

ĐÀO XUÂN LUYỆN – HUỖNH DUY THỦY – NGUYỄN CÔNG NHÃ
NGUYỄN DUY CHIẾN – TRẦN VĂN CHỚ – CAO HOÀNG HẠ – TRẦN ĐỨC AN

Tuyển tập đề thi

TUYỂN SINH VÀO 10

Có đáp án và lời giải chi tiết

MÔN TOÁN

Từ năm 2000 đến năm 2020

TỈNH BÌNH ĐỊNH

Tài liệu nội bộ gặp mặt 2020

Tổ chức thực hiện

TEAM BÌNH ĐỊNH



Toán học Bắc Trung Nam

2020

Kết nối đam mê, chia sẻ thành công!

PHẦN A

ĐỀ BÀI

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
BÌNH ĐỊNH
Đề chính thức

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 PTTH
NĂM HỌC 1994-1995

Môn thi: Toán

Thời gian làm bài: 150 phút (không kể thời gian phát đề)

Bài 1: (2,0 điểm)

1) Rút gọn biểu thức $M = \sqrt{a^2 - 6a + 9} - \frac{\sqrt{(a-3)^2}}{a-3}$

2) Với giá trị nào của k thì phương trình $2x^2 + (k-9)x + k^2 + 3k + 4 = 0$ có nghiệm kép (x là ẩn số)

Bài 2: (1,0 điểm)

Chứng minh rằng trong một hình thang thì tổng 2 cạnh bên lớn hơn hiệu của 2 đáy và nhỏ hơn tổng của 2 đường chéo.

Bài 3: (1,5 điểm)

a) Không vẽ đồ thị, hãy nhận xét rằng ba đường thẳng $y = 3x + 1$; $y = 1 - x$ và $y = \frac{x}{2} + 1$

đồng quy tại một điểm. Tìm tọa độ điểm đó.

b) Với giá trị nào của m thì đường thẳng $y = 5x + m$ đồng quy với hai đường thẳng $y = 3x + 1$ và $y = x - 1$.

Bài 4: (2,5 điểm) Một mảnh đất hình chữ nhật có chu vi là $32m$, nếu ta giảm bớt chiều rộng $3m$ và tăng chiều dài thêm $2m$ thì diện tích giảm mất $24m^2$. Tìm các kích thước của mảnh đất ấy.

Bài 5: (3,0 điểm) Cho một tam giác ABC có $BC = 2a$, $\hat{C} = 45^\circ$ và $\hat{A} = 60^\circ$. Vẽ hai đường cao BE và CF .

a) Chứng minh tứ giác $BFEC$ nội tiếp đường tròn mà ta có thể xác định tâm I và bán kính. Định vị trí điểm E trên cung BC .

b) Chứng minh tam giác IEF là tam giác đều.

c) Tính theo a các đoạn BE, AB, CE, AE và diện tích của tam giác ABC .

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
BÌNH ĐỊNH
Đề chính thức

KỲ THI TỐT NGHIỆP THCS
NĂM HỌC 1994-1995

Môn thi: Toán

Ngày thi: 29/05/1995

Thời gian làm bài: 150 phút (không kể thời gian phát đề)

I.) LÍ THUYẾT: (2,0 điểm) Học sinh chọn một trong hai đề sau để làm bài

Đề I. Chứng minh định lí: Với mọi số thực a thì $\sqrt{a^2} = |a|$

Áp dụng: Tính $\sqrt{(2-\sqrt{5})^2} + \sqrt{(2+\sqrt{5})^2}$

Đề II. Phát biểu định lí góc nội tiếp của một đường tròn và chứng minh sự liên hệ giữa góc nội tiếp và góc ở tâm chắn cùng một cung (chỉ xét một trong ba trường hợp)

II) CÁC BÀI TOÁN BẮT BUỘC: (8,0 điểm)

Bài 1. (2,0 điểm)

a) Giải phương trình $x^2 + 2(\sqrt{3} + 1)x + 2\sqrt{3} = 0$

b) Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2x + y = 3 \\ x - y = 6 \end{cases}$

Bài 2. (2,5 điểm) Trên cùng một hệ trục tọa độ, gọi (P) là đồ thị của hàm số $y = x^2$ và (T) là đồ thị của hàm số $y = -x + 2$

a) Vẽ (P) và (T).

b) Xác định tọa độ giao điểm của (P) và (T) bằng đồ thị và kiểm tra lại bằng phương pháp đại số.

Bài 3. (3,5 điểm) Cho nửa đường tròn tâm O đường kính BC. Kẻ một dây BA. Gọi I là điểm chính giữa của cung BA và K là giao điểm của OI và BA.

a) Chứng minh: OI song song với CA.

b) Từ A kẻ đường thẳng song song với CI. Đường thẳng này cắt đường thẳng BI tại H. Chứng minh IHAK là tứ giác nội tiếp.

c) Gọi P là giao điểm của đường thẳng HK với BC. Chứng minh tam giác BKP đồng dạng với tam giác BCA.

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
BÌNH ĐỊNH
Đề chính thức

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 PTTH
NĂM HỌC 1995-1996

Môn thi: Toán

Ngày thi: 29/06/1995

Thời gian làm bài: 150 phút (không kể thời gian phát đề)

Bài 1: (1,5 điểm)

1) Rút gọn biểu thức $P = 2\sqrt{48} - 3\sqrt{27} - \sqrt{75}$

2) Cho biểu thức $Q = \frac{x-1}{\sqrt{x}-1} - \frac{\sqrt{x^3}-1}{x+\sqrt{x}+1}$

Chứng minh rằng với điều kiện $x \geq 0$ và $x \neq 1$ biểu thức Q không phụ thuộc vào x .

Bài 2: (3,5 điểm) Cho phương trình có ẩn số x (a là tham số)

$$2x^2 - ax + a - 2 = 0$$

1) Chứng tỏ phương trình luôn có nghiệm x_1, x_2 với mọi a .

2) Đặt $T = x_1^2 + x_2^2 + x_1x_2$

a) Chứng minh $T = \frac{a^2}{4} - \frac{a}{2} + 1$

b) Tìm a sao cho $T = 1$

c) Tính giá trị nhỏ nhất của T và giá trị của a tương ứng.

Bài 3: (1,5 điểm) Cho hàm số $y = f(x)$ với $f(x)$ là một biểu thức đại số lấy giá trị là số thực với

mọi số thực $x \neq 0$. Biết rằng $y = f(x) + 3f\left(\frac{1}{x}\right) = x^2$ với mọi số thực $x \neq 0$. Tính giá trị của $f(2)$.

Bài 4: (3,5 điểm) Lấy một điểm M trên nửa đường tròn tâm O đường kính $AB = 3a$ sao cho

$\widehat{MAB} = 30^\circ$. Vẽ trong tam giác MAB đoạn thẳng $CD = a$ và song song với AB (điểm C nằm trên MA , điểm D nằm trên MB). Vẽ CE song song với MB (điểm E nằm trên AB). Vẽ CF song song với DE (điểm F nằm trên AB).

a) Tứ giác $CDBE$ là hình gì?

b) Chứng minh đường thẳng BC tiếp xúc với đường tròn qua 3 điểm A, C, E .

c) Gọi I là trung điểm CD . Chứng minh rằng khi N di động trên nửa đường tròn đường kính AB thì độ dài đoạn OI không đổi.

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
BÌNH ĐỊNH
Đề chính thức

KỲ THI TỐT NGHIỆP THCS
NĂM HỌC 1995-1996

Môn thi: Toán

Ngày thi: 29/05/1996

Thời gian làm bài: 150 phút (không kể thời gian phát đề)

I) LÝ THUYẾT: (2,0 điểm) Học sinh chọn một trong hai đề sau để làm bài:

Đề I. Chứng minh định lý: Nếu đường thẳng a không thuộc mặt phẳng (P) mà song song với một đường thẳng b nằm trên mặt phẳng (P) thì a song song với mặt phẳng (P)

Đề II. 1) Chứng minh định lý: Nếu $A \geq 0$; $B > 0$ thì: $\sqrt{\frac{A}{B}} = \frac{\sqrt{A}}{\sqrt{B}}$

2) Tính $(2\sqrt{18} - 3\sqrt{8} + 6) : \sqrt{2}$

II) CÁC BÀI TOÁN BẮT BUỘC: (8,0 điểm)

Bài 1. (1,0 điểm) Viết phương trình của đường thẳng đi qua hai điểm $A(-1;3)$; $B(5;-3)$

Bài 2. (3,0 điểm) Cho phương trình $x^2 + 3x + 2 - m = 0$ (1)

a) Với giá trị nào của m phương trình (1) có một nghiệm là 3

b) Giải phương trình (1) khi $m = 6$.

c) Xác định m để hai nghiệm x_1 ; x_2 của phương trình (1) thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 = 3$

d) Với giá trị nào của m thì phương trình (1) có hai nghiệm trái dấu

Bài 3. (4,0 điểm) Cho nửa đường tròn tâm O đường kính AB. Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng AO. Đường thẳng đi qua I và vuông góc với AO cắt nửa đường tròn (O) tại K. Lấy điểm C nằm giữa hai điểm I và K. AC cắt nửa đường tròn (O) tại M. Đường thẳng BM cắt KI tại D. Chứng minh:

a) Tứ giác CMBI là tứ giác nội tiếp

b) Tam giác AKO là tam giác đều

c) $MC \cdot MA = MB \cdot MD$

d) Khi nửa đường tròn (O) cố định, điểm C di động trên đoạn thẳng IK (C không trùng với I và K) thì tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ADC luôn luôn nằm trên một đường thẳng cố định.

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
BÌNH ĐỊNH
Đề chính thức

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 PTTH
NĂM HỌC 1996-1997

Môn thi: Toán

Ngày thi: 01/07/1996

Thời gian làm bài: 150 phút (không kể thời gian phát đề)

Bài 1: (1,0 điểm) Cho hàm số $y = ax + 3$. Hãy xác định hệ số a , biết đồ thị của hàm số đi qua điểm $A\left(\frac{1}{2}; 2\right)$.

Bài 2: (1,5 điểm) Cho biểu thức $P = \frac{x-3}{\sqrt{x-1}-\sqrt{2}}$ với $x \geq 1; x \neq 3$

a) Rút gọn P .

b) Tính giá trị của P nếu $x = 2(3 - \sqrt{6})$

Bài 3: (2,5 điểm) Một người đi xe đạp đến thành phố Quy Nhơn để dự họp. Khi còn cách Quy Nhơn 30km, người đó thấy rằng: Nếu giữ nguyên vận tốc đã đi thì sẽ đến Quy Nhơn muộn 30 phút so với giờ họp, còn nếu tăng vận tốc thêm 5km/h thì sẽ đến Quy Nhơn trước giờ họp 30 phút. Tính vận tốc lúc đầu của người đi xem đạp.

Bài 4: (4,0 điểm) Cho đường tròn $(O; r)$. Từ một điểm S ở ngoài đường tròn (O) kẻ hai tiếp tuyến SM, SN và một cát tuyến SAB với đường tròn (M, N là tiếp điểm; A, B nằm trên đường tròn (O)).

a) Chứng minh $MN \perp SO$.

b) Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng AB . Chứng minh 5 điểm S, M, N, O, I cùng nằm trên một đường tròn.

c) Gọi H là giao điểm của SO và MN . Chứng minh $\frac{r^2}{MS^2} = \frac{OH}{SH}$.

d) Xác định tâm của đường tròn nội tiếp tam giác SMN .

Bài 5: (1,0 điểm) Giải phương trình $y^2 + 2y\sqrt{y} - y + 4\sqrt{y} - 6 = 0$.

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
BÌNH ĐỊNH
Đề chính thức

KỲ THI TỐT NGHIỆP THCS
NĂM HỌC 1996-1997

Môn thi: Toán

Ngày thi: 29/05/1997

Thời gian làm bài: 150 phút (không kể thời gian phát đề)

I) LÝ THUYẾT: (2,0 điểm) Học sinh chọn một trong hai đề sau để làm bài

Đề I: Phát biểu (không chứng minh) tính chất biến thiên của hàm số $y = ax^2$, ($a \neq 0$) trên tập số thực R.

Áp dụng: Cho hàm số $y = f(x) = \frac{3}{4}x^2$. Sử dụng tính chất trên, hãy so sánh các giá trị sau

$f(1+\sqrt{3})$ và $f(\sqrt{2}+\sqrt{3})$

Đề II: Phát biểu định nghĩa tiếp tuyến của đường tròn.

Áp dụng: Chứng minh rằng nếu một đường thẳng là một tiếp tuyến của đường tròn thì nó vuông góc với bán kính đi qua tiếp điểm.

II) CÁC BÀI TOÁN BẮT BUỘC: (8,0 điểm)

Bài 1. (4,0 điểm) Cho phương trình bậc hai với ẩn số x : $x^2 - 2x - m^2 - 4 = 0$

1) Chứng tỏ phương trình đã cho luôn luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi giá trị của m.

2) Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình đã cho. Tìm giá trị của m để $x_1^2 + x_2^2 = 20$

3) Giải phương trình khi $m = -2$

Bài 2. (3,0 điểm) Cho ba điểm A, B, C thẳng hàng (B nằm giữa hai điểm A và C). Vẽ đường tròn tâm O đường kính BC; AT là tiếp tuyến của đường tròn kẻ từ A. Từ tiếp điểm T vẽ đường thẳng vuông với BC, đường thẳng này cắt BC tại H và cắt đường tròn tại điểm thứ hai là T'. Đặt $OB = R$

a) Chứng minh: $OH.OA = R^2$

b) Chứng minh TB là đường phân giác của góc ATH.

c) Từ B vẽ đường thẳng song song với TC. Gọi D, E lần lượt là giao điểm của đường thẳng vừa vẽ với TT' và TA. Chứng minh tam giác TEA cân và ta có $\frac{HB}{HC} = \frac{AB}{AC}$

Bài 3. (1,0 điểm) Cho x, y là hai số thực thỏa mãn điều kiện $(x+y)^2 + 7(x+y) + y^2 + 10 = 0$

Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x + y + 1$.

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
BÌNH ĐỊNH
Đề chính thức

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 PTTH
NĂM HỌC 1997-1998

Môn thi: Toán

Ngày thi: 28/06/1997

Thời gian làm bài: 150 phút (không kể thời gian phát đề)

Bài 1: (1,5 điểm) Cho $A = \frac{1}{x^2 - \sqrt{x}} : \frac{\sqrt{x} + 1}{x\sqrt{x} + x + \sqrt{x}}$

- 1) Tìm điều kiện của x để A có nghĩa
- 2) Rút gọn A .

Bài 2: (1,5 điểm) Định m để phương trình $(m-2)x^2 - 2(m-1)x + m-3 = 0, (m \neq 2)$ có nghiệm x_1, x_2 và thiết lập hệ thức giữa các nghiệm độc lập đối với m .

Bài 3: (3,0 điểm) Cho hàm số $y = \frac{1}{2}x^2$.

- 1) Khảo sát và vẽ đồ thị (P) của hàm số.
- 2) Cho A, B là hai điểm nằm trên đồ thị (P) lần lượt có hoành độ là -1 và $+2$.
 - a) Viết phương trình đường thẳng d đi qua A và có hệ số góc bằng $\frac{1}{2}$.
 - b) Chứng tỏ điểm B cũng nằm trên đường thẳng d .

Bài 4: (3,0 điểm) Cho đường tròn tâm O đường kính $AB = 2R$. Gọi C là trung điểm của đoạn OA , D là điểm trên đường tròn sao cho $\widehat{DAB}$ bằng 30° . Đường thẳng vuông góc với AB tại C cắt AD tại E và cắt BD tại F .

- 1) Tính độ dài các đoạn FB và FC theo R .
- 2) Đường thẳng BE cắt FA tại K . Chứng minh tứ giác $AKDB$ nội tiếp được đường tròn.

Bài 5: (1,0 điểm) Cho tam giác ABC có $BC = a, CA = b, AB = c$. Chứng minh rằng nếu $a^2 + b^2 > 5c^2$ thì c là nhỏ nhất.

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
BÌNH ĐỊNH
Đề chính thức

KỲ THI TỐT NGHIỆP THCS
NĂM HỌC 1997-1998

Môn thi: Toán

Ngày thi: 13/06/1998

Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian phát đề)

I. LÝ THUYẾT: (2,0 điểm) Học sinh chọn một trong hai đề sau để làm bài

Đề I: Phát biểu qui tắc khai phương một tích

Áp dụng: Tính a) $\sqrt{16.25.0,36}$

b) $\sqrt{9a^2}$

Đề II: Viết công thức tính diện tích mặt cầu.

Áp dụng: Tính diện tích da để làm một quả bóng đá có đường kính 20 cm (không kể da dùng cho các chỗ ghép nối)

II. CÁC BÀI TOÁN BẮT BUỘC: (8 điểm)

Bài 1: (2,0 điểm)

a) Giải phương trình $x^2 + 5x - 14 = 0$

b) Tìm hai số biết rằng tổng của chúng bằng 4 và tổng các bình phương của chúng bằng 10.

Bài 2: (2,0 điểm) Cho hàm số $y = 2x + 1$

a) Vẽ đồ thị của hàm số trên

b) Viết phương trình đường thẳng đi qua điểm A(1;5) và song với đồ thị hàm số đã cho.

Bài 3: (3,0 điểm) Cho tam giác ABC vuông ở A. Trên cạnh AC lấy 1 điểm M; ($M \neq A$; $M \neq C$). Vẽ đường tròn đường kính MC. Nối BM và kéo dài gặp đường tròn tại D, đường thẳng DA gặp đường tròn tại điểm thứ hai là S. Chứng minh rằng:

a) ABCD là một tứ giác nội tiếp

b) CA là phân giác của góc SCB

Bài 4: (1,0 điểm) Cho a, b, c là các số dương. Chứng minh rằng

$$a + b + c \leq \frac{a^4 + b^4 + c^4}{abc}$$

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
BÌNH ĐỊNH
Đề chính thức

KỲ THI TỐT NGHIỆP THCS
NĂM HỌC 1998-1999

Môn thi: Toán

Ngày thi: 12/06/1999

Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian phát đề)

I. LÝ THUYẾT: (2,0 điểm) Thí sinh chọn một trong hai đề sau để làm bài

Đề I: Phát biểu định nghĩa và nêu các tính chất của hàm số bậc nhất.

Áp dụng: Cho hai hàm số bậc nhất: $y = 2x - 3$ và $y = -5x + 1$

Hỏi rằng, hàm số nào là hàm số đồng biến? Hàm số nào là hàm số nghịch biến? Vì sao?

Đề II: (2,0 điểm) Chứng minh định lí:

“Góc có đỉnh ở bên trong đường tròn có số đo bằng một nửa tổng số đo hai cung bị chắn giữa hai cạnh của góc và các tia đối của hai cạnh ấy”

II. CÁC BÀI TOÁN BẮT BUỘC: (8,0 điểm)

Bài 1: (2,0 điểm) Giải các phương trình và bất phương trình sau:

a) $x^2 - 10x = x - 30$

b) $5(x - 2) + 3 > 1 - 2(x - 1)$

Bài 2: (3,0 điểm) Quãng đường từ tỉnh A đến tỉnh B dài 105 km. Một người đi xe máy và một người đi xe đạp khởi hành cùng một lúc đi từ A đến B. Vận tốc của xe máy nhanh hơn vận tốc của xe đạp 20 km/giờ nên người đi xe máy đến tỉnh B trước người đi xe đạp 4 giờ. Tính vận tốc của mỗi xe.

Bài 3: (3,0 điểm) Cho đường tròn tâm O có hai đường kính AB và CD vuông góc với nhau. Trên đoạn thẳng OB lấy một điểm H (H khác O và H khác B). Đường thẳng CH cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là K. Đường thẳng vuông góc với AB tại H cắt tiếp tuyến tại K của đường tròn ở điểm I. Chứng minh rằng:

a) Tứ giác OHKI nội tiếp được

b) Tứ giác CHIO là hình bình hành

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
BÌNH ĐỊNH
Đề chính thức

KỲ THI TỐT NGHIỆP THCS
NĂM HỌC 1999-2000

Môn thi: Toán

Ngày thi: 09/06/2000

Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian phát đề)

I. LÝ THUYẾT: (2,0 điểm) Thí sinh chọn một trong hai đề sau để làm bài:

Đề 1. Phát biểu định nghĩa căn bậc hai số học của một số $a \geq 0$

Áp dụng: Tính $\sqrt{4}$

Đề 2. Phát biểu định nghĩa góc nội tiếp đường tròn

II. CÁC BÀI TOÁN BẮT BUỘC: (8 điểm)

Bài 1: (2,5 điểm) Giải các phương trình sau:

a) $3x + 2 = 0$

b) $x^2 + 8x + 15 = 0$

Bài 2: (2,0 điểm) Cho tam giác vuông có diện tích bằng 15 m^2 và tổng độ dài hai cạnh góc vuông bằng 11 m. Tìm độ dài của hai cạnh góc vuông.

Bài 3: (3,5 điểm) Cho đường tròn tâm O có hai bán kính OA và OB vuông góc với nhau. M là điểm tùy ý trên bán kính OA, (M khác O và A). Đường thẳng BM cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai N. Đường thẳng vuông góc với OA tại M cắt tiếp tuyến tại N của đường tròn ở điểm C.

Chứng minh rằng:

a) Tứ giác OMNC nội tiếp được.

b) Tứ giác BMCO là hình bình hành.

c) Tích BM.BN không đổi khi M di động trên OA.

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
BÌNH ĐỊNH
Đề chính thức

KỲ THI TỐT NGHIỆP THCS
NĂM HỌC 2000-2001

Môn thi: Toán

Ngày thi: 30/05/2001

Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian phát đề)

I. LÝ THUYẾT: (2,0 điểm) Thí sinh chọn một trong hai đề sau để làm bài:

Đề 1: Phát biểu qui tắc nhân các căn thức bậc hai.

Áp dụng: Tính $\sqrt{3}.\sqrt{27}$

Đề 2: Chứng minh định lý: “Đường kính vuông góc với một dây cung thì chia dây cung ấy ra hai phần bằng nhau”.

II. CÁC BÀI TOÁN BẮT BUỘC: (8,0 điểm)

Bài 1: (1,5 điểm) Giải phương trình: $2x^2 + 7x + 3 = 0$

Bài 2: (2,5 điểm) Theo kế hoạch, một đội xe vận tải phải chở 28 tấn hàng đến một địa điểm qui định. Nhưng trong thực tế, khi tiến hành chuyên chở thì đội xe này phải điều động 2 xe đi làm việc khác, do đó mỗi xe còn lại phải chở thêm 0,7 tấn hàng. Tính số xe của đội lúc đầu.

Bài 3: (3,0 điểm) Cho tam giác ABC vuông ở A. Lấy trên cạnh AC một điểm D (D không trùng với A và C). Từ điểm C vẽ một đường thẳng vuông góc với đường thẳng BD tại E. Gọi F là giao điểm của hai đường thẳng CE và BA.

a) Chứng minh tứ giác ABCE là một tứ giác nội tiếp

b) Chứng minh FD vuông góc với BC

Bài 4: (1,0 điểm)

Chứng minh rằng nếu: $ax^3 = by^3 = cz^3$ và $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 1$ thì $\sqrt[3]{ax^2 + by^2 + cz^2} = \sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b} + \sqrt[3]{c}$

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
BÌNH ĐỊNH
Đề chính thức

KỲ THI TỐT NGHIỆP THCS
NĂM HỌC 2001-2002

Môn thi: Toán

Ngày thi: 07/06/2002

Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian phát đề)

I. LÝ THUYẾT: (2,0 điểm) Thí sinh chọn một trong hai đề sau để làm bài:

Đề 1: Phát biểu qui tắc khai phương của một thương.

Áp dụng: Tính a) $\sqrt{\frac{16}{25}}$

b) $\sqrt{\frac{36a^2}{49}}$

Đề 2: Chứng minh định lý: "Trong một tứ giác nội tiếp, tổng số đo hai góc đối diện nhau bằng hai góc vuông"

II. CÁC BÀI TOÁN BẮT BUỘC: (8,0 điểm)

Bài 1: (1,5 điểm) Giải phương trình : $3x^2 + 2x - 16 = 0$

Bài 2: (2,5 điểm) Hai lớp 9A và 9B cùng tham gia lao động trong 6 giờ thì xong công việc. Nếu để mỗi lớp làm riêng thì lớp 9A làm xong cả công việc trước lớp 9B là 5 giờ. Hỏi khi làm riêng thì mỗi lớp làm xong công việc trong thời gian bao lâu?

Bài 3: (3,0 điểm) Cho tam giác ABC vuông tại A và một điểm D nằm trên cạnh AC (D không trùng với A và C). Đường tròn đường kính CD cắt BC tại E; các đường thẳng BD và AE cắt đường tròn đường kính CD này tại các điểm thứ hai là F và G.

a) Chứng minh rằng tứ giác ABED là tứ giác nội tiếp.

b) Chứng minh rằng AB song song với FG.

Bài 4: (1,0 điểm) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $f(x) = x(x+1)(x+2)(x+3)$

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
BÌNH ĐỊNH
Đề chính thức

KỲ THI TỐT NGHIỆP THCS
NĂM HỌC 2002-2003

Môn thi: Toán

Ngày thi: 08/06/2003

Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian phát đề)

I. LÝ THUYẾT: (2,0 điểm) Thí sinh chọn một trong hai đề sau để làm bài:

Đề 1: Phát biểu qui tắc nhân các căn thức bậc hai.

Áp dụng: Tính $\sqrt{3} \cdot \sqrt{27}$

Đề 2: Chứng minh định lí: “Đường kính vuông góc với một dây cung thì chia dây cung ấy ra hai phần bằng nhau”.

II. CÁC BÀI TOÁN BẮT BUỘC: (8,0 điểm)

Bài 1: (1,5 điểm) Giải phương trình $x^2 - 11x + 30 = 0$

Bài 2: (2,5 điểm) Cho một khu vườn hình chữ nhật có chiều dài lớn hơn chiều rộng 6 mét. Tính chiều dài và chiều rộng của khu vườn đó biết diện tích của nó bằng 40 m^2 .

Bài 3: (3,0 điểm) Cho tam giác ABC có góc A bằng 60° . Các đường phân giác trong của góc B và góc C cắt các cạnh AC, AB của tam giác theo thứ tự tại D và E. Gọi I là giao điểm của BD với CE.

Chứng minh rằng:

a) Tứ giác ADIE nội tiếp được đường tròn

b) Hai đoạn thẳng ID và IE bằng nhau

Bài 4: (1,0 điểm) Cho x, y, z là ba số thực khác không và thỏa điều kiện $\sqrt{x+y} = \sqrt{y+z} + \sqrt{z+x}$

. Chứng minh rằng $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 0$

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
BÌNH ĐỊNH
Đề chính thức

KỲ THI TỐT NGHIỆP THCS
NĂM HỌC 2003-2004

Môn thi: Toán

Ngày thi: 26/05/2004

Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian phát đề)

I. LÝ THUYẾT: (2,0 điểm) Thí sinh chọn một trong hai đề sau để làm bài:

Đề 1: Phát biểu qui tắc khai phương của một thương.

Áp dụng: Tính $\sqrt{\frac{25}{64}}$

Đề 2: Chứng minh định lý: "Trong một tứ giác nội tiếp, tổng số đo hai góc đối diện nhau bằng hai góc vuông"

II. CÁC BÀI TOÁN BẮT BUỘC: (8,0 điểm)

Bài 1: (1,5 điểm) Giải phương trình $x^2 + 8x + 15 = 0$

Bài 2: (2,5 điểm) Cho một tam giác vuông có tổng độ dài hai cạnh góc vuông là 14 cm và diện tích là 24 cm². Tìm độ dài các cạnh góc vuông của tam giác ấy.

Bài 3: (3,0 điểm) Cho đường tròn tâm O đường kính $AB = 2R$. Kéo dài BA về phía A ta lấy một điểm P sao cho $PA = R$. Vẽ dây BD của đường tròn (O) với $BD = R$. Đoạn PD cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là C.

a) Chứng minh hai tam giác PCB và PAD đồng dạng.

b) Tính PC.PD theo R và chứng minh $PC.PD = AD^2$.

Bài 4: (1,0 điểm) Tìm x nguyên dương sao cho $x^2 + x + 13$ là một số chính phương.

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
BÌNH ĐỊNH
Đề chính thức

KỲ THI TỐT NGHIỆP THCS
NĂM HỌC 2004-2005

Môn thi: Toán

Ngày thi: 26/05/2005

Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian phát đề)

I) LÍ THUYẾT: (2,0 điểm) Học sinh chọn một trong hai đề sau để làm bài:

Đề 1: Chứng minh rằng: Nếu $A \geq 0, B \geq 0$ thì $\sqrt{AB} = \sqrt{A}\sqrt{B}$.

Áp dụng: Tính $\sqrt{9.25}$

Đề 2: Chứng minh định lý: “Nếu một đường thẳng là một tiếp tuyến của một đường tròn thì nó vuông góc với bán kính đi qua tiếp điểm”.

II) CÁC BÀI TOÁN BẮT BUỘC: (8,0 điểm)

Bài 1: (1,5 điểm) Giải phương trình: $x^2 + 5x - 14 = 0$

Bài 2: (2,5 điểm) Trong một phòng có 80 người họp, được sắp xếp ngồi đều trên các dãy ghế. Nếu ta bớt đi hai dãy ghế thì mỗi dãy ghế còn lại phải xếp thêm hai người mới đủ chỗ. Hỏi lúc đầu có mấy dãy ghế và mỗi dãy ghế được xếp bao nhiêu người ngồi ?

Bài 3: (3,0 điểm) Cho đường tròn tâm O bán kính R có AB là đường kính cố định còn CD là đường kính di động. Gọi d là tiếp tuyến của đường tròn kẻ từ B ; d cắt các đường thẳng AC, AD lần lượt tại P và Q.

a) chứng minh tứ giác CPQD nội tiếp .

b) Xác định vị trí của CD để diện tích tứ giác CPQD bằng ba lần diện tích tam giác ACD.

Bài 4: (1,0 điểm) Tìm tất cả các cặp số nguyên (x, y) thỏa mãn: $12x^2 + 6xy + 3y^2 = 28(x + y)$

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
BÌNH ĐỊNH
Đề chính thức

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO 10 THPT
NĂM HỌC 2006-2007

Môn thi: Toán

Ngày thi: 29/06/2006

Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian phát đề)

Câu 1: (1,0 điểm) Rút gọn biểu thức $A = 3\sqrt{\frac{1}{3}} - \frac{1}{3}\sqrt{27} + 2\sqrt{3}$

Câu 2: (2,0 điểm) Cho hệ phương trình:
$$\begin{cases} 3x - 2y = 6 \\ mx + y = 3 \end{cases}$$

a) Tìm giá trị m để hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất.

b) Giải hệ phương trình khi $m = 1$

Câu 3: (2,0 điểm) Hai vòi nước cùng chảy vào 1 bể thì 6 giờ đầy bể. Nếu mỗi vòi chảy một mình cho đầy bể thì vòi thứ hai cần nhiều hơn vòi thứ nhất 5 giờ. Tính thời gian mỗi vòi chảy một mình đầy bể.

Câu 4: (1,0 điểm) Cho tam giác ABC vuông tại A có I là trung điểm của AC . Vẽ ID vuông góc với cạnh huyền BC , ($D \in BC$). Chứng minh $AB^2 = BD^2 - CD^2$

Câu 5: (3,0 điểm) Cho tam giác ABC có 3 góc nhọn nội tiếp trong đường tròn tâm O , có đường cao AD , BK của tam giác gặp nhau tại H . Gọi E , F theo thứ tự là giao điểm thứ hai của BO và BK kéo dài với đường tròn (O) .

a) Chứng minh $EF \parallel AC$

b) Gọi I là trung điểm của AC . Chứng minh 3 điểm H , I , E thẳng hàng và $OI = \frac{1}{2}BH$

Câu 6: (1,0 điểm) Cho a , b , c là các số dương và $a^2 + b^2 + c^2 = 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu

thức: $P = \frac{bc}{a} + \frac{ac}{b} + \frac{ab}{c}$.

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
BÌNH ĐỊNH

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO 10 THPT
NĂM HỌC 2007-2008

Đề chính thức

Môn thi: Toán

Ngày thi: 25/07/2007

Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian phát đề)

Câu 1: (2,0 điểm)

a) Rút gọn biểu thức $A = \frac{5 + \sqrt{5}}{1 + \sqrt{5}}$

b) Chứng minh đẳng thức: $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} - \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} - \frac{2b}{a - b} = 1$ với $a \geq 0; b \geq 0$ và $a \neq b$.

Câu 2: (1,5 điểm) Giải phương trình: $x^2 + 3x - 108 = 0$

Câu 3: (2,0 điểm) Một ca nô chạy trên sông, xuôi dòng 120km và ngược dòng 120km, thời gian cả đi và về hết 11 giờ. Hãy tìm vận tốc ca nô trong nước yên lặng, biết rằng vận tốc của nước chảy là 2km/h.

Câu 4: (3,5 điểm) Cho tam giác đều ABC có đường cao AH, M là điểm bất kỳ trên cạnh BC (M không trùng với B và C). Gọi P, Q theo thứ tự là chân các đường vuông góc kẻ từ M đến AB và AC, O là trung điểm của AM. Chứng minh rằng:

- a) Các điểm A, P, M, H, Q cùng nằm trên một đường tròn.
- b) Tứ giác OPHQ là hình gì?
- c) Xác định vị trí của M trên cạnh BC để đoạn PQ có độ dài nhỏ nhất.

Câu 5: (1,0 điểm) Cho a, b là các số dương. Chứng minh rằng $\frac{2a^2 + 3b^2}{2a^3 + 3b^3} + \frac{2b^2 + 3a^2}{2b^3 + 3a^3} \leq \frac{4}{a + b}$

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
BÌNH ĐỊNH
Đề chính thức

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO 10 THPT
NĂM HỌC 2008-2009
Môn thi: Toán
Ngày thi: 30/06/2008
Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian phát đề)

Câu 1: (2,0 điểm).

a) So sánh $\sqrt{25-5}$ và $\sqrt{25}-\sqrt{9}$

b) Tính giá trị của biểu thức: $A = \frac{1}{2+\sqrt{5}} + \frac{1}{2-\sqrt{5}}$

Câu 2: (1,5 điểm).

Giải phương trình: $2x^2 + 3x - 2 = 0$.

Câu 3: (2,0 điểm).

Theo kế hoạch, một đội xe vận tải cần chở 24 tấn hàng đến một địa điểm quy định. Khi chuyên chở thì trong đội có hai xe phải điều đi làm việc khác nên mỗi xe còn lại của đội phải chở thêm 1 tấn hàng. Tính số xe của đội lúc đầu.

Câu 4: (3,5 điểm).

Cho đường tròn tâm O đường kính $BC = 2R$, A là điểm chính giữa cung BC .

1) Tính diện tích tam giác ABC theo R .

2) M là điểm di động trên cung nhỏ AC , ($M \neq A$ và $M \neq C$). Đường thẳng AM cắt đường thẳng BC tại điểm D . Chứng minh rằng:

a) Tích $AM \cdot AD$ không đổi.

b) Tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác MCD luôn nằm trên một đường thẳng cố định.

Câu 5: (1,0 điểm). Cho $-1 < x < 1$. Hãy tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:

$$y = -4(x^2 - x + 1) + 3|2x - 1|$$

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
BÌNH ĐỊNH
Đề chính thức

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO 10 THPT
NĂM HỌC 2009-2010
Môn thi: Toán
Ngày thi: 02/07/2009
Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian phát đề)

Câu 1: (2,0 điểm) Giải các phương trình sau:

a. $2(x+1) = 4 - x$

b. $x^2 - 3x + 2 = 0$

Câu 2: (2,0 điểm)

1. Cho hàm số $y = ax + b$. Tìm a và b biết rằng đồ thị hàm số đã cho đi qua hai điểm $A(-2; 5)$ và $B(1; -4)$.

2. Cho hàm số: $y = (2m - 1)x + m + 2$

a. Tìm điều kiện của m để hàm số luôn nghịch biến.

b. Tìm giá trị của m để đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng $\frac{-2}{3}$.

Câu 3: (2,0 điểm) Một người đi xe máy khởi hành từ Hoài Ân đi Quy Nhơn. Sau đó 75 phút một ô tô khởi hành từ Quy Nhơn đi Hoài Ân với vận tốc lớn hơn vận tốc xe máy 20km/h. Hai xe gặp nhau tại Phù Cát. Tính vận tốc của mỗi xe, giả thiết Hoài Ân cách Quy Nhơn 100km và Quy Nhơn cách Phù Cát 30km.

Câu 4: (3,0 điểm) Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn tâm O đường kính AB. Kéo dài AC (về phía C) đoạn CD sao cho $CD = AC$.

1. Chứng minh tam giác ABD cân.

2. Đường thẳng vuông góc với AC tại A cắt đường tròn tâm O tại E. Kéo dài AE (về phía E) đoạn EF sao cho $FE = EA$. Chứng minh ba điểm D, B, F cùng nằm trên một đường thẳng.

3. Chứng minh rằng đường tròn đi qua ba điểm A, D, F tiếp xúc với đường tròn tâm O.

Câu 5: (1,0 điểm) Với mỗi số k nguyên dương, đặt $S_k = (\sqrt{2} + 1)^k + (\sqrt{2} - 1)^k$. Chứng minh rằng:

$$S_{m+n} + S_{m-n} = S_m \cdot S_n \text{ với mọi } m, n \text{ là số nguyên dương và } m > n.$$

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
BÌNH ĐỊNH
Đề chính thức

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO 10 THPT
NĂM HỌC 2010-2011

Môn thi: Toán

Ngày thi: 01/07/2010

Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian phát đề)

Bài 1: (1,5 điểm) Giải các phương trình sau:

a) $3(x-1) = 2+x$ b) $x^2 + 5x - 6 = 0$

Bài 2: (2,0 điểm)

a) Cho phương trình $x^2 - x + 1 - m = 0$ (m là tham số). Tìm điều kiện của m để phương trình đã cho có nghiệm.

b) Xác định các hệ số a, b biết rằng hệ phương trình $\begin{cases} ax + 2y = 2 \\ bx - ay = 4 \end{cases}$ có nghiệm $(\sqrt{2}; -\sqrt{2})$.

Bài 3: (2,5 điểm) Một công ty vận tải điều một số xe tải để chở 90 tấn hàng. Khi đến kho hàng thì có 2 xe bị hỏng nên để chở hết lượng hàng thì mỗi xe còn lại phải chở thêm 0,5 tấn so với dự định ban đầu. Hỏi số xe được điều đến chở hàng là bao nhiêu ? Biết rằng khối lượng hàng chở ở mỗi xe là như nhau.

Bài 4: (3,0 điểm) Cho tam giác ABC có 3 góc nhọn nội tiếp trong đường tròn tâm O . Kẻ các đường cao BB' và CC' (B' thuộc cạnh AC , C' thuộc cạnh AB). Đường thẳng $B'C'$ cắt đường tròn tâm O tại hai điểm M và N (theo thứ tự N, C', B', M).

a) Chứng minh tứ giác $BC'B'C$ là tứ giác nội tiếp.

b) Chứng minh $AM = AN$.

c) $AM^2 = AC' \cdot AB$

Bài 5: (1,0 điểm). Cho các số a, b, c thỏa mãn các điều kiện $0 < a < b$ và phương trình

$ax^2 + bx + c = 0$ vô nghiệm. Chứng minh rằng: $\frac{a+b+c}{b-a} > 3$.

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
BÌNH ĐỊNH
Đề chính thức

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO 10 THPT
NĂM HỌC 2011-2012
Môn thi: Toán
Ngày thi: 30/06/2011
Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian phát đề)

Bài 1. (2,0 điểm)

a. Giải hệ phương trình :
$$\begin{cases} 3x - y = 7 \\ 2x + y = 8 \end{cases}$$

b. Cho hàm số $y = ax + b$. Tìm a và b biết rằng đồ thị của hàm số đã cho song song với đường thẳng $y = -2x + 3$ và đi qua điểm $M(2;5)$.

Bài 2. (2,0 điểm)

Cho phương trình $x^2 + 2(m+1)x + m - 4 = 0$ (m là tham số).

a. Giải phương trình khi $m = -5$.

b. Chứng minh rằng phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m .

c. Tìm m sao cho phương trình đã cho có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn hệ thức $x_1^2 + x_2^2 + 3x_1x_2 = 0$.

Bài 3. (2,0 điểm)

Một mảnh đất hình chữ nhật có chiều dài hơn chiều rộng 6m và bình phương độ dài đường chéo gấp 5 lần chu vi. Tính diện tích hình chữ nhật.

Bài 4. (2,0 điểm)

Cho đường tròn tâm O , vẽ dây cung BC không đi qua tâm. Trên tia đối của tia BC lấy điểm M bất kì. Đường thẳng đi qua M cắt đường tròn (O) lần lượt tại hai điểm N và P (N nằm giữa M và P) sao cho O nằm bên trong góc $\widehat{PMC}$. Trên cung nhỏ $\widehat{NP}$ lấy điểm A sao cho cung $\widehat{AN}$ bằng cung $\widehat{AP}$. Hai dây cung AB, AC cắt NP lần lượt tại D và E .

a. Chứng minh tứ giác $BDEC$ nội tiếp.

b. Chứng minh : $MB.MC = MN.MP$

c. Bán kính OA cắt NP tại K . Chứng minh: $MK^2 > MB.MC$

Bài 5. (2,0 điểm)

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $A = \frac{x^2 - 2x + 2011}{x^2}$ (với $x \neq 0$)

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
BÌNH ĐỊNH
Đề chính thức

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO 10 THPT
NĂM HỌC 2012-2013

Môn thi: Toán

Ngày thi: 29/06/2012

Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian phát đề)

Bài 1: (3, 0 điểm)

Học sinh không sử dụng máy tính bỏ túi

a) Giải phương trình: $2x - 5 = 0$

b) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} y - x = 2 \\ 5x - 3y = 10 \end{cases}$$

c) Rút gọn biểu thức $A = \frac{5\sqrt{a}-3}{\sqrt{a}-2} + \frac{3\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}+2} - \frac{a^2+2\sqrt{a}+8}{a-4}$ với $a \geq 0, a \neq 4$

d) Tính giá trị của biểu thức $B = \sqrt{4+2\sqrt{3}} + \sqrt{7-4\sqrt{3}}$

Bài 2: (2, 0 điểm)

Cho parabol (P) và đường thẳng (d) có phương trình lần lượt là $y = mx^2$ và

$y = (m-2)x + m - 1$ (m là tham số, $m \neq 0$).

a) Với $m = -1$, tìm tọa độ giao điểm của (d) và (P).

b) Chứng minh rằng với mọi $m \neq 0$ đường thẳng (d) luôn cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt.

Bài 3: (2, 0 điểm)

Quãng đường từ Quy Nhơn đến Bồng Sơn dài 100 km. Cùng một lúc, một xe máy khởi hành từ Quy Nhơn đi Bồng Sơn và một xe ô tô khởi hành từ Bồng Sơn đi Quy Nhơn. Sau khi hai xe gặp nhau, xe máy đi 1 giờ 30 phút nữa mới đến Bồng Sơn. Biết vận tốc hai xe không thay đổi trên suốt quãng đường đi và vận tốc của xe máy kém vận tốc xe ô tô là 20 km/h. Tính vận tốc mỗi xe.

Bài 4: (3, 0 điểm)

Cho đường tròn tâm O đường kính $AB = 2R$. Gọi C là trung điểm của OA, qua C kẻ dây MN vuông góc với OA tại C. Gọi K là điểm tùy ý trên cung nhỏ BM, H là giao điểm của AK và MN.

a) Chứng minh tứ giác BCHK là tứ giác nội tiếp.

b) Chứng minh $AK \cdot AH = R^2$

c) Trên KN lấy điểm I sao cho $KI = KM$, chứng minh $NI = KB$.

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
BÌNH ĐỊNH
Đề chính thức

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO 10 THPT
NĂM HỌC 2013-2014
Môn thi: Toán
Ngày thi: 30/06/2013
Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian phát đề)

Bài 1: (2,0 điểm)

- Tìm điều kiện của x để biểu thức sau có nghĩa: $A = \sqrt{x-2013} + \sqrt{2014-x}$
- Rút gọn biểu thức: $A = \sqrt{20} + 2\sqrt{80} - 3\sqrt{45}$
- Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , đường thẳng $y = ax + b$ đi qua điểm $M(-1; -2)$ và song song với đường thẳng $y = 3x - 5$. Tìm hệ số a và b .

Bài 2: (1,0 điểm)

Cho phương trình: $x^2 - 4x + m = 0$, (m là tham số) (1)

- Giải phương trình khi $m = 3$.
- Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm $x_1; x_2$ thỏa mãn điều kiện: $\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2} = 2$

Bài 3: (2,0 điểm) Hai công nhân cùng làm một công việc trong 16 giờ thì xong. Nếu người thứ nhất làm trong 3 giờ, người thứ hai làm trong 6 giờ thì họ làm được $\frac{1}{4}$ công việc. Hỏi mỗi công nhân làm một mình thì trong bao lâu làm xong công việc.

Bài 4: (4,0 điểm) Cho đường tròn $(O; R)$, hai đường kính AB và CD vuông góc với nhau. Trong đoạn thẳng AB lấy điểm M (khác điểm O), đường thẳng CM cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai N . Đường thẳng vuông góc với AB tại M cắt tiếp tuyến tại N với đường tròn (O) ở điểm P .

- Chứng minh tứ giác $OMNP$ nội tiếp được trong đường tròn.
- Tứ giác $CMPO$ là hình gì?
- Chứng minh tích $CM.CN$ không đổi.
- Chứng minh khi M di động trên đoạn thẳng AB thì P chạy trên một đường thẳng cố định.

Bài 5: (1,0 điểm)

Cho ba số thực a, b, c dương. Chứng minh rằng: $\sqrt{a^2 + b^2} + \sqrt{b^2 + c^2} + \sqrt{a^2 + c^2} \geq \sqrt{2}(a + b + c)$

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
BÌNH ĐỊNH
Đề chính thức

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO 10 THPT
NĂM HỌC 2014-2015

Môn thi: Toán

Ngày thi: 28/06/2014

Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian phát đề)

Câu 1. (2,5 điểm)

a) Giải phương trình: $3x - 5 = x + 1$

b) Giải phương trình: $x^2 + x - 6 = 0$

c) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x - 2y = 8 \\ x + y = -1 \end{cases}$$

d) Rút gọn biểu thức $P = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}-2} - 2\sqrt{5}$

Câu 2. (1,5 điểm) Cho phương trình: $x^2 - 2(m-1)x + m - 3 = 0$ (1)

a) Chứng minh phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi giá trị của m.

b) Tìm giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm đối nhau.

Câu 3. (2,0 điểm) Hai đội công nhân cùng làm chung một công việc thì hoàn thành sau 12 giờ, nếu làm riêng thì thời gian hoàn thành công việc của đội thứ hai ít hơn đội thứ nhất là 7 giờ. Hỏi nếu làm riêng thì thời gian để mỗi đội hoàn thành công việc là bao nhiêu?

Câu 4. (3,0 điểm) Cho đường tròn tâm O đường kính AB, trên cung một nửa đường tròn (O) lấy 2 điểm G và E (theo thứ tự A, G, E, B) sao cho tia EG cắt tia BA tại D. Đường thẳng vuông góc với BD tại D cắt BE tại C, đường thẳng CA cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là F.

a) Chứng minh tứ giác DFBC nội tiếp.

b) Chứng minh: $BF = BG$

c) Chứng minh: $\frac{DA}{BA} = \frac{DG \cdot DE}{DE \cdot BC}$

Câu 5. (1,0 điểm)

Cho $A = \frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{120}+\sqrt{121}}$ và $B = 1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{35}}$

Chứng minh rằng: $B > A$

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
BÌNH ĐỊNH
Đề chính thức

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO 10 THPT
NĂM HỌC 2015 - 2016

Môn thi: TOÁN

Ngày thi: 19/06/2015

Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian phát đề)

Bài 1: (2,0 điểm)

a) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 2x + y = 1 \\ x + y = 1 \end{cases}$$

b) Rút gọn biểu thức
$$P = \left(\frac{1 - a\sqrt{a}}{1 - \sqrt{a}} + \sqrt{a} \right) \cdot \left(\frac{1 - \sqrt{a}}{1 - a} \right)^2 \quad (\text{với } a \geq 0, a \neq 1)$$

Bài 2: (2,0 điểm) Cho phương trình: $x^2 + 2(1 - m)x - 3 + m = 0$, m là tham số.

- Giải phương trình với $m = 0$
- Chứng minh rằng phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi giá trị m
- Tìm giá trị của m để phương trình có hai nghiệm đối nhau.

Bài 3: (2,0 điểm) Trên một vùng biển được xem như bằng phẳng và không có các chướng ngại vật. Vào lúc 6 giờ có một tàu cá đi thẳng qua tọa độ X theo hướng từ Nam đến Bắc với vận tốc không đổi. Đến 7 giờ một tàu du lịch cũng đi thẳng qua tọa độ X nhưng theo hướng từ Đông sang Tây với vận tốc lớn hơn vận tốc tàu cá 12 km/h. Đến 8 giờ khoảng cách giữa hai tàu là 60km. Tính vận tốc của mỗi tàu.

Bài 4: (3,0 điểm) Cho tam giác ABC ($AB < AC$) có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn (O; R). Vẽ đường cao AH của tam giác ABC, đường kính AD của đường tròn (O). Gọi E, F lần lượt là chân đường vuông góc kẻ từ C và B xuống đường thẳng AD. M là trung điểm của BC.

- Chứng minh các tứ giác ABHF và BMFO nội tiếp.
- Chứng minh $HE \parallel BD$.
- Chứng minh $S_{ABC} = \frac{AB \cdot AC \cdot BC}{4R}$ (S_{ABC} là diện tích tam giác ABC).

Bài 5: (1,0 điểm) Cho các số thực $a, b, c > 0$ thỏa mãn $a + b + c = 3$. Chứng minh rằng:

$$N = \frac{3 + a^2}{b + c} + \frac{3 + b^2}{c + a} + \frac{3 + c^2}{a + b} \geq 6$$

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
BÌNH ĐỊNH
Đề chính thức

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO 10 THPT
NĂM HỌC 2016-2017

Môn thi: Toán

Ngày thi: 19/06/2016

Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian phát đề)

Bài 1: (2,0 điểm) Không dùng máy tính cầm tay, hãy thực hiện

a) Tính giá trị biểu thức: $A = \frac{\sqrt{x+6}}{\sqrt{x+5}-5}$ khi $x = 4$

b) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 2x - y = 5 \\ y - 5x = 10 \end{cases}$$

c) Giải phương trình: $x^4 + 5x^2 - 36 = 0$

Bài 2: (1,0 điểm) Cho phương trình: $x^2 - (3m-1)x + 2m^2 - m = 0$ (m là tham số). Tìm các giá trị m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 phân biệt thỏa mãn $|x_1 - x_2| = 2$.

Bài 3: (2,0 điểm) Một phân xưởng cơ khí theo kế hoạch cần phải sản xuất 1100 sản phẩm trong một số ngày quy định. Do mỗi ngày phân xưởng đó sản xuất vượt mức 5 sản phẩm nên đã hoàn thành sớm hơn thời gian quy định 2 ngày. Tìm số sản phẩm theo kế hoạch mà mỗi ngày phân xưởng này phải sản xuất.

Bài 4: (4,0 điểm) Cho đường tròn tâm O, dây cung AB cố định (AB không phải là đường kính của đường tròn). Từ điểm M di động trên cung nhỏ AB ($M \neq A$ và $M \neq B$), kẻ dây cung MN vuông góc với AB tại H. Từ M kẻ đường vuông góc với NA cắt đường thẳng NA tại Q.

a) Chứng minh bốn điểm A, M, H, Q nằm trên một đường tròn. Từ đó suy ra MN là tia phân giác của góc BMQ.

b) Từ M kẻ đường thẳng vuông góc với NB cắt NB tại P. Chứng minh $\widehat{AMQ} = \widehat{PMB}$

c) Chứng minh ba điểm P, H, Q thẳng hàng.

d) Xác định vị trí của M trên cung AB để $MQ \cdot AN + MP \cdot BN$ có giá trị lớn nhất.

Bài 5: (1,0 điểm) Cho x, y, z là các số thực thỏa mãn điều kiện $\frac{3x^2}{2} + y^2 + z^2 + yz = 1$. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $B = x + y + z$.

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO 10 THPT

BÌNH ĐỊNH

NĂM HỌC 2017-2018

Đề chính thức

Môn thi: Toán

Ngày thi: 14/06/2017

Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian phát đề)

Câu 1: (1,5 điểm) Cho $A = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}$; $B = \frac{2}{\sqrt{x}+2} + \frac{4\sqrt{x}}{x-4}$.

- a) Tính A khi $x = 9$.
- b) Thu gọn $T = A - B$.
- c) Tìm x để T nguyên.

Câu 2: (1,5 điểm) Cho phương trình $x^2 - 2mx - 6m - 9 = 0$.

- a) Giải phương trình khi $m = 0$.
- b) Tìm m để phương trình có 2 nghiệm x_1, x_2 trái dấu thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 = 13$.

Câu 3: (2,0 điểm) Một đám đất hình chữ nhật có chu vi 24 m. Nếu tăng độ dài một cạnh lên 2 m và giảm độ dài cạnh còn lại 1 m thì diện tích mảnh đất tăng thêm 1 m². Tìm độ dài các cạnh của hình chữ nhật ban đầu.

Câu 4: (4,0 điểm) Cho tam giác ABC ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn tâm O . M là điểm nằm trên cung BC không chứa điểm A . Gọi D, E, F lần lượt là hình chiếu của M trên BC, CA, AB . Chứng minh rằng:

- a) Bốn điểm M, B, D, F cùng thuộc một đường tròn và bốn điểm M, D, E, C cùng thuộc một đường tròn.
- b) Chứng minh D, E, F thẳng hàng.
- c) $\frac{BC}{MD} = \frac{AC}{ME} + \frac{AB}{MF}$.

Câu 5: (1,0 điểm) Cho a, b, c là ba số thực dương. CMR: $\frac{a^5}{bc} + \frac{b^5}{ca} + \frac{c^5}{ab} \geq a^3 + b^3 + c^3$.

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
BÌNH ĐỊNH

Đề chính thức

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO 10 THPT
NĂM HỌC 2018-2019

Môn thi: Toán

Ngày thi: 13/06/2018

Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian phát đề)

Bài 1: (2,0 điểm) Cho biểu thức $A = \left(\frac{1}{x+\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x}+1} \right) : \frac{\sqrt{x}}{x+2\sqrt{x}+1}$ ($x > 0$)

a) Rút gọn biểu thức A

b) Tìm các giá trị của x để $A > \frac{1}{2}$

Bài 2: (2,0 điểm)

1) Không dùng máy tính, giải hệ phương trình $\begin{cases} 2x - y = 4 \\ x + 3y = -5 \end{cases}$

2) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy đường thẳng d có hệ số góc k đi qua điểm $M(1; -3)$ cắt các trục tọa độ Ox, Oy lần lượt tại A và B

a) Xác định tọa độ các điểm A, B theo k

b) Tính diện tích tam giác OAB khi $k = 2$

Bài 3: (2,0 điểm) Tìm một số có hai chữ số biết rằng: Hiệu của số ban đầu với số đảo ngược của nó bằng 18 (số đảo ngược của một số là một số thu được bằng cách viết các chữ số của nó theo thứ tự ngược lại) và tổng của số ban đầu với bình phương số đảo ngược của nó bằng 618.

Bài 4: (3,0 điểm) Cho tam giác đều ABC có đường cao AH . Trên cạnh BC lấy điểm M tùy ý (M không trùng với B, C, H). Gọi P, Q lần lượt là hình chiếu vuông góc của M lên AB, AC .

a) Chứng minh tứ giác $APMQ$ nội tiếp được đường tròn và xác định tâm O của đường tròn này

b) Chứng minh $OH \perp PQ$

c) Chứng minh $MP + MQ = AH$

Bài 5: (1,0 điểm) Cho tam giác đều ABC có cạnh bằng a . Hai điểm M, N lần lượt di động trên hai đoạn thẳng AB, AC sao cho $\frac{AM}{MB} + \frac{AN}{NC} = 1$. Đặt $AM = x; AN = y$. Chứng minh $MN = a - x - y$.

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
BÌNH ĐỊNH
Đề chính thức

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO 10 THPT
NĂM HỌC 2019-2020

Môn thi: Toán

Ngày thi: 06/06/2019

Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian phát đề)

Bài 1. (2,0 điểm)

- Giải phương trình: $3(x-1) = 5x + 2$.
- Cho biểu thức: $A = \sqrt{x+2\sqrt{x-1}} + \sqrt{x-2\sqrt{x-1}}$ với $x \geq 1$
 - Tính giá trị biểu thức A khi $x = 5$.
 - Rút gọn biểu thức A khi $1 \leq x \leq 2$.

Bài 2. (2,0 điểm)

- Cho phương trình: $x^2 - (m-1)x - m = 0$. Tìm m để phương trình trên có một nghiệm bằng 2. Tính nghiệm còn lại.
- Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho ba đường thẳng $d_1 : y = 2x - 1$; $d_2 : y = x$; $d_3 : y = -3x + 2$.
Tìm hàm số có đồ thị là đường thẳng d song song với đường thẳng d_3 đồng thời đi qua giao điểm của hai đường thẳng d_1 và d_2 .

Bài 3. (1,5 điểm) Hai đội công nhân cùng làm chung trong 4 giờ thì hoàn thành được $\frac{2}{3}$ công việc. Nếu làm riêng thì thời gian hoàn thành công việc đội thứ hai ít hơn đội thứ nhất là 5 giờ. Hỏi nếu làm riêng thì thời gian hoàn thành công việc của mỗi đội là bao nhiêu?

Bài 4. (3,5 điểm) Cho đường tròn tâm O , bán kính R và một đường thẳng d không cắt đường tròn (O). Dựng đường thẳng OH vuông góc với đường thẳng d tại điểm H . Trên đường thẳng d lấy điểm K (khác điểm H), qua K vẽ hai tiếp tuyến KA và KB với đường tròn (O), (A và B là các tiếp điểm) sao cho A và H nằm về hai phía của đường thẳng OK .

- Chứng minh tứ giác $KAOH$ nội tiếp được trong đường tròn.
- Đường thẳng AB cắt đường thẳng OH tại điểm I . Chứng minh rằng $IA \cdot IB = IH \cdot IO$ và I là điểm cố định khi điểm K chạy trên đường thẳng d cố định.
- Khi $OK = 2R, OH = R\sqrt{3}$. Tính diện tích tam giác KAI theo R .

Bài 5. (1,0 điểm) Cho x, y là hai số thực thỏa $\begin{cases} x > y \\ xy = 1 \end{cases}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \frac{x^2 + y^2}{x - y}.$$

PHẦN B

HƯỚNG DẪN GIẢI

Admin Lưu Công Hoàn - luuvonghoachactrungtam.vn

LỜI GIẢI ĐỀ TUYỂN SINH VÀO 10 TỈNH BÌNH ĐỊNH - NĂM HỌC 2017-2018

Câu 1: Cho $A = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}$; $B = \frac{2}{\sqrt{x}+2} + \frac{4\sqrt{x}}{x-4}$.

- a) Tính A khi $x=9$.
- b) Thu gọn $T = A - B$.
- c) Tìm x để T nguyên.

Lời giải

a) Khi $x=9$: ta được $A = \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{9}-2} = 3$.

Điều kiện: $x \geq 0, x \neq 4$

$$\begin{aligned} T = A - B &= \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} - \left(\frac{2}{\sqrt{x}+2} + \frac{4\sqrt{x}}{x-4} \right) = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+2) - 2(\sqrt{x}-2) - 4\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} \\ &= \frac{x+2\sqrt{x}-2\sqrt{x}+4-4\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} = \frac{x-4\sqrt{x}+4}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} = \frac{(\sqrt{x}-2)^2}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} = \frac{(\sqrt{x}-2)}{(\sqrt{x}+2)}. \end{aligned}$$

$$b) T = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+2} = \frac{\sqrt{x}+2-4}{\sqrt{x}+2} = 1 - \frac{4}{\sqrt{x}+2}.$$

$$T \text{ nguyên khi } 4: (\sqrt{x}+2) \Leftrightarrow \sqrt{x}+2 = \{\pm 1; \pm 2; \pm 4\}$$

$\Rightarrow \sqrt{x}+2=1$ (loại) hoặc $\sqrt{x}+2=-1$ (loại) hoặc $\sqrt{x}+2=2$ hoặc $\sqrt{x}+2=-2$ (loại) hoặc $\sqrt{x}+2=4$ hoặc $\sqrt{x}+2=-4$ (loại) $\Rightarrow x=0$ hoặc $x=4$ (loại). Vậy $x=0$.

Câu 2:(1,5 điểm) Cho phương trình $x^2 - 2mx - 6m - 9 = 0$

- a) Giải phương trình khi $m=0$.
- b) Tìm m để phương trình có 2 nghiệm x_1, x_2 trái dấu thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 = 13$.

Lời giải

a) Khi $m=0$ phương trình trở thành: $x^2 - 9 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 3$.

b) Với $a=1, b=-2m, b'=-m, c=-6m-9$.

$$\Delta = b'^2 - ac = m^2 + 6m + 9 = (m+3)^2 \geq 0, \forall m.$$

Phương trình luôn có 2 nghiệm x_1, x_2 với mọi m .

$$\text{Theo hệ thức Viet ta có: } \begin{cases} x_1 + x_2 = 2m \\ x_1 \cdot x_2 = -6m - 9 \end{cases}$$

Phương trình có 2 nghiệm trái dấu $\Leftrightarrow x_1 x_2 < 0 \Leftrightarrow -6m - 9 < 0 \Leftrightarrow m > \frac{-3}{2}$.

Ta có : $x_1^2 + x_2^2 = 13 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = 13 \Leftrightarrow (2m)^2 - 2(-6m - 9) - 13 = 0$

$\Leftrightarrow 4m^2 + 12m + 5 = 0 \Leftrightarrow m = \frac{-5}{2}$ (loại) hoặc $m = \frac{-1}{2}$ (nhận). Vậy $m = \frac{-1}{2}$.

Câu 3: (2 điểm) Một đám đất hình chữ nhật có chu vi 24 m. Nếu tăng độ dài một cạnh lên 2 m và giảm độ dài cạnh còn lại 1 m thì diện tích mảnh đất tăng thêm 1 m². Tìm độ dài các cạnh của hình chữ nhật ban đầu.

Lời giải

Gọi x (m) là cạnh thứ nhất của mảnh đất hình chữ nhật.

y (m) là cạnh thứ hai của mảnh đất hình chữ nhật.

Điều kiện: $0 < x < 12, 1 < y < 12$.

Diện tích mảnh đất ban đầu: $x.y$ (m²). Theo đề ta có phương trình: $2(x + y) = 24$ (m). (1)

Giả sử tăng độ dài một cạnh lên 2 m và giảm độ dài cạnh còn lại 1 m.

Độ dài cạnh thứ nhất khi tăng 2 m: $x + 2$ (m).

Độ dài cạnh còn lại khi giảm 1 m: $y - 1$ (m).

Diện tích mảnh đất khi thay đổi: $(x + 2)(y - 1)$ (m²).

Theo đề ta có phương trình: $(x + 2)(y - 1) - xy = 1$. (2)

Từ (1), (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} 2(x + y) = 24 \\ (x + 2)(y - 1) - xy = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 12 \\ -x + 2y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 7 \\ y = 5 \end{cases}$$

Vậy kích thước mảnh đất lúc đầu là: 7 m; 5 m.

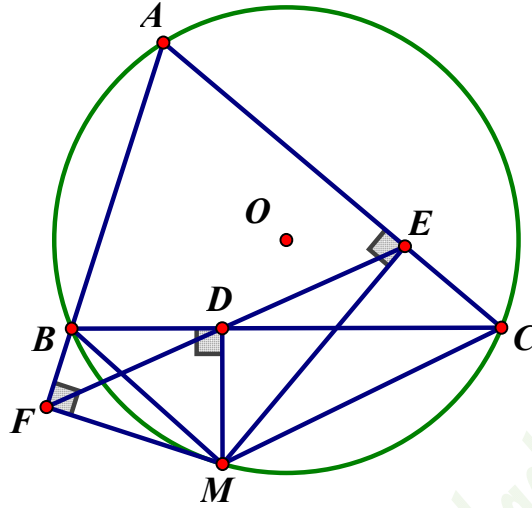
Câu 4: (4,0 điểm) Cho tam giác ABC ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn tâm O . M là điểm nằm trên cung BC không chứa điểm A . Gọi D, E, F lần lượt là hình chiếu của M trên BC, CA, AB . Chứng minh rằng:

a) Bốn điểm M, B, D, F cùng thuộc một đường tròn và bốn điểm M, D, E, C cùng thuộc một đường tròn.

b) Chứng minh D, E, F thẳng hàng.

c) $\frac{BC}{MD} = \frac{AC}{ME} + \frac{AB}{MF}$.

Lời giải



a) Bốn điểm M, B, D, F cùng thuộc một đường tròn và bốn điểm M, D, E, C cùng thuộc một đường tròn.

Ta có: $MF \perp AB$ nên $\widehat{MFB} = 90^\circ$. $MD \perp BC$ nên $\widehat{MDB} = 90^\circ$.

Tứ giác $MDBF$ có $\widehat{MFB} + \widehat{MDB} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$

Do đó tứ giác $MDBF$ nội tiếp.

Suy ra 4 điểm M, B, D, F cùng thuộc một đường tròn.

Ta có: $MD \perp BC$ nên $\widehat{MDC} = 90^\circ$; $MF \perp AC$ nên $\widehat{MFC} = 90^\circ$.

Suy ra: $\widehat{MDC} = \widehat{MFC} = 90^\circ$.

Mà 2 đỉnh D, F cùng nhìn MC dưới 1 góc bằng nhau.

Do đó tứ giác $MDEC$ nội tiếp.

Vậy 4 điểm M, D, E, C cùng thuộc một đường tròn.

b) Chứng minh D, E, F thẳng hàng.

Vì tứ giác $MDBF$ nội tiếp. Nên: $\widehat{M}_1 = \widehat{D}_1$ (cùng chắn $\widehat{BF}$).

Vì tứ giác $MDEC$ nội tiếp nên $\widehat{M}_2 = \widehat{D}_2$. Mặt khác tứ giác $MBAC$ nội tiếp.

Nên $\widehat{B}_1 = \widehat{C}$ (góc ngoài của tứ giác nội tiếp).

Do đó $\widehat{M}_1 = \widehat{M}_2$ (cùng phụ với $\widehat{B}_1; \widehat{C}$). Suy ra: $\widehat{D}_1 = \widehat{D}_2$.

Mà $\widehat{D}_2 + \widehat{BDE} = 180^\circ$. Nên $\widehat{D}_1 + \widehat{BDE} = 180^\circ$. Vậy, D, E, F thẳng hàng.

c) $\frac{BC}{MD} = \frac{AC}{ME} + \frac{AB}{MF}$

Ta có :

$$\frac{AC}{ME} + \frac{AB}{MF} = \frac{AE + EC}{ME} + \frac{AF - FC}{MF} = \frac{AE}{ME} + \frac{EC}{ME} + \frac{AF}{MF} - \frac{FC}{MF}$$

$$= \tan \widehat{AME} + \tan \widehat{M_2} + \tan \widehat{AMF} - \tan \widehat{M_1} . \text{ Mà } \widehat{M_1} = \widehat{M_2}$$

Nên $\frac{AC}{ME} + \frac{AB}{MF} = \tan \widehat{AME} + \tan \widehat{AMF}$. Mặt khác: tứ giác $AFME$ nội tiếp nên:

$$\widehat{AME} = \widehat{AFE} = \widehat{BMD} . \widehat{AMF} = \widehat{AEF} = \widehat{DMC}$$

$$\text{Do đó: } \frac{AC}{ME} + \frac{AB}{MF} = \tan \widehat{AME} + \tan \widehat{AMF} = \tan \widehat{BMD} + \tan \widehat{MDC} = \frac{BD}{MD} + \frac{DC}{MD} = \frac{BD + DC}{MD} = \frac{BC}{MD} .$$

Câu 5: (1 điểm) Cho a, b, c là ba số thực dương. CMR: $\frac{a^5}{bc} + \frac{b^5}{ca} + \frac{c^5}{ab} \geq a^3 + b^3 + c^3$

Lời giải

$$\text{Ta có: } \frac{a^5}{bc} + \frac{b^5}{ca} + \frac{c^5}{ab} = \frac{a^6}{abc} + \frac{b^6}{abc} + \frac{c^6}{abc} = \frac{(a^3)^2}{abc} + \frac{(b^3)^2}{abc} + \frac{(c^3)^2}{abc}$$

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy – Schwarz :

$$\frac{a^5}{bc} + \frac{b^5}{ca} + \frac{c^5}{ab} = \frac{(a^3)^2}{abc} + \frac{(b^3)^2}{abc} + \frac{(c^3)^2}{abc} \geq \frac{(a^3 + b^3 + c^3)^2}{abc + abc + abc} = \frac{(a^3 + b^3 + c^3)(a^3 + b^3 + c^3)}{3abc}$$

Áp dụng bất đẳng thức AM – GM cho 3 số a^3, b^3, c^3 ta được:

$$a^3 + b^3 + c^3 \geq 3\sqrt[3]{a^3 b^3 c^3} = 3abc$$

$$\text{Do đó } \frac{a^5}{bc} + \frac{b^5}{ca} + \frac{c^5}{ab} \geq \frac{(a^3 + b^3 + c^3)(a^3 + b^3 + c^3)}{3abc} \geq \frac{(a^3 + b^3 + c^3)3abc}{3abc} = a^3 + b^3 + c^3 \text{ (đpcm)}$$

Dấu “=” xảy ra khi $a = b = c$.

ĐÁP ÁN ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO 10 THPT - NĂM HỌC 2018-2019

Bài 1: Cho biểu thức $A = \left(\frac{1}{x+\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x}+1} \right) : \frac{\sqrt{x}}{x+2\sqrt{x}+1}$ ($x > 0$)

a) Rút gọn biểu thức A

b) Tìm các giá trị của x để $A > \frac{1}{2}$

Lời giải

$$\text{a) Ta có } A = \left(\frac{1}{x+\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x}+1} \right) : \frac{\sqrt{x}}{x+2\sqrt{x}+1} = \frac{1-\sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)} \cdot \frac{(\sqrt{x}+1)^2}{\sqrt{x}} = \frac{(1-\sqrt{x})(1+\sqrt{x})}{\sqrt{x} \cdot \sqrt{x}} = \frac{1-x}{x}$$

$$\text{b) } A > \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{1-x}{x} > \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{1-x}{x} - \frac{1}{2} > 0 \Leftrightarrow \frac{2-2x-x}{2x} > 0 \Leftrightarrow \frac{2-3x}{2x} > 0$$

$$\text{mà } x > 0 \Leftrightarrow 2-3x > 0 \Leftrightarrow x < \frac{2}{3}. \text{ Vậy } 0 < x < \frac{2}{3} \text{ thì } A > \frac{1}{2}$$

Bài 2:

1) Không dùng máy tính, giải hệ phương trình $\begin{cases} 2x - y = 4 \\ x + 3y = -5 \end{cases}$

2) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy đường thẳng d có hệ số góc k đi qua điểm $M(1; -3)$ cắt các trục tọa độ Ox, Oy lần lượt tại A và B

a) Xác định tọa độ các điểm A, B theo k

b) Tính diện tích tam giác OAB khi $k = 2$

Lời giải

$$\text{1) Ta có } \begin{cases} 2x - y = 4 \\ x + 3y = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - y = 4 \\ 2x + 6y = -10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7y = -14 \\ x = -5 - 3y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -2 \\ x = 1 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = (1; -2)$

2)

a) Đường thẳng d có hệ số góc k nên phương trình d có dạng $y = kx + b$

Vì d đi qua $M(1; -3)$ nên $-3 = 1 \cdot k + b \Rightarrow b = -3 - k$.

Phương trình đường thẳng là $y = kx - 3 - k$

$$\text{Ta có } A \in Ox \Rightarrow A(x; 0), \text{ vì } A \in d \Rightarrow 0 = kx - 3 - k \Rightarrow x = \frac{3+k}{k} \Rightarrow A\left(\frac{k+3}{k}; 0\right)$$

$$\text{Ta có } B \in Oy \Rightarrow B(0; y), \text{ vì } B \in d \Rightarrow y = k \cdot 0 - 3 - k \Leftrightarrow y = -3 - k \Rightarrow B(0; -3 - k)$$

$$\text{b) Ta có } \triangle ABC \text{ vuông tại } A, \text{ mà } A\left(\frac{k+3}{k}; 0\right) \Rightarrow OA = \sqrt{\left(\frac{k+3}{k}\right)^2} = \frac{k+3}{k};$$

$$B(0; -3 - k) \Rightarrow OB = \sqrt{(-3 - k)^2} = k + 3. \text{ Khi } k = 2 \Rightarrow S_{OAB} = \frac{OA \cdot OB}{2} = \frac{\frac{2+3}{2} \cdot (2+3)}{2} = \frac{25}{4}$$

$$\text{Vậy } S_{OAB} = \frac{25}{4}$$

Bài 3: Tìm một số có hai chữ số biết rằng: Hiệu của số ban đầu với số đảo ngược của nó bằng 18 (số đảo ngược của một số là một số thu được bằng cách viết các chữ số của nó theo thứ tự ngược lại) và tổng của số ban đầu với bình phương số đảo ngược của nó bằng 618.

Lời giải

Gọi số có hai chữ số cần tìm là $\overline{ab}$ ($a \in \mathbb{N}^*$; $0 < a \leq 9$; $0 \leq b \leq 9$), số đảo ngược là $\overline{ba}$

Vì hiệu của số ban đầu với số đảo ngược của nó bằng 18 nên

$$\Rightarrow \overline{ab} - \overline{ba} = 18 \Leftrightarrow 10a + b - 10b - a = 18 \Leftrightarrow 9a - 9b = 18 \Leftrightarrow a - b = 2 \Leftrightarrow a = b + 2 \quad (1)$$

Vì tổng của số ban đầu với bình phương số đảo ngược của nó bằng 618 nên

$$\Rightarrow \overline{ab} + (\overline{ba})^2 = 618 \Leftrightarrow 10a + b + (10b + a)^2 = 618$$

$$\Leftrightarrow 10a + b + 100b^2 + 20ab + a^2 = 618 \quad (2)$$

Thay (1) vào (2) ta được

$$\Rightarrow 10(b + 2) + b + 100b^2 + 20(2 + b)b + (2 + b)^2 = 618$$

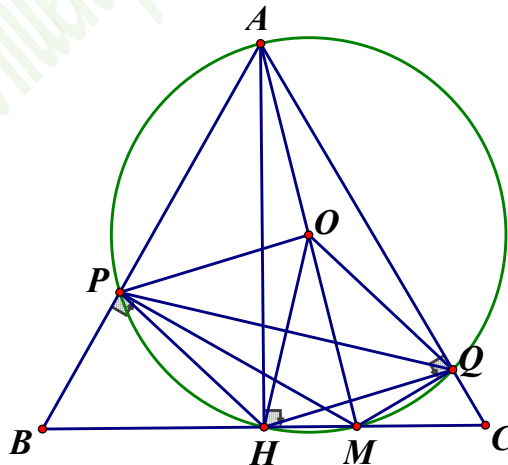
$$\Leftrightarrow 20 + 10b + b + 100b^2 + 40b + 20b^2 + 4 + 4b + b^2 = 618 \Leftrightarrow 121b^2 + 55b - 594 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} b = 2 \\ b = -\frac{27}{11} \text{ (loại)} \end{cases} \text{ Với } b = 2 \Rightarrow a = 4. \text{ Vậy số cần tìm là } 42.$$

Bài 4. Cho tam giác đều ABC có đường cao AH . Trên cạnh BC lấy điểm M tùy ý (M không trùng với B, C, H). Gọi P, Q lần lượt là hình chiếu vuông góc của M lên AB, AC

- Chứng minh tứ giác $APMQ$ nội tiếp được đường tròn và xác định tâm O của đường tròn này
- Chứng minh $OH \perp PQ$
- Chứng minh $MP + MQ = AH$

Lời giải



a) Xét tứ giác $APMQ$ có $\widehat{APM} = \widehat{AQM} = 90^\circ$ (gt)

$\Rightarrow \widehat{APM} + \widehat{AQM} = 180^\circ \Rightarrow$ Tứ giác $APMQ$ nội tiếp trong đường tròn đường kính AM .

Gọi O là trung điểm $AM \Rightarrow$ Tứ giác $APMQ$ nội tiếp trong đường tròn tâm O đường kính AM .

b) Ta có $\widehat{AHM} = 90^\circ$ (gt) $\Rightarrow \widehat{AHM}$ nội tiếp chắn $\frac{1}{2}$ đường tròn đường kính AM

Suy ra H thuộc đường tròn tâm O .

Ta có $\widehat{HPQ} = \widehat{HAC}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung $\widehat{HQ}$),

$\widehat{HQP} = \widehat{HAB}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung $\widehat{HP}$)

Mà $\widehat{HAC} = \widehat{HAB}$ ($\triangle ABC$ cân có AH vừa là đường cao vừa là đường phân giác)

$\Rightarrow \widehat{HPQ} = \widehat{HQP} \Rightarrow \triangle HPQ$ cân tại $H \Rightarrow HP = HQ$ (1)

Mà $OP = OQ$ (do $P, Q \in (O)$) (2).

Từ (1) và (2) suy ra $\Rightarrow OH$ là đường trung trực của $PQ \Rightarrow OH \perp PQ$

c) Ta có $S_{MAB} = \frac{1}{2} MP \cdot AB = \frac{1}{2} MP \cdot BC$ (do $AB = AC$)

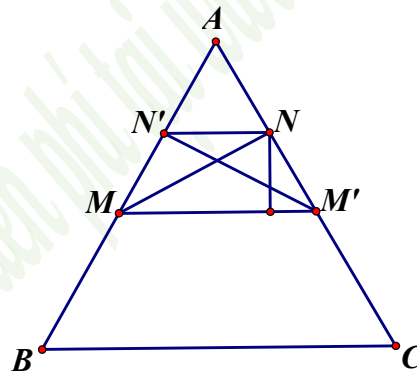
$S_{MAC} = \frac{1}{2} MQ \cdot AC = \frac{1}{2} MQ \cdot BC$ (do $AC = BC$)

$S_{ABC} = \frac{1}{2} AH \cdot BC$

Mà $S_{MAB} + S_{MAC} = S_{ABC} \Leftrightarrow \frac{1}{2} MP \cdot BC + \frac{1}{2} MQ \cdot BC = \frac{1}{2} AH \cdot BC \Leftrightarrow MP + MQ = AH$ (dpcm)

Bài 5. Cho tam giác đều ABC có cạnh bằng a . Hai điểm M, N lần lượt di động trên hai đoạn thẳng AB, AC sao cho $\frac{AM}{MB} + \frac{AN}{NC} = 1$. Đặt $AM = x; AN = y$. Chứng minh $MN = a - x - y$

Lời giải



Ta có $\frac{AM}{MB} + \frac{AN}{NC} = 1 \Rightarrow \frac{AM}{AB - AM} + \frac{AN}{AC - AN} = 1$

$\Leftrightarrow \frac{x}{a-x} + \frac{y}{a-y} = 1 \Leftrightarrow ax - xy + ay - xy = a^2 - ax - ay + xy$

$\Leftrightarrow a^2 - 2ax - 2ay + 3xy = 0$

$\Leftrightarrow a^2 + x^2 + y^2 - 2ax - 2by + 2xy = x^2 + y^2 - xy$

$\Leftrightarrow (a - x - y)^2 = x^2 + y^2 - xy$

Giả sử $x > y$, kẻ $MM' \parallel BC; NN' \parallel BC, M' \in AC; N' \in AB$

Áp dụng định lý Talet $\Rightarrow \frac{AM}{AB} = \frac{AM'}{AC}; AB = AC \Rightarrow AM = AM'$

$\widehat{BAC} = 60^\circ \Rightarrow \widehat{MAM'} = 60^\circ \Rightarrow \triangle AMM'$ đều $\Rightarrow MM' = AM = x$

Chứng minh tương tự ta có $NN' = y, MM' \parallel NN'; \widehat{AMM'} = \widehat{ANN'} = 60^\circ \Rightarrow MM'NN'$ là hình thang cân.

Ta có $MN' = MN = x - y$

Kẻ $NH \perp MM'$ ta có $M'H = \frac{x-y}{2}$; $MH = \frac{x+y}{2}$

Áp dụng định lý Pitago vào $\triangle NHM'$ có $NH = \sqrt{NM'^2 - M'H^2} = \sqrt{(x-y)^2 - \frac{(x-y)^2}{4}} = \frac{(x-y)\sqrt{3}}{2}$

Áp dụng định lý Pitago vào $\triangle NHM$ vuông tại H ta có

$$MN = \sqrt{NH^2 + MH^2} = \sqrt{\frac{3(x-y)^2}{4} + \frac{(x+y)^2}{4}} = \sqrt{\frac{4x^2 + 4y^2 - 4xy}{4}} = \sqrt{x^2 + y^2 - xy}$$

$$= \sqrt{(a-x-y)^2} = |a-x-y|$$

Ta có $\frac{AM}{MB} + \frac{AN}{NC} = 1 \Rightarrow \frac{AM}{MB} < 1 \Rightarrow AM < AB \Rightarrow AM + AM < AM + MB = AB = a \Rightarrow AM < \frac{1}{2}a$

Chứng minh tương tự ta cũng được $AN < \frac{1}{2}a \Rightarrow a-x-y > a - \frac{1}{2}a - \frac{1}{2}a = 0 \Rightarrow |a-x-y| = a-x-y$

Vậy $MN = a-x-y$

ĐÁP ÁN ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO 10 THPT - NĂM HỌC 2019-2020

Bài 1.

1. Giải phương trình: $3(x-1) = 5x + 2$.
2. Cho biểu thức: $A = \sqrt{x+2\sqrt{x-1}} + \sqrt{x-2\sqrt{x-1}}$ với $x \geq 1$
 - a) Tính giá trị biểu thức A khi $x = 5$.
 - b) Rút gọn biểu thức A khi $1 \leq x \leq 2$.

Lời giải

1. Ta có $3(x-1) = 5x + 2 \Leftrightarrow 3x - 3 = 5x + 2 \Leftrightarrow 2x = -5 \Leftrightarrow x = -\frac{5}{2}$.

Vậy phương trình đã cho có nghiệm là $x = -\frac{5}{2}$.

2.

a) Khi $x = 5$, ta có $A = \sqrt{5+2\sqrt{5-1}} + \sqrt{5-2\sqrt{5-1}}$
 $= \sqrt{5+2\sqrt{4}} + \sqrt{5-2\sqrt{4}} = \sqrt{5+2 \cdot 2} + \sqrt{5-2 \cdot 2} = \sqrt{9} + \sqrt{1} = 3+1 = 4$. Vậy khi $x = 5$ thì $A = 4$.

b) Với $1 \leq x \leq 2$, ta có

$$\begin{aligned} A &= \sqrt{x+2\sqrt{x-1}} + \sqrt{x-2\sqrt{x-1}} = \sqrt{x-1+2\sqrt{x-1}+1} + \sqrt{x-1-2\sqrt{x-1}+1} \\ &= \sqrt{(\sqrt{x-1}+1)^2} + \sqrt{(\sqrt{x-1}-1)^2} = |\sqrt{x-1}+1| + |\sqrt{x-1}-1| \\ &= \sqrt{x-1}+1+1-\sqrt{x-1} \quad (1 \leq x \leq 2 \Rightarrow 0 \leq \sqrt{x-1} \leq 1 \Rightarrow \sqrt{x-1}-1 \leq 0) \\ &= 2. \text{ Vậy khi } 1 \leq x \leq 2 \text{ thì } A = 2. \end{aligned}$$

Bài 2.

1. Cho phương trình: $x^2 - (m-1)x - m = 0$. Tìm m để phương trình trên có một nghiệm bằng 2. Tính nghiệm còn lại.

2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho ba đường thẳng

$$d_1 : y = 2x - 1; \quad d_2 : y = x; \quad d_3 : y = -3x + 2.$$

Tìm hàm số có đồ thị là đường thẳng d song song với đường thẳng d_3 đồng thời đi qua giao điểm của hai đường thẳng d_1 và d_2 .

Lời giải

1.

$$x^2 - (m-1)x - m = 0. \quad (1)$$

Thay $x = 2$ vào phương trình (1) ta được

$$2^2 - (m-1) \cdot 2 - m = 0 \Leftrightarrow 4 - 2m + 2 - m = 0 \Leftrightarrow 3m = 6 \Leftrightarrow m = 2.$$

Thay $m = 2$ vào phương trình (1) ta được $x^2 - x - 2 = 0$.

Ta có các hệ số: $a - b + c = 0$ nên phương trình có hai nghiệm phân biệt là $x_1 = -1$; $x_2 = 2$.

Vậy với $m = 2$ phương trình đã cho có một nghiệm bằng 2, nghiệm còn lại là -1.

2.

Phương trình đường thẳng $d: ax + b$ ($a, b \in \mathbb{R}$). Ta có $d \parallel d_3 \Rightarrow \begin{cases} a = -3 \\ b \neq 2 \end{cases} \Rightarrow d: y = -3x + b, \quad (b \neq 2).$

Tọa độ giao điểm của hai đường thẳng d_1, d_2 là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} y = 2x - 1 \\ y = x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2x - 1 \\ y = x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases} \Rightarrow A(1; 1). \text{ Vì } A(1; 1) \in d: y = -3x + b \Rightarrow 1 = -3 \cdot 1 + b \Leftrightarrow b = 4 \quad (\text{TM}).$$

Vậy phương trình đường thẳng cần tìm là $d: y = -3x + 4$.

Bài 3. Hai đội công nhân cùng làm chung trong 4 giờ thì hoàn thành được $\frac{2}{3}$ công việc. Nếu làm riêng thì thời gian hoàn thành công việc đội thứ hai ít hơn đội thứ nhất là 5 giờ. Hỏi nếu làm riêng thì thời gian hoàn thành công việc của mỗi đội là bao nhiêu?

Lời giải

Gọi thời gian đội thứ nhất làm riêng hoàn thành công việc là x (giờ, $x > 5$).

Thời gian đội thứ hai làm riêng hoàn thành công việc là y (giờ, $y > 0$).

Mỗi giờ đội thứ nhất làm được $\frac{1}{x}$ công việc, đội thứ hai làm được $\frac{1}{y}$ công việc.

Trong 4 giờ đội thứ nhất làm được $\frac{4}{x}$ công việc, đội thứ hai làm được $\frac{4}{y}$ công việc.

Theo đề ta có hệ phương trình
$$\begin{cases} \frac{4}{x} + \frac{4}{y} = \frac{2}{3} & (1) \\ x - y = 5 & (2) \end{cases}$$

$(2) \Leftrightarrow x = y + 5$ thế vào (1) ta được
$$\frac{4}{y+5} + \frac{4}{y} = \frac{2}{3} \Rightarrow 6y + 6(y+5) = y(y+5)$$

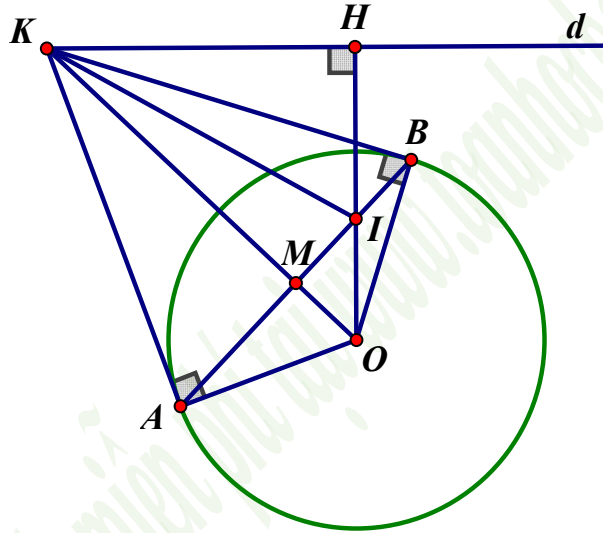
$$\Leftrightarrow y^2 - 7y - 30 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} y = -3 & (\text{ktm}) \\ y = 10 \Rightarrow x = 15 \end{cases}$$

Vậy nếu làm riêng thì thời gian hoàn thành công việc của đội thứ nhất là 15 giờ, đội thứ hai là 10 giờ.

Bài 4. Cho đường tròn tâm O , bán kính R và một đường thẳng d không cắt đường tròn (O) . Dựng đường thẳng OH vuông góc với đường thẳng d tại điểm H . Trên đường thẳng d lấy điểm K (khác điểm H), qua K vẽ hai tiếp tuyến KA và KB với đường tròn (O) , (A và B là các tiếp điểm) sao cho A và H nằm về hai phía của đường thẳng OK .

- Chứng minh tứ giác $KAOH$ nội tiếp được trong đường tròn.
- Đường thẳng AB cắt đường thẳng OH tại điểm I . Chứng minh rằng $IA \cdot IB = IH \cdot IO$ và I là điểm cố định khi điểm K chạy trên đường thẳng d cố định.
- Khi $OK = 2R, OH = R\sqrt{3}$. Tính diện tích tam giác KAI theo R .

Lời giải



a) Ta có $\widehat{KAO} = 90^\circ$ ($KA \perp AO$), $\widehat{KHO} = 90^\circ$ ($OH \perp KH$)

Xét tứ giác $KAOH$ có $\widehat{KAO} + \widehat{KHO} = 180^\circ$ nên là tứ giác nội tiếp.

b) Ta có $\widehat{KBO} + \widehat{KAO} = 180^\circ$ nên $KAOB$ là tứ giác nội tiếp và đỉnh H, B, A cùng nhìn cạnh OK dưới một góc vuông nên năm điểm K, A, B, O, H cùng thuộc đường tròn đường kính OK

Xét tam giác IAH và tam giác IOB có $\widehat{HIA} = \widehat{BIO}$ (đối đỉnh) và $\widehat{AHI} = \widehat{ABO}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung AO). Do đó $\triangle IAH \sim \triangle IOB$ (g.g) $\Rightarrow \frac{IA}{IH} = \frac{IO}{IB} \Rightarrow IA \cdot IB = IH \cdot IO$.

Xét tứ giác $AOBH$ có $\widehat{OHB}$ là góc nội tiếp chắn cung OB , $\widehat{OBA}$ là góc nội tiếp chắn cung OA ; Mà $OA = OB = R$ nên $\widehat{OHB} = \widehat{OBA}$.

Xét $\triangle OIB$ và $\triangle OBH$ có $\widehat{BOH}$ góc chung và $\widehat{OHB} = \widehat{OBA}$ (cmt).

$$\text{Do đó } \triangle OIB \sim \triangle OBH \text{ (g.g)} \Rightarrow \frac{OI}{OB} = \frac{OB}{OH} \Rightarrow OI = \frac{OB^2}{OH} = \frac{R^2}{OH}.$$

Ta lại có đường thẳng d cố định nên OH không đổi ($OH \perp d$).

Vậy điểm I cố định khi K chạy trên đường thẳng d cố định.

c) Gọi M là giao điểm của OK và AB

Theo tính chất tiếp tuyến ta có $KA=KB$;

Lại có $OA=OB=R$ nên OK là đường trung trực của AB , suy ra $AB \perp OK$ tại M và $MA=MB$.

$$\text{Theo câu b) ta có } OI = \frac{R^2}{OH} = \frac{R^2}{R\sqrt{3}} = \frac{R}{\sqrt{3}}.$$

$$\text{Xét } \triangle OAK \text{ vuông tại } A, \text{ có } OA^2 = OM \cdot OK \Leftrightarrow OM = \frac{OA^2}{OK} = \frac{R^2}{2R} = \frac{R}{2}$$

$$\text{Suy ra } KM = OK - OM = 2R - \frac{R}{2} = \frac{3R}{2}$$

$$AM^2 = OM \cdot KM = \frac{R}{2} \cdot \frac{3R}{2} = \frac{3R^2}{4} \Rightarrow AM = \frac{R\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{Xét } \triangle OMI \text{ vuông tại } M, \text{ có } MI = \sqrt{OI^2 - OM^2} = \sqrt{\left(\frac{R}{\sqrt{3}}\right)^2 - \left(\frac{R}{2}\right)^2} = \frac{R\sqrt{3}}{6}$$

$$\text{Suy ra } AI = AM + MI = \frac{R\sqrt{3}}{2} + \frac{R\sqrt{3}}{6} = \frac{2R\sqrt{3}}{3}$$

$$\text{Diện tích } \triangle AKI \text{ là } S = \frac{1}{2} AI \cdot KM = \frac{1}{2} \cdot \frac{2R\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{3R}{2} = \frac{R^2\sqrt{3}}{2}.$$

Bài 5. Cho x, y là hai số thực thỏa $\begin{cases} x > y \\ xy = 1 \end{cases}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{x^2 + y^2}{x - y}$.

Lời giải

$$\text{Với } x > y, xy = 1, \text{ ta có } P = \frac{x^2 + y^2}{x - y} = \frac{(x - y)^2 + 2xy}{x - y} = x - y + \frac{2}{x - y}$$

$$\text{Vì } x > y \Rightarrow x - y > 0; \frac{2}{x - y} > 0 \text{ và } xy = 1.$$

Áp dụng bất đẳng thức Cô-si cho hai số dương $x - y; \frac{2}{x - y}$, ta có

$$x - y + \frac{2}{x - y} \geq 2\sqrt{\frac{2(x - y)}{x - y}} = 2\sqrt{2} = 2\sqrt{2}. \text{ Suy ra } \min P = 2\sqrt{2}.$$

$$\text{Dấu đẳng thức xảy ra } \Leftrightarrow x - y = \frac{2}{x - y} \Leftrightarrow (x - y)^2 = 2 \Leftrightarrow x - y = \sqrt{2} \Leftrightarrow x = y + \sqrt{2}.$$

$$\text{Mà } xy = 1 \Rightarrow (y + \sqrt{2})y = 1 \Leftrightarrow y^2 + \sqrt{2}y = 1 \Leftrightarrow y^2 + \sqrt{2}y - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{2} \\ y = \frac{-\sqrt{6} - \sqrt{2}}{2} \end{cases}$$

$$\text{Vậy } \min P = 2\sqrt{2} \text{ tại } \begin{cases} x = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{2} \\ y = \frac{-\sqrt{2} + \sqrt{6}}{2} \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} x = \frac{\sqrt{2} - \sqrt{6}}{2} \\ y = \frac{-\sqrt{2} - \sqrt{6}}{2} \end{cases}.$$