện tích tam giác ABC là $S_{ABC}=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$

Thể tích khối chóp là $V=\frac{1}{3}S_{ABC}.SO=\frac{a^2h\sqrt{3}}{12}$.

Câu 18. Tính thể tích của khối lập phương cạnh $2a$ bằng

A. $8a^3$. **B.** a^3. **C.** $4a^3$. **D.** $2a^3$.

Lời giải

Chọn A

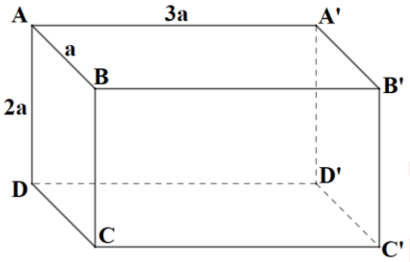
Ta có thể tích khối lập phương là $V=(2a)^3=8a^3$.

Câu 19. Tính thể tích V của khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=a$, $AD=2a$, $AA'=3a$.

A. $V=6a^3$. **B.** $V=3a^3$. **C.** $V=2a^3$. **D.** $V=8a^3$.

Lời giải

Chọn A



Thể tích khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ là: $V=AB.AD.AA'=a.2a.3a=6a^3$.

Câu 20. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x+1)^2(x-1)^3(2-x)$. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;-1)$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(1;2)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=1\\x=2\end{array}\right.$.

Lập bảng xét dấu $f'(x)=(x+1)^2(x-1)^3(2-x)$

x	$-\infty$		-1		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số đồng biến trên khoảng $(1;2)$.

Câu 21. Tìm tất cả các giá trị m để hàm số $y=x^3+mx$ luôn đồng biến trên tập số thực

A. $m\le-3$. **B.** $m<-3$. **C.** $m\ge0$. **D.** $m<0$.

Lời giải

Chọn C

TXĐ: $\mathbb{R}$.

$y'=3x^2+m$.

Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}\Leftrightarrow y'=3x^2+m\ge0,\ \forall x\in\mathbb{R}$.

$\Leftrightarrow m\ge-3x^2,\ \forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow m\ge\max\limits_{\mathbb{R}}\left(-3x^2\right)=0$.

Câu 22. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x+3)^2,\forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Lời giải

Chọn A

Từ $f'(x)=x(x+3)^2,\forall x\in R$

Ta suy ra bảng xét dấu của $f'(x)$ là

x	$-\infty$		-3		0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$-$	0	$+$	

Từ bảng xét dấu ta thấy $f'(x)$ chỉ đổi dấu khi x qua $x=0$

$\Rightarrow$ Hàm số đạt cực trị tại $x=0$

$\Rightarrow$ Số điểm cực trị của hàm số đã cho là 1.

Câu 23. Biết m_0 là giá trị của tham số m để hàm số $y=x^3-3x^2+mx-1$ có hai điểm cực trị x_1, x_2 sao cho $x_1^2+x_2^2-x_1x_2=13$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $m_0\in(-1;7)$. **B.** $m_0\in(7;10)$. **C.** $m_0\in(-7;-1)$. **D.** $m_0\in(-15;-7)$.

Lời giải

Chọn D

Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

$y'=3x^2-6x+m$.

Để hàm số có hai điểm cực trị thì phương trình $y'=0$ có hai nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow \Delta'=9-3m>0\Leftrightarrow m<3$.

Hệ thức Vi-ét: $\begin{cases}x_1+x_2=2\\ x_1x_2=\frac{m}{3}\end{cases}$.

Ta có $x_1^2+x_2^2-x_1x_2=13\Leftrightarrow(x_1+x_2)^2-3x_1x_2=13$.

Thay hệ thức Vi-ét vào, ta được $4-m=13\Leftrightarrow m=-9$.

Câu 24. Cho hàm số $y=mx^4+(m+1)x^2+m^2-5$. Tìm m để hàm số có ba điểm cực trị.

A. $m\in(0;1)$. **B.** $m\in[-1;0]$. **C.** $m\in(-1;0)$. **D.** $m\in(-\infty;-1)\cup(0;+\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số $y=mx^4+(m+1)x^2+m^2-5$ có tập xác định $D=\mathbb{R}$.

$y'=4mx^3+2(m+1)x=2x(2mx^2+m+1)$.

Hàm số $y=mx^4+(m+1)x^2+m^2-5$ có ba điểm cực trị khi và chỉ khi phương trình $y'=0$ có ba nghiệm phân biệt và y' đổi dấu khi đi qua ba nghiệm đó.

Ta có $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\ 2mx^2+m+1=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\ 2mx^2=-(m+1)\end{array}\right.$.

$y'=0$ có ba nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow -\dfrac{m+1}{2m}>0\Leftrightarrow -1<m<0$ (khi đó y' đổi dấu khi đi qua ba nghiệm).

Vậy $m\in(-1;0)$ nên ta chọn phương án

Câu 25. Gọi M là giá trị lớn nhất của hàm số $y=f(x)=4\sqrt{x^2-2x+3}+2x-x^2$. Tính tích các nghiệm của phương trình $f(x)=M$.

A. 2. **B.** 0. **C.** -1. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định của hàm số: $D=\mathbb{R}$.

Đặt $t=\sqrt{x^2-2x+3}=\sqrt{(x-1)^2+2}\geq\sqrt{2}$ Ta có $g(t)=4t+3-t^2$ với $t\in\left[\sqrt{2};+\infty\right)$.

Có $g'(t)=4-2t$; $g'(t)=0\Leftrightarrow t=2$.

Bảng biến thiên:

t	$\sqrt{2}$		2		$+\infty$
$g'(t)$		$+$	0	$-$	
$g(t)$	$4\sqrt{2}+1$	$\nearrow$	7	$\searrow$	$-\infty$

Vậy $\max\limits_{\left[\sqrt{2};+\infty\right)} g(t)=\max f(x)=7$ khi $t=2$ hay $x^2-2x-1=0$ nên tích hai nghiệm bằng -1.

Câu 26. Cho hàm số $y=x^2-6x+m$ (m là tham số thực) thỏa mãn $\max\limits_{[0;4]} y=3$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $m<-10$. **B.** $-10<m\leq-7$. **C.** $-7<m<0$. **D.** $0<m<10$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y'=2x-4=0\Leftrightarrow x=3$.

Suy ra $\max\limits_{[0;4]} y=\max\left\{y(0);y(3);y(4)\right\}=\max\left\{m;m-9;m-8\right\}=m$.

Theo giả thiết ta có $\max\limits_{[0;4]} y=3\Rightarrow m=3$.

Vậy $0<m<10$.

Câu 27. Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-2}{x^2-4}$ là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

+ Tập xác định $D=(-\infty;-2)\cup(-2;2)\cup(2;+\infty)$.

+ $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{x-2}{x^2-4}=0\Rightarrow y=0$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

+ $\lim\limits_{x\to-2^-} y=\lim\limits_{x\to-2^-}\dfrac{x-2}{x^2-4}=-\infty\Rightarrow x=-2$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

+ $\lim\limits_{x\to2} y=\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x-2}{x^2-4}=\dfrac{1}{4}$.

Vậy đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-2}{x^2-4}$ có 2 đường tiệm cận (1 tiệm cận ngang và 1 tiệm cận đứng).

Câu 28. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{x^2-8x+m}$ có 3 đường tiệm cận?

A. 14. **B.** 8. **C.** 15. **D.** 16.

Lời giải

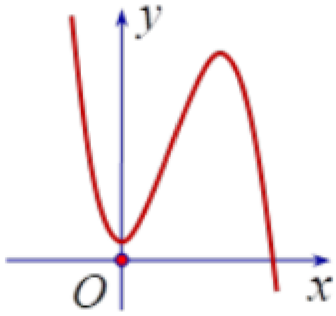
Chọn A

Ta có $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x-1}{x^2-8x+m}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x-1}{x^2-8x+m}=0$ nên hàm số có một tiện cận ngang $y=0$.

Hàm số có 3 đường tiệm cận khi và chỉ khi hàm số có hai đường tiệm cận đứng $\Leftrightarrow$ phương trình $x^2-8x+m=0$ có hai nghiệm phân biệt khác $1 \Leftrightarrow \begin{cases}\Delta'=16-m>0\\ m-7\neq 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}m<16\\ m\neq 7\end{cases}$.

Kết hợp với điều kiện m nguyên dương ta có $m\in\{1;2;3;...;6;8;...;15\}$. Vậy có 14 giá trị của m thỏa mãn đề bài.

Câu 29. Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị hàm số như hình bên. Khẳng định nào sau đây là đúng?



A. $a<0,\ b>0,\ c=0,\ d>0.$ **B.** $a>0,\ b<0,\ c>0,\ d>0.$ **C.** $a<0,\ b<0,\ c=0,\ d>0.$ **D.** $a<0,\ b>0,\ c>0,\ d>0.$

Lời giải

Chọn A

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

$y'=3ax^2+2bx+c$.

Dựa vào đồ thị hàm số:

+) $\lim\limits_{x\to+\infty} y=-\infty$ nên $a<0$.

+) Giao điểm của đồ thị hàm số với trục tung là $(0;d)$. Do đó $d>0$.

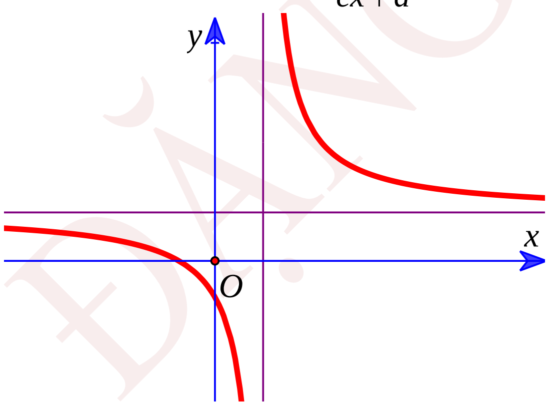
+) Gọi x_1,x_2 là hai điểm cực trị của hàm số.

Ta có: $x_1+x_2>0 \Leftrightarrow \frac{-2b}{3a}>0 \Leftrightarrow -2b<0 \Leftrightarrow b>0$ (vì $a<0$).

$x_1.x_2=0 \Leftrightarrow \frac{c}{3a}=0 \Leftrightarrow c=0$.

Vậy $a<0,\ b>0,\ c=0,\ d>0$.

Câu 30. Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình bên. Mệnh đề nào sau đây đúng?



A. $ac>0;bd>0$. **B.** $bd<0,ad>0$. **C.** $bc>0,ad<0$. **D.** $ab<0,cd<0$.

Lời giải

Chọn C

Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng nằm bên phải Oy và đường tiệm cận ngang nằm bên trên Ox nên

$$\begin{cases} -\dfrac{d}{c} > 0 \\ \dfrac{a}{c} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} cd < 0 \ (1) \\ ac > 0 \end{cases} \Leftrightarrow ad < 0.$$

Đồ thị hàm số cắt Ox tại $\left(-\dfrac{b}{a};0\right)$, cắt Oy tại $\left(0;\dfrac{b}{d}\right)$, từ đồ thị hàm số ta có:

$$\begin{cases} -\dfrac{b}{a} < 0 \\ \dfrac{b}{d} < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} ab > 0 \\ bd < 0 \ \ (2) \end{cases}.$$

Từ (1) và (2) ta có: $bc > 0$.

Vậy ta có $bc > 0, ad < 0$.

Câu 31. Đường thẳng Δ có phương trình $y = 2x + 1$ cắt đồ thị của hàm số $y = x^3 - x + 3$ tại hai điểm A và B với tọa độ được kí hiệu lần lượt là $A(x_A; y_A)$ và $B(x_B; y_B)$ trong đó $x_B < x_A$. Tìm $x_B + y_B$.

A. $x_B + y_B = -2$. **B.** $x_B + y_B = 4$. **C.** $x_B + y_B = 7$. **D.** $x_B + y_B = -5$.

Lời giải

Chọn D

Xét phương trình hoành độ giao điểm $x^3 - x + 3 = 2x + 1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -2 \\ x = 1 \end{array}\right.$.

Vì $x_B < x_A$ nên $x_B = -2 \Rightarrow y_B = -3$.

Vậy $x_B + y_B = -5$.

Câu 32. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	2	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Số nghiệm thực của phương trình $3f(x) - 5 = 0$ là

A. 4. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 3.

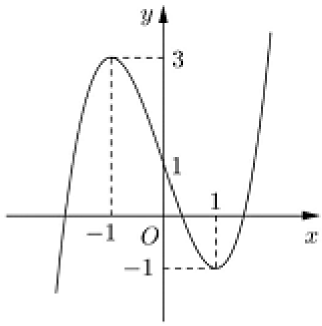
Lời giải

Chọn A

Ta có $3f(x) - 5 = 0 \Leftrightarrow f(x) = \frac{5}{3}\,(*)$.

Số nghiệm của $(*)$ là số hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ với đường thẳng $y = \frac{5}{3}$. Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt đường thẳng $y = \frac{5}{3}$ tại bốn điểm phân biệt. Suy ra $(*)$ có bốn nghiệm phân biệt.

Câu 33. Cho hàm số $y = f\left(x\right) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ. Tìm tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f\left(\sin^2 x\right) = m$ có nghiệm.



A. $\left[-1;1\right]$. **B.** $\left(-1;1\right)$. **C.** $\left(-1;3\right)$. **D.** $\left[-1;3\right]$.

Lời giải

Chọn A

Đặt $t=\sin^2 x\Rightarrow t\in\left[0;1\right]$, khi đó yêu cầu bài toán trở thành tìm m để phương trình $f\left(t\right)=m$ có nghiệm t trên đoạn $\left[0;1\right]$. Dựa vào đồ thị hàm số ta suy ra $m\in\left[-1;1\right]$.

Câu 34. Phát biểu nào sau đây là đúng?. Khối chóp $S.A_1A_2...A_n$.

A. có đúng $n+1$ cạnh. **B.** có đúng $2n$ đỉnh.
C. có đúng $n+1$ mặt. **D.** có đúng $2n+1$ cạnh.

Lời giải

Chọn C

Khối chóp $S.A_1A_2...A_n$ có: $n+1$ đỉnh; $n+1$ mặt; $2n$ cạnh.

Câu 35. Một khối lập phương có cạnh 4cm. Người ta sơn đỏ mặt ngoài của khối lập phương rồi cắt khối lập phương bằng các mặt phẳng song song với các mặt của khối lập phương thành 64 khối lập phương nhỏ có cạnh 1cm. Có bao nhiêu khối lập phương có đúng một mặt được sơn đỏ?

A. 48 **B.** 16 **C.** 24 **D.** 8

Lời giải

Chọn D

Hình bên biểu diễn 1 mặt của khối lập phương, dễ thấy chỉ có 4 ô bên trong là có đúng 1 mặt ngoài được sơn đỏ, còn các ô khác sẽ có nhiều hơn hoặc không có mặt nào được sơn đỏ. Mà khối lập phương có 6 mặt nên có 24 ô được sơn đỏ.

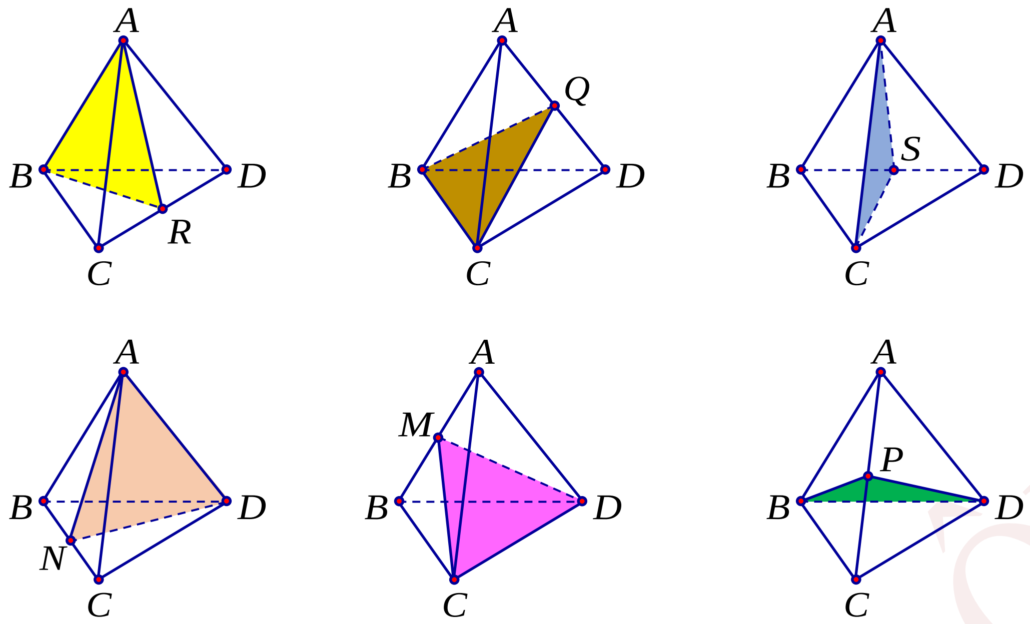
Câu 36. Số mặt phẳng đối xứng của khối tứ diện đều là:

A. 6. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

Là mặt phẳng chứa một cạnh của tứ diện đồng thời đi qua trung điểm của cạnh đối diện của nó.
Minh họa:

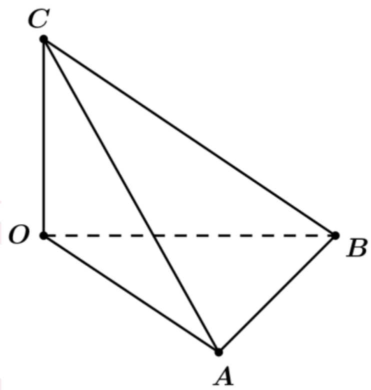


Câu 37. Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc và $OA = 1, OB = 2, OC = 12$. Tính thể tích khối tứ diện $OABC$.

A. 4. **B.** 6. **C.** 8. **D.** 12.

Lời giải

Chọn A



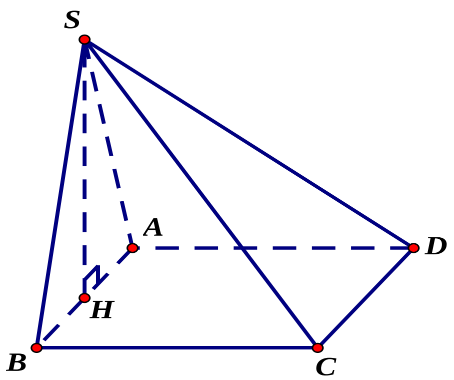
Thể tích khối tứ diện $V_{OABC} = \frac{1}{3}.\frac{1}{2}.OA.OB.OC = \frac{1}{6}.1.2.12 = 4(Đvtt)$

Câu 38. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** a^3. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi H là trung điểm của $AB \Rightarrow SH \perp AB \Rightarrow SH \perp (ABCD)$.

Ta có: $SH = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$ và $S_{ABCD} = a^2$. Vậy: $V_{S.ABCD} = \dfrac{1}{3}S_{ABCD}.SH = \dfrac{1}{3}.a^2.\dfrac{a\sqrt{3}}{2} = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 39. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x)$ thỏa mãn $f'(x) = (1-x)(x+2).g(x) + 2018$ trong đó $g(x) < 0$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số $y = f(1-x) + 2018x + 2019$ nghịch biến trên khoảng nào?

A. $(-\infty;3)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(3;+\infty)$. **D.** $(0;3)$.

Lời giải

Chọn C

Đặt $h(x) = f(1-x) + 2018x + 2019$.

Ta có: $h'(x) = -f'(1-x) + 2018$.

Ta lại có:

$f'(1-x) = [1-(1-x)](1-x+2).g(1-x) + 2018 = x.(3-x).g(1-x) + 2018$.

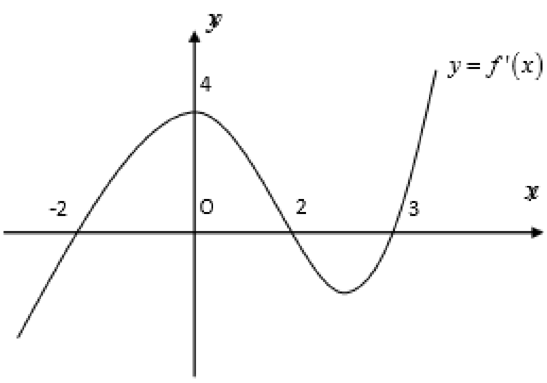
Suy ra $h'(x) = x(x-3).g(1-x)$.

Vì $g(x) < 0$, $\forall x \in \mathbb{R}$ nên $g(1-x) < 0$, $\forall x \in \mathbb{R}$.

Do đó $h'(x) < 0 \Leftrightarrow x(x-3) > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x < 0 \\ x > 3 \end{array}\right.$.

Do đó hàm số $y = h(x)$ nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty;0)$, $(3;+\infty)$.

Câu 40. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị hàm $y = f'(x)$ như hình vẽ



Hàm số $y = 3f(x-2) - x^3 + 2019$ tăng trên đoạn $[a;b]$ với $a, b \in \mathbb{R}, b < 12$. Giá trị $T = \min a + \max b$ là

A. 3. **B.** 5. **C.** 2. **D.** 4.

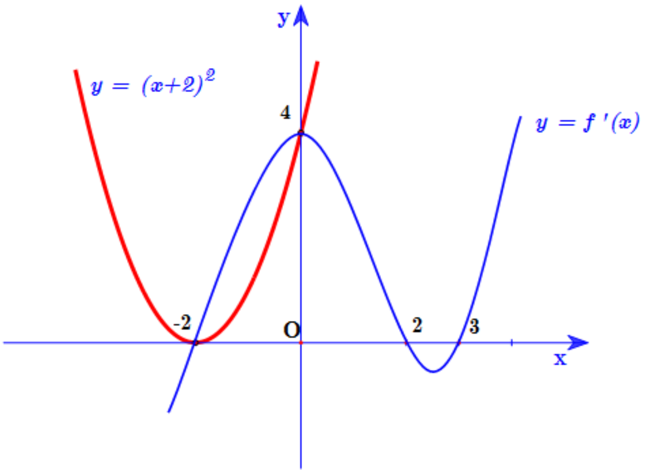
Lời giải

Chọn C

Đặt $g(x)=3f(x-2)-x^3+2019 \Rightarrow g'(x)=3\left[f'(x-2)-x^2\right]$.

$g'(x)>0 \Leftrightarrow f'(x-2)>x^2 \Leftrightarrow \begin{cases} X=x-2 \\ f'(X)>(X+2)^2 \end{cases}$

Vẽ đồ thị hàm số $y=f'(x)$ và $y=(x+2)^2$ trên cùng hệ tọa độ ta được



Dựa vào hình vẽ ta có: $\begin{cases} X=x-2 \\ f'(X)>(X+2)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} X=x-2 \\ -2<X<0 \end{cases} \Leftrightarrow -2<x-2<0 \Leftrightarrow 0<x<2$.

$\Rightarrow y=g(x)$ đồng biến trên $(0;2)$, mà $g(x)=3f(x-2)-x^3+2019$ liên tục trên $[0;2]$ nên nó đồng biến trên đoạn $[0;2] \Rightarrow y=g(x)$ đồng biến trên mọi $[a;b]\subset[0;2]$ nên $\min a=0, \max b=2 \Rightarrow T=2$

Câu 41. Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của tham số m để hàm số $y=\dfrac{x+4}{2x-m}$ nghịch biến trên $(-3;4)$.

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** vô số.

Lời giải

Chọn A

$y=\dfrac{x+4}{2x-m}$

Điều kiện: $m\neq 2x \Leftrightarrow x\neq \dfrac{m}{2}$.

$y=\dfrac{x+4}{2x-m} \Rightarrow y'=\dfrac{-m-8}{(2x-m)^2}$

Hàm số nghịch biến trên $(-3;4)$

$\Leftrightarrow y'<0, \forall x\in(-3;4)$

$\Leftrightarrow \begin{cases} -m-8<0 \\ \dfrac{m}{2}\notin(-3;4) \Leftrightarrow m\in(-6;8) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m>-8 \\ \left[\begin{array}{l} m\geq 8 \\ m\leq -6 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m\geq 8 \\ -8<m\leq -6 \end{array}\right.$.

Mà m nguyên âm nên $m\in\{-6;-7\}$.

Vậy có 2 giá trị nguyên âm m.

Câu 42. Đồ thị hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d,\ a > 0$ có hai điểm cực trị nằm về hai phía của trục Oy. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $a > 0 > c$. **B.** $a, d > 0 > b$. **C.** $a, b, c, d > 0$. **D.** $a, c > 0$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y' = 3ax^2 + 2bx + c$.

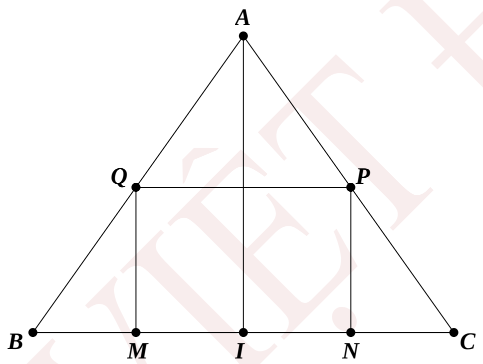
Đồ thị hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d, a \neq 0$ có hai điểm cực trị nằm về hai phía của trục Oy thì y' có hai nghiệm trái dấu $\Leftrightarrow ac < 0$ do $a > 0 \Rightarrow c < 0 \Rightarrow a > 0 > c$.

Câu 43. Bạn Minh muốn làm một chiếc thùng hình trụ không đáy từ nguyên liệu là mảnh tôn hình tam giác đều ABC có cạnh bằng $90\ (\text{cm})$. Bạn muốn cắt mảnh tôn hình chữ nhật $MNPQ$ từ mảnh tôn nguyên liệu (với M, N thuộc cạnh BC; P, Q tương ứng thuộc cạnh AC và AB) để tạo thành hình trụ có chiều cao bằng MQ. Thể tích lớn nhất của chiếc thùng mà bạn Minh có thể làm được là

A. $\dfrac{91125}{4\pi}\left(\text{cm}^3\right)$ **B.** $\dfrac{91125}{2\pi}\left(\text{cm}^3\right)$ **C.** $\dfrac{13500.\sqrt{3}}{\pi}\left(\text{cm}^3\right)$ **D.** $\dfrac{108000\sqrt{3}}{\pi}\left(\text{cm}^3\right)$

Lời giải

Chọn C



Gọi I là trung điểm BC. Suy ra I là trung điểm MN. Đặt $MN = x$, $(0 < x < 90)$.

Ta có: $\dfrac{MQ}{AI} = \dfrac{BM}{BI} \Leftrightarrow MQ = \dfrac{\sqrt{3}}{2}(90 - x)$; gọi R là bán kính của trụ $\Rightarrow R = \dfrac{x}{2\pi}$.

Thể tích của khối trụ là: $V_T = \pi\left(\dfrac{x}{2\pi}\right)^2 \dfrac{\sqrt{3}}{2}(90 - x) = \dfrac{\sqrt{3}}{8\pi}\left(-x^3 + 90x^2\right)$

Xét $f(x) = \dfrac{\sqrt{3}}{8\pi}\left(-x^3 + 90x^2\right)$ với $0 < x < 90$, $f'(x) = \dfrac{\sqrt{3}}{8\pi}\left(-3x^2 + 180x\right)$, $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 60 \end{array}\right.$.

x	0		60		90
$f'(x)$	0	+	0	−	
$f(x)$	0	↗	$\dfrac{13500.\sqrt{3}}{\pi}$	↘	0

Khi đó suy ra $\max\limits_{x \in (0;90)} f(x) = f(60) = \dfrac{13500.\sqrt{3}}{\pi}$.

Câu 44. Cho hàm số $f(x) = x^3 + x - 2$. Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \dfrac{3}{f^2(x) + 2f(x)}$ là

A. 1. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C

Ta có $f^2(x)+2f(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x)=0 \\ f(x)=-2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^3+x-2=0 \\ x^3+x-2=-2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} (x-1)(x^2+x+2)=0 \\ x(x^2+1)=0 \end{array}\right.$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=0 \end{array}\right.$. Do đó, đồ thị hàm số $y=\dfrac{3}{f^2(x)+2f(x)}$ có 2 tiệm cận đứng là $x=1; x=0$.

Mặt khác $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty; \lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty \Rightarrow \lim\limits_{x\to\pm\infty} y=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{3}{f^2(x)+2f(x)}=0.$

Do đó, đồ thị hàm số $y=\dfrac{3}{f^2(x)+2f(x)}$ có 1 tiệm cận ngang là $y=0$.

(Hoặc có thể giải thích: Do hàm số $y=\dfrac{3}{f^2(x)+2f(x)}$ có bậc của tử nhỏ hơn bậc của mẫu nên có 1 tiệm cận ngang là $y=0$.)

Vậy số đường tiệm cận của đồ thị hàm số y là 3.

Câu 45. Có bao nhiêu giá trị nguyên $m \in (-2019; 2020)$để đồ thị (C)của hàm số $y=-x^4+x^2+4x-2$cắt $(P): y=x^2+(m^2+m)x+1$tại 2điểm phân biệt?

A. 4032. **B.** 4031. **C.** 2014. **D.** 2017.

Lời giải

Chọn A

Phương trình hoành độ giao điểm $-x^4+x^2+4x-2=x^2+(m^2+m)x+1 \Leftrightarrow -x^4+4x-3=(m^2+m)x$

Do $x=0$không thỏa mãn phương trình (1) nên ta có $m^2+m=-x^3+4-\frac{3}{x}=f(x)$ (1)

Ta có $f'(x)=-3x^2+\frac{3}{x^2}=\frac{-3(x^4-1)}{x^2}$; $f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-1 \end{array}\right.$. Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	‖	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	8	$\nearrow$	$+\infty$ ‖ $-\infty$	$\nearrow$	0	$\searrow$	$-\infty$

Dựa vào bảng biến thiên để (P)cắt (C)tại hai điểm phân biệt thì (1) có 2 nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m^2+2m>8 \\ m^2+2m<0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m<-4 \\ m>2 \\ -2<m<0 \end{array}\right.$.

Do $m$nguyên và thuộc $(-2019; 2020)$nên $m$nhận các giá trị sau $m \in \{-2018; -2017; \ldots; -6; -5\}$, $m \in \{3; 4; \ldots; 2019\}$và $m=-1$.

Vậy có tất cả 4032giá trị m.

Câu 46. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$		-1		$\frac{1}{2}$		$\frac{\sqrt{3}}{2}$		1		$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-4	$\nearrow$	2	$\nearrow$	4	$\searrow$	2	$\nearrow$	$+\infty$

Số giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f^2(\cos x)+(3-m)f(\cos x)+2m-10=0$ có đúng 4 nghiệm phân biệt thuộc đoạn $\left[-\frac{\pi}{3};\pi\right]$ là

A. 5. **B.** 6. **C.** 7. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B

Xét $f^2(\cos x)+(3-m)f(\cos x)+2m-10=0$. Ta có $\Delta=(m-7)^2$.

Do đó $\left[\begin{array}{l} f(\cos x)=m-5\ (1) \\ f(\cos x)=2\ (2) \end{array}\right.$.

Với $f(\cos x)=2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \cos x=a<-1 \\ \cos x=\frac{1}{2} \\ \cos x=1 \end{array}\right.$.

Trường hợp này được 3 nghiệm trong $\left[-\frac{\pi}{3};\pi\right]$.

Để phương trình đã cho có đúng 4 nghiệm phân biệt thuộc đoạn $\left[-\frac{\pi}{3};\pi\right]$ thì (1) có đúng 1 nghiệm trong $\left[-\frac{\pi}{3};\pi\right]$ và không trùng với nghiệm của các phương trình $\cos x=\frac{1}{2}; \cos x=1$

$\Leftrightarrow f(t)=m-5$ với $t=\cos x$ có đúng 1 nghiệm trong $\left[-1;\frac{1}{2}\right) \Rightarrow -4\le m-5<2 \Leftrightarrow 1\le m<7$.

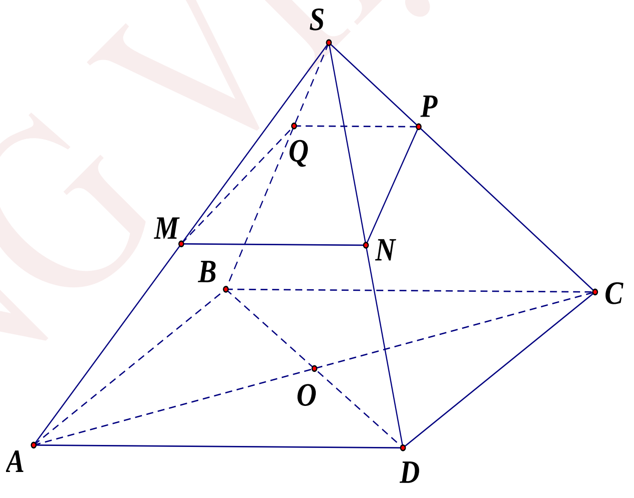
Do m nguyên nên có 6 giá trị của m thỏa mãn.

Câu 47. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh SA, SD. Mặt phẳng (α) chứa MN cắt các cạnh SB, SC lần lượt tại Q, P. Đặt $\frac{SQ}{SB}=x$, V_1 là thể tích của khối chóp $S.MNQP$, V là thể tích của khối chóp $S.ABCD$. Tìm x để $V_1=\frac{1}{2}V$.

A. $x=\frac{-1+\sqrt{33}}{4}$. **B.** $x=\sqrt{2}$. **C.** $x=\frac{1}{2}$. **D.** $x=\frac{-1+\sqrt{41}}{4}$.

Lời giải

Chọn A



Do $\begin{cases} MN\ //\ BC \\ (\alpha)\cap(SBC)=PQ \end{cases} \Rightarrow PQ\ //\ BC$.

$\frac{V_{S.MNQ}}{V}+\frac{V_{S.NPQ}}{V}=\frac{V_1}{V} \Leftrightarrow \frac{V_{S.MNQ}}{2V_{S.ABD}}+\frac{V_{S.NPQ}}{2V_{S.BCS}}=\frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{SM}{SA}.\frac{SN}{SD}.\frac{SQ}{SB}+\frac{SP}{SC}.\frac{SN}{SD}.\frac{SQ}{SB}=1 \Leftrightarrow \frac{x}{4}+\frac{x^2}{2}=1 \Leftrightarrow 2x^2+x-4=0 \Leftrightarrow x=\frac{-1+\sqrt{33}}{4}$ (vì $x>0$).

Câu 48. Nếu kích thước của một khối lập phương tăng lên k lần thì thể tích của nó tăng lên:

A. $3k^3$ lần. **B.** k lần. **C.** k^2 lần. **D.** k^3 lần.

Lời giải

Chọn D

Gọi x $(x>0)$ là độ dài cạnh của hình lập phương. Thể tích của hình lập phương $V=x^3$

Theo giả thiết cạnh của hình lập phương tăng lên k lần thì cạnh của hình lập phương là kx. Do đó thể tích hình lập phương sau khi tăng cạnh là $V_1 = (kx)^3 = k^3x^3 = k^3V$.

Vậy thể tích khối lập phương tăng lên k^3 lần.

Câu 49. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và bảng biến thiên

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Hàm số $g(x) = 15f(-x^4 + 4x^2 - 6) + 10x^6 - 15x^4 - 60x^2$ đạt cực tiểu tại $x_0 < 0$. Chọn mệnh đề **đúng**?

A. $x_0 \in \left(-\frac{5}{2}; -2\right)$. **B.** $x_0 \in \left(-2; -\frac{3}{2}\right)$. **C.** $x_0 \in \left(-\frac{3}{2}; -1\right)$. **D.** $x_0 \in (-1; 0)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $g(x) = 60(-x^3 + 2x)f'(-x^4 + 4x^2 - 6) + 60(x^5 - x^3 - 2x)$

$$= 60[(-x^3 + 2x)f'(-x^4 + 4x^2 - 6) + (x^2 + 1)(x^3 - 2x)]$$

$$= 60(-x^3 + 2x)[f'(-x^4 + 4x^2 - 6) - (x^2 + 1)]$$

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow 60(-x^3 + 2x)[f'(-x^4 + 4x^2 - 6) - (x^2 + 1)] = 0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \sqrt{2} \\ x = -\sqrt{2} \\ f'(-x^4 + 4x^2 - 6) - (x^2 + 1) = 0 \end{array}\right.$$

$$-x^4 + 4x^2 - 6 = -2 - (x^4 - 4x^2 + 4) = -2 - (x^2 - 2)^2 \le -2 \Rightarrow f'(-x^4 + 4x^2 - 6) \le 0$$

Mà $-(x^2 + 1) < 0 \Rightarrow f'(-x^4 + 4x^2 - 6) - (x^2 + 1) < 0\ \forall x \in \mathbb{R}$ nên phương trình $f'(-x^4 + 4x^2 - 6) - (x^2 + 1) = 0$ vô nghiệm.

Ta có BBT của $g'(x)$ như sau

x	$-\infty$		$-\sqrt{2}$		0		$\sqrt{2}$		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$g(x)$		↘		↗		↘		↗	

Hàm số $g(x)$ đạt cực tiểu tại $x_0 < 0$ nên suy ra hàm số $g(x)$ đạt cực tiểu tại $x_0 = -\sqrt{2}$. $\Rightarrow x_0 \in \left(-\frac{3}{2}; -1\right)$.

Câu 50. Gọi S là tập hợp các giá trị của tham số m để giá trị lớn nhất của hàm số $y = \left|\frac{x^2 - mx + 2m}{x - 2}\right|$ trên đoạn $[-1\,;\,1]$ bằng 3. Tính tổng tất cả các phần tử của S.

A. $-\frac{8}{3}$. **B.** 5. **C.** $\frac{5}{3}$. **D.** -1.

Lời giải

Chọn D

Xét hàm số $y = f(x) = \frac{x^2 - mx + 2m}{x - 2}$ trên $[-1\,;\,1]$ có $f'(x) = 1 - \frac{4}{(x-2)^2}$;

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 4 \notin [-1;\ 1] \end{array}\right.$; $f(-1) = \frac{3m+1}{-3}$; $f(0) = -m$; $f(1) = \frac{m+1}{-1}$.

Bảng biến thiên

x	-1		0		1
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	$f(-1)$	$\nearrow$	$f(0)$	$\searrow$	$f(1)$

Trường hợp 1. $f(0) \leq 0 \Leftrightarrow m \geq 0$. Khi đó

$3 = \max\limits_{[-1;1]}|f(x)| = \max\{|f(-1)|; |f(1)|\} \Leftrightarrow 3 = \max\left\{\frac{3m+1}{3}; m+1\right\} \Leftrightarrow m+1 = 3 \Leftrightarrow m = 2$.

Trường hợp 2. $f(0) > 0 \Leftrightarrow m < 0$.

Khả năng 1. $\begin{cases} f(-1) \geq 0 \\ f(1) \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \leq -1$. Khi đó $3 = \max\limits_{[-1;1]}|f(x)| = f(0) \Leftrightarrow m = -3$.

Khả năng 2. $-1 < m \leq -\frac{1}{3}$. Khi đó $\begin{cases} f(-1) \geq 0 \\ f(1) < 0 \end{cases}$. $3 = \max\limits_{[-1;1]}|f(x)| = \max\{f(0);\ |f(1)|\}$

$\Leftrightarrow 3 = \max\{-m; m+1\}$: Trường hợp này vô nghiệm.

Khả năng 3. $-\frac{1}{3} < m < 0$. Khi đó $3 = \max\limits_{[-1;1]}|f(x)| = \max\{f(0);\ |f(1)|;\ |f(-1)|\}$: Vô nghiệm.

Vậy có hai giá trị thỏa mãn là $m_1 = -3, m_2 = 2$. Do đó tổng tất cả các phần tử của S là -1.

ĐỀ 18

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KỲ I

Môn: TOÁN - Lớp 12

Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

I - PHẦN TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đạo hàm $f'\left(x\right)=x^2-2x,\forall x\in\mathbb{R}$. Hàm số $y=-2f\left(x\right)$ đồng biến trên khoảng

A. $\left(0;2\right)$. **B.** $\left(2;+\infty\right)$. **C.** $\left(-\infty;-2\right)$. **D.** $\left(-2;0\right)$.

Câu 2. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	1	↗	5	↘	$-\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. 0. **B.** 5. **C.** 1. **D.** 2.

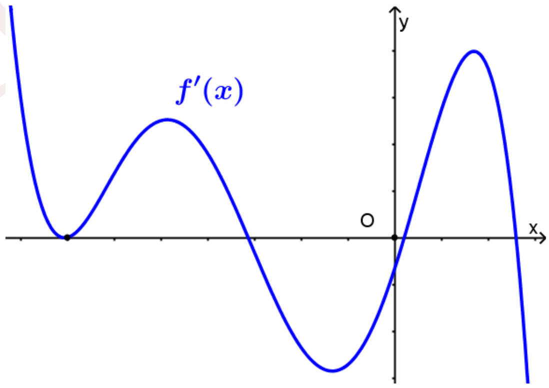
Câu 3. Cho hàm số $y=f(x)$có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	4	↘	-1	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng

A. $(-1;4)$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $(-\infty;0)$. **D.** $(-1;+\infty)$.

Câu 4. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị đạo hàm như hình vẽ bên dưới. Hàm số có bao nhiêu điểm cực trị?



A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

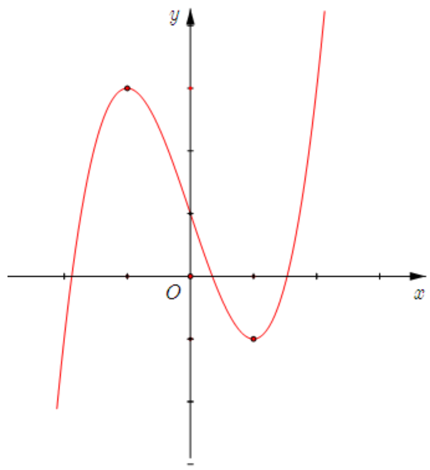
Câu 5. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $BB'=a$, đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và $AB=a$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho?

A. $V=a^3$. **B.** $V=\dfrac{a^3}{6}$. **C.** $V=\dfrac{a^3}{3}$. **D.** $V=\dfrac{a^3}{2}$.

Câu 6. Thể tích V của khối chóp có diện tích đáy bằng S và chiều cao bằng h là

A. $V=Sh$. **B.** $V=\frac{1}{2}Sh$. **C.** $V=\frac{1}{3}Sh$. **D.** $V=3Sh$.

Câu 7. Hàm số nào sau đây có đồ thị như hình vẽ bên?

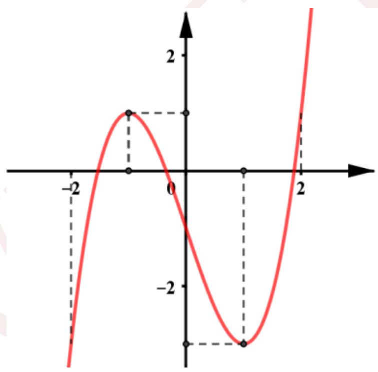


A. $y = -x^3 + 3x + 1$. **B.** $y = -x^2 + x - 1$.
C. $y = x^4 - x^2 + 1$. **D.** $y = x^3 - 3x + 1$.

Câu 8. Cho khối chóp $S.ABC$ có các cạnh SA, SB, SC đôi một vuông góc. Biết độ dài các cạnh SA, SB, SC lần lượt là a, b, c. Thể tích khối chóp $S.ABC$ là

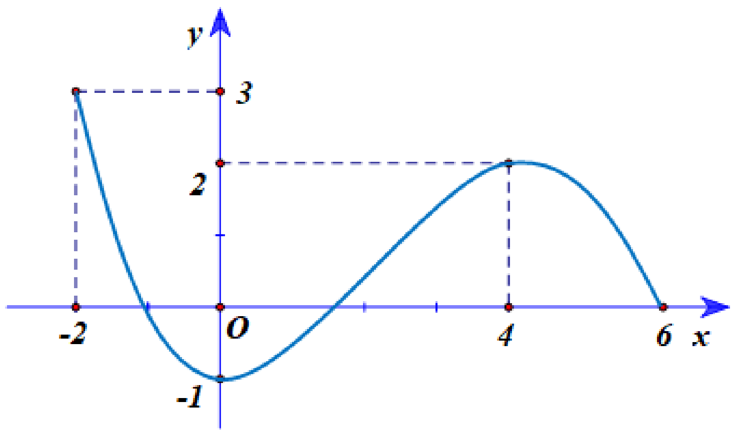
A. $V = \frac{1}{2}abc$. **B.** $V = \frac{1}{6}abc$ **C.** $V = \frac{1}{3}abc$ **D.** $V = abc$.

Câu 9. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(-1; 2)$. **B.** $(-2; -1)$. **C.** $(-2; 1)$. **D.** $(-1; 1)$.

Câu 10. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[-2; 6]$ và có đồ thị như hình vẽ.



Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-2; 6]$. Hiệu $M - m$ bằng

A. 3. **B.** 6. **C.** 8. **D.** 4.

Câu 11. Khối bát diện đều thuộc loại khối đa diện đều nào sau đây?

A. $\{5; 3\}$. **B.** $\{3; 4\}$. **C.** $\{4; 3\}$. **D.** $\{3; 5\}$.

Câu 12. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ và có bảng biến thiên ở hình vẽ.

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	$\|\|$	$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty \;\|\|\; +\infty$	$\searrow$	$-\infty$

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Câu 13. Phát biểu nào sau đây là **sai**?

A. Nếu $f'(x_0)=0$ và $f''(x_0)>0$ thì hàm số đạt cực tiểu tại x_0.

B. Nếu $f'(x_0)=0$ và $f''(x_0)<0$ thì hàm số đạt cực đại tại x_0.

C. Nếu $f'(x)$ đổi dấu khi x qua điểm x_0 và $f(x)$ liên tục tại x_0 thì hàm số $y=f(x)$ đạt cực trị tại điểm x_0.

D. Hàm số $y=f(x)$ đạt cực trị tại x_0 khi và chỉ khi x_0 là nghiệm của đạo hàm.

Câu 14. Số giao điểm của đồ thị $y=x^3-4x$ và trục hoành là

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 0.

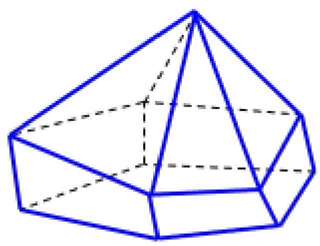
Câu 15. Tiệm cận ngang của đồ thị $y=\frac{-x+2}{3x-1}$ là

A. $y=-\frac{1}{3}$. **B.** $x=-3$. **C.** $y=2$. **D.** $x=\frac{1}{3}$.

Câu 16. Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y=x^4-x^2+13$ trên đoạn $[-2;3]$.

A. $m=\dfrac{51}{4}$. **B.** $m=\dfrac{49}{4}$. **C.** $m=13$. **D.** $m=\dfrac{51}{2}$.

Câu 17. Hình đa diện trong hình vẽ có bao nhiêu mặt?



A. 6. **B.** 10. **C.** 12. **D.** 11.

Câu 18. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a, $AC=a$, cạnh SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SA=a$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Câu 19. Cho hình chóp $S.ABCD$ có thể tích V. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, MC. Thể tích của khối chóp $N.ABCD$ là

A. $\dfrac{V}{4}$. **B.** $\dfrac{V}{2}$. **C.** $\dfrac{V}{3}$. **D.** $\dfrac{V}{6}$.

Câu 20. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$		-3		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	5	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Phương trình $2|f(x)| = 1$ có bao nhiêu nghiệm nhỏ hơn 2?

A. 4. **B.** 2. **C.** 6. **D.** 3.

Câu 21. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x+1)^2(x-1)^3(2-x)$. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;1)$. **B.** $(1;2)$. **C.** $(-1;1)$. **D.** $(2;+\infty)$.

Câu 22. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-1)^2(x-3)^3(2x+3), \forall x \in \mathbb{R}$. Số cực trị của hàm số đã cho là

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Câu 23. Tìm tất cả các số thực của tham số m để hàm số $y = x^3 + x^2 + mx + 1$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

A. $m \ge \frac{4}{3}$. **B.** $m \le \frac{4}{3}$. **C.** $m \ge \frac{1}{3}$. **D.** $m \le \frac{1}{3}$.

Câu 24. Hàm số nào sau đây không có giá trị lớn nhất?

A. $y = -\sin x + \cos x$. **B.** $y = -x^4 + x^2 - 2019$.

C. $y = x^3 + 3x^2 + 2019$. **D.** $y = -x^2 + x + 2019$.

Câu 25. Cho biết rằng bảng biến thiên sau là bảng biến thiên của một hàm số trong các hàm số được liệt kê ở các phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

x	$-\infty$		2		$+\infty$
y'		$-$	||	$-$	
y	1	$\searrow$	$-\infty$ || $+\infty$	$\searrow$	1

A. $y = \frac{2x+5}{x+2}$. **B.** $y = \frac{x-3}{x-2}$. **C.** $y = \frac{2x+1}{x-2}$. **D.** $y = \frac{x+1}{x-2}$.

Câu 26. Tìm tham số m để đồ thị hàm số $y = x^3 + (2m+1)x^2 + (1-5m)x + 3m + 2$ đi qua điểm $A(2;3)$.

A. $m = 10$. **B.** $m = -10$. **C.** $m = 13$. **D.** $m = -13$

Câu 27. Lăng trụ tam giác đều có độ dài tất cả các cạnh bằng 3. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\frac{9\sqrt{3}}{4}$. **B.** $\frac{27\sqrt{3}}{4}$. **C.** $\frac{27\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\frac{9\sqrt{3}}{2}$.

Câu 28. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị hàm số $y = \frac{x+3}{x^2+2x-m}$ có hai đường tiệm cận đứng.

A. $m \le -1$. **B.** $m \ge 0$.

C. $m > -1$. **D.** $m > -1$ và $m \ne 3$.

Câu 29. Tìm tập hợp các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^4 + (m^2 - 4)x^2 + 1 - m$ có một điểm cực trị

A. $(-\infty;-2)\cup(2;+\infty)$. **B.** $[-2;2]$.

C. $(-\infty;-2]\cup[2;+\infty)$. **D.** $(-2;2)$.

Câu 30. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2		0		$+\infty$
y'		||	$+$	||	$-$	
y		||	$-\infty \nearrow +\infty$	||	$1 \searrow 0$	

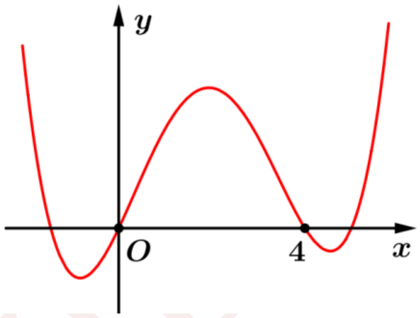
Đồ thị hàm số đã cho có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

A. 2. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 3.

Câu 31. Hàm số $y=\frac{x-m^2}{x+1}$ có giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[0;1]$ bằng -1 khi

A. $\left[\begin{array}{l}m=1\\m=-1\end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l}m=\sqrt{3}\\m=-\sqrt{3}\end{array}\right.$. **C.** $m=-2$. **D.** $m=3$.

Câu 32. Cho hàm số bậc năm $y=f(x)$ có đồ thị $y=f'(x)$ như hình bên. Số điểm cực trị của hàm số $g(x)=f(x^3+3x^2)$ là

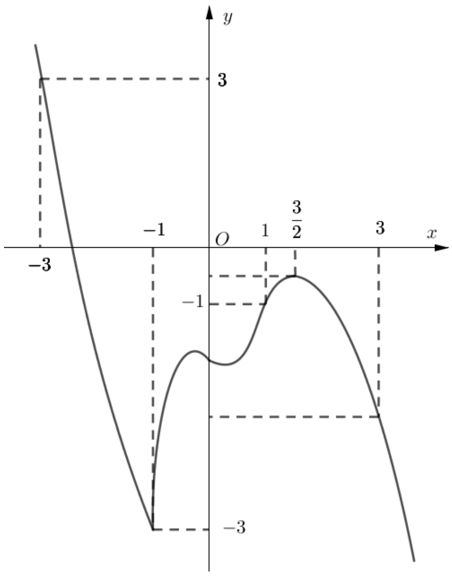


A. 7. **B.** 6. **C.** 11. **D.** 4.

Câu 33. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành và có thể tích V. Gọi E là điểm trên cạnh SC sao cho $EC=2ES$, (α) là mặt phẳng chứa đường thẳng AE và song song với đường thẳng BD, (α) cắt hai cạnh SB,SD lần lượt tại hai điểm M,N. Tính theo V thể tích khối chóp $S.AMEN$.

A. $\frac{2V}{9}$. **B.** $\frac{V}{3}$. **C.** $\frac{V}{6}$. **D.** $\frac{V}{12}$.

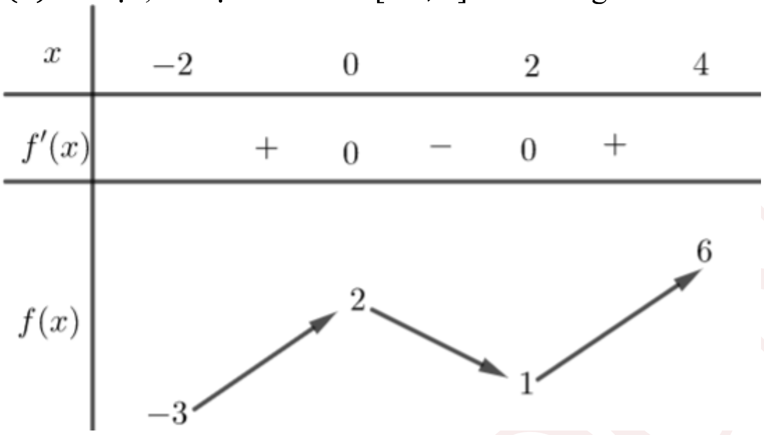
Câu 34. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình bên dưới.



Hỏi hàm số $g(x)=2f\left(2-\dfrac{x}{2}\right)+\dfrac{x^2}{4}-2x+2020$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau ?

A. $(2;3)$. **B.** $(-1;3)$. **C.** $(-2;3)$. **D.** $(10;+\infty)$.

Câu 35. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục, có đạo hàm trên $[-2;4]$ và có bảng biến thiên như hình vẽ



Số nghiệm của phương trình $3f(-2x+1)=8x^3-6x$ trên đoạn $\left[\frac{-3}{2};\frac{3}{2}\right]$ là

A. 3. **B.** 5. **C.** 1. **D.** 2.

II - PHẦN TỰ LUẬN

Bài 1. Tìm tham số m để hàm số $y=(m+1)x^3+(m+1)x^2-2x+2.$ nghịch biến trên tập xác định của nó ?

Bài 2. Tìm tham số m để đồ thị hàm số $y=x^4-2(m+1)x^2+m$ có ba điểm cực trị A, B, C sao cho $OA=BC,$ trong đó O là gốc tọa độ và A là điểm cực trị thuộc trục tung.

Bài 3. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^2-2x-2+\sqrt{8x-4x^2}.$

Bài 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, $SD=\dfrac{3a}{2}$, hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng $(ABCD)$ là trung điểm H của cạnh AB. Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBD).

------------- HẾT -------------

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

HDG ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KỲ I
Môn: TOÁN - Lớp 12
Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

I - PHẦN TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2 - 2x, \forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số $y = -2f(x)$ đồng biến trên khoảng

A. $(0;2)$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $(-\infty;-2)$. **D.** $(-2;0)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $y' = -2f'(x) = -2x^2 + 4x > 0 \Leftrightarrow x \in (0;2)$.

Suy ra: hàm số $y = -2f(x)$ đồng biến trên khoảng $(0;2)$

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	1	↗	5	↘	$-\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. 0. **B.** 5. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy giá trị cực tiểu của hàm số đã cho là 1.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	4	↘	-1	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng

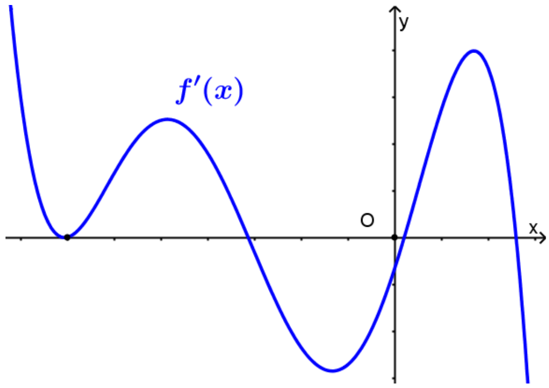
A. $(-1;4)$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $(-\infty;0)$. **D.** $(-1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào bảng biến thiên, hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị đạo hàm như hình vẽ bên dưới. Hàm số có bao nhiêu điểm cực trị?



A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

• Giả sử $f'(x)$ cắt trục Ox tại $a, b, c(a < b < c)$

x	$-\infty$		a		b		c		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	↗		↘		↗		↘	$-\infty$

Câu 5. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $BB' = a$, đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và $AB = a$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho?

A. $V = a^3$.

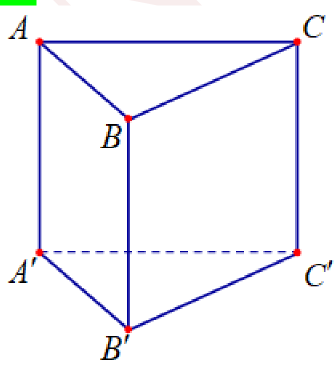
B. $V = \dfrac{a^3}{6}$.

C. $V = \dfrac{a^3}{3}$.

D. $V = \dfrac{a^3}{2}$.

Lời giải

Chọn A



Thể tích của khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ là $V = a.\dfrac{1}{2}a.a = \dfrac{a^3}{2}$.

Câu 6. Thể tích V của khối chóp có diện tích đáy bằng S và chiều cao bằng h là

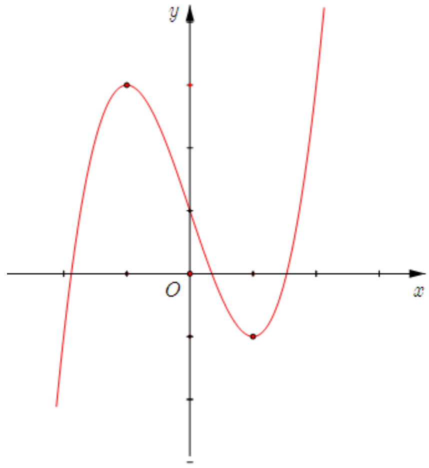
A. $V = Sh$. **B.** $V = \frac{1}{2}Sh$. **C.** $V = \frac{1}{3}Sh$. **D.** $V = 3Sh$.

Lời giải

Chọn C

Thể tích V của khối chóp có diện tích đáy bằng S và chiều cao bằng h là $V = \frac{1}{3}Sh$.

Câu 7. Hàm số nào sau đây có đồ thị như hình vẽ bên?



A. $y = -x^3 + 3x + 1$.
B. $y = -x^2 + x - 1$.
C. $y = x^4 - x^2 + 1$.
D. $y = x^3 - 3x + 1$.

Lời giải

Chọn D

Nhìn vào đồ thị thì đây là đồ thị hàm số bậc 3 nên loại đáp án B, C

Do đồ thị đi từ dưới lên nên $a > 0$ nên ta loại đáp án D

Câu 8. Cho khối chóp $S.ABC$ có các cạnh SA, SB, SC đôi một vuông góc. Biết độ dài các cạnh SA, SB, SC lần lượt là a, b, c. Thể tích khối chóp $S.ABC$ là

A. $V = \frac{1}{2}abc$.
B. $V = \frac{1}{6}abc$
C. $V = \frac{1}{3}abc$
D. $V = abc$.

Lời giải

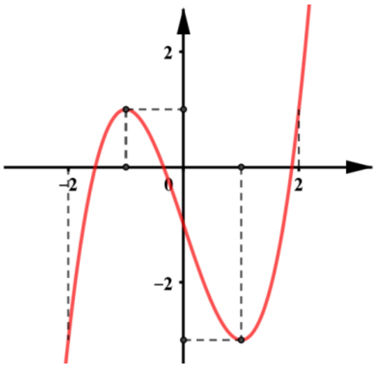
Chọn B

Vì SA, SB, SC đôi một vuông góc nên $SA \perp (SBC)$.

Do đó SA là chiều cao của hình chóp $S.ABC$.

Suy ra $V_{S.ABC} = V_{A.SBC} = \frac{1}{3}SA.S_{SBC} = \frac{1}{3}a.\frac{1}{2}bc = \frac{1}{6}abc$.

Câu 9. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?



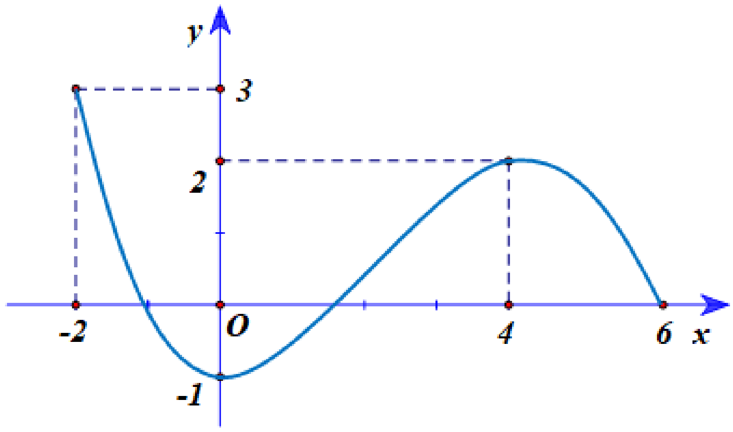
A. $(-1; 2)$.
B. $(-2; -1)$.
C. $(-2; 1)$.
D. $(-1; 1)$.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào đồ thị nhận thấy hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.

Câu 10. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[-2;6]$ và có đồ thị như hình vẽ.



Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-2;6]$. Hiệu $M-m$ bằng

A. 3. **B.** 6. **C.** 8. **D.** 4.

Lời giải

Chọn D

Từ đồ thị hàm số đã cho ta thấy hàm số đạt giá trị lớn nhất $M=3$ tại $x=-2$ và đạt giá trị nhỏ nhất $m=-1$ tại $x=0$. Vậy $M-m=4$.

Câu 11. Khối bát diện đều thuộc loại khối đa diện đều nào sau đây?

A. $\{5;3\}$. **B.** $\{3;4\}$. **C.** $\{4;3\}$. **D.** $\{3;5\}$.

Lời giải

Chọn B

Ta thấy, mỗi mặt của bát diện đều là một tam giác đều, mỗi đỉnh của bát diện đều là đỉnh chung của đúng 4 mặt nên bát diện đều là khối đa diện đều loại $\{3;4\}$.

Câu 12. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ và có bảng biến thiên ở hình vẽ.

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	$\|$	$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty \;\|\; +\infty$	$\searrow$	$-\infty$

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Lời giải

Chọn B

Từ bảng biến thiên ta thấy:

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$; $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-\infty$ suy ra đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

$\lim\limits_{x\to1^-} f(x)=+\infty$; $\lim\limits_{x\to1^+} f(x)=+\infty$ suy ra đồ thị hàm số có 1 tiệm cận đứng là $x=1$.

Vậy tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là 1.

Câu 13. Phát biểu nào sau đây là **sai**?

A. Nếu $f'(x_0)=0$ và $f''(x_0)>0$ thì hàm số đạt cực tiểu tại x_0.

B. Nếu $f'(x_0)=0$ và $f''(x_0)<0$ thì hàm số đạt cực đại tại x_0.

C. Nếu $f'(x)$ đổi dấu khi x qua điểm x_0 và $f(x)$ liên tục tại x_0 thì hàm số $y=f(x)$ đạt cực trị tại điểm x_0.

D. Hàm số $y = f(x)$ đạt cực trị tại x_0 khi và chỉ khi x_0 là nghiệm của đạo hàm.

Lời giải

Chọn D

Xét hàm số $y = x^3 \longrightarrow y' = x^2 \to y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$

Hàm số y không đạt cực trị tại điểm $x = 0$.

Câu 14. Số giao điểm của đồ thị $y = x^3 - 4x$ và trục hoành là

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 0.

Lời giải

Chọn B

Phương trình hoành độ giao điểm: $x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \pm 2 \end{array}\right.$.

Vậy số giao điểm là 3.

Câu 15. Tiệm cận ngang của đồ thị $y = \frac{-x+2}{3x-1}$ là

A. $y = -\frac{1}{3}$. **B.** $x = -3$. **C.** $y = 2$. **D.** $x = \frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{-x+2}{3x-1} = \frac{-1}{3}$, $\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{-x+2}{3x-1} = \frac{-1}{3} \Rightarrow y = \frac{-1}{3}$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{-x+2}{3x-1}$.

Câu 16. Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y = x^4 - x^2 + 13$ trên đoạn $[-2;3]$.

A. $m = \frac{51}{4}$. **B.** $m = \frac{49}{4}$. **C.** $m = 13$. **D.** $m = \frac{51}{2}$.

Lời giải

Chọn A

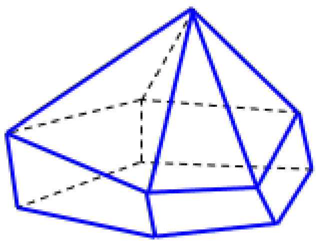
Hàm số đã cho xác định và liên tục trên $[-2;3]$.

Ta có $y' = 4x^3 - 2x$, $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \in -[-2;3] \\ x = \frac{\sqrt{2}}{2} \in -[-2;3] \\ x = -\frac{\sqrt{2}}{2} \in [-2;3] \end{array}\right.$.

Khi đó $y(-2) = 25$, $y(0) = 13$, $y(3) = 85$, $y\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \frac{51}{4}$, $y\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \frac{51}{4}$.

Vậy $m = \min\limits_{[-2;3]} y = y\left(\pm\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \frac{51}{4}$.

Câu 17. Hình đa diện trong hình vẽ có bao nhiêu mặt?



A. 6. **B.** 10. **C.** 12. **D.** 11.

Lời giải

Chọn D

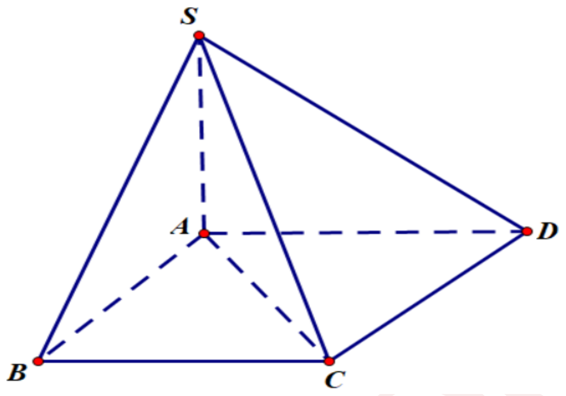
Đếm đáy hình chóp có 5 mặt và 5 mặt của lăng trụ và 1 mặt đáy. Vậy có 11 mặt.

Câu 18. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a, $AC=a$, cạnh SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SA=a$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn A



Ta có ΔABC là tam giác đều cạnh $a \Rightarrow S_{ABCD} = AB.BC\sin 60° = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

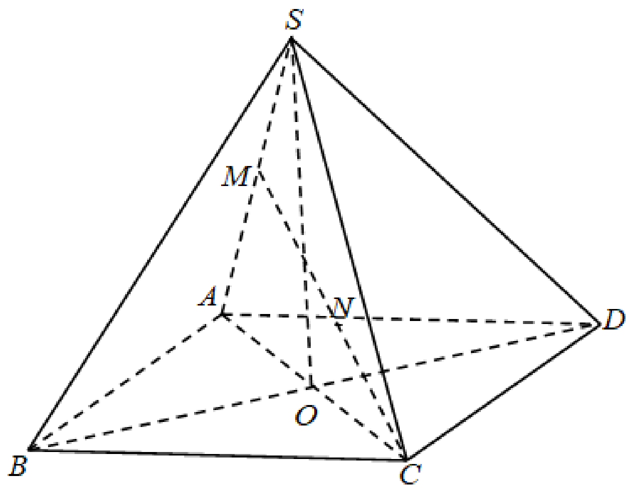
Vậy $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 19. Cho hình chóp $S.ABCD$ có thể tích V. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, MC. Thể tích của khối chóp $N.ABCD$ là

A. $\frac{V}{4}$. **B.** $\frac{V}{2}$. **C.** $\frac{V}{3}$. **D.** $\frac{V}{6}$.

Lời giải

Chọn A



Đặt $B=S_{ABCD}$, $d\left(S;(ABCD)\right)=h$. Suy ra $V=\frac{1}{3}Bh$.

Vì M là trung điểm của SA nên $d\left(M;(ABCD)\right)=\frac{1}{2}d\left(S;(ABCD)\right)$,

Lại vì N là trung điểm của MC nên $d\left(N;(ABCD)\right)=\frac{1}{2}d\left(M;(ABCD)\right)$.

Suy ra $d\left(N;(ABCD)\right)=\frac{1}{4}d\left(S;(ABCD)\right)=\frac{1}{4}h$.

Từ đó ta có $V_{N.ABCD}=\dfrac{1}{3}d\left(N;\left(ABCD\right)\right).B=\dfrac{1}{4}.\dfrac{1}{3}Bh=\dfrac{V}{4}$.

Câu 20. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$		-3		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	5	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Phương trình $2|f(x)|=1$ có bao nhiêu nghiệm nhỏ hơn 2?

A. 4. **B.** 2. **C.** 6. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

Ta có $2|f(x)|=1 \Leftrightarrow |f(x)|=\frac{1}{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x)=\frac{1}{2} \\ f(x)=-\frac{1}{2} \end{array}\right.$.

Từ bảng biến thiên của hàm số $y=f(x)$ ta có:

x	$-\infty$		-3		2
y'		$+$	0	$-$	0
y	$-\infty$	$\nearrow$	5	$\searrow$	-1

+) Phương trình $f(x)=\frac{1}{2}$ có 2 nghiệm nhỏ hơn 2.

+) Phương trình $f(x)=-\frac{1}{2}$ có 3 nghiệm nhỏ hơn 2.

Vậy phương trình $2|f(x)|=1$ có bốn nghiệm nhỏ hơn 2.

Câu 21. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đạo hàm $f'\left(x\right)=\left(x+1\right)^2\left(x-1\right)^3\left(2-x\right)$. Hàm số $f\left(x\right)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(-\infty;1\right)$. **B.** $\left(1;2\right)$. **C.** $\left(-1;1\right)$. **D.** $\left(2;+\infty\right)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $f'\left(x\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \ \left(\text{nghieäm keùp}\right) \\ x=1 \ \left(\text{nghieäm boäi ba}\right) \\ x=2 \ \left(\text{nghieäm ñôn}\right) \end{array}\right.$.

Bảng xét dấu $f'\left(x\right)$:

x	$-\infty$		-1		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Vậy hàm số $f\left(x\right)$ đồng biến trên khoảng $\left(1;2\right)$.

Câu 22. Cho hàm số $f\left(x\right)$ có đạo hàm $f'\left(x\right)=\left(x-1\right)^2\left(x-3\right)^3\left(2x+3\right), \forall x\in\mathbb{R}$. Số cực trị của hàm số đã cho là

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Lời giải

Chọn C

Ta có $f'(x)$ đổi dấu khi qua các giá trị $x=3$ và $x=\frac{-3}{2}$ nên hàm số có 2 cực trị .

Câu 23. Tìm tất cả các số thực của tham số m để hàm số $y=x^3+x^2+mx+1$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

A. $m\ge\frac{4}{3}$. **B.** $m\le\frac{4}{3}$. **C.** $m\ge\frac{1}{3}$. **D.** $m\le\frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn C

+ TXĐ: $\mathbb{R}$

+ $y'=3x^2+2x+m$.

+ Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$ thì $y'\ge 0,\forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow 3x^2+2x+m\ge 0$, $\forall x\in\mathbb{R}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}1-3m\le 0\\ a=3>0\end{cases}\Leftrightarrow m\ge\frac{1}{3}$.

Câu 24. Hàm số nào sau đây không có giá trị lớn nhất?

A. $y=-\sin x+\cos x$. **B.** $y=-x^4+x^2-2019$.

C. $y=x^3+3x^2+2019$. **D.** $y=-x^2+x+2019$.

Lời giải

Chọn C

Vì $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(x^3+3x^2+2019\right)=\lim\limits_{x\to+\infty}x^3\left(1+\frac{3}{x}+\frac{2019}{x^3}\right)=+\infty$ nên hàm số $y=x^3+3x^2+2019$ không có giá trị lớn nhất.

Câu 25. Cho biết rằng bảng biến thiên sau là bảng biến thiên của một hàm số trong các hàm số được liệt kê ở các phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

x	$-\infty$		2		$+\infty$
y'		$-$	||	$-$	
y	1 ↘		$-\infty$ || $+\infty$		↘ 1

A. $y=\frac{2x+5}{x+2}$. **B.** $y=\frac{x-3}{x-2}$. **C.** $y=\frac{2x+1}{x-2}$. **D.** $y=\frac{x+1}{x-2}$.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy:

1.Hàm số không xác định tại điểm $x=2$. Nên loại đáp án

2.Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng $x=2$, tiệm cận ngang là đường thẳng $y=1$. Loại được đáp án

3.Hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định. Chọn D vì $y'=\frac{-3}{(x-2)^2}<0$, $\forall x\ne 2$.

Câu 26. Tìm tham số m để đồ thị hàm số $y=x^3+(2m+1)x^2+(1-5m)x+3m+2$ đi qua điểm $A(2;3)$.

A. $m=10$. **B.** $m=-10$. **C.** $m=13$. **D.** $m=-13$

Lời giải

Chọn D

Để đồ thị hàm số $y = x^3 + (2m+1)x^2 + (1-5m)x + 3m + 2$ đi qua điểm $A(2;3)$,

$\Rightarrow$ ta thay tọa độ điểm $A(2;3)$ vào công thức cho hàm số, ta được:

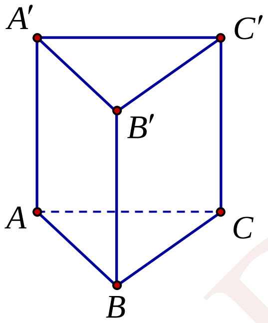
$3 = 2^3 + (2m+1)2^2 + (1-5m)2 + 3m + 2 \Leftrightarrow m + 13 = 0 \Leftrightarrow m = -13$.

Câu 27. Lăng trụ tam giác đều có độ dài tất cả các cạnh bằng 3. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\dfrac{9\sqrt{3}}{4}$. **B.** $\dfrac{27\sqrt{3}}{4}$. **C.** $\dfrac{27\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\dfrac{9\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

Chọn B



Diện tích đáy: $S_{\Delta ABC} = \dfrac{1}{2}.3.3.\sin 60^\circ = \dfrac{9\sqrt{3}}{4}$. Thể tích $V_{lt} = S_{\Delta ABC}.AA' = \dfrac{27\sqrt{3}}{4}$.

Câu 28. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị hàm số $y = \dfrac{x+3}{x^2+2x-m}$ có hai đường tiệm cận đứng.

A. $m \le -1$. **B.** $m \ge 0$.

C. $m > -1$. **D.** $m > -1$ và $m \ne 3$.

Lời giải

Chọn D

Đồ thị hàm số đã cho có hai đường tiệm cận đứng khi và chỉ khi phương trình $x^2 + 2x - m = 0$ có hai nghiệm phân biệt khác -3. Do đó $\begin{cases} \Delta' = 1 + m > 0 \\ 3 - m \ne 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -1 \\ m \ne 3 \end{cases}$.

Câu 29. Tìm tập hợp các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^4 + (m^2-4)x^2 + 1 - m$ có một điểm cực trị

A. $(-\infty;-2) \cup (2;+\infty)$. **B.** $[-2;2]$.

C. $(-\infty;-2] \cup [2;+\infty)$. **D.** $(-2;2)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y' = 4x^3 + 2\ m^2 - 4\ x = 2x\ x^2 + m^2 - 4$

Hàm số đã cho là hàm số trùng phương nên có đúng một cực trị khi $y' = 0$ có một nghiệm.

Hay $2x\ x^2 + m^2 - 4\ = 0$ có đúng một nghiệm $\Leftrightarrow m^2 - 4 \ge 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m \le -2 \\ m \ge 2 \end{array}\right.$.

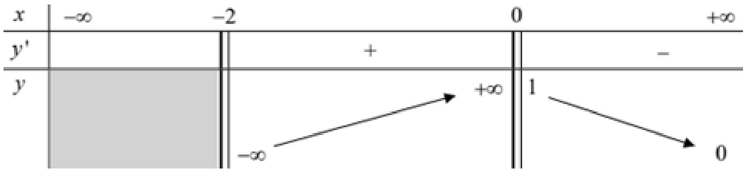
Chú ý:

+ Hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đúng một cực trị khi và chỉ khi $\begin{cases} ab \ge 0 \\ a^2 + b^2 > 0 \end{cases}$. (1)

Đặc biệt: Hàm số trùng phương $y = ax^4 + bx^2 + c\ (a \neq 0)$ có đúng một cực trị khi và chỉ khi $ab \geq 0$.

+ Hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có ba cực trị khi và chỉ khi $ab < 0$. (2)

Câu 30. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Đồ thị hàm số đã cho có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

A. 2. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

TXĐ: $D = (-2; +\infty) \setminus \{0\}$

Ta có: $\lim\limits_{x \to -2^+} y = -\infty$ và $\lim\limits_{x \to 0^-} y = +\infty$

Do vậy, $x = -2$ và $x = 0$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Câu 31. Hàm số $y = \frac{x - m^2}{x+1}$ có giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[0; 1]$ bằng -1 khi

A. $\left[\begin{array}{l} m = 1 \\ m = -1 \end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l} m = \sqrt{3} \\ m = -\sqrt{3} \end{array}\right.$. **C.** $m = -2$. **D.** $m = 3$.

Lời giải

Chọn A

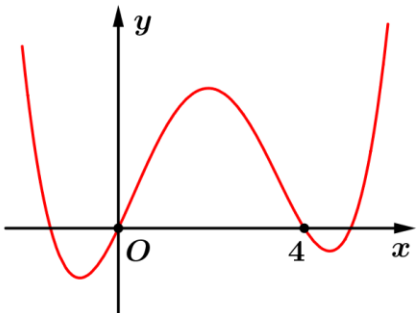
TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

$y' = \frac{1+m^2}{(x+1)^2} > 0,\ \forall x \neq -1$.

Suy ra hàm số đồng biến trên đoạn $[0; 1]$. Do đó, ta có:

$\min\limits_{[0;1]} y = -1 \Leftrightarrow y(0) = -1 \Leftrightarrow -m^2 = -1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 1 \\ m = -1 \end{array}\right.$.

Câu 32. Cho hàm số bậc năm $y = f(x)$ có đồ thị $y = f'(x)$ như hình bên. Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = f(x^3 + 3x^2)$ là



A. 7. **B.** 6. **C.** 11. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B

Ta có $g'(x) = (3x^2 + 6x).f'(x^3 + 3x^2)$.

$g'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 3x^2 + 6x = 0 \\ f'(x^3 + 3x^2) = 0 \end{array}\right.$.

□Phương trình

$$3x^2 + 6x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = -2 \end{array}\right..$$

□Phương trình

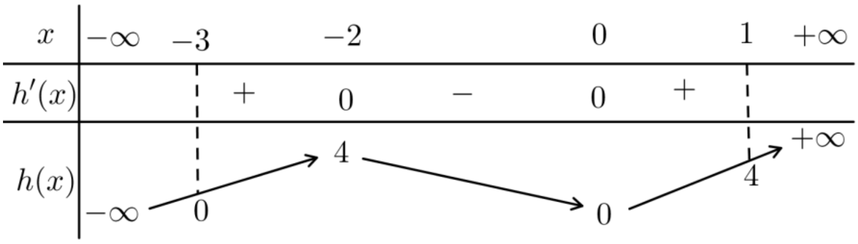
$$f'(x^3+3x^2)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^3+3x^2=a<0 \\ x^3+3x^2=0 \\ x^3+3x^2=4 \\ x^3+3x^3=b>4 \end{array}\right..$$

Ta thấy: $x^3+3x^2=0 \Leftrightarrow x^2(x+3)=0 \Leftrightarrow x=0; x=-3$

Và $x^3+3x^2=4 \Leftrightarrow (x-1)(x+2)^2=0 \Leftrightarrow x=1; x=-2$.

Hàm số $h(x)=x^3+3x^2$ có $h'(x)=3x^2+6x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=-2 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên của hàm $h(x)$:



Dựa vào bảng biên thiên của hàm $h(x)$, ta có

Phương trình $x^3+3x^2=a<0$ có duy nhất một nghiệm $x_1<-3$.

Phương trình $x^3+3x^2=b>4$ có duy nhất một nghiệm $x_2>1$.

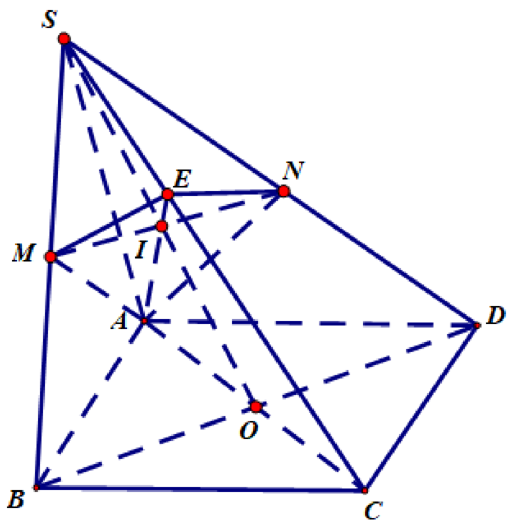
Do đó, phương trình $g'(x)=0$ có bốn nghiệm đơn phân biệt và hai nghiệm bội ba nên hàm số $y=g(x)$ có 6 điểm cực trị.

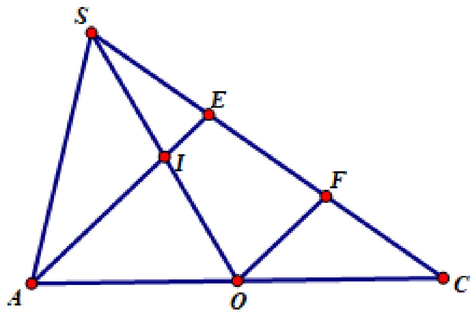
Câu 33. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành và có thể tích V. Gọi E là điểm trên cạnh SC sao cho $EC=2ES$, (α) là mặt phẳng chứa đường thẳng AE và song song với đường thẳng BD, (α) cắt hai cạnh SB, SD lần lượt tại hai điểm M, N. Tính theo V thể tích khối chóp $S.AMEN$.

A. $\frac{2V}{9}$. **B.** $\frac{V}{3}$. **C.** $\frac{V}{6}$. **D.** $\frac{V}{12}$.

Lời giải

Chọn C





Gọi O là tâm hình bình hành $ABCD$; I là giao điểm của AE và SO.

Theo bài ra: $\frac{SE}{SC}=\frac{1}{3}$; MN đi qua điểm I và $MN//BD$.

Ta có: $\frac{V_{S.AME}}{V_{S.ABC}}=\frac{SM}{SB}\cdot\frac{SE}{SC}$; $\frac{V_{S.ANE}}{V_{S.ADC}}=\frac{SN}{SD}\cdot\frac{SE}{SC}$, $V_{S.ABC}=V_{S.ADC}=\frac{V}{2}$.

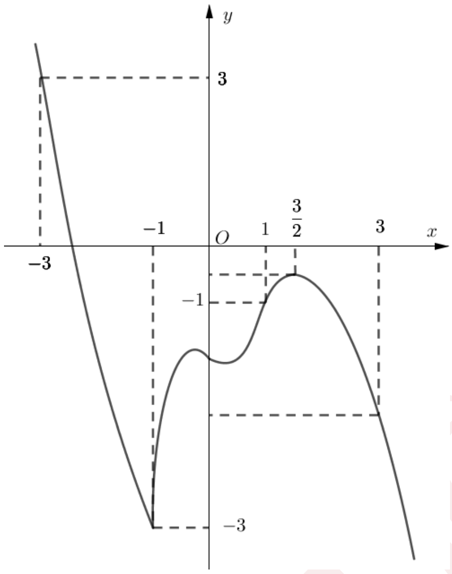
Kẻ $OF//AE,\ F\in[SC]$. Vì O là trung điểm của AC nên F là trung điểm của EC, theo giả thiết suy ra E là trung điểm của SF.

Xét tam giác SOF có E là trung điểm của SF và $OF//IE$, suy ra I là trung điểm của SO.

$\Rightarrow \frac{SI}{SO}=\frac{1}{2} \Rightarrow \frac{SM}{SB}=\frac{SN}{SD}=\frac{1}{2}$.

Do đó $\frac{V_{S.AME}}{\frac{1}{2}V}=\frac{V_{S.ANE}}{\frac{1}{2}V}=\frac{1}{6}\Rightarrow V_{SAMEN}=\frac{1}{6}V$.

Câu 34. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Đồ thị hàm số $y=f'\left(x\right)$ như hình bên dưới.



Hỏi hàm số $g\left(x\right)=2f\left(2-\frac{x}{2}\right)+\frac{x^2}{4}-2x+2020$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau ?

A. $\left(2;3\right)$. **B.** $\left(-1;3\right)$. **C.** $\left(-2;3\right)$. **D.** $\left(10;+\infty\right)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $g\left(x\right)=2f\left(2-\frac{x}{2}\right)+\frac{x^2}{4}-2x+2020\Rightarrow g'\left(x\right)=-f'\left(2-\frac{x}{2}\right)+\frac{x}{2}-2$

Đặt $t=2-\frac{x}{2}\Rightarrow x=4-2t$

Suy ra $g'\left(4-2t\right)=-f'\left(t\right)-t$

$g'\left(4-2t\right)=0\Leftrightarrow f'\left(t\right)=-t\left(*\right)$

Phương trình (*) là phương trình trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số f' và đường thẳng $y=-x$.

Dựa vào đồ thị:

$$\left(*\right)\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=-3\\t=1\\t=3\end{array}\right.\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x=10\\x=2\\x=-2\end{array}\right.$$

Ta có bảng xét dấu của hàm g'

x	$-\infty$		-2		2		10		$+\infty$
g'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

$g(x)$ nghịch biến trên khoảng $\left(2;10\right)$ nên nghịch biến trên khoảng $\left(2;3\right)$.

Câu 35. Cho hàm số $y=f(x)$liên tục, có đạo hàm trên $[-2;4]$và có bảng biến thiên như hình vẽ

x	-2		0		2		4
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	-3	$\nearrow$	2	$\searrow$	1	$\nearrow$	6

Số nghiệm của phương trình $3f(-2x+1) = 8x^3 - 6x$ trên đoạn $\left[\frac{-3}{2};\frac{3}{2}\right]$ là

A. 3. **B.** 5. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C

Đặt $t = -2x + 1$.Với $x \in \left[\frac{-3}{2};\frac{3}{2}\right] \Rightarrow t \in [-2;4]$.

Mỗi nghiệm của t cho duy nhất một nghiệm của x.

Biến đổi $8x^3 - 6x = (2x)^3 - 3(2x) = (1-t)^3 - 3(1-t) = -t^3 + 3t^2 - 2$.

Phương trình trở thành $3f(t) - (-t^3 + 3t^2 - 2) = 0$.

Xét hàm số

$g(t) = 3f(t) - (-t^3 + 3t^2 - 2) \Rightarrow g'(t) = 3f'(t) - (-3t^2 + 6t) = 3[f'(t) - (-t^2 + 2t)]$

$g'(t) = 0 \Leftrightarrow f'(t) = -t^2 + 2t$

Ta có $f'(t) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2 \end{array}\right.$

$$-t^2 + 2t = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2 \end{array}\right.$$

Ta có bảng xét dấu $g'(t)$

t	-2		0		2		4
$f'(t)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$-t^2+2t$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$g'(t)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Từ đó ta có bảng biến thiên sau:

t	-2		0		2		4
$g'(t)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$g(t)$	-27	$\nearrow$	8	$\searrow$	1	$\nearrow$	36

Dựa vào bảng biến thiên ta có phương trình $g(t) = 0$ có 1 nghiệm nên phương trình ban đầu có 1 nghiệm.

II - PHẦN TỰ LUẬN

Bài 1. Tìm tham số m để hàm số $y=(m+1)x^3+(m+1)x^2-2x+2.$ nghịch biến trên tập xác định của nó ?

Bài 2. Tìm tham số m để đồ thị hàm số $y=x^4-2(m+1)x^2+m$ có ba điểm cực trị A, B, C sao cho $OA=BC,$ trong đó O là gốc tọa độ và A là điểm cực trị thuộc trục tung.

Bài 3. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^2-2x-2+\sqrt{8x-4x^2}.$

Bài 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, $SD=\frac{3a}{2}$, hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng $(ABCD)$ là trung điểm H của cạnh $AB.$ Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng $(SBD).$

------------- HẾT -------------

ĐỀ 19

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KỲ I

Môn: TOÁN - Lớp 12

Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

I - PHẦN TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

(I):Nếu $f'\left(x\right)>0$ trên khoảng $\left(x_0-h;x_0\right)$ và $f'\left(x\right)<0$ trên khoảng $\left(x_0;x_0+h\right)$ $\left(h>0\right)$ thì hàm số đạt cực đại tại điểm x_0.

(II):Nếu hàm số đạt cực đại tại điểm x_0 thì tồn tại các khoảng $\left(x_0-h;x_0\right)$, $\left(x_0;x_0+h\right)$ $\left(h>0\right)$ sao cho $f'\left(x\right)>0$ trên khoảng $\left(x_0-h;x_0\right)$ và $f'\left(x\right)<0$ trên khoảng $\left(x_0;x_0+h\right)$.

A. Cả (I) và (II) cùng đúng.
B. Cả (I) và (II) cùng sai.
C. Mệnh đề (I) đúng, mệnh đề (II) sai.
D. Mệnh đề (I) sai, mệnh đề (II) đúng.

Câu 2. Khối đa diện đều loại $\left\{p;q\right\}$ được sắp xếp theo thứ tự tăng dần của số đỉnh là

A. $\left\{3;3\right\}$, $\left\{3;4\right\}$, $\left\{4;3\right\}$, $\left\{5;3\right\}$, $\left\{3;5\right\}$.
B. $\left\{3;3\right\}$, $\left\{3;4\right\}$, $\left\{4;3\right\}$, $\left\{3;5\right\}$, $\left\{5;3\right\}$.
C. $\left\{3;3\right\}$, $\left\{3;4\right\}$, $\left\{5;3\right\}$, $\left\{4;3\right\}$, $\left\{3;5\right\}$.
D. $\left\{3;3\right\}$, $\left\{4;3\right\}$, $\left\{3;4\right\}$, $\left\{3;5\right\}$, $\left\{5;3\right\}$.

Câu 3. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f\left(x\right)=x^3-3x+2$ trên đoạn $\left[-3;3\right]$ bằng

A. 20. **B.** -16. **C.** 4. **D.** 0.

Câu 4. Cho tứ diện $OABC$có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau và $OA=2a$, $OB=3a$, $OC=8a$. M là trung điểm đoạn OC. Tính thể tích V khối tứ diện $OABM$.

A. $8a^3$. **B.** $3a^3$. **C.** $4a^3$. **D.** $6a^3$.

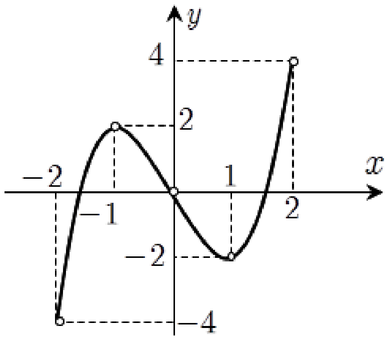
Câu 5. Cho hàm số CD xác định và liên tục trên khoảng $(-\infty;+\infty)$, có bảng biến thiên dưới đây:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;+\infty)$.
B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-2)$.
C. Hàm số đồng biến trên khoảng $39°$.
D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;1)$.

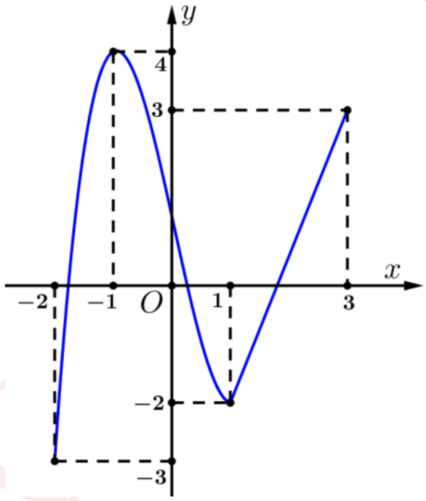
Câu 6. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên đoạn $[-2;2]$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên.



Hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại điểm

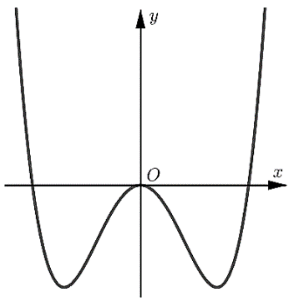
A. $x = 2$. **B.** $x = -2$. **C.** $x = -1$. **D.** $x = 1$.

Câu 7. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-2;3]$ và có đồ thị như hình vẽ dưới đây . Gọi m, M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[-2;3]$. Giá trị của $m.M$ bằng bao nhiêu?



A. -8. **B.** 1. **C.** -6. **D.** -12.

Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Số nghiệm thực của phương trình $f(x) = 3$ là

A. 2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 9. Thể tích của khối chóp có diện tích đáy bằng $3S$ và chiều cao bằng h được tính là

A. $V = 3Sh$ **B.** $V = \frac{3}{2}Sh$ **C.** $V = Sh$ **D.** $V = \frac{1}{3}Sh$

Câu 10. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	‖	$-$	‖	$-$	
$f(x)$	0	↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	$-\infty$

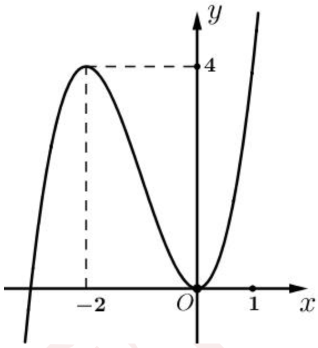
Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 11. Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=x^3+x$. **B.** $y=\dfrac{x+1}{x+3}$ **C.** $y=x^2+x$. **D.** $y=x^4+x^2$.

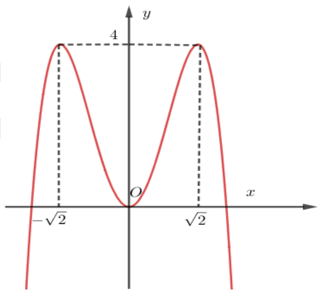
Câu 12. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Hàm số nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(0;4)$. **B.** $(-\infty;-2)$. **C.** $(-2;0)$. **D.** $(-3;+\infty)$.

Câu 13. Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị hàm số nào dưới đây



A. $y=x^4+3x^2$. **B.** $y=-x^4-2x^2$. **C.** $y=-x^4+4x^2$. **D.** $y=\frac{1}{4}x^4-2x^2$.

Câu 14. Cho hàm số $f(x)$có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		3		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	↘	1	↗	4	↘	$-\infty$

Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại

A. $x=1$. **B.** $x=4$. **C.** $x=-2$. **D.** $x=3$.

Câu 15. Thể tích khối lăng trụ đứng tam giác $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a là

A. $\dfrac{a^3}{4}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 16. Một hình đa diện có ít nhất bao nhiêu đỉnh?

A. 4. **B.** 3. **C.** 6. **D.** 5.

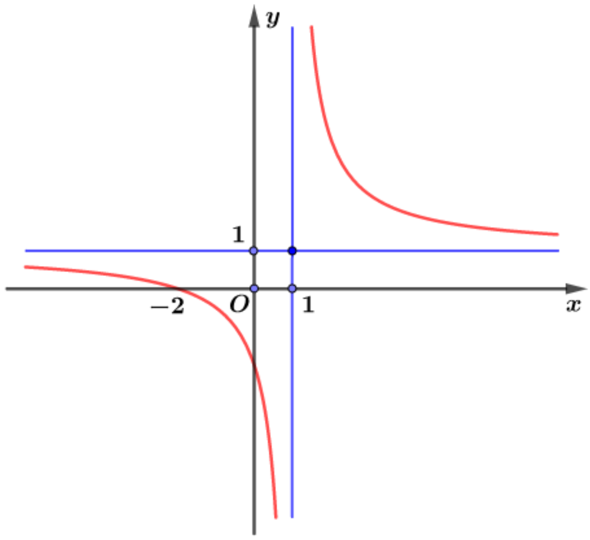
Câu 17. Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$. Chọn phát biểu ***đúng***?

A. Đường tiệm cận đứng $y = 2$. **B.** Đường tiệm cận đứng $x = 2$.
C. Đường tiệm cận đứng $y = 1$. **D.** Đường tiệm cận đứng $x = 1$.

Câu 18. Cho hàm số $y = x^4 + mx^2 + 1$ với m là số thực âm. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

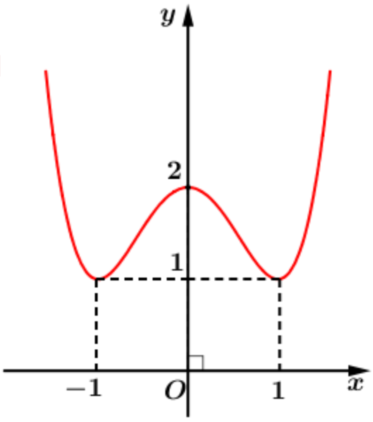
A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 19. Cho hàm số $y = \dfrac{ax+2}{cx+b}$ có đồ thị như hình vẽ. Hãy tính tổng $S = a+b+c$.



A. $S = 1$. **B.** $S = 3$. **C.** $S = 4$. **D.** $S = 2$.

Câu 20. Cho hàm số $y = f(x) = ax^4 + bx^2 + c(a, b, c \in \mathbb{R})$. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ như hình vẽ bên. Khi đó, số nghiệm thực của phương trình $2018f(x) - 2019 = 0$ là:



A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 0.

Câu 21. Cho hàm số $y = f(x) = \dfrac{x+1}{x^2 - 2mx + 4}$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị có ba đường tiệm cận.

A. $\begin{cases} \left[\begin{array}{l} m > 2 \\ m < -2 \end{array}\right. \\ m \neq -\dfrac{5}{2} \end{cases}$. **B.** $\left[\begin{array}{l} m < -2 \\ m > 2 \end{array}\right.$. **C.** $m > 2$. **D.** $\begin{cases} m < -2 \\ m \neq -\dfrac{5}{2} \end{cases}$.

Câu 22. Cho hàm số $y = f(x) = \dfrac{ax+3}{2x-b}$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		$-$	$\parallel$	$-$	
y	2	$\searrow$	$-\infty \parallel +\infty$	$\searrow$	2

Giá trị $a-2b$ bằng?

A. 10 **B.** 8 **C.** -6 **D.** 0

Câu 23. Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A, $AB=a$, $AC=2a$, cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy và $SA=a$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V=\dfrac{a^3}{4}$. **B.** $V=a^3$. **C.** $V=\dfrac{a^3}{2}$. **D.** $V=\dfrac{a^3}{3}$.

Câu 24. Tính giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=3x+\frac{4}{x^2}$ trên khoảng $(0;+\infty)$.

A. $\min\limits_{(0;+\infty)} y=2\sqrt[3]{9}$. **B.** $\min\limits_{(0;+\infty)} y=3\sqrt[3]{9}$. **C.** $\min\limits_{(0;+\infty)} y=7$. **D.** $\min\limits_{(0;+\infty)} y=\frac{33}{5}$.

Câu 25. Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^3+2x^2-(2m-3)x+4$ đồng biến trên $(-1;+\infty)$.

A. $[0;+\infty)$. **B.** $\left[-\dfrac{1}{2};+\infty\right)$. **C.** $\left(-\infty;-\dfrac{1}{2}\right]$. **D.** $(-\infty;0]$.

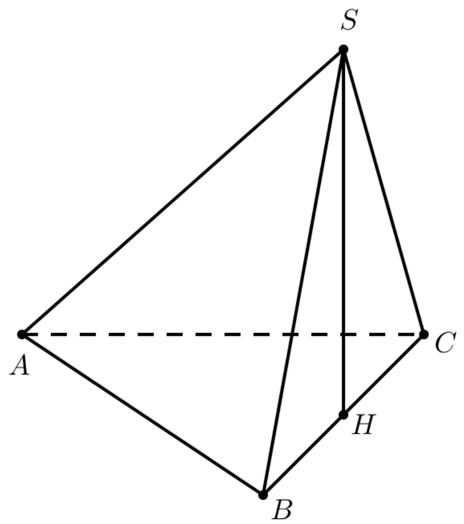
Câu 26. Cho hàm số $f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
y'		$-$	$\parallel$	$-$	
y	2	$\searrow$	$-\infty \parallel +\infty$	$\searrow$	-2

Hỏi đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{f(x)}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang?

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 27. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, $BC=a\sqrt{2}$. Hình chiếu vuông góc H của S trên mặt phẳng đáy là trung điểm của đoạn thẳng BC và $SA=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$ (tham khảo hình vẽ dưới đây). Tính thể tích V của khối chóp đã cho.



A. $V=\dfrac{a^3}{12}$. **B.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **C.** $V=\dfrac{a^3}{4}$. **D.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Câu 28. Cho hàm số $y=\dfrac{mx-m^2-2}{-x+1}$ (m là tham số thực) thỏa mãn $\max\limits_{[-4;-2]} y=\dfrac{-1}{3}$. Mệnh đề nào sau dưới đây đúng?

A. $-3<m<\dfrac{-1}{2}$. **B.** $\dfrac{-1}{2}<m<0$. **C.** $m>4$. **D.** $1\le m<3$.

Câu 29. Hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và $f'(x)>0, \forall x\in(0;+\infty)$, biết $f(2)=1$. Khẳng định nào sau đây có thể xảy ra?

A. $f(3)=0$. **B.** $f(2)+f(3)=4$.

C. $f(1)=4$. **D.** $f(2019)>f(2020)$.

Câu 30. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x-1)(x+4)^3, \forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

A. 4. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

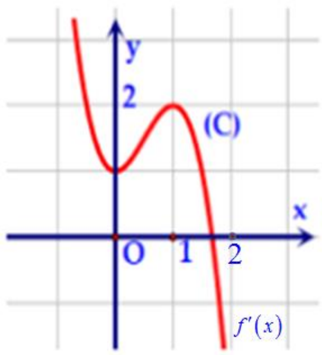
Câu 31. Cho khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có độ dài đường chéo 1 mặt $AC=2\sqrt{2}a$. Thể tích của khối lập phương là:

A. $8a^3$. **B.** $2a^3$. **C.** a^3. **D.** $2\sqrt{2}a^3$.

Câu 32. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N, K lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC, SA. Biết mặt phẳng (MNK) chia khối chóp $S.ABCD$ thành hai phần có thể tích là V_1, V_2 $(V_1<V_2)$. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

A. $\frac{7}{13}$. **B.** $\frac{9}{23}$. **C.** $\frac{49}{71}$. **D.** $\frac{17}{67}$.

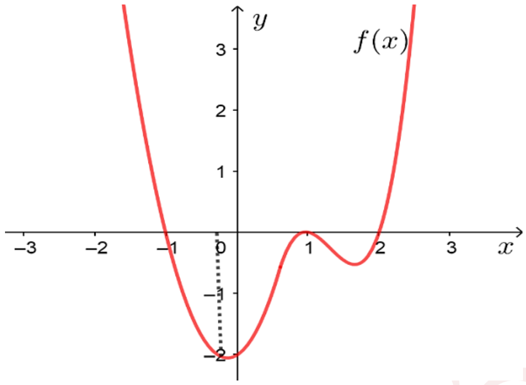
Câu 33. Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị hàm $f'(x)$ như hình dưới.



Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = f(x^3 - 3x)$ là

A. 4. **B.** 3. **C.** 6. **D.** 5.

Câu 34. Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Đặt $g(x) = f(f(x) - 1)$. Tìm số nghiệm của phương trình $g'(x) = 0$.



A. 10. **B.** 6. **C.** 8. **D.** 9.

Câu 35. Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị là đường parabol như hình vẽ. Hàm số $y = f(1 - x^2) + 6x^2$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(1; \sqrt{2})$. **B.** $(\sqrt{2}; +\infty)$. **C.** $(-\sqrt{2}; 0)$. **D.** $(-\infty; -1)$.

II - PHẦN TỰ LUẬN

Bài 1. Tìm tham số m để hàm số $y = f(x) = \dfrac{mx+4}{x+m}$ đồng biến trên từng khoảng xác định của nó ?

Bài 2. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y = \dfrac{1}{3}x^3 - mx^2 - x + m + 1$ có hai cực trị x_1, x_2 thỏa mãn điều kiện $x_1^2 + x_2^2 + 4x_1x_2 = 2$.

Bài 3. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^4 + (3m+1)x^2 - 3$ có ba điểm cực trị tạo thành tam giác cân và độ dài cạnh đáy bằng $\dfrac{2}{3}$ độ dài cạnh bên.

Bài 4. Cho hình chóp $S.ABC$, đáy ABC là tam giác đều cạnh $2a$, SA vuông góc với đáy, góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng đáy (ABC) bằng $60°$. Gọi I trung điểm của BC, H là hình chiếu vuông góc của A trên SI. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ và khoảng cách từ G là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC đến mặt phẳng (ABH).

------------- HẾT -------------

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

HDG ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KỲ I
Môn: TOÁN - Lớp 12
Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

I - PHẦN TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

(I):Nếu $f'(x) > 0$ trên khoảng $(x_0 - h; x_0)$ và $f'(x) < 0$ trên khoảng $(x_0; x_0 + h)$ $(h > 0)$ thì hàm số đạt cực đại tại điểm x_0.

(II):Nếu hàm số đạt cực đại tại điểm x_0 thì tồn tại các khoảng $(x_0 - h; x_0)$, $(x_0; x_0 + h)$ $(h > 0)$ sao cho $f'(x) > 0$ trên khoảng $(x_0 - h; x_0)$ và $f'(x) < 0$ trên khoảng $(x_0; x_0 + h)$.

A. Cả (I) và (II) cùng đúng.
B. Cả (I) và (II) cùng sai.
C. Mệnh đề (I) đúng, mệnh đề (II) sai.
D. Mệnh đề (I) sai, mệnh đề (II) đúng.

Lời giải

Chọn C

Ta có mệnh đề (I) đúng và mệnh đề (II) sai (câu lý thuyết)

Câu 2. Khối đa diện đều loại $\{p; q\}$ được sắp xếp theo thứ tự tăng dần của số đỉnh là

A. $\{3;3\}$, $\{3;4\}$, $\{4;3\}$, $\{5;3\}$, $\{3;5\}$.
B. $\{3;3\}$, $\{3;4\}$, $\{4;3\}$, $\{3;5\}$, $\{5;3\}$.
C. $\{3;3\}$, $\{3;4\}$, $\{5;3\}$, $\{4;3\}$, $\{3;5\}$.
D. $\{3;3\}$, $\{4;3\}$, $\{3;4\}$, $\{3;5\}$, $\{5;3\}$.

Lời giải

Chọn B

Gọi Đ là tổng số đỉnh, C là tổng số cạnh, M là tổng số mặt của khối đa diện đều loại $\{p; q\}$.

Ta có: $pĐ = nM = 2C$. Cụ thể:

① Xét tứ diện đều loại $\{3;3\} \Rightarrow \begin{cases} p = 3;\ q = 3 \\ M = 4 \end{cases} \Rightarrow Đ = \dfrac{pM}{q} = 4;\ C = \dfrac{pM}{2} = 6$.

② Xét khối lập phương đều loại $\{4;3\} \Rightarrow \begin{cases} p = 4;\ q = 3 \\ M = 6 \end{cases} \Rightarrow Đ = \dfrac{pM}{q} = 8;\ C = \dfrac{pM}{2} = 12$.

③ Xét khối bát diện đều loại $\{3;4\} \Rightarrow \begin{cases} p = 3;\ q = 4 \\ M = 8 \end{cases} \Rightarrow Đ = \dfrac{pM}{q} = 6;\ C = \dfrac{pM}{2} = 12$.

④ Xét khối mười hai mặt đều loại $\{5;3\} \Rightarrow \begin{cases} p = 5;\ q = 3 \\ M = 12 \end{cases} \Rightarrow Đ = \dfrac{pM}{q} = 20;\ C = \dfrac{pM}{2} = 30$.

⑤ Xét khối hai mươi mặt đều loại $\{3;5\} \Rightarrow \begin{cases} p = 3;\ q = 5 \\ M = 20 \end{cases} \Rightarrow Đ = \dfrac{pM}{q} = 12;\ C = \dfrac{qM}{2} = 30$.

Vậy ta có sắp xếp: $\{3;3\}$, $\{3;4\}$, $\{4;3\}$, $\{3;5\}$, $\{5;3\}$.

Câu 3. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 3x + 2$ trên đoạn $[-3;3]$ bằng

A. 20. **B.** -16. **C.** 4. **D.** 0.

Lời giải

Chọn B

+ Ta có: $f'(x)=3x^2-3$, $f'(x)=0 \Leftrightarrow 3x^2-3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-1 \end{array}\right.$.

+ $f(-3)=-16$; $f(3)=20$; $f(-1)=4$; $f(1)=0$.

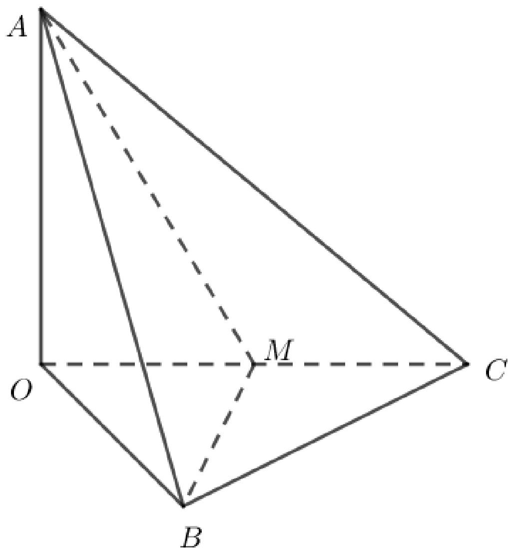
Giá trị nhỏ nhất của hàm số bằng $f(-3)=-16$.

Câu 4. Cho tứ diện $OABC$có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau và $OA=2a$, $OB=3a$, $OC=8a$. M là trung điểm đoạn OC. Tính thể tích V khối tứ diện $OABM$.

A. $8a^3$. **B.** $3a^3$. **C.** $4a^3$. **D.** $6a^3$.

Lời giải

Chọn C



Ta có: $\begin{cases} OA \perp OB \\ OA \perp OC \end{cases} \Rightarrow OA \perp (OBC)$

Thể tích khối tứ diện $OABM$ là $V=\frac{1}{3}.OA.S_{\Delta OBM}=\frac{1}{3}.OA.\frac{1}{2}.S_{\Delta OBC}=\frac{1}{6}.OA.\frac{1}{2}.OB.OC=\frac{1}{12}.2a.3a.8a=4a^3$.

Câu 5. Cho hàm số CD xác định và liên tục trên khoảng $(-\infty;+\infty)$, có bảng biến thiên dưới đây:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;+\infty)$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-2)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $39°$.

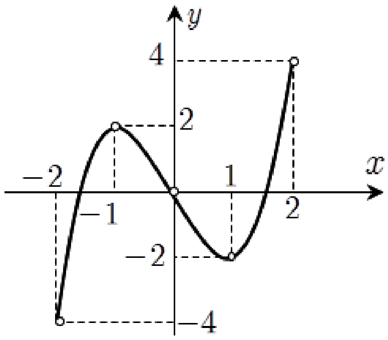
D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;1)$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số đồng biến trên $(-\infty;-1)$ nên hàm số đồng biến trên M.

Câu 6. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên đoạn $[-2; 2]$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên.



Hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại điểm

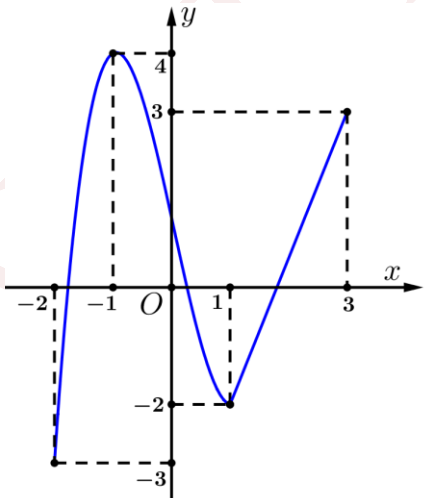
A. $x = 2$. **B.** $x = -2$. **C.** $x = -1$. **D.** $x = 1$.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào đồ thị của hàm số, hàm số đạt cực đại tại $x = -1$.

Câu 7. Cho hàm số $y = f\left(x\right)$ liên tục trên đoạn $\left[-2;3\right]$ và có đồ thị như hình vẽ dưới đây . Gọi m, M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $\left[-2;3\right]$. Giá trị của $m.M$ bằng bao nhiêu?



A. -8. **B.** 1. **C.** -6. **D.** -12.

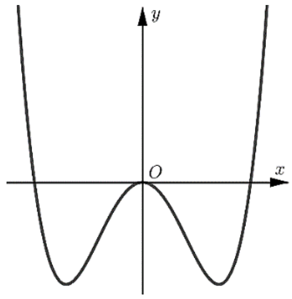
Lời giải

Chọn D

Quan sát đồ thị trên $\left[-2;3\right]$ ta thấy GTLN của hàm số bằng $M = 4$ tại $x = -1$ và đạt giá trị nhỏ nhất bằng $m = -3$ tại $x = -2$.

Vậy $m.M = -12$.

Câu 8. Cho hàm số $y = f\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ.



Số nghiệm thực của phương trình $f\left(x\right)=3$ là

A. 2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

Số nghiệm của phương trình $f\left(x\right)=3$ bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ và đường thẳng $y=3$.

Ta có đường thẳng $y=3$ song song với trục hoành và cắt trục tung tại điểm có tọa độ $\left(0;3\right)$.

Từ đồ thị ta thấy đường thẳng $y=3$ cắt đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ tại hai điểm phân biệt. Do đó phương trình $f\left(x\right)=3$ có 2 nghiệm thực phân biệt.

Câu 9. Thể tích của khối chóp có diện tích đáy bằng $3S$ và chiều cao bằng h được tính là

A. $V=3Sh$ **B.** $V=\frac{3}{2}Sh$ **C.** $V=Sh$ **D.** $V=\frac{1}{3}Sh$

Lời giải

Chọn C

• Ta có: $V=\frac{1}{3}.3S.h=Sh$

Câu 10. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	||	$-$	||	$-$	
$f(x)$	0 ↘		$-\infty$ || $+\infty$ ↘		$-\infty$ || $+\infty$ ↘		$-\infty$

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào bảng biến thiên ta có đồ thị hàm số nhận các đường thẳng $x=-2$, $x=2$ là các đường tiệm cận đứng, $y=0$ là tiệm cận ngang

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là 3.

Câu 11. Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=x^3+x$. **B.** $y=\dfrac{x+1}{x+3}$ **C.** $y=x^2+x$. **D.** $y=x^4+x^2$.

Lời giải

Chọn A

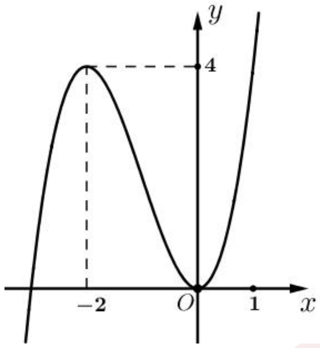
Ta thấy hàm số $y=x^2+x$ là hàm số bậc hai do đó không đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Hàm số $y = x^4 + x^2$ là hàm số trùng phương luôn có điểm cực trị do đó không đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Hàm số $y = \dfrac{x+1}{x+3}$ có tập xác định là $\mathbb{R} \setminus \{-3\}$ nên không đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Hàm số $y = x^3 + x$ có $y' = 3x^2 + 1 > 0$, với $\forall x \in \mathbb{R}$ do đó hàm số luôn đồng biến trên tập xác định $\mathbb{R}$.

Câu 12. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Hàm số nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

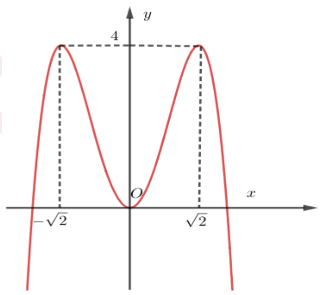
A. $(0;4)$. **B.** $(-\infty;-2)$. **C.** $(-2;0)$. **D.** $(-3;+\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Trên khoảng $(-2;0)$, đồ thị hàm số $y = f(x)$ đi xuống (từ trái sang phải) nên hàm số nghịch biến trên khoảng $y = f(x)$.

Câu 13. Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị hàm số nào dưới đây



A. $y = x^4 + 3x^2$. **B.** $y = -x^4 - 2x^2$. **C.** $y = -x^4 + 4x^2$. **D.** $y = \frac{1}{4}x^4 - 2x^2$.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào đồ thị và đáp án, hàm số cần tìm có dạng $y = ax^4 + bx^2 + c$ với $a < 0$. Loại C, **D.**

Vì đồ thị hàm số có 3 cực trị nên $ab < 0$. Loại**A.** Vậy chọn **B.**

Câu 14. Cho hàm số $f(x)$có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		3		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	↘	1	↗	4	↘	$-\infty$

Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại

A. $x=1$. **B.** $x=4$. **C.** $x=-2$. **D.** $x=3$.

Lời giải

Chọn C

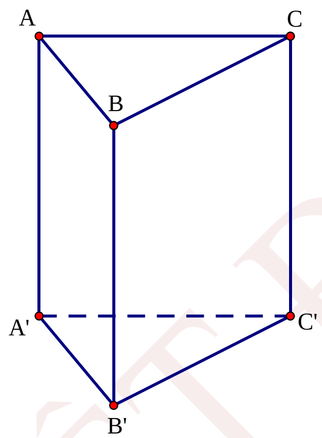
Dựa vào BBT hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x=-2$.

Câu 15. Thể tích khối lăng trụ đứng tam giác $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a là

A. $\frac{a^3}{4}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn B



Ta có $V_{ABC.A'B'C'}=AA'.S_{ABC}=a.\frac{a^2\sqrt{3}}{4}=\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 16. Một hình đa diện có ít nhất bao nhiêu đỉnh?

A. 4. **B.** 3. **C.** 6. **D.** 5.

Lời giải

Chọn A

Một hình đa diện có ít nhất bốn đỉnh.

Câu 17. Cho hàm số $y=\frac{2x+1}{x-1}$. Chọn phát biểu ***đúng***?

A. Đường tiệm cận đứng $y=2$. **B.** Đường tiệm cận đứng $x=2$.
C. Đường tiệm cận đứng $y=1$. **D.** Đường tiệm cận đứng $x=1$.

Lời giải

Chọn D

+ TXĐ: $D=\mathbb{R}\backslash\{1\}$.

+ Ta có $\lim\limits_{x\to1^+} y=\lim\limits_{x\to1^+}\frac{2x+1}{x-1}=+\infty\Rightarrow x=1$là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Câu 18. Cho hàm số $y=x^4+mx^2+1$ với m là số thực âm. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

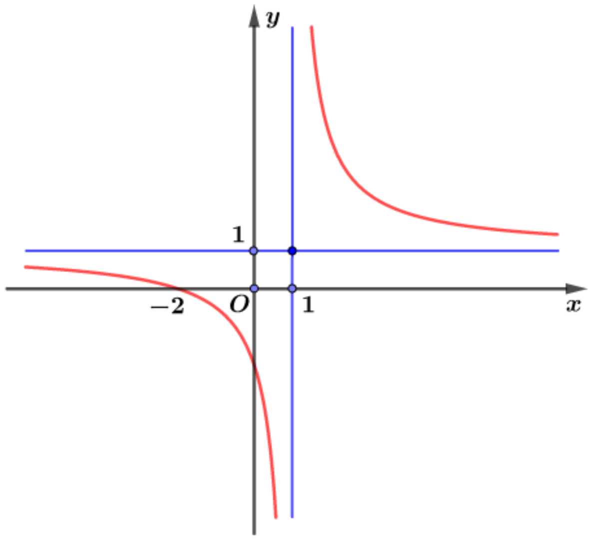
Lời giải

Chọn B

Phương pháp trắc nghiệm. Vì hàm số bậc 4 trùng phương hệ số $a;b$ trái dấu nhau nên có 3 cực trị.

Phương pháp tự luận. Tính $y'=4x^3+2mx=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\sqrt{-\dfrac{m}{2}}\\x=-\sqrt{-\dfrac{m}{2}}\end{array}\right.$ nên hàm số có 3 cực trị.

Câu 19. Cho hàm số $y=\dfrac{ax+2}{cx+b}$ có đồ thị như hình vẽ. Hãy tính tổng $S=a+b+c$.



A. $S=1$. **B.** $S=3$. **C.** $S=4$. **D.** $S=2$.

Lời giải

Chọn A

Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng $x=1\Leftrightarrow-\dfrac{b}{c}=1\Leftrightarrow b+c=0\ (1)$

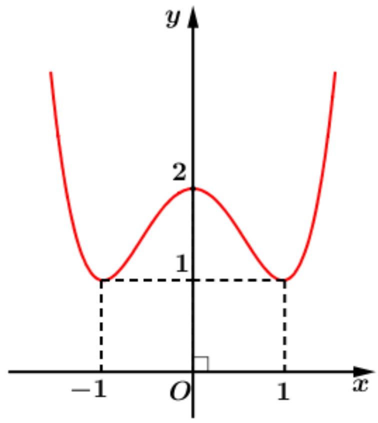
Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là đường thẳng $y=1\Leftrightarrow\dfrac{a}{c}=1\Leftrightarrow a-c=0\ (2)$

Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm $(-2;0)\Leftrightarrow\dfrac{-2a+2}{-2c+b}=0\Leftrightarrow a=1\,(3)$

Từ (1), (2) và $(3)\Rightarrow a=1,\ b=-1,\ c=1$.

Vậy $S=a+b+c=1$.

Câu 20. Cho hàm số $y=f(x)=ax^4+bx^2+c(a,b,c\in\mathbb{R})$. Đồ thị hàm số $y=f(x)$ như hình vẽ bên. Khi đó, số nghiệm thực của phương trình $2018f(x)-2019=0$ là:

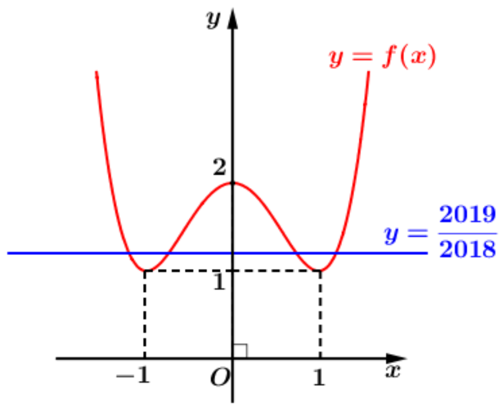


A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 0.

Lời giải

Chọn A

Ta có, $2018f(x) - 2019 = 0 \Leftrightarrow f(x) = \frac{2019}{2018} \in (1;2)$.



Dựa vào đồ thị ta thấy, đường thẳng $y = \frac{2019}{2018}$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại 4 điểm phân biệt.

Câu 21. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{x+1}{x^2 - 2mx + 4}$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị có ba đường tiệm cận.

A. $\begin{cases} \left[\begin{array}{l} m > 2 \\ m < -2 \end{array}\right. \\ m \neq -\frac{5}{2} \end{cases}$. **B.** $\left[\begin{array}{l} m < -2 \\ m > 2 \end{array}\right.$. **C.** $m > 2$. **D.** $\begin{cases} m < -2 \\ m \neq -\frac{5}{2} \end{cases}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\lim\limits_{x \to \pm\infty} y = \lim\limits_{x \to \pm\infty} \frac{x+1}{x^2 - 2mx + 4} = 0$. suy ra đường thẳng $y = 0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Để đồ thị hàm số đã cho có ba đường tiệm cận thì phương trình $x^2 - 2mx + 4 = 0$ có hai nghiệm phân biệt và khác -1

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ (-1)^2 - 2m(-1) + 4 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 4 > 0 \\ 2m + 5 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} m > 2 \\ m < -2 \end{array}\right. \\ m \neq -\frac{5}{2} \end{cases}.$$

Câu 22. Cho hàm số $y = f\left(x\right) = \dfrac{ax+3}{2x-b}$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		$-$	||	$-$	
y	2	$\searrow$	$-\infty$ || $+\infty$	$\searrow$	2

Giá trị $a-2b$ bằng?

A. 10 **B.** 8 **C.** -6 **D.** 0

Lời giải

Chọn D

Đk: $-a.b-6 \neq 0 \Leftrightarrow a.b \neq -6$

Từ BBT ta dễ dàng nhận thấy ĐTHS có TCN là: $y=2$

và tiệm cận đứng là: $x=1$

Suy ra $\dfrac{a}{2}=2 \Leftrightarrow a=4$ và $\dfrac{b}{2}=1 \Leftrightarrow b=2$ (TMĐK)

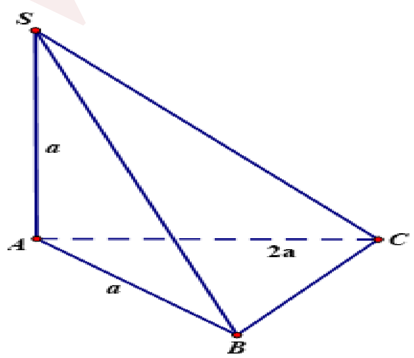
Vậy $a-2b=4-2.2=0$.

Câu 23. Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A, $AB=a$, $AC=2a$, cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy và $SA=a$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V=\dfrac{a^3}{4}$. **B.** $V=a^3$. **C.** $V=\dfrac{a^3}{2}$. **D.** $V=\dfrac{a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn D



Diện tích đáy $B=S_{ABC}=\dfrac{1}{2}a.2a=a^2$

Chiều cao: $h=a$

$V_{ABCA'B'C'}=\dfrac{1}{3}B.h=\dfrac{1}{3}a^2.a=\dfrac{a^3}{3}$

Câu 24. Tính giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=3x+\frac{4}{x^2}$ trên khoảng $(0;+\infty)$.

A. $\min\limits_{(0;+\infty)} y = 2\sqrt[3]{9}$. **B.** $\min\limits_{(0;+\infty)} y = 3\sqrt[3]{9}$. **C.** $\min\limits_{(0;+\infty)} y = 7$. **D.** $\min\limits_{(0;+\infty)} y = \frac{33}{5}$.

Lời giải

Chọn B

Cách 1: (Dùng bất đẳng thức CauChy)

$y = 3x + \frac{4}{x^2} = \frac{3x}{2} + \frac{3x}{2} + \frac{4}{x^2} \geq 3\sqrt[3]{\frac{3x}{2}.\frac{3x}{2}.\frac{4}{x^2}} = 3\sqrt[3]{9}$ (do $x > 0$)

Dấu " = " xảy ra khi $\frac{3x}{2} = \frac{4}{x^2} \Leftrightarrow x = \sqrt[3]{\frac{8}{3}}$.

Vậy $\min\limits_{(0;+\infty)} y = 3\sqrt[3]{9}$

Cách 2: (Dùng đạo hàm)

Xét hàm số $y = 3x + \frac{4}{x^2}$ trên khoảng $(0; +\infty)$

Ta có $y = 3x + \frac{4}{x^2} \Rightarrow y' = 3 - \frac{8}{x^3}$

Cho $y' = 0 \Leftrightarrow \frac{8}{x^3} = 3 \Leftrightarrow x^3 = \frac{8}{3} \Leftrightarrow x = \sqrt[3]{\frac{8}{3}}$

x	0		$\sqrt[3]{\frac{8}{3}}$		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	
y		$\searrow$	$3\sqrt[3]{9}$	$\nearrow$	

$\Rightarrow \min\limits_{(0;+\infty)} y = y\left(\sqrt[3]{\frac{8}{3}}\right) = 3\sqrt[3]{9}$.

Câu 25. Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + 2x^2 - (2m-3)x + 4$ đồng biến trên $(-1;+\infty)$.

A. $[0;+\infty)$. **B.** $\left[-\frac{1}{2};+\infty\right)$. **C.** $\left(-\infty;-\frac{1}{2}\right]$. **D.** $(-\infty;0]$.

Lời giải

Chọn D

TXĐ: $D = \mathbb{R}$.

Có $y' = x^2 + 4x - 2m + 3$

Để hàm số đồng biến trên $(-1;+\infty)$ thì $y' \geq 0\ \forall x \in (-1;+\infty)$

$\Leftrightarrow x^2 + 4x - 2m + 3 \geq 0\ \forall x \in (-1;+\infty)$

$\Leftrightarrow x^2 + 4x + 3 \geq 2m\ \forall x \in (-1;+\infty) \quad (*)$

Đặt $h(x) = x^2 + 4x + 3$ với $x \in (-1;+\infty)$

Ta có $h'(x) = 2x + 4$

$h'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -2$

Bảng biến thiên

x	-1		$+\infty$
h'		$+$	
h	0	$\nearrow$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta có $(*) \Leftrightarrow 2m \le 0 \Leftrightarrow m \le 0$ hay $m \in (-\infty; 0]$

Câu 26. Cho hàm số $f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
y'		$-$	‖	$-$	
y	2	$\searrow$	$-\infty$ ‖ $+\infty$	$\searrow$	-2

Hỏi đồ thị hàm số $y = \dfrac{1}{f(x)}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang?

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = 2 \Rightarrow \lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{1}{f(x)} = \dfrac{1}{2}$; $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = -2 \Rightarrow \lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{1}{f(x)} = -\dfrac{1}{2}$.

Suy ra đồ thị hàm số $y = \dfrac{1}{f(x)}$ có hai đường tiệm cận ngang là $y = \dfrac{1}{2}$ và $y = -\dfrac{1}{2}$.

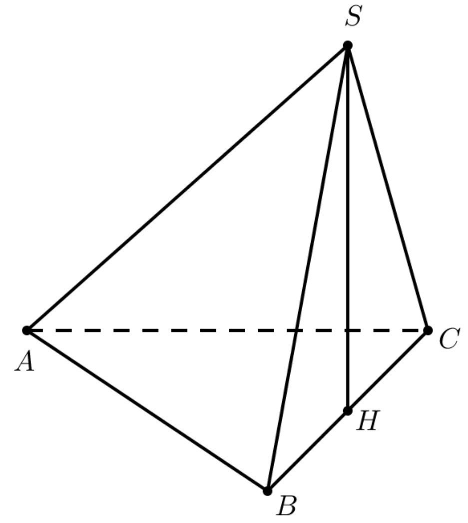
Dựa vào bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$ ta thấy: phương trình $f(x) = 0$ có hai nghiệm phân biệt $x_1 < -1 < x_2$.

Khi đó: $f(x_1) = f(x_2) = 0$.

Ta có: $\begin{cases} \lim\limits_{x \to x_1^-} f(x) = 0 \\ f(x) > 0\, khi\, x \to x_1^- \end{cases} \Rightarrow \lim\limits_{x \to x_1^-} \dfrac{1}{f(x)} = +\infty$ và $\begin{cases} \lim\limits_{x \to x_2^-} f(x) = 0 \\ f(x) > 0\, khi\, x \to x_2^- \end{cases} \Rightarrow \lim\limits_{x \to x_2^-} \dfrac{1}{f(x)} = +\infty$.

Vậy đồ thị hàm số $y = \dfrac{1}{f(x)}$ có hai tiệm cận đứng là đường thẳng $x = x_1$ và $x = x_2$.

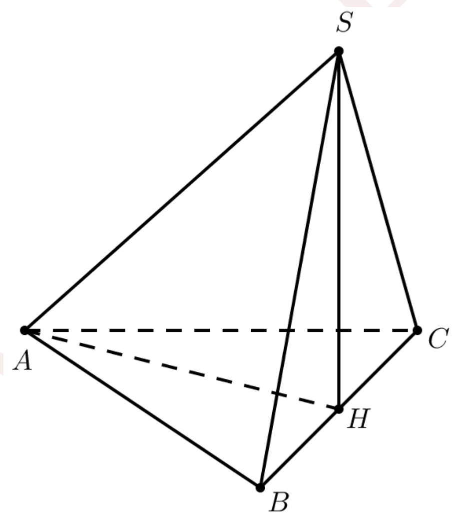
Câu 27. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, $BC = a\sqrt{2}$. Hình chiếu vuông góc H của S trên mặt phẳng đáy là trung điểm của đoạn thẳng BC và $SA = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$ (tham khảo hình vẽ dưới đây). Tính thể tích V của khối chóp đã cho.



A. $V=\dfrac{a^3}{12}$. **B.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **C.** $V=\dfrac{a^3}{4}$. **D.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Lời giải

Chọn A



Ta có $V=\dfrac{1}{3}.S_{\Delta ABC}.SH$.

Vì ABC là tam giác vuông cân tại A, cạnh huyền $BC=a\sqrt{2}$ nên $AB=AC=a$.

$S_{\Delta ABC}=\dfrac{1}{2}.AB.AC=\dfrac{a^2}{2}$.

Tam giác ABC vuông tại A có trung tuyến $AH=\dfrac{BC}{2}=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Tam giác SAH vuông tại H có $SH=\sqrt{SA^2-AH^2}=\sqrt{\left(\dfrac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2-\left(\dfrac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2}=\dfrac{a}{2}$.

Vậy $V=\dfrac{1}{3}.\dfrac{a}{2}.\dfrac{a^2}{2}=\dfrac{a^3}{12}$.

Câu 28. Cho hàm số $y=\dfrac{mx-m^2-2}{-x+1}$ (m là tham số thực) thỏa mãn $\max\limits_{[-4;-2]} y=\dfrac{-1}{3}$. Mệnh đề nào sau dưới đây đúng?

A. $-3<m<\frac{-1}{2}$. **B.** $\frac{-1}{2}<m<0$. **C.** $m>4$. **D.** $1\le m<3$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y'=\frac{-m^2+m-2}{(-x+1)^2}<0$ với $\forall x\in[-4;-2]\Rightarrow$ hàm số $y=\frac{mx-m^2-2}{-x+1}$ nghịch biến trên $[-4;-2]$ $\Rightarrow \max\limits_{[-4;-2]} y=y(-4)=\frac{-m^2-4m-2}{5}$.

Theo đề bài ta có $\max\limits_{[-4;-2]} y=\frac{-1}{3}\Leftrightarrow\frac{-m^2-4m-2}{5}=-\frac{1}{3}\Leftrightarrow 3m^2+12m+1=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=\frac{-6+\sqrt{33}}{3}\\m=\frac{-6-\sqrt{33}}{3}\end{array}\right.$.

Câu 29. Hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và $f'(x)>0,\forall x\in(0;+\infty)$, biết $f(2)=1$. Khẳng định nào sau đây có thể xảy ra?

A. $f(3)=0$. **B.** $f(2)+f(3)=4$.

C. $f(1)=4$. **D.** $f(2019)>f(2020)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và $f'(x)>0,\forall x\in(0;+\infty)$ nên hàm số $f(x)$ đồng biến trên $(0;+\infty)$

Lại có $f(2)=1$ mà $3>2\Rightarrow f(3)>f(2)$ nên A sai

$1<2\Rightarrow f(1)<f(2)$ nên C sai

$2019<2020\Rightarrow f(2019)<f(2020)$ nên D sai

Xét B: $f(2)+f(3)=4\Rightarrow f(3)=4-f(2)=4-1=3>f(2)$

Vậy B có thể xảy ra

Câu 30. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x-1)(x+4)^3,\forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

A. 4. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

$$f'(x)=0$$
$$\Leftrightarrow x(x-1)(x+4)^3=0$$
$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\\x=-4\end{array}\right.$$

Ta có bảng xét dấu của $f'(x)$

x	$-\infty$		-4		0		1		$+\infty$
f'		$-$	0	+	0	$-$	0	+	

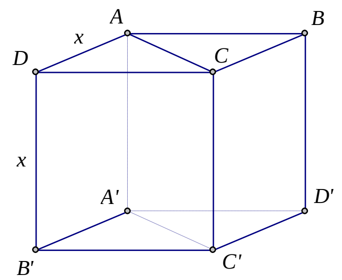
Dựa vào bảng xét dấu của $f'(x)$ suy ra hàm số đã cho có 2 điểm cực tiểu.

Câu 31. Cho khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có độ dài đường chéo 1 mặt $AC=2\sqrt{2}a$. Thể tích của khối lập phương là:

A. $8a^3$. **B.** $2a^3$. **C.** a^3. **D.** $2\sqrt{2}a^3$.

Lời giải

Chọn A



Gọi x là độ dài cạnh của hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$

Ta có $AC = 2\sqrt{2}a \Leftrightarrow x\sqrt{2} = 2\sqrt{2}a \Leftrightarrow x = 2a$

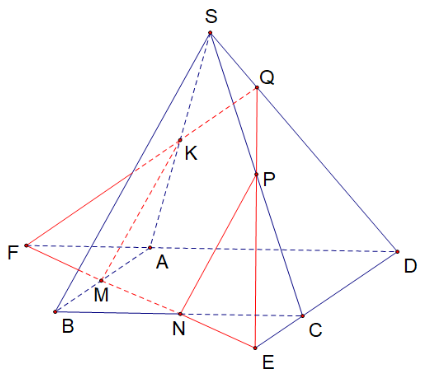
Vậy thể tích của hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ là $V = x^3 = (2a)^3 = 8a^3$.

Câu 32. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N, K lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC, SA. Biết mặt phẳng (MNK) chia khối chóp $S.ABCD$ thành hai phần có thể tích là V_1, V_2 $(V_1 < V_2)$. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

A. $\frac{7}{13}$. **B.** $\frac{9}{23}$. **C.** $\frac{49}{71}$. **D.** $\frac{17}{67}$.

Lời giải

Chọn B



Trong mặt phẳng $(ABCD)$, kéo dài MN cắt DA, DC lần lượt tại F, E.

Trong mặt phẳng (SAD), gọi $FK \cap SD = Q$. Trong mặt phẳng (SCD), gọi $QE \cap SC = P$.

Suy ra thiết diện là ngũ giác $MNPQK$ và $MN // AC // PK$.

Đặt $h = d\big(S,(ABCD)\big) \Rightarrow d\big(K,(ABCD)\big) = d\big(P,(ABCD)\big) = \frac{1}{2}h$

Ta có: $FA = BN = \frac{1}{2}AD \Rightarrow \frac{FD}{FA} = 3.$

Áp dụng định lý Menelaus cho tam giác SAD, suy ra

$$\frac{QS}{QD}.\frac{FD}{FA}.\frac{KA}{KS} = 1 \Rightarrow \frac{QS}{QD} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{QD}{SD} = \frac{3}{4} \Rightarrow d\big(Q,(ABCD)\big) = \frac{3}{4}h$$

Mặt khác: $S_{FAM} = S_{NCE} = S_{BMN} = \frac{1}{4}S_{ABC} = \frac{1}{8}S_{ABCD} \Rightarrow S_{DEF} = \frac{9}{8}S_{ABCD}$

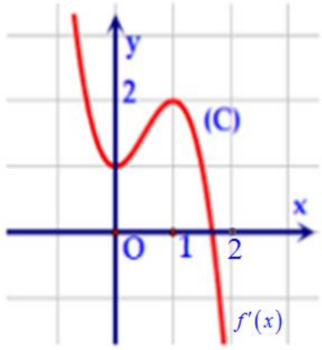
Suy ra thể tích của khối đa diện không chứa đỉnh S là

$$V = V_{QDEF} - V_{KAMF} - V_{PECN} = \frac{1}{3}\left(\frac{3}{4}h.\frac{9}{8}S - \frac{1}{2}h.\frac{1}{8}S - \frac{1}{2}h.\frac{1}{8}S\right)$$

$$= \frac{1}{3}.\frac{23}{32}.h.S_{ABCD} = \frac{23}{32}V_{ABCD} = V_2$$

$$\Rightarrow V_1 = \frac{9}{32} \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{9}{23}$$

Câu 33. Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị hàm $f'(x)$ như hình dưới.



Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = f(x^3 - 3x)$ là

A. 4. **B.** 3. **C.** 6. **D.** 5.

Lời giải

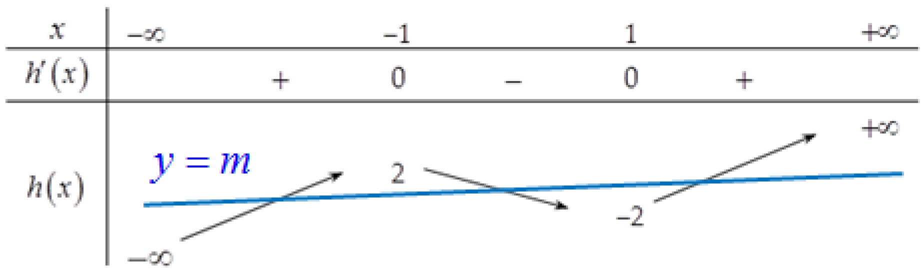
Chọn D

$g(x) = f(x^3 - 3x) \Rightarrow g'(x) = (3x^2 - 3)f'(x^3 - 3x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 3x^2 - 3 = 0 \\ f'(x^3 - 3x) = 0 \end{array}\right.$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = 1 \\ x^3 - 3x = m \quad (1), m \in (1;2) \end{array}\right.$.

Xét hàm số $h(x) = x^3 - 3x \Rightarrow h'(x) = 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = 1 \end{array}\right.$.

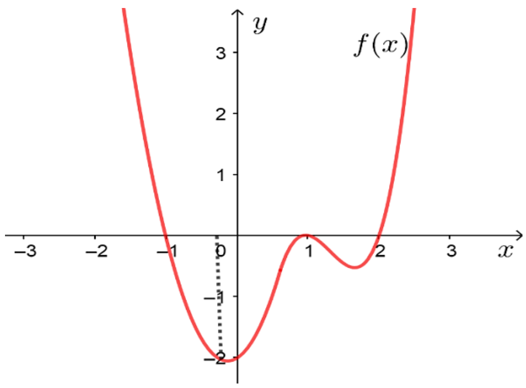
Ta có bảng biến thiên:



Dựa vào bảng biến thiên ta thấy phương trình (1) có ba nghiệm phân biệt khác -1và 1.

Nên phương trình $g'(x) = 0$có 5 nghiệm đơn phân biệt $\Rightarrow g(x) = f(x^3 - 3x)$có 5 điểm cực trị.

Câu 34. Cho hàm số $f(x)$có đồ thị như hình vẽ. Đặt $g(x) = f(f(x) - 1)$. Tìm số nghiệm của phương trình $g'(x) = 0$.



A. 10. **B.** 6. **C.** 8. **D.** 9.

Lời giải

Chọn D

Xét $g'(x) = f'(x).f'(f(x) - 1)$

Ta có: $g'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f'(x) = 0(1) \\ f'(f(x) - 1) = 0(2) \end{array}\right.$

Giải (1): Từ đồ thị hàm số $f(x)$suy ra hàm số $f(x)$có 3 điểm cực trị từ đó suy ra : $f'(x) = 0 \Leftrightarrow$
$\left[\begin{array}{l} x = a, a \in (-1;0) \\ x = 1 \\ x = b, b \in (1;2) \end{array}\right.$

Giải (2): Tương tự như phương trình (1) ta suy ra : $f'(f(x) - 1) = 0 \Rightarrow$
$\left[\begin{array}{l} f(x) - 1 = a, a \in (-1;0) \\ f(x) - 1 = 1 \\ f(x) - 1 = b, b \in (1;2) \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} f(x) = a + 1, a + 1 > 0 \\ f(x) = 2 \\ f(x) = b + 1, 2 < b + 1 < 3 \end{array}\right.$

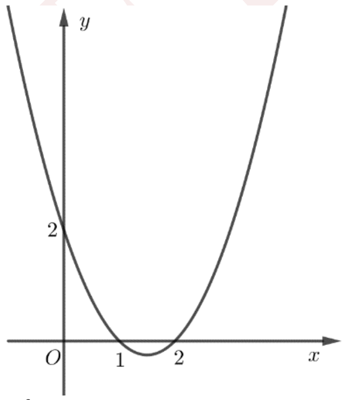
Nhận thấy đồ thị hàm số $f(x)$cắt :
+) Đường thẳng: $y = a + 1$tại 2điểm phân biệt
+) Đường thẳng: $y = 2$tại 2điểm phân biệt
+) Đường thẳng: $y = b + 1$tại 2điểm phân biệt.
Suy ra phương trình (2) có 6nghiệm phân biệt
Mặt khác các nghiệm của phương trình (1) và (2) không trùng nhau nên từ đó kết luận phương trình phương trình $g'(x) = 0$có 9nghiệm phân biệt.

Câu 35. Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$có đồ thị là đường parabol như hình vẽ. Hàm số $y = f(1 - x^2) + 6x^2$đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(1;\sqrt{2})$. **B.** $(\sqrt{2};+\infty)$. **C.** $(-\sqrt{2};0)$. **D.** $(-\infty;-1)$.

Lời giải

Chọn A



Đồ thị hàm số $y = f'(x)$đi qua 3 điểm $(2;0)$, $(1;0)$, $(0;2)$nên hàm số $y = f'(x)$có dạng$y = f'(x) = x^2 - 3x + 2$.
Xét hàm số $y' = [f(1 - x^2) + 6x^2]' = -2xf'(1 - x^2) + 12x$
$= -2x[(1 - x^2)^2 - 3(1 - x^2) + 2] + 12x = -2x(x^4 + x^2 - 6) = -2x(x^2 - 2)(x^2 + 3)$.
Bảng biến thiên của hàm số $y = f(1 - x^2) + 6x^2$.

x	$-\infty$		$-\sqrt{2}$		0		$\sqrt{2}$		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$	$-\infty$

Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-\sqrt{2})$và$(0;\sqrt{2}) \Rightarrow$ hàm số $y = f(1 - x^2) + 6x^2$đồng biến trên khoảng $(1;\sqrt{2})$.

II - PHẦN TỰ LUẬN

Bài 1. Tìm tham số m để hàm số $y=f(x)=\dfrac{mx+4}{x+m}$ đồng biến trên từng khoảng xác định của nó ?

Bài 2. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^3-mx^2-x+m+1$ có hai cực trị $x_1,\ x_2$ thỏa mãn điều kiện $x_1^{\ 2}+x_2^2+4x_1x_2=2$.

Bài 3. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y=x^4+(3m+1)x^2-3$ có ba điểm cực trị tạo thành tam giác cân và độ dài cạnh đáy bằng $\dfrac{2}{3}$ độ dài cạnh bên.

Bài 4. Cho hình chóp $S.ABC$, đáy ABC là tam giác đều cạnh $2a$, SA vuông góc với đáy, góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng đáy (ABC) bằng $60°$. Gọi I trung điểm của BC, H là hình chiếu vuông góc của A trên SI. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ và khoảng cách từ G là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC đến mặt phẳng (ABH).

------------- **HẾT** -------------

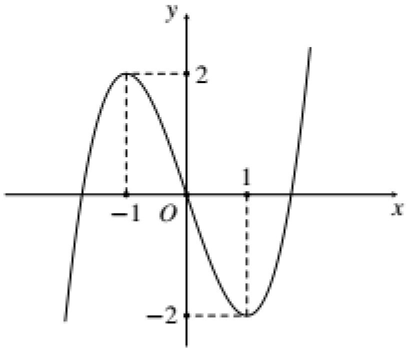
ĐỀ 20

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KỲ I
Môn: TOÁN - Lớp 12
Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

I - PHẦN TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại điểm nào sau đây?

A. $y = -2$. **B.** $y = 2$. **C.** $x = 1$. **D.** $x = -1$.

Câu 2. Hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[-1;3]$ có bảng biến thiên

x	-1		2		3
y'		$-$	0	$+$	
y	2	$\searrow$	-2	$\nearrow$	5

Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-1;3]$ là

A. 1. **B.** -2. **C.** 0. **D.** 2.

Câu 3. Cho hàm số $f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}\backslash\{-1\}$và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	$\|\|$	-	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$2 \;\|\|\; +\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hàm số đã cho có hai điểm cực trị. **B.** Hàm số không có cực trị.

C. Hàm số đã cho đạt cực đại tại $x = -1$. **D.** Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại $x = 1$.

Câu 4. Khối bát diện đều có số cạnh là

A. 16. **B.** 12. **C.** 6. **D.** 8.

Câu 5. Tính thể tích một khối chóp biết khối chóp đó có đường cao bằng $12a$, diện tích đáy bằng a^2.

A. $4a^3$. **B.** $4a^2$. **C.** $12a^3$. **D.** $12a^2$.

Câu 6. Các đường tiệm cận đứng và ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$là

A. $x = 1; y = 2$. **B.** $x = -1; y = -2$. **C.** $x = 1; y = -2$. **D.** $x = 2; y = 1$.

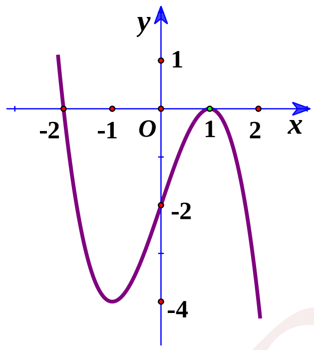
Câu 7. Tìm số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^3-3x+3$ và đường thẳng $y=x$.

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 8. Hàm số $y=-x^3+3x^2-1$ đồng biến trên khoảng

A. $(1;+\infty)$. **B.** $(0;3)$. **C.** $(0;2)$. **D.** $(-\infty;0)$ và $(2;+\infty)$.

Câu 9. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(-1\,;\,1)$. **B.** $(0\,;\,+\infty)$. **C.** $(-\infty\,;\,+\infty)$. **D.** $(-\infty\,;\,-1)$.

Câu 10. Hình bên là đồ thị của hàm số nào?

A. $y=-x^4+3x^2+1$. **B.** $y=-x^4+2x^2$.

C. $y=x^4+3x^2-2$. **D.** $y=-x^4+2x^2+1$.

Câu 11. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng 3 và $A'A=3\sqrt{3}$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\frac{27}{2}$. **B.** $\frac{81}{2}$. **C.** $\frac{81}{4}$. **D.** $\frac{27}{4}$.

Câu 12. Tích giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^2+\dfrac{2}{x}$ trên đoạn $\left[\dfrac{1}{2};2\right]$ bằng

A. 8. **B.** $\dfrac{51}{4}$. **C.** $\dfrac{85}{4}$. **D.** 15.

Câu 13. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f(x)$	2	$\nearrow$	$+\infty$ || 3	$\nearrow$	5

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

A. 1. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 14. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và có đạo hàm cấp một và cấp hai trên khoảng $(a;b)$ và $x_0\in(a;b)$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. Hàm số đạt cực đại tại x_0 thì $y'(x_0)=0$.

B. $y'(x_0)=0$ và $y''(x_0)=0$ thì x_0 không là điểm cực trị của hàm số.

C. $y'(x_0)=0$ và $y''(x_0)\neq 0$ thì x_0 là điểm cực trị của hàm số.

D. $y'(x_0)=0$ và $y''(x_0)>0$ thì x_0 là điểm cực tiểu của hàm số.

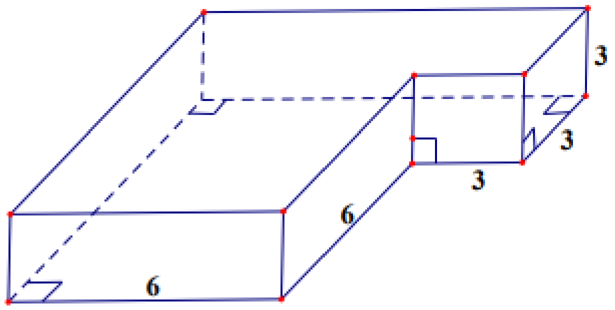
Câu 15. Cho hàm số bậc ba $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d\ (a\neq 0)$ có bảng biến thiên như hình vẽ:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
f'		$+$	0	$-$	0	$+$	
f	$-\infty$	↗	-4	↘	-8	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(0\,;\,2)$. **B.** $(-8\,;\,+\infty)$. **C.** $(2\,;\,+\infty)$. **D.** $(-\infty;\,-4)$.

Câu 16. Tổng số đỉnh, số cạnh và số mặt phẳng đối xứng của hình đa diện dưới là



A. 33. **B.** 18. **C.** 32. **D.** 31.

Câu 17. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = 2a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $\frac{4a^3}{3}$. **B.** $2a^3$. **C.** a^3. **D.** $\frac{2a^3}{3}$.

Câu 18. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	2	↘	0	↗	2	↘	$-\infty$

Số nghiệm thực của phương trình $2f(x) - 2 = 0$ là

A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 0.

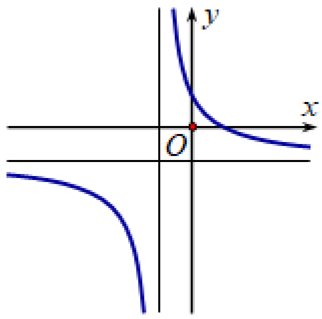
Câu 19. **Hàm số nào sau đây có bảng biến thiên như hình vẽ**

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	2	↘	2	↗	$+\infty$

A. $y = x^3 - 3x^2 - 2$. **B.** $y = -x^3 + 3x^2 - 1$.

C. $y = x^3 - 3x^2 + 2$. **D.** $y = x^3 + 3x^2 - 1$.

Câu 20. Đồ thị hàm số $y = \dfrac{ax-1}{cx+d}$ (a , c , d : hằng số thực) như hình vẽ.



Khẳng định nào đúng

A. $d > 0, a > 0, c < 0$. **B.** $d > 0, a < 0, c > 0$.

C. $d < 0, a > 0, c < 0$. **D.** $d < 0, a < 0, c > 0$.

Câu 21. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = mx^3 - 3mx^2 + 3(3m-1)x + 2m - 3$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$ là

A. $(0; +\infty)$ **B.** $(-\infty; 0]$ **C.** $\emptyset$ **D.** $[0; +\infty)$

Câu 22. Cho khối lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có $BB' = a$, đáy $ABCD$ là hình thoi với $AC = 2a$, $BD = a\sqrt{3}$. Thể tích khối lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ là

A. $a^3\sqrt{3}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $2a^3\sqrt{3}$.

Câu 23. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x) = x^3(x-4)(x-1)^2$. Hàm số $y = f(x^2)$ nghịch biến trên những khoảng nào sau đây?

A. $(-2\,;\,0)$. **B.** $(-\infty; -2)$. **C.** $(2\,;\,+\infty)$. **D.** $(-1\,;\,1)$.

Câu 24. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-2)^2(x-1)x^3, \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

A. 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 25. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Số các đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{2019}{f(x)}$ là

A. 1. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 26. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A với $BC = 2a$. Biết SA vuông góc với đáy, mặt phẳng (SBC) hợp với đáy (ABC) một góc 30^0. Thể tích V của khối chóp $S.ABC$ là

A. $V = \dfrac{2\sqrt{3}a^3}{3}$. **B.** $V = \dfrac{\sqrt{3}a^3}{3}$. **C.** $V = \dfrac{\sqrt{3}a^3}{9}$. **D.** $V = \dfrac{2\sqrt{3}a^3}{9}$.

Câu 27. Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x+m}{x+1}$ trên $[1; 2]$ bằng 8 (m là tham số thực). Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $8 < m < 10$. **B.** $0 < m < 4$. **C.** $4 < m < 8$. **D.** $m > 10$.

Câu 28. Với giá trị nào của m thì đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{mx-3}{x-4m}$ đi qua điểm $A(-2;4)$?

A. $m=-2$. **B.** $m=4$. **C.** $m=-\frac{1}{2}$. **D.** $m=1$.

Câu 29. Cho hàm số $y=-x^2+6x+5$ đạt giá trị lớn nhất tại $x=x_0$. Giá trị của 2^{x_0} bằng

A. 5. **B.** 8. **C.** 6. **D.** 9.

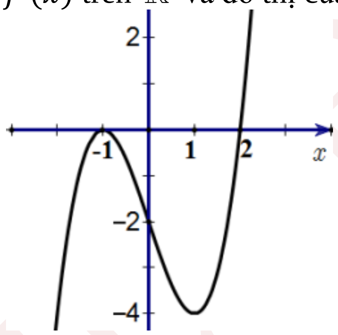
Câu 30. Cho khối chóp có đáy là hình vuông cạnh bằng a và chiều cao bằng $2a$. Thể tích khối chóp đã cho bằng

A. $2a^3$. **B.** $\frac{4a^3}{3}$. **C.** $4a^3$. **D.** $\frac{2a^3}{3}$.

Câu 31. Có bao nhiêu giá trị nguyên thuộc khoảng $(-100;9)$ của tham số m để hàm số $y=(m+1)x^4+(m-3)x^2+5m^2+2$ có đúng một điểm cực trị và đồng thời điểm đó là điểm cực đại?

A. 98. **B.** 100. **C.** 101. **D.** 99.

Câu 32. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ trên $\mathbb{R}$ và đồ thị của hàm số $f'(x)$ như hình vẽ.



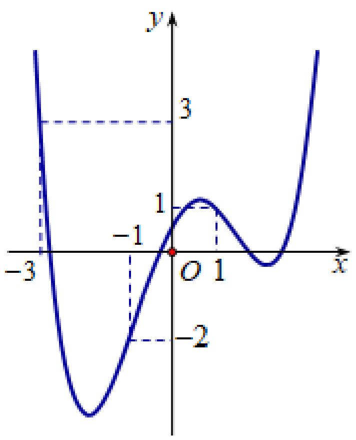
Tìm số điểm cực trụ hàm số $g(x)=f(x^2-2x-1)$.

A. 3. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 6.

Câu 33. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M, N và P lần lượt là trung điểm của các đoạn BC, CD và SA. Mặt phẳng (MNP) chia khối chóp thành hai phần có thể tích lần lượt là V_1 và V_2. Biết rằng $V_1\le V_2$, tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

A. 1. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{5}{6}$. **D.** $\frac{2}{3}$.

Câu 34. Cho hàm số $y=f(x)$có đồ thị $y=f'(x)$như hình vẽ. Xét hàm số $g(x)=f(x)-\frac{1}{3}x^3-\frac{3}{4}x^2+\frac{3}{2}x+2018$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?



A. Hàm số $g(x)$đồng biến trên $(-1;1)$. **B.** Hàm số $g(x)$đồng biến trên $(-3;1)$.
C. Hàm số $g(x)$đồng biến $(-3;-1)$. **D.** Hàm số $g(x)$nghịch biến trên $(-1;1)$..

Câu 35. Cho hàm số $y=f(x)=x^3-6x^2+9x=1$. Phương trình $f[f(f(x)-1)-2]=1$ có tất cả bao nhiêu nghiệm thực?

A. 9. **B.** 14. **C.** 12. **D.** 27.

II - PHẦN TỰ LUẬN

Bài 1. Biết hàm số $y = a\sin x + b\cos x + x$ đạt cực trị tại điểm $x = \dfrac{\pi}{3}$ và $x = \pi$ với $x \in (0;2\pi)$. Tính giá trị biểu thức $T = a + b\sqrt{3}$.

Bài 2. Đồ thị hàm số $y = x^4 + 2mx^2 + 4$ có ba điểm cực trị nằm trên các trục tọa độ. Tìm m.

Bài 3. Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = (x-6)\sqrt{x^2+4}$ trên đoạn $[0;3]$.

Bài 4. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh đều bằng $3a$. Các điểm M, N lần lượt thuộc các cạnh bên BB', CC' sao cho $B'M = 2BM$, $CN = 2NC'$. Tính thể tích khối tứ diện $ACMN$ và khoảng cách từ điểm A' đến mặt phẳng (AMN) theo a.

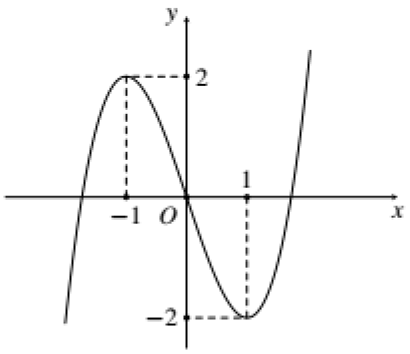
------------- HẾT -------------

HDG ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KỲ I
Môn: TOÁN - Lớp 12
Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

I - PHẦN TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại điểm nào sau đây?

A. $y = -2$. **B.** $y = 2$. **C.** $x = 1$. **D.** $x = -1$.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào đồ thị ta thấy hàm số đả cho đạt cực đại tại điểm $x = -1$.

Câu 2. Hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[-1;3]$ có bảng biến thiên

x	-1		2		3
y'		$-$	0	$+$	
y	2	$\searrow$	-2	$\nearrow$	5

Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-1;3]$ là

A. 1. **B.** -2. **C.** 0. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào bảng biến thiên suy ra giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $[-1;3]$ bằng -2.

Câu 3. Cho hàm số $f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}\backslash\{-1\}$và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	||	-	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	2 || $+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hàm số đã cho có hai điểm cực trị. **B.** Hàm số không có cực trị.

C. Hàm số đã cho đạt cực đại tại $x = -1$. **D.** Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại $x = 1$.

Lời giải

Chọn D

Từ bảng biến thiên trên ta thấy:

Hàm số đã cho có 1 điểm cực trị suy ra đáp án **A** và **D** sai.

Hàm số có đạo hàm đổi dấu từ dương sang âm qua $x = -1$, nhưng hàm số không xác định tại $x = -1$ nên hàm số không đạt cực trị tại $x = -1$. Suy ra đáp án **B** sai.

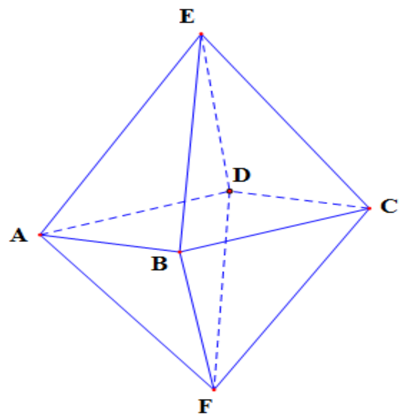
Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại $x = 1$. Suy ra đáp án **C** đúng.

Câu 4. **(Chu Văn An - Hà Nội - lần 2 - 2019)** Khối bát diện đều có số cạnh là

A. 16. **B.** 12. **C.** 6. **D.** 8.

Lời giải

Chọn B



Số cạnh của khối bát diện đều là 12 cạnh.

Câu 5. Tính thể tích một khối chóp biết khối chóp đó có đường cao bằng $12a$, diện tích đáy bằng a^2.

A. $4a^3$. **B.** $4a^2$. **C.** $12a^3$. **D.** $12a^2$.

Lời giải

Chọn A

Thể tích khối chóp đã cho là: $V = \frac{1}{3}.12a.a^2 = 4a^3$.

Câu 6. Các đường tiệm cận đứng và ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$là

A. $x = 1; y = 2$. **B.** $x = -1; y = -2$. **C.** $\boldsymbol{x = 1; y = -2}$. **D.** $\boldsymbol{x = 2; y = 1}$.

Lời giải

Chọn A

Tập xác định $D = \mathbb{R}\backslash\{1\}$.

Ta có $\lim\limits_{x\to1^-} y = \lim\limits_{x\to1^-} \frac{2x+1}{x-1} = -\infty$; $\lim\limits_{x\to1^+} y = \lim\limits_{x\to1^+} \frac{2x+1}{x-1} = +\infty$.

Do đó, đường thẳng $x = 1$là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y = \lim\limits_{x\to\pm\infty} \frac{2x+1}{x-1} = 2$.

Do đó, đường thẳng $y = 2$là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Câu 7. Tìm số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 3$ và đường thẳng $y = x$.

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Lời giải

Chọn C

Xét phương trình hoành độ giao điểm: $x^3-3x+3=x \Leftrightarrow x^3-4x+3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=\dfrac{-1+\sqrt{13}}{2} \\ x=\dfrac{-1-\sqrt{13}}{2} \end{array}\right.$.

Vậy đồ thị hai hàm số có ba giao điểm.

Câu 8. Hàm số $y=-x^3+3x^2-1$ đồng biến trên khoảng

A. $(1;+\infty)$. **B.** $(0;3)$. **C.** $(0;2)$. **D.** $(-\infty;0)$ và $(2;+\infty)$.

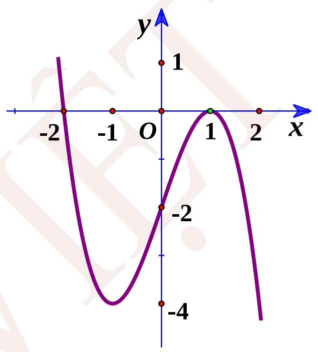
Lời giải

Chọn C

Ta có $y'=-3x^2+6x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2 \end{array}\right.$.

Dễ thấy hàm số đồng biến trên khoảng $(0;2)$.

Câu 9. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(-1\,;\,1)$. **B.** $(0\,;\,+\infty)$. **C.** $(-\infty\,;\,+\infty)$. **D.** $(-\infty\,;\,-1)$.

Lời giải

Chọn A

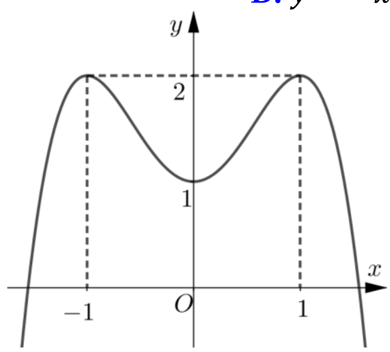
Hàm số đồng biến thì đồ thị là đường đi lên từ trái sang phải.

Dựa vào đồ thị suy ra hàm số đồng biến trên khoảng $(-1\,;\,1)$.

Câu 10. Hình bên là đồ thị của hàm số nào?

A. $y=-x^4+3x^2+1$. **B.** $y=-x^4+2x^2$.

C. $y=x^4+3x^2-2$. **D.** $y=-x^4+2x^2+1$.



Lời giải

Chọn D

Từ đồ thị ta có hàm bậc 4 trùng phương $y=ax^4+bx^2+c$.

Từ đồ thị ta có $a<0$ nên loại **C**

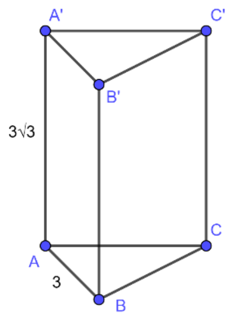
Từ đồ thị ta có $x = 0 \Rightarrow y = 1$ nên loại **B**
Từ đồ thị ta có $x = 1 \Rightarrow y = 2$ nên loại **D**

Câu 11. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng 3 và $A'A = 3\sqrt{3}$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\frac{27}{2}$. **B.** $\frac{81}{2}$. **C.** $\frac{81}{4}$. **D.** $\frac{27}{4}$.

Lời giải

Chọn C



Diện tích của ΔABC là:

$$S_{\Delta ABC} = \frac{3^2.\sqrt{3}}{4} = \frac{9\sqrt{3}}{4}.$$

Thể tích của khối lăng trụ là:

$V_{ABC.A'B'C'} = S_{\Delta ABC}.AA' = \frac{9\sqrt{3}}{4}.3\sqrt{3} = \frac{81}{4}.$

Câu 12. **(Thi thử SGD Bắc Ninh 2019)** Tích giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^2 + \frac{2}{x}$ trên đoạn $\left[\frac{1}{2};2\right]$ bằng

A. 8. **B.** $\frac{51}{4}$. **C.** $\frac{85}{4}$. **D.** 15.

Lời giải

Chọn A

$f'(x) = 2x - \frac{2}{x^2}$.

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1 \in \left[\frac{1}{2};2\right]$.

Ta có: $f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{17}{4}$, $f(1) = 3$, $f(2) = 5$

$$\Rightarrow \begin{cases} m = \min\limits_{\left[\frac{1}{2};2\right]} f(x) = 3 \\ M = \max\limits_{\left[\frac{1}{2};2\right]} f(x) = 5 \end{cases} \Rightarrow m + M = 8.$$

Câu 13. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f(x)$	2	↗	$+\infty$ ‖ 3	↗	5

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

A. 1. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\lim\limits_{x\to-\infty} y=2,\ \lim\limits_{x\to+\infty} y=5 \Rightarrow$ đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận ngang là $y=2,\ y=5$.

Ta có $\lim\limits_{x\to1^-} y=+\infty \Rightarrow$ đồ thị hàm số có một đường tiệm cận đứng là $x=1$.

Vậy tổng số tiệm cận của đồ thị hàm số là 3.

Câu 14. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và có đạo hàm cấp một và cấp hai trên khoảng $(a;b)$ và $x_0\in(a;b)$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. Hàm số đạt cực đại tại x_0 thì $y'(x_0)=0$.

B. $y'(x_0)=0$ và $y''(x_0)=0$ thì x_0 không là điểm cực trị của hàm số.

C. $y'(x_0)=0$ và $y''(x_0)\neq0$ thì x_0 là điểm cực trị của hàm số.

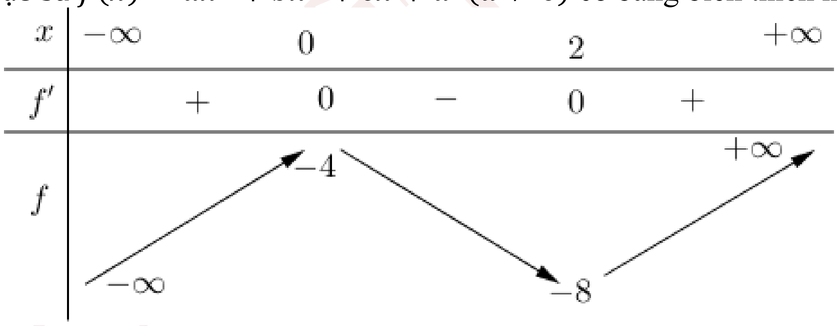
D. $y'(x_0)=0$ và $y''(x_0)>0$ thì x_0 là điểm cực tiểu của hàm số.

Lời giải

Chọn B

Theo định lý về quy tắc tìm cực trị A, C và B đúng. **D** sai ví dụ xét hàm số $y=x^4$ trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $y'(0)=0$ và $y''(0)=0$ nhưng $x_0=0$ vẫn là điểm cực tiểu của hàm số.

Câu 15. Cho hàm số bậc ba $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d\ (a\neq0)$ có bảng biến thiên như hình vẽ:



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào sau đây?

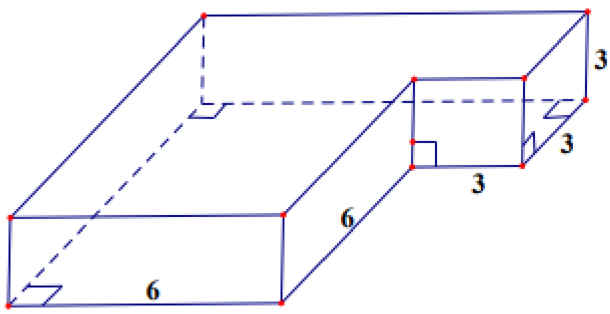
A. $(0;2)$. **B.** $(-8;+\infty)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-4)$.

Lời giải

Chọn C

Từ bảng biến thiên dễ thấy hàm số đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

Câu 16. Tổng số đỉnh, số cạnh và số mặt phẳng đối xứng của hình đa diện dưới là



A. 33. **B.** 18. **C.** 32. **D.** 31.

Lời giải

Chọn D

Số đỉnh là: 12

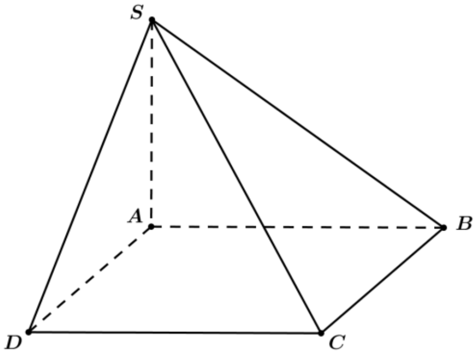
Số cạnh là: 18
Số mặt phẳng đối xứng là: 1
Tổng số đỉnh, số cạnh và số mặt phẳng đối xứng là 31.

Câu 17. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = 2a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $\frac{4a^3}{3}$. **B.** $2a^3$. **C.** a^3. **D.** $\frac{2a^3}{3}$.

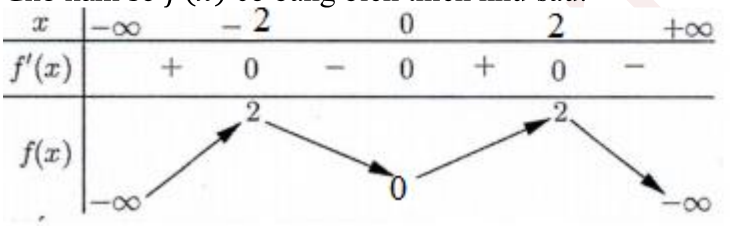
Lời giải

Chọn D



Khối chóp đã cho có chiều cao là $h = SA = 2a$ và diện tích đáy là $B = a^2$.
Thể tích khối chóp đã cho là $V = \frac{1}{3}Bh = \frac{1}{3}a^2.2a = \frac{2a^3}{3}$.

Câu 18. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



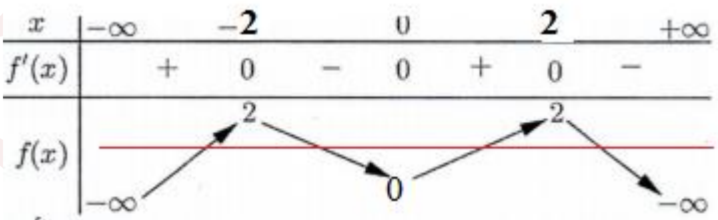
Số nghiệm thực của phương trình $2f(x) - 2 = 0$ là

A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 0.

Lời giải

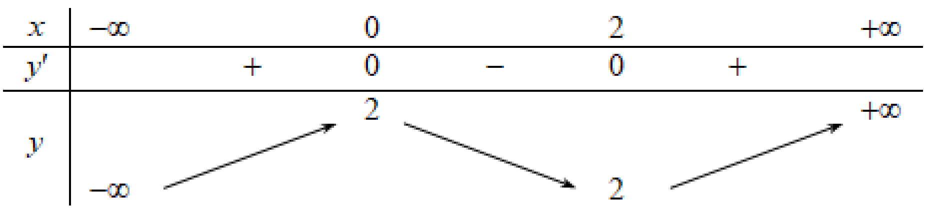
Chọn B

Ta có $2f(x) - 2 = 0 \Leftrightarrow f(x) = 1(*)$
nghiệm của phương trình $(*)$bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$và đường thẳng $y = 1$.



Dựa vào bảng biến thiên ta thấy có 4giao điểm.

Câu 19. **Hàm số nào sau đây có bảng biến thiên như hình vẽ**



A. $y = x^3 - 3x^2 - 2$. **B.** $y = -x^3 + 3x^2 - 1$.

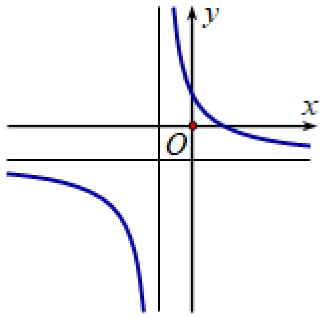
C. $y = x^3 - 3x^2 + 2$. **D.** $y = x^3 + 3x^2 - 1$.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào bảng biến thiên ta có $y(0) = 2$ nên chỉ có hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ là thỏa mãn.

Câu 20. Đồ thị hàm số $y = \dfrac{ax-1}{cx+d}$ (a, c, d: hằng số thực) như hình vẽ.



Khẳng định nào đúng

A. $d > 0, a > 0, c < 0$. **B.** $d > 0, a < 0, c > 0$.

C. $d < 0, a > 0, c < 0$. **D.** $d < 0, a < 0, c > 0$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $x = 0 \Rightarrow y = -\dfrac{1}{d} > 0 \Rightarrow d < 0$.

$y = 0 \Rightarrow x = \dfrac{1}{a} > 0 \Rightarrow a > 0$.

Hàm số $y = \dfrac{ax-1}{cx+d}$ có tiệm cận ngang $y = \dfrac{a}{c} < 0 \Rightarrow c < 0$.

Vậy $d < 0, a > 0, c < 0$.

Câu 21. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = mx^3 - 3mx^2 + 3(3m-1)x + 2m - 3$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$ là

A. $(0; +\infty)$ **B.** $(-\infty; 0]$ **C.** $\emptyset$ **D.** $[0; +\infty)$

Lời giải

Chọn B

Trường hợp 1: Khi $m = 0$ thì hàm số trở thành $y = -3x - 3$, thỏa mãn nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Trường hợp 2: Khi $m \neq 0$ thì hàm số là hàm bậc ba.

Ta có $y' = 3mx^2 - 6mx + 3(2m-1)$

Điều kiện để một hàm bậc ba nghịch biến trên $\mathbb{R}$ là

$$\begin{cases} a < 0 \\ \Delta'_{(y')} \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ 9m^2 - 3m.3(2m-1) \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ -9m^2 + 9m \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ \left[\begin{array}{l} m \le 0 \\ m \ge 1 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow m < 0$$

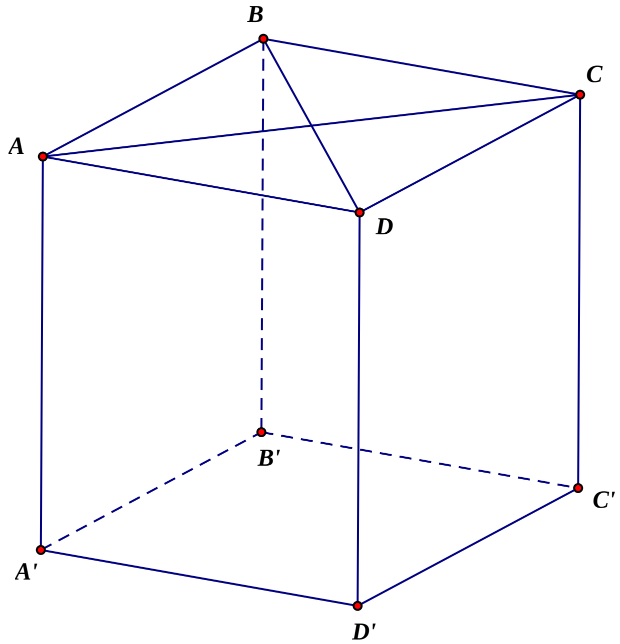
Kết hợp 2 trường hợp ta được tất cả các giá trị cần tìm của m là $m \le 0$.

Câu 22. Cho khối lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có $BB' = a$, đáy $ABCD$ là hình thoi với $AC = 2a, BD = a\sqrt{3}$. Thể tích khối lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ là

A. $a^3\sqrt{3}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $2a^3\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn A



Ta có $S_{\Delta ABCD} = \frac{1}{2}.AC.BD = a^2\sqrt{3}$.

Do đó thể tích khối lăng trụ đã cho bằng $V = a.a^2\sqrt{3} = a^3\sqrt{3}$.

Câu 23. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x) = x^3(x-4)(x-1)^2$. Hàm số $y = f(x^2)$ nghịch biến trên những khoảng nào sau đây?

A. $(-2\,;\,0)$. **B.** $(-\infty;-2)$. **C.** $(2\,;\,+\infty)$. **D.** $(-1\,;\,1)$.

Lời giải

Chọn B

$y' = [f(x^2)]' = 2x.f'(x^2) = 2x(x^2)^3(x^2-4)(x^2-1)^2 = 2x^7(x^2-4)(x-1)^2(x+1)^2$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \;\; (\text{boi}7) \\ x = 2 \;\; (\text{boi}1) \\ x = -2 \; (\text{boi}1) \\ x = 1 \;\; (\text{boi}2) \\ x = -1 \; (\text{boi}2) \end{array}\right.$$

Ta có bảng biến thiên của hàm số $y = f(x^2)$ như sau:

x	$-\infty$		-2		-1		0		1		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	
y		↘		↗		↗		↘		↘		↗	

Vậy hàm số $y = f(x^2)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-2)$.

Câu 24. **(CHUYÊN LÊ QUÝ ĐÔN QUẢNG TRỊ 2019)** Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-2)^2(x-1)x^3, \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

A. 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

$$f'(x)=0 \Leftrightarrow (x-2)^2(x-1)x^3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=2 \\ x=0 \end{array}\right..$$

Bảng xét dấu y'.

x	$-\infty$		0		1		2		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	0	+	

Từ bảng xét dấu y' ta thấy hàm số có một điểm cực tiểu là $x=1$.

Câu 25. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Số các đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2019}{f(x)}$ là

A. 1. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C

Xét phương trình $f(x)=0\ (*)$.

Phương trình $(*)$ là phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và trục Ox.

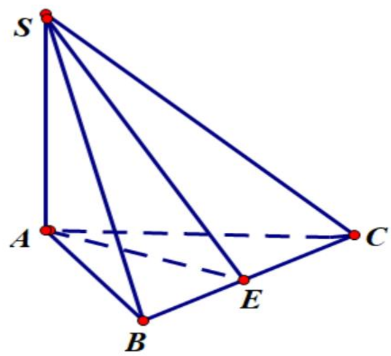
Dựa vào bảng biến thiên của hàm số $y=f(x)$ đã cho, ta thấy đồ thị hàm số $y=f(x)$ cắt trục Ox tại 3 điểm phân biệt. Do đó đồ thị hàm số $y=\dfrac{2019}{f(x)}$ có 3 đường tiệm cận đứng.

Câu 26. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A với $BC=2a$. Biết SA vuông góc với đáy, mặt phẳng (SBC) hợp với đáy (ABC) một góc 30^0. Thể tích V của khối chóp $S.ABC$ là

A. $V=\dfrac{2\sqrt{3}a^3}{3}$. **B.** $V=\dfrac{\sqrt{3}a^3}{3}$. **C.** $V=\dfrac{\sqrt{3}a^3}{9}$. **D.** $V=\dfrac{2\sqrt{3}a^3}{9}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi E là trung điểm BC

Ta có : $AE \perp BC \Rightarrow BC \perp SE$ (Vì AE là hình chiếu vuông góc SE trên mặt phẳng(ABC))

$\Rightarrow ((SBC),(ABC)) = SEA = 30^0$

$SA = \tan 30^0.AE = \tan 30^0.\frac{1}{2}BC = \frac{\sqrt{3}}{3}.\frac{1}{2}.2a = \frac{\sqrt{3}}{3}a$

$AB = AC = \frac{BC}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}a$

Thể tích V của khối chóp $S.ABC$ là: $V = \frac{1}{3}.SA.S_{ABC} = \frac{1}{3}.\frac{\sqrt{3}}{3}a.\frac{1}{2}\left(\sqrt{2}a\right)^2 = \frac{\sqrt{3}a^3}{9}$.

Câu 27. Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x+m}{x+1}$ trên $[1;2]$ bằng 8 (m là tham số thực). Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $8 < m < 10$. **B.** $0 < m < 4$. **C.** $4 < m < 8$. **D.** $m > 10$.

Lời giải

Chọn A

Nếu $m = 1$ thì $y = 1$ (không thỏa mãn tổng của giá trị lớn nhất và nhỏ nhất bằng 8)

Nếu $m \neq 1$ thì hàm số đã cho liên tục trên $[1;2]$ và $y' = \frac{1-m}{(x+1)^2}$.

Khi đó đạo hàm của hàm số không đổi dấu trên đoạn $[1;2]$.

Do vậy $\underset{x\in[1;2]}{Min}\, y + \underset{x\in[1;2]}{Max}\, y = y(1) + y(2) = \frac{m+1}{2} + \frac{m+2}{3} = 8 \Leftrightarrow m = \frac{41}{5}$.

Câu 28. Với giá trị nào của m thì đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{mx-3}{x-4m}$ đi qua điểm $A(-2;4)$?

A. $m = -2$. **B.** $m = 4$. **C.** $m = -\frac{1}{2}$. **D.** $m = 1$.

Lời giải

Chọn B

Xét hàm số $y = \frac{mx-3}{x-4m}$.

Tập xác định $D = \mathbb{R}\backslash\{4m\}$.

Ta có $\lim_{x\to-\infty} y = \lim_{x\to+\infty} y = m$.

Do đó đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là đường thẳng $d: y = m$.

$A(-2;4) \in d$ nên $m = 4$.

Câu 29. Cho hàm số $y = -x^2 + 6x + 5$ đạt giá trị lớn nhất tại $x = x_0$. Giá trị của 2^{x_0} bằng

A. 5. **B.** 8. **C.** 6. **D.** 9.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $y = -(x-3)^2 + 14 \leq 14$.

$\Rightarrow$ Hàm số đạt GTLN là 14 tại $x = 3$.

Khi đó: $2^{x_0} = 2^3 = 8$

Câu 30. Cho khối chóp có đáy là hình vuông cạnh bằng a và chiều cao bằng $2a$. Thể tích khối chóp đã cho bằng

A. $2a^3$. **B.** $\frac{4a^3}{3}$. **C.** $4a^3$. **D.** $\frac{2a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn D

Diện tích đáy $S = a^2$

Thể tích khối chóp $S.ABCD$: $V=\frac{1}{3}.S.h=\frac{1}{3}.a^2.2a=\frac{2a^3}{3}$.

Câu 31. Có bao nhiêu giá trị nguyên thuộc khoảng $(-100;9)$ của tham số m để hàm số $y=(m+1)x^4+(m-3)x^2+5m^2+2$ có đúng một điểm cực trị và đồng thời điểm đó là điểm cực đại?

A. 98. **B.** 100. **C.** 101. **D.** 99.

Lời giải

Chọn D

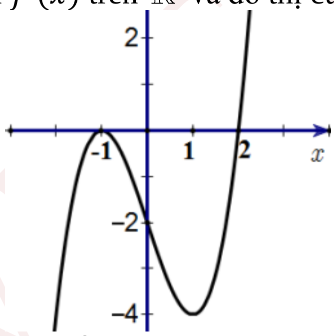
TH 1: $m=-1$ hàm số trở thành $y=-4x^2+7$ là một parabol có bề lõm quay lên trên nên thỏa mãn yêu cầu đề bài. Suy ra $m=-1$ TM.

TH 2: $m\neq -1$ để hàm số $y=(m+1)x^4+(m-3)x^2+5m^2+2$ có đúng một điểm cực trị và đồng thời điểm đó là điểm cực đại thì điều kiện là: $\begin{cases} a<0 \\ a.b\geq 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m+1<0 \\ (m+1)(m-3)\geq 0\end{cases} \Leftrightarrow m<-1$.

Mà m nguyên thuộc khoảng $(-100;9)$ nên $m=\{-99;-98;...;-2\}$

Suy ra tổng cộng có 99 giá trị nguyên thuộc khoảng $(-100;9)$ của tham số m thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Câu 32. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ trên $\mathbb{R}$ và đồ thị của hàm số $f'(x)$ như hình vẽ.



Tìm số điểm cực trụ hàm số $g(x)=f(x^2-2x-1)$.

A. 3. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 6.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $g'(x)=(2x-2)f'(x^2-2x-1)$. Nhận xét: $g'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x^2-2x-1=-1 \\ x^2-2x-1=2\end{array}\right. \Leftrightarrow$ $\left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm 1 \\ x=2; x=3\end{array}\right.$

Ta có bảng biến thiên:

x		-1		0		1		2		3	
g'(x)	-	0	+	0	+	0	-	0	-	0	+
g(x)	↘		↗		↗		↘		↘		↗

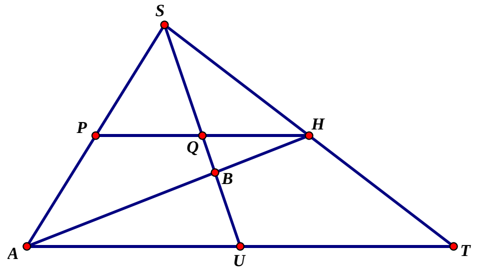
Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy hàm số có đúng ba cực trị.

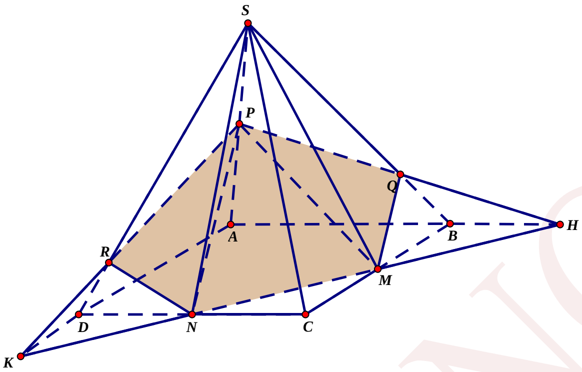
Câu 33. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M, N và P lần lượt là trung điểm của các đoạn BC, CD và SA. Mặt phẳng (MNP) chia khối chóp thành hai phần có thể tích lần lượt là V_1 và V_2. Biết rằng $V_1\leq V_2$, tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

A. 1. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{5}{6}$. **D.** $\frac{2}{3}$.

Lời giải

Chọn A





Ta có $BH = \frac{1}{3}AH$ suy ra B là trọng tâm của tam giác SAT.

Do đó, $\frac{BQ}{BU} = \frac{BH}{AB} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{BQ}{BS} = \frac{1}{4}$. Tương tự ta có, $\frac{DR}{SD} = \frac{1}{4}$.

$\frac{V_{S.PRN}}{V_{S.ADN}} = \frac{SP}{SA} \cdot \frac{SR}{SD} = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{8} \Rightarrow \frac{V_{S.PRN}}{V_{S.ABCD}} = \frac{3}{32}$.

Tương tự, ta có $\frac{V_{S.PQM}}{V_{S.ABCD}} = \frac{3}{32}$.

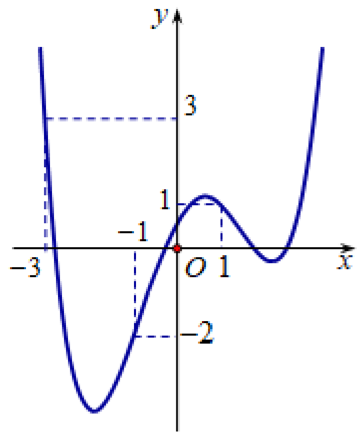
Lại có $\frac{V_{S.PMN}}{V_{S.AMN}} = \frac{SP}{SA} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{V_{S.PMN}}{V_{S.ABCD}} = \frac{3}{16}$.

$\frac{V_{S.MNC}}{V_{S.ABCD}} = \frac{1}{8}$.

Suy ra thể tích khối đa diện chứa đỉnh S là $V_1 = \left(\frac{3}{32} + \frac{3}{32} + \frac{3}{16} + \frac{1}{8}\right)V_{SABCD} = \frac{1}{2}V_{SABCD}$.

Vậy $\frac{V_1}{V_2} = 1$.

Câu 34. Cho hàm số $y = f(x)$có đồ thị $y = f'(x)$như hình vẽ. Xét hàm số $g(x) = f(x) - \frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{4}x^2 + \frac{3}{2}x + 2018$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?



A. Hàm số $g(x)$đồng biến trên $(-1; 1)$.
B. Hàm số $g(x)$đồng biến trên $(-3; 1)$.
C. Hàm số $g(x)$đồng biến $(-3; -1)$.
D. Hàm số $g(x)$nghịch biến trên $(-1; 1)$..

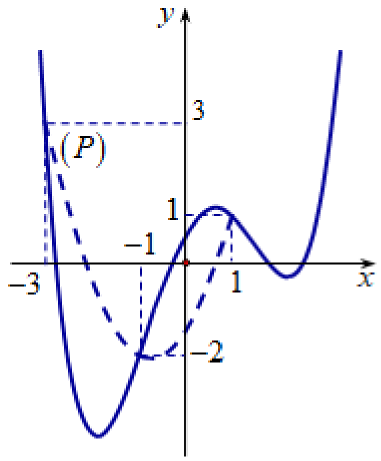
Lời giải

Chọn A

Ta có: $g(x) = f(x) - \frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{4}x^2 + \frac{3}{2}x + 2018 \Rightarrow g'(x) = f'(x) - x^2 - \frac{3}{2}x + \frac{3}{2}$

\+ $g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) = x^2 + \frac{3}{2}x - \frac{3}{2}$. Đặt $y = x^2 + \frac{3}{2}x - \frac{3}{2}$có đồ thị (P)

Dựa vào đồ thị $y = f'(x)$, ta có: $\begin{cases} f'(-1) = -2 \\ f'(1) = 1 \\ f'(-3) = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} g'(-1) = 0 \\ g'(1) = 0 \\ g'(-3) = 0 \end{cases}$



Vẽ đồ thị (P)của hàm số $y = x^2 + \frac{3}{2}x - \frac{3}{2}$trên cùng hệ trục tọa độ như hình vẽ trên (đường nét đứt), Đồ thị (P)đi qua các điểm $(-3;3)$, $(-1;-2)$, $(1;1)$với đỉnh $I\left(-\frac{3}{4};-\frac{33}{16}\right)$.

Ta thấy: + Trên khoảng $(-1;1)$thì $f'(x) > x^2 + \frac{3}{2}x - \frac{3}{2}$, nên $g'(x) > 0 \quad \forall x \in (-1;1)$

+Trên khoảng $(-3;-1)$thì $f'(x) < x^2 + \frac{3}{2}x - \frac{3}{2}$, nên $g'(x) < 0 \quad \forall x \in (-3;-1)$

Từ những nhận xét trên, ta có bảng biến thiên của hàm $y = g'(x)$trên $[-3;1]$như sau:

x	-3		-1		1
$g'(x)$		$-$	0	$+$	
$g(x)$		↘		↗	

Vậy hàm số $g(x)$đồng biến trên $(-1;1)$. Chọn A

Câu 35. Cho hàm số $y = f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x = 1$. Phương trình $f[f(f(x)-1)-2] = 1$ có tất cả bao nhiêu nghiệm thực?

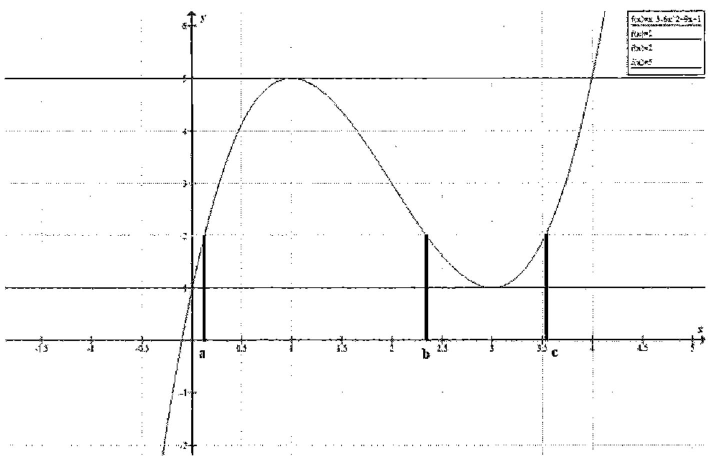
A. 9. **B.** 14. **C.** 12. **D.** 27.

Lời giải

Chọn B

Ta có $f'(x) = 3x - 12x + 9$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = 3 \end{array}\right.$.

Đồ thị:



Từ đồ thị suy ra $f(x) = 1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 3 \end{array}\right.$.

Suy ra $f[f(f(x)-1)-2]=1(*) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(f(x)-1)-2=0 \\ f(f(x)-1)-2=3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(f(x)-1)=2 \\ f(f(x)-1)=5 \end{array}\right.$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x)-1=a(0<a<1) \\ f(x)-1=b(1<b<3) \\ f(x)-1=c(3<c<4) \\ f(x)-1=1 \\ f(x)-1=4 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x)=1+a \\ f(x)=1+b \\ f(x)=1+c \\ f(x)=2 \\ f(x)=5. \end{array}\right.$$

Khi đó, số nghiệm của phương trình (*) là số nghiệm của 5 trường hợp trên.

Số nghiệm của phương trình $f(x)=1+a$ chính là số giao điểm của đường thẳng $y=1+a$ với đồ thị hàm số $f(x)$. Mà $0<a<1$ nên dựa vào đồ thị ta có 3 nghiệm.

Tương tự phương trình $f(x)=1+b(1<b<3)$ cũng có 3 nghiệm.

Với phương trình $f(x)=1+c(3<c<4)$ có 3 nghiệm.

Với phương trình $f(x)=2$ có 3 nghiệm.

Với phương trình $f(x)=5$ có 2 nghiệm.

Vậy tổng số nghiệm là $3+3+3+3+2=14$ nghiệm.

II - PHẦN TỰ LUẬN

Bài 1. Biết hàm số $y=a\sin x+b\cos x+x$ đạt cực trị tại điểm $x=\frac{\pi}{3}$ và $x=\pi$ với $x\in(0;2\pi)$. Tính giá trị biểu thức $T=a+b\sqrt{3}$.

Bài 2. Đồ thị hàm số $y=x^4+2mx^2+4$ có ba điểm cực trị nằm trên các trục tọa độ. Tìm m.

Bài 3. Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=(x-6)\sqrt{x^2+4}$ trên đoạn $[0;3]$.

Bài 4. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh đều bằng $3a$. Các điểm M, N lần lượt thuộc các cạnh bên BB', CC' sao cho $B'M=2BM$, $CN=2NC'$. Tính thể tích khối tứ diện $ACMN$ và khoảng cách từ điểm A' đến mặt phẳng (AMN) theo a.

------------- **HẾT** -------------

ĐỀ 21

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KỲ I

Môn: TOÁN - Lớp 12

Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

I - PHẦN TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại A, SA vuông góc với đáy, $AB = a, AC = 2a, SA = 3a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$?

A. a^3. **B.** $3a^3$. **C.** $6a^3$. **D.** $2a^3$.

Câu 2. Đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{|x|+1}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 3. Khối hộp chữ nhật có ba kích thước lần lượt là $2a$, a, $3a$. Thể tích của khối hộp chữ nhật bằng

A. $6a^3$. **B.** $3a^3$. **C.** $5a^3$. **D.** a^3.

Câu 4. Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

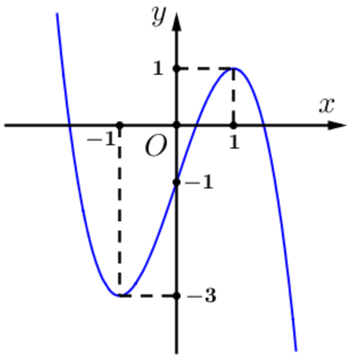
A. $y = x + \dfrac{1}{x+3}$. **B.** $y = x^4 + x^2 + 1$.

C. $y = x^3 - 3x^2 + 3x + 5$. **D.** $y = \dfrac{1}{x-2}$.

Câu 5. Cho hàm số $y = x^4 - 3x^2$ có đồ thị (C). Số giao điểm của đồ thị (C) và đường thẳng $y = 2$ là

A. 4. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 6. Hình sau là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số sau đây?



A. $y = x^3 - 3x - 1$. $y = x^3 - 1$.

C. $y = -x^3 - 1$. $y = -x^3 + 3x - 1$

Lời giải

Chọn D

Ta thấy đồ thị đi qua điểm $M(1; 1)$ nên ta loại A, C, D.

Câu 7. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1			1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	||		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	2 || $+\infty$		↘	0	↗	$+\infty$

Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận ngang?

A. 0. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 8. Hình lăng trụ tam giác có bao nhiêu mặt?

A. 5. **B.** 9. **C.** 6. **D.** 3.

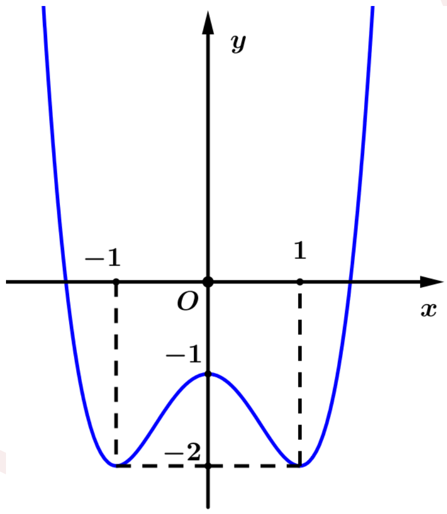
Câu 9. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như trong hình dưới. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		+	0	–	0	+	
y	$-\infty$	↗	5	↘	1	↗	$+\infty$

A. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$ **B.** Hàm số đạt cực đại tại $x = 5$.

C. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ **D.** Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$.

Câu 10. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào sau đây?



A. $(0;1)$. **B.** $(-1;0)$. **C.** $(-1;1)$. **D.** $(-\infty;1)$.

Câu 11. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên bên dưới. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ khi $x \in [-3;3]$. Giá trị $M - 2m$ bằng

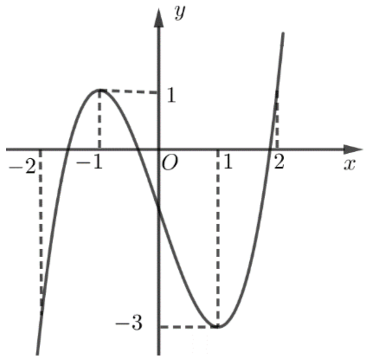
x	$-\infty$		-3		-1		0		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	+	0	$-$	0	+	0	$-$	
$f(x)$		↘	-3	↗	0	↘	-1	↗	4	↘	

A. 6. **B.** $f(2)$. **C.** -2. **D.** 10.

Câu 12. Tích của giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 + x^2 + 2x + 3$ trên đoạn $[-1;2]$ là

A. -17. **B.** -19. **C.** 17. **D.** 19.

Câu 13. Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d, (a \neq 0)$ có đồ thị như sau



Giá trị cực tiểu của hàm số là

A. $x_{CT} = -2$. **B.** $x_{CT} = -3$. **C.** $y_{CT} = -3$. **D.** $y_{CT} = 1$.

Câu 14. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	5	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số đạt cực đại tại điểm

A. $x = 2$. **B.** $x = 0$. **C.** $x = 5$. **D.** $x = 1$.

Câu 21. Cho hàm số $y = \dfrac{ax+b}{cx+1}$ $(a,b,c \in \mathbb{R})$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
y'		$+$	$\|$	$+$	
y	2	$\nearrow$	$+\infty \;\|\; -\infty$	$\nearrow$	2

Tập các giá trị b là tập nghiệm của bất phương trình nào dưới đây?

A. $b^2 - 3b + 2 < 0$. **B.** $b^3 - 8 < 0$. **C.** $b^3 - 8 \le 0$. **D.** $-b^2 + 4 > 0$.

Câu 22. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ là $f'(x) = (x^2 - 3x)(x^2 - 4x)$. Điểm cực đại của hàm số đã cho là

A. $x = -2$. **B.** $x = 0$. **C.** $x = 3$. **D.** $x = 2$.

Câu 23. Cho hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + m^2 - 2m + 3$. Gọi S là tập chứa tất cả các giá trị nguyên của tham số $m \in [-20; 20]$ để hàm số đạt cực đại tại $x_0 = 0$. Số phần tử của tập S là

A. 20. **B.** 21. **C.** 19. **D.** 41.

Câu 24. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a. SA vuông góc với đáy và tạo với đường thẳng SB một góc $45°$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 25. Cho hàm số $y = \dfrac{3mx+1}{x+m}$ với $m \ne \pm\dfrac{1}{\sqrt{3}}$. Giao điểm của hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số đã cho nằm trên đường thẳng có phương trình nào sau đây?

A. $y = -3x$. **B.** $y = 3x$. **C.** $y = -3x + 2$. **D.** $y = 2x$.

Câu 26. Cho hàm số $f(x) = \dfrac{ax+2020}{bx+c}$ $(a, b, c \in \mathbb{R})$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f'(x)$		+	||	+	
$f(x)$	2	↗ $+\infty$	|| $-\infty$	↗	2

Trong các số a, b và c có bao nhiêu số dương?

A. 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 27. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho hàm số $f(x)=\frac{1}{3}x^3+mx^2+9x+1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. 7. **B.** 5. **C.** 8. **D.** 6.

Câu 28. Cho hình lập phương (H) có diện tích toàn phần bằng $24a^2$, thể tích của khối lập phương (H) tương ứng bằng

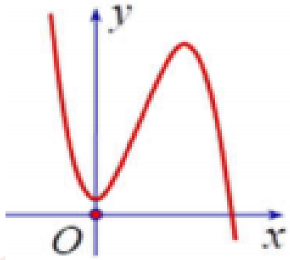
A. $4\sqrt{2}a^3$. **B.** $12a^3$. **C.** $8a^3$. **D.** $6\sqrt{6}a^3$.

Câu 29. Tìm m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^3-3x^2-9x+m$ trên đoạn $[0;4]$ bằng -25, khi đó hãy tính giá trị của biểu thức $P=2m+1$.

A. 7. **B. 5.** **C. 3.** **D. 1.**

Câu 30. Cho hàm số $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $a<0, b>0, c>0, d>0$. **B.** $a<0, b>0, c=0, d>0$.



C. $a>0, b<0, c>0, d>0$. **D.** $a<0, b<0, c=0, d>0$.

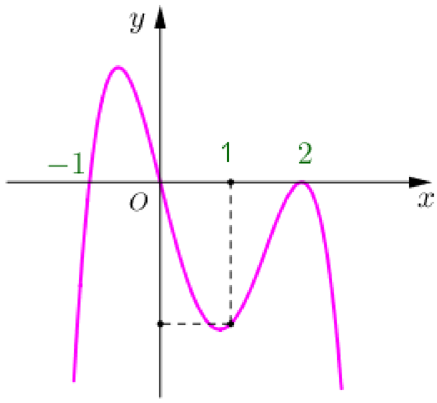
Câu 31. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x)=(x+1)^2(x-1)^3(2-x)$. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(2;+\infty)$. **B.** $(1;2)$. **C.** $(-\infty;-1)$. **D.** $(-1;1)$.

Câu 32. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông, cạnh bên SA vuông góc với đáy. Gọi M, N là trung điểm của SA, SB. Mặt phẳng $MNCD$ chia hình chóp đã cho thành hai phần. tỉ số thể tích hai phần $S.MNCD$ và $MNABCD$ là

A. $\frac{3}{4}$. **B.** $\frac{3}{5}$. **C.** $\frac{4}{5}$. **D.** 1.

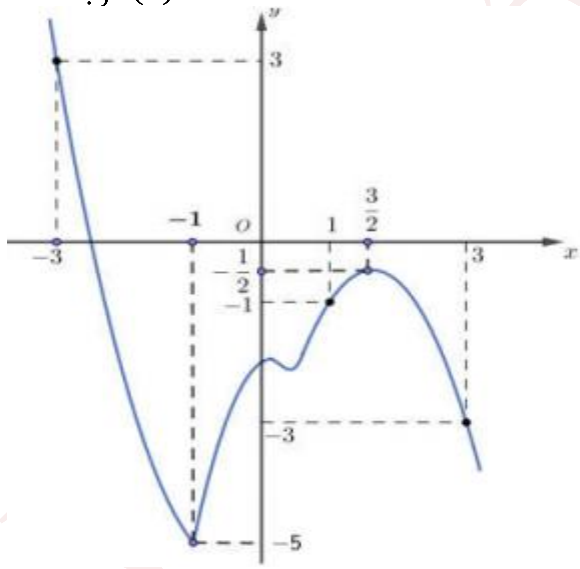
Câu 33. Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên



Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = f(2x^3 - 3x^2 + 1)$ là

A. 5 . **B.** 3. **C.** 7 . **D.** 11.

Câu 34. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị $f'(x)$ như hình vẽ



Hàm số $y = f(1-x) + \frac{x^2}{2} - x$ nghịch biến trên khoảng

A. $(-2; 0)$. **B.** $(1; 3)$. **C.** $\left(-1; \frac{3}{2}\right)$. **D.** $(-3; 1)$.

Câu 35. Cho hàm số $y = f(x)$ là hàm đa thức bậc 3 và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-4	$\nearrow$	4	$\searrow$	$-\infty$

Số nghiệm của phương trình $f\left(\sin x + \sqrt{3}\cos x\right) = 0$ trong đoạn $\left[0; \frac{5\pi}{2}\right]$ là

A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 1.

II - PHẦN TỰ LUẬN

Bài 1. Cho $f(x) = x + m + \frac{n}{x+1}$. Tìm m, n để hàm số đạt cực đại tại $x = -2$ và $f(-2) = -2$.

Bài 2. Tìm các khoảng đồng biến, nghịch biến và cực trị của hàm số $y = -x^4 + 2x^3 + 3$.

Bài 3. Tìm m để hai điểm cực đại và cực tiểu của đồ thị hàm số $y = x^3 + 3x^2 + mx + m - 2$ nằm về hai phía so với trục hoành ?

Bài 4. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $AB = a$, $AA' = 2a$, $A'C = 3a$. Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng $A'C'$, I là giao điểm của AM và $A'C$. Tính theo a thể tích khối tứ diện $IABC$ và khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (IBC).

------------- HẾT -------------

HDG ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KỲ I
Môn: TOÁN - Lớp 12

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG
Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

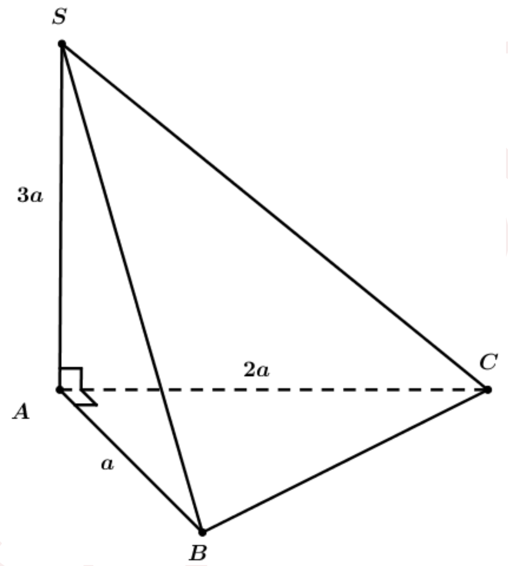
I - PHẦN TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại A, SA vuông góc với đáy, $AB = a, AC = 2a, SA = 3a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$?

A. a^3. **B.** $3a^3$. **C.** $6a^3$. **D.** $2a^3$.

Lời giải

Chọn A



Diện tích $S_{ABC} = \frac{1}{2}AB.AC = \frac{1}{2}a.2a = a^2$.

Thể tích khối chóp $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}.SA.S_{ABC} = \frac{1}{3}.3a.a^2 = a^3$.

Câu 2. Đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{|x|+1}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} y = 1$ và $\lim\limits_{x\to-\infty} y = -1$ nên đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận ngang.

Câu 3. Khối hộp chữ nhật có ba kích thước lần lượt là $2a$, a, $3a$. Thể tích của khối hộp chữ nhật bằng

A. $6a^3$. **B.** $3a^3$. **C.** $5a^3$. **D.** a^3.

Lời giải

Chọn A

Thể tích của khối hộp chữ nhật là: $V = 2a.a.3a = 6a^3$.

Câu 4. Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = x + \dfrac{1}{x+3}$. **B.** $y = x^4 + x^2 + 1$.

C. $y = x^3 - 3x^2 + 3x + 5$. **D.** $y = \dfrac{1}{x-2}$.

Lời giải

Chọn C

Các hàm số $y=\dfrac{1}{x-2}$ và $y=x+\dfrac{1}{x+3}$ có tập xác định **không phải** là $\mathbb{R}$ nên loại hai đáp án này.

Xét hàm số: $y=x^3-3x^2+3x+5$ có $y'=3x^2-6x+3=3(x-1)^2\ge 0,\forall x\in\mathbb{R}$.

Suy ra: Hàm số $y=x^3-3x^2+3x+5$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 5. Cho hàm số $y=x^4-3x^2$ có đồ thị (C). Số giao điểm của đồ thị (C) và đường thẳng $y=2$ là

A. 4. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

Chọn B

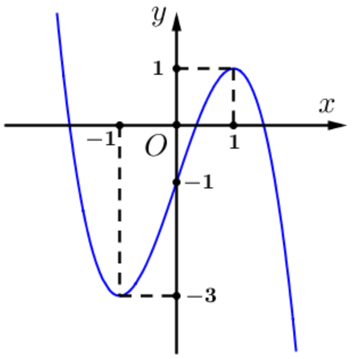
Ta có phương trình hoành độ giao điểm:

$x^4-3x^2=2\Leftrightarrow x^4-3x^2-2=0$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x^2=\dfrac{3+\sqrt{17}}{2}>0 \\ x^2=\dfrac{3-\sqrt{17}}{2}<0\end{array}\right. \Rightarrow x=\pm\sqrt{\dfrac{3+\sqrt{17}}{2}}.$$

Vậy số giao điểm của đồ thị (C) và đường thẳng $y=2$ là 2 giao điểm.

Câu 6. Hình sau là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số sau đây?



A. $y=x^3-3x-1$ **B.** $y=x^3-1$.

C. $y=-x^3-1$ **D.** $y=-x^3+3x-1$

Lời giải

Chọn D

Ta thấy đồ thị đi qua điểm $M(1;1)$ nên ta loại A, C, D.

Câu 7. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1			1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	||		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	2 || $+\infty$	↘		0	↗	$+\infty$

Đồ thị hàm số $y=f(x)$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận ngang?

A. 0. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

$\lim\limits_{x\to -1^+} f(x) = +\infty$, $\lim\limits_{x\to -1^-} f(x) = 2$, $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x) = -\infty$, $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x) = +\infty$ nên đồ thị có 1 tiệm cận đứng là đường thẳng $x = -1$.

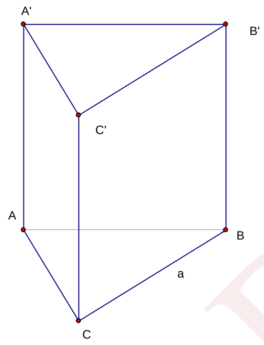
Câu 8. Hình lăng trụ tam giác có bao nhiêu mặt?

A. 5. **B.** 9. **C.** 6. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào hình vẽ ta thấy hình lăng trụ tam giác có 5 mặt.



Câu 9. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như trong hình dưới. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		+	0	−	0	+	
y	$-\infty$	↗	5	↘	1	↗	$+\infty$

A. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=1$ **B.** Hàm số đạt cực đại tại $x=5$.

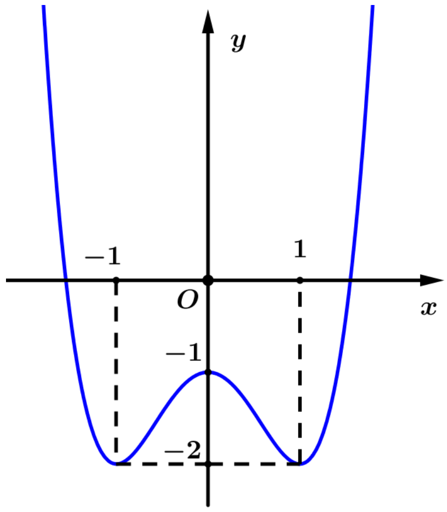
C. Hàm số đạt cực đại tại $x=0$ **D.** Hàm số đạt cực tiểu tại $x=0$.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đạt cực đại tại $x=0$

Câu 10. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào sau đây?



A. $(0;1)$. **B.** $(-1;0)$. **C.** $(-1;1)$. **D.** $(-\infty;1)$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị hàm số, ta có bảng biến thiên sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	-1	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Câu 11. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên bên dưới. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f(x)$ khi $x\in[-3;3]$. Giá trị $M-2m$ bằng

x	$-\infty$		-3		-1		0		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$		$\searrow$	-3	$\nearrow$	0	$\searrow$	-1	$\nearrow$	4	$\searrow$	

A. 6. **B.** $f(2)$. **C.** -2. **D.** 10.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào bảng biên thiên trên đoạn $[-3;3]$ ta có giá trị lớn nhất $M=4$ và giá trị nhỏ nhất $m=-3$.

Vậy: $M-2m=4+6=10$.

Câu 12. Tích của giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^3+x^2+2x+3$ trên đoạn $[-1;2]$ là

A. -17. **B.** -19. **C.** 17. **D.** 19.

Lời giải

Chọn D

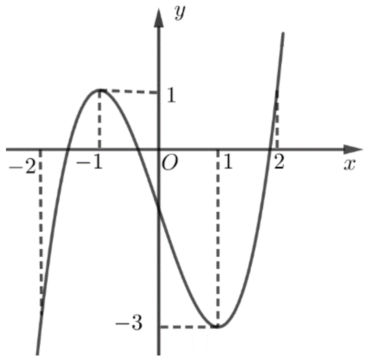
Hàm số $y=f(x)=x^3+x^2+2x+3$ xác định và liên tục trên $[-1;2]$.

$y'=3x^2+2x+2>0\ \forall\, x\in[-1;\ 2]\Rightarrow$ hàm số đồng biến trên $[-1;2]$, do đó

$\max\limits_{[-1;2]} y=\max\{f(-1),f(2)\}=19$, $\min\limits_{[-1;2]} y=\min\{f(-1),f(2)\}=1$.

Vậy tích của giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^3+x^2+2x+3$ trên đoạn $[-1;2]$ là 19.

Câu 13. Cho hàm số $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d,\ (a\neq 0)$ có đồ thị như sau



Giá trị cực tiểu của hàm số là

A. $x_{CT}=-2$. **B.** $x_{CT}=-3$. **C.** $y_{CT}=-3$. **D.** $y_{CT}=1$.

Lời giải

Chọn C

Từ đồ thị ta có hàm số giá trị cực tiểu của hàm số là $y_{CT} = -3$.

Câu 14. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	↘	1	↗	5	↘	$-\infty$

Hàm số đạt cực đại tại điểm

A. $x = 2$. **B.** $x = 0$. **C.** $x = 5$. **D.** $x = 1$.

Lời giải

Chọn A

Qua bảng biến thiên ta có hàm số đạt cực đại tại điểm $x = 2$.

Câu 15. Cho một khối chóp có diện tích đáy bằng B và khoảng cách từ đỉnh đến đáy chóp bằng $3h$. Thể tích của khối chóp đó là:

A. $\frac{2}{3}Bh$. **B.** $\frac{1}{3}Bh$. **C.** Bh. **D.** $3Bh$.

Lời giải

Chọn C

Câu 16. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	‖	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	↗	2	↘	-1	↗	3	↘	2

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 3)$.
B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2; 1)$.
C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; 2)$.
D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 2)$.

Lời giải

Chọn C

Từ bảng biến thiên suy ra hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$ và $(0; 1)$; nghịch biến trên khoảng $(-1; 0)$ và $(1; +\infty)$. Do đó, đáp án D đúng.

Câu 17. Cho khối đa diện đều loại $\{3;4\}$. Tổng các góc phẳng tại 1 đỉnh của khối đa diện bằng

A. $324°$. **B.** $360°$. **C.** $180°$. **D.** $240°$.

Lời giải

Chọn D

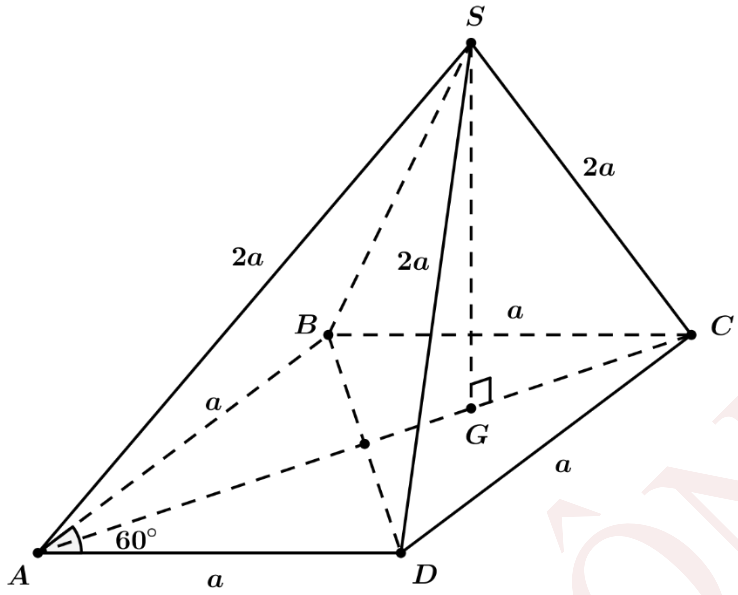
Khối đa diện đều loại $\{3;4\}$ là khối bát diện đều, mỗi mặt là một tam giác đều và tại mỗi đỉnh có 4 tam giác đều nên tổng các góc tại 1 đỉnh bằng $240°$.

Câu 18. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a, $BAD = 60^0$ $SB = SC = SD = 2a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{a^3\sqrt{11}}{24}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{11}}{4}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{11}}{6}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{11}}{12}$.

Lời giải

Chọn B



Vì $ABCD$ là hình thoi và $BAD = 60^0$ nên tam giác ABD đều và tam giác BCD cũng đều.
Gọi G là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác BCD, vì $SB = SC = SD = 2a$ nên $SG \perp (BCD)$.

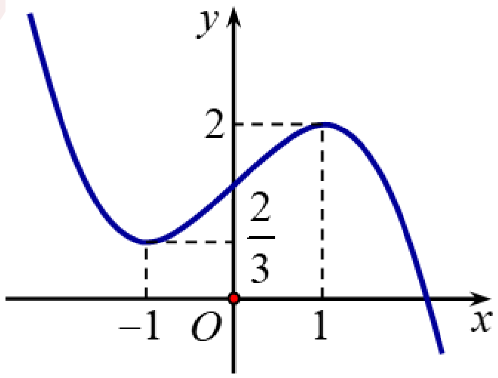
Thể tích khối chóp $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}SG.S_{ABC}$.

$$SG = \sqrt{SC^2 - CG^2} = \sqrt{(2a)^2 - \left(\frac{2}{3}.\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{33}}{3}.$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2}S_{ABCD} = \frac{1}{2}\left(2.\frac{a^2\sqrt{3}}{4}\right) = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}.$$

Vậy $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}SG.S_{ABC} = \frac{a^3\sqrt{11}}{4}$.

Câu 19. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Tìm số nghiệm của phương trình $f(x + 2018) = 1$.



A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

Đồ thị hàm số $y = f(x + 2018)$ có được bằng cách tịnh tiến đồ thị hàm số $y = f(x)$ sang trái 2018 đơn vị. Do đó số nghiệm của phương trình $f(x + 2018) = 1$ cũng là số nghiệm của phương trình $f(x) = 1$. Theo hình vẽ ta có số nghiệm là 3.

Câu 20. Tính giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x + \dfrac{4}{x^2}$ trên khoảng $(0;+\infty)$.

A. $\min\limits_{(0;+\infty)} y = 4$. **B.** $\min\limits_{(0;+\infty)} y = 8$. **C.** $\min\limits_{(0;+\infty)} y = 5$. **D.** $\min\limits_{(0;+\infty)} y = 3$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $y' = 1 - \dfrac{8}{x^3}$

$y' = 0 \Leftrightarrow x^3 = 8 \Leftrightarrow x = 2 \in (0,+\infty)$

Ta có $y(2) = 2 + \dfrac{4}{2^2} = 3$, $\lim\limits_{x\to 0^+} y = +\infty$, $\lim\limits_{x\to+\infty} y = +\infty$.

Vậy $\min\limits_{(0;+\infty)} y = 3$.

Câu 21. Cho hàm số $y = \dfrac{ax+b}{cx+1}$ $(a,b,c \in \mathbb{R})$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
y'		$+$	||	$+$	
y	2	$\nearrow$	$+\infty$ || $-\infty$	$\nearrow$	2

Tập các giá trị b là tập nghiệm của bất phương trình nào dưới đây?

A. $b^2 - 3b + 2 < 0$. **B.** $b^3 - 8 < 0$. **C.** $b^3 - 8 \le 0$. **D.** $-b^2 + 4 > 0$.

Lời giải

Chọn B

Đồ thị hàm số $y = \dfrac{ax+b}{cx+1}$ có đường tiệm cận đứng là đường thẳng $x = -\dfrac{1}{c}$ và đường tiệm cận ngang là đường thẳng $y = \dfrac{a}{c}$.

Nhìn vào bảng biến thiên, ta thấy $-\dfrac{1}{c} = -1 \Rightarrow c = 1$ và $\dfrac{a}{c} = 2 \Rightarrow a = 2$ (vì $c = 1$).

Ta có $y' = \dfrac{a-bc}{(cx+1)^2}$.

Vì hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$ nên

$y' = \dfrac{a-bc}{(bx+c)^2} > 0 \Leftrightarrow a - bc > 0 \Leftrightarrow 2 - b > 0 \Leftrightarrow b < 2 \Leftrightarrow b^3 < 8 \Leftrightarrow b^3 - 8 < 0$.

Vậy tập các giá trị b là tập nghiệm của bất phương trình $b^3 - 8 < 0$.

Câu 22. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ là $f'(x) = (x^2 - 3x)(x^2 - 4x)$. Điểm cực đại của hàm số đã cho là

A. $x = -2$. **B.** $x = 0$. **C.** $x = 3$. **D.** $x = 2$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $f'(x)=0 \Leftrightarrow (x^2-3x)(x^3-4x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2-3x=0 \\ x^3-4x=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=3 \text{ nghiệm đơn} \\ x=0 \text{ nghiệm kép} \\ x=2 \text{ nghiệm đơn} \\ x=-2 \text{ nghiệm đơn} \end{array}\right.$.

Từ đó ta có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Dựa vào bảng xét dấu, ta thấy hàm số đạt cực đại tại $x=2$.

Câu 23. Cho hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + m^2 - 2m + 3$. Gọi S là tập chứa tất cả các giá trị nguyên của tham số $m \in [-20; 20]$ để hàm số đạt cực đại tại $x_0 = 0$. Số phần tử của tập S là

A. 20. **B.** 21. **C.** 19. **D.** 41.

Lời giải

Chọn A

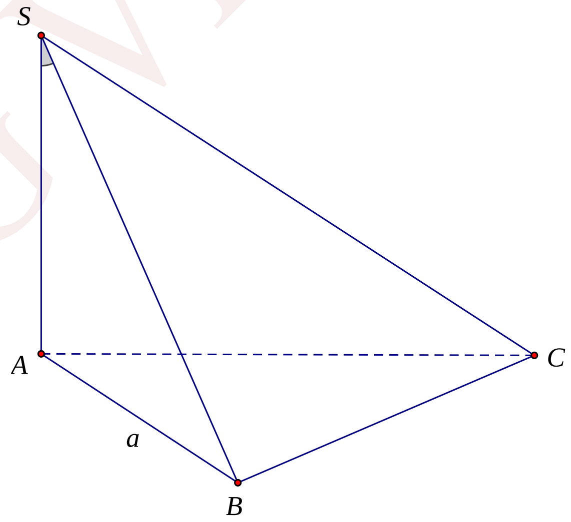
Áp dụng tính chất hàm trùng phương có $a > 0$, để đạt cực đại tại $x_0 = 0$ thì $b = -2m < 0 \Leftrightarrow m > 0 \xrightarrow{m\in\mathbb{Z}, m\in[-20;20]} m \in \{1; 2; \dots; 20\} = S$. Vậy có 20 phần tử.

Câu 24. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a. SA vuông góc với đáy và tạo với đường thẳng SB một góc $45°$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Lời giải

Chọn C



Ta có: $SA \perp (ABC) \Rightarrow SA$ là chiều cao của hình chóp $\Rightarrow SA \perp AB \Rightarrow \Delta SAB$ vuông tại A.

$\Rightarrow (\widehat{SA, SB}) = \widehat{ASB} = 45° \Rightarrow \Delta SAB$ vuông cân tại $A \Rightarrow SA = AB = a$.

Vậy thể tích của khối chóp $S.ABC$ là: $V = \frac{1}{3}.S_{ABC}.SA = \frac{1}{3}.\frac{a^2\sqrt{3}}{4}.a = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Câu 25. Cho hàm số $y=\dfrac{3mx+1}{x+m}$ với $m \neq \pm\dfrac{1}{\sqrt{3}}$. Giao điểm của hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số đã cho nằm trên đường thẳng có phương trình nào sau đây?

A. $y=-3x$. **B.** $y=3x$. **C.** $y=-3x+2$. **D.** $y=2x$.

Lời giải

Chọn A

Đồ thị của hàm số đã cho có tiệm cận đứng là đường thẳng $x=-m$ và tiệm cận ngang là đường thẳng $y=3m$ nên giao điểm của hai tiệm cận là $A(-m;3m)\Rightarrow y_A=3m=-3x_A$.

Vậy A thuộc đường thẳng có phương trình $y=-3x$.

Câu 26. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{ax+2020}{bx+c}$ $(a,b,c\in\mathbb{R})$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	||	$+$	
$f(x)$	2	$\nearrow$	$+\infty$ || $-\infty$	$\nearrow$	2

Trong các số a,b và c có bao nhiêu số dương?

A. 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

Tiệm cận đứng: $x=1>0\Rightarrow -\dfrac{c}{b}>0\Rightarrow bc<0.$

Tiệm cận ngang: $y=2>0\Rightarrow \dfrac{a}{b}>0\Rightarrow ab>0.$

Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm $x>1>0\Rightarrow -\dfrac{2020}{a}>0\Rightarrow a<0\Rightarrow b<0\Rightarrow c>0.$

Câu 27. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho hàm số $f(x)=\dfrac{1}{3}x^3+mx^2+9x+1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. 7. **B.** 5. **C.** 8. **D.** 6.

Lời giải

Chọn A

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

Ta có $f'(x)=x^2+2mx+9$.

Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ $\Leftrightarrow$ $f'(x)\ge 0,\forall x\in\mathbb{R}$ (dấu bằng xảy ra tại hữu hạn điểm) $\Leftrightarrow x^2+2mx+9\ge 0,\forall x\in\mathbb{R}$.

$\Leftrightarrow \Delta'=m^2-9\le 0$ (do $a=1>0$) $\Leftrightarrow -3\le m\le 3$.

Do $m\in\mathbb{Z}$ nên $m\in\{-3;-2;-1;0;1;2;3\}$

Vậy có 7 giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn.

Câu 28. Cho hình lập phương (H) có diện tích toàn phần bằng $24a^2$, thể tích của khối lập phương (H) tương ứng bằng

A. $4\sqrt{2}a^3$. **B.** $12a^3$. **C.** $8a^3$. **D.** $6\sqrt{6}a^3$.

Lời giải

Chọn C

• Ta có diện tích toàn phần của hình lập phương: $6\times \text{cạnh}^2=24a^2\Rightarrow \text{cạnh}=2a$

• Thể tích của khối lập phương: $(2a)^3=8a^3$

Câu 29. Tìm m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^3-3x^2-9x+m$ trên đoạn $[0;4]$ bằng -25, khi đó hãy tính giá trị của biểu thức $P=2m+1$.

A. 7. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

Xét hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + m$ trên đoạn $[0;4]$.

Ta có $y' = 3x^2 - 6x - 9$, $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = 3 \end{array}\right.$.

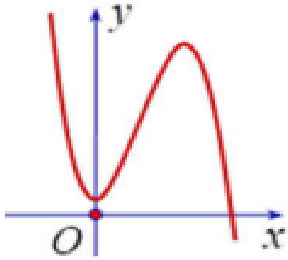
x	0		3		4
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$f(0)$	$\searrow$	$f(3)$	$\nearrow$	$f(4)$

Từ bảng biến thiên suy ra $\min\limits_{[0;4]} f(x) = f(3) \Leftrightarrow f(3) = -25 \Leftrightarrow m - 27 = -25 \Leftrightarrow m = 2$.

Suy ra $P = 2m + 1 = 5$.

Câu 30. Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $a < 0, b > 0, c > 0, d > 0$. **B.** $a < 0, b > 0, c = 0, d > 0$.



C. $a > 0, b < 0, c > 0, d > 0$. **D.** $a < 0, b < 0, c = 0, d > 0$.

Lời giải

Chọn B

Từ đồ thị ta có $a < 0$; $d > 0$.

Gọi x_1 ; x_2 là nghiệm của phương trình $y' = 3ax^2 + 2bx + c = 0$.

Suy ra $\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{-2b}{3a} > 0 \\ x_1x_2 = \frac{c}{3a} = 0 \end{cases}$ mà do $a < 0 \Rightarrow \begin{cases} c = 0 \\ b > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a < 0 \\ b > 0 \\ c = 0 \\ d > 0 \end{cases}$.

Câu 31. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x) = (x+1)^2(x-1)^3(2-x)$. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(2;+\infty)$. **B.** $(1;2)$. **C.** $(-\infty;-1)$. **D.** $(-1;1)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $f'(x) = (x+1)^2(x-1)^3(2-x) \Rightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = 1 \\ x = 2 \end{array}\right.$.

Từ đó, ta có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$		$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$	$-\infty$

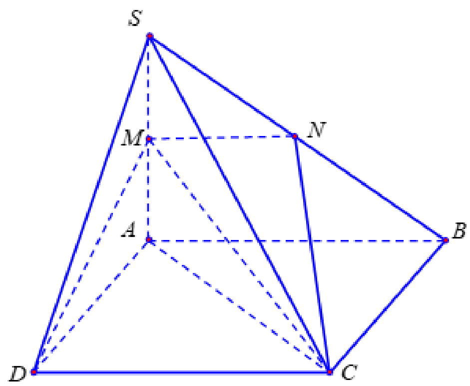
Dựa vào bảng biến thiên thì hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $(1;2)$.

Câu 32. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông, cạnh bên SA vuông góc với đáy. Gọi M, N là trung điểm của SA, SB. Mặt phẳng $MNCD$ chia hình chóp đã cho thành hai phần. tỉ số thể tích hai phần $S.MNCD$ và $MNABCD$ là

A. $\frac{3}{4}$. **B.** $\frac{3}{5}$. **C.** $\frac{4}{5}$. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B



Ta có $V_{S.ABC} = V_{S.ACD} = \frac{1}{2}V_{S.ABCD}$;

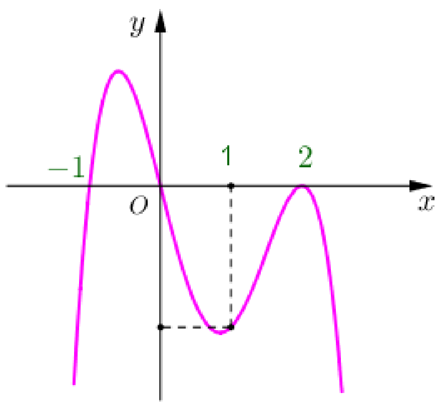
và $V_{S.MNC} = \frac{SM}{SA} \cdot \frac{SN}{SB} \cdot \frac{SC}{SC} \cdot V_{S.ABC} = \frac{1}{4}V_{S.ABC}$; $V_{S.MCD} = \frac{SM}{SA} \cdot \frac{SD}{SD} \cdot \frac{SC}{SC} \cdot V_{S.ACD} = \frac{1}{2}V_{S.ACD}$.

Suy ra $V_{S.MNCD} = V_{S.MNC} + V_{S.MCD} = \frac{3}{4}V_{S.ABC} = \frac{3}{8}V_{S.ABCD}$.

Đồng thời $V_{MNABCD} = V_{S.ABCD} - V_{S.MNCD} = \frac{5}{8}V_{S.ABCD}$.

Vậy tỉ số thể tích hai phần $S.MNCD$ và $MNABCD$ là $\frac{3}{5}$.

Câu 33. Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên



Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = f(2x^3 - 3x^2 + 1)$ là

A. $\mathbf{5}$. **B.** $\mathbf{3}$. **C.** $\mathbf{7}$. **D.** $\mathbf{11}$.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R}$.

Ta có $g'(x) = (6x^2 - 6x)f'(2x^3 - 3x^2 + 1)$;

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 6x^2 - 6x = 0 \\ f'(2x^3 - 3x^2 + 1) = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 1 \\ f'(2x^3 - 3x^2 + 1) = 0 \quad (1) \end{array}\right..$$

Mặt khác, từ đồ thị hàm số ta thấy $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = a \in (-1; 0) \\ x = b \in (0; 1) \\ x = 2 \end{array}\right.$.

Do đó $(1) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} 2x^3 - 3x^2 + 1 = a & (2) \\ 2x^3 - 3x^2 + 1 = b & (3). \\ 2x^3 - 3x^2 + 1 = 2 & (4) \end{array}\right.$

Xét hàm số $u = 2x^3 - 3x^2 + 1$, $u' = 6x^2 - 6x$, $u' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 1 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
u'		$+$	0	$-$	0	$+$	
u	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Từ đó ta có

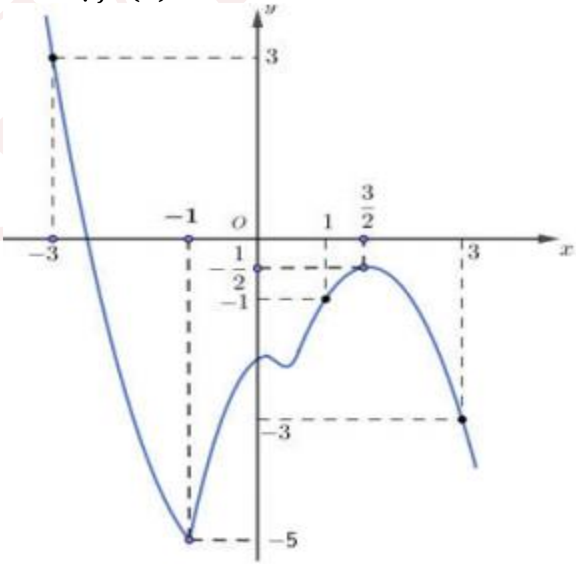
Với $a \in (-1; 0)$, phương trình (2) có một nghiệm duy nhất $x_1 < 0$.

Phương trình (4) có một nghiệm duy nhất $x_2 > 1$.

Với $b \in (0; 1)$, phương trình (3)có ba nghiệm lần lượt là $x_3 \in (x_1; 0); x_4 \in (0; 1); x_5 \in (1; x_2)$.

Vậy $g'(x) = 0$ có 7 nghiệm đơn nên hàm số có 7 điểm cực trị.

Câu 34. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị $f'(x)$ như hình vẽ

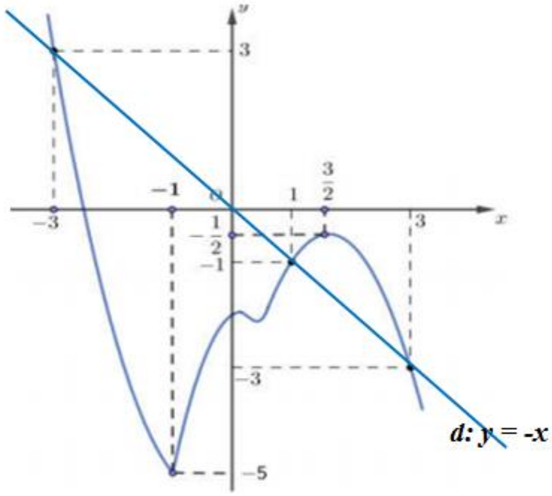


Hàm số $y = f(1 - x) + \frac{x^2}{2} - x$ nghịch biến trên khoảng

A. $(-2; 0)$. **B.** $(1; 3)$. **C.** $\left(-1; \frac{3}{2}\right)$. **D.** $(-3; 1)$.

Lời giải

Chọn B



Xét hàm số $y = f(1-x) + \frac{x^2}{2} - x$ có $y' = -f'(1-x) + x - 1$.

$y' = 0 \Leftrightarrow -f'(1-x) + x - 1 = 0 \Leftrightarrow f'(1-x) = -(1-x) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 1-x=-3 \\ 1-x=1 \\ 1-x=3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=4 \\ x=0 \\ x=-2 \end{array}\right.$.

Ta có bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-2		0		4		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$	$+\infty$

Do đó Hàm số $y = f(1-x) + \frac{x^2}{2} - x$ nghịch biến trên khoảng $(1;3)$.

Câu 35. Cho hàm số $y = f(x)$ là hàm đa thức bậc 3 và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-4	$\nearrow$	4	$\searrow$	$-\infty$

Số nghiệm của phương trình $f\left(\sin x + \sqrt{3}\cos x\right) = 0$ trong đoạn $\left[0;\frac{5\pi}{2}\right]$ là

A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

Đặt $t = \sin x + \sqrt{3}\cos x$. Ta có $t = 2\cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right) \Rightarrow -2 \le t \le 2$. Ta được PT $f(t) = 0$.

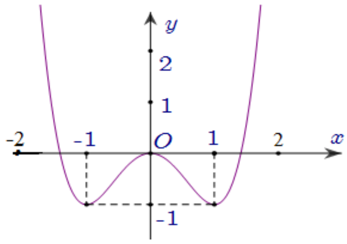
Dựa vào BBT ta thấy đồ thị hàm số có 2 điểm cực trị là $(-2;-4)$ và $(2;4)$ nên đồ thị có điểm uốn là gốc tọa độ O. Do đó đồ thị cắt trục hoành tại 3 điểm có hoành độ lần lượt là $x = a < -2, x = 0, x = b > 2$. Mà $-2 \le t \le 2$ nên PT $f(t) = 0$ có 1 nghiệm là $t = 0$.

Với $t = 0$ ta được $2\cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = 0 \Leftrightarrow x - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2} + k\pi (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow x = \frac{2\pi}{3} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Theo yêu cầu bài: $0 \le x \le \frac{5\pi}{2} \Leftrightarrow 0 \le \frac{2\pi}{3} + k\pi \le \frac{5\pi}{2} \Leftrightarrow -\frac{2}{3} \le k \le \frac{11}{6}$.

Vì $k \in \mathbb{Z} \Rightarrow k = 0; k = 1$. Ta được 2 nghiệm $x = \frac{2\pi}{3}$ và $x = \frac{5\pi}{3}$ thỏa yêu cầu bài toán.

Cho hàm số $y = f(x)$có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Số nghiệm thực của bất phương trình $1 + f(x^3 - 3x^2 + 1) \geq \sqrt{2f^2(x^3 - 3x^2 + 1) + 2}$ là



A. 5. **B. 4.** **C. 3.** **D. 2.**

Lời giải

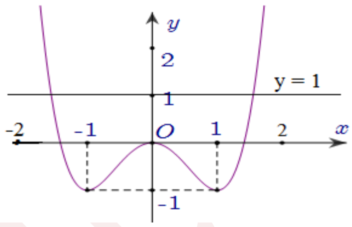
Chọn A

Đặt $a = f(x^3 - 3x^2 + 1)$ ta được bất phương trình

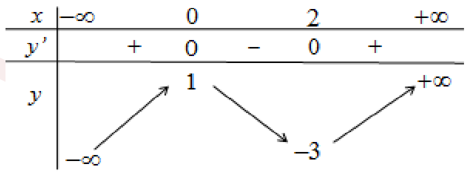
$1 + a \geq \sqrt{2a^2 + 2} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 + a \geq 0 \\ 1 + 2a + a^2 \geq 2a^2 + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \geq -1 \\ (a-1)^2 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow a = 1.$

Với $a = 1$ ta được $f(x^3 - 3x^2 + 1) = 1$. Đặt $t = x^3 - 3x^2 + 1$ ta được PT $f(t) = 1(*)$.

Vẽ đường thẳng $y = 1$ lên đồ thị đã cho ta được PT $(*)$có 1 nghiệm $t = t_1 \in (-2; -1)$ và 1 nghiệm $t = t_2 \in (1; 2)$.



Ta có BBT của hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$ như sau



Với $t = t_1$ ta được PT $x^3 - 3x^2 + 1 = t_1$. Dựa vào BBT ta thấy PT này có 3 nghiệm phân biệt.

Với $t = t_2$ ta được PT $x^3 - 3x^2 + 1 = t_2$. Dựa vào BBT ta thấy PT này có 1 nghiệm.

Vậy BPT đã cho có 4 nghiệm thực.

II - PHẦN TỰ LUẬN

Bài 1. Cho $f(x) = x + m + \dfrac{n}{x+1}$. Tìm m, n để hàm số đạt cực đại tại $x = -2$ và $f(-2) = -2$.

Bài 2. Tìm các khoảng đồng biến, nghịch biến và cực trị của hàm số $y = -x^4 + 2x^3 + 3$.

Bài 3. Tìm m để hai điểm cực đại và cực tiểu của đồ thị hàm số $y = x^3 + 3x^2 + mx + m - 2$ nằm về hai phía so với trục hoành ?

Bài 4. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $AB = a$, $AA' = 2a$, $A'C = 3a$. Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng $A'C'$, I là giao điểm của AM và $A'C$. Tính theo a thể tích khối tứ diện $IABC$ và khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (IBC).

------------- HẾT -------------

ĐỀ 22

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

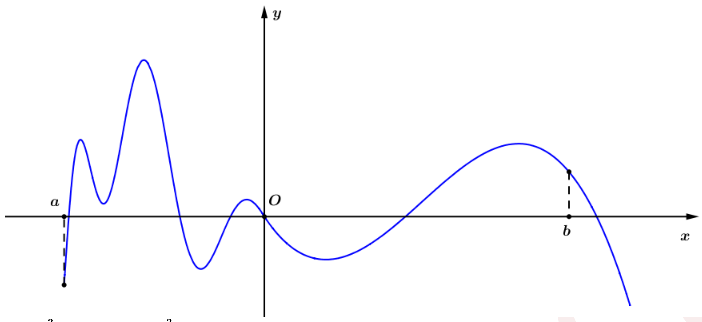
ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KỲ I

Môn: TOÁN - Lớp 12

Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

I - PHẦN TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Hàm số có bao nhiêu điểm cực tiểu trên khoảng $(a; b)$?

A. 2. **B.** 7. **C.** 4. **D.** 3.

Câu 2. Thể tích V của khối chóp có diện tích đáy bằng S và chiều cao bằng h là

A. $V = \frac{1}{2}Sh$. **B.** $V = Sh$. **C.** $V = \frac{1}{3}Sh$. **D.** $V = 3Sh$.

Câu 3. Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{2019}{x-3}$ là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	2	↘	-2	↗	$+\infty$

Số nghiệm của phương trình $2f(x) - 5 = 0$ là

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 5. Khối bát diện đều là khối đa diện đều loại nào?

A. $\{3;5\}$. **B.** $\{3;4\}$. **C.** $\{4;3\}$. **D.** $\{5;3\}$.

Câu 6. Cho hình chóp $S.ABC$có đáy ABClà tam giác vuông tại B, $AB = a$, $BC = 2a$, $SA \perp (ABC)$, $SA = 3a$. Thể tích của khối chóp $S.ABC$bằng

A. $\frac{1}{6}a^3$. **B.** $\frac{1}{3}a^3$. **C.** $3a^3$. **D.** a^3.

Câu 7. Cho hàm số $f(x)$có đạo hàm $f'(x) = -x(x-2)^2(x-3), \forall x \in \mathbb{R}$. Giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[0;4]$bằng

A. $f(4)$. **B.** $f(0)$. **C.** $f(2)$. **D.** $f(3)$.

Câu 8. Các khoảng đồng biến của hàm số $y = x^3 + 3x$ là

A. $(0;2)$. **B.** $\mathbb{R}$.

C. $(-\infty;1)$ và $(2;+\infty)$. **D.** $(0;+\infty)$.

Câu 9. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		2		4		$+\infty$
y'		$+$	$\|\|$	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên $(2;4)$. **B.** Hàm số nghịch biến trên $(4;+\infty)$.

C. Hàm số đồng biến trên $(-\infty;3)$. **D.** Hàm số đồng biến trên $(-2;+\infty)$.

Câu 10. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	2	$\nearrow$	5	$\searrow$	$-\infty$

Gọi S là tập hợp các giá trị cực đại của hàm số. Kết quả nào sau đây đúng?

A. $S = \{-1;\ 1;\ 3;\ 5\}$. **B.** $S = \{3;\ 5\}$. **C.** $S = \{2;\ 3;\ 5\}$. **D.** $S = \{5\}$.

Câu 11. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ. Tìm khẳng định đúng.

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
y'		$+$	$\|\|$	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

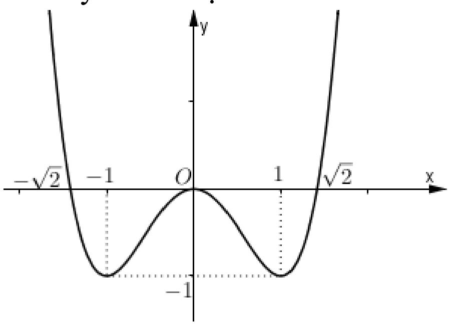
A. Hàm số đạt cực đại tại $x = 1$ và đạt cực tiểu $x = 2$.

B. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 1.

C. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 1 và giá trị nhỏ nhất bằng 0.

D. Hàm số có đúng một cực trị.

Câu 12. Hàm số nào trong các hàm số sau đây có đồ thị như hình vẽ?



A. $y = -x^4 + 2x^2$. **B.** $y = x^4 - 2x^2 - 1$. **C.** $y = x^4 - 2x^2 + x$. **D.** $y = x^4 - 2x^2$.

Câu 13. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 3x$ trên đoạn $[-3;3]$ bằng

A. -2. **B.** 2. **C.** -18. **D.** 18.

Câu 14. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình

x	$-\infty$		0			3		$+\infty$
y'		$-$	||		$-$	0	$+$	
y	0	$\searrow$	-4 || $+\infty$		$\searrow$	-3	$\nearrow$	3

Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

A. 4. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 21. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với đáy (ABC). Biết góc tạo bởi (SBC) và (ABC) bằng $60°$. Tính thể tích V của khối chóp $SABC$.

A. $V = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{8}$. **B.** $V = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **C.** $V = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{24}$. **D.** $V = \dfrac{3\sqrt{3}a^3}{8}$.

Câu 22. Khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a. Khi đó thể tích khối chóp $D.ABC'D'$ bằng

A. $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **B.** $\dfrac{a^3}{3}$. **C.** $\dfrac{a^3}{4}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

Câu 23. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) bằng $60°$, cạnh $AB = 2a$. Thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $2a^3$. **B.** $3a^3\sqrt{3}$. **C.** $a^3\sqrt{3}$. **D.** $6a^3$.

Câu 24. Tìm tất cả giá trị thực của tham số m để hàm số $y = (m-1)x^4 - 2(m-3)x^2 + 1$ không có cực đại.

A. $m \le 1$. **B.** $1 < m \le 3$. **C.** $m \ge 1$. **D.** $1 \le m \le 3$.

Câu 25. Tìm tất cả giá trị của tham số m để hàm số $f(x) = x^3 + 3x^2 + m^2 - 5$ có giá trị lớn nhất trên đoạn $[-1;2]$ là 19.

A. $m = 2$ và $m = 3$. **B.** $m = 1$ và $m = -2$. **C.** $m = 2$ và $m = -2$. **D.** $m = 1$ và $m = 3$

.

Câu 26. Biết đồ thị hàm số $y = f(x)$ có một tiệm cận ngang là $y = 3$. Khi đó đồ thị hàm số $y = 2f(x) - 4$ có một tiệm cận ngang là

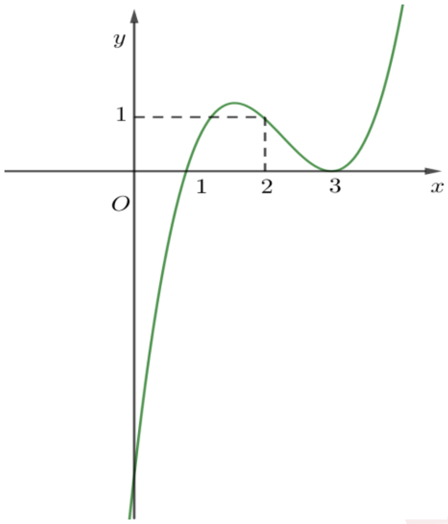
A. $y = 3$. **B.** $y = 2$. **C.** $y = 1$. **D.** $y = -4$.

Câu 27. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = -\dfrac{1}{3}x^3 - mx^2 + (2m-3)x + 2018$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

A. $-3 \le m \le 1$. **B.** $-3 < m < 1$.

C. $m \ge 1$ hoặc $m \le -3$. **D.** $m \le 1$.

Câu 28. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ:



Khi đó phương trình $2f(x) - 1 = 0$ có bao nhiêu nghiệm thực phân biệt.

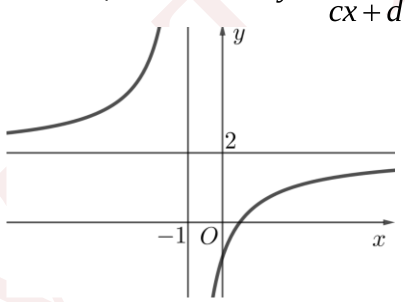
A. 3. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 29. Cho hàm số $y = \sqrt{x^2 - 2x - 3}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\max y = 1$. **B.** $\max y = 2$.

C. $\max y = 0$. **D.** Hàm số không có giá trị lớn nhất.

Câu 30. Đường cong ở hình vẽ dưới đây là đồ thị của hàm số $y = \dfrac{ax+b}{cx+d}$ với a, b, c, d là các số thực.



Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

A. $y' < 0, \forall x \neq -1$. **B.** $y' > 0, \forall x \in \mathbb{R}$. **C.** $y' > 0, \forall x \neq 2$. **D.** $y' > 0, \forall x \neq -1$.

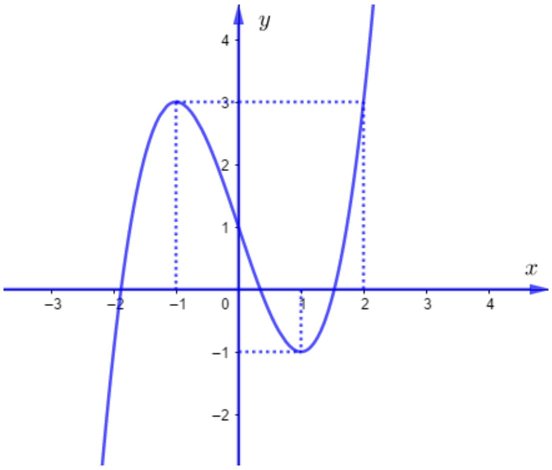
Câu 31. Số điểm cực trị của hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x+1)(x-2)^2, \forall x \in \mathbb{R}$ là

A. 0. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 32. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B, SA vuông góc với mặt đáy (ABC), $BC = a$, góc hợp bởi (SBC) và (ABC) là $60°$. Mặt phẳng (P) qua A vuông góc với SC cắt SB, SC lần lượt tại D, E. Thể tích khối đa diện $ABCED$ là

A. $\dfrac{3\sqrt{3}a^3}{40}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{6}$. **C.** $\dfrac{11\sqrt{3}a^3}{120}$. **D.** $\dfrac{3\sqrt{3}a^3}{60}$.

Câu 33. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đúng hai điểm cực trị $x = -1, x = 1$, có đồ thị như hình vẽ sau:



Hỏi hàm số $y = f(x^2 - 2x + 1) + 2020$ có bao nhiêu điểm cực tiểu?

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

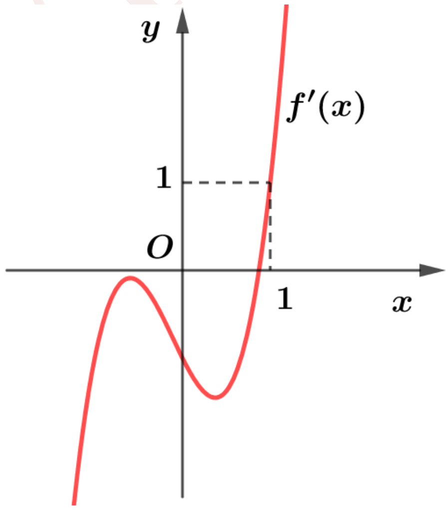
Câu 34. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		
y'		+	0	−	0	+	0	−	
y	$-\infty$	↗	2	↘	-1	↗	2	↘	$-\infty$

Số nghiệm thuộc $\left[0;\frac{3\pi}{2}\right]$ của phương trình $|f(cos\,2\,x)| = 1$ là

A. 9. **B.** 4. **C.** 7. **D.** 10.

Câu 35. Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$có đồ thị như hình bên.



Hàm số $g(x) = f(x^2 + 2x) - x^2 - 2x$đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1-\sqrt{2};-1)$. **B.** $(-1-\sqrt{2};-1+\sqrt{2})$.

C. $(-1;+\infty)$. **D.** $(-1;-1+\sqrt{2})$.

II - PHẦN TỰ LUẬN

Bài 1. Tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $f(x) = \dfrac{x^2 - 3x + 1}{x - 1}$ trên đoạn $[2;5]$.

Bài 2. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y = x^4 + 2mx^2 + 2m^2 + 1$ có giá trị cực tiểu bằng 2.

Bài 3. Tìm giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $y = 2x + \sqrt{5 - x^2}$.

Bài 4. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có $AA' = \dfrac{a\sqrt{10}}{4}$, $AC = a\sqrt{2}$, $BC = a$, $ACB = 135^0$. Hình chiếu vuông góc của C' trên mặt phẳng (ABC) trùng với trung điểm M của AB. Tính theo a thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ và góc tạo bởi đường thẳng $C'M$ với mặt phẳng $(ACCA')$.

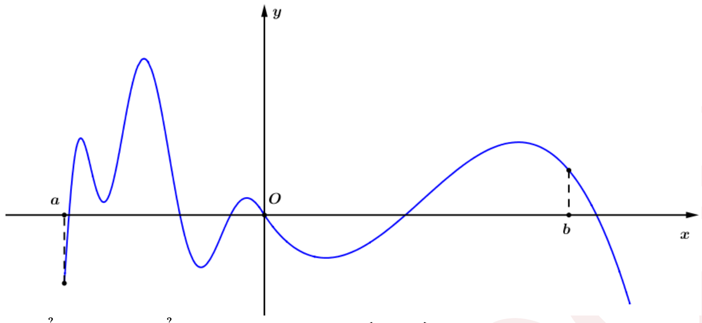
HDG ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KỲ I

Môn: TOÁN - Lớp 12

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG *Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)*

I - PHẦN TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Hàm số có bao nhiêu điểm cực tiểu trên khoảng $(a; b)$?

A. 2. **B.** 7. **C.** 4. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Từ hình vẽ ta có hàm số có 3 điểm cực tiểu.

Câu 2. Thể tích V của khối chóp có diện tích đáy bằng S và chiều cao bằng h là

A. $V = \frac{1}{2}Sh$. **B.** $V = Sh$. **C.** $V = \frac{1}{3}Sh$. **D.** $V = 3Sh$.

Lời giải

Chọn C

Thể tích V của khối chóp có diện tích đáy bằng S và chiều cao bằng h là $V = \frac{1}{3}Sh$.

Câu 3. Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{2019}{x-3}$ là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Vì $\lim\limits_{x\to3^+} \frac{2019}{x-3} = +\infty$ và $\lim\limits_{x\to3^-} \frac{2019}{x-3} = -\infty$ nên tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là $x = 3$.

Vì $\lim\limits_{x\to\pm\infty} \frac{2019}{x-3} = 0$ nên tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là $y = 0$.

Vậy đồ thị hàm số $y = \frac{2019}{x-3}$ có 2 đường tiệm cận.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Số nghiệm của phương trình $2f(x)-5=0$ là

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

Ta có $2f(x)-5=0 \Leftrightarrow f(x)=\dfrac{5}{2}$.

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy đồ thị hàm số $y=f(x)$ chỉ cắt đường thẳng $y=\dfrac{5}{2}$ tại một điểm duy nhất nên phương trình $f(x)=\dfrac{5}{2}$ chỉ có một nghiệm duy nhất.

Câu 5. Khối bát diện đều là khối đa diện đều loại nào?

A. $\{3;5\}$. **B.** $\{3;4\}$. **C.** $\{4;3\}$. **D.** $\{5;3\}$.

Lời giải

Chọn B

Khối bát diện đều là khối đa diện đều có 8 mặt; mỗi mặt là tam giác đều có 3 cạnh và mỗi đỉnh đều là đỉnh chung của đúng 4 mặt.

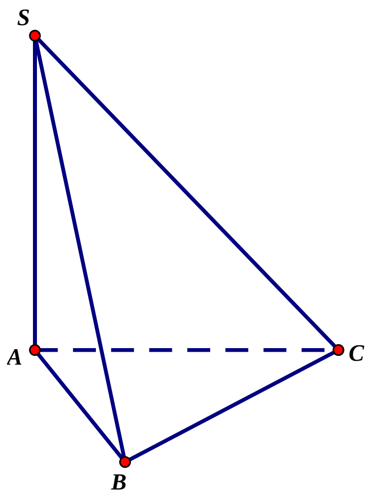
Vậy khối bát diện đều là khối đa diện đều loại $\{3;4\}$.

Câu 6. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $AB=a$, $BC=2a$, $SA\perp(ABC)$, $SA=3a$. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{1}{6}a^3$. **B.** $\frac{1}{3}a^3$. **C.** $3a^3$. **D.** a^3.

Lời giải

Chọn D



Thể tích $V_{S.ABC}=\frac{1}{3}S_{ABC}.SA=\frac{1}{3}.\frac{1}{2}BA.BC.SA=\frac{1}{6}a.2a.3a=a^3$.

Câu 7. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=-x(x-2)^2(x-3), \forall x\in\mathbb{R}$. Giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[0;4]$ bằng

A. $f(4)$. **B.** $f(0)$. **C.** $f(2)$. **D.** $f(3)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $f'(x)=-x(x-2)^2(x-3)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\\x=3\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[0;4]$

x	0		2		3		4
$f'(x)$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$f(0)$	$\nearrow$	$f(2)$	$\nearrow$	$f(3)$	$\searrow$	$f(4)$

Từ bảng biến thiên ta thấy giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[0;4]$ là $f(3)$.

Câu 8. Các khoảng đồng biến của hàm số $y=x^3+3x$ là

A. $(0;2)$. **B.** $\mathbb{R}$.

C. $(-\infty;1)$ và $(2;+\infty)$. **D.** $(0;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

$y'=3x^2+3>0\ \forall x\in\mathbb{R}$ suy ra hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 9. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		2		4		$+\infty$
y'		$+$	$\Vert$	$-$	0	$+$	
y			3				$+\infty$
	$-\infty$	$\nearrow$		$\searrow$	-2	$\nearrow$	

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên $(2;4)$. **B.** Hàm số nghịch biến trên $(4;+\infty)$.

C. Hàm số đồng biến trên $(-\infty;3)$. **D.** Hàm số đồng biến trên $(-2;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Từ bảng biến thiên ta có: Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên các khoảng $(-\infty;2)$, $(4;+\infty)$ và nghịch biến trên khoảng $(2;4)$. Do đó các phương án A, B, D là các phương án sai và phương án C là phương án đúng. Vậy ta chọn C.

Câu 10. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	↗	3	↘	2	↗	5	↘	$-\infty$

Gọi S là tập hợp các giá trị cực đại của hàm số. Kết quả nào sau đây đúng?

A. $S = \{-1;\ 1;\ 3;\ 5\}$. **B.** $S = \{3;\ 5\}$. **C.** $S = \{2;\ 3;\ 5\}$. **D.** $S = \{5\}$.

Lời giải

Chọn B

Tập hợp các giá trị cực đại của hàm số là $S = \{3;\ 5\}$.

Câu 11. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ. Tìm khẳng định đúng.

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
y'		$+$	$\|$	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	1	↘	0	↗	$+\infty$

A. Hàm số đạt cực đại tại $x = 1$ và đạt cực tiểu $x = 2$.

B. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 1.

C. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 1 và giá trị nhỏ nhất bằng 0.

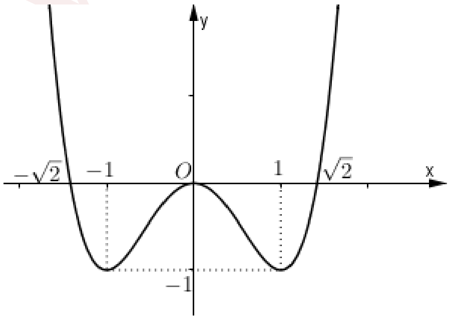
D. Hàm số có đúng một cực trị.

Lời giải

Chọn A

Từ bảng biến thiên ta có hàm số đạt cực đại tại $x = 1$ và đạt cực tiểu $x = 2$.

Câu 12. **(Thi thử SGD Hưng Yên)** Hàm số nào trong các hàm số sau đây có đồ thị như hình vẽ?



A. $y = -x^4 + 2x^2$. **B.** $y = x^4 - 2x^2 - 1$. **C.** $y = x^4 - 2x^2 + x$. **D.** $y = x^4 - 2x^2$.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào hình vẽ:

+ Đồ thị qua gốc tọa độ O nên loại đáp án
B.

+ Từ hình dạng đồ thị ta loại đáp án
D.

+ Đồ thị hàm số qua điểm $A\left(-\sqrt{2}; 0\right)$ và $B\left(\sqrt{2}; 0\right)$, ta thấy A không thuộc đồ thị của hàm số $y = x^4 - 2x^2 + x$ nên loại đáp án

C.

+ Xét đáp án A: $y = 0 \Leftrightarrow x^4 - 2x^2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 (y = 0) \\ x = \pm\sqrt{2} (y = 0) \end{array}\right.$ nên chọn đáp án A.

Câu 13. **(THPTQG 2019-MĐ103-Câu 19)** Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 3x$ trên đoạn $[-3;3]$ bằng

A. -2. **B.** 2. **C.** -18. **D.** 18.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y' = 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$

$f(-3) = -18;\ f(-1) = 2;\ f(1) = -2;\ f(3) = 18$.

Câu 14. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
y'		$-$	||	$-$	0	$+$	
y	0	$\searrow$	-4 || $+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	3

Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

A. 4. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

Qua bảng biến thiên ta có $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = 0$ và $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 3$ nên đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận ngang: $y = 0$ và $y = 3$.

Lại có $\lim\limits_{x \to 0^+} f(x) = +\infty$ nên đồ thị hàm số có một tiệm cận đứng $x = 0$.

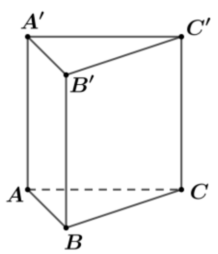
Vậy số tiệm cận của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là 3.

Câu 15. Hình lăng trụ tam giác có bao nhiêu cạnh?

A. 9. **B.** 12. **C.** 6. **D.** 10.

Lời giải

Chọn A



Hình lăng trụ tam giác có 9 cạnh.

Câu 16. Cho khối lăng trụ có đáy hình vuông cạnh $a\sqrt{2}$ chiều cao bằng $4a$. Tính thể tích khối lăng trụ đã cho.

A. $4a^3$. **B.** $16a^3$. **C.** $8a^3$. **D.** $\frac{16a^3}{3}$

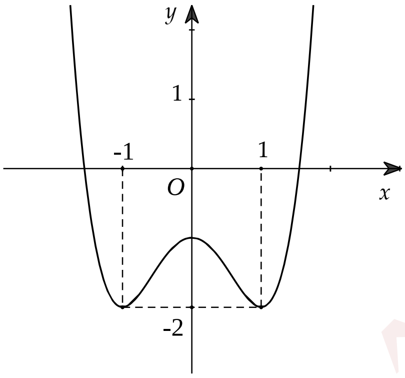
Lời giải

Chọn C

Diện tích hình vuông cạnh $a\sqrt{2}$ là $\left(a\sqrt{2}\right)^2 = 2a^2$.

Thể tích khối lăng trụ $V = B.h = 2a^2.4a = 8a^3$.

Câu 17. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như sau



Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0;+\infty)$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $(-1;1)$. **D.** $(-\infty;0)$.

Lời giải

Chọn B

Từ đồ thị của hàm số ta có hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(0;1)$.

Câu 18. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị của hàm số $y = \dfrac{5x-3}{x^2-2mx+1}$ không có tiệm cận đứng.

A. $m = 1$. **B.** $\left[\begin{array}{l} m > 1 \\ m < -1 \end{array}\right.$. **C.** $-1 < m < 1$. **D.** $m = -1$.

Lời giải

Chọn C

+ Giả sử $x = x_0$ là một TCĐ của đồ thị hàm số đã cho. Khi đó $\lim\limits_{x\to x_0} y = +\infty$ hoặc $\lim\limits_{x\to x_0} y = -\infty$.

Hay x_0 phải là nghiệm của phương trình $x^2 - 2mx + 1 = 0$.

Nên để đồ thị của hàm số đã cho không có tiệm cận đứng thì phương trình $x^2 - 2mx + 1 = 0$ phải vô nghiệm hay $-1 < m < 1$.

Câu 19. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, có đạo hàm $f'(x) = (x-2)^4 + 1$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;2)$ và nghịch biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

B. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$ và nghịch biến trên khoảng $(-\infty;2)$.

C. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

D. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $f'(x) = (x-2)^4 + 1 > 0,\ \forall x \in \mathbb{R}$. Suy ra hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$. Chọn đáp án A.

Câu 20. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ $(a \neq 0)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Tính $S = a + b$.

A. $S = -1$. **B.** $S = -2$. **C.** $S = 1$. **D.** $S = 0$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $y' = 3ax^2 + 2bx + c$.

Từ bảng biến thiên, ta thấy: hàm số đạt cực trị tại $x = 0, x = 2$ nên $y'(0) = y'(2) = 0$.

Đồ thị đi qua các điểm $(0;2);(2;-2)$.

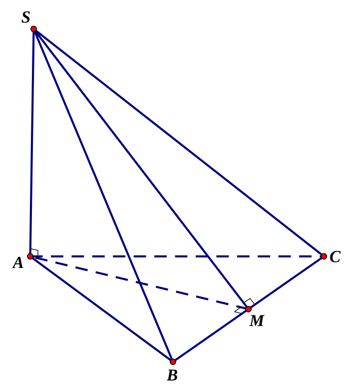
Ta có hệ $\begin{cases} y'(0) = 0 \\ y'(2) = 0 \\ y(0) = 2 \\ y(2) = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 0 \\ 12a + 4b + c = 0 \\ d = 2 \\ 8a + 4b + 2c + d = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -3 \\ c = 0 \\ d = 2 \end{cases}$. Suy ra $S = a + b = -2$.

Câu 21. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với đáy (ABC). Biết góc tạo bởi (SBC) và (ABC) bằng $60°$. Tính thể tích V của khối chóp $SABC$.

A. $V = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{8}$. **B.** $V = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **C.** $V = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{24}$. **D.** $V = \dfrac{3\sqrt{3}a^3}{8}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi M là trung điểm BC.

Khi đó: $AM \perp BC; SA \perp BC$ nên $SM \perp BC$.

Suy ra: $((SBC);(ABC)) = SMA$. Nên $SMA = 60°$.

Vì tam giác ABC đều nên $AM = \dfrac{\sqrt{3}}{2}a$.

Xét tam giác SAM vuông tại A có $SMA = 60°$ nên $SA = AM.\tan 60° = \dfrac{\sqrt{3}}{2}a.\sqrt{3} = \dfrac{3}{2}a$.

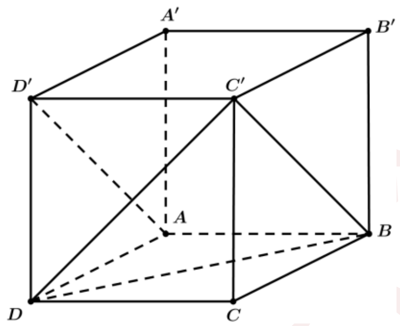
Vậy: $V_{S.ABC}=\frac{1}{3}.SA.S_{ABC}=\frac{1}{3}.\frac{3}{2}a.\frac{\sqrt{3}}{4}a^2=\frac{\sqrt{3}}{8}a^3$.

Câu 22. Khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a. Khi đó thể tích khối chóp $D.ABC'D'$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **B.** $\frac{a^3}{3}$. **C.** $\frac{a^3}{4}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

Lời giải

Chọn B



Ta có: $V_{ABCD.A'B'C'D'}=V_{A'AD'.B'BC'}+V_{D.ABC'D'}+V_{C'.BCD}$.

Ta lại có:

$V_{ABCD.A'B'C'D'}=a^3$.

$V_{C'.BCD}=\frac{1}{3}S_{BCD}.CC'=\frac{1}{3}\frac{a^2}{2}.a=\frac{a^3}{6}$.

$V_{A'AD'.B'BC'}=S_{AA'D}.A'B'=\frac{1}{2}a^2.a=\frac{1}{2}a^3$.

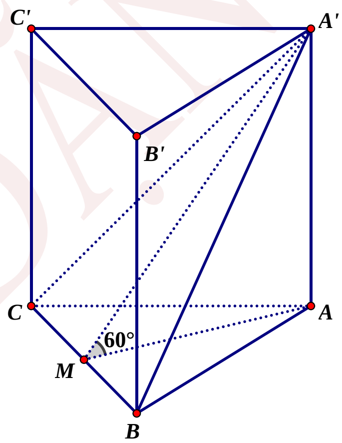
Suy ra: $V_{D.ABC'D'}=V_{ABCD.A'B'C'D'}-V_{A'AD'.B'BC'}-V_{C'.BCD}=a^3-\frac{a^3}{6}-\frac{a^3}{2}=\frac{a^3}{3}$

Câu 23. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) bằng $60°$, cạnh $AB=2a$. Thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $2a^3$. **B.** $3a^3\sqrt{3}$. **C.** $a^3\sqrt{3}$. **D.** $6a^3$.

Lời giải

Chọn B



Gọi M là trung điểm BC.

$ABC.A'B'C'$là lăng trụ tam giác đều nên: $\begin{cases}BC\perp AM\\BC\perp AA'\end{cases}\Rightarrow BC\perp(AMA')$.

Suy ra góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) là $\widehat{AMA'}=60°$.

ABClà tam giác đều nên: $AM = \frac{AB\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$.

$AA' = AM.\tan 60° = 3a$.

$V = AA'.S_{\triangle ABC} = 3a\frac{BC.AM}{2} = 3a\frac{2a.a\sqrt{3}}{2} = 3a^3\sqrt{3}$.

Câu 24. Tìm tất cả giá trị thực của tham số m để hàm số $y=(m-1)x^4-2(m-3)x^2+1$ không có cực đại.

A. $m\le 1$. **B.** $1<m\le 3$. **C.** $m\ge 1$. **D.** $1\le m\le 3$.

Lời giải

Chọn D

Nếu $m=1$, hàm số viết là $y=4x^2+1$, hàm số này có một điểm cực tiểu và không có cực đại. Suy ra $m=1$ thỏa yêu cầu bài toán.

Nếu $m\ne 1$, hàm số không có cực đại khi $\begin{cases} m-1>0 \\ m-3\le 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m>1 \\ m\le 3\end{cases} \Leftrightarrow 1<m\le 3$

Vậy hàm số không có cực đại khi $1\le m\le 3$.

Câu 25. Tìm tất cả giá trị của tham số m để hàm số $f(x)=x^3+3x^2+m^2-5$ có giá trị lớn nhất trên đoạn $[-1;2]$là 19.

A. $m=2$ và $m=3$. **B.** $m=1$và $m=-2$. **C.** $m=2$ và $m=-2$. **D.** $m=1$và $m=3$.

Lời giải

Chọn C

Ta có

$$f'(x)=3x^2+6x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0\in[-1;2] \\ x=-2\notin[-1;2]\end{array}\right.$$

$$\Rightarrow \underset{[-1;2]}{\text{Max}}\ f(x)=\text{Max}\left\{f(-1);f(0);f(2)\right\}=\text{Max}\left\{m^2-3;m^2-5;m^2+15\right\}=m^2+15=19$$

$$\Rightarrow m^2=4 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=2 \\ m=-2\end{array}\right..$$

Câu 26. Biết đồ thị hàm số $y=f(x)$ có một tiệm cận ngang là $y=3$. Khi đó đồ thị hàm số $y=2f(x)-4$ có một tiệm cận ngang là

A. $y=3$. **B.** $y=2$. **C.** $y=1$. **D.** $y=-4$.

Lời giải

Chọn B

Chẳng hạn: hàm số $y=\frac{3x}{x-1}$ có một tiệm cận ngang là $y=3$ thì hàm số

$y=2f(x)-4=2.\frac{3x}{x-1}-4=\frac{2x+4}{x-1}$ có một đường tiệm cận ngang là $y=2$.

Câu 27. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=-\frac{1}{3}x^3-mx^2+(2m-3)x+2018$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

A. $-3\le m\le 1$. **B.** $-3<m<1$.

C. $m\ge 1$hoặc $m\le -3$. **D.** $m\le 1$.

Lời giải

Chọn A

Cách 1. (tự luận)

TXĐ: $D=\mathbb{R}$.

$y'=-x^2-2mx+2m-3$.

Hàm số bậc ba $y=ax^3+bx^2+cx+d$ với $a\neq 0$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi

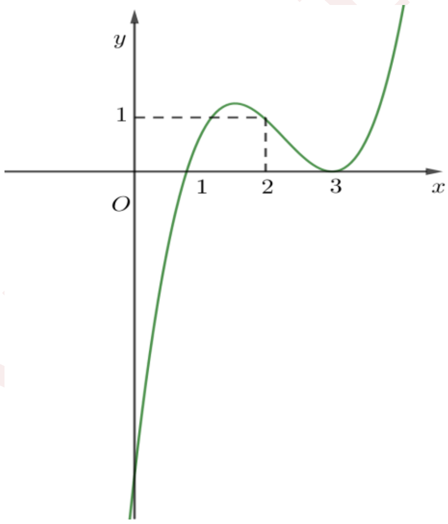
$$y'\le 0,\forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow\begin{cases}a<0\\ \Delta_{y'}\le 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-1<0\\ 4m^2+8m-12\le 0\end{cases}\Leftrightarrow m^2+2m-3\le 0\Leftrightarrow -3\le m\le 1$$

Cách 2. (trắc nghiệm)

Ta có y nghịch biến trên $\mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}a<0\\ b^2-3ac\le 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-\dfrac{1}{3}<0\\ (-m)^2-3.\left(-\dfrac{1}{3}\right).(2m-3)\le 0\end{cases}\Leftrightarrow m^2+2m-3\le 0\Leftrightarrow -3\le m\le 1$$

Câu 28. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ:



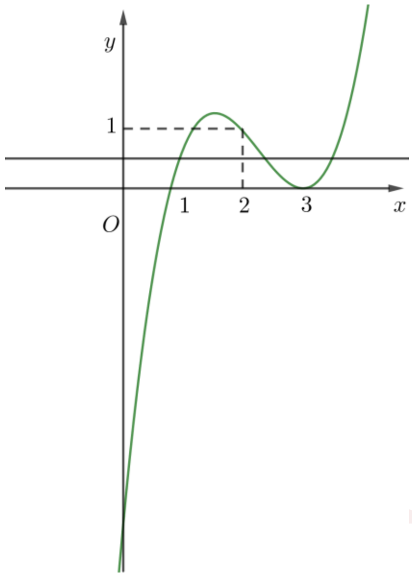
Khi đó phương trình $2f(x)-1=0$ có bao nhiêu nghiệm thực phân biệt.

A. 3. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

Số nghiệm của phương trình $2f(x)-1=0$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $y=\frac{1}{2}$.



Vậy phương trình $2f(x)-1=0$ có 3 nghiệm thực phân biệt.

Câu 29. Cho hàm số $y=\sqrt{x^2-2x-3}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\max y=1$. **B.** $\max y=2$.

C. $\max y=0$. **D.** Hàm số không có giá trị lớn nhất.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện xác định: $x^2-2x-3\ge 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x\ge 3\\ x\le -1\end{array}\right.$

$\Rightarrow$ Tập xác định: $D=(-\infty;-1]\cup[3;+\infty)$

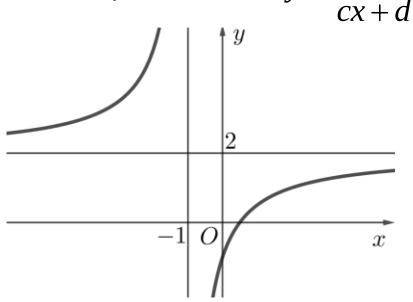
$y'=\frac{2x-2}{2\sqrt{x^2-2x-3}}=\frac{x-1}{\sqrt{x^2-2x-3}}=0\Rightarrow\begin{cases}x=1\\ x^2-2x-3>0\end{cases}\Leftrightarrow VN$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$-$	‖		‖	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	0		0	$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên, Suy ra KQ.

Câu 30. Đường cong ở hình vẽ dưới đây là đồ thị của hàm số $y=\frac{ax+b}{cx+d}$ với a,b,c,d là các số thực.



Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

A. $y'<0,\forall x\ne -1$. **B.** $y'>0,\forall x\in\mathbb{R}$. **C.** $y'>0,\forall x\ne 2$. **D.** $y'>0,\forall x\ne -1$.

Lời giải

Chọn D

Từ hình vẽ ta suy ra: tiệm cận đứng của đồ thị hàm số có phương trình $x=-1$, nên hàm số đã cho xác định khi và chỉ khi $x\neq -1$.

Trên mỗi khoảng $(-\infty;-1),(-1;+\infty)$ đồ thị hàm số là một đường đi lên từ trái sang phải, nên hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty;-1),(-1;+\infty)$.

Vậy $y'>0,\forall x\neq -1$.

Câu 31. Số điểm cực trị của hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x+1)(x-2)^2,\forall x\in\mathbb{R}$ là

A. 0. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C

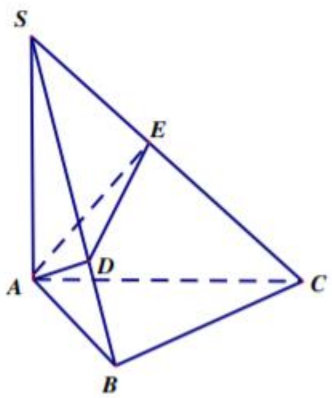
Ta có:

$$f'(x)=0\Leftrightarrow (x+1)(x-2)^2=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=2 \end{array}\right..$$

Do phương trình $f'(x)=0$ có một nghiệm bội lẻ là $x=-1$ và một nghiệm bội chẵn là $x=2$ nên hàm số $f(x)$ có một cực trị.

Câu 32. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B, SA vuông góc với mặt đáy (ABC), $BC=a$, góc hợp bởi (SBC) và (ABC) là $60°$. Mặt phẳng (P) qua A vuông góc với SC cắt SB,SC lần lượt tại D,E. Thể tích khối đa diện $ABCED$ là

A. $\frac{3\sqrt{3}a^3}{40}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$. **C.** $\frac{11\sqrt{3}a^3}{120}$. **D.** $\frac{3\sqrt{3}a^3}{60}$.



Lời giải

Chọn C

Ta có $\begin{cases} BC\perp BA \\ BC\perp SA\end{cases}\Rightarrow BC\perp (SBA)\Rightarrow BC\perp SB$. Do đó góc $\angle SBA$ là góc giữa (SBC) và (ABC).

Từ đó suy ra $\angle SBA=60°$. Tam giác SBA vuông có $SA=AB\tan 60°=a\sqrt{3}$

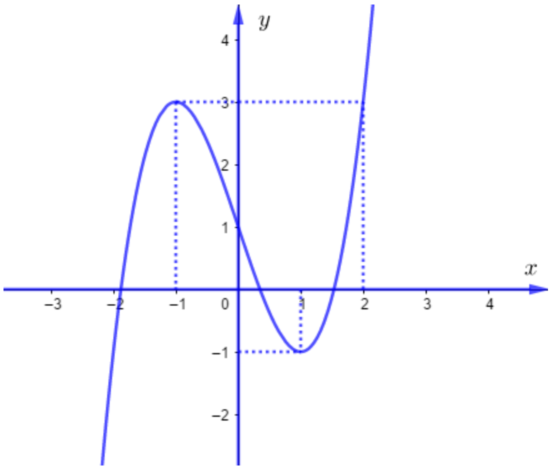
Ta có $BC\perp (SAB)\Rightarrow BC\perp AD$; $\begin{cases} AD\perp BC \\ AD\perp SC\end{cases}\Rightarrow AD\perp SB$.

$\frac{V_{S.ADE}}{V_{S.ABC}}=\frac{SA}{SA}.\frac{SD}{SB}.\frac{SE}{SC}=\frac{SD.SB}{SB^2}.\frac{SE.SC}{SC^2}=\frac{SA^2}{SB^2}.\frac{SA^2}{SC^2}=\frac{9a^4}{4a^2.5a^2}=\frac{9}{20}$.

$V_{S.ABC}=\frac{1}{3}SA.S_{ABC}=\frac{1}{3}\sqrt{3}a.\frac{a^2}{2}=\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$.

Vậy $V_{ABCED}=\frac{11}{20}.V_{S.ABC}=\frac{11\sqrt{3}a^3}{120}$.

Câu 33. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đúng hai điểm cực trị $x=-1,x=1$, có đồ thị như hình vẽ sau:



Hỏi hàm số $y = f(x^2 - 2x + 1) + 2020$ có bao nhiêu điểm cực tiểu?

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

Do hàm số $y = f(x)$ có đúng hai điểm cực trị $x = -1, x = 1$ nên phương trình $f'(x) = 0$ có hai nghiệm bội lẻ phân biệt $x = -1, x = 1$. Dấu của $f'(x)$

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Ta có $y' = (2x - 2)f'(x^2 - 2x + 1)$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x - 2 = 0 \\ x^2 - 2x + 1 = -1 \\ x^2 - 2x + 1 = 1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = 0 \\ x = 2 \end{array}\right..$$

Ta có: 3 nghiệm 0, 1, 2 của $y' = 0$ đều là nghiệm bội lẻ nên y' đổi dấu khi qua các điểm này.

Mặt khác với $x > 2$ thì $2x - 2 > 0$ và $x^2 - 2x + 1 > 0, f'(x^2 - 2x + 1) > 0$.

Do đó ta có bảng biến thiên:

x	$-\infty$		0		1		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y		$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$	

Từ bảng biến thiên ta suy ra hàm số $y = f(x^2 - 2x + 1) + 2020$ có 2 điểm cực tiểu.

Câu 34. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	↗	2	↘	-1	↗	2	↘	$-\infty$

Số nghiệm thuộc $\left[0;\frac{3\pi}{2}\right]$ của phương trình $|f(cos\,2x)| = 1$ là

A. 9. **B.** 4. **C.** 7. **D.** 10.

Lời giải

Chọn A

Từ bảng biến thiên của $f(x)$ ta suy ra bảng biến thiên của $|f(x)|$ như sau

x	$-\infty$				-1				0				1				$+\infty$
$\lvert f(x)\rvert$	$+\infty$	↘	0	↗	2	↘	0	↗	1	↘	0	↗	2	↘	0	↗	$+\infty$

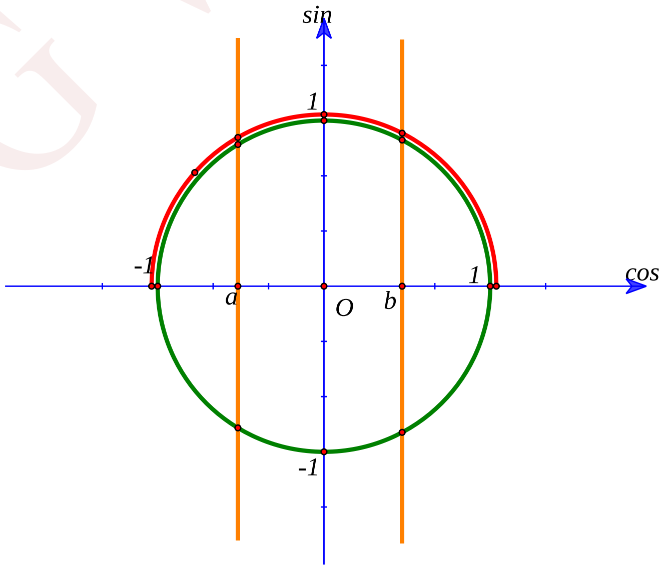
Đặt $t = cos\,2x \in [-1; 1]$.

Dựa vào bảng biến thiên trên, phương trình $|f(t)| = 1$ chỉ có 3 nghiệm thuộc $(-1; 1)$.

Ta có $|f(t)| = 1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = a \in (-1; 0) \\ t = 0 \\ t = b \in (0; 1) \end{array}\right.$.

Do $x \in \left[0;\frac{3\pi}{2}\right] \Leftrightarrow 2x \in [0; 3\pi]$.

Xét đường tròn lượng giác



Phương trình $cos\,2x = a, a \in (-1; 0)$ có 3 nghiệm phân biệt thuộc $\left[0;\frac{3\pi}{2}\right]$.

Phương trình $cos\,2x = b, a \in (0; 1)$ có 3 nghiệm phân biệt thuộc $\left[0;\frac{3\pi}{2}\right]$.

Phương trình $cos\,2x = 0$ có 3 nghiệm phân biệt thuộc $\left[0;\frac{3\pi}{2}\right]$.

Vậy số nghiệm thuộc $\left[0;\frac{3\pi}{2}\right]$ của phương trình $|f(cos\,2\,x)| = 1$ là 9 nghiệm.

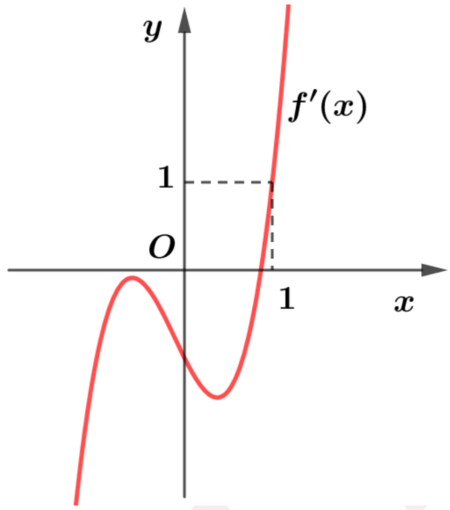
Phân tích phương án nhiễu:

B: Học sinh nhầm $|f(cos\,2\,x)| = 1$ chỉ có 4 nghiệm phân biệt dựa vào BBT.

C: Học sinh nhầm $|f(cos\,2\,x)| = 1$ có 7 nghiệm phân biệt dựa vào BBT sau khi lấy đối xứng.

D: Học sinh nhầm $|f(cos\,2\,x)| = 1$ có 10 nghiệm phân biệt do nhầm lẫn $sin\,2\,x$ và $cos\,2\,x$.

Câu 35. Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$có đồ thị như hình bên.



Hàm số $g(x) = f(x^2 + 2x) - x^2 - 2x$đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(-1-\sqrt{2};-1\right)$. **B.** $\left(-1-\sqrt{2};-1+\sqrt{2}\right)$.

C. $(-1;+\infty)$. **D.** $\left(-1;-1+\sqrt{2}\right)$.

Lời giải

Chọn A

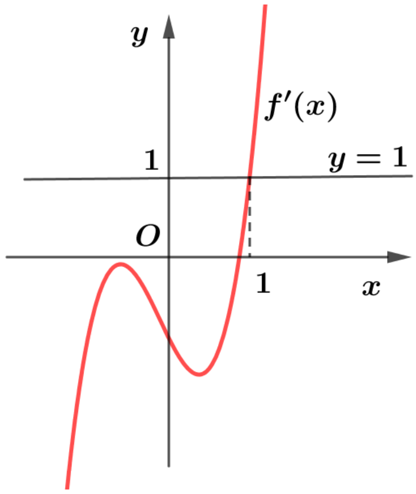
Ta có: $g(x) = f(x^2 + 2x) - x^2 - 2x$

$\Rightarrow g'(x) = (2x+2)f'(x^2+2x) - 2x - 2 = 2(x+1)[f'(x^2+2x) - 1]$.

$\Rightarrow g'(x) = 0 \Leftrightarrow 2(x+1)[f'(x^2+2x) - 1] = 0 \Leftrightarrow x = -1, x = -1+\sqrt{2}, x = -1-\sqrt{2}$

$$\text{Xét} g'(x) > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x+1>0 \\ f'(x^2+2x) > 1 \end{cases} (I) \\ \begin{cases} x+1<0 \\ f'(x^2+2x) < 1 \end{cases} (II) \end{array}\right..$$

Xét sự tương giao của đồ thị hàm số $y = f'(x)$và $y = 1$.



Dựa vào đồ thị ta có: $f'(x^2+2x)>1 \Leftrightarrow x^2+2x>1$ và $f'(x^2+2x)<1 \Leftrightarrow x^2+2x<1$.

Xét hệ (I): $\begin{cases} x+1>0 \\ f'(x^2+2x)>1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>-1 \\ x^2+2x>1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>-1 \\ \left[\begin{array}{l} x>-1+\sqrt{2} \\ x<-1-\sqrt{2} \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow x>-1+\sqrt{2}$.

Xét hệ (II): $\begin{cases} x+1<0 \\ f'(x^2+2x)<1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x<-1 \\ x^2+2x<1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x<-1 \\ -1-\sqrt{2}<x<-1+\sqrt{2} \end{cases}$

$\Leftrightarrow -1-\sqrt{2}<x<-1$.

Vậy hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1-\sqrt{2};-1)$ và $(-1+\sqrt{2};+\infty)$.

II - PHẦN TỰ LUẬN

Bài 1. Tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $f(x)=\dfrac{x^2-3x+1}{x-1}$ trên đoạn $[2;5]$.

Bài 2. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y=x^4+2mx^2+2m^2+1$ có giá trị cực tiểu bằng 2.

Bài 3. Tìm giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $y=2x+\sqrt{5-x^2}$.

Bài 4. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có $AA'=\dfrac{a\sqrt{10}}{4}$, $AC=a\sqrt{2}$, $BC=a$, $\widehat{ACB}=135^0$. Hình chiếu vuông góc của C' trên mặt phẳng (ABC) trùng với trung điểm M của AB. Tính theo a thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ và góc tạo bởi đường thẳng $C'M$ với mặt phẳng $(ACCA')$.

------------- HẾT -------------

ĐỀ 23

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KỲ I

Môn: TOÁN - Lớp 12

Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

PHẦN 1. TRẮC NGHIỆM (35 CÂU – 7 ĐIỂM)

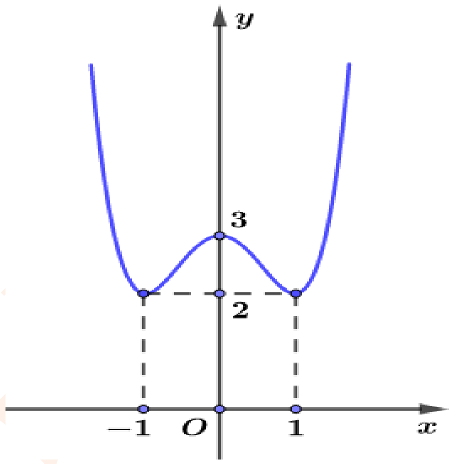
Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ:

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	2	$\nearrow$	5	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(-1;3)$. **B.** $(-2;1)$. **C.** $(2;5)$. **D.** $(0;2)$.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ:



Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng

A. $(-\infty;-1)$ và $(0;1)$. **B.** $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$.

C. $(2;3)$. **D.** $(-\infty;-1)$ và $(1;3)$.

Câu 3. Cho hàm số $y = \dfrac{2x-1}{x+1}$. Mệnh đề nào sau đây là **sai?**

A. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

B. Hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$.

C. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-3;+\infty)$.

D. Hàm số đã cho đồng biến trên từng khoảng xác định.

Câu 4. Cho hàm số $y = \sqrt{x^2-1}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

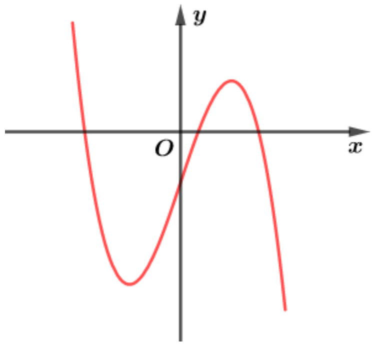
A Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;0)$. **B.** Hàm số đồng biến trên $(0;+\infty)$.

C. Hàm số đồng biến trên $(-\infty;+\infty)$. **D.** Hàm số đồng biến trên $(1;+\infty)$.

Câu 5. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'\left(x\right)=\left(1-x\right)^2\left(x+1\right)^3\left(3-x\right)$. Hàm số $y=f\left(x\right)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(-\infty;1\right)$. **B.** $\left(-\infty;-1\right)$. **C.** $\left(1;3\right)$. **D.** $\left(3;+\infty\right)$.

Câu 6. Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d\ \left(a,b,c,d\in\mathbb{R}\right)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Số điểm cực trị của hàm số này là

A. 3. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

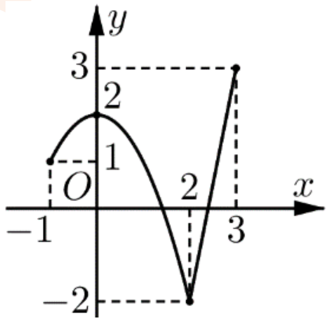
Câu 7. Cho hàm số $f\ x$ có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	5	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số đã cho đạt cực đại tại điểm

A. $x=1$. **B.** $x=5$. **C.** $x=2$. **D.** $x=0$.

Câu 8. Cho hàm số $f\ x$ có đồ thị như hình vẽ. Trên đoạn $-1;3$ hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?



A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 9. Cho hàm số $f\ x$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	$\|\|$	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-4	$\nearrow$	-3	$\searrow$	-4	$\nearrow$	$+\infty$

Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Hàm số có ba giá trị cực trị. **B.** Hàm số có ba điểm cực trị.

C. Hàm số có hai điểm cực trị. **D.** Hàm số đạt cực đại tại điểm $x=1$..

Câu 10. Tìm m để hàm số $y = x^3 - 2mx^2 + m^2x + m - 1$ đạt cực tiểu tại $x = 1$.

A. $m = 4$. **B.** $m = 1$. **C.** $m = \frac{3}{2}$. **D.** $m = 3$.

Câu 11. Cho hàm số $y = f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$	$+\infty$

Hỏi hàm số $y = f\left(x^2\right)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 4. **B.** 2. **C.** 5. **D.** 3.

Câu 12. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = f\left(x\right) = \frac{1}{4}x^4 - 10x^2 - \frac{143}{4}$ trên đoạn $\left[-2;5\right]$.

A. $-\frac{143}{4}$. **B.** $-\frac{259}{2}$. **C.** $-\frac{289}{4}$. **D.** $-\frac{543}{4}$.

Câu 13. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ:

Giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $\left[-1;3\right]$ bằng:

A. 2. **B.** -2. **C.** 3. **D.** -1.

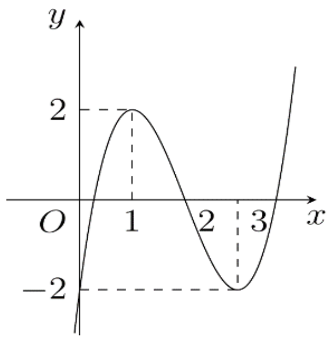
Câu 14. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = \sqrt{1 - x^2}$ bằng:

A. 0. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 1.

Câu 15. Cho hàm số $f(x) = x^3 - 3x + m$. Giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $\left[0;2\right]$ bằng 4 khi m nhận giá trị bằng

A. 4. **B.** -2. **C.** 2. **D.** 6.

Câu 16. Đồ thị ở hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?



A. $y = -x^3 + 6x^2 + 9x - 2$ **B.** $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 2$

C. $y = x^3 - 3x^2 - 2$ **D.** $y = -x^3 + 6x^2 - 9x + 2$

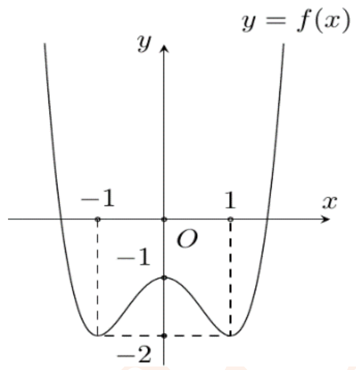
Câu 17. Bảng biến thiên ở hình dưới là của hàm số nào dưới đây.

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	||	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-4	$\nearrow$	-3	$\searrow$	-4	$\nearrow$	$+\infty$

A. $y=2|x|^3-3|x|-3$ **B.** $y=2|x|^3-3|x|^2-3$

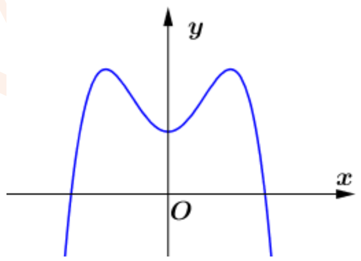
C. $y=x^4-x^2-3$ **D.** $y=x^4-2x^2-2$

Câu 18. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị ở hình bên. Số nghiệm dương phân biệt của phương trình $2f(x)-1=0$ là



A. 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 4

Câu 19. Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ $(a\neq 0)$ có đồ thị như hình vẽ sau:



Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $a<0,b>0,c>0$. **B.** $a>0,b>0,c>0$.

C. $a<0,b<0,c>0$. **D.** $a>0,b<0,c>0$.

Câu 20. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	||	$-$	0	$+$	
y	2	$\searrow$	$-\infty$ || $+\infty$	$\searrow$	2	$\nearrow$	$+\infty$

Số đường tiệm ngang của đồ thị hàm số là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 21. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x}{x^2-1}$ là đường thẳng

A. $y=1$. **B.** $y=-1$. **C.** $x=1$. **D.** $y=0$.

Câu 22. Đồ thị của hàm số nào trong các hàm số sau đây có tiệm cận đứng?

A. $y=\dfrac{1}{x^4+1}$. **B.** $y=\dfrac{1}{x^2+1}$. **C.** $y=\dfrac{1}{\sqrt{x}}$. **D.** $y=\dfrac{1}{x^2-x+3}$.

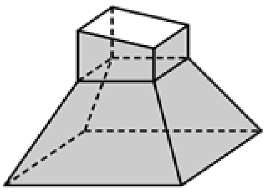
Câu 23. Cho hàm số $y=\dfrac{2x+1}{\sqrt{mx^2+1}}$. Điều kiện để đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là

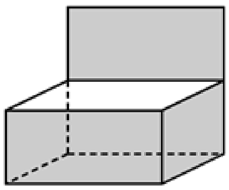
A. $m\neq 0$. **B.** $m=0$. **C.** $m>0$. **D.** $m<0$.

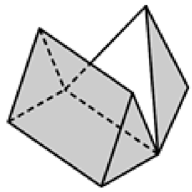
Câu 24. Cho hàm số $y=\dfrac{x-1}{x^2-4x+m}$. Điều kiện để đồ thị hàm số có đúng 3 tiệm cận là

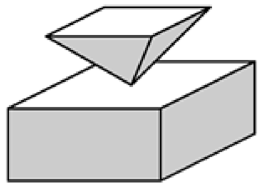
A. $m<4$. **B.** $m\neq 3$. **C.** $\begin{cases} m<4 \\ m\neq 3 \end{cases}$. **D.** $m=3$.

Câu 25. Trong các hình sau, hình nào là hình đa diện?


Hình 1

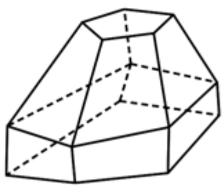

Hình 2

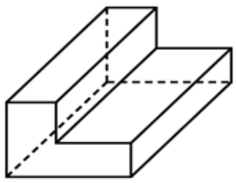

Hình 3

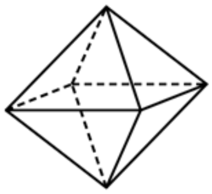

Hình 4

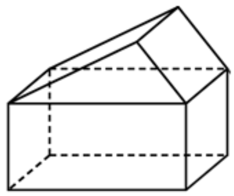
A. Hình 1. **B.** Hình 2. **C.** Hình 3. **D.** Hình 4.

Câu 26. Trong các hình sau, hình nào không là hình đa diện lồi?


Hình 1


Hình 2


Hình 3

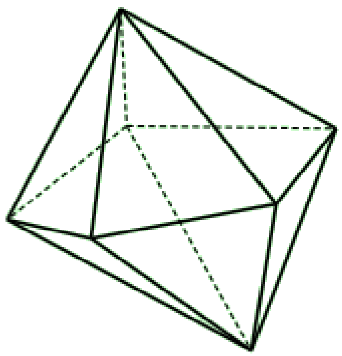

Hình 4

A. Hình 1. **B.** Hình 2. **C.** Hình 3. **D.** Hình 4.

Câu 27. Hình lăng trụ tam giác đều có tất cả bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 6. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 5.

Câu 28. Số mặt của hình đa diện bên là



A. 11. **B.** 12. **C.** 10. **D.** 6.

Câu29. **[Mức độ 1]** Cho khối chóp có diện tích đáy $B=3$ và chiều cao $h=2$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. 6. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 12.

Câu30. **[Mức độ 2]** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, cạnh SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, góc giữa cạnh SD và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 60^0. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $\sqrt{3}a^3$. **B.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$. **D.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{9}$.

Câu 31. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ đáy là hình vuông cạnh $2a$. Biết diện tích tam giác SBD bằng $\sqrt{6}a^2$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $\frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$. **B.** $\frac{4\sqrt{3}a^3}{3}$. **C.** $\frac{\sqrt{6}a^3}{3}$. **D.** $\frac{4\sqrt{6}a^3}{3}$.

Câu 32. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông cạnh a. Biết diện tích toàn phần của hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ bằng $10a^2$. Tính thể tích khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$.

A. $\frac{2a^3}{3}$. **B.** $4a^3$. **C.** $2a^3$. **D.** $8a^3$.

Câu 33. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB=a$; $AD=2a$. Cạnh bên tạo với đáy một góc 30^0. Hình chiếu vuông góc của D' lên mặt phẳng $(ABCD)$ trùng với trọng tâm tam giác ACD. Thể tích khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ bằng

A. $\frac{2\sqrt{15}a^3}{27}$. **B.** $\frac{2\sqrt{15}a^3}{3}$. **C.** $\frac{\sqrt{15}a^3}{3}$. **D.** $\frac{2\sqrt{15}a^3}{9}$.

Câu 34. Hình lập phương có độ dài đường chéo bằng 6 thì thể tích khối lập phương đó bằng

A. 8. **B.** $24\sqrt{3}$. **C.** $54\sqrt{2}$. **D.** $2\sqrt{2}$.

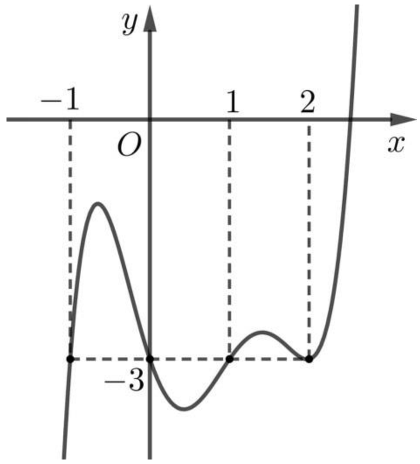
Câu 35. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a. Hình chiếu vuông góc của đỉnh A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm của tam giác ABC. Góc giữa mặt phẳng $(ABB'A')$ với mặt đáy bằng $60°$. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$. **B.** $\frac{3a^3\sqrt{3}}{16}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

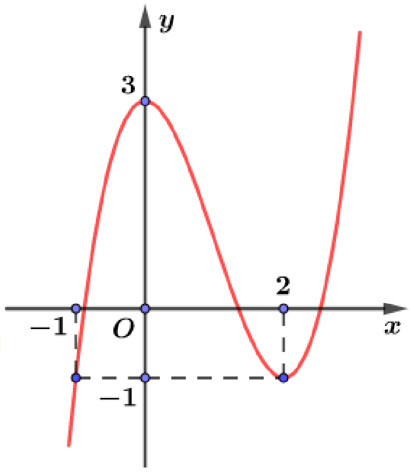
PHẦN 2. TỰ LUẬN (4 CÂU – 3 ĐIỂM)

Câu 36. Cho hàm số $y=\frac{x-1}{1-2x}$ có đồ thị (C). Tìm giá trị của tham số m để đường thẳng $d: x-y+m=0$ cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho $AB=\left|\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}\right|$, với O là gốc tọa độ.

Câu 37. Cho hàm số đa thức $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$, $f(0)<0$ và đồ thị hình bên dưới là đồ thị của đạo hàm $f'(x)$. Hỏi hàm số $g(x)=\left|f(x)+3x\right|$ có bao nhiêu điểm cực trị?



Câu 38. Cho hàm số $y = f\left(x\right)$ liên tục trên R và có đồ thị là đường cong trong hình bên. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $g\left(x\right) = \dfrac{m}{f\left(x^2 - 2x\right) + m}$ có 6 đường tiệm cận đứng.



Câu 39. Cho khối chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với đáy. Biết rằng $AB = 2; AC = 3$ và $BAC = 120°$. Gọi M, N lần lượt là hình chiếu vuông góc của A trên SB và SC. Góc giữa mặt phẳng $\left(ABC\right)$ và mặt phẳng $\left(AMN\right)$ bằng $60°$. Tính thể tích khối chóp đã cho.

--------- HẾT ---------

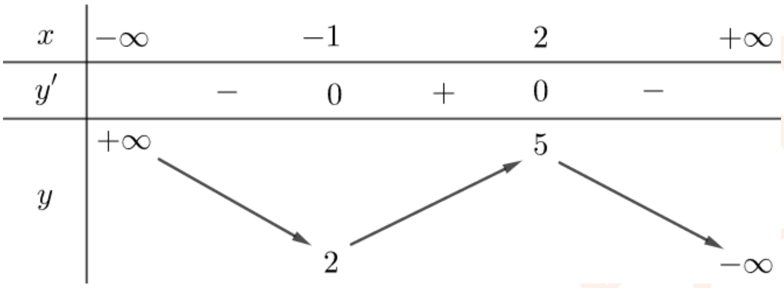
BẢNG ĐÁP ÁN

1D	2A	3C	4D	5C	6B	7C	8B	9B	10B	11D	12A	13C	14D	15C
16B	17B	18A	19A	20A	21D	22C	23C	24C	25A	26B	27B	28C	29B	30B
31B	32C	33D	34B	35D										

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN 1. TRẮC NGHIỆM (35 CÂU – 7 ĐIỂM)

Câu 1. Cho hàm số $y = f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như hình vẽ:



Hàm số $y = f\left(x\right)$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

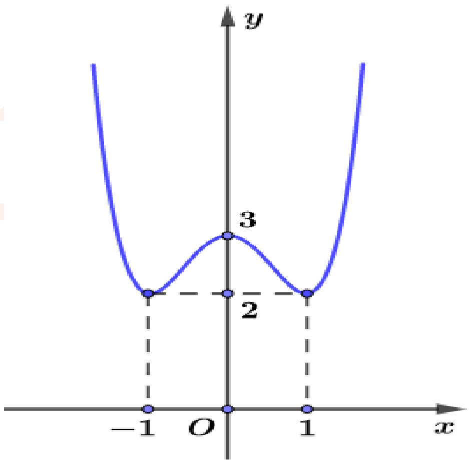
A. $\left(-1;3\right)$. **B.** $\left(-2;1\right)$. **C.** $\left(2;5\right)$. **D.** $\left(0;2\right)$.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy hàm số $y = f\left(x\right)$ đồng biến trên khoảng $\left(-1;2\right)$.

Mà $\left(0;2\right) \subset \left(-1;2\right)$ nên hàm số $y = f\left(x\right)$ đồng biến trên khoảng $\left(0;2\right)$.

Câu 2. Cho hàm số $y = f\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ:



Hàm số $y = f\left(x\right)$ nghịch biến trên khoảng

A. $\left(-\infty;-1\right)$ và $\left(0;1\right)$. **B.** $\left(-1;0\right)$ và $\left(1;+\infty\right)$.

C. $\left(2;3\right)$. **D.** $\left(-\infty;-1\right)$ và $\left(1;3\right)$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị của hàm số $y = f\left(x\right)$, ta thấy hàm số nghịch biến trên các khoảng $\left(-\infty;-1\right)$ và $\left(0;1\right)$.

Câu 3. Cho hàm số $y = \dfrac{2x-1}{x+1}$. Mệnh đề nào sau đây là **sai?**

A. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

B. Hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$.

C. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-3;+\infty)$.

D. Hàm số đã cho đồng biến trên từng khoảng xác định.

Lời giải

■ Ta có tập xác định của hàm số là $D=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$ và hàm số có $y'=\dfrac{3}{(x+1)^2}>0,\forall x\neq -1$.

Do đó, hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$.

■ Từ đó, ta suy ra mệnh đề: "Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$" và "Hàm số đã cho đồng biến trên từng khoảng xác định" là các mệnh đề đúng.

■ Khoảng $(-3;+\infty)$ có chứa điểm -1 nên mệnh đề "Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-3;+\infty)$" là mệnh đề sai.

Câu 4. Cho hàm số $y=\sqrt{x^2-1}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;0)$.

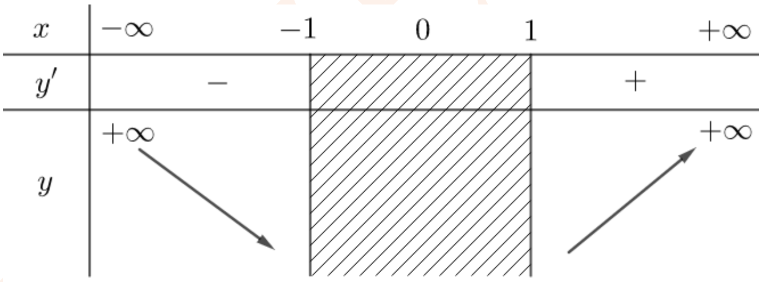
B. Hàm số đồng biến trên $(0;+\infty)$.

C. Hàm số đồng biến trên $(-\infty;+\infty)$.

D. Hàm số đồng biến trên $(1;+\infty)$.

Lời giải

TXĐ $(-\infty;-1]\cup[1;+\infty)$. Ta có $y'=\dfrac{1}{2\sqrt{x^2-1}}\left(x^2-1\right)'=\dfrac{x}{\sqrt{x^2-1}}$



Từ bảng biến thiên của hàm số ta thấy hàm số đồng biến trên $(1;+\infty)$.

Câu 5. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x)=(1-x)^2(x+1)^3(3-x)$. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;1)$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $(1;3)$. **D.** $(3;+\infty)$.

Lời giải

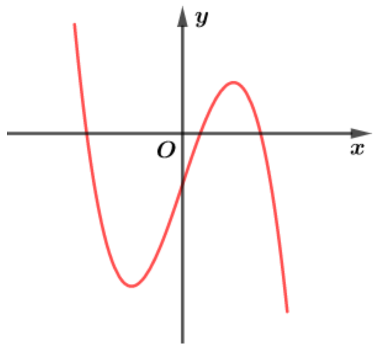
Ta có: $f'(x)=0\Leftrightarrow(1-x)^2(x+1)^3(3-x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-1\\x=3\end{array}\right.$.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$		-1		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	

Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-1;3)$.

Câu 6. Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d\ (a,b,c,d\in\mathbb{R})$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Số điểm cực trị của hàm số này là

A. 3. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

Lời giải

Dựa vào hình dạng đồ thị hàm số có hai điểm cực trị.

Câu 7. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	5	$\searrow$	$-\infty$

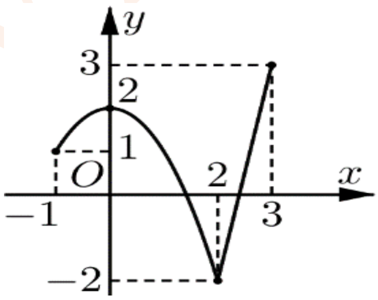
Hàm số đã cho đạt cực đại tại điểm

A. $x=1$. **B.** $x=5$. **C.** $x=2$. **D.** $x=0$.

Lời giải

Chọn C

Câu 8. Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Trên đoạn $-1;3$ hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?



A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Hàm số có điểm cực đại $x=0$, điểm cực tiểu $x=2$. **Chọn B.**

Câu 9. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	$\|$	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-4	$\nearrow$	-3	$\searrow$	-4	$\nearrow$	$+\infty$

Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Hàm số có ba giá trị cực trị.

B. Hàm số có ba điểm cực trị.

C. Hàm số có hai điểm cực trị.

D. Hàm số đạt cực đại tại điểm $x=1$..

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên, ta có các nhận xét sau:

• Hàm số có ba điểm cực trị, gồm các điểm $x=-1,\ x=1,\ x=0$

• Hàm số đạt cực đại tại $x=0$, đạt cực tiểu tại $x=\pm 1$.

Chọn B

Câu 10. Tìm m để hàm số $y=x^3-2mx^2+m^2x+m-1$ đạt cực tiểu tại $x=1$.

A. $m=4$. **B.** $m=1$. **C.** $m=\dfrac{3}{2}$. **D.** $m=3$.

Lời giải

Ta có: $y'=3x^2-4mx+m^2$

$y''=6x-4m$

Theo yêu cầu bài toán ta có: $\begin{cases} y'(1)=0 \\ y''(1)>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2-4m+3=0 \\ 6-4m>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=3 \end{array}\right. \\ m<\dfrac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow m=1.$

Câu 11. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$	$+\infty$

Hỏi hàm số $y=f(x^2)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 4. **B.** 2. **C.** 5. **D.** 3.

Lời giải

Ta có: $f'(x)=2x\,f'(x^2)$

$$f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x=0 \\ f'(x^2)=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x^2=-1 \\ x^2=2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\sqrt{2} \\ x=-\sqrt{2} \end{array}\right.$$

Vậy: Số điểm cực trị là 3.

Câu 12. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y=f(x)=\dfrac{1}{4}x^4-10x^2-\dfrac{143}{4}$ trên đoạn $[-2;5]$.

A. $-\dfrac{143}{4}$. **B.** $-\dfrac{259}{2}$. **C.** $-\dfrac{289}{4}$. **D.** $-\dfrac{543}{4}$.

Lời giải

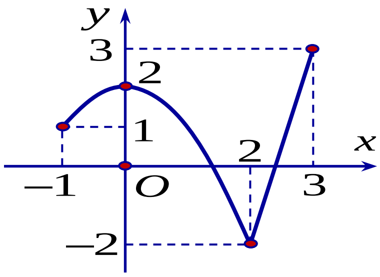
Ta có: $y'(x)=x^3-20x$

Trên đoạn $[-2;5]$ $f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2\sqrt{5} \end{array}\right.$

Ta có $f(-2)=-\dfrac{287}{4}$; $f(0)=-\dfrac{143}{4}$; $f(2\sqrt{5})=-\dfrac{543}{4}$; $f(5)=-\dfrac{259}{2}$

Vậy: $\max\limits_{[-2;5]} f(x) = f(0) = -\dfrac{143}{4}$.

Câu 13. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ:



Giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[-1;3]$ bằng:

A. 2. **B.** -2. **C.** 3. **D.** -1.

Lời giải

Dựa vào đồ thị ta có giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[-1;3]$ bằng 3.

Câu 14. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = \sqrt{1-x^2}$ bằng:

A. 0. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 1.

Lời giải

Hàm số có tập xác định $D = [-1;1]$;

$f'(x) = \dfrac{-x}{\sqrt{1-x^2}}$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0.$

Ta có $f(0) = 1; f(-1) = f(1) = 0$. Vậy giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[-1;1]$ bằng 1.

Câu 15. Cho hàm số $f(x) = x^3 - 3x + m$. Giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[0;2]$ bằng 4 khi m nhận giá trị bằng

A. 4. **B.** -2. **C.** 2. **D.** 6.

Lời giải

Hàm số $f(x) = x^3 - 3x + m$ liên tục trên đoạn $[0;2]$.

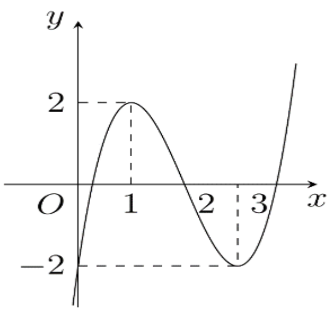
Ta có $f'(x) = 3x^2 - 3$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \in [0;2] \\ x = -1 \notin [0;2] \end{array}\right.$.

$f(0) = m; f(1) = m - 2; f(2) = m + 2$.

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[0;2]$ bằng $m + 2$.

Theo bài ra ta có $m + 2 = 4 \Leftrightarrow m = 2.$

Câu 16. Đồ thị ở hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?



A. $y = -x^3 + 6x^2 + 9x - 2$ **B.** $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 2$

C. $y = x^3 - 3x^2 - 2$ **D.** $y = -x^3 + 6x^2 - 9x + 2$

Lời giải

Dựa vào các đáp án thì đây là đồ thị hàm $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$.

Từ hình vẽ ta có

1) $\lim\limits_{x \to +\infty} y > 0$ suy ra $a > 0$, loại $y = -x^3 + 6x^2 + 9x - 2$ và $y = -x^3 + 6x^2 - 9x + 2$.

2) Khi $x = 1$ thì $y = 2$, loại $y = x^3 - 3x^2 - 2$.

Câu 17. Bảng biến thiên ở hình dưới là của hàm số nào dưới đây.

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	$\|\|$	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-4	$\nearrow$	-3	$\searrow$	-4	$\nearrow$	$+\infty$

A. $y = 2|x|^3 - 3|x| - 3$ **B.** $y = 2|x|^3 - 3|x|^2 - 3$

C. $y = x^4 - x^2 - 3$ **D.** $y = x^4 - 2x^2 - 2$

Lời giải

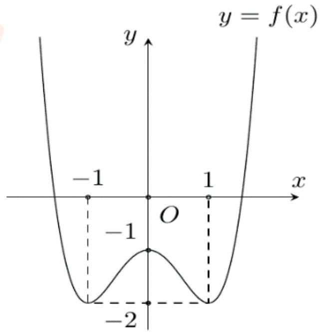
Dựa vào bảng biến thiên ta có

1) Khi $x = 0$ thì $y = -3$, loại $y = x^4 - 2x^2 - 2$.

2) Khi $x = 1$ thì $y = -4$, loại $y = x^4 - x^2 - 3$.

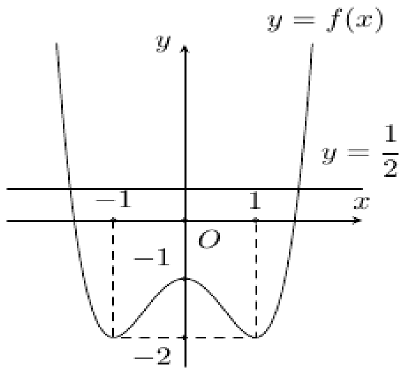
3) Hàm số $y = 2|x|^3 - 3|x| - 3$ có đạo hàm $y' = \left(6|x|^2 - 3\right) \cdot \dfrac{x}{|x|} \Rightarrow y'(1) = 3 \neq 0$, loại $y = 2|x|^3 - 3|x| - 3$.

Câu 18. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị ở hình bên. Số nghiệm dương phân biệt của phương trình $2f(x) - 1 = 0$ là



A. 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 4

Lời giải



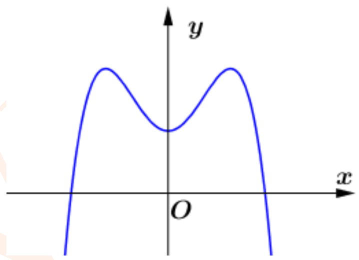
Ta có $2f(x)-1=0 \Leftrightarrow f(x)=\frac{1}{2}$

Kẻ đường thẳng $y=\frac{1}{2}$ hình vẽ bên.

Ta thấy đồ thị cắt đường thẳng $y=\frac{1}{2}$ tại hai giao điểm có hoành độ âm và dương.

Vậy phương trình $f(x)=\frac{1}{2}$ có đúng 1 nghiệm dương.

Câu 19. Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c \ (a \neq 0)$ có đồ thị như hình vẽ sau:



Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $a<0, b>0, c>0$. **B.** $a>0, b>0, c>0$.
C. $a<0, b<0, c>0$. **D.** $a>0, b<0, c>0$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị ta thấy:
- Đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ dương nên $c>0$.
- Đồ thị hàm số có nhánh ngoài cùng đi xuống nên $a<0$.
- Đồ thị hàm số có 3 cực trị nên $ab<0 \Leftrightarrow b>0$.

Câu 20. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	‖	$-$	0	$+$	
y	2	↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	2	↗	$+\infty$

Số đường tiệm ngang của đồ thị hàm số là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Lời giải

Từ bảng biến thiên, ta có $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=2$ suy ra $y=2$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Câu 21. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x}{x^2-1}$ là đường thẳng

A. $y=1$. **B.** $y=-1$. **C.** $x=1$. **D.** $y=0$.

Lời giải

Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{x}{x^2-1}=0$. Do đó tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x}{x^2-1}$ là đường thẳng $y=0$.

Câu 22. Đồ thị của hàm số nào trong các hàm số sau đây có tiệm cận đứng?

A. $y=\dfrac{1}{x^4+1}$. **B.** $y=\dfrac{1}{x^2+1}$. **C.** $y=\dfrac{1}{\sqrt{x}}$. **D.** $y=\dfrac{1}{x^2-x+3}$.

Lời giải

Các hàm số ở các phương án **A, B, D** có tập xác định $D=\mathbb{R}$ nên đồ thị của các hàm số này không có tiệm cận đứng.

Xét phương án **C**: Hàm số có tập xác định $D=(0;+\infty)$. Vì $\lim\limits_{x\to0^+} y=+\infty$ nên đường thẳng $x=0$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Câu 23. Cho hàm số $y=\dfrac{2x+1}{\sqrt{mx^2+1}}$. Điều kiện để đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là

A. $m\neq0$. **B.** $m=0$. **C.** $m>0$. **D.** $m<0$.

Lời giải

Xét hàm số $y=\dfrac{2x+1}{\sqrt{mx^2+1}}$.

Nếu $m=0$ thì $y=2x+1$ nên đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

Nếu $m<0$ thì tập xác định của hàm số là $D=\left(-\sqrt{\dfrac{-1}{m}};\sqrt{\dfrac{-1}{m}}\right)$ nên đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

Nếu $m>0$ thì tập xác định của hàm số là $D=\mathbb{R}$.

Khi đó $\lim\limits_{x\to-\infty} y=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2x+1}{\sqrt{mx^2+1}}=-\dfrac{2}{\sqrt{m}}$, $\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x+1}{\sqrt{mx^2+1}}=\dfrac{2}{\sqrt{m}}$ nên đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y=\dfrac{2}{\sqrt{m}}; y=\dfrac{-2}{\sqrt{m}}$.

Vậy để đồ thị hàm số có tiệm cận ngang thì $m>0$.

Câu 24. Cho hàm số $y=\dfrac{x-1}{x^2-4x+m}$. Điều kiện để đồ thị hàm số có đúng 3 tiệm cận là

A. $m<4$. **B.** $m\neq3$. **C.** $\begin{cases} m<4 \\ m\neq3 \end{cases}$. **D.** $m=3$.

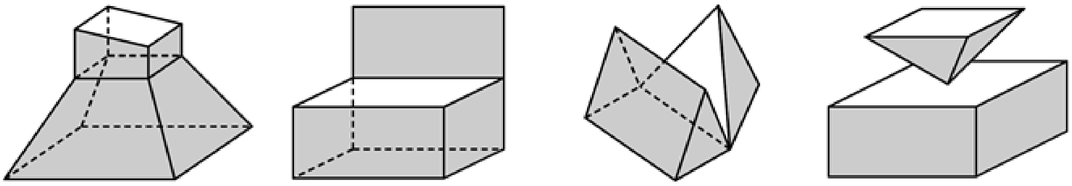
Lời giải

Ta có $\lim\limits_{x\to-\infty} y=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x-1}{x^2-4x+m}=0$, $\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x-1}{x^2-4x+m}=0$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y=0$.

Để đồ thị hàm số có đúng 3 tiệm cận thì phải có hai tiệm cận đứng, nên phương trình $x^2-4x+m=0$ phải có hai nghiệm phân biệt khác 1, nên $\begin{cases}\Delta'=4-m>0\\ 1^2-4+m\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m<4\\ m\neq 3\end{cases}$.

Vậy điều kiện để đồ thị hàm số có đúng 3 tiệm cận là $\begin{cases}m<4\\ m\neq 3\end{cases}$

Câu 25. Trong các hình sau, hình nào là hình đa diện ?



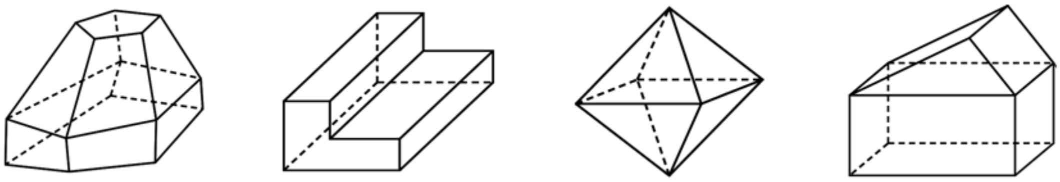
Hình 1 **Hình 2** **Hình 3** **Hình 4**

A. Hình 1. **B.** Hình 2. **C.** Hình 3. **D.** Hình 4.

Lời giải

Hình 1 là hình đa diện.
Hình 2, hình 3, hình 4 không phải là hình đa diện.

Câu 26. Trong các hình sau, hình nào không là hình đa diện lồi ?



Hình 1 **Hình 2** **Hình 3** **Hình 4**

A. Hình 1. **B.** Hình 2. **C.** Hình 3. **D.** Hình 4.

Lời giải

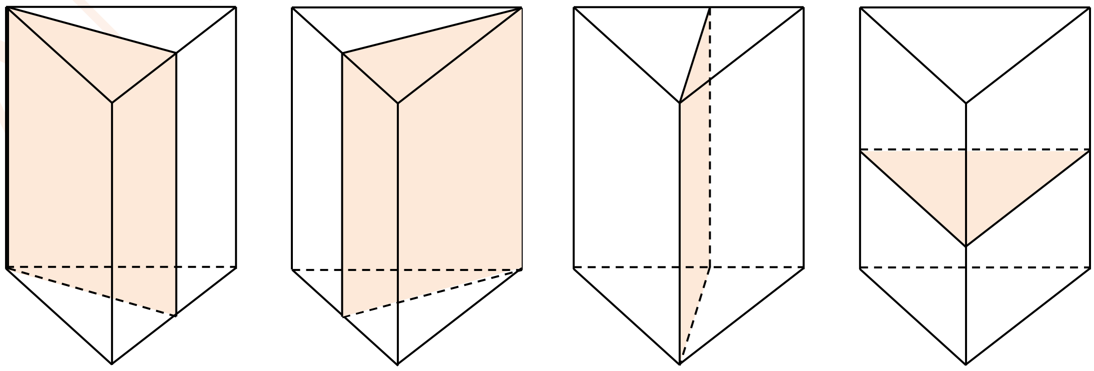
Hình 2 không là hình đa diện lồi.
Hình 1, hình 3, hình 4 là hình đa diện lồi.

Câu 27. Hình lăng trụ tam giác đều có tất cả bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

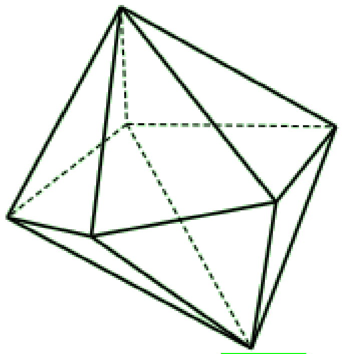
A. 6. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 5.

Lời giải

Có 4 mặt phẳng đối xứng như hình vẽ sau.



Câu 28. Số mặt của hình đa diện bên là



A. 11. **B.** 12. **C.** 10. **D.** 6.

Lời giải

Hình đa diện trên có tất cả 10 mặt.

Câu29. **[Mức độ 1]** Cho khối chóp có diện tích đáy $B=3$ và chiều cao $h=2$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. 6. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 12.

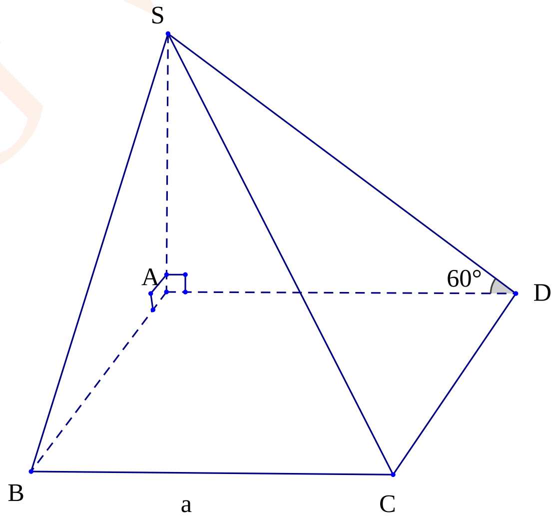
Lời giải

Thể tích khối chóp $V=\frac{1}{3}Bh=\frac{1}{3}.3.2=2$.

Câu30. **[Mức độ 2]** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, cạnh SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, góc giữa cạnh SD và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 60^0. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $\sqrt{3}a^3$. **B.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$. **D.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{9}$.

Lời giải



Vì cạnh SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ nên AD là hình chiếu của SD lên mặt phẳng $(ABCD)$. Suy ra góc giữa cạnh SD và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng góc giữa SD và AD. Vậy góc $SDA=60^0$.

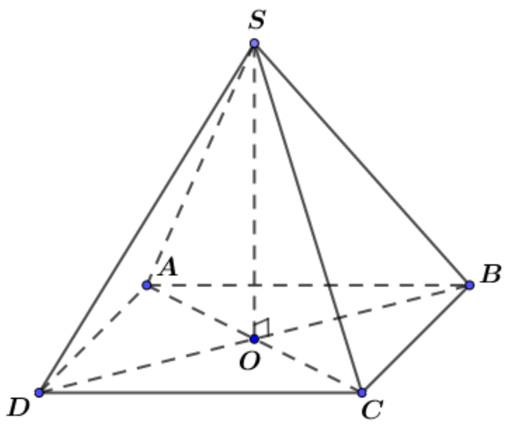
Xét tam giác SAD vuông tại A có $SDA=60^0$, $AD=a$ nên $SA=AD.\tan SDA=\sqrt{3}a$.

Ta có $V_{S.ABCD}=\dfrac{1}{3}.S_{ABCD}.SA=\dfrac{1}{3}.a^2.\sqrt{3}$ (đvtt).

Câu 31. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ đáy là hình vuông cạnh $2a$. Biết diện tích tam giác SBD bằng $\sqrt{6}a^2$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $\dfrac{2\sqrt{3}a^3}{3}$. **B.** $\dfrac{4\sqrt{3}a^3}{3}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{6}a^3}{3}$. **D.** $\dfrac{4\sqrt{6}a^3}{3}$.

Lời giải



Gọi O tâm của hình vuông $ABCD$.
Hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng $2a$ $\Rightarrow BD=2\sqrt{2}a$.
Hình chóp $S.ABCD$ đều nên $SO\perp(ABCD)$.

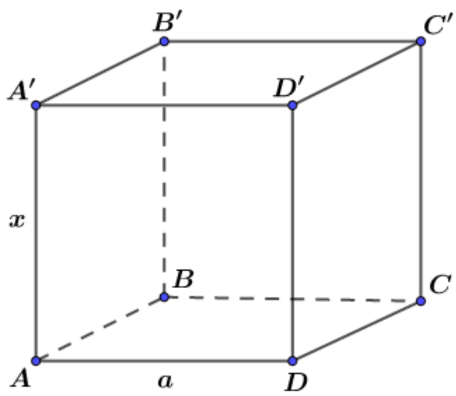
Ta có $S_{SBD}=\dfrac{1}{2}SO\cdot BD \Rightarrow SO=\dfrac{2S_{SBD}}{BD}=\dfrac{2\sqrt{6}a^2}{2\sqrt{2}a}=\sqrt{3}a$.

Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là $V=\dfrac{1}{3}SO\cdot S_{ABCD}=\dfrac{1}{3}\cdot\sqrt{3}a\cdot(2a)^2=\dfrac{4\sqrt{3}a^3}{3}$.

Câu 32. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông cạnh a. Biết diện tích toàn phần của hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ bằng $10a^2$. Tính thể tích khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$.

A. $\dfrac{2a^3}{3}$. **B.** $4a^3$. **C.** $2a^3$. **D.** $8a^3$.

Lời giải



Gọi x là độ dài cạnh AA'.
Diện tích toàn phần của hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ là

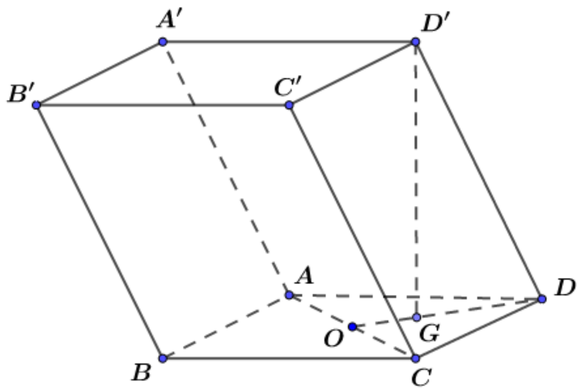
$$2a^2+4ax=10a^2 \Rightarrow x=2a.$$

Thể tích khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ là $V=AA'\cdot S_{ABCD}=2a\cdot a^2=2a^3$.

Câu 33. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB=a$; $AD=2a$. Cạnh bên tạo với đáy một góc 30^0. Hình chiếu vuông góc của D' lên mặt phẳng $(ABCD)$ trùng với trọng tâm tam giác ACD. Thể tích khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ bằng

A. $\dfrac{2\sqrt{15}a^3}{27}$. **B.** $\dfrac{2\sqrt{15}a^3}{3}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{15}a^3}{3}$. **D.** $\dfrac{2\sqrt{15}a^3}{9}$.

Lời giải



Gọi O là trung điểm DB và G là trọng tâm tam giác ACD. Theo giả thiết ta có $D'DG=30^0$.

$DB=a\sqrt{5}\Rightarrow DG=\dfrac{a\sqrt{5}}{3}\Rightarrow D'G=DG.\tan 30^0=\dfrac{a\sqrt{5}}{3}.\dfrac{1}{\sqrt{3}}=\dfrac{a\sqrt{15}}{9}$

Vậy thể tích khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ bằng $V=a.2a.\dfrac{a\sqrt{15}}{9}=\dfrac{2a^3\sqrt{15}}{9}$.

Câu 34. Hình lập phương có độ dài đường chéo bằng 6 thì thể tích khối lập phương đó bằng

A. 8. **B.** $24\sqrt{3}$. **C.** $54\sqrt{2}$. **D.** $2\sqrt{2}$.

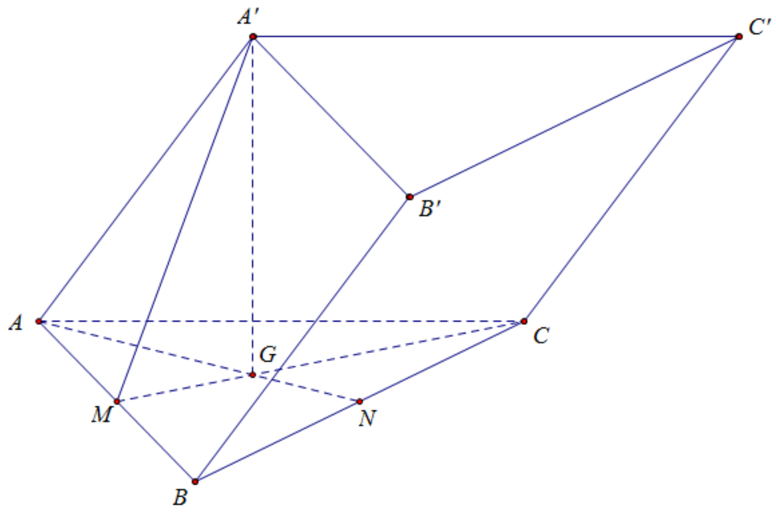
Lời giải

Độ dài đường chéo bằng 6 thì cạnh của hình lập phương là $\dfrac{6}{\sqrt{3}}$. Nên thể tích của khối lập phương bằng $V=\left(\dfrac{6}{\sqrt{3}}\right)^3=24\sqrt{3}$.

Câu 35. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a. Hình chiếu vuông góc của đỉnh A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm của tam giác ABC. Góc giữa mặt phẳng $(ABB'A')$ với mặt đáy bằng $60°$. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{24}$. **B.** $\dfrac{3a^3\sqrt{3}}{16}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

Lời giải



Gọi G là trọng tâm tam giác ABC, M là trung điểm cạnh AB. Khi đó $A'G\perp(ABC)$, suy ra $A'G\perp AB$, mà tam giác ABC đều nên $GM\perp AB$. Do đó $AB\perp(A'MG)$.

Suy ra $\left((ABB'A'),(ABC)\right)=A'MG=60^o$.

Vì tam giác ABC đều cạnh a nên $MG=\dfrac{1}{3}MC=\dfrac{a\sqrt{3}}{6}$, do đó $A'G=MG.\tan 60°=\dfrac{a}{2}$.

Mà $S_{\Delta ABC}=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$ nên $V_{ABC.A'B'C'}=A'G.S_{\Delta ABC}=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

PHẦN 2. TỰ LUẬN (4 CÂU – 3 ĐIỂM)

Câu 36. Cho hàm số $y=\dfrac{x-1}{1-2x}$ có đồ thị (C). Tìm giá trị của tham số m để đường thẳng $d:x-y+m=0$ cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt A,B sao cho $AB=\left|\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}\right|$, với O là gốc tọa độ.

Lời giải

Xét phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng d và đồ thị (C):

$$\frac{x-1}{1-2x}=x+m\Leftrightarrow x-1=(1-2x)(x+m),x\neq\frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow g(x)=2x^2+2mx-m-1=0\ (*)\ ,\ x\neq\frac{1}{2}$$

Ta có $\Delta'=m^2+2m+2>0,\forall m\in\mathbb{R}$ và $g\left(\dfrac{1}{2}\right)=-\dfrac{1}{2}\neq 0$ nên (*) có hai nghiệm phân biệt khác $\dfrac{1}{2}$ hay $d:x-y+m=0$ luôn cắt (C) tại hai điểm phân biệt A, B với mọi $m\in\mathbb{R}$.

Gọi $A(x_1;x_1+m),B(x_2;x_2+m)$.

Áp dụng định lý Viet ta có $\begin{cases}x_1+x_2=-m\\ x_1x_2=\dfrac{-m-1}{2}\end{cases}$

Gọi M là trung điểm của AB.

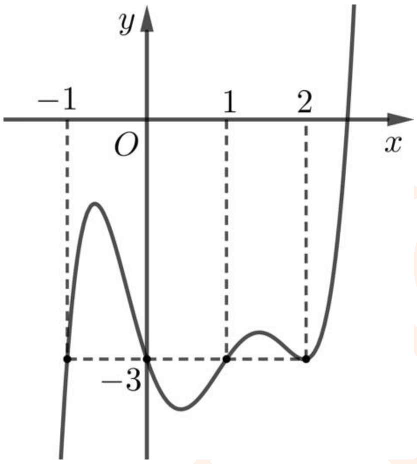
Theo đề ta có $AB=\left|\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}\right|\Leftrightarrow AB=2OM$ hay tam giác OAB vuông tại O

$\Rightarrow \overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OB} = 0 \Leftrightarrow x_1x_2 + (x_1 + m)(x_2 + m) = 0$

$\Leftrightarrow 2x_1x_2 + m(x_1 + x_2) + m^2 = 0 \Leftrightarrow -m - 1 = 0$

$\Leftrightarrow m = -1$

Câu 37. Cho hàm số đa thức $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$, $f(0) < 0$ và đồ thị hình bên dưới là đồ thị của đạo hàm $f'(x)$. Hỏi hàm số $g(x) = |f(x) + 3x|$ có bao nhiêu điểm cực trị ?



Lời giải

Đặt $h(x) = f(x) + 3x$. Khi đó: $h'(x) = f'(x) + 3$

$h'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) + 3 = 0 \Leftrightarrow f'(x) = -3$

Từ đồ thị hàm số $f'(x) \Longrightarrow$ Phương trình $f'(x) = -3$ có 4 nghiệm $\{-1; 0; 1; 2\}$

Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		0		1		2		$+\infty$
$h'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$+$	
$h(x)$	$+\infty$	↘		↗	$f(0)$	↘		↗		↗	$+\infty$

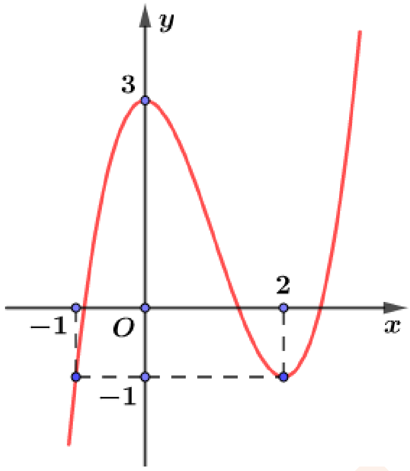
Suy ra phương trình $h(x) = 0$ có hai nghiệm $x_1 < -1;$ và $x_2 > 1$ (do có $f(0) < 0$).

Khi đó:

x	$-\infty$		x_1		-1		0		1		x_2		$+\infty$
$g(x) = \|h(x)\|$	$+\infty$	↘	0	↗		↘	$\|f(0)\|$	↗		↘	0	↗	$+\infty$

Vậy hàm số $g(x) = |f(x) + 3x|$ có 5 cực trị.

Câu 38. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên R và có đồ thị là đường cong trong hình bên. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $g\left(x\right)=\dfrac{m}{f\left(x^2-2x\right)+m}$ có 6 đường tiệm cận đứng.



Lời giải

Xét hàm số $h(x)=f\left(x^2-2x\right)$.

Đặt $u=x^2-2x$.

$u'=2x-2$, $u'=0\Rightarrow x=1$.

Sử dụng phương pháp ghép trục ta có bảng biến thiên như sau.

x	$-\infty$			1			$+\infty$
x^2-2x	$+\infty$	2	0	-1	0	2	$+\infty$
$f(x^2-2x)$	$+\infty$ ↘	-1 ↗	3 ↘	-1 ↗	3 ↘	-1 ↗	$+\infty$

Ta có $f\left(x^2-2x\right)+m=0\Leftrightarrow f\left(x^2-2x\right)=-m$ (1).

Xét hàm số $y=g\left(x\right)=\dfrac{m}{f\left(x^2-2x\right)+m}$.

Với $m=0$ thì đồ thị hàm số $y=g\left(x\right)$ không có tiệm cận đứng.

Với $m\neq 0$ thì số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=g\left(x\right)=\dfrac{m}{f\left(x^2-2x\right)+m}$ chính là số nghiệm của phương trình (1).

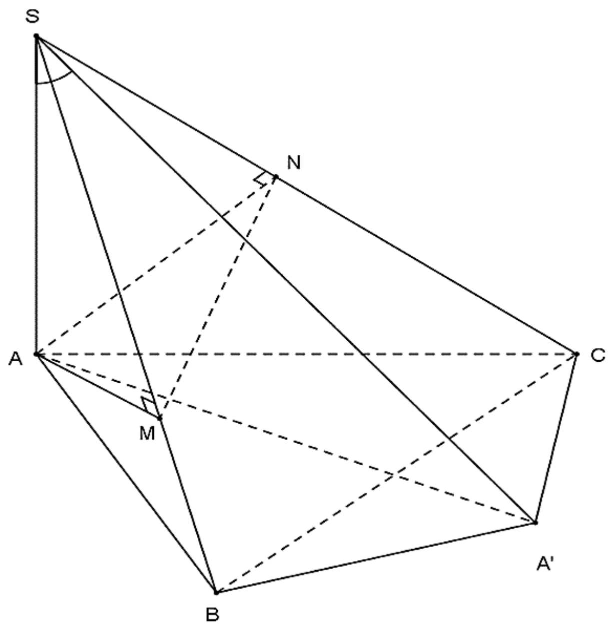
Đồ thị hàm số $y=g\left(x\right)$ có 6 đường tiệm cận đứng khi và chỉ khi (1) có 6 nghiệm phân biệt với mọi $m\neq 0$.

Dựa vào bảng biến thiên suy ra $-3<m<0$ hoặc $0<m<1$.

Câu 39. Cho khối chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với đáy. Biết rằng $AB = 2; AC = 3$ và $BAC = 120°$. Gọi M, N lần lượt là hình chiếu vuông góc của A trên SB và SC. Góc giữa mặt phẳng (ABC) và mặt phẳng (AMN) bằng $60°$. Tính thể tích khối chóp đã cho.

Lời giải

Hình vẽ minh họa:



Gọi AA' là một đường kính của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

$$\Rightarrow AA' = \frac{BC}{\sin BAC} = \frac{\sqrt{AB^2 + AC^2 - 2AB.AC.\cos 120°}}{\sin 120°} = \frac{2\sqrt{57}}{3}$$

Dễ thấy $ABA' = ACA' = 90° \Rightarrow \begin{cases} A'B \perp AB \\ A'C \perp AC \end{cases}$. Từ giả thiết $\Rightarrow SA \perp A'B$; $SA \perp A'C$

Ta có: $\begin{cases} A'B \perp AB \\ A'B \perp SA \end{cases} \Rightarrow A'B \perp (SAB) \Rightarrow A'B \perp AM$

Lại có: $\begin{cases} AM \perp A'B \\ AM \perp SB \end{cases} \Rightarrow AM \perp (SA'B) \Rightarrow AM \perp SA'$

Chứng minh tương tự ta có: $AN \perp SA'$

Có: $\begin{cases} AM \perp SA' \\ AN \perp SA' \end{cases} \Rightarrow SA' \perp (AMN)$

Mặt khác: $SA \perp (ABC) \Rightarrow ((AMN);(ABC)) = (SA';SA) = ASA' = 60°$

Tam giác SAA' vuông tại A có: $\tan ASA' = \dfrac{AA'}{SA} \Rightarrow SA = \dfrac{AA'}{\tan 60^o} = \dfrac{2\sqrt{19}}{3}$

Vậy: $V_{S.ABC} = \dfrac{1}{3} SA.S_{\Delta ABC} = \dfrac{1}{3} SA.\dfrac{1}{2} AB.AC.\sin 120° = \dfrac{\sqrt{57}}{3}$.

ĐỀ 24

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KỲ I
Môn: TOÁN - Lớp 12
Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Xét hàm số $y=\dfrac{x-1}{x-2}$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. Hàm số đồng biến trên $(-\infty;2)\cup(2;+\infty)$.

B. Hàm số luôn nghịch biến trên $(-\infty;2)$ và $(2;+\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

D. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;2)\cup(2;+\infty)$.

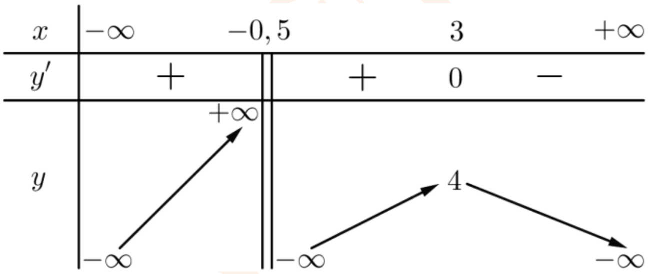
Câu 2. Hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^3-x^2-3x+2021$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;2)$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $(-\infty;-1)$. **D.** $(-\infty;1)$.

Câu 3. Hàm số $y=x^4-2x^2+1$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1;4)$. **B.** $(-1;2)$. **C.** $(-\infty;1)$. **D.** $(-\infty;-2)$.

Câu 4. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới đây. Mệnh đề nào sau đây là đúng?



A. Hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng $\left(-\infty;-\dfrac{1}{2}\right)$ và $(3;+\infty)$.

B. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $\left(-\dfrac{1}{2};+\infty\right)$.

C. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(3;+\infty)$.

D. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

Câu 5. Cho hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$. Chọn khẳng định đúng:

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-1)$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;+\infty)$.

Câu 6. Giá trị cực đại của hàm số $y=x^3-3x+1$ bằng

A. -3. **B.** 3. **C.** -1. **D.** 1.

Câu 7. Hàm số $y=-x^4+2x^2+2$ đạt cực tiểu tại

A. $x=0$. **B.** $x=-1$. **C.** $x=1$. **D.** $x=2$.

Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu đạo hàm như hình bên dưới

x	$-\infty$		-6		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	$\|$	$+$	0	$-$	

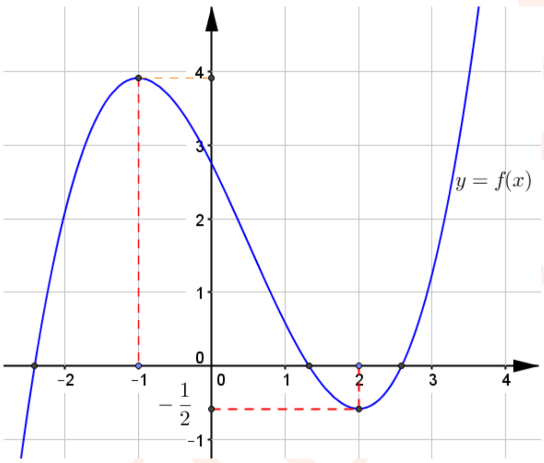
Số điểm cực tiểu của hàm số $y = f(x)$ là

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 9. Trong các hàm số dưới đây, hàm số nào có cực trị?

A. $y = 2x - 1$. **B.** $y = x^3$. **C.** $y = \dfrac{2x}{x-1}$. **D.** $y = -x^2$.

Câu 10. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên dưới.



Hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm nào sau đây?

A. $x = -1$. **B.** $y = 3$. **C.** $M\left(2; -\dfrac{1}{2}\right)$. **D.** $x = 2$.

Câu 11. Hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = (-x+1)^3(2x+3)^2(3x-6)$. Số điểm cực trị của hàm số là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 12. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \dfrac{x-1}{x-2}$ trên đoạn $[3;4]$ bằng

A. $\dfrac{3}{2}$. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 13. Có bao nhiêu giá trị của m để hàm số $y = x^3 + 3x + m^2$ có giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[-2;1]$ bằng 2

A. 4. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 2.

Câu 14. Tìm tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số: $y = \sqrt{x-2} + \sqrt{4-x}$.

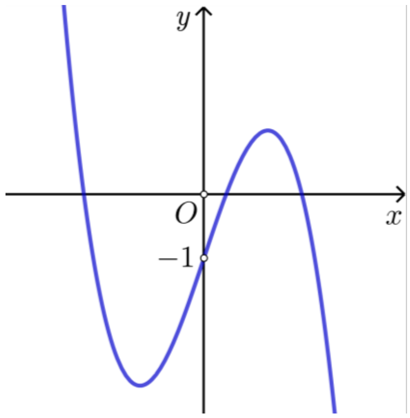
A. $2 - \sqrt{2}$. **B.** $\sqrt{2}$. **C.** 2. **D.** $2 + \sqrt{2}$.

Câu 15. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số: $y = \dfrac{x^3}{3} + 2x^2 - 5x + 1$ trên đoạn $[0;2021]$

.

A. 0. **B.** $-\dfrac{5}{3}$. **C.** 2021. **D.** 1.

Câu 16. Cho hình vẽ:



Hàm số nào dưới đây có đồ thị như hình vẽ trên?

A. $y=x^3-3x-1$. **B.** $y=x^3-3x-1$. **C.** $y=-x^3+3x+1$. **D.** $y=-x^3+3x-1$.

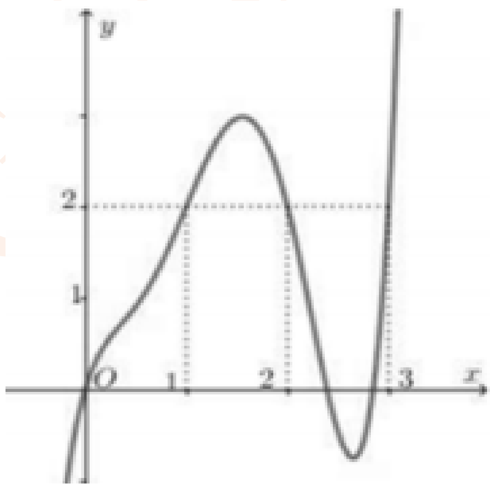
Câu 17. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	2	↗	3	↘	2	↗	$+\infty$

Phương trình $f\left(x\right)=0$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

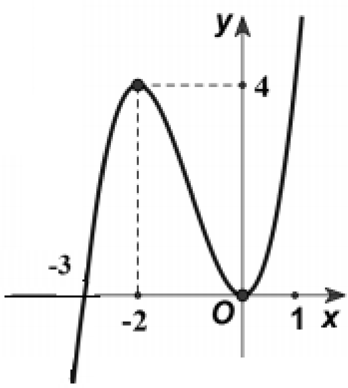
Câu 18. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị như hình bên. Đặt $h\left(x\right)=3x-f\left(x\right)$. Hãy so sánh $h\left(3\right),h\left(2\right),h\left(1\right)$.



A. $h\left(3\right)>h\left(2\right)>h\left(1\right)$. **B.** $h\left(3\right)>h\left(1\right)>h\left(2\right)$.

C. $h\left(3\right)<h\left(2\right)<h\left(1\right)$. **D.** $h\left(2\right)>h\left(1\right)>h\left(3\right)$.

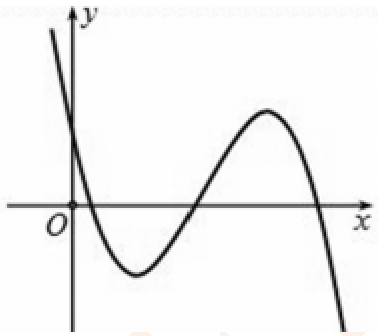
Câu 19. Biết hàm số $y=x^3+3x^2$ có đồ thị như hình vẽ sau :



Hỏi đồ thị hàm số $y=\left|x^3+3x^2\right|$ có mấy điểm cực trị ?

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 0.

Câu 20. Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a>0,b>0,c<0,d<0$. **B.** $a>0,b<0,c>0,d<0$.

C. $a<0,b>0,c<0,d>0$. **D.** $a<0,b>0,c>0,d>0$.

Câu 21. Đường tiệm cận ngang và đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1-2x}{x+3}$ lần lượt là

A. $y=1;x=-3$. **B.** $y=-1;x=3$. **C.** $y=-2;x=3$. **D.** $y=-2;x=-3$.

Câu 22. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x-2}{x+1}$ là

A. $x=-1$. **B.** $y=3$. **C.** $y=-1$. **D.** $x=3$.

Câu 23. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		2		$+\infty$
y'		$+$	||	$+$	
y	4	$\nearrow$	$+\infty$ || $-\infty$	$\nearrow$	4

Đồ thị của hàm số đã cho có bao nhiêu tiệm cận ngang?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 24. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{mx-1}{x-4}$ đi qua điểm $M\left(-1;\,-3\right)$.

A. $m=3$. **B.** $m=-1$. **C.** $m=4$. **D.** $m=-3$.

Câu 25. Biết đồ thị hàm số $y=\dfrac{(m-n)x^2-mx+2020}{x^2-x+n-2021}$ nhận trục hoành và trục tung làm 2 tiệm cận thì $m+n=?$

A. -1. **B.** 0. **C.** 2021. **D.** 4042.

Câu 26. Cho hình chóp có đáy là đa giác n cạnh $(n>2)$. Hỏi hình chóp đó có bao nhiêu mặt?

A. $n-1$. **B.** $n+1$. **C.** n. **D.** $2n$.

Câu 27. Khối chóp tứ giác có thể phân chia tối thiểu được bao nhiêu khối tứ diện?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** vô số.

Câu 28. Cho khối chóp có đáy là đa giác lồi có 7 cạnh. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng ?

A. Số mặt của khối chóp bằng 7.
B. Số cạnh của khối chóp bằng 14.
C. Số cạnh của khối chóp gấp 2 lần số mặt của nó.
D. Số cạnh của khối chóp bằng 8.

Câu 29. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng ?

A. Số đỉnh và số mặt của mọi hình đa diện luôn luôn bằng nhau.
B. Số đỉnh của mọi đa diện luôn lớn hơn 4.
C. Tồn tại một hình đa diện có số cạnh gấp hai lần số đỉnh.
D. Tồn tại một hình đa diện có số cạnh nhỏ hơn 6.

Câu 30. Cho một khối chóp (H) có diện tích đáy bằng 6 và khoảng cách từ đỉnh xuống đáy bằng 2 . Thể tích khối chóp (H) bằng

A. 4. **B.** 12. **C.** 6. **D.** 3.

Câu 31. Cho hình lăng trụ đứng có diện tích đáy bằng $3a^2$, độ dài cạnh bên bằng $2a$. Thể tích khối lăng trụ bằng

A. a^3. **B.** $3a^3$. **C.** $6a^3$. **D.** $2a^3$.

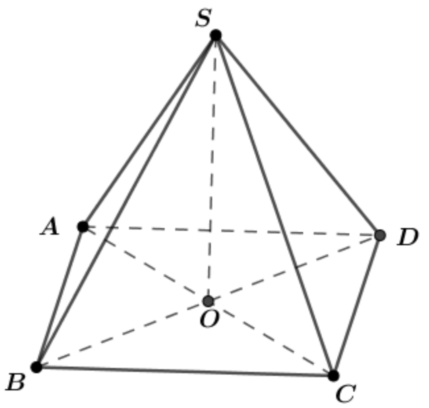
Câu 32. Một hình hộp chữ nhật có ba kích thước là a, b, c. Thể tích V của khối hộp chữ nhật đó là

A. $V=(a+b)c$. **B.** $V=\frac{1}{3}abc$. **C.** $V=abc$. **D.** $V=(a+c)b$.

Câu 33. Thể tích khối lập phương cạnh 2 bằng

A. 6. **B.** 8. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 34. Tính thể tích khối chóp đều $S.ABCD$ biết góc giữa SA và mặt đáy bằng $60°$ và $AB=a$.



A. $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{2}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{6}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **D.** $a^3\sqrt{6}$.

Câu 35. Một khối lập phương có độ dài đường chéo bằng a thì có thể tích là

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{9}$. **B.** $\frac{a^3}{9}$. **C.** $\frac{a^3}{3}$. **D.** a^3.

II. PHẦN TỰ LUẬN

Câu 36. Biết $m\in(a;b)$ với $a,b\in\mathbb{Q}$ thì hàm số $y=\left|2x^3-3x^2+5m-1\right|$ có 5 điểm cực trị. Tính tổng $a+2b$.

Câu 37. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và B. Hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết $AD=2BC=2a$ và $BD=a\sqrt{5}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ biết góc giữa SB và $(ABCD)$ bằng $30°$.

Câu 38. Cho hàm số $g(x)=f(5-x)$ có đạo hàm $g'(x)=(5-x)(2-x)^2\left[x^2-(m+10)x+5m+41\right]$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Có bao nhiêu số nguyên dương m để hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;-1)$?

--- HẾT ---

BẢNG ĐÁP ÁN

1.B	2.C	3.D	4.C	5.B	6.B	7.A	8.C	9.D	10.D
11.C	12.C	13.D	14.D	15.B	16.D	17.A	18.A	19.B	20.C
21.D	22.A	23.A	24.D	25.D	26.B	27.B	28.B	29.C	30.A
31.C	32.C	33.B	34.B	35.A					

HƯỚNG DẪN GIẢI

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Xét hàm số $y=\frac{x-1}{x-2}$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. Hàm số đồng biến trên $(-\infty;2)\cup(2;+\infty)$.

B. Hàm số luôn nghịch biến trên $(-\infty;2)$ và $(2;+\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

D. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;2)\cup(2;+\infty)$.

Lời giải

Xét hàm số $y=\frac{x-1}{x-2}$, có tập xác định : $D=\mathbb{R}\setminus\{2\}$.

Có $y'=\frac{-1}{(x-2)^2}<0$, $\forall x\in D$.

Nên hàm số luôn nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;2)$ và $(2;+\infty)$.

Câu 2. Hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-x^2-3x+2021$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;2)$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $(-\infty;-1)$. **D.** $(-\infty;1)$.

Lời giải

Xét hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-x^2-3x+2021$, có tập xác định : $D=\mathbb{R}$.

Có $y'=x^2-2x-3$, $y'=0\Leftrightarrow x^2-2x-3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=3\end{array}\right.$.

Bảng xét dấu

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	

Dựa vào bảng xét dấu, hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-1)$.

Câu 3. Hàm số $y=x^4-2x^2+1$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1;4)$. **B.** $(-1;2)$. **C.** $(-\infty;1)$. **D.** $(-\infty;-2)$.

Lời giải

Xét hàm số $y=x^4-2x^2+1$, có tập xác định : $D=\mathbb{R}$.

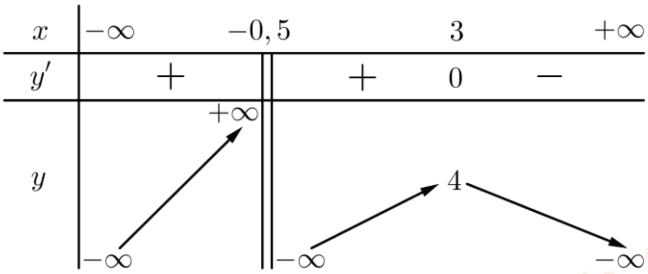
Có $y'=4x^3-4x$, $y'=0\Leftrightarrow 4x^3-4x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=0\\x=1\end{array}\right.$.

Bảng xét dấu

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Dựa vào bảng xét dấu, hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-2)$.

Câu 4. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới đây. Mệnh đề nào sau đây là đúng?



A. Hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng $\left(-\infty;-\frac{1}{2}\right)$ và $(3;+\infty)$.

B. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{1}{2};+\infty\right)$.

C. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(3;+\infty)$.

D. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

Lời giải

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số đồng biến trên các khoảng $\left(-\infty;-\frac{1}{2}\right)$ và $\left(-\frac{1}{2};3\right)$.

Hàm số nghịch biến trên khoảng $(3;+\infty)$.

Câu 5. Cho hàm số $y=\frac{2x-1}{x+1}$. Chọn khẳng định đúng:

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-1)$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;+\infty)$.

Lời giải

Tập xác định : $D=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.

Ta có: $y'=\frac{3}{(x+1)^2}>0\ \forall x\in D\Rightarrow$ hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$.

Câu 6. Giá trị cực đại của hàm số $y=x^3-3x+1$ bằng

A. -3. **B.** 3. **C.** -1. **D.** 1.

Lời giải

Ta có $y'=3x^2-3$ và $y''=6x$.

$y'=0\Leftrightarrow 3x^2-3=0\Leftrightarrow x=\pm1$.

Lại có $y''(1)=6,\ y''(-1)=-6$ nên $x=-1$ là điểm cực đại của hàm số.

Giá trị cực đại của hàm số là $y(-1)=3$.

Câu 7. Hàm số $y=-x^4+2x^2+2$ đạt cực tiểu tại

A. $x=0$. **B.** $x=-1$. **C.** $x=1$. **D.** $x=2$.

Lời giải

Ta có $y' = -4x^3 + 4x = 4x\left(1 - x^2\right)$ và $y'' = -12x^2 + 4$.

$y' = 0 \Leftrightarrow 4x\left(1 - x^2\right) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \pm 1 \end{array}\right.$.

Ta có $y''(0) = 4,\ y''(-1) = y''(1) = -8$ nên hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$.

Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu đạo hàm như hình bên dưới

x	$-\infty$		-6		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	$\Vert$	$+$	0	$-$	

Số điểm cực tiểu của hàm số $y = f(x)$ là

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

Vì hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và $f'(x)$ đổi dấu từ $(-)$ sang $(+)$ khi qua $x = 1$ nên hàm số đã cho đạt cực tiểu tại $x = 1$.

Câu 9. Trong các hàm số dưới đây, hàm số nào có cực trị?

A. $y = 2x - 1$. **B.** $y = x^3$. **C.** $y = \dfrac{2x}{x - 1}$. **D.** $y = -x^2$.

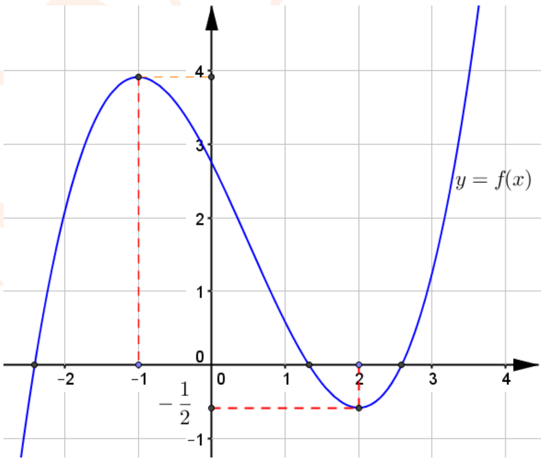
Lời giải

Dễ thấy các hàm số ở đáp án A và C không có cực trị.

Hàm số $y = x^3$ có $y' = 3x^2 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ và $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$ nên hàm số không có cực trị.

Hàm số $y = -x^2$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $y' = -2x$ đổi dấu khi qua $x = 0$ nên đạt cực trị tại $x = 0$.

Câu 10. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên dưới.



Hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm nào sau đây?

A. $x = -1$. **B.** $y = 3$. **C.** $M\left(2; -\dfrac{1}{2}\right)$. **D.** $x = 2$.

Lời giải

Căn cứ vào đồ thị ta có

Ta có: $f'(x) < 0,\ \forall x \in (-1; 2)$ và $f'(x) > 0,\ \forall x \in (2; +\infty)$.

Nên $f'(x)$ đổi dấu từ âm sang dương khi x đi qua $x = 2$. Suy ra hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$.

Câu 11. Hàm số $y=f\left(x\right)$ có đạo hàm là $f'(x)=\left(-x+1\right)^{3}(2x+3)^{2}(3x-6)$. Số điểm cực trị của hàm số là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Ta có $f'(x)=0\Leftrightarrow\left(-x+1\right)^{3}(2x+3)^{2}(3x-6)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-\dfrac{3}{2}\\x=2\end{array}\right.$

Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$		$-\dfrac{3}{2}$		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$				$\nearrow$		$\searrow$	$-\infty$

Dựa vào bảng biến thiên: hàm số đã cho có 2 điểm cực trị.

Câu 12. Giá trị lớn nhất của hàm số $y=\dfrac{x-1}{x-2}$ trên đoạn $\left[3;4\right]$ bằng

A. $\dfrac{3}{2}$. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Ta có: $y'=\dfrac{-1}{\left(x-2\right)^{2}}<0,\ \forall x\in\left[3;4\right]$ nên hàm số nghịch biến trên đoạn $\left[3;4\right]$.

Vậy $\max\limits_{[3;4]}y=y\left(3\right)=2$.

Câu 13. Có bao nhiêu giá trị của m để hàm số $y=x^{3}+3x+m^{2}$ có giá trị nhỏ nhất trên đoạn $\left[-2;1\right]$ bằng 2

A. 4. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 2.

Lời giải

Ta có: $y'=3x^{2}+3>0,\ \forall x\in\left[-2;1\right]$ nên hàm số đồng biến trên đoạn $\left[-2;1\right]$.

Suy ra $\min\limits_{[-2;1]}y=y\left(-2\right)=-14+m^{2}$

Yêu cầu bài toán tương đương $-14+m^{2}=2\Leftrightarrow m=\pm 4$.

Vậy có 2 giá trị của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 14. Tìm tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số: $y=\sqrt{x-2}+\sqrt{4-x}$.

A. $2-\sqrt{2}$. **B.** $\sqrt{2}$. **C.** 2. **D.** $2+\sqrt{2}$.

Lời giải

Tập xác định: $D=\left[2;4\right]$.

Ta có: $y'=\dfrac{1}{2\sqrt{x-2}}-\dfrac{1}{2\sqrt{4-x}}=\dfrac{\sqrt{4-x}-\sqrt{x-2}}{2\sqrt{4-x}.\sqrt{x-2}}$.

$y' = 0 \Leftrightarrow \sqrt{4-x} = \sqrt{x-2} \Leftrightarrow 4-x = x-2 \Leftrightarrow x = 3 \in D$.

Đặt $y = f(x)$.

Ta có: $f(2) = \sqrt{2}; f(3) = 2; f(4) = \sqrt{2}.$

$\max y = 2; \min y = \sqrt{2}.$

Vậy $\max y + \min y = 2 + \sqrt{2}.$

Câu 15. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số: $y = \dfrac{x^3}{3} + 2x^2 - 5x + 1$ trên đoạn $[0;2021]$

.

A. 0. **B.** $-\dfrac{5}{3}$. **C.** 2021. **D.** 1.

Lời giải

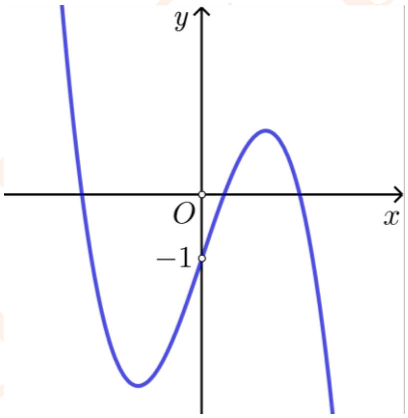
Ta có $y' = x^2 + 4x - 5$.

$y' = 0 \Leftrightarrow x^2 + 4x - 5 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \in [0;2021] \\ x = -5 \notin [0;2021] \end{array}\right.$

Đặt $y = f(x)$, ta có: $f(0) = 1; f(1) = -\dfrac{5}{3}; f(2021) = 2759710532.$

Vậy $\min\limits_{[0;2021]} y = -\dfrac{5}{3}.$

Câu 16. Cho hình vẽ:



Hàm số nào dưới đây có đồ thị như hình vẽ trên?

A. $y = x^3 - 3x - 1$. **B.** $y = x^3 - 3x - 1$. **C.** $y = -x^3 + 3x + 1$. **D.** $y = -x^3 + 3x - 1$.

Lời giải

Dạng đồ thị hàm bậc ba có:

+ $\lim\limits_{x \to +\infty} y = -\infty$ (nhánh phải đi xuống) nên loại các hàm $y = x^3 - 3x - 1$, $y = x^3 - 3x - 1$;

+ Khi $x = 0$ thì $y = -1$ nên loại hàm $y = -x^3 + 3x + 1$.

Chọn được hàm số $y = -x^3 + 3x - 1$.

Câu 17. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	2	$\nearrow$	3	$\searrow$	2	$\nearrow$	$+\infty$

Phương trình $f\left(x\right)=0$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

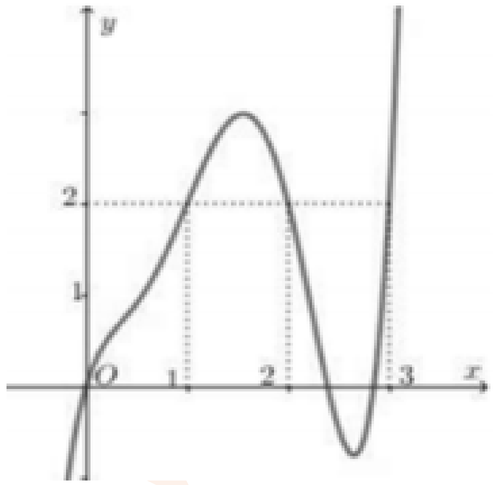
Lời giải

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	2	$\nearrow$	3	$\searrow$	2	$\nearrow$	$+\infty$
	$y=0$								

Ta thấy đường thẳng $y=0$ và đồ thị hàm số không có điểm chung.

Vậy phương trình $f\left(x\right)=0$ vô nghiệm.

Câu 18. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị như hình bên. Đặt $h\left(x\right)=3x-f\left(x\right)$. Hãy so sánh $h\left(3\right),h\left(2\right),h\left(1\right)$.



A. $h\left(3\right)>h\left(2\right)>h\left(1\right)$. **B.** $h\left(3\right)>h\left(1\right)>h\left(2\right)$.

C. $h\left(3\right)<h\left(2\right)<h\left(1\right)$. **D.** $h\left(2\right)>h\left(1\right)>h\left(3\right)$.

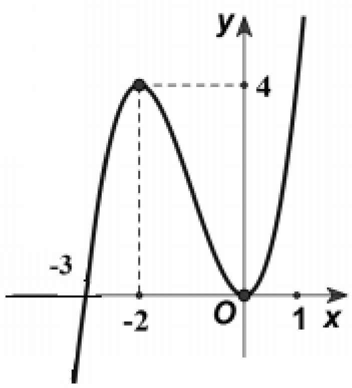
Lời giải

Dựa vào độ thị ta có $f\left(1\right)=f\left(2\right)=f\left(3\right)=2$

$$h\left(x\right)=3x-f\left(x\right)\Rightarrow\begin{cases}h\left(1\right)=3.1-f\left(1\right)=1\\h\left(2\right)=3.2-f\left(2\right)=4\\h\left(3\right)=3.3-f\left(3\right)=7\end{cases}.$$

Vậy $h\left(3\right)>h\left(2\right)>h\left(1\right)$.

Câu 19. Biết hàm số $y=x^3+3x^2$ có đồ thị như hình vẽ sau :

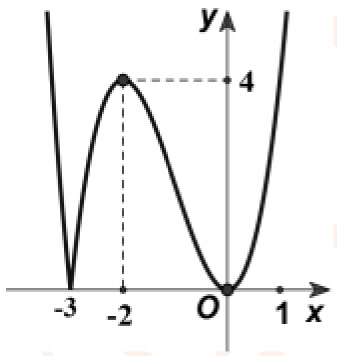


Hỏi đồ thị hàm số $y=\left|x^3+3x^2\right|$ có mấy điểm cực trị ?

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 0.

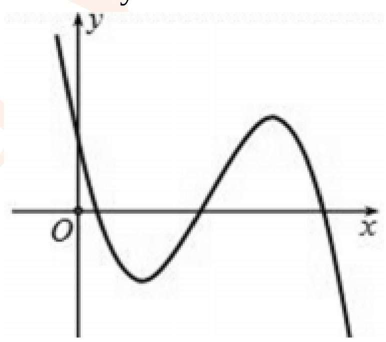
Lời giải

Ta bỏ những phần đồ thị hàm số $y=x^3+3x^2$ dưới Ox đồng thời vẽ đối xứng những phần đó qua Ox, ta thu được đồ thị hàm số $y=\left|x^3+3x^2\right|$.



Quan sát đồ thị , ta thấy đồ thị hàm số $y=\left|x^3+3x^2\right|$ có 3 điểm cực trị .

Câu 20. Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a>0, b>0, c<0, d<0$. **B.** $a>0, b<0, c>0, d<0$.

C. $a<0, b>0, c<0, d>0$. **D.** $a<0, b>0, c>0, d>0$.

Lời giải

Nhánh phải đồ thị hướng xuống dưới nên $a<0$

$y'=3ax^2+2bx+c$

Ta có 2 điểm cực trị có hoành độ dương nên

$$\begin{cases} x_1+x_2=-\dfrac{2b}{3a}>0 \\ x_1.x_2=\dfrac{c}{3a}>0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b>0 \\ c<0 \end{cases} \text{(Do } a<0\text{)}.$$

Đồ thị hàm số cắt Oy tại điểm có tung độ dương nên $d > 0$

Câu 21. Đường tiệm cận ngang và đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{1-2x}{x+3}$ lần lượt là

A. $y = 1; x = -3$. **B.** $y = -1; x = 3$. **C.** $y = -2; x = 3$. **D.** $y = -2; x = -3$.

Lời giải

Ta có

+) $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y = \lim\limits_{x\to\pm\infty} \dfrac{1-2x}{x+3} = \lim\limits_{x\to\pm\infty} \dfrac{\frac{1}{x}-2}{1+\frac{3}{x}} = -2 \Rightarrow$ đường TCN $y = -2$.

+) $\lim\limits_{x\to(-3)^+} y = \lim\limits_{x\to(-3)^+} \dfrac{1-2x}{x+3} = +\infty \Rightarrow$ đường TCĐ $x = -3$.

Câu 22. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{3x-2}{x+1}$ là

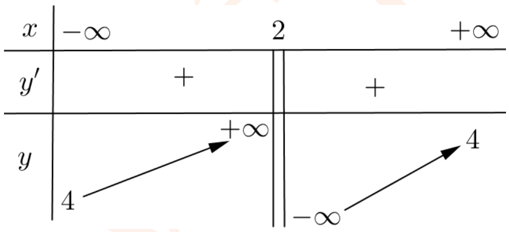
A. $x = -1$. **B.** $y = 3$. **C.** $y = -1$. **D.** $x = 3$.

Lời giải

Ta có

$\lim\limits_{x\to(-1)^+} y = \lim\limits_{x\to(-1)^+} \dfrac{3x-2}{x+1} = -\infty \Rightarrow$ đường TCĐ $x = -1$.

Câu 23. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Đồ thị của hàm số đã cho có bao nhiêu tiệm cận ngang?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Lời giải

Ta có: $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y = 4 \Rightarrow$ đường TCN $y = 4$.

Câu 24. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \dfrac{mx-1}{x-4}$ đi qua điểm $M(-1; -3)$.

A. $m = 3$. **B.** $m = -1$. **C.** $m = 4$. **D.** $m = -3$.

Lời giải

Ta có $\lim\limits_{x\to-\infty} y = \lim\limits_{x\to+\infty} y = m$ suy ra đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y = m$.

Vì tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \dfrac{mx-1}{x-4}$ đi qua điểm $M(-1; -3)$ nên $m = -3$.

Câu 25. Biết đồ thị hàm số $y = \dfrac{(m-n)x^2 - mx + 2020}{x^2 - x + n - 2021}$ nhận trục hoành và trục tung làm 2 tiệm cận thì $m + n = ?$

A. -1. **B.** 0. **C.** 2021. **D.** 4042.

Lời giải

Vì đồ thị hàm số nhận trục tung $x = 0$ làm tiệm cận đứng nên $n - 2021 = 0 \Leftrightarrow n = 2021$.

Mặt khác, $\lim\limits_{x\to+\infty} y = \lim\limits_{x\to-\infty} y = m - n$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y = m - n$

$\Rightarrow m-2021=0 \Leftrightarrow m=2021$.

Vậy $m+n=4042$.

Câu 26. Cho hình chóp có đáy là đa giác n cạnh $(n>2)$. Hỏi hình chóp đó có bao nhiêu mặt?

A. $n-1$. **B.** $n+1$. **C.** n. **D.** $2n$.

Lời giải

Ta có hình chóp có đáy là đa giác n cạnh thì có n mặt bên, số mặt của hình chóp bằng số mặt bên cộng mặt đáy và bằng $n+1$.

Câu 27. Khối chóp tứ giác có thể phân chia tối thiểu được bao nhiêu khối tứ diện?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** vô số.

Lời giải

Phân chia theo mặt phẳng chứa đỉnh hình chóp và đường chéo đa giác đáy ta được hai khối tứ diện.

Câu 28. Cho khối chóp có đáy là đa giác lồi có 7 cạnh. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng ?

A. Số mặt của khối chóp bằng 7.

B. Số cạnh của khối chóp bằng 14.

C. Số cạnh của khối chóp gấp 2 lần số mặt của nó.

D. Số cạnh của khối chóp bằng 8.

Lời giải

Khối chóp có đáy là đa giác lồi 7 cạnh, suy ra khối chóp đó có: 8 mặt và 14 cạnh.

Câu 29. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng ?

A. Số đỉnh và số mặt của mọi hình đa diện luôn luôn bằng nhau.

B. Số đỉnh của mọi đa diện luôn lớn hơn 4.

C. Tồn tại một hình đa diện có số cạnh gấp hai lần số đỉnh.

D. Tồn tại một hình đa diện có số cạnh nhỏ hơn 6.

Lời giải

Hình lập phương có 8 đỉnh, 6 mặt nên số đỉnh khác số mặt, suy ra loại A

Hình tứ diện có 4 đỉnh nên số đỉnh của đa diện không lớn hơn 4, suy ra loại B.

Hình tứ diện là hình có số cạnh ít nhất (bằng 6), nên không tồn tại hình đa diện có số cạnh nhỏ hơn 6, suy ra loại D.

Tồn tại hình bát diện có số cạnh gấp hai lần số đỉnh, chọn C.

Câu 30. Cho một khối chóp (H) có diện tích đáy bằng 6 và khoảng cách từ đỉnh xuống đáy bằng 2. Thể tích khối chóp (H) bằng

A. 4. **B.** 12. **C.** 6. **D.** 3.

Lời giải

Thể tích khối chóp là $V=\frac{1}{3}.B.h=\frac{1}{3}.6.2=4$.

Câu 31. Cho hình lăng trụ đứng có diện tích đáy bằng $3a^2$, độ dài cạnh bên bằng $2a$. Thể tích khối lăng trụ bằng

A. a^3. **B.** $3a^3$. **C.** $6a^3$. **D.** $2a^3$.

Lời giải

Thể tích lăng trụ là $V=B.h=3a^2.2a=6a^3$.

Câu 32. Một hình hộp chữ nhật có ba kích thước là $a,\ b,\ c$. Thể tích V của khối hộp chữ nhật đó là

A. $V=(a+b)c$. **B.** $V=\frac{1}{3}abc$. **C.** $V=abc$. **D.** $V=(a+c)b$.

Lời giải

Khối hộp chữ nhật có ba kích thước là $a,\ b,\ c$ thì có thể tích là $V=abc$.

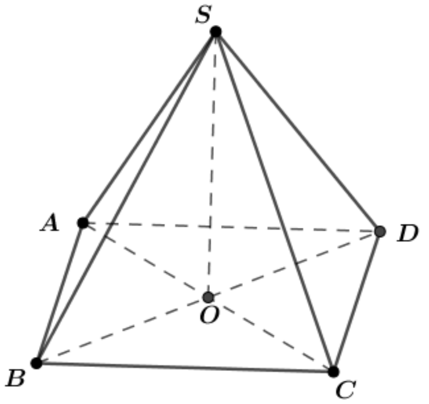
Câu 33. Thể tích khối lập phương cạnh 2 bằng

A. 6. **B.** 8. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

Thể tích khối lập phương cạnh 2 là $V = 2^3 = 8$.

Câu 34. Tính thể tích khối chóp đều $S.ABCD$ biết góc giữa SA và mặt đáy bằng $60°$ và $AB = a$.



A. $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{2}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{6}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **D.** $a^3\sqrt{6}$.

Lời giải

Ta có: $AO = \dfrac{AC}{2} = \dfrac{AB\sqrt{2}}{2} = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Gọi $O = AC \cap BD$ thì SO là đường cao của hình chóp. Từ đó suy ra:

$SO = AO.\tan SAO = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}.\tan 60° = \dfrac{a\sqrt{6}}{2}$.

Vậy $V_{S.ABCD} = \dfrac{1}{3}S_{ABCD}.SO = \dfrac{1}{3}a^2.\dfrac{a\sqrt{6}}{2} = \dfrac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

Câu 35. Một khối lập phương có độ dài đường chéo bằng a thì có thể tích là

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{9}$. **B.** $\dfrac{a^3}{9}$. **C.** $\dfrac{a^3}{3}$. **D.** a^3.

Lời giải

Gọi $x\ (x > 0)$ là chiều dài cạnh lập phương thì $a = x\sqrt{3} \Rightarrow x = \dfrac{a}{\sqrt{3}}$.

Vậy thể tích của khối lập phương bằng $V = x^3 = \left(\dfrac{a}{\sqrt{3}}\right)^3 = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{9}$.

II. PHẦN TỰ LUẬN

Câu 36. Biết $m \in (a\,;\,b)$ với $a, b \in \mathbb{Q}$ thì hàm số $y = \left|2x^3 - 3x^2 + 5m - 1\right|$ có 5 điểm cực trị. Tính tổng $a + 2b$.

Lời giải

Đặt $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 5m - 1, x \in \mathbb{R}$. Ta có $f'(x) = 6x^2 - 6x = 6x(x-1)$, $x \in \mathbb{R}$

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 1 \end{array}\right.$.

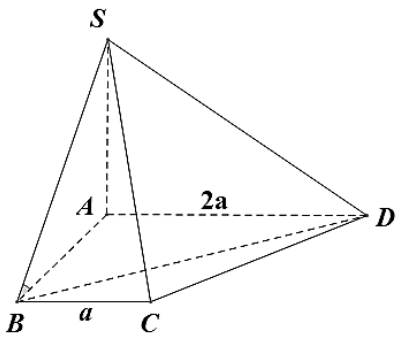
Bảng biến thiên của hàm số $f(x)$

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$5m-1$	$\searrow$	$5m-2$	$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên trên của hàm số $f(x)$ ta suy ra hàm số $y=|f(x)|$ có 5 điểm cực trị khi và chỉ khi: $5m-2<0<5m-1 \Leftrightarrow \dfrac{1}{5}<m<\dfrac{2}{5}$. Suy ra $a+2b=\dfrac{1}{5}+2.\dfrac{2}{5}=1$.

Câu 37. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và B. Hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết $AD=2BC=2a$ và $BD=a\sqrt{5}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ biết góc giữa SB và $(ABCD)$ bằng $30°$.

Lời giải



◦ Ta có: $\left.\begin{array}{l}(SAB)\perp(ABCD)\\(SAD)\perp(ABCD)\\(SAB)\cap(SAD)=SA\end{array}\right\}\Rightarrow SA\perp(ABCD)$.

◦ Và: $\left.\begin{array}{l}SB\cap(ABCD)=B\\SA\perp(ABCD)\end{array}\right\}\Rightarrow \widehat{SBA}=30°$ là góc giữa SB và mặt phẳng đáy.

◦ Tính diện tích đáy:

$$\left.\begin{array}{l}S_{ABCD}=\dfrac{1}{2}(AD+BC).AB\\AD=2a\\BC=a\\AB^2=BD^2-AD^2=5a^2-4a^2=a^2\Rightarrow AB=a\end{array}\right\}\Rightarrow S_{ABCD}=\dfrac{1}{2}(2a+a).a=\dfrac{3a^2}{2}.$$

◦ Tính chiều cao:

Xét ΔSAB vuông tại A có $SA=AB.\tan 30^0=\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$

◦ Suy ra $V_{S.ABCD}=\dfrac{1}{3}S_{ABCD}.SA=\dfrac{1}{3}.\dfrac{3a^2}{2}.\dfrac{a\sqrt{3}}{3}=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 38. Cho hàm số $g(x)=f(5-x)$ có đạo hàm $g'(x)=(5-x)(2-x)^2\left[x^2-(m+10)x+5m+41\right]$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Có bao nhiêu số nguyên dương m để hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;-1)$?

Lời giải

Ta có $g'(x)=-f'(5-x)\Rightarrow f'(5-x)=-g'(x)$.

Suy ra $f'(5-x)=-g'(x)=(x-5)(2-x)^2\left[x^2-(m+10)x+5m+41\right]$

$\Leftrightarrow f'(5-x)=(x-5)((5-x)-3)^2\left[(5-x)^2+m(5-x)+16\right]$

Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;-1)$ khi và chỉ khi $f'(x)\geq 0,\ \forall x\in(-\infty;-1)$

(Dấu "=" chỉ xảy ra tại hữu hạn điểm)

$\Leftrightarrow -x(x-3)^2\left(x^2+mx+16\right)\geq 0,\ \forall x\in(-\infty;-1)$

$\Leftrightarrow x^2+mx+16\geq 0,\ \forall x\in(-\infty;-1)$ (vì $x<0$ và $(x-3)^2>0, \forall x\in(-\infty;-1)$)

$\Leftrightarrow m\leq \dfrac{-x^2-16}{x},\ \forall x\in(-\infty;-1)\Leftrightarrow m\leq \min\limits_{(-\infty;-1)} h(x)$

Với $h(x)=\dfrac{-x^2-16}{x}=-x-\dfrac{16}{x}\geq 2.\sqrt{(-x).\left(\dfrac{-16}{x}\right)}=8$, dấu "=" xảy ra khi $x=-4$.

$\Rightarrow m\leq 8$, kết hợp với điều kiện m nguyên dương ta suy ra $m\in\{1,2,3,4,5,6,7,8\}$.

Vậy có 8 giá trị của m thỏa mãn.

--- HẾT ---

ĐỀ 25

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KỲ I

Môn: TOÁN - Lớp 12

Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Câu 1. Hàm số $y=x^3-3x+2$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1;1)$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $[1;+\infty)$. **D.** $(-2;+\infty)$.

Câu 2. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=\dfrac{x-1}{x+2}$. **B.** $y=x^2+4x+5$. **C.** $y=\dfrac{1}{3}x^3+x-1$. **D.** $y=x^4+x^2-3$.

Lời giải

Câu 3. Cho hàm số $y=\dfrac{x+2}{x-2}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;2)$ và $(2;+\infty)$.

B. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;2)$ và $(2;+\infty)$..

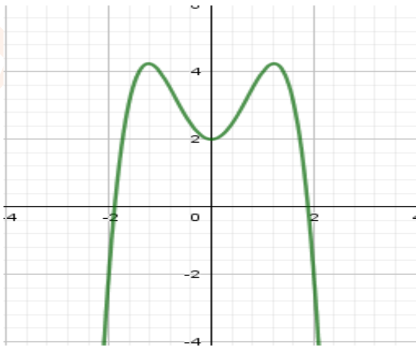
C. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}\setminus\{2\}$.

D. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}\setminus\{2\}$.

Câu 4 . **[Mức độ 4]** Gọi $S=\left(-\infty;\dfrac{a}{b}\right]$, với $\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản và $a\in\mathbb{Z}$, $b\in\mathbb{N}^*$, là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m sao cho phương trình $\sqrt{2x^2+mx+1}=x+3$ có hai nghiệm phân biệt. Giá trị của biểu thức $T=a^2-b^3$ là

A. $T=334$. **B.** $T=-440$. **C.** $T=1018$. **D.** $T=8$.

Câu 5. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Số điểm cực đại của hàm số đã cho là:

A. 3. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 6. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	5	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số đạt cực tiểu tại điểm

.

A. $x=1$. **B.** $x=5$. **C.** $x=2$. **D.** $x=0$.

Câu 7. Hàm số nào dưới đây **không** có cực trị?

A. $y=\dfrac{x-2}{x+1}$. **B.** $y=\dfrac{x^2+1}{x}$. **C.** $y=x^2-2x+1$. **D.** $y=x^2-2x+1$.

Câu 8 . [Mức độ 1] Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x.(x-1)^2$ với $\forall x\in\mathbb{R}$.Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 1. **B.** 2.
C. 3. **D.** 0.

Câu 9. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-2021)^{2021}(x-2022)^{2022}, \forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực đại của hàm số đã cho là:

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 2021.

Câu 10. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y=-x^3+12x-9$ là:

A. $x=-2$. **B.** $y=-25$. **C.** $(2;7)$. **D.** $(-2;-25)$.

Câu 11. Cho hàm số $y=x^4-2x^2-2$. Hàm số nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0;1)$. **B.** $(-1;0)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(-1;1)$.

Câu 12. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm là $f'(x)=(x-2)(x+5)(x+1)$. Hỏi hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(2;+\infty)$. **B.** $(-2;0)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(-6;-1)$.

Câu 13. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	$\|$	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	1	$\searrow$	-4

Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào ***sai***?

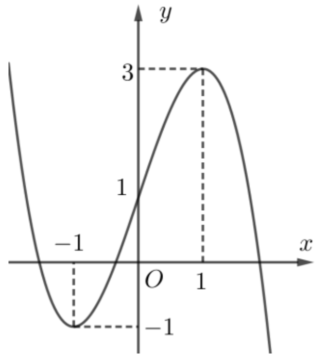
A. Hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng -4 trên $\mathbb{R}$.

B. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 1 và giá trị nhỏ nhất bằng -2 trên đoạn $[0;2]$.

C. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 1 tại $x=2$ trên nửa khoảng $[2;+\infty)$.

D. Hàm số không có giá trị lớn nhất trên $\mathbb{R}$.

Câu 14. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên đoạn $\left[-1;1\right]$ và có đồ thị như hình vẽ.



Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $\left[-1;1\right]$. Giá trị của $M-m$ bằng

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

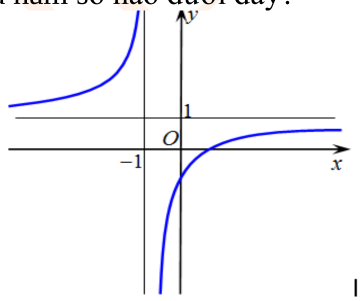
Câu 15. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=x^3-3x^2+m$ có giá trị nhỏ nhất trên đoạn $\left[-1;1\right]$ bằng $\sqrt{3}$.

A. $m=\sqrt{3}$. **B.** $m=2+\sqrt{3}$. **C.** $m=4+\sqrt{3}$. **D.** $m=4-\sqrt{3}$.

Câu 16. Tìm các giá trị âm của tham số m để giá trị lớn nhất của hàm số $y=\dfrac{m^2x-2}{x+3}$ trên đoạn $\left[-2;1\right]$ bằng 1.

A. $m=-6$. **B.** $m=\pm\sqrt{6}$. **C.** $m=-3$. **D.** $m=-\sqrt{6}$.

Câu 17. Đường cong hình dưới là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



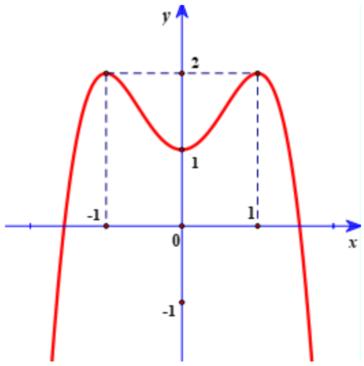
A. $y=\dfrac{x+2}{x+1}$. **B.** $y=\dfrac{x+1}{x-1}$. **C.** $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$. **D.** $y=\dfrac{x-1}{x+1}$.

Câu 18. Bảng biến thiên dưới đây của hàm số nào?

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$y'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	2	$\nearrow$	6	$\searrow$	$-\infty$

A. $y=\dfrac{x+1}{x-1}$. **B.** $y=x^4-2x^2-3$. **C.** $y=x^3-3x+4$. **D.** $y=-x^3+3x+4$.

Câu 19. Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c\ \left(a,b,c\in\mathbb{R}\right)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là:



A. $x=2$. **B.** $x=-1$. **C.** $x=1$. **D.** $x=0$.

Câu 20. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		5		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-5	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;3)$. **B.** $(1;5)$. **C.** $(-\infty;1)$. **D.** $(-5;+\infty)$.

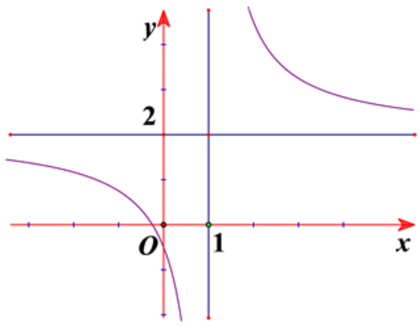
Câu 21. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-3}{x-1}$ là

A. $x=1$. **B.** $x=-1$. **C.** $y=1$. **D.** $y=-1$.

Câu 22. Phương trình đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3-5x}{4x+7}$ là

A. $x=\dfrac{3}{5}$. **B.** $y=\dfrac{3}{4}$. **C.** $x=-\dfrac{7}{4}$. **D.** $y=-\dfrac{5}{4}$.

Câu 23. Hình vẽ dưới đây là đồ thị của hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$.



Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số có phương trình là

A. $x=1$. **B.** $x=2$. **C.** $y=1$. **D.** $y=2$.

Câu 24. Số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x-1}+1}{5x^2-3x-2}$ là

A. 4. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 25. Đồ thị hàm số $y=\dfrac{1-2x-\sqrt{x+10}}{x^2-2x-3}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 26. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. Khối lăng trụ là phần không gian được giới hạn bởi hình lăng trụ.
B. Khối đa diện lồi là khối đa diện mà nối hai điểm bất kì của khối đa diện ta được đoạn thẳng thuộc khối đa diện đó.
C. Khối chóp là phần không gian được giới hạn bởi hình chóp, kể cả hình chóp đó.
D. Khối đa diện là phần không gian được giới hạn bởi hình đa diện, kể cả hình đa diện đó.

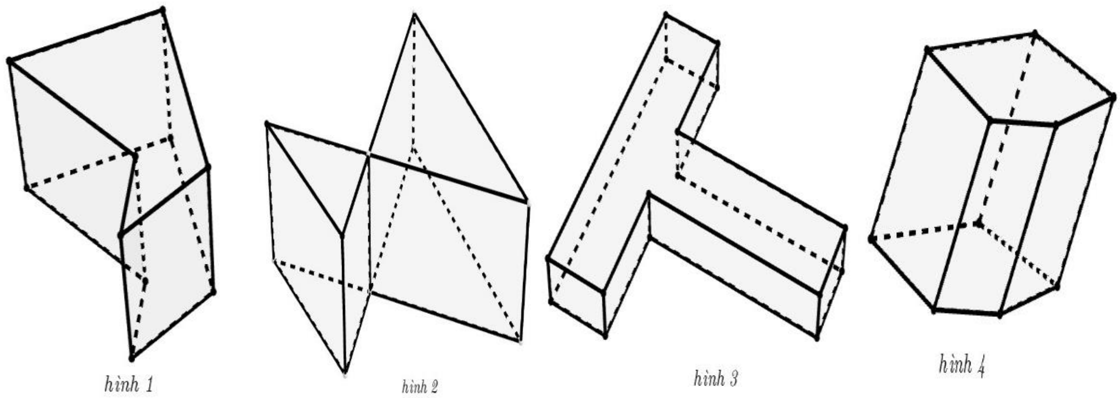
Câu 27. Khối đa diện nào sau đây không là khối đa diện đều?

A. Khối tứ diện đều.
B. Khối chóp tứ giác đều.
C. Khối lập phương.
D. Khối bát diện đều.

Câu 28. Có bao nhiêu loại khối đa diện đều mà các mặt của nó là các ngũ giác đều?

A. 5. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 29. Có bao nhiêu khối đa diện lồi trong các hình sau?



A. 4 **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

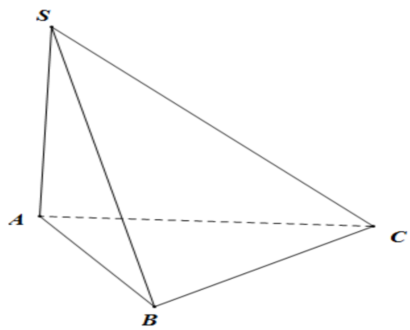
Câu 30. Cho khối chóp có diện tích đáy $B=3$ và chiều cao $h=4$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. 6. **B.** 12. **C.** 36. **D.** 4.

Câu 31. Thể tích khối lăng trụ có diện tích đáy B và có chiều cao h là

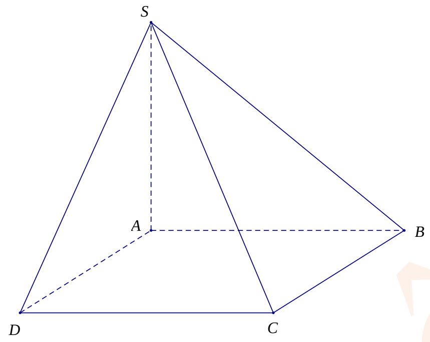
A. $V=\dfrac{4}{3}Bh$. **B.** $V=Bh$. **C.** $V=\dfrac{1}{3}Bh$. **D.** $V=3Bh$.

Câu 32. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA\perp(ABC)$, ΔABC vuông cân tại A, $SA=BC=a$ (như hình vẽ). Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABC$.



A. $V=\dfrac{a^3}{12}$. **B.** $V=\dfrac{a^3}{4}$. **C.** $V=2a^3$. **D.** $V=\dfrac{a^3}{2}$.

Câu 33. Hình chóp $S.ABCD$ có đáy hình vuông, SA vuông góc với đáy và $SA = a\sqrt{3}$, $AC = a\sqrt{2}$ (như hình vẽ). Khi đó thể tích khối chóp $S.ABCD$ là



A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$.

Câu 34. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật với $AD = 3AB = 3a$. Gọi M là trung điểm AD. Mặt bên (SAB) là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Thể tích của khối chóp $S.AMCB$:

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$. **D.** $\frac{5a^3\sqrt{3}}{24}$.

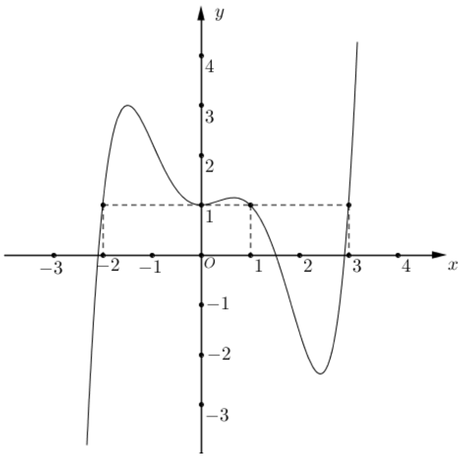
Câu 35. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều có thể tích bằng $a^3\sqrt{3}$, trọng tâm G của tam giác ABC là chân đường cao của hình chóp và $SG = 3a$. Gọi α là góc hợp bởi mặt bên (SBC) với mặt đáy. Tính $\cot\alpha$

A. $\cot\alpha = \frac{9}{2}$. **B.** $\cot\alpha = 3\sqrt{3}$. **C.** $\cot\alpha = \frac{2}{9}$. **D.** $\cot\alpha = \frac{\sqrt{3}}{9}$.

Câu 36. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D. Hình chiếu của đỉnh S lên mặt đáy trùng vơi giao điểm của hai đường chéo hình thang $ABCD$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ biết $AB = 3a,\ CD = a,\ AD = a\sqrt{3},\ S_{\Delta SAD} = \frac{3a^2}{4}$.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **C.** a^3. **D.** $\frac{a^3}{2}$.

Câu 37. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Hàm số $f'(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ dưới đây.



Giá trị nhỏ nhất của hàm số $g(x)=f(2x^2+x)-2x^2-x$ trên đoạn $\left[-1;\frac{1}{2}\right]$ là

A. $f(1)+1$. **B.** $f\left(\frac{1}{8}\right)-\frac{1}{8}$. **C.** $f(-3)+3$. **D.** $f\left(-\frac{1}{8}\right)+\frac{1}{8}$.

Câu 38. Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm $f'(x)$ như hình vẽ bên dưới. Số giá trị nguyên của tham số m để hàm số $f(x^2-2x+m)$ đồng biến trên khoảng $(1;3)$ là

x	$-\infty$		-3		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

A. 5. **B.** 8. **C.** 3. **D.** 4.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.A	2.C	3.A	4.A	5.D	6.D	7.A	8.A	9.A	10.D
11.A	12.A	13.A	14.D	15.C	16.D	17.D	18.D	19.D	20.C
21.A	22.D	23.A	24.D	25.C	26.A	27.B	28.D	29.D	30.D
31.B	32.A	33.A	34.C	35.D	36.D	37.D	38.D	39.	40.

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1;1)$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $[1;+\infty)$. **D.** $(-2;+\infty)$.

Lời giải

Ta có $y' = 3x^2 - 3 \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = -1 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

Câu 2. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = \dfrac{x-1}{x+2}$. **B.** $y = x^2 + 4x + 5$. **C.** $y = \dfrac{1}{3}x^3 + x - 1$. **D.** $y = x^4 + x^2 - 3$.

Lời giải

Xét đáp án C có $y' = x^2 + 1 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ do đó hàm số $y = \dfrac{1}{3}x^3 + x - 1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 3. Cho hàm số $y = \dfrac{x+2}{x-2}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;2)$ và $(2;+\infty)$.

B. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;2)$ và $(2;+\infty)$..

C. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}\setminus\{2\}$.

D. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}\setminus\{2\}$.

Lời giải

Tập xác định $D = \mathbb{R}\setminus\{2\}$.

Ta có $y' = \dfrac{-4}{(x-2)^2} < 0, \forall x \in D$ nên hàm số đã cho nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;2)$ và $(2;+\infty)$.

Câu 4 . **[Mức độ 4]** Gọi $S=\left(-\infty;\frac{a}{b}\right]$, với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản và $a\in\mathbb{Z}$, $b\in\mathbb{N}^*$, là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m sao cho phương trình $\sqrt{2x^2+mx+1}=x+3$ có hai nghiệm phân biệt. Giá trị của biểu thức $T=a^2-b^3$ là

A. $T=334$. **B.** $T=-440$. **C.** $T=1018$. **D.** $T=8$.

Lời giải

Phương trình tương đương với: $\begin{cases}x\ge -3\\ 2x^2+mx+1=(x+3)^2 \quad (1)\end{cases}$.

(1) $\Leftrightarrow 2x^2+mx+1=x^2+6x+9 \Leftrightarrow mx=-x^2+6x+8$.

Vì $x=0$ không phải là nghiệm của (1) nên: (1) $\Leftrightarrow m=\frac{-x^2+6x+8}{x}$.

Xét $f(x)=\frac{-x^2+6x+8}{x}$, $f'(x)=\frac{-x^2-8}{x^2}<0$, $\forall x\ge -3, x\ne 0$.

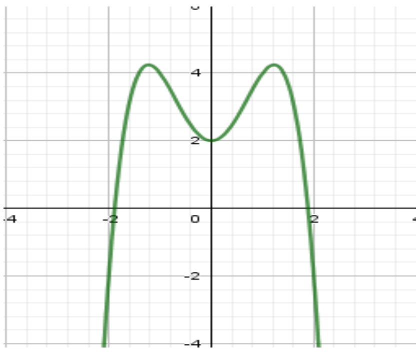
Ta có bảng biến thiên như hình vẽ:

x	-3		0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	||	$-$	
$f(x)$	$\frac{19}{3}$ ↘	$-\infty$	|| $+\infty$	↘	$-\infty$

Từ bảng biến thiên, ta suy ra phương trình có hai nghiệm phân biệt khi $m\le\frac{19}{3}$.

Vậy $a=19$ và $b=3$, nên suy ra $T=a^2-b^3=334$.

Câu 5. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Số điểm cực đại của hàm số đã cho là:

A. 3. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Từ đồ thị của hàm số $y=f(x)$ ta thấy hàm số có hai điểm cực đại.

Câu 6. Cho hàm số $y = f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	5	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số đạt cực tiểu tại điểm

.

A. $x=1$. **B.** $x=5$. **C.** $x=2$. **D.** $x=0$.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy, y' đổi dấu từ $\left(-\right)$ sang $\left(+\right)$ tại $x=0$.

Nên hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x=0$.

Câu 7. Hàm số nào dưới đây **không** có cực trị?

A. $y=\dfrac{x-2}{x+1}$. **B.** $y=\dfrac{x^2+1}{x}$. **C.** $y=x^2-2x+1$. **D.** $y=x^2-2x+1$.

Lời giải

Hàm số $y=f(x)=\dfrac{x-2}{x+1}$ có $f'(x)=\dfrac{3}{(x+1)^2}>0\ \forall x\in\mathbb{R}\setminus\{-1\}$ nên hàm số đồng biến trên từng khoảng thuộc tập xác định.Do đó hàm số không có cực trị. Chọn A

Câu 8 .[Mức độ 1] Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x.(x-1)^2$ với $\forall x\in\mathbb{R}$.Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 1. **B.** 2.

C. 3. **D.** 0.

Lời giải

FB tác giả: Tam Trinh

Ta có $f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \end{array}\right.$

Ta có $x=0$ là nghiệm bội lẻ và $x=1$ là nghiệm bội chẵn nên $f'(x)$ đổi dấu qua $x=0$.Do đó hàm số có một điểm cực trị .Chọn A

Câu 9. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đạo hàm $f'\left(x\right)=\left(x-2021\right)^{2021}\left(x-2022\right)^{2022}, \forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực đại của hàm số đã cho là:

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 2021.

Lời giải

Ta có $f'\left(x\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2021 \\ x=2022 \end{array}\right.$.

Vì $x=2021$ là nghiệm bội lẻ và $x=2022$ là nghiệm bội chẵn nên $f'\left(x\right)$ chỉ đổi dấu khi đi qua $x=2021$.

x	$-\infty$		2021		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	

Vậy hàm số không có điểm cực đại.

Câu 10. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y=-x^3+12x-9$ là:

A. $x=-2$. **B.** $y=-25$. **C.** $(2;7)$. **D.** $(-2;-25)$.

Lời giải

Ta có $y'=-3x^2+12;\ y'=0 \Leftrightarrow -3x^2+12=0 \Leftrightarrow x=\pm 2$.

$y''=-6x;\ y''(2)=-12<0, y''(-2)=-6(-2)=12>0$.

Do đó hàm số đạt cực tiểu tại $x=-2, y(-2)=-25$.

Vậy điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là $(-2;-25)$.

Câu 11. Cho hàm số $y=x^4-2x^2-2$. Hàm số nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0;1)$. **B.** $(-1;0)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(-1;1)$.

Lời giải

TXĐ: $D=\mathbb{R}$.

Ta có $y'=4x^3-4x, y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm 1 \end{array}\right.$.

Ta có BBT

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	-2	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào BBT chọn A.

Câu 12. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm là $f'(x)=(x-2)(x+5)(x+1)$. Hỏi hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(2;+\infty)$. **B.** $(-2;0)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(-6;-1)$.

Lời giải

Ta có: $f'(x)=(x-2)(x+5)(x+1)$; $f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-5 \\ x=-1 \\ x=2 \end{array}\right.$.

Dấu của $f'(x)$:

x	$-\infty$		-5		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

$\Rightarrow$ Hàm số $f(x)$ đồng biến trên $(-5;-1)$ và $(2;+\infty)$.

Câu 13. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	$\|$	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	1	$\searrow$	-4

Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào ***sai***?

A. Hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng -4 trên $\mathbb{R}$.

B. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 1 và giá trị nhỏ nhất bằng -2 trên đoạn $[0;2]$.

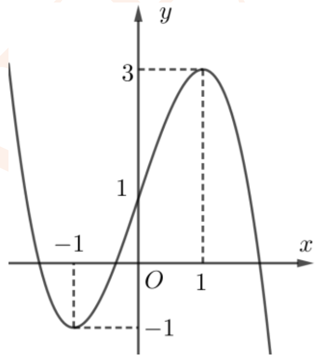
C. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 1 tại $x=2$ trên nửa khoảng $[2;+\infty)$.

D. Hàm số không có giá trị lớn nhất trên $\mathbb{R}$.

Lời giải

A sai vì $\lim\limits_{x\to+\infty} y=-4$

Câu 14. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;1]$ và có đồ thị như hình vẽ.



Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1;1]$. Giá trị của $M-m$ bằng

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Từ đồ thị ta thấy $M=3, m=-1$ nên $M-m=4$.

Câu 15. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=x^3-3x^2+m$ có giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[-1;1]$ bằng $\sqrt{3}$.

A. $m=\sqrt{3}$. **B.** $m=2+\sqrt{3}$. **C.** $m=4+\sqrt{3}$. **D.** $m=4-\sqrt{3}$.

Lời giải

Ta có: $y'=3x^2-6x$.

$y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0\in[-1;1] \\ x=2\notin[-1;1] \end{array}\right.$.

Khi đó: $y(-1)=m-4$; $y(0)=m$; $y(1)=m-2$.

Suy ra $\underset{[-1;1]}{Min}\, y=m-4=\sqrt{3}\Leftrightarrow m=4+\sqrt{3}$.

Câu 16. Tìm các giá trị âm của tham số m để giá trị lớn nhất của hàm số $y=\dfrac{m^2x-2}{x+3}$ trên đoạn $[-2;1]$ bằng 1.

A. $m=-6$. **B.** $m=\pm\sqrt{6}$. **C.** $m=-3$. **D.** $m=-\sqrt{6}$.

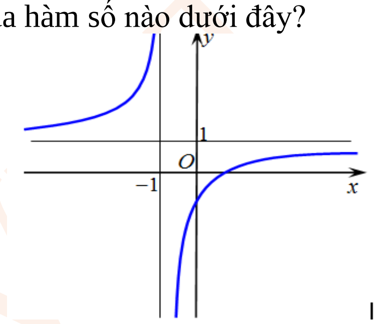
Lời giải

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{-3\}$.

Ta có: $y'=\dfrac{3m^2+2}{(x+3)^2}>0$ với mọi $x\in D$.

Suy ra $\underset{[-2;1]}{Max}=y(1)=\dfrac{m^2-2}{4}=1\Leftrightarrow m^2=6\Rightarrow m=-\sqrt{6}$ (vì $m<0$).

Câu 17. Đường cong hình dưới là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y=\dfrac{x+2}{x+1}$. **B.** $y=\dfrac{x+1}{x-1}$. **C.** $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$. **D.** $y=\dfrac{x-1}{x+1}$.

Lời giải

Từ đồ thị ta có TCN: $y=1$, TCĐ: $x=-1$ nên loại đáp án **B, C.**

Hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định nên $ad-bc>0$. Chọn **D.**

Câu 18. Bảng biến thiên dưới đây của hàm số nào?

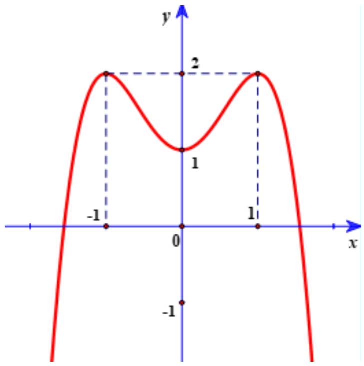
x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$y'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	2	$\nearrow$	6	$\searrow$	$-\infty$

A. $y=\dfrac{x+1}{x-1}$. **B.** $y=x^4-2x^2-3$. **C.** $y=x^3-3x+4$. **D.** $y=-x^3+3x+4$.

Lời giải

Ta loại phương án **A** và **B** vì khi lấy đạo hàm không phù hợp bảng biến thiên.
Còn lại phương án **C** và **D.** Dựa vào bảng biến thiên ta có hệ số $a<0$. Do đó, ta chọn hàm số $y=-x^3+3x+4$.

Câu 19. Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c\ (a,b,c\in\mathbb{R})$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là:



A. $x=2$. **B.** $x=-1$. **C.** $x=1$. **D.** $x=0$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị ta thấy điểm cực tiểu của hàm số là $x=0$.

Câu 20. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		5		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-5	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;3)$. **B.** $(1;5)$. **C.** $(-\infty;1)$. **D.** $(-5;+\infty)$.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty;1)$.

Câu 21. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-3}{x-1}$ là

A. $x=1$. **B.** $x=-1$. **C.** $y=1$. **D.** $y=-1$.

Lời giải

Ta có $\lim\limits_{x\to1^+}\dfrac{x-3}{x-1}=-\infty$ nên đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là $x=1$.

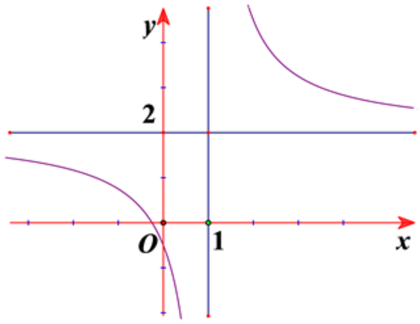
Câu 22. Phương trình đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3-5x}{4x+7}$ là

A. $x=\dfrac{3}{5}$. **B.** $y=\dfrac{3}{4}$. **C.** $x=-\dfrac{7}{4}$. **D.** $y=-\dfrac{5}{4}$.

Lời giải

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{3-5x}{4x+7}=-\dfrac{5}{4}$ và $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{3-5x}{4x+7}=-\dfrac{5}{4}$ nên phương trình tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là $y=-\dfrac{5}{4}$.

Câu 23. Hình vẽ dưới đây là đồ thị của hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$.



Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số có phương trình là

A. $x=1$. **B.** $x=2$. **C.** $y=1$. **D.** $y=2$.

Lời giải

FB tác giả: Thy Nguyen Vo Diem

Quan sát hình vẽ dễ dàng ta thấy đồ thị hàm số nhận đường thẳng $x=1$ làm tiệm cận đứng.

Câu 24. Số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x-1}+1}{5x^2-3x-2}$ là

A. 4. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

TXĐ: $D=(1;+\infty)$

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{x-1}+1}{5x^2-3x-2}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{\dfrac{1}{x^3}-\dfrac{1}{x^4}}+\dfrac{1}{x^2}}{5-\dfrac{3}{x}-\dfrac{2}{x^2}}=0$ nên đồ thị hàm số đã cho chỉ có một đường tiệm cận ngang là $y=0$.

Lại có $\lim\limits_{x\to 1^+} f(x)=+\infty$ nên đồ thị hàm số chỉ có một đường tiệm cận đứng là $x=1$.

Do đó số đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là 2.

Vậy chọn **D**.

Câu 25. Đồ thị hàm số $y=\dfrac{1-2x-\sqrt{x+10}}{x^2-2x-3}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Tập xác định: $D=[-10;+\infty)\setminus\{-1;3\}$.

• $\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1-2x-\sqrt{x+10}}{x^2-2x-3}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\dfrac{1}{x^2}-\dfrac{2}{x}-\sqrt{\dfrac{1}{x^3}+\dfrac{10}{x^4}}}{1-\dfrac{2}{x}-\dfrac{3}{x^2}}=0$

$\Rightarrow y=0$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

• $\lim_{x\to 3^+} y = \lim_{x\to 3^+} \dfrac{1-2x-\sqrt{x+10}}{x^2-2x-3} = -\infty$ và $\lim_{x\to 3^-} = \lim_{x\to 3^-} \dfrac{1-2x-\sqrt{x+10}}{x^2-2x-3} = +\infty$

$\Rightarrow x=3$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

• $\lim_{x\to -1} y = \lim_{x\to -1} \dfrac{1-2x-\sqrt{x+10}}{x^2-2x-3} = \lim_{x\to -1} \dfrac{(1-2x)^2-(x+10)}{(x^2-2x-3)(1-2x+\sqrt{x+10})}$

$= \lim_{x\to -1} \dfrac{4x^2-5x-9}{(x^2-2x-3)(1-2x+\sqrt{x+10})} = \lim_{x\to -1} \dfrac{4x-9}{(x-3)(1-2x+\sqrt{x+10})} = \dfrac{13}{24}$

$\Rightarrow x=-1$ không là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị hàm số có tất cả 2 đường tiệm cận.

Câu 26. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. Khối lăng trụ là phần không gian được giới hạn bởi hình lăng trụ.
B. Khối đa diện lồi là khối đa diện mà nối hai điểm bất kì của khối đa diện ta được đoạn thẳng thuộc khối đa diện đó.
C. Khối chóp là phần không gian được giới hạn bởi hình chóp, kể cả hình chóp đó.
D. Khối đa diện là phần không gian được giới hạn bởi hình đa diện, kể cả hình đa diện đó.

Lời giải

FB tác giả: Nhân Trí

Khối lăng trụ là phần không gian được giới hạn bởi hình lăng trụ, kể cả hình lăng trụ đó.

Chọn A.

Câu 27. Khối đa diện nào sau đây không là khối đa diện đều?

A. Khối tứ diện đều.
B. Khối chóp tứ giác đều.
C. Khối lập phương.
D. Khối bát diện đều.

Lời giải

Khối chóp tứ giác đều có:
+ các mặt bên là tam giác cân;
+ đáy là hình vuông.
Vậy khối chóp tứ giác đều không thỏa mãn tính chất: mỗi mặt là đa giác đều p cạnh.

Chọn B.

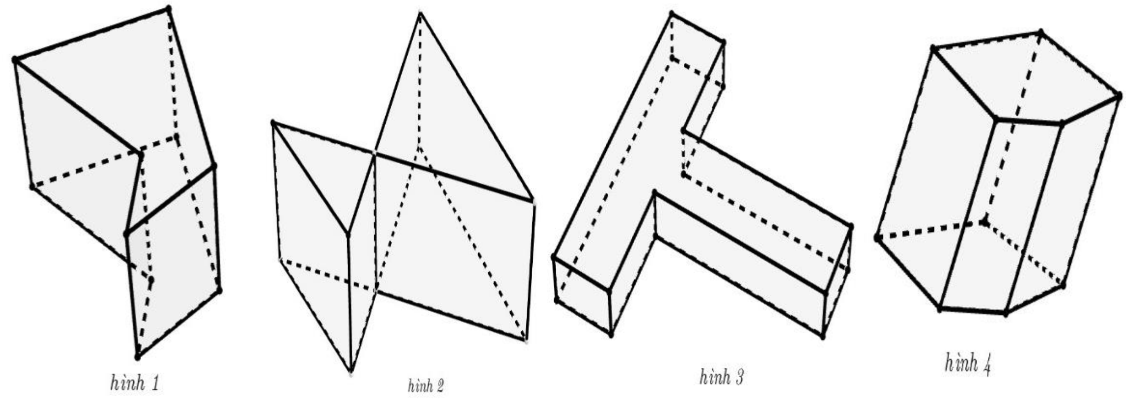
Câu 28. Có bao nhiêu loại khối đa diện đều mà các mặt của nó là các ngũ giác đều?

A. 5. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

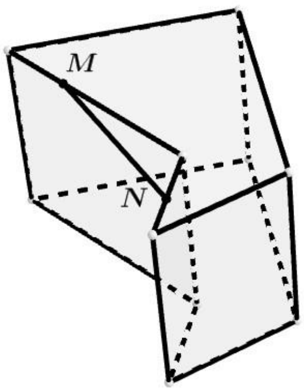
Có 1 loại khối đa diện đều mà các mặt của nó là các ngũ giác đều đó là khối 12 mặt đều.

Câu 29. Có bao nhiêu khối đa diện lồi trong các hình sau?

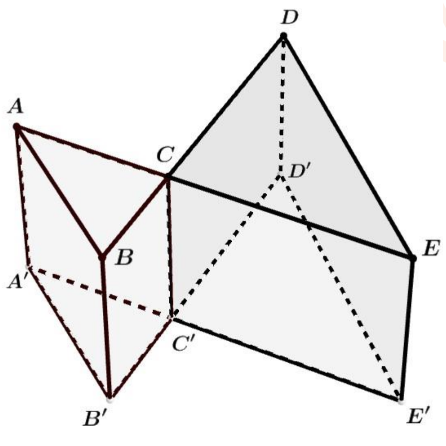


A. 4 **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

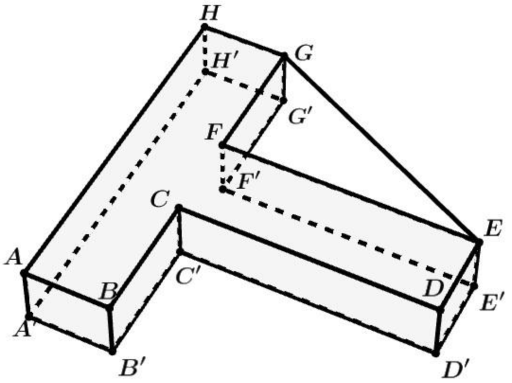
Lời giải



- Xét hình 1: Hình 1 là khối đa diện. Lấy hai điểm M, N thuộc khối đa diện, đoạn thẳng MN không thuộc khối đa diện nên hình 1 không phải là khối đa diện lồi.



- Xét hình 2: Cạnh CC' là cạnh chung của 4 tứ giác nên hình 2 không phải là khối đa diện do đó hình 2 không phải là khối đa diện lồi.



- Xét hình 3: Hình 3 là khối đa diện. Lấy hai điểm G, E thuộc khối đa diện, đoạn thẳng GE không thuộc khối đa diện nên hình 3 không phải là khối đa diện lồi.

- Xét hình 4: Hình 4 là khối lăng trụ ngũ giác nên là khối đa diện lồi.

Câu 30. Cho khối chóp có diện tích đáy $B=3$ và chiều cao $h=4$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. 6. **B.** 12. **C.** 36. **D.** 4.

Lời giải

Ta có công thức thể tích khối chóp $V=\frac{1}{3}.B.h=\frac{1}{3}.3.4=4$.

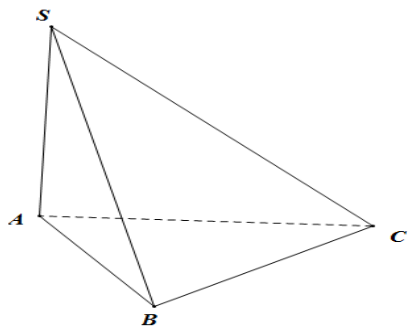
Câu 31. Thể tích khối lăng trụ có diện tích đáy B và có chiều cao h là

A. $V=\frac{4}{3}Bh$. **B.** $V=Bh$. **C.** $V=\frac{1}{3}Bh$. **D.** $V=3Bh$.

Lời giải

Thể tích khối lăng trụ có diện tích đáy B và có chiều cao h là $V=B.h$.

Câu 32. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA\perp(ABC)$, ΔABC vuông cân tại A, $SA=BC=a$ (như hình vẽ). Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABC$.



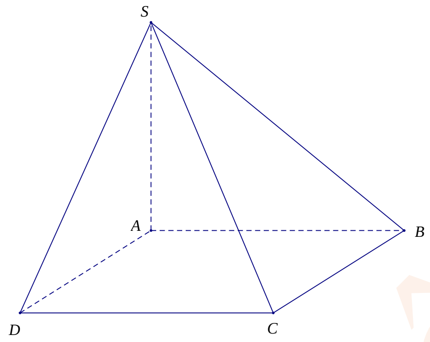
A. $V=\frac{a^3}{12}$. **B.** $V=\frac{a^3}{4}$. **C.** $V=2a^3$. **D.** $V=\frac{a^3}{2}$.

Lời giải

Ta có $AB=\frac{BC}{\sqrt{2}}=\frac{a}{\sqrt{2}}$ nên $S_{ABC}=\frac{1}{2}AB^2=\frac{a^2}{4}$.

Thể tích khối chóp $S.ABC$ là $V=\frac{1}{3}SA.S_{ABC}=\frac{1}{3}.a.\frac{a^2}{4}=\frac{a^3}{12}$.

Câu 33. Hình chóp $S.ABCD$ có đáy hình vuông, SA vuông góc với đáy và $SA=a\sqrt{3}$, $AC=a\sqrt{2}$ (như hình vẽ). Khi đó thể tích khối chóp $S.ABCD$ là



A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

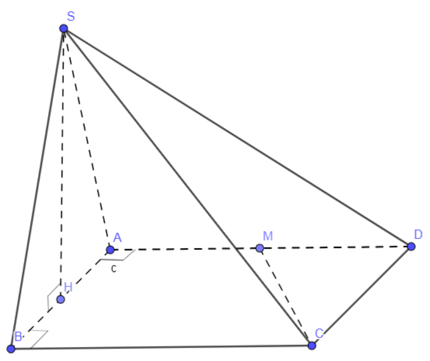
Ta có $ABCD$ là hình vuông có $AC=a\sqrt{2}$ suy ra $AB=a$.

$V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}SA.S_{ABCD}=\frac{1}{3}a\sqrt{3}.a^2=\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 34. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật với $AD=3AB=3a$. Gọi M là trung điểm AD. Mặt bên (SAB) là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Thể tích của khối chóp $S.AMCB$:

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$. **D.** $\frac{5a^3\sqrt{3}}{24}$.

Lời giải



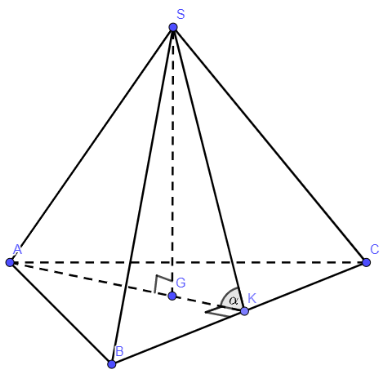
Gọi H là trung điểm AB $\Rightarrow SH\perp(ABCD)$

Ta có: $V_{S.AMCB}=\frac{1}{3}SH.S_{AMCB}=\frac{1}{3}.\frac{AB\sqrt{3}}{2}.\frac{AB(AM+BC)}{2}=\frac{1}{3}.\frac{a\sqrt{3}}{2}.\frac{9a^2}{4}=\frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$.

Câu 35. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều có thể tích bằng $a^3\sqrt{3}$, trọng tâm G của tam giác ABC là chân đường cao của hình chóp và $SG = 3a$. Gọi α là góc hợp bởi mặt bên (SBC) với mặt đáy. Tính $\cot\alpha$

A. $\cot\alpha = \frac{9}{2}$. **B.** $\cot\alpha = 3\sqrt{3}$. **C.** $\cot\alpha = \frac{2}{9}$. **D.** $\cot\alpha = \frac{\sqrt{3}}{9}$.

Lời giải



Ta có: $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}SG.S_{ABC} \Leftrightarrow a^3\sqrt{3} = \frac{1}{3}.3a.\frac{AB^2\sqrt{3}}{4} \Rightarrow AB = 2a$

Gọi K là giao điểm của AG và BC $\Rightarrow GK \perp BC$ (1)

Ta có: $\begin{cases} SG \perp BC \\ GK \perp BC \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SGK) \Rightarrow BC \perp SK$ (2)

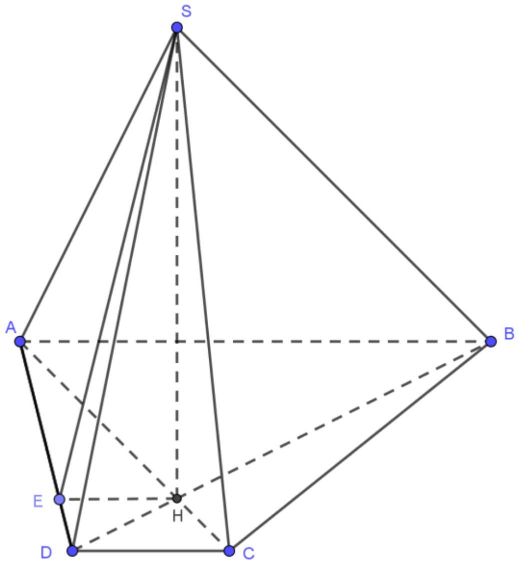
Từ (1) và (2) suy ra $\alpha = ((SBC),(ABCD)) = (GK, SK) = SKG$

Ta có: $\cot\alpha = \frac{GK}{SG} = \frac{\frac{AK}{3}}{3a} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{3}}{3a} = \frac{\sqrt{3}}{9}$.

Câu 36. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D. Hình chiếu của đỉnh S lên mặt đáy trùng voi giao điểm của hai đường chéo hình thang $ABCD$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ biết $AB = 3a,\ CD = a,\ AD = a\sqrt{3},\ S_{\Delta SAD} = \frac{3a^2}{4}$.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **C.** a^3. **D.** $\frac{a^3}{2}$.

Lời giải



Gọi $H = AC \cap BD \Rightarrow SH$ là đường cao của hình chóp. Kẻ $HE \perp AD$.

Ta có $\frac{HA}{HC} = \frac{AB}{DC} = 3 \Rightarrow \frac{HA}{AC} = \frac{3}{4}$, $\frac{HE}{DC} = \frac{HA}{AC} = \frac{3}{4} \Rightarrow HE = \frac{3}{4}DC = \frac{3a}{4}$.

$S_{\Delta HAD} = \frac{1}{2}HE.AD = \frac{1}{2}\frac{3a}{4}a\sqrt{3} = \frac{3a^2\sqrt{3}}{8}$.

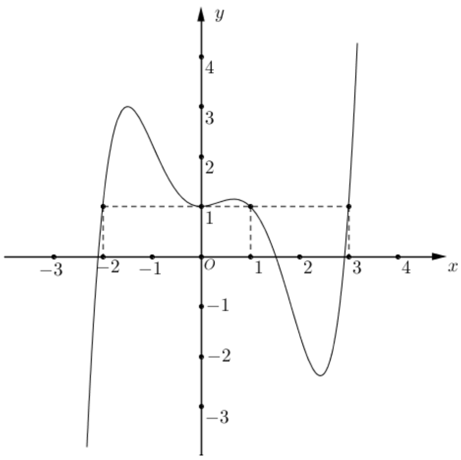
Ta có $HE \perp AD, AD \perp SH \Rightarrow AD \perp SE \Rightarrow \left(\left(SAD\right),\left(ABCD\right)\right) = SEH = \varphi$,

$$\text{Cos}\,\varphi = \frac{S_{\Delta HAE}}{S_{\Delta SAD}} = \frac{\frac{3a^2\sqrt{3}}{8}}{\frac{3a^2}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \varphi = 30^\circ.$$

Tam giác SHE vuông tại H nên $SH = HE.\tan 30^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{4}$,

$S_{(ABCD)} = \frac{1}{2}\left(AB + CD\right)AD = 2a^2\sqrt{3}$. Vậy $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SH.S_{(ABCD)} = \frac{a^3}{2}$.

Câu 37. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Hàm số $f'(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ dưới đây.



Giá trị nhỏ nhất của hàm số $g(x)=f(2x^2+x)-2x^2-x$ trên đoạn $\left[-1;\frac{1}{2}\right]$ là

A. $f(1)+1$. **B.** $f\left(\frac{1}{8}\right)-\frac{1}{8}$. **C.** $f(-3)+3$. **D.** $f\left(-\frac{1}{8}\right)+\frac{1}{8}$.

Lời giải

FB tác giả: Thành Luân

Vì hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ nên hàm số $g(x)=f(2x^2+x)-2x^2-x$ liên tục trên $\left[-1;\frac{1}{2}\right]$.

Ta có: $g'(x)=(4x+1)f'(2x^2+x)-(4x+1)=(4x+1)\left[f'(2x^2+x)-1\right]$

$$g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}4x+1=0\\f'(2x^2+x)=1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}4x+1=0\\2x^2+x=-2\,(vo\,nghiem)\\2x^2+x=0\,(nghiem\,kep)\\2x^2+x=1\\2x^2+x=3\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-\frac{1}{4}\\x=0;x=-\frac{1}{2}(nghiem\,kep)\\x=\frac{1}{2};x=-1\\x=1;x=-\frac{3}{2}\end{array}\right.$$

Bảng biến thiên:

x	-1		$\frac{-1}{2}$		$\frac{-1}{4}$		0		$\frac{1}{2}$
$f'(x)$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	0	$+$	0
$f(x)$	↘								↗

Từ bảng biến thiên ta thấy giá trị nhỏ nhất của hàm số $g(x)=f(2x^2+x)-2x^2-x$ trên đoạn $\left[-1;\frac{1}{2}\right]$ là $g\left(-\frac{1}{4}\right)=f\left(-\frac{1}{8}\right)+\frac{1}{8}$.

Câu 38. Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm $f'(x)$ như hình vẽ bên dưới. Số giá trị nguyên của tham số m để hàm số $f(x^2-2x+m)$ đồng biến trên khoảng $(1;3)$ là

x	$-\infty$		-3		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

A. 5. **B.** 8. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Từ bảng xét dấu $f'(x)$, ta có $f'(x)\geq 0\Leftrightarrow -3\leq x\leq 4$.

Xét hàm số $g(x)=f(x^2-2x+m)$. Ta có $g'(x)=(2x-2).f'(x^2-2x+m)$.

Do $(2x-2)>0,\forall x\in(1;3)$, nên để hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(1;3)$

$\Leftrightarrow g'(x)=(2x-2).f'(x^2-2x+m)\geq 0,\forall x\in(1;3)\Leftrightarrow f'(x^2-2x+m)\geq 0,\forall x\in(1;3)$

$\Leftrightarrow -3 \le x^2 - 2x + m \le 4, \forall x \in (1;3) \Leftrightarrow -m - 3 \le x^2 - 2x \le -m + 4, \forall x \in (1;3)$. $\quad (1)$

Xét hàm số $h(x) = x^2 - 2x$ trên $(1;3)$. Ta có $h'(x) = 2x - 2 > 0, \forall x \in (1;3)$ nên hàm số $h(x)$ đồng biến trên $(1;3)$.

Suy ra $(1) \Leftrightarrow \begin{cases} -m - 3 \le h(1) \\ -m + 4 \ge h(3) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -m - 3 \le -1 \\ -m + 4 \ge 3 \end{cases} \Leftrightarrow -2 \le m \le 1$.

Do $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{-2; -1; 0; 1\}$.

ĐỀ 26

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KỲ I
Môn: TOÁN - Lớp 12
Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

PHẦN I: PHẦN TRẮC NGHIỆM (7,0 ĐIỂM)

Câu 1. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên K. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. Nếu hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng K thì $f'(x)\ge 0,\ \forall x\in K$.

B. Nếu $f'(x)>0,\ \forall x\in K$ thì hàm số $f(x)$ đồng biến trên K.

C. Nếu $f'(x)\ge 0,\ \forall x\in K$ thì hàm số $f(x)$ đồng biến trên K.

D. Nếu $f'(x)\ge 0,\ \forall x\in K$ và $f'(x)=0$ chỉ tại một số hữu hạn điểm thì hàm số đồng biến trên K.

Câu 2. Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=x^4+x^2$. **B.** $y=\dfrac{x-1}{x-2}$. **C.** $y=x^3+x$. **D.** $y=-x^3-x$.

Câu 3. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x)=(1-x)^2(x+1)^3(3-x)$. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;1)$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $(-1;3)$. **D.** $(3;+\infty)$.

Câu 4. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ là $f'(x)=x^2(x-1)$. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng

A. $(1;+\infty)$. **B.** $(-\infty;+\infty)$. **C.** $(0;1)$. D. $(-\infty;1)$.

Câu 5. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\dfrac{x+1}{2x-m}$ đồng biến trên khoảng $(-2;+\infty)$.

A. $m<-4$. **B.** $m\le -2$. **C.** $m<-2$. **D.** $m\le -4$.

Câu 6. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại

A. $x=0$. **B.** $x=3$. **C.** $x=-2$. **D.** $x=1$.

Câu 7. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-3		-2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	$-\dfrac{14}{3}$	$\searrow$	$-\dfrac{9}{2}$	$\nearrow$	$+\infty$

Điểm cực đại của hàm số đã cho là

A. $x=-1$. **B.** $x=-3$. **C.** $x=2$. **D.** $x=-2$.

Câu 8. Cho hàm số $y=2x^3+3x^2-36x-10$ có đồ thị (C). Đồ thị (C) có

A. điểm cực tiểu $x=2$.
B. điểm cực đại $x=-3$.
C. điểm cực tiểu $(2;54)$.
D. điểm cực đại $(-3;71)$.

Câu 9. Điểm cực đại của hàm số $y=x^3+3x^2-1$ là

A. $x=-2$. **B.** $x=0$. **C.** $x=3$. **D.** $x=-1$.

Câu 10. Khi hàm số $y=-\frac{1}{3}x^3-mx^2+\left(m^2-2\right)x+2021$ đạt cực đại tại $x=1$ thì giá trị của tham số m thuộc khoảng nào sau đây?

A. $(1;4)$. **B.** $(-3;0)$. **C.** $(0;3)$. **D.** $(-2;0)$.

Câu 11. Xác định tham số m sao cho hàm số $y=2021x-m\sqrt{x}$ đạt cực trị tại $x=1$.

A. 2021. **B.** 2042. **C.** 2020. **D.** 4042.

Câu 12. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^4-10x^2+2$ trên đoạn $[-1;2]$ bằng

A. 2. **B.** -23. **C.** -22. **D.** -7.

Câu 13. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $[-3;2]$ và có bảng biến thiên như sau. Gọi M,m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[-1;2]$. Tính $M+m$.

x	-3		-1		0		1		2
$f(x)$	-2	$\nearrow$	3	$\searrow$	0	$\nearrow$	2	$\searrow$	1

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 14. Giá trị lớn nhất của hàm số $y=2\cos x-\frac{4}{3}\cos^3 x$ trên $[0;\pi]$.

A. $\max\limits_{[0;\pi]} y=\frac{2}{3}$. **B.** $\max\limits_{[0;\pi]} y=\frac{10}{3}$. **C.** $\max\limits_{[0;\pi]} y=\frac{2\sqrt{2}}{3}$. **D.** $\max\limits_{[0;\pi]} y=0$.

Câu 15. Giá trị lớn nhất của hàm số $y=\sqrt{x-3}+\sqrt{5-x}$ là

A. $\sqrt{3}$. **B.** $\sqrt{2}$. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 16. Bảng biến thiên sau là của hàm số nào trong các hàm số sau đây?

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	$\|$	$+$	
$f(x)$	1	$\nearrow$	$+\infty \; \| \; -\infty$	$\nearrow$	1

A. $f\ \ x\ =x^3-3x$.
B. $f\ \ x\ =x^4+2x^2+1$.
C. $f\ \ x\ =\frac{x-1}{x-2}$.
D. $f\ \ x\ =\frac{x-3}{x-2}$.

Câu 17. Cho bảng biến thiên như hình vẽ dưới. Hỏi đây là bảng biến thiên của hàm số nào trong các hàm số sau?

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		$-$	‖	$-$	
y	1	↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	1

A. $y=\dfrac{x-3}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{-x+2}{x-1}$. **C.** $y=\dfrac{x+2}{x+1}$. **D.** $y=\dfrac{x+2}{x-1}$.

Câu 18. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như hình vẽ:

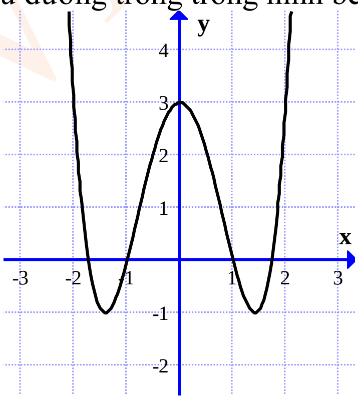
x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	3	↗	5	↘	3	↗	$+\infty$

Tìm m để phương trình $f\left(x\right)=2-3m$ có bốn nghiệm phân biệt

A. $m\le -1$. **B.** $m=\dfrac{1}{3}$.

C. $-1<m<-\dfrac{1}{3}$. **D.** $m<-1$ hoặc $m>-\dfrac{1}{3}$.

Câu 19. Hàm số nào dưới đây có đồ thị như đường trong trong hình bên?



A. $y=x^4-2x^2+3$. **B.** $y=-x^4-2x^2+3$. **C.** $y=x^4-x^2+3$. **D.** $y=x^4-4x^2+3$.

Câu 20. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	‖	$+$	0	$+$	‖	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	3 ‖ 0	↗		↗	4	↘	0

Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề đúng?

A. Đồ thị hàm số có một tiệm cận đứng.

B. Đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang.

C. Hàm số đạt cực đại tại điểm $x=2$.
D. Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên khoảng $(2;+\infty)$ bằng 0.

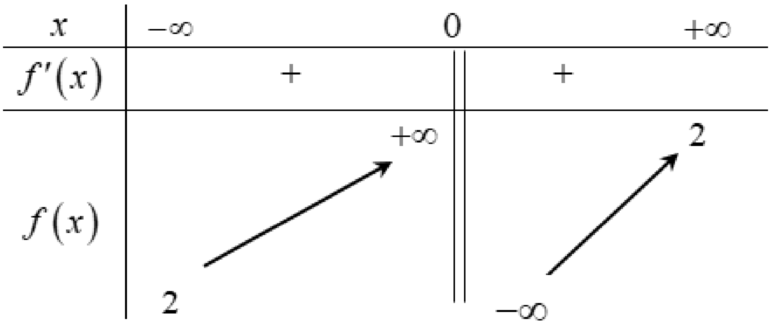
Câu 21. Các đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$ lần lượt là

A. $x=2;\ y=1$. **B.** $x=-1;\ y=-2$. **C.** $x=1;\ y=-2$. **D.** $x=1;\ y=2$.

Câu 22. Gọi I là giao điểm của đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-2}{x+2}$.
Toạ độ điểm I là

A. $I(2;1)$. **B.** $I(-2;2)$. **C.** $I(-2;-1)$. **D.** $I(-2;1)$.

Câu 23. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây



Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là

A. $y=2$. **B.** $y=0$. **C.** $x=2$. **D.** $x=0$.

Câu 24. Cho hàm số $y=f(x)$ có $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=2$ và $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-1$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $x=2$ và $x=-2$.
B. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.
C. Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang.
D. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y=2$ và $y=-1$.

Câu 25. Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x+1}-1}{x^2+x}$ là

A. 3. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 26. Hình bát diện đều có số cạnh là

A. 12. **B.** 10. **C.** 16. **D.** 14.

Câu 27. Mặt đáy của hình chóp tứ giác đều là hình gì?

A. Hình vuông. **B.** Hình thoi. **C.** Hình bình hành. **D.** Hình chữ nhật.

Câu 28. Tổng diện tích của tất cả các mặt của khối đa diện đều loại $\{3;4\}$ có cạnh a là

A. $\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$. **B.** $\dfrac{3a^2\sqrt{3}}{4}$. **C.** $2\sqrt{3}a^2$. **D.** $\sqrt{3}a^2$.

Câu 29. Trung điểm các cạnh của một tứ diện đều tạo thành

A. các đỉnh của một hình tứ diện đều.
B. các đỉnh của một hình bát diện đều.
C. các đỉnh của một hình mười hai mặt đều.
D. các đỉnh của một hình hai mươi mặt đều.

Câu 30. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, $SA\perp(ABCD)$, $SA=3a$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V=6a^3$. **B.** $V=\dfrac{4a^3}{3}$. **C.** $V=12a^3$. **D.** $V=4a^3$.

Câu 31. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a\sqrt{2}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \dfrac{\sqrt{2}a^3}{6}$ **B.** $V = \dfrac{\sqrt{2}a^3}{4}$ **C.** $V = \sqrt{2}a^3$ **D.** $V = \dfrac{\sqrt{2}a^3}{3}$

Câu 32. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, $SA \perp (ABCD)$. Biết $SA = 2AB = 2a$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \dfrac{4}{3}a^3$. **B.** $V = 4a^3$. **C.** $V = 2a^3$. **D.** $V = \dfrac{2}{3}a^3$.

Câu 33. Một khối lăng trụ tứ giác có đáy là tứ giác đều cạnh bằng $5\,\text{cm}$, chiều cao bằng $3\,\text{cm}$. Thể tích của khối lăng trụ đó là

A. $75\,\text{cm}^3$. **B.** $25\,\text{cm}^3$. **C.** $225\,\text{cm}^3$. **D.** $12,5\,\text{cm}^3$.

Câu 34. Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $AB = a\sqrt{3}$, $ACB = 60°$, cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy và SB hợp với mặt đáy một góc $30°$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{18}$. **B.** $V = \dfrac{a^3\sqrt{6}}{6}$. **C.** $V = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **D.** $V = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{9}$.

Câu 35. Cho khối chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$. Tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$, biết góc giữa SC và $(ABCD)$ bằng 60^0.

A. $V = 4a^3\sqrt{15}$. **B.** $V = 4a^3\sqrt{9}$. **C.** $V = \dfrac{4a^3\sqrt{15}}{3}$. **D.** $V = \dfrac{4a^3\sqrt{9}}{3}$.

PHẦN II: PHẦN TỰ LUẬN (3,0 ĐIỂM)

Câu 1. Tìm tất cả giá trị của m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = \dfrac{2x+m-1}{x+1}$ trên đoạn $[1;2]$ bằng 1.

Câu 2. Cho hàm số $f(x) = \sqrt{x^2+4} - x$. Tìm tất cả giá trị của tham số m để bất phương trình $\dfrac{2x^2-6}{f(3-x^2)} \geq (mx-2m)\,f(2mx-4m)$ nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Câu 3. Cho hàm số $y = 4x^4 - 8mx^2 + 3m^2 + 2$. Tìm m để đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị A, B, C tạo thành một tam giác có tâm đường tròn nội tiếp nằm trên đường thẳng $x + y - 2 = 0$.

Câu 4. Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có $BB' = 2a$. Hình chiếu vuông góc của điểm B' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm của ΔABC, góc tạo bởi đường thẳng BB' và mặt phẳng (ABC) bằng 60^0, tam giác ABC vuông góc tại C và $BAC = 60^0$. Tính theo a thể tích của khối chóp $A'.ABC$.

---------------------------Hết------------------------

BẢNG ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM

1.C	2.C	3.C	4.A	5.D	6.A	7.B	8.D	9.A	10.A
11.D	12.C	13C	14.C	15.D	16.D	17.D	18.C	19.D	20.C
21.D	22.D	23.A	24.D	25.D	26.A	27.A	28.C	29.B	30.D
31.D	32.D	33.A	34.C	35.C					

ĐÁP ÁN CHI TIẾT

PHẦN I: PHẦN TRẮC NGHIỆM (7,0 ĐIỂM)

Câu 1. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên K. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. Nếu hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng K thì $f'(x)\ge 0,\ \forall x\in \mathrm{K}$.

B. Nếu $f'(x)>0,\ \forall x\in \mathrm{K}$ thì hàm số $f(x)$ đồng biến trên K.

C. Nếu $f'(x)\ge 0,\ \forall x\in \mathrm{K}$ thì hàm số $f(x)$ đồng biến trên K.

D. Nếu $f'(x)\ge 0,\ \forall x\in \mathrm{K}$ và $f'(x)=0$ chỉ tại một số hữu hạn điểm thì hàm số đồng biến trên K.

Lời giải

Theo định lí mở rộng thì đáp án **C** sai.

Câu 2. Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=x^4+x^2$. **B.** $y=\dfrac{x-1}{x-2}$. **C.** $y=x^3+x$. **D.** $y=-x^3-x$.

Lời giải

Xét hàm số $y=x^3+x$, ta có $y'=3x^2+1>0,\ \forall x\in\mathbb{R}$, do đó hàm số $y=x^3+x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 3. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x)=(1-x)^2(x+1)^3(3-x)$. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;1)$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $(-1;3)$. **D.** $(3;+\infty)$.

Lời giải

Ta có: $f'(x)=0\Leftrightarrow(1-x)^2(x+1)^3(3-x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-1\\x=3\end{array}\right.$.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$		-1		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	

Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;3)$.

Câu 4. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ là $f'(x)=x^2(x-1)$. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng

A. $(1;+\infty)$. **B.** $(-\infty;+\infty)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(-\infty;1)$.

Lời giải

Ta có: $f'(x)=0\Leftrightarrow x^2(x-1)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\end{array}\right.$.

Bảng xét dấu

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$-$	0	$+$	

Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$.

Câu 5. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\dfrac{x+1}{2x-m}$ đồng biến trên khoảng $(-2;+\infty)$.

A. $m<-4$. **B.** $m\le -2$. **C.** $m<-2$. **D.** $m\le -4$.

Lời giải

Tập xác định : $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{m}{2}\right\}$.

$y'=\dfrac{-m-2}{(2x-m)^2},\ \forall x\ne\dfrac{m}{2}$.

Hàm số đã cho đồng biến trên $(-2;+\infty)\Leftrightarrow\begin{cases}\dfrac{m}{2}\le -2\\ -m-2>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\le -4\\ m<-2\end{cases}\Leftrightarrow m\le -4.$

Câu 6. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại

A. $x=0$. **B.** $x=3$. **C.** $x=-2$. **D.** $x=1$.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên ta có hàm số đạt cực tiểu tại $x=0$.

Câu 7. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-3		-2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	$-\dfrac{14}{3}$	$\searrow$	$-\dfrac{9}{2}$	$\nearrow$	$+\infty$

Điểm cực đại của hàm số đã cho là

A. $x=-1$. **B.** $x=-3$. **C.** $x=2$. **D.** $x=-2$.

Lời giải

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số đã cho có điểm cực đại là $x=-3$ nên chọn đáp án B.

Câu 8. Cho hàm số $y=2x^3+3x^2-36x-10$ có đồ thị (C). Đồ thị (C) có

A. điểm cực tiểu $x=2$. **B.** điểm cực đại $x=-3$.

C. điểm cực tiểu $(2;54)$. **D.** điểm cực đại $(-3;71)$.

Lời giải

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

Ta có $y'=6x^2+6x-36=6(x^2+x-6)$.

$y'=0\Leftrightarrow x^2+x-6=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-3\\ x=2\end{array}\right.$.

Với $x=-3 \Rightarrow y(-3)=71$.

Với $x=2 \Rightarrow y\left(2\right)=-54$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-3		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	71	$\searrow$	-54	$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy đồ thị $\left(C\right)$ có điểm cực đại là: $\left(-3;71\right)$.

Câu 9. Điểm cực đại của hàm số $y=x^3+3x^2-1$ là

A. $x=-2$. **B.** $x=0$. **C.** $x=3$. **D.** $x=-1$.

Lời giải

Ta có $y'=3x^2+6x$.

Cho $y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-2 \Rightarrow y=3 \\ x=0 \Rightarrow y=-1 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy điểm cực đại của hàm số là $x=-2$.

Câu 10. Khi hàm số $y=-\dfrac{1}{3}x^3-mx^2+\left(m^2-2\right)x+2021$ đạt cực đại tại $x=1$ thì giá trị của tham số m thuộc khoảng nào sau đây?

A. $(1;4)$. **B.** $\left(-3;0\right)$. **C.** $\left(0;3\right)$. **D.** $\left(-2;0\right)$.

Lời giải

Ta có $y'=-x^2-2mx+m^2-2$ và $y''=-2x-2m$.

Hàm số đạt cực đại tại $x=1$ thì $y'(1)=0$

$\Leftrightarrow -1^2-2m.1+m^2-2=0 \Leftrightarrow m^2-2m-3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=3 \\ m=-1 \end{array}\right.$.

Với $m=3$ ta có $y''\left(1\right)=-2\cdot1-2\cdot3=-8<0$ nên $x=1$ là điểm cực đại.

Suy ra $m=3$ thỏa mãn.

Với $m=-1$ta có $y'=-x^2+2x-1=-\left(x-1\right)^2\le 0 \Rightarrow$ hàm số luôn nghịch biến, nên hàm số không có cực trị.

Suy ra $m=-1$ không thỏa mãn.

Vậy $m=3$ thì hàm số $y=-\dfrac{1}{3}x^3-mx^2+\left(m^2-2\right)x+2021$ đạt cực đại tại $x=1$.

Câu 11. Xác định tham số m sao cho hàm số $y=2021x-m\sqrt{x}$ đạt cực trị tại $x=1$.

A. 2021. **B.** 2042. **C.** 2020. **D.** 4042.

Lời giải

Ta có:

$y'=f'(x)=2021-\dfrac{m}{2\sqrt{x}},(x>0)$.

Để hàm số đạt cực trị tại $x=1$ thì $f'(1)=0\Leftrightarrow 2021-\dfrac{m}{2}=0\Leftrightarrow m=4042.$

Thử lại, với $m=4042$, hàm số $y=2021x-4042\sqrt{x}$ có cực tiểu tại $x=1$, do đó $m=4042$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 12. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^4-10x^2+2$ trên đoạn $[-1;2]$ bằng

A. 2. **B.** -23. **C.** -22. **D.** -7.

Lời giải

Hàm số đã cho liên tục trên đoạn $[-1;2]$.

Ta có: $f'(x)=4x^3-20x=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=0\\ x=\pm\sqrt{5}\end{array}\right.$.

Xét hàm số trên đoạn $[-1;2]$ ta có: $f(-1)=-7;\ f(0)=2;\ f(2)=-22$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số $m=\min\limits_{x\in[-1;2]} f(x)=-22$.

Câu 13. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $[-3;2]$ và có bảng biến thiên như sau. Gọi M,m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[-1;2]$. Tính $M+m$.

x	-3	-1	0	1	2
$f(x)$	-2 ↗	3 ↘	0 ↗	2 ↘	1

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Trên đoạn $[-1;2]$ ta có giá trị lớn nhất $M=3$ khi $x=-1$ và giá trị nhỏ nhất $m=0$ khi $x=0$.

Khi đó khi $M+m=3+0=3$.

Câu 14. Giá trị lớn nhất của hàm số $y=2\cos x-\dfrac{4}{3}\cos^3 x$ trên $[0;\pi]$.

A. $\max\limits_{[0;\pi]} y=\dfrac{2}{3}$. **B.** $\max\limits_{[0;\pi]} y=\dfrac{10}{3}$. **C.** $\max\limits_{[0;\pi]} y=\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$. **D.** $\max\limits_{[0;\pi]} y=0$.

Lời giải

Đặt $t=\cos x\Rightarrow t\in[-1;1]$. Đặt $f(t)=2t-\dfrac{4}{3}t^3$, suy ra $f'(t)=2-4t^2$. Do đó

$$f'(t)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}t=\dfrac{-1}{\sqrt{2}}\in[-1;1]\\ t=\dfrac{1}{\sqrt{2}}\in[-1;1]\end{array}\right..$$

Ta có $f(-1)=\dfrac{-2}{3},\ f\left(\dfrac{-1}{\sqrt{2}}\right)=\dfrac{-2\sqrt{2}}{3},\ f\left(\dfrac{1}{\sqrt{2}}\right)=\dfrac{2\sqrt{2}}{3},\ f(1)=\dfrac{2}{3}$.

Vậy $\max\limits_{[0;\pi]} y = \max\limits_{[-1;1]} f\left(t\right) = \dfrac{2\sqrt{2}}{3}$.

Câu 15. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \sqrt{x-3} + \sqrt{5-x}$ là

A. $\sqrt{3}$. **B.** $\sqrt{2}$. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Tập xác định: $D = [3;5]$

Ta có $y' = \dfrac{1}{2\sqrt{x-3}} - \dfrac{1}{2\sqrt{5-x}} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x-3} = \sqrt{5-x} \\ x-3 > 0 \\ 5-x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-3 = 5-x \\ x > 3 \\ x < 5 \end{cases} \Leftrightarrow x = 4$.

$f\left(3\right) = f\left(5\right) = \sqrt{2}$; $f\left(4\right) = 2$.

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số là 2.

Câu 16. Bảng biến thiên sau là của hàm số nào trong các hàm số sau đây?

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$f'\left(x\right)$		$+$	||	$+$	
$f\left(x\right)$	1 ↗	$+\infty$	||	$-\infty$ ↗	1

A. $f \;\; x \; = x^3 - 3x$. **B.** $f \;\; x \; = x^4 + 2x^2 + 1$.

C. $f \;\; x \; = \dfrac{x-1}{x-2}$. **D.** $f \;\; x \; = \dfrac{x-3}{x-2}$.

Lời giải

Phương án A và B loại vì tập xác định của hai hàm số này là $D = \mathbb{R}$.

Xét phương án C, có $f' \;\; x \; = \dfrac{-1}{x-2 \;\; ^2} < 0, \forall x \neq 2$, hàm số nghịch biến do đó loại C.

Vậy chọn đáp án D.

Câu 17. Cho bảng biến thiên như hình vẽ dưới. Hỏi đây là bảng biến thiên của hàm số nào trong các hàm số sau?

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		$-$	||	$-$	
y	1 ↘	$-\infty$	||	$+\infty$ ↘	1

A. $y = \dfrac{x-3}{x-1}$. **B.** $y = \dfrac{-x+2}{x-1}$. **C.** $y = \dfrac{x+2}{x+1}$. **D.** $y = \dfrac{x+2}{x-1}$.

Lời giải

Xét phương án C, do đồ thị có tiệm cận đứng $x = 1$ nên loại C.

Xét phương án B, do đồ thị có tiệm cận ngang $y = -1$ nên loại B.

Xét phương án A, có $y' = \left(\dfrac{x-3}{x-1}\right)' = \dfrac{2}{\left(x-1\right)^2} > 0$ suy ra hàm số đồng biến, nên loại A.

Xét phương án D, có $y'=\left(\dfrac{x+2}{x-1}\right)'=\dfrac{-3}{(x-1)^2}<0$ suy ra hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$, nên chọn đáp án D.

Câu 18. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	3	$\nearrow$	5	$\searrow$	3	$\nearrow$	$+\infty$

Tìm m để phương trình $f(x)=2-3m$ có bốn nghiệm phân biệt

A. $m\le -1$.

B. $m=\dfrac{1}{3}$.

C. $-1<m<-\dfrac{1}{3}$.

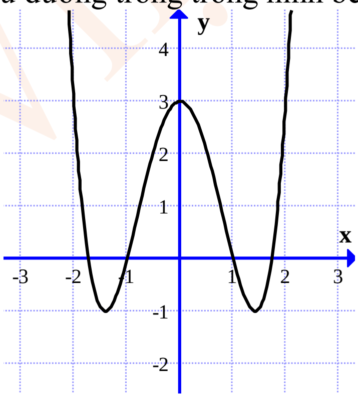
D. $m<-1$ hoặc $m>-\dfrac{1}{3}$.

Lời giải

Để phương trình $f(x)=2-3m$ có bốn nghiệm phân biệt thì: $3<2-3m<5 \Leftrightarrow -1<m<-\dfrac{1}{3}$.

Vậy $-1<m<-\dfrac{1}{3}$ thì phương trình đã cho có bốn nghiệm phân biệt.

Câu 19. Hàm số nào dưới đây có đồ thị như đường trong trong hình bên?



A. $y=x^4-2x^2+3$. **B.** $y=-x^4-2x^2+3$. **C.** $y=x^4-x^2+3$. **D.** $y=x^4-4x^2+3$.

Lời giải

Đây là đồ thị hàm trùng phương $y=ax^4+bx^2+c$

Từ dáng đồ thị suy ra $a>0;b<0$, có phương án A, C, D thỏa mãn.

Đồ thị hàm số đi qua điểm $I(1;0)$: thay $x=1;\ y=0$ ta thấy chỉ có phương án D thỏa mãn

Câu 20. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	||	$+$	0	$+$	||	$-$	
$f(x)$	$+\infty \searrow$	3	|| 0	$\nearrow$			4	$\searrow$	0

Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề đúng?

A. Đồ thị hàm số có một tiệm cận đứng.

B. Đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang.

C. Hàm số đạt cực đại tại điểm $x=2$.

D. Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên khoảng $(2;+\infty)$ bằng 0.

Lời giải

Ta có

$\lim\limits_{x\to 0^-} y=3$ và $\lim\limits_{x\to 0^+} y=0$ $\Rightarrow$ đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng, suy ra mệnh đề A sai.

$\lim\limits_{x\to -\infty} y=+\infty$ và $\lim\limits_{x\to +\infty} y=0$ $\Rightarrow$ đồ thị hàm số có 1 tiệm cận ngang là đường thẳng $y=0$, suy ra mệnh đề B sai.

Trên khoảng $(2;+\infty)$ hàm số không có giá trị nhỏ nhất, suy ra mệnh đề D sai.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số có 1 điểm cực đại tại điểm $x=2$ nên C đúng.

Câu 21. Các đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$ lần lượt là

A. $x=2$; $y=1$. **B.** $x=-1$; $y=-2$. **C.** $x=1$; $y=-2$. **D.** $x=1$; $y=2$.

Lời giải

Đồ thị hàm phân thức $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ $(c\neq 0, ad-bc\neq 0)$ có tiệm cận đứng là $x=-\dfrac{d}{c}$ và tiệm cận ngang là $y=\dfrac{a}{c}$.

Do đó đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$ có tiệm cận đứng và tiệm cận ngang lần lượt là $x=1$; $y=2$.

Câu 22. Gọi I là giao điểm của đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-2}{x+2}$.

Toạ độ điểm I là

A. $I(2;1)$. **B.** $I(-2;2)$. **C.** $I(-2;-1)$. **D.** $I(-2;1)$.

Lời giải

Ta có:

Hàm số $y=\dfrac{x-2}{x+2}$ có tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{-2\}$.

+ $\lim\limits_{x\to -\infty} y=1$ và $\lim\limits_{x\to +\infty} y=1$ nên đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang là đường thẳng $y=1$.

+ $\begin{cases}\lim\limits_{x\to(-2)^-} y=+\infty\\ \lim\limits_{x\to(-2)^+} y=-\infty\end{cases}$ nên đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là đường thẳng $x=-2$.

Vậy giao điểm của đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là điểm $I(-2;1)$.

Câu 23. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	||	$+$	
$f(x)$	2	$\nearrow$	$+\infty$ || $-\infty$	$\nearrow$	2

Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là

A. $y=2$. **B.** $y=0$. **C.** $x=2$. **D.** $x=0$.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên ta có: $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x)=2$ suy ra $y=2$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Câu 24. Cho hàm số $y=f(x)$ có $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=2$ và $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-1$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $x=2$ và $x=-2$.

B. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.

C. Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang.

D. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y=2$ và $y=-1$.

Lời giải

Dựa vào định nghĩa đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số ta chọn đáp án D.

Câu 25. Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x+1}-1}{x^2+x}$ là

A. 3. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

Lời giải

Tập xác định của hàm số: $D=(-1;+\infty)\setminus\{0\}$

Ta có: $\lim\limits_{x\to(-1)^+} y=\lim\limits_{x\to(-1)^+}\dfrac{\sqrt{x+1}-1}{x^2+x}=+\infty$ và không tồn tại $\lim\limits_{x\to(-1)^-} y$

$\Rightarrow$ TCĐ: $x=-1$.

$$\lim_{x\to0^+} y=\lim_{x\to0^+}\frac{\sqrt{x+1}-1}{x^2+x}=\lim_{x\to0^+}\frac{x}{(x^2+x)\left(\sqrt{x+1}+1\right)}=\lim_{x\to0^+}\frac{1}{(x+1)\left(\sqrt{x+1}+1\right)}=\frac{1}{2}.$$

$$\lim_{x\to0^-} y=\lim_{x\to0^-}\frac{\sqrt{x+1}-1}{x^2+x}=\lim_{x\to0^-}\frac{x}{(x^2+x)\left(\sqrt{x+1}+1\right)}=\lim_{x\to0^-}\frac{1}{(x+1)\left(\sqrt{x+1}+1\right)}=\frac{1}{2}.$$

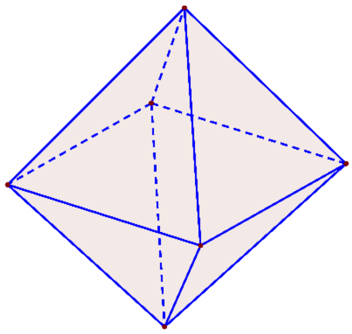
$\Rightarrow$ $x=0$ không là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị hàm số có 1 tiệm cận đứng.

Câu 26. Hình bát diện đều có số cạnh là

A. 12. **B.** 10. **C.** 16. **D.** 14.

Lời giải

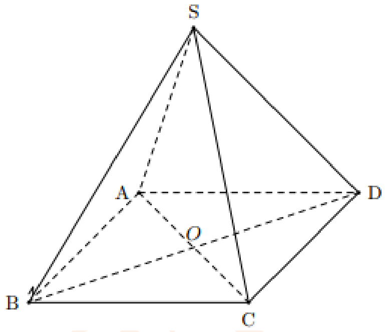


Ta thấy hình bát diện đều có 12 cạnh.

Câu 27. Mặt đáy của hình chóp tứ giác đều là hình gì?

A. Hình vuông. **B.** Hình thoi. **C.** Hình bình hành. **D.** Hình chữ nhật.

Lời giải



Mặt đáy của hình chóp tứ giác đều là hình vuông.

Câu 28. Tổng diện tích của tất cả các mặt của khối đa diện đều loại $\{3;4\}$ có cạnh a là

A. $\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$. **B.** $\dfrac{3a^2\sqrt{3}}{4}$. **C.** $2\sqrt{3}a^2$. **D.** $\sqrt{3}a^2$.

Lời giải

Khối đa diện đều loại $\{3;4\}$ có 8 mặt, mỗi mặt là một tam giác đều cạnh a.

Diện tích một mặt của khối đa diện đều là: $\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Tổng diện tích tất cả các mặt là: $\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}.8 = 2\sqrt{3}a^2$.

Câu 29. Trung điểm các cạnh của một tứ diện đều tạo thành

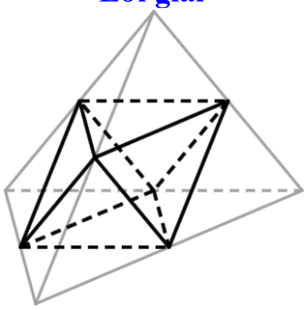
A. các đỉnh của một hình tứ diện đều.

B. các đỉnh của một hình bát diện đều.

C. các đỉnh của một hình mười hai mặt đều.

D. các đỉnh của một hình hai mươi mặt đều.

Lời giải



Theo tính chất đường trung bình trong một tam giác, ta có mỗi cạnh của hình bát diện bằng $\frac{1}{2}$ cạnh của hình tứ diện đều. Do đó ta có hình nối trung điểm của các cạnh một tứ diện đều là hình bát diện đều.

Câu 30. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, $SA\perp(ABCD)$, $SA=3a$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V=6a^3$. **B.** $V=\frac{4a^3}{3}$. **C.** $V=12a^3$. **D.** $V=4a^3$.

Lời giải

Ta có $S_{ABCD}=(2a)^2=4a^2$.

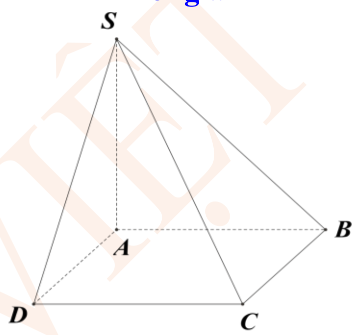
Vì $SA\perp(ABCD)\Rightarrow SA$ là đường cao của hình chóp $S.ABCD$.

Do đó thể tích khối chóp $S.ABCD$ là $V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}.SA.S_{ABCD}=\frac{1}{3}.3a.4a^2=4a^3$.

Câu 31. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=a\sqrt{2}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V=\frac{\sqrt{2}a^3}{6}$ **B.** $V=\frac{\sqrt{2}a^3}{4}$ **C.** $V=\sqrt{2}a^3$ **D.** $V=\frac{\sqrt{2}a^3}{3}$

Lời giải



Ta có $SA\perp(ABCD)\Rightarrow SA$ là đường cao của hình chóp $S.ABCD$.

Thể tích khối chóp $S.ABCD$: $V=\frac{1}{3}SA.S_{ABCD}=\frac{1}{3}.a\sqrt{2}.a^2=\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

Câu 32. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, $SA\perp(ABCD)$. Biết $SA=2AB=2a$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V=\frac{4}{3}a^3$. **B.** $V=4a^3$. **C.** $V=2a^3$. **D.** $V=\frac{2}{3}a^3$.

Lời giải

Ta có $SA\perp(ABCD)\Rightarrow SA$ là đường cao của hình chóp $S.ABCD$.

Thể tích khối chóp $S.ABCD$: $V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}.SA.S_{ABCD}=\frac{1}{3}.2a.a^2=\frac{2}{3}a^3$.

Câu 33. Một khối lăng trụ tứ giác có đáy là tứ giác đều cạnh bằng $5\,\text{cm}$, chiều cao bằng $3\,\text{cm}$. Thể tích của khối lăng trụ đó là

A. $75\,\text{cm}^3$. **B.** $25\,\text{cm}^3$. **C.** $225\,\text{cm}^3$. **D.** $12,5\,\text{cm}^3$.

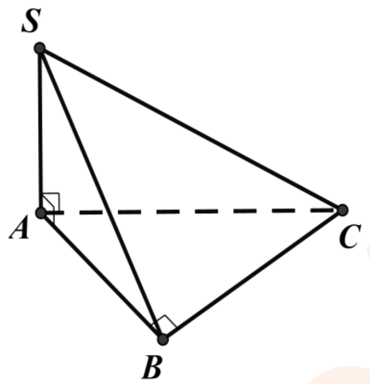
Lời giải

Thể tích của khối lăng trụ đó là: $V=B.h=5^2.3=75\left(\text{cm}^3\right)$.

Câu 34. Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $AB = a\sqrt{3}$, $ACB = 60°$, cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy và SB hợp với mặt đáy một góc $30°$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{18}$. **B.** $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}$. **C.** $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **D.** $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{9}$.

Lời giải



Ta có ABC là tam giác vuông tại B, $AB = a\sqrt{3}$, $ACB = 60° \Rightarrow BC = \frac{AB}{\tan 60^0} = \frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = a$.

Vì $SA \perp (ABC) \Rightarrow AB$ là hình chiếu vuông góc của SB lên mặt phẳng (ABC).

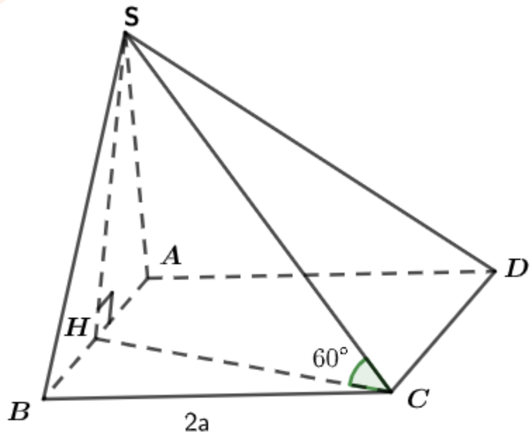
Khi đó $(SB,(ABC)) = (SB, AB) = SBA = 30^\circ \Rightarrow SA = AB.\tan 30^\circ = a\sqrt{3}.\frac{1}{\sqrt{3}} = a$.

Vậy $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}S_{\Delta ABC}.SA = \frac{1}{3}.\frac{1}{2}BA.BC.SA = \frac{1}{6}.a\sqrt{3}.a.a = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 35. Cho khối chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$. Tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$, biết góc giữa SC và $(ABCD)$ bằng 60^0.

A. $V = 4a^3\sqrt{15}$. **B.** $V = 4a^3\sqrt{9}$. **C.** $V = \frac{4a^3\sqrt{15}}{3}$. **D.** $V = \frac{4a^3\sqrt{9}}{3}$.

Lời giải



Ta có $S_{ABCD} = (2a)^2 = 4a^2$.

Gọi H là trung điểm AB, do tam giác SAB cân tại S suy ra $SH \perp AB$

Từ đó, ta có $\begin{cases}(SAB)\perp(ABCD)\\(SAB)\cap(ABCD)=AB\\SH\perp AB\end{cases}\Rightarrow SH\perp(ABCD)$

suy ra CH là hình chiếu vuông góc của SC trên $(ABCD)$

$\Rightarrow (SC,(ABCD))=(SC,CH)=\widehat{SCH}=60^\circ$

Xét ΔSCH vuông tại H có

$CH=\sqrt{BC^2+BH^2}=a\sqrt{5}$, $SH=CH.\tan\widehat{SCH}=a\sqrt{15}$

$V_{S.ABCD}=\dfrac{1}{3}S_{ABCD}.SH=\dfrac{4a^3\sqrt{15}}{3}$.

PHẦN II: PHẦN TỰ LUẬN (3,0 ĐIỂM)

Câu 1. Tìm tất cả giá trị của m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=\dfrac{2x+m-1}{x+1}$ trên đoạn $[1;2]$ bằng 1.

Lời giải

TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$

Ta có $f'(x)=\dfrac{3-m}{(x+1)^2}$.

Nếu $m<3$: $f'(x)=\dfrac{3-m}{(x+1)^2}>0$ nên hàm số đồng biến trên $(1;2)$

$\Rightarrow \min\limits_{[1;2]} f(x)=f(1)=1$. Vậy $\min\limits_{[1;2]} f(x)=1\Leftrightarrow f(1)=1\Leftrightarrow \dfrac{m+1}{2}=1\Leftrightarrow m=1$ (nhận).

Nếu $m>3$: $f'(x)=\dfrac{3-m}{(x+1)^2}<0$ nên hàm số nghịch biến trên $(1;2)$

$\Rightarrow \min\limits_{[1;2]} f(x)=f(2)=1$. Vậy $\min\limits_{[1;2]} f(x)=1\Leftrightarrow f(2)=1\Leftrightarrow \dfrac{3+m}{3}=1\Leftrightarrow m=0$ (loại).

Vậy $m=1$.

Câu 2. Cho hàm số $f(x)=\sqrt{x^2+4}-x$. Tìm tất cả giá trị của tham số m để bất phương trình $\dfrac{2x^2-6}{f(3-x^2)}\ge(mx-2m)f(2mx-4m)$ nghiệm đúng với mọi $x\in\mathbb{R}$.

Lời giải

Ta có $f(x)=\sqrt{x^2+4}-x>|x|-x\ge 0,\ \forall x\in\mathbb{R}\Rightarrow f(x)>0,\ \forall x\in\mathbb{R}$

và $f(-x).f(x)=\left(\sqrt{x^2+4}+x\right).\left(\sqrt{x^2+4}-x\right)=4\Rightarrow \dfrac{4}{f(x)}=f(-x),\ \forall x\in\mathbb{R}$.

Do đó $\dfrac{4}{f(3-x^2)}=f(x^2-3),\ \forall x\in\mathbb{R}$.

Ta có

$$\frac{2x^2-6}{f(3-x^2)}\ge(mx-2m)f(2mx-4m)\Leftrightarrow(x^2-3)\frac{4}{f(3-x^2)}\ge(2mx-4m)f(2mx-4m)$$

$\Leftrightarrow (x^2-3).f(x^2-3) \ge (2mx-4m).f(2mx-4m)$ (1).

Xét hàm số $g(t)=t.f(t)=t\sqrt{t^2+4}-t^2$, $t\in\mathbb{R}$.

$$g'(t)=\sqrt{t^2+4}+\frac{t^2}{\sqrt{t^2+4}}-2t=\frac{2t^2+4-2t\sqrt{t^2+4}}{\sqrt{t^2+4}}=\frac{\left(\sqrt{t^2+4}-t\right)^2}{\sqrt{t^2+4}}>0,\ \forall t\in\mathbb{R}.$$

Suy ra hàm số $g(t)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$, do đó

$(1)\Leftrightarrow g(x^2-3)\ge g(2mx-4m)\Leftrightarrow x^2-3\ge 2mx-4m \Leftrightarrow x^2-2mx+4m-3\ge 0$ (2).

(2) nghiệm đúng với mọi $x\in\mathbb{R}$ $\Leftrightarrow \Delta'\le 0 \Leftrightarrow m^2-4m+3\le 0 \Leftrightarrow 1\le m\le 3$.

Vậy $m\in[1;3]$.

Câu 3. Cho hàm số $y=4x^4-8mx^2+3m^2+2$. Tìm m để đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị A,B,C tạo thành một tam giác có tâm đường tròn nội tiếp nằm trên đường thẳng $x+y-2=0$.

Lời giải

Ta có $y=4x^4-8mx^2+3m^2+2 \Rightarrow y'=16x^3-16mx$

$$y'=0\Leftrightarrow 16x^3-16mx=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x^2=m \quad (*)\end{array}\right.$$

Đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị A,B,C khi và chỉ khi phương trình $y'=0$ có 3 nghiệm đơn phân biệt, tức là phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt khác $0\Leftrightarrow m>0$.

Khi đó đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị là $A(0;3m^2+2)$, $B(-\sqrt{m};-m^2+2)$, $C(\sqrt{m};-m^2+2)$.

Nhận xét: Tam giác ABC luôn cân tại A và có Oy là trục đối xứng. Gọi H là chân đường cao xuất phát từ đỉnh A của tam giác ABC suy ra $AH\equiv Oy$ và AH là đường cao cũng là đường phân giác trong góc A nên I là tâm đường tròn nội tiếp tam giác thì $I\in AH$ hay $I\in Oy$.

Vì tam giác ABC có tâm đường tròn nội tiếp nằm trên đường thẳng $x+y-2=0$ nên I là giao điểm của đường thẳng $x+y-2=0$ với Oy. Suy ra tọa độ của I là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} x=0 \\ x+y-2=0\end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ y=2\end{cases}\Rightarrow I(0;2).$$

Phương trình đường thẳng $BC: y=-m^2+2$.

Phương trình đường thẳng AC: $\dfrac{x}{\sqrt{m}}=\dfrac{y-3m^2-2}{-4m^2}\Leftrightarrow \dfrac{x}{\sqrt{m}}+\dfrac{y-3m^2-2}{4m^2}=0$

$\Leftrightarrow 4m\sqrt{m}x+y-3m^2-2=0.$

Do I là tâm đường tròn nội tiếp tam giác nên $d(I,AC)=d(I,BC)$

$$\Leftrightarrow \frac{3m^2}{\sqrt{16m^3+1}}=m^2 \quad (m>0) \Leftrightarrow \sqrt{16m^3+1}=3\Leftrightarrow 16m^3+1=9\Leftrightarrow m=\frac{1}{\sqrt[3]{2}} \text{ (thỏa mãn).}$$

Vậy $m=\dfrac{1}{\sqrt[3]{2}}$.

Câu 4. Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có $BB' = 2a$. Hình chiếu vuông góc của điểm B' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm của ΔABC, góc tạo bởi đường thẳng BB' và mặt phẳng (ABC) bằng 60^0, tam giác ABC vuông góc tại C và $BAC = 60^0$. Tính theo a thể tích của khối chóp $A'.ABC$.

Lời giải

Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, AC và G là trọng tâm của ΔABC.

$B'G \perp (ABC) \Rightarrow \left(BB',(ABC)\right) = B'BG = 60^0$ và $V_{A'.ABC} = \frac{1}{3}.S_{\Delta ABC}.B'G = \frac{1}{6}.AC.BC.B'G$.

Xét tam giác vuông $B'BG$, có $B'BG = 60^0 \Rightarrow B'G = a\sqrt{3}$, $BG = a$.

Đặt $AB = 2x$, trong tam giác ABC vuông góc tại C và $BAC = 60^0 \Rightarrow AC = x$, $BC = x\sqrt{3}$.

Do G là trọng tâm của ΔABC nên $BN = \frac{3}{2}BG = \frac{3}{2}a$.

Trong ΔBNC vuông tại C, ta có: $BN^2 = NC^2 + BC^2 \Rightarrow \frac{9a^2}{4} = \frac{x^2}{4} + 3x^2 \Rightarrow x = \frac{3a\sqrt{13}}{13}$.

$\Rightarrow AC = \frac{3a\sqrt{13}}{13}$, $BC = \frac{3a\sqrt{39}}{13}$.

Vậy $V_{A'.ABC} = \frac{1}{3}.S_{\Delta ABC}.B'G = \frac{1}{6}.AC.BC.B'G = \frac{1}{6}.\frac{3a\sqrt{13}}{13}.\frac{3a\sqrt{39}}{13}.a\sqrt{3} = \frac{9}{26}a^3$.

ĐỀ 27

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KỲ I
Môn: TOÁN - Lớp 12
Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM

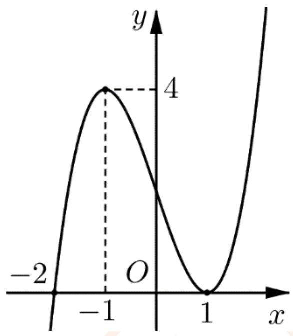
Câu 1. Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-3		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;-1)$. **B.** $(-3;-1)$. **C.** $(-1;1)$. **D.** $(1;+\infty)$.

Câu 2. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;1)$. **B.** $(-2;1)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(-1;1)$.

Câu 3. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

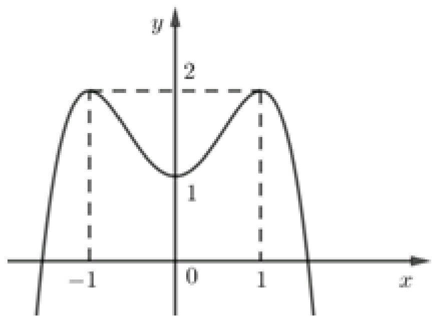
x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $f'(x)\le 0, \forall x\in\mathbb{R}$. **B.** $f'(x)>0, \forall x\in\mathbb{R}$.

C. $f'(x)\le 3, \forall x\in\mathbb{R}$. **D.** $f'(x)\ge 0, \forall x\in\mathbb{R}$.

Câu 4. Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

A. $x=-1$. **B.** $x=1$. **C.** $x=0$. **D.** $x=2$.

Câu 5. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x-1, \forall x\in\mathbb{R}$. Hỏi $f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 6. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$+\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. 1. **B.** -2. **C.** -3. **D.** 2.

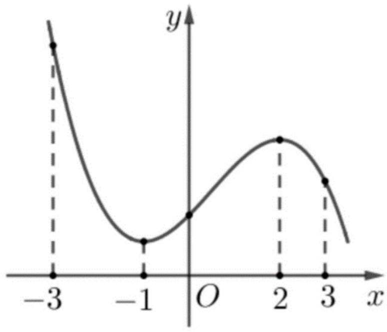
Câu 7. Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-2		1		3		5		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $y=f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 4.

Câu 8. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-3;3]$ bằng

A. $f(-3)$. **B.** $f(2)$. **C.** $f(-1)$. **D.** $f(3)$.

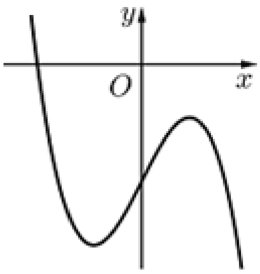
Câu 9. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[-3;2]$ và có bảng biến thiên như sau:

x	-3		-1		0		1		2
$f(x)$	-2	$\nearrow$	3	$\searrow$	0	$\nearrow$	2	$\searrow$	1

Giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-3;2]$ bằng

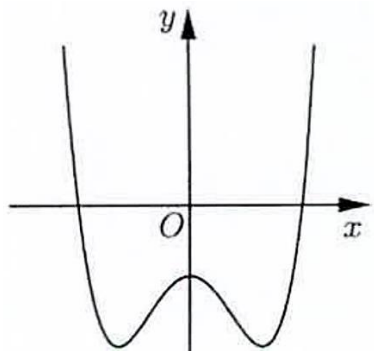
A. 3. **B.** -2. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 10. Hàm số nào dưới đây có đồ thị như đường cong trong hình bên?



A. $y=-x^3+2x-2$. **B.** $y=x^3-2x-2$. **C.** $y=x^4-2x^2-2$. **D.** $y=-x^4+2x^2$.

Câu 11. Hàm số nào dưới đây có đồ thị như đường cong trong hình bên?



A. $y=x^4-2x-1$. **B.** $y=-x^4+2x-1$. **C.** $y=x^3-3x$. **D.** $y=-x^3+3x^2-2$.

Câu 12. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3}{x+2}$ là

A. $x=0$. **B.** $x=3$. **C.** $x=-2$. **D.** $x=2$.

Câu 13. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có $\lim\limits_{x\to+\infty} f\left(x\right)=3$ và $\lim\limits_{x\to-\infty} f\left(x\right)=-3$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.

B. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y=3$ và $y=-3$.

C. Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang.

D. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $x=3$ và $x=-3$.

Câu 14. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	-∞		-1		2		+∞
y'		+	||	-	||	+	
y	3	↗	+∞ || 4	↘	-5	↗	+∞

Tổng số đường tiệm cận đứng và ngang của đồ thị hàm số bằng

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.

Câu 15. Khối đa diện có mười hai mặt đều có số đỉnh, số cạnh, số mặt lần lượt là

A. 12, 30, 20. **B.** 20, 30, 12. **C.** 30, 20, 12. **D.** 20, 12, 30.

Câu 16. Khối đa diện đều loại $\{5;3\}$ có số mặt là

A. 12. **B.** 10. **C.** 14. **D.** 8.

Câu 17. Khối hộp chữ nhật có ba cạnh là 3, 4, 5 có thể tích là

A. 60. **B.** 30. **C.** 20. **D.** 8.

Câu 18. Thể tích của khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có $AB = 2a$, $SB = 3a$ là

A. $\frac{4\sqrt{7}}{3}a^3$. **B.** $\frac{\sqrt{7}}{3}a^3$. **C.** $\frac{2\sqrt{7}}{3}a^3$. **D.** $\frac{8\sqrt{7}}{3}a^3$.

Câu 19. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có $AC' = 2a\sqrt{3}$. Tính thể tích hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$.

A. $V = 8a^3$. **B.** $V = 4a^3$. **C.** $V = a^3$. **D.** $V = \frac{8}{3}a^3$.

Câu 20. Cắt khối trụ $ABC.A'B'C'$ bởi các mặt phẳng $(AB'C')$ và (ABC') ta được những khối đa diện nào?

A. Hai khối tứ diện và hai khối chóp tứ giác. **B.** Ba khối tứ diện.

C. Một khối tứ diện và hai khối chóp tứ giác. **D.** Hai khối tứ diện và một khối chóp tứ giác.

Câu 21. Cho hàm số $y = x^4 - 8x^2 + 2019$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.

B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$.

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 2)$.

Câu 22. Cho hàm số $y = \frac{1}{x-1}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

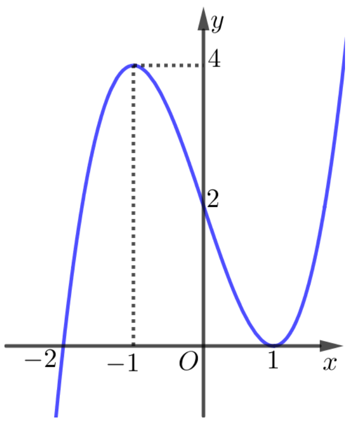
A. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$. **B.** Hàm số đồng biến trên $(2; +\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên $(2; +\infty)$. **D.** Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 23. Cho hàm số $f(x)$ có $f'(x) = x^{2021}.(x+1)^{2020}.(x-1)$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 24. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại điểm $x = -1$.

B. Hàm số $y = f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm $x = 1$.

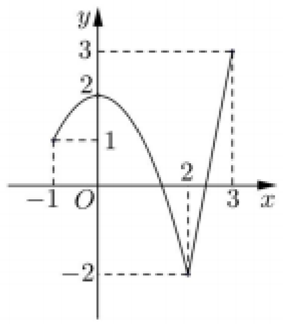
C. Hàm số $y = f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm $x = -2$.

D. Hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại điểm $x = -2$.

Câu 25. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^4 - 4x^2 + 5$ trên đoạn $[-2;3]$ bằng

A. 122. **B.** 5. **C.** 1. **D.** 50.

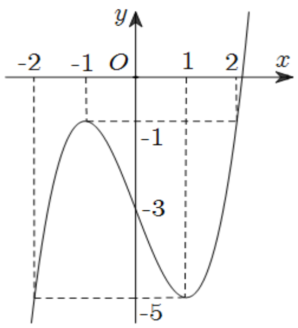
Câu 26. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;3]$ và có đồ thị như hình vẽ.



Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1;3]$. Giá trị của $M - m$ bằng

A. 1. **B.** 5. **C.** 0. **D.** 4.

Câu 27. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ.



Phương trình $2f(x) + 5 = 0$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 1. **B.** 2. **C.** Vô nghiệm. **D.** 3.

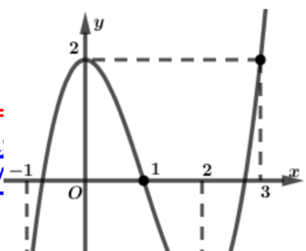
Câu 28. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		4		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-5	$\nearrow$	$+\infty$

Số nghiệm của phương trình $f(x) + 5 = 0$ là

A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 3.

Câu 29. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình dưới.



Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(x)=m$ có 3 nghiệm thực phân biệt.

A. $m\in[-2;2]$. **B.** $m\in(-\infty;-2)$. **C.** $m\in(-1;3)$. **D.** $m\in(-2;2)$.

Câu 30. Cho hàm số $y=f(x)$ có $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=2$ và $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-2$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $x=2$ và $x=-2$.
B. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.
C. Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang.
D. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y=2$ và $y=-2$.

Câu 31. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
y'		$-$	‖	$-$	0	$+$	
y	1	↘	$-\infty$ ‖ 2	↘	-3	↗	3

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là:

A. 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 1.

Câu 32. Hình hộp chữ nhật có ba kích thước đôi một khác nhau có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 6 mặt phẳng. **B.** 4 mặt phẳng. **C.** 3 mặt phẳng. **D.** 9 mặt phẳng.

Câu 33. Có thể chia một khối lập phương thành bao nhiêu khối tứ diện có thể tích bằng nhau mà các đỉnh của tứ diện cũng là đỉnh của hình lập phương?

A. 2. **B.** 3. **C.** 8. **D.** 6.

Câu 34. Cho hình chóp $S.ABC$ có cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy (ABC). Biết $SA=a$, tam giác ABC là tam giác vuông cân tại A, $AB=2a$. Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V=\dfrac{a^3}{6}$. **B.** $V=\dfrac{a^3}{2}$. **C.** $V=\dfrac{2a^3}{3}$. **D.** $V=2a^3$.

Câu 35. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB=4a$, góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng (ABC) bằng $45°$. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **C.** $16a^3\sqrt{3}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

II. PHẦN TỰ LUẬN

Câu 1. Cho hàm số $y=f(x)$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-5		-1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Tìm các khoảng nghịch biến của hàm số $y=f\left(5-2x\right)$.

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật $AB=a$ và $AD=3a$, cạnh bên SA vuông góc với đáy. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ biết góc giữa hai mặt phẳng $\left(SBD\right)$ và $\left(ABCD\right)$ bằng $60°$.

Câu 3. Gọi S là tập chứa tất cá các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=f\left(x\right)=\left|x^2-2mx+1\right|+4x$ có điểm cực đại với giá trị cực đại tương ứng nằm trong khoảng $\left(3;4\right)$ và đồng thời thỏa mãn $10m$ là số nguyên. Tìm số phần tử của tập S.

Câu 4. Tìm tất cả các giá trị nguyên của tham số m thuộc $\left[-2020;2020\right]$ để biểu thức $y=4x^2\sqrt{1-x^2}-\sqrt{1-x^2}+4mx^3-3mx+m^2$ có giá trị lớn nhất không nhỏ hơn 5.

BẢNG ĐÁP ÁN

1. C	2. C	3. A	4. C	5. B	6. C	7. D	8. C	9. A	10. A
11. A	12. C	13. B	14. A	15. B	16. A	17. A	18. A	19. A	20. B
21. D	22. C	23. B	24. C	25. D	26. B	27. D	28. A	29. D	30. D
31. A	32. C	33. D	34. C	35. C					

HƯỚNG DẪN GIẢI

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Cho hàm số $f\left(x\right)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-3		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

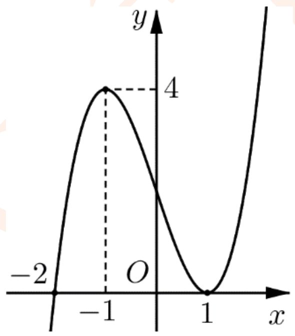
Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(-\infty;-1\right)$. **B.** $\left(-3;-1\right)$. **C.** $\left(-1;1\right)$. **D.** $\left(1;+\infty\right)$.

Lời giải

Dựa vào bảng xét dấu đạo hàm, hàm số nghịch biến trên các khoảng $\left(-\infty;-3\right)$ và $\left(-1;1\right)$. Do đó, ta chọn đáp án hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-1;1\right)$.

Câu 2. Cho hàm số bậc ba $y=f\left(x\right)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(-\infty;1\right)$. **B.** $\left(-2;1\right)$. **C.** $\left(1;+\infty\right)$. **D.** $\left(-1;1\right)$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị, ta thấy hàm số đồng biến trên các khoảng $\left(-\infty;-1\right)$ và $\left(1;+\infty\right)$. Do đó, ta chọn đáp án hàm số đồng biến trên khoảng $\left(1;+\infty\right)$.

Câu 3. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $f'\left(x\right)\le 0,\forall x\in\mathbb{R}$. **B.** $f'\left(x\right)>0,\forall x\in\mathbb{R}$.

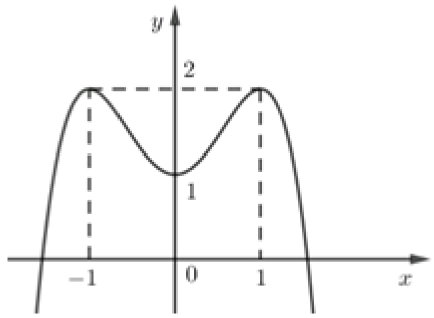
C. $f'\left(x\right)\le 3,\forall x\in\mathbb{R}$. **D.** $f'\left(x\right)\ge 0,\forall x\in\mathbb{R}$.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy hàm số nghịch biến khoảng $(-\infty;+\infty)$.

Do đó, $f'(x)\le 0, \forall x\in\mathbb{R}$.

Câu 4. Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

A. $x=-1$. **B.** $x=1$. **C.** $x=0$. **D.** $x=2$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị, ta thấy hàm số đạt cực tiểu tại $x=0$.

Câu 5. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x-1, \forall x\in\mathbb{R}$. Hỏi $f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Ta có $f'(x)=0 \Leftrightarrow x-1=0 \Leftrightarrow x=1$, suy ra $f'(x)$ đổi dấu một lần khi x đi qua giá trị $x=1$ nên hàm số $f(x)$ có 1 điểm cực trị.

Câu 6. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$+\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. 1. **B.** -2. **C.** -3. **D.** 2.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên, ta có giá trị cực tiểu của hàm số bằng -3.

Câu 7. Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-2		1		3		5		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

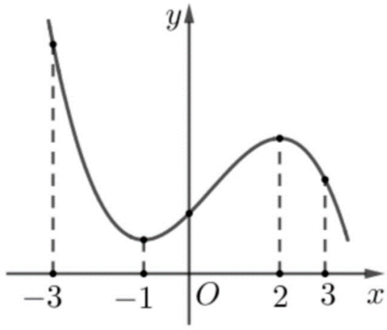
Hàm số $y=f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 4.

Lời giải

Hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và đạo hàm $f'(x)$ đổi dấu 4 lần. Vậy hàm số có 4 cực trị.

Câu 8. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-3;3]$ bằng

A. $f(-3)$. **B.** $f(2)$. **C.** $f(-1)$. **D.** $f(3)$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị, ta thấy hàm $y=f(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[-3;3]$ tại $x=-1$. Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-3;3]$ bằng $f(-1)$.

Câu 9. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[-3;2]$ và có bảng biến thiên như sau:

x	-3		-1		0		1		2
$f(x)$			3				2		
		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$	
	-2				0				1

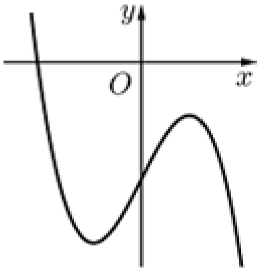
Giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-3;2]$ bằng

A. 3. **B.** -2. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-3;2]$ bằng 3.

Câu 10. Hàm số nào dưới đây có đồ thị như đường cong trong hình bên?

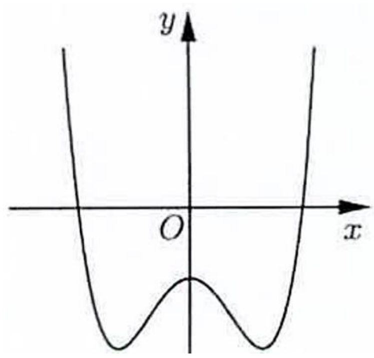


A. $y=-x^3+2x-2$. **B.** $y=x^3-2x-2$. **C.** $y=x^4-2x^2-2$. **D.** $y=-x^4+2x^2$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị, ta thấy đây là đồ thị của số bậc 3 với hệ số $a<0$ (a là hệ số của x^3). Do đó, đường cong trong hình có hàm số tương ứng là $y=-x^3+2x-2$.

Câu 11. Hàm số nào dưới đây có đồ thị như đường cong trong hình bên?



A. $y = x^4 - 2x - 1$. **B.** $y = -x^4 + 2x - 1$. **C.** $y = x^3 - 3x$. **D.** $y = -x^3 + 3x^2 - 2$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị, ta thấy đây là đồ thị của số dạng $y = ax^4 + bx^2 + c$ với hệ số $a > 0$. Do đó, đường cong trong hình có hàm số tương ứng là $y = x^4 - 2x^2 - 1$.

Câu 12. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{3}{x+2}$ là

A. $x = 0$. **B.** $x = 3$. **C.** $x = -2$. **D.** $x = 2$.

Lời giải

Ta có $\lim\limits_{x \to (-2)^-} \dfrac{3}{x+2} = -\infty$, do đó $x = -2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

Câu 13. Cho hàm số $y = f(x)$ có $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 3$ và $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -3$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.

B. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y = 3$ và $y = -3$.

C. Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang.

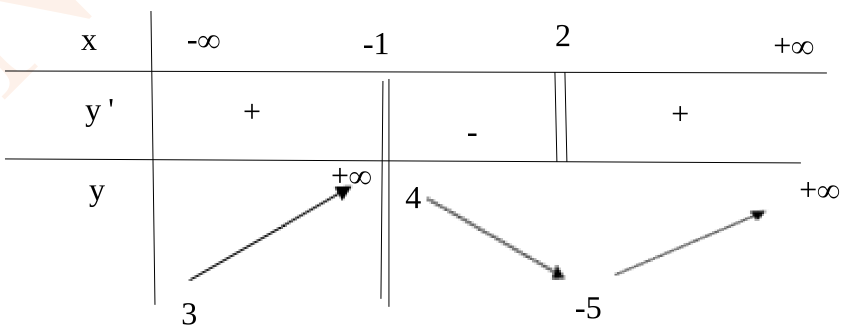
D. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $x = 3$ và $x = -3$.

Lời giải

$\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 3 \Rightarrow$ TCN: $y = 3$.

$\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -3 \Rightarrow$ TCN: $y = -3$.

Câu 14. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Tổng số đường tiệm cận đứng và ngang của đồ thị hàm số bằng

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số ta có

$\lim\limits_{x\to -1^-} f(x) = +\infty \Rightarrow x = -1$ là một đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

$\lim\limits_{x\to -\infty} f(x) = 3 \Rightarrow y = 3$ là một tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận.

Câu 15. Khối đa diện có mười hai mặt đều có số đỉnh, số cạnh, số mặt lần lượt là

A. 12, 30, 20. **B.** 20, 30, 12. **C.** 30, 20, 12. **D.** 20, 12, 30.

Lời giải

Khối mười hai mặt đều có 12 mặt, 20 đỉnh và 30 cạnh.

Câu 16. Khối đa diện đều loại $\{5;3\}$ có số mặt là

A. 12. **B.** 10. **C.** 14. **D.** 8.

Lời giải

Khối đa diện đều loại $\{5;3\}$ là khối mười hai mặt đều.

Câu 17. Khối hộp chữ nhật có ba cạnh là 3, 4, 5 có thể tích là

A. 60. **B.** 30. **C.** 20. **D.** 8.

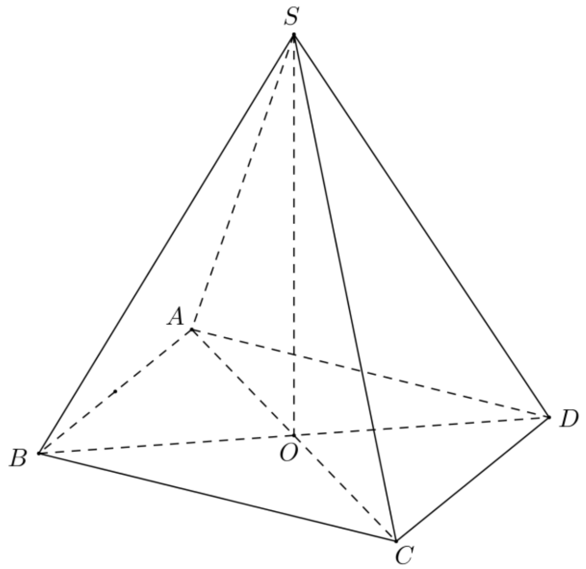
Lời giải

Thể tích của khối hộp là $V = 3.4.5 = 60$.

Câu 18. Thể tích của khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có $AB = 2a$, $SB = 3a$ là

A. $\frac{4\sqrt{7}}{3}a^3$. **B.** $\frac{\sqrt{7}}{3}a^3$. **C.** $\frac{2\sqrt{7}}{3}a^3$. **D.** $\frac{8\sqrt{7}}{3}a^3$.

Lời giải



Gọi O là tâm đáy thì $AC = 2a\sqrt{2} \Rightarrow AO = a\sqrt{2}$.

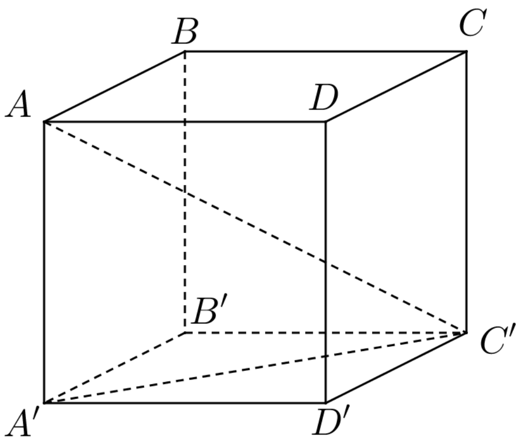
Xét tam giác SAO vuông tại O có $SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = a\sqrt{7}$.

Vậy $V = \frac{4\sqrt{7}}{3}a^3$.

Câu 19. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có $AC' = 2a\sqrt{3}$. Tính thể tích hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$.

A. $V = 8a^3$. **B.** $V = 4a^3$. **C.** $V = a^3$. **D.** $V = \frac{8}{3}a^3$.

Lời giải



Gọi cạnh hình lập phương có độ dài x.

Xét tam giác $A'B'C'$ vuông tại B' có $A'C' = x\sqrt{2}$.

Xét tam giác $AA'C'$ vuông tại A' có $AC' = \sqrt{AA'^2 + A'C'^2} = x\sqrt{3}$ suy ra $x\sqrt{3} = 2a\sqrt{3} \Leftrightarrow x = 2a$

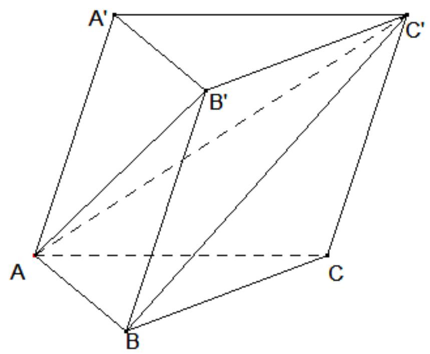
Vậy thể tích hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ là $V = 8a^3$.

Câu 20. Cắt khối trụ $ABC.A'B'C'$ bởi các mặt phẳng $(AB'C')$ và (ABC') ta được những khối đa diện nào?

A. Hai khối tứ diện và hai khối chóp tứ giác. **B.** Ba khối tứ diện.

C. Một khối tứ diện và hai khối chóp tứ giác. **D.** Hai khối tứ diện và một khối chóp tứ giác.

Lời giải



Ba khối tứ diện là $AA'B'C'$, $ABB'C'$, $ABCC'$.

Câu 21. Cho hàm số $y = x^4 - 8x^2 + 2019$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.

B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$.

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 2)$.

Lời giải

Ta có $y' = 4x^3 - 16x$; $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \pm 2. \end{array}\right.$

Bảng xét dấu y'

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Do đó, hàm số $y = x^4 - 8x^2 + 2019$ đồng biến trên các khoảng $(-2;0)$ và $(2;+\infty)$, nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;-2)$ và $(0;2)$.

Câu 22. Cho hàm số $y = \dfrac{1}{x-1}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Hàm số đồng biến trên $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$. **B.** Hàm số đồng biến trên $(2;+\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên $(2;+\infty)$. **D.** Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Lời giải

Điều kiện $x \neq 1$.

Ta có $y' = \dfrac{-1}{(x-1)^2} < 0, \forall x \neq 1$.

$\Rightarrow$ Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$ do đó hàm số nghịch biến trên $(2;+\infty)$

Câu 23. Cho hàm số $f(x)$ có $f'(x) = x^{2021}.(x+1)^{2020}.(x-1)$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?

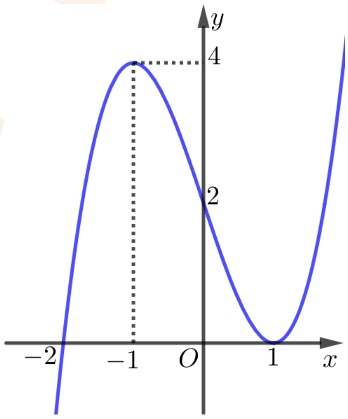
A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Có $f'(x) = x^{2019}.(x+1)^{2020}.(x-1) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = -1 \\ x = 1. \end{array}\right.$

Nhận xét. $x = 0$ và $x = -1$ là các nghiệm bội lẻ và $x = -1$ là nghiệm bội chẵn. Vì có 2 nghiệm bội lẻ nên có 2 cực trị.

Câu 24. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại điểm $x = -1$.

B. Hàm số $y = f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm $x = 1$.

C. Hàm số $y = f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm $x = -2$.

D. Hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại điểm $x = -2$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị hàm số $y = f'(x)$, ta có các nhận xét sau:

- $f'(x)$ đổi dấu từ $(-)$ sang $(+)$ khi đi qua điểm $x=-2$. Suy ra $x=-2$, $x=-2$ là điểm cực trị và là **điểm cực tiểu** của hàm số $y=f(x)$.
- $f'(x)$ không đổi dấu khi đi qua điểm $x=-1$, $x=1$. Suy ra $x=-1$, $x=1$ không là các điểm cực trị của hàm số $y=f(x)$.

Vậy hàm số đã cho đạt cực tiểu tại điểm $x=-2$.

Câu 25. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=x^4-4x^2+5$ trên đoạn $[-2;3]$ bằng

A. 122. **B.** 5. **C.** 1. **D.** 50.

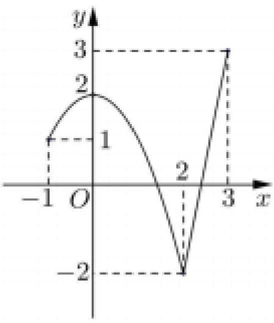
Lời giải

Ta có $f'(x)=4x^3-8x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0\in[-2;3] \\ x=\pm\sqrt{2}\in[-2;3]. \end{array}\right.$

Ta có $f(0)=5$; $f\left(\pm\sqrt{2}\right)=1$; $f(-2)=5$; $f(3)=50$.

Vậy $\max\limits_{[-2;3]} f(x)=f(3)=50$.

Câu 26. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;3]$ và có đồ thị như hình vẽ.



Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1;3]$. Giá trị của $M-m$ bằng

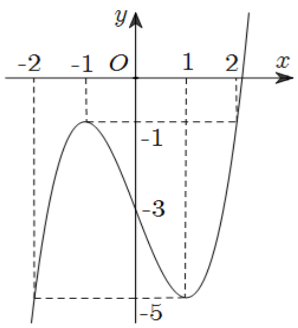
A. 1. **B.** 5. **C.** 0. **D.** 4.

Lời giải

Dựa và đồ thị suy ra $M=f(3)=3$; $m=f(2)=-2$.

Vậy $M-m=5$.

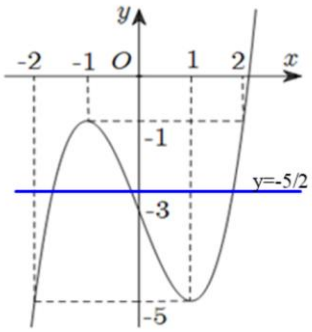
Câu 27. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ.



Phương trình $2f(x)+5=0$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 1. **B.** 2. **C.** Vô nghiệm. **D.** 3.

Lời giải



Ta có $2f(x)+5=0 \Leftrightarrow f(x)=-\frac{5}{2}$.

Số nghiệm của phương trình đã cho bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $y=-\frac{5}{2}$.

Từ đồ thị, ta có đường thẳng $y=-\frac{5}{2}$ cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại 3 điểm suy ra phương trình đã cho có 3 nghiệm.

Câu 28. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		4		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-5	$\nearrow$	$+\infty$

Số nghiệm của phương trình $f(x)+5=0$ là

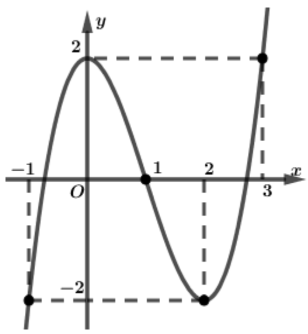
A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 3.

Lời giải

Ta có $f(x)+5=0 \Leftrightarrow f(x)=-5$.

Từ bảng biến thiên suy ra phương trình đã cho có 2 nghiệm.

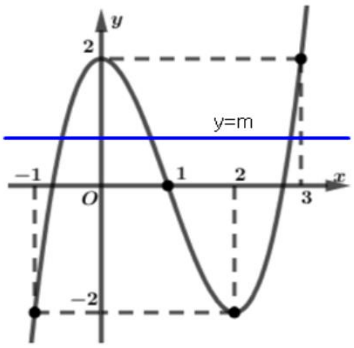
Câu 29. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình dưới.



Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(x)=m$ có 3 nghiệm thực phân biệt.

A. $m\in[-2;2]$. **B.** $m\in(-\infty;-2)$. **C.** $m\in(-1;3)$. **D.** $m\in(-2;2)$.

Lời giải



Ta có, để phương trình $f(x)=m$ có 3 nghiệm thực phân biệt thì đường thẳng $y=m$ cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại 3 điểm phân biệt.

Suy ra $-2<m<2$ hay $m\in(-2;2)$.

Câu 30. Cho hàm số $y=f(x)$ có $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=2$ và $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=-2$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $x=2$ và $x=-2$.

B. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.

C. Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang.

D. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y=2$ và $y=-2$.

Lời giải

Dựa vào định nghĩa đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số ta có các đường thẳng $y=2$ và $y=-2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=f(x)$.

Câu 31. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
y'		−	||	−	0	+	
y	1	↘ $-\infty$	|| 2	↘	−3	↗	3

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là:

A. 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 1.

Lời giải

Nhìn bảng biến thiên ta thấy

$\lim\limits_{x\to0^-}f(x)=-\infty\Rightarrow x=0$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

$\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=3\Rightarrow y=3$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

$\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=1\Rightarrow y=1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

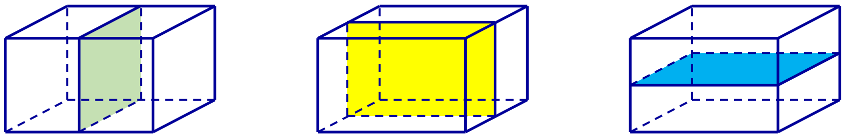
Vậy đồ thị hàm số có 3 đường tiệm cận.

Câu 32. Hình hộp chữ nhật có ba kích thước đôi một khác nhau có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 6 mặt phẳng. **B.** 4 mặt phẳng. **C.** 3 mặt phẳng. **D.** 9 mặt phẳng.

Lời giải

Có tất cả 3 mặt phẳng đối xứng như hình vẽ



Câu 33. Có thể chia một khối lập phương thành bao nhiêu khối tứ diện có thể tích bằng nhau mà các đỉnh của tứ diện cũng là đỉnh của hình lập phương?

A. 2. **B.** 3. **C.** 8. **D.** 6.

Lời giải

Ta chia khối lập phương thành hai khối lăng trụ đứng tam giác;

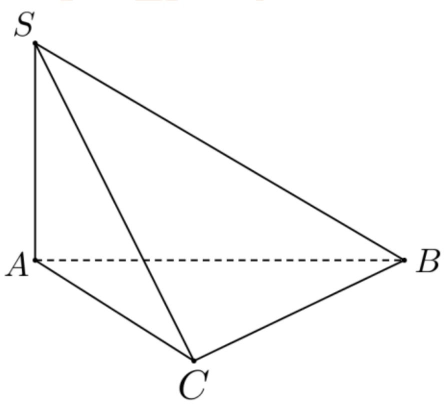
Ứng với mỗi khối lăng trụ đứng tam giác ta có thể chia thành ba khối tứ diện đều mà các đỉnh của tứ diện cũng là đỉnh của hình lập phương.

Vậy có tất cả là 6 khối tứ diện có thể tích bằng nhau.

Câu 34. Cho hình chóp $S.ABC$ có cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy (ABC). Biết $SA=a$, tam giác ABC là tam giác vuông cân tại A, $AB=2a$. Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V=\dfrac{a^3}{6}$. **B.** $V=\dfrac{a^3}{2}$. **C.** $V=\dfrac{2a^3}{3}$. **D.** $V=2a^3$.

Lời giải



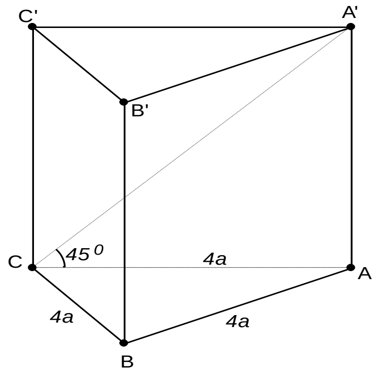
Diện tích tam giác ABC vuông cân tại A là $S_{ABC}=\dfrac{1}{2}AB.AC=\dfrac{1}{2}2a.2a=2a^2$.

Thể tích khối chóp $S.ABC$ là: $V_{S.ABC}=\dfrac{1}{3}SA.S_{ABC}=\dfrac{1}{3}.a.2a^2=\dfrac{2a^3}{3}$.

Câu 35. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB=4a$, góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng (ABC) bằng $45°$. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **C.** $16a^3\sqrt{3}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Lời giải



Vì $ABC.A'B'C'$ là lăng trụ tam giác đều $\Rightarrow$ $ABC.A'B'C'$ là lăng trụ đứng và đáy là tam giác đều.

Ta có:

$A'A \perp (ABC) \Rightarrow \left(A'C,(ABC)\right) = A'CA = 45°$ $\Rightarrow \Delta A'AC$ vuông cân tại $A \Rightarrow A'A = AC = 4a$.

$S_{\Delta ABC} = \dfrac{(AB)^2\sqrt{3}}{4} = \dfrac{(4a)^2\sqrt{3}}{4} = 4a^2\sqrt{3}$ $\Rightarrow V_{ABC.A'B'C'} = AA'.S_{\Delta ABC} = 4a.4a^2\sqrt{3} = 16a^3\sqrt{3}$.

II. PHẦN TỰ LUẬN

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-5		-1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Tìm các khoảng nghịch biến của hàm số $y = f(5-2x)$.

Lời giải

Ta có $y = f(5-2x) \Rightarrow y' = -2f'(5-2x)$

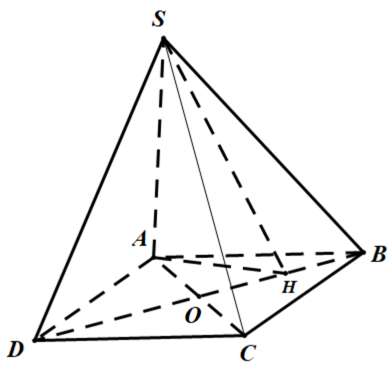
Hàm số nghịch biến $\Leftrightarrow y' \le 0 \Rightarrow -2f'(5-2x) \le 0 \Leftrightarrow f'(5-2x) \ge 0$.

Dựa vào bảng biến thiên, ta được $f'(5-2x) \ge 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 5-2x \ge 3 \\ -5 \le 5-2x \le -1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x \le 1 \\ 3 \le x \le 5 \end{array}\right.$.

Vậy hàm số $y = f(5-2x)$ nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;1)$, $(3;5)$.

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật $AB = a$ và $AD = 3a$, cạnh bên SA vuông góc với đáy. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ biết góc giữa hai mặt phẳng (SBD) và $(ABCD)$ bằng $60°$.

Lời giải



Kẻ $AH \perp BD\ (H \in BD)$

Vì $\begin{cases}(SBD)\cap(ABCD)=BD\\ BD\perp SH\subset(SBC)\\ BD\perp AH\subset(ABCD)\end{cases}$

Suy ra $((SBD),(ABCD))=(SH;AH)=SHA=60°$

Xét $\triangle ABD$ vuông tại A có $AH=\dfrac{AD.AB}{\sqrt{AD^2+AB^2}}=\dfrac{3a^2}{a\sqrt{10}}=\dfrac{3a\sqrt{10}}{10}$.

Xét $\triangle SAH$ vuông tại A có $SA=AH.\tan 60°=\dfrac{3a\sqrt{10}}{10}.\sqrt{3}=\dfrac{3a\sqrt{30}}{10}$.

Khi đó thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

$$V=\frac{1}{3}SA.S_{ABCD}=\frac{1}{3}.\frac{3a\sqrt{30}}{10}.3a^2=\frac{3a^3\sqrt{30}}{10}.$$

Câu 3. Gọi S là tập chứa tất cá các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=f(x)=\left|x^2-2mx+1\right|+4x$ có điểm cực đại với giá trị cực đại tương ứng nằm trong khoảng $(3;4)$ và đồng thời thỏa mãn $10m$ là số nguyên. Tìm số phần tử của tập S.

Lời giải

Xét phương trình $x^2-2mx+1=0$ có $\Delta'=m^2-1$.

Trường hợp 1. Nếu $\Delta'=m^2-1\le 0$ thì ta có $y=f(x)=x^2-2mx+1+4x=x^2-2(m-2)x+1$

Dễ thấy hàm số này không tồn tại điểm cực đại.

Trường hợp 2. Nếu $\Delta'=m^2-1>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}m<-1\\ m>1\end{array}\right.$; khi đó hai nghiệm phân biệt của phương trình $x^2-2mx+1=0$ lần lượt là $x_1=m-\sqrt{m^2-1};x_2=m+\sqrt{m^2-1}$.

- Với $\left[\begin{array}{l}x\le x_1\\ x\ge x_2\end{array}\right.$ thì $y=f(x)=x^2-2mx+1+4x=x^2-2(m-2)x+1$ không có điểm cực đại.
- Với $x_1<x<x_2$ thì $y=f(x)=-x^2+2mx-1+4x=-x^2+2(m+2)x-1$.

Hàm số này có điểm cực đại là: $x=m+2$ và giá tri cực đại là: $y=f(m+2)=m^2+4m+3$.

Suy ra điều kiện: $\begin{cases}x_1<x=m+2<x_2\\ f(m+2)=m^2+4m+3\in(3;4)\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}m-\sqrt{m^2-1}<m+2<m+\sqrt{m^2-1}\\ 3<m^2+4m+3<4\end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases}\sqrt{m^2-1}>2\\ m^2+4m+3<4\\ m^2+4m+3>3\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\left[\begin{array}{l}m<-\sqrt{5}\\ m>\sqrt{5}\end{array}\right.\\ -2-\sqrt{5}<m<-2+\sqrt{5}\\ \left[\begin{array}{l}m<-4\\ m>0\end{array}\right.\end{cases} \Leftrightarrow -2-\sqrt{5}<m<-4.$$

Suy ra $10\left(-2-\sqrt{5}\right)<10m<-40$

$\Rightarrow -42,3<10m<-40 \Rightarrow 10m\in\{-42;-41\} \Leftrightarrow m\in\{-4,2;-4,1\}=S$.

Vậy S có 2 phần tử .

Câu 4. Tìm tất cả các giá trị nguyên của tham số m thuộc $[-2020;2020]$ để biểu thức $y=4x^2\sqrt{1-x^2}-\sqrt{1-x^2}+4mx^3-3mx+m^2$ có giá trị lớn nhất không nhỏ hơn 5.

Lời giải

Điều kiện $1-x^2\ge 0 \Leftrightarrow -1\le x\le 1$.

Ta có $y=-4\left(1-x^2\right)\sqrt{1-x^2}+3\sqrt{1-x^2}+m\left(4x^3-3x\right)+m^2$.

Đặt $x=\cos t; t\in[0;\pi]\Rightarrow \sqrt{1-x^2}=\sqrt{1-\cos^2 t}=|\sin t|=\sin t$.

Biểu thức y có dạng

$g(t)=3\sin t-4\sin^3 t+m\left(4\cos^3 t-3\cos t\right)+m^2=\sin 3t+m\cos 3t+m^2\le\sqrt{1+m^2}+m^2$.

Giá trị lớn nhất của y là $M=\sqrt{1+m^2}+m^2\ge 5 \Leftrightarrow m^2+1+\sqrt{1+m^2}-6\ge 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sqrt{1+m^2}\ge 2\\ \sqrt{1+m^2}\le -3\end{array}\right. \Leftrightarrow m^2\ge 3 \Leftrightarrow |m|\ge\sqrt{3}$.

Do m nguyên thuộc đoạn $[-2020;2020]$ nên $m\in\{\pm 2;\pm 3;\pm 4;...;\pm 2020\}$.

Vậy có 4038 số nguyên m thỏa mãn đề bài.

ĐỀ 28

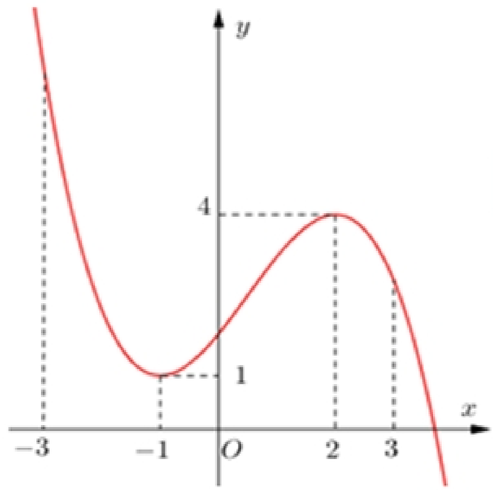
ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KỲ I

Môn: TOÁN - Lớp 12

Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Câu 1. Cho đồ thị hàm số



Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(1;4)$. **B.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-3;2)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-3;3)$. **D.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;2)$.

Câu 2. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[-2;3]$ có bảng biến thiên như hình vẽ:

x	-2		-1		1		3
y'		$+$	0	$-$	$\|\|$	$+$	
y	0	$\nearrow$	1	$\searrow$	-2	$\nearrow$	5

Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên

A. $[-2;-1]$. **B.** $(-1;1)$.

C. $(-1;3)$. **D.** $(-2;1)$.

Câu 3. Cho hàm số $y=\dfrac{x+1}{2x-1}$ Hãy chọn khẳng định đúng trong các khẳng định bên dưới.

A. $\min\limits_{[1;2]} y=\dfrac{1}{2}$. **B.** $\max\limits_{[-2;-1]} y=0$. **C.** $\min\limits_{[3;5]} y=\dfrac{2}{3}$. **D.** $\max\limits_{[-2;-1]} y=\dfrac{1}{2}$.

Câu 4. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Tìm giá trị cực tiểu của hàm số.

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$

A. $x=0$. **B.** $y=-2$. **C.** $(0;-2)$. **D.** $y=2$.

Câu 5. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau . Số điểm cực trị của hàm số là:

x	$-\infty$		-2		-1		1		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1

Câu 6. Cho hàm số $y=\dfrac{2x-3}{4x+1}$. Tìm tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

A. $x=\dfrac{1}{2}$. **B.** $x=-\dfrac{1}{4}$. **C.** $y=\dfrac{1}{2}$. **D.** $y=-\dfrac{1}{4}$.

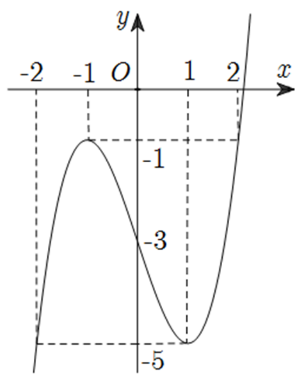
Câu 7. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2-2x}{x+1}$ là

A. $x=-2$. **B.** $x=1$. **C.** $x=-1$. **D.** $x=2$.

Câu 8. Điểm nào dưới đây thuộc đồ thị của hàm số $y=\dfrac{x-3}{x+1}$

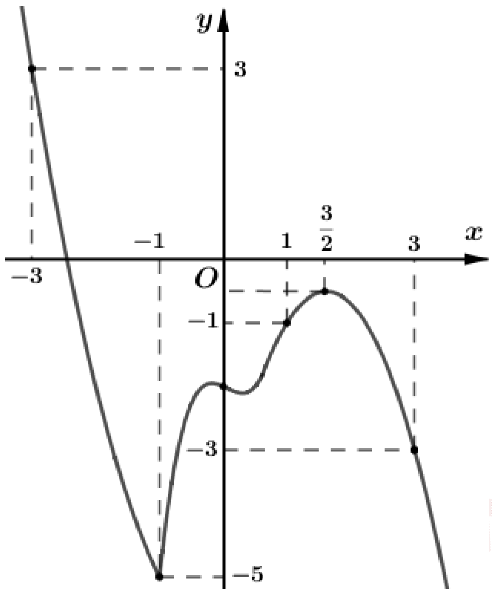
A. Điểm $P(1;-1)$. **B.** Điểm $N(1;-2)$. **C.** Điểm $M(1;0)$. **D.** Điểm $Q(1;1)$.

Câu 9. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tính tổng $M+m$ trong đó giá trị nhỏ nhất là m và giá trị lớn nhất là M của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[-2;2]$.



A. -3. **B.** -1. **C.** -5. **D.** -6.

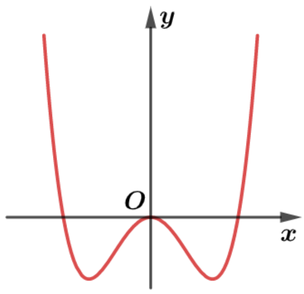
Câu 10. Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau đây:



Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. $\min\limits_{[-2;1]} y = -5$. **B.** $\min\limits_{[-2;1]} y = -3$. **C.** $\max\limits_{[-2;1]} y = -\frac{1}{2}$. **D.** $\max\limits_{[-2;1]} y = 3$.

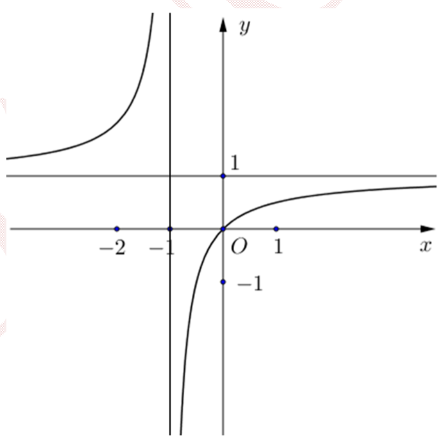
Câu 11. Đồ thị bên dưới là đồ thị của hàm số nào?

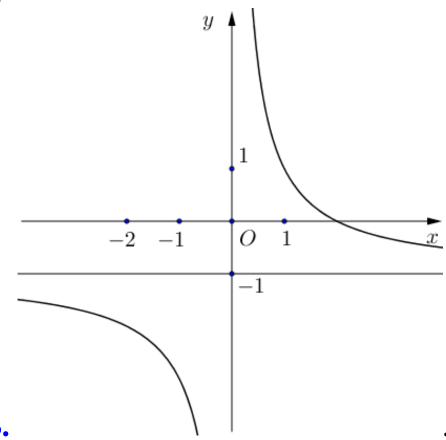


A. $y = -x^4 + 2x^2 - 1$. **B.** $y = x^4 - 2x^2 + 1$.

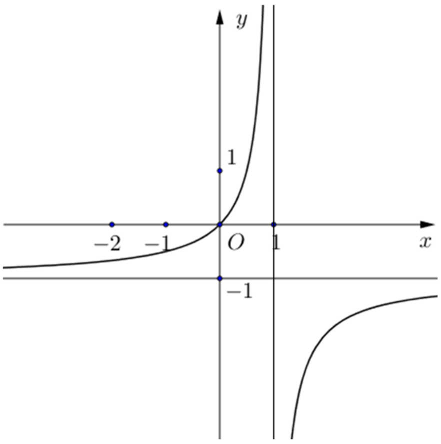
C. $y = -2x^2 + x^4$. **D.** $y = -x^4 + 2x^2$.

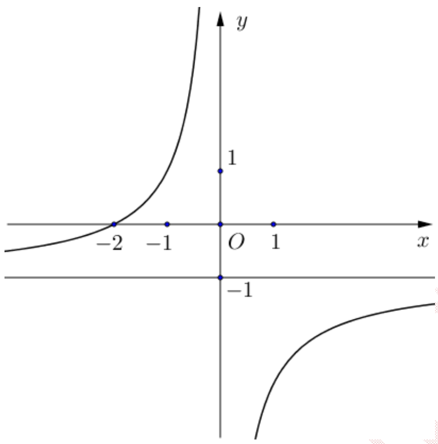
Câu 12. Đồ thị nào dưới đây là đồ thị của hàm số $y = \frac{-x}{x-1}$?

A. 

. **B.** 

.

C. 

. **D.** 

.

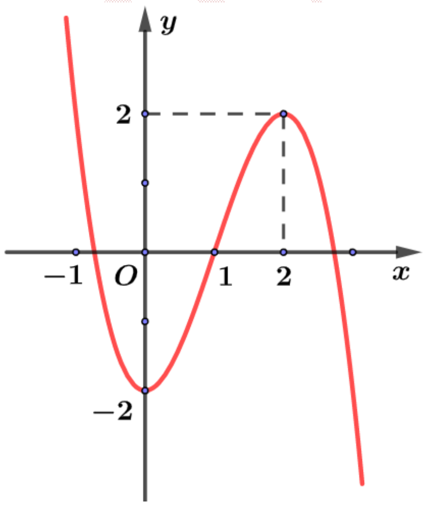
Câu 13. Cho hàm số $y = f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		5		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-5	$\nearrow$	$+\infty$

Số nghiệm của phương trình $f\left(x\right) = 4$ là

A. 0. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 14. Cho hàm số $y = f\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ



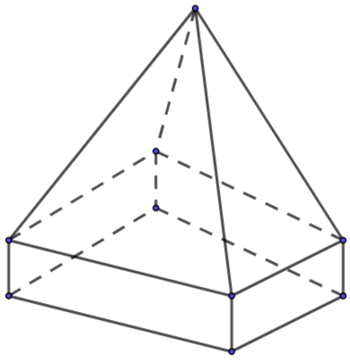
Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f\left(x\right)$ và trục hoành là

A. 0. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 15. Tìm hệ số góc k của tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 - 2x^2 + 3x + 1$ tại điểm $M\left(0;1\right)$.

A. $k = 1$. **B.** $k = \sqrt{2}$. **C.** $k = -1$. **D.** $k = 3$.

Câu 16. Hình đa diện sau có bao nhiêu mặt.



A. 10. **B.** 11. **C.** 8. **D.** 9.

Câu 17. Khối đa diện đều loại $\{3;5\}$ có bao nhiêu cạnh.

A. 6. **B.** 12. **C.** 20. **D.** 30.

Câu 18. Cho hình chóp $O.ABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau. Tính thể tích khối chóp biết $OA = 5, OB = 4, OC = 6$.

A. 120. **B.** 40. **C.** 30. **D.** 20.

Câu 19. Cho khối chóp có diện tích đáy bằng $a^2\sqrt{3}$ và chiều cao bằng $a\sqrt{3}$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. a^3. **B.** $\dfrac{4\sqrt{3}a^3}{3}$. **C.** $\dfrac{2\sqrt{3}a^3}{3}$. **D.** $3a^3$.

Câu 20. Thể tích khối hộp chữ nhật có các kích thước là $2a$, $3a$, $5a$ là

A. $15a^3$. **B.** $10a^3$. **C.** $30a^3$. **D.** $6a^3$.

Câu 21. Cho hàm số $y = x + 3 + 2\sqrt{2 - x}$. Khẳng định nào sau đây là khẳng đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;1)$ và đồng biến trên khoảng $(1;2)$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-2)$ và nghịch biến trên khoảng $(-2;2)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-2)$ và đồng biến trên khoảng $(-2;2)$.

D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;1)$ và nghịch biến trên khoảng $(1;2)$.

Câu 22. Cho hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 10$. Biết hàm số đạt cực trị tại $x_1; x_2$. Tính giá trị biểu thức $A = x_1^3 + x_2^3$.

A. -1538. **B.** 28. **C.** 26. **D.** 1538.

Câu 23. Cho hàm số $f(x) = mx^4 - (m-3)x^2 + 10$. Tìm các giá trị thực của tham số m để hàm số có 3 cực trị.

A. $\left[\begin{array}{l} m \ge 3 \\ m \le 0 \end{array}\right.$. **B.** $0 < m < 3$. **C.** $\left[\begin{array}{l} m > 3 \\ m < 0 \end{array}\right.$. **D.** $0 \le m \le 3$.

Câu 24. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
y'		$-$	$\Vert$	$+$	$\Vert$	$-$	
y	$+\infty$		$1 \;\Vert\; -\infty$		$+\infty \;\Vert\; 1$		0

Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho bằng

A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 3.

Câu 25. Đồ thị của hàm số $y = \dfrac{\sqrt{x - 2023}}{x^2 + 2021x - 2022}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 1. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 2.

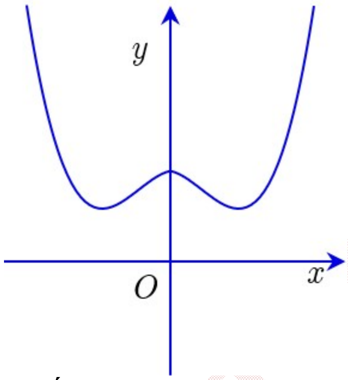
Câu 26. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y=\dfrac{x^2-3x+6}{x-1}$ trên đoạn $[-2;0]$.

A. $\max\limits_{[-2;0]} y=9$. **B.** $\max\limits_{[-2;0]} y=-5$. **C.** $\max\limits_{[-2;0]} y=-\dfrac{16}{3}$. **D.** $\max\limits_{[-2;0]} y=-5,9$.

Câu 27. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^3-3x+1$ trên khoảng $(0;+\infty)$ bằng.

A. –1. **B.** 1. **C.** $\dfrac{3}{5}$. **D.** –3.

Câu 28. Cho đồ thị của hàm số $y=ax^4+bx^2+c\ (a\neq 0)$ như hình vẽ bên

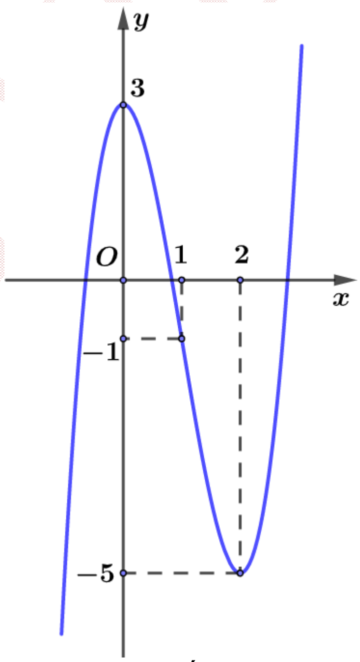


Mệnh đề đúng về dấu của các hệ số a, b, c là

A. $a>0,\ b<0,\ c>0$. **B.** $a>0,\ b>0,\ c>0$.

C. $a<0,\ b<0,\ c>0$. **D.** $a<0,\ b>0,\ c>0$.

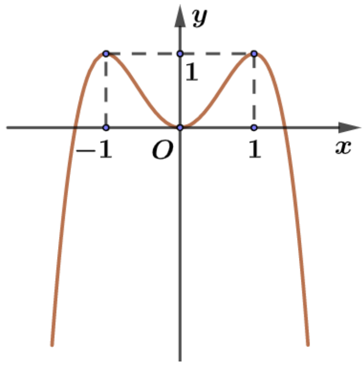
Câu 29. Cho đồ thị của hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d\ (a\neq 0)$ như hình vẽ bên



Đồ thị trong hình vẽ trên là đồ thị của hàm số nào sau đây?

A. $y=x^3-3x^2+3$. **B.** $y=x^3-5x^2+3$. **C.** $y=-x^3+3x^2+3$. **D.** $y=2x^3-6x^2+3$.

Câu 30. Cho hàm số $f(x)=ax^4+bx^2+c(a,b,c\in\mathbb{R})$. Đồ thị của hàm số $y=f(x)$ như hình vẽ bên dưới.



Số nghiệm thực của phương trình $2f\left(x\right)+4=0$ là

A. 0. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 31. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $x^3-3x-m+2=0$ có 3 nghiệm thực phân biệt?

A. $0<m<4$. **B.** $m>4$. **C.** $m<4$. **D.** $0\le m\le 4$.

Câu 32. Cho khối chóp có đáy là đa giác $2n$ cạnh. Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào đúng?

A. Số cạnh của khối chóp bằng $2n+1$.

B. Số mặt của khối chóp bằng $4n$.

C. Số đỉnh của khối chóp nhiều hơn số mặt của nó.

D. Số mặt của khối chóp bằng số đỉnh của nó.

Câu 33. Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AA'=a\sqrt{3}$. Mặt phẳng $\left(A'BC\right)$ hợp với mặt phẳng đáy một góc $45°$. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $3a^3$. **B.** a^3. **C.** $3\sqrt{3}a^3$. **D.** $\sqrt{3}a^3$.

Câu 34. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $a\sqrt{6}$, góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng 60^0. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$?

A. $V=9a^3$. **B.** $V=2a^3$. **C.** $V=6a^3$. **D.** $V=3a^3$

Câu 35. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng $2a$. Mặt bên $\left(SAB\right)$ là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng $\left(ABCD\right)$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$ **B.** $\dfrac{4a^3\sqrt{3}}{3}$ **C.** $4a^3\sqrt{3}$ **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$

Câu 36. Giá trị m để hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^3+x^2+\left(m-1\right)x+3$ đồng biến trên đoạn $\left[-2;3\right]$ là:

A. $m\ge 2$. **B.** $m\le -2$. **C.** $m>2$. **D.** $m<-2$.

Câu 37. Với giá trị nào của m thì hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^3+2\left(m-2\right)x^2+\left(m^2+3\right)x+2$ đạt cực đại tại $x=2$?

A. $m=9$. **B.** $m=-1$. **C.** $m=1$. **D.** $m=-9$.

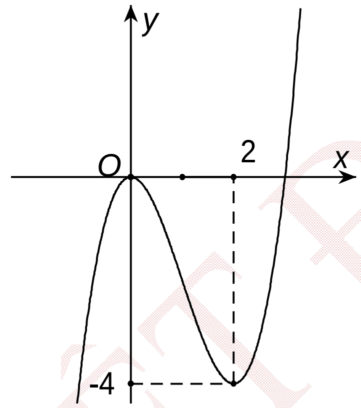
Câu 38. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình bên dưới:

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$	↗	3	↘	0	↗	$+\infty$

Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2022}{-2f(x)+3}$ là

A. 2. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 3.

Câu 39. Biết hàm số $f(x)$ có đồ thị được cho như hình vẽ bên. Tìm số điểm cực trị của hàm số $y=9f\left[f(x)\right]+2022$?



A. 4. **B.** 6. **C.** 5. **D.** 3.

Câu 40. Cho hàm số $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d\,(a\neq 0)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	$-2c+1$	↘	$-a$	↗	$+\infty$

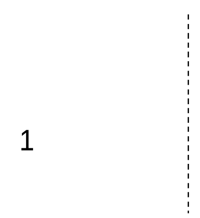
Trong các số a,b,c,d có bao nhiêu số dương?

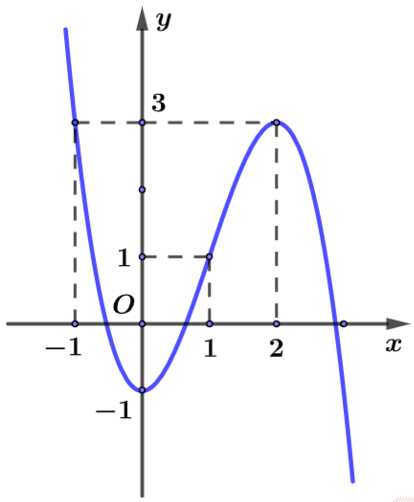
A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 41. Số mặt phẳng đối xứng của một khối lập phương là

A. 6. **B.** 9. **C.** 15. **D.** 4.

Câu 42. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Số giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f^2(\sin x)+(m-2022)f(\sin x)+m-2023=0$ có đúng 7 nghiệm phân biệt thuộc đoạn $\left[0;2\pi\right]$ là





A. 1. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 2.

Câu 43. Cho hàm số $f(x)=x^3-3x^2+2$. Gọi A,a là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f\left(2-f\left(\sqrt{4x-x^2}\right)\right)$ trên đoạn $[0;4]$. Tính giá trị biểu thức $P=A+2a$

A. 13. **B.** 14. **C.** 15. **D.** 12.

Câu 44. Cho hình lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình thoi tâm I cạnh bằng a và $\widehat{ABC}=120°$. Điểm A' cách đều các điểm A,B,D. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC bằng $\dfrac{3a}{\sqrt{13}}$. Tính thể tích khối lăng trụ đã cho theo a.

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Câu 45. Cho khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$, cạnh $AB=a\sqrt{2}$, góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng $60°$. Gọi M là điểm đối xứng với C qua D, N là trung điểm SC. Mặt phẳng (BMN) chia khối chóp $S.ABCD$ thành hai khối đa diện. Tính thể tích khối đa diện chứa đỉnh A.

A. $\dfrac{5a^3\sqrt{3}}{18}$. **B.** $\dfrac{5a^3\sqrt{3}}{6}$. **C.** $\dfrac{7a^3\sqrt{3}}{18}$. **D.** $\dfrac{7a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 46. Cho hàm số $y=\dfrac{x+2}{x-1}$ có đồ thị (C). Gọi S là tập tất cả các giá trị thực của tham số m để $(d): y=x+m$ cắt (C) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho các tiếp tuyến của (C) tại A và B song song với nhau. Tổng các phần tử của S bằng

A. -1. **B.** 1. **C.** 0. **D.** $-\dfrac{3}{2}$.

Câu 47. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của $f'(1-2x)$ như sau

x	$-\infty$		-3		1		2		$+\infty$
$f'(1-2x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $g(x)=f(x^2-4x)$ có bao nhiêu điểm cực đại?

A. 3. **B.** 7. **C.** 5. **D.** 4.

Câu 48. Cho hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$ có đồ thị là (C). Tích các giá trị của tham số m để đường thẳng $(d): y=2x-m$ cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt A,B sao cho tam giác OAB có diện tích bằng $\sqrt{7}$ là:

A. 4. **B.** 2. **C.** -2. **D.** -4.

Câu 49. Cho hàm số $y = f\left(x\right) = ax^4 + bx^2 + c$ với $a \neq 0$. Biết $\min\limits_{(-\infty;0)} f\left(x\right) = f\left(-\sqrt{2}\right)$. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f\left(x\right)$ trên $\left(1;3\right)$ bằng.

A. $\min\limits_{(1;3)} f\left(x\right) = c - 4a$. **B.** $\min\limits_{(1;3)} f\left(x\right) = 12a + c$.

C. $\min\limits_{(1;3)} f\left(x\right) = c - 4b$. **D.** $\min\limits_{(1;3)} f\left(x\right) = c + 4b$.

Câu 50. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$, khoảng cách từ C đến BB' là $\sqrt{5}$, khoảng cách từ A đến BB' và CC' lần lượt là 1; 2. Hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng $A'B'C'$ là trung điểm M của $B'C'$, $A'M = \dfrac{\sqrt{15}}{3}$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\dfrac{\sqrt{15}}{3}$. **B.** $\dfrac{2\sqrt{5}}{3}$. **C.** $\sqrt{5}$. **D.** $\dfrac{2\sqrt{15}}{3}$.

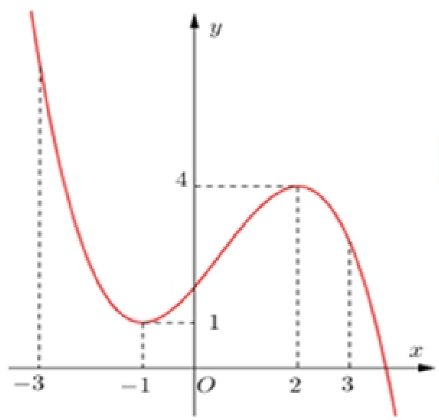
---------- HẾT ----------

PHẦN II: ĐÁP ÁN

1.D	2.B	3.C	4.B	5.B	6.C	7.C	8.A	9.D	10.A
11.C	12.C	13.C	14.B	15.D	16.D	17.D	18.D	19.A	20.C
21.D	22.C	23.C	24.D	25.A	26.B	27.A	28.A	29.D	30.D
31.A	32.D	33.A	34.C	35.B	36.A	37.D	38.D	39.A	40.C
41.B	42.C	43.B	44.D	45.C	46.C	47.D	48.D	49.A	50.D

PHẦN III: GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Cho đồ thị hàm số



Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(1;4)$.
B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-3;2)$.
C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-3;3)$.
D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;2)$.

Lời giải

Dựa vào ĐTHS, hàm số đồng biến trên khoảng $(0;2)$.

Câu 2. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[-2;3]$ có bảng biến thiên như hình vẽ:

x	-2		-1		1		3
y'		$+$	0	$-$	$\|\|$	$+$	
y	0	$\nearrow$	1	$\searrow$	-2	$\nearrow$	5

Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên

A. $[-2;-1]$.
B. $(-1;1)$.
C. $(-1;3)$.
D. $(-2;1)$.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên, hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$. **Chọn B.**

Câu 3. Cho hàm số $y=\dfrac{x+1}{2x-1}$ Hãy chọn khẳng định đúng trong các khẳng định bên dưới.

A. $\min\limits_{[1;2]} y = \dfrac{1}{2}$. **B.** $\max\limits_{[-2;-1]} y = 0$. **C.** $\min\limits_{[3;5]} y = \dfrac{2}{3}$. **D.** $\max\limits_{[-2;-1]} y = \dfrac{1}{2}$.

Lời giải

Ta có:

$$y' = \frac{-3}{(2x-1)^2} < 0 \quad \forall x \in \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{2}\right\}$$

$\Rightarrow$ Hàm số ngịch biến trên từng khoảng xác định.

$\min\limits_{[1;2]} y = f(2) = 1,\qquad max\limits_{[-2;-1]} y = f(-2) = \dfrac{1}{5},\qquad \min\limits_{[3;5]} y = f(5) = \dfrac{2}{3}.$

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Tìm giá trị cực tiểu của hàm số.

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$

A. $x = 0$. **B.** $y = -2$. **C.** $(0;-2)$. **D.** $y = 2$.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên ta có giá trị cực tiểu của hàm số $y = -2$.

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau .
Số điểm cực trị của hàm số là:

x	$-\infty$		-2		-1		1		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1

Lời giải

Dựa vào bảng xét dấu ta thấy $y' = 0$ có 4 nghiệm mà chỉ có 3 nghiệm qua đó y' đổi dấu nên hàm số có 3 điểm cực trị.

Câu 6. Cho hàm số $y = \dfrac{2x-3}{4x+1}$. Tìm tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

A. $x = \dfrac{1}{2}$. **B.** $x = -\dfrac{1}{4}$. **C.** $y = \dfrac{1}{2}$. **D.** $y = -\dfrac{1}{4}$.

Lời giải

Vì $\lim\limits_{x \to \pm\infty} y = \dfrac{1}{2}$ nên $y = \dfrac{1}{2}$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Câu 7. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{2-2x}{x+1}$ là

A. $x = -2$. **B.** $x = 1$. **C.** $x = -1$. **D.** $x = 2$.

Lời giải

Ta có $\lim\limits_{x \to -1^+} y = \lim\limits_{x \to -1^+} \dfrac{2-2x}{x+1} = +\infty$ và $\lim\limits_{x \to -1^-} y = \lim\limits_{x \to -1^-} \dfrac{2-2x}{x+1} = -\infty$ nên đường thẳng $x = -1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

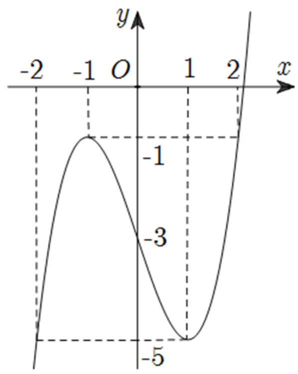
Câu 8. Điểm nào dưới đây thuộc đồ thị của hàm số $y = \dfrac{x-3}{x+1}$

A. Điểm $P(1;-1)$. **B.** Điểm $N(1;-2)$. **C.** Điểm $M(1;0)$. **D.** Điểm $Q(1;1)$.

Lời giải

Với $x = 1 \Rightarrow y = \dfrac{1-3}{1+1} = -1$.

Câu 9. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tính tổng $M + m$ trong đó giá trị nhỏ nhất là m và giá trị lớn nhất là M của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-2;2]$.



A. -3. **B.** -1. **C.** -5. **D.** -6.

Lời giải

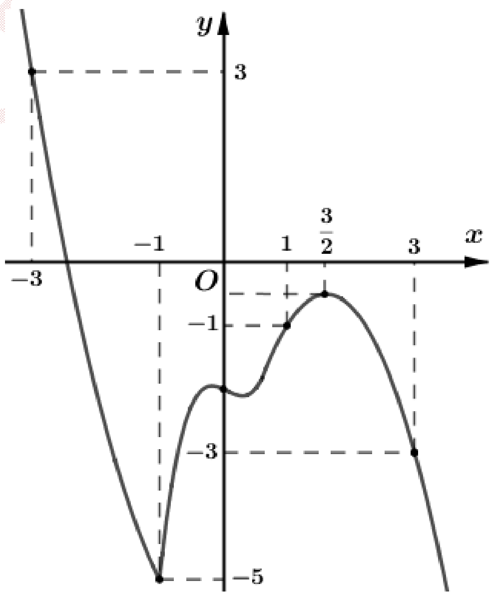
Nhìn vào đồ thị ta thấy:

$M = \max\limits_{[-2;2]} f(x) = -1$ khi $x = -1$ hoặc $x = 2$.

$m = \min\limits_{[-2;2]} f(x) = -5$ khi $x = -2$ hoặc $x = 1$.

Vậy $M + m = -6$.

Câu 10. Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau đây:



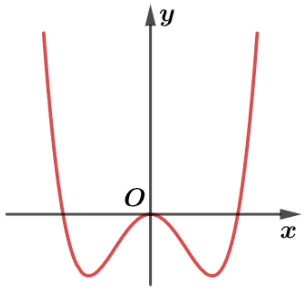
Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. $\min\limits_{[-2;1]} y = -5$. **B.** $\min\limits_{[-2;1]} y = -3$. **C.** $\max\limits_{[-2;1]} y = -\dfrac{1}{2}$. **D.** $\max\limits_{[-2;1]} y = 3$.

Lời giải

Từ đồ thị ta được GTNN của hàm số đã cho trên $[-2;1]$ là -5 khi đó $x=-1$.

Câu 11. Đồ thị bên dưới là đồ thị của hàm số nào?



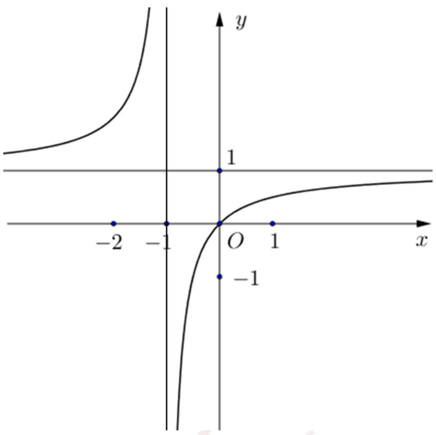
A. $y=-x^4+2x^2-1$. **B.** $y=x^4-2x^2+1$.

C. $y=-2x^2+x^4$. **D.** $y=-x^4+2x^2$.

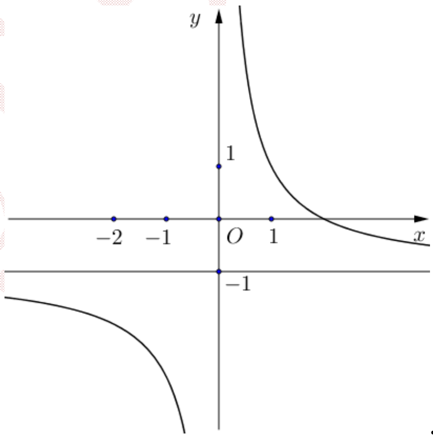
Lời giải

Ta thấy đây là đồ thị hàm số bậc bốn có hệ số $a>0$ nên ta loại phương án **A** và loại phương án **D**.
Đồ thị đi qua gốc tọa độ $O(0;0)$ nên ta chọn phương án **C**.

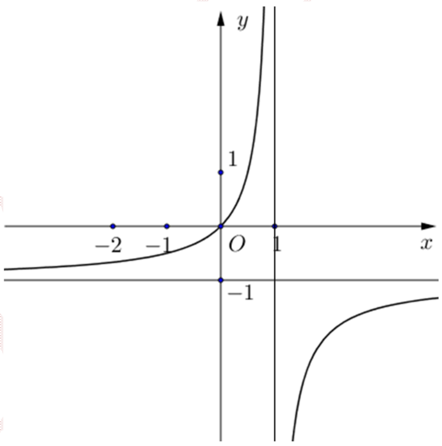
Câu 12. Đồ thị nào dưới đây là đồ thị của hàm số $y=\dfrac{-x}{x-1}$?

A. 

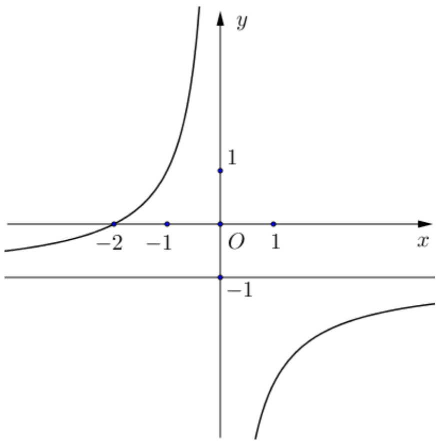
.

B. 

.

C. 

.

D. 

.

Lời giải

Đồ thị của hàm số $y=\dfrac{-x}{x-1}$ có đường tiệm cận đứng là $x=1$.
Đồ thị hàm số trong phương án **A** có đường tiệm cận đứng $x=-1$ nên ta loại phương án **A**.
Đồ thị hàm số trong phương án **B** có đường tiệm cận đứng $x=0$ nên ta loại phương án **B**.
Đồ thị hàm số trong phương án **C** có đường tiệm cận đứng $x=1$ nên ta chọn phương án **C**.
Đồ thị hàm số trong phương án **D** có đường tiệm cận đứng $x=0$ nên ta loại phương án **D**.

Câu 13. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		5		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-5	$\nearrow$	$+\infty$

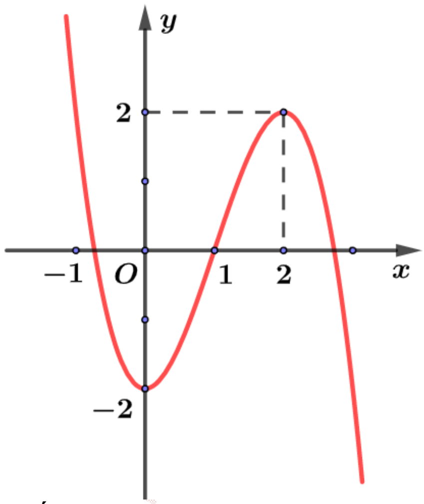
Số nghiệm của phương trình $f(x) = 4$ là

A. 0. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy phương trình đã cho có 1 nghiệm.

Câu 14. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và trục hoành là

A. 0. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Dựa vào đồ thị, ta thấy đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt.

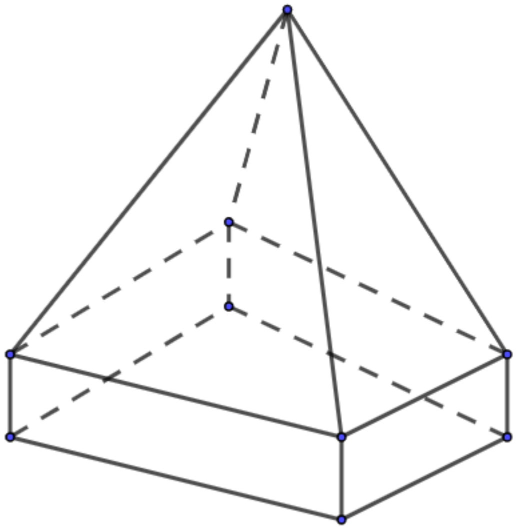
Câu 15. Tìm hệ số góc k của tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 - 2x^2 + 3x + 1$ tại điểm $M(0;1)$.

A. $k = 1$. **B.** $k = \sqrt{2}$. **C.** $k = -1$. **D.** $k = 3$.

Lời giải

Ta có $y' = 3x^2 - 4x + 3 \Rightarrow y'(0) = 3$.

Câu 16. Hình đa diện sau có bao nhiêu mặt.



A. 10. **B.** 11. **C.** 8. **D.** 9.

Lời giải

Hình đa diện trên có 9 mặt.

Câu 17. Khối đa diện đều loại $\{3;5\}$ có bao nhiêu cạnh.

A. 6. **B.** 12. **C.** 20. **D.** 30.

Lời giải

Khối đa diện đều loại $\{3;5\}$ là khối hai mươi mặt đều, có 30 cạnh.

Câu 18. Cho hình chóp $O.ABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau. Tính thể tích khối chóp biết $OA=5, OB=4, OC=6$.

A. 120. **B.** 40. **C.** 30. **D.** 20.

Lời giải

Khối chóp $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau có thể tích:

$V=\frac{1}{6}OA.OB.OC=\frac{1}{6}.5.4.6=20$.

Câu 19. Cho khối chóp có diện tích đáy bằng $a^2\sqrt{3}$ và chiều cao bằng $a\sqrt{3}$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. a^3. **B.** $\frac{4\sqrt{3}a^3}{3}$. **C.** $\frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$. **D.** $3a^3$.

Lời giải

Thể tích khối chóp là $V=\frac{1}{3}a^2\sqrt{3}.a\sqrt{3}=a^3$.

Câu 20. Thể tích khối hộp chữ nhật có các kích thước là $2a$, $3a$, $5a$ là

A. $15a^3$. **B.** $10a^3$. **C.** $30a^3$. **D.** $6a^3$.

Lời giải

Thể tích của khối hộp chữ nhật là $2a.3a.5a=30a^3$.

Câu 21. Cho hàm số $y=x+3+2\sqrt{2-x}$. Khẳng định nào sau đây là khẳng đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;1)$ và đồng biến trên khoảng $(1;2)$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-2)$ và nghịch biến trên khoảng $(-2;2)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-2)$ và đồng biến trên khoảng $(-2;2)$.

D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;1)$ và nghịch biến trên khoảng $(1;2)$.

Lời giải

Tập xác định $\mathcal{D}=(-\infty;2]$.

Đạo hàm $y'=1-\dfrac{1}{\sqrt{2-x}}$.

Ta có $y'=0\Leftrightarrow 1-\dfrac{1}{\sqrt{2-x}}=0\Leftrightarrow \dfrac{\sqrt{2-x}-1}{\sqrt{2-x}}=0\Leftrightarrow \dfrac{1-x}{\sqrt{2-x}\left(\sqrt{2-x}+1\right)}=0\Leftrightarrow x=1$.

Dễ thấy y' đổi dấu từ dương sang âm tại $x=1$.

Vậy hàm số đồng biến trên $(-\infty;1)$ và nghịch biến trên $(1;2)$.

Câu 22. Cho hàm số $f(x)=x^3-3x^2-9x+10$. Biết hàm số đạt cực trị tại $x_1;x_2$. Tính giá trị biểu thức $A=x_1^3+x_2^3$.

A. -1538. **B.** 28. **C.** 26. **D.** 1538.

Lời giải

Xét hàm số $f(x)=x^3-3x^2-9x+10$ có TXĐ $D=\mathbb{R}$.

Ta có $f'(x)=3x^2-6x-9$, $f'(x)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x_1=-1\\ x_2=3.\end{array}\right.$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	15	$\searrow$	-17	$\nearrow$	$+\infty$

Suy ra hàm số đạt cực trị tại các điểm $x_1=-1,\ x_2=3$ nên $A=x_1^3+x_2^3=(-1)^3+(3)^3=26$.

Câu 23. Cho hàm số $f(x)=mx^4-(m-3)x^2+10$. Tìm các giá trị thực của tham số m để hàm số có 3 cực trị.

A. $\left[\begin{array}{l}m\geq 3\\ m\leq 0\end{array}\right.$. **B.** $0<m<3$. **C.** $\left[\begin{array}{l}m>3\\ m<0\end{array}\right.$. **D.** $0\leq m\leq 3$.

Lời giải

Cách 1:

Xét hàm số $f(x)=mx^4-(m-3)x^2+10$ có TXĐ $D=\mathbb{R}$.

Ta có $f'(x)=4mx^3-2(m-3)x$, $f'(x)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=0\\ g(x)=4mx^2-2(m-3)=0.\end{array}\right.$

Để hàm số có 3 cực trị thì $g(x)=4mx^2-2(m-3)=0$ phải có hai nghiệm phân biệt khác 0, nên

ta có $\begin{cases}g(0)=-2(m-3)\neq 0\\ \Delta'=8m(m-3)>0, m\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}m>3\\ m<0.\end{array}\right.$

Cách 2: Áp dụng công thức tính nhanh.

Hàm số có 3 cực trị khi $ab<0\Leftrightarrow -m(m-3)<0\Leftrightarrow m(m-3)>0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}m>3\\ m<0.\end{array}\right.$

Câu 24. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
y'		$-$	||	$+$	||	$-$	
y	$+\infty$ ↘ 1		||	$-\infty$ ↗ $+\infty$	||	1 ↘ 0	

Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho bằng

A. 2 . **B.** 1. **C.** 0 . **D.** 3 .

Lời giải

FB tác giả: Ha Nguyen

◆ Từ bảng biến thiên ta có :

$\lim\limits_{x\to(-2)^+} y=-\infty \Rightarrow$ Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng $x=-2$.

$\lim\limits_{x\to 0^-} y=+\infty \Rightarrow$ Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng $x=0$.

$\lim\limits_{x\to+\infty} y=0 \Rightarrow$ Đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang $y=0$.

◆ Vậy tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho bằng 3 .

Câu 25. Đồ thị của hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x-2023}}{x^2+2021x-2022}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 1. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 2.

Lời giải

FB tác giả: Ha Nguyen

Điều kiện: $\begin{cases} x-2023\ge 0 \\ x^2+2021x-2022\ne 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\ge 2023 \\ x\ne 1; x\ne -2022\end{cases} \Leftrightarrow x\ge 2023.$

Tập xác định $D=[2023;+\infty)$.

Ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{x-2023}}{x^2+2021x-2022}=0$.

Vậy đồ thị hàm số có đúng một đường tiệm cận ngang $y=0$.

Câu 26. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y=\dfrac{x^2-3x+6}{x-1}$ trên đoạn $[-2;0]$.

A. $\max\limits_{[-2;0]} y=9$. **B.** $\max\limits_{[-2;0]} y=-5$. **C.** $\max\limits_{[-2;0]} y=-\dfrac{16}{3}$. **D.** $\max\limits_{[-2;0]} y=-5,9$.

Lời giải

Hàm số xác định và liên tục trên đoạn $[-2;0]$.

Ta có $y'=\dfrac{x^2-2x-3}{(x-1)^2}$. Suy ra $y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=3\notin[-2;0] \\ x=-1\in[-2;0]\end{array}\right.$

Do $y(-2)=-\dfrac{16}{3}$; $y(-1)=-5$; $y(0)=-6$.

Vậy $\max\limits_{[-2;0]} y=y(-1)=-5$

Câu 27. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^3-3x+1$ trên khoảng $(0;+\infty)$ bằng.

A. -1. **B.** 1. **C.** $\dfrac{3}{5}$. **D.** -3.

Lời giải

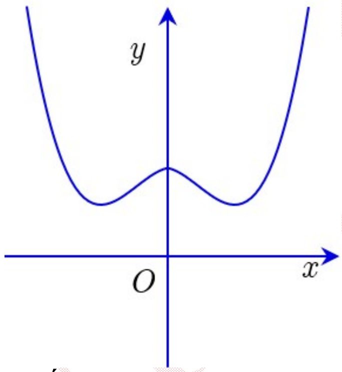
Ta có $y' = 3x^2 - 3$, $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \in (0;+\infty) \\ x = -1 \notin (0;+\infty) \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên

x	0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	
y		$\searrow$	-1	$\nearrow$	

Dựa vào BBT, $\min\limits_{(0;+\infty)} y = y(1) = -1$.

Câu 28. Cho đồ thị của hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c\ (a \neq 0)$ như hình vẽ bên



Mệnh đề đúng về dấu của các hệ số a , b , c là

A. $a > 0, b < 0, c > 0$. **B.** $a > 0, b > 0, c > 0$.

C. $a < 0, b < 0, c > 0$. **D.** $a < 0, b > 0, c > 0$.

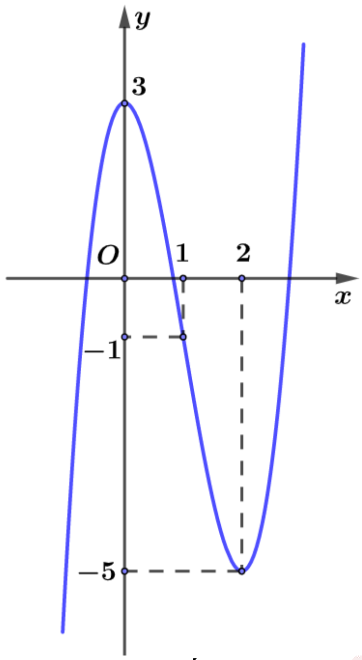
Lời giải

Ta có: $\lim\limits_{x \to +\infty} y = +\infty$ nên hệ số $a > 0$.

Vì hàm số có 3 điểm cực trị nên $ab < 0$, mà do $a > 0$ nên suy ra $b < 0$.

Giao điểm của đồ thị và trục tung là điểm nằm phía trên trục hoành. Vậy hệ số $c > 0$.

Câu 29. Cho đồ thị của hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d\ (a \neq 0)$ như hình vẽ bên



Đồ thị trong hình vẽ trên là đồ thị của hàm số nào sau đây?

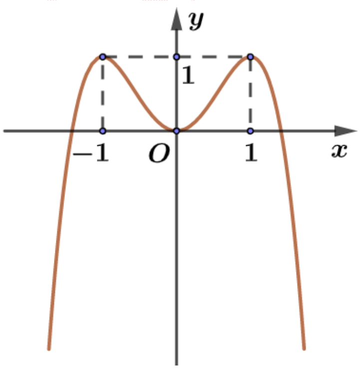
A. $y = x^3 - 3x^2 + 3$. **B.** $y = x^3 - 5x^2 + 3$. **C.** $y = -x^3 + 3x^2 + 3$. **D.** $y = 2x^3 - 6x^2 + 3$.

Lời giải

Ta có : $\lim\limits_{x\to+\infty} y = +\infty$ nên suy ra hệ số $a > 0$.

Dựa vào hình vẽ, ta thấy đồ thị đi qua điểm $A(1;-1)$ và $B(2;-5)$, kiểm tra các hàm số đã cho ở 4 phương án, ta thấy hàm số $y = 2x^3 - 6x^2 + 3$ thỏa mãn.

Câu 30. Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^2 + c\,(a,b,c \in \mathbb{R})$. Đồ thị của hàm số $y = f(x)$ như hình vẽ bên dưới.



Số nghiệm thực của phương trình $2f(x) + 4 = 0$ là

A. 0. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Ta có $2f(x) + 4 = 0 \Leftrightarrow f(x) = -2$. Dựa vào đồ thị của hàm số $y = f(x)$ ta có phương trình đã cho có 2 nghiệm thực phân biệt.

Câu 31. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $x^3 - 3x - m + 2 = 0$ có 3 nghiệm thực phân biệt?

A. $0 < m < 4$. **B.** $m > 4$. **C.** $m < 4$. **D.** $0 \le m \le 4$.

Lời giải

Ta có $x^3 - 3x - m + 2 = 0 \Leftrightarrow x^3 - 3x + 2 = m\,(1)$.

Xét hàm số $f(x) = x^3 - 3x + 2$

Tập xác định $\mathbb{R}$;

$f'(x)=3x^2-3$; $f'(x)=0\Leftrightarrow 3x^2-3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-1\end{array}\right.$;

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số $f(x)=x^3-3x+2$ ta có phương trình (1) có 3 nghiệm thực phân biệt khi và chỉ khi $0<m<4$.

Câu 32. Cho khối chóp có đáy là đa giác $2n$ cạnh. Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào đúng?

A. Số cạnh của khối chóp bằng $2n+1$.
B. Số mặt của khối chóp bằng $4n$.
C. Số đỉnh của khối chóp nhiều hơn số mặt của nó.
D. Số mặt của khối chóp bằng số đỉnh của nó.

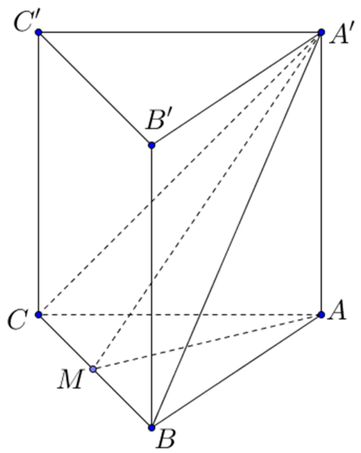
Lời giải

Câu A sai vì số cạnh của khối chóp bằng $4n$.
Câu B sai vì số mặt của khối chóp bằng $2n+1$.
Câu C sai vì số đỉnh của khối chóp bằng số mặt của nó.

Câu 33. Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AA'=a\sqrt{3}$. Mặt phẳng $(A'BC)$ hợp với mặt phẳng đáy một góc $45°$. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $3a^3$. **B.** a^3. **C.** $3\sqrt{3}a^3$. **D.** $\sqrt{3}a^3$.

Lời giải



Gọi M là trung điểm cạnh BC.

Ta có $\begin{cases}(A'BC)\cap(ABC)=BC\\ AM\perp BC\\ A'M\perp BC\end{cases}\Rightarrow\left(\widehat{(A'BC),(ABC)}\right)=\widehat{A'MA}=45°$.

$\tan\widehat{A'MA}=\dfrac{A'A}{AM}\Rightarrow AM=\dfrac{a\sqrt{3}}{\tan 45°}=a\sqrt{3}$.

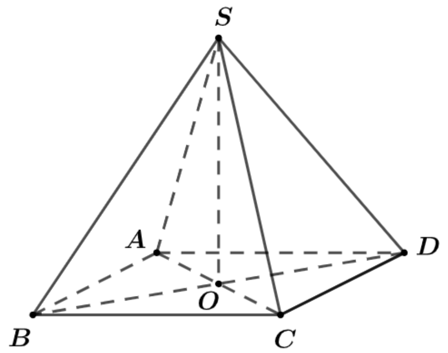
Tam giác ABC đều nên $AM=\dfrac{AB\sqrt{3}}{2}\Leftrightarrow a\sqrt{3}=\dfrac{AB\sqrt{3}}{2}\Leftrightarrow AB=2a$.

$V_{ABC.A'B'C'}=S_{\Delta ABC}.A'A=\dfrac{(2a)^2\sqrt{3}}{4}.a\sqrt{3}=3a^3$.

Câu 34. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $a\sqrt{6}$, góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng 60^0. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$?

A. $V=9a^3$. **B.** $V=2a^3$. **C.** $V=6a^3$. **D.** $V=3a^3$

Lời giải



Diện tích đáy là: $S_{ABCD}=AB^2=\left(a\sqrt{6}\right)^2=6a^2$.

Góc giữa cạnh bên SD và mặt đáy $(ABCD)$ là $\left(\widehat{SD,(ABCD)}\right)=\widehat{SDO}\Rightarrow\widehat{SDO}=60^0$

$ABCD$ là hình vuông suy ra $DO=\dfrac{1}{2}BD=\dfrac{1}{2}AB\sqrt{2}=\dfrac{1}{2}a\sqrt{6}.\sqrt{2}=a\sqrt{3}$.

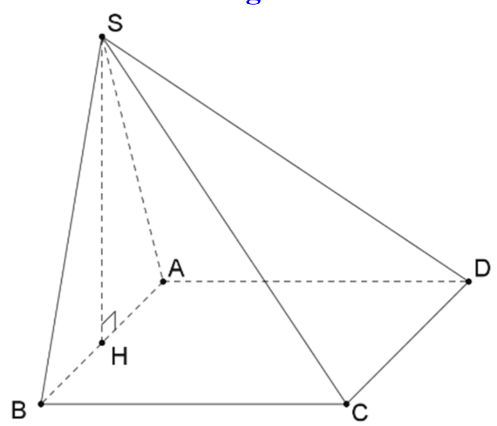
Xét tam giác vuông $SOD: SO=DO.\tan\widehat{SDO}=a\sqrt{3}.\tan 60^0=3a$.

Vậy $V_{S.ABCD}=\dfrac{1}{3}.SO.S_{ABCD}=\dfrac{1}{3}.3a.6a^2=6a^3$.

Câu 35. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng $2a$. Mặt bên (SAB) là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$ **B.** $\dfrac{4a^3\sqrt{3}}{3}$ **C.** $4a^3\sqrt{3}$ **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$

Lời giải



Gọi H là trung điểm của AB, ta có $SH\perp AB$.
Mà $(SAB)\perp(ABCD)$ theo giao tuyến là đường thẳng AB nên $SH\perp(ABCD)$.

Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng $V=\frac{1}{3}S_{ABCD}.SH=\frac{1}{3}.(2a)^2.\frac{2a\sqrt{3}}{2}=\frac{4a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 36. Giá trị m để hàm số $y=\frac{1}{3}x^3+x^2+(m-1)x+3$ đồng biến trên đoạn $[-2;3]$ là:

A. $m\ge 2$. **B.** $m\le -2$. **C.** $m>2$. **D.** $m<-2$.

Lời giải

Ta có: $y'=x^2+2x+m-1$

ycbt: $x^2+2x+m-1\ge 0,\forall x\in[-2;3]$ $\Leftrightarrow m\ge -x^2-2x+1,\forall x\in[-2;3]$

$\Leftrightarrow m\ge \max\limits_{[-2;3]}\left(-x^2-2x+1\right)$ (*)

Đặt $g(x)=-x^2-2x+1$

$g'(x)=-2x-2$

$g'(x)=0\Leftrightarrow -2x-2=0\Leftrightarrow x=-1$

$g(-2)=1;\ g(-1)=2;\ g(3)=-14\Rightarrow \max\limits_{[-2;3]}g(x)=2$

Vậy: $(*)\Leftrightarrow m\ge 2$

Câu 37. Với giá trị nào của m thì hàm số $y=\frac{1}{3}x^3+2(m-2)x^2+\left(m^2+3\right)x+2$ đạt cực đại tại $x=2$?

A. $m=9$. **B.** $m=-1$. **C.** $m=1$. **D.** $m=-9$.

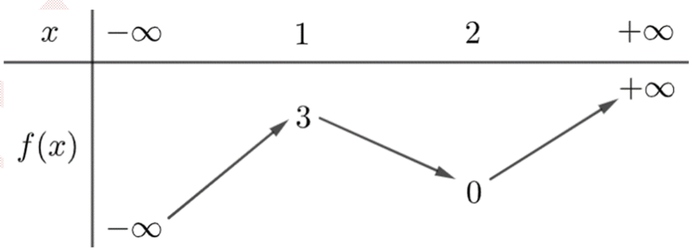
Lời giải

Ta có: $y'=x^2+4(m-2)x+m^2+3$

$y''=2x+4m-8$

$$ycbt:\begin{cases}y'_{(2)}=0\\ y''_{(2)}<0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}4+8m-16+m^2+3=0\\ 4+4m-8<0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m^2+8m-9=0\\ 4m-4<0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}m=1\\ m=-9\end{array}\right.\\ m<1\end{cases}\Leftrightarrow m=-9.$$

Câu 38. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình bên dưới:



Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\frac{2022}{-2f(x)+3}$ là

A. 2. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 3.

Lời giải

Đặt $y=h(x)=\frac{2022}{-2f(x)+3}$.

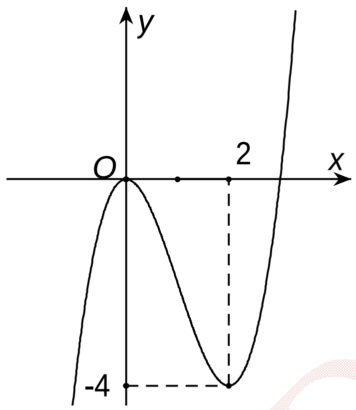
Xét phương trình: $-2f(x)+3=0\Leftrightarrow f(x)=\frac{3}{2}$.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy phương trình $f(x)=\frac{3}{2}$ có ba nghiệm phân biệt a,b,c thỏa mãn $a<1<b<2<c$.

Đồng thời $\lim\limits_{x\to a^+} h(x) = \lim\limits_{x\to b^-} h(x) = \lim\limits_{x\to c^+} h(x) = -\infty$ nên đồ thị hàm số $y = h(x)$ có ba đường tiệm cận đứng là $x = a$, $x = b$ và $x = c$.

Vậy số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = h(x)$ là 3.

Câu 39. Biết hàm số $f(x)$ có đồ thị được cho như hình vẽ bên. Tìm số điểm cực trị của hàm số $y = 9f\left[f(x)\right] + 2022$?



A. 4. **B.** 6. **C.** 5. **D.** 3.

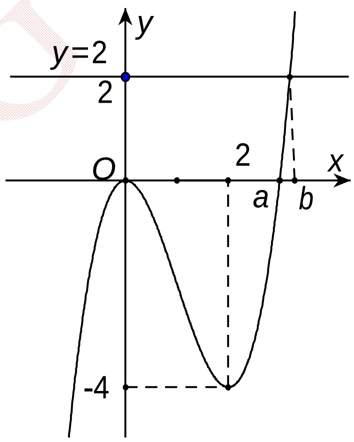
Lời giải

Ta có: $y' = \left[9f\left(f(x)\right) + 2022\right]' = 9f'(x).f'\left(f(x)\right)$.

Suy ra $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} f'(x) = 0 & (1) \\ f'\left(f(x)\right) = 0 & (2) \end{array}\right.$.

Phương trình $(1) \Leftrightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2 \end{array}\right.$ vì hàm số $f(x)$ có hai điểm cực trị $x = 0; x = 2$.

Phương trình $(2) \Leftrightarrow f'\left(f(x)\right) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x) = 0 \\ f(x) = 2 \end{array}\right.$



Quan sát đồ thị ta thấy phương trình $f(x) = 0$ có một nghiệm bội chẵn $x = 0$ và một nghiệm đơn hoặc bội lẻ $x = a > 2$.

Kẻ đường thẳng $y = 2$ nhận thấy phương trình $f(x) = 2$ có một nghiệm đơn hoặc bội lẻ $x = b > a$

Do đó y' có các điểm đổi dấu là $x = 0; x = 2, x = a, x = b$.

Vậy hàm số có 4 điểm cực trị.

Câu 40. Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d\ (a \neq 0)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$-2c+1$	$\searrow$	$-a$	$\nearrow$	$+\infty$

Trong các số a,b,c,d có bao nhiêu số dương?

A. 1. **B.** 2 . **C.** 3 . **D.** 4 .

Lời giải

Người làm:Đình Duy; Fb: Đình Duy

Chọn C

Ta có: $y' = 3ax^2 + 2bx + c$

Dựa vào bảng biến thiên ta có:

$$\begin{cases} f'(-2)=0 \\ f'(1)=0 \\ f(-2)=-2c+1 \\ f(1)=-a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 12a-4b+c=0 \\ 3a+2b+c=0 \\ -8a+4b-2c+d=-2c+1 \\ a+b+c+d=-a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=3 \\ c=-12 \\ d=5 \end{cases}$$

Vậy có 3 số dương.

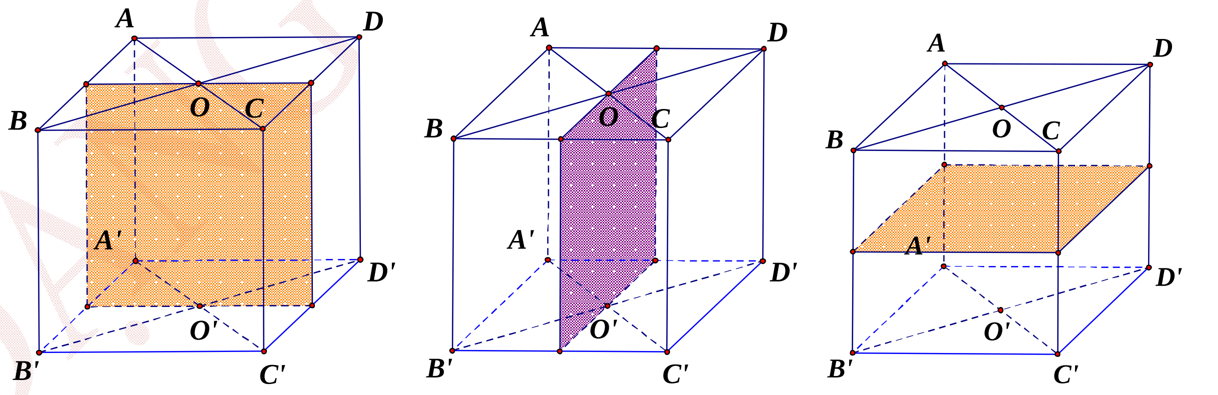
Câu 41. Số mặt phẳng đối xứng của một khối lập phương là

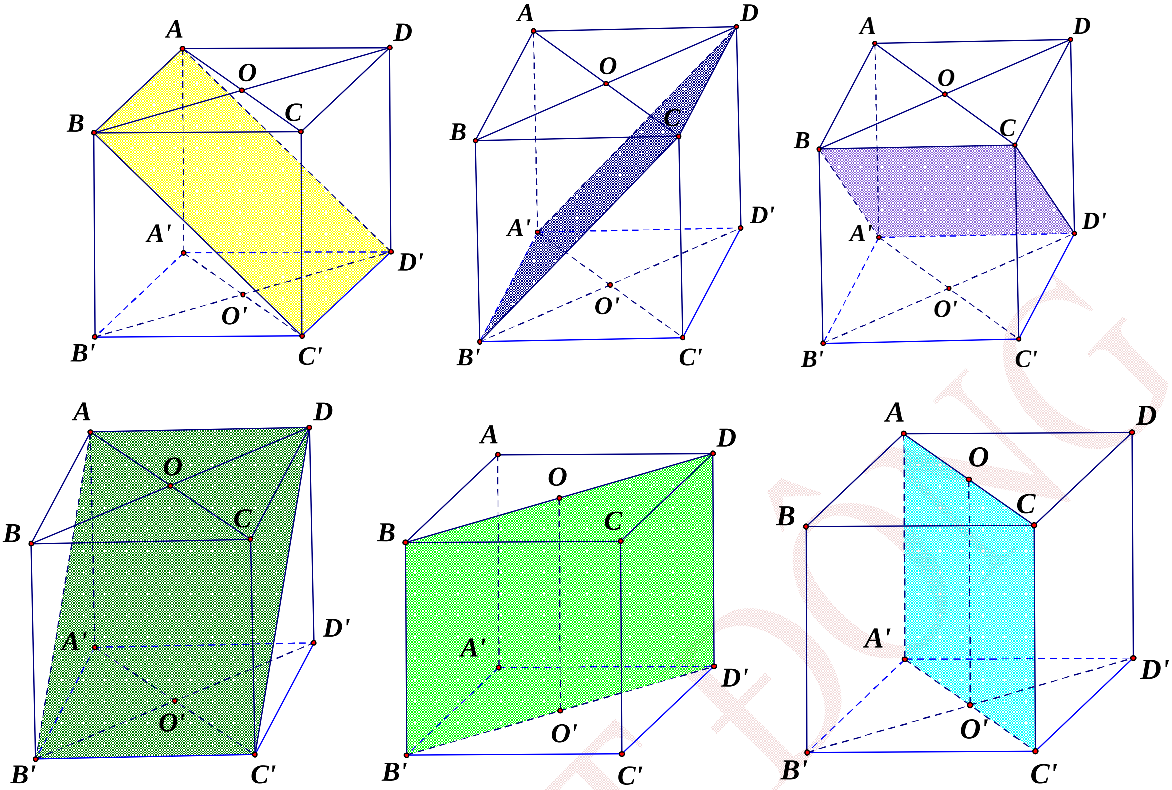
A. 6. **B.** 9. **C.** 15. **D.** 4.

Lời giải

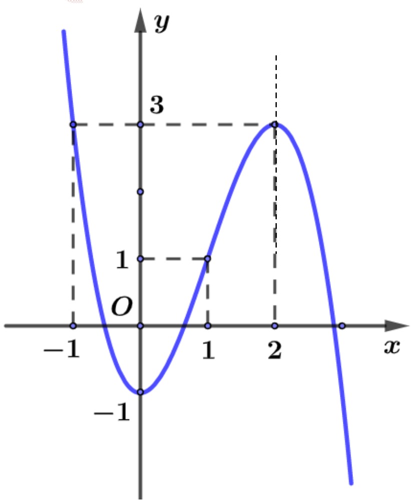
Người làm:Đình Duy; Fb: Đình Duy

Khối lập phương có 9 mặt phẳng đối xứng.





Câu 42. Cho hàm số $f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Số giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f^2\left(\sin x\right)+\left(m-2022\right)f\left(\sin x\right)+m-2023=0$ có đúng 7 nghiệm phân biệt thuộc đoạn $\left[0;2\pi\right]$ là



A. 1. **B.** 3 . **C.** 0. **D.** 2 .

Lời giải

Ta có $f^2\left(\sin x\right)+\left(m-2022\right)f\left(\sin x\right)+m-2023=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f\left(\sin x\right)=-1 \\ f\left(\sin x\right)=2023-m \end{array}\right.$ (1)

* Với $f\left(\sin x\right)=-1$

Dựa vào đồ thị ta có $f\left(\sin x\right)=-1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\sin x=0\\ \sin x=x_1\ \left(x_1>1\right)(VN)\end{array}\right.\Leftrightarrow x=k\pi$

Vì $x\in\left[0;2\pi\right]\Rightarrow x\in\left\{0;\pi;2\pi\right\}$

* Với $f\left(\sin x\right)=2023-m$

Đặt $t=\sin x\left(t\in\left[-1;1\right]\right)$

Với $t\in\left(-1;1\right)\setminus\left\{0\right\}$ thì phương trình $t=\sin x$ có 2 nghiệm phân biệt thuộc $\left[0;2\pi\right]$.

Với $\left[\begin{array}{l}t=-1\\ t=1\end{array}\right.$ thì phương trình $t=\sin x$ có 1 nghiệm thuộc $\left[0;2\pi\right]$

Với $t=0$ thì phương trình $t=\sin x$ có 3 nghiệm thuộc $\left[0;2\pi\right]$

Phương trình trở thành $f\left(t\right)=2023-m$

Để phương trình (1) có tất cả 7 nghiệm phân biệt thì phương trình $f\left(\sin x\right)=2023-m$ có 4 nghiệm phân biệt $x\neq 0;\pi;2\pi$, hay phương trình $f\left(t\right)=2023-m$ có 2 nghiệm phân biệt

$t\in\left(-1;1\right)\setminus\left\{0\right\}\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}-1<2023-m<1\\ 2023-m\neq 0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}2022<m<2024\\ m\neq 2023\end{array}\right.$

Vì m nguyên nên không có giá trị nào của m thỏa mãn.

Câu 43. Cho hàm số $f\left(x\right)=x^3-3x^2+2$. Gọi A,a là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f\left(2-f\left(\sqrt{4x-x^2}\right)\right)$ trên đoạn $\left[0;4\right]$. Tính giá trị biểu thức $P=A+2a$

A. 13. **B.** 14. **C.** 15. **D.** 12.

Lời giải

Đặt $t=\sqrt{4x-x^2};x\in\left[0;4\right]\Rightarrow t=\sqrt{x\left(4-x\right)}\leq\dfrac{x+4-x}{2}=2$

$\Rightarrow t\in\left[0;2\right]$

$f'\left(t\right)=3t^2-6t\leq 0\forall t\in\left[0;2\right]$

$\Rightarrow f\left(2\right)\leq f\left(t\right)\leq f\left(0\right)\forall t\in\left[0;2\right]\Leftrightarrow -2\leq f\left(t\right)\leq 2\forall t\in\left[0;2\right]$

$\Rightarrow 0\leq 2-f\left(t\right)\leq 4$

Đặt $u=2-f\left(\sqrt{4x-x^2}\right)=2-f\left(t\right)\Rightarrow u\in\left[0;4\right]$.

$\Rightarrow y=f\left(u\right);u\in\left[0;4\right]$

$y'=f'\left(u\right)=3u^2-6u=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}u=0\\ u=2\end{array}\right.$

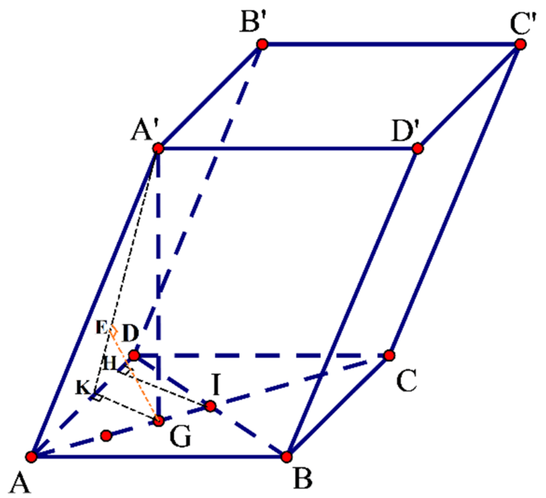
$f\left(0\right)=2;\ f\left(2\right)=-2;\ f\left(4\right)=18$

$A=\max y=18;a=\min y=-2\Rightarrow P=18+2.\left(-2\right)=14$.

Câu 44. Cho hình lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình thoi tâm I cạnh bằng a và $\widehat{ABC}=120°$. Điểm A' cách đều các điểm A,B,D. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC bằng $\dfrac{3a}{\sqrt{13}}$. Tính thể tích khối lăng trụ đã cho theo a.

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải



Ta có điểm A' cách đều các đỉnh A, B, D cho nên hình chiếu của điểm A' là tâm đường tròn ngoại tiếp của tam giác ABD.

Ta có $\widehat{ABC} = 120°$ nên $\widehat{ABD} = 60° \Rightarrow$ tam giác ABD là tam giác đều.

Vậy ta có $A'G \perp (ABD)$ với G là trọng tâm tâm tam giác ABD.

Tam giác ABD đều có cạnh bằng a, AI là trung tuyến ($I = AC \cap BD$)

$$\Rightarrow AI = a\frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \begin{cases} AG = \frac{2}{3}AI = \frac{a\sqrt{3}}{3} \\ AC = 2AI = a\sqrt{3} \end{cases} \Rightarrow CA = 3GA.$$

Tam giác ABD đều có cạnh bằng $a \Rightarrow \begin{cases} BD = a \Rightarrow IB = \frac{1}{2}BD = \frac{a}{2} \\ S_{\Delta ABD} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \Rightarrow S_{ABCD} = 2S_{\Delta ABD} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2} \end{cases}$.

Do $BC // AD \Rightarrow BC // (A'D'DA) \Rightarrow d_{(BC, A'A)} = d_{(C,(A'D'DA))} = 3d_{(G,(A'D'DA))} = \frac{3a}{\sqrt{13}}$ (do $CA = 3GA$).

$$\Rightarrow d_{(G,(A'D'DA))} = \frac{a}{\sqrt{13}}.$$

Kẻ $IH \perp AD \Rightarrow \frac{1}{IH^2} = \frac{1}{ID^2} + \frac{1}{IA^2} = \frac{4}{a^2} + \frac{4}{3a^2} = \frac{16}{3a^2} \Rightarrow IH = \frac{a\sqrt{3}}{4}$.

Kẻ $GK // IH \Rightarrow \frac{GK}{IH} = \frac{AG}{AI} = \frac{2}{3} \Rightarrow GK = \frac{2}{3}IH = \frac{2}{3}.\frac{a\sqrt{3}}{4} = \frac{a\sqrt{3}}{6}$.

Kẻ $GE \perp A'K \Rightarrow GE \perp (A'D'DA) \Rightarrow d_{(G,(A'D'DA))} = GE = \frac{a}{\sqrt{13}}$.

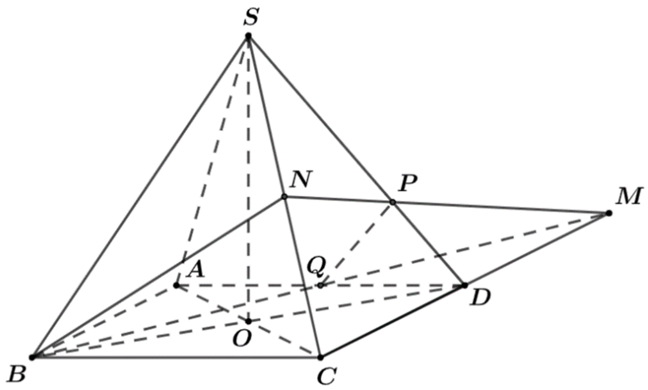
Ta có $\frac{1}{GE^2} = \frac{1}{GK^2} + \frac{1}{A'G^2} \Leftrightarrow \frac{1}{A'G^2} = \frac{1}{GE^2} - \frac{1}{GK^2} = \frac{13}{a^2} - \frac{12}{a^2} = \frac{1}{a^2} \Rightarrow A'G = a$.

Thể tích khối lăng trụ $V = A'G.S_{ABCD} = a.\frac{a^2\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Câu 45. Cho khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$, cạnh $AB = a\sqrt{2}$, góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng $60°$. Gọi M là điểm đối xứng với C qua D, N là trung điểm SC. Mặt phẳng (BMN) chia khối chóp $S.ABCD$ thành hai khối đa diện. Tính thể tích khối đa diện chứa đỉnh A.

A. $\frac{5a^3\sqrt{3}}{18}$. **B.** $\frac{5a^3\sqrt{3}}{6}$. **C.** $\frac{7a^3\sqrt{3}}{18}$. **D.** $\frac{7a^3\sqrt{3}}{6}$.

Lời giải



Gọi $O = AC \cap BD; Q = BM \cap AD; P = MN \cap SD$

Suy ra Q là trung điểm AD, P là trọng tâm tam giác SCM .

Do $SO \perp (ABCD) \Rightarrow \left(\widehat{SA,(ABCD)}\right) = \left(\widehat{SA,OA}\right) = \widehat{SAO} = 60°$

Xét ΔSAO vuông tại O, có $SO = OA.\tan 60° = a\sqrt{3}$

$\Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SO.S_{ABCD} = \frac{1}{3}.a\sqrt{3}.\left(a\sqrt{2}\right)^2 = \frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$

Mặt khác: $\frac{V_{M.DPQ}}{V_{M.BCN}} = \frac{PM}{MN}.\frac{MD}{MC}.\frac{MQ}{MB} = \frac{2}{3}.\frac{1}{2}.\frac{1}{2} = \frac{1}{6} \Rightarrow V_{NPQDCA} = \frac{5}{6}V_{N.BCM} = \frac{5}{6}V_{S.BCD} = \frac{5}{12}V_{S.ABCD}$

$\Rightarrow V_{SABNPQ} = \frac{7}{12}V_{S.ABCD} = \frac{7}{12}.\frac{2a^3\sqrt{3}}{3} = \frac{7a^3\sqrt{3}}{18}$.

Câu 46. Cho hàm số $y = \frac{x+2}{x-1}$ có đồ thị (C). Gọi S là tập tất cả các giá trị thực của tham số m để $(d): y = x + m$ cắt (C) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho các tiếp tuyến của (C) tại A và B song song với nhau. Tổng các phần tử của S bằng

A. -1. **B.** 1. **C.** 0 . **D.** $-\frac{3}{2}$.

Lời giải

Ta có $y' = \frac{-3}{(x-1)^2}$.

Xét phương trình hoành độ giao điểm của (C) và (d)

$$\begin{cases} x \neq 1 \\ \frac{x+2}{x-1} = x + m \end{cases} \Leftrightarrow x^2 + (m-2)x - m - 2 = 0.$$

(C) cắt (d) tại hai điểm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta > 0 \Leftrightarrow m^2 + 12 > 0$ (luôn đúng).

Gọi x_A, x_B lần lượt là hoành độ của A và B.

Theo định lí Vi-ét ta có $\begin{cases} x_A + x_B = -m+2 \\ x_A.x_B = -m-2. \end{cases}$

Tiếp tuyến của (C) tại A và tiếp tuyến của (C) tại B song song với nhau

$$\Leftrightarrow y'(x_A) = y'(x_B) \Leftrightarrow \frac{-3}{(x_A-1)^2} = \frac{-3}{(x_B-1)^2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_A = x_B \\ x_A + x_B = 2. \end{array}\right.$$

- Với $x_A = x_B$, suy ra A trùng B (loại).
- Với $x_A + x_B = 2$, ta có $-m+2 = x_A + x_B = 2 \Leftrightarrow m = 0$ (thỏa mãn).

Suy ra tổng các phần tử của S bằng 0.

Câu 47. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của $f'(1-2x)$ như sau

x	$-\infty$		-3		1		2		$+\infty$
$f'(1-2x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $g(x) = f(x^2-4x)$ có bao nhiêu điểm cực đại?

A. 3. **B.** 7. **C.** 5. **D.** 4.

Lời giải

Từ bảng xét dấu của $f'(1-2x)$ ta có $f'(1-2x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-3 \\ x=1 \\ x=2 \end{array}\right.$.

Đặt $t = 1-2x$, khi đó ta có $f'(t) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=7 \\ t=-1 \\ t=-3 \end{array}\right.$.

Do đó có bảng xét dấu $f'(t)$ như sau

t	$-\infty$		-3		-1		7		$+\infty$
$f'(t)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Xét hàm số $g(x) = f(x^2-4x)$, ta có $g'(x) = (2x-4)f'(x^2-4x)$.

Khi đó $g'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ f'(x^2-4x)=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x^2-4x=-3 \\ x^2-4x=-1 \\ x^2-4x=7 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x^2-4x+3=0 \\ x^2-4x+1=0 \\ x^2-4x-7=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=1 \\ x=3 \\ x=2\pm\sqrt{3} \\ x=2\pm\sqrt{11} \end{array}\right.$

Bảng xét dấu $g'(x)$

x	$-\infty$		$2-\sqrt{11}$		$2-\sqrt{3}$		1		2		3		$2+\sqrt{3}$		$2+\sqrt{11}$		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Từ bảng xét dấu $g'(x)$ ta thấy hàm số $y = g(x)$ có 4 điểm cực đại.

Câu 48. Cho hàm số $y = \dfrac{2x+1}{x-1}$ có đồ thị là (C). Tích các giá trị của tham số m để đường thẳng $(d): y = 2x - m$ cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho tam giác OAB có diện tích bằng $\sqrt{7}$ là:

A. 4. **B.** 2. **C.** -2. **D.** -4.

Lời giải

TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị (C) và đường thẳng (d) là:

$$\frac{2x+1}{x-1}=2x-m\Leftrightarrow\begin{cases}x\neq 1\\ 2x+1=(2x-m)(x-1)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\neq 1\\ 2x^2-(m+4)x+m-1=0\ (1)\end{cases}$$

Đường thẳng (d) cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt $\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta>0\\ 2-(m+4)+m-1\neq 0\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}m^2+24>0\\ -3\neq 0\end{cases}$ (đúng với mọi m)

Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình (1), tọa độ hai giao điểm của đồ thị (C) và đường thẳng (d) là: $A(x_1;\ 2x_1-m);B(x_2;\ 2x_2-m)$

$\Rightarrow$ độ dài của đoạn $AB=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(2x_2-2x_1)^2}=\sqrt{5}|x_2-x_1|$

Mà $d(O;d)=\frac{|m|}{\sqrt{5}}$. Suy ra $S_{OAB}=\frac{1}{2}.\frac{|m|}{\sqrt{5}}.\sqrt{5}|x_2-x_1|\Leftrightarrow\frac{|m|.|x_2-x_1|}{2}=\sqrt{7}\Leftrightarrow m^2(x_2-x_1)^2=28$

$\Leftrightarrow m^2\left[(x_1+x_2)^2-4x_1x_2\right]=28$

Theo Định lí Vi-ét ta có $\begin{cases}x_1+x_2=\dfrac{m+4}{2}\\ x_1x_2=\dfrac{m-1}{2}\end{cases}$

$$\Rightarrow m^2\left[(x_1+x_2)^2-4x_1x_2\right]=28\Leftrightarrow m^2\left[\left(\frac{m+4}{2}\right)^2-4\left(\frac{m-1}{2}\right)\right]=28\Leftrightarrow m^2\left(\frac{m^2+24}{4}\right)=28$$

$\Leftrightarrow m^4+24m^2-112=0\Leftrightarrow m^2=4\Leftrightarrow m=\pm 2$

Vậy tích các giá trị của m bằng -4.

Câu 49. Cho hàm số $y=f(x)=ax^4+bx^2+c$ với $a\neq 0$. Biết $\min\limits_{(-\infty;0)}f(x)=f(-\sqrt{2})$. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên $(1;3)$ bằng.

A. $\min\limits_{(1;3)}f(x)=c-4a$. **B.** $\min\limits_{(1;3)}f(x)=12a+c$.

C. $\min\limits_{(1;3)}f(x)=c-4b$. **D.** $\min\limits_{(1;3)}f(x)=c+4b$.

Lời giải

Ta có hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ và $f'(x)=4ax^3+2bx=2x(2ax^2+b)$; $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\ x^2=\dfrac{-b}{2a}\end{array}\right.$.

Do hàm số đã cho là hàm số chẵn nên có đồ thị hàm số đối xứng qua trục tung, theo tính chất hàm trùng phương ta được

$$\min\limits_{(-\infty;0)}f(x)=f(-\sqrt{2})\longrightarrow\begin{cases}\min\limits_{(1;3)}f(x)=f(\sqrt{2})\\ \dfrac{-b}{2a}=2\end{cases}.$$

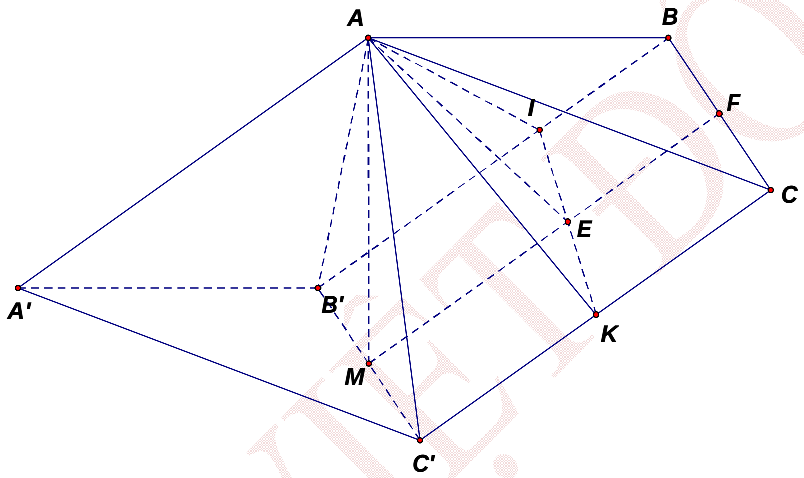
Suy ra $\begin{cases} \min\limits_{(1;3)} f(x) = f\left(\sqrt{2}\right) = 4a + 2b + c \\ b = -4a \end{cases} \Rightarrow \min\limits_{(1;3)} f(x) = f\left(\sqrt{2}\right) = c - 4a$.

Vậy $\min\limits_{(1;3)} f(x) = f\left(\sqrt{2}\right) = c - 4a$.

Câu 50. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$, khoảng cách từ C đến BB' là $\sqrt{5}$, khoảng cách từ A đến BB' và CC' lần lượt là $1; 2$. Hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng $A'B'C'$ là trung điểm M của $B'C'$, $A'M = \dfrac{\sqrt{15}}{3}$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\dfrac{\sqrt{15}}{3}$. **B.** $\dfrac{2\sqrt{5}}{3}$. **C.** $\sqrt{5}$. **D.** $\dfrac{2\sqrt{15}}{3}$.

Lời giải



Kẻ $AI \perp BB'$, $AK \perp CC'$

Vì khoảng cách từ A đến BB' và CC' lần lượt là $1; 2$ nên $AI = 1$, $AK = 2$.

Gọi F là trung điểm của $BC \Rightarrow A'M = AF = \dfrac{\sqrt{15}}{3}$.

Ta có $\begin{cases} AI \perp BB' \\ BB' \perp AK \end{cases} \Rightarrow BB' \perp (AIK) \Rightarrow BB' \perp IK$.

Vì $CC' \parallel BB' \Rightarrow d(C, BB') = d(K, BB') = IK = \sqrt{5} \Rightarrow \Delta AIK$ vuông tại A. Gọi E là trung điểm của IK

$\Rightarrow EF \parallel BB' \Rightarrow EF \perp (AIK) \Rightarrow EF \perp AE$. Lại có $AM \perp (ABC)$. Do đó góc giữa hai mặt phẳng (ABC)

và (AIK) là góc giữa EF và AM bằng góc $\widehat{AME} = \widehat{FAE}$. Ta có $\cos\widehat{FAE} = \dfrac{AE}{AF} = \dfrac{\frac{\sqrt{5}}{2}}{\frac{\sqrt{15}}{3}} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$\Rightarrow \widehat{FAE} = 30^\circ$.

Hình chiếu vuông góc của tam giác ABC lên mặt phẳng (AIK) là ΔAIK nên ta có:

$S_{AIK} = S_{ABC}\cos\widehat{EAF} \Rightarrow 1 = S_{ABC}\dfrac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \dfrac{2}{\sqrt{3}} = S_{ABC}$. Xét ΔAMF vuông tại A:

$\tan\widehat{AMF} = \dfrac{AF}{AM}$

$\Rightarrow AM = \dfrac{\dfrac{\sqrt{15}}{3}}{\dfrac{\sqrt{3}}{3}} \Rightarrow AM = \sqrt{5}$. Vậy $V_{ABC.A'B'C'} = \sqrt{5}.\dfrac{2}{\sqrt{3}} = \dfrac{2\sqrt{15}}{3}$.

ĐỀ 29

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KỲ I

Môn: TOÁN - Lớp 12

Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đạo hàm trên khoảng $\left(a;b\right)$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng $\left(a;b\right)$ khi và chỉ khi $f'(x)<0,\ \forall x\in\left(a;b\right)$.

B. Nếu $f'(x)<0,\ \forall x\in\left(a;b\right)$ thì hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng $\left(a;b\right)$.

C. Nếu $f'(x)\le 0\ \forall x\in\left(a;b\right)$ thì hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng $\left(a;b\right)$.

D. Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng $\left(a;b\right)$ khi và chỉ khi $f'(x)\le 0,\ \forall x\in\left(a;b\right)$.

Câu 2. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	-1	$\searrow$	$-\infty$ ‖ $+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số $y=f\left(x\right)$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $\left(-2;0\right)$. **B.** $\left(0;4\right)$. **C.** $\left(-2;2\right)$. **D.** $\left(-\infty;1\right)$.

Câu 3. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'\left(x\right)=\left(1-x\right)^2\left(x+1\right)^3\left(3-x\right)$. Hàm số $y=f\left(x\right)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(-\infty;1\right)$. **B.** $\left(-\infty;-1\right)$. **C.** $\left(1;3\right)$. **D.** $\left(3;+\infty\right)$.

Câu 4 Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=-x^3-6x^2+\left(4m-9\right)x+4$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$ là

A. $\left(-\infty;0\right]$. **B.** $\left[\dfrac{-3}{4};+\infty\right)$. **C.** $\left(-\infty;\dfrac{-3}{4}\right]$. **D.** $\left[0;+\infty\right)$.

Câu 5. Cho hàm số $y=\dfrac{mx-4}{x-m}$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $\left(0;+\infty\right)$?

A. 2. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 4.

Câu 6. Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m để hàm số $y=mx^4+1$ đồng biến trên khoảng $\left(-\infty;0\right)$ và nghịch biến trên khoảng $\left(0;+\infty\right)$.

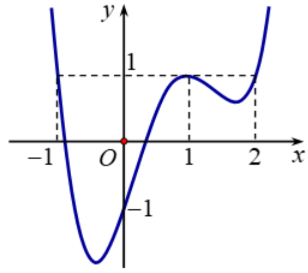
A. $m>0$. **B.** $m<1$. **C.** $m<0$. **D.** $m>1$.

Câu 7. Tìm tất cả các giá trị thực của m để hàm số $y=\dfrac{2\cos x+3}{2\cos x-m}$ nghịch biến trên khoảng $\left(0;\dfrac{\pi}{3}\right)$.

A. $m\in\left(-3;+\infty\right)$. **B.** $m\in\left(-\infty;-3\right]\cup\left[2;+\infty\right)$.

C. $m\in\left(-\infty;-3\right)$. **D.** $m\in\left(-3;1\right]\cup\left[2;+\infty\right)$.

Câu 8. Cho hàm số $f(x)$ xác định và liên tục trên tập số thực $\mathbb{R}$ và có đồ thị $f'(x)$ như hình sau



Đặt $g(x) = f(x) - x$, hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng

A. $(1;+\infty)$. **B.** $(-1;2)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-1)$.

Câu 9. Tìm giá trị cực tiểu của hàm số $y = f(x) = x^{2022}(2022x - 2023)$.

A. 0. **B.** 2022. **C.** –1. **D.** 1.

Câu 10. Biết rằng hàm số $y = x^4 + bx^2 + c$ $(b, c \in \mathbb{R})$ có ba điểm cực trị. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau.

A. $c < 0$. **B.** $b < 0$. **C.** $b > 0$. **D.** $c > 0$.

Câu 11. Cho hàm số $y = x^3 - x^2 - x + 1$ có đồ thị (C). Phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của (C) có phương trình là

A. $y = \frac{8}{9}x + \frac{1}{9}$ **B.** $y = -\frac{8}{9}x - \frac{8}{9}$ **C.** $y = -\frac{8}{9}x + \frac{1}{9}$ **D.** $y = -\frac{8}{9}x + \frac{8}{9}$

Câu 12. Biết rằng đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - x + 1}{x - 1}$ có 2 điểm cực trị A, B. Trong các điểm dưới đây, điểm nào thuộc đường thẳng AB ?

A. $M(-2;5)$ **D.** $N(1;1)$ **C.** $P(3;-5)$ **D.** $Q(-3;-5)$

Câu 13. Cho hàm số $y = x^4 - 2(m-1)x^2 + 1$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số có ba điểm cực trị lập thành một tam giác vuông.

A. $m = -1$. **B.** $m = 0$. **C.** $m = 1$. **D.** $m = 2$.

Câu 14. Giá trị nhỏ nhất của hàm số có bảng biến thiên sau trên đoạn $[-2;3]$ là:

x	-2		-1		1		3
y'		+	0	−	0	+	
y	0	↗	1	↘	−3	↗	7

A. $\min\limits_{[-2;3]} y = 0$. **B.** $\min\limits_{[-2;3]} y = -3$. **C.** $\min\limits_{[-2;3]} y = 1$. **D.** $\min\limits_{[-2;3]} y = 7$.

Câu 15. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{2x+3}{x+2}$ trên đoạn $[-1;1]$. Tính $M + 2m$?

A. $\frac{2}{3}$. **B.** $\frac{8}{3}$. **C.** $\frac{11}{3}$. **D.** $\frac{17}{3}$.

Câu 16. Gọi m, M lần lượt là giá trị nhỏ nhất, giá trị lớn nhất của hàm số $f\left(x\right)=2x+\cos\dfrac{\pi x}{2}$ trên đoạn $\left[-2;2\right]$. Giá trị của $m+M$ bằng

A. 2. **B.** -2. **C.** 0. **D.** -4.

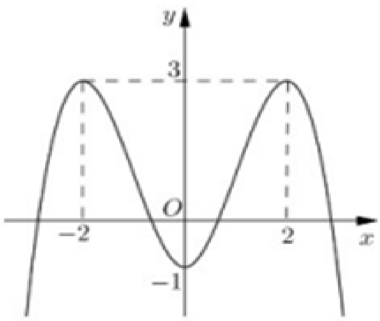
Câu 17. Một chất điểm chuyển động thẳng với quãng đường biến thiên theo thời gian bởi quy luật $s\left(t\right)=t^3-4t^2+12$ (m), trong đó t (s) là khoảng thời gian tính từ lúc bắt đầu chuyển động. Vận tốc của chất điểm đó đạt giá trị bé nhất khi t bằng bao nhiêu?

A. 2 (s). **B.** $\dfrac{8}{3}$ (s). **C.** 0 (s). **D.** $\dfrac{4}{3}$ (s).

Câu 18. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{x+1}$ có phương trình là

A. $y=1$. **B.** $x=1$. **C.** $x=-1$. **D.** $y=-1$.

Câu 19. Đường cong sau là đồ thị hàm số nào dưới đây?



A. $y=-x^3+3x^2-1$. **B.** $y=-\left|x\right|^3+3x^2-1$. **C.** $y=-x^4+8x^2-1$. **D.** $y=-x^4-8x^2-1$.

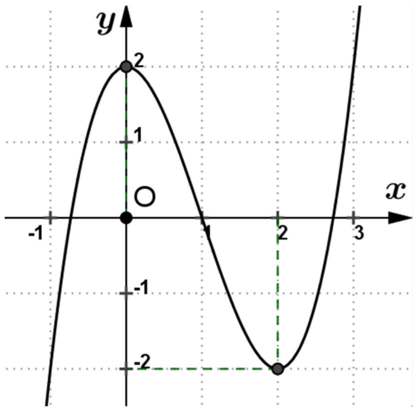
Câu 20. Cho hàm số $y=\dfrac{ax-1}{bx-c}$ $\left(a,b,c\in\mathbb{R}\right)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		3		$+\infty$
y'		$+$	$\Vert$	$+$	
y	2	$\nearrow$	$+\infty \;\Vert\; -\infty$	$\nearrow$	2

Trong các số a,b,c có bao nhiêu số dương?

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 21. Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ. Tính $S=a+b$.



A. $S=-1$. **B.** $S=1$. **C.** $S=-2$. **D.** $S=0$.

Câu 22. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x^3-3x^2+3m-1=0$ có ba nghiệm phân biệt trong đó có đúng hai nghiệm lớn hơn 1.

A. $\frac{1}{3}<m<\frac{5}{3}$. **B.** $1<m<\frac{5}{3}$. **C.** $2<m<\frac{7}{3}$. **D.** $-2<m<\frac{4}{3}$.

Câu 23. Cho hàm số $y=x^3-3x+2$ có đồ thị (C). Gọi d là đường thẳng đi qua $A(3;20)$ và có hệ số góc m. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng d cắt (C) tại 3 điểm phân biệt.

A. $m\neq 24$. **B.** $m>\frac{15}{4}$, $m\neq 24$. **C.** $m<\frac{15}{4}$. **D.** $m\geq\frac{15}{4}$.

Câu 24. Viết biểu thức $\sqrt{\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt[4]{8}}}$ về dạng 2^x và biểu thức $\frac{2\sqrt{8}}{\sqrt[3]{4}}$ về dạng 2^y. Tính giá trị của biểu thức x^2+y^2.

A. $\frac{2017}{567}$. **B.** $\frac{11}{6}$. **C.** $\frac{53}{24}$. **D.** $\frac{2017}{576}$.

Câu 25. Cho x, y là hai số thực dương thoả mãn $\frac{x}{y}=2$. Biết giá trị của biểu thức $T=\log_{49}x^4-\log_7 y^2$ có dạng $\log_7 a$. Tính a^2-2a.

A. 0. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 8.

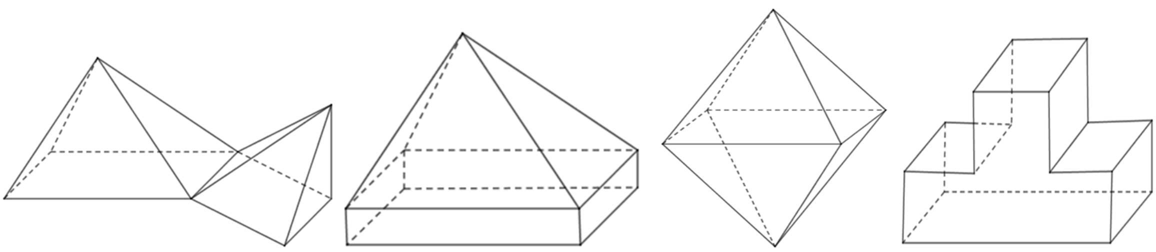
Câu 26. Gọi $\log_{13}2=a$, giá trị của $\log_4 52$ là

A. $1+a$. **B.** $\frac{a+2}{2}$. **C.** $\frac{3a-2}{3}$. **D.** $\frac{2a+1}{2a}$.

Câu 27. Tập xác định D của hàm số $y=(x-2)^{\frac{2}{5}}$ là tập nào sau đây?

A. $D=\mathbb{R}$. **B.** $D=(2;+\infty)$. **C.** $D=\mathbb{R}\setminus\{2\}$. **D.** $D=(-\infty;2)$.

Câu 28. Trong các hình sau có bao nhiêu hình là hình đa diện lồi ?



A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 29. Hình lăng trụ tam giác đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. Bốn **B.** Ba. **C.** Hai. **D.** Năm.

Câu 30. Cho tứ diện $ABCD$ có AB, AC, AD đôi một vuông góc và $AB = AC = 2AD = 2a$. Tính thể tích khối tứ diện $ABCD$.

A. $4a^3$. **B.** $\frac{4a^3}{3}$. **C.** $\frac{2a^3}{3}$. **D.** $\frac{a^3}{3}$.

Câu 31. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A. Biết ΔSAB là tam giác đều và thuộc mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng (ABC). Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABC$ biết $AB = a$, $AC = a\sqrt{3}$

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. **B.** $\frac{a^3}{4}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$.

Câu 32. Cho một hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng $2a$ và cạnh bên tạo với mặt đáy một góc 45^0. Thể tích khối chóp là :

A. $2a^3\sqrt{2}$ **B.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{8}$ **C.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$ **D.** $\frac{4a^3\sqrt{2}}{3}$

Câu 33. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, cạnh bên $AA' = a\sqrt{2}$. Thể tích của khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $\frac{3a^3}{4}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$.

Câu 34. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, cạnh bên $AA' = \frac{3a}{2}$. Biết hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng (ABC) là trung điểm của đoạn thẳng BC. Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. a^3. **B.** $\frac{3a^3\sqrt{2}}{8}$. **C.** $\frac{2a^3}{3}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$.

Câu 35. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi E, F lần lượt là trung điểm của SB, SD. Tỉ số $\frac{V_{S.AEF}}{V_{S.ABCD}}$ bằng:

A. $\frac{1}{4}$. **B.** $\frac{3}{8}$. **C.** $\frac{1}{8}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

II. PHẦN TỰ LUẬN

Câu 36. Cho hàm số $f(x) = x^3 - x^2 + x$. Tìm m để phương trình $f(\sin^{2022} x) - f(\cos^{2022} x) = m$ vô nghiệm.

Câu 37. Rút gọn biểu thức $T = 4(a-b)^{-1}.(ab)^{\frac{1}{2}}.\left[\frac{1}{4}\left(\sqrt{\frac{a}{b}}+\sqrt{\frac{b}{a}}\right)^2 - 1\right]^{\frac{1}{2}}$ với $a > 0$, $b > 0$ và $a > b$.

Câu 38. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = (3 - x^2)^{\frac{2}{3}}$.

Câu 39. Cho khối chóp $S.ABC$ có ABC là tam giác đều cạnh a. Tam giác SAB là tam giác vuông tại S. Các cạnh bên SA, SB, SC có thể thay đổi. Tính thể tích lớn nhất của khối chóp $S.ABC$.

☙ HẾT ❧

BẢNG ĐÁP ÁN

1.B	2.A	3.C	4.C	5.A	6.C	7.C	8.B	9.C	10.B
11.D	12.D	13.D	14.B	15.C	16.B	17.D	18.A	19.B	20.D
21.C	22.B	23.B	24.D	25.D	26.D	27.B	28.B	29.A	30.C
31.B	32.D	33.B	34.B	35.C					

LỜI GIẢI CHI TIẾT

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên khoảng $(a;b)$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(a;b)$ khi và chỉ khi $f'(x) < 0,\ \forall x \in (a;b)$.

B. Nếu $f'(x) < 0,\ \forall x \in (a;b)$ thì hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(a;b)$.

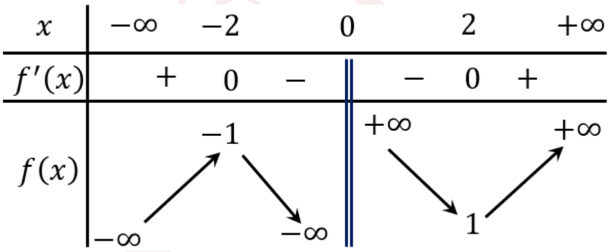
C. Nếu $f'(x) \le 0\ \forall x \in (a;b)$ thì hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(a;b)$.

D. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(a;b)$ khi và chỉ khi $f'(x) \le 0,\ \forall x \in (a;b)$.

Lời giải

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên khoảng $(a;b)$. Nếu $f'(x) < 0,\ \forall x \in (a;b)$ thì hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(a;b)$.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(-2;0)$. **B.** $(0;4)$. **C.** $(-2;2)$. **D.** $(-\infty;1)$.

Lời giải

Từ bảng biến thiên ta có hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-2;0)$ và $(0;2)$.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x) = (1-x)^2(x+1)^3(3-x)$. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;1)$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $(1;3)$. **D.** $(3;+\infty)$.

Lời giải

Ta có: $f'(x) = 0 \Leftrightarrow (1-x)^2(x+1)^3(3-x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = -1 \\ x = 3 \end{array}\right.$.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$		-1		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	

Dựa vào bảng biến thiên hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng $(-1;3)$.

Câu 4 Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=-x^3-6x^2+(4m-9)x+4$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$ là

A. $(-\infty;0]$. **B.** $\left[\frac{-3}{4};+\infty\right)$. **C.** $\left(-\infty;\frac{-3}{4}\right]$. **D.** $[0;+\infty)$.

Lời giải

Ta có $y'=-3x^2-12x+4m-9$.

Hàm số y nghịch biến trên khoảng $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $y'\le 0;\forall x\in\mathbb{R}$.

$\Leftrightarrow \Delta'\le 0 \Leftrightarrow 12m+9\le 0 \Leftrightarrow m\le -\frac{3}{4} \Leftrightarrow m\in\left(-\infty;-\frac{3}{4}\right]$.

Câu 5. Cho hàm số $y=\frac{mx-4}{x-m}$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$?

A. 2. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 4.

Lời giải

Ta có tập xác định của hàm số $D=\mathbb{R}\backslash\{m\}$ và $y'=\frac{-m^2+4}{(x-m)^2},\forall x\ne m$.

Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)\Leftrightarrow\begin{cases}-m^2+4>0\\ m\notin(0;+\infty)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-2<m<2\\ m\le 0\end{cases}$

$\Leftrightarrow -2<m\le 0$.

Do $m\in\mathbb{Z}\Rightarrow m\in\{-1;0\}$ nên có 2 giá trị nguyên thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 6. Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m để hàm số $y=mx^4+1$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;0)$ và nghịch biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

A. $m>0$. **B.** $m<1$. **C.** $m<0$. **D.** $m>1$.

Lời giải

Nếu $m=0$ thì $y=1$ là hàm hằng nên không thỏa yêu cầu bài toán.

Nếu $m\ne 0$ thì $y'=4mx^3$ nên $y'=0\Leftrightarrow x=0$.

Do đó hàm số $y=mx^4+1$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;0)$ và nghịch biến trên khoảng $(0;+\infty)$ khi và chỉ khi $m<0$.

Câu 7. Tìm tất cả các giá trị thực của m để hàm số $y=\frac{2\cos x+3}{2\cos x-m}$ nghịch biến trên khoảng $\left(0;\frac{\pi}{3}\right)$.

A. $m\in(-3;+\infty)$. **B.** $m\in(-\infty;-3]\cup[2;+\infty)$.

C. $m\in(-\infty;-3)$. **D.** $m\in(-3;1]\cup[2;+\infty)$.

Lời giải

Đặt $t=\cos x$, với $x\in\left(0;\frac{\pi}{3}\right)\Rightarrow t\in\left(\frac{1}{2};1\right)$.

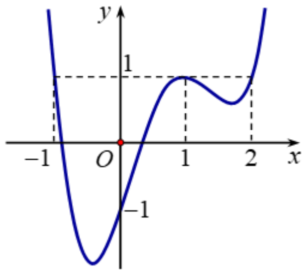
Hàm số trở thành $y(t)=\dfrac{2t+3}{2t-m}\Rightarrow y'(t)=\dfrac{-2m-6}{(2t-m)^2}$.

Ta có $t'=-\sin x<0,\ \forall x\in\left(0;\dfrac{\pi}{3}\right)$, do đó $t=\cos x$ nghịch biến trên $\left(0;\dfrac{\pi}{3}\right)$.

Do đó YCBT $\Leftrightarrow y(t)$ đồng biến trên khoảng $\left(\dfrac{1}{2};1\right)\Leftrightarrow y'(t)>0,\ \forall t\in\left(\dfrac{1}{2};1\right)$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}-2m-6>0\\2t-m\neq 0\end{cases},\ \forall t\in\left(\dfrac{1}{2};1\right)\Leftrightarrow\begin{cases}m<-3\\m\neq 2t\end{cases},\ \forall t\in\left(\dfrac{1}{2};1\right)\Leftrightarrow\begin{cases}m<-3\\m\notin(1;2)\end{cases}\Leftrightarrow m<-3.$$

Câu 8. Cho hàm số $f(x)$ xác định và liên tục trên tập số thực $\mathbb{R}$ và có đồ thị $f'(x)$ như hình sau



Đặt $g(x)=f(x)-x$, hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng

A. $(1;+\infty)$. **B.** $(-1;2)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-1)$.

Lời giải

Ta có $g'(x)=f'(x)-1=0\Leftrightarrow f'(x)=1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=1\\x=2\end{array}\right.$.

Bảng xét dấu

x	$-\infty$		-1		1		2		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	

Dựa vào bảng xét dấu ta thấy hàm số $y=g(x)$ nghịch biến trên $(-1;2)$.

Câu 9. Tìm giá trị cực tiểu của hàm số $y=f(x)=x^{2022}(2022x-2023)$.

A. 0. **B.** 2022. **C.** –1. **D.** 1.

Lời giải

Xét hàm số $f(x)=x^{2022}(2022x-2023)$ có:

+ TXĐ: $D=\mathbb{R}$.

+ $f'(x)=2022x^{2021}(2022x-2023)+2022x^{2022}=2022.2023(x-1)x^{2021}$.

$f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\end{array}\right.$.

+ $\lim\limits_{x\to\pm\infty}f(x)=\pm\infty$.

+ Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	0	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên suy ra giá trị cực tiểu của hàm số đã cho là $y_{CT} = -1$.

Câu 10. Biết rằng hàm số $y = x^4 + bx^2 + c$ $(b, c \in \mathbb{R})$ có ba điểm cực trị. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau.

A. $c < 0$. **B.** $b < 0$. **C.** $b > 0$. **D.** $c > 0$.

Lời giải

Hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ $(a \neq 0)$ có ba điểm cực trị $\Leftrightarrow ab < 0$.

Vì $a = 1 > 0$ nên suy ra $b < 0$.

Câu 11. Cho hàm số $y = x^3 - x^2 - x + 1$ có đồ thị (C). Phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của (C) có phương trình là

A. $y = \frac{8}{9}x + \frac{1}{9}$ **B.** $y = -\frac{8}{9}x - \frac{8}{9}$ **C.** $y = -\frac{8}{9}x + \frac{1}{9}$ **D.** $y = -\frac{8}{9}x + \frac{8}{9}$

Lời giải

Ta có: $y' = 3x^2 - 2x - 1 \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = -\frac{1}{3} \end{array}\right.$.

Suy ra tọa độ các điểm cực trị là: $A(1;0); B\left(-\frac{1}{3}; \frac{32}{27}\right)$.

Vì $\overrightarrow{AB}\left(-\frac{4}{3}; \frac{32}{27}\right)$ nên đường thẳng AB có một VTPT là $\vec{n} = (8;9)$.

Do đó đường thẳng đi qua hai điểm cực trị có phương trình: $8(x-1) + 9(y-0) = 0 \Leftrightarrow y = -\frac{8}{9}x + \frac{8}{9}$

Câu 12. Biết rằng đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - x + 1}{x - 1}$ có 2 điểm cực trị A, B. Trong các điểm dưới đây, điểm nào thuộc đường thẳng AB ?

A. $M(-2;5)$ **D.** $N(1;1)$ **C.** $P(3;-5)$ **D.** $Q(-3;-5)$

Lời giải

Cách 1:

Ta có $y' = \frac{x^2 - 2x}{(x-1)^2}; y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \Rightarrow y = -1 \\ x = 2 \Rightarrow y = 3 \end{array}\right. \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} A(0;-1) \\ B(2;3) \end{array}\right. \Rightarrow AB: y = 2x - 1$.

Trong các phương án đưa ra chỉ có điểm $N \in AB$.

Cách 2: (**dùng công thức giải nhanh**): Nếu $y = \frac{P(x)}{Q(x)} = \frac{ax^2 + bx + c}{px + q}$ thì $y = \frac{P'(x)}{Q'(x)} = \frac{2ax + b}{p}$ là phương trình qua cực đại cực tiểu của hàm số $y = \frac{P(x)}{Q(x)}$.

Ta có phương trình đường thẳng AB là: $y=\frac{2a}{p}x+\frac{b}{p}\to y=2x-1$ đi qua điểm $N\left(1;1\right)$.

Câu 13. Cho hàm số $y=x^4-2(m-1)x^2+1$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số có ba điểm cực trị lập thành một tam giác vuông.

A. $m=-1$. **B.** $m=0$. **C.** $m=1$. **D.** $m=2$.

Lời giải

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

$y'=4x^3-4(m-1)x=4x(x^2-m+1)$; $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x^2=m-1\end{array}\right.$.

Đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị $\Leftrightarrow y'=0$ có ba nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m-1>0\Leftrightarrow m>1$. (*)

Khi đó các điểm cực trị của đồ thị là: $A(0;1)$, $B(\sqrt{m-1};2m-m^2)$, $C(-\sqrt{m-1};2m-m^2)$;

$\overrightarrow{AB}=(\sqrt{m-1};2m-m^2-1)$, $\overrightarrow{AC}=(-\sqrt{m-1};2m-m^2-1)$.

Hàm số đã cho là hàm số chẵn nên đồ thị hàm số nhận Oy làm trục đối xứng, suy ra ΔABC cân tại A.

Do đó kết hợp với yêu cầu bài toán thì ΔABC phải vuông tại A, suy ra : $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=0$.

$\Leftrightarrow -(m-1)+(2m-m^2-1)^2=0\Leftrightarrow (m-1)^4-(m-1)=0\Leftrightarrow (m-1)\left[(m-1)^3-1\right]=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=1\\m=2\end{array}\right.$.

Câu 14. Giá trị nhỏ nhất của hàm số có bảng biến thiên sau trên đoạn $\left[-2;3\right]$ là:

x	-2		-1		1		3
y'		+	0	−	0	+	
y	0	↗	1	↘	−3	↗	7

A. $\min\limits_{[-2;3]}y=0$. **B.** $\min\limits_{[-2;3]}y=-3$. **C.** $\min\limits_{[-2;3]}y=1$. **D.** $\min\limits_{[-2;3]}y=7$.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy trên khoảng $\left[-2;3\right]$, giá trị nhỏ nhất của hàm số là $y=-3$

Câu 15. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\frac{2x+3}{x+2}$ trên đoạn $\left[-1;1\right]$. Tính $M+2m$?

A. $\frac{2}{3}$. **B.** $\frac{8}{3}$. **C.** $\frac{11}{3}$. **D.** $\frac{17}{3}$.

Lời giải

Hàm số $y=f\left(x\right)=\frac{2x+3}{x+2}$ liên tục trên $\left[-1;1\right]$.

$y'=\frac{1}{\left(x+2\right)^2}>0\ \forall x\in\left[-1;1\right]$.

$f\left(-1\right)=1$; $f\left(1\right)=\frac{5}{3}$.

$\Rightarrow M=\max\limits_{[-1;1]}f\left(x\right)=\frac{5}{3}$; $m=\min\limits_{[-1;1]}f\left(x\right)=1$.

Vậy $M+2m=\frac{5}{3}+2.1=\frac{11}{3}$.

Câu 16. Gọi m , M lần lượt là giá trị nhỏ nhất, giá trị lớn nhất của hàm số $f\left(x\right)=2x+\cos\frac{\pi x}{2}$ trên đoạn $\left[-2;2\right]$. Giá trị của $m+M$ bằng

A. 2. **<u>B.</u>** -2. **C.** 0. **D.** -4.

Lời giải

$f'\left(x\right)=2-\frac{\pi}{2}\sin\frac{\pi x}{2}$;

Vì $-\frac{\pi}{2}\le-\frac{\pi}{2}\sin\frac{\pi x}{2}\le\frac{\pi}{2}\Leftrightarrow 0<2-\frac{\pi}{2}\le 2-\frac{\pi}{2}\sin\frac{\pi x}{2}\le 2+\frac{\pi}{2}\Rightarrow f'\left(x\right)>0,\ \forall x\in\left[-2;2\right]$.

$\Rightarrow f\left(-2\right)\le f\left(x\right)\le f\left(2\right)$.

Hay ta có $m=\min\limits_{[-2;2]} f\left(x\right)=f\left(-2\right)=-5$; $M=\max\limits_{[-2;2]} f\left(x\right)=f\left(2\right)=3$.

Vậy $M+m=3-5=-2$.

Câu 17. Một chất điểm chuyển động thẳng với quãng đường biến thiên theo thời gian bởi quy luật $s\left(t\right)=t^3-4t^2+12$ (m), trong đó t (s) là khoảng thời gian tính từ lúc bắt đầu chuyển động. Vận tốc của chất điểm đó đạt giá trị bé nhất khi t bằng bao nhiêu?

A. 2 (s). **B.** $\frac{8}{3}$ (s). **C.** 0 (s). **<u>D.</u>** $\frac{4}{3}$ (s).

Lời giải

Ta có : $v\left(t\right)=s'\left(t\right)=3t^2-8t$.

$v'\left(t\right)=6t-8$. Có $v'\left(t\right)=0\Leftrightarrow t=\frac{4}{3}$.

t	0		$\frac{4}{3}$		$+\infty$
v'		$-$	0	$+$	
v	0	$\searrow$	$-\frac{16}{3}$	$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta có $\min\limits_{[0;+\infty)} v=v\left(\frac{4}{3}\right)=-\frac{16}{3}$.

Vậy vận tốc của chất điểm đó đạt giá trị bé nhất khi $t=\frac{4}{3}$.

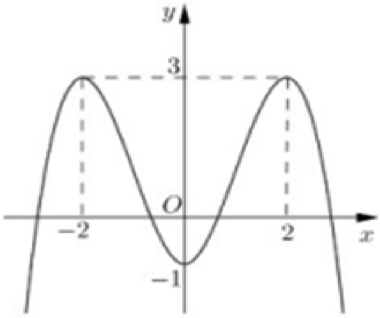
Câu 18. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{x-1}{x+1}$ có phương trình là

<u>A.</u> $y=1$. **B.** $x=1$. **C.** $x=-1$. **D.** $y=-1$.

Lời giải

Ta có: $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y = \lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{x-1}{x+1} = \lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{1-\dfrac{1}{x}}{1+\dfrac{1}{x}} = 1$ nên $y=1$ là tiệm cận ngang.

Câu 19. Đường cong sau là đồ thị hàm số nào dưới đây?



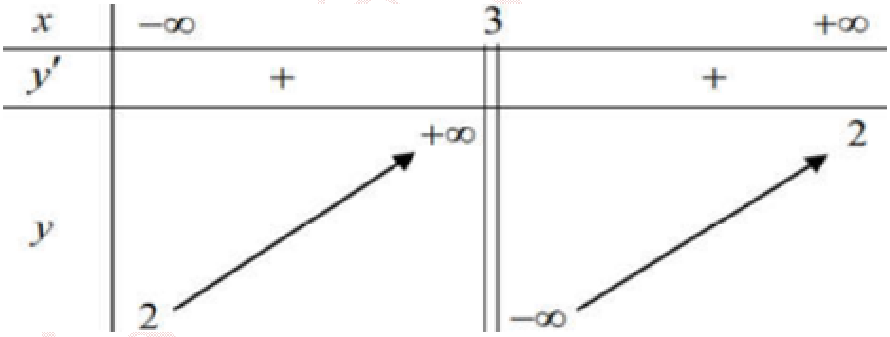
A. $y=-x^3+3x^2-1$. **B.** $y=-|x|^3+3x^2-1$. **C.** $y=-x^4+8x^2-1$. **D.** $y=-x^4-8x^2-1$.

Lời giải

Đồ thị hàm số có 3 cực trị nên loại đáp án **A** và **D**.

Thay tọa độ điểm $(2;3)$ vào hai đáp án **B** và **C**. Ta thấy đáp án **B** thỏa mãn.

Câu 20. Cho hàm số $y=\dfrac{ax-1}{bx-c}$ $(a,b,c\in\mathbb{R})$ có bảng biến thiên như sau



Trong các số a,b,c có bao nhiêu số dương?

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

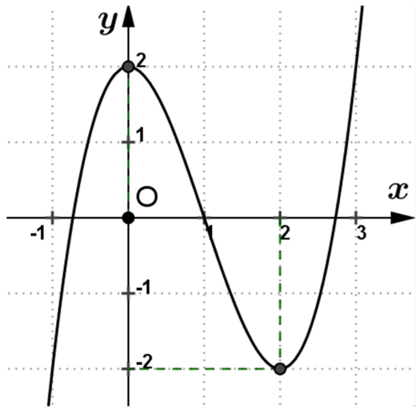
Dựa vào bảng biến thiên suy ra đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=3 \Leftrightarrow \dfrac{c}{b}=3 \Rightarrow c=3b$.

Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y=2 \Leftrightarrow \dfrac{a}{b}=2 \Rightarrow a=2b$.

Khi $x=0 \Rightarrow y=\dfrac{1}{c}>2 \Rightarrow c>0$. Mà $\begin{cases} c=3b \\ a=2b \end{cases}$ nên $a,b>0$.

Vậy $a,b,c>0$ nên có 3 số dương.

Câu 21. Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ. Tính $S=a+b$.



A. $S=-1.$ **B.** $S=1.$ **C.** $S=-2.$ **D.** $S=0.$

Lời giải

Ta có: $y'=3ax^2+2bx+c.$

Từ đồ thị, ta thấy:

Hàm số đạt cực trị tại $x=0, x=2$ nên $y'(0)=y'(2)=0$.

Đồ thị đi qua các điểm $(0;2);(1;0)$.

Ta có hệ: $\begin{cases} y'(0)=c=0 \\ y'(2)=12a+4b+c=0 \\ y(0)=d=2 \\ y(1)=a+b+c+d=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=-3 \\ c=0 \\ d=2 \end{cases}$. Suy ra: $S=a+b=-2$.

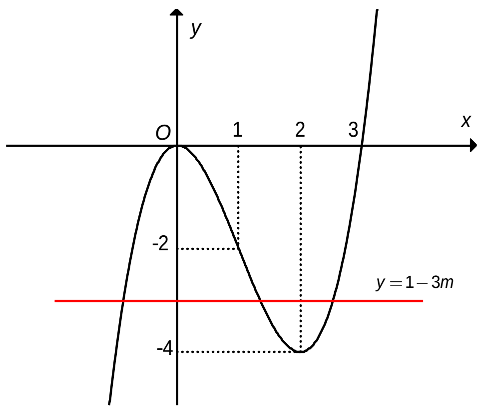
Câu 22. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x^3-3x^2+3m-1=0$ có ba nghiệm phân biệt trong đó có đúng hai nghiệm lớn hơn 1.

A. $\frac{1}{3}<m<\frac{5}{3}.$ **B.** $1<m<\frac{5}{3}.$ **C.** $2<m<\frac{7}{3}.$ **D.** $-2<m<\frac{4}{3}.$

Lời giải

Phương trình $\Leftrightarrow x^3-3x^2=1-3m$.

Khảo sát và vẽ đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2$, ta được:



Dựa vào đồ thị, ta thấy để phương trình có ba nghiệm phân biệt trong đó có đúng hai nghiệm lớn hơn 1 thì: $-4<1-3m<-2 \Leftrightarrow 1<m<\frac{5}{3}.$

Vậy $1<m<\frac{5}{3}.$

Câu 23. Cho hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ có đồ thị (C). Gọi d là đường thẳng đi qua $A(3;20)$ và có hệ số góc m. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng d cắt (C) tại 3 điểm phân biệt.

A. $m \neq 24$. **B.** $m > \dfrac{15}{4}$, $m \neq 24$. **C.** $m < \dfrac{15}{4}$. **D.** $m \geq \dfrac{15}{4}$.

Lời giải

Ta có $d: y = mx + a$. Thay điểm $A(3;20)$ vào ta được: $y = mx + 20 - 3m$.

Xét phương trình hoành độ giao điểm: $x^3 - 3x + 2 = mx + 20 - 3m$

$\Leftrightarrow x^3 - (3+m)x + 3m - 18 = 0$

$\Leftrightarrow (x-3)(x^2 + 3x + 6 - m) = 0$.

Để d cắt đồ thị (C) tại 3 điểm phân biệt thì phương trình hoành độ giao điểm của d và (C) có 3 nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow$ phương trình $x^2 + 3x + 6 - m = 0$ có 2 nghiệm phân biệt khác 3.

Điều kiện: $\begin{cases} \Delta > 0 \\ 24 - m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > \dfrac{15}{4} \\ m \neq 24 \end{cases}$.

Câu 24. Viết biểu thức $\sqrt{\dfrac{2\sqrt{2}}{\sqrt[4]{8}}}$ về dạng 2^x và biểu thức $\dfrac{2\sqrt{8}}{\sqrt[3]{4}}$ về dạng 2^y. Tính giá trị biểu thức $x^2 + y^2$.

A. $\dfrac{2017}{567}$. **B.** $\dfrac{11}{6}$. **C.** $\dfrac{53}{24}$. **D.** $\dfrac{2017}{576}$.

Lời giải

Ta có $\sqrt{\dfrac{2\sqrt{2}}{\sqrt[4]{8}}} = \dfrac{\sqrt{2}.\sqrt[4]{2}}{\sqrt[8]{2^3}} = 2^{\frac{3}{8}} \Rightarrow x = \dfrac{3}{8}$.

Và $\dfrac{2\sqrt{8}}{\sqrt[3]{4}} = \dfrac{2.2^{\frac{3}{2}}}{2^{\frac{2}{3}}} = 2^{\frac{11}{6}} \Rightarrow y = \dfrac{11}{6}$.

Vậy $x^2 + y^2 = \dfrac{2017}{576}$.

Câu 25. Cho x, y là hai số thực dương thoả mãn $\dfrac{x}{y} = 2$. Biết giá trị của biểu thức $T = \log_{49} x^4 - \log_7 y^2$ có dạng $\log_7 a$. Tính $a^2 - 2a$.

A. 0. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 8.

Lời giải

Ta có $T = \log_{49} x^4 - \log_7 y^2 = \log_7 x^2 - \log_7 y^2 = \log_7 \left(\dfrac{x}{y}\right)^2 = \log_7 2^2 = \log_7 4 \Rightarrow a = 4$.

Khi đó $a^2 - 2a = 8$.

Câu 26. Gọi $\log_{13} 2 = a$, giá trị của $\log_4 52$ là

A. $1 + a$. **B.** $\dfrac{a+2}{2}$. **C.** $\dfrac{3a-2}{3}$. **D.** $\dfrac{2a+1}{2a}$.

Lời giải

Ta có $\log_{13}2 = a \Rightarrow \log_2 13 = \frac{1}{a}$

Suy ra $\log_4 52 = \frac{1}{2}\log_2\left(2^2.13\right) = \frac{1}{2}\left(2+\log_2 13\right) = 1 + \frac{1}{2}.\frac{1}{a} = \frac{2a+1}{2a}$.

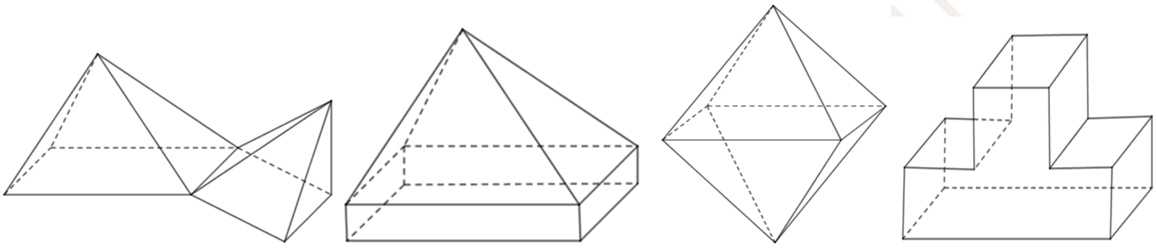
Câu 27. Tập xác định D của hàm số $y = (x-2)^{\frac{2}{5}}$ là tập nào sau đây?

A. $D = \mathbb{R}$. **B.** $D = (2;+\infty)$. **C.** $D = \mathbb{R}\setminus\{2\}$. **D.** $D = (-\infty;2)$.

Lời giải

Do $\frac{2}{5} \notin \mathbb{Z}$ nên hàm số xác định khi $x-2>0 \Leftrightarrow x>2$. Vậy $D = (2;+\infty)$.

Câu 28. Trong các hình sau có bao nhiêu hình là hình đa diện lồi ?



A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

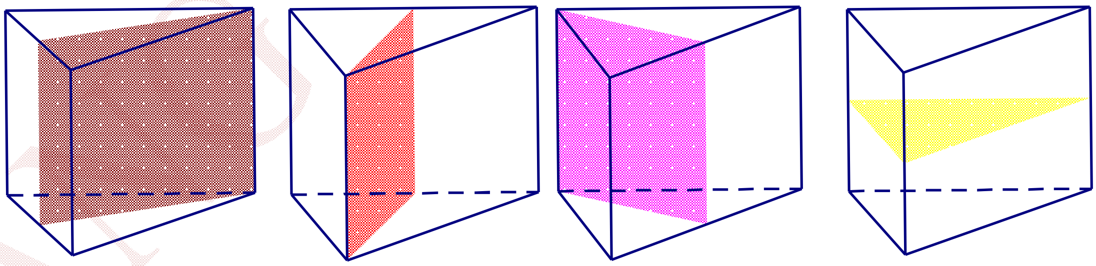
Hình 1 không phải hình đa diện, hình 4 là hình đa diện nhưng không phải là đa diện lồi.

Câu 29. Hình lăng trụ tam giác đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. Bốn **B.** Ba. **C.** Hai. **D.** Năm.

Lời giải

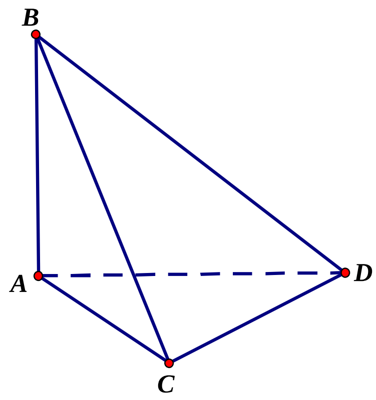
Có 4 mặt đối xứng, trong đó có 3 mặt là 3 mặt phẳng trung trực của các cạnh đáy và một mặt là mặt trung trực của cạnh bên.



Câu 30. Cho tứ diện $ABCD$ có AB, AC, AD đôi một vuông góc và $AB = AC = 2AD = 2a$. Tính thể tích khối tứ diện $ABCD$.

A. $4a^3$. **B.** $\frac{4a^3}{3}$. **C.** $\frac{2a^3}{3}$. **D.** $\frac{a^3}{3}$.

Lời giải

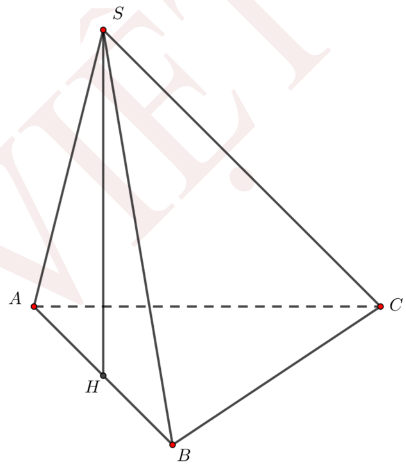


$V_{ABCD}=\frac{1}{3}BA.S_{ACD}=\frac{1}{6}AB.AC.AD=\frac{1}{6}.2a.2a.a=\frac{2a^3}{3}$

Câu 31. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A. Biết ΔSAB là tam giác đều và thuộc mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng (ABC). Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABC$ biết $AB=a$, $AC=a\sqrt{3}$

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. **B.** $\frac{a^3}{4}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$.

Lời giải



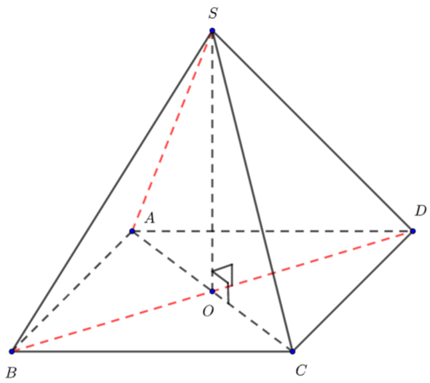
Gọi H là trung điểm của AB, do tam giác SAB đều nên $SH\perp AB$ mà $(SAB)\perp(ABC)$ nên $SH\perp(ABC)$.

Ta có $SH=\frac{a\sqrt{3}}{2}$ và $S_{ABC}=\frac{1}{2}AB.AC=\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$ nên $V_{S.ABC}=\frac{1}{3}SH.S_{ABC}=\frac{1}{3}.\frac{a\sqrt{3}}{2}.\frac{a^2\sqrt{3}}{2}=\frac{a^3}{4}$.

Câu 32. Cho một hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng $2a$ và cạnh bên tạo với mặt đáy một góc 45^0. Thể tích khối chóp là :

A. $2a^3\sqrt{2}$ **B.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{8}$ **C.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$ **D.** $\frac{4a^3\sqrt{2}}{3}$

Lời giải



Gọi hình chóp bài cho là $S.ABCD$ có đáy tâm O và $SO\perp(ABCD)$.

Theo bài có $\widehat{(SD,(ABCD))}=\widehat{SDO}=45^0$

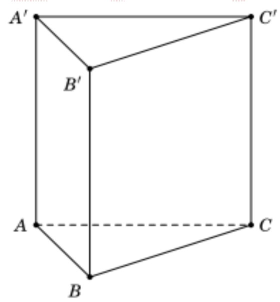
Khi đó $SO=OD=a\sqrt{2}$

Vậy $V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}a\sqrt{2}.(2a)^2=\frac{4\sqrt{2}}{3}a^3$.

Câu 33. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, cạnh bên $AA'=a\sqrt{2}$. Thể tích của khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $\frac{3a^3}{4}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$.

Lời giải



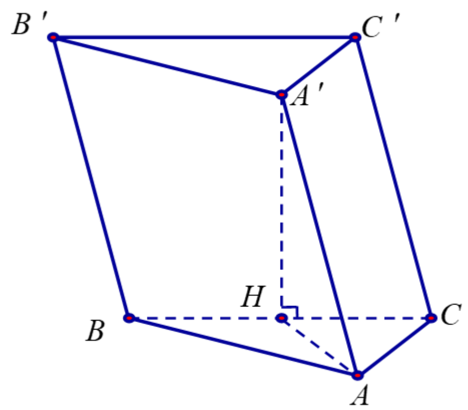
Thể tích của khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ là

$V=Bh=S_{ABC}.AA'=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}.a\sqrt{2}=\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$.

Câu 34. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, cạnh bên $AA'=\frac{3a}{2}$. Biết hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng (ABC) là trung điểm của đoạn thẳng BC. Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. a^3. **B.** $\frac{3a^3\sqrt{2}}{8}$. **C.** $\frac{2a^3}{3}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$.

Lời giải



Gọi H là trung điểm BC. Theo giả thiết, $A'H$ là đường cao của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$

$A'H=\sqrt{AA'^2-AH^2}=\sqrt{\left(\frac{3a}{2}\right)^2-\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2}=\frac{a\sqrt{6}}{2}$.

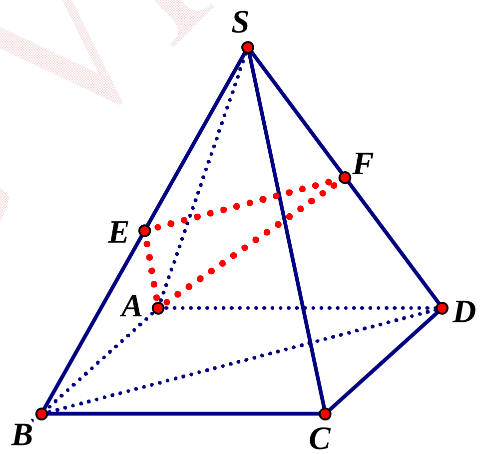
Thể tích khối lăng trụ khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

$V=S_{\Delta ABC}.A'H=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}.\frac{a\sqrt{6}}{2}=\frac{3a^3\sqrt{2}}{8}$.

Câu 35. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi E, F lần lượt là trung điểm của SB, SD. Tỉ số $\frac{V_{S.AEF}}{V_{S.ABCD}}$ bằng:

A. $\frac{1}{4}$. **B.** $\frac{3}{8}$. **<u>C.</u>** $\frac{1}{8}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Lời giải



Áp dụng công thức tỉ số thể tích hình chóp, ta có: $\frac{V_{S.AEF}}{V_{S.ABD}}=\frac{SA}{SA}.\frac{SE}{SB}.\frac{SF}{SC}=\frac{1}{4}$.

Suy ra $V_{S.AEF}=\frac{1}{4}V_{S.ABD}=\frac{1}{4}.\frac{1}{2}.V_{S.ABCD}$.

Vậy $\frac{V_{S.AEF}}{V_{S.ABCD}}=\frac{1}{8}$.

II. PHẦN TỰ LUẬN

Câu 36. Cho hàm số $f(x)=x^3-x^2+x$. Tìm các giá trị của tham số m để phương trình $f\left(\sin^{2022}x\right)-f\left(\cos^{2022}x\right)=m$ vô nghiệm.

Lời giải

Ta có $f'(x)=3x^2-2x+1>0,\forall x\in\mathbb{R}$. Đặt $\sin^2 x=t,t\in[0;1]$.

Như vậy ta sẽ đi tìm m để phương trình $f\left(t^{1011}\right)-f\left((1-t)^{1011}\right)=m$ vô nghiệm. Xét $g(t)=f\left(t^{1011}\right)-f\left((1-t)^{1011}\right)$ với $t\in[0;1]$.

Ta có $g'(t)=1011t^{1010}f'\left(t^{1011}\right)+1011(1-t)^{1010}f'\left((1-t)^{1011}\right)>0$ với $\forall t\in[0;1]$.

Ta có bảng biến thiên.

t	0		1
g'(t)		+	
g(t)	-1	$\nearrow$	1

Từ bảng biến thiên ta suy ra $g(t)$ sẽ có miền giá trị là $[-1;1]$ và từ đây ta thu được $f\left(\sin^{2022}x\right)-f\left(\cos^{2022}x\right)$ sẽ nhận giá trị trong $[-1;1]$.

Suy ra phương trình $f\left(\sin^{2022}x\right)-f\left(\cos^{2022}x\right)=m$ vô nghiệm khi $m\in(-\infty;-1)\cup(1;+\infty)$.

Câu 37. Rút gọn biểu thức $T=4(a-b)^{-1}.(ab)^{\frac{1}{2}}.\left[\frac{1}{4}\left(\sqrt{\frac{a}{b}}+\sqrt{\frac{b}{a}}\right)^2-1\right]^{\frac{1}{2}}$ với $a>0$, $b>0$ và $a>b$.

Lời giải

Do $a>0$, $b>0$ và $a>b$ ta có:

$$T=4(a-b)^{-1}.(ab)^{\frac{1}{2}}.\left[\frac{1}{4}\left(\sqrt{\frac{a}{b}}+\sqrt{\frac{b}{a}}\right)^2-1\right]^{\frac{1}{2}}=\frac{4\sqrt{ab}}{a-b}.\sqrt{\frac{1}{4}\left(\frac{a}{b}+2+\frac{b}{a}\right)-1}=\frac{4\sqrt{ab}}{a-b}.\sqrt{\frac{1}{4}.\frac{(a+b)^2}{ab}-1}$$

$$=\frac{4\sqrt{ab}}{a-b}.\sqrt{\frac{a^2+2ab+b^2-4ab}{4ab}}=\frac{4\sqrt{ab}}{a-b}.\frac{\sqrt{a^2-2ab+b^2}}{2\sqrt{ab}}$$

$$=\frac{2}{a-b}\sqrt{a^2-2ab+b^2}=2.\frac{\sqrt{(a-b)^2}}{a-b}=\frac{2.|a-b|}{a-b}=\frac{2(a-b)}{a-b}=2.$$

Vậy $T=4(a-b)^{-1}.(ab)^{\frac{1}{2}}.\left[\frac{1}{4}\left(\sqrt{\frac{a}{b}}+\sqrt{\frac{b}{a}}\right)^2-1\right]^{\frac{1}{2}}=2$

Câu 38. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=(3-x^2)^{\frac{2}{3}}$.

Lời giải

Xét hàm số $y=(3-x^2)^{\frac{2}{3}}$

Điều kiện: $3-x^2>0 \Leftrightarrow -\sqrt{3}<x<\sqrt{3}$.

+) TXĐ: $D=\left(-\sqrt{3};\sqrt{3}\right)$.

+) Ta có $y'=\frac{2}{3}\left(3-x^2\right)^{-\frac{1}{3}}.(-2x)=-\frac{4}{3}x.\left(3-x^2\right)^{-\frac{1}{3}}$.

$y'=0 \Leftrightarrow -\frac{4}{3}x.\left(3-x^2\right)^{-\frac{1}{3}}=0 \Leftrightarrow x=0.$

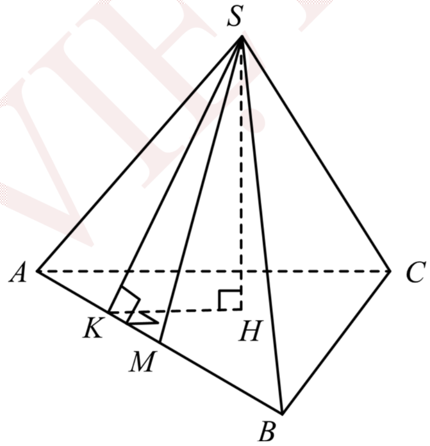
Ta có BBT sau:

x	$-\sqrt{3}$		0		$\sqrt{3}$
y'	$\Vert$	$+$	0	$-$	$\Vert$
y	$\Vert$	$\nearrow$	$\sqrt[3]{9}$	$\searrow$	$\Vert$

Từ BBT ta thấy hàm số đã cho đạt giá trị lớn nhất bằng $\sqrt[3]{9}$ tại $x=0$ và hàm số không đạt giá trị nhỏ nhất.

Câu 39. Cho khối chóp $S.ABC$ có ABC là tam giác đều cạnh a. Tam giác SAB là tam giác vuông tại S. Các cạnh bên SA,SB,SC có thể thay đổi. Tính thể tích lớn nhất của khối chóp $S.ABC$.

Lời giải



Gọi H là hình chiếu vuông góc của S trên (ABC).

Gọi K là hình chiếu vuông góc của S trên AB.

Gọi M là trung điểm AB.

Do tam giác ABC đều cạnh a nên ta có: $S_{ABC}=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Do $SH\perp HK$ nên ta có $SH=SK.\cos\widehat{KSH}\le SK$.

Mặt khác $SK\perp KM$ nên $SK=SM.\cos\widehat{MSK}\le SM=\frac{1}{2}AB=\frac{a}{2}$. Suy ra $SH\le\frac{a}{2}$.

Ta có: $V_{S.ABC}=\frac{1}{3}S_{ABC}.SH\le\frac{1}{3}.\frac{a^2\sqrt{3}}{4}.\frac{a}{2}=\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$.

Vậy thể tích lớn nhất của khối chóp $S.ABC$ là $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$ khi $SM\perp(ABC)$.

ꕥ HẾT ꕥ

ĐỀ 30

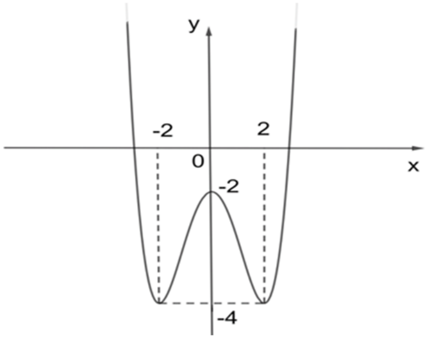
ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KỲ I

Môn: TOÁN - Lớp 12

Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Câu 1: Cho hàm số $y = f\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ. Khoảng nghịch biến của hàm số là



A. $\left(-\infty;-4\right)$ và $\left(-4;-2\right)$. **B.** $\left(-2;2\right)$.

C. $\left(-\infty;2\right)\cup\left(0;2\right)$. **D.** $\left(-\infty;-2\right)$ và $\left(0;2\right)$.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-2;0)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $(-\infty;-2)$. **D.** $(-3;1)$.

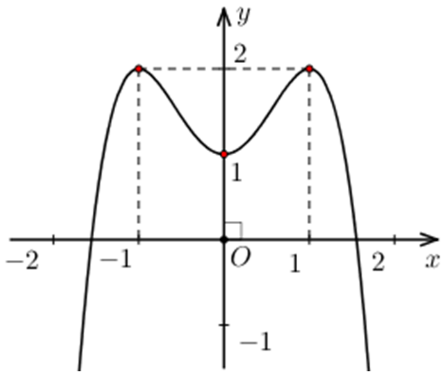
Câu 3: Cho hàm $f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		4		$+\infty$
$f'\left(x\right)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f\left(x\right)$	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-4	$\nearrow$	$+\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. 4. **B.** -4. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 4: Cho hàm số có đồ thị như hình vẽ bên. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là



A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

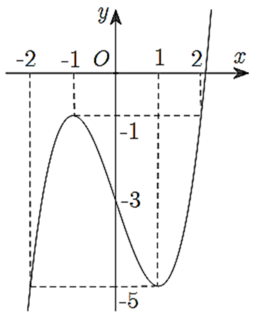
Câu 5: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-2		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	$\Vert$	$-$	0	$-$	

Số điểm cực đại của hàm số đã cho là

A. 4. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 6: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tìm giá trị nhỏ nhất m và giá trị lớn nhất M của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-2;2]$.



A. $m=-5;M=-1$. **B.** $m=-2;M=2$. **C.** $m=-1;M=0$. **D.** $m=-5;M=0$.

Câu 7: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[-3;2]$ và có bảng biến thiên như sau. Gọi M,m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-1;2]$. Tính $M+m$

x	-3		-1		0		1		2
$f(x)$	-2	$\nearrow$	3	$\searrow$	0	$\nearrow$	2	$\searrow$	1

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 4.

Câu 8: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{x-3}$ là

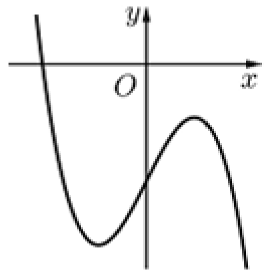
A. $x=-3$. **B.** $x=-1$. **C.** $x=1$. **D.** $x=3$.

Câu 9: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau. Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		$+$	$\|\|$	$+$	
y	2	$\nearrow$ $+\infty$	$\|\|$	$-\infty$ $\nearrow$	2

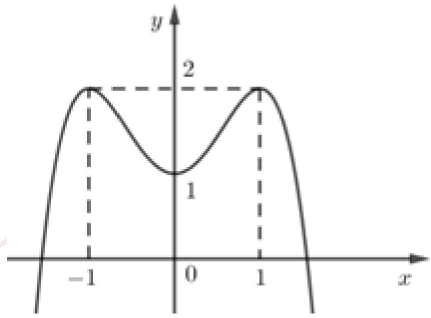
A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 10: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d\left(a,b,c,d \in \mathbb{R}\right)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Khẳng định nào dưới đây **đúng**?



A. $a > 0, c > 0$. **B.** $a > 0, c < 0$. **C.** $a < 0, c < 0$. **D.** $a < 0, c > 0$.

Câu 11: Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số nào?



A. $y = -x^4 + 2x^2 + 1$. **B.** $y = x^4 - 2x^2 + 1$. **C.** $y = -x^4 + 2x^2 - 1$. **D.** $y = x^4 + 2x^2 - 1$.

Câu 12: Cho hàm số $y = f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như hình vẽ:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	3	$\nearrow$	5	$\searrow$	3	$\nearrow$	$+\infty$

Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f\left(x\right) = m$ có bốn nghiệm phân biệt.

A. $m < 5$ **B.** $m > 3$ **C.** $3 < m < 5$ **D.** $3 \le m \le 5$

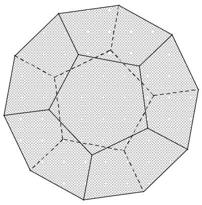
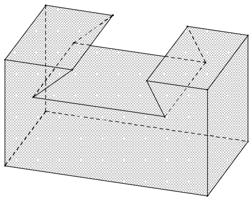
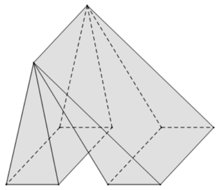
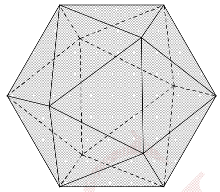
Câu 13: Hệ số góc của tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \dfrac{x-2}{x+1}$ tại điểm có hoành độ $x = -2$ là:

A. -1. **B.** 1. **C.** -3. **D.** 3.

Câu 14: Cho hàm số $y = x^4 - 4x^2$ có đồ thị (C). Tìm số giao điểm của (C) và trục hoành.

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 15: Vật thể nào dưới đây không phải là khối đa diện?

A.  .**B.**  . **C.**  . **D.**  .

Câu 16: Hình bát diện đều thuộc loại khối đa diện đều nào sau đây?

A. $\{4;3\}$. **B.** $\{5;3\}$. **C.** $\{3;3\}$. **D.** $\{3;4\}$.

Câu 17: Cho khối chóp có thể tích $V = 32$ và đáy là hình vuông có cạnh bằng 4. Chiều cao của khối chóp đã cho bằng

A. 8. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 6.

Câu 18: Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, $SA = 3a$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy**.** Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là

A. $3a^3$. **B.** a^3. **C.** $\dfrac{a^3}{3}$. **D.** $6a^3$.

Câu 19: Một khối lăng trụ có chiều cao bằng 6 và diện tích đáy bằng $2\sqrt{14}$. Thể tích của khối lăng trụ đó bằng

A. $2\sqrt{14}$. **B.** $4\sqrt{14}$. **C.** $6\sqrt{14}$. **D.** $12\sqrt{14}$.

Câu 20: Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, SB. Tính tỉ số $\dfrac{V_{S.ABC}}{V_{S.MNC}}$.

A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** 4. **C.** $\dfrac{1}{4}$. **D.** 2.

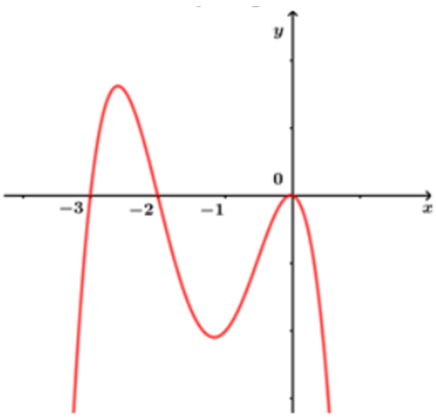
Câu 21: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \dfrac{1}{3}x^3 + x^2 + mx + 1$ đồng biến trên $(-\infty;+\infty)$.

A. $m \le 1$. **B.** $m \le 2$. **C.** $m \ge 2$. **D.** $m \ge 1$.

Câu 22: Số giá trị nguyên của tham số m thuộc $[-2022;\ 2022]$ để hàm số $y = \dfrac{x+m}{x-1}$ đồng biến trên từng khoảng xác định là

A. 2020. **B.** 2021. **C.** 2022. **D.** 2023.

Câu 23: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $y = f'(x)$. Biết rằng hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại:

A. $x = -2$. **B.** $x = 0$. **C.** $x = -3$. **D.** $x = -1$.

Câu 24: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	5	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

Phát biểu nào đúng?

A. Hàm số đạt cực đại tại điểm $x = 0$ và đạt cực tiểu tại điểm $x = 2$

B. Hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x = 1$ và đạt cực đại tại điểm $x = 5$.

C. Giá trị cực tiểu của hàm số bằng 2.

D. Giá trị cực đại của hàm số là 0.

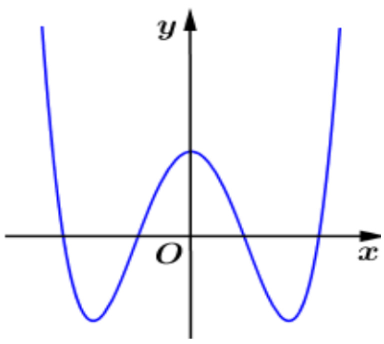
Câu 25: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2022$ trên đoạn $[-1;1]$ là

A. 2022. **B.** 2020. **C.** 2019. **D.** 2018.

Câu 26: Số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{x^2 - 2021x - 2022}{x - 2022}$ là

A. 3. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.

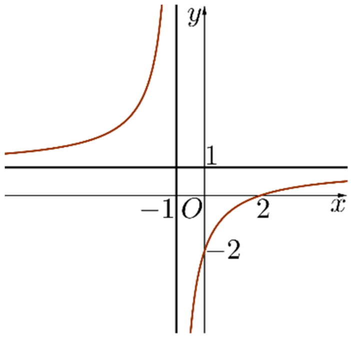
Câu 27: Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?



A. $a > 0,\ b > 0,\ c > 0$. **B.** $a < 0,\ b > 0,\ c > 0$.

C. $a > 0,\ b < 0,\ c > 0$. **D.** $a > 0,\ b < 0,\ c < 0$.

Câu 28: Đường cong trong hình vẽ là đồ thị của một trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi đó là hàm số nào?



A. $y=\dfrac{x+2}{x+1}$. **B.** $y=\dfrac{x-2}{x+1}$. **C.** $y=\dfrac{x-2}{x-1}$. **D.** $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$.

Câu 29: Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^4-2x^2+2$ và parabol $y=x^2+6$ là

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 30: Cho hàm số $y=f\left(x\right)=\dfrac{1}{3}x^3-2x^2+x+\dfrac{1}{3}$ có đồ thị $\left(C\right)$. Tiếp tuyến với đồ thị $\left(C\right)$ và vuông góc với đường thẳng $y=\dfrac{1}{2}x+3$ có phương trình là

A. $y=-2x+\dfrac{5}{3},\ y=-2x+\dfrac{1}{3}$. **B.** $y=-2x-\dfrac{5}{3},\ y=2x+\dfrac{1}{3}$.

C. $y=-2x-\dfrac{5}{3},\ y=-2x-\dfrac{1}{3}$. **D.** $y=-2x-\dfrac{17}{3},\ y=-2x-\dfrac{1}{3}$.

Câu 31: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, cạnh $AB=a\sqrt{3},BC=a.$ Cạnh bên SA vuông góc với đáy; đường thẳng SC tạo với mặt phẳng đáy một góc $60°.$ Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ theo $a.$

A. $V=2a^3$. **B.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **C.** $V=a^3$. **D.** $V=\dfrac{2a^3}{3}$.

Câu 32: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh $a.$ Mặt bên SAB là tam giác cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, đường thẳng SC tạo với mặt phẳng $\left(SAB\right)$ một góc $60°.$ Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ theo $a.$

A. $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **B.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{8}$. **C.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{24}$. **D.** $V=a^3\sqrt{3}.$

Câu 33: Tính thể tích V của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, biết $AC'=a\sqrt{2}$.

A. $V=a^3$ **B.** $V=\dfrac{3\sqrt{6}a^3}{4}$ **C.** $V=\dfrac{3\sqrt{2}a^3}{8}$. **D.** $V=\dfrac{2a^3\sqrt{6}}{9}$.

Câu 34: Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a và $AB' = 2a$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{2}$. **B.** $\dfrac{3a^3}{4}$. **C.** $\dfrac{3a^3}{2}$. **D.** $\dfrac{a^3}{4}$.

Câu 35: Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng V. Thể tích khối chóp $A'B'BC$ bằng

A. $\dfrac{2}{3}V$. **B.** $\dfrac{1}{3}V$. **C.** $\dfrac{1}{2}V$. **D.** $\dfrac{3}{4}V$.

Câu 36: Có bao nhiêu giá trị nguyên của $m \in (-10;10)$ để hàm số

$y = \dfrac{1}{3}x^3 - \dfrac{1}{2}(2m+3)x^2 + (m^2+3m)x + 1$ nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 37: Tìm số các giá trị nguyên của tham số $m \in [0;2023]$ để hàm số $y = (2m-1)x + (1-m)\sin x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$

A. 2023. **B.** 1. **C.** 2022. **D.** 2024.

Câu 38: Cho hàm số $y = x^4 + mx^3 + (m-1)x^2 - (5m+2)x + 1$, với m là tham số thực. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số đã cho có đúng một điểm cực trị?

A. 5. **B.** 6. **C.** 7. **D.** 8.

Câu 39: Cho hàm số $y = \dfrac{x - 2m^2}{x+2}$ với m là tham số thực. Giả sử m_0 là giá trị dương của tham số m để hàm số có giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[0;3]$ bằng -3. Giá trị m_0 thuộc khoảng nào trong các khoảng cho dưới đây?

A. $(2;3)$. **B.** $(1;2)$. **C.** $(4;6)$. **D.** $(0;1)$.

Câu 40: Với giá trị nào của m thì đồ thị hàm số $y = \dfrac{x+1}{x^2+3x+m}$ có đúng hai đường tiệm cận đứng?

A. $m \neq 2$ **B.** $m < \dfrac{9}{4}$ **C.** $m \in \left(-\infty; \dfrac{9}{4}\right] \setminus \{2\}$ **D.** $m \in \left(-\infty; \dfrac{9}{4}\right) \setminus \{2\}$

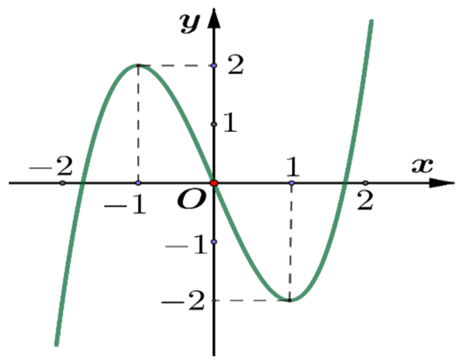
Câu 41: Cho hàm số $f(x) = \dfrac{ax+7}{bx+c}$ $(a,b,c \in \mathbb{Z})$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	||	$-$	
$f(x)$	3	$\searrow$	$-\infty$ || $+\infty$	$\searrow$	3

Giá trị của biểu thức $T = a + 2b - c$ là:

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 42: Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ $(a, b, c, d \in \mathbb{R})$ có đồ thị như hình vẽ



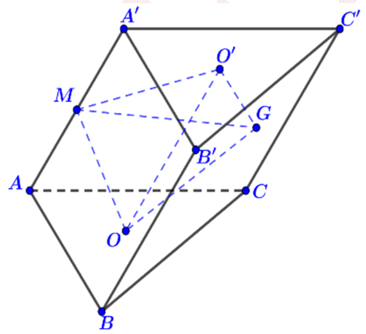
Tính tổng tất cả các giá trị nguyên của tham số m để phương trình $3f\left(x\right)-m-1=0$ có ba nghiệm thực phân biệt trong đó có đúng một nghiệm dương.

A. 5. **B.** 9. **C.** 6. **D.** 10.

Câu 43: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB=6a,BC=4a,$ tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, góc tạo bởi đường thẳng SC và mặt phẳng $\left(ABCD\right)$ bằng 45^o. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$

A. $40a^3$. **B.** $50a^3$. **C.** $60a^3$. **D.** $70a^3$.

Câu 44: Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng a và hình chiếu của A' trên (ABC) là tâm O của tam giác ABC. Gọi O' là tâm của tam giác $A'B'C'$, M là trung điểm AA' và G là trọng tâm tam giác $B'C'C$. Biết $V_{O'OMG}=a^3$, tính thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.



A. $V=18a^3$. **B.** $V=27a^3$. **C.** $V=\dfrac{27a^3}{4}$. **D.** $V=\dfrac{27a^3}{2}$.

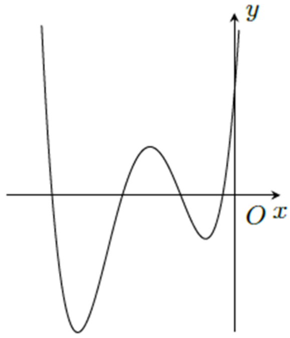
Câu 45: Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi K,M,N lần lượt là trọng tâm của tam giác SAB, SCD và trung điểm CD. Tính tỉ số thể tích $\dfrac{V_{A.KMN}}{V_{S.ABCD}}$

A. $\dfrac{1}{36}$. **B.** $\dfrac{1}{9}$. **C.** $\dfrac{2}{9}$. **D.** $\dfrac{1}{18}$.

Câu 46: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ là $f'\left(x\right)=\left(x-2\right)\left(x+3\right)$. Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của tham số m thuộc đoạn $\left[-20;10\right]$ để hàm số $y=f\left(x^2+5x-m\right)$ đồng biến trên khoảng $\left(0;1\right)$?

A. 21. **B.** 22. **C.** 19. **D.** 20.

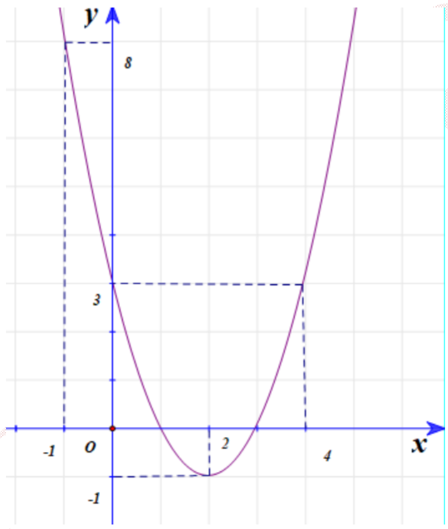
Câu 47: Cho hàm số đa thức $f(x)$ có đồ thị của đạo hàm $f'(x)$ như hình vẽ. Biết rằng $f(0)=0$.



Số điểm cực trị của hàm số $g(x)=\left|f\left(x^6\right)-x^3\right|$ là

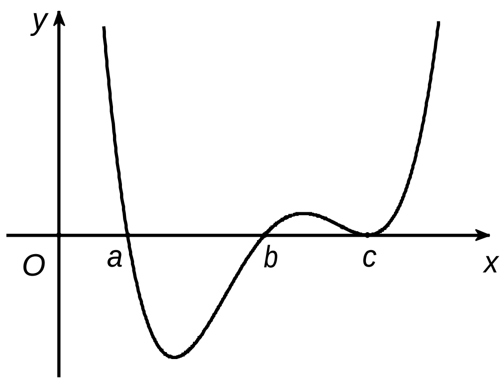
A. 4. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 3.

Câu 48: Cho hàm số $f\left(x\right)$ là liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Tổng tất cả các giá trị của tham số m để giá trị lớn nhất của $g\left(x\right)=\left|f\left(x\right)+2m\right|$ trên đoạn $\left[-1;4\right]$ bằng 5.



A. $\frac{1}{2}$. **B.** $-\frac{3}{2}$. **C.** $-\frac{7}{2}$. **D.** -2.

Câu 49: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$, hàm số $y=f'\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, hàm số $y=f'\left(x+2019\right)$ cắt trục hoành tại các điểm có hoành độ a, b, c là các số nguyên và có đồ thị như hình vẽ.

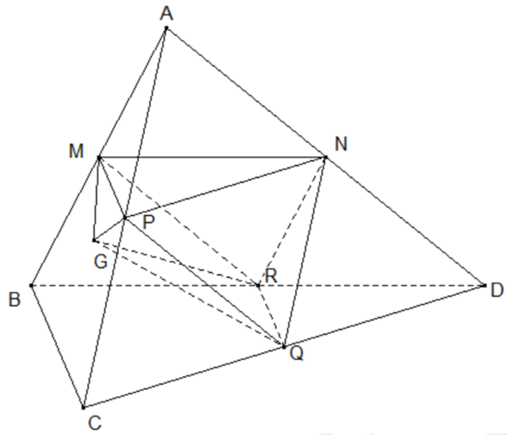


Gọi m_1 là số giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=g\left(x\right)=f\left(x^2-2x+m\right)$ nghịch biến trên khoảng

$(1;2)$; m_2 là số giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=h(x)=f\left(x^2-4x+m\right)$ đồng biến trên khoảng $(1;2)$. Khi đó, m_1+m_2 bằng

A. $2b-2a+1$. **B.** $2a-2b-2$. **C.** $2b-2a+2$. **D.** $2b-2a$.

Câu 50: Cho tứ diện *ABCD* có thể tích là *V*. Gọi *M, N, P, Q, R* lần lượt là trung điểm của các cạnh *AB, AD, AC, DC, BD* và *G* là trọng tâm tam giác *ABC* (như hình vẽ). Thể tích khối đa diện lồi *MNPQRG* theo *V* là



A. $\frac{V}{2}$. **B.** $\frac{V}{3}$. **C.** $\frac{2V}{5}$. **D.** $\frac{V}{6}$.

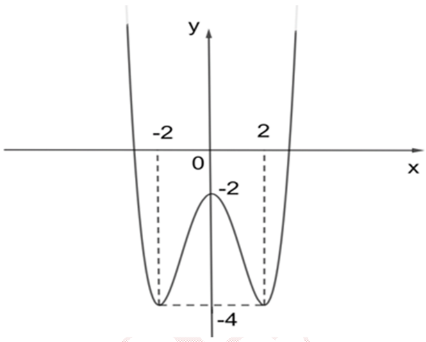
-----HẾT-----

BẢNG ĐÁP ÁN

1.D	2.A	3.B	4.A	5.C	6.A	7.A	8.D	9.B	10.D
11.A	12.C	13.D	14.D	15.C	16.D	17.D	18.B	19.D	20.B
21.D	22.B	23.A	24.A	25.D	26.B	27.C	28.B	29.C	30.A
31.A	32.C	33.D	34.B	35.B	36.C	37.B	38.C	39.B	40.D
41.C	42.B	43.A	44.B	45.D	46.C	47.D	48.C	49.D	50.B

ĐÁP ÁN CHI TIẾT

Câu 1: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ. Khoảng nghịch biến của hàm số là



A. $\left(-\infty;-4\right)$ và $\left(-4;-2\right)$. **B.** $\left(-2;2\right)$.

C. $\left(-\infty;2\right)\cup\left(0;2\right)$. **<u>D</u>.** $\left(-\infty;-2\right)$ và $\left(0;2\right)$.

Lời giải

Dựa vào ĐTHS ta có hàm số đã cho nghịch biến trên $\left(-\infty;-2\right)$ và $\left(0;2\right)$.

Câu 2: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

<u>A</u>. $(-2;0)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $(-\infty;-2)$. **D.** $(-3;1)$.

Lời giải

Theo bảng biến thiên ta có: hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-2;0\right)$

Câu 3: Cho hàm $f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		4		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	$-$	0	+	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-4	$\nearrow$	$+\infty$

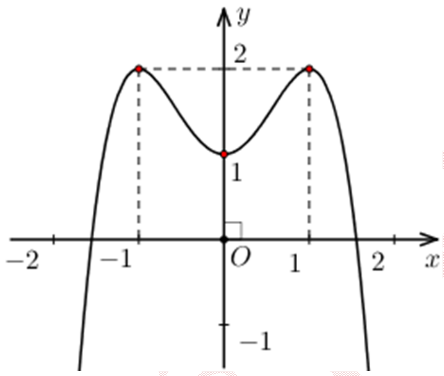
Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. 4. **B.** -4. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Theo bảng biến thiên ta có: hàm số đạt cực tiểu tại $x=4$ và có giá trị cực tiểu là $y=-4$.

Câu 4: Cho hàm số có đồ thị như hình vẽ bên. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là



A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Lời giải

Theo đồ thị hàm số ta có: hàm số đã cho có 2 điểm cực đại và 1 điểm cực tiểu.

$\Rightarrow$ Hàm số có tất cả 3 điểm cực trị.

Câu 5: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-2		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	$-$	0	+	‖	$-$	0	$-$	

Số điểm cực đại của hàm số đã cho là

A. 4. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

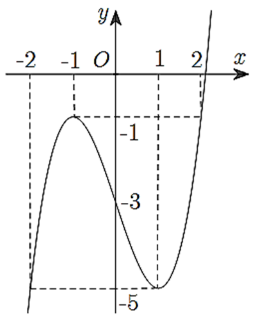
Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên ta có: $f'(x)$ đổi dấu 2 lần từ $+$ sang $-$ tại $x=-2$ và $x=0$.

Tại $x=0$ có $f'(x)$ không xác định nhưng vì $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ nên $x=0$ là điểm cực trị.

Suy ra hàm số đã cho có hai điểm cực đại.

Câu 6: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tìm giá trị nhỏ nhất m và giá trị lớn nhất M của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[-2;2]$.



A. $m=-5;M=-1$. **B.** $m=-2;M=2$. **C.** $m=-1;M=0$. **D.** $m=-5;M=0$.

Lời giải

Quan sát đồ thị hàm số, ta có $m=\min\limits_{[-2;2]} f\left(x\right)=-5$ và $M=\max\limits_{[-2;2]} f\left(x\right)=-1$.

Câu 7: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\left[-3;2\right]$ và có bảng biến thiên như sau. Gọi M,m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f\left(x\right)$ trên đoạn $\left[-1;2\right]$. Tính $M+m$

x	-3		-1		0		1		2
$f(x)$	-2	↗	3	↘	0	↗	2	↘	1

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 4.

Lời giải

Quan sát bảng biến thiên, ta có $m=\min\limits_{[-1;2]} f\left(x\right)=0$ và $M=\max\limits_{[-1;2]} f\left(x\right)=3$.

Suy ra $M+m=3$

Câu 8: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{x-3}$ là

A. $x=-3$. **B.** $x=-1$. **C.** $x=1$. **D.** $x=3$.

Lời giải

$\lim\limits_{x\to 3^-}\dfrac{x-1}{x-3}=-\infty$. Suy ta tiệm cận đứng là đường thẳng $x=3$.

Câu 9: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau. Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		$+$	‖	$+$	
y	2	↗	$+\infty$ ‖ $-\infty$	↗	2

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

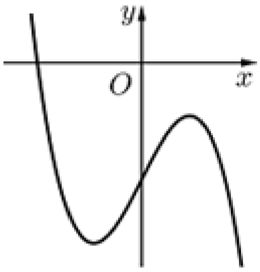
Dựa vào bảng biến thiên của hàm số ta có:

$\lim\limits_{x\to\pm\infty} f\left(x\right)=2 \Rightarrow y=2$ là một tiệm cận ngang.

$\lim\limits_{x\to 1^+} f(x) = -\infty \Rightarrow x = 1$ là một tiệm cận đứng.

Vậy đồ thị hàm số có tổng số đường tiệm cận là 2.

Câu 10: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d\ (a,b,c,d \in \mathbb{R})$ có đồ thị như hình vẽ bên. Khẳng định nào dưới đây **đúng**?



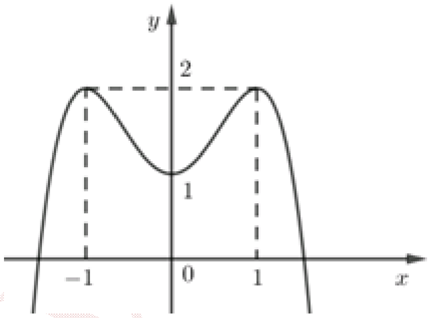
A. $a > 0, c > 0$. **B.** $a > 0, c < 0$. **C.** $a < 0, c < 0$. **D.** $a < 0, c > 0$.

Lời giải

Dựa vào dạng đồ thị, suy ra: $a < 0$.

Xét hai điểm cực trị của hàm số, ta thấy: $x_{CD}.x_{CT} < 0 \Rightarrow ac < 0 \Rightarrow c > 0$

Câu 11: Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số nào?



A. $y = -x^4 + 2x^2 + 1$. **B.** $y = x^4 - 2x^2 + 1$. **C.** $y = -x^4 + 2x^2 - 1$. **D.** $y = x^4 + 2x^2 - 1$.

Lời giải

Dựa vào dạng đồ thị, suy ra: $a < 0$.

Xét giao điểm của đồ thị và trục tung tại điểm $A(0;1) \Rightarrow c = 1$

Câu 12: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	3	$\nearrow$	5	$\searrow$	3	$\nearrow$	$+\infty$

Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(x) = m$ có bốn nghiệm phân biệt.

A. $m < 5$ **B.** $m > 3$ **C.** $3 < m < 5$ **D.** $3 \le m \le 5$

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên để phương trình $f\left(x\right)=m$ có bốn nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow 3<m<5$.

Câu 13: Hệ số góc của tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-2}{x+1}$ tại điểm có hoành độ $x=-2$ là:

A. -1. **B.** 1. **C.** -3. **D.** 3.

Lời giải

Ta có $y'=\dfrac{3}{\left(x+1\right)^2}$

Hệ số góc của tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm có hoành độ $x=-2$ là:

$$y'\left(-2\right)=\frac{3}{\left(-2+1\right)^2}=3$$

Câu 14: Cho hàm số $y=x^4-4x^2$ có đồ thị $\left(C\right)$. Tìm số giao điểm của $\left(C\right)$ và trục hoành.

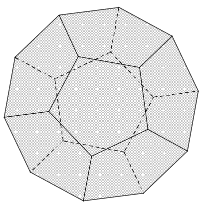
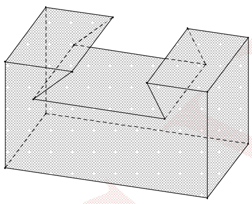
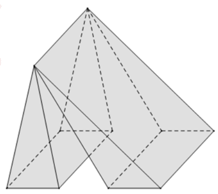
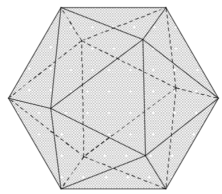
A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm: $x^4-4x^2=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2 \\ x=-2 \end{array}\right.$

Vậy tọa độ giao điểm của $\left(C\right)$ và trục hoành là $\left(0;0\right),\left(2;0\right),\left(-2;0\right)$

Câu 15: Vật thể nào dưới đây không phải là khối đa diện?

A.  .**B.**  . **C.**  . **D.**  .

Lời giải

Nhận thầy hình ở đáp án C không thỏa mãn tính chất một cạnh là cạnh chung của đúng hai mặt nên hình C không phải là hình đa diện.

Câu 16: Hình bát diện đều thuộc loại khối đa diện đều nào sau đây?

A. $\left\{4;3\right\}$. **B.** $\left\{5;3\right\}$. **C.** $\left\{3;3\right\}$. **D.** $\left\{3;4\right\}$.

Lời giải

Hình bát diện đều là khối đa diện đều thuộc loại $\left\{3;4\right\}$.

Câu 17: Cho khối chóp có thể tích $V=32$ và đáy là hình vuông có cạnh bằng 4. Chiều cao của khối chóp đã cho bằng

A. 8. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 6.

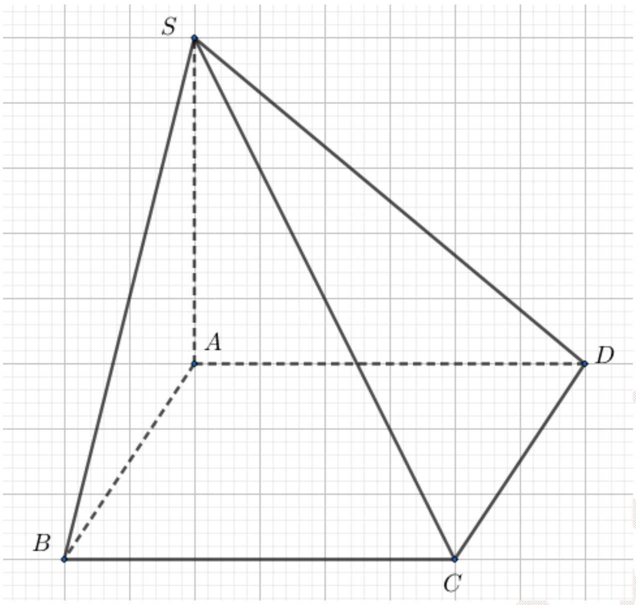
Lời giải

Ta có: $V=\dfrac{1}{3}S.h\Leftrightarrow 32=\dfrac{1}{3}.4^2.h\Leftrightarrow h=6$.

Câu 18: Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, $SA=3a$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy**.** Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là

A. $3a^3$. **B.** a^3. **C.** $\frac{a^3}{3}$. **D.** $6a^3$.

Lời giải



Ta có $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA$ là đường cao của hình chóp.

Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là: $V = \frac{1}{3}SA.S_{ABCD} = \frac{1}{3}.3a.a^2 = a^3$.

Câu 19: Một khối lăng trụ có chiều cao bằng 6 và diện tích đáy bằng $2\sqrt{14}$. Thể tích của khối lăng trụ đó bằng

A. $2\sqrt{14}$. **B.** $4\sqrt{14}$. **C.** $6\sqrt{14}$. **D.** $12\sqrt{14}$.

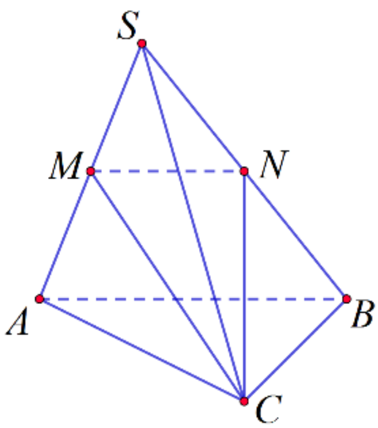
Lời giải

Thể tích cuả khối lăng trụ $V = Bh = 2\sqrt{14}.6 = 12\sqrt{14}$.

Câu 20: Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, SB. Tính tỉ số $\frac{V_{S.ABC}}{V_{S.MNC}}$.

A. $\frac{1}{2}$. **B.** 4. **C.** $\frac{1}{4}$. **D.** 2.

Lời giải



Ta có $\frac{V_{S.ABC}}{V_{S.MNC}} = \frac{SA}{SM}.\frac{SB}{SN}.\frac{SC}{SC} = 2.2.1 = 4$.

Câu 21: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\frac{1}{3}x^3+x^2+mx+1$ đồng biến trên $(-\infty;+\infty)$.

A. $m\le 1$. **B.** $m\le 2$. **C.** $m\ge 2$. **D.** $m\ge 1$.

Lời giải

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

$y'=x^2+2x+m$.

Hàm số đã cho đồng biến trên $(-\infty;+\infty)\Leftrightarrow y'\ge 0;\ \forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow \Delta'=1-m\le 0\Leftrightarrow m\ge 1$.

Câu 22: Số giá trị nguyên của tham số m thuộc $[-2022;\ 2022]$ để hàm số $y=\frac{x+m}{x-1}$ đồng biến trên từng khoảng xác định là

A. 2020. **B.** 2021. **C.** 2022. **D.** 2023.

Lời giải

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

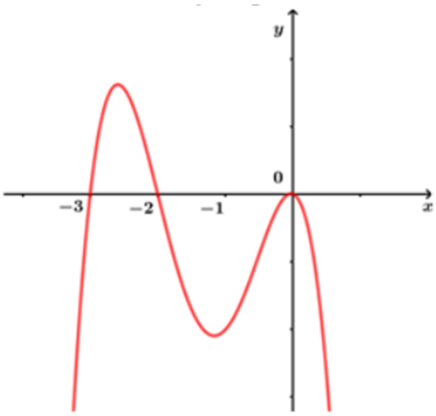
Ta có $y'=\frac{-1-m}{(x-1)^2}$.

Để hàm số đồng biến trên $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$ thì $y'>0,\forall x\in D$

$\Leftrightarrow \frac{-1-m}{(x-1)^2}>0\Leftrightarrow -1-m>0\Leftrightarrow m<-1$.

Vậy với m nguyên và thuộc $[-2022;\ 2022]$ ta có 2021 giá trị m thỏa mãn.

Câu 23: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $y=f'(x)$. Biết rằng hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Hàm số $y=f(x)$ đạt cực đại tại:

A. $x=-2$. **B.** $x=0$. **C.** $x=-3$. **D.** $x=-1$.

Lời giải

◆ Xét $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-3\\x=-2\\x=0\end{array}\right.$, trong đó $x=-3$ và $x=-2$ là nghiệm bội lẻ, $x=0$ là nghiệm bội chẵn.

◆ Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-3		-2		0		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$-$	
y		$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$		$\searrow$	

◆Vậy hàm số đã cho đạt cực đại tại $x=-2$.

Câu 24: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	5	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

Phát biểu nào đúng?

A. Hàm số đạt cực đại tại điểm $x=0$ và đạt cực tiểu tại điểm $x=2$

B. Hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x=1$ và đạt cực đại tại điểm $x=5$.

C. Giá trị cực tiểu của hàm số bằng 2.

D. Giá trị cực đại của hàm số là 0.

Lời giải

Từ bảng biến thiên suy ra hàm số đạt cực đại tại điểm $x=0$ và đạt cực tiểu tại điểm $x=2$.

Câu 25: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^3-3x^2+2022$ trên đoạn $[-1;1]$ là

A. 2022. **B.** 2020. **C.** 2019. **D.** 2018.

Lời giải

Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

Ta có $y'=3x^2-6x$. Cho $y'=0 \Leftrightarrow 3x^2-6x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0\in[-1;1] \\ x=2\notin[-1;1] \end{array}\right.$.

Tính $y(-1)=2018,\ y(1)=2020,\ y(0)=2022$.

Vậy $\min\limits_{[-1;1]} y=2018$.

Câu 26: Số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-2021x-2022}{x-2022}$ là

A. 3. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

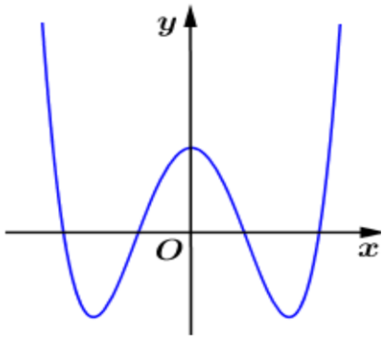
Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{2022\}$

Với $x\neq 2022$, ta có $y=\dfrac{x^2-2021x-2022}{x-2022}=\dfrac{(x+1)(x-2022)}{x-2022}=x+1$.

Khi đó $\lim\limits_{x\to 2022^+} y=\lim\limits_{x\to 2022^-} y=2023$.

Vậy đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận đứng.

Câu 27: Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như hình vẽ. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?



A. $a>0,\ b>0,\ c>0$. **B.** $a<0,\ b>0,\ c>0$.

C. $a>0,\ b<0,\ c>0$. **D.** $a>0,\ b<0,\ c<0$.

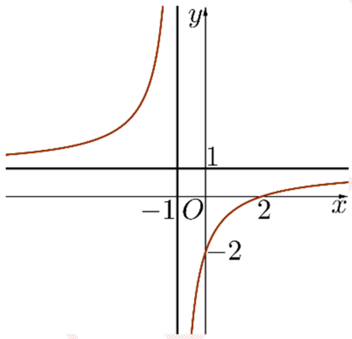
Lời giải

Ta thấy bề lõm hướng lên nên $a>0$.

Hàm số có 3 cực trị nên $a.b<0 \Rightarrow b<0$.

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ dương nên $c>0$.

Câu 28: Đường cong trong hình vẽ là đồ thị của một trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi đó là hàm số nào?



A. $y=\dfrac{x+2}{x+1}$. **B.** $y=\dfrac{x-2}{x+1}$. **C.** $y=\dfrac{x-2}{x-1}$. **D.** $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$.

Lời giải

Ta thấy đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=-1 \Rightarrow$ loại câu **C**

Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y=1 \Rightarrow$ loại câu **D**

Đồ thị hàm số đi qua điểm có tọa độ $(0;-2) \Rightarrow$ câu B thỏa.

Câu 29: Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^4-2x^2+2$ và parabol $y=x^2+6$ là

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^4-2x^2+2$ và parabol $y=x^2+6$ là số nghiệm của phương trình:

$$x^4-2x^2+2=x^2+6 \Leftrightarrow x^4-3x^2-4=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=-2 \end{array}\right..$$

Vậy đồ thị hàm số $y=x^4-2x^2+2$ và parabol $y=x^2+6$ có 2 giao điểm.

Câu 30: Cho hàm số $y=f(x)=\dfrac{1}{3}x^3-2x^2+x+\dfrac{1}{3}$ có đồ thị (C). Tiếp tuyến với đồ thị (C) và vuông góc với đường thẳng $y=\dfrac{1}{2}x+3$ có phương trình là

A. $y=-2x+\frac{5}{3},\ y=-2x+\frac{1}{3}$. **B.** $y=-2x-\frac{5}{3},\ y=2x+\frac{1}{3}$.

C. $y=-2x-\frac{5}{3},\ y=-2x-\frac{1}{3}$. **D.** $y=-2x-\frac{17}{3},\ y=-2x-\frac{1}{3}$.

Lời giải

Ta có: $f'(x)=x^2-4x+1$

Vì tiếp tuyến của đồ thị (C) vuông góc với đường thẳng $y=\frac{1}{2}x+3$ nên $f'(x_o)=-2$

$$\Leftrightarrow x_o^2-4x_o+1=-2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_o=1 \\ x_o=3 \end{array}\right.$$

Với $x_o=1,\ f'(x_o)=-2,\ f(x_o)=-\frac{1}{3}$, ta có phương trình tiếp tuyến:

$$y=-2(x-1)-\frac{1}{3} \Leftrightarrow y=-2x+\frac{5}{3}$$

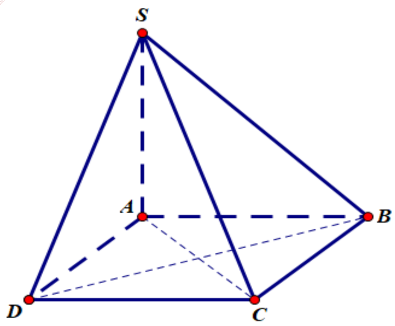
Với $x_o=3,\ f'(x_o)=-2,\ f(x_o)=-\frac{17}{3}$, ta có phương trình tiếp tuyến:

$$y=-2(x-3)-\frac{17}{3} \Leftrightarrow y=-2x+\frac{1}{3}.$$

Câu 31. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, cạnh $AB=a\sqrt{3}, BC=a$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy; đường thẳng SC tạo với mặt phẳng đáy một góc $60°$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ theo a.

A. $V=2a^3$. **B.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **C.** $V=a^3$. **D.** $V=\frac{2a^3}{3}$.

Lời giải



Có $ABCD$ là hình chữ nhật $\Rightarrow S_{ABCD}=a^2\sqrt{3}$ và $AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=2a$.

Lại có $SA\perp(ABCD)\Rightarrow AC$ là hình chiếu của SC lên $(ABCD)$

Do đó $\left(\widehat{SC,(ABCD)}\right)=\widehat{SCA}=60°$.

Xét ΔSAC vuông tại A có:

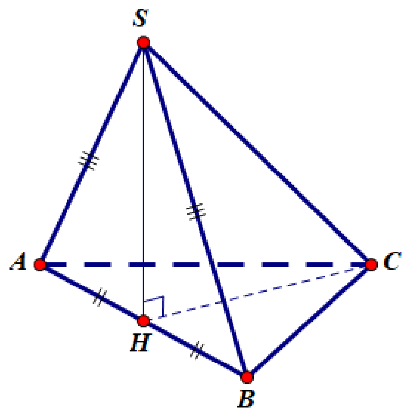
$\tan\widehat{SCA}=\frac{SA}{AC}\Rightarrow SA=AC.\tan 60°=2a\sqrt{3}$.

Vậy $V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}.S_{ABCD}.SA=\frac{1}{3}.a^2\sqrt{3}.2a\sqrt{3}=2a^3$.

Câu 32. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a. Mặt bên SAB là tam giác cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, đường thẳng SC tạo với mặt phẳng (SAB) một góc $60°$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ theo a.

A. $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **B.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. **C.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$. **D.** $V=a^3\sqrt{3}$.

Lời giải



Gọi H là trung điểm của AB.
Do ΔSAB cân tại $S \Rightarrow SH\perp AB$.
Mà $(SAB)\perp(ABC)\Rightarrow SH\perp(ABC)$.

Có ABC là tam giác đều cạnh $a\Rightarrow S_{\Delta ABC}=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$ và $CH=\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Dễ thấy SH là hình chiếu của SC lên mặt phẳng (SAB).

Do đó $\left(\widehat{SC,(SAB)}\right)=\widehat{CSH}=60°$.

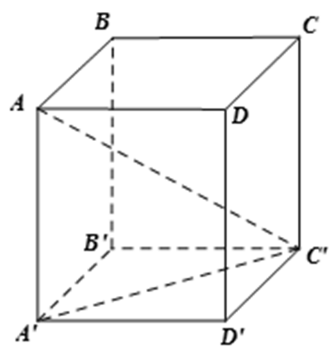
Xét ΔSHC vuông tại H có: $\tan\widehat{CSH}=\frac{CH}{SH}\Rightarrow SH=\frac{CH}{\tan 60°}=\frac{a}{2}$.

Vậy $V_{S.ABC}=\frac{1}{3}.S_{\Delta ABC}.SH=\frac{1}{3}.\frac{a^2\sqrt{3}}{4}.\frac{a}{2}=\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$.

Câu 33: Tính thể tích V của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, biết $AC'=a\sqrt{2}$.

A. $V=a^3$ **B.** $V=\frac{3\sqrt{6}a^3}{4}$ **C.** $V=\frac{3\sqrt{2}a^3}{8}$. **D.** $V=\frac{2a^3\sqrt{6}}{9}$.

Lời giải



Giả sử khối lập phương có cạnh bằng $x;(x>0)$

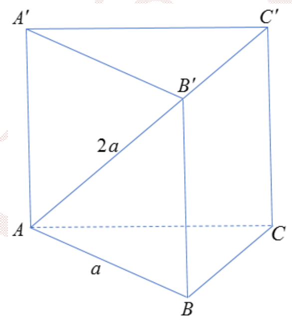
Khi đó $AC'=x\sqrt{3}=a\sqrt{2}\Rightarrow x=\dfrac{a\sqrt{6}}{3}$

Vậy thể tích của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ là $V=x^3=\dfrac{2a^3\sqrt{6}}{9}$.

Câu 34: Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a và $AB'=2a$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{2}$. **B.** $\dfrac{3a^3}{4}$. **C.** $\dfrac{3a^3}{2}$. **D.** $\dfrac{a^3}{4}$.

Lời giải



Tam giác ABC đều cạnh a nên $S_{\Delta ABC}=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$

Do khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là lăng trụ đứng nên đường cao của lăng trụ là

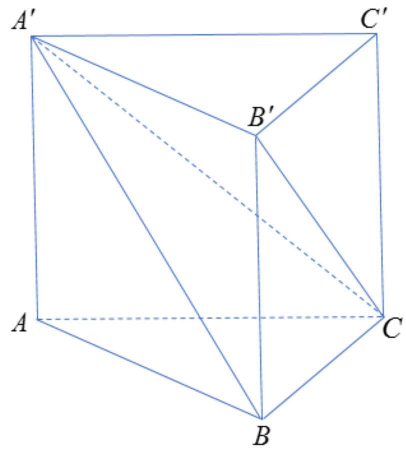
$A'A=\sqrt{AB'^2-A'B'^2}=\sqrt{4a^2-a^2}=a\sqrt{3}$

Thể tích khối lăng trụ là $V=AA'.S_{\Delta ABC}=a\sqrt{3}.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}=\dfrac{3a^3}{4}$.

Câu 35: Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng V. Thể tích khối chóp $A'B'BC$ bằng

A. $\dfrac{2}{3}V$. **B.** $\dfrac{1}{3}V$. **C.** $\dfrac{1}{2}V$. **D.** $\dfrac{3}{4}V$.

Lời giải



Ta có $V_{ABC.A'B'C'} = V_{A'.ABC} + V_{C.A'B'C'} + V_{A'B'BC}$.

Mà khối chóp $A'.ABC$ và khối chóp $C.A'B'C'$ có cùng diện tích đáy và cùng chiều cao với khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ nên $V_{A'.ABC} = V_{C.A'B'C'} = \frac{1}{3}V$.

Do đó $V_{A'B'BC} = V - \frac{2}{3}V = \frac{1}{3}V$.

Câu 36: Có bao nhiêu giá trị nguyên của $m \in (-10;10)$ để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}(2m+3)x^2 + (m^2+3m)x + 1$ nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Ta có $y' = x^2 - (2m+3)x + (m^2+3m)$.

Xét $y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - (2m+3)x + (m^2+3m) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = m \\ x = m+3 \end{array}\right.$, $\forall m$.

Hàm số luôn nghịch biến trong khoảng $(m;m+3)$, $\forall m$.

Để hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$ thì $(-1;1) \subset (m;m+3)$.

Nghĩa là $m \le -1 < 1 \le m+3 \Leftrightarrow \begin{cases} m \le -1 \\ -1 < 1 \\ 1 \le m+3 \end{cases} \Leftrightarrow -2 \le m \le -1$.

Mà $m \in (-10;10)$ và $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{-2;-1\}$.

Vậy có 2 giá trị nguyên của m thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 37: Tìm số các giá trị nguyên của tham số $m \in [0;2023]$ để hàm số $y = (2m-1)x + (1-m)\sin x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$

A. 2023. **B.** 1. **C.** 2022. **D.** 2024.

Lời giải

Ta có $y' = 2m - 1 + (1-m)\cos x$.

Để hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$ thì $y' \le 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

* TH1: $m = 1 \Rightarrow y' = 1 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$. Do đó hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ (loại).

* TH2: $m < 1$

Khi đó $y'\le 0,\forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow \cos x\le \dfrac{1-2m}{1-m},\forall x\in\mathbb{R}\Rightarrow \dfrac{1-2m}{1-m}\ge 1\Leftrightarrow \dfrac{-m}{1-m}\ge 0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m>1\\ m\le 0\end{array}\right.\Rightarrow m\le 0$.

Kết hợp với điều kiện $m\in[0;2023]$ ta được $m=0$.

* TH3: $m>1$

Khi đó $y'\le 0,\forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow \cos x\ge \dfrac{1-2m}{1-m},\forall x\in\mathbb{R}\Rightarrow \dfrac{1-2m}{1-m}\le -1\Leftrightarrow \dfrac{2-3m}{1-m}\le 0\Leftrightarrow \dfrac{2}{3}\le m<1$.

Suy ra không có giá trị nguyên thỏa mãn.
Vậy có 1 giá trị m thỏa mãn điều kiện đề bài.

Câu 38: Cho hàm số $y=x^4+mx^3+(m-1)x^2-(5m+2)x+1$, với m là tham số thực. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số đã cho có đúng một điểm cực trị?

A. 5. **B.** 6. **C.** 7. **D.** 8.

Lời giải

Ta có: $y'=4x^3+3mx^2+2(m-1)x-5m-2=(x-1)\left(4x^2+(3m+4)x+5m+2\right)$.

$y'=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1\\ g(x)=4x^2+(3m+4)x+5m+2=0\end{array}\right.$.

YCBT $\Leftrightarrow y'=0$ có một nghiệm bội lẻ duy nhất.

TH1: $g(1)=0\Leftrightarrow 8m+10=0\Leftrightarrow m=-\dfrac{5}{4}\notin\mathbb{Z}$ (loại).

TH2: $g(1)\ne 0\Leftrightarrow m\ne -\dfrac{5}{4}$.

YCBT $\Leftrightarrow$ phương trình $g(x)=0$ vô nghiệm hoặc có nghiệm kép

$\Leftrightarrow \Delta=(3m+4)^2-16(5m+2)\le 0\Leftrightarrow 9m^2-56m-16\le 0\Leftrightarrow \dfrac{28-4\sqrt{58}}{9}\le m\le \dfrac{28+4\sqrt{58}}{9}$.

Do $m\in\mathbb{Z}$ nên $m\in\{0;1;2;3;4;5;6\}$.

Vậy có 7 giá trị m nguyên thỏa YCBT.

Câu 39: Cho hàm số $y=\dfrac{x-2m^2}{x+2}$ với m là tham số thực. Giả sử m_0 là giá trị dương của tham số m để hàm số có giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[0;3]$ bằng -3. Giá trị m_0 thuộc khoảng nào trong các khoảng cho dưới đây?

A. $(2;3)$. **B.** $(1;2)$. **C.** $(4;6)$. **D.** $(0;1)$.

Lời giải

FB: Khánh Quang Lê

+ TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\{-2\}$.

+ $y'=\dfrac{2+2m^2}{(x+2)^2}>0,\forall x\in D$

Vậy hàm số $y=\dfrac{x-2m^2}{x+2}$ đồng biến trên $[0;3]$.

$\Rightarrow \min\limits_{[0;3]} y = y(0) = \dfrac{-2m^2}{2} = -m^2$

Để $\min\limits_{[0;3]} y = -3 \Leftrightarrow -m^2 = -3 \Leftrightarrow m = \pm\sqrt{3}$.

$\Rightarrow m_0 = \sqrt{3} \in (1;2)$. Vậy chọn **B.**

Câu 40: Với giá trị nào của m thì đồ thị hàm số $y = \dfrac{x+1}{x^2+3x+m}$ có đúng hai đường tiệm cận đứng?

A. $m \neq 2$ **B.** $m < \dfrac{9}{4}$ **C.** $m \in \left(-\infty; \dfrac{9}{4}\right] \backslash \{2\}$ **D.** $m \in \left(-\infty; \dfrac{9}{4}\right) \backslash \{2\}$

Lời giải

Đồ thị hàm số $y = \dfrac{x+1}{x^2+3x+m}$ có đúng hai đường tiệm cận đứng khi phương trình $x^2+3x+m=0$ có hai nghiệm phân biệt khác -1.

Tức là: $\begin{cases} 3^2 - 4m > 0 \\ 1 - 3 + m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < \dfrac{9}{4} \\ m \neq 2 \end{cases}$

Vậy $m \in \left(-\infty; \dfrac{9}{4}\right) \backslash \{2\}$.

Câu 41: Cho hàm số $f(x) = \dfrac{ax+7}{bx+c}$ $(a,b,c \in \mathbb{Z})$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	||	$-$	
$f(x)$	3	$\searrow$ $-\infty$	||	$+\infty$ $\searrow$	3

Giá trị của biểu thức $T = a + 2b - c$ là:

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Từ bảng biến thiên và hàm số $f(x)$ ta có:

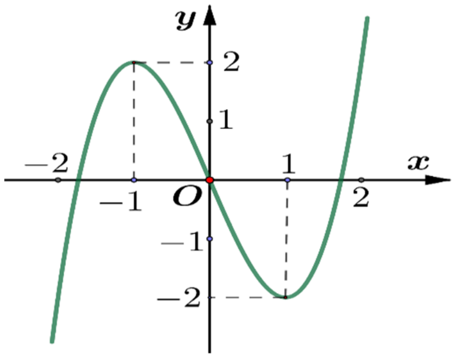
Đồ thị hàm số có TCĐ: $x = -\dfrac{c}{b} = -2 \Leftrightarrow c = 2b$.

Đồ thị hàm số có TCN: $y = \dfrac{a}{b} = 3 \Leftrightarrow a = 3b$.

Từ bảng biến thiên ta có: $f'(x) < 0 \Rightarrow ac - 7b < 0 \Leftrightarrow 6b^2 - 7b < 0 \Leftrightarrow 0 < b < \dfrac{7}{6}$.

Do $b \in \mathbb{Z} \Rightarrow b = 1$. Khi đó ta suy ra được: $a = 3$ và $c = 2$.
Vậy giá trị của biểu thức $T = a + 2b - c = 3 + 2.1 - 2 = 3$.

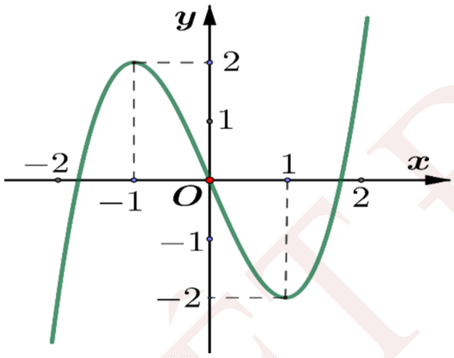
Câu 42: Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ $(a, b, c, d \in \mathbb{R})$ có đồ thị như hình vẽ



Tính tổng tất cả các giá trị nguyên của tham số m để phương trình $3f\left(x\right)-m-1=0$ có ba nghiệm thực phân biệt trong đó có đúng một nghiệm dương.

A. 5. **B.** 9. **C.** 6. **D.** 10.

Lời giải



Ta có: $3f\left(x\right)-m-1=0 \Leftrightarrow f\left(x\right)=\dfrac{m+1}{3}$ (1).

Số nghiệm phương trình (1) bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $y=\dfrac{m+1}{3}$.

Để phương trình $3f\left(x\right)-m-1=0$ có ba nghiệm thực phân biệt trong đó có đúng một nghiệm dương thì:

$$0\le\frac{m+1}{3}<2 \Leftrightarrow -1\le m<5$$

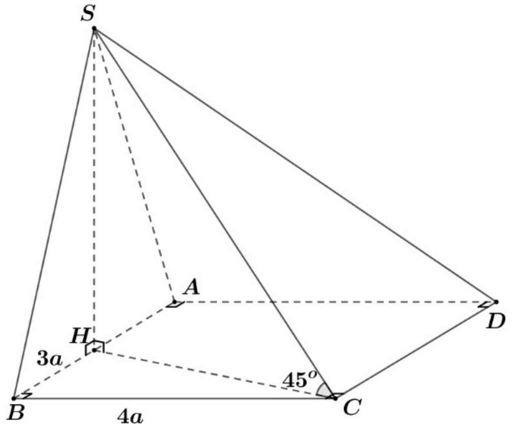
Vì $m\in\mathbb{Z}$ nên $m\in\{-1;0;1;2;3;4\}$

Tổng tất cả các giá trị cần tìm là: 9.

Câu 43: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB=6a, BC=4a$, tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, góc tạo bởi đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 45^o. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$

A. $40a^3$. **B.** $50a^3$. **C.** $60a^3$. **D.** $70a^3$.

Lời giải



Kẻ $SH \perp AB$ tại H

$\Rightarrow SH \perp (ABCD)$

$\Rightarrow HC$ là hình chiếu của SC lên $(ABCD)$

$\Rightarrow$ Góc tạo bởi SC và $(ABCD)$ bằng $\widehat{SCH}$, với $\widehat{SCH} = 45^o$.

$\Rightarrow$ ΔSHC là tam giác vuông cân tại H

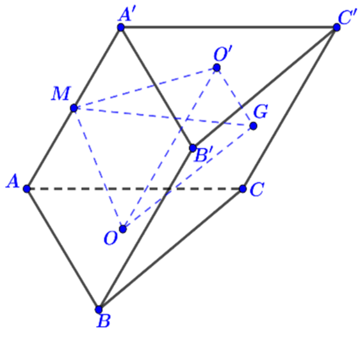
$\Rightarrow HC = SH$

ΔBHC vuông tại B $\Rightarrow HC = \sqrt{HB^2 + BC^2} = 5a$

$\Rightarrow SH = HC = 5a$

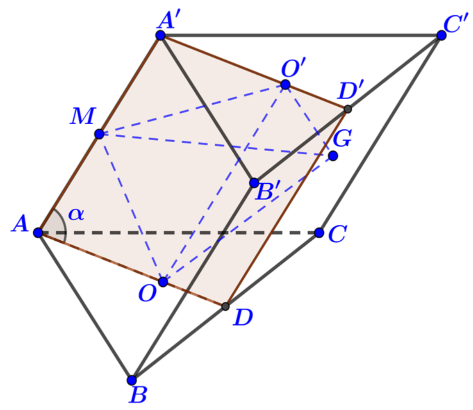
Vậy $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}.S_{ABCD}.SH = \frac{1}{3}.6a.4a.5a = 40a^3$

Câu 44: Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng a và hình chiếu của A' trên (ABC) là tâm O của tam giác ABC. Gọi O' là tâm của tam giác $A'B'C'$, M là trung điểm AA' và G là trọng tâm tam giác $B'C'C$. Biết $V_{O'OMG} = a^3$, tính thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.



A. $V = 18a^3$. **B.** $V = 27a^3$. **C.** $V = \frac{27a^3}{4}$. **D.** $V = \frac{27a^3}{2}$.

Lời giải



Gọi (α) là mặt phẳng $(AOO'A')$ và (α) cắt BC, $B'C'$ lần lượt tại D, D'. Khi đó D, D' lần lượt là trung điểm của BC, $B'C'$ và ta có $a^3 = V_{O'OMG} = V_{G.MOO'} = \frac{1}{3}.d(G;(\alpha)).S_{\Delta MOO'}$.

Do $CG \cap (\alpha) = D'$ nên $\frac{d(G;(\alpha))}{d(C;(\alpha))} = \frac{GD'}{CD'} = \frac{1}{3}$ (do G là trọng tâm tam giác $B'C'C$)

$\Rightarrow d(G;(\alpha)) = \frac{1}{3}d(C;(\alpha))$.

Lại có $S_{\Delta MOO'} = \frac{1}{2}.OO'.d(M;OO') = \frac{1}{2}.DD'.\frac{2}{3}d(M;DD') = \frac{1}{3}.DD'.d(M;DD') = \frac{1}{3}S_{ADD'A'}$.

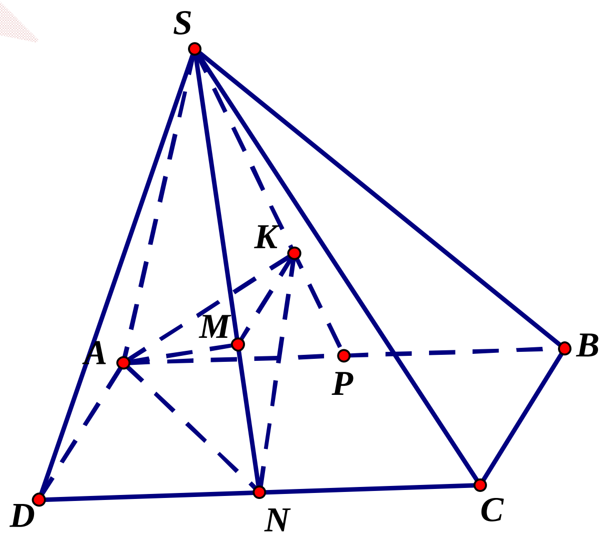
Suy ra $V_{O'OMG} = \frac{1}{3}.d(G;(\alpha)).S_{\Delta MOO'} = \frac{1}{3}.\frac{1}{3}d(C;(\alpha)).\frac{1}{3}S_{ADD'A'} = \frac{1}{9}.V_{C.ADD'A'} = \frac{1}{9}.\frac{2}{3}V_{ADC.A'D'C'}$

$= \frac{1}{9}.\frac{2}{3}.\frac{1}{2}V_{ABC.A'B'C'} = \frac{1}{27}V_{ABC.A'B'C'}$. Vậy $V_{ABC.A'B'C'} = 27V_{O'OMG} = 27a^3$.

Câu 45: Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi K, M, N lần lượt là trọng tâm của tam giác SAB, SCD và trung điểm CD. Tính tỉ số thể tích $\frac{V_{A.KMN}}{V_{S.ABCD}}$

A. $\frac{1}{36}$. **B.** $\frac{1}{9}$. **C.** $\frac{2}{9}$. **D.** $\frac{1}{18}$.

Lời giải



Gọi P là trung điểm của AB. Khi đó ta có $d(A;(KMN)) = d(A;(SNP))$ (1)

Mặt khác diện tích $S_{\Delta KMN}=\frac{1}{3}S_{\Delta KNS}=\frac{1}{3}.\frac{2}{3}.S_{\Delta SNP}=\frac{2}{9}.S_{\Delta SNP}$ (2)

Từ $(1),(2)$ suy ra $V_{A.KMN}=\frac{2}{9}V_{A.SNP}$

Lại có $V_{A.SNP}=\frac{1}{4}.V_{SABCD}\Rightarrow V_{A.KMN}=\frac{2}{9}.\frac{1}{4}V_{S.ABCD}=\frac{1}{18}V_{S.ABCD}\Rightarrow\frac{V_{A.KMN}}{V_{S.ABCD}}=\frac{1}{18}$

Câu 46: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ là $f'(x)=(x-2)(x+3)$. Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của tham số m thuộc đoạn $[-20;10]$ để hàm số $y=f\left(x^2+5x-m\right)$ đồng biến trên khoảng $(0;1)$?

A. 21. **B.** 22. **C.** 19. **D.** 20.

Lời giải

$ycbt\Leftrightarrow y'\geq 0,\ \forall x\in(0;1)$

$\Leftrightarrow(2x+5).f'\left(x^2+5x-m\right)\geq 0,\ \forall x\in(0;1)$

Mà $(2x+5)>0,\ \forall x\in(0;1)$

Nên $f'\left(x^2+5x-m\right)\geq 0,\ \forall x\in(0;1)$ $(*)$

Xét $f'(x)\geq 0\Leftrightarrow(x-2)(x+3)\geq 0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x\leq -3\\ x\geq 2\end{array}\right.$

$(*)\Leftrightarrow\left[\begin{array}{ll}x^2+5x-m\leq -3 & (1)\\ x^2+5x-m\geq 2 & (2)\end{array}\right.,\ \forall x\in(0;1)$

$(1)\Leftrightarrow x^2+5x+3\leq m,\ \forall x\in(0;1)$

$\Leftrightarrow 9\leq m$

$(2)\Leftrightarrow x^2+5x-2\geq m,\ \forall x\in(0;1)$

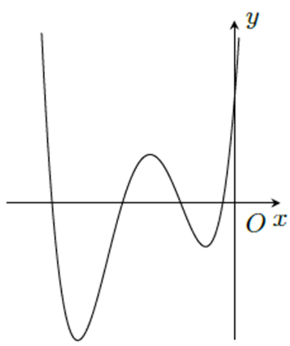
$\Leftrightarrow m\leq -2$

Do $m\in[-20;10]$ và $m\in\mathbb{Z}^-$

Nên $m\in\{-20;-19;...;-2\}$

Vậy có 19 giá trị m thoả đề.

Câu 47: Cho hàm số đa thức $f(x)$ có đồ thị của đạo hàm $f'(x)$ như hình vẽ. Biết rằng $f(0)=0$.



Số điểm cực trị của hàm số $g(x)=\left|f\left(x^6\right)-x^3\right|$ là

A. 4. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 3.

Lời giải

Xét $h(x)=f(x^6)-x^3$

$h'(x)=6x^5\cdot f'(x^6)-3x^2=3x^2\left[2x^3\cdot f'(x^6)-1\right]$.

Do đó $h'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\2x^3\cdot f'(x^6)=1.\end{array}\right.$

Xét hàm số $p(x)=2x^3f'(x^6)$ có $p'(x)=6x^2f'(x^6)+12x^8f''(x^6)$.

Dựa vào đồ thị ta có $f'(x)>0,\forall x\geq 0$, suy ra $f'(x^6)>0,\forall x\in\mathbb{R}$.

Mặt khác dựa và đồ thị ta cũng có $f''(x)>0,\forall x\geq 0$, suy ra $f''(x^6)>0,\forall x\in\mathbb{R}$.

Do đó $p'(x)\geq 0$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Suy ra $p(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Mà $p(0)=0<1$ và $\lim\limits_{x\to+\infty}p(x)=+\infty$ nên $p(x)=1$ có một nghiệm duy nhất $x=x_0>0$.

Ta thấy $h(0)=0$ do $f(0)=0$ nên bảng biến thiên của $y=h(x)$ như sau

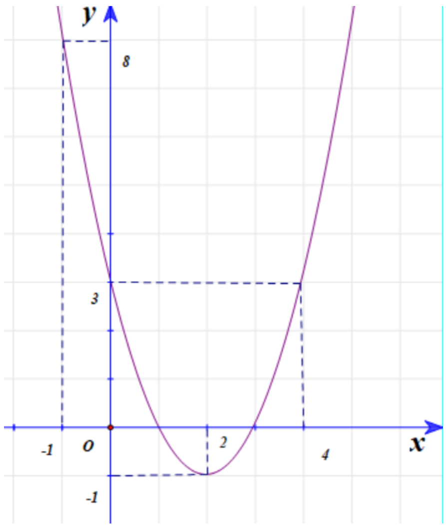
x	$-\infty$		0		x_0		$+\infty$
$h'(x)$		$-$	0	$-$	0	$+$	
$h(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\searrow$	$h(x_0)$	$\nearrow$	$+\infty$

Từ đó suy ra bảng biến thiên của $g(x)=\left|f(x^6)-x^3\right|$

x	$-\infty$		0		x_0		x_1		$+\infty$
$G(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$-h(x_0)$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Vậy $g(x)=\left|f(x^6)-x^3\right|$ có 3 điểm cực trị.

Câu 48: Cho hàm số $f\left(x\right)$ là liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Tổng tất cả các giá trị của tham số m để giá trị lớn nhất của $g\left(x\right)=\left|f\left(x\right)+2m\right|$ trên đoạn $\left[-1;4\right]$ bằng 5.



A. $\frac{1}{2}$. **B.** $-\frac{3}{2}$. **C.** $-\frac{7}{2}$. **D.** -2.

Lời giải

Từ đồ thị hàm số ta có $-1 \le f(x) \le 8; \forall x \in [-1;4]$.

$\Rightarrow -1+2m \le f(x)+2m \le 8+2m; \forall x \in [-1;4]$.

Trường hợp 1: $2m-1 \ge 0 \Leftrightarrow m \ge \frac{1}{2}$

Khi đó $0 \le -1+2m \le f(x)+2m \Rightarrow |f(x)+2m| = f(x)+2m$.

$\Rightarrow 2m-1 \le |f(x)+2m| \le 2m+8 \Rightarrow \max\limits_{[-1;4]}|f(x)+2m| = 2m+8$

$\Rightarrow 2m+8=5 \Leftrightarrow m=-\frac{3}{2}$ (loại).

Trường hợp 2: $2m+8 \le 0 \Leftrightarrow m \le -4$

Khi đó $f(x)+2m \le 2m+8 \le 0 \Rightarrow |f(x)+2m| = -(f(x)+2m)$.

$\Rightarrow -2m+1 \ge |f(x)+2m| \ge -2m-8 \Rightarrow \max\limits_{[-1;4]}|f(x)+2m| = -2m+1$

$\Rightarrow -2m+1=5 \Leftrightarrow m=-2$ (loại).

Trường hợp 3: $2m-1<0<2m+8 \Leftrightarrow -4<m<\frac{1}{2}$

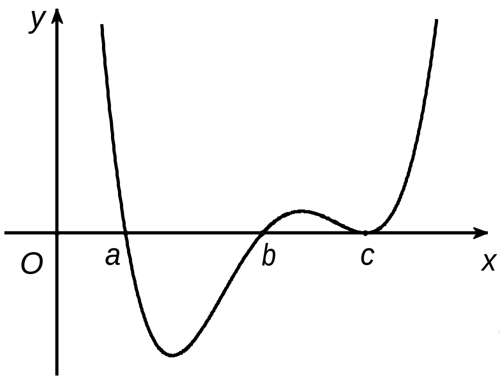
Khi đó $\max\limits_{[-1;4]}|f(x)+2m| = \max\{2m+8;1-2m\}$

Nếu $2m+8 \ge 1-2m \Leftrightarrow m \ge -\frac{7}{4}$ thì $\max\limits_{[-1;4]}|f(x)+2m| = 2m+8=5 \Leftrightarrow m=-\frac{3}{2}$ (thỏa mãn).

Nếu $2m+8 < 1-2m \Leftrightarrow m < -\frac{7}{4}$ thì $\max\limits_{[-1;4]}|f(x)+2m| = 1-2m=5 \Leftrightarrow m=-2$ (thỏa mãn).

Vậy có hai giá trị của m thỏa mãn đề bài là $m=-2; m=-\frac{3}{2}$ $\Rightarrow -2+\left(-\frac{3}{2}\right)=-\frac{7}{2}$.

Câu 49: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$, hàm số $y=f'\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, hàm số $y=f'\left(x+2019\right)$ cắt trục hoành tại các điểm có hoành độ a, b, c là các số nguyên và có đồ thị như hình vẽ.



Gọi m_1 là số giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=g\left(x\right)=f\left(x^2-2x+m\right)$ nghịch biến trên khoảng $\left(1;2\right)$; m_2 là số giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=h\left(x\right)=f\left(x^2-4x+m\right)$ đồng biến trên khoảng $\left(1;2\right)$. Khi đó, m_1+m_2 bằng

A. $2b-2a+1$. **B.** $2a-2b-2$. **C.** $2b-2a+2$. **D.** $2b-2a$.

Lời giải

Xét hàm số $y=g\left(x\right)=f\left(x^2-2x+m\right)$

+) Đặt $t=x^2-2x+m$.

Ta có bảng biến thiên:

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
$t=x^2-2x+m$	$+\infty$	$\searrow$	$m-1$	$\nearrow$	m	$\nearrow$	$+\infty$

Với $x\in\left(1;2\right)$ thì $t\in\left(m-1;m\right)$ và $t=x^2-2x+m$ đồng biến biến trên khoảng $\left(1;2\right)$.

Khi đó, hàm số $y=g\left(x\right)=f\left(x^2-2x+m\right)$ nghịch biến trên khoảng $\left(1;2\right)$

$\Leftrightarrow$ hàm số $y=f\left(t\right)$ nghịch biến trên khoảng $\left(m-1;m\right)$

$\Leftrightarrow$ hàm số $y=f\left(t+2019\right)$ nghịch biến trên khoảng $\left(m-2020;m-2019\right)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m-2020\ge a \\ m-2019\le b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\ge a+2020 \\ m\le b+2019 \end{cases}.$$

Do đó $m_1=b-a$.

Xét hàm số $y=h\left(x\right)=f\left(x^2-4x+m\right)$.

+) Đặt $u=x^2-4x+m$.

Ta có bảng biến thiên:

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
$u=x^2-4x+m$	$+\infty$	$\searrow$	$m-3$	$\searrow$	$m-4$	$\nearrow$	$+\infty$

Với $x \in (1;2)$ thì $u \in (m-4;m-3)$ và $u = x^2 - 4x + m$ nghịch biến trên khoảng $(1;2)$.

Khi đó hàm số $y = h(x) = f(x^2 - 4x + m)$ đồng biến trên khoảng $(1;2)$

$\Leftrightarrow$ hàm số $y = f(u)$ nghịch biến trên khoảng $(m-4;m-3)$

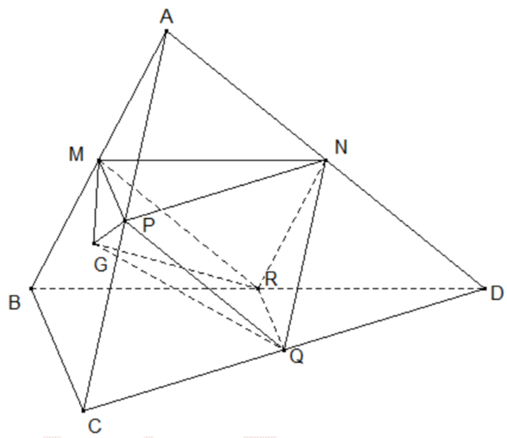
$\Leftrightarrow$ hàm số $y = f(u+2019)$ nghịch biến trên khoảng $(m-2023;m-2022)$

$\Leftrightarrow \begin{cases} m-2023 \ge a \\ m-2022 \le b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \ge a+2023 \\ m \le b+2022 \end{cases}$.

Do đó $m_2 = b - a$.

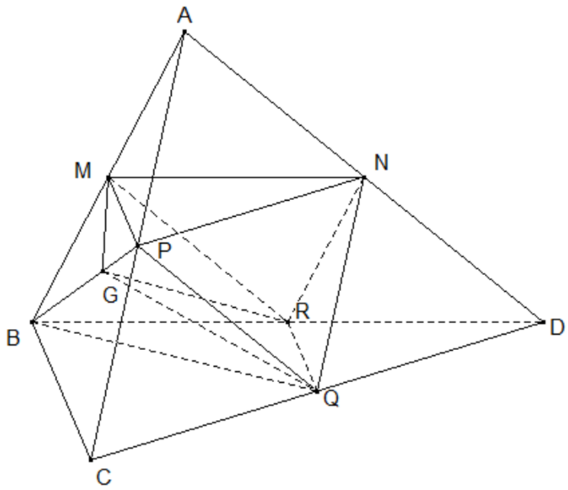
Vậy $m_1 + m_2 = 2b - 2a$.

Câu 50: Cho tứ diện *ABCD* có thể tích là *V*. Gọi *M, N, P, Q, R* lần lượt là trung điểm của các cạnh *AB, AD, AC, DC, BD* và *G* là trọng tâm tam giác *ABC* (như hình vẽ). Thể tích khối đa diện lồi *MNPQRG* theo *V* là



A. $\frac{V}{2}$. **B.** $\frac{V}{3}$. **C.** $\frac{2V}{5}$. **D.** $\frac{V}{6}$.

Lời giải



Ta có $V_{MNPQRG} = V_{G.MPQR} + V_{N.MPQR}$.

$V_{G.MPQR} = \frac{1}{3} V_{B.MPQR}$ (do *G* là trọng tâm tam giác *ABC* nên $GP = \frac{1}{3} BP$)

$= \dfrac{2}{3} V_{B.PQR} = \dfrac{2}{3} V_{P.BQR} = \dfrac{2}{3} . \dfrac{1}{2} V_{A.BQR} = \dfrac{1}{3} . \dfrac{1}{4} V_{ABCD} = \dfrac{1}{12} V$.

$V_{N.MPQR} = 2V_{N.MPR} = 2V_{P.MNR} = 2. \dfrac{1}{2} V_{C.MNR} = \dfrac{1}{4} V_{C.ABD} = \dfrac{1}{4} V$.

Vậy $V_{MNPQRG} = V_{G.MPQR} + V_{N.MPQR} = \dfrac{1}{12} V + \dfrac{1}{4} V = \dfrac{1}{3} V$.