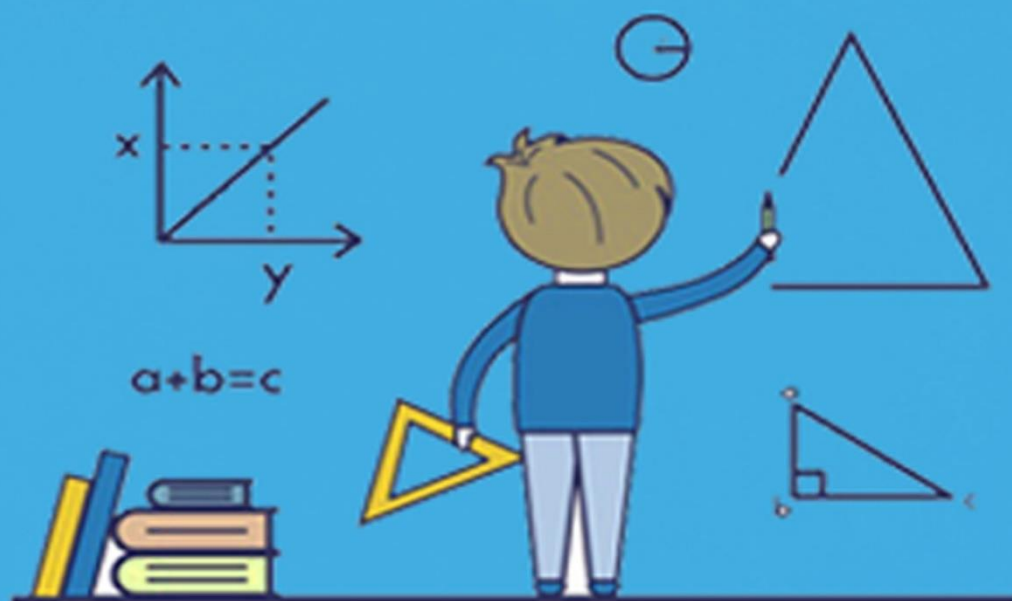


ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

TUYỂN TẬP 20 ĐỀ ÔN TẬP GIỮA KÌ I TOÁN 11



ĐỀ 1
ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA KÌ I**Môn: TOÁN, Lớp 10**

Thời gian làm bài: 90 phút, không tính thời gian phát đề

PHẦN I: TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN

- Câu 1.** Phép vị tự tâm O tỉ số k ($k \neq 0$) biến mỗi điểm M thành M' . Mệnh đề nào sau đây đúng?
A. $\overrightarrow{OM} = -\overrightarrow{OM'}$. **B.** $\overrightarrow{OM} = \frac{1}{k} \overrightarrow{OM'}$. **C.** $\overrightarrow{OM} = k \overrightarrow{OM'}$. **D.** $\overrightarrow{OM} = -k \overrightarrow{OM'}$.
- Câu 2.** Một lớp học có 12 bạn nam và 10 bạn nữ. Số cách chọn hai bạn trực nhật sao cho có cả nam và nữ là
A. 210. **B.** 22. **C.** 120. **D.** 231.
- Câu 3.** Nghiệm của phương trình: $1 + \tan x = 0$.
A. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi$. **B.** $x = -\frac{\pi}{4} + k\pi$. **C.** $x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi$. **D.** $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi$.
- Câu 4.** Phương trình nào sau đây **không** phải là phương trình bậc hai của một hàm số lượng giác?
A. $-4\sin^2 x + 5\sin x + 8 = 0$. **B.** $-2\tan^2 3x - 3\tan 3x + 5 = 0$.
C. $\cos^2 x + 6\sin 2x + 5 = 0$. **D.** $\cos^2 \frac{x}{2} - 10\cos \frac{x}{2} + 5 = 0$.
- Câu 5.** Có 4 bông hoa hồng khác nhau, có 6 bông hoa lan khác nhau, có 5 bông hoa cúc khác nhau. Hỏi bạn có bao nhiêu cách chọn 3 bông hoa để cắm sao cho hoa trong lọ phải có một bông hoa của mỗi loại.
A. 36. **B.** 24 **C.** 16. **D.** 120.
- Câu 6.** Phép quay tâm O góc quay α nào dưới đây là một phép đồng nhất?
A. $\alpha = 4\pi$. **B.** $\alpha = 3\pi$. **C.** $\alpha = -\pi$. **D.** $\alpha = \pi$.
- Câu 7.** Trên giá sách có 10 quyển sách Toán khác nhau, 11 quyển sách Văn khác nhau và 7 quyển sách tiếng Anh khác nhau. Hỏi có bao nhiêu cách chọn 1 quyển sách trong các quyển sách trên?
A. 32. **B.** 26. **C.** 28. **D.** 20.
- Câu 8.** Cho 8 điểm trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng. Hỏi có bao nhiêu tam giác mà ba đỉnh của nó được chọn từ 8 điểm trên?
A. 84. **B.** 336. **C.** 56. **D.** 168.
- Câu 9.** Nghiệm của phương trình $\sin^2 x + \sin x = 0$ thỏa điều kiện $-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$
A. $x = \frac{\pi}{3}$. **B.** $x = \frac{\pi}{2}$. **C.** $x = 0$. **D.** $x = \pi$.
- Câu 10.** Xét các khẳng định sau:
(I): Cho hai đường thẳng a và đường thẳng b song song với nhau. Có duy nhất một phép tịnh tiến biến đường thẳng a thành b .
(II): Phép dời hình biến một hình thành một hình bằng nó.
(III): $Q_{(I; 2020\pi)}$ là phép đồng nhất.
(IV): Mọi phép vị tự tâm I tỉ số $k \neq 0$ đều là phép đồng dạng tỉ số k .
 Khi đó, số khẳng định đúng là:
A. 1 **B.** 4 **C.** 3 **D.** 2
- Câu 11.** Khẳng định nào sau đây đúng?
A. $T_{\vec{v}}(A) = M \Leftrightarrow \overrightarrow{MA} = -\vec{a}$. **B.** $T_{\vec{v}}(A) = M \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} = \vec{a}$.
C. $T_{\vec{v}}(A) = M \Leftrightarrow 2\overrightarrow{AM} = -\vec{a}$. **D.** $T_{\vec{v}}(A) = M \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} = -\vec{a}$.

- Câu 12.** Số điểm biểu diễn tập nghiệm của phương trình $\sin x + \sin 2x + \sin 3x = 0$ trên đường tròn lượng giác là
A. 2. **B.** 6. **C.** 1. **D.** 4.
- Câu 13.** Trong mặt phẳng Oxy , cho phép quay $Q_{(O, -90^\circ)}(M) = M'(1; -3)$. Tìm tọa độ điểm M .
A. $(3; 1)$. **B.** $(-1; 3)$. **C.** $(-1; -3)$. **D.** $(3; -1)$.
- Câu 14.** Tìm giá trị lớn nhất M của hàm số $y = 4\sin 2x - 3\cos 2x$.
A. $M = 3$. **B.** $M = 1$. **C.** $M = 5$. **D.** $M = 4$.
- Câu 15.** Có bao nhiêu bộ hai số (x, k) thỏa mãn bất phương trình $\frac{P_{x+5}}{(x-k)!} \leq 60A_{x+3}^{k+2}$, biết x, k là các số tự nhiên.
A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.
- Câu 16.** Biết $C_n^6 = 27132$ thì A_n^6 bằng bao nhiêu?
A. 4522. **B.** 162792. **C.** 325584. **D.** 19536040.
- Câu 17.** Cho các hàm số sau: $y = \cos\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{6}\right)$; $y = \cot 2x$; $y = \sin(3x - 2)$; $y = \tan\left(2x - \frac{\pi}{4}\right)$.
 Trong các hàm số trên, có bao nhiêu hàm số có tập xác định là $\mathbb{R}$.
A. 1. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 3.
- Câu 18.** Trong mặt phẳng Oxy , cho các điểm $A(1; -2)$, $A'(4; -5)$ và $I(2; -3)$. Phép vị tự tâm I tỉ số k biến điểm A thành điểm A' thì giá trị của k bằng
A. $k = -2$. **B.** $k = -\frac{1}{2}$. **C.** $k = \frac{1}{2}$. **D.** $k = 2$.
- Câu 19.** Phương trình $m \cdot \cos x - 1 = 0$ có nghiệm khi m thỏa mãn điều kiện
A. $\begin{cases} m \leq -1 \\ m \geq 1 \end{cases}$. **B.** $m \geq -1$ **C.** $m \geq 1$. **D.** $\begin{cases} m \geq -1 \\ m \leq 1 \end{cases}$.
- Câu 20.** Nghiệm của phương trình $\sqrt{3}\sin 2x - \cos 2x - 2 = 0$ là:
A. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$. **B.** $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.
C. $x = -\frac{\pi}{3} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$. **D.** $x = \frac{\pi}{6} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.
- Câu 21.** Cho 19 điểm phân biệt $A_1, A_2, A_3, \dots, A_{19}$ trong đó có 5 điểm A_1, A_2, A_3, A_4, A_5 thẳng hàng, ngoài ra không có 3 điểm nào thẳng hàng. Hỏi có bao nhiêu tam giác có 3 đỉnh được lấy trong 19 điểm trên?
A. 959. **B.** 969. **C.** 364. **D.** 374.
- Câu 22.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 + 4x - 6y - 12 = 0$. Ảnh (C') của (C) qua phép tịnh tiến theo vector $\vec{v} = (-2; 3)$ là
A. $(x+4)^2 + (y-6)^2 = 25$. **B.** $(x+4)^2 + (y+6)^2 = 25$.
C. $(x-4)^2 + (y+6)^2 = 25$. **D.** $(x-4)^2 + (y-6)^2 = 25$.
- Câu 23.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-10; 10]$ để phương trình $\sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) - \sqrt{3}\cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = 2m$ vô nghiệm
A. 18. **B.** 9. **C.** 21. **D.** 20.
- Câu 24.** Có bao nhiêu số có bốn chữ số có dạng $\overline{abcd}$ sao cho $a < b \leq c \leq d$.

- A. 246. B. 330. C. 426. D. 210.

Câu 25. Giá trị của n thỏa mãn đẳng thức $C_n^6 + 3C_n^7 + 3C_n^8 + C_n^9 = 2C_{n+2}^8$ là:

- A. $n=24$. B. $n=15$. C. $n=16$. D. $n=18$.

Câu 26. Cho hai đường thẳng d_1 và d_2 song song với nhau. Trên d_1 có 10 điểm phân biệt, trên d_2 có n điểm phân biệt ($n \geq 2$). Biết rằng có 5700 tam giác có các đỉnh là các điểm nói trên. Tìm giá trị của n .

- A. 20. B. 21. C. 32. D. 30.

Câu 27. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai đường thẳng song song a và b lần lượt có phương trình $2x - y + 4 = 0$ và $2x - y - 1 = 0$. Tìm giá trị thực của tham số m để phép tịnh tiến T theo vector $\vec{u} = (m; -3)$ biến đường thẳng a thành đường thẳng b .

- A. $m=4$. B. $m=1$. C. $m=2$. D. $m=3$.

Câu 28. Giải phương trình $\sqrt{3} \cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) + \sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right) = 2 \sin 2x$.

A.
$$\begin{cases} x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{18} + k\frac{2\pi}{3} \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

B.
$$\begin{cases} x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{18} + k\frac{2\pi}{3} \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

C.
$$\begin{cases} x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

D.
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{18} + k\frac{2\pi}{3} \\ x = -\frac{\pi}{18} + k\frac{2\pi}{3} \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

Câu 29. Phương trình $\sin^8 x + \cos^8 x = \frac{17}{16} \cos^2 2x$ có bao nhiêu nghiệm trên đoạn $[0; \pi]$.

- A. 5. B. 3. C. 2. D. 4.

Câu 30. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , xét điểm $M(-1; 2)$, $\vec{u} = (1; 2)$. Gọi D là phép đối xứng qua đường phân giác của góc phần tư thứ nhất, T là phép tịnh tiến theo vector $\vec{u}$. Xét $M_1 = D(M)$, $M_2 = T(M_1)$. Điểm M_2 có tọa độ là

- A. $(-3; 1)$. B. $(3; -1)$. C. $(-3; -1)$. D. $(3; 1)$.

Câu 31. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho đường thẳng $d: x - 2y + 1 = 0$, phép vị tự tâm $I(0; 1)$ tỉ số $k = -2$ biến đường thẳng d thành đường thẳng d' , phép đối xứng trục Ox biến đường thẳng d' thành đường thẳng d_1 . Khi đó, phép đồng dạng biến đường thẳng d thành đường thẳng d_1 có phương trình là

- A. $2x - y + 4 = 0$. B. $x + 2y + 4 = 0$. C. $x + 2y - 4 = 0$. D. $x + 2y + 8 = 0$.

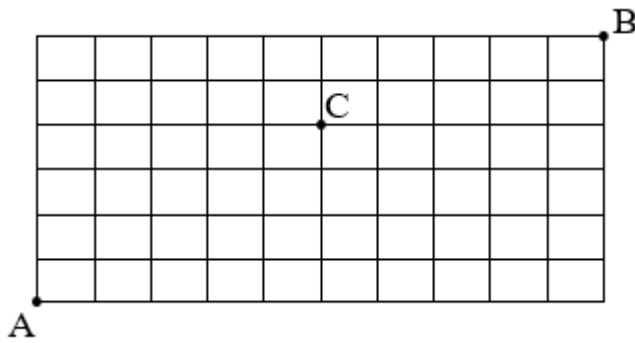
Câu 32. Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 6, 7, 8 lập được bao nhiêu số tự nhiên chẵn có 4 chữ số khác nhau và nhỏ hơn 2020.

- A. 215. B. 153. C. 150. D. 210.

Câu 33. Tìm tổng tất cả các nghiệm thuộc đoạn $[0; 10\pi]$ của phương trình $\sin^2 2x + 3\sin 2x + 2 = 0$.

- A. $\frac{297\pi}{4}$. B. $\frac{299\pi}{4}$. C. $\frac{105\pi}{2}$. D. $S.ABCD$.

Câu 34. Cho một lưới gồm các ô vuông kích thước 10×6 như hình vẽ sau đây. Một người đi từ A đến B theo quy tắc: chỉ đi trên cạnh của các ô vuông theo chiều từ trái qua phải hoặc từ dưới lên trên. Hỏi có bao nhiêu đường đi khác nhau để người đó đi từ A đến B đi qua điểm C ?



A. $C_9^4.C_7^2$.

B. $C_6^4.C_{10}^5$.

C. $C_5^4.C_6^2$.

D. C_{16}^6 .

Câu 35. Tìm tất cả các giá trị m để bất phương trình: $\frac{3\sin 2x + \cos 2x}{\sin 2x + 4\cos^2 x + 1} \leq m + 1$ đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$.

A. $m \geq \frac{\sqrt{65} + 9}{4}$.

B. $m \geq \frac{3\sqrt{5}}{4}$.

C. $m \geq \frac{3\sqrt{5} + 9}{4}$.

D. $m \geq \frac{\sqrt{65} - 9}{4}$.

PHẦN II: TƯ LUẬN

Câu 36. Giải phương trình: $\cos 2x + \sin 2x = \sin x + \cos x - 1$.

Câu 37. Từ các chữ số 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6 lập tập hợp S gồm các số tự nhiên có 4 chữ số phân biệt (chữ số đầu tiên khác 0). Tập hợp S có bao nhiêu số? Trong đó có bao nhiêu số lẻ.

Câu 38. Đội văn nghệ của nhà trường gồm 4 học sinh lớp 12A, 3 học sinh lớp 12B và 2 học sinh lớp 12C. Chọn ngẫu nhiên 5 học sinh từ đội văn nghệ để biểu diễn trong lễ bế giảng. Hỏi có bao nhiêu cách chọn sao cho lớp nào cũng có học sinh được chọn?

Câu 39. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường tròn $(C): (x-1)^2 + (y-1)^2 = 4$. Tìm ảnh (C') của (C) qua phép vị tự tâm $I(-1; 2)$ tỉ số $k=3$?

ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
B	C	C	C	D	A	C	C	C	D	B	B	A	C	D	D	C	A
19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	
A	A	A	A	A	B	B	D	B	B	D	D	B	B	C	A	D	

PHẦN I: TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN

Câu 1. Phép vị tự tâm O tỉ số k ($k \neq 0$) biến mỗi điểm M thành M' . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{OM} = -\overrightarrow{OM'}$. B. $\overrightarrow{OM} = \frac{1}{k}\overrightarrow{OM'}$. C. $\overrightarrow{OM} = k\overrightarrow{OM'}$. D. $\overrightarrow{OM} = -k\overrightarrow{OM'}$.

Lời giải

Chọn B

Phép vị tự tâm O tỉ số k ($k \neq 0$) biến mỗi điểm M thành M' thì ta có

$$\overrightarrow{OM'} = k\overrightarrow{OM} \Leftrightarrow \overrightarrow{OM} = \frac{1}{k}\overrightarrow{OM'}.$$

Câu 2. Một lớp học có 12 bạn nam và 10 bạn nữ. Số cách chọn hai bạn trực nhật sao cho có cả nam và nữ là

- A. 210. B. 22. C. 120. D. 231.

Lời giải

Chọn C

Số cách chọn một bạn nam là 12 cách.

Số cách chọn một bạn nữ là 10 cách

Vậy số cách chọn hai bạn trực nhật có cả nam và nữ là $12 \cdot 10 = 120$ (cách)

Câu 3. Nghiệm của phương trình: $1 + \tan x = 0$.

- A. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi$. B. $x = -\frac{\pi}{4} + k\pi$. C. $x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi$. D. $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi$.

Lời giải

Chọn C

$$1 + \tan x = 0 \Leftrightarrow \tan x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{4} + k\pi.$$

Câu 4. Phương trình nào sau đây **không** phải là phương trình bậc hai của một hàm số lượng giác?

- A. $-4\sin^2 x + 5\sin x + 8 = 0$. B. $-2\tan^2 3x - 3\tan 3x + 5 = 0$.
C. $\cos^2 x + 6\sin 2x + 5 = 0$. D. $\cos^2 \frac{x}{2} - 10\cos \frac{x}{2} + 5 = 0$.

Lời giải

Chọn C

Theo quan sát, phương trình $\cos^2 x + 6\sin 2x + 5 = 0$ không phải là phương trình bậc hai của một hàm số lượng giác, vì phương trình không cùng một hàm số lượng giác.

Câu 5. Có 4 bông hoa hồng khác nhau, có 6 bông hoa lan khác nhau, có 5 bông hoa cúc khác nhau. Hỏi bạn có bao nhiêu cách chọn 3 bông hoa để cắm sao cho hoa trong lọ phải có một bông hoa của mỗi loại.

- A. 36. B. 24 C. 16. D. 120.

Lời giải

Chọn D

Có 4 cách chọn một bông hoa hồng, 6 cách chọn một bông hoa lan, 5 cách chọn một bông hoa cúc để cắm vào lọ.

Theo quy tắc nhân, ta có số cách chọn 3 bông hoa để cắm sao cho hoa trong lọ phải có một bông hoa của mỗi loại là: $4.6.5 = 120$ cách.

Câu 6. Phép quay tâm O góc quay α nào dưới đây là một phép đồng nhất ?

- A. $\alpha = 4\pi$. B. $\alpha = 3\pi$. C. $\alpha = -\pi$. D. $\alpha = \pi$.

Lời giải

Chọn B

Theo định nghĩa với k là một số nguyên ta có $Q_{(O, k2\pi)}$ là phép đồng nhất ($k = 2$).

Câu 7. Trên giá sách có 10 quyển sách Toán khác nhau, 11 quyển sách Văn khác nhau và 7 quyển sách tiếng Anh khác nhau. Hỏi có bao nhiêu cách chọn 1 quyển sách trong các quyển sách trên?

- A. 32. B. 26. C. 28. D. 20.

Lời giải

Chọn C

Trường hợp 1: Chọn 1 quyển sách Toán: có 10 cách

Trường hợp 2: Chọn 1 quyển sách Văn: có 11 cách

Trường hợp 3: Chọn 1 quyển sách tiếng Anh: có 7 cách.

Theo quy tắc cộng, có $10 + 11 + 7 = 28$ cách chọn 1 quyển sách.

Câu 8. Cho 8 điểm trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng. Hỏi có bao nhiêu tam giác mà ba đỉnh của nó được chọn từ 8 điểm trên?

- A. 84. B. 336. C. 56. D. 168.

Lời giải

Chọn C

Có $C_8^3 = 56$ tam giá

Câu 9. Nghiệm của phương trình $\sin^2 x + \sin x = 0$ thỏa điều kiện $-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$

- A. $x = \frac{\pi}{3}$. B. $x = \frac{\pi}{2}$. C. $x = 0$. D. $x = \pi$.

Lời giải

Chọn C

$$\sin^2 x + \sin x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 0 \\ \sin x = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = k\pi \\ x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

Vì $-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$ nên nghiệm của phương trình là $x = 0$.

Câu 10. Xét các khẳng định sau:

(I): Cho hai đường thẳng a và đường thẳng b song song với nhau. Có duy nhất một phép tịnh tiến biến đường thẳng a thành b .

(II): Phép dời hình biến một hình thành một hình bằng nó.

(III): $Q_{(I; 2020\pi)}$ là phép đồng nhất.

(IV): Mọi phép vị tự tâm I tỉ số $k \neq 0$ đều là phép đồng dạng tỉ số k .

Khi đó, số khẳng định đúng là:

A. 1

B. 4

C. 3

D. 2

Lời giải

Chọn D(I) sai vì có vô số phép tịnh tiến biến đường thẳng a thành đường thẳng b

(II) đúng vì phép dời hình bảo toàn khoảng cách giữa hai điểm bất kỳ

(III) đúng

(IV) sai, vì mọi phép vị tự tâm I tỉ số $k \neq 0$ đều là phép đồng dạng tỉ số $|k|$.**Câu 11.** Khẳng định nào sau đây đúng?A. $T_v(A) = M \Leftrightarrow \overrightarrow{MA} = -\vec{a}$.B. $T_v(A) = M \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} = \vec{a}$.C. $T_v(A) = M \Leftrightarrow 2\overrightarrow{AM} = -\vec{a}$.D. $T_v(A) = M \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} = -\vec{a}$.

Lời giải

Chọn BTheo định nghĩa thì khẳng định $T_v(A) = M \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} = \vec{a}$ đúng**Câu 12.** Số điểm biểu diễn tập nghiệm của phương trình $\sin x + \sin 2x + \sin 3x = 0$ trên đường tròn lượng giác là

A. 2.

B. 6.

C. 1.

D. 4.

Lời giải

Chọn BTa có $\sin x + \sin 2x + \sin 3x = 0 \Leftrightarrow 2\sin 2x \cdot \cos x + \sin 2x = 0$

$$\Leftrightarrow \sin 2x(2\cos x + 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin 2x = 0 \\ \cos x = -\frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{k\pi}{2} \\ x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z}) \\ x = -\frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases}$$

Suy ra có 6 điểm biểu diễn nghiệm của phương trình đã cho trên đường tròn lượng giác.

Câu 13. Trong mặt phẳng Oxy , cho phép quay $Q_{(O, -90^\circ)}(M) = M'(1; -3)$. Tìm tọa độ điểm M .A. $(3; 1)$.B. $(-1; 3)$.C. $(-1; -3)$.D. $(3; -1)$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } Q_{(O, -90^\circ)}(M) = M'(1; -3) \Leftrightarrow Q_{(O, 90^\circ)}(M') = M \Leftrightarrow \begin{cases} OM' = OM \\ (OM', OM) = 90^\circ \end{cases} \Rightarrow M(3; 1).$$

Câu 14. Tìm giá trị lớn nhất M của hàm số $y = 4\sin 2x - 3\cos 2x$.A. $M = 3$.B. $M = 1$.C. $M = 5$.D. $M = 4$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } y = 4\sin 2x - 3\cos 2x = 5\left(\frac{4}{5}\sin 2x - \frac{3}{5}\cos 2x\right).$$

$$\text{Đặt } \frac{4}{5} = \cos \alpha \longrightarrow \frac{3}{5} = \sin \alpha. \text{ Khi đó } y = 5(\cos \alpha \sin 2x - \sin \alpha \cos 2x) = 5\sin(2x - \alpha)$$

$$\longrightarrow -5 \leq y \leq 5 \longrightarrow M = 5.$$

- Câu 15.** Có bao nhiêu bộ hai số (x, k) thỏa mãn bất phương trình $\frac{P_{x+5}}{(x-k)!} \leq 60A_{x+3}^{k+2}$, biết x, k là các số tự nhiên.
- A. 2. B. 3. C. 4. D. 5.

Lời giải

Chọn D

Xét bất phương trình $\frac{P_{x+5}}{(x-k)!} \leq 60A_{x+3}^{k+2}$. Điều kiện: $\begin{cases} x, k \in \mathbb{N} \\ x \geq k \end{cases}$.

Bất phương trình đã cho trở thành

$$\frac{(x+5)!}{(x-k)!} \leq 60 \frac{(x+3)!}{(x-k+1)!} \Leftrightarrow \frac{(x+5)(x+4)(x+3)!}{(x-k)!} \leq 60 \frac{(x+3)!}{(x-k)!(x-k+1)}$$

$$\Leftrightarrow (x+5)(x+4)(x-k+1) \leq 60 (*)$$

Với $x \geq 4$ thì $(*)$ vô nghiệm.

Với $x=3$, ta được $k \geq \frac{41}{14}$. Kết hợp điều kiện, ta chọn $k=3$.

Tương tự, với $x=2$, chọn $k=2$.

Tương tự, với $x=1$, chọn $k=0$ hoặc $k=1$.

Tương tự, với $x=0$, chọn $k=0$.

Vậy có tất cả 5 bộ (x, k) là $(0, 0)$, $(1, 0)$, $(1, 1)$, $(2, 2)$, $(3, 3)$.

- Câu 16.** Biết $C_n^6 = 27132$ thì A_n^6 bằng bao nhiêu?
- A. 4522. B. 162792. C. 325584. D. 19536040.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $A_n^6 = C_n^6 \cdot 6! = 19536040$.

- Câu 17.** Cho các hàm số sau: $y = \cos\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{6}\right)$; $y = \cot 2x$; $y = \sin(3x-2)$; $y = \tan\left(2x - \frac{\pi}{4}\right)$. Trong các hàm số trên, có bao nhiêu hàm số có tập xác định là $\mathbb{R}$.
- A. 1. B. 4. C. 2. D. 3.

Lời giải

Chọn C

+) Hai hàm số có tập xác định là $\mathbb{R}$ là $y = \cos\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{6}\right)$ và $y = \sin(3x-2)$.

+) Hàm số $y = \tan\left(2x - \frac{\pi}{4}\right)$ xác định khi:

$$\cos\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) \neq 0 \Leftrightarrow 2x - \frac{\pi}{4} \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow x \neq \frac{3\pi}{8} + \frac{k\pi}{2} (k \in \mathbb{Z}).$$

$\Rightarrow$ Tập xác định của hàm số $y = \tan\left(2x - \frac{\pi}{4}\right)$ là $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{3\pi}{8} + \frac{k\pi}{2}\right\}, k \in \mathbb{Z}$.

+) Hàm số $y = \cot 2x$ xác định khi $\sin 2x \neq 0 \Leftrightarrow 2x \neq k\pi \Leftrightarrow x \neq \frac{k\pi}{2} (k \in \mathbb{Z})$.

$\Rightarrow$ Tập xác định của hàm số $y = \cot 2x$ là $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{k\pi}{2}\right\}, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 18. Trong mặt phẳng Oxy , cho các điểm $A(1;-2)$, $A'(4;-5)$ và $I(2;-3)$. Phép vị tự tâm I tỉ số k biến điểm A thành điểm A' thì giá trị của k bằng

- A. $k = -2$. B. $k = -\frac{1}{2}$. C. $k = \frac{1}{2}$. D. $k = 2$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $V_{(I,k)}(A) = A' \Leftrightarrow \overrightarrow{IA'} = k\overrightarrow{IA}$

Do $\overrightarrow{IA'} = (2;-2)$ và $\overrightarrow{IA} = (-1;1)$ nên $\Leftrightarrow \begin{cases} 2 = -k \\ -2 = k \end{cases} \Leftrightarrow k = -2$

Vậy tỉ số vị tự $k = -2$.

Câu 19. Phương trình $m \cdot \cos x - 1 = 0$ có nghiệm khi m thỏa mãn điều kiện

- A. $\begin{cases} m \leq -1 \\ m \geq 1 \end{cases}$. B. $m \geq -1$. C. $m \geq 1$. D. $\begin{cases} m \geq -1 \\ m \leq 1 \end{cases}$.

Lời giải

Chọn A

Để thấy với $m = 0$ thì phương trình đã cho vô nghiệm.

Với $m \neq 0$, ta có: $m \cdot \cos x - 1 = 0 \Leftrightarrow \cos x = \frac{1}{m}$ (1).

Phương trình đã cho có nghiệm $\Leftrightarrow$ phương trình (1) có nghiệm $\Leftrightarrow$

$\left| \frac{1}{m} \right| \leq 1 \Leftrightarrow \frac{1}{|m|} \leq 1 \Leftrightarrow |m| \geq 1 \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 1 \\ m \leq -1 \end{cases}$ (thỏa mãn điều kiện $m \neq 0$).

Câu 20. Nghiệm của phương trình $\sqrt{3}\sin 2x - \cos 2x - 2 = 0$ là:

- A. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$. B. $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.
C. $x = -\frac{\pi}{3} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$. D. $x = \frac{\pi}{6} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Lời giải

Chọn A

$\sqrt{3}\sin 2x - \cos 2x - 2 = 0 \Leftrightarrow \sqrt{3}\sin 2x - \cos 2x = 2 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{2}\sin 2x - \frac{1}{2}\cos 2x = 1 \Leftrightarrow \sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right) = 1$

$\Leftrightarrow 2x - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{3} + k\pi$.

Câu 21. Cho 19 điểm phân biệt $A_1, A_2, A_3, \dots, A_{19}$ trong đó có 5 điểm A_1, A_2, A_3, A_4, A_5 thẳng hàng, ngoài ra không có 3 điểm nào thẳng hàng. Hỏi có bao nhiêu tam giác có 3 đỉnh được lấy trong 19 điểm trên?

- A. 959. B. 969. C. 364. D. 374.

Lời giải

Chọn A

Số tam giác được tạo thành là $C_{19}^3 - C_5^3 = 959$ tam giác.

Câu 22. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 + 4x - 6y - 12 = 0$. Ảnh (C') của (C) qua phép tịnh tiến theo vector $\vec{v} = (-2; 3)$ là

A. $(x+4)^2 + (y-6)^2 = 25.$

B. $(x+4)^2 + (y+6)^2 = 25.$

C. $(x-4)^2 + (y+6)^2 = 25.$

D. $(x-4)^2 + (y-6)^2 = 25.$

Lời giải

Chọn A(C) có tâm $I(-2;3)$ và $R=5$.Gọi $I'(a;b)$ là tâm của (C') . Mà (C') là ảnh của (C) qua phép tịnh tiến theo $\vec{v}=(-2;3)$.

$$\Rightarrow \overrightarrow{II'} = \vec{v} \Leftrightarrow \begin{cases} a+2=-2 \\ b-3=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-4 \\ b=6 \end{cases} \Rightarrow I'(-4;6)$$

$$\text{Vậy } (C'): (x+4)^2 + (y-6)^2 = 25.$$

Câu 23. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-10;10]$ để phương trình

$$\sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) - \sqrt{3} \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = 2m \text{ vô nghiệm}$$

A. 18.

B. 9.

C. 21.

D. 20.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } \sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) - \sqrt{3} \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = 2\left(\frac{1}{2} \sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) - \frac{\sqrt{3}}{2} \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right)\right) = 2 \sin\left(x - \frac{2\pi}{3}\right)$$

Do đó $-2 \leq VT \leq 2$.Phương trình vô nghiệm khi và chỉ khi $2m \notin [-2;2] \Leftrightarrow m \notin [-1;1]$. Vậy có 18 giá trị nguyên của m thỏa mãn bài toán.**Câu 24.** Có bao nhiêu số có bốn chữ số có dạng $\overline{abcd}$ sao cho $a < b \leq c \leq d$.

A. 246.

B. 330.

C. 426.

D. 210.

Lời giải

Chọn BVì $a, b, c, d \neq 0$.

Ta có các trường hợp

Trường hợp 1: $a < b < c < d$ có C_9^4 cách.Trường hợp 2: $a < b = c = d$ có C_9^2 cách.Trường hợp 3: $a < b = c < d$ có C_9^3 cách.Trường hợp 4: $a < b < c = d$ có C_9^3 cách.Vậy có $C_9^4 + C_9^2 + C_9^3 + C_9^3 = 330$.**Câu 25.** Giá trị của n thỏa mãn đẳng thức $C_n^6 + 3C_n^7 + 3C_n^8 + C_n^9 = 2C_{n+2}^8$ là:A. $n = 24$.B. $n = 15$.C. $n = 16$.D. $n = 18$.

Lời giải

Chọn BĐiều kiện: $n \in \mathbb{N}^*, n \geq 9$.

Ta có:

$$C_n^6 + 3C_n^7 + 3C_n^8 + C_n^9 = 2C_{n+2}^8$$

$$\Leftrightarrow (C_n^6 + C_n^7) + (2C_n^7 + 2C_n^8) + (C_n^8 + C_n^9) = 2C_{n+2}^8$$

$$\Leftrightarrow C_{n+1}^7 + 2C_{n+1}^8 + C_{n+1}^9 = 2C_{n+2}^8$$

$$\begin{aligned}
&\Leftrightarrow (C_{n+1}^7 + C_{n+1}^8) + (C_{n+1}^8 + C_{n+1}^9) = 2C_{n+2}^8 \\
&\Leftrightarrow C_{n+2}^8 + C_{n+2}^9 = 2C_{n+2}^8 \\
&\Leftrightarrow C_{n+2}^9 = C_{n+2}^8 \\
&\Leftrightarrow \frac{(n+2)!}{9!(n-7)!} = \frac{(n+2)!}{8!(n-6)!} \\
&\Leftrightarrow \frac{1}{9} = \frac{1}{n-6} \\
&\Leftrightarrow 9 = n-6 \\
&\Leftrightarrow n = 15.
\end{aligned}$$

Câu 26. Cho hai đường thẳng d_1 và d_2 song song với nhau. Trên d_1 có 10 điểm phân biệt, trên d_2 có n điểm phân biệt ($n \geq 2$). Biết rằng có 5700 tam giác có các đỉnh là các điểm nói trên. Tìm giá trị của n .

A. 20. B. 21. C. 32. D. 30.

Lời giải

Chọn D

Tam giác có 3 đỉnh chọn trong 10 điểm phân biệt trên đường thẳng d_1 và n điểm phân biệt trên đường thẳng d_2 thì có 2 khả năng:

Trường hợp 1. Tam giác có 2 đỉnh trên đường thẳng d_1 và 1 đỉnh trên đường thẳng d_2 có $C_{10}^2 \cdot C_n^1$ tam giác.

Trường hợp 2. Tam giác có 1 đỉnh trên đường thẳng d_1 và 2 đỉnh trên đường thẳng d_2 có $C_{10}^1 \cdot C_n^2$ tam giác.

Do đó, ta có

$$C_{10}^2 \cdot C_n^1 + C_{10}^1 \cdot C_n^2 = 5700 \Leftrightarrow 45n + 10 \cdot \frac{n(n-1)}{2} = 5700n \Leftrightarrow 45n + 5n(n-1) = 5700n$$

$$\Leftrightarrow 5n^2 + 40n - 5700 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 30 \\ n = -38. \end{cases}$$

So với điều kiện, ta có $n = 30$.

Câu 27. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hai đường thẳng song song a và b lần lượt có phương trình $2x - y + 4 = 0$ và $2x - y - 1 = 0$. Tìm giá trị thực của tham số m để phép tịnh tiến T theo vector $\vec{u} = (m; -3)$ biến đường thẳng a thành đường thẳng b .

A. $m = 4$. B. $m = 1$. C. $m = 2$. D. $m = 3$.

Lời giải

Chọn B

Chọn $A(0; 4) \in a$.

$$\text{Ta có } T_{\vec{u}}(A) = A'(x; y) \rightarrow \begin{cases} x = 0 + m \\ y = 4 + (-3) \end{cases} \rightarrow A'(m; 1).$$

Vì $T_{\vec{u}}$ biến a thành b nên $A' \in b \Leftrightarrow 2m - 1 - 1 = 0 \Leftrightarrow m = 1$.

Câu 28. Giải phương trình $\sqrt{3}\cos\left(x+\frac{\pi}{2}\right)+\sin\left(x-\frac{\pi}{2}\right)=2\sin 2x$.

A. $\begin{cases} x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{18} + k\frac{2\pi}{3} \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$

B. $\begin{cases} x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{18} + k\frac{2\pi}{3} \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$

C. $\begin{cases} x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$

D. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{18} + k\frac{2\pi}{3} \\ x = -\frac{\pi}{18} + k\frac{2\pi}{3} \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$

Lời giải

Chọn B

Ta có $\cos\left(x+\frac{\pi}{2}\right)=-\sin x$ và $\sin\left(x-\frac{\pi}{2}\right)=-\cos x$.

Do đó phương trình $\Leftrightarrow -\sqrt{3}\sin x - \cos x = 2\sin 2x \Leftrightarrow \sqrt{3}\sin x + \cos x = -2\sin 2x$

$$\Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{2}\sin x + \frac{1}{2}\cos x = -\sin 2x \Leftrightarrow \sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right) = -\sin 2x \Leftrightarrow \sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right) = \sin(-2x)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+\frac{\pi}{6} = -2x+k2\pi \\ x+\frac{\pi}{6} = \pi+2x+k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{18} + k\frac{2\pi}{3} \\ x = -\frac{5\pi}{6} - k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

$$\text{Xét nghiệm } x = -\frac{5\pi}{6} - k2\pi \xrightarrow[k \in \mathbb{Z}, k' \in \mathbb{Z}]{k=-1-k'} x = \frac{7\pi}{6} + k'2\pi.$$

Vậy phương trình có nghiệm $x = -\frac{\pi}{18} + k\frac{2\pi}{3}, x = \frac{7\pi}{6} + k'2\pi (k, k' \in \mathbb{Z})..$

Câu 29. Phương trình $\sin^8 x + \cos^8 x = \frac{17}{16}\cos^2 2x$ có bao nhiêu nghiệm trên đoạn $[0; \pi]$.

A. 5.

B. 3.

C. 2.

D. 4.

Lời giải

Chọn D

$$\sin^8 x + \cos^8 x = \frac{17}{16}\cos^2 2x.$$

$$VT = (\sin^4 x + \cos^4 x)^2 - 2\sin^4 x \cos^4 x$$

$$= [1 - 2\sin^2 x \cos^2 x]^2 - \frac{1}{8}\sin^4 2x$$

$$= 1 - \sin^2 2x + \frac{1}{8}\sin^4 2x.$$

Khi đó phương trình trở thành:

$$16\left(1 - \sin^2 2x + \frac{1}{8}\sin^4 2x\right) = 17(1 - \sin^2 2x)$$

$$\Leftrightarrow 2\sin^4 2x + \sin^2 2x - 1 = 0$$

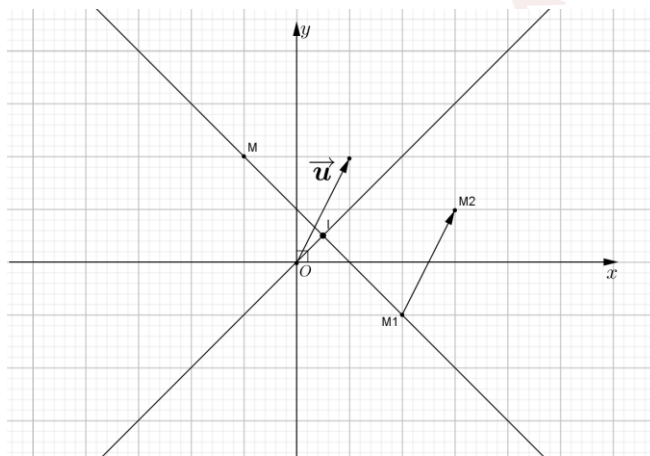
$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sin^2 2x = -1(L) \\ \sin^2 2x = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \cos 4x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{4}, k \in \mathbb{Z}.$$

- Câu 30.** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , xét điểm $M(-1;2)$, $\vec{u}=(1;2)$. Gọi D là phép đối xứng qua đường phân giác của góc phần tư thứ nhất, T là phép tịnh tiến theo vector $\vec{u}$. Xét $M_1 = D(M)$, $M_2 = T(M_1)$. Điểm M_2 có tọa độ là
- A. $(-3;1)$. B. $(3;-1)$. C. $(-3;-1)$. D. $(3;1)$.

Chọn D

Lời giải



Đường phân giác d của góc phần tư thứ nhất có phương trình $y = x$. Ta có $M_1 = D(M)$ nên $MM_1 \perp d$. Do đó MM_1 nhận $\vec{n} = (1;1)$ làm vector pháp tuyến nên phương trình đường thẳng MM_1 có dạng $1(x+1) + 1(y-2) = 0 \Leftrightarrow x + y - 1 = 0$. Tọa độ giao điểm I của MM_1 và d là nghiệm của hệ

$$\text{phương trình } \begin{cases} x - y = 0 \\ x + y - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ y = \frac{1}{2} \end{cases}.$$

Ta có I là trung điểm của MM_1 nên $M_1(2;-1)$.

$$\text{Do } M_2 = T(M_1) \text{ nên Do } \begin{cases} x_2 = x_1 + 1 = 2 + 1 = 3 \\ y_2 = y_1 + 2 = -1 + 2 = 1 \end{cases}. \text{ Vậy ta có } M_2(3;1).$$

- Câu 31.** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho đường thẳng $d: x - 2y + 1 = 0$, phép vị tự tâm $I(0;1)$ tỉ số $k = -2$ biến đường thẳng d thành đường thẳng d' , phép đối xứng trục Ox biến đường thẳng d' thành đường thẳng d_1 . Khi đó, phép đồng dạng biến đường thẳng d thành đường thẳng d_1 có phương trình là
- A. $2x - y + 4 = 0$. B. $x + 2y + 4 = 0$. C. $x + 2y - 4 = 0$. D. $x + 2y + 8 = 0$.

Lời giải

Chọn B

Lấy hai điểm $A(1;1)$ và $B(-1;0)$ thuộc đường thẳng $d: x - 2y + 1 = 0$.

Ta có $V_{(I,-2)}(A) = A' \Leftrightarrow \overrightarrow{IA'} = -2\overrightarrow{IM} \Rightarrow A'(-2;1); A_1 = D_{Ox}(A') \Rightarrow A_1(-2;-1).$

Tương tự $V_{(I,-2)}(B) = B' \Leftrightarrow \overrightarrow{IB'} = -2\overrightarrow{IB} \Rightarrow B'(2;3); B_1 = D_{Ox}(B') \Rightarrow B_1(2;-3).$

Đường thẳng d_1 đi qua hai điểm A_1 và B_1 nên có phương trình $x + 2y + 4 = 0.$

Câu 32. Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 6, 7, 8 lập được bao nhiêu số tự nhiên chẵn có 4 chữ số khác nhau và nhỏ hơn 2020.

A. 215.

B. 153.

C. 150.

D. 210.

Lời giải

Chọn B

Giả sử số tự nhiên chẵn có 4 chữ số khác nhau và nhỏ hơn 2020 là: $\overline{abcd}$ (d chẵn)

Vì $\overline{abcd} < 2020$ nên $a=1$ hoặc $a=2.$

Nếu $a=1$ khi đó $\overline{abcd}$ là số chẵn nên d có 5 cách chọn. b có 6 cách chọn. c có 5 cách chọn.
 $\Rightarrow$ Có $5.6.5=150$ (số).

Nếu $a=2$ khi đó $\overline{abcd}$ là số chẵn và $\overline{abcd} < 2020$ nên b có 1 cách chọn là 0. c có 1 cách chọn là 1. d có 3 cách chọn.

$\Rightarrow$ Có $1.1.3=3$ (số).

Vậy có tất cả các số là: $150+3=153$ (số).

Câu 33. Tìm tổng tất cả các nghiệm thuộc đoạn $[0;10\pi]$ của phương trình $\sin^2 2x + 3\sin 2x + 2 = 0.$

A. $\frac{297\pi}{4}.$

B. $\frac{299\pi}{4}.$

C. $\frac{105\pi}{2}.$

D. S.ABCD.

Lời giải

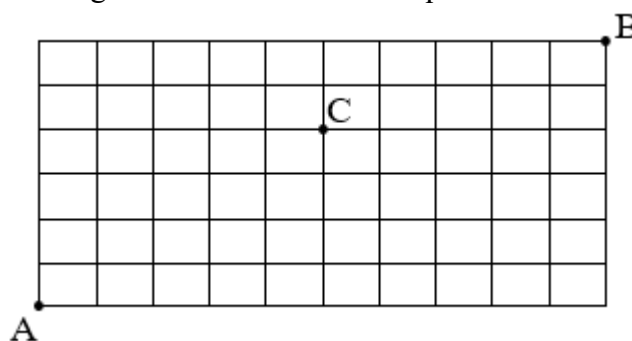
Chọn C

Ta có: $\sin^2 2x + 3\sin 2x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin 2x = -1 \\ \sin 2x = -2 \text{ (loại)} \end{cases} \Leftrightarrow \sin 2x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Theo đề bài: $0 \leq -\frac{\pi}{4} + k\pi \leq 10\pi \Leftrightarrow \frac{1}{4} \leq k \leq \frac{41}{4} \Rightarrow k = 1, 2, \dots, 10.$

Vậy tổng các nghiệm là $S = \frac{3\pi}{4} + \left(\frac{3\pi}{4} + \pi\right) + \dots + \left(\frac{3\pi}{4} + 9\pi\right) = \frac{105\pi}{2}.$

Câu 34. Cho một lưới gồm các ô vuông kích thước 10×6 như hình vẽ sau đây. Một người đi từ A đến B theo quy tắc: chỉ đi trên cạnh của các ô vuông theo chiều từ trái qua phải hoặc từ dưới lên trên. Hỏi có bao nhiêu đường đi khác nhau để người đó đi từ A đến B đi qua điểm C?



A. $C_9^4 \cdot C_7^2$

B. $C_6^4 \cdot C_{10}^5$

C. $C_5^4 \cdot C_6^2$

D. C_{16}^6

Lời giải

Chọn A

Mỗi đường đi từ A đến C gồm $(5+4)$ đoạn (mỗi đoạn là một cạnh ô vuông). Tại mỗi đoạn, người đó chỉ được chọn đi lên (ta mã hóa là 1) hay đi sang phải (ta mã hóa là 0). Số đoạn đi lên là 4 và số đoạn đi sang phải là 5.

$\Rightarrow$ Mỗi đường đi từ A đến C là một chuỗi nhị phân 9 kí tự trong đó có 4 chữ số 1 và 5 chữ số 0. Từ đó số đường đi từ A đến C là C_9^4 .

Tương tự, số đường đi từ C đến B là C_7^2 .

Vậy đường đi khác nhau để người đó đi từ A đến B đi qua điểm C là $C_9^4 \cdot C_7^2$.

Câu 35. Tìm tất cả các giá trị m để bất phương trình: $\frac{3\sin 2x + \cos 2x}{\sin 2x + 4\cos^2 x + 1} \leq m+1$

đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$.

A. $m \geq \frac{\sqrt{65}+9}{4}$. B. $m \geq \frac{3\sqrt{5}}{4}$. C. $m \geq \frac{3\sqrt{5}+9}{4}$. D. $m \geq \frac{\sqrt{65}-9}{4}$.

Lời giải

Chọn D

Đặt $A = \frac{3\sin 2x + \cos 2x}{\sin 2x + 4\cos^2 x + 1} = \frac{3\sin 2x + \cos 2x}{\sin 2x + 2\cos 2x + 3}$. Ta có $A \leq m+1$ đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$ khi và chỉ khi $\max_{\mathbb{R}} A \leq m+1$.

Ta có $A = \frac{3\sin 2x + \cos 2x}{\sin 2x + 2\cos 2x + 3} \Leftrightarrow (A-3)\sin 2x + (2A-1)\cos 2x = -3A (*)$.

Phương trình $(*)$ có nghiệm $\Leftrightarrow (A-3)^2 + (2A-1)^2 \geq (-3A)^2 \Leftrightarrow 4A^2 + 10A - 10 \leq 0$

$\Leftrightarrow \frac{-5-\sqrt{65}}{4} \leq A \leq \frac{-5+\sqrt{65}}{4} \Rightarrow \max_{\mathbb{R}} A = \frac{-5+\sqrt{65}}{4}$.

Do đó $\max_{\mathbb{R}} A \leq m+1 \Leftrightarrow \frac{-5+\sqrt{65}}{4} \leq m+1 \Leftrightarrow m \geq \frac{\sqrt{65}-9}{4}$.

PHẦN II: TỰ LUẬN

Câu 36. Giải phương trình: $\cos 2x + \sin 2x = \sin x + \cos x - 1$.

Lời giải

$\cos 2x + \sin 2x = \sin x + \cos x - 1 \Leftrightarrow 2\cos^2 x - 1 + 2\sin x \cos x + 1 = \sin x + \cos x$

$\Leftrightarrow 2\cos x (\cos x + \sin x) - (\sin x + \cos x) = 0 \Leftrightarrow (\sin x + \cos x)(2\cos x - 1) = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sin x + \cos x = 0 \\ 2\cos x - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \tan x + 1 = 0 \\ \cos x = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Vậy phương trình đã cho có 3 họ nghiệm: $x = -\frac{\pi}{4} + k\pi$, $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi$, $x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).

Câu 37. Từ các chữ số 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6 lập tập hợp S gồm các số tự nhiên có 4 chữ số phân biệt (chữ số đầu tiên khác 0). Tập hợp S có bao nhiêu số? Trong đó có bao nhiêu số lẻ.

Lời giải

Gọi số có 4 chữ số có dạng là $\overline{abcd}$ ($a \neq 0$)

Chọn a có 6 cách chọn ($a \neq 0$), chọn b, c, d trong 6 chữ số còn lại có số cách chọn là A_6^3

Vậy tập S có $6.A_6^3 = 720$ số.

* Tính số lẻ:

d có 3 cách chọn

a có 5 cách chọn.

Chọn b, c trong 5 chữ số còn lại có số cách chọn là A_5^2 .

Vậy số lẻ của tập S là: $3.5.A_5^2 = 300$ số.

Câu 38. Đội văn nghệ của nhà trường gồm 4 học sinh lớp 12A, 3 học sinh lớp 12B và 2 học sinh lớp 12C. Chọn ngẫu nhiên 5 học sinh từ đội văn nghệ để biểu diễn trong lễ bế giảng. Hỏi có bao nhiêu cách chọn sao cho lớp nào cũng có học sinh được chọn?

Lời giải

Chọn 5 học sinh bất kỳ trong 9 học sinh có C_9^5 cách.

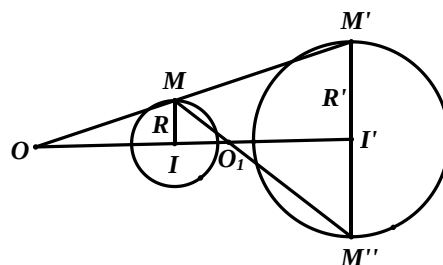
Xét bài toán đối: Chọn ra 5 học sinh sao cho không đủ 3 lớp.

Vì số học sinh của mỗi lớp đều nhỏ hơn 5 nên không thể xảy ra trường hợp cả 5 học sinh đều thuộc cùng một lớp. Do đó, còn lại trường hợp chỉ có 2 lớp trong 5 học sinh được chọn có $C_7^5 + C_6^5 + C_5^5$ cách.

Vậy, có $C_9^5 - (C_7^5 + C_6^5 + C_5^5) = 98$ cách chọn thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 39. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường tròn $(C): (x-1)^2 + (y-1)^2 = 4$. Tìm ảnh (C') của (C) qua phép vị tự tâm $I(-1;2)$ tỉ số $k=3$?

Lời giải



Đường tròn (C) có tâm $J(1;1)$, bán kính $R=2$.

$$V_{(I,3)}(J) = J'(x';y') \Rightarrow \begin{cases} x' = -1 + 3(1+1) = 5 \\ y' = 2 + 3(1-2) = -1 \end{cases} \Rightarrow J'(5;-1)$$

$$R' = 3R = 6 \Rightarrow (C'): (x-5)^2 + (y+1)^2 = 36$$

----- HẾT -----

ĐỀ 2
ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA KÌ I**Môn: TOÁN, Lớp 10**

Thời gian làm bài: 90 phút, không tính thời gian phát đề

PHẦN I: TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN

- Câu 1.** Nếu đặt $t = \sin x$, $|t| \leq 1$ thì phương trình $\sin^2 x + \sin x - 2 = 0$ trở thành phương trình nào?
A. $t^2 + t - 2 = 0$. **B.** $t^2 + t = 0$.. **C.** $t^2 - t - 2 = 0$.. **D.** $t^2 + t + 2 = 0$.
- Câu 2.** Cho tam giác ABC và $A'B'C'$ đồng dạng với nhau theo tỉ số k . Mệnh đề nào sau đây là **sai**?
A. k là tỉ số hai góc tương ứng.
B. k là tỉ số hai bán kính đường tròn ngoại tiếp tương ứng.
C. k là tỉ số hai trung tuyến tương ứng.
D. k là tỉ số hai đường cao tương ứng.
- Câu 3.** Khẳng định nào sau đây **đúng**?
A. $\sin x = 0 \Leftrightarrow x = k2\pi (k \in \mathbb{Z})$. **B.** $\cos x = -1 \Leftrightarrow x = \pi + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.
C. $\sin x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{2} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$. **D.** $\tan x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi (k \in \mathbb{Z})$.
- Câu 4.** Một đội văn nghệ chuẩn bị được 2 vở kịch, 3 điệu múa và 6 bài hát. Tại hội diễn văn nghệ, mỗi đội chỉ được trình diễn một vở kịch, một điệu múa và một bài hát. Hội đội văn nghệ trên có bao nhiêu cách chọn chương trình diễn, biết chất lượng các vở kịch, điệu múa, bài hát là như nhau?
A. 18. **B.** 11. **C.** 36. **D.** 25
- Câu 5.** Có bao nhiêu cách xếp 10 học sinh thành một hàng dọc?
A. $10!$. **B.** 2^{10} . **C.** 10^{10} . **D.** 10^2 .
- Câu 6.** Phép vị tự tâm O tỉ số $k = -1$ là phép nào trong các phép sau đây?
A. Phép quay một góc khác $k\pi$; $k \in \mathbb{Z}$. **B.** Phép đồng nhất.
C. Phép đối xứng tâm. **D.** Phép đối xứng trục.
- Câu 7.** Trong mặt phẳng cho $\vec{v}$. Phép tịnh tiến theo $\vec{v}$ biến điểm M thành M' khi và chỉ khi
A. $\overrightarrow{MM'} = \vec{v}$. **B.** $\overrightarrow{M'M} = \vec{v}$.
C. $\overrightarrow{MM'} = -\vec{v}$. **D.** $\overrightarrow{M'M} = -\vec{v}$.
- Câu 8.** Trong mặt phẳng, đường thẳng d' là ảnh của đường thẳng d qua phép quay $Q_{(A; 90^\circ)}$. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?
A. d' vuông góc với d . **B.** d' trùng với d .
C. d' song song hoặc trùng với d . **D.** d' song song với d .
- Câu 9.** Trong một trường THPT, khối 11 có 280 học sinh nam và 325 học sinh nữ. Nhà trường cần chọn một học sinh ở khối 11 đi dự dạ hội của học sinh thành phố. Hỏi nhà trường có bao nhiêu cách chọn?
A. 280. **B.** 325. **C.** 605. **D.** 45.
- Câu 10.** Cho số nguyên n và số nguyên k với $0 \leq k \leq n$. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?
A. $C_n^k = C_{n+1}^{n-k}$. **B.** $C_n^k = C_n^{n-k}$. **C.** $C_n^k = C_{n-k}^n$. **D.** $C_n^k = C_n^{k+1}$.
- Câu 11.** Tập nghiệm S của phương trình $\sin \frac{x}{2} = 0$ là
A. $S = \{k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$. **B.** $S = \{k2\pi | k \in \mathbb{Z}\}$.
C. $S = \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$. **D.** $S = \{\pi + k2\pi | k \in \mathbb{Z}\}$.

- Câu 12.** Trong một hội nghị Toán học, khi kết thúc, mọi người đều bắt tay nhau, mỗi người đều bắt 1 và chỉ 1 lần với người khác. Số nhà Toán học tham gia hội nghị nói trên là bao nhiêu biết có tổng cộng 120 cái bắt tay?
A. 30. **B.** 60. **C.** 16. **D.** 24.
- Câu 13.** Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $y = 3\sin x + 4\cos x$ với $x \in \mathbb{R}$. Tính $S = M^2 + m^2$.
A. $S = 98$. **B.** $S = 0$. **C.** $S = 50$. **D.** $S = -14$.
- Câu 14.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho ba điểm $I(-2; -1), M(1; 5)$ và $M'(-1; 1)$. Phép vị tự tâm I tỉ số k biến điểm M thành M' . Tìm k .
A. $k = 4$. **B.** $k = \frac{1}{3}$. **C.** $k = \frac{1}{4}$. **D.** $k = 3$.
- Câu 15.** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $m\sin x + \cos x = \sqrt{5}$ có nghiệm?
A. $-2 < m < 2$. **B.** $\begin{cases} m \geq 2 \\ m \leq -2 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} m > 2 \\ m < -2 \end{cases}$. **D.** $-2 \leq m \leq 2$.
- Câu 16.** Nếu tất cả các đường chéo của một đa giác đều 12 cạnh được vẽ thì số đường chéo là:
A. 121. **B.** 66. **C.** 132. **D.** 54.
- Câu 17.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho điểm $A(3; 0)$. Tọa độ điểm A' là ảnh của điểm A qua phép quay tâm $O(0; 0)$ góc quay 90° là
A. $A'(-3; 0)$. **B.** $A'(0; -3)$. **C.** $A'(0; 3)$. **D.** $A'(2\sqrt{3}; 2\sqrt{3})$.
- Câu 18.** Số nghiệm của phương trình $\sqrt{4-x^2} \cdot \cos 3x = 0$ là
A. 4. **B.** 6. **C.** 7. **D.** 2.
- Câu 19.** Tập xác định của hàm số $y = \frac{3\cot x}{2\sin x - 4}$ là
A. $\mathbb{R}$. **B.** $\mathbb{R} \setminus \{\arcsin 2 + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.
C. $\mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$. **D.** $\mathbb{R} \setminus \{\arcsin 2 + k2\pi, \pi - \arcsin 2 + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.
- Câu 20.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , phép tịnh tiến theo vector $\vec{v}(2; -3)$ biến đường thẳng $d: 2x + 3y - 1 = 0$ thành đường thẳng d' có phương trình
A. $2x + 3y + 4 = 0$. **B.** $3x + 2y + 1 = 0$. **C.** $2x + 3y + 1 = 0$. **D.** $3x + 2y - 1 = 0$.
- Câu 21.** Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) - m = 2$ có nghiệm. Tính tổng T của các phần tử trong S .
A. $T = -6$. **B.** $T = 3$. **C.** $T = -2$. **D.** $T = 6$.
- Câu 22.** Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?
A. $A_n^k \cdot A_{n-k}^i = A_{n+k}^{k+i}$. **B.** $A_n^k \cdot A_{n-k}^i = A_{n-k}^k$. **C.** $A_n^k \cdot A_{n-k}^i = A_{n-k}^{k+i}$. **D.** $A_n^k \cdot A_{n-k}^i = A_n^{k+i}$.
- Câu 23.** Gọi x_0 là nghiệm âm lớn nhất của phương trình $\sin 9x + \sqrt{3} \cos 7x = \sin 7x + \sqrt{3} \cos 9x$. Mệnh đề nào sau đây đúng?
A. $x_0 \in \left[-\frac{\pi}{8}; -\frac{\pi}{12}\right)$. **B.** $x_0 \in \left[-\frac{\pi}{3}; -\frac{\pi}{8}\right)$.
C. $x_0 \in \left[-\pi; -\frac{\pi}{3}\right)$. **D.** $x_0 \in \left[-\frac{\pi}{12}; 0\right)$.

- Câu 24.** AB là một đoạn thẳng có độ dài 5 đơn vị trong hệ tọa độ Oxy . Tọa độ x và y của A và B là các số nguyên thỏa mãn các bất đẳng thức $0 \leq x \leq 9$ và $0 \leq y \leq 9$. Hỏi có bao nhiêu đoạn thẳng AB thỏa mãn?
A. 536. **B.** 168. **C.** 200. **D.** 368.
- Câu 25.** Số nghiệm của phương trình $2C_n^2 + A_n^2 = 12$ là?
A. 0. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.
- Câu 26.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x - 2y - 2 = 0$. Gọi (C') là ảnh của (C) qua phép đồng dạng có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép quay tâm O góc quay 45° và phép vị tự tâm O tỉ số $\sqrt{2}$. Phương trình của (C') là:
A. $(C'): x^2 + y^2 - 4x - 4y = 0$. **B.** $(C'): x^2 + y^2 - 4y - 4 = 0$.
C. $(C'): x^2 + y^2 + 4y - 4 = 0$. **D.** $(C'): x^2 + y^2 - 4x - 4y - 4 = 0$.
- Câu 27.** Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 6 chữ số khác nhau và chia hết hết cho 5?
A. 210. **B.** 28560. **C.** 151200. **D.** 136080.
- Câu 28.** Nghiệm của phương trình $2\sin^2 x - 3\sin x + 1 = 0$ thỏa điều kiện $\frac{\pi}{2} \leq x < \pi$ là:
A. $x = \frac{\pi}{6}$. **B.** $x = \frac{3\pi}{4}$. **C.** $x = \frac{5\pi}{2}$. **D.** $x = \frac{\pi}{2}$.
- Câu 29.** Có bao nhiêu số tự nhiên có 7 chữ số sao cho trong đó có một chữ số xuất hiện bốn lần, một chữ số khác xuất hiện hai lần và một chữ số khác với hai chữ số trên?
A. 68400. **B.** 60480. **C.** 75600. **D.** 68040.
- Câu 30.** Phương trình $\sin^2 x + 4\sin x \cos x + 2m \cos^2 x = 0$ có nghiệm khi và chỉ khi
A. $m \leq 4$. **B.** $m \geq 2$. **C.** $m \geq 4$. **D.** $m \leq 2$.
- Câu 31.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho điểm $M(1;1)$, $N(2;-1)$ và đường tròn $(C): x^2 + y^2 = 9$. Viết phương trình đường tròn (C_1) là ảnh của đường tròn (C) qua phép đồng dạng có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép tịnh tiến theo vector $\overrightarrow{OM}$ và phép vị tự tâm N , tỉ số $\frac{1}{2}$.
A. $\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 + y^2 = \frac{9}{4}$. **B.** $\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + y^2 = \frac{9}{4}$.
C. $(x-2)^2 + y^2 = \frac{9}{4}$. **D.** $x^2 + (y-2)^2 = 9$.
- Câu 32.** Hỏi trên $\left[0; \frac{\pi}{2}\right)$, phương trình $2\sin^2 x - 3\sin x + 1 = 0$ có bao nhiêu nghiệm?
A. 4 **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.
- Câu 33.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho elip $(E): \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$ và vec-tơ $\vec{v} = (2;1)$. Phương trình ảnh của (E) qua phép tịnh tiến $T_{\vec{v}}$ là:
A. $\frac{(x-2)^2}{16} + \frac{(y-1)^2}{9} = 1$. **B.** $\frac{x^2-2}{16} + \frac{y^2-1}{9} = 1$.
C. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$. **D.** $\frac{(x+2)^2}{16} + \frac{(y+1)^2}{9} = 1$.
- Câu 34.** Từ tập hợp tất cả các số tự nhiên có 5 chữ số mà các chữ số đều khác 0. Hỏi có bao nhiêu số tự nhiên chỉ có mặt đúng ba chữ số khác nhau.

A. 5040.

B. 13360.

C. 12600.

D. 7560.

Câu 35. Cho phương trình $\sin x(2 - \cos 2x) - 2(2\cos^3 x + m + 1)\sqrt{2\cos^3 x + m + 2} = 3\sqrt{2\cos^3 x + m + 2}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình trên có đúng 1 nghiệm $x \in \left[0; \frac{2\pi}{3}\right)$?

A. 4.

B. 2.

C. 1.

D. 3.

PHẦN II: TỰ LUẬN

Câu 36. Giải các phương trình $\sin^2 x + \cos^2 2x + \sin^2 3x + \cos^2 4x = 2$.

Câu 37. Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 6 chữ số khác nhau được thành lập từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 sao cho chữ số 1 và chữ số 3 không đứng cạnh nhau?

Câu 38. Từ 30 câu hỏi trắc nghiệm gồm 15 câu dễ, 9 câu trung bình và 6 câu khó người ta chọn ra 10 câu để làm đề kiểm tra sao cho phải có đủ cả 3 loại dễ, trung bình và khó. Hỏi có thể lập được bao nhiêu đề kiểm tra.

Câu 39. Trong hệ trục tọa độ Oxy , cho đường tròn $(C): (x-1)^2 + (y-3)^2 = 4$. Viết phương trình đường tròn (C') là ảnh của (C) qua phép vị tự tâm $I(2; 2)$, tỉ số $k=3$.

ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
A	A	D	C	A	C	C	A	C	B	B	C	C	B	B	D	C	B
19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36
C	A	A	D	D	A	D	B	B	D	D	D	B	B	A	C	A	

PHẦN I: TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN

Câu 1. Nếu đặt $t = \sin x$, $|t| \leq 1$ thì phương trình $\sin^2 x + \sin x - 2 = 0$ trở thành phương trình nào?

- A. $t^2 + t - 2 = 0$. B. $t^2 + t = 0$.. C. $t^2 - t - 2 = 0$.. D. $t^2 + t + 2 = 0$.

Lời giải

Chọn A

Câu 2. Cho tam giác ABC và $A'B'C'$ đồng dạng với nhau theo tỉ số k . Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

- A. k là tỉ số hai góc tương ứng.
 B. k là tỉ số hai bán kính đường tròn ngoại tiếp tương ứng.
 C. k là tỉ số hai trung tuyến tương ứng.
 D. k là tỉ số hai đường cao tương ứng.

Lời giải

Chọn A

Vì hai tam giác đồng dạng thì các góc tương ứng luôn bằng nhau.

Câu 3. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

- A. $\sin x = 0 \Leftrightarrow x = k2\pi (k \in \mathbb{Z})$. B. $\cos x = -1 \Leftrightarrow x = \pi + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.
 C. $\sin x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{2} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$. D. $\tan x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Lời giải

Chọn D

Xét đáp án A: $\sin x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi (k \in \mathbb{Z})$. nên loại A

Xét đáp án B: $\cos x = -1 \Leftrightarrow x = \pi + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$ nên loại B

Xét đáp án C: $\sin x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$ nên loại C

Xét đáp án D: $\tan x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi (k \in \mathbb{Z})$ nên chọn D

Câu 4. Một đội văn nghệ chuẩn bị được 2 vở kịch, 3 điệu múa và 6 bài hát. Tại hội diễn văn nghệ, mỗi đội chỉ được trình diễn một vở kịch, một điệu múa và một bài hát. Hỏi đội văn nghệ trên có bao nhiêu cách chọn chương trình diễn, biết chất lượng các vở kịch, điệu múa, bài hát là như nhau?

- A. 18. B. 11. C. 36. D. 25

Lời giải

Chọn C

Số cách chọn chương trình diễn là: $2.3.6 = 36$ (cách).

Câu 5. Có bao nhiêu cách xếp 10 học sinh thành một hàng dọc?

- A. $10!$. B. 2^{10} . C. 10^{10} . D. 10^2 .

Lời giải

Chọn A

Số cách xếp 10 học sinh thành một hàng dọc là hoán vị của 10 phần tử nên có $10!$ cách xếp.

Câu 6. Phép vị tự tâm O tỉ số $k = -1$ là phép nào trong các phép sau đây?

- A. Phép quay một góc khác $k\pi; k \in \mathbb{Z}$. B. Phép đồng nhất.

C. Phép đối xứng tâm.

D. Phép đối xứng trục.

Lời giải

Chọn C

Câu 7. Trong mặt phẳng cho $\vec{v}$. Phép tịnh tiến theo $\vec{v}$ biến điểm M thành M' khi và chỉ khi

A. $\overrightarrow{MM'} = \vec{v}$.B. $\overrightarrow{M'M} = \vec{v}$.C. $\overrightarrow{MM'} = \vec{v}$.D. $\overrightarrow{M'M} = \vec{v}$.

Lời giải

Chọn C

Theo định nghĩa phép tịnh tiến ta có $T_{\vec{v}}(M) = M' \Leftrightarrow \overrightarrow{MM'} = \vec{v}$.

Câu 8. Trong mặt phẳng, đường thẳng d' là ảnh của đường thẳng d qua phép quay $Q_{(A;90^\circ)}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. d' vuông góc với d .B. d' trùng với d .C. d' song song hoặc trùng với d .D. d' song song với d .

Lời giải

Chọn A

Với phép quay góc 90° của d thì ảnh d' sẽ vuông góc với d .

Câu 9. Trong một trường THPT, khối 11 có 280 học sinh nam và 325 học sinh nữ. Nhà trường cần chọn một học sinh ở khối 11 đi dự dạ hội của học sinh thành phố. Hỏi nhà trường có bao nhiêu cách chọn?

A. 280.

B. 325.

C. 605.

D. 45.

Lời giải

Chọn C

- Nếu chọn một học sinh nam có 280 cách.
- Nếu chọn một học sinh nữ có 325 cách.

Theo qui tắc cộng, ta có $280 + 325 = 605$ cách chọn.

Câu 10. Cho số nguyên n và số nguyên k với $0 \leq k \leq n$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $C_n^k = C_{n+1}^{n-k}$.B. $C_n^k = C_n^{n-k}$.C. $C_n^k = C_{n-k}^n$.D. $C_n^k = C_n^{k+1}$.

Lời giải

Chọn B

Với số nguyên n , số nguyên k và $0 \leq k \leq n$. Ta có:

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!} \text{ và } C_n^{n-k} = \frac{n!}{(n-k)!(n-(n-k))!} = \frac{n!}{k!(n-k)!}.$$

Nên $C_n^k = C_n^{n-k}$.

Câu 11. Tập nghiệm S của phương trình $\sin \frac{x}{2} = 0$ là

A. $S = \{k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$.B. $S = \{k2\pi | k \in \mathbb{Z}\}$.C. $S = \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.D. $S = \{\pi + k2\pi | k \in \mathbb{Z}\}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\sin \frac{x}{2} = 0 \Leftrightarrow \frac{x}{2} = k\pi, k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S = \{k2\pi | k \in \mathbb{Z}\}$.

- Câu 12.** Trong một hội nghị Toán học, khi kết thúc, mọi người đều bắt tay nhau, mỗi người đều bắt 1 và chỉ 1 lần với người khác. Số nhà Toán học tham gia hội nghị nói trên là bao nhiêu biết có tổng cộng 120 cái bắt tay?
- A. 30. B. 60. C. 16. D. 24.

Lời giải

Chọn CGọi số người tham dự hội nghị là n ($n \in \mathbb{N}^*$).

Theo quy luật bắt tay thì cứ chọn bất kì hai người (không kể đến thứ tự) sẽ có một cái bắt tay. Suy ra

$$\text{ta có: } C_n^2 = 120 \Leftrightarrow \frac{n!}{2!(n-2)!} = 120 \Leftrightarrow \frac{n(n-1)}{2} = 120 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 16 \\ n = -15 (L) \end{cases}$$

Vậy có 16 nhà toán học tham dự hội nghị.

- Câu 13.** Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $y = 3\sin x + 4\cos x$ với $x \in \mathbb{R}$. Tính $S = M^2 + m^2$.
- A. $S = 98$. B. $S = 0$. C. $S = 50$. D. $S = -14$.

Lời giải

Chọn CPhương trình $y = 3\sin x + 4\cos x$ có nghiệm với $x \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow 3^2 + 4^2 \geq y^2 \Leftrightarrow y^2 \leq 25 \Leftrightarrow -5 \leq y \leq 5.$$

$$\text{Khi đó } \begin{cases} M = 5 \\ m = -5 \end{cases}. \text{ Vậy } S = M^2 + m^2 = 5^2 + (-5)^2 = 50.$$

- Câu 14.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho ba điểm $I(-2; -1), M(1; 5)$ và $M'(-1; 1)$. Phép vị tự tâm I tỉ số k biến điểm M thành M' . Tìm k .
- A. $k = 4$. B. $k = \frac{1}{3}$. C. $k = \frac{1}{4}$. D. $k = 3$.

Lời giải

Chọn BTa có $\overrightarrow{IM'} = (1; 2), \overrightarrow{IM} = (3; 6)$.

$$\text{Theo giả thiết: } V_{(I, k)}(M) = M' \Leftrightarrow \overrightarrow{IM'} = k\overrightarrow{IM} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 = k.3 \\ 2 = k.6 \end{cases} \Leftrightarrow k = \frac{1}{3}.$$

- Câu 15.** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $m\sin x + \cos x = \sqrt{5}$ có nghiệm?
- A. $-2 < m < 2$. B. $\begin{cases} m \geq 2 \\ m \leq -2 \end{cases}$. C. $\begin{cases} m > 2 \\ m < -2 \end{cases}$. D. $-2 \leq m \leq 2$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Điều kiện để phương trình có nghiệm là: } m^2 + 1 \geq 5 \Leftrightarrow m^2 \geq 4 \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 2 \\ m \leq -2 \end{cases}.$$

- Câu 16.** Nếu tất cả các đường chéo của một đa giác đều 12 cạnh được vẽ thì số đường chéo là:
- A. 121. B. 66. C. 132. D. 54.

Lời giải

Chọn D

Mỗi cách chọn 2 đỉnh trong 12 đỉnh ta được một cạnh hoặc một đường chéo.

Số đường chéo là .

Câu 17. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho điểm $A(3;0)$. Tọa độ điểm A' là ảnh của điểm A qua phép quay tâm $O(0;0)$ góc quay 90° là

- A. $A'(-3;0)$. B. $A'(0;-3)$. C. $A'(0;3)$. D. $A'(2\sqrt{3};2\sqrt{3})$.

Lời giải

Chọn C

Phép quay tâm $O(0;0)$ góc quay 90° biến điểm $A(3;0)$ thành điểm A' khi đó:

$$\begin{cases} x' = x \cos \alpha - y \sin \alpha \\ y' = x \sin \alpha + y \cos \alpha \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x' = 0 \\ y' = 3 \end{cases} \Rightarrow A'(0;3).$$

Câu 18. Số nghiệm của phương trình $\sqrt{4-x^2} \cdot \cos 3x = 0$ là

- A. 4. B. 6. C. 7. D. 2.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện $4-x^2 \geq 0 \Leftrightarrow -2 \leq x \leq 2$.

$$\text{Khi đó } \sqrt{4-x^2} \cdot \cos 3x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 4-x^2 = 0 \\ \cos 3x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm 2 \\ x = \frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{3}, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

So với điều kiện, ta thấy $x = \pm 2$ (thỏa điều kiện).

Với $x = \frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{3}$, $k \in \mathbb{Z}$, ta có $-2 \leq \frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{3} \leq 2$, vì $k \in \mathbb{Z}$ nên $k = -2; k = -1; k = 0; k = 1$. Vậy phương trình đã cho có 6 nghiệm.

Câu 19. Tập xác định của hàm số $y = \frac{3 \cot x}{2 \sin x - 4}$ là

- A. $\mathbb{R}$. B. $\mathbb{R} \setminus \{\arcsin 2 + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.
C. $\mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$. D. $\mathbb{R} \setminus \{\arcsin 2 + k2\pi, \pi - \arcsin 2 + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$

Lời giải

Chọn C

$$\text{Điều kiện của hàm số } y = \frac{3 \cot x}{2 \sin x - 4} \text{ là } \begin{cases} 2 \sin x - 4 \neq 0 \\ \sin x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x \neq 2 \\ \sin x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

Vậy, tập xác định của hàm số $y = \frac{3 \cot x}{2 \sin x - 4}$ là $\mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

Câu 20. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, phép tịnh tiến theo vector $\vec{v}(2;-3)$ biến đường thẳng $d: 2x+3y-1=0$ thành đường thẳng d' có phương trình

- A. $2x+3y+4=0$. B. $3x+2y+1=0$. C. $2x+3y+1=0$. D. $3x+2y-1=0$.

Lời giải

Chọn A

Đường thẳng d có dạng: $2x+3y+c=0$.

Lấy $M(-1;1) \in d$ thì ảnh của M là điểm $M'(1;-2) \in d'$ nên $2.1+3.(-2)+c=0 \Leftrightarrow c=4$.

Vậy phương trình $d': 2x+3y+4=0$.

- Câu 21.** Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) - m = 2$ có nghiệm. Tính tổng T của các phần tử trong S .
- A. $T = -6$. B. $T = 3$. C. $T = -2$. D. $T = 6$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Phương trình } \cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) - m = 2 \Leftrightarrow \cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = m + 2.$$

$$\text{Phương trình có nghiệm} \Leftrightarrow -1 \leq m + 2 \leq 1 \Leftrightarrow -3 \leq m \leq -1$$

$$\xrightarrow{m \in \mathbb{Z}} S = \{-3; -2; -1\} \longrightarrow T = (-3) + (-2) + (-1) = -6.$$

- Câu 22.** Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $A_n^k \cdot A_{n-k}^i = A_{n+k}^{k+i}$. B. $A_n^k \cdot A_{n-k}^i = A_{n-k}^k$. C. $A_n^k \cdot A_{n-k}^i = A_{n-k}^{k+i}$. D. $A_n^k \cdot A_{n-k}^i = A_n^{k+i}$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } A_n^k \cdot A_{n-k}^i = \frac{n!}{(n-k)!} \cdot \frac{(n-k)!}{[(n-k)-i]!} = \frac{n!}{[n-(k+i)]!} = A_n^{k+i}.$$

- Câu 23.** Gọi x_0 là nghiệm âm lớn nhất của phương trình $\sin 9x + \sqrt{3} \cos 7x = \sin 7x + \sqrt{3} \cos 9x$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $x_0 \in \left[-\frac{\pi}{8}; -\frac{\pi}{12}\right]$. B. $x_0 \in \left[-\frac{\pi}{3}; -\frac{\pi}{8}\right]$.
C. $x_0 \in \left[-\pi; -\frac{\pi}{3}\right]$. D. $x_0 \in \left[-\frac{\pi}{12}; 0\right]$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } \sin 9x + \sqrt{3} \cos 7x = \sin 7x + \sqrt{3} \cos 9x$$

$$\Leftrightarrow \sin 9x - \sqrt{3} \cos 9x = \sin 7x - \sqrt{3} \cos 7x \Leftrightarrow \frac{1}{2} \sin 9x - \frac{\sqrt{3}}{2} \cos 9x = \frac{1}{2} \sin 7x - \frac{\sqrt{3}}{2} \cos 7x$$

$$\Leftrightarrow \sin\left(9x - \frac{\pi}{3}\right) = \sin\left(7x - \frac{\pi}{3}\right) \Leftrightarrow \begin{cases} 9x - \frac{\pi}{3} = 7x - \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ 9x - \frac{\pi}{3} = \frac{5\pi}{3} - 7x + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = k\pi \\ x = \frac{5\pi}{48} + \frac{k\pi}{8} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

Với $x = k\pi$ thì nghiệm âm lớn nhất ứng với $k = -1$, khi đó $x_0 = -\pi$.

Với $x = \frac{5\pi}{48} + \frac{k\pi}{8}$ thì nghiệm âm lớn nhất ứng với $k = -1$, khi đó $x_0 = -\frac{\pi}{48}$.

Vậy nghiệm âm lớn nhất của phương trình là $x_0 = -\frac{\pi}{48} \in \left[-\frac{\pi}{12}; 0\right]$

- Câu 24.** AB là một đoạn thẳng có độ dài 5 đơn vị trong hệ toạ độ Oxy. Toạ độ x và y của A và B là các số nguyên thoả mãn các bất đẳng thức $0 \leq x \leq 9$ và $0 \leq y \leq 9$. Hỏi có bao nhiêu đoạn thẳng AB thoả mãn?

A. 536. B. 168. C. 200. D. 368.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Do } AB=5 \Leftrightarrow (x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2 = 25.$$

Vì tọa độ của A, B đều nguyên nên $(x_A - x_B)^2$ và $(y_A - y_B)^2$ đều là số tự nhiên.

Do $25 = 0^2 + 5^2 = 5^2 + 0^2 = 3^2 + 4^2 = 4^2 + 3^2$ nên ta có các trường hợp sau:

Trường hợp 1: $|x_A - x_B| = 0$ và $|y_A - y_B| = 5$.

+ Với $x_A - x_B = 0 \Leftrightarrow x_A = x_B$, ta có 10 cách chọn số nguyên từ 0 tới 9 cho x_A, x_B .

+ Với $|y_A - y_B| = 5$, hoặc $y_A = y_B + 5$ (lúc này $0 \leq y_B \leq 4$ có 5 cách chọn cặp y_B, y_A) hoặc $y_B = y_A + 5$ (lúc này $0 \leq y_A \leq 4$ có 5 cách chọn cặp y_B, y_A).

+ Tổng cộng trường hợp 1 có $10(5+5) = 100$ cách

Trường hợp 2: $|x_A - x_B| = 5$ và $|y_A - y_B| = 0$. Làm tương tự như trường hợp 1 ta cũng có 100 cách ở trường hợp 2.

Trường hợp 3: $|x_A - x_B| = 3$ và $|y_A - y_B| = 4$.

+ Với $|x_A - x_B| = 3$, hoặc $x_A = x_B + 3$ (lúc này $0 \leq x_B \leq 6$ có 7 cách chọn cặp x_A, x_B) hoặc $x_B = x_A + 3$ (lúc này $0 \leq x_A \leq 6$ có 7 cách chọn cặp x_B, x_A).

+ Với $|y_A - y_B| = 4$, hoặc $y_A = y_B + 4$ (lúc này $0 \leq y_B \leq 5$ có 6 cách chọn cặp y_B, y_A) hoặc $y_B = y_A + 4$ (lúc này $0 \leq y_A \leq 5$ có 6 cách chọn cặp y_B, y_A).

+ Tổng cộng trường hợp 3 có $(7+7)(6+6) = 168$ cách.

Trường hợp 4: $|x_A - x_B| = 3$ và $|y_A - y_B| = 4$. Làm tương tự như trường hợp 3 cũng có 168 cách.

Vậy có: $2(100+168) = 536$ cách.

Câu 25. Số nghiệm của phương trình $2C_n^2 + A_n^2 = 12$ là ?

A. 0.

B. 3.

C. 2.

D. 1.

Lời giải

Chọn D

Cách 1.

Điều kiện: $n \geq 2, n \in \mathbb{N}$.

$$\text{Ta có: } \frac{2.n!}{(n-2)!2!} + \frac{n!}{(n-2)!} = 12 \Leftrightarrow n(n-1) + n(n-1) = 12 \Leftrightarrow n^2 - n - 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = -2 \text{ (l)} \\ n = 3 \text{ (n)} \end{cases}$$

Vậy phương trình có một nghiệm.

Cách 2. (Sử dụng máy tính)

+) Mode 7

$$\square f(X) = 2(XC2) + XP2 - 12 \text{ như hình ảnh}$$

$$f(X) = 2(XC2) + XP2$$

Start?

$\square$

$$1 =$$

End?

Math

□

12 =

Math

Step?

□

1 =

Math

□

2

Dựa vào bảng trên ta, phương trình có một nghiệm $n=3$.

Câu 26. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x - 2y - 2 = 0$. Gọi (C') là ảnh của (C) qua phép đồng dạng có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép quay tâm O góc quay 45° và phép vị tự tâm O tỉ số $\sqrt{2}$. Phương trình của (C') là:

A. $(C'): x^2 + y^2 - 4x - 4y = 0$.

B. $(C'): x^2 + y^2 - 4x - 4y - 4 = 0$.

C. $(C'): x^2 + y^2 + 4y - 4 = 0$.

D. $(C'): x^2 + y^2 - 4x - 4y - 4 = 0$.

Lời giải

Chọn B

Đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x - 2y - 2 = 0$ có tâm $I(1;1)$, bán kính $R=2$.

Gọi (C_1) có tâm là $I_1(x_1; y_1)$, bán kính R_1 là ảnh của (C) qua phép quay tâm O góc quay 45° , (C') có tâm là $I'(x'; y')$, bán kính R' .

Theo đề ta có:

$$(C) \xrightarrow{Q(O; 45^\circ)} (C_1) \xrightarrow{V(O; \sqrt{2})} (C') \text{ nên suy ra: } \begin{cases} I \xrightarrow{Q(O; 45^\circ)} I_1 \xrightarrow{V(O; \sqrt{2})} I' \\ R' = \sqrt{2} R_1 = \sqrt{2} R = 2\sqrt{2} \end{cases}$$

$$\text{Tâm } I_1: \begin{cases} x_1 = \cos 45^\circ - \sin 45^\circ = 0 \\ y_1 = \sin 45^\circ + \cos 45^\circ = \sqrt{2} \end{cases} \Rightarrow I_1(0; \sqrt{2}).$$

$$\text{Tâm } I': \begin{cases} x = \sqrt{2} x_1 = 0 \\ y = \sqrt{2} y_1 = 2 \end{cases} \Rightarrow I'(0; 2).$$

$$\text{Phương trình của } (C') \text{ có dạng: } x^2 + (y-2)^2 = 8 \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 4y - 4 = 0.$$

Câu 27. Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 6 chữ số khác nhau và chia hết cho 5?

A. 210.

B. 28560.

C. 151200.

D. 136080.

Lời giải

Chọn B

Gọi số tự nhiên có 6 chữ số khác nhau là: $\overline{abcdef}$ ($a \neq 0$). a, b, c, d, e, f đôi một khác nhau từ 1 đến 9.

Vì $\overline{abcdef}$ chia hết cho 5 nên $f \in \{0; 5\}$.

Trường hợp 1:

+ $f = 0 \Rightarrow f$ có 1 cách chọn.

+ Chọn a, b, c, d, e có: A_9^5 .

Có: 15120 số.

Trường hợp 2:

+ $f = 5 \Rightarrow f$ có 1 cách chọn.

+ a có 8 cách chọn.

+ Chọn b, c, d, e có: A_8^4 .

Có: 13440 số.

Vậy có: 28560 số thỏa mãn.

Câu 28. Nghiệm của phương trình $2\sin^2 x - 3\sin x + 1 = 0$ thỏa điều kiện $\frac{\pi}{2} \leq x < \pi$ là:

A. $x = \frac{\pi}{6}$.

B. $x = \frac{3\pi}{4}$.

C. $x = \frac{5\pi}{2}$.

D. $x = \frac{\pi}{2}$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } 2\sin^2 x - 3\sin x + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 1 \\ \sin x = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases}, (k \in \mathbb{Z}).$$

Vì $\frac{\pi}{2} \leq x < \pi$, ta có:

Với $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$ suy ra $\frac{\pi}{2} \leq \frac{\pi}{2} + k2\pi < \pi \Leftrightarrow 0 \leq k < \frac{1}{4}$, mà $k \in \mathbb{Z}$, nên $k = 0$ hay $x_1 = \frac{\pi}{2}$.

Với $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi$ suy ra $\frac{\pi}{2} \leq \frac{\pi}{6} + k2\pi < \pi \Leftrightarrow \frac{1}{3} \leq k < \frac{5}{12}$, mà $k \in \mathbb{Z}$, nên không tồn tại k .

Với $x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi$ suy ra $\frac{\pi}{2} \leq \frac{5\pi}{6} + k2\pi < \pi \Leftrightarrow -\frac{1}{3} \leq k < \frac{1}{12}$, mà $k \in \mathbb{Z}$, nên $k = 0$ hay $x_2 = \frac{5\pi}{6}$.

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \left\{ \frac{\pi}{2}; \frac{5\pi}{6} \right\}$ do đó ta chọn đáp án **D**

Câu 29. Có bao nhiêu số tự nhiên có 7 chữ số sao cho trong đó có một chữ số xuất hiện bốn lần, một chữ số khác xuất hiện hai lần và một chữ số khác với hai chữ số trên?

A. 68400.

B. 60480.

C. 75600.

D. 68040.

Lời giải

Chọn D

Ta xét các số có chữ số 0 đứng đầu, khi đó:

Có 10 cách chọn chữ số xuất hiện 4 lần và có C_7^4 cách chọn 4 vị trí trong 7 vị trí cho chữ số này.

Có 9 cách chọn chữ số (khác với chữ số trên) xuất hiện 2 lần và có C_3^2 cách chọn 2 vị trí trong 3 vị trí còn lại cho chữ số này.

Chữ số còn lại (khác với hai chữ số trên) có 8 cách chọn.

Vậy số các số là $10 \cdot C_7^4 \cdot 9 \cdot C_3^2 \cdot 8 = 75600$ (số)

Vì vai trò của các chữ số 0, 1, 2, ..., 9 là như nhau nên số các số có chữ số 0 đứng đầu là $75600:10 = 7560$ (số)
 Vậy số các số thỏa mãn yêu cầu bài toán là $75600 - 7560 = 68040$ (số).

Câu 30. Phương trình $\sin^2 x + 4\sin x \cos x + 2m \cos^2 x = 0$ có nghiệm khi và chỉ khi

A. $m \leq 4$.

B. $m \geq 2$.

C. $m \geq 4$.

D. $m \leq 2$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } \sin^2 x + 4\sin x \cos x + 2m \cos^2 x = 0 \Leftrightarrow \frac{1 - \cos 2x}{2} + 2\sin 2x + m(1 + \cos 2x) = 0$$

$$\Leftrightarrow 1 - \cos 2x + 4\sin 2x + 2m(1 + \cos 2x) = 0 \Leftrightarrow 4\sin 2x + (2m - 1)\cos 2x = -2m - 1$$

$$\text{Phương trình có nghiệm khi } 4^2 + (2m - 1)^2 \geq (-2m - 1)^2$$

$$\Leftrightarrow -4m + 17 \geq 4m + 1 \Leftrightarrow 8m \leq 16 \Leftrightarrow m \leq 2.$$

Câu 31. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho điểm $M(1;1)$, $N(2;-1)$ và đường tròn $(C): x^2 + y^2 = 9$. Viết phương trình đường tròn (C_1) là ảnh của đường tròn (C) qua phép đồng dạng có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép tịnh tiến theo vector $\overrightarrow{OM}$ và phép vị tự tâm N , tỉ số $\frac{1}{2}$.

A. $\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 + y^2 = \frac{9}{4}$.

B. $\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + y^2 = \frac{9}{4}$.

C. $(x - 2)^2 + y^2 = \frac{9}{4}$.

D. $x^2 + (y - 2)^2 = 9$.

Lời giải

Gọi F là phép hợp thành của phép tịnh tiến theo vector $\overrightarrow{OM}$ và phép vị tự tâm N , tỉ số $\frac{1}{2}$.

Đường tròn $(C): x^2 + y^2 = 9$ có tâm $O(0;0)$, bán kính $R = 3$.

Gọi đường tròn (C_0) tâm I_0 , bán kính R_0 là ảnh đường tròn (C) qua $T_{\overrightarrow{OM}}$ và đường tròn (C_1) tâm I_1 , bán kính R_1 là ảnh đường tròn (C_0) qua $V_{\left(N, \frac{1}{2}\right)}$. Khi đó $F((C)) = (C_1)$.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} R_0 = R = 3 \\ R_1 = \frac{1}{2} R_0 \end{cases} \Rightarrow R_1 = \frac{3}{2}.$$

$$T_{\overrightarrow{OM}}(O) = I_0 \Rightarrow I_0 \equiv M(1;1).$$

$$V_{\left(N, \frac{1}{2}\right)}(M) = I_1 \Leftrightarrow \overrightarrow{NI_1} = \frac{1}{2} \overrightarrow{NM} \Leftrightarrow I_1 \text{ là trung điểm đoạn } MN \Leftrightarrow I_1\left(\frac{3}{2}; 0\right).$$

$$\text{Vậy phương trình đường tròn } (C_1) \text{ cần lập là: } \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + y^2 = \frac{9}{4}.$$

Câu 32. Hỏi trên $\left[0; \frac{\pi}{2}\right)$, phương trình $2\sin^2 x - 3\sin x + 1 = 0$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 4

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Phương trình } 2\sin^2 x - 3\sin x + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = \frac{1}{2} \\ \sin x = 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = \sin \frac{\pi}{6} \\ \sin x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z}). \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases}$$

$$\text{Theo giả thiết } 0 \leq x < \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 \leq \frac{\pi}{6} + k2\pi < \frac{\pi}{2} \\ 0 \leq \frac{5\pi}{6} + k2\pi < \frac{\pi}{2} \\ 0 \leq \frac{\pi}{2} + k2\pi < \frac{\pi}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\frac{1}{12} < k < \frac{1}{6} \xrightarrow{k \in \mathbb{Z}} k = 0 \rightarrow x = \frac{\pi}{6} \\ -\frac{5}{12} < k < -\frac{1}{12} \xrightarrow{k \in \mathbb{Z}} k \in \emptyset \\ -\frac{1}{4} < k < 0 \xrightarrow{k \in \mathbb{Z}} k \in \emptyset \end{cases}.$$

Vậy phương trình có duy nhất một nghiệm trên $\left[0; \frac{\pi}{2}\right)$.

Câu 33. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho elip $(E): \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$ và vec-tơ $\vec{v} = (2; 1)$. Phương trình ảnh của (E) qua phép tịnh tiến $T_{\vec{v}}$ là:

A. $\frac{(x-2)^2}{16} + \frac{(y-1)^2}{9} = 1.$

B. $\frac{x^2-2}{16} + \frac{y^2-1}{9} = 1.$

C. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1.$

D. $\frac{(x+2)^2}{16} + \frac{(y+1)^2}{9} = 1.$

Lời giải

Chọn A

Áp dụng biểu thức tọa độ của phép tịnh tiến theo vec-tơ $\vec{v} = (2; 1)$ ta có:

$$\begin{cases} x' = x + 2 \\ y' = y + 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = x' - 2 \\ y = y' - 1 \end{cases}.$$

Phương trình ảnh của (E) qua phép tịnh tiến $T_{\vec{v}}$ là: $\frac{(x-2)^2}{16} + \frac{(y-1)^2}{9} = 1.$

Câu 34. Từ tập hợp tất cả các số tự nhiên có 5 chữ số mà các chữ số đều khác 0. Hỏi có bao nhiêu số tự nhiên chỉ có mặt đúng ba chữ số khác nhau.

A. 5040.

B. 13360.

C. 12600.

D. 7560.

Lời giải

Chọn C

Ta xét các trường hợp sau:

TH1: Số đó có 1 chữ số xuất hiện 3 lần và hai chữ số xuất hiện 1 lần (VD: 12131)

□ Giai đoạn 1: Chọn 3 chữ số trong 9 chữ số $\Rightarrow C_9^3$ cách chọn

□ Giai đoạn 2: Chọn số xuất hiện 3 lần $\Rightarrow 3$ cách chọn

□ Giai đoạn 3: Xếp thứ tự các số này ta có $A_5^2 \cdot 1$ cách (sắp thứ tự hai chữ số xuất hiện 1 lần trước, còn 3 chỗ trống là của chữ số xuất hiện 3 lần)

Trong trường hợp này, ta có $C_9^3 \cdot 3 \cdot A_5^2 \cdot 1 = 5040$ số thỏa mãn

TH2: Số đó có 1 chữ số xuất hiện 1 lần và hai chữ số còn lại mỗi số xuất hiện 2 lần (VD: 72732)

□ Giai đoạn 1: Chọn 3 chữ số trong 9 chữ số $\Rightarrow C_9^3$ cách chọn

□ Giai đoạn 2: Chọn chữ số xuất hiện 1 lần $\Rightarrow 3$ cách chọn

□ Giai đoạn 3: Xếp thứ tự các số này ta có $5 \cdot C_4^2 \cdot 1$ cách (chữ số xuất hiện 1 lần có 5 vị trí, chọn tiếp 2 vị trí cho số xuất hiện 2 lần, vị trí còn lại của chữ số còn lại)

Trong trường hợp này, ta có $C_9^3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot C_4^2 \cdot 1 = 7560$ số thỏa mãn

Vậy có $5040 + 7560 = 12600$ số thỏa mãn yêu cầu.

Câu 35. Cho phương trình $\sin x(2 - \cos 2x) - 2(2 \cos^3 x + m + 1)\sqrt{2 \cos^3 x + m + 2} = 3\sqrt{2 \cos^3 x + m + 2}$. Có

bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình trên có đúng 1 nghiệm $x \in \left[0; \frac{2\pi}{3}\right)$?

A. 4.

B. 2.

C. 1.

D. 3.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\sin x \geq 0 \quad \forall x \in \left[0; \frac{2\pi}{3}\right)$.

Đặt $t = \sqrt{2 \cos^3 x + m + 2}$, $t \geq 0$.

Phương trình trở thành $2 \sin^3 x + \sin x = 2t^3 + t$ (*).

Xét hàm số $y = 2t^3 + t$ xác định và liên tục với mọi $t \geq 0$.

$\Rightarrow y' = 6t^2 + 1 > 0 \quad \forall t \geq 0$.

Khi đó (*) $\Leftrightarrow f(\sin x) = f(t) \Leftrightarrow t = \sin x \Leftrightarrow \sqrt{2 \cos^3 x + m + 2} = \sin x$

$\Leftrightarrow 2 \cos^3 x + m + 2 = \sin^2 x$

$\Leftrightarrow 2 \cos^3 x + \cos^2 x + 1 = -m$ (**).

Đặt $u = \cos x$. Với $x \in \left[0; \frac{2\pi}{3}\right)$ thì $u \in \left(-\frac{1}{2}; 1\right]$.

(**) $\Leftrightarrow 2u^3 + u^2 + 1 = -m$ với $u \in \left(-\frac{1}{2}; 1\right]$.

Xét hàm số $y = 2u^3 + u^2 + 1$ với $u \in \left(-\frac{1}{2}; 1\right]$.

$\Rightarrow y' = 6u^2 + 2u$.

Cho $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} u = -\frac{1}{3} \left(y = \frac{28}{27} \right) \\ u = 0 \quad (y = 1) \end{cases}$

Bảng biến thiên

u	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{3}$	0	1
y'	$+$	0	$-$	0
y	1	$\frac{28}{27}$	1	4

Ta thấy với mỗi giá trị $u \in \left(-\frac{1}{2}; 1\right]$ thì có duy nhất $x \in \left[0; \frac{2\pi}{3}\right)$.

Do đó để phương trình ban đầu có đúng 1 nghiệm $x \in \left[0; \frac{2\pi}{3}\right)$ thì đường thẳng $y = -m$ cắt đồ thị hàm số $y = 2u^3 + u^2 + 1$ tại đúng 1 điểm.

Từ bảng biến thiên ta thấy m thỏa bài toán khi $m = -1$ hoặc $\frac{28}{27} < -m \leq 4$.

Vì m nguyên nên $m \in \{-4; -3; -2; -1\}$.

PHẦN II: TỰ LUẬN

Câu 36. Giải các phương trình $\sin^2 x + \cos^2 2x + \sin^2 3x + \cos^2 4x = 2$.

Lời giải

$$\sin^2 x + \cos^2 2x + \sin^2 3x + \cos^2 4x = 2 \Leftrightarrow \frac{1 - \cos 2x}{2} + \frac{1 + \cos 4x}{2} + \frac{1 - \cos 6x}{2} + \frac{1 + \cos 8x}{2} = 2$$

$$\Leftrightarrow (\cos 8x - \cos 2x) - (\cos 6x - \cos 4x) = 0$$

$$\Leftrightarrow -2\sin 5x \cdot \sin 3x + 2\sin 5x \cdot \sin x = 0$$

$$\Leftrightarrow \sin 5x (\sin x - \sin 3x) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sin 5x = 0 \\ \sin 3x = \sin x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x = k\pi \\ 3x = x + k2\pi \\ 3x = \pi - x + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{k\pi}{5} \\ x = k\pi \\ x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{k\pi}{5} \\ x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2} \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 37. Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 6 chữ số khác nhau được thành lập từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 sao cho chữ số 1 và chữ số 3 không đứng cạnh nhau?

Lời giải

Số các số có 6 chữ số khác nhau là: $6!$.

Số các số có 6 chữ số khác nhau mà chữ số 1 và chữ số 3 đứng cạnh nhau là: $2.5!$

Số các số có 6 chữ số khác nhau mà chữ số 1 và chữ số 3 không đứng cạnh nhau là: $6! - 2.5! = 480$.

Câu 38. Từ 30 câu hỏi trắc nghiệm gồm 15 câu dễ, 9 câu trung bình và 6 câu khó người ta chọn ra 10 câu để làm đề kiểm tra sao cho phải có đủ cả 3 loại dễ, trung bình và khó. Hỏi có thể lập được bao nhiêu đề kiểm tra.

Lời giải

Chọn ngẫu nhiên 10 câu hỏi từ 30 câu hỏi khác nhau có C_{30}^{10} cách.

Gọi A là biến cố: “10 câu được chọn có đủ cả 3 loại dễ, trung bình và khó”.

Suy ra $\bar{A}$ là biến cố: “10 câu được chọn không có đủ cả 3 loại dễ, trung bình và khó”.

➤ Trường hợp 1: 10 câu được chọn chỉ có 1 loại là dễ có C_{15}^{10} cách.

➤ Trường hợp 2: 10 câu được chọn chỉ có 2 loại là dễ và trung bình có $C_{24}^{10} - C_{15}^{10}$ cách.

➤ Trường hợp 3: 10 câu được chọn chỉ có 2 loại là dễ và khó có $C_{21}^{10} - C_{15}^{10}$ cách.

➤ Trường hợp 4: 10 câu được chọn chỉ có 2 loại là trung bình và khó có C_{15}^{10} cách.

Vậy có tất cả $C_{30}^{10} - [C_{15}^{10} + (C_{24}^{10} - C_{15}^{10}) + (C_{21}^{10} - C_{15}^{10}) + C_{15}^{10}] = 27\,731\,043$ cách chọn thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Vậy có thể lập được 27 731 043 đề kiểm tra thỏa mãn ycbt.

Câu 39. Trong hệ trục tọa độ Oxy , cho đường tròn $(C): (x-1)^2 + (y-3)^2 = 4$. Viết phương trình đường tròn (C') là ảnh của (C) qua phép vị tự tâm $I(2;2)$, tỉ số $k=3$.

Lời giải

Đường tròn $(C): (x-1)^2 + (y-3)^2 = 4$ có tâm $A(1;3)$, bán kính $R=2$.

Gọi tâm và bán kính của đường tròn (C') là $A'(x';y')$ và R' , ta có

$$\begin{cases} x' = 3.1 + (1-3).2 \\ y' = 3.3 + (1-3).2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x' = -1 \\ y' = 5 \end{cases} \Rightarrow A'(-1;5)$$

$$R' = 3R = 3.2 = 6$$

Vậy phương trình đường tròn ảnh của (C) qua phép vị tự tâm $I(2;2)$, tỉ số $k=3$ là

$$(C'): (x+1)^2 + (y-5)^2 = 36.$$

----- **HẾT** -----

ĐỀ 3
ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA KÌ I**Môn: TOÁN, Lớp 10**

Thời gian làm bài: 90 phút, không tính thời gian phát đề

PHẦN I: TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN**Câu 1.** Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A.** Phép vị tự với tỉ số vị tự khác 1 và -1 không phải là phép dời hình.
B. Phép vị tự tỉ số k là phép đồng dạng tỉ số $|k|$.
C. Phép đồng dạng là phép dời hình.
D. Phép dời hình là phép đồng dạng với tỉ số $k=1$.

Câu 2. Chọn khẳng định đúng

- A.** $Q_{(O,\varphi)}(M) = M' \Leftrightarrow \begin{cases} OM = OM' \\ (OM, OM') = \varphi \end{cases}$ **B.** $Q_{(O,\varphi)}(M) = M' \Leftrightarrow \begin{cases} OM = 2OM' \\ (OM, OM') = \varphi \end{cases}$
C. $Q_{(O,\varphi)}(M) = M' \Leftrightarrow \begin{cases} OM = OM' \\ (OM', OM) = \varphi \end{cases}$ **D.** $Q_{(O,\varphi)}(M) = M' \Leftrightarrow OM = OM'$.

Câu 3. Tìm nghiệm của phương trình $\sin^2 x + 3\sin x - 4 = 0$.

- A.** $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. **B.** $x = \pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.
C. $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$. **D.** $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 4. Phương trình $\tan x = \tan \varphi, (\varphi \in \mathbb{R})$ có nghiệm là:

- A.** $x = \varphi + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$. **B.** $x = \varphi + k2\pi; x = \pi - \varphi + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.
C. $x = \varphi + k\pi (k \in \mathbb{Z})$. **D.** $x = \varphi + k2\pi; x = -\varphi + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 5. Có bao nhiêu số tự nhiên không lớn hơn 10?

- A.** 11. **B.** 12. **C.** 9. **D.** 10.

Câu 6. Có 69 học sinh tham dự kì thi chọn học sinh giỏi môn Toán cấp tỉnh. Số cách chọn hai học sinh để kiểm tra túi đựng đề thi là

- A.** C_{69}^2 cách. **B.** 69 cách. **C.** A_{69}^2 cách. **D.** 69^2 cách.

Câu 7. Phương trình nào sau đây vô nghiệm

- A.** $\sin x + 3 = 0$. **B.** $2\cos^2 x - \cos x - 1 = 0$.
C. $\tan x + 3 = 0$. **D.** $3\sin x - 2 = 0$.

Câu 8. Trong mặt phẳng, cho một tập hợp gồm 6 điểm phân biệt. Có bao nhiêu vector khác vector $\vec{0}$ có điểm đầu và điểm cuối thuộc tập hợp điểm này?

- A.** 1440. **B.** 15. **C.** 30. **D.** 12.

Câu 9. Một tổ có 5 học sinh nam và 4 học sinh nữ. Giáo viên chủ nhiệm muốn chọn một đội trực nhật gồm 1 học sinh nam và 1 học sinh nữ. Hỏi có bao nhiêu cách?

- A.** 36. **B.** 72. **C.** 20. **D.** 9.

Câu 10. Phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v}$ biến điểm M thành điểm M' , mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** $\overrightarrow{MM} = \vec{v}$. **B.** $\overrightarrow{MM'} = k\vec{v}, (k \in \mathbb{R})$.
C. $\overrightarrow{MM'} = -\vec{v}$. **D.** $\overrightarrow{MM'} = \vec{v}$.

Câu 11. Có bao nhiêu phép vị tự biến đường tròn $x + y - 2 = 0$ thành đường tròn $(O; R')$ với d ?

- A.** 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** Vô số.

Câu 12. Tìm tập xác định của hàm số: $y = \sqrt{\frac{20 + 19\cos 18x}{1 - \sin x}}$.

- A.** $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$. **B.** $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ k \frac{\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$. **D.** $D = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

Câu 13. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\cos x = m + 1$ có nghiệm?

A. Vô số. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 1.

Câu 14. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , ảnh của điểm $M(1; -2)$ qua phép vị tự tâm O tỉ số $k = -2$ là:

A. $M'\left(-\frac{1}{2}; 1\right)$. **B.** $M'(-2; 4)$. **C.** $M'\left(\frac{1}{2}; 1\right)$. **D.** $M'(2; -4)$.

Câu 15. Tìm ảnh (C') của đường tròn $(C): (x-1)^2 + (y-2)^2 = 4$ qua phép tịnh tiến theo $\vec{v} = (-3; 2)$

A. $(C'): (x+3)^2 + (y-2)^2 = 4$. **B.** $(C'): (x-4)^2 + y^2 = 4$.
C. $(C'): (x-2)^2 + (y+4)^2 = 4$. **D.** $(C'): (x+2)^2 + (y-4)^2 = 4$.

Câu 16. Một khối lập phương có độ dài cạnh là $2cm$ được chia thành 8 khối lập phương cạnh $1cm$. Hỏi có bao nhiêu tam giác được tạo thành từ các đỉnh của các khối lập phương cạnh $1cm$?

A. 2915. **B.** 2876. **C.** 2012. **D.** 2898.

Câu 17. Tìm giá trị lớn nhất M và giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y = 1 - 2|\cos 3x|$.

A. $M = 1, m = -1$. **B.** $M = 2, m = -2$. **C.** $M = 0, m = -2$. **D.** $M = 3, m = -1$.

Câu 18. Số tập con của tập $M = \{1; 2; 3\}$.

A. $A_3^0 + A_3^1 + A_3^2 + A_3^3$. **B.** $P_0 + P_1 + P_2 + P_3$.
C. $3!$. **D.** $C_3^0 + C_3^1 + C_3^2 + C_3^3$.

Câu 19. Số nghiệm của phương trình $3\cos 2x = 2$ trên $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right]$ là

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 20. Giải phương trình $2\sin^2 x + \sqrt{3}\sin 2x = 3$.

A. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi$. **B.** $x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi$. **C.** $x = \frac{\pi}{4} + k\pi$. **D.** $x = -\frac{\pi}{3} + k\pi$.

Câu 21. Tìm tất cả các giá trị của n thỏa mãn $P_n \cdot A_n^2 + 72 = 6(A_n^2 + 2P_n)$.

A. $n = 3; n = 4$. **B.** $n = 3$.
C. $n = 4$. **D.** $n = -3; n = 3; n = 4$.

Câu 22. Phép quay tâm $O(0; 0)$ góc quay 90° biến điểm $M(-5; 2)$ thành điểm M' có tọa độ:

A. $(5; -2)$. **B.** $(-2; -5)$. **C.** $(5; 2)$. **D.** $(2; 5)$.

Câu 23. Số nghiệm của phương trình $\cos^2 x - \sin 2x = \sqrt{2} + \cos^2\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$ trên khoảng $(0; 3\pi)$ là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 24. Trong không gian cho $2n$ điểm phân biệt ($n \geq 3, n \in \mathbb{N}$), trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng và trong $2n$ điểm đó có đúng n điểm cùng nằm trên một mặt phẳng. Biết rằng có đúng 505 mặt phẳng phân biệt được tạo thành từ $2n$ điểm đã cho. Tìm n ?

A. $n = 9$. **B.** $n = 7$.
C. Không có n thỏa mãn. **D.** $n = 8$.

- Câu 25.** Trong mặt phẳng Oxy , cho phép dời hình F có quy tắc đặt ảnh tương ứng điểm $M(x_M; y_M)$ có ảnh là điểm $M'(x'; y')$ theo công thức $F: \begin{cases} x' = x_M \\ y' = -y_M \end{cases}$. Viết phương trình đường tròn (C') là ảnh của đường tròn $(C): (x-1)^2 + (y-2)^2 = 4$ qua phép dời hình F .
- A. $(C'): (x+1)^2 + (y+2)^2 = 4$. B. $(C'): (x-1)^2 + (y+2)^2 = 4$.
 C. $(C'): (x+1)^2 + (y-2)^2 = 4$. D. $(C'): (x-1)^2 + (y-2)^2 = 4$.
- Câu 26.** Phương trình $\cos 2x + 7\cos x - \sqrt{3}(\sin 2x - 7\sin x) = 8$ có bao nhiêu nghiệm trên đoạn $[-2\pi; 2\pi]$?
- A. 6. B. 5. C. 4. D. 7.
- Câu 27.** Có bao nhiêu số tự nhiên có sáu chữ số khác nhau từng đôi một, trong đó chữ số 5 đứng liền giữa hai chữ số 1 và 4?
- A. 1500. B. 249. C. 2942. D. 3204.
- Câu 28.** Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy cho đường thẳng $d: y = x - 2$ và đường tròn $(C): x^2 + y^2 = 4$; gọi A, B là giao điểm d của và (C) . Phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v} = (1; 3)$ biến hai điểm A, B lần lượt thành A', B' . Khi đó độ dài đoạn $A'B'$ là
- A. 2. B. $\sqrt{2}$. C. $2\sqrt{3}$. D. $2\sqrt{2}$.
- Câu 29.** Có bao nhiêu số tự nhiên n thỏa mãn đẳng thức $C_n^2 + 90 = A_{n-1}^2$?
- A. 2. B. 1. C. 3. D. 0.
- Câu 30.** Phương trình $\sqrt{3}\sin x - \cos x = \sqrt{2}$ có bao nhiêu nghiệm thuộc khoảng $(0; \pi)$?
- A. 1. B. 3. C. 2. D. 4.
- Câu 31.** Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên chẵn có bốn chữ số đôi một khác nhau?
- A. 15. B. 360. C. 180. D. 120.
- Câu 32.** Trong mặt phẳng Oxy cho điểm $M(1; 0)$. Tìm tọa độ điểm M'' là ảnh của điểm M qua phép đồng dạng có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{u} = (-3; 4)$ và phép vị tự tâm O tỉ số $k = -2$.
- A. $M''(4; 8)$. B. $M''(4; -8)$. C. $M''(-4; 8)$. D. $M''(-4; -8)$.
- Câu 33.** Cho phương trình $2m\sin x \cos x + 4\cos^2 x = m + 5$, với m là một phần tử của tập hợp $E = \{-3; -2; -1; 0; 1; 2\}$. Có bao nhiêu giá trị của m để phương trình đã cho có nghiệm?
- A. 6. B. 4. C. 3. D. 2.
- Câu 34.** Cho phương trình $(\cos x + 1)(\cos 2x - m\cos x) = m\sin^2 x$. Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để phương trình có nghiệm $x \in (0; \frac{\pi}{3})$.
- A. $m \in (-1; \frac{1}{2})$. B. $m \in (\frac{1}{2}; 1)$. C. $m \in (-1; -\frac{1}{2})$. D. $m \in (-\frac{1}{2}; 1)$.
- Câu 35.** Cho tập $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}$. Hỏi có bao nhiêu số có 5 chữ số khác nhau và chia hết cho 15 chọn từ các phần tử của tập A .
- A. 202. B. 222. C. 240. D. 403.

ĐÁP ÁN VÀ HDG CHI TIẾT

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
C	A	D	C	A	A	A	C	C	D	C	A	B	B	D	B	A	D
19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36
D	A	A	B	C	D	B	B	A	D	B	C	C	B	C	D	B	

PHẦN I: TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN

Câu 1. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. Phép vị tự với tỉ số vị tự khác 1 và -1 không phải là phép dời hình.
 B. Phép vị tự tỉ số k là phép đồng dạng tỉ số $|k|$.
 C. Phép đồng dạng là phép dời hình.
 D. Phép dời hình là phép đồng dạng với tỉ số $k=1$.

Lời giải

Chọn C

Giả sử phép đồng dạng với tỉ số $k \neq 1$ khi đó qua phép đồng dạng biến 2 điểm M, N thành 2 điểm M', N' : $M'N' = k.MN \Rightarrow M'N' \neq 1.MN$, nên khi đó không phép đồng dạng không phải phép dời hình.

Câu 2. Chọn khẳng định đúng

- A. $Q_{(O,\varphi)}(M) = M' \Leftrightarrow \begin{cases} OM = OM' \\ (OM, OM') = \varphi \end{cases}$ B. $Q_{(O,\varphi)}(M) = M' \Leftrightarrow \begin{cases} OM = 2OM' \\ (OM, OM') = \varphi \end{cases}$
 C. $Q_{(O,\varphi)}(M) = M' \Leftrightarrow \begin{cases} OM = OM' \\ (OM', OM) = \varphi \end{cases}$ D. $Q_{(O,\varphi)}(M) = M' \Leftrightarrow OM = OM'$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $Q_{(O,\varphi)}(M) = M' \Leftrightarrow \begin{cases} OM = OM' \\ (OM, OM') = \varphi \end{cases}$

Câu 3. Tìm nghiệm của phương trình $\sin^2 x + 3\sin x - 4 = 0$.

- A. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. B. $x = \pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.
 C. $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$. D. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\sin^2 x + 3\sin x - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 1 \\ \sin x = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \sin x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 4. Phương trình $\tan x = \tan \varphi, (\varphi \in \mathbb{R})$ có nghiệm là:

- A. $x = \varphi + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$. B. $x = \varphi + k2\pi; x = \pi - \varphi + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.
 C. $x = \varphi + k\pi (k \in \mathbb{Z})$. D. $x = \varphi + k2\pi; x = -\varphi + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\tan x = \tan \varphi \Leftrightarrow x = \varphi + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 5. Có bao nhiêu số tự nhiên không lớn hơn 10 ?

- A. 11. B. 12. C. 9. D. 10.

Lời giải

Chọn A

Các số tự nhiên không lớn hơn 10 là 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10.

Câu 6. Có 69 học sinh tham dự kì thi chọn học sinh giỏi môn Toán cấp tỉnh. Số cách chọn hai học sinh để kiểm tra túi đựng đề thi là

- A. C_{69}^2 cách. B. 69 cách. C. A_{69}^2 cách. D. 69^2 cách.

Lời giải

Chọn A

Chọn hai học sinh bất kỳ trong 69 học sinh để kiểm tra túi đựng đề thi có C_{69}^2 cách.

Câu 7. Phương trình nào sau đây vô nghiệm

- A. $\sin x + 3 = 0$. B. $2\cos^2 x - \cos x - 1 = 0$.
C. $\tan x + 3 = 0$. D. $3\sin x - 2 = 0$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\sin x + 3 = 0 \Leftrightarrow \sin x = -3(VN)$ vì $-1 \leq \sin x \leq 1 \quad \forall x \in \mathbb{R}$.

Câu 8. Trong mặt phẳng, cho một tập hợp gồm 6 điểm phân biệt. Có bao nhiêu vector khác vector $\vec{0}$ có điểm đầu và điểm cuối thuộc tập hợp điểm này?

- A. 1440. B. 15. C. 30. D. 12.

Lời giải

Chọn C

Mỗi cách chọn 2 điểm phân biệt và có thứ tự (điểm đầu, điểm cuối) ta được một vector khác vector $\vec{0}$. Như vậy, số vector khác vector $\vec{0}$ có điểm đầu và điểm cuối thuộc tập hợp 6 điểm phân biệt là $A_6^2 = 30$.

Câu 9. Một tổ có 5 học sinh nam và 4 học sinh nữ. Giáo viên chủ nhiệm muốn chọn một đội trực nhật gồm 1 học sinh nam và 1 học sinh nữ. Hỏi có bao nhiêu cách?

- A. 36. B. 72. C. 20. D. 9.

Lời giải

Chọn C

Chọn 1 học sinh nam và 1 học sinh nữ để trực nhật có $5.4 = 20$ cách chọn.

Câu 10. Phép tịnh tiến theo vector $\vec{v}$ biến điểm M thành điểm M' , mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{MM} = \vec{v}$. B. $\overrightarrow{MM'} = k\vec{v}, (k \in \mathbb{R})$.
C. $\overrightarrow{MM'} = -\vec{v}$. D. $\overrightarrow{MM'} = \vec{v}$.

Lời giải

Chọn D

Theo định nghĩa phép tịnh tiến. $T_{\vec{v}} : M \mapsto M' \Leftrightarrow \overrightarrow{MM'} = \vec{v}$.

Câu 11. Có bao nhiêu phép vị tự biến đường tròn $x^2 + y^2 - 2 = 0$ thành đường tròn $(O; R')$ với $d?$

- A. 0. B. 1. C. 2. D. Vô số.

Lời giải

Chọn C

Phép vị tự có tâm là O , tỉ số vị tự $k = \pm \frac{R'}{R}$.

Câu 12. Tìm tập xác định của hàm số: $y = \sqrt{\frac{20 + 19\cos 18x}{1 - \sin x}}$.

- A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$. B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ k \frac{\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.
C. $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$. D. $D = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Hàm số đã cho xác định khi } \begin{cases} \frac{20+19\cos 18x}{1-\sin x} \geq 0 \\ 1-\sin x \neq 0 \end{cases}$$

Mà $19+20\cos 18x > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên hàm số đã cho xác định

$$1-\sin x > 0 \Leftrightarrow \sin x \neq 1 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{Vậy hàm số đã cho xác định khi } \cos x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

Câu 13. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\cos x = m + 1$ có nghiệm?

A. Vô số.

B. 3.

C. 5.

D. 1.

Lời giải

Chọn B

Phương trình $\cos x = m + 1$ có nghiệm $\Leftrightarrow -1 \leq m + 1 \leq 1 \Leftrightarrow -2 \leq m \leq 0$.

Vì $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-2; -1; 0\}$ hay có 3 giá trị của tham số m thỏa mãn.

Câu 14. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , ảnh của điểm $M(1; -2)$ qua phép vị tự tâm O tỉ số $k = -2$ là:

A. $M'\left(-\frac{1}{2}; 1\right)$.

B. $M'(-2; 4)$.

C. $M'\left(\frac{1}{2}; 1\right)$.

D. $M'(2; -4)$.

Lời giải

Chọn B

Gọi $M'(x'; y')$ là ảnh của điểm $M(x; y)$.

$$\text{Ta có: } V_{(O; k=-2)}(M) = M' \Leftrightarrow \overrightarrow{OM'} = k \cdot \overrightarrow{OM}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x' = k \cdot x + (1-k) \cdot a \\ y' = k \cdot y + (1-k) \cdot b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x' = -2 \cdot 1 + (1+2) \cdot 0 \\ y' = -2 \cdot (-2) + (1+2) \cdot 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x' = -2 \\ y' = 4 \end{cases} \Rightarrow M'(-2; 4).$$

Vậy ảnh của điểm $M(1; -2)$ là $M'(-2; 4)$.

Câu 15. Tìm ảnh (C') của đường tròn $(C): (x-1)^2 + (y-2)^2 = 4$ qua phép tịnh tiến theo $\vec{v} = (-3; 2)$

A. $(C'): (x+3)^2 + (y-2)^2 = 4$.

B. $(C'): (x-4)^2 + y^2 = 4$.

C. $(C'): (x-2)^2 + (y+4)^2 = 4$.

D. $(C'): (x+2)^2 + (y-4)^2 = 4$.

Lời giải

Chọn D

Đường tròn $(C): (x-1)^2 + (y-2)^2 = 4$ có tâm $I(1; 2)$ và bán kính $R = 2$.

$$\text{Đường tròn } (C') \text{ có tâm } I'(x; y) \text{ và bán kính } R', \text{ ta có: } \begin{cases} x = 1 - 3 = -2 \\ y = 2 + 2 = 4 \\ R' = R = 2 \end{cases}$$

Vậy phương trình đường tròn $(C'): (x+2)^2 + (y-4)^2 = 4$.

Câu 16. Một khối lập phương có độ dài cạnh là $2cm$ được chia thành 8 khối lập phương cạnh $1cm$. Hỏi có bao nhiêu tam giác được tạo thành từ các đỉnh của các khối lập phương cạnh $1cm$?

A. 2915.

B. 2876.

C. 2012.

D. 2898.

Lời giải

Chọn B

Mỗi mặt của hình lập phương có 4 đường thẳng hành nổi tâm, vì vậy loại này có 24 đường.
 Hình lập phương có tất cả 12 cạnh.
 Có 4 đường chéo xuyên tâm của hình lập phương.
 Có 9 đường chéo cho các mặt đối xứng của hình lập phương.
 Như vậy có 49 bộ 3 điểm thẳng hàng.
 Có tất cả 27 điểm chia theo yêu cầu. Vì vậy số tam giác được hình thành là $C_{27}^3 - 49 = 2876$

Câu 17. Tìm giá trị lớn nhất M và giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y = 1 - 2|\cos 3x|$.

- A. $M = 1, m = -1$. B. $M = 2, m = -2$. C. $M = 0, m = -2$. D. $M = 3, m = -1$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $-1 \leq \cos 3x \leq 1 \rightarrow 0 \leq |\cos 3x| \leq 1 \rightarrow 0 \geq -2|\cos 3x| \geq -2$

$$\rightarrow 1 \geq 1 - 2|\cos 3x| \geq -1 \rightarrow 1 \geq y \geq -1 \rightarrow \begin{cases} M = 1 \\ m = -1 \end{cases}$$

Câu 18. Số tập con của tập $M = \{1; 2; 3\}$.

- A. $A_3^0 + A_3^1 + A_3^2 + A_3^3$. B. $P_0 + P_1 + P_2 + P_3$.
 C. $3!$. D. $C_3^0 + C_3^1 + C_3^2 + C_3^3$.

Lời giải

Chọn D

Số tập con của tập $M = \{1; 2; 3\}$ gồm:

- + Tập rỗng.
- + Tập con có một phần tử có tất cả 3 tập con gồm $\{1\}, \{2\}, \{3\}$.
- + Tập con có hai phần tử có tất cả là 3 tập con gồm $\{1; 2\}, \{1; 3\}, \{2; 3\}$.
- + Tập con có ba phần tử, chính là tập $M = \{1; 2; 3\}$.

Vậy số tập con của tập $M = \{1; 2; 3\}$ là: $1 + 3 + 3 + 1 = C_3^0 + C_3^1 + C_3^2 + C_3^3$.

Câu 19. Số nghiệm của phương trình $3\cos 2x = 2$ trên $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right]$ là

- A. 1. B. 3. C. 2. D. 4.

Lời giải

Chọn D

Cách 1:

$$3\cos 2x = 2 \Leftrightarrow \cos 2x = \frac{2}{3} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = \arccos \frac{2}{3} + k2\pi \\ 2x = -\arccos \frac{2}{3} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \arccos \frac{2}{3} + k\pi \\ x = -\frac{1}{2} \arccos \frac{2}{3} + k\pi \end{cases}$$

Xét trên $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right]$ ta có

$$\begin{cases} x = \frac{1}{2} \arccos \frac{2}{3} \\ x = \frac{1}{2} \arccos \frac{2}{3} + \pi \\ x = -\frac{1}{2} \arccos \frac{2}{3} \\ x = -\frac{1}{2} \arccos \frac{2}{3} + \pi \end{cases}.$$

Vậy phương trình đã cho có bốn nghiệm trên $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right]$.

Cách 2: Dùng Casio.

Dùng chức năng TABLE.

Nhập hàm:

$$f(X) = 3 \cos(2X) - 2$$

Cho Start = $-\frac{\pi}{4}$, End = $\frac{3\pi}{2}$, Step = $\frac{\pi}{12}$.

Kết quả có bốn lần đổi dấu như sau:

3 -0.523 F(X) -0.5	6 0.2617 F(X) 0.598	14 2.3561 F(X) -2
4 -0.2617 F(X) 0.598	7 0.7854 F(X) -0.5	15 2.6179 F(X) -0.5
5 0.2617 F(X) -0.5	8 0.7854 F(X) -2	16 2.8798 F(X) 0.598
	0.5235987756	2.879793266
17 3.141592654 F(X) 0.598		
18 3.4033 F(X) -0.5		
19 3.6651 F(X) 0.598		

Chú ý: Tắt đi hàm $g(X)$ như sau:

Bấm SHIFT, MODE, di chuyển xuống, chọn 5: TABLE

```

1:ab/c  2:d/c
3:CMPLX 4:STAT
5:TABLE 6:Rdec
7:Disp  8:CONT

```

Sau đó chọn 1:

```

Select Type?
1:f(x)
2:f(x),g(x)

```

Câu 20. Giải phương trình $2\sin^2 x + \sqrt{3}\sin 2x = 3$.

A. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi$.

B. $x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi$.

C. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi$.

D. $x = -\frac{\pi}{3} + k\pi$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

$$2\sin^2 x + \sqrt{3}\sin 2x = 3 \Leftrightarrow 1 - \cos 2x + \sqrt{3}\sin 2x = 3$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{3} \sin 2x - \cos 2x = 2 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} \sin 2x - \frac{1}{2} \cos 2x = 1$$

$$\Leftrightarrow \sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right) = 1 \Leftrightarrow 2x - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

Câu 21. Tìm tất cả các giá trị của n thỏa mãn $P_n.A_n^2 + 72 = 6(A_n^2 + 2P_n)$.

$$n = 3; n = 4.$$

$$B. n = 3.$$

A.

$$C. n = 4.$$

$$D. n = -3; n = 3; n = 4.$$

Lời giải

Chọn A

Điều kiện: $n \geq 2, n \in \mathbb{N}$.

$$\text{Ta có } P_n.A_n^2 + 72 = 6(A_n^2 + 2P_n) \Leftrightarrow P_n(A_n^2 - 12) - 6(A_n^2 - 12) = 0$$

$$\Leftrightarrow (A_n^2 - 12)(P_n - 6) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} P_n = 6 \\ A_n^2 - 12 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n! = 3 \\ \frac{n!}{(n-2)!} = 12 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} n! = 3! \\ n(n-1) = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n = 3 \\ n = -3 \vee n = 4 \end{cases}. \text{ So với điều kiện, các giá trị cần tìm là } n = 3; n = 4.$$

Câu 22. Phép quay tâm $O(0;0)$ góc quay 90° biến điểm $M(-5;2)$ thành điểm M' có tọa độ:

$$A. (5;-2).$$

$$B. (-2;-5).$$

$$C. (5;-2).$$

$$D. (2;5).$$

Lời giải

Chọn B

Phép quay tâm $O(0;0)$ góc quay 90° biến điểm $M(-5;2)$ thành điểm $M'(x';y')$ có tọa độ thỏa

$$\text{mãn: } \begin{cases} x' = -y \\ y' = x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x' = -2 \\ y' = -5 \end{cases} \Rightarrow M'(-2;-5).$$

Câu 23. Số nghiệm của phương trình $\cos^2 x - \sin 2x = \sqrt{2} + \cos^2\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$ trên khoảng $(0; 3\pi)$ là

$$A. 1.$$

$$B. 2.$$

$$C. 3.$$

$$D. 4.$$

Lời giải

Chọn C

$$\cos^2 x - \sin 2x = \sqrt{2} + \cos^2\left(\frac{\pi}{2} + x\right) \Leftrightarrow \cos^2 x - \sin 2x = \sqrt{2} + \sin^2 x \Leftrightarrow \cos 2x - \sin 2x = \sqrt{2}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{2} \cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{2} \Leftrightarrow \cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = 1 \Leftrightarrow 2x + \frac{\pi}{4} = k2\pi \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{8} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\text{Trên } (0; 3\pi) \Rightarrow x = \frac{7\pi}{8}, x = \frac{15\pi}{8}, x = \frac{23\pi}{8}.$$

Câu 24. Trong không gian cho $2n$ điểm phân biệt ($n \geq 3, n \in \mathbb{N}$), trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng và trong $2n$ điểm đó có đúng n điểm cùng nằm trên một mặt phẳng. Biết rằng có đúng 505 mặt phẳng phân biệt được tạo thành từ $2n$ điểm đã cho. Tìm n ?

$$A. n = 9.$$

$$B. n = 7.$$

$$C. \text{ Không có } n \text{ thỏa mãn.}$$

$$D. n = 8.$$

Lời giải

Chọn D

Xem 3 điểm trong $2n$ điểm đã cho lập nên một mặt phẳng, thế thì ta có C_{2n}^3 mặt phẳng.

Tuy nhiên vì trong $2n$ điểm đó có đúng n điểm cùng nằm trên mặt phẳng nên n điểm này có duy nhất 1 mặt phẳng.

Vậy số mặt phẳng có được là $(C_{2n}^3 - C_n^3 + 1)$.

$$\text{Theo đề bài ta có: } C_{2n}^3 - C_n^3 + 1 = 505 \Leftrightarrow \frac{(2n)!}{3!(2n-3)!} - \frac{n!}{3!(n-3)!} = 504$$

$$\Leftrightarrow 2n(2n-1)(2n-2) - n(n-1)(n-2) = 3024 \Leftrightarrow 7n^3 - 9n^2 + 2n - 3024 = 0 \Leftrightarrow n = 8.$$

Câu 25. Trong mặt phẳng Oxy , cho phép dời hình F có quy tắc đặt ảnh tương ứng điểm $M(x_M; y_M)$ có ảnh

là điểm $M'(x'; y')$ theo công thức $F: \begin{cases} x' = x_M \\ y' = -y_M \end{cases}$. Viết phương trình đường tròn (C') là ảnh của

đường tròn $(C): (x-1)^2 + (y-2)^2 = 4$ qua phép dời hình F .

A. $(C'): (x+1)^2 + (y+2)^2 = 4.$

B. $(C'): (x-1)^2 + (y+2)^2 = 4.$

C. $(C'): (x+1)^2 + (y-2)^2 = 4.$

D. $(C'): (x-1)^2 + (y-2)^2 = 4.$

Lời giải

Chọn B

Lấy $M(x; y) \in (C)$.

Gọi $M'(x'; y')$ là ảnh của M qua phép dời hình F .

$$\text{Ta có } \begin{cases} x' = x \\ y' = -y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = x' \\ y = -y' \end{cases} \Rightarrow M(x'; -y')$$

$$M \in (C) \text{ nên } (x'-1)^2 + (-y'-2)^2 = 4 \Leftrightarrow (x'-1)^2 + (y'+2)^2 = 4$$

$$\Rightarrow M' \in (C'): (x-1)^2 + (y+2)^2 = 4.$$

Câu 26. Phương trình $\cos 2x + 7 \cos x - \sqrt{3}(\sin 2x - 7 \sin x) = 8$ có bao nhiêu nghiệm trên đoạn $[-2\pi; 2\pi]$?

A. 6.

B. 5.

C. 4.

D. 7.

Lời giải

Chọn B

Ta có:

$$\cos 2x + 7 \cos x - \sqrt{3}(\sin 2x - 7 \sin x) = 8 \Leftrightarrow \cos 2x - \sqrt{3} \sin 2x + 7(\cos x + \sqrt{3} \sin x) - 8 = 0$$

$$\Leftrightarrow \cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) + 7 \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) - 4 = 0 \Leftrightarrow -2 \sin^2\left(x + \frac{\pi}{6}\right) + 7 \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) - 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2} \\ \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = 3(VN) \end{cases}.$$

$$\text{Ta có: } \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x + \frac{\pi}{6} = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = k2\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases}.$$

$$\text{Vì } x \in [-2\pi; 2\pi] \Rightarrow x \in \left\{ -2\pi; -\frac{4\pi}{3}; 0; \frac{2\pi}{3}; 2\pi \right\}.$$

Câu 27. Có bao nhiêu số tự nhiên có sáu chữ số khác nhau từng đôi một, trong đó chữ số 5 đứng liền giữa hai chữ số 1 và 4?

A. 1500.

B. 249.

C. 2942.

D. 3204.

Lời giải

Chọn A

Gọi số cần tìm có dạng $\overline{abcdef}$ ($a \neq 0$; a, b, c, d, e, f đôi một khác nhau thuộc $\{0; 1; 2; \dots; 9\}$).

TH1: Chữ số 5 nằm giữa chữ số 1 và 4.

Nếu $a = 1$ thì $\overline{abcdef} = \overline{154def}$ khi đó d có 7 cách chọn, e có 6 cách chọn, f có 5 cách chọn.

Suy ra có $7 \times 6 \times 5 = 210$ số. (1)

Nếu $a \neq 1$; $a \neq 4$ thì $\overline{abcdef}$ có 3 dạng $\overline{a154ef}$, $\overline{ab154f}$, $\overline{abc154}$

Xét $\overline{a154ef}$ khi đó a có 6 cách chọn, e có 6 cách chọn, f có 5 cách chọn.

Suy ra có $6 \times 6 \times 5 = 180$ số. (2)

Tương tự mỗi trường hợp $\overline{ab154f}$, $\overline{abc154}$ có 180 số. (3)

Từ (1), (2) và (3) suy ra có $210 + 180 + 180 + 180 = 750$ số

TH2: Chữ số 5 nằm giữa chữ số 4 và 1. Kết quả tương tự TH1, như vậy có 750 số.

Vậy có tất cả 1500 số thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 28. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy cho đường thẳng $d: y = x - 2$ và đường tròn $(C): x^2 + y^2 = 4$; gọi A, B là giao điểm d của và (C) . Phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v} = (1; 3)$ biến hai điểm A, B lần lượt thành A', B' . Khi đó độ dài đoạn $A'B'$ là

A. 2.

B. $\sqrt{2}$.

C. $2\sqrt{3}$.

D. $2\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn D

$$d: y = x - 2 \Leftrightarrow x - y - 2 = 0$$

Ta có: $(C): x^2 + y^2 = 4$ có tâm $O(0; 0)$, $R = 2$.

$$d[O; d] = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$$

$$\text{Ta có } AB = 2\sqrt{R^2 - d^2[O; d]} = 2\sqrt{4 - 2} = 2\sqrt{2}$$

$$\text{Ta có: } A'B' = T_{\vec{v}}(AB) \Rightarrow A'B' = AB = 2\sqrt{2}.$$

Câu 29. Có bao nhiêu số tự nhiên n thỏa mãn đẳng thức $C_n^2 + 90 = A_{n-1}^2$?

A. 2.

B. 1.

C. 3.

D. 0.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện $3 \leq n$; $n \in \mathbb{N}$.

$$\text{Ta có: } C_n^2 + 90 = A_{n-1}^2.$$

$$\Leftrightarrow \frac{n!}{2!(n-2)!} + 90 = \frac{(n-1)!}{(n-3)!}$$

$$\Leftrightarrow \frac{n(n-1)}{2} + 90 = (n-1)(n-2).$$

$$\Leftrightarrow n^2 - n + 180 = 2(n^2 - 3n + 2).$$

$$\Leftrightarrow n^2 - 5n - 176 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 16 \\ n = -11 \end{cases}.$$

Kết hợp điều kiện suy ra $n = 16$.

Vậy có một số tự nhiên n thỏa mãn bài toán.

Câu 30. Phương trình $\sqrt{3}\sin x - \cos x = \sqrt{2}$ có bao nhiêu nghiệm thuộc khoảng $(0; \pi)$?

A. 1.

B. 3.

C. 2.

D. 4.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } \sqrt{3}\sin x - \cos x = \sqrt{2} \Leftrightarrow \sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x - \frac{\pi}{6} = \frac{3\pi}{4} + k2\pi \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{5\pi}{12} + k2\pi \\ x = \frac{11\pi}{12} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$$

$$\xrightarrow{x \in (0; \pi)} x \in \left\{ \frac{5\pi}{12}; \frac{11\pi}{12} \right\}.$$

Câu 31. Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên chẵn có bốn chữ số đôi một khác nhau?

A. 15.

B. 360.

C. 180.

D. 120.

Lời giải

Chọn C

Gọi $n = \overline{abcd}$ là số tự nhiên chẵn có 4 chữ số khác nhau lấy từ tập $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.

Do n chẵn nên $d \in \{2, 4, 6\}$, có 3 cách chọn chữ số cho d .

Chọn bộ số (a, b, c) có A_5^3 cách.

Vậy có tất cả $3 \cdot A_5^3 = 180$ số tự nhiên chẵn có bốn chữ số đôi một khác nhau lấy từ tập X .

Câu 32. Trong mặt phẳng Oxy cho điểm $M(1; 0)$. Tìm tọa độ điểm M'' là ảnh của điểm M qua phép đồng dạng có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép tịnh tiến theo vector $\vec{u} = (-3; 4)$ và phép vị tự tâm O tỉ số $k = -2$.

A. $M''(4; 8)$.

B. $M''(4; -8)$.

C. $M''(-4; 8)$.

D. $M''(-4; -8)$.

Lời giải

Chọn B

Gọi $M'(x'; y') = T_{\vec{u}}(M)$

$$\text{Theo biểu thức tọa độ của phép tịnh tiến } \begin{cases} x' = x + a \\ y' = y + b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x' = 1 - 3 \\ y' = 0 + 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x' = -2 \\ y' = 4 \end{cases} \Rightarrow M'(-2; 4)$$

$$\text{Gọi } M'' = V_{(O, -2)}(M') \Leftrightarrow \overrightarrow{OM''} = -2\overrightarrow{OM'} = (4; -8) \Rightarrow M''(4; -8).$$

Câu 33. Cho phương trình $2m\sin x \cos x + 4\cos^2 x = m + 5$, với m là một phần tử của tập hợp $E = \{-3; -2; -1; 0; 1; 2\}$. Có bao nhiêu giá trị của m để phương trình đã cho có nghiệm?

A. 6.

B. 4.

C. 3.

D. 2.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } 2m \sin x \cos x + 4 \cos^2 x = m + 5 \Leftrightarrow m \sin 2x + 4 \frac{1 + \cos 2x}{2} = m + 5$$

$$\Leftrightarrow m \sin 2x + 2 \cos 2x = m + 3.$$

$$\text{Phương trình trên có nghiệm khi và chỉ khi } m^2 + 4 \geq (m + 3)^2 \Leftrightarrow m \leq \frac{-5}{9}.$$

Vậy có ba giá trị của $m \in E$ để phương trình đã cho có nghiệm.

Câu 34. Cho phương trình $(\cos x + 1)(\cos 2x - m \cos x) = m \sin^2 x$. Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để phương trình có nghiệm $x \in \left(0; \frac{\pi}{3}\right)$.

A. $m \in \left(-1; \frac{1}{2}\right)$. **B.** $m \in \left(\frac{1}{2}; 1\right)$. **C.** $m \in \left(-1; -\frac{1}{2}\right)$. **D.** $m \in \left(-\frac{1}{2}; 1\right)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có

$$(\cos x + 1)(\cos 2x - m \cos x) = m \sin^2 x$$

$$\Leftrightarrow (\cos x + 1)(\cos 2x - m \cos x) = m(1 - \cos^2 x)$$

$$\Leftrightarrow (\cos x + 1)(\cos 2x - m \cos x) = m(1 - \cos x)(1 + \cos x)$$

$$\Leftrightarrow (\cos x + 1)(\cos 2x - m \cos x - m + m \cos x) = 0$$

$$\Leftrightarrow (\cos x + 1)(\cos 2x - m) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = -1 \\ \cos 2x = m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pi + k2\pi \notin \left(0; \frac{\pi}{3}\right) \\ \cos 2x = m \end{cases}$$

$$\text{Ta có } x \in \left(0; \frac{\pi}{3}\right) \Rightarrow 2x \in \left(0; \frac{2\pi}{3}\right) \Rightarrow \cos 2x \in \left(-\frac{1}{2}; 1\right).$$

$$\text{Do đó phương trình có nghiệm khi và chỉ khi } m \in \left(-\frac{1}{2}; 1\right).$$

Câu 35. Cho tập $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}$. Hỏi có bao nhiêu số có 5 chữ số khác nhau và chia hết cho 15 chọn từ các phần tử của tập A .

A. 202. **B.** 222. **C.** 240. **D.** 403.

Lời giải

Chọn B

Gọi $\overline{abcde}$ là số có 5 chữ số khác nhau và chia hết cho 15 chọn từ các phần tử của tập A .

$$\text{Ta có } 15 = 3 \cdot 5, (3, 5) = 1. \text{ Do đó } \overline{abcde} : 15 \Leftrightarrow \overline{abcde} : 5 \text{ và } \overline{abcde} : 3.$$

TH1. $e = 0$. Khi đó $\overline{abcd0} : 3 \Leftrightarrow (a + b + c + d) : 3$ khi và chỉ khi

$$a, b, c, d \in \{1; 2; 4; 5\} \text{ hoặc } a, b, c, d \in \{3; 6; 2; 1\} \text{ hoặc } a, b, c, d \in \{3; 6; 1; 5\}$$

$$\text{hoặc } a, b, c, d \in \{3; 6; 4; 2\} \text{ hoặc } a, b, c, d \in \{3; 6; 4; 5\}.$$

Vậy trong trường hợp này có $5 \cdot 4! = 5! = 120$ số tự nhiên.

TH2. $e = 5$. Khi đó $\overline{abcd5} : 3 \Leftrightarrow (a + b + c + d + 5) : 3 \Leftrightarrow a + b + c + d : 3$ dư 1 khi và chỉ khi

$$a, b, c, d \in \{3; 2; 4; 1\} \text{ hoặc } a, b, c, d \in \{6; 2; 4; 1\} \text{ hoặc}$$

$a, b, c, d \in \{0; 2; 4; 1\}$ hoặc $a, b, c, d \in \{3; 6; 0; 1\}$ hoặc $a, b, c, d \in \{3; 6; 0; 4\}$.

Vậy trong trường hợp này có $2.4! + 3.3.3.2.1 = 102$ số tự nhiên.

Do đó có $120 + 102 = 222$ số thỏa mãn đề bài.

PHẦN II: TƯ LUẬN

Câu 36. Giải phương trình: $\sin^{2018} x - \cos^{2019} x = 2(\sin^{2020} x - \cos^{2021} x) + \cos 2x$?

Lời giải

Ta có: $\sin^{2018} x - \cos^{2019} x = 2(\sin^{2020} x - \cos^{2021} x) + \cos 2x$

$$\Leftrightarrow \sin^{2018} x (1 - 2\sin^2 x) + \cos^{2019} x (2\cos^2 x - 1) = \cos 2x$$

$$\Leftrightarrow \sin^{2018} x \cdot \cos 2x + \cos^{2019} x \cdot \cos 2x = \cos 2x$$

$$\Leftrightarrow (\sin^{2018} x + \cos^{2019} x - 1) \cos 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos 2x = 0 \\ \sin^{2018} x + \cos^{2019} x = 1 \end{cases}$$

Với $\cos 2x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$

Với $\sin^{2018} x + \cos^{2019} x = 1$. Ta có $\sin^{2018} x \leq \sin^2 x$; $\cos^{2019} x \leq \cos^2 x$.

Do đó $\sin^{2018} x + \cos^{2019} x \leq \sin^2 x + \cos^2 x = 1$

$$\text{Vậy } \sin^{2018} x + \cos^{2019} x = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin^{2018} x = \sin^2 x \\ \cos^{2019} x = \cos^2 x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 0, \cos x = 1 \\ \sin x = \pm 1, \cos x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = 1 \\ \cos x = 0 \end{cases}$$

Nếu $\cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Nếu $\cos x = 1 \Leftrightarrow x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Vậy phương trình đã cho có nghiệm là: $x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}; x = \frac{\pi}{2} + k\pi; x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 37. Tổng của tất cả các số tự nhiên có năm chữ số khác nhau được thành lập từ các chữ số 1; 2; 3; 4; 5 là

Lời giải

Ta có tất cả $5! = 120$ số tự nhiên thỏa mãn. Trong đó mỗi chữ số xuất hiện ở mỗi hàng là $\frac{120}{5} = 24$ lần.

Do đó tổng cần tính là $(1+2+3+4+5) \cdot 24 \cdot (10^4 + 10^3 + 10^2 + 10 + 1) = 3999960$.

Câu 38. Đội thanh niên xung kích của trường THPT A gồm 9 Đoàn viên nam và 6 Đoàn viên nữ, trong đó có 2 Đoàn viên nam là ủy viên ban chấp hành. Đoàn trường cần chọn một nhóm 3 Đoàn viên đi kiểm tra việc thực hiện nội quy nhà trường trong sáng thứ hai. Hỏi có bao nhiêu cách chọn sao cho có cả nam, nữ, ủy viên ban chấp hành.

Lời giải

Có 3 trường hợp:

Vậy có tất cả $C_7^1 \cdot C_2^1 \cdot C_6^1 + C_2^1 \cdot C_6^2 + C_2^2 \cdot C_6^1 = 120$ cách chọn.

Sai lầm thường gặp: Xác định không đủ tất cả các trường hợp xảy ra. Cụ thể thường thiếu TH2 và TH3.

Nhận xét: Nên vẽ bảng phân tích rõ số lượng từng thành phần của mẫu cần chọn.

Câu 39. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng d có phương trình $x + y - 2 = 0$. Viết phương trình đường thẳng d' là ảnh của d qua phép đồng dạng có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép vị tự tâm $I(-1; -1)$ tỉ số $k = \frac{1}{2}$ và phép quay tâm O góc -45° .

Lời giải

Gọi d_1 là ảnh của d qua phép vị tự tâm $I(-1; -1)$ tỉ số $k = \frac{1}{2}$.

Vì d_1 song song hoặc trùng với d nên phương trình của d_1 có dạng $x + y + c = 0$. Lấy $M(1; 1)$ thuộc d .

$$\text{Gọi } M'(x'; y') = V_{\left(I; \frac{1}{2}\right)}(M) \Leftrightarrow \overrightarrow{IM'} = \frac{1}{2} \overrightarrow{IM} \Rightarrow \begin{cases} x' + 1 = \frac{1}{2}(1 + 1) \\ y' + 1 = \frac{1}{2}(1 + 1) \end{cases} \longrightarrow M'(0; 0).$$

Do $M'(0; 0) \in d_1 \Rightarrow c = 0$

Vậy phương trình của d_1 là $x + y = 0$.

Ảnh của d_1 (đường phân giác góc phần tư thứ hai) qua phép quay tâm O góc -45° là đường thẳng Oy . Vậy phương trình của d' là $x = 0$.

----- **HẾT** -----

ĐỀ 4
ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA KÌ I**Môn: TOÁN, Lớp 10**

Thời gian làm bài: 90 phút, không tính thời gian phát đề

PHẦN I: TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN

Câu 1. Có 10 cái bút khác nhau và 8 quyển sách giáo khoa khác nhau. Một bạn học sinh cần chọn 1 cái bút và 1 quyển sách. Hỏi bạn học sinh đó có bao nhiêu cách chọn?

- A. 90. B. 70. C. 80. D. 60.

Câu 2. Số tam giác xác định bởi các đỉnh của một đa giác đều 10 cạnh là

- A. 35. B. 720. C. 240. D. 120.

Câu 3. Khẳng định nào dưới đây là đúng

- A. $Q_{(O,\alpha)}(M) = M' \Leftrightarrow \begin{cases} OM = OM' \\ \widehat{MOM'} = \alpha \end{cases}$ B. $Q_{(O,\alpha)}(M) = M' \Leftrightarrow \begin{cases} OM = OM' \\ ((OM; OM') = -\alpha \end{cases}$
C. $Q_{(O,\alpha)}(M) = M' \Leftrightarrow \begin{cases} OM = OM' \\ ((OM; OM') = \alpha \end{cases}$ D. $Q_{(O,\alpha)}(M) = M' \Leftrightarrow \begin{cases} OM = OM' \\ ((OM'; OM) = \alpha \end{cases}$

Câu 4. Trong các mệnh đề sau đây mệnh đề nào đúng?

- A. Phép tịnh tiến không phải là phép đồng dạng.
B. Phép vị tự là một phép dời hình.
C. Phép đồng dạng là một phép dời hình.
D. Phép quay là một phép đồng dạng.

Câu 5. Có 10 cuốn sách Toán khác nhau, 11 cuốn sách Văn khác nhau và 7 cuốn sách Anh văn khác nhau. Một học sinh được chọn 1 quyển sách trong các quyển sách trên. Hỏi có bao nhiêu cách lựa chọn?

- A. 32. B. 26. C. 28. D. 20.

Câu 6. Phương trình nào sau đây vô nghiệm:

- A. $2\cos^2 x - \cos x - 1 = 0$. B. $\tan x + 3 = 0$.
C. $3\sin x - 2 = 0$. D. $\sin x + 3 = 0$.

Câu 7. Nghiệm của phương trình $\sqrt{3}\tan x + 1 = 0$ là

- A. $x = -\frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. B. $x = -\frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

- C. $x = \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. D. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 8. Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 3 chữ số đôi một khác nhau được lập từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6?

- A. 720 số. B. 90 số. C. 20 số. D. 120 số.

Câu 9. Trong các phép biến đổi sau, phép biến đổi nào **sai**?

- A. $\cos x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases}$ B. $\tan x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi$.

- C. $\sin x = 0 \Leftrightarrow x = k2\pi$. D. $\sin x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$.

Câu 10. Cho đường tròn C có tâm I và bán kính R , C' là ảnh của C qua $T_{\vec{v}}$. Chọn mệnh đề **sai**.

- A. Bán kính của C' là $R' = R$. B. Tâm của C' là I' thỏa $\overrightarrow{II'} = \vec{v}$.
C. Tâm của C' là I' thỏa $\overrightarrow{II'} = -\vec{v}$. D. Tâm của C' là I' thỏa $\overrightarrow{II'} = -\vec{v}$.

Câu 11. Phép biến hình nào trong các phép biến hình sau không có tính chất “bảo toàn khoảng cách giữa hai điểm bất kì”?

- A. phép tịnh tiến B. Phép vị tự. C. Phép dời hình. D. Phép quay.

- Câu 12.** Tổng các nghiệm của phương trình $\sin\left(5x + \frac{\pi}{3}\right) = \cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$ trên $[0; \pi]$ bằng
- A. $\frac{4\pi}{18}$. B. $\frac{7\pi}{18}$. C. $\frac{47\pi}{18}$. D. $\frac{47\pi}{8}$.
- Câu 13.** Tìm khẳng định sai.
- A. $C_5^3 = A_5^3 \cdot 3!$. B. $C_5^2 = C_5^3$. C. $P_5 = 5 \cdot 4!$. D. $C_5^2 + C_5^3 = C_6^3$.
- Câu 14.** Nếu một đa giác lồi có 44 đường chéo thì đa giác đó có bao nhiêu cạnh?
- A. 11. B. 10. C. 9. D. 8.
- Câu 15.** Giá trị lớn nhất M và giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y = 5\cos^2 x - 3\sin 2x - 3\sin^2 x$ lần lượt là
- A. $M = 4$ và $m = -6$. B. $M = 6$ và $m = -8$.
C. $M = 6$ và $m = -4$. D. $M = 8$ và $m = -6$.
- Câu 16.** Tập xác định D của hàm số $y = \frac{\tan x - 1}{\sin x} + \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$ là
- A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$. B. $D = \mathbb{R}$.
C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}$. D. $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.
- Câu 17.** Nghiệm của phương trình $C_{n+1}^2 + 2C_{n+2}^2 + 2C_{n+3}^2 + C_{n+4}^2 = 149$ là
- A. $n = 9$. B. $n = 6$. C. $n = 8$. D. $n = 5$.
- Câu 18.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v} = (1; 2)$ biến $M(4; 5)$ thành điểm nào sau đây?
- A. $Q(3; 1)$. B. $N(5; 7)$. C. $R(4; 7)$. D. $P(1; 6)$.
- Câu 19.** Nghiệm của phương trình: $\sin x + \sqrt{3}\cos x = \sqrt{2}$ là
- A. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$. B. $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{12} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{12} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$.
C. $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = -\frac{5\pi}{4} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$. D. $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$.
- Câu 20.** Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 + 2x - 4y - 4 = 0$. Ảnh của đường tròn (C) qua phép vị tự tâm O tỉ số $k = -2$ có phương trình là
- A. $(x-2)^2 + (y+4)^2 = 9$. B. $(x+2)^2 + (y-4)^2 = 36$.
C. $(x-2)^2 + (y+4)^2 = 36$. D. $(x-2)^2 + (y-4)^2 = 36$.
- Câu 21.** Với giá trị nào của m thì phương trình $\sin x - m = 1$ có nghiệm?
- A. $m \leq 0$. B. $m \geq 1$.
C. $-2 \leq m \leq 0$. D. $0 \leq m \leq 1$.
- Câu 22.** Ảnh của điểm $A(4; -3)$ qua phép quay tâm O , góc quay $\alpha = 90^\circ$ là
- A. $A'(3; 4)$. B. $A'(-3; -4)$. C. $A'(-3; 4)$. D. $A'(3; -4)$.
- Câu 23.** Từ các chữ số $0; 1; 2; 3; 4; 5$ có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên $\overline{abcdef}$ có 6 chữ số đôi một khác nhau mà mỗi số đều thỏa mãn $d + e + f - a - b - c = 1$?
- A. 96. B. 108. C. 60. D. 84.

- Câu 24.** Số nghiệm của phương trình $\sin 5x + \sqrt{3} \cos 5x = 2 \sin 7x$ trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ là
A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.
- Câu 25.** Tìm m để bất phương trình sau đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$:
 $(\sqrt{3} \sin x - \cos x)^2 - 2\sqrt{3} \sin x + 2 \cos x - 1 \leq 3m$.
A. $m \geq \frac{3}{2}$. **B.** $m \geq \frac{7}{3}$. **C.** $m > 0$. **D.** $m \leq \frac{7}{3}$.
- Câu 26.** Số nghiệm của phương trình $2 \sin^2 2x + \cos 2x + 1 = 0$ trong $[0; 2018\pi]$ là
A. 2017. **B.** 2018. **C.** 1009. **D.** 1008.
- Câu 27.** Số thực $a > 0$ để phương trình $2 \cos^2 \frac{xa}{4} - \sqrt{3} \sin \frac{xa}{2} = 3 \tan \frac{\pi}{8} \tan \frac{3\pi}{8}$ có tổng 20 nghiệm dương đầu tiên bằng π là
A. $\frac{2560}{3}$. **B.** $\frac{2480}{3}$. **C.** 820. **D.** 410.
- Câu 28.** Trong mặt phẳng Oxy , cho đường tròn $C: x^2 + y^2 = 9$. Phương trình đường tròn C' là ảnh của đường tròn C qua phép dời hình có được khi thực hiện liên tiếp phép tịnh tiến theo vector $\vec{v} = (3; 1)$ và phép quay tâm O góc quay 90° là
A. $x^2 + y^2 = 9$. **B.** $x^2 + y^2 = 3$.
C. $x^2 + y^2 = 9$. **D.** $x^2 + y^2 = 3$.
- Câu 29.** Từ các chữ số $0; 1; 2; 3; 4; 5$ có thể lập được bao nhiêu số chẵn có bốn chữ số mà các chữ số đôi một khác nhau.
A. 156. **B.** 240. **C.** 180. **D.** 106.
- Câu 30.** Cho đường tròn (C) có phương trình $(x - 2)^2 + (y + 5)^2 = 4$. Ảnh của đường tròn (C) qua phép đồng dạng bằng cách thực hiện liên tiếp phép vị tự tâm O tỉ số $k = 2$ và phép quay tâm O góc quay 90° là
A. $(x + 4)^2 + (y + 10)^2 = 4$. **B.** $(x - 10)^2 + (y - 4)^2 = 16$.
C. $(x - 4)^2 + (y - 10)^2 = 4$. **D.** $(x + 10)^2 + (y + 4)^2 = 16$.
- Câu 31.** Xét hệ phương trình $\begin{cases} C_x^y = C_x^{y+2} \\ C_x^2 = 66 \end{cases}$. Chọn khẳng định đúng
A. Hệ có vô số nghiệm. **B.** Hệ có đúng ba nghiệm.
C. Hệ vô nghiệm. **D.** Hệ chỉ có nghiệm duy nhất.
- Câu 32.** Trong mặt phẳng chứa hệ trục tọa độ Oxy , cho phép tịnh tiến theo $\vec{v} = (-2; -1)$, phép tịnh tiến theo $\vec{v}$ biến $(P): y = x^2$ thành parabol (P') . Khi đó phương trình của (P') là
A. $y = x^2 + 4x + 3$. **B.** $y = x^2 - 4x + 5$. **C.** $y = x^2 + 4x + 5$. **D.** $y = x^2 + 4x - 5$.
- Câu 33.** Cho tam giác HUE . Trên cạnh HE lấy 14 điểm phân biệt khác H, E rồi nối chúng với U . Trên cạnh UE lấy 7 điểm phân biệt khác U, E rồi nối chúng với H . Số tam giác đếm được trên hình khi này là:
A. < 1981 . **B.** 1981.
C. $\in (1981; 1471981)$. **D.** 1471981.
- Câu 34.** Cho phương trình $(\cos x + 1)(4 \cos 2x - m \cos x) = m \sin^2 x$. Số giá trị nguyên của m để phương trình trên có đúng 2 nghiệm thuộc đoạn $\left[0; \frac{2\pi}{3}\right]$ là:

A. 3.

B. 2.

C. 1.

D. 4.

Câu 35. Cho tập hợp S có 12 phần tử. Hỏi có bao nhiêu cách chia tập hợp S thành hai tập con mà hợp của chúng bằng S ?

A. $\frac{3^{12}+1}{2}$.B. $\frac{3^{12}-1}{2}$.C. $3^{12} + 1$.D. $3^{12} - 1$.

PHẦN II: TỰ LUẬN

Câu 36. Giải phương trình $\cos 3x + \cos 2x - \cos x - 1 = 0$.

Câu 37. Từ các chữ số 1; 2; 3; 4; 5; 6 có thể lập được bao nhiêu số chẵn có 4 chữ số khác nhau?

Câu 38. Một lớp học có 20 học sinh gồm 10 nam và 10 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra 9 học sinh sao cho không có quá 7 em nữ?

Câu 39. Trong hệ trục tọa độ Oxy, cho đường tròn $(C): (x-1)^2 + (y-3)^2 = 4$. Viết phương trình đường tròn (C') là ảnh của (C) qua phép vị tự tâm $I(2;2)$, tỉ số $k=3$.

ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
C	D	C	D	C	D	B	D	C	D	B	C	A	A	C	C	D	B
19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36
B	C	C	A	D	A	B	B	B	A	A	B	D	A	A	B	A	

PHẦN I: TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN

- Câu 1.** Có 10 cái bút khác nhau và 8 quyển sách giáo khoa khác nhau. Một bạn học sinh cần chọn 1 cái bút và 1 quyển sách. Hỏi bạn học sinh đó có bao nhiêu cách chọn?
A. 90. **B.** 70. **C.** 80. **D.** 60.

Lời giải**Chọn C**

Số cách chọn 1 cái bút có 10 cách, số cách chọn 1 quyển sách có 8 cách.

Vậy theo quy tắc nhân, số cách chọn 1 cái bút và 1 quyển sách là: $10 \cdot 8 = 80$ cách.

- Câu 2.** Số tam giác xác định bởi các đỉnh của một đa giác đều 10 cạnh là
A. 35. **B.** 720. **C.** 240. **D.** 120.

Lời giải**Chọn D**Số tam giác là: $C_{10}^3 = 120$ (tam giác).

- Câu 3.** Khẳng định nào dưới đây là đúng
A. $Q_{(O, \alpha)}(M) = M' \Leftrightarrow \begin{cases} OM = OM' \\ \widehat{MOM'} = \alpha \end{cases}$ **B.** $Q_{(O, \alpha)}(M) = M' \Leftrightarrow \begin{cases} OM = OM' \\ ((OM; OM') = -\alpha \end{cases}$
C. $Q_{(O, \alpha)}(M) = M' \Leftrightarrow \begin{cases} OM = OM' \\ ((OM; OM') = \alpha \end{cases}$ **D.** $Q_{(O, \alpha)}(M) = M' \Leftrightarrow \begin{cases} OM = OM' \\ ((OM'; OM) = \alpha \end{cases}$

Lời giải**Chọn C**

Nhận diện thấy đây là câu hỏi về định nghĩa của một loại phép dời hình – phép quay.

- Câu 4.** Trong các mệnh đề sau đây mệnh đề nào đúng?
A. Phép tịnh tiến không phải là phép đồng dạng.
B. Phép vị tự là một phép dời hình.
C. Phép đồng dạng là một phép dời hình.
D. Phép quay là một phép đồng dạng.

Lời giải**Chọn D**Ta có: Phép quay là một phép dời hình nên nó là phép đồng dạng với tỉ số $k=1$.

Vậy mệnh đề A đúng.

- Câu 5.** Có 10 cuốn sách Toán khác nhau, 11 cuốn sách Văn khác nhau và 7 cuốn sách Anh văn khác nhau. Một học sinh được chọn 1 quyển sách trong các quyển sách trên. Hỏi có bao nhiêu cách lựa chọn?
A. 32. **B.** 26. **C.** 28. **D.** 20.

Lời giải**Chọn C**Tổng số sách các môn Toán, Văn, Anh văn là $10+11+7=28$ quyển.

Chọn một quyển bất kỳ trong tổng số sách trên có 28 cách chọn.

Câu 6. Phương trình nào sau đây vô nghiệm:

A. $2\cos^2 x - \cos x - 1 = 0$.

B. $\tan x + 3 = 0$.

C. $3\sin x - 2 = 0$.

D. $\sin x + 3 = 0$.

Lời giải

Chọn D

Xét phương trình:

$$\sin x + 3 = 0 \Leftrightarrow \sin x = -3 \text{ (vô nghiệm vì } |-3| > 1).$$

Câu 7. Nghiệm của phương trình $\sqrt{3}\tan x + 1 = 0$ là

A. $x = -\frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

B. $x = -\frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

D. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } \sqrt{3}\tan x + 1 = 0 \Leftrightarrow \tan x = -\frac{1}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

Câu 8. Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 3 chữ số đôi một khác nhau được lập từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6?

A. 720 số.

B. 90 số.

C. 20 số.

D. 120 số.

Lời giải

Chọn D

Mỗi số tự nhiên gồm 3 chữ số đôi một khác nhau được lập từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 là một chỉnh hợp chập 3 của 6. Số các số tự nhiên là: $A_6^3 = 120$.

Câu 9. Trong các phép biến đổi sau, phép biến đổi nào **sai**?

A. $\cos x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases}$.

B. $\tan x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi$.

C. $\sin x = 0 \Leftrightarrow x = k2\pi$.

D. $\sin x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\sin x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi$, vậy phép biến đổi trong đáp án D là sai.

Câu 10. Cho đường tròn C có tâm I và bán kính R , C' là ảnh của C qua $T_{\vec{v}}$. Chọn mệnh đề **sai**.

A. Bán kính của C' là $R' = R$.

B. Tâm của C' là I' thỏa $\overrightarrow{II'} = \vec{v}$.

C. Tâm của C' là I' thỏa $\overrightarrow{II'} = -\vec{v}$.

D. Tâm của C' là I' thỏa $\overrightarrow{II'} = -\vec{v}$.

Lời giải

Chọn D

Câu 11. Phép biến hình nào trong các phép biến hình sau không có tính chất “bảo toàn khoảng cách giữa hai điểm bất kì”?

A. Phép tịnh tiến

B. Phép vị tự.

C. Phép dời hình.

D. Phép quay.

Lời giải

Chọn B

Câu 12. Tổng các nghiệm của phương trình $\sin\left(5x + \frac{\pi}{3}\right) = \cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$ trên $[0; \pi]$ bằng

- A. $\frac{4\pi}{18}$. B. $\frac{7\pi}{18}$. C. $\frac{47\pi}{18}$. D. $\frac{47\pi}{8}$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có: } \sin\left(5x + \frac{\pi}{3}\right) = \cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) \Leftrightarrow \sin\left(5x + \frac{\pi}{3}\right) = \sin\left(\frac{5\pi}{6} - 2x\right)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 5x + \frac{\pi}{3} = \frac{5\pi}{6} - 2x + k2\pi \\ 5x + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{6} + 2x + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{14} + k\frac{2\pi}{7} \\ x = -\frac{\pi}{18} + k\frac{2\pi}{3} \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

$$\text{Vì } x \in [0; \pi] \Rightarrow x \in \left\{ \frac{\pi}{14}; \frac{5\pi}{14}; \frac{9\pi}{14}; \frac{13\pi}{14}; \frac{11\pi}{18} \right\}$$

$$\text{Vậy } S = \frac{\pi}{14} + \frac{5\pi}{14} + \frac{9\pi}{14} + \frac{13\pi}{14} + \frac{11\pi}{18} = \frac{47\pi}{18}.$$

Câu 13. Tìm khẳng định **sai**.

- A. $C_5^3 = A_5^3 \cdot 3!$. B. $C_5^2 = C_5^3$. C. $P_5 = 5 \cdot 4!$. D. $C_5^2 + C_5^3 = C_6^3$.

Lời giải

Chọn A

A đúng vì $C_n^k + C_n^{k+1} = C_{n+1}^{k+1}$.

B đúng vì $C_n^k = C_n^{n-k}$.

C đúng vì $P_n = n! = n \cdot (n-1)!$.

D sai vì $A_n^k = C_n^k \cdot k!$.

Câu 14. Nếu một đa giác lồi có 44 đường chéo thì đa giác đó có bao nhiêu cạnh?

- A. 11. B. 10. C. 9. D. 8.

Lời giải

Chọn A

Gọi n là số đỉnh của đa giác ($n \geq 3$).

Tổng số đường chéo và số cạnh của đa giác trên là C_n^2 , trong đó n là số cạnh của đa giác.

$$\text{Ta có } C_n^2 = n + 44 \Leftrightarrow \frac{n!}{2!(n-2)!} = n + 44 \Leftrightarrow \frac{1}{2}n(n-1) - n - 44 = 0$$

$$\Leftrightarrow n^2 - 3n - 88 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 11 \\ n = -8 \end{cases} \text{ (1)}. \text{ Vậy đa giác đó có 11 cạnh.}$$

Câu 15. Giá trị lớn nhất M và giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y = 5\cos^2 x - 3\sin 2x - 3\sin^2 x$ lần lượt là

- A. $M = 4$ và $m = -6$. B. $M = 6$ và $m = -8$.
C. $M = 6$ và $m = -4$. D. $M = 8$ và $m = -6$.

Lời giải

Chọn C

$$\begin{aligned} y &= 5\cos^2 x - 3\sin 2x - 3\sin^2 x \\ &= \frac{5(1+\cos 2x)}{2} - 3\sin 2x - \frac{3(1-\cos 2x)}{2} \\ &= 4\cos 2x - 3\sin 2x + 1 \end{aligned}$$

$$y = 5\cos(2x + \alpha) + 1 \text{ (với } \cos\alpha = \frac{4}{5} \text{ và } \sin\alpha = \frac{3}{5}).$$

Vì $-1 \leq \cos(2x + \alpha) \leq 1$ nên $-4 \leq y \leq 6$.

GTLN $M = 6$. Dấu bằng xảy ra khi $\cos(2x + \alpha) = 1 \Leftrightarrow 2x + \alpha = k2\pi \Leftrightarrow x = \frac{-\alpha}{2} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

GTNN $m = -4$. Dấu bằng xảy ra khi $\cos(2x + \alpha) = -1 \Leftrightarrow 2x + \alpha = \pi + k2\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi - \alpha}{2} + k\pi$.

Câu 16. Tập xác định D của hàm số $y = \frac{\tan x - 1}{\sin x} + \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$ là

A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

B. $D = \mathbb{R}$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

D. $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện xác định : $\begin{cases} \sin x \neq 0 \\ \cos x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \neq \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$

Tập xác định của hàm số là : $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$

Câu 17. Nghiệm của phương trình $C_{n+1}^2 + 2C_{n+2}^2 + 2C_{n+3}^2 + C_{n+4}^2 = 149$ là

A. $n = 9$.

B. $n = 6$.

C. $n = 8$.

D. $n = 5$.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện: $n \geq 1, n \in \mathbb{N}$.

Ta có: $C_{n+1}^2 + 2C_{n+2}^2 + 2C_{n+3}^2 + C_{n+4}^2 = 149$.

$$\Leftrightarrow \frac{(n+1)!}{2!(n-1)!} + 2 \frac{(n+2)!}{2!n!} + 2 \frac{(n+3)!}{2!(n+1)!} + \frac{(n+4)!}{2!(n+2)!} = 149$$

$$\Leftrightarrow \frac{(n+1)n}{2} + (n+2)(n+1) + (n+3)(n+2) + \frac{(n+4)(n+3)}{2} = 149$$

$$\Leftrightarrow n^2 + n + 2n^2 + 6n + 4 + 2n^2 + 10n + 12 + n^2 + 7n + 12 = 298$$

$$\Leftrightarrow n^2 + n + 2n^2 + 6n + 4 + 2n^2 + 10n + 12 + n^2 + 7n + 12 = 298$$

$$\Leftrightarrow n^2 + 4n - 45 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 5(t/m) \\ n = -9(l) \end{cases}$$

Câu 18. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v} = (1; 2)$ biến $M(4; 5)$ thành điểm nào sau đây?

A. $Q(3; 1)$.

B. $N(5; 7)$.

C. $R(4; 7)$.

D. $P(1; 6)$.

Lời giải

Chọn B

Gọi ảnh của $M(4;5)$ qua phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v}=(1;2)$ là $N(x;y)$. Từ đó, có $\overrightarrow{MN}=(x-4;y-5)$, mà $\overrightarrow{MN}=\vec{v}$ nên ta có hệ $\begin{cases} x-4=1 \\ y-5=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=5 \\ y=7 \end{cases} \Rightarrow N(5;7)$.

Câu 19. Nghiệm của phương trình: $\sin x + \sqrt{3}\cos x = \sqrt{2}$ là

A. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$

B. $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{12} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{12} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$

C. $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = -\frac{5\pi}{4} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$

D. $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\sin x + \sqrt{3}\cos x = \sqrt{2}$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}\sin x + \frac{\sqrt{3}}{2}\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\Leftrightarrow \sin x \cdot \cos \frac{\pi}{3} + \sin \frac{\pi}{3} \cos x = \sin \frac{\pi}{4} \Leftrightarrow \sin \left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \sin \frac{\pi}{4}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x + \frac{\pi}{3} = \pi - \frac{\pi}{4} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{12} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{12} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

Câu 20. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 + 2x - 4y - 4 = 0$. Ảnh của đường tròn (C) qua phép vị tự tâm O tỉ số $k = -2$ có phương trình là

A. $(x-2)^2 + (y+4)^2 = 9$.

B. $(x+2)^2 + (y-4)^2 = 36$.

C. $(x-2)^2 + (y+4)^2 = 36$.

D. $(x-2)^2 + (y-4)^2 = 36$.

Lời giải

Chọn C

(C) có tâm $I(-1;2)$ và bán kính $R=3$

$$V_o^{-2}: I \mapsto J \Rightarrow \overrightarrow{OJ} = -2\overrightarrow{OI} \Rightarrow J(2;-4).$$

(C') là ảnh của (C) qua V_o^{-2} sẽ có tâm $J(2;-4)$ và bán kính $R' = |-2|R = 6$

$$(C'): (x-2)^2 + (y+4)^2 = 36.$$

Câu 21. Với giá trị nào của m thì phương trình $\sin x - m = 1$ có nghiệm?

A. $m \leq 0$.

B. $m \geq 1$.

C. $-2 \leq m \leq 0$.

D. $0 \leq m \leq 1$.

Lời giải

Chọn C

$$\sin x - m = 1 \Leftrightarrow \sin x = m + 1.$$

Điều kiện để phương trình có nghiệm là: $-1 \leq m + 1 \leq 1 \Rightarrow -2 \leq m \leq 0$.

Câu 22. Ảnh của điểm $A(4;-3)$ qua phép quay tâm O , góc quay $\alpha = 90^\circ$ là

A. $A'(3;4)$.

B. $A'(-3;-4)$.

C. $A'(-3;4)$.

D. $A'(3;-4)$.

Lời giải

Chọn A

Phép quay tâm O , góc quay $\alpha = 90^\circ$, biến điểm $A(x; y)$ thành điểm $A'(x'; y')$

$$\text{ta có: } \begin{cases} x' = -y = 3 \\ y' = x = 4 \end{cases} \Rightarrow A'(3; 4).$$

Câu 23. Từ các chữ số $0; 1; 2; 3; 4; 5$ có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên $\overline{abcdef}$ có 6 chữ số đôi một khác nhau mà mỗi số đều thỏa mãn $d + e + f - a - b - c = 1$?

A. 96.

B. 108.

C. 60.

D. 84.

Lời giải

Chọn D

Ta có:

Vì số tự nhiên cần tìm được lập thành từ 6 chữ số $0; 1; 2; 3; 4; 5$ nên:

$$a + b + c + d + e + f = 0 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15.$$

Khi đó, ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} (a + b + c) + (d + e + f) = 15 \\ (d + e + f) - (a + b + c) = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + b + c = 7 \\ d + e + f = 8 \end{cases}$$

Ta xét các trường hợp sau.

Trường hợp 1: $(a; b; c)$ là hoán vị của bộ số $(0; 2; 5)$, hoặc $(a; b; c)$ là hoán vị của bộ số $(0; 3; 4)$

Có tất cả $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3! = 48$ số tự nhiên thỏa mãn trường hợp 1.

Trường hợp 2: $(a; b; c)$ là hoán vị của bộ số $(1; 2; 4)$

Có tất cả $3! \cdot 3! = 36$ số tự nhiên thỏa mãn trường hợp 2.

Như vậy, có tất cả $48 + 36 = 84$ số tự nhiên có sáu chữ số đôi một khác nhau thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 24. Số nghiệm của phương trình $\sin 5x + \sqrt{3} \cos 5x = 2 \sin 7x$ trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ là

A. 4.

B. 2.

C. 3.

D. 1.

Lời giải

Chọn A

$$PT \Leftrightarrow \frac{1}{2} \sin 5x + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos 5x = \sin 7x$$

$$\Leftrightarrow \sin \left(5x + \frac{\pi}{3} \right) = \sin 7x$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 5x + \frac{\pi}{3} = 7x + k2\pi \\ 5x + \frac{\pi}{3} = \pi - 7x + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} - k\pi \\ x = \frac{\pi}{18} + \frac{k\pi}{6} \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$$

$$* \text{ Xét } 0 < \frac{\pi}{3} - k\pi < \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow -\frac{1}{6} < k < \frac{1}{3}, k \in \mathbb{Z} \Rightarrow k = 0 \Rightarrow x = \frac{\pi}{3}$$

$$* \text{ Xét } 0 < \frac{\pi}{18} + \frac{k\pi}{6} < \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow -\frac{1}{3} < k < \frac{8}{3}; k \in \mathbb{Z} \Rightarrow \begin{cases} k=0 \Rightarrow x = \frac{\pi}{18} \\ k=1 \Rightarrow x = \frac{2\pi}{9} \\ k=2 \Rightarrow x = \frac{7\pi}{18} \end{cases}$$

Vậy phương trình đã cho có 4 nghiệm thuộc khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.

Câu 25. Tìm m để bất phương trình sau đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$:

$$\left(\sqrt{3} \sin x - \cos x\right)^2 - 2\sqrt{3} \sin x + 2 \cos x - 1 \leq 3m.$$

A. $m \geq \frac{3}{2}$.

B. $m \geq \frac{7}{3}$.

C. $m > 0$.

D. $m \leq \frac{7}{3}$.

Lời giải

Chọn B

$$\left(\sqrt{3} \sin x - \cos x\right)^2 - 2\sqrt{3} \sin x + 2 \cos x - 1 \leq 3m$$

$$\Leftrightarrow \left(\sqrt{3} \sin x - \cos x\right)^2 - 2\left(\sqrt{3} \sin x - \cos x\right) - 1 \leq 3m \quad (1)$$

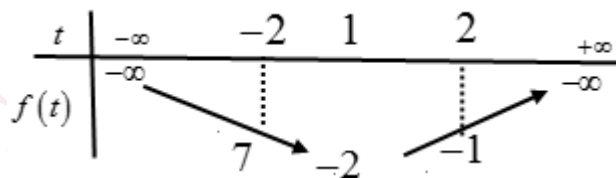
Đặt $t = \sqrt{3} \sin x - \cos x$.

Điều kiện: $-2 \leq \sqrt{3} \sin x - \cos x \leq 2 \Leftrightarrow -2 \leq t \leq 2$.

Bất phương trình đã cho trở thành: $t^2 - 2t - 1 \leq 3m$. (2)

Xét hàm số $f(t) = t^2 - 2t - 1$ với $t \in [-2; 2]$.

Bảng biến thiên:



(1) nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$ khi và chỉ khi (2) nghiệm đúng với mọi $t \in [-2; 2]$.

$$\Leftrightarrow 3m \geq 7 \Leftrightarrow m \geq \frac{7}{3}.$$

Câu 26. Số nghiệm của phương trình $2\sin^2 2x + \cos 2x + 1 = 0$ trong $[0; 2018\pi]$ là

A. 2017.

B. 2018.

C. 1009.

D. 1008.

Lời giải

Chọn B

♦ Đặt $t = \cos 2x, t \in [-1; 1]$.

$$\text{Ta được phương trình } 2(1-t^2) + t + 1 = 0 \Leftrightarrow -2t^2 + t + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 \\ t = \frac{3}{2} \end{cases}$$

$$\text{Vì } t \in [-1; 1] \Rightarrow t = -1 \Rightarrow \cos 2x = -1 \Leftrightarrow 2x = \pi + k2\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

$$\diamond \text{ Vì } x \in [0; 2018\pi] \Rightarrow 0 \leq \frac{\pi}{2} + k\pi \leq 2018\pi \Leftrightarrow -\frac{1}{2} \leq k \leq \frac{4035}{2}.$$

Mà $k \in \mathbb{Z} \Rightarrow k \in \{0; 1; \dots; 2017\}$ nên có 2018 nghiệm của phương trình trong $[0; 2018\pi]$.

Câu 27. Số thực $a > 0$ để phương trình $2\cos^2 \frac{xa}{4} - \sqrt{3}\sin \frac{xa}{2} = 3\tan \frac{\pi}{8} \tan \frac{3\pi}{8}$ có tổng 20 nghiệm dương đầu tiên bằng π là

A. $\frac{2560}{3}$.

B. $\frac{2480}{3}$.

C. 820.

D. 410.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Phương trình} \Leftrightarrow 2\cos^2 \frac{xa}{4} - \sqrt{3}\sin \frac{xa}{2} = 3\tan \frac{\pi}{8} \cot \frac{\pi}{8} \Leftrightarrow 1 + \cos \frac{xa}{2} - \sqrt{3}\sin \frac{xa}{2} = 3$$

$$\Leftrightarrow \sin\left(\frac{xa}{2} - \frac{\pi}{6}\right) = -1 \Leftrightarrow \frac{xa}{2} - \frac{\pi}{6} = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow x = \frac{2}{a}\left(-\frac{\pi}{3} + k2\pi\right) \text{ với } k \in \mathbb{Z}.$$

$$\text{Do } a > 0 \text{ và } x > 0 \Rightarrow -\frac{\pi}{3} + k2\pi > 0 \Rightarrow k > 0, k \in \mathbb{Z}.$$

$$\text{Theo bài } \sum_{k=1}^{20} \frac{2}{a}\left(-\frac{\pi}{3} + k2\pi\right) = \pi \Rightarrow a = \frac{2480}{3}.$$

Câu 28. Trong mặt phẳng Oxy, cho đường tròn $C: x+1^2 + y-2^2 = 9$. Phương trình đường tròn C' là ảnh của đường tròn C qua phép dời hình có được khi thực hiện liên tiếp phép tịnh tiến theo vector $\vec{v} 3;1$ và phép quay tâm O góc quay 90° là

A. $x+3^2 + y-2^2 = 9$.

B. $x+3^2 + y-2^2 = 3$.

C. $x-3^2 + y+2^2 = 9$.

D. $x-3^2 + y+2^2 = 3$.

Lời giải

Chọn A

Đường tròn C có tâm $I(-1;2)$, bán kính $R=3$.

Qua phép tịnh tiến theo vector $\vec{v} 3;1$, đường tròn C biến thành đường tròn C_1 có tâm $I_1(2;3)$, bán kính $R_1=3$.

Qua phép quay tâm O góc quay 90° , đường tròn C_1 biến thành đường tròn C_2 có tâm $I_2(-3;2)$, bán kính $R_2=3$. Vậy C_2 có phương trình $x+3^2 + y-2^2 = 9$.

Câu 29. Từ các chữ số $0;1;2;3;4;5$ có thể lập được bao nhiêu số chẵn có bốn chữ số mà các chữ số đôi một khác nhau.

A. 156.

B. 240.

C. 180.

D. 106.

Lời giải

Chọn A

Gọi $\overline{abcd}$ là số cần tìm $d \in \{0;2;4\}; a \neq 0$.

TH1: $d=0 \Rightarrow$ có 1 cách chọn d

Có 5 cách chọn a

4 cách chọn b

3 cách chọn c

Suy ra có $5.4.3 = 60$ số.

TH2: $d \in \{2; 4\} \Rightarrow$ có 2 cách chọn d

Có 4 cách chọn a

4 cách chọn b

3 cách chọn c

Suy ra có $2.4.4.3 = 96$ số.

Vậy tổng cộng có $60 + 96 = 156$ số thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 30. Cho đường tròn (C) có phương trình $(x - 2)^2 + (y + 5)^2 = 4$. Ảnh của đường tròn (C) qua phép đồng dạng bằng cách thực liên tiếp phép vị tự tâm O tỉ số $k = 2$ và phép quay tâm O góc quay 90° là

A. $(x + 4)^2 + (y + 10)^2 = 4.$

B. $(x - 10)^2 + (y - 4)^2 = 16.$

C. $(x - 4)^2 + (y - 10)^2 = 4.$

D. $(x + 10)^2 + (y + 4)^2 = 16.$

Lời giải

Chọn B

Đường tròn (C) có tâm $I(2; -5)$ và bán kính $R = 2$.

Giả sử $V_{(O,2)}(I) = I'(x'; y') \Leftrightarrow \overrightarrow{OI'} = 2\overrightarrow{OI} \quad (1).$

Ta có $\overrightarrow{OI'} = (x'; y') ; \overrightarrow{OI} = (2; -5)$

Từ (1) suy ra $\begin{cases} x' = 2.2 = 4 \\ y' = 2.(-5) = -10 \end{cases} \Rightarrow I'(4; -10).$

Giả sử $Q_{(O,90^\circ)}(I') = I''(x''; y'')$

Ta có biểu thức tọa độ $\begin{cases} x'' = -y' = 10 \\ y'' = x' = 4 \end{cases} \Rightarrow I''(10; 4).$

Gọi (C'') là ảnh của đường tròn cần tìm.

Đường tròn (C'') có tâm $I''(10; 4)$ và bán kính $R'' = 2R = 4$

Phương trình đường tròn (C'') là $(x - 10)^2 + (y - 4)^2 = 16.$

Câu 31. Xét hệ phương trình $\begin{cases} C_x^y = C_x^{y+2} \\ C_x^2 = 66 \end{cases}$. Chọn khẳng định đúng

A. Hệ có vô số nghiệm.

B. Hệ có đúng ba nghiệm.

C. Hệ vô nghiệm.

D. Hệ chỉ có nghiệm duy nhất.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện xác định $\begin{cases} x \geq y + 2 \\ x \geq 2 \\ x, y \in \mathbb{N}^* \end{cases}$

Ta có: $C_x^2 = 66 \Leftrightarrow \frac{x!}{2!(x-2)!} = 66 \Leftrightarrow x(x-1) = 132 \Leftrightarrow x^2 - x - 132 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 12 & (TM) \\ x = -11 & (L) \end{cases}$

Với $x = 12$ thay vào phương trình ban đầu của hệ ta có.

$C_{12}^y = C_{12}^{y+2} \Leftrightarrow \frac{12!}{y!(12-y)!} = \frac{12!}{(y+2)!(10-y)!} \Leftrightarrow \frac{1}{(12-y)(11-y)} = \frac{1}{(y+2)(y+1)}$

$\Leftrightarrow (y+2)(y+1) = (12-y)(11-y) \Leftrightarrow y^2 + 3y + 2 = y^2 - 23y + 132 \Leftrightarrow 26y = 130 \Leftrightarrow y = 5 \quad (TM)$

Đối chiếu với điều kiện hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất $(12; 5)$.

Câu 32. Trong mặt phẳng chứa hệ trục tọa độ Oxy , cho phép tịnh tiến theo $\vec{v} = (-2; -1)$, phép tịnh tiến theo $\vec{v}$ biến $(P): y = x^2$ thành parabol (P') . Khi đó phương trình của (P') là

- A. $y = x^2 + 4x + 3$. B. $y = x^2 - 4x + 5$. C. $y = x^2 + 4x + 5$. D. $y = x^2 + 4x - 5$.

Lời giải

Chọn A

Gọi $M(a, b)$ là điểm thuộc (P) .

$$T_{\vec{v}(-2; -1)}: (P) \rightarrow (P')$$

$$M(x, y) \in (P) \rightarrow M'(x'; y') \in (P')$$

$$\text{Ta có } \begin{cases} x' = x - 2 \\ y' = y - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = x' + 2 \\ y = y' + 1 \end{cases}$$

$$M \in (P) \Leftrightarrow y = x^2 \Leftrightarrow y' + 1 = (x' + 2)^2 \Leftrightarrow y' = x'^2 + 4x' + 3.$$

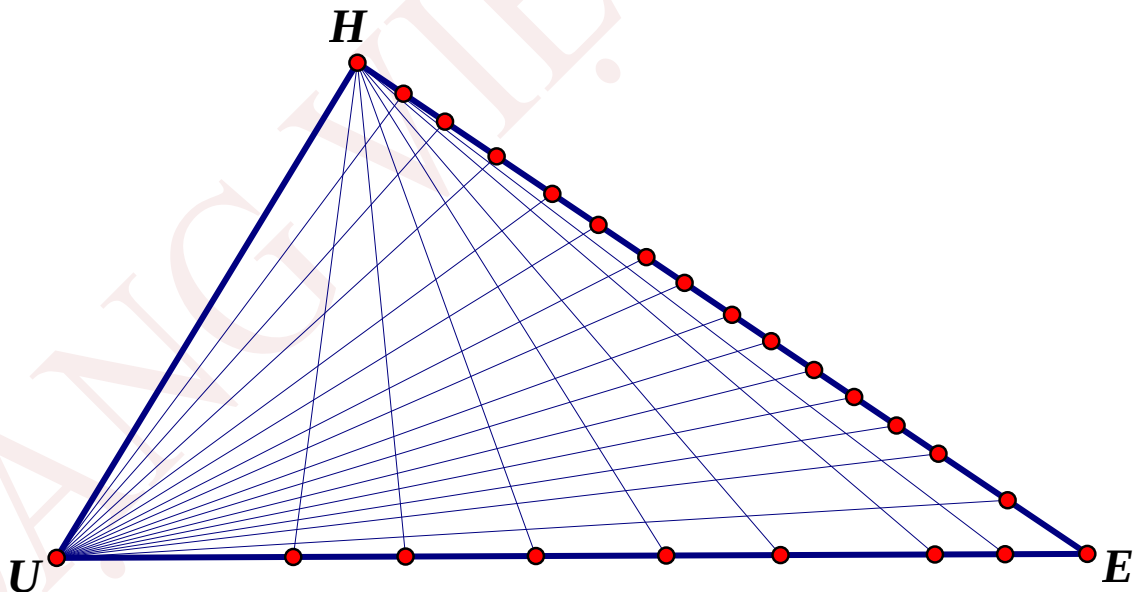
$$\text{Vậy } (P'): y = x^2 + 4x + 3.$$

Câu 33. Cho tam giác HUE . Trên cạnh HE lấy 14 điểm phân biệt khác H, E rồi nối chúng với U . Trên cạnh UE lấy 7 điểm phân biệt khác U, E rồi nối chúng với H . Số tam giác đếm được trên hình khi này là:

- A. < 1981 . B. 1981.
C. $\in (1981; 1471981)$. D. 1471981.

Lời giải

Chọn A



Nhận xét: Tam giác tạo thành có ít nhất một đỉnh trong số 2 đỉnh H, U .

Số tam giác có đỉnh H là: $15.C_9^2$.

Số tam giác có đỉnh U là: $8.C_{16}^2$.

Số tam giác có đỉnh H, U là: 8.15 .

Vậy số tam giác là: $15.C_9^2 + 8.C_{16}^2 - 15.8 = 1380$.

Câu 34. Cho phương trình $(\cos x + 1)(4 \cos 2x - m \cos x) = m \sin^2 x$. Số giá trị nguyên của m để phương trình trên có đúng 2 nghiệm thuộc đoạn $\left[0; \frac{2\pi}{3}\right]$ là:

A. 3.

B. 2.

C. 1.

D. 4.

Lời giải

Chọn B

$$(\cos x + 1)(4 \cos 2x - m \cos x) = m \sin^2 x$$

$$\Leftrightarrow (\cos x + 1)(4 \cos 2x - m \cos x) = m(1 - \cos x)(1 + \cos x)$$

$$\Leftrightarrow (1 + \cos x)(4 \cos 2x - m \cos x - m + m \cos x) = 0$$

$$\Leftrightarrow (1 + \cos x)(4 \cos 2x - m) = 0.$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 1 + \cos x = 0 & (1) \\ \cos 2x = \frac{m}{4} & (2) \end{cases}$$

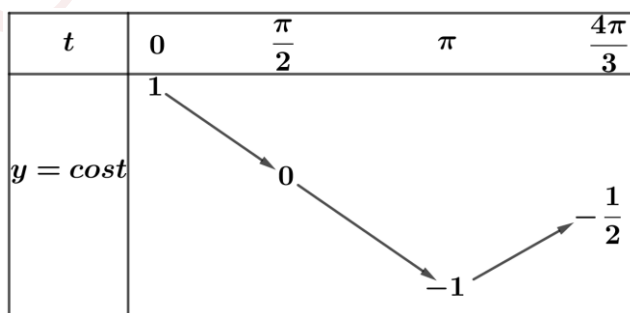
• Giải phương trình (1): $1 + \cos x = 0 \Leftrightarrow x = \pi + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Ta thấy không tồn tại k để phương trình có nghiệm thuộc đoạn $\left[0; \frac{2\pi}{3}\right]$.

• Vậy phương trình có 2 nghiệm phân biệt thuộc đoạn $\left[0; \frac{2\pi}{3}\right]$ thì 2 nghiệm đó thuộc phương trình (2).

• Đặt $2x = t$, khi đó (2) trở thành $\cos t = \frac{m}{4}$ (3), mỗi giá trị của $x \in \left[0; \frac{2\pi}{3}\right]$ ứng với một giá trị của $t \in \left[0; \frac{4\pi}{3}\right]$

Xét hàm số $y = \cos t$ trên đoạn $\left[0; \frac{4\pi}{3}\right]$



Ta thấy phương trình (2) có 2 nghiệm thuộc đoạn $\left[0; \frac{2\pi}{3}\right]$ khi phương trình (3)

có 2 nghiệm thuộc $\left[0; \frac{4\pi}{3}\right]$.

Từ BBT ta thấy phương trình có 2 nghiệm phân biệt thuộc đoạn $\left[0; \frac{2\pi}{3}\right]$ khi:

$$-1 < \frac{m}{4} \leq \frac{-1}{2} \Leftrightarrow -4 < m \leq -2.$$

Vì $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{-3; -2\}$. Vậy đáp án là **A**.

Câu 35. Cho tập hợp S có 12 phần tử. Hỏi có bao nhiêu cách chia tập hợp S thành hai tập con mà hợp của chúng bằng S ?

A. $\frac{3^{12}+1}{2}.$

B. $\frac{3^{12}-1}{2}.$

C. $3^{12} + 1.$

D. $3^{12} - 1.$

Lời giải

Chọn A

Cách 1.

Giả sử $S = A \cup B$. Đặt $C = A \cap B$, $C_1 = A \setminus C$, $C_2 = B \setminus C$. Khi đó C_1 , C_2 , C là ba tập con không giao nhau của S và $S = C_1 \cup C_2 \cup C$.

Khi đó mỗi phần tử $x \in S$ có 3 khả năng: Hoặc thuộc tập C_1 hoặc thuộc tập C_2 hoặc thuộc tập C .

Do đó 12 phần tử sẽ có 3^{12} cách chọn.

Trong các cách chọn nói trên có 1 trường hợp $C_1 = C_2 = \emptyset$, $C = S$. Các trường hợp còn lại thì lặp lại 2 lần.

Do đó số cách chia là $\frac{3^{12}-1}{2} + 1 = \frac{3^{12}+1}{2}$.

Cách 2.

Đặt $S = S_1 \cup S_2$.

Nếu S_1 có k phần tử $\Rightarrow$ có C_{12}^k cách chọn S_1 .

$\Rightarrow S_2 = S \setminus S_1 \cup A$ với $A \subset S_1$.

$\Rightarrow$ Có 2^k tập $A \Rightarrow 2^k$ cách chọn S_2 .

Vậy có $C_{12}^k \cdot 2^k$ cách chọn S_1 và S_2 .

Vậy số cách chọn $\sum_{k=0}^{12} C_{12}^k \cdot 2^k = 3^{12}$.

Nhưng trường hợp $S_1 = \emptyset$ và $S_2 = S$ giống nhau và không hoán vị nên có $\frac{3^{12}-1}{2} + 1 = \frac{3^{12}+1}{2}$ cách.

PHẦN II: TỰ LUẬN

Câu 36. Giải phương trình $\cos 3x + \cos 2x - \cos x - 1 = 0$.

Lời giải

Ta có: $\cos 3x + \cos 2x - \cos x - 1 = 0 \Leftrightarrow (\cos 3x - \cos x) + \cos 2x - 1 = 0$

$\Leftrightarrow -2 \sin 2x \cdot \sin x + 1 - 2 \sin^2 x - 1 = 0 \Leftrightarrow -2 \sin x (\sin 2x + \sin x) = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 0 \\ \sin 2x = -\sin x = \sin(-x) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = k\pi \\ 2x = -x + k2\pi \\ 2x = \pi + x + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = k\pi \\ x = k\frac{2\pi}{3} \\ x = \pi + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

Câu 37. Từ các chữ số 1; 2; 3; 4; 5; 6 có thể lập được bao nhiêu số chẵn có 4 chữ số khác nhau?

Lời giải

Đặt $A = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\} \Rightarrow n(A) = 6$.

Gọi số cần tìm là $\overline{abcd}$, với $a, b, c, d \in A, a \neq b \neq c \neq d, a \neq 0, d \in \{2; 4; 6\}$.

Chọn d có 3 cách.

Có A_5^3 cách chọn các số $\overline{abc}$ thỏa mãn đề bài.

Theo quy tắc nhân lập được $3.A_5^3 = 180$ số chẵn có 4 chữ số khác nhau.

Câu 38. Một lớp học có 20 học sinh gồm 10 nam và 10 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra 9 học sinh sao cho không có quá 7 em nữ?

Lời giải

Xét bài toán đối: Chọn ra 9 học sinh có quá 7 em nữ, nghĩa là có 2 trường hợp

TH1: Chọn 8 học sinh nữ và 1 học sinh nam có $C_{10}^8 \cdot C_{10}^1$ cách.

TH2: Chọn 9 học sinh đều là nữ có C_{10}^9 cách.

Vậy có $C_{20}^9 - (C_{10}^8 \cdot C_{10}^1 + C_{10}^9) = 167500$ cách chọn thỏa yêu cầu bài toán.

Sai lầm thường gặp: Xác định không đủ tất cả các trường hợp của bài toán đối.

Câu 39. Trong hệ trục tọa độ Oxy, cho đường tròn $(C): (x-1)^2 + (y-3)^2 = 4$. Viết phương trình đường tròn (C') là ảnh của (C) qua phép vị tự tâm $I(2;2)$, tỉ số $k=3$.

Lời giải

Đường tròn $(C): (x-1)^2 + (y-3)^2 = 4$ có tâm $A(1;3)$, bán kính $R=2$.

Gọi tâm và bán kính của đường tròn (C') là $A'(x';y')$ và R' , ta có

$$\begin{cases} x' = 3.1 + (1-3).2 \\ y' = 3.3 + (1-3).2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x' = -1 \\ y' = 5 \end{cases} \Rightarrow A'(-1;5)$$

$$R' = 3R = 3.2 = 6$$

Vậy phương trình đường tròn ảnh của (C) qua phép vị tự tâm $I(2;2)$, tỉ số $k=3$ là

$$(C'): (x+1)^2 + (y-5)^2 = 36.$$

----- HẾT -----

ĐỀ 5
ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA KÌ I**Môn: TOÁN, Lớp 10**

Thời gian làm bài: 90 phút, không tính thời gian phát đề

PHẦN I: TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN

- Câu 1.** Khẳng định nào sau đây **đúng**?
- A. Phép tịnh tiến biến đường thẳng thành đường thẳng vuông góc với đường thẳng đã cho.
B. Phép quay biến đường thẳng thành đường thẳng trùng với nó.
C. Phép quay biến đường thẳng thành đường thẳng.
D. Phép tịnh tiến biến đường thẳng thành đường thẳng song song với đường thẳng đã cho.
- Câu 2.** Lớp 11A có 29 học sinh nữ và 14 học sinh nam, giáo viên gọi 1 học sinh lên lau bảng. Hỏi có bao nhiêu cách chọn?
- A. 43. B. 14. C. 1. D. 29.
- Câu 3.** Các nghiệm của phương trình $\sin x = \sin \frac{\pi}{7}$ là:
- A. $x = \pm \frac{\pi}{7} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. B. $x = \frac{\pi}{7} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.
C. $x = \frac{\pi}{7} + k2\pi$ hoặc $x = \frac{6\pi}{7} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. D. $x = \frac{\pi}{7} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.
- Câu 4.** Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?
- A. Phép vị tự có tính chất bảo toàn khoảng cách.
B. Phép vị tự không là phép dời hình.
C. Thực hiện liên tiếp hai phép đồng dạng thì được một phép đồng dạng.
D. Phép dời hình là phép đồng dạng tỉ số $k=1$.
- Câu 5.** Có bao nhiêu cách chọn ra 3 bạn từ một lớp có 20 bạn trong đó một bạn làm lớp trưởng, một bạn làm lớp phó, một bạn làm thủ quỹ?
- A. 3^{20} . B. C_{20}^3 . C. 20^3 . D. A_{20}^3 .
- Câu 6.** Phương trình $2\sin^2 x + \sin x - 3 = 0$ có nghiệm là:
- A. $-\frac{\pi}{2} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$. B. $\frac{\pi}{2} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.
C. $\frac{\pi}{2} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$. D. $k\pi (k \in \mathbb{Z})$.
- Câu 7.** Từ các chữ số 1,5,6,7 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số?
- A. 124. B. 324. C. 256. D. 248.
- Câu 8.** Mệnh đề nào sau đây **sai**?
- A. Phép vị tự biến tam giác thành tam giác đồng dạng.
B. Phép vị tự biến đường thẳng thành đường thẳng song song hoặc trùng với nó.
C. Phép vị tự biến đường tròn thành đường tròn có cùng bán kính.
D. Phép vị tự biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm thẳng hàng.
- Câu 9.** Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau đây?
- A. $T_v M = N \Leftrightarrow \overrightarrow{MN} = \vec{v}$. B. $T_v M = N \Leftrightarrow \overrightarrow{NM} = \vec{v}$.
C. $Q_{O,30^\circ} M = N \Leftrightarrow \angle MON = 30^\circ$. D. $Q_{O,30^\circ} M = N \Leftrightarrow OM = ON$ và $\angle MON = 30^\circ$.
- Câu 10.** Cho n và k là hai số nguyên dương tùy ý thỏa mãn $k \leq n$ mệnh đề nào dưới đây đúng?
- A. $A_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$. B. $C_{n-1}^{k-1} + C_{n-1}^k = C_n^k$.

C. $C_n^{k-1} = C_n^k (1 \leq k \leq n)$. D. $C_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$.

Câu 11. Tập nghiệm của phương trình $\tan x + 1 = 0$ là

A. $S = \left\{ -\frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

B. $S = \left\{ \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

C. $S = \left\{ -\frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

D. $S = \left\{ \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 12. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\cos x = m + 1$ có nghiệm?

A. 2.

B. 3.

C. Vô số.

D. 1.

Câu 13. Từ các chữ số 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm bốn chữ số đôi một khác nhau?

A. 1680.

B. 126.

C. 6561.

D. 3024.

Câu 14. Trong các phương trình sau phương trình nào có nghiệm?

A. $\frac{1}{4} \cos 4x = 1$.

B. $2 \sin x + 3 \cos x = 1$.

C. $\cot^2 x - \cot x + 5 = 0$.

D. $\sqrt{3} \sin x = 2$.

Câu 15. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai đường thẳng $\Delta_1: x - 2y + 1 = 0$ và $\Delta_2: x - 2y + 3 = 0$ và điểm $I(2; 1)$. Phép vị tự tâm I , tỉ số k biến Δ_1 thành Δ_2 . Tìm k .

A. $k = -3$.

B. $k = 3$.

C. $k = 1$.

D. $k = 4$.

Câu 16. Tổng các giá trị của x thỏa mãn bất phương trình $\frac{1}{2}A_{2x}^2 - A_x^2 \leq \frac{6}{x}C_x^3 + 10$.

A. 3.

B. 4.

C. 2.

D. 7.

Câu 17. Trong mặt phẳng Oxy , cho phép biến hình F có biểu thức tọa độ $\begin{cases} x' = 3x - 2y \\ y' = x + 3y \end{cases}$. Ảnh của đường thẳng $d: x + y = 0$ qua phép biến hình F là

A. $5x + 2y = 0$.

B. $2x - 5y = 0$.

C. $5x - 2y = 0$.

D. $2x + 5y = 0$.

Câu 18. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho đường tròn $(C'): x^2 + y^2 - 4x + 10y + 4 = 0$. Viết phương trình đường tròn (C) , biết (C') là ảnh của (C) qua phép quay với tâm quay là gốc tọa độ O và góc quay bằng 270° .

A. $(C): x^2 + y^2 + 10x - 4y + 4 = 0$.

B. $(C): x^2 + y^2 - 10x + 4y + 4 = 0$.

C. $(C): x^2 + y^2 - 10x - 4y + 4 = 0$.

D. $(C): x^2 + y^2 + 10x + 4y + 4 = 0$.

Câu 19. Cho tập hợp M có 10 phần tử. Số tập con gồm 3 phần tử của M là

A. A_{10}^3 .

B. 3^{10} .

C. C_{10}^3 .

D. 10^3 .

Câu 20. Tập giá trị T của hàm số $y = \sin 2017x - \cos 2017x$.

A. $T = [-\sqrt{2}; \sqrt{2}]$.

B. $T = [0; \sqrt{2}]$.

C. $T = [-2; 2]$.

D. $T = [-4034; 4034]$.

Câu 21. Số nghiệm của phương trình $\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 1$ thuộc đoạn $[\pi; 2\pi]$ là

A. 1.

B. 2.

C. 0.

D. 3.

Câu 22. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{3}{1 - \tan x}$

A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}.$

B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}.$

C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k\pi, k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}.$

D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k\pi, \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}.$

Câu 23. Số nghiệm của phương trình $\sqrt{3}(\sin 2x + \cos 7x) = \sin 7x - \cos 2x$ trong khoảng $\left(0; \frac{3}{2}\right)$ là

A. 2.

B. 1.

C. 4.

D. 3.

Câu 24. Từ các chữ số 0;1;2;3;4;5;6;8;9 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số và lớn hơn 65000?

A. 15309.

B. 16037.

C. 4620.

D. 16038.

Câu 25. Tính tổng tất cả các nghiệm của phương trình $4\sin^2 2x + 4\cos 2x - 5 = 0$ trên đoạn $[0; 2\pi]$.

A. 0.

B. 4π .

C. 2π .

D. $\frac{24\pi}{3}$.

Câu 26. Từ một nhóm học sinh giỏi và có hạnh kiểm tốt gồm 6 nam và 4 nữ, người ta lập một ban đại diện học sinh gồm 4 người, trong đó phải có cả nam lẫn nữ. Biết rằng anh An và chị Thúy nằm trong 10 người đó, ngoài ra, có và chỉ có 1 trong 2 người sẽ thuộc về ban đại diện trên. Có bao nhiêu cách thành lập ban đại diện?

A. 216.

B. 120.

C. 101.

D. 103.

Câu 27. Tìm số nguyên dương n thỏa mãn $A_n^2 - C_{n+1}^{n-1} = \left(\frac{n}{16} + \frac{1}{3}\right)P_4$.

A. 12.

B. 11.

C. 9.

D. 8.

Câu 28. Cho tam giác ABC có $AB = 4$; $AC = 5$, góc BAC bằng 60° . Phép đồng dạng tỉ số $k = 2$ biến A thành A' , biến B thành B' , biến C thành C' . Khi đó diện tích tam giác $A'B'C'$ bằng

A. $20\sqrt{3}$.

B. $10\sqrt{3}$.

C. 20.

D. 10.

Câu 29. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường tròn (C) có phương trình $x^2 + y^2 + 4x - 6y - 5 = 0$. Thực hiện liên tiếp hai phép tịnh tiến theo các vectơ $\vec{u} = (1; -2)$ và $\vec{v} = (1; -1)$ thì đường tròn (C) biến thành đường tròn (C') có phương trình là

A. $x^2 + y^2 - 4y - 4 = 0$.

B. $x^2 + y^2 - x + 8y + 2 = 0$.

C. $x^2 + y^2 + x - 6y - 5 = 0$.

D. $x^2 + y^2 - 18 = 0$.

Câu 30. Phương trình $\sin x - \sqrt{3}\cos x = 2$ có bao nhiêu nghiệm thuộc $[-2\pi; 2\pi]$.

A. 2.

B. 1.

C. 0.

D. 3.

Câu 31. Cho hai đường thẳng a và b cắt nhau tại O . Trên đường thẳng a lấy 9 điểm phân biệt (khác điểm O), trên đường thẳng b lấy 14 điểm phân biệt (khác điểm O). Hỏi có bao nhiêu tam giác có đỉnh là 3 điểm trong 24 điểm đã cho?

A. 1323.

B. 1449.

C. 2024.

D. 1745.

Câu 32. Cho phương trình $4\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)\cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = a^2 + \sqrt{3}\sin 2x - \cos 2x$ (1). Gọi n là số giá trị nguyên của tham số a để phương trình (1) có nghiệm. Tính n .

A. $n = 1$.

B. $n = 5$.

C. $n = 3$.

D. $n = 2$.

Câu 33. Trong mặt phẳng Oxy , cho $A(1; -3)$ và $\vec{v} = (2; 4)$. Tọa độ ảnh của điểm A qua phép dời hình có được bằng cách thực hiện liên tiếp $T_{\vec{v}}$ và $Q_{(O; -90^\circ)}$ là?

A. $(-1; -3)$.

B. $(1; -3)$.

C. $(1; 3)$.

D. $(-1; 3)$.

- Câu 34.** Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $\sin^4 x + \cos^4 x + \cos^2 4x = m$ có bốn nghiệm phân biệt thuộc đoạn $\left[-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}\right]$.
- A. $\frac{47}{64} < m \leq \frac{3}{2}$. B. $\frac{47}{64} \leq m \leq \frac{3}{2}$.
- C. $m \leq \frac{47}{64}$ hoặc $m \geq \frac{3}{2}$. D. $\frac{47}{64} < m < \frac{3}{2}$.
- Câu 35.** Một nhóm học sinh gồm 15 nam và 5 nữ. Người ta muốn chọn từ nhóm ra 5 học sinh để lập thành một đội cờ đỏ sao cho phải có 1 đội trưởng nam, 1 đội phó nam và có ít nhất 1 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách lập đội cờ đỏ?
- A. 241561. B. 111300. C. 131444. D. 141666.

PHẦN II: TỰ LUẬN

- Câu 36.** Giải các phương trình sau: $\tan(x - 30^\circ) \cos(2x - 150^\circ) = 0$.
- Câu 37.** Có bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số đôi một khác nhau được lập thành từ các chữ số 1; 2; 3; 4; 6 và số đó phải chia hết cho 3.
- Câu 38.** Có bao nhiêu cách chia 12 học sinh thành 3 nhóm gồm 3 học sinh, 4 học sinh và 5 học sinh, trong mỗi trường hợp không phân biệt thứ tự của các nhóm.
- Câu 39.** Trong mặt phẳng Oxy cho đường tròn $(C): (x-2)^2 + (y+3)^2 = 9$; đường tròn (C') có tâm $A(2;5)$, và có $M(2,0) \in (C')$. Lập phương trình đường tròn (C_2) là ảnh của (C') qua phép vị tự tâm $I(-1,2)$, tỉ số $k=2$.

ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
C	A	C	A	D	C	C	C	A	B	A	B	D	B	C	D	D	C
19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36
C	A	A	D	D	B	B	C	D	A	D	A	B	B	B	A	B	

PHẦN I: TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN

- Câu 1.** Khẳng định nào sau đây **đúng**?
- A. Phép tịnh tiến biến đường thẳng thành đường thẳng vuông góc với đường thẳng đã cho.
 B. Phép quay biến đường thẳng thành đường thẳng trùng với nó.
 C. Phép quay biến đường thẳng thành đường thẳng.
 D. Phép tịnh tiến biến đường thẳng thành đường thẳng song song với đường thẳng đã cho.

Lời giải

Chọn C

Theo tính chất phép quay ta có phép quay biến đường thẳng thành đường thẳng.

- Câu 2.** Lớp 11A có 29 học sinh nữ và 14 học sinh nam, giáo viên gọi 1 học sinh lên lau bảng. Hỏi có bao nhiêu cách chọn?
- A. 43. B. 14. C. 1. D. 29.

Lời giải

Chọn A

Tổng số học sinh của lớp 11A là: $29+14=43$.

Số cách chọn một học sinh trong lớp là: 43

- Câu 3.** Các nghiệm của phương trình $\sin x = \sin \frac{\pi}{7}$ là:
- A. $x = \pm \frac{\pi}{7} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. B. $x = \frac{\pi}{7} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.
 C. $x = \frac{\pi}{7} + k2\pi$ hoặc $x = \frac{6\pi}{7} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. D. $x = \frac{\pi}{7} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có

$$\sin x = \sin \frac{\pi}{7} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{7} + k2\pi \\ x = \pi - \frac{\pi}{7} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{7} + k2\pi \\ x = \frac{6\pi}{7} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

- Câu 4.** Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?
- A. Phép vị tự có tính chất bảo toàn khoảng cách.
 B. Phép vị tự không là phép dời hình.
 C. Thực hiện liên tiếp hai phép đồng dạng thì được một phép đồng dạng.
 D. Phép dời hình là phép đồng dạng tỉ số $k=1$.

Lời giải

Chọn A

- Câu 5.** Có bao nhiêu cách chọn ra 3 bạn từ một lớp có 20 bạn trong đó một bạn làm lớp trưởng, một bạn làm lớp phó, một bạn làm thủ quỹ?
- A. 3^{20} . B. C_{20}^3 . C. 20^3 . D. A_{20}^3 .

Lời giải

Chọn D

Mỗi cách chọn ra ba bạn từ một lớp có 20 bạn trong đó một bạn làm lớp trưởng, một bạn làm lớp phó, một bạn làm thủ quỹ là một chỉnh hợp chập 3 của 20.

Nên số cách chọn ra là A_{20}^3 .

Câu 6. Phương trình $2\sin^2 x + \sin x - 3 = 0$ có nghiệm là:

A. $-\frac{\pi}{2} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

B. $\frac{\pi}{2} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

C. $\frac{\pi}{2} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

D. $k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Lời giải

Chọn C

$$2\sin^2 x + \sin x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 1 \\ \sin x = -\frac{3}{2} \text{ (l)} \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 7. Từ các chữ số 1,5,6,7 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số?

A. 124.

B. 324.

C. 256.

D. 248.

Lời giải

Chọn C

Số thỏa yêu cầu có dạng: $\overline{abcd}$.

a có 4 cách chọn,

b có 4 cách chọn,

c có 4 cách chọn,

d có 4 cách chọn,

Vậy ta có $4.4.4.4 = 256$ số cần tìm.

Câu 8. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. Phép vị tự biến tam giác thành tam giác đồng dạng.

B. Phép vị tự biến đường thẳng thành đường thẳng song song hoặc trùng với nó.

C. Phép vị tự biến đường tròn thành đường tròn có cùng bán kính.

D. Phép vị tự biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm thẳng hàng.

Lời giải

Chọn C

Phép vị tự biến đường tròn thành đường tròn có cùng bán kính (sai).

Chỉnh lại: Phép vị tự biến đường tròn bán kính R thành đường tròn có bán kính $|k|R$.

Câu 9. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau đây?

A. $T_{\vec{v}} M = N \Leftrightarrow \overrightarrow{MN} = \vec{v}$.

B. $T_{\vec{v}} M = N \Leftrightarrow \overrightarrow{NM} = \vec{v}$.

C. $Q_{O,30^\circ} M = N \Leftrightarrow \angle MON = 30^\circ$.

D. $Q_{O,30^\circ} M = N \Leftrightarrow OM = ON$ và

$\angle MON = 30^\circ$.

Lời giải

Chọn A

Câu 10. (SGD Điện Biên - 2019) Cho n và k là hai số nguyên dương tùy ý thỏa mãn $k \leq n$ mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $A_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$.

B. $C_{n-1}^{k-1} + C_{n-1}^k = C_n^k$.

C. $C_n^{k-1} = C_n^k (1 \leq k \leq n)$.

D. $C_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào định nghĩa và công thức tính số tổ hợp, chỉnh hợp ta thấy:

$$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}, C_n^k = C_n^{n-k} (1 \leq k \leq n), C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!} \text{ nên các đáp án A, C, D sai.}$$

$$\text{Ta có } C_{n-1}^{k-1} + C_{n-1}^k = \frac{(n-1)!}{(k-1)!(n-k)!} + \frac{(n-1)!}{k!(n-k-1)!} = (n-1)! \left(\frac{n}{k!(n-k)!} \right) = \frac{n!}{k!(n-k)!} = C_n^k.$$

Câu 11. Tập nghiệm của phương trình $\tan x + 1 = 0$ là

A. $S = \left\{ -\frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

B. $S = \left\{ \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

C. $S = \left\{ -\frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

D. $S = \left\{ \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Lời giải

Chọn A

$$\tan x + 1 = 0 \Leftrightarrow \tan x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

Câu 12. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\cos x = m+1$ có nghiệm?

A. 2.

B. 3.

C. Vô số.

D. 1.

Lời giải

Chọn B

Áp dụng điều kiện có nghiệm của phương trình $\cos x = a$.

- Phương trình có nghiệm khi $|a| \leq 1$.
- Phương trình vô nghiệm khi $|a| > 1$.

Do đó, phương trình $\cos x = m+1$ có nghiệm khi và chỉ khi $|m+1| \leq 1$

$$\Leftrightarrow -1 \leq m+1 \leq 1 \Leftrightarrow -2 \leq m \leq 0 \xrightarrow{m \in \mathbb{Z}} m \in \{-2; -1; 0\}.$$

Câu 13. Từ các chữ số 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm bốn chữ số đôi một khác nhau?

A. 1680.

B. 126.

C. 6561.

D. 3024.

Lời giải

Chọn D

Mỗi số tạo thành là một chỉnh hợp chập bốn của chín phần tử nên có $A_9^4 = 3204$ số tạo thành.

Câu 14. Trong các phương trình sau phương trình nào có nghiệm?

A. $\frac{1}{4} \cos 4x = 1$.

B. $2 \sin x + 3 \cos x = 1$.

C. $\cot^2 x - \cot x + 5 = 0$.

D. $\sqrt{3} \sin x = 2$.

Lời giải

Chọn B

Phương án A $\sqrt{3} \sin x = 2 \Leftrightarrow \sin x = \frac{2}{\sqrt{3}} > 1$ phương trình vô nghiệm.

Phương án B $\frac{1}{4} \cos 4x = 1 \Leftrightarrow \cos 4x = 4 > 1$ phương trình vô nghiệm.

Phương án C $2 \sin x + 3 \cos x = 1$. Ta có $a^2 + b^2 = 2^2 + 3^2 = 13 > 1^2 = c^2$ nên phương trình luôn có nghiệm.

Phương án D $\cot^2 x - \cot x + 5 = 0$ (1)

Đặt $\cot x = t$ phương trình (1) trở thành $t^2 - t + 5 = 0$ (2).

$$\Delta = (-1)^2 - 4.1.5 = -19 < 0$$

Phương trình (2) vô nghiệm nên phương trình (1) vô nghiệm.

Câu 15. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai đường thẳng $\Delta_1: x - 2y + 1 = 0$ và $\Delta_2: x - 2y + 3 = 0$ và điểm $I(2; 1)$. Phép vị tự tâm I , tỉ số k biến Δ_1 thành Δ_2 . Tìm k .

A. $k = -3$.

B. $k = 3$.

C. $k = 1$.

D. $k = 4$.

Lời giải

Chọn C

Gọi $M(a; b) \in \Delta_1 \Rightarrow a - 2b + 1 = 0$.

$M'(a'; b') \in \Delta_2 \Rightarrow a' - 2b' + 3 = 0$ (*)

$$V_{(I; k)}(M) = M' \Leftrightarrow \overrightarrow{IM'} = k \cdot \overrightarrow{IM}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a' - 2 = k(a - 2) \\ b' - 1 = k(b - 1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a' = ka - 2k + 2 \\ b' = kb - k + 1 \end{cases}$$

Thay vào (*) ta có:

$$ka - 2k + 2 - 2kb + 2k - 2 + 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow k(a - 2b + 1) - 2k + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow k = 1.$$

Câu 16. Tổng các giá trị của x thỏa mãn bất phương trình $\frac{1}{2} A_{2x}^2 - A_x^2 \leq \frac{6}{x} C_x^3 + 10$.

A. 3.

B. 4.

C. 2.

D. 7.

Lời giải

Chọn D

Xét bất phương trình $\frac{1}{2} A_{2x}^2 - A_x^2 \leq \frac{6}{x} C_x^3 + 10$. Điều kiện: $\begin{cases} x \in \mathbb{N} \\ x \geq 3 \end{cases}$.

Bất phương trình đã cho trở thành

$$\begin{aligned} \frac{(2x)!}{2(2x-2)!} - \frac{x!}{(x-2)!} &\leq \frac{6 \cdot x!}{3!(x-3)!x} + 10 \\ \Leftrightarrow x(2x-1) - x(x-1) &\leq (x-2)(x-1) + 10 \\ \Leftrightarrow x &\leq 4 \end{aligned}$$

Kết hợp điều kiện, ta được $x = 3; x = 4$.

Vậy tổng hai giá trị của x là 7.

Câu 17. Trong mặt phẳng Oxy , cho phép biến hình F có biểu thức tọa độ $\begin{cases} x' = 3x - 2y \\ y' = x + 3y \end{cases}$. Ảnh của đường

thẳng $d: x + y = 0$ qua phép biến hình F là

A. $5x + 2y = 0$.

B. $2x - 5y = 0$.

C. $5x - 2y = 0$.

D. $2x + 5y = 0$.

Lời giải

Chọn D

Lấy điểm $M(x_0; y_0) \in (d): x + y = 0$. Gọi $M(x'_0; y'_0)$ là ảnh của M qua phép biến hình F

$$\Rightarrow \begin{cases} x'_0 = 3x_0 - 2y_0 \\ y'_0 = x_0 + 3y_0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = \frac{3}{11}x'_0 + \frac{2}{11}y'_0 \\ y_0 = -\frac{1}{11}x'_0 + \frac{3}{11}y'_0 \end{cases}$$

$$\text{Do } M \in (d) \Rightarrow x_0 + y_0 = 0 \Leftrightarrow \frac{3}{11}x'_0 + \frac{2}{11}y'_0 - \frac{1}{11}x'_0 + \frac{3}{11}y'_0 = 0 \Leftrightarrow 2x'_0 + 5y'_0 = 0$$

$$\Rightarrow M' \in \text{đường thẳng } 2x + 5y = 0.$$

Vậy ảnh của (d) qua phép biến hình F là $2x + 5y = 0$.

Câu 18. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho đường tròn $(C'): x^2 + y^2 - 4x + 10y + 4 = 0$. Viết phương trình đường tròn (C) , biết (C') là ảnh của (C) qua phép quay với tâm quay là gốc tọa độ O và góc quay bằng 270° .

A. $(C): x^2 + y^2 + 10x - 4y + 4 = 0$.

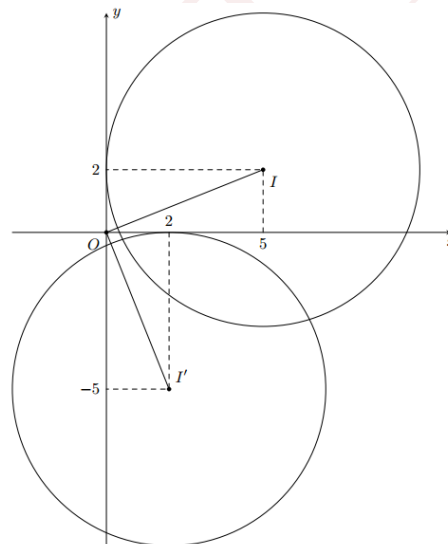
B. $(C): x^2 + y^2 - 10x + 4y + 4 = 0$.

C. $(C): x^2 + y^2 - 10x - 4y + 4 = 0$.

D. $(C): x^2 + y^2 + 10x + 4y + 4 = 0$.

Lời giải

Chọn C



Đường tròn (C') có tâm $I'(2; -5)$, bán kính $R = 5$.

$$Q_{(O; 270^\circ)}((C)) = (C') \Leftrightarrow Q_{(O; 90^\circ)}((C')) = (C)$$

Gọi I là tâm đường tròn (C)

$$\Rightarrow Q_{(O; 90^\circ)}(I') = I \Rightarrow I(5; 2)$$

$\Rightarrow (C)$ có tâm $I(5; 2)$ và bán kính $R = 5$.

$$\Rightarrow (C): (x - 5)^2 + (y - 2)^2 = 25$$

$$\Leftrightarrow (C): x^2 + y^2 - 10x - 4y + 4 = 0.$$

Câu 19. Cho tập hợp M có 10 phần tử. Số tập con gồm 3 phần tử của M là

A. A_{10}^3 .

B. 3^{10} .

C. C_{10}^3 .

D. 10^3 .

Lời giải

Chọn C

Kết quả của việc chọn số tập con gồm 3 phần tử từ M là một tổ hợp chập 3 của 10 phần tử, tức là có C_{10}^3 .

Câu 20. Tập giá trị T của hàm số $y = \sin 2017x - \cos 2017x$.

A. $T = [-\sqrt{2}; \sqrt{2}]$.

B. $T = [0; \sqrt{2}]$.

C. $T = [-2; 2]$.

D. $T = [-4034; 4034]$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y = \sin 2017x - \cos 2017x = \sqrt{2} \sin\left(2017x - \frac{\pi}{4}\right)$.

Mà $-1 \leq \sin\left(2017x - \frac{\pi}{4}\right) \leq 1 \longrightarrow -\sqrt{2} \leq \sqrt{2} \sin\left(2017x - \frac{\pi}{4}\right) \leq \sqrt{2}$
 $\longrightarrow -\sqrt{2} \leq y \leq \sqrt{2} \longrightarrow T = [-\sqrt{2}; \sqrt{2}]$.

Câu 21. Số nghiệm của phương trình $\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 1$ thuộc đoạn $[\pi; 2\pi]$ là

A. 1.

B. 2.

C. 0.

D. 3.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 1 \Leftrightarrow x + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Suy ra số nghiệm thuộc $[\pi; 2\pi]$ của phương trình là 1.

Câu 22. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{3}{1 - \tan x}$

A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k\pi, k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k\pi, \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Lời giải

Chọn D

Hàm số đã cho xác định khi và chỉ khi $\begin{cases} \cos x \neq 0 \\ 1 - \tan x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x \neq \frac{\pi}{4} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$.

Vậy tập xác định D của hàm số $y = \frac{3}{1 - \tan x}$ là $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k\pi, \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 23. Số nghiệm của phương trình $\sqrt{3}(\sin 2x + \cos 7x) = \sin 7x - \cos 2x$ trong

khoảng $\left(0; \frac{3}{2}\right)$ là

A. 2.

B. 1.

C. 4.

D. 3.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\sqrt{3}(\sin 2x + \cos 7x) = \sin 7x - \cos 2x$

$$\Leftrightarrow \sqrt{3}\sin 2x + \cos 2x = \sin 7x - \sqrt{3}\cos 7x$$

$$\Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{2}\sin 2x + \frac{1}{2}\cos 2x = \frac{1}{2}\sin 7x - \frac{\sqrt{3}}{2}\cos 7x$$

$$\Leftrightarrow \cos \frac{\pi}{6} \cdot \sin 2x + \sin \frac{\pi}{6} \cdot \cos 2x = \cos \frac{\pi}{3} \cdot \sin 7x - \sin \frac{\pi}{3} \cdot \cos 7x$$

$$\Leftrightarrow \sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) = \sin\left(7x - \frac{\pi}{3}\right)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{10} + \frac{k2\pi}{5} \\ x = \frac{7\pi}{54} + \frac{k2\pi}{9} \end{cases}, (k \in \mathbb{Z}).$$

Do nghiệm của phương trình nằm trong khoảng $\left(0; \frac{3}{2}\right)$ nên ta có các giá trị $\frac{\pi}{10}, \frac{7\pi}{54}, \frac{19\pi}{54}$ thỏa mãn.

Vậy phương trình đã cho có 3 nghiệm thuộc khoảng $\left(0; \frac{3}{2}\right)$.

Câu 24. Từ các chữ số 0;1;2;3;4;5;6;8;9 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số và lớn hơn 65000 ?

A. 15309.

B. 16037.

C. 4620.

D. 16038.

Lời giải

Chọn B

Gọi $T = \overline{a_1a_2a_3a_4a_5}$ và $T \geq 65000$; $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 \in \{0;1;2;3;4;5;6;8;9\}$.

Ta xét 2 trường hợp:

* **Trường hợp 1:** $a_1 > 6$.

+ Có 2 cách chọn a_1 .

+ Có 9 cách chọn a_2 .

+ Có 9 cách chọn a_3 .

+ Có 9 cách chọn a_4 .

+ Có 9 cách chọn a_5 .

Vậy trong trường hợp này có $2 \times 9 \times 9 \times 9 \times 9 = 13122$ số T .

* **Trường hợp 2:** $a_1 = 6$.

+ Có 1 cách chọn a_1 .

+ Có 4 cách chọn a_2 (vì $a_2 \geq 5$).

+ Có 9 cách chọn a_3 .

+ Có 9 cách chọn a_4 .

+ Có 9 cách chọn a_5 .

Vậy trong trường hợp này có $1 \times 4 \times 9 \times 9 \times 9 = 2916$ số T .

Vậy số cách chọn T là $13122 + 2916 = 16038$.

Kết luận: Từ các chữ số đã cho ta lập được $16038 - 1 = 16037$ số thỏa yêu cầu bài toán (trừ đi 1 số đó là số 65000).

Câu 25. Tính tổng tất cả các nghiệm của phương trình $4\sin^2 2x + 4\cos 2x - 5 = 0$ trên đoạn $[0; 2\pi]$.

A. 0.

B. 4π .

C. 2π .

D. $\frac{24\pi}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có

$$4\sin^2 2x + 4\cos 2x - 5 = 0$$

$$\Leftrightarrow 4\cos^2 2x - 4\cos 2x + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow \cos 2x = \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\text{Do } x \in [0; 2\pi] \Rightarrow x \in \left\{ \frac{\pi}{6}; \frac{7\pi}{6}; \frac{5\pi}{6}; \frac{11\pi}{6} \right\}.$$

$$\text{Tổng tất cả các nghiệm là } S = \frac{\pi}{6} + \frac{7\pi}{6} + \frac{5\pi}{6} + \frac{11\pi}{6} = 4\pi.$$

Câu 26. Từ một nhóm học sinh giỏi và có hạnh kiểm tốt gồm 6 nam và 4 nữ, người ta lập một ban đại diện học sinh gồm 4 người, trong đó phải có cả nam lẫn nữ. Biết rằng anh An và chị Thúy nằm trong 10 người đó, ngoài ra, có và chỉ có 1 trong 2 người sẽ thuộc về ban đại diện trên. Có bao nhiêu cách thành lập ban đại diện?

A. 216.

B. 120.

C. 101.

D. 103.

Lời giải

Chọn C

Cách 1

TH1: Có anh An và không có chị Thúy

+ KN1: Có 3 nam và 1 nữ

- Chọn học sinh An có 1 cách

- Chọn 2 học sinh nam trong 5 học sinh nam (trừ An) có C_5^2 cách.

- Chọn 1 học sinh nữ trong 3 học sinh nữ (trừ Thúy) có 3 cách.

$\Rightarrow$ KN1 có $C_5^2 \cdot 3 = 30$ cách.

+ KN2: Có 2 nam và 2 nữ $\Rightarrow$ có $5 \cdot C_3^2 = 15$ cách.

+ KN3: Có 1 nam và 3 nữ $\Rightarrow$ Có 1 cách.

$\Rightarrow$ TH1 có 46 cách chọn.

TH2: Có chị Thúy và không có anh An.

+ KN1: Có 3 nam và 1 nữ $\Rightarrow$ có $C_5^3 = 10$ cách.

+ KN2: Có 2 nam và 2 nữ $\Rightarrow$ có $C_5^2 \cdot 3 = 30$ cách.

+ KN3: Có 1 nam và 3 nữ $\Rightarrow$ Có $5 \cdot C_3^2 = 15$ cách

$\Rightarrow$ TH2 có 55 cách chọn

Vậy có tất cả $46 + 55 = 101$ cách chọn.

Cách 2

TH1: Có anh An và không có chị Thúy $\Rightarrow$ Có 1. $(C_8^3 - C_5^3) = 46$ cách.

TH2: Có chị Thúy và không có anh An $\Rightarrow$ Có 1. $(C_8^3 - C_3^3) = 55$ cách.

Vậy có tất cả $46 + 55 = 101$ cách chọn.

Câu 27. Tìm số nguyên dương n thỏa mãn $A_n^2 - C_{n+1}^{n-1} = \left(\frac{n}{16} + \frac{1}{3}\right) P_4$.

A. 12.

B. 11.

C. 9.

D. 8.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện phương trình: $n \geq 2, n \in \mathbb{N}$. Ta có:

$$A_n^2 - C_{n+1}^{n-1} = \left(\frac{n}{16} + \frac{1}{3}\right) P_4 \Leftrightarrow \frac{n!}{(n-2)!} - \frac{(n+1)!}{(n-1)!2!} = \left(\frac{n}{16} + \frac{1}{3}\right) \cdot 4!$$

$$\Leftrightarrow n(n-1) - \frac{n(n+1)}{2} = 24 \left(\frac{n}{16} + \frac{1}{3}\right) \Leftrightarrow n^2 - 6n - 16 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} n = 8 \\ n = -2 \end{cases}$$

Vì n nguyên dương nên giá trị của n thỏa mãn yêu cầu bài toán là $n = 8$.

Câu 28. Cho tam giác ABC có $AB = 4$; $AC = 5$, góc BAC bằng 60° . Phép đồng dạng tỉ số $k = 2$ biến A thành A' , biến B thành B' , biến C thành C' . Khi đó diện tích tam giác $A'B'C'$ bằng

A. $20\sqrt{3}$.

B. $10\sqrt{3}$.

C. 20.

D. 10.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin 60^\circ = 5\sqrt{3}.$$

Tam giác $A'B'C'$ đồng dạng với tam giác ABC theo tỉ số $k = 2$.

$$\text{Nên } S_{\triangle A'B'C'} = k^2 \cdot S_{\triangle ABC} = 4 \cdot 5\sqrt{3} = 20\sqrt{3}. \text{ (tỉ số diện tích bằng bình phương tỉ số đồng dạng).}$$

Câu 29. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường tròn (C) có phương trình $x^2 + y^2 + 4x - 6y - 5 = 0$. Thực hiện liên tiếp hai phép tịnh tiến theo các vectơ $\vec{u} = (1; -2)$ và $\vec{v} = (1; -1)$ thì đường tròn (C) biến thành đường tròn (C') có phương trình là

A. $x^2 + y^2 - 4y - 4 = 0$.

B. $x^2 + y^2 - x + 8y + 2 = 0$.

C. $x^2 + y^2 + x - 6y - 5 = 0$.

D. $x^2 + y^2 - 18 = 0$.

Lời giải

Chọn D

Từ giả thiết suy ra (C') là ảnh của (C) qua phép tịnh tiến theo $\vec{a} = \vec{u} + \vec{v}$.

$$\text{Ta có } \vec{a} = \vec{u} + \vec{v} = (2; -3).$$

Biểu thức tọa độ của phép $T_{\vec{a}}$ là $\begin{cases} x = x' - 2 \\ y = y' + 3 \end{cases}$ thay vào (C) ta được

$$(x' - 2)^2 + (y' + 3)^2 + 4(x' - 2) - 6(y' + 3) - 5 = 0 \Leftrightarrow x'^2 + y'^2 - 18 = 0.$$

Câu 30. Phương trình $\sin x - \sqrt{3} \cos x = 2$ có bao nhiêu nghiệm thuộc $[-2\pi; 2\pi]$.

A. 2.

B. 1.

C. 0.

D. 3.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Phương trình } \sin x - \sqrt{3} \cos x = 2 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \sin x - \frac{\sqrt{3}}{2} \cos x = 1$$

$$\Leftrightarrow \sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = 1 \Leftrightarrow x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$$

$$\text{Ta có } -2\pi \leq \frac{5\pi}{6} + k2\pi \leq 2\pi \Leftrightarrow -\frac{17}{12} \leq k \leq \frac{7}{12} \Rightarrow k \in \{-1; 0\}.$$

Vậy phương trình có 2 nghiệm thuộc $[-2\pi; 2\pi]$.

Câu 31. Cho hai đường thẳng a và b cắt nhau tại O . Trên đường thẳng a lấy 9 điểm phân biệt (khác điểm O), trên đường thẳng b lấy 14 điểm phân biệt (khác điểm O). Hỏi có bao nhiêu tam giác có đỉnh là 3 điểm trong 24 điểm đã cho?

A. 1323.

B. 1449.

C. 2024.

D. 1745.

Lời giải

Chọn B

* Trường hợp 1: Tam giác có một đỉnh trên đường thẳng a khác điểm O và hai đỉnh trên đường thẳng b khác điểm O .

- Chọn một đỉnh trên đường thẳng a có 9 cách.

- Chọn hai đỉnh trên đường thẳng b có C_{14}^2 cách.

Vậy ta có: $9.C_{14}^2 = 819$ tam giá

* Trường hợp 2: Tam giác có hai đỉnh trên đường thẳng a khác điểm O và một đỉnh trên đường thẳng b khác điểm O .

- Chọn một đỉnh trên đường thẳng b có 14 cách.

- Chọn hai đỉnh trên đường thẳng a có C_9^2 cách.

Vậy ta có: $14.C_9^2 = 504$ tam giá

* Trường hợp 3: Tam giác có một đỉnh là điểm O , một đỉnh nằm trên đường thẳng a và một đỉnh nằm trên đường thẳng b .

- Chọn một đỉnh trên đường thẳng a có 9 cách.

- Chọn hai đỉnh trên đường thẳng b có 14 cách.

Vậy ta có: $9.14 = 126$ tam giá

Kết luận: có tất cả: $819 + 504 + 126 = 1449$ tam giác thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 32. Cho phương trình $4 \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) \cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = a^2 + \sqrt{3} \sin 2x - \cos 2x$ (1). Gọi n là số giá trị nguyên của tham số a để phương trình (1) có nghiệm. Tính n .

A. $n=1$.B. $n=5$.C. $n=3$.D. $n=2$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } (1) \Leftrightarrow 2\left(\sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) + 1\right) = a^2 + \sqrt{3}\sin 2x - \cos 2x$$

$$\Leftrightarrow \sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) + 1 = \frac{a^2}{2} + \sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right) \Leftrightarrow \cos 2x = \frac{a^2}{2} - 1.$$

Phương trình (1) có nghiệm $\Leftrightarrow \left|\frac{a^2}{2} - 1\right| \leq 1 \Leftrightarrow -2 \leq a \leq 2$, Do $a \in \mathbb{Z}$ nên $a = 0; a = \pm 1; a = \pm 2$ Vậy $n = 5$.

Câu 33. Trong mặt phẳng Oxy, cho $A(1; -3)$ và $\vec{v} = (2; 4)$. Tọa độ ảnh của điểm A qua phép dời hình có được bằng cách thực hiện liên tiếp $T_{\vec{v}}$ và $Q_{(O; -90^\circ)}$ là?

A. $(-1; -3)$.

B. $(1; -3)$.

C. $(1; 3)$.

D. $(-1; 3)$.

Lời giải

Chọn B

$$T_{\vec{v}}(A) = A' \text{ thì } A'(1+2; -3+4) \text{ hay } A'(3; 1)$$

$$Q_{(O; -90^\circ)}(A') = A'' \text{ thì } \begin{cases} x'' = y' \\ y'' = -x' \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x'' = 1 \\ y'' = -3 \end{cases} \Rightarrow A'' \equiv A.$$

Câu 34. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $\sin^4 x + \cos^4 x + \cos^2 4x = m$ có bốn nghiệm phân biệt thuộc đoạn $\left[-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}\right]$.

A. $\frac{47}{64} < m \leq \frac{3}{2}$.

B. $\frac{47}{64} \leq m \leq \frac{3}{2}$.

C. $m \leq \frac{47}{64}$ hoặc $m \geq \frac{3}{2}$.

D. $\frac{47}{64} < m < \frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn A

$$\sin^4 x + \cos^4 x + \cos^2 4x = m \Leftrightarrow (\sin^2 x + \cos^2 x)^2 - 2\sin^2 x \cos^2 x + \cos^2 4x = m.$$

$$\Leftrightarrow 1 - \frac{\sin^2 2x}{2} + \cos^2 4x = m \Leftrightarrow \frac{3}{4} + \frac{\cos 4x}{4} + \cos^2 4x = m.$$

$$\text{Đặt } t = \cos 4x, t \in [-1; 1].$$

$$\text{Phương trình trở thành } \frac{3}{4} + \frac{t}{4} + t^2 = m.$$

$$\text{Xét hàm số } f(t) = \frac{3}{4} + \frac{t}{4} + t^2, t \in [-1; 1].$$

$$f'(t) = 2t + \frac{1}{4} = 0 \Leftrightarrow t = -\frac{1}{8}$$

$$f\left(-\frac{1}{8}\right) = \frac{47}{64}, f(-1) = \frac{3}{2}, f(1) = 2.$$

Phương trình $\sin^4 x + \cos^4 x + \cos^2 4x = m$ có bốn nghiệm phân biệt thuộc đoạn $\left[-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}\right]$.

Khi và chỉ khi phương trình $f(t) = m$ có hai nghiệm phân biệt thuộc đoạn $[-1; 1]$.

$$\Leftrightarrow \frac{47}{64} < m \leq \frac{3}{2}.$$

Câu 35. Một nhóm học sinh gồm 15 nam và 5 nữ. Người ta muốn chọn từ nhóm ra 5 học sinh để lập thành một đội cờ đỏ sao cho phải có 1 đội trưởng nam, 1 đội phó nam và có ít nhất 1 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách lập đội cờ đỏ?

A. 241561.

B. 111300.

C. 131444.

D. 141666.

Lời giải

Chọn B

Cách 1:

Vì trong 5 người được chọn phải có ít nhất 1 nữ và ít nhất phải có 2 nam nên số học sinh nữ gồm 1 hoặc 2 hoặc 3 nên ta có các trường hợp sau:

• chọn 1 nữ và 4 nam.

+) Số cách chọn 1 nữ: 5 cách

+) Số cách chọn 2 nam làm đội trưởng và đội phó: A_{15}^2

+) Số cách chọn 2 nam còn lại: C_{13}^2

Suy ra có $5A_{15}^2 \cdot C_{13}^2$ cách chọn cho trường hợp này.

• chọn 2 nữ và 3 nam.

+) Số cách chọn 2 nữ: C_5^2 cách.

+) Số cách chọn 2 nam làm đội trưởng và đội phó: A_{15}^2 cách.

+) Số cách chọn 1 nam còn lại: 13 cách.

Suy ra có $13A_{15}^2 \cdot C_5^2$ cách chọn cho trường hợp này.

• **Chọn 3** nữ và 2 nam.

+) Số cách chọn 3 nữ: C_5^3 cách.

+) Số cách chọn 2 nam làm đội trưởng và đội phó: A_{15}^2 cách.

Suy ra có $A_{15}^2 \cdot C_5^3$ cách chọn cho trường hợp 3.

Vậy có $5A_{15}^2 \cdot C_{13}^2 + 13A_{15}^2 \cdot C_5^2 + A_{15}^2 \cdot C_5^3 = 111300$ cách.

Cách 2:

Số cách chọn 2 nam làm đội trưởng và đội phó là A_{15}^2 .

Số cách chọn 3 học sinh còn lại là 3 nam là C_{13}^3 .

Số cách chọn 3 học sinh còn lại trong 18 học sinh là C_{18}^3 .

Vậy số cách chọn có 1 đội trưởng nam, 1 đội phó nam và có ít nhất 1 nữ là $A_{15}^2(C_{18}^3 - C_{13}^3) = 111300$.

PHẦN II: TỰ LUẬN

Câu 36. Giải các phương trình sau: $\tan(x - 30^\circ) \cos(2x - 150^\circ) = 0$.

Lời giải

Điều kiện:

$$\cos(x - 30^\circ) \neq 0 \Leftrightarrow x - 30^\circ \neq 90^\circ + k180^\circ \Leftrightarrow x \neq 120^\circ + k180^\circ, k \in \mathbb{Z}.$$

Ta có:

$$\tan(x - 30^\circ) \cos(2x - 150^\circ) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \tan(x - 30^\circ) = 0 \\ \cos(2x - 150^\circ) = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x - 30^\circ = k180^\circ \\ 2x - 150^\circ = 90^\circ + k360^\circ \\ 2x - 150^\circ = -90^\circ + k360^\circ \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 30^\circ + k180^\circ \\ x = 120^\circ + k180^\circ, k \in \mathbb{Z} \\ x = 30^\circ + k180^\circ \end{cases}$$

So với điều kiện nghiệm $x = 120^\circ + k180^\circ$ loại.

Vậy phương trình có nghiệm: $x = 30^\circ + k180^\circ, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 37. Có bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số đôi một khác nhau được lập thành từ các chữ số 1; 2; 3; 4; 6 và số đó phải chia hết cho 3.

Lời giải

Từ 5 chữ số đã cho ta có 4 bộ gồm ba chữ số có tổng chia hết cho 3 là 1; 2; 3, 1; 2; 6, 2; 3; 4 và 2; 4; 6. Mỗi bộ ba chữ số này ta lập được $3! = 6$ số thuộc tập hợp S .

Vậy có 24 số thỏa mãn

Câu 38. Có bao nhiêu cách chia 12 học sinh thành 3 nhóm gồm 3 học sinh, 4 học sinh và 5 học sinh, trong mỗi trường hợp không phân biệt thứ tự của các nhóm.

Lời giải

Bước 1: Chọn 3 học sinh trong 12 học sinh để lập nhóm 1 có C_{12}^3 cách.

Bước 2: Chọn 4 học sinh trong 9 học sinh còn lại để lập nhóm 2 có C_9^4 cách.

Bước 3: Chọn 5 học sinh còn lại lập nhóm 3 có 1 cách.

Vậy có $C_{12}^3 \cdot C_9^4 \cdot 1 = 27720$ cách chọn.

Chú ý rằng, việc đổi thứ tự các nhóm không cho cách chọn mới.

Sai lầm thường gặp: $C_{12}^3 \cdot C_9^4 \cdot 1 \cdot 3!$ cách chọn.

Câu 39. Trong mặt phẳng Oxy cho đường tròn $(C): (x-2)^2 + (y+3)^2 = 9$; đường tròn (C') có tâm $A(2;5)$, và có $M(2,0) \in (C')$. Lập phương trình đường tròn (C_2) là ảnh của (C') qua phép vị tự tâm $I(-1,2)$, tỉ số $k=2$.

Lời giải

Ta có (C') có tâm $A(2,5)$, bán kính $R = AM = 5$.

$$V_{(I,2)}((C')) = (C_2) \Rightarrow V_{(I,2)}(A) = A_2 \Leftrightarrow \begin{cases} x_2 = k(x-a) + a \\ y_2 = k(y-b) + b \end{cases} \Leftrightarrow A_2(5;8).$$

Vậy (C_2) có tâm $A_2(5;8)$, bán kính $R_2 = 2R = 10$ nên có phương trình

$$(C_2): (x-5)^2 + (y-8)^2 = 100.$$

----- HẾT -----

ĐỀ 6
ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA KÌ I**Môn: TOÁN, Lớp 10**

Thời gian làm bài: 90 phút, không tính thời gian phát đề

PHẦN I: TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN

- Câu 1.** Tìm mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau
A. Phép vị tự tỉ số k biến đường thẳng thành đường thẳng song song với đường thẳng đó.
B. Phép vị tự tỉ số k biến tia thành tia.
C. Phép vị tự tỉ số k biến đoạn thẳng thành đoạn thẳng mà độ dài được nhân lên với k .
D. Phép vị tự tỉ số k biến tam giác thành tam giác đồng dạng với tỉ số đồng dạng là $|k|$.
- Câu 2.** Bạn Nam có 10 cái bút khác nhau và 8 quyển sách khác nhau. Nam cần chọn 1 cái bút và 1 quyển sách thì số cách chọn là
A. 90. **B.** 60. **C.** 70. **D.** 80.
- Câu 3.** Khẳng định nào **sai**?
A. Qua phép quay $Q_{(O;\varphi)}$ điểm O biến thành chính nó.
B. Phép đối xứng tâm O là phép quay tâm O , góc quay -180° .
C. Phép quay tâm O góc quay 90° và phép quay tâm O góc quay -90° là một.
D. Phép đối xứng tâm O là một phép quay tâm O , góc quay 180° .
- Câu 4.** Cho phương trình $2\cos^2 x + 3\cos x - 2 = 0$. Nếu đặt $\cos x = t$, $t \in [-1; 1]$ ta được phương trình nào sau đây?
A. $7t - 2 = 0$. **B.** $2t^2 + 3t - 2 = 0$. **C.** $5t - 2 = 0$. **D.** $4t^2 + 3t - 2 = 0$.
- Câu 5.** Trên mặt phẳng, cho 6 điểm phân biệt A, B, C, D, E, F . Có tất cả bao nhiêu vector khác vector – không mà điểm đầu và điểm cuối của chúng thuộc tập điểm đã cho?
A. 12. **B.** 25. **C.** 30. **D.** 36.
- Câu 6.** Lớp 11A có 20 học sinh nam và 25 học sinh nữ. Có bao nhiêu cách chọn một đôi song ca gồm 1 nam và 1 nữ?
A. A_{45}^2 . **B.** 500. **C.** 45. **D.** C_{45}^2 .
- Câu 7.** Tập nghiệm S của phương trình $\sqrt{3}\tan\frac{x}{3} + 3 = 0$.
A. $S = \{-\pi + k3\pi, k \in \mathbb{Z}\}$. **B.** $S = \{\frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.
C. $S = \{-\frac{\pi}{9} + k3\pi, k \in \mathbb{Z}\}$. **D.** $S = \{-\frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.
- Câu 8.** Tìm nghiệm của phương trình $\sin(\frac{2x}{3} - \frac{\pi}{3}) = 0$.
A. $x = \frac{2\pi}{3} + \frac{k3\pi}{2}$ ($k \in \mathbb{Z}$). **B.** $x = \frac{\pi}{3} + k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).
C. $x = \frac{\pi}{2} + \frac{k3\pi}{2}$ ($k \in \mathbb{Z}$). **D.** $x = k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).
- Câu 9.** Xét phép biến hình $f: M(x, y) \mapsto M'(x', y')$ trong đó $\begin{cases} x' = 2x - 3 \\ y' = -2y + 1 \end{cases}$ thì f là
A. phép quay. **B.** phép dời hình. **C.** phép tịnh tiến. **D.** phép đồng dạng.
- Câu 10.** Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau đôi một?
A. 60. **B.** 24. **C.** 48. **D.** 120.
- Câu 11.** Kết luận nào sau đây **sai**?
A. $T_{-\vec{u}}(A) = B \Leftrightarrow \overrightarrow{BA} = \vec{u}$. **B.** $T_{\vec{u}}(A) = B \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \vec{u}$.
C. $T_{2\vec{u}}(A) = B \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \vec{u}$. **D.** $T_{\vec{AB}}(A) = B$.
- Câu 12.** Nếu $2A_n^4 = 3A_{n-1}^4$ thì n bằng

- A.** $n=14$. **B.** $n=11$. **C.** $n=12$. **D.** $n=13$.
- Câu 13.** Tập tất cả các giá trị thực của m để phương trình $\cos 2x - 1 + m = 0$ vô nghiệm là
A. $(-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$. **B.** $(2; +\infty)$.
C. $(0; 2)$. **D.** $(0; +\infty)$.
- Câu 14.** Trong các phương trình sau phương trình nào có nghiệm?
A. $\sqrt{3} \sin x - \cos x = 3$. **B.** $\sqrt{3} \sin x - \cos x = 2$.
C. $3 \sin x - 2 \cos x = 5$. **D.** $\sin x - \cos x = 2$.
- Câu 15.** Số điểm biểu diễn các nghiệm của phương trình $\sin x = \frac{1}{2}$ trên đường tròn lượng giác là
A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.
- Câu 16.** Cho các số dương tùy ý k, n thỏa mãn $k \leq n$. Đẳng thức nào sau đây đúng?
A. $C_n^k = C_{n-1}^{k-1} + C_{n-1}^k$. **B.** $C_n^k = C_{n-1}^{k-1} + C_n^{k-1}$.
C. $C_n^k = C_{n+1}^{k-1} + C_{n+1}^k$. **D.** $C_n^k = C_{n-1}^{k-1} + C_{n+1}^k$.
- Câu 17.** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , phép quay tâm O , góc quay 90° biến đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 4x + 6y - 3 = 0$ thành đường tròn (C') có phương trình nào sau đây?
A. $(C'): (x-2)^2 + (y-3)^2 = 16$. **B.** $(C'): (x-3)^2 + (y-2)^2 = 16$.
C. $(C'): (x+3)^2 + (y+2)^2 = 16$. **D.** $(C'): (x+2)^2 + (y-3)^2 = 16$.
- Câu 18.** Cho n điểm phân biệt. Xét tất cả các vector khác vector-không, có điểm đầu và điểm cuối là các điểm đã cho. Số vector thỏa mãn là
A. n . **B.** $n-1$. **C.** $\frac{n(n-1)}{2}$. **D.** $n(n-1)$.
- Câu 19.** Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sin x + \cos x$. Tính $P = M - m$.
A. $P = 2\sqrt{2}$. **B.** $P = \sqrt{2}$. **C.** $P = 2$. **D.** $P = 4$.
- Câu 20.** Tập xác định của hàm số $y = \frac{\sin x}{\sin x - \cos x}$ là
A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k\pi; \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$. **B.** $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.
C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$. **D.** $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ k\frac{\pi}{4}, k \in \mathbb{Z} \right\}$.
- Câu 21.** Trong mặt phẳng Oxy , cho hai điểm $M(7; -16)$ và $M'(1; 2)$. Phép vị tự tâm I , tỉ số $k = -\frac{1}{2}$ biến điểm M thành M' . Tìm tọa độ tâm vị tự I .
A. $I(10; -5)$. **B.** $I\left(-\frac{3}{2}; 2\right)$. **C.** $I(3; -4)$. **D.** $I(5; -10)$.
- Câu 22.** Cho 2 đường thẳng d_1 và d_2 song song với nhau. Trên d_1 có 10 điểm phân biệt, trên d_2 có n điểm phân biệt ($n \geq 2$). Biết rằng có 2800 tam giác có đỉnh là 3 điểm trong số các điểm đã cho, tìm n .
A. 20. **B.** 15. **C.** 30. **D.** 25.
- Câu 23.** Phương trình $\sin^2 \frac{x}{2} - 2 \cos \frac{x}{2} + 2 = 0$ có tập nghiệm trùng với tập nghiệm của phương trình nào sau đây?
A. $\cos \frac{x}{2} = 1$. **B.** $\cos \frac{x}{2} = -3$. **C.** $\sin x = 0$. **D.** $\cos \frac{x}{2} = -1$.

Câu 24. Phương trình $\cos 7x \cdot \cos 5x - \sqrt{3} \sin 2x = 1 - \sin 7x \cdot \sin 5x$ có nghiệm

- A. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = k\pi \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = k\pi \end{cases}$.
- C. $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = k2\pi \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{3} + k\pi \\ x = k\pi \end{cases}$.

Câu 25. Từ $X = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\}$ lập được bao nhiêu số tự nhiên chia 3 dư 2 và có 4 chữ số đôi một khác nhau?

- A. 462. B. 426. C. 378. D. 414.

Câu 26. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , phép dời hình $\begin{cases} x' = x - 3 \\ y' = y + 1 \end{cases}$ biến parabol $(P): y = x^2 + 1$ thành parabol (P') có phương trình là

- A. $y = -x^2 + 6x - 5$. B. $y = x^2 + 6x + 11$. C. $y = -x^2 - 6x - 7$. D. $y = -x^2 - 6x + 5$.

Câu 27. Nếu $2C_n^2 = C_n^3$ thì n bằng bao nhiêu?

- A. $n = 8$. B. $n = 5$. C. $n = 6$. D. $n = 7$.

Câu 28. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho hai điểm $A(1; 3)$, $B(3; 4)$ và đường thẳng d có phương trình: $x - 3y + 2020 = 0$. Biết phép tịnh tiến $T_{\vec{u}}$ biến A thành B , viết phương trình đường thẳng d' là ảnh của đường thẳng d qua phép tịnh tiến $T_{\vec{u}}$.

- A. $x - 3y + 2022 = 0$. B. $x - 3y + 2021 = 0$.
C. $x - 3y + 2019 = 0$. D. $x - 3y + 2025 = 0$.

Câu 29. Số nghiệm của phương trình $2\sin^2 2x + \cos 2x + 1 = 0$ trong $[0; 2018\pi]$ là

- A. 2017. B. 1009. C. 1008. D. 2018.

Câu 30. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , cho điểm $I(1; 1)$ và đường tròn C có tâm I bán kính bằng 2. Gọi đường tròn C' là ảnh của đường tròn C qua phép đồng dạng có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép quay tâm O , góc 45° và phép vị tự tâm O , tỉ số $\sqrt{2}$. Tìm phương trình của đường tròn C' ?

- A. $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 8$. B. $(x - 2)^2 + y^2 = 8$.
C. $x^2 + (y - 2)^2 = 8$. D. $x^2 + (y - 1)^2 = 8$.

Câu 31. Biết rằng $m \in [a; b]$ thì phương trình $\cos 2x + \sin^2 x + 3\cos x - m = 5$ có nghiệm. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $a + b = 2$. B. $a + b = -2$. C. $a + b = 8$. D. $a + b = -8$.

Câu 32. Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5 có thể lập được bao nhiêu số có ba chữ số khác nhau từng đôi một và chia hết cho 6?

- A. 10. B. 8. C. 12. D. 20.

Câu 33. Cho hai tập hợp L và C biết $L = \{\text{các số tự nhiên có 2018 chữ số được lập từ các số } 0, 1, 2 \text{ mà số } 0 \text{ xuất hiện lẻ lần}\}$, $C = \{\text{các số tự nhiên có 2018 chữ số được lập từ các số } 0, 1, 2 \text{ mà số } 0 \text{ xuất hiện chẵn lần (kể cả số } 0 \text{ không xuất hiện)}\}$. Gọi $|L|$, $|C|$ lần lượt là số lượng các phần tử của tập hợp L và C . Giá trị của biểu thức $M = 2|L| + |C|$ là

- A. $3^{2018} - 1$. B. $3^{2018} + 1$. C. $3^{2019} + 1$. D. $3^{2019} - 1$.

Câu 34. Cho phương trình $(\cos x + 1)(4\cos 2x - m\cos x) = m\sin^2 x$. Số các giá trị nguyên của m để phương trình có đúng hai nghiệm thuộc $\left[0; \frac{2\pi}{3}\right]$ là:

A. 3.

B. 1.

C. 4.

D. 2.

Câu 35. Cho phương trình $(\cos x + 1)(4\cos 2x - m\cos x) = m\sin^2 x$. Số các giá trị nguyên của m để phương trình có đúng hai nghiệm thuộc $\left[0; \frac{2\pi}{3}\right]$ là:

A. 3.

B. 1.

C. 4.

D. 2.

PHẦN II: TỰ LUẬN

Câu 36. Giải phương trình $(\sin 2x + \cos 2x)\cos x + 2\cos 2x - \sin x = 0$.

Câu 37. Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 người ta lập ra tất cả các số tự nhiên gồm bốn chữ số khác nhau. Trong các số lập ra có bao nhiêu số chẵn.

Câu 38. Từ 20 câu hỏi trắc nghiệm gồm 9 câu dễ, 7 câu trung bình và 4 câu khó. Người ta chọn ra 7 câu đề làm đề kiểm tra sao cho phải có đủ 3 loại dễ, trung bình, khó. Hỏi có bao nhiêu đề kiểm tra?

Câu 39. Trong mp(Oxy) cho đường tròn (C') có tâm $A(2;5)$, và có $M(2,0) \in (C')$. Lập phương trình đường tròn (C_2) là ảnh của (C') qua phép vị tự tâm $I(-1,2)$, tỉ số $k=2$.

ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
C	D	C	B	C	B	A	C	C	D	C	C	A	B	B	A	B	D
19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36
D	A	B	C	A	A	D	A	B	A	B	D	C	D	B	A	D	

PHẦN I: TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN

Câu 1. Tìm mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau

- A. Phép vị tự tỉ số k biến đường thẳng thành đường thẳng song song với đường thẳng đó.
 B. Phép vị tự tỉ số k biến tia thành tia.
 C. Phép vị tự tỉ số k biến đoạn thẳng thành đoạn thẳng mà độ dài được nhân lên với k .
 D. Phép vị tự tỉ số k biến tam giác thành tam giác đồng dạng với tỉ số đồng dạng là $|k|$.

Lời giải

Chọn C

Theo tính chất SGK, Phép vị tự tỉ số k biến đoạn thẳng thành đoạn thẳng mà độ dài được nhân lên với $|k|$.

Câu 2. Bạn Nam có 10 cái bút khác nhau và 8 quyển sách khác nhau. Nam cần chọn 1 cái bút và 1 quyển sách thì số cách chọn là

- A. 90. B. 60. C. 70. D. 80.

Lời giải

Chọn D

- ♦ Đầu tiên bạn Nam chọn một cái bút có 10 cách chọn.
 sau đó bạn Nam chọn một quyển sách có 8 cách chọn.
 ♦ Vậy theo quy tắc nhân bạn Nam có $10 \cdot 8 = 80$ cách chọn 1 cái bút và 1 quyển sách.

Câu 3. Khẳng định nào **sai**?

- A. Qua phép quay $Q_{(O;\varphi)}$ điểm O biến thành chính nó.
 B. Phép đối xứng tâm O là phép quay tâm O , góc quay -180° .
 C. Phép quay tâm O góc quay 90° và phép quay tâm O góc quay -90° là một.
 D. Phép đối xứng tâm O là một phép quay tâm O , góc quay 180° .

Lời giải

Chọn C

Ta có:

Phép đối xứng tâm O là một phép quay tâm O , góc quay 180° . Là khẳng định đúng

Qua phép quay $Q_{(O;\varphi)}$ điểm O biến thành chính nó. Là khẳng định đúng

Phép đối xứng tâm O là phép quay tâm O , góc quay -180° . Là khẳng định đúng

Phép quay tâm O góc quay 90° và phép quay tâm O góc quay -90° là một. Là khẳng định sai

Câu 4. Cho phương trình $2\cos^2 x + 3\cos x - 2 = 0$. Nếu đặt $\cos x = t$, $t \in [-1; 1]$ ta được phương trình nào sau đây?

- A. $7t - 2 = 0$. B. $2t^2 + 3t - 2 = 0$. C. $5t - 2 = 0$. D. $4t^2 + 3t - 2 = 0$.

0.

Lời giải

Chọn B

Để thấy phương trình trở thành $2t^2 + 3t - 2 = 0$.

Câu 5. Trên mặt phẳng, cho 6 điểm phân biệt A, B, C, D, E, F . Có tất cả bao nhiêu vector khác vector – không mà điểm đầu và điểm cuối của chúng thuộc tập điểm đã cho?

A. 12.

B. 25.

C. 30.

D. 36.

Lời giải

Chọn CTừ 6 điểm chọn 2 điểm bất kì, khác nhau để lập thành một vector: $C_6^1 \cdot C_5^1 = 30$.**Câu 6.** Lớp 11A có 20 học sinh nam và 25 học sinh nữ. Có bao nhiêu cách chọn một đôi song ca gồm 1 nam và 1 nữ?A. A_{45}^2 .

B. 500.

C. 45.

D. C_{45}^2 .

Lời giải

Chọn B

Để chọn được một đôi song ca gồm một nam và một nữ ta thực hiện liên tiếp 2 công đoạn:

Công đoạn 1: Chọn 1 học sinh nam từ 20 học sinh nam $\Rightarrow$ có 20 cách chọn.**Công đoạn 2:** Chọn 1 học sinh nữ từ 25 học sinh nữ $\Rightarrow$ có 25 cách chọn.Theo quy tắc nhân ta có $20 \cdot 25 = 500$ cách chọn.**Câu 7.** Tập nghiệm S của phương trình $\sqrt{3}\tan\frac{x}{3} + 3 = 0$.A. $S = \{-\pi + k3\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.B. $S = \{\frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.C. $S = \{-\frac{\pi}{9} + k3\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.D. $S = \{-\frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

Lời giải

Chọn ATa có $\sqrt{3}\tan\frac{x}{3} + 3 = 0 \Leftrightarrow \tan\frac{x}{3} = -\sqrt{3} = \tan(-\frac{\pi}{3}) \Leftrightarrow \frac{x}{3} = -\frac{\pi}{3} + k\pi \Leftrightarrow x = -\pi + k3\pi$.**Câu 8.** Tìm nghiệm của phương trình $\sin(\frac{2x}{3} - \frac{\pi}{3}) = 0$.A. $x = \frac{2\pi}{3} + \frac{k3\pi}{2} (k \in \mathbb{Z})$.B. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.C. $x = \frac{\pi}{2} + \frac{k3\pi}{2} (k \in \mathbb{Z})$.D. $x = k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Lời giải

Chọn C $\sin(\frac{2x}{3} - \frac{\pi}{3}) = 0 \Leftrightarrow \frac{2x}{3} - \frac{\pi}{3} = k\pi \Leftrightarrow \frac{2x}{3} = \frac{\pi}{3} + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + \frac{k3\pi}{2} (k \in \mathbb{Z})$.**Câu 9.** Xét phép biến hình $f: M(x, y) \mapsto M'(x', y')$ trong đó $\begin{cases} x' = 2x - 3 \\ y' = -2y + 1 \end{cases}$ thì f là

A. phép quay.

B. phép dời hình.

C. phép tịnh tiến.

D. phép đồng dạng.

Lời giải

Chọn C

Dễ thấy phép biến đổi tọa độ trên không bảo toàn khoảng cách. Vì vậy ta sẽ loại bỏ các phương án A, C,

D. Biểu thức tọa độ trên là phép đồng dạng với tỷ số $k = 2$.**Câu 10.** Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau đôi một?

A. 60.

B. 24.

C. 48.

D. 120.

Lời giải

Chọn DGọi chữ số cần lập có dạng $\overline{abcde}$, trong đó a, b, c, d, e khác nhau đôi một và được chọn từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5.Các chữ số a, b, c, d, e khác nhau đôi một và được chọn từ 1 tập hợp có 5 phần tử nên số số cần tìm bằng số hoán vị của 5 phần tử. Suy ra số số cần tìm là $5! = 120$.**Câu 11.** Kết luận nào sau đây **sai**?A. $T_{-\vec{u}}(A) = B \Leftrightarrow \overrightarrow{BA} = \vec{u}$.B. $T_{\vec{u}}(A) = B \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \vec{u}$.

C. $T_{2\vec{u}}(A) = B \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \vec{u}$.

D. $T_{\overrightarrow{AB}}(A) = B$.

Lời giải

Chọn C

Theo định nghĩa phép tịnh tiến ta có $T_{2\vec{u}}(A) = B \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = 2\vec{u}$. Do đó đáp án B là sai.

Câu 12. Nếu $2A_n^4 = 3A_{n-1}^4$ thì n bằng

A. $n = 14$.

B. $n = 11$.

C. $n = 12$.

D. $n = 13$.

Lời giải

Chọn C

$$2A_n^4 = 3A_{n-1}^4 \text{ (Điều kiện:)} n \geq 5, n \in \mathbb{N}$$

$$\Leftrightarrow 2 \cdot \frac{n!}{(n-4)!} = 3 \cdot \frac{(n-1)!}{(n-5)!}$$

$$\Leftrightarrow 2 \cdot n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot (n-3) = 3 \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot (n-3) \cdot (n-4)$$

$$\Leftrightarrow (n-1)(n-2)(n-3) \cdot (2n-3n+12) = 0$$

$$\Leftrightarrow -n+12=0 \text{ (vì } n \geq 5)$$

$$\Leftrightarrow n=12.$$

Câu 13. Tập tất cả các giá trị thực của m để phương trình $\cos 2x - 1 + m = 0$ vô nghiệm là

A. $(-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$.

B. $(2; +\infty)$.

C. $(0; 2)$.

D. $(0; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Xét } \cos 2x - 1 + m = 0 \Leftrightarrow \cos 2x = 1 - m \text{ vô nghiệm khi } \begin{cases} 1 - m > 1 \\ 1 - m < -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ m > 2 \end{cases}.$$

Câu 14. Trong các phương trình sau phương trình nào có nghiệm?

A. $\sqrt{3} \sin x - \cos x = 3$.

B. $\sqrt{3} \sin x - \cos x = 2$.

C. $3 \sin x - 2 \cos x = 5$.

D. $\sin x - \cos x = 2$.

Lời giải

Chọn B

Phương trình $a \sin x + b \cos x = c$ có nghiệm khi và chỉ khi $a^2 + b^2 \geq c^2$.

+Xét phương trình: $3 \sin x - 2 \cos x = 5$.

Ta có $a = 3; b = -2; c = 5$. Khi đó $3^2 + (-2)^2 = 13 < 5^2$ suy ra phương trình phương án A không có nghiệm.

+Xét phương trình: $\sin x - \cos x = 2$.

Ta có $a = 1; b = -1; c = 2$. Khi đó $1^2 + (-1)^2 = 2 < 2^2$ suy ra phương trình phương án B không có nghiệm.

+Xét phương trình: $\sqrt{3} \sin x - \cos x = 3$.

Ta có $a = \sqrt{3}; b = -1; c = 3$. Khi đó $(\sqrt{3})^2 + (-1)^2 = 4 < 3^2$ suy ra phương trình phương án C không có nghiệm.

+Xét phương trình: $\sqrt{3}\sin x - \cos x = 2$.

Ta có $a = \sqrt{3}; b = -1; c = 2$. Khi đó $(\sqrt{3})^2 + (-1)^2 = 4 = 2^2$ suy ra phương trình phương án **D** có nghiệm.

Câu 15. Số điểm biểu diễn các nghiệm của phương trình $\sin x = \frac{1}{2}$ trên đường tròn lượng giác là

A. 3.

B. 2.

C. 1.

D. 0.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } \sin x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases}, (k \in \mathbb{Z}).$$

Mỗi họ nghiệm biểu diễn trên đường tròn lượng giác 1 điểm và các điểm khác nhau nên số điểm biểu diễn các nghiệm là 2.

Câu 16. Cho các số dương tùy ý k, n thỏa mãn $k \leq n$. Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $C_n^k = C_{n-1}^{k-1} + C_{n-1}^k$.

B. $C_n^k = C_{n-1}^{k-1} + C_n^{k-1}$.

C. $C_n^k = C_{n+1}^{k-1} + C_{n+1}^k$.

D. $C_n^k = C_{n-1}^{k-1} + C_{n+1}^k$.

Lời giải

Chọn A

$$\begin{aligned} C_{n-1}^{k-1} + C_{n-1}^k &= \frac{(n-1)!}{(k-1)!(n-k)!} + \frac{(n-1)!}{k!(n-k-1)!} = \frac{(n-1)!}{(k-1)!(n-k).(n-k-1)!} + \frac{(n-1)!}{k.(k-1)!(n-k-1)!} \\ &= \frac{(n-1)!(k+n-k)}{k!(n-k)!} = \frac{n!}{k!(n-k)!} = C_n^k. \end{aligned}$$

Câu 17. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , phép quay tâm O , góc quay 90° biến đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 4x + 6y - 3 = 0$ thành đường tròn (C') có phương trình nào sau đây?

A. $(C'): (x-2)^2 + (y-3)^2 = 16$.

B. $(C'): (x-3)^2 + (y-2)^2 = 16$.

C. $(C'): (x+3)^2 + (y+2)^2 = 16$.

D. $(C'): (x+2)^2 + (y-3)^2 = 16$.

Lời giải

Chọn B

$(C): x^2 + y^2 - 4x + 6y - 3 = 0$ có tâm $I(2; -3)$, bán kính $R = 4$

Phép quay tâm O , góc quay 90° biến đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 4x + 6y - 3 = 0$ thành đường tròn (C') có tâm $K(x; y)$ và bán kính $R' = R = 4$.

$$Q(O; 90^\circ)(I) = K \Rightarrow \begin{cases} x = -y_I \\ y = x_I \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases} \Rightarrow K(3; 2)$$

Vậy phương trình đường tròn $(C'): (x-3)^2 + (y-2)^2 = 16$.

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $A(1; -1)$, $B(2; 1)$, $C(-1; 4)$. Gọi D là điểm thỏa mãn $T_{\overline{AB}}(D) = C$. Tìm tọa độ điểm D .

A. $D(2; -2)$.

B. $D(6; 0)$.

C. $D(0; 6)$.

D. $D(-2; 2)$.

Lời giải

Chọn D

$$T_{\overrightarrow{AB}}(D) = C.$$

Thì $\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AB}$ gọi $D(x; y)$ thì $\overrightarrow{DC}(-1-x; 4-y)$

$$\overrightarrow{AB}(1; 2). \text{ Suy ra } D(-2; 2).$$

Câu 19. Cho n điểm phân biệt. Xét tất cả các vector khác vector-không, có điểm đầu và điểm cuối là các điểm đã cho. Số vector thỏa mãn là

- A. n . B. $n-1$. C. $\frac{n(n-1)}{2}$. D. $n(n-1)$.

Lời giải

Chọn D

Mỗi véc tơ khác vector-không là một chỉnh hợp chập 2 của n điểm đã cho.

$$\Rightarrow \text{Số vector thỏa mãn là } A_n^2 = \frac{n!}{(n-2)!} = \frac{(n-2)!(n-1)n}{(n-2)!} = n(n-1)$$

Câu 20. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sin x + \cos x$. Tính $P = M - m$.

- A. $P = 2\sqrt{2}$. B. $P = \sqrt{2}$. C. $P = 2$. D. $P = 4$.

Lời giải

Chọn A

$$y = \sin x + \cos x = \sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right).$$

Với mọi $x \in \mathbb{R}$, ta có $-1 \leq \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \leq 1$

$$\Rightarrow -\sqrt{2} \leq \sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \leq \sqrt{2} \Rightarrow -\sqrt{2} \leq y \leq \sqrt{2}.$$

Suy ra $M = \sqrt{2}, m = -\sqrt{2}$. Vậy $P = M - m = 2\sqrt{2}$.

Câu 21. Tập xác định của hàm số $y = \frac{\sin x}{\sin x - \cos x}$ là

- A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k\pi; \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$. B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.
C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$. D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ k\frac{\pi}{4}, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số đã cho xác định khi

$$\sin x - \cos x \neq 0 \Leftrightarrow \sqrt{2} \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) \neq 0 \Leftrightarrow \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

$$\text{Vậy } D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}.$$

Câu 22. Trong mặt phẳng Oxy , cho hai điểm $M(7; -16)$ và $M'(1; 2)$. Phép vị tự

tâm I , tỉ số $k = -\frac{1}{2}$ biến điểm M thành M' . Tìm tọa độ tâm vị tự I .

A. $I(10; -5)$.

B. $I(-\frac{3}{2}; 2)$.

C. $I(3; -4)$.

D. $I(5; -10)$.

Lời giải

Chọn C

Do $V_{(I, -\frac{1}{2})}(M) = M' \Leftrightarrow \overrightarrow{IM'} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{IM}$. Giả sử $I(a; b)$.

Ta có

$$\overrightarrow{IM'} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{IM} \Leftrightarrow \begin{cases} 1-a = -\frac{1}{2}(7-a) \\ 2-b = -\frac{1}{2}(-16-b) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=3 \\ b=-4 \end{cases} \Leftrightarrow I(3; -4).$$

Vậy $I(3; -4)$.

Câu 23. Cho 2 đường thẳng d_1 và d_2 song song với nhau. Trên d_1 có 10 điểm phân biệt, trên d_2 có n điểm phân biệt ($n \geq 2$). Biết rằng có 2800 tam giác có đỉnh là 3 điểm trong số các điểm đã cho, tìm n .

A. 20.

B. 15.

C. 30.

D. 25.

Lời giải

Chọn A

Xét các tam giác có đỉnh là 3 điểm trong số các điểm đã cho.

Trường hợp 1: 2 điểm thuộc d_1 , 1 điểm thuộc d_2 , có $C_{10}^2.C_n^1$ tam giác.

Trường hợp 2: 1 điểm thuộc d_1 , 2 điểm thuộc d_2 , có $C_{10}^1.C_n^2$ tam giác.

$$\text{Suy ra } C_{10}^2.C_n^1 + C_{10}^1.C_n^2 = 2800 \Leftrightarrow 45n + 10 \frac{n(n-1)}{2} = 2800$$

$$\Leftrightarrow 5n^2 + 40n - 2800 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 20(N) \\ n = -28(L) \end{cases}$$

Vậy $n = 20$.

Câu 24. Phương trình $\sin^2 \frac{x}{2} - 2\cos \frac{x}{2} + 2 = 0$ có tập nghiệm trùng với tập nghiệm của phương trình nào sau đây?

A. $\cos \frac{x}{2} = 1$.

B. $\cos \frac{x}{2} = -3$.

C. $\sin x = 0$.

D. $\cos \frac{x}{2} = -1$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } \sin^2 \frac{x}{2} - 2\cos \frac{x}{2} + 2 = 0 \Leftrightarrow 1 - \cos^2 \frac{x}{2} - 2\cos \frac{x}{2} + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow -\cos^2 \frac{x}{2} - 2\cos \frac{x}{2} + 3 = 0 \Leftrightarrow \left(\cos \frac{x}{2} - 1\right)\left(\cos \frac{x}{2} + 3\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow \cos \frac{x}{2} = 1 \text{ (vì } -1 \leq \cos \frac{x}{2} \leq 1 \text{ nên } \cos \frac{x}{2} + 3 > 0, \forall x \in \mathbb{R})$$

Vậy phương trình $\sin^2 \frac{x}{2} - 2\cos \frac{x}{2} + 2 = 0$ và phương trình $\cos \frac{x}{2} = 1$ có cùng tập nghiệm.

Câu 25. Phương trình $\cos 7x \cdot \cos 5x - \sqrt{3} \sin 2x = 1 - \sin 7x \cdot \sin 5x$ có nghiệm

A. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = k\pi \end{cases}$.

B. $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = k\pi \end{cases}$.

$$\text{C. } \begin{cases} x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = k2\pi \end{cases}$$

$$\text{D. } \begin{cases} x = -\frac{\pi}{3} + k\pi \\ x = k\pi \end{cases}$$

Lời giải

Chọn D

Phương trình đã cho tương đương

$$\begin{aligned} \cos 7x \cdot \cos 5x + \sin 7x \cdot \sin 5x - \sqrt{3} \sin 2x &= 1 \Leftrightarrow \cos 2x - \sqrt{3} \sin 2x = 1 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cos 2x - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin 2x = \frac{1}{2} \\ \Leftrightarrow \sin\left(\frac{\pi}{6} - 2x\right) &= \frac{1}{2} = \sin \frac{\pi}{6} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{\pi}{6} - 2x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ \frac{\pi}{6} - 2x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -k\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} - k\pi \end{cases} \end{aligned}$$

Nghiệm của phương trình là $x = -k\pi; x = -\frac{\pi}{3} - k\pi$.

Câu 26. Từ $X = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\}$ lập được bao nhiêu số tự nhiên chia 3 dư 2 và có 4 chữ số đôi một khác nhau?

A. 462.

B. 426.

C. 378.

D. 414.

Lời giải

Chọn A

Ta xét ba tập hợp: $A = \{0; 3; 6\}, B = \{1; 4; 7\}, C = \{2; 5\}$.

Theo giả thiết $\overline{a_1 a_2 a_3 a_4} : 2 \text{ dư } 2 \Leftrightarrow (a_1 + a_2 + a_3 + a_4) : 3 \text{ dư } 2$. Ta xét các trường hợp sau:

+) **TH1:** Lấy 3 chữ số trong A và 1 chữ số trong C có: $2(4! - 3!) = 36$ (số).

+) **TH2:** Lấy 2 chữ số trong A và 2 chữ số trong B có: $C_3^2 \cdot C_3^2 \cdot 4! - C_2^1 \cdot C_3^2 \cdot 3! = 180$ (số).

+) **TH3:** Lấy 1 chữ số trong A và 1 chữ số trong B và 2 chữ số trong C có:

$$C_3^1 \cdot C_3^1 \cdot 4! - C_3^1 \cdot 3! = 198 \text{ (số)}.$$

+) **TH4:** Lấy 3 chữ số trong B và 1 chữ số trong C có: $C_2^1 \cdot 4! = 48$ (số).

Vậy có: $36 + 180 + 198 + 48 = 462$ (số).

Câu 27. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, phép dời hình $\begin{cases} x' = x - 3 \\ y' = y + 1 \end{cases}$ biến parabol (P): $y = x^2 + 1$ thành parabol (P') có phương trình là

A. $y = -x^2 + 6x - 5$.B. $y = x^2 + 6x + 11$.C. $y = -x^2 - 6x - 7$.D. $y = -x^2 - 6x + 5$.

Lời giải

Chọn B

Gọi $M(x; y) \in (P) \Leftrightarrow y = x^2 + 1$ (1).

$$f(M) = M'(x'; y') \Leftrightarrow \begin{cases} x' = x - 3 \\ y' = y + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = x' + 3 \\ y = y' - 1 \end{cases} \text{ thay vào (1) ta được:}$$

$$y' - 1 = (x' + 3)^2 + 1 \Leftrightarrow y' = x'^2 + 6x' + 11.$$

Vậy phương trình của (P') : $y = x^2 + 6x + 11$.

Câu 28. Nếu $2C_n^2 = C_n^3$ thì n bằng bao nhiêu?

A. $n = 8$.

B. $n = 5$.

C. $n = 6$.

D. $n = 7$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện $n \in \mathbb{N}, n \geq 3$.

$$2C_n^2 = C_n^3 \Leftrightarrow 2 \frac{n!}{2!(n-2)!} = \frac{n!}{3!(n-3)!}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{n-2} = \frac{1}{6} \Leftrightarrow n = 8(TM).$$

Vậy $n = 8$.

Câu 29. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho hai điểm $A(1; 3)$, $B(3; 4)$ và đường thẳng d có phương trình: $x - 3y + 2020 = 0$. Biết phép tịnh tiến $T_{\vec{u}}$ biến A thành B , viết phương trình đường thẳng d' là ảnh của đường thẳng d qua phép tịnh tiến $T_{\vec{u}}$.

A. $x - 3y + 2022 = 0$.

B. $x - 3y + 2021 = 0$.

C. $x - 3y + 2019 = 0$.

D. $x - 3y + 2025 = 0$.

Lời giải

Chọn B

Phép tịnh tiến $T_{\vec{u}}$ biến A thành B nên $\vec{u} = \overrightarrow{AB} = (2; 1)$.

Vì đường thẳng d' là ảnh của đường thẳng d qua phép tịnh tiến $T_{\vec{u}}$ nên phương trình d' có dạng: $x - 3y + m = 0$.

Lấy điểm $E(-2020; 0) \in d$, gọi E' là ảnh của E qua phép tịnh tiến $T_{\vec{u}}$.

$$\text{Khi đó } \begin{cases} x_{E'} = -2020 + 2 \\ y_{E'} = 0 + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_{E'} = -2018 \\ y_{E'} = 1 \end{cases} \Rightarrow E'(-2018; 1)$$

Ta có $E' \in d'$ nên $-2018 - 3 + m = 0 \Rightarrow m = 2021$.

Vậy phương trình đường thẳng d' là $x - 3y + 2021 = 0$.

Câu 30. Số nghiệm của phương trình $2\sin^2 2x + \cos 2x + 1 = 0$ trong $[0; 2018\pi]$ là

A. 2017.

B. 1009.

C. 1008.

D. 2018.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } 2\sin^2 2x + \cos 2x + 1 = 0 \Leftrightarrow 8\sin^2 x \cos^2 x + 2\cos^2 x = 0$$

$$\Leftrightarrow 2\cos^2 x(4\sin^2 x + 1) = 0 \Leftrightarrow \cos^2 x = 0 \Leftrightarrow \cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

$$\text{Bài ra } x \in [0; 2018\pi] \text{ nên } \frac{\pi}{2} + k\pi \in [0; 2018\pi] \Rightarrow k \in \{0; 1; 2; 3; \dots; 2017\}.$$

Do đó số nghiệm của phương trình $2\sin^2 2x + \cos 2x + 1 = 0$ trong $[0; 2018\pi]$ là 2018.

Câu 31. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , cho điểm $I(1; 1)$ và đường tròn C có tâm I bán kính bằng 2. Gọi đường tròn C' là ảnh của đường tròn C qua phép đồng dạng có được bằng cách

thực hiện liên tiếp phép quay tâm O , góc 45° và phép vị tự tâm O , tỉ số $\sqrt{2}$. Tìm phương trình của đường tròn C' ?

A. $x - 1^2 + y - 1^2 = 8.$

B. $x - 2^2 + y^2 = 8.$

C. $x^2 + (y - 2)^2 = 8.$

D. $x^2 + y - 1^2 = 8.$

Lời giải

Chọn C

Đường tròn (C) có tâm $I(1;1)$, bán kính bằng 2.

Gọi $J(x_J; y_J)$ là ảnh của $I(1;1)$ qua phép quay tâm O góc quay 45° .

Ta có: $\begin{cases} x_J = 1 \cdot \cos 45^\circ - 1 \cdot \sin 45^\circ = 0 \\ y_J = 1 \cdot \cos 45^\circ + 1 \cdot \sin 45^\circ = \sqrt{2} \end{cases}$. (công thức này không có trong SGK cơ bản, nếu sử dụng phải chứng minh cho hs)

Phương trình của ảnh của đường tròn qua phép quay trên là: $x^2 + y - \sqrt{2}^2 = 4$.

Gọi $K(x_K; y_K)$ là ảnh của J qua phép vị tự tâm O tỉ số $\sqrt{2}$.

Ta có: $\begin{cases} x_K = \sqrt{2} \cdot 0 = 0 \\ y_K = \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 2 \end{cases}$. Bán kính của đường tròn qua phép vị tự này bằng $2\sqrt{2}$.

Phương trình của ảnh của đường tròn qua phép vị tự trên là $x^2 + y - 2^2 = 8$.

Câu 32. Biết rằng $m \in [a; b]$ thì phương trình $\cos 2x + \sin^2 x + 3\cos x - m = 5$ có nghiệm. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $a + b = 2.$

B. $a + b = -2.$

C. $a + b = 8.$

D. $a + b = -8.$

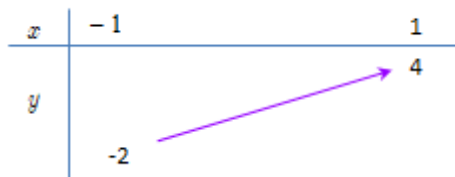
Lời giải

Chọn D

Ta có $\cos 2x + \sin^2 x + 3\cos x - m = 5 \Leftrightarrow 2\cos^2 x - 1 + 1 - \cos^2 x + 3\cos x - m - 5 = 0$
 $\Leftrightarrow \cos^2 x + 3\cos x = m + 5$ (1).

Xét $f(x) = \cos^2 x + 3\cos x$. Đặt $t = \cos x \Rightarrow y(t) = t^2 + 3t, t \in [-1; 1] \Rightarrow x = \frac{-b}{2a} = -\frac{3}{2}$ (loại)

Bảng biến thiên



Để (1) có nghiệm thì $f(x) = \cos^2 x + 3\cos x$ cắt $g(x) = m + 5$. Dựa vào BBT ta có

$$-2 \leq m + 5 \leq 4 \Leftrightarrow -7 \leq m \leq -1. \text{ Vậy } \begin{cases} a = -7 \\ b = -1 \end{cases} \Rightarrow a + b = -8$$

Câu 33. Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5 có thể lập được bao nhiêu số có ba chữ số khác nhau từng đôi một và chia hết cho 6?

A. 10.

B. 8.

C. 12.

D. 20.

Lời giải

Chọn B

Số chia hết cho 2 và 3 thì chia hết 6.

Các bộ số chia hết cho 6 có 3 chữ số đôi một khác nhau là $(1; 2; 3), (2, 3, 4), (3, 4, 5)$

Bộ số $(1; 2; 3)$ có $2! = 2$ cách

Bộ số $(2; 3; 4)$ có $2.2! = 4$ cách

Bộ số $(3, 4, 5)$ có $2! = 2$ cách

Vậy ta có $2 + 4 + 2 = 8$ cách

Câu 34. Cho hai tập hợp hợp L và C biết $L = \{\text{các số tự nhiên có 2018 chữ số được lập từ các số } 0, 1, 2 \text{ mà số } 0 \text{ xuất hiện lẻ lần}\}$, $C = \{\text{các số tự nhiên có 2018 chữ số được lập từ các số } 0, 1, 2 \text{ mà số } 0 \text{ xuất hiện chẵn lần (kể cả số } 0 \text{ không xuất hiện)}\}$. Gọi $|L|$, $|C|$ lần lượt là số lượng các phần tử của tập hợp L và C . Giá trị của biểu thức $M = 2|L| + |C|$ là

A. $3^{2018} - 1$.

B. $3^{2018} + 1$.

C. $3^{2019} + 1$.

D. $3^{2019} - 1$.

Lời giải

Chọn A

Giả sử số cần lập có dạng: $\overline{a_1 a_2 \dots a_{2018}}$

+) Tính $|L|$ như sau: giả sử số cần lập có k số 0 (k lẻ) ta tiến hành lập số đó như sau:

- Chọn số cho a_1 có 2 cách (vì $a_1 \neq 0$).

- Chọn vị trí cho k số 0 từ 2017 vị trí $\Rightarrow$ có C_{2017}^k cách.

- Chọn số cho các vị trí còn trống có 2^{2017-k} cách.

$\Rightarrow$ có $2 \cdot C_{2017}^k \cdot 2^{2017-k}$ số thỏa mãn tính chất trên.

$\Rightarrow |L| = 2 \cdot (C_{2017}^1 \cdot 2^{2016} + C_{2017}^3 \cdot 2^{2014} + \dots + C_{2017}^{2017})$.

+) Tính $|C|$: lí luận tương tự như trên.

$|C| = 2 \cdot (C_{2017}^0 \cdot 2^{2017} + C_{2017}^2 \cdot 2^{2015} + \dots + C_{2017}^{2016} \cdot 2)$

Áp dụng tính chất $C_n^{k-1} + C_n^k = C_{n+1}^k$ ta có

$2|L| + |C| = 2 \cdot [(C_{2017}^0 + C_{2017}^1) \cdot 2^{2017} + (C_{2017}^2 + C_{2017}^3) \cdot 2^{2014} + \dots + (C_{2017}^{2016} + C_{2017}^{2017}) \cdot 2] =$

$= 2 \cdot (C_{2018}^1 \cdot 2^{2017} + C_{2018}^3 \cdot 2^{2014} + \dots + C_{2018}^{2017} \cdot 2) = (2+1)^{2018} - (2-1)^{2018} = 3^{2018} - 1$

$\Rightarrow 2|L| + |C| = 3^{2018} - 1$.

Câu 35. Cho phương trình $(\cos x + 1)(4 \cos 2x - m \cos x) = m \sin^2 x$. Số các giá trị nguyên của m để phương

trình có đúng hai nghiệm thuộc $\left[0; \frac{2\pi}{3}\right]$ là:

A. 3.

B. 1.

C. 4.

D. 2.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $(\cos x + 1)(4 \cos 2x - m \cos x) = m \sin^2 x$ (1)

$\Leftrightarrow (\cos x + 1)[4(2 \cos^2 x - 1) - m \cos x] = m(1 - \cos^2 x)$

$\Leftrightarrow (\cos x + 1)(8 \cos^2 x - m \cos x - 4) = m(1 - \cos^2 x)$

$$\begin{aligned} \text{Đặt } \cos x &= t \quad \left(-\frac{1}{2} \leq t \leq 1 \right) \\ \Rightarrow (1) &\Leftrightarrow (t+1)(8t^2 - mt - 4) = m(1-t^2) \\ &\Leftrightarrow (t+1)(8t^2 - mt - 4 - m + mt) = 0 \\ &\Leftrightarrow (t+1)(8t^2 - 4 - m) = 0 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 \quad (1) \\ 8t^2 - 4 - m = 0 \quad (2) \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy để phương trình (1) có đúng hai nghiệm thuộc $\left[0; \frac{2\pi}{3}\right]$ thì (2) có hai nghiệm t thỏa mãn

$$-\frac{1}{2} \leq t \leq 1$$

$$\text{Suy ra } \begin{cases} 4+m > 0 \\ t = \pm \sqrt{\frac{4+m}{8}} \in \left[-\frac{1}{2}; 1\right] \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -4 \\ -\sqrt{\frac{4+m}{8}} \geq -\frac{1}{2} \\ \sqrt{\frac{4+m}{8}} \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -4 \\ \frac{4+m}{8} \leq \frac{1}{4} \\ \frac{4+m}{8} \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -4 \\ m \leq -2 \end{cases}$$

$$\text{Vì } m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-3; -2\}.$$

Vậy có hai giá trị nguyên m thỏa mãn

PHẦN II: TỰ LUẬN

Câu 36. Giải phương trình $(\sin 2x + \cos 2x)\cos x + 2\cos 2x - \sin x = 0$.

Lời giải

$$\begin{aligned} \text{Ta có } &(\sin 2x + \cos 2x)\cos x + 2\cos 2x - \sin x = 0 \\ \Leftrightarrow &\sin 2x \cos x + \cos 2x \cos x + 2\cos 2x - \sin x = 0 \\ \Leftrightarrow &2\sin x \cos^2 x - \sin x + \cos 2x \cos x + 2\cos 2x = 0 \\ \Leftrightarrow &\sin x(2\cos^2 x - 1) + \cos 2x \cos x + 2\cos 2x = 0 \\ \Leftrightarrow &\sin x \cos 2x + \cos 2x \cos x + 2\cos 2x = 0 \\ \Leftrightarrow &\cos 2x(\sin x + \cos x + 2) = 0 \\ \Leftrightarrow &\begin{cases} \cos 2x = 0 \\ \sin x + \cos x + 2 = 0 \text{ (VN)} \end{cases} \\ \Leftrightarrow &2x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}. \end{aligned}$$

Câu 37. Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 người ta lập ra tất cả các số tự nhiên gồm bốn chữ số khác nhau. Trong các số lập ra có bao nhiêu số chẵn.

Lời giải

Trong các số lập ra có bao nhiêu số chẵn.

Gọi số tự nhiên có 4 chữ số khác nhau là $\overline{abcd}$.

Do $\overline{abcd}$ là số chẵn nên $d \in \{2; 4; 6\}$.

Số cách chọn d là 3.

Số cách chọn $\overline{abc}$ là A_5^3 .

Suy ra số số chẵn tạo thành là $3.A_5^3 = 180$.

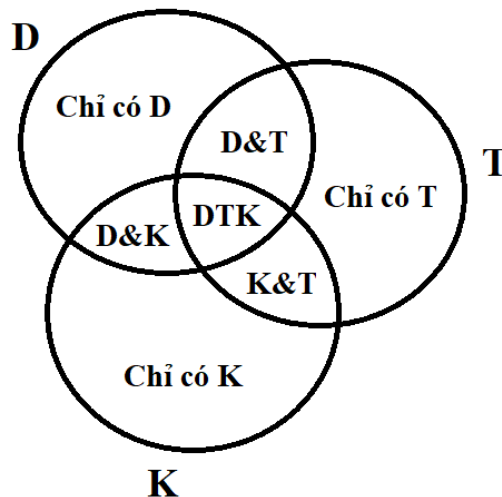
Câu 38. Từ 20 câu hỏi trắc nghiệm gồm 9 câu dễ, 7 câu trung bình và 4 câu khó. Người ta chọn ra 7 câu để làm đề kiểm tra sao cho phải có đủ 3 loại dễ, trung bình, khó. Hỏi có bao nhiêu đề kiểm tra?

Lời giải

Chọn 7 câu bất kỳ trong 20 câu hỏi có C_{20}^7 cách.

Xét bài toán đối: Chọn ra 7 câu sao cho không đủ 3 loại.

Ta phân tích các trường hợp bằng hình vẽ sau. Ký hiệu: Dễ (D), Trung bình (T), Khó (K)



TH1: Chọn 7 câu trong đó không có câu khó (chỉ có D hoặc chỉ có T hoặc chỉ có D&T), nghĩa là chọn 7 câu trong 16 câu có C_{16}^7 cách.

TH2: Chọn 7 câu trong đó không có câu trung bình (chỉ có D hoặc chỉ có K hoặc chỉ có D&K), nghĩa là có $C_{13}^7 - C_9^7$ cách (vì chỉ có D đã được tính ở TH1).

TH3: Chọn 7 câu trong đó không có câu dễ (chỉ có K hoặc chỉ có T hoặc chỉ có K&T), nghĩa là có $C_{11}^7 - C_7^7$ cách (vì chỉ có T đã được tính ở TH1).

Vậy có $C_{20}^7 - (C_{16}^7 + C_{13}^7 - C_9^7 + C_{11}^7 - C_7^7) = 64071$ đề kiểm tra được tạo ra thỏa yêu cầu bài toán.

Sai lầm thường gặp: Có những trường hợp trùng lặp, bị đếm hai lần mà không biết. Cụ thể, trong TH2 thường quên trừ đi C_9^7 và TH3 thường quên trừ đi C_7^7 .

Câu 39. Trong mp(Oxy) cho đường tròn (C') có tâm $A(2;5)$, và có $M(2,0) \in (C')$. Lập phương trình đường tròn (C_2) là ảnh của (C') qua phép vị tự tâm $I(-1,2)$, tỉ số $k=2$.

Lời giải

Ta có (C') có tâm $A(2,5)$, bán kính $R=AM=5$.

$$V_{(I,2)}((C')) = (C_2) \Rightarrow V_{(I,2)}(A) = A_2 \Leftrightarrow \begin{cases} x_2 = k(x-a) + a \\ y_2 = k(y-b) + b \end{cases} \Leftrightarrow A_2(5;8).$$

Vậy (C_2) có tâm $A_2(5;8)$, bán kính $R_2 = 2R = 10$.

----- HẾT -----

ĐỀ 7
ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA KÌ I**Môn: TOÁN, Lớp 10**

Thời gian làm bài: 90 phút, không tính thời gian phát đề

PHẦN TRẮC NGHIỆM**Câu 1.** Trong các hàm số $y = \cos x$, $y = \sin x$, $y = \tan x$, $y = \cot x$, có bao nhiêu hàm số lẻ?

- A.** 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 2. Tập xác định hàm số $y = \cos x$ là

- A.** $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$. **B.** $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

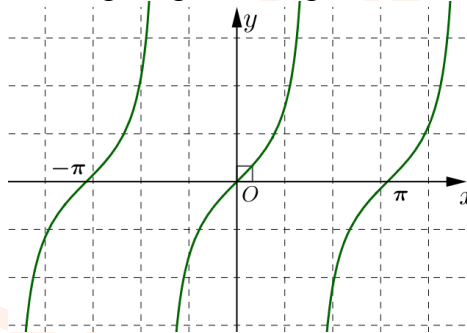
- C.** $D = \mathbb{R}$. **D.** $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Câu 3. Tập giá trị của hàm số $y = \cot x$ là

- A.** $[-1; 1]$. **B.** $\mathbb{R}$. **C.** $(-1; 1)$. **D.** $\{-1; 1\}$.

Câu 4. Hàm số $y = \cos x$ là hàm số tuần hoàn với chu kỳ

- A.** π . **B.** 2π . **C.** 3π . **D.** 4π .

Câu 5. Hàm số nào dưới đây có đồ thị là đường cong như trong hình bên?

- A.** $y = \sin x$. **B.** $y = \cos x$. **C.** $y = \tan x$. **D.** $y = \cot x$.

Câu 6. Nghiệm của phương trình $\sin\left(\frac{2x}{3} - 60^\circ\right) = 0$ là

- A.** $x = \pm 450^\circ + k270^\circ, k \in \mathbb{Z}$. **B.** $x = k180^\circ, k \in \mathbb{Z}$.

- C.** $x = 60^\circ + k180^\circ, k \in \mathbb{Z}$. **D.** $x = 90^\circ + k270^\circ, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 7. Phương trình $\cos x = -\frac{1}{2}$ có tập nghiệm là

- A.** $\left\{ \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$. **B.** $\left\{ \frac{2\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

- C.** $\left\{ \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$. **D.** $\left\{ \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 8. Giải phương trình $\cot(3x - 1) = -\sqrt{3}$ có nghiệm là

- A.** $x = \frac{1}{3} + \frac{5\pi}{18} + k\frac{\pi}{3} \ (k \in \mathbb{Z})$. **B.** $x = \frac{1}{3} - \frac{\pi}{6} + k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$.

- C.** $x = \frac{1}{3} - \frac{\pi}{18} + k\frac{\pi}{3} \ (k \in \mathbb{Z})$. **D.** $x = \frac{5\pi}{18} + k\frac{\pi}{3} \ (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 9. Giải phương trình $\tan 2x = \sqrt{3}$ có nghiệm là

- A.** $x = \frac{\pi}{3} + k\frac{\pi}{2} \ (k \in \mathbb{Z})$. **B.** $x = \frac{\pi}{3} + k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$.

C. $x = \frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{2} (k \in \mathbb{Z})$.

D. $x = \frac{\pi}{6} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 10. Nghiệm của phương trình $\sqrt{3} + 3 \tan x = 0$ là

A. $x = -\frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

B. $x = -\frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

D. $x = \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 11. Một người có 4 cái quần, 6 cái áo và 3 cái cà vạt. Để chọn một bộ gồm 1 quần, 1 áo và 1 cà vạt thì số cách chọn khác nhau là

A. 9.

B. 72.

C. 13.

D. 3.

Câu 12. Trong một lớp học có 30 học sinh nam và 15 học sinh nữ. Có bao nhiêu cách chọn 1 bạn nam hoặc nữ lên lau bảng ?

A. 30.

B. 45.

C. 15.

D. 450.

Câu 13. Có bao nhiêu cách sắp xếp 4 người vào 6 chỗ trên một bàn dài?

A. 360.

B. 30.

C. 720.

D. 15.

Câu 14. Từ các số 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 6 chữ số khác nhau?

A. 720.

B. 120.

C. 3125.

D. 125.

Câu 15. Trong mặt phẳng có 10 điểm phân biệt, trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng. Có bao nhiêu tam giác có các đỉnh thuộc 10 điểm trên?

A. 30.

B. 10!.

C. 120.

D. 45.

Câu 16. Quy tắc nào sau đây không là phép biến hình?

A. Đặt mỗi điểm M của mặt phẳng thành M' sao cho $IM' = IM$ và $\angle MIM' = \alpha$ với điểm I cố định và góc α bất kì cho trước

B. Đặt mỗi điểm M của mặt phẳng thành M' sao cho $\overrightarrow{MM'} = 2019\vec{v}$ với $\vec{v}$ là một vectơ cho trước

C. Đặt mỗi điểm M của mặt phẳng có ảnh là chính nó.

D. Đặt mỗi điểm M của mặt phẳng có ảnh là điểm I cố định cho trước

Câu 17. Hình nào sau đây không có trục đối xứng?

A. Hình bình hành.

B. Hình tam giác cân.

C. Hình chữ nhật.

D. Hình thoi.

Câu 18. Hình nào sau đây không có tâm đối xứng?

A. Hình bình hành.

B. Hình tam giác cân.

C. Hình tròn.

D. Hình thoi.

Câu 19. Phép biến hình F là phép dời hình khi và chỉ khi

A. F biến tam giác thành tam giác bằng nó.

B. F biến đường thẳng thành chính nó.

C. F biến đường thẳng thành đường thẳng cắt nó.

D. F biến đường thẳng thành đường thẳng song song với nó.

Câu 20. Khẳng định nào sau đây sai khi nói về phép vị tự tỉ số k ?

A. Biến góc thành góc bằng nó.

B. Biến tam giác thành tam giác đồng dạng với nó.

C. Biến đường tròn thành đường tròn có cùng bán kính.

D. Biến đường thẳng thành đường thẳng song song hoặc trùng với nó.

Câu 21. Trên khoảng $(-\pi; \pi)$, phương trình $\cot x = 2$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. vô số.

Câu 22. Tích các nghiệm của phương trình $\sin 2x = -\sin \frac{\pi}{3}$ trong khoảng $\left(-\frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}\right)$ bằng

A. $-\frac{\pi^2}{9}$.

B. $-\frac{4\pi^2}{9}$.

C. $\frac{\pi^2}{9}$.

D. $-\frac{\pi}{9}$.

Câu 23. Nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình $\tan\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = 1$ là

- A. $\frac{\pi}{2}$. B. $\frac{3\pi}{4}$. C. $\frac{\pi}{4}$. D. π .

Câu 24. Giải phương trình $\cos 2x + 5\sin x - 4 = 0$ có nghiệm là

- A. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$. B. $x = -\frac{\pi}{2} + k\pi$. C. $x = k2\pi$. D. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$.

Câu 25. Giải phương trình $\cos 2x + \cos x + 1 = 0$ có nghiệm là

- A. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. B. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.
C. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. D. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 26. Nghiệm âm lớn nhất của phương trình $2\tan^2 x + 5\tan x + 3 = 0$ là $x = -\frac{a}{b}\pi$, $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản.

Khi đó $a+b$ bằng

- A. 4. B. 5. C. 6. D. 7.

Câu 27. Trên giá sách có 10 quyển sách Toán khác nhau, 8 quyển sách Tiếng Anh khác nhau và 6 quyển sách Lý khác nhau. Hỏi có bao nhiêu cách chọn hai quyển sách không cùng thuộc một môn?

- A. 480. B. 188. C. 60. D. 80.

Câu 28. Có 3 loại cây và 4 hố trồng cây. Hỏi có mấy cách trồng cây nếu mỗi hố trồng 1 cây và mỗi loại cây phải có ít nhất 1 cây được trồng?

- A. 12. B. 24. C. 36. D. 72.

Câu 29. Tổ 1 lớp 11A có 6 học sinh nam và 5 học sinh nữ. Giáo viên chủ nhiệm cần chọn ra 4 học sinh của tổ 1 để lao động vệ sinh cùng cả trường. Hỏi có bao nhiêu cách chọn 4 học sinh trong đó có ít nhất một học sinh nam?

- A. 600. B. 25. C. 325. D. 30.

Câu 30. Có 5 tem thư khác nhau và 6 bì thư cũng khác nhau. Người ta muốn chọn từ đó 3 tem thư, 3 bì thư và dán 3 tem thư đó ấy lên 3 bì thư đã chọn, mỗi bì thư chỉ dán một tem thư. Hỏi có bao nhiêu cách làm như vậy?

- A. 1200. B. 1800. C. 1000. D. 200.

Câu 31. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho vector $\vec{v} = (2;1)$ và điểm $A(4;5)$. Hỏi A' là ảnh của điểm nào sau đây qua phép tịnh tiến theo vector $\vec{v}$?

- A. $(4;7)$. B. $(6;6)$. C. $(1;6)$. D. $(2;4)$.

Câu 32. Trong mặt phẳng Oxy, cho đường thẳng $d: Ax + By + C = 0$. Ảnh của đường thẳng d qua phép đối xứng trục Ox là

- A. $Bx - Ay + C = 0$. B. $Ax - By + C = 0$. C. $Bx + Ay + C = 0$. D. $Ax + By + C = 0$.

Câu 33. Trong mặt phẳng Oxy, phép đối xứng tâm $I(x;y)$ biến điểm $A(0;2)$ thành $A'(2;4)$. Tọa độ điểm I là

- A. $I(-1;-3)$. B. $I(1;1)$. C. $I(1;3)$. D. $I(1;-3)$.

Câu 34. Trong mặt phẳng Oxy, cho hình vuông $ABCD$ tâm O . Phép quay biến hình vuông thành chính nó là

- A. $Q_{(A;90^\circ)}$. B. $Q_{(O;45^\circ)}$. C. $Q_{(O;-90^\circ)}$. D. $Q_{(A;45^\circ)}$.

Câu 35. Cho hình thang $ABCD$ có $AB \parallel CD$. Gọi I là giao điểm của AC và BD , hai điểm M, N lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng IC và ID . Ảnh của tam giác ICD qua phép vị tự tâm I tỷ số $k = \frac{1}{2}$ là

- A. tam giác IAB . B. tam giác IMN . C. tam giác IAN . D. tam giác IMB .

PHẦN TỰ LUẬN

Câu 1. Giải phương trình: $\sin 2x + \sqrt{3} \cos 2x = \sqrt{3}$.

Câu 2. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường thẳng $d: 3x - 4y + 1 = 0$. Viết phương trình đường thẳng d' là ảnh của đường thẳng d qua phép đồng dạng có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép vị tự tâm O tỉ số $k = -3$ và phép tịnh tiến theo vector $\vec{v} = (1; 2)$.

Câu 3.

a. Từ các chữ số $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$ có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên chẵn có 4 chữ số đôi một khác nhau không bắt đầu bằng chữ số 1?

b. Đội học sinh có năng khiếu thể thao của trường THPT X theo từng khối như sau: khối 10 có 7 học sinh, khối 11 có 6 học sinh và khối 12 có 5 học sinh. Nhà trường cần chọn một đội tuyển gồm 10 học sinh tham gia “Hội khỏe Phù Đổng” cấp tỉnh. Có bao nhiêu cách để lập đội tuyển sao cho có nhiều nhất 2 học sinh khối 10?

ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN CHÀM**PHẦN TRẮC NGHIỆM**

1C	2C	3B	4B	5D	6D	7A	8C	9C	10B	11B	12B	13A	14A	15C
16A	17A	18B	19A	20C	21B	22A	23A	24D	25A	26B	27B	28C	29C	30A
31D	32B	33C	34C	35B										

- Câu 1.** Trong các hàm số $y = \cos x$, $y = \sin x$, $y = \tan x$, $y = \cot x$, có bao nhiêu hàm số lẻ?
A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

- Câu 2.** Tập xác định hàm số $y = \cos x$ là

- A.** $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$. **B.** $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.
C. $D = \mathbb{R}$. **D.** $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Lời giải

Chọn C

- Câu 3.** Tập giá trị của hàm số $y = \cot x$ là

- A.** $[-1; 1]$. **B.** $\mathbb{R}$. **C.** $(-1; 1)$. **D.** $\{-1; 1\}$.

Lời giải

Chọn B

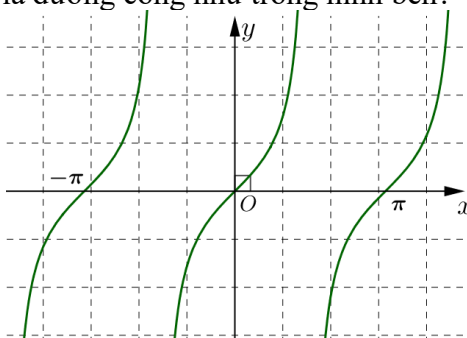
- Câu 4.** Hàm số $y = \cos x$ là hàm số tuần hoàn với chu kỳ

- A.** π . **B.** 2π . **C.** 3π . **D.** 4π .

Lời giải

Chọn B

- Câu 5.** Hàm số nào dưới đây có đồ thị là đường cong như trong hình bên?



A. $y = \sin x$.

B. $y = \cos x$.

C. $y = \tan x$.

D. $y = \cot x$.

Lời giải

Chọn D

Câu 6. Nghiệm của phương trình $\sin\left(\frac{2x}{3} - 60^\circ\right) = 0$ là

A. $x = \pm 450^\circ + k270^\circ, k \in \mathbb{Z}$.

B. $x = k180^\circ, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = 60^\circ + k180^\circ, k \in \mathbb{Z}$.

D. $x = 90^\circ + k270^\circ, k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải

Chọn D

Câu 7. Phương trình $\cos x = -\frac{1}{2}$ có tập nghiệm là

A. $\left\{\pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

B. $\left\{\frac{2\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

C. $\left\{\pm \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

D. $\left\{\frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Lời giải

Chọn A

Câu 8. Giải phương trình $\cot(3x-1) = -\sqrt{3}$ có nghiệm là

A. $x = \frac{1}{3} + \frac{5\pi}{18} + k\frac{\pi}{3} \ (k \in \mathbb{Z})$.

B. $x = \frac{1}{3} - \frac{\pi}{6} + k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$.

C. $x = \frac{1}{3} - \frac{\pi}{18} + k\frac{\pi}{3} \ (k \in \mathbb{Z})$.

D. $x = \frac{5\pi}{18} + k\frac{\pi}{3} \ (k \in \mathbb{Z})$.

Lời giải

Chọn C

Câu 9. Giải phương trình $\tan 2x = \sqrt{3}$ có nghiệm là

A. $x = \frac{\pi}{3} + k\frac{\pi}{2} \ (k \in \mathbb{Z})$.

B. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$.

C. $x = \frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{2} \ (k \in \mathbb{Z})$.

D. $x = \frac{\pi}{6} + k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$.

Lời giải

Chọn C

Câu 10. Nghiệm của phương trình $\sqrt{3} + 3\tan x = 0$ là

A. $x = -\frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

B. $x = -\frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

D. $x = \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải

Chọn B

Câu 11. Một người có 4 cái quần, 6 cái áo và 3 cái cà vạt. Để chọn một bộ gồm 1 quần, 1 áo và 1 cà vạt thì số cách chọn khác nhau là

A. 9.

B. 72.

C. 13.

D. 3.

Lời giải

Chọn B

- Chọn 1 quần có 4 cách

- Chọn 1 áo có 6 cách

- Chọn 1 cà vạt có 3 cách

Theo quy tắc nhân có $4.6.3 = 72$ cách chọn

Câu 12. Trong một lớp học có 30 học sinh nam và 15 học sinh nữ. Có bao nhiêu cách chọn 1 bạn nam hoặc nữ lên lau bảng ?

A. 30.

B. 45.

C. 15.

D. 450.

Lời giải

Chọn B

Câu 13. Có bao nhiêu cách sắp xếp 4 người vào 6 chỗ trên một bàn dài?

A. 360.

B. 30.

C. 720.

D. 15.

Lời giải

Chọn A

Mỗi cách sắp xếp là một chỉnh hợp chập 4 của 6 phần tử.

Do đó số cách sắp xếp là $A_6^4 = 360$

Câu 14. Từ các số 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 6 chữ số khác nhau?

A. 720.

B. 120.

C. 3125.

D. 125.

Lời giải

Chọn A

Mỗi số tự nhiên thỏa yêu cầu là một hoán vị của 6 phần tử.

Do đó, số các số tự nhiên thỏa yêu cầu là $P_6 = 6! = 720$

- Câu 15.** Trong mặt phẳng có 10 điểm phân biệt, trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng. Có bao nhiêu tam giác có các đỉnh thuộc 10 điểm trên?
A. 30. **B.** $10!$. **C.** 120. **D.** 45.
Lời giải

Chọn C

Mỗi tam giác có được là một tổ hợp chập 3 của 10 điểm đã cho.

Do đó có $C_{10}^3 = 120$ tam giác thỏa yêu cầu

- Câu 16.** Quy tắc nào sau đây không là phép biến hình?
A. Đặt mỗi điểm M của mặt phẳng thành M' sao cho $IM' = IM$ và $\widehat{MIM'} = \alpha$ với điểm I cố định và góc α bất kì cho trước
B. Đặt mỗi điểm M của mặt phẳng thành M' sao cho $\overrightarrow{MM'} = 2019\vec{v}$ với $\vec{v}$ là một vector cho trước
C. Đặt mỗi điểm M của mặt phẳng có ảnh là chính nó.
D. Đặt mỗi điểm M của mặt phẳng có ảnh là điểm I cố định cho trước

Lời giải**Chọn A**

Quy tắc A không là phép biến hình vì mỗi điểm M của mặt phẳng cho nhiều hơn một điểm M'

- Câu 17.** Hình nào sau đây không có trục đối xứng?
A. Hình bình hành. **B.** Hình tam giác cân. **C.** Hình chữ nhật. **D.** Hình thoi.

Lời giải**Chọn A**

- Câu 18.** Hình nào sau đây không có tâm đối xứng?
A. Hình bình hành. **B.** Hình tam giác cân. **C.** Hình tròn. **D.** Hình thoi.

Lời giải**Chọn B**

- Câu 19.** Phép biến hình F là phép dời hình khi và chỉ khi
A. F biến tam giác thành tam giác bằng nó.
B. F biến đường thẳng thành chính nó.
C. F biến đường thẳng thành đường thẳng cắt nó.
D. F biến đường thẳng thành đường thẳng song song với nó.

Lời giải**Chọn A**

- Câu 20.** Khẳng định nào sau đây sai khi nói về phép vị tự tỉ số k ?
A. Biến góc thành góc bằng nó.
B. Biến tam giác thành tam giác đồng dạng với nó.
C. Biến đường tròn thành đường tròn thành đường tròn có cùng bán kính.

D. Biên đường thẳng thành đường thẳng song song hoặc trùng với nó.

Lời giải

Chọn C

Câu 21. Trên khoảng $(-\pi; \pi)$, phương trình $\cot x = 2$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 1.

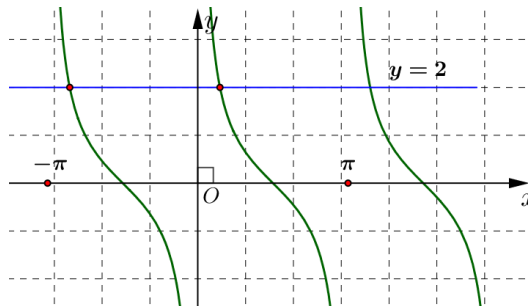
B. 2.

C. 3.

D. vô số.

Lời giải

Chọn B



Câu 22. Tích các nghiệm của phương trình $\sin 2x = -\sin \frac{\pi}{3}$ trong khoảng $(-\frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4})$ bằng

A. $-\frac{\pi^2}{9}$.

B. $-\frac{4\pi^2}{9}$.

C. $\frac{\pi^2}{9}$.

D. $-\frac{\pi}{9}$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } \sin 2x = -\sin \frac{\pi}{3} \Leftrightarrow \sin 2x = \sin \left(-\frac{\pi}{3}\right) \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \\ 2x = \pi + \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + k\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Trong khoảng $(-\frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4})$ ta có nghiệm của phương trình là: $x = -\frac{\pi}{6}$; $x = \frac{2\pi}{3}$.

$$\text{Khi đó } \left(-\frac{\pi}{6}\right) \cdot \left(\frac{2\pi}{3}\right) = -\frac{\pi^2}{9}.$$

Câu 23. Nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình $\tan\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = 1$ là

A. $\frac{\pi}{2}$.

B. $\frac{3\pi}{4}$.

C. $\frac{\pi}{4}$.

D. π .

Lời giải

Chọn A

Có $\tan\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = 1 \Leftrightarrow x - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4} + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi$. Suy ra nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình là $x = \frac{\pi}{2}$.

Câu 24. Giải phương trình $\cos 2x + 5\sin x - 4 = 0$ có nghiệm là

A. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$.

B. $x = -\frac{\pi}{2} + k\pi$.

C. $x = k2\pi$.

D. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$.

Lời giải

Chọn D

$$\begin{aligned} \text{Ta có } \cos 2x + 5\sin x - 4 = 0 &\Leftrightarrow 1 - 2\sin^2 x + 5\sin x - 4 = 0 \Leftrightarrow -2\sin^2 x + 5\sin x - 3 = 0 \\ &\Leftrightarrow (2\sin x - 3)(\sin x - 1) = 0 \Leftrightarrow \sin x = 1. \end{aligned}$$

$$\text{Vậy phương trình nghiệm là } x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

Câu 25. Giải phương trình $\cos 2x + \cos x + 1 = 0$ có nghiệm là

A. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

B. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

D. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải

Chọn A

$$\cos 2x + \cos x + 1 = 0 \Leftrightarrow 2\cos^2 x - 1 + \cos x + 1 = 0 \Leftrightarrow 2\cos^2 x + \cos x = 0.$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \\ \cos x = -\frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases}.$$

$$\text{Vậy phương trình có nghiệm } x = \frac{\pi}{2} + k\pi, x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi.$$

Câu 26. Nghiệm âm lớn nhất của phương trình $2\tan^2 x + 5\tan x + 3 = 0$ là $x = -\frac{a}{b}\pi$, $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản.Khi đó $a+b$ bằng

A. 4.

B. 5.

C. 6.

D. 7.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Điều kiện: } \cos x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

$$\text{Có: } 2\tan^2 x + 5\tan x + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \tan x = -1 \\ \tan x = -\frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \arctan\left(-\frac{3}{2}\right) + k\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

$$\text{Để thấy nghiệm âm lớn nhất là } x = -\frac{\pi}{4}.$$

Câu 27. Trên giá sách có 10 quyển sách Toán khác nhau, 8 quyển sách Tiếng Anh khác nhau và 6 quyển sách Lý khác nhau. Hỏi có bao nhiêu cách chọn hai quyển sách không cùng thuộc một môn?

A. 480.

B. 188.

C. 60.

D. 80.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Số cách chọn 2 quyển sách khác nhau gồm 1 Toán và 1 Tiếng Anh: } 10 \cdot 8 = 80$$

Số cách chọn 2 quyển sách khác nhau gồm 1 Toán và 1 Lý: $10.6 = 60$

Số cách chọn 2 quyển sách khác nhau gồm 1 Tiếng Anh và 1 Lý: $8.6 = 48$

Theo quy tắc cộng, số cách chọn thỏa yêu cầu bài toán: $80 + 60 + 48 = 188$ (cách).

Câu 28. Có 3 loại cây và 4 hố trồng cây. Hỏi có mấy cách trồng cây nếu mỗi hố trồng 1 cây và mỗi loại cây phải có ít nhất 1 cây được trồng?

A. 12.

B. 24.

C. 36.

D. 72.

Lời giải

Chọn C

Giả sử mỗi cây cùng một loại giống nhau và 3 loại cây đó lần lượt là X, Y, Z .

- TH1: Trồng 2 cây X , 1 cây Y và 1 cây Z .

Để trồng cây Y vào một hố có 4 cách trồng.

Trồng xong cây Y ta có 3 cách trồng cây Z .

Còn 2 hố còn lại ta trồng 2 cây X có 1 cách.

Vậy TH1 có $4.3 = 12$ cách thực hiện.

- Tương tự

TH2: Trồng 1 cây X , 2 cây Y và 1 cây Z

TH3: Trồng 1 cây X , 1 cây Y và 2 cây Z

mỗi trường hợp có 12 cách thực hiện.

Vậy : có $3.12 = 36$ cách.

Câu 29. Tổ 1 lớp 11A có 6 học sinh nam và 5 học sinh nữ. Giáo viên chủ nhiệm cần chọn ra 4 học sinh của tổ 1 để lao động vệ sinh cùng cả trường. Hỏi có bao nhiêu cách chọn 4 học sinh trong đó có ít nhất một học sinh nam?

A. 600.

B. 25.

C. 325.

D. 30.

Lời giải

Chọn C

Trường hợp 1: Chọn 1 nam và 3 nữ.

Trường hợp 2: Chọn 2 nam và 2 nữ.

Trường hợp 3: Chọn 3 nam và 1 nữ.

Trường hợp 4: Chọn 4 nam.

Số cách chọn cần tìm là $C_6^1 C_5^3 + C_6^2 C_5^2 + C_6^3 C_5^1 + C_6^4 = 325$ cách chọn.

Câu 30. Có 5 tem thư khác nhau và 6 bì thư cũng khác nhau. Người ta muốn chọn từ đó 3 tem thư, 3 bì thư và dán 3 tem thư đó ấy lên 3 bì thư đã chọn, mỗi bì thư chỉ dán một tem thư. Hỏi có bao nhiêu cách làm như vậy?

A. 1200.

B. 1800.

C. 1000.

D. 200.

Lời giải

Chọn A

Chọn 3 bì thư có C_6^3 .

Chọn 3 tem thư và dán nó vào 3 bì thư có A_5^3 .

Số cách chọn cần tìm là $C_6^3 \cdot A_5^3 = 1200$.

Câu 31. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho vector $\vec{v} = (2; 1)$ và điểm $A(4; 5)$. Hỏi A' là ảnh của điểm nào sau đây qua phép tịnh tiến theo vector $\vec{v}$?

- A.** $(4; 7)$. **B.** $(6; 6)$. **C.** $(1; 6)$. **D.** $(2; 4)$.

Lời giải

Chọn D

$$T_{\vec{v}}(B) = A \Leftrightarrow \begin{cases} x_A = x_B + 2 \\ y_A = y_B + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_B = x_A - 2 = 4 - 2 = 2 \\ y_B = y_A - 1 = 5 - 1 = 4 \end{cases}$$

Câu 32. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường thẳng $d: Ax + By + C = 0$. Ảnh của đường thẳng d qua phép đối xứng trục Ox là

- A.** $Bx - Ay + C = 0$. **B.** $Ax - By + C = 0$. **C.** $Bx + Ay + C = 0$. **D.** $Ax + By + C = 0$.

Lời giải

Chọn B

Câu 33. Trong mặt phẳng Oxy , phép đối xứng tâm $I(x; y)$ biến điểm $A(0; 2)$ thành $A'(2; 4)$. Tọa độ điểm I là

- A.** $I(-1; -3)$. **B.** $I(1; 1)$. **C.** $I(1; 3)$. **D.** $I(1; -3)$.

Lời giải

Chọn C

$$D_I(A) = A' \Leftrightarrow I \text{ là trung điểm } AA'. \text{ Do đó } I\left(\frac{0+2}{2}; \frac{2+4}{2}\right) = (1; 3)$$

Câu 34. Trong mặt phẳng Oxy , cho hình vuông $ABCD$ tâm O . Phép quay biến hình vuông thành chính nó là

- A.** $Q_{(A; 90^\circ)}$. **B.** $Q_{(O; 45^\circ)}$. **C.** $Q_{(O; -90^\circ)}$. **D.** $Q_{(A; 45^\circ)}$.

Lời giải

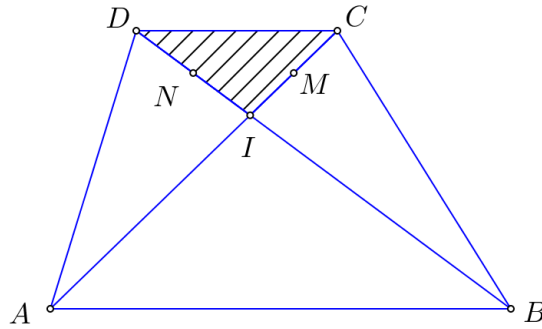
Chọn C

Câu 35. Cho hình thang $ABCD$ có $AB \parallel CD$. Gọi I là giao điểm của AC và BD , hai điểm M, N lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng IC và ID . Ảnh của tam giác ICD qua phép vị tự tâm I tỷ số $k = \frac{1}{2}$ là

- A.** tam giác IAB . **B.** tam giác IMN . **C.** tam giác IAN . **D.** tam giác IMB .

Lời giải

Chọn B



PHẦN TỰ LUẬN

Câu	Nội dung	Điểm
1	Giải phương trình: $\sin 2x + \sqrt{3} \cos 2x = \sqrt{3}$.	1
	Pt $\Leftrightarrow \frac{1}{2} \sin 2x + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos 2x = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \sin 2x \cos \frac{\pi}{3} + \cos 2x \sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$	0,25
	$\Leftrightarrow \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2} = \sin \frac{\pi}{3}$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ 2x + \frac{\pi}{3} = \pi - \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = k\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$	0,5
2	Trong mặt phẳng Oxy , cho đường thẳng $d: 3x - 4y + 1 = 0$. Viết phương trình đường thẳng d' là ảnh của đường thẳng d qua phép đồng dạng có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép vị tự tâm O tỉ số $k = -3$ và phép tịnh tiến theo vector $\vec{v} = (1; 2)$.	1
	Vì qua phép vị tự và phép tịnh tiến một đường thẳng biến thành đường thẳng song song hoặc trùng với nó nên đường thẳng d' có dạng $3x - 4y + c = 0$.	0,25
	Chọn $A(1; 1) \in d$, qua phép vị tự tâm O , tỉ số $k = -3$, điểm A biến thành $A_1(-3; -3)$.	0,25
	Qua phép tịnh tiến theo vector $\vec{v} = (1; 2)$, điểm A_1 biến thành điểm $A'(-2; -1)$.	0,25
	Vì $A' \in d'$ nên $3(-2) - 4(-1) + c = 0 \Leftrightarrow c = 2$.	0,25
3a	Từ các chữ số có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên chẵn có chữ số đôi một khác nhau không bắt đầu bằng chữ số 0?	0,5
	Gọi số tự nhiên có 4 chữ số thỏa yêu cầu bài toán là $n = \overline{abcd}$. Ta có hai trường hợp sau: TH1: Chọn $a \in \{2, 4, 6\}$: có 3 cách chọn. Khi đó, chọn $d \in \{0, 2, 4, 6\} \setminus \{a\}$: có 3 cách chọn. Chọn $b \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\} \setminus \{a, d\}$: có 5 cách chọn. Chọn $c \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\} \setminus \{a, d, b\}$: có 4 cách chọn. TH này lập được $3.3.5.4 = 180$ số n .	0,25
	TH2: Chọn $a \in \{3, 5\}$: có 2 cách chọn.	0,25

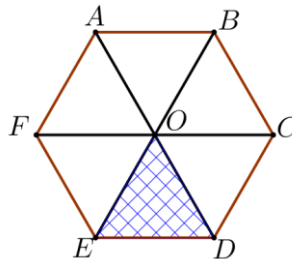
	Khi đó, chọn $d \in \{0, 2, 4, 6\}$: có 4 cách chọn. Chọn $b \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\} \setminus \{a, d\}$: có 5 cách chọn. Chọn $c \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\} \setminus \{a, d, b\}$: có 4 cách chọn. TH này lập được $2.4.5.4 = 160$ số n. Vậy, có tất cả $180 + 160 = 340$ số n thỏa đề.	
3b	Đội học sinh có năng khiếu thể thao của trường THPT X theo từng khối như sau: khối 10 có 7 học sinh, khối 11 có 6 học sinh và khối 12 có 5 học sinh. Nhà trường cần chọn một đội tuyển gồm 10 học sinh tham gia “Hội khỏe Phù Đổng” cấp tỉnh. Có bao nhiêu cách để lập đội tuyển sao cho có nhiều nhất 2 học sinh khối 10?	0,5
	- Chọn 2 học sinh khối 10 và 8 học sinh khối 11, 12 có $C_7^2 \cdot C_{11}^8$ cách chọn	0,25
	- Chọn 1 học sinh khối 10 và 9 học sinh khối 11, 12 có $C_7^1 \cdot C_{11}^9$ cách chọn	
	- Chọn 10 học sinh khối 11, 12 có C_{11}^{10} cách chọn	0,25
	Vậy có $C_7^2 \cdot C_{11}^8 + C_7^1 \cdot C_{11}^9 + C_{11}^{10} = 3861$ cách chọn	

ĐỀ 8
ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA KÌ I**Môn: TOÁN, Lớp 10***Thời gian làm bài: 90 phút, không tính thời gian phát đề***PHẦN I: TRẮC NGHIỆM**

- Câu 1.** Phương trình $\sqrt{3} \cos x + \sin x = -1$ tương đương với phương trình nào sau đây?
A. $\sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{1}{2}$. **B.** $\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{1}{2}$. **C.** $\cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}$. **D.** $\cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = -\frac{1}{2}$.
- Câu 2.** Trong các khẳng định dưới đây, khẳng định nào **sai**?
A. Phép quay biến một đường thẳng thành một đường thẳng song song hoặc trùng với nó.
B. Phép tịnh tiến bảo toàn khoảng cách giữa hai điểm bất kỳ.
C. Hình bình hành có tâm đối xứng.
D. Tam giác đều có ba trục đối xứng.
- Câu 3.** Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số chẵn?
A. $y = \cos x \sin x$. **B.** $y = \sin x$. **C.** $y = \cos x$. **D.** $y = -\sin x$.
- Câu 4.** Sắp xếp năm bạn học sinh An, Bình, Chi, Dũng, Lệ vào một chiếc ghế dài có 5 chỗ ngồi. Số cách sắp xếp sao cho bạn Chi luôn ngồi chính giữa là
A. 6. **B.** 120. **C.** 24. **D.** 60.
- Câu 5.** Giá trị bé nhất của hàm số $y = -3\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) + 2$ là
A. -1. **B.** 1. **C.** 5. **D.** 2.
- Câu 6.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, tìm phương trình đường tròn (C') là ảnh của đường tròn $(C): x^2 + y^2 = 1$ qua phép đối xứng tâm $I(1;0)$.
A. $(x+2)^2 + y^2 = 1$. **B.** $x^2 + (y+2)^2 = 1$. **C.** $x^2 + (y-2)^2 = 1$. **D.** $(x-2)^2 + y^2 = 1$.
- Câu 7.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho điểm $A(3;0)$. Tọa độ điểm A' là ảnh của điểm A qua phép quay tâm $O(0;0)$ góc quay 90° là
A. $A'(-3;0)$. **B.** $A'(0;-3)$. **C.** $A'(0;3)$. **D.** $A'(2\sqrt{3};2\sqrt{3})$.
- Câu 8.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường tròn $(C): (x-1)^2 + (y+2)^2 = 9$. Viết phương trình đường tròn (C') là ảnh của đường tròn (C) qua phép quay tâm O góc 90° .
A. $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 9$. **B.** $(x-2)^2 + (y-1)^2 = 9$.
C. $(x+2)^2 + (y-1)^2 = 9$. **D.** $(x+2)^2 + (y+1)^2 = 9$.
- Câu 9.** Nghiệm của phương trình $\sin 3x = \cos x$ là
A. $x = k\frac{\pi}{2} (k \in \mathbb{Z})$. **B.** $\begin{cases} x = \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{2} \\ x = \frac{\pi}{4} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$.
C. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{2} \\ x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$. **D.** $\begin{cases} x = k\pi \\ x = \frac{\pi}{4} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$.

- Câu 10.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, phép quay tâm $I(4; -3)$ góc quay 180° biến đường thẳng $d: x + y - 5 = 0$ thành đường thẳng d' có phương trình là
A. $x + y - 3 = 0$. **B.** $x + y + 5 = 0$. **C.** $x + y + 3 = 0$. **D.** $x - y + 3 = 0$.
- Câu 11.** Một lớp có 39 bạn nam và 10 bạn nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn một bạn phụ trách quỹ lớp.
A. 390. **B.** 49. **C.** 39. **D.** 10.
- Câu 12.** Cho hình chữ nhật có O là giao điểm hai đường chéo. Hỏi có bao nhiêu phép quay tâm O góc α , $0 \leq \alpha \leq 2\pi$ biến hình chữ nhật trên thành chính nó?
A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 3.
- Câu 13.** Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 5 chữ số khác không và khác nhau đôi một?
A. 15120. **B.** 27216. **C.** 126. **D.** 30240.
- Câu 14.** Hàm số $y = \sqrt{\frac{2}{1 - \sin x}}$ có tập xác định là
A. $D = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$. **B.** $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.
C. $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$. **D.** $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.
- Câu 15.** Cho hình thoi $ABCD$ tâm I . Phép tịnh tiến theo vector $\overrightarrow{IA}$ biến điểm C thành điểm nào?
A. Điểm D . **B.** Điểm C . **C.** Điểm I . **D.** Điểm B .
- Câu 16.** Cho lục giác đều $ABCDEF$ tâm O như hình bên. Phép quay tâm O góc 120° biến tam giác EOD thành tam giác nào dưới đây



- A.** Tam giác COB . **B.** Tam giác EOF . **C.** Tam giác COD . **D.** Tam giác AOF .
- Câu 17.** Cho 10 điểm phân biệt thuộc một đường tròn. Số tam giác có 3 đỉnh là 3 trong số 10 điểm đã cho là
A. 300. **B.** 120. **C.** 720. **D.** 1000.
- Câu 18.** Nghiệm âm lớn nhất của phương trình $\sin 3x \cdot \cos x - \sin 4x = 0$ là
A. $x = -\frac{\pi}{4}$. **B.** $x = -\frac{\pi}{3}$. **C.** $x = -\pi$. **D.** $x = -\frac{\pi}{6}$.
- Câu 19.** Hình nào dưới đây **không** có trục đối xứng?
A. Hình elip. **B.** Hình thang cân. **C.** Tam giác cân. **D.** Hình bình hành.
- Câu 20.** Có 6 hành khách từ dưới sân ga lên một đoàn tàu gồm 5 toa. Nếu các hành khách này lên tàu một cách tùy ý thì số cách để lên tàu là
A. 6^5 . **B.** C_6^5 . **C.** 5^6 . **D.** A_6^5 .
- Câu 21.** Hàm số nào sau đây là hàm số tuần hoàn với chu kỳ $T = \pi$?
A. $y = \tan x$. **B.** $y = \cos x$. **C.** $y = 2 \cos x$. **D.** $y = \sin x$.
- Câu 22.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có $A(2; 4)$, $B(5; 1)$, $C(-1; -2)$. Phép tịnh tiến $T_{\overrightarrow{BC}}$ biến tam giác ABC thành tam giác $A'B'C'$. Tọa độ trọng tâm của tam giác $A'B'C'$ là

- A. $(-4; -2)$. B. $(4; -2)$. C. $(4; 2)$. D. $(-4; 2)$.

Câu 23. Phương trình $(m-1)\sin x + 2 - m = 0$ có nghiệm $x \in \mathbb{R}$ khi và chỉ khi

- A. $m > 1$. B. $m \geq \frac{3}{2}$. C. $1 < m < 2$. D. $m > 2$.

Câu 24. Có bao nhiêu cách xếp chỗ ngồi cho 8 bạn, trong đó có Thuận và Lợi, vào 8 ghế kê thành hàng ngang, sao cho hai bạn Thuận và Lợi ngồi cạnh nhau?

- A. 10080. B. 5040. C. $2 \cdot A_8^6$. D. $2 \cdot C_8^6$.

Câu 25. Giữa hai thành phố A và B có 4 con đường đi. Hỏi có bao nhiêu cách đi từ A đến B rồi trở về A mà không đi lại con đường đã đi?

- A. 16. B. 8. C. 7. D. 12.

Câu 26. Bạn An có 6 viên bi vàng và 5 viên bi đỏ. Có bao nhiêu cách để bạn An lấy 3 viên bi sao cho chúng có đủ cả hai màu?

- A. 90. B. 462. C. 810. D. 135.

Câu 27. Bạn Hoàng có 4 chiếc áo khác nhau và 3 kiểu quần khác nhau. Hỏi Hoàng có bao nhiêu cách chọn một bộ quần áo?

- A. 15. B. 24. C. 12. D. 7.

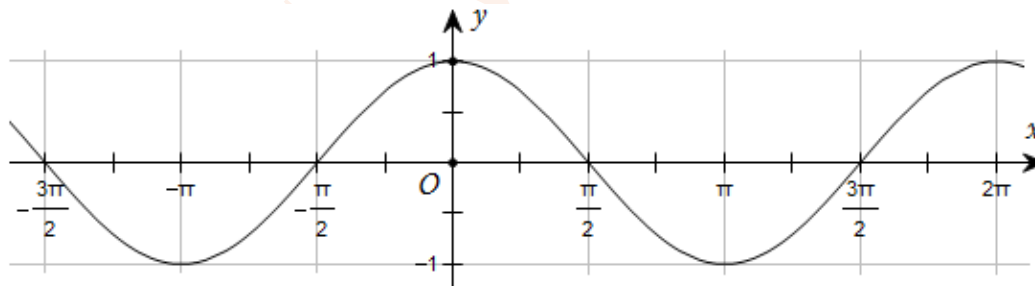
Câu 28. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng d có phương trình $2x - y + 1 = 0$. Để phép tịnh tiến theo $\vec{v}$ biến đường thẳng d thành chính nó thì $\vec{v}$ là vector nào trong các vector sau đây?

- A. $\vec{v} = (2; -4)$. B. $\vec{v} = (2; 4)$. C. $\vec{v} = (2; -1)$. D. $\vec{v} = (-1; 2)$.

Câu 29. Tổng các nghiệm của phương trình $2\cos x - 1 = 0$ trên $\left[-\frac{\pi}{2}; 2\pi\right]$ bằng

- A. $S = -\frac{\pi}{3}$. B. $S = \frac{5\pi}{3}$. C. $S = 0$. D. $S = \frac{5\pi}{6}$.

Câu 30. Đường cong trong hình dưới đây là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số sau



- A. $y = -\cos x$. B. $y = \cos x$. C. $y = \tan x$. D. $y = -\sin x$.

Câu 31. Xét các phương trình lượng giác:

$$\sqrt{3}\cos x + \sin x = 3(I), \quad \cos x + \sin x = \sqrt{2}(II), \quad \cos x + 2\sin x = -1(III).$$

Trong các phương trình trên, phương trình nào vô nghiệm?

- A. Phương trình (II) và phương trình (III). B. Phương trình (III).
C. Phương trình (I) và phương trình (II). D. Phương trình (I).

Câu 32. Phương trình $\sin^2 x + 4\sin x \cos x + 2m \cos^2 x = 0$ có nghiệm khi và chỉ khi

- A. $m \geq 4$. B. $m \leq 2$. C. $m \leq 4$. D. $m \geq 2$.

Câu 33. Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số đôi một khác nhau?

B. 6^3 .B. $3!$.C. C_6^3 .D. A_6^3 .

Câu 34. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho vector $\vec{v} = (-2; 3)$ và điểm $M'(4; 1)$. Biết M' là ảnh của M qua phép tịnh tiến $T_{\vec{v}}$. Tọa độ điểm M là

A. $(6; 2)$.B. $(2; 4)$.C. $(6; -2)$.D. $(2; -2)$.

Câu 35. Cho hai đường thẳng d và d' song song với nhau. Có bao nhiêu phép tịnh tiến biến d thành d' ?

A. 1.

B. Vô số.

C. 3.

D. 2.

PHẦN II. TỰ LUẬN (3 điểm)

Câu 1.

1. Giải phương trình sau: $\sin 3x - \sqrt{3} \cos 3x - 1 = 0$.

2. Tìm m để phương trình sau có đúng hai nghiệm thuộc đoạn $[-\pi; 0]$

$$(2 \sin x + 1)(\cos 2x + 2 \sin x - m) = 1 - 2 \cos 2x.$$

Bài 2. (1,0 điểm) Từ các chữ số 0, 1, 2, 4, 6, 7 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau sao cho chữ số đó chia hết cho 30.

Bài 3. (0,5 điểm) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác OAB vuông cân tại O (O là gốc tọa độ). Biết điểm A thuộc đường tròn $(C): (x-2)^2 + (y+1)^2 = 10$ điểm B thuộc đường thẳng $(d): x + y - 1 = 0$. Hãy tìm tọa độ điểm A và B biết điểm A có hoành độ dương.

HƯỚNG DẪN GIẢI

PHẦN I. TRẮC NGHIỆM

BẢNG ĐÁP ÁN

1.B	2.A	3.C	4.C	5.A	6.D	7.C	8.B	9.B	10.C
11.B	12.D	13.A	14.D	15.C	16.A	17.B	18.D	19.D	20.C
21.A	22.A	23.B	24.A	25.D	26.D	27.C	28.B	29.B	30.B
31.D	32.B	33.D	34.C	35.B					

Câu 1. Phương trình $\sqrt{3} \cos x + \sin x = -1$ tương đương với phương trình nào sau đây?

- A. $\sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{1}{2}$. B. $\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{1}{2}$. C. $\cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}$. D. $\cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = -\frac{1}{2}$.

Lời giải

$$\text{Ta có } \sqrt{3} \cos x + \sin x = -1 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} \cos x + \frac{1}{2} \sin x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{1}{2}.$$

Câu 2. Trong các khẳng định dưới đây, khẳng định nào **sai**?

- A. Phép quay biến một đường thẳng thành một đường thẳng song song hoặc trùng với nó.
 B. Phép tịnh tiến bảo toàn khoảng cách giữa hai điểm bất kỳ.
 C. Hình bình hành có tâm đối xứng.
 D. Tam giác đều có ba trục đối xứng.

Lời giải

Dựa vào tính chất của phép quay, ta chọn phương án A.

Câu 3. Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số chẵn?

- A. $y = \cos x \sin x$. B. $y = \sin x$. C. $y = \cos x$. D. $y = -\sin x$.

Lời giải

Xét hàm số $y = f(x) = \cos x$, tập xác định $D = \mathbb{R}; \forall x \in D, -x \in D$.

Ta có $f(-x) = \cos(-x) = \cos x$. Vậy $y = \cos x$ là hàm số chẵn.

Câu 4. Xếp năm bạn học sinh An, Bình, Chi, Dũng, Lê vào một chiếc ghế dài có 5 chỗ ngồi. Số cách sắp xếp sao cho bạn Chi luôn ngồi chính giữa là

- A. 6. B. 120. C. 24. D. 60.

Lời giải

Xếp bạn Chi ngồi chính giữa có một cách xếp.

Xếp 4 bạn An, Bình, Dũng, Lê vào 4 vị trí còn lại có $4!$ cách xếp.

Vậy số cách sắp xếp sao cho bạn Chi luôn ngồi chính giữa là có $4! = 24$ cách xếp.

Câu 5. Giá trị bé nhất của hàm số $y = -3\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) + 2$ là

- A. -1. B. 1. C. 5. D. 2.

Lời giải

$$\text{Ta có: } -1 \leq \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) \leq 1 \Leftrightarrow 3 \geq -3\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) \geq -3 \Leftrightarrow 3 + 2 \geq -3\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) + 2 \geq -3 + 2$$

$$\Leftrightarrow 5 \geq -3\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) + 2 \geq -1.$$

$$\text{Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số bằng } -1, \text{ đạt được } \Leftrightarrow \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = 1$$

$$\Leftrightarrow x + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

Câu 6. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , tìm phương trình đường tròn (C') là ảnh của đường tròn $(C): x^2 + y^2 = 1$ qua phép đối xứng tâm $I(1;0)$.

A. $(x+2)^2 + y^2 = 1$. **B.** $x^2 + (y+2)^2 = 1$. **C.** $x^2 + (y-2)^2 = 1$. **D.** $(x-2)^2 + y^2 = 1$.

Lời giải

Đường tròn $(C): x^2 + y^2 = 1$ có tâm là gốc tọa độ bán kính $R=1$.

Gọi I', R' lần lượt là tâm và bán kính của đường tròn (C') ta có: $R=R'=1$.

$I'(x'; y')$ là ảnh của O qua phép đối xứng tâm I suy ra: $\begin{cases} x' = 2 \\ y' = 0 \end{cases}$.

Vậy phương trình đường tròn (C') là ảnh của đường tròn $(C): x^2 + y^2 = 1$ qua phép đối xứng tâm là $(x-2)^2 + y^2 = 1$.

Câu 7. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho điểm $A(3;0)$. Tọa độ điểm A' là ảnh của điểm A qua phép quay tâm $O(0;0)$ góc quay 90° là

A. $A'(-3;0)$. **B.** $A'(0;-3)$. **C.** $A'(0;3)$. **D.** $A'(2\sqrt{3}; 2\sqrt{3})$.

Lời giải

Phép quay tâm $O(0;0)$ góc quay 90° biến điểm $A(3;0)$ thành điểm A' khi đó:

$$\begin{cases} x' = x \cdot \cos \alpha - y \cdot \sin \alpha \\ y' = x \cdot \sin \alpha + y \cdot \cos \alpha \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x' = 0 \\ y' = 3 \end{cases} \Rightarrow A'(0;3).$$

Câu 8. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường tròn $(C): (x-1)^2 + (y+2)^2 = 9$. Viết phương trình đường tròn (C') là ảnh của đường tròn (C) qua phép quay tâm O góc 90° .

A. $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 9$. **B.** $(x-2)^2 + (y-1)^2 = 9$.
C. $(x+2)^2 + (y-1)^2 = 9$. **D.** $(x+2)^2 + (y+1)^2 = 9$.

Lời giải

Đường tròn (C) có tâm $I(1;-2)$ và bán kính $R=3$.

Phép quay tâm $O(0;0)$ góc quay 90° biến (C) thành (C') có cùng bán kính và tâm $I(1;-2)$ thành

điểm I' sao cho $\begin{cases} x' = x \cdot \cos \alpha - y \cdot \sin \alpha \\ y' = x \cdot \sin \alpha + y \cdot \cos \alpha \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x' = 2 \\ y' = 1 \end{cases} \Rightarrow I'(2;1).$

Phương trình đường tròn (C') cần tìm là $(x-2)^2 + (y-1)^2 = 9$.

Câu 9. Nghiệm của phương trình $\sin 3x = \cos x$ là

A. $x = k \frac{\pi}{2} (k \in \mathbb{Z})$.

B. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{8} + k \frac{\pi}{2} \\ x = \frac{\pi}{4} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

C.
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{2} \\ x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

D.
$$\begin{cases} x = k\pi \\ x = \frac{\pi}{4} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

Lời giải

Ta có $\sin 3x = \cos x \Leftrightarrow \sin 3x = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \Leftrightarrow \begin{cases} 3x = \frac{\pi}{2} - x + k2\pi \\ 3x = \pi - \frac{\pi}{2} + x + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{2} \\ x = \frac{\pi}{4} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

Câu 10. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , phép quay tâm $I(4; -3)$ góc quay 180° biến đường thẳng $d: x + y - 5 = 0$ thành đường thẳng d' có phương trình là

- A. $x + y - 3 = 0$. B. $x + y + 5 = 0$. C. $x + y + 3 = 0$. D. $x - y + 3 = 0$.

Lời giải

Theo đề ta có: Phép quay tâm $I(4; -3)$ góc quay 180° biến đường thẳng $d: x + y - 5 = 0$ thành đường thẳng d' và $I \notin d$ nên $d \parallel d'$. Suy ra đường thẳng d' có phương trình dạng $x + y + c = 0 (c \neq -5)$.

Lấy $A(0; 5) \in d$. Gọi A' là ảnh của A qua phép quay tâm $I(4; -3)$ góc quay 180° . Khi đó

$$\begin{cases} x_{A'} = x_I + (x_A - x_I)\cos 180^\circ - (y_A - y_I)\sin 180^\circ \\ y_{A'} = y_I + (x_A - x_I)\sin 180^\circ + (y_A - y_I)\cos 180^\circ \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_{A'} = 8 \\ y_{A'} = -11 \end{cases}$$

Vì $A' \in d'$ nên $8 - 11 + c = 0 \Leftrightarrow c = 3$.

Vậy đường thẳng d' có phương trình là $x + y + 3 = 0$.

Câu 11. Một lớp có 39 bạn nam và 10 bạn nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn một bạn phụ trách quỹ lớp.
A. 390. B. 49. C. 39. D. 10.

Lời giải

Số cách chọn một bạn phụ trách quỹ lớp trong 49 bạn là 49.

Câu 12. Cho hình chữ nhật có O là giao điểm hai đường chéo. Hỏi có bao nhiêu phép quay tâm O góc $\alpha, 0 \leq \alpha \leq 2\pi$ biến hình chữ nhật trên thành chính nó?
A. 2. B. 1. C. 0. D. 3.

Lời giải

Các phép quay tâm O góc $\alpha, 0 \leq \alpha \leq 2\pi$ biến hình chữ nhật trên thành chính nó gồm:

Phép quay tâm O góc 0 , Phép quay tâm O góc π , Phép quay tâm O góc 2π .

Vậy có 3 phép quay.

Câu 13. Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 5 chữ số khác không và khác nhau đôi một?
A. 15120. B. 27216. C. 126. D. 30240.

Lời giải

Mỗi số tự nhiên cần tìm là một chỉnh hợp chập 5 của 9 phần tử của tập $A = \{1, 2, 3, \dots, 9\}$.

Vậy có $A_9^5 = 15120$ số.

Câu 14. Hàm số $y = \sqrt{\frac{2}{1 - \sin x}}$ có tập xác định là

- A. $D = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$. B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Lời giải

Ta có: $1 - \sin x \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Do đó hàm số xác định khi $1 - \sin x \neq 0$

$$\Leftrightarrow \sin x \neq 1$$

$$\Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

Vậy tập xác định của hàm số là: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 15. Cho hình thoi $ABCD$ tâm I . Phép tịnh tiến theo vector $\overrightarrow{IA}$ biến điểm C thành điểm nào?

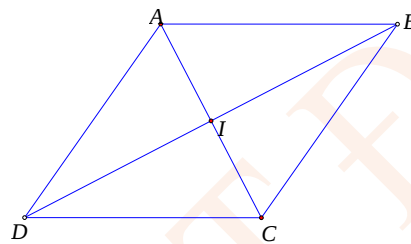
A. Điểm D .

B. Điểm C .

C. Điểm I .

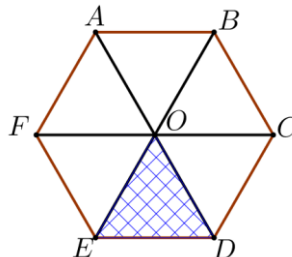
D. Điểm B .

Lời giải



Ta có: $\overrightarrow{CI} = \overrightarrow{IA} \Rightarrow T_{\overrightarrow{IA}}(C) = I$.

Câu 16. Cho lục giác đều $ABCDEF$ tâm O như hình bên. Phép quay tâm O góc 120° biến tam giác EOD thành tam giác nào dưới đây



A. Tam giác COB .

B. Tam giác EOF .

C. Tam giác COD .

D. Tam giác AOF .

Lời giải

$$\text{Vì } \begin{cases} \text{sd}(\overrightarrow{OE}; \overrightarrow{OC}) = 120^\circ \\ OC = OE \end{cases} \text{ nên } Q_{(O, 120^\circ)}(E) = C.$$

$$\text{Vì } \begin{cases} \text{sd}(\overrightarrow{OD}; \overrightarrow{OB}) = 120^\circ \\ OB = OD \end{cases} \text{ nên } Q_{(O, 120^\circ)}(D) = B.$$

$$\text{Vì } O \text{ là tâm quay nên } Q_{(O, 120^\circ)}(O) = O.$$

Vậy phép quay tâm O góc 120° biến tam giác EOD thành tam giác COB .

Câu 17. Cho 10 điểm phân biệt thuộc một đường tròn. Số tam giác có 3 đỉnh là 3 trong số 10 điểm đã cho là

A. 300.

B. 120.

C. 720.

D. 1000.

Lời giải

Mỗi tam giác ứng với một tổ hợp chập 3 của 10 điểm đã cho.

$$\text{Vậy số các tam giác là } C_{10}^3 = \frac{10!}{3!7!} = 120.$$

Câu 18. Nghiệm âm lớn nhất của phương trình $\sin 3x \cdot \cos x - \sin 4x = 0$ là

A. $x = -\frac{\pi}{4}$.

B. $x = -\frac{\pi}{3}$.

C. $x = -\pi$.

D. $x = -\frac{\pi}{6}$.

Lời giải

tác giả: Thu Tran

Ta có $\sin 3x \cdot \cos x - \sin 4x = 0 \Leftrightarrow \sin 4x = \frac{1}{2}(\sin 2x + \sin 4x)$

$$\Leftrightarrow \sin 4x = \sin 2x \Leftrightarrow \begin{cases} 4x = 2x + k2\pi \\ 4x = \pi - 2x + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = k\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + k \cdot \frac{\pi}{3}, (k \in \mathbb{Z}). \end{cases}$$

Với số nguyên âm k lớn nhất là $k = -1$ thì phương trình có nghiệm âm lớn nhất là $x = -\frac{\pi}{6}$.

Câu 19. Hình nào dưới đây **không** có trục đối xứng?

A. Hình elip.

B. Hình thang cân.

C. Tam giác cân.

D. Hình bình hành.

Lời giải

Hình elip có 2 trục đối xứng là trục lớn và trục bé.

Hình thang cân có 1 trục đối xứng là đường thẳng đi qua 2 trung điểm của 2 đáy.

Tam giác cân có 1 trục đối xứng là đường trung tuyến kẻ từ đỉnh cân.

Hình bình hành **không** có trục đối xứng.

Câu 20. Có 6 hành khách từ dưới sân ga lên một đoàn tàu gồm 5 toa. Nếu các hành khách này lên tàu một cách tùy ý thì số cách để lên tàu là

A. 6^5 .

B. C_6^5 .

C. 5^6 .

D. A_6^5 .

Lời giải

Số cách lên tàu của người thứ 1: 5 cách.

Số cách lên tàu của người thứ 2: 5 cách.

Số cách lên tàu của người thứ 3: 5 cách.

Số cách lên tàu của người thứ 4: 5 cách.

Số cách lên tàu của người thứ 5: 5 cách.

Số cách lên tàu của người thứ 6: 5 cách.

$\Rightarrow$ có: $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 5^6$ cách.

Câu 21. Hàm số nào sau đây là hàm số tuần hoàn với chu kỳ $T = \pi$?

A. $y = \tan x$.

B. $y = \cos x$.

C. $y = 2 \cos x$.

D. $y = \sin x$.

Lời giải

Hàm số $y = \tan x$ tuần hoàn với chu kỳ $T = \pi$.

Các hàm số $y = \cos x$; $y = 2 \cos x$; $y = \sin x$ tuần hoàn với chu kỳ $T = 2\pi$.

Câu 22. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có $A(2;4)$, $B(5;1)$, $C(-1;-2)$. Phép tịnh tiến $T_{\vec{BC}}$ biến tam giác ABC thành tam giác $A'B'C'$. Tọa độ trọng tâm của tam giác $A'B'C'$ là

A. $(-4;-2)$.

B. $(4;-2)$.

C. $(4;2)$.

D. $(-4;2)$.

Lời giải

Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC $\Rightarrow G(2;1)$ và $\vec{BC} = (-6;-3)$

Theo tính chất phép tịnh tiến, ảnh G' của G qua phép tịnh tiến $T_{\overline{BC}}$ chính là trọng tâm của tam giác

$$A'B'C' \Rightarrow \begin{cases} x_{G'} = 2 + (-6) = -4 \\ y_{G'} = 1 + (-3) = -2 \end{cases} \Rightarrow G'(-4; -2).$$

Câu 23. Phương trình $(m-1)\sin x + 2 - m = 0$ có nghiệm $x \in \mathbb{R}$ khi và chỉ khi

A. $m > 1$.

B. $m \geq \frac{3}{2}$.

C. $1 < m < 2$.

D. $m > 2$.

Lời giải

Phương trình $(m-1)\sin x + 2 - m = 0$ có nghiệm $\Leftrightarrow (m-1)^2 \geq (2-m)^2$

$$\Leftrightarrow m^2 - 2m + 1 \geq m^2 - 4m + 4 \Leftrightarrow 2m \geq 3 \Leftrightarrow m \geq \frac{3}{2}.$$

Câu 24. Có bao nhiêu cách xếp chỗ ngồi cho 8 bạn, trong đó có Thuận và Lợi, vào 8 ghế kê thành hàng ngang, sao cho hai bạn Thuận và Lợi ngồi cạnh nhau?

A. 10080.

B. 5040.

C. $2.A_8^6$.

D. $2.C_8^6$.

Lời giải

tác giả: Minh Anh

Bước 1: xếp hai bạn Thuận và Lợi thành 1 hàng $\Rightarrow$ có $2! = 2$ (cách).

Bước 2: Coi hàng vừa xếp được là 1 phần tử. Xếp 6 bạn còn lại cùng với phần tử vừa xếp thành 1 hàng $\Rightarrow$ có $7!$ (cách).

Áp dụng quy tắc nhân, có: $2.7! = 10080$ (cách).

Câu 25. Giữa hai thành phố A và B có 4 con đường đi. Hỏi có bao nhiêu cách đi từ A đến B rồi trở về A mà không đi lại con đường đã đi?

A. 16.

B. 8.

C. 7.

D. 12.

Lời giải

Đi từ A đến B , có 4 cách.

Đi từ B trở về A mà không đi lại con đường cũ, có 3 cách.

Theo quy tắc nhân, có $4.3 = 12$ cách đi từ A đến B rồi trở về A mà không đi lại con đường đã đi.

Câu 26. Bạn An có 6 viên bi vàng và 5 viên bi đỏ. Có bao nhiêu cách để bạn An lấy 3 viên bi sao cho chúng có đủ cả hai màu?

A. 90.

B. 462.

C. 810.

D. 135.

Lời giải

TH1: An lấy 1 viên bi vàng, 2 viên bi đỏ

+ Số cách lấy 1 viên bi trong số 6 viên bi vàng là C_6^1 cách.

+ Số cách lấy 2 viên bi trong số 5 viên bi đỏ là C_5^2 cách.

Khi đó TH1 có $C_6^1.C_5^2$ cách.

TH2: An lấy 2 viên bi vàng, 1 viên bi đỏ

+ Số cách lấy 2 viên bi trong số 6 viên bi vàng là C_6^2 cách.

+ Số cách lấy 1 viên bi trong số 5 viên bi đỏ là C_5^1 cách.

Khi đó TH2 có $C_6^2.C_5^1$ cách.

Theo quy tắc cộng, có $C_6^1.C_5^2 + C_6^2.C_5^1 = 135$ cách lấy bi thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 27. Bạn Hoàng có 4 chiếc áo khác nhau và 3 kiểu quần khác nhau. Hỏi Hoàng có bao nhiêu cách chọn một bộ quần áo?

A. 15.

B. 24.

C. 12.

D. 7.

Lời giải

Để chọn một bộ quần áo cần chọn một áo và một quần.

+ Số cách chọn 1 chiếc áo trong số 4 chiếc áo là C_4^1 cách.

+ Số cách chọn 1 kiểu quần trong số 3 kiểu quần là C_3^1 cách.

Theo quy tắc nhân, có $C_4^1.C_3^1 = 12$ cách chọn một bộ quần áo.

Câu 28. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng d có phương trình $2x - y + 1 = 0$. Để phép tịnh tiến theo $\vec{v}$ biến đường thẳng d thành chính nó thì $\vec{v}$ là vector nào trong các vector sau đây?

A. $\vec{v} = (2; -4)$.

B. $\vec{v} = (2; 4)$.

C. $\vec{v} = (2; -1)$.

D. $\vec{v} = (-1; 2)$.

Lời giải

+) Đường thẳng $d: 2x - y + 1 = 0$ có vector chỉ phương $\vec{u} = (1; 2)$. Để phép tịnh tiến theo $\vec{v}$ biến đường thẳng d thành chính nó thì $\vec{v}$ cùng phương với vector chỉ phương của đường thẳng d .

+) Ta thấy $\vec{v} = 2\vec{u}$ nên chọn đáp án B

Câu 29. Tổng các nghiệm của phương trình $2\cos x - 1 = 0$ trên $\left[-\frac{\pi}{2}; 2\pi\right]$ bằng

A. $S = -\frac{\pi}{3}$.

B. $S = \frac{5\pi}{3}$.

C. $S = 0$.

D. $S = \frac{5\pi}{6}$.

Lời giải

$$+) 2\cos x - 1 = 0 \Leftrightarrow \cos x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \cos x = \cos \frac{\pi}{3} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + l2\pi \end{cases} \quad (k, l \in \mathbb{Z}).$$

+) Với $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi$.

$$\text{Vì } x \in \left[-\frac{\pi}{2}; 2\pi\right] \Rightarrow -\frac{\pi}{2} \leq \frac{\pi}{3} + k2\pi \leq 2\pi \Leftrightarrow -\frac{1}{2} \leq \frac{1}{3} + 2k \leq 2 \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

$$\Leftrightarrow -\frac{5}{12} \leq k \leq \frac{5}{6} \Rightarrow k = 0 \Rightarrow x = \frac{\pi}{3}.$$

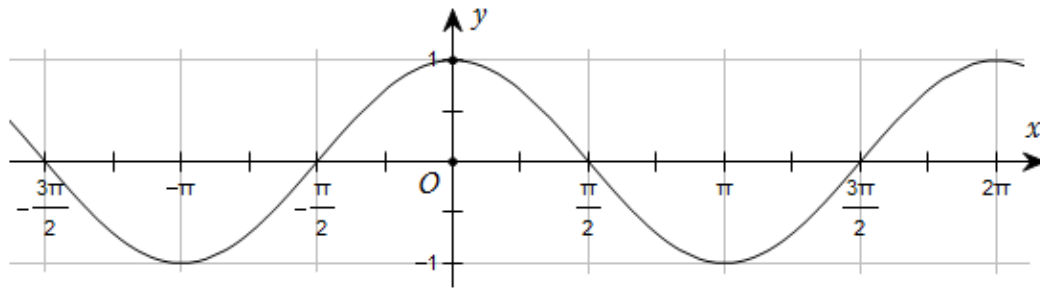
+) Với $x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi$.

$$\text{Vì } x \in \left[-\frac{\pi}{2}; 2\pi\right] \Rightarrow -\frac{\pi}{2} \leq -\frac{\pi}{3} + l2\pi \leq 2\pi \Leftrightarrow -\frac{1}{2} \leq -\frac{1}{3} + 2l \leq 2 \Leftrightarrow -\frac{1}{12} \leq l \leq \frac{7}{6} \quad (l \in \mathbb{Z}).$$

$$\Rightarrow \begin{cases} l = 0 \Rightarrow x = -\frac{\pi}{3} \\ l = 1 \Rightarrow x = \frac{5\pi}{3} \end{cases}$$

$$\text{Vậy tổng các nghiệm của phương trình trên } \left[-\frac{\pi}{2}; 2\pi\right] \text{ là: } S = -\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{3} + \frac{5\pi}{3} = \frac{5\pi}{3}.$$

Câu 30. Đường cong trong hình dưới đây là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số sau



A. $y = -\cos x$.

B. $y = \cos x$.

C. $y = \tan x$.

D. $y = -\sin x$.

Lời giải

Đồ thị trên là đồ thị của hàm số $y = \cos x$.

Câu 31. Xét các phương trình lượng giác:

$$\sqrt{3} \cos x + \sin x = 3 \text{ (I)}, \quad \cos x + \sin x = \sqrt{2} \text{ (II)}, \quad \cos x + 2 \sin x = -1 \text{ (III)}.$$

Trong các phương trình trên, phương trình nào vô nghiệm?

A. Phương trình (II) và phương trình (III). B. Phương trình (III).

C. Phương trình (I) và phương trình (II). D. Phương trình (I).

Lời giải

Điều kiện có nghiệm của phương trình (I): $(\sqrt{3})^2 + 1^2 \geq 3^2 \Leftrightarrow 4 \geq 9$ (vô lý).

Điều kiện có nghiệm của phương trình (II): $1^2 + 1^2 \geq (\sqrt{2})^2 \Leftrightarrow 2 \geq 2$ (luôn đúng).

Điều kiện có nghiệm của phương trình (III): $1^2 + 2^2 \geq (-1)^2 \Leftrightarrow 5 \geq 1$ (luôn đúng).

Vậy chỉ có phương trình (I) vô nghiệm.

Câu 32. Phương trình $\sin^2 x + 4 \sin x \cos x + 2m \cos^2 x = 0$ có nghiệm khi và chỉ khi

A. $m \geq 4$.

B. $m \leq 2$.

C. $m \leq 4$.

D. $m \geq 2$.

Lời giải

Nhận xét: với $\cos x = 0$, phương trình trở thành: $1 = 0$ (vô lý).

Vậy $\cos x \neq 0$, phương trình tương đương

$$\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} + \frac{4 \sin x \cos x}{\cos^2 x} + 2m \frac{\cos^2 x}{\cos^2 x} = \frac{0}{\cos^2 x} \Leftrightarrow \tan^2 x + 4 \tan x + 2m = 0$$

Do đó phương trình có nghiệm khi và chỉ khi: $\Delta' \geq 0 \Leftrightarrow 4 - 2m \geq 0 \Leftrightarrow m \leq 2$.

Câu 33. Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số đôi một khác nhau?.

B. 6^3 .

B. $3!$.

C. C_6^3 .

D. A_6^3 .

Lời giải

Gọi số tự nhiên thỏa yêu cầu bài toán có dạng $\overline{abc}$.

Lấy 3 chữ số trong 6 chữ số của $A = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$ và xếp vào 3 vị trí a, b, c.

Vậy có A_6^3 số tự nhiên thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 34. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho vector $\vec{v} = (-2; 3)$ và điểm $M' (4; 1)$. Biết M' là ảnh của M qua phép tịnh tiến $T_{\vec{v}}$. Tọa độ điểm M là

A. $(6; 2)$.

B. $(2; 4)$.

C. $(6; -2)$.

D. $(2; -2)$.

Lời giải

$$\text{Gọi } M(x; y). \text{ Ta có } T_v(M) = M' \Leftrightarrow \begin{cases} x' = x + a \\ y' = y + b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = x' - a = 4 + 2 = 6 \\ y = y' - b = 1 - 3 = -2 \end{cases}$$

Vậy $M(6; -2)$.

Câu 35. Cho hai đường thẳng d và d' song song với nhau. Có bao nhiêu phép tịnh tiến biến d thành d' ?

A. 1.

B. Vô số.

C. 3.

D. 2.

Lời giải

Có vô số phép tịnh tiến biến đường thẳng d thành đường thẳng d' song song với nhau.

PHẦN II. TỰ LUẬN

Câu 1.

1. Giải phương trình sau: $\sin 3x - \sqrt{3} \cos 3x - 1 = 0$.

Lời giải

$$\text{Phương trình } \Leftrightarrow \sin 3x - \sqrt{3} \cos 3x = 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} \sin 3x - \frac{\sqrt{3}}{2} \cos 3x = \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow \cos \frac{\pi}{3} \sin 3x - \sin \frac{\pi}{3} \cos 3x = \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow \sin \left(3x - \frac{\pi}{3} \right) = \sin \frac{\pi}{6}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ 3x - \frac{\pi}{3} = \pi - \frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k\frac{2\pi}{3} \\ x = \frac{7\pi}{18} + k\frac{2\pi}{3} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

2. Tìm m để phương trình sau có đúng hai nghiệm thuộc đoạn $[-\pi; 0]$

$$(2 \sin x + 1)(\cos 2x + 2 \sin x - m) = 1 - 2 \cos 2x.$$

Lời giải

Phương trình đã cho tương đương với phương trình

$$(2 \sin x + 1)(\cos 2x + 2 \sin x - m) = 4 \sin^2 x - 1$$

$$\Leftrightarrow (2 \sin x + 1)(1 - 2 \sin^2 x + 2 \sin x - m - 2 \sin x + 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow (2 \sin x + 1)(2 - 2 \sin^2 x - m) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2 \sin x + 1 = 0 & (1) \\ \sin^2 x = \frac{2-m}{2} & (2) \end{cases}$$

+) Giải phương trình (1)

$$(1) \Leftrightarrow \sin x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

Do $x \in [-\pi; 0]$ nên phương trình (1) có hai nghiệm $x = -\frac{\pi}{6}$; $x = -\frac{5\pi}{6}$ thỏa mãn.

Số nghiệm thuộc đoạn $[-\pi; 0]$ của phương trình đã cho bằng tổng số nghiệm thuộc đoạn $[-\pi; 0]$ của hai phương trình (1) và (2). Do đó phương trình đã cho có đúng hai nghiệm thuộc đoạn $[-\pi; 0]$ khi và chỉ khi phương trình (2) vô nghiệm hoặc có đúng hai nghiệm là $x = -\frac{\pi}{6}$; $x = -\frac{5\pi}{6}$.

$$+) \text{TH1: Phương trình (2) vô nghiệm} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2-m}{2} < 0 \\ \frac{2-m}{2} > 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 2 \\ m < 0 \end{cases}.$$

$$+) \text{TH2: Phương trình (2) có hai nghiệm } x = -\frac{\pi}{6}; x = -\frac{5\pi}{6} \Rightarrow \sin x = -\frac{1}{2}$$

$$\text{Thay } \sin x = -\frac{1}{2} \text{ vào phương trình (2) ta được } \frac{1}{4} = \frac{2-m}{2} \Leftrightarrow m = \frac{3}{2}.$$

$$\text{Thử lại: với } m = \frac{3}{2} \text{ thì (2)} \Leftrightarrow \sin^2 x = \frac{1}{4} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = -\frac{1}{2} \\ \sin x = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi; x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + k2\pi; x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

$$\text{Với } x \in [-\pi; 0] \text{ nên phương trình (2) có hai nghiệm } x = -\frac{\pi}{6}; x = -\frac{5\pi}{6}.$$

$$\text{Suy ra } m = \frac{3}{2} \text{ thỏa mãn.}$$

$$\text{Vậy } m \in (-\infty; 0) \cup (2; +\infty) \cup \left\{ \frac{3}{2} \right\} \text{ là các giá trị cần tìm.}$$

Câu 2. Từ các chữ số 0,1,2,4,6,7 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có

4 chữ số đôi một

khác nhau sao cho chữ số đó chia hết cho 30.

Lời giải

Gọi số cần tìm có dạng $\overline{abcd}$ với $a, b, c, d \in \{0, 1, 2, 4, 6, 7\}$.

Vì $\overline{abcd} : 30$ nên số đó chia hết cho 10 và 3, suy ra $d = 0$, d có 1 cách chọn.

Chọn a, b, c từ các bộ số $\{4, 2, 6\}$, $\{2, 6, 7\}$, $\{1, 2, 6\}$, $\{4, 7, 1\}$ có $4.3! = 24$ cách chọn.

Vậy có 24 số thỏa mãn đề bài.

Câu 3. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác OAB vuông cân tại O (O là gốc tọa độ).

Biết điểm A thuộc đường tròn (C): $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 10$ điểm B thuộc đường thẳng (d): $x + y - 1 = 0$. Hãy tìm tọa độ điểm A và B biết điểm A có hoành độ dương.

Lời giải

$$\text{Gọi } B(b; 1-b) \in (d)$$

Vì ΔOAB nên tồn tại phép quay tâm O góc quay $\pm 90^\circ$ để A là ảnh của B

$$\Rightarrow \text{Trường hợp 1: } A = Q_{(O, 90^\circ)}(B)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_A = -y_B \\ y_A = x_B \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_A = b-1 \\ y_A = b \end{cases} \Rightarrow A(b-1; b) \in (C): (x-2)^2 + (y+1)^2 = 10$$

$$\Leftrightarrow (b-3)^2 + (b+1)^2 = 10 \Leftrightarrow 2b^2 - 4b = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} b = 0 \\ b = 2 \end{cases}$$

☞ Với $b = 0 \Rightarrow A(-1; 0)$ (loại vì $x_A > 0$)

☞ Với $b = 2 \Rightarrow A(1; 2), B(2; -1)$

☛ Trường hợp 2: $A = Q_{(O, -90^\circ)}(B)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_A = y_B \\ y_A = -x_B \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_A = 1-b \\ y_A = -b \end{cases} \Rightarrow A(1-b; -b) \in (C): (x-2)^2 + (y+1)^2 = 10$$

$$\Leftrightarrow (b+1)^2 + (b-1)^2 = 10 \Leftrightarrow 2b^2 - 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} b = -2 \\ b = 2 \end{cases}$$

☞ Với $b = -2 \Rightarrow A(3; 2), B(-2; 3)$

☞ Với $b = 2 \Rightarrow A(1; 2), B(2; -1)$

Vậy có hai cặp điểm A, B thỏa mãn là: $A(1; 2), B(2; -1)$ và $A(3; 2), B(-2; 3)$.

ĐỀ 9
ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA KÌ I**Môn: TOÁN, Lớp 10**

Thời gian làm bài: 90 phút, không tính thời gian phát đề

Câu 1. Nghiệm của phương trình $\cot 2x = -\sqrt{3}$ là :

A. $x = \operatorname{arccot}\left(\frac{-\sqrt{3}}{2}\right) + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

B. $x = -\frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}.$

C. $x = -\frac{\pi}{12} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}.$

D. $x = -\frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Câu 2. Tìm giá trị lớn nhất M và giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y = 3\sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right)$

A. $M = 3, m = -3.$

B. $M = 3, m = -1.$

C. $M = 1, m = -1.$

D. $M = 3, m = 1.$

Câu 3. Cho các quy tắc (trong mặt phẳng tọa độ (Oxy)) biến mỗi điểm $M(x; y)$ thành điểm $M'(x'; y')$ sao cho

(I) $\begin{cases} x' - 5x = 0 \\ y' - 3y^2 - 1 = 0 \end{cases}$ · (II) $\begin{cases} x' = 99 \\ y' = x + 100 \end{cases}$ · (III) $\begin{cases} x' = y \\ x'^2 + y'^2 = x^2 + y^2 \end{cases}$ · (IV) $\begin{cases} x' = x + 2020 \\ y' \in \mathbb{R} \end{cases}$ ·

Trong bốn quy tắc trên, số phép biến hình là

A. 4.

B. 3.

C. 2.

D. 1.

Câu 4. Trong mặt phẳng tọa độ (Oxy) , cho điểm $M(0; 2), N(-2; 1)$ và vector $\vec{v}(1; 2)$. Phép tịnh tiến theo vector $\vec{v}$ biến điểm M, N thành hai điểm M', N' tương ứng. Tính độ dài $M'N'$.

A. $M'N' = 3.$

B. $M'N' = \sqrt{7}.$

C. $M'N' = \sqrt{5}.$

D.

$M'N' = 1.$

Câu 5. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy . Tìm ảnh của điểm $M(2; -1)$ qua phép đối xứng trục $a: x + y + 1 = 0$

A. $M'(0; -3).$

B. $M'(2; 3).$

C. $M'(-2; 3).$

D. $M'(-5; 3).$

Câu 6. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 8\sin^2 x + 3\cos 2x$. Tính $P = M^2 - 4m$

A. $P = 13.$

B. $P = 21.$

C. $P = 101.$

D. $P = 15.$

Câu 7. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-2018; 2018]$ để phương trình $(m+1)\sin^2 x - \sin 2x + \cos 2x = 0$ có nghiệm.

A. 4037.

B. 4036.

C. 2020.

D. 2019.

Câu 8. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $\cos^2 x = m - 1$ có nghiệm.

A. $-1 \leq m \leq 1.$

B. $-2 \leq m \leq 0.$

C. $m \geq 1.$

D. $1 \leq m \leq 2.$

Câu 9. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng d có phương trình $5x - 3y + 15 = 0$. Tìm ảnh d' của d qua phép quay $Q_{(O, 90^\circ)}$ với O là gốc tọa độ?

A. $5x - 3y + 6 = 0.$

B. $5x + y - 7 = 0.$

C. $3x + 5y + 15 = 0.$

D. $-3x + 5y + 7 = 0.$

Câu 10. Chọn khẳng định **đúng**?**A.** Phép biến hình (trong mặt phẳng) là một hàm số để với mỗi điểm M thuộc mặt phẳng, xác định được một điểm duy nhất M' thuộc mặt phẳng ấy.

B. Phép biến hình (trong mặt phẳng) là một quy tắc để với mỗi điểm M thuộc mặt phẳng, xác định được một điểm M' tương ứng theo quy tắc ấy.

C. Phép biến hình bảo toàn khoảng cách giữa hai điểm bất kì.

D. Phép chiếu vuông góc lên đường thẳng là phép biến hình.

Câu 11. Trong mặt phẳng với hệ trục Oxy , tìm ảnh của điểm $M(2; -3)$ qua phép đối xứng trục $a: x + y + 1 = 0$.

- A.** $M'(-5; 3)$. **B.** $M'(2; -3)$. **C.** $M'(2; 3)$. **D.** $M'(-2; 3)$.

Câu 12. Tìm điều kiện cần và đủ của a, b, c để phương trình $a \sin x + b \cos x = c$ có nghiệm?

- A.** $a^2 + b^2 \geq c^2$. **B.** $a^2 + b^2 = c^2$.
C. $a^2 + b^2 \leq c^2$. **D.** $a^2 + b^2 > c^2$.

Câu 13. Cho phương trình $\cos 2x + \sin x + 2 = 0$. Khi đặt $t = \sin x$, ta được phương trình nào dưới đây?

- A.** $2t^2 + t + 1 = 0$. **B.** $t + 1 = 0$. **C.** $-2t^2 + t + 2 = 0$. **D.** $-2t^2 + t + 3 = 0$.

Câu 14. Chọn khẳng định **sai**.

- A.** Phép đối xứng trục biến một đường tròn thành một đường tròn có cùng bán kính.
B. Phép đối xứng trục biến một góc thành một góc bằng nó.
C. Phép đối xứng trục biến một đường thẳng thành một đường thẳng song song hoặc trùng.
D. Phép đối xứng trục biến một điểm thành duy nhất một điểm

Câu 15. Với $x \in \left(\frac{23\pi}{4}; \frac{25\pi}{4}\right)$, mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A.** Hàm số $y = \cot x$ nghịch biến. **B.** Hàm số $y = \cos x$ nghịch biến
C. Hàm số $y = \tan x$ nghịch biến. **D.** Hàm số $y = \sin x$ đồng biến.

Câu 16. Tính tổng S tất cả các nghiệm của phương trình $(2 \cos 2x + 5)(\sin^4 x - \cos^4 x) + 3 = 0$ trong khoảng $(0; 2\pi)$.

- A.** $S = \frac{7\pi}{6}$. **B.** $S = \frac{11\pi}{6}$ **C.** $S = 4\pi$. **D.** $S = 5\pi$.

Câu 17. Nghiệm của phương trình $\sin \frac{x}{2} = 1$ là

- A.** $x = \pi + k2\pi$. **B.** $x = k2\pi$. **C.** $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$. **D.** $x = \pi + k4\pi$.

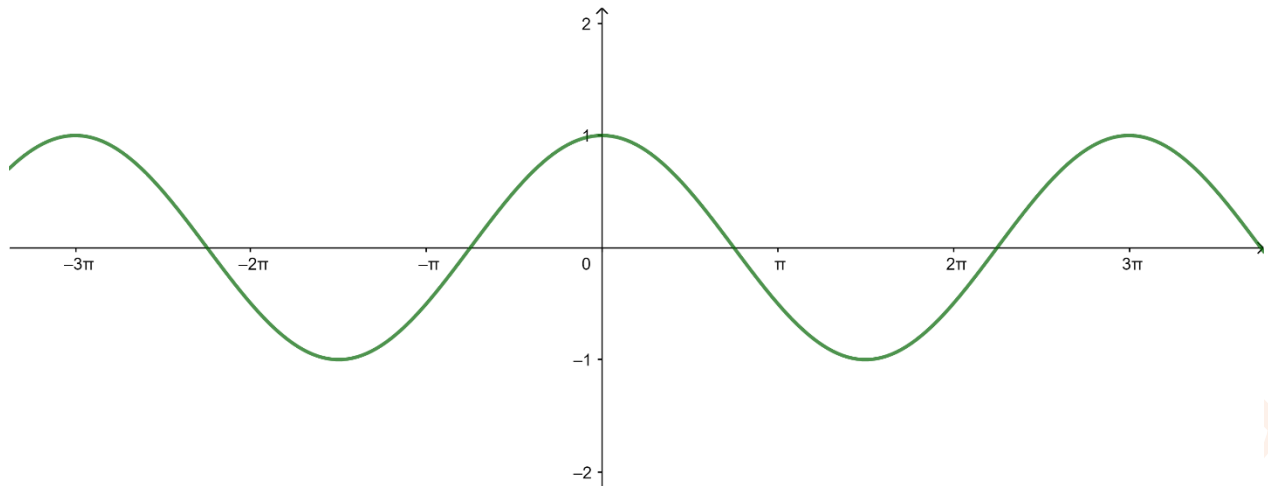
Câu 18. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy . Tìm ảnh của đường thẳng $b: x + y - 5 = 0$ qua phép đối xứng qua trục $a: x + y - 1 = 0$ ta được đường thẳng $b': x + ny + p = 0$. Hỏi $n + p$ bằng bao nhiêu?

- A.** 9. **B.** 8. **C.** 6. **D.** 7.

Câu 19. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , tìm ảnh của điểm $M(2; -3)$ qua phép đối xứng qua trục Ox .

- A.** $M'(2; 3)$. **B.** $M'(-2; -3)$. **C.** $M'(-2; 3)$. **D.** $M'(-5; 3)$.

Câu 20. Đường cong trong hình dưới đây là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D.



Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

- A. $y = \sin \frac{3x}{2}$. B. $y = \cos \frac{2x}{3}$. C. $y = \cos \frac{3x}{2}$. D. $y = \sin \frac{2x}{3}$.

Câu 21. Cho hình chữ nhật $MNPQ$. Phép tịnh tiến theo vector $\overrightarrow{MN}$ biến điểm Q thành điểm nào ?

- A. Điểm Q . B. Điểm M .
C. Điểm N . D. Điểm P .

Câu 22. Cho phương trình $\cos 2\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + 4\cos\left(\frac{\pi}{6} - x\right) = \frac{5}{2}$. Đặt $t = \cos\left(\frac{\pi}{6} - x\right)$, phương trình đã cho trở thành phương trình nào dưới đây ?

- A. $4t^2 + 8t - 5 = 0$. B. $4t^2 - 8t + 3 = 0$.
C. $4t^2 - 8t + 5 = 0$. D. $4t^2 - 8t - 3 = 0$.

Câu 23. Trong mặt phẳng Oxy , cho điểm $M(1;1)$. Hỏi các điểm sau điểm nào là ảnh của M qua phép quay tâm O , góc 45° ?

- A. $M'(\sqrt{2};0)$. B. $M'(0;\sqrt{2})$. C. $M'(1;0)$. D. $M'(-1;1)$.

Câu 24. Cho hai đường tròn $O_1;R$, $O_2;R$, mà mỗi đường tròn này đi qua tâm của đường tròn kia và cắt nhau tại A và B . Đường cát tuyến qua A cắt đường tròn O_1 tại M , cắt đường tròn (O_2) tại N . Góc tạo bởi hai tiếp tuyến tại M và N của hai đường tròn bằng

- A. 45° . B. 90° . C. 30° . D. 60° .

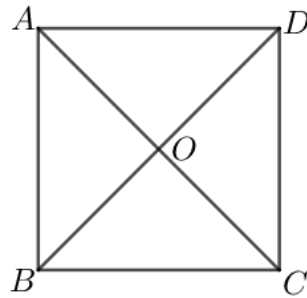
Câu 25. Phương án nào sau đây Sai?

- A. $\cos x = -1 \Leftrightarrow x = \pi + k2\pi$. B. $\cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$.
C. $\cos x = 1 \Leftrightarrow x = k2\pi$. D. $\cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi$.

Câu 26. Trong các phương trình sau phương trình nào vô nghiệm?

- A. $\sin x + \cos x = \sqrt{2}$. B. $\tan x = 2020$.
C. $\cos x = \frac{2020}{2021}$. D. $\sin x = \pi$.

Câu 27. Cho hình vuông $ABCD$ tâm O (như hình bên dưới).



Tìm ảnh của điểm A qua phép quay tâm O góc quay $-\frac{3\pi}{2}$

- A. $Q_{\left(O; -\frac{3\pi}{2}\right)}(A) = O$. B. $Q_{\left(O; -\frac{3\pi}{2}\right)}(A) = C$. C. $Q_{\left(O; -\frac{3\pi}{2}\right)}(A) = D$. D. $Q_{\left(O; -\frac{3\pi}{2}\right)}(A) = B$.

Câu 28. Tính tổng S của các nghiệm của phương trình $\sin x = \frac{1}{2}$ trên đoạn $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$.

- A. $S = \frac{\pi}{2}$. B. $S = \frac{5\pi}{6}$. C. $S = \frac{\pi}{6}$. D. $S = \frac{\pi}{3}$.

Câu 29. Tính chất nào sau đây **không** phải là tính chất của phép dời hình?

- A. Biến đoạn thẳng thành đoạn thẳng có độ dài gấp lần k đoạn thẳng ban đầu.
 B. Biến tam giác thành tam giác bằng nó, biến tia thành tia.
 C. Biến đường tròn thành đường tròn có cùng bán kính.
 D. Biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm thẳng hàng và bảo toàn thứ tự của ba điểm đó.

Câu 30. Tìm tổng tất các nghiệm thuộc đoạn $[0; 10\pi]$ của phương trình $\sin^2 2x + 3\sin 2x + 2 = 0$.

- A. $\frac{299\pi}{4}$. B. $\frac{105\pi}{4}$. C. $\frac{297\pi}{4}$. D. $\frac{105\pi}{2}$.

Câu 31. Cho hình vuông $ABCD$ tâm I . Gọi M, N lần lượt là trung điểm AD, DC . Phép tịnh tiến theo vectơ nào sau đây biến tam giác AMI thành INC ?

- A. $\overrightarrow{IN}$. B. $\overrightarrow{AM}$. C. $\overrightarrow{AC}$. D. $\overrightarrow{MN}$.

Câu 32. Phương trình $\cos^2 x + \cos^2 2x + \cos^2 3x + \cos^2 4x = 2$ tương đương với phương trình

- A. $\cos x \cdot \cos 2x \cdot \cos 4x = 0$. B. $\sin x \cdot \sin 2x \cdot \sin 5x = 0$.
 C. $\sin x \cdot \sin 2x \cdot \sin 4x = 0$. D. $\cos x \cdot \cos 2x \cdot \cos 5x = 0$.

Câu 33. Phương trình $\cos x = 0$ có bao nhiêu nghiệm thuộc nửa khoảng $(0; 2021\pi]$?

- A. 2019. B. 1009. C. 2021. D. 2020.

Câu 34. Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số chẵn?

- A. $y = \sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) - \sin x$. B. $y = \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) + \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$.
 C. $y = 3\cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right) + 4\sin(\pi + 2x)$. D. $y = \sqrt{\sin 2x} + \sqrt{\cos 2x}$.

Câu 35. Nếu gọi $x_1; x_2$ lần lượt là nghiệm dương nhỏ nhất và nghiệm âm lớn nhất của phương trình

$$\sin^4 x + \cos^4 x = \frac{3 - \cos 6x}{4} \text{ thì ta có:}$$

A. $x_1, x_2 = -\frac{3\pi^2}{20}$. B. $x_1, x_2 = -\frac{3\pi^2}{100}$. C. $x_1, x_2 = -\frac{\pi^2}{100}$. D.

$$x_1, x_2 = -\frac{\pi^2}{20}.$$

Câu 36. Tìm tất cả các họ nghiệm của phương trình $\tan^2 x - \frac{4}{\cos x} + 5 = 0$

A. $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$. B. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$.

C. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$. D. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 37. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{1 - \sin x}{\cos x - 1}$.

A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

B. $D = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

D. $D = \mathbb{R}$.

Câu 38. Tìm chu kì T của hàm số $y = \cos\left(\frac{x}{2} + 2020\right)$.

A. $T = \pi$.

B. $T = -2\pi$.

C. $T = 4\pi$.

D. $T = 2\pi$.

Câu 39. Phép đối xứng tâm $I(1;1)$ biến điểm $A(1;3)$ thành điểm nào sau đây?

A. $A'(-2;-1)$.

B. $A'(2;-1)$.

C. $A'(1;-2)$.

D. $A'(1;-1)$.

Câu 40. Số nghiệm của phương trình $\cos^2 x - \sin 2x = \sqrt{2} + \cos^2\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$ trên khoảng từ $(0; 3\pi)$ là.

A. 2.

B. 3.

C. 4.

D. 1.

Câu 41. Trong mặt phẳng tọa độ Xét phép biến hình $F: M(x; y) \xrightarrow{F} M'\left(\frac{1}{2}x; my\right)$ Với giá trị nào của m thì F là phép dời hình?

A. $m = -2$

B. $m = 2$

C. $m = -1$

D. Không tồn tại m

Câu 42. Mệnh đề nào sau đây là sai?

A. Phép đối xứng trục biến một đường thẳng thành một đường thẳng song song với đường thẳng đã cho.

B. Phép đối xứng trục biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm thẳng hàng.

C. Phép đối xứng trục qua đường thẳng d biến các điểm trên d thành chính nó.

D. Phép đối xứng trục bảo toàn khoảng cách giữa hai điểm bất kì.

Câu 43. Hằng ngày mực nước của con kênh lên xuống theo thủy triều. Độ sâu h (mét) của mực nước trong

kênh được tính tại thời điểm t (giờ) trong một ngày bởi công thức $h = 3\cos\left(\frac{\pi t}{8} + \frac{\pi}{4}\right) + 12$. Mực

nước của kênh cao nhất khi

A. $t = 14$ (giờ).

B. $t = 13$ (giờ).

C. $t = 16$ (giờ).

D. $t = 15$ (giờ).

Câu 44. Khẳng định nào sai:

A. Phép quay tâm O biến O thành chính nó.

B. Phép quay biến một đường thẳng thành một đường thẳng song song.

C. Phép quay là một phép dời hình.

D. Phép quay là một phép dời hình biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm thẳng hàng.

Câu 45. Tìm giá trị lớn nhất M của hàm số $y = \sqrt{1 + \frac{1}{2} \cos^2 x} + \frac{1}{2} \sqrt{5 + 2 \sin^2 x}$

- A. $M = \frac{\sqrt{7} + \sqrt{6}}{2}$. B. $M = \frac{\sqrt{22}}{2}$. C. $M = \frac{\sqrt{2}}{2}$. D. $M = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{5}}{2}$.

Câu 46. Tìm số nghiệm của phương trình $\sin(\cos 2x) = 0$ trên $[0; 2\pi]$

- A. 1. B. 3. C. 4. D. 2.

Câu 47. Tập xác định của hàm số $y = \tan\left(3x + \frac{\pi}{4}\right)$

- A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{12} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$. B. $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.
C. $D = \mathbb{R}$. D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{3} \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Câu 48. Biến đổi phương trình $\cos 3x - \sin x = \sqrt{3}(\cos x - \sin 3x)$ về dạng $\sin(ax + b) = \sin(cx + d)$ với b, d thuộc khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$. Tính $b + d$

- A. $b + d = -\frac{\pi}{3}$. B. $b + d = \frac{\pi}{4}$. C. $b + d = \frac{\pi}{12}$. D. $b + d = \frac{\pi}{2}$.

Câu 49. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy . Tìm ảnh của đường thẳng $b: 2x + y - 1 = 0$ qua phép đối xứng qua trục $a: x + y + 1 = 0$ ta được đường thẳng b' có phương trình: $x + ny + p = 0$. Hỏi $n + p$ bằng bao nhiêu?

- A. 6. B. 8. C. 9. D. 7.

Câu 50. Phương trình $\tan x = \cot x$ có tất cả các nghiệm là:

- A. $x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} (k \in \mathbb{Z})$. B. $x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{4} (k \in \mathbb{Z})$.
C. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$. D. $x = \pm \frac{\pi}{4} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.C	2.A	3.C	4.C	5.A	6.A	7.C	8.D	9.C	10.D
11.B	12.A	13.D	14.C	15.D	16.C	17.D	18.B	19.A	20.B
21.D	22.B	23.B	24.D	25.B	26.D	27.D	28.C	29.A	30.D
31.D	32.D	33.C	34.A	35.C	36.C	37.B	38.C	39.D	40.B
41.D	42.A	43.A	44.B	45.B	46.C	47.D	48.D	49.A	50.A

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1.

Nghiệm của phương trình $\cot 2x = -\sqrt{3}$ là :

A. $x = \operatorname{arccot}\left(\frac{-\sqrt{3}}{2}\right) + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

B. $x = -\frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}.$

C. $x = -\frac{\pi}{12} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}.$

D. $x = -\frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Lời giải

$$\cot 2x = -\sqrt{3}$$

$$\Leftrightarrow 2x = -\frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{12} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$$

Câu 2.

Tìm giá trị lớn nhất M và giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y = 3\sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right)$

A. $M = 3, m = -3.$

B. $M = 3, m = -1.$

C. $M = 1, m = -1.$

D. $M = 3, m = 1.$

Lời giải

Ta có : $-1 \leq \sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right) \leq 1 \Rightarrow -3 \leq 3\sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right) \leq 3$

Nên $M = 3, m = -3$

Câu 3. Cho các quy tắc (trong mặt phẳng tọa độ (Oxy)) biến mỗi điểm $M(x; y)$ thành điểm $M'(x'; y')$ sao cho

(I) $\begin{cases} x' - 5x = 0 \\ y' - 3y^2 - 1 = 0 \end{cases}$. (II) $\begin{cases} x' = 99 \\ y' = x + 100 \end{cases}$. (III) $\begin{cases} x' = y \\ x'^2 + y'^2 = x^2 + y^2 \end{cases}$. (IV) $\begin{cases} x' = x + 2020 \\ y' \in \mathbb{R} \end{cases}$.

Trong bốn quy tắc trên, số phép biến hình là

A. 4.

B. 3.

C. 2.

D. 1.

Lời giải

+ Theo quy tắc (I) $\begin{cases} x' - 5x = 0 \\ y' - 3y^2 - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x' = 5x \\ y' = 3y^2 + 1 \end{cases} \Rightarrow M'(5x; 3y^2 + 1)$. Do đó với mỗi điểm

 $M(x; y)$ thuộc mp (Oxy) ta xác định được duy nhất điểm $M'(5x; 3y^2 + 1)$ thuộc mp (Oxy) .

Hay quy tắc (I) là một phép biến hình.

+ Theo quy tắc (II) $\begin{cases} x' = 99 \\ y' = x + 100 \end{cases} \Rightarrow M'(99; x + 100)$. Do đó với mỗi điểm $M(x; y)$ thuộc mp

 (Oxy) ta xác định được duy nhất điểm $M'(99; x + 100)$ thuộc mp (Oxy) . Hay quy tắc (II) là một phép biến hình.

+ Theo quy tắc

$$(III) \begin{cases} x' = y \\ x'^2 + y'^2 = x^2 + y^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x' = y \\ y^2 + y'^2 = x^2 + y^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x' = y \\ y'^2 = x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x' = y \\ y' = x \\ y' = -x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} M'(y, x) \\ M'(y, -x) \end{cases}.$$

Do đó quy tắc (III) không phải là một phép biến hình.

+ Theo quy tắc (IV) $\begin{cases} x' = x + 2020 \\ y' \in \mathbb{R} \end{cases} \Rightarrow M'(x + 2020; y')$ với $y' \in \mathbb{R}$ tùy ý. Do đó quy tắc (IV)

không phải là một phép biến hình.

Câu 4. Trong mặt phẳng tọa độ (Oxy), cho điểm $M(0; 2)$, $N(-2; 1)$ và vector $\vec{v}(1; 2)$. Phép tịnh tiến theo vector $\vec{v}$ biến điểm M, N thành hai điểm M', N' tương ứng. Tính độ dài $M'N'$.

A. $M'N' = 3$.

B. $M'N' = \sqrt{7}$.

C. $M'N' = \sqrt{5}$.

D. $M'N' = 1$.

Lời giải

+ $T_{\vec{v}} : M(0; 2) \rightarrow M'(x_{M'}; y_{M'}) \Leftrightarrow \overrightarrow{MM'} = \vec{v}$. Khi đó biểu thức tọa độ là

$$\begin{cases} x_{M'} = 1 \\ y_{M'} = 2 + 2 = 4 \end{cases} \Rightarrow M'(1; 4).$$

+ $T_{\vec{v}} : N(-2; 1) \rightarrow N'(x_{N'}; y_{N'}) \Leftrightarrow \overrightarrow{NN'} = \vec{v}$. Khi đó biểu thức tọa độ là

$$\begin{cases} x_{N'} = 1 - 2 \\ y_{N'} = 2 + 1 = 3 \end{cases} \Rightarrow N'(-1; 3).$$

$$\text{Vậy } M'N' = \sqrt{(-1-1)^2 + (3-4)^2} = \sqrt{5}.$$

Câu 5: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy. Tìm ảnh của điểm $M(2; -1)$ qua phép đối xứng trục $a: x + y + 1 = 0$.

A. $M'(0; -3)$.

B. $M'(2; 3)$.

C. $M'(-2; 3)$.

D. $M'(-5; 3)$.

Lời giải

Gọi d là đường thẳng đi qua $M(2; -1)$ và vuông góc với $a: x + y + 1 = 0$

$$\Rightarrow (d): x - y - 3 = 0$$

Gọi I là giao điểm của $(a), (d)$ suy ra tọa độ điểm $I(1; -2)$

Do I là trung điểm của MM' suy ra: $M'(0; -3)$

Câu 6. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 8\sin^2 x + 3\cos 2x$. Tính $P = M^2 - 4m$

A. $P = 13$.

B. $P = 21$.

C. $P = 101$.

D. $P = 15$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } y = 8\sin^2 x + 3\cos 2x = 8\sin^2 x + 3(1 - 2\sin^2 x) = 2\sin^2 x + 3$$

$$\text{Vì } 0 \leq \sin^2 x \leq 1 \Rightarrow 0 \leq 2\sin^2 x \leq 2 \Rightarrow 3 \leq 2\sin^2 x + 3 \leq 5$$

Suy ra:

$$M = 5 \text{ khi } \sin x = \pm 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$m = 3 \text{ khi } \sin x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\text{Vậy } P = M^2 - 4m = 5^2 - 4 \cdot 3 = 13$$

Câu 7. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-2018; 2018]$ để phương trình $(m+1)\sin^2 x - \sin 2x + \cos 2x = 0$ có nghiệm.

A. 4037. B. 4036. C. 2020. D. 2019.

Lời giải

$$(m+1)\sin^2 x - \sin 2x + \cos 2x = 0.$$

$$\Leftrightarrow (m+1)\frac{1-\cos 2x}{2} - \sin 2x + \cos 2x = 0.$$

$$\Leftrightarrow 2\sin 2x + (m-1)\cos 2x = m+1 \quad (2).$$

Phương trình $(m+1)\sin^2 x - \sin 2x + \cos 2x = 0$ có nghiệm khi và chỉ khi phương trình (2) có nghiệm

$$\Leftrightarrow 2^2 + (m-1)^2 \geq (m+1)^2.$$

$$\Leftrightarrow 4 - 4m \geq 0.$$

$$\Leftrightarrow m \leq 1.$$

Do m nguyên thuộc đoạn $[-2018; 2018]$ nên có tất cả 2020 giá trị của m thỏa mãn.

Câu 8. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $\cos^2 x = m-1$ có nghiệm.

A. $-1 \leq m \leq 1$. B. $-2 \leq m \leq 0$. C. $m \geq 1$.

D. $1 \leq m \leq 2$.

Lời giải

$$\cos^2 x = m-1.$$

$$\Leftrightarrow \frac{1+\cos 2x}{2} = m-1.$$

$$\Leftrightarrow \cos 2x = 2m-3 \quad (*)$$

Phương trình $\cos^2 x = m-1$ có nghiệm khi và chỉ khi phương trình (*) có nghiệm

$$\Leftrightarrow -1 \leq 2m-3 \leq 1.$$

$$\Leftrightarrow 2 \leq 2m \leq 4.$$

$$\Leftrightarrow 1 \leq m \leq 2.$$

Câu 9. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng d có phương trình $5x-3y+15=0$. Tìm ảnh d' của d qua phép quay $Q_{(O, 90^\circ)}$ với O là gốc tọa độ?

A. $5x-3y+6=0$.

B. $5x+y-7=0$.

C. $3x+5y+15=0$.

D. $-3x+5y+7=0$.

Lời giải

Do d' là ảnh của d qua phép quay $Q_{(O, 90^\circ)}$ với O là gốc tọa độ nên d' có phương trình

$$3x+5y+c=0.$$

Lấy $A(-3; 0) \in (d)$. Ảnh của A qua phép quay $Q_{(O, 90^\circ)}$ với O là gốc tọa độ là

$$A'(0; -3) \in d' \Rightarrow c=15.$$

Vậy d' có phương trình $3x + 5y + 15 = 0$.

Câu 10. Chọn khẳng định **đúng**?

A. Phép biến hình (trong mặt phẳng) là một hàm số để với mỗi điểm M thuộc mặt phẳng, xác định được một điểm duy nhất M' thuộc mặt phẳng ấy.

B. Phép biến hình (trong mặt phẳng) là một quy tắc để với mỗi điểm M thuộc mặt phẳng, xác định được một điểm M' tương ứng theo quy tắc ấy.

C. Phép biến hình bảo toàn khoảng cách giữa hai điểm bất kì.

D. Phép chiếu vuông góc lên đường thẳng là phép biến hình.

Lời giải

Phép biến hình trong mặt phẳng theo định nghĩa là một quy tắc để với mỗi điểm M thuộc mặt phẳng, ta xác định được một điểm duy nhất M' thuộc mặt phẳng ấy. Điểm M' được gọi là ảnh của điểm M qua phép biến hình ấy.

Vậy câu A, B sai.

Câu C phép vị tự với tỉ số $k \neq 1$, phép đồng dạng là phép biến hình nhưng không bảo toàn khoảng cách giữa 2 điểm bất kỳ.

Câu D đúng vì từ điểm M thuộc mặt phẳng qua phép chiếu vuông góc lên đường thẳng ta chỉ xác định được duy nhất M' thuộc mặt phẳng.

Câu 11. Trong mặt phẳng với hệ trục Oxy , tìm ảnh của điểm $M(2; -3)$ qua phép đối xứng trục $a: x + y + 1 = 0$.

A. $M'(-5; 3)$.

B. $M'(2; -3)$.

C. $M'(2; 3)$.

D. $M'(-2; 3)$.

Lời giải

Gọi $M'(x'; y')$ là ảnh của M qua phép đối xứng trục $a: x + y + 1 = 0$. Khi đó $MM' \perp a$ và trung điểm I của MM' thuộc đường thẳng a .

Ta có $\overrightarrow{MM'} = (x - 2; y + 3)$, vectơ chỉ phương của a là $\vec{u} = (1; -1)$, $I\left(\frac{2+x}{2}; \frac{-3+y}{2}\right)$

Do đó ta có hệ phương trình sau

$$\begin{cases} x - 2 - y - 3 = 0 \\ \frac{2+x}{2} + \frac{y-3}{2} + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - y = 5 \\ x + y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -3 \end{cases}. \text{ Vậy } M'(2; -3).$$

Câu 12. Tìm điều kiện cần và đủ của a, b, c để phương trình $a \sin x + b \cos x = c$ có nghiệm?

A. $a^2 + b^2 \geq c^2$.

B. $a^2 + b^2 = c^2$.

C. $a^2 + b^2 \leq c^2$.

D. $a^2 + b^2 > c^2$.

Lời giải

Ta có phương trình
 $a \sin x + b \cos x = c$

$$\Leftrightarrow \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} \sin x + \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} \cos x = \frac{c}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

$$\Leftrightarrow \sin(x + \alpha) = \frac{c}{\sqrt{a^2 + b^2}} \quad (1)$$

$$(\text{Với } \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \cos \alpha; \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \sin \alpha)$$

Khi đó phương trình (1) có nghiệm thì $\left| \frac{c}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right| \leq 1$ hay $a^2 + b^2 \geq c^2$.

Câu 13. Cho phương trình $\cos 2x + \sin x + 2 = 0$. Khi đặt $t = \sin x$, ta được phương trình nào dưới đây?

A. $2t^2 + t + 1 = 0$.

B. $t + 1 = 0$.

C. $-2t^2 + t + 2 = 0$.

D. $-2t^2 + t + 3 = 0$.

Lời giải

Ta có

$$\cos 2x + \sin x + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow 1 - 2\sin^2 x + \sin x + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow -2\sin^2 x + \sin x + 3 = 0$$

đặt $t = \sin x$, $-1 \leq t \leq 1$ Phương trình trở thành $-2t^2 + t + 3 = 0$ Câu 14. Chọn khẳng định **sai**.

A. Phép đối xứng trục biến một đường tròn thành một đường tròn có cùng bán kính.

B. Phép đối xứng trục biến một góc thành một góc bằng nó.

C. Phép đối xứng trục biến một đường thẳng thành một đường thẳng song song hoặc trùng.

D. Phép đối xứng trục biến một điểm thành duy nhất một điểm

Lời giải

Theo tính chất của phép đối xứng trục thì a,b,d đúng

Câu 15. Với $x \in \left(\frac{23\pi}{4}; \frac{25\pi}{4}\right)$, mệnh đề nào sau đây là đúng?A. Hàm số $y = \cot x$ nghịch biến.B. Hàm số $y = \cos x$ nghịch

biến

C. Hàm số $y = \tan x$ nghịch biến.D. Hàm số $y = \sin x$ đồng

biến.

Lời giải

$$\left(\frac{23\pi}{4}; \frac{25\pi}{4}\right) = \left(6\pi - \frac{\pi}{4}; 6\pi + \frac{\pi}{4}\right)$$

Ta có hàm số $y = \sin x$ **đồng biến** $\forall x \in \left(-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}\right)$ Nên hàm số $y = \sin x$ **đồng biến** $\forall x \in \left(\frac{23\pi}{4}; \frac{25\pi}{4}\right)$ Câu 16. Tính tổng S tất cả các nghiệm của phương trình $(2\cos 2x + 5)(\sin^4 x - \cos^4 x) + 3 = 0$ trong khoảng $(0; 2\pi)$.

A. $S = \frac{7\pi}{6}$.

B. $S = \frac{11\pi}{6}$

C. $S = 4\pi$.

D. $S = 5\pi$.

Lời giải

$$(2\cos 2x + 5)(\sin^4 x - \cos^4 x) + 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow (2\cos 2x + 5)(\sin^2 x - \cos^2 x)(\sin^2 x + \cos^2 x) + 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow -(2\cos 2x + 5)\cos 2x + 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow -2\cos^2 2x - 5\cos 2x + 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos 2x = \frac{1}{2} \\ \cos 2x = -3 \text{ (PTVN)} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ 2x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{6} + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

Trong khoảng $(0; 2\pi)$ ta có $S = \frac{\pi}{6} + \frac{7\pi}{6} + \frac{5\pi}{6} + \frac{11\pi}{6} = 4\pi$.

Câu 17. Nghiệm của phương trình $\sin \frac{x}{2} = 1$ là:

A. $x = \pi + k2\pi$.

B. $x = k2\pi$.

C. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$.

D. $x = \pi + k4\pi$.

Lời giải

Ta có $\sin \frac{x}{2} = 1 \Leftrightarrow \frac{x}{2} = \frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow x = \pi + k4\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 18. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy . Tìm ảnh của đường thẳng $b: x + y - 5 = 0$ qua phép đối xứng qua trục $a: x + y - 1 = 0$ ta được đường thẳng $b': x + ny + p = 0$. Hỏi $n + p$ bằng bao nhiêu?

A. 9.

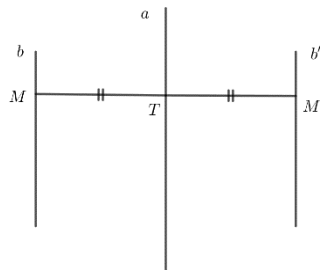
B. 8.

C. 6.

D. 7.

Lời giải

Đường thẳng b song song với trục đối xứng a . Khi đó ảnh của b là b' cũng sẽ song song với a . Do đó $x + y + p = 0$. Kết luận $n = 1$.



Lấy điểm $M(0; 5)$ thuộc đường thẳng b .

Cho đường thẳng a' đi qua điểm M và vuông góc với a . Suy ra $\begin{cases} M \in a' \\ VTPT \vec{n} = (-1; 1) \end{cases}$.

Suy ra phương trình đường thẳng $a': -x + y - 5 = 0$.

Gọi $T(x_T, y_T)$ là giao điểm của a và a' . Khi đó x_T, y_T là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} -x + y - 5 = 0 \\ x + y + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ y = 2 \end{cases}$$

Vậy $T(-3, 2)$.

Gọi $M'(x_{M'}, y_{M'})$ là ảnh của M qua trục đối xứng a . Ta có T là trung điểm MM' , vì vậy mà

$$\begin{cases} \frac{x_{M'} + 0}{2} = -3 \\ \frac{y_{M'} + 5}{2} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_{M'} = -6 \\ y_{M'} = -1 \end{cases} \Rightarrow M'(-6, -1).$$

Ta có $M' \in b': -6 - 1 + p = 0 \Rightarrow p = 7$.

Vậy $n + p = 1 + 7 = 8$.

Câu 19. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , tìm ảnh của điểm $M(2; -3)$ qua phép đối xứng qua trục Ox .

A. $M'(2; 3)$.

B. $M'(-2; -3)$.

C. $M'(-2; 3)$.

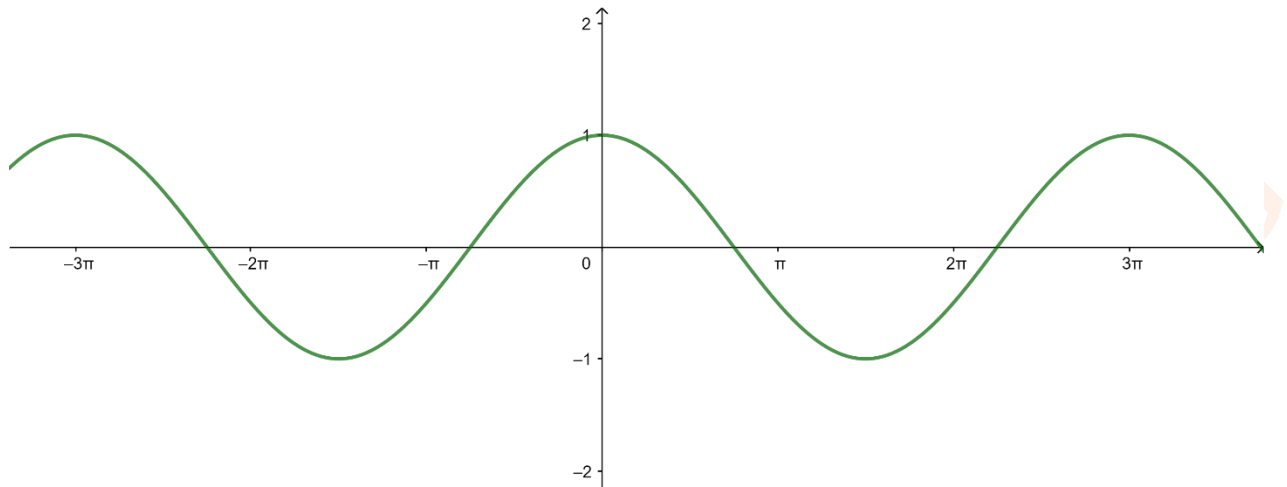
D. $M'(-5; 3)$.

Lời giải

Gọi $M'(x; y)$ là ảnh của M qua phép đối xứng trục Ox . Khi đó

$$\begin{cases} x = 2 \\ y = -(-3) = 3. \end{cases}$$

Câu 20. Đường cong trong hình dưới đây là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D.



Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

A. $y = \sin \frac{3x}{2}$.

B. $y = \cos \frac{2x}{3}$.

C. $y = \cos \frac{3x}{2}$.

D. $y = \sin \frac{2x}{3}$.

Lời giải

Chọn B.

Câu 21. Cho hình chữ nhật $MNPQ$. Phép tịnh tiến theo vector $\overrightarrow{MN}$ biến điểm Q thành điểm nào ?

A. Điểm Q .

B. Điểm M .

C. Điểm N .

D. Điểm P .

Lời giải

Trên hình chữ nhật $MNPQ$ ta có $\overrightarrow{QP} = \overrightarrow{MN} \Leftrightarrow \overrightarrow{QP} = \vec{v}$ vậy phép tịnh tiến theo vector $\vec{v} = \overrightarrow{MN}$ biến điểm Q thành điểm P .

Vậy chọn D.

Câu 22. Cho phương trình $\cos 2\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + 4\cos\left(\frac{\pi}{6} - x\right) = \frac{5}{2}$. Đặt $t = \cos\left(\frac{\pi}{6} - x\right)$, phương trình đã cho trở thành phương trình nào dưới đây ?

A. $4t^2 + 8t - 5 = 0$.

B. $4t^2 - 8t + 3 = 0$.

C. $4t^2 - 8t + 5 = 0$.

D. $4t^2 - 8t - 3 = 0$.

Lời giải

$$\cos 2\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + 4\cos\left(\frac{\pi}{6} - x\right) = \frac{5}{2} \Leftrightarrow 1 - 2\sin^2\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + 4\cos\left(\frac{\pi}{6} - x\right) = \frac{5}{2}.$$

Sử dụng cung phụ ta có

$$\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \cos\left[\frac{\pi}{2} - \left(x + \frac{\pi}{3}\right)\right] = \cos\left(\frac{\pi}{6} - x\right).$$

$$\text{Phương trình đã cho tương đương với } 1 - 2\cos^2\left(\frac{\pi}{6} - x\right) + 4\cos\left(\frac{\pi}{6} - x\right) = \frac{5}{2}.$$

$$\text{Suy ra phương trình theo } t \text{ là } 1 - 2t^2 + 4t = \frac{5}{2} \Leftrightarrow 2 - 4t^2 + 8t = 5 \Leftrightarrow 4t^2 - 8t + 3 = 0.$$

Vậy chọn B.

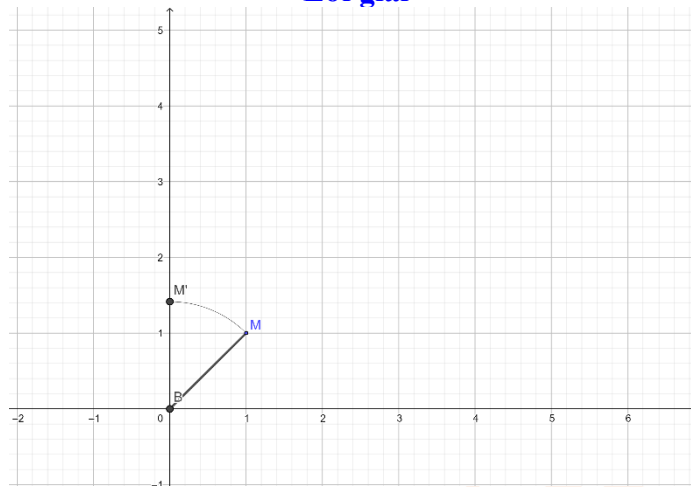
Câu 23. Trong mặt phẳng Oxy , cho điểm $M(1;1)$. Hỏi các điểm sau điểm nào là ảnh của M qua phép quay tâm O , góc 45° ?

A. $M'(\sqrt{2};0)$. B. $M'(0;\sqrt{2})$.

C. $M'(1;0)$.

D. $M'(-1;1)$.

Lời giải



Ta có $OM = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$, quan sát hình vẽ ta thấy $Q_{O,45^\circ} M = M'$. Do đó $M'(0;\sqrt{2})$

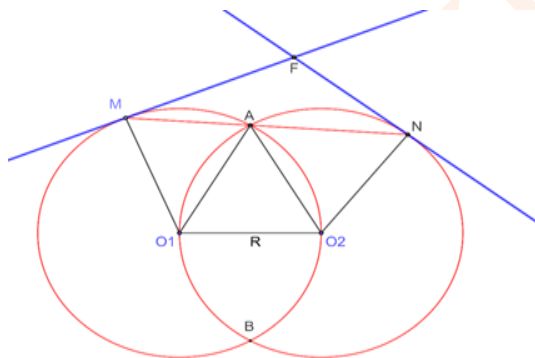
Câu 24. Cho hai đường tròn $O_1;R$, $O_2;R$, mà mỗi đường tròn này đi qua tâm của đường tròn kia và cắt nhau tại A và B . Đường cát tuyến qua A cắt đường tròn O_1 tại M , cắt đường tròn (O_2) tại N . Góc tạo bởi hai tiếp tuyến tại M và N của hai đường tròn bằng

A. 45° . B. 90° .

C. 30° .

D. 60° .

Lời giải



Ta gọi hai tiếp tuyến lần lượt là MF, NF . Ta có $FMA + FNA = \frac{1}{2} MO_1A + NO_2A$ (1) (Cùng chắn cung AM, AN nhỏ).

$$MO_1A + NO_2A = 180^\circ - 2MAO_1 + 180^\circ - 2NAO_2 = 360^\circ - 2.(MAO_1 + NAO_2) \quad (2)$$

Mà tam giác AO_1O_2 đều, có ba cạnh cùng bằng bán kính R nên

$$MAO_1 + NAO_2 = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ \quad (3).$$

Từ (1), (2), (3) ta có $FMA + FNA = 60^\circ$. Do đó góc tạo bởi hai tiếp tuyến MF, NF là 60° .

Câu 25. Phương án nào sau đây **Sai**?

A. $\cos x = -1 \Leftrightarrow x = \pi + k2\pi$.

B. $\cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$.

C. $\cos x = 1 \Leftrightarrow x = k2\pi$.

D. $\cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi$.

Lời giảiTa có: $\cos x = -1 \Leftrightarrow x = \pi + k2\pi \Rightarrow$ Phương án A đúng.

$$\cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi \Rightarrow \text{Phương án D đúng, B sai.}$$

$$\cos x = 1 \Leftrightarrow x = k2\pi \Rightarrow \text{Phương án C đúng.}$$

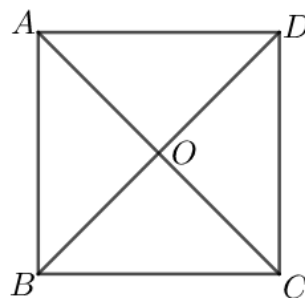
Câu 26. Trong các phương trình sau phương trình nào vô nghiệm?

A. $\sin x + \cos x = \sqrt{2}$.

B. $\tan x = 2020$.

C. $\cos x = \frac{2020}{2021}$.

D. $\sin x = \pi$.

Lời giảiTa có: $-1 \leq \sin x \leq 1$, $\pi > 1 \Rightarrow$ phương trình $\sin x = \pi$ vô nghiệm.**Câu 27.** Cho hình vuông ABCD tâm O (như hình bên dưới).Tìm ảnh của điểm A qua phép quay tâm O góc quay $-\frac{3\pi}{2}$

A. $Q_{\left(O; -\frac{3\pi}{2}\right)}(A) = O$.

B. $Q_{\left(O; -\frac{3\pi}{2}\right)}(A) = C$.

C. $Q_{\left(O; -\frac{3\pi}{2}\right)}(A) = D$.

D. $Q_{\left(O; -\frac{3\pi}{2}\right)}(A) = B$.

Lời giải

$$Q_{\left(O; -\frac{3\pi}{2}\right)}(A) = B.$$

Câu 28. Tính tổng S của các nghiệm của phương trình $\sin x = \frac{1}{2}$ trên đoạn $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$.

A. $S = \frac{\pi}{2}$.

B. $S = \frac{5\pi}{6}$.

C. $S = \frac{\pi}{6}$.

D. $S = \frac{\pi}{3}$.

Lời giảiTrên đoạn $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ phương trình $\sin x = \frac{1}{2}$ có nghiệm duy nhất là $x = \frac{\pi}{6}$. Vậy $S = \frac{\pi}{6}$.**Câu 29.** Tính chất nào sau đây **không** phải là tính chất của phép dời hình?

A. Biến đoạn thẳng thành đoạn thẳng có độ dài gấp lần k đoạn thẳng ban đầu.

B. Biến tam giác thành tam giác bằng nó, biến tia thành tia.

C. Biến đường tròn thành đường tròn có cùng bán kính.

D. Biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm thẳng hàng và bảo toàn thứ tự của ba điểm đó.

Lời giải

Phép dời hình là phép biến hình bảo toàn khoảng cách giữa hai điểm bất kỳ.

Do đó, theo tính chất của phép dời hình thì các đáp án B, C, D là đúng và đáp án A là sai.

Câu 30. Tìm tổng tất cả các nghiệm thuộc đoạn $[0; 10\pi]$ của phương trình $\sin^2 2x + 3\sin 2x + 2 = 0$.

A. $\frac{299\pi}{4}$.

B. $\frac{105\pi}{4}$.

C. $\frac{297\pi}{4}$.

D. $\frac{105\pi}{2}$.

Lời giải

Phương trình $\sin^2 2x + 3\sin 2x + 2 = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sin 2x = -1 \quad (n) \\ \sin 2x = -2 \quad (l) \end{cases} \Leftrightarrow 2x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

$$\text{Vì } 0 \leq x \leq 10\pi \text{ nên } 0 \leq -\frac{\pi}{4} + k\pi \leq 10\pi \Leftrightarrow \frac{\pi}{4} \leq k\pi \leq \frac{41\pi}{4} \Leftrightarrow \frac{1}{4} \leq k \leq \frac{41}{4}.$$

Vì $k \in \mathbb{Z}$ nên $k \in \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10\}$.

Tổng S tất cả các nghiệm thuộc đoạn $[0; 10\pi]$ của phương trình là tổng 10 số hạng đầu tiên của cấp số cộng có số hạng đầu $u_1 = -\frac{\pi}{4} + \pi = \frac{3\pi}{4}$ và công sai $d = \pi$.

$$\text{Ta có } S_n = nu_1 + \frac{n(n-1)d}{2}, \text{ suy ra } S = 10 \cdot \frac{3\pi}{4} + \frac{10 \cdot 9\pi}{2} = \frac{105\pi}{2}.$$

Câu 31. Cho hình vuông $ABCD$ tâm I . Gọi M, N lần lượt là trung điểm AD, DC . Phép tịnh tiến theo vector nào sau đây biến tam giác AMI thành INC ?

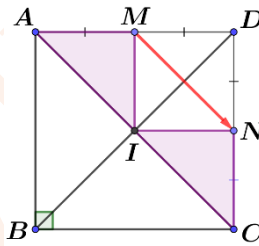
A. $\overrightarrow{IN}$.

B. $\overrightarrow{AM}$.

C. $\overrightarrow{AC}$.

D. $\overrightarrow{MN}$.

Lời giải



Từ hình vẽ, ta thấy: $T_{\overrightarrow{MN}}(A) = I$, $T_{\overrightarrow{MN}}(M) = N$, $T_{\overrightarrow{MN}}(I) = C$.

Vậy phép tịnh tiến theo vector $\overrightarrow{MN}$ biến ΔAMI thành ΔINC .

Câu 32: Phương trình $\cos^2 x + \cos^2 2x + \cos^2 3x + \cos^2 4x = 2$ tương đương với phương trình

A. $\cos x \cdot \cos 2x \cdot \cos 4x = 0$.

B. $\sin x \cdot \sin 2x \cdot \sin 5x = 0$.

C. $\sin x \cdot \sin 2x \cdot \sin 4x = 0$.

D. $\cos x \cdot \cos 2x \cdot \cos 5x = 0$.

Lời giải

Ta có: $\cos^2 x + \cos^2 2x + \cos^2 3x + \cos^2 4x = 2$

$$\Leftrightarrow \frac{1 + \cos 2x}{2} + \frac{1 + \cos 4x}{2} + \frac{1 + \cos 6x}{2} + \frac{1 + \cos 8x}{2} = 2.$$

$$\Leftrightarrow \cos 2x + \cos 4x + \cos 6x + \cos 8x = 0.$$

$$\Leftrightarrow 2 \cdot \cos 3x \cdot \cos x + 2 \cos 7x \cdot \cos x = 0.$$

$$\Leftrightarrow \cos x (\cos 3x + \cos 7x) = 0.$$

$$\Leftrightarrow 2 \cos x \cdot \cos 5x \cdot \cos 2x = 0.$$

$$\text{Vậy } \cos^2 x + \cos^2 2x + \cos^2 3x + \cos^2 4x = 2 \Leftrightarrow \cos x \cdot \cos 2x \cdot \cos 5x = 0.$$

Câu 33. Phương trình $\cos x = 0$ có bao nhiêu nghiệm thuộc nửa khoảng $(0; 2021\pi]$?

A. 2019.

B. 1009.

C. 2021.

D. 2020.

Lời giải

$$\text{Ta có } \cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi.$$

Do đó phương trình có 2 nghiệm trên nửa khoảng $(0; 2\pi]$.

Suy ra phương trình có 2020 nghiệm trên nửa khoảng $(0; 2020\pi]$.

Trên nửa khoảng $(2020\pi; 2021\pi]$ phương trình có thêm 1 nghiệm nữa.

Vậy phương trình $\cos x = 0$ có 2021 nghiệm thuộc nửa khoảng $(0; 2021\pi]$.

Câu 34. Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số chẵn?

A. $y = \sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) - \sin x$.

B. $y = \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) + \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$.

C. $y = 3\cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right) + 4\sin(\pi + 2x)$.

D. $y = \sqrt{\sin 2x} + \sqrt{\cos 2x}$.

Lời giải

Ta có $y = \sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) - \sin x = \sqrt{2} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \sin x + \frac{\sqrt{2}}{2} \cos x \right) - \sin x = \cos x$

Mà hàm số $y = \cos x$ là hàm số chẵn.

Suy ra hàm số chẵn.

Câu 35. Nếu gọi $x_1; x_2$ lần lượt là nghiệm dương nhỏ nhất và nghiệm âm lớn nhất của phương trình

$\sin^4 x + \cos^4 x = \frac{3 - \cos 6x}{4}$ thì ta có:

A. $x_1 \cdot x_2 = -\frac{3\pi^2}{20}$.

B. $x_1 \cdot x_2 = -\frac{3\pi^2}{100}$.

C. $x_1 \cdot x_2 = -\frac{\pi^2}{100}$.

D.

$x_1 \cdot x_2 = -\frac{\pi^2}{20}$.

Lời giải

$\sin^4 x + \cos^4 x = \frac{3 - \cos 6x}{4}$

$\Leftrightarrow 4(1 - 2\sin^2 x \cos^2 x) = 3 - \cos 6x$

$\Leftrightarrow 1 - 2\sin^2 2x = -\cos 6x$

$\Leftrightarrow \cos 4x = \cos 6x + \pi$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 6x + \pi = 4x + k2\pi \\ 6x + \pi = -4x + k2\pi \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{10} + \frac{k\pi}{5} \end{cases}$

Nghiệm dương nhỏ nhất là $x_1 = \frac{\pi}{10}$, nghiệm âm lớn nhất là $x_2 = -\frac{\pi}{10}$.

Vậy $x_1 \cdot x_2 = -\frac{\pi^2}{100}$.

Câu 36. Tìm tất cả các họ nghiệm của phương trình $\tan^2 x - \frac{4}{\cos x} + 5 = 0$

A. $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$. B. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$.

C. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

D. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Lời giải

ĐK: $\cos x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$

$$\tan^2 x - \frac{4}{\cos x} + 5 = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{\cos^2 x} - 1 - \frac{4}{\cos x} + 5 = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{1}{\cos x} - 2 \right)^2 = 0 \Leftrightarrow \cos x = \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \text{ (Thỏa điều kiện).}$$

Câu 37. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{1 - \sin x}{\cos x - 1}$.

A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

B. $D = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

D. $D = \mathbb{R}$.

Lời giải

Hàm số xác định khi và chỉ khi $\cos x - 1 \neq 0 \Leftrightarrow \cos x \neq 1 \Leftrightarrow x \neq k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

Vậy tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

Câu 38. Tìm chu kỳ T của hàm số $y = \cos\left(\frac{x}{2} + 2020\right)$.

A. $T = \pi$.

B. $T = -2\pi$.

C. $T = 4\pi$.

D. $T = 2\pi$.

Lời giải

Lý thuyết : hàm số $y = \cos(ax + b)$ tuần hoàn với chu kỳ $T = \frac{2\pi}{|a|}$.

Áp dụng: Hàm số $y = \cos\left(\frac{x}{2} + 2020\right)$ tuần hoàn với chu kỳ $T = 4\pi$.

Câu 39. Phép đối xứng tâm $I(1;1)$ biến điểm $A(1;3)$ thành điểm nào sau đây?

A. $A'(-2;-1)$.

B. $A'(2;-1)$.

C. $A'(1;-2)$.

D. $A'(1;-1)$.

Lời giải

Gọi $A'(a;b)$ là ảnh của A qua phép đối xứng tâm $I(1;1)$.

Ta có $I(1;1)$ là trung điểm của AA' nên: $\begin{cases} \frac{a+1}{2} = 1 \\ \frac{b+3}{2} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -1 \end{cases}$

Câu 40. Số nghiệm của phương trình $\cos^2 x - \sin 2x = \sqrt{2} + \cos^2\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$ trên khoảng từ $(0; 3\pi)$ là.

A. 2.

B. 3.

C. 4. D. 1.

Lời giải

$$\text{Ta có } \cos^2 x - \sin 2x = \sqrt{2} + \cos^2\left(\frac{\pi}{2} + x\right) \Leftrightarrow$$

$$\cos^2 x - \sin 2x = \sqrt{2} + \sin^2 x \Leftrightarrow \cos 2x - \sin 2x = \sqrt{2}$$

$$\Leftrightarrow \cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = 1 \Leftrightarrow 2x + \frac{\pi}{4} = k2\pi \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{8} + k\pi; k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{Ta có: } x \in (0; 3\pi) \Leftrightarrow 0 < -\frac{\pi}{8} + k\pi < 3\pi \Leftrightarrow \frac{1}{8} < k < 3 + \frac{1}{8}$$

Vì $k \in \mathbb{Z}$ nên $k \in \{1; 2; 3\}$

Vậy phương trình có 3 nghiệm.

Câu 41. Trong mặt phẳng tọa độ Xét phép biến hình $F: M(x; y) \xrightarrow{F} M'\left(\frac{1}{2}x; my\right)$ Với giá trị nào của m thì F là phép dời hình?

A. $m = -2$ B. $m = 2$ C. $m = -1$ D. Không tồn tại m

Lời giải

$$\text{Ta có: } M(x; y) \xrightarrow{F} M'\left(\frac{1}{2}x; my\right) \quad N(x_1; y_1) \xrightarrow{F} N'\left(\frac{1}{2}x_1; my_1\right)$$

$$MN = \sqrt{(x_1 - x)^2 + (y_1 - y)^2} \quad M'N' = \sqrt{\frac{1}{4}(x_1 - x)^2 + m^2(y_1 - y)^2}$$

$$\text{Để } F \text{ là phép dời hình thì } MN = M'N' \Leftrightarrow \sqrt{(x_1 - x)^2 + (y_1 - y)^2} = \sqrt{\frac{1}{4}(x_1 - x)^2 + m^2(y_1 - y)^2}$$

$$(x_1 - x)^2 + (y_1 - y)^2 = \frac{1}{4}(x_1 - x)^2 + m^2(y_1 - y)^2$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 1 = \frac{1}{4} \text{ (Vô lý)} \\ 1 = m^2 \end{cases}$$

vậy không tồn tại giá trị nào của m để F là phép dời hình

Bổ sung:

Chọn bộ số $M(0; 1); N(2; 2); P(0; 2)$ ta có: $M'(0; m); N'(1; 2m); P'(0; 2m)$

$$\text{Để } F \text{ là phép dời hình thì: } \begin{cases} MN = M'N' \\ MP = M'P' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{5} = \sqrt{m^2 + 1} \\ 1 = \sqrt{m^2 + 0} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 = 4 \\ m^2 = 1 \end{cases} \text{ (vô lý)}$$

Câu 42. Mệnh đề nào sau đây là sai?

A. Phép đối xứng trục biến một đường thẳng thành một đường thẳng song song với đường thẳng đã cho.

B. Phép đối xứng trục biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm thẳng hàng.

C. Phép đối xứng trục qua đường thẳng d biến các điểm trên d thành chính nó.

D. Phép đối xứng trục bảo toàn khoảng cách giữa hai điểm bất kì.

Lời giải

Theo tính chất của phép đối xứng trục đường thẳng d biến thành đường thẳng d' có thể song song, trùng hoặc cắt với đường thẳng d .

- Câu 43.** Hằng ngày mực nước của con kênh lên xuống theo thủy triều. Độ sâu h (mét) của mực nước trong kênh được tính tại thời điểm t (giờ) trong một ngày bởi công thức $h = 3\cos\left(\frac{\pi t}{8} + \frac{\pi}{4}\right) + 12$. Mực nước của kênh cao nhất khi
- A.** $t = 14$ (giờ). **B.** $t = 13$ (giờ). **C.** $t = 16$ (giờ). **D.** $t = 15$ (giờ).

Lời giải

Mực nước của kênh cao nhất khi độ sâu của mực nước trong kênh lớn nhất.

$$\text{Ta có } -1 \leq \cos\left(\frac{\pi t}{8} + \frac{\pi}{4}\right) \leq 1.$$

$$\Leftrightarrow 9 \leq 3\cos\left(\frac{\pi t}{8} + \frac{\pi}{4}\right) + 12 \leq 15.$$

$$\max h = 15 \text{ khi } \cos\left(\frac{\pi t}{8} + \frac{\pi}{4}\right) = 1 \Leftrightarrow t = -2 + 16k.$$

$$\text{Trong 1 ngày có 24 giờ nên } 0 \leq -2 + 16k \leq 24.$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{8} \leq k \leq \frac{26}{16}.$$

$$\text{Vì } k \in \mathbb{Z} \text{ nên } k = 1.$$

$$\text{Khi } k = 1 \Rightarrow t = 14 \text{ giờ.}$$

Câu 44. Khẳng định nào sai :

- A.** Phép quay tâm O biến O thành chính nó.
B. Phép quay biến một đường thẳng thành một đường thẳng song song.
C. Phép quay là một phép dời hình.
D. Phép quay là một phép dời hình biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm thẳng hàng.

Lời giải

Đáp án: B

Phép quay biến đường thẳng thành đường thẳng.

- Câu 45.** Tìm giá trị lớn nhất M của hàm số $y = \sqrt{1 + \frac{1}{2}\cos^2 x} + \frac{1}{2}\sqrt{5 + 2\sin^2 x}$

A. $M = \frac{\sqrt{7} + \sqrt{6}}{2}.$

B. $M = \frac{\sqrt{22}}{2}.$

C. $M = \frac{\sqrt{2}}{2}.$

D. $M = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{5}}{2}.$

Lời giải

$$\text{Ta có } y = \sqrt{1 + \frac{1}{2}\cos^2 x} + \frac{1}{2}\sqrt{5 + 2\sin^2 x} = \sqrt{1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1 + \cos 2x}{2}} + \frac{1}{2}\sqrt{5 + 2 \cdot \frac{1 - \cos 2x}{2}}$$

$$y = \frac{1}{2}\sqrt{5 + \cos 2x} + \frac{1}{2}\sqrt{6 - \cos 2x} = \frac{1}{2}(1 \cdot \sqrt{5 + \cos 2x} + 1 \cdot \sqrt{6 - \cos 2x}).$$

Áp dụng bất đẳng thức Bunhiacopxki ta có

$$y = \frac{1}{2} (1 \cdot \sqrt{5 + \cos 2x} + 1 \cdot \sqrt{6 - \cos 2x}) \leq \frac{1}{2} \cdot \sqrt{(1^2 + 1^2) \cdot (5 + \cos 2x + 6 - \cos 2x)} \leq \frac{\sqrt{22}}{2}.$$

Dấu “=” xảy ra khi $\frac{1}{\sqrt{5 + \cos 2x}} = \frac{1}{\sqrt{6 - \cos 2x}} \Leftrightarrow \cos 2x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{6} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

Câu 46. Tìm số nghiệm của phương trình $\sin(\cos 2x) = 0$ trên $[0; 2\pi]$

A. 1.

B. 3.

C. 4.

D. 2.

Lời giải

Ta có $\sin(\cos 2x) = 0 \Leftrightarrow \cos 2x = k\pi (k \in \mathbb{Z})$ mà $-1 \leq \cos 2x \leq 1 \forall x$ nên $\cos 2x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}.$

Mặt khác $x \in [0; 2\pi]$ nên ta có $0 \leq \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2} \leq 2\pi \Leftrightarrow -\frac{1}{2} \leq k \leq \frac{7}{2} \Rightarrow k \in \{0; 1; 2; 3\}.$

Vậy phương trình có 4 nghiệm.

Câu 47. Tập xác định của hàm số $y = \tan\left(3x + \frac{\pi}{4}\right)$

A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{12} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}.$

B. $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}.$

C. $D = \mathbb{R}.$

D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{3} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}.$

Lời giải

Hàm số xác định khi: $\cos\left(3x + \frac{\pi}{4}\right) \neq 0 \Leftrightarrow 3x + \frac{\pi}{4} \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$

Vậy tập xác định của hàm số là: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{3} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$

Câu 48. Biến đổi phương trình $\cos 3x - \sin x = \sqrt{3}(\cos x - \sin 3x)$ về dạng $\sin(ax + b) = \sin(cx + d)$ với b, d

thuộc khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$. Tính $b + d$

A. $b + d = -\frac{\pi}{3}.$

B. $b + d = \frac{\pi}{4}.$

C. $b + d = \frac{\pi}{12}.$

D. $b + d = \frac{\pi}{2}.$

Lời giải

Phương trình:

$$\cos 3x - \sin x = \sqrt{3}(\cos x - \sin 3x)$$

$$\Leftrightarrow \cos 3x + \sqrt{3} \sin 3x = \sin x + \sqrt{3} \cos x$$

$$\Leftrightarrow \sin\left(3x + \frac{\pi}{6}\right) = \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$$

Do đó $b = \frac{\pi}{6}, d = \frac{\pi}{3}$. Vậy $b + d = \frac{\pi}{2}$

Câu 49. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy . Tìm ảnh của đường thẳng $b: 2x + y - 1 = 0$ qua phép đối xứng qua trục $a: x + y + 1 = 0$ ta được đường thẳng b' có phương trình: $x + ny + p = 0$. Hỏi $n + p$ bằng bao nhiêu?
A. 6. **B.** 8. **C.** 9. **D.** 7.

Lời giải

Giao điểm của hai đường thẳng a và b là nghiệm của hệ phương trình:
$$\begin{cases} 2x + y - 1 = 0 \\ x + y + 1 = 0 \end{cases}$$

Giải hệ trên ta tìm được giao điểm là $A(2; -3)$.

Lấy $M(0; 1) \in b$. Ta tìm ảnh của M qua phép đối xứng qua đường thẳng a :

Phương trình đường thẳng Δ qua M và vuông góc với đường thẳng a là: $x - y + 1 = 0$

Tọa độ hình chiếu H của M lên đường thẳng a là nghiệm hệ phương trình
$$\begin{cases} x - y + 1 = 0 \\ x + y + 1 = 0 \end{cases}$$

Giải hệ trên ta tìm được $H(-1; 0)$

Gọi M' ảnh của M qua phép đối xứng qua đường thẳng a .

Suy ra H là trung điểm của đoạn thẳng MM' . Suy ra $M'(-2; -1)$

Ta có b' là ảnh của b qua phép đối xứng trục a . Suy ra b' qua $M'(-2; -1)$ và $A(2; -3)$

Phương trình đường thẳng $b': x + 2y + 4 = 0$

Vậy $\begin{cases} n = 2 \\ p = 4 \end{cases}$. Suy ra $n + p = 6$

Câu 50. Phương trình $\tan x = \cot x$ có tất cả các nghiệm là:

A. $x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} (k \in \mathbb{Z})$

C. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$

B. $x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{4} (k \in \mathbb{Z})$

D. $x = \pm \frac{\pi}{4} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$

Lời giải

Phương trình có điều kiện là: $x \neq k\frac{\pi}{2} (k \in \mathbb{Z})$

$\tan x = \cot x$

$$\Leftrightarrow \tan x = \tan\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} - x + k\pi$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} (k \in \mathbb{Z})$$

So điều kiện ta có nghiệm phương trình là: $x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} (k \in \mathbb{Z})$

ĐỀ 10
ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA KÌ I**Môn: TOÁN, Lớp 10**

Thời gian làm bài: 90 phút, không tính thời gian phát đề

Câu 1. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $2\cos x - m\sin x - 2 = 3m$ có nghiệm.

A. $\begin{cases} m \geq 0 \\ m \leq \frac{-3}{2} \end{cases}$

B. $\frac{-3}{2} < m < 0$.

C. $\begin{cases} m > 0 \\ m < \frac{-3}{2} \end{cases}$

D. $\frac{-3}{2} \leq m \leq 0$.

Câu 2. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{2020}{\cos x}$.

A. $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

B. $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi; k \in \mathbb{Z}\}$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}$.

D. $D = \mathbb{R}$.

Câu 3. Chọn khẳng định sai.

A. $\cos x = 1 \Leftrightarrow x = k2\pi \ (k \in \mathbb{Z})$.

B. $\sin x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \ (k \in \mathbb{Z})$.

C. $\tan x = 0 \Leftrightarrow x = k2\pi \ (k \in \mathbb{Z})$.

D. $\cot x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 4. Ảnh của điểm $M(2; -3)$ qua phép quay tâm O góc quay -90° có tọa độ là:

A. $(-3; 2)$.

B. $(3; -2)$.

C. $(3; 2)$.

D. $(-3; -2)$.

Câu 5. Nghiệm của phương trình $\cot x = \frac{1}{\sqrt{3}}$ là

A. $x = \frac{\pi}{6} + k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$.

B. $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \ (k \in \mathbb{Z})$.

C. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$.

D. $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \ (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 6. Phép đồng dạng tỉ số $k = 2$ biến tam giác đều ABC cạnh $2a$ thành tam giác $A'B'C'$.
Tìm chu vi tam giác $A'B'C'$.

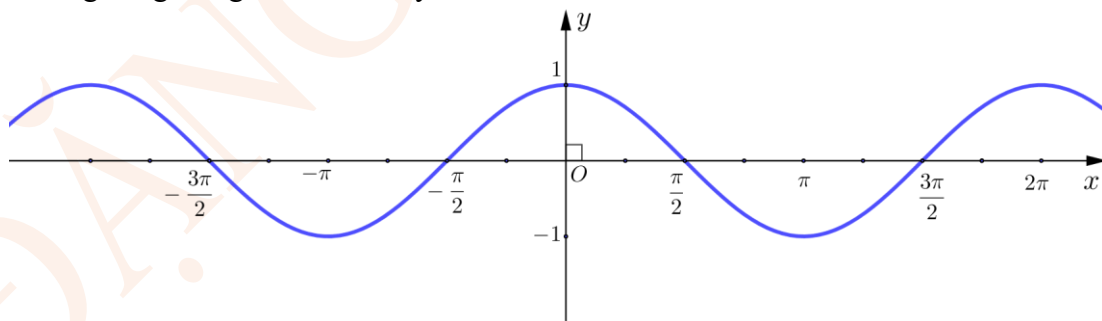
A. $12a$.

B. $3a$.

C. $6a$.

D. $9a$.

Câu 7. Đường cong trong hình dưới đây là của đồ thị hàm số nào?



A. $y = \sin x$.

B. $y = \cos x$.

C. $y = \tan x$.

D. $y = \cot x$.

Câu 8. Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số lẻ?

A. $y = \frac{\tan x}{\sin x}$.

B. $y = \frac{\cot x}{\cos x}$.

C. $y = \cos x$.

D. $y = \sin^2 x$.

Câu 9. Phương trình $\sqrt{3}\sin 2x - \cos 2x = \sqrt{2}$ tương đương với phương trình

A. $\sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = \sin \frac{\pi}{4}$.

B. $\sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right) = \sin \frac{\pi}{4}$.

C. $\sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) = \sin\frac{\pi}{4}$. D. $\sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = \sin\frac{\pi}{4}$.

Câu 10. Cho hai đường thẳng a và b song song với nhau. Trên đường thẳng a có 4 điểm phân biệt và trên đường thẳng b có 11 điểm phân biệt. Hỏi có thể tạo được bao nhiêu tam giác có các đỉnh là các điểm trên hai đường thẳng a và b đã cho?

A. 455 tam giác. B. 325 tam giác. C. 650 tam giác. D. 286 tam giác.

Câu 11. Để trang trí gian hàng cho lễ hội halloween. Lớp 11A có 12 học sinh nam và 15 học sinh nữ. Giáo viên cần chọn 5 học sinh để trang trí trại. Số cách chọn 5 học sinh sao cho có ít nhất 1 học sinh nữ bằng bao nhiêu? Biết rằng học sinh nào trong lớp cũng có khả năng trang trí trại

A. 79938 cách. B. 792 cách. C. 77727 cách. D. 3003 cách.

Câu 12. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $-\sin^2 x - 3\cos x + 3m = 0$ có nghiệm.

A. $-1 < m < 1$. B. $-1 \leq m \leq 1$. C. $m < \frac{13}{12}$. D. $m \leq \frac{13}{12}$.

Câu 13. Cho các hàm số $y = \sin x$; $y = \cos x$; $y = \tan x$; $y = \cot x$. Có bao nhiêu hàm nghịch biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$?

A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 14. Trong các phép biến hình dưới đây, có bao nhiêu phép đồng nhất

- i. Phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{0}$.
- ii. Phép vị tự tâm O tỉ số $k=1$.
- iii. Phép quay tâm O góc quay 0° .

A. 1. B. 2. C. 0. D. 3.

Câu 15. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số

$$y = 2\cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right). \text{ Tính } P = M - m.$$

A. $P = 2\sqrt{2}$. B. $P = 4$. C. $P = \sqrt{2}$. D. $P = 2$.

Câu 16. tìm tất cả các giá trị m để phương trình $2\sin\left(x + \frac{5\pi}{6}\right) - m = 3$ vô nghiệm

A. $-5 \leq m \leq -1$. B. $-5 < m < -1$. C. $\begin{cases} m \geq -1 \\ m \leq -5 \end{cases}$. D. $\begin{cases} m > -1 \\ m < -5 \end{cases}$.

Câu 17. Phương trình $\tan^2 x - 5\tan x + 4 = 0$ tương đương với

A. $\begin{cases} \cot x = 1 \\ \tan x = 4 \end{cases}$. B. $\begin{cases} \tan x = -1 \\ \tan x = -4 \end{cases}$. C. $\begin{cases} \tan x = 1 \\ \cot x = 4 \end{cases}$. D. $\begin{cases} \tan x = -1 \\ \cot x = -4 \end{cases}$.

Câu 18. Trong các phương trình sau, phương trình nào vô nghiệm?

A. $\cot\left(\frac{\pi}{3} - x\right) = \pi$. B. $\frac{1}{3}\sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{2}$.
C. $\frac{1}{2}\cos\left(3x + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{-1}{4}$. D. $\tan\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{2}$.

Câu 19. Với $x \in \left(\frac{29\pi}{4}; \frac{31\pi}{4}\right)$, mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Hàm số $y = \cot x$ nghịch biến. B. Hàm số $y = \sin x$ đồng biến.
C. Hàm số $y = \cos x$ nghịch biến. D. Hàm số $y = \tan x$ nghịch biến.

Câu 20. Nghiệm của phương trình $\sin^2 x + \frac{1+\sqrt{3}}{2} \sin 2x + \sqrt{3} \cos^2 x = 0$ có dạng

$x = -\alpha + k\pi (k \in \mathbb{Z})$ và $x = -\beta + k\pi (k \in \mathbb{Z})$. Biết $\alpha; \beta \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$. Khi đó tổng $\beta + \alpha$ là

- A. $\beta + \alpha = -\frac{5\pi}{12}$. B. $\beta + \alpha = -\frac{7\pi}{12}$. C. $\beta + \alpha = \frac{7\pi}{12}$. D. $\beta + \alpha = \frac{5\pi}{12}$.

Câu 21. Khẳng định nào dưới đây là sai?

- A. $T_u(A) = B \Leftrightarrow T_{-u}(B) = A$. B. $T_u(A) = B \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \vec{u}$.
C. $\begin{cases} T_u(A) = A' \\ T_u(B) = B' \end{cases} \Rightarrow AB // A'B'$. D. $\begin{cases} T_u(A) = A' \\ T_u(B) = B' \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{A'B'}$.

Câu 22. Một tổ công nhân có 15 người. Cần chọn 3 người trong đó có một người là tổ trưởng, một người là tổ phó, một người là thành viên. Hỏi có bao nhiêu cách chọn.

- A. 455 cách. B. 15! cách. C. 2370 cách. D. 2730 cách.

Câu 23. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho vectơ $\vec{v} = (a; -b)$ và hai điểm $M(x; y)$, $M'(x'; y')$ thỏa mãn $T_{\vec{v}}(M) = M'$. Chọn khẳng định đúng.

- A. $\begin{cases} x' = 2a - x \\ y' = -2b - y \end{cases}$. B. $\begin{cases} x' = x - a \\ y' = y + b \end{cases}$. C. $\begin{cases} x' = x + a \\ y' = y + b \end{cases}$. D. $\begin{cases} x' = x + a \\ y' = y - b \end{cases}$.

Câu 24. Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{\frac{\sin 2x - 2}{\cos 2x + 4}}$

- A. $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$. B. $D = [-1; 1]$. C. $D = \mathbb{R}$. D. $D = \emptyset$.

Câu 25. Trong mặt phẳng cho 7 điểm phân biệt A, B, C, D, E, F, G . Hỏi có thể tạo thành bao nhiêu đoạn thẳng mà 2 đầu mút thuộc tập 7 điểm đã cho?

- A. 2 đoạn thẳng. B. 40 đoạn thẳng. C. 24 đoạn thẳng. D. 21 đoạn thẳng.

Câu 26. Mệnh đề nào sau đây là sai?

- A. Hàm số $y = \tan x$ tuần hoàn với chu kỳ π . B. Hàm số $y = \sin x$ tuần hoàn với chu kỳ 2π .
C. Hàm số $y = \cos x$ tuần hoàn với chu kỳ 2π . D. Hàm số $y = \cot x$ tuần hoàn với chu kỳ 2π .

Câu 27. Số nghiệm của phương trình $2\cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) - \sqrt{3} = 0$ trên khoảng $(-2\pi; 3\pi)$ là

- A. 8. B. 4. C. 10. D. 9.

Câu 28. Một lớp học có 40 học sinh gồm 25 nam và 15 nữ. Chọn 5 học sinh tham gia vệ sinh công cộng toàn trường, hỏi có bao nhiêu cách chọn 5 học sinh trong đó có 3 học sinh nam và 2 học sinh nữ?

- A. 9880 cách. B. 45000 cách. C. 136500 cách. D. 241500 cách.

Câu 29. Chọn khẳng định đúng.

- A. $\sin x = \sin \alpha \Leftrightarrow \begin{cases} x = \alpha + k\pi \\ x = \pi - \alpha + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$. B. $\cos x = \cos \alpha \Leftrightarrow \begin{cases} x = \alpha + k2\pi \\ x = -\alpha + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$.

$$\text{C. } \sin x = \sin \alpha \Leftrightarrow \begin{cases} x = \alpha + k2\pi \\ x = -\alpha + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}). \quad \text{D. } \cos x = \cos \alpha \Leftrightarrow \begin{cases} x = \alpha + k2\pi \\ x = \pi - \alpha + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 30. Cặp hàm số nào sau đây có cùng tập xác định

$$\begin{array}{ll} \text{A. } y = \tan x \text{ và } y = \cot x. & \text{B. } y = \frac{1}{\cos x} \text{ và } y = \tan x. \\ \text{C. } y = \frac{1}{\sin x} \text{ và } y = \tan x. & \text{D. } y = \sin x \text{ và } y = \tan x. \end{array}$$

Câu 31. Từ các chữ số 0; 1; 2; 3; 4; 5 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm bốn chữ số đôi một khác nhau?

$$\text{A. 300 số.} \quad \text{B. 360 số.} \quad \text{C. 24 số.} \quad \text{D. 17 số.}$$

Câu 32. Cho phương trình $4\cos 2x - \cos x + 2 = 0$. Bằng cách đặt ẩn phụ $t = \cos x$ ta đưa được phương trình ẩn t có dạng:

$$\text{A. } 8t^2 - t - 2 = 0. \quad \text{B. } -4t^2 - t + 6 = 0. \quad \text{C. } -8t^2 - t + 6 = 0. \quad \text{D. } 4t^2 - t - 2 = 0.$$

Câu 33. Từ các chữ số 2, 3, 4, 5, 6, 7 lập được bao nhiêu số tự nhiên có 6 chữ số khác nhau và tổng ba chữ số đầu nhỏ hơn tổng ba chữ số sau 1 đơn vị?

$$\text{A. 18 số.} \quad \text{B. 720 số.} \quad \text{C. 108 số.} \quad \text{D. 72 số.}$$

Câu 34. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường tròn (C) có phương trình $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 4$. Ảnh của đường tròn (C) qua phép vị tự tâm O tỉ số $k = -2$ có phương trình là:

$$\begin{array}{ll} \text{A. } (x-2)^2 + (y-4)^2 = 16. & \text{B. } (x+2)^2 + (y+4)^2 = 16. \\ \text{C. } (x-2)^2 + (y-4)^2 = 4. & \text{D. } (x+2)^2 + (y+4)^2 = 4. \end{array}$$

Câu 35. Hàm số $y = \cos x$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

$$\begin{array}{llll} \text{A. } \left(\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2}\right). & \text{B. } \left(-\frac{3\pi}{2}; -\frac{\pi}{2}\right). & \text{C. } (\pi; 2\pi). & \text{D. } \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right). \end{array}$$

Câu 36. Trong các phép biến hình: phép quay, phép đối xứng tâm, phép tịnh tiến, phép vị tự tỉ số $k = 2$ có bao nhiêu phép biến hình bảo toàn khoảng cách giữa hai điểm bất kỳ?

$$\text{A. 1.} \quad \text{B. 2.} \quad \text{C. 3.} \quad \text{D. 4.}$$

Câu 37. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng d_1 và d_2 có phương trình $d_1: 2x - 5y + 1 = 0$, $d_2: 2x - 5y + 2 = 0$. Biết phép vị tự tâm O tỉ số k biến d_1 thành d_2 . Khẳng định nào sau đây là đúng?

$$\text{A. } 1 < k < 3. \quad \text{B. } 2 < k < 5. \quad \text{C. } -3 < k < 1. \quad \text{D. } -5 < k < -3.$$

Câu 38. Khẳng định nào dưới đây là đúng

$$\begin{array}{ll} \text{A. } Q_{(O, \alpha)} M = M' \Leftrightarrow \begin{cases} OM = OM' \\ OM; OM' = \alpha \end{cases} & \text{B. } Q_{(O, \alpha)} M = M' \Leftrightarrow \begin{cases} OM = OM' \\ OM'; OM = \alpha \end{cases} \\ \text{C. } Q_{(O, \alpha)} M = M' \Leftrightarrow \begin{cases} OM = OM' \\ MOM' = \alpha \end{cases} & \text{D. } Q_{(O, \alpha)} M = M' \Leftrightarrow \begin{cases} OM = OM' \\ OM; OM' = -\alpha \end{cases} \end{array}$$

Câu 39. Cho hình vuông $ABCD$ tâm O . Khẳng định nào dưới đây sai?

$$\text{A. } V_{\left(C; \frac{1}{2}\right)}(O) = A. \quad \text{B. } V_{(A; 2)}(O) = C. \quad \text{C. } V_{\left(B; \frac{1}{2}\right)}(D) = O. \quad \text{D. } V_{(O; -1)}(A) = C.$$

Câu 40. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường tròn $(C): x^2 + (y-3)^2 = \frac{1}{9}$. Ảnh của đường tròn (C) qua $Q_{(O, 90^\circ)}$ có phương trình là

A. $(C): x^2 + (y+3)^2 = \frac{1}{9}$.

B. $(C): (x-3)^2 + y^2 = \frac{1}{9}$.

C. $(C): (x+3)^2 + y^2 = \frac{1}{9}$.

D. $(C): (x+3)^2 + (y-3)^2 = \frac{1}{9}$.

Câu 41. Tìm m để giá trị lớn nhất của hàm số $y = 3\sin x + 4\cos x + m$ bằng 10

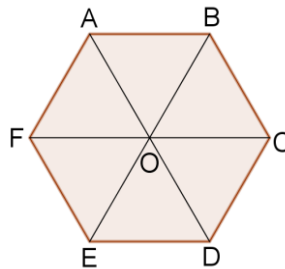
A. $m = 5$.

B. $m = -3$.

C. $m = -5$.

D. $m = 3$.

Câu 42. Cho lục giác đều $ABCDEF$ tâm O như hình vẽ dưới đây. Phép quay tâm O góc 60° biến tam giác OAB thành tam giác nào?



A. $\triangle OFA$.

B. $\triangle OBC$.

C. $\triangle ODE$.

D. $\triangle FOE$.

Câu 43. Xếp 6 học sinh A, B, C, D, E, F vào một ghế dài. Hỏi có bao nhiêu cách xếp 6 học sinh này ngồi bất kỳ?

A. 6 cách.

B. 240 cách.

C. 720 cách.

D. 120 cách.

Câu 44. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho các điểm $M(6;2)$, $I(3;4)$, $N(a;b)$. Biết phép vị tự tâm I tỉ số $k = -2$ biến N thành M , tính $2a+b$.

A. 6.

B. 8.

C. 5.

D. 7.

Câu 45. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho hai điểm $A(1;3)$, $B(3;4)$ và đường thẳng d có phương trình: $x-3y+2020=0$. Biết phép tịnh tiến $T_{\vec{u}}$ biến A thành B , viết phương trình đường thẳng d' là ảnh của đường thẳng d qua phép tịnh tiến $T_{\vec{u}}$.

A. $x-3y+2021=0$.

B. $x-3y+2019=0$.

C. $x-3y+2025=0$.

D. $x-3y+2022=0$.

Câu 46. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng d có phương trình $2x-3y+1=0$. Ảnh của đường thẳng d qua phép đồng dạng có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép tịnh tiến theo véc tơ $\vec{v} = (1;1)$ và phép vị tự tâm O tỉ số $k = -3$ có phương trình là

A. $2x-3y-6=0$.

B. $2x-3y+2=0$.

C. $2x-3y-4=0$.

D. $-6x+9y+2=0$.

Câu 47. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng d có phương trình $2x-5y+1=0$. Đường thẳng Δ thỏa mãn $Q_{(O, -90^\circ)}(\Delta) = d$ đi qua điểm nào dưới đây?

A. $M(-1;3)$.

B. $N(-1;2)$.

C. $P(-1;4)$.

D. $Q(-1;0)$.

Câu 48. Nghiệm của phương trình $2\sin^2 x - 5\sin x + 2 = 0$ có dạng $x = \alpha + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$ và $x = \beta + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$. Biết $\alpha, \beta \in \left(-\frac{\pi}{2}; \pi\right)$ và $\alpha < \beta$. Khi đó, hiệu $\beta - \alpha$ là

A. $\beta - \alpha = \frac{\pi}{3}.$

B. $\beta - \alpha = \frac{\pi}{2}.$

C. $\beta - \alpha = \frac{\pi}{4}.$

D. $\beta - \alpha = \frac{2\pi}{3}.$

Câu 49. Điểm nào sau đây thuộc đồ thị hàm số $y = \tan\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$?

A. $C\left(\frac{\pi}{4}; 1\right).$

B. $A\left(0; \frac{\sqrt{3}}{3}\right).$

C. $D\left(-\frac{\pi}{6}; 0\right).$

D. $B\left(\frac{\pi}{2}; -\frac{\sqrt{3}}{3}\right).$

Câu 50. Có bao nhiêu cách xếp 6 quyển sách Văn khác nhau và 4 quyển sách Toán khác nhau trên một kệ dài nếu các quyển sách Văn xếp kề nhau?

A. $4!.6!.$

B. $2.4!.6!.$

C. $6!.5!.$

D. $10!.$

BẢNG ĐÁP ÁN

1.D	2.C	3.C	4.D	5.C	6.A	7.B	8.B	9.B	10.D
11.A	12.B	13.B	14.D	15.B	16.D	17.A	18.B	19.A	20.C
21.C	22.D	23.D	24.D	25.D	26.D	27.C	28.D	29.B	30.B
31.A	32.A	33.C	34.B	35.C	36.C	37.A	38.A	39.A	40.C
41.A	42.A	43.C	44.B	45.A	46.A	47.B	48.D	49.D	50.C

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $2\cos x - m\sin x - 2 = 3m$ có nghiệm.

- A. $\begin{cases} m \geq 0 \\ m \leq -\frac{3}{2} \end{cases}$. B. $-\frac{3}{2} < m < 0$. C. $\begin{cases} m > 0 \\ m < -\frac{3}{2} \end{cases}$. **D. $-\frac{3}{2} \leq m \leq 0$.**

Lời giải

Ta có phương trình $2\cos x - m\sin x - 2 = 3m \Leftrightarrow 2\cos x - m\sin x = 3m + 2$

Để phương trình có nghiệm $\Leftrightarrow 2^2 + m^2 \geq (3m + 2)^2 \Leftrightarrow 8m^2 + 12m \leq 0 \Leftrightarrow -\frac{3}{2} \leq m \leq 0$.

Câu 2. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{2020}{\cos x}$.

- A. $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$. B. $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi; k \in \mathbb{Z}\}$. **C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi; k \in \mathbb{Z}\right\}$.** D. $D = \mathbb{R}$.

Lời giải

Hàm số xác định khi $\cos x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi; k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Câu 3. Chọn khẳng định sai.

- A. $\cos x = 1 \Leftrightarrow x = k2\pi (k \in \mathbb{Z})$. B. $\sin x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.
C. $\tan x = 0 \Leftrightarrow x = k2\pi (k \in \mathbb{Z})$. D. $\cot x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Lời giải

Ta có $\tan x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi (k \in \mathbb{Z}) \Rightarrow$ C sai.

Câu 4. Ảnh của điểm $M(2; -3)$ qua phép quay tâm O góc quay -90° có tọa độ là:

- A. $(-3; 2)$. B. $(3; -2)$. C. $(3; 2)$. **D. $(-3; -2)$.**

Lời giải

Ta gọi $M'(x'; y')$ là ảnh của $M(2; -3)$ qua phép quay tâm O góc quay -90°

$$\text{Ta có } \begin{cases} x' = y = -3 \\ y' = -x = -2 \end{cases}$$

Ảnh của điểm $M(2; -3)$ là $M'(-3; -2)$.

Câu 5. Nghiệm của phương trình $\cot x = \frac{1}{\sqrt{3}}$ là

- A. $x = \frac{\pi}{6} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$. B. $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$. **C. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.** D. $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Lời giải

Ta có: $\cot x = \frac{1}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow \cot x = \cot\left(\frac{\pi}{3}\right) \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{3} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 6. Phép đồng dạng tỉ số $k = 2$ biến tam giác đều ABC cạnh $2a$ thành tam giác $A'B'C'$.
Tìm chu vi tam giác $A'B'C'$.

A. $12a$.

B. $3a$.

C. $6a$.

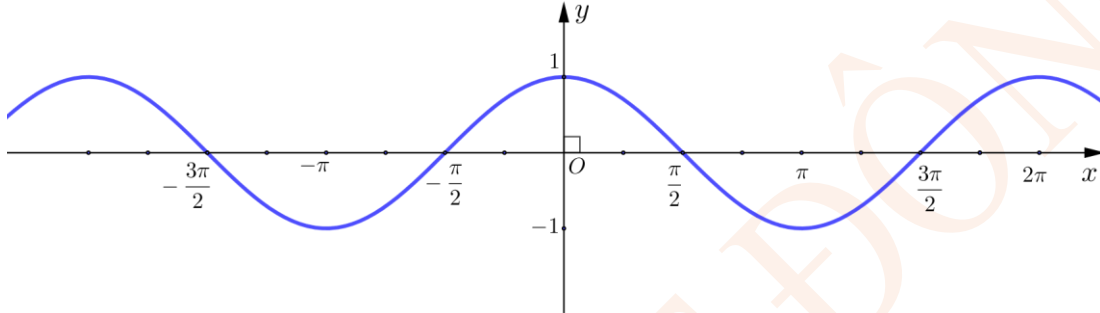
D. $9a$.

Lời giải

Ta có $C_{ABC} = 2a \cdot 3 = 6a$

Do tam giác $A'B'C'$ là ảnh của tam giác đều ABC qua phép đồng dạng tỉ số $k = 2$ nên
 $C_{A'B'C'} = 2C_{ABC} = 2 \cdot 6a = 12a$.

Câu 7. Đường cong trong hình dưới đây là của đồ thị hàm số nào?



A. $y = \sin x$.

B. $y = \cos x$.

C. $y = \tan x$.

D. $y = \cot x$

Lời giải

Đường cong trên là đồ thị hàm số $y = \cos x$.

Câu 8. Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số lẻ?

A. $y = \frac{\tan x}{\sin x}$.

B. $y = \frac{\cot x}{\cos x}$.

C. $y = \cos x$.

D. $y = \sin^2 x$.

Lời giải

Ta có TXĐ của hàm số $y = \frac{\cot x}{\cos x}$ là $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Suy ra $\forall x \in D \Rightarrow -x \in D$ và $f(-x) = \frac{\cot(-x)}{\cos(-x)} = -\frac{\cot x}{\cos x} = -f(x)$.

Vậy hàm số $y = \frac{\cot x}{\cos x}$ là hàm số lẻ.

Câu 9. Phương trình $\sqrt{3}\sin 2x - \cos 2x = \sqrt{2}$ tương đương với phương trình

A. $\sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = \sin \frac{\pi}{4}$.

B. $\sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right) = \sin \frac{\pi}{4}$.

C. $\sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) = \sin \frac{\pi}{4}$.

D. $\sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = \sin \frac{\pi}{4}$.

Lời giải

Ta có: $\sqrt{3}\sin 2x - \cos 2x = \sqrt{2}$

$\Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{2}\sin 2x - \frac{1}{2}\cos 2x = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$\Leftrightarrow \sin 2x \cdot \cos \frac{\pi}{6} - \cos 2x \cdot \sin \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$$\Leftrightarrow \sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right) = \sin \frac{\pi}{4}.$$

Câu 10. Cho hai đường thẳng a và b song song với nhau. Trên đường thẳng a có 4 điểm phân biệt và trên đường thẳng b có 11 điểm phân biệt. Hỏi có thể tạo được bao nhiêu tam giác có các đỉnh là các điểm trên hai đường thẳng a và b đã cho?

- A. 455 tam giác. B. 325 tam giác. C. 650 tam giác. **D. 286 tam giác.**

Lời giải

TH 1: Tam giác có 1 đỉnh chọn từ 4 điểm trên đường thẳng a và 2 đỉnh từ 11 điểm trên đường thẳng b :

Chọn 1 đỉnh trên đường thẳng a có C_4^1 cách

Chọn 2 đỉnh trên đường thẳng b có C_{11}^2 cách

Suy ra số tam giác thỏa mãn là $C_4^1 \cdot C_{11}^2 = 220$ tam giác.

TH 2: Tam giác có 2 đỉnh chọn từ 4 điểm trên đường thẳng a và 1 từ 11 đỉnh trên đường thẳng b :

Chọn 2 đỉnh trên đường thẳng a có C_4^2 cách

Chọn 1 đỉnh trên đường thẳng b có C_{11}^1 cách

Suy ra số tam giác thỏa mãn là $C_4^2 \cdot C_{11}^1 = 66$ tam giác.

Vậy số tam giác có các đỉnh là các điểm trên hai đường thẳng a và b là $220 + 66 = 286$ tam giác.

Câu 11. Để trang trí gian hàng cho lễ hội halloween. Lớp 11A có 12 học sinh nam và 15 học sinh nữ. Giáo viên cần chọn 5 học sinh để trang trí trại. Số cách chọn 5 học sinh sao cho có ít nhất 1 học sinh nữ bằng bao nhiêu? Biết rằng học sinh nào trong lớp cũng có khả năng trang trí trại

- A. 79938 cách.** B. 792 cách. C. 77727 cách. D. 3003 cách.

Lời giải

Số cách chọn 5 học sinh bất kì từ 27 học sinh là: C_{27}^5 cách.

Số cách chọn 5 học sinh nam (không có nữ) từ 12 học sinh nam là: C_{12}^5 cách.

Vậy số cách chọn 5 học sinh sao cho có ít nhất 1 học sinh nữ là: $C_{27}^5 - C_{12}^5 = 79938$ cách.

Câu 12. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $-\sin^2 x - 3\cos x + 3m = 0$ có nghiệm.

- A. $-1 < m < 1$. **B. $-1 \leq m \leq 1$.** C. $m < \frac{13}{12}$. D. $m \leq \frac{13}{12}$.

Lời giải

Ta có: $-\sin^2 x - 3\cos x + 3m = 0$

$$\Leftrightarrow \cos^2 x - 3\cos x + 3m - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow \cos^2 x - 3\cos x - 1 = -3m \quad (1)$$

Đặt $\cos x = t$ ($-1 \leq t \leq 1$).

Xét hàm $f(t) = t^2 - 3t - 1$ trên đoạn $[-1; 1]$.

Bảng biến thiên:

t	-1	1
$f(t)$	3	-3

Theo bảng biến thiên, phương trình (1) có nghiệm khi và chỉ khi $-3 \leq -3m \leq 3 \Leftrightarrow -1 \leq m \leq 1$.

Câu 13. Cho các hàm số $y = \sin x$; $y = \cos x$; $y = \tan x$; $y = \cot x$. Có bao nhiêu hàm nghịch biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải

Dựa vào đồ thị của các hàm số $y = \sin x$; $y = \cos x$; $y = \tan x$; $y = \cot x$ trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ ta thấy:

- Hàm số $y = \sin x$ đồng biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.

- Hàm số $y = \cos x$ nghịch biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.

- Hàm số $y = \tan x$ đồng biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.

- Hàm số $y = \cot x$ nghịch biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.

Vậy có hai hàm nghịch biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.

Câu 14. Trong các phép biến hình dưới đây, có bao nhiêu phép đồng nhất

i. Phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{0}$.

ii. Phép vị tự tâm O tỉ số $k=1$.

iii. Phép quay tâm O góc quay 0° .

A. 1.

B. 2.

C. 0.

D. 3.

Lời giải

i. Phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{0}$ là phép đồng nhất.

ii. Phép vị tự tâm O tỉ số $k=1$ là phép đồng nhất.

iii. Phép quay tâm O góc quay 0° là phép đồng nhất.

Câu 15. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số

$$y = 2 \cos \left(x + \frac{\pi}{3} \right). \text{ Tính } P = M - m.$$

A. $P = 2\sqrt{2}$.**B. $P = 4$.**C. $P = \sqrt{2}$.D. $P = 2$.

Lời giải

$$\text{Vì } -1 \leq \cos \left(x + \frac{\pi}{3} \right) \leq 1, \forall x \text{ nên } -2 \leq y \leq 2.$$

$$\text{Vậy } P = M - m = 2 - (-2) = 4.$$

Câu 16. Tìm tất cả các giá trị m để phương trình $2\sin\left(x + \frac{5\pi}{6}\right) - m = 3$ vô nghiệm

A. $-5 \leq m \leq -1$.

B. $-5 < m < -1$.

C. $\begin{cases} m \geq -1 \\ m \leq -5 \end{cases}$.

D. $\begin{cases} m > -1 \\ m < -5 \end{cases}$.

Lời giải

Phương trình $2\sin\left(x + \frac{5\pi}{6}\right) - m = 3 \Leftrightarrow \sin\left(x + \frac{5\pi}{6}\right) = \frac{3+m}{2}$.

Phương trình đã cho vô nghiệm $\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{3+m}{2} > 1 \\ \frac{3+m}{2} < -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -1 \\ m < -5 \end{cases}$.

Câu 17. Phương trình $\tan^2 x - 5\tan x + 4 = 0$ tương đương với

A. $\begin{cases} \cot x = 1 \\ \tan x = 4 \end{cases}$.

B. $\begin{cases} \tan x = -1 \\ \tan x = -4 \end{cases}$.

C. $\begin{cases} \tan x = 1 \\ \cot x = 4 \end{cases}$.

D. $\begin{cases} \tan x = -1 \\ \cot x = -4 \end{cases}$.

Lời giải

Phương trình: $\tan^2 x - 5\tan x + 4 = 0 \Leftrightarrow (\tan x - 1)(\tan x - 4) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \tan x = 1 \\ \tan x = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cot x = 1 \\ \tan x = 4 \end{cases}$.

Câu 18. Trong các phương trình sau, phương trình nào vô nghiệm?

A. $\cot\left(\frac{\pi}{3} - x\right) = \pi$.

B. $\frac{1}{3}\sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{2}$.

C. $\frac{1}{2}\cos\left(3x + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{-1}{4}$.

D. $\tan\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{2}$.

Lời giải

Có: $\frac{1}{3}\sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{2} \Leftrightarrow \sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = 3\sqrt{2}$ (vô nghiệm vì $3\sqrt{2} > 1$).

Câu 19. Với $x \in \left(\frac{29\pi}{4}; \frac{31\pi}{4}\right)$, mệnh đề nào sau đây đúng?

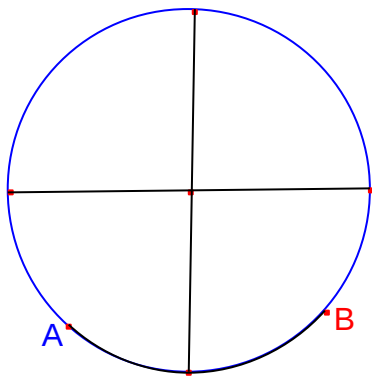
A. Hàm số $y = \cot x$ nghịch biến.

B. Hàm số $y = \sin x$ đồng biến.

C. Hàm số $y = \cos x$ nghịch biến.

D. Hàm số $y = \tan x$ nghịch biến.

Lời giải



Do $\frac{29\pi}{4} = 6\pi + \frac{5\pi}{4}$; $\frac{31\pi}{4} = 6\pi + \frac{7\pi}{4}$ nên x thuộc cung nhỏ AB . Trên cung này hàm số $y = \cot x$ nghịch biến.

Câu 20. Nghiệm của phương trình $\sin^2 x + \frac{1+\sqrt{3}}{2} \sin 2x + \sqrt{3} \cos^2 x = 0$ có dạng

$x = -\alpha + k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$) và $x = -\beta + k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$). Biết $\alpha; \beta \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$. Khi đó tổng $\beta + \alpha$ là:

- A. $\beta + \alpha = -\frac{5\pi}{12}$. B. $\beta + \alpha = -\frac{7\pi}{12}$. **C. $\beta + \alpha = \frac{7\pi}{12}$.** D. $\beta + \alpha = \frac{5\pi}{12}$.

Lời giải

$$\text{Phương trình } \sin^2 x + \frac{1+\sqrt{3}}{2} \sin 2x + \sqrt{3} \cos^2 x = 0 \quad (1)$$

Vì $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$) không là nghiệm của phương trình, nên

$$(1) \Leftrightarrow \tan^2 x + (1+\sqrt{3}) \tan x + \sqrt{3} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \tan x = -1 \\ \tan x = -\sqrt{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k\pi \end{cases}; k \in \mathbb{Z}.$$

$$\text{Suy ra } \beta = \frac{\pi}{4}; \alpha = \frac{\pi}{3} \Rightarrow \beta + \alpha = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{3} = \frac{7\pi}{12}.$$

Câu 21. Khẳng định nào dưới đây là sai?

A. $T_{\vec{u}}(A) = B \Leftrightarrow T_{-\vec{u}}(B) = A$.

B. $T_{\vec{u}}(A) = B \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \vec{u}$.

C. $\begin{cases} T_{\vec{u}}(A) = A' \\ T_{\vec{u}}(B) = B' \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{AB} // \overrightarrow{A'B'}$.

D. $\begin{cases} T_{\vec{u}}(A) = A' \\ T_{\vec{u}}(B) = B' \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{A'B'}$.

Lời giải

- Đáp án C sai vì khi hai vector $\overrightarrow{AB}$ và $\vec{u}$ cùng phương thì 4 điểm $A; B; A'; B'$ thẳng hàng.
- Đáp án A đúng vì $T_{\vec{u}}(A) = B \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \vec{u} \Leftrightarrow \overrightarrow{BA} = -\vec{u} \Leftrightarrow T_{-\vec{u}}(B) = A$.
- Đáp án B đúng dựa vào định nghĩa.
- Đáp án D đúng dựa vào tính chất của phép tịnh tiến.

Câu 22. Một tổ công nhân có 15 người. Cần chọn 3 người trong đó có một người là tổ

trường, một người là tổ phó, một người là thành viên. Hỏi có bao nhiêu cách chọn.

A. 455 cách.

B. 15! cách.

C. 2370 cách.

D. 2730 cách.

Lời giải

Số cách chọn 3 người làm 3 nhiệm vụ khác nhau từ 15 người: $A_5^3 = 2730$ cách.

Câu 23. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho vectơ $\vec{v} = (a; -b)$ và hai điểm $M(x; y)$, $M'(x'; y')$ thỏa mãn $T_{\vec{v}}(M) = M'$. Chọn khẳng định đúng.

A. $\begin{cases} x' = 2a - x \\ y' = -2b - y \end{cases}$

B. $\begin{cases} x' = x - a \\ y' = y + b \end{cases}$

C. $\begin{cases} x' = x + a \\ y' = y + b \end{cases}$

D. $\begin{cases} x' = x + a \\ y' = y - b \end{cases}$

Lời giải

Áp dụng biểu thức tọa độ của phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v}$ ta có $\begin{cases} x' = x + a \\ y' = y - b \end{cases}$.

Câu 24. Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{\frac{\sin 2x - 2}{\cos 2x + 4}}$

A. $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

B. $D = [-1; 1]$.

C. $D = \mathbb{R}$.

D. $D = \emptyset$.

Lời giải

$$\forall x \begin{cases} \sin 2x - 2 < 0 \\ \cos 2x + 4 > 0 \end{cases} \quad \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow \frac{\sin 2x - 2}{\cos 2x + 4} < 0 \quad \forall x \in \mathbb{R} \text{ nên tập xác định của hàm số là } \emptyset.$$

Câu 25. Trong mặt phẳng cho 7 điểm phân biệt A, B, C, D, E, F, G. Hỏi có thể tạo thành bao nhiêu đoạn thẳng mà 2 đầu mút thuộc tập 7 điểm đã cho?

A. 2 đoạn thẳng.

B. 40 đoạn thẳng.

C. 24 đoạn thẳng.

D. 21 đoạn thẳng.

Lời giải

Mỗi cách tạo ra 1 đoạn thẳng là một tổ hợp chập 2 của 7 phần tử. Số đoạn thẳng mà 2 đầu mút thuộc tập 7 điểm đã cho là $C_7^2 = 21$ đoạn thẳng.

Câu 26. Mệnh đề nào sau đây là sai?

A. Hàm số $y = \tan x$ tuần hoàn với chu kỳ π .

B. Hàm số $y = \sin x$ tuần hoàn với chu kỳ 2π .

C. Hàm số $y = \cos x$ tuần hoàn với chu kỳ 2π .

D. Hàm số $y = \cot x$ tuần hoàn với chu kỳ 2π .

Lời giải

Hàm số $y = \cot x$ tuần hoàn với chu kỳ π .

Câu 27. Số nghiệm của phương trình $2\cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) - \sqrt{3} = 0$ trên khoảng $(-2\pi; 3\pi)$ là

A. 8.

B. 4.

C. 10.

D. 9.

Lời giải

$$+) 2\cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) - \sqrt{3} = 0 \Leftrightarrow \cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = \cos\frac{\pi}{6}.$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ 2x - \frac{\pi}{3} = -\frac{\pi}{6} + l2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{12} + l\pi \end{cases} \quad (k, l \in \mathbb{Z})$$

$$+) \text{ Với } x = \frac{\pi}{4} + k\pi.$$

$$\text{Vì } x \in (-2\pi; 3\pi) \Rightarrow -2\pi < \frac{\pi}{4} + k\pi < 3\pi \Leftrightarrow -\frac{9}{4} < k < \frac{11}{4} \quad (k \in \mathbb{Z}) \Rightarrow k \in \{-2; -1; 0; 1; 2\}.$$

Mỗi giá trị k cho ta một nghiệm x nên có 5 nghiệm x thỏa mãn.

$$+)\text{ Với } x = \frac{\pi}{12} + l\pi.$$

$$\text{Vì } x \in (-2\pi; 3\pi) \Rightarrow -2\pi < \frac{\pi}{12} + l\pi < 3\pi \Leftrightarrow -\frac{25}{12} < l < \frac{25}{12} \quad (l \in \mathbb{Z}) \Rightarrow l \in \{-2; -1; 0; 1; 2\}.$$

Mỗi giá trị l cho ta 1 nghiệm x nên có 5 nghiệm x thỏa mãn.

Vậy phương trình có 10 nghiệm trên khoảng $(-2\pi; 3\pi)$.

- Câu 28.** Một lớp học có 40 học sinh gồm 25 nam và 15 nữ. Chọn 5 học sinh tham gia vệ sinh công cộng toàn trường, hỏi có bao nhiêu cách chọn 5 học sinh trong đó có 3 học sinh nam và 2 học sinh nữ?
A. 9880 cách. **B.** 45000 cách. **C.** 136500 cách. **D.** 241500 cách.

Lời giải

Công đoạn 1: Chọn 3 học sinh nam từ 25 học sinh nam có C_{25}^3 cách.

Công đoạn 2: Chọn 2 học sinh nữ từ 15 học sinh nữ có C_{15}^2 cách.

Vậy số cách chọn thỏa mãn yêu cầu bài toán là $C_{25}^3 \cdot C_{15}^2 = 241500$ cách.

- Câu 29.** Chọn khẳng định **đúng**.

$$\text{A. } \sin x = \sin \alpha \Leftrightarrow \begin{cases} x = \alpha + k\pi \\ x = \pi - \alpha + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

$$\text{B. } \cos x = \cos \alpha \Leftrightarrow \begin{cases} x = \alpha + k2\pi \\ x = -\alpha + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

$$\text{C. } \sin x = \sin \alpha \Leftrightarrow \begin{cases} x = \alpha + k2\pi \\ x = -\alpha + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

$$\text{D. } \cos x = \cos \alpha \Leftrightarrow \begin{cases} x = \alpha + k2\pi \\ x = \pi - \alpha + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Lời giải

$$\cos x = \cos \alpha \Leftrightarrow \begin{cases} x = \alpha + k2\pi \\ x = -\alpha + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

- Câu 30.** Cặp hàm số nào sau đây có cùng tập xác định

$$\text{A. } y = \tan x \text{ và } y = \cot x.$$

$$\text{B. } y = \frac{1}{\cos x} \text{ và } y = \tan x.$$

$$\text{C. } y = \frac{1}{\sin x} \text{ và } y = \tan x.$$

$$\text{D. } y = \sin x \text{ và } y = \tan x.$$

Lời giải

Hàm số $y = \frac{1}{\cos x}$ và $y = \tan x$ cùng tập xác định.

- Câu 31.** Từ các chữ số 0; 1; 2; 3; 4; 5 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm bốn chữ số đôi một khác nhau?

$$\text{A. } 300 \text{ số.}$$

$$\text{B. } 360 \text{ số.}$$

$$\text{C. } 24 \text{ số.}$$

$$\text{D. } 17 \text{ số.}$$

Lời giải

Gọi số tự nhiên thỏa yêu cầu bài toán có dạng: $\overline{abcd}$.

$$\text{Gọi } A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5\}$$

Chọn $a \in A$ (với điều kiện $a \neq 0$): có 5 cách chọn.

Lấy 3 số bất kỳ trong 5 số còn lại của tập hợp A (do phải khác a) và xếp vào các vị trí bcd : có A_5^3 cách.

Vậy có: $5.A_5^3 = 300$ số tự nhiên thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 32. Cho phương trình $4\cos 2x - \cos x + 2 = 0$. Bằng cách đặt ẩn phụ $t = \cos x$ ta đưa được phương trình ẩn t có dạng:

- A.** $8t^2 - t - 2 = 0$. **B.** $-4t^2 - t + 6 = 0$. **C.** $-8t^2 - t + 6 = 0$. **D.** $4t^2 - t - 2 = 0$.

Lời giải

$$4\cos 2x - \cos x + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow 4(2\cos^2 x - 1) - \cos x + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow 8\cos^2 x - \cos x - 2 = 0$$

Đặt $t = \cos x$ ($-1 \leq t \leq 1$) ta thu được phương trình $8t^2 - t - 2 = 0$.

Câu 33. Từ các chữ số 2, 3, 4, 5, 6, 7 lập được bao nhiêu số tự nhiên có 6 chữ số khác nhau và tổng ba chữ số đầu nhỏ hơn tổng ba chữ số sau 1 đơn vị?

- A.** 18 số. **B.** 720 số. **C.** 108 số. **D.** 72 số.

Lời giải

Gọi số cần tìm có dạng $\overline{abcdef}$ ($a \neq b \neq c \neq d \neq e \neq f; a, b, c, d, e, f \in \{2; 3; 4; 5; 6; 7\}$)

Theo bài ra, ta có: $\underbrace{a+b+c}_X + 1 = \underbrace{d+e+f}_Y$

Và tổng 6 chữ số $\underbrace{a+b+c}_X + \underbrace{d+e+f}_Y = 27$ suy ra $\begin{cases} X - Y = -1 \\ X + Y = 27 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} X = 13 \\ Y = 14 \end{cases}$

Khi đó có các bộ số thỏa mãn là: $(a; b; c) = \{(3; 4; 6), (2; 5; 6), (2; 4; 7)\}$

Vậy có tất cả $3! \cdot 3! \cdot 3! = 108$ số.

Câu 34. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường tròn (C) có phương trình $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 4$. Ảnh của đường tròn (C) qua phép vị tự tâm O tỉ số $k = -2$ có phương trình là:

- A.** $(x-2)^2 + (y-4)^2 = 16$. **B.** $(x+2)^2 + (y+4)^2 = 16$.
C. $(x-2)^2 + (y-4)^2 = 4$. **D.** $(x+2)^2 + (y+4)^2 = 4$.

Lời giải

Đường tròn (C) có tâm $I(1; 2)$, $R = 2$, khi đó gọi (C') là ảnh của (C) qua $V_{(O, -2)}$ thì $R' = |-2| \cdot R = 4$

và $V_{(O, -2)}(I) = I'(x; y) \Leftrightarrow \overrightarrow{OI'} = -2\overrightarrow{OI} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \cdot 1 \\ y = -2 \cdot 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = -4 \end{cases} \Rightarrow I'(-2; -4)$

Vậy đường tròn (C') có phương trình: $(x+2)^2 + (y+4)^2 = 16$.

Câu 35. Hàm số $y = \cos x$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

- A.** $\left(\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2}\right)$. **B.** $\left(-\frac{3\pi}{2}; -\frac{\pi}{2}\right)$. **C.** $(\pi; 2\pi)$. **D.** $\left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$.

Lời giải

Căn cứ đường tròn lượng giác nhận thấy hàm số $y = \cos x$ đồng biến trên khoảng $(\pi; 2\pi)$.

Thử nghiệm: bấm mode 7, $f(x) = \cos x$, start π , end 2π , step 0.5.

Kiểm tra bảng giá trị $f(x)$ tăng đều thì hàm số đồng biến.

Câu 36. Trong các phép biến hình: phép quay, phép đối xứng tâm, phép tịnh tiến, phép vị tự tỷ số $k = 2$ có bao nhiêu phép biến hình bảo toàn khoảng cách giữa hai điểm bất kỳ?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải

Chỉ có phép quay, phép đối xứng tâm, phép tịnh tiến là các phép dời hình nên bảo toàn khoảng cách giữa hai điểm bất kỳ.

Câu 37. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng d_1 và d_2 có phương trình $d_1: 2x - 5y + 1 = 0$, $d_2: 2x - 5y + 2 = 0$. Biết phép vị tự tâm O tỉ số k biến d_1 thành d_2 . Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $1 < k < 3$.B. $2 < k < 5$.C. $-3 < k < 1$.D. $-5 < k < -3$.

Lời giải

Lấy $M(2;1) \in d_1$. Gọi $M' = V_{(O;k)}(M)$. Khi đó:

$$\begin{cases} x_{M'} = k(2-0) + 0 \\ y_{M'} = k(1-0) + 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_{M'} = 2k \\ y_{M'} = k \end{cases}$$

Do đó, $M'(2k; k)$

Mà $M'(2k; k) \in d_2$ nên $2.2k - 5k + 2 = 0 \Leftrightarrow k = 2$.

Câu 38. Khẳng định nào dưới đây là đúng

A. $Q_{(O,\alpha)} M = M' \Leftrightarrow \begin{cases} OM = OM' \\ OM; OM' = \alpha \end{cases}$

B. $Q_{(O,\alpha)} M = M' \Leftrightarrow \begin{cases} OM = OM' \\ OM'; OM = \alpha \end{cases}$

C. $Q_{(O,\alpha)} M = M' \Leftrightarrow \begin{cases} OM = OM' \\ MOM' = \alpha \end{cases}$

D. $Q_{(O,\alpha)} M = M' \Leftrightarrow \begin{cases} OM = OM' \\ OM; OM' = -\alpha \end{cases}$

Lời giải

Nhận diện thấy đây là câu hỏi về định nghĩa của một loại phép dời hình-phép quay.

Câu 39. Cho hình vuông $ABCD$ tâm O . Khẳng định nào dưới đây **sai**?

A. $V_{\left(C; \frac{1}{2}\right)}(O) = A$.

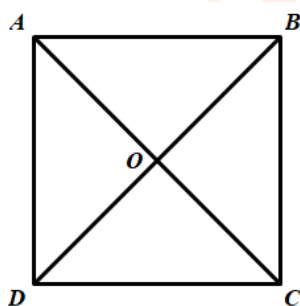
B. $V_{(A;2)}(O) = C$.

C. $V_{\left(B; \frac{1}{2}\right)}(D) = O$.

D. $V_{(O;-1)}(A) = C$.

Lời giải

Ta có:



+ $V_{\left(C; \frac{1}{2}\right)}(O) = A \Leftrightarrow \overrightarrow{CA} = \frac{1}{2} \overrightarrow{CO}$ (Sai).

+ $V_{(A;2)}(O) = C \Leftrightarrow \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AO}$ (Đúng)

+ $V_{\left(B; \frac{1}{2}\right)}(D) = O \Leftrightarrow \overrightarrow{BO} = \frac{1}{2} \overrightarrow{BD}$ (Đúng)

+ $V_{(O;-1)}(A) = C \Leftrightarrow \overrightarrow{OC} = -\overrightarrow{OA}$ (Đúng)

Vậy khẳng định sai là A

Câu 40. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường tròn $(C): x^2 + (y-3)^2 = \frac{1}{9}$. Ảnh của đường tròn (C) qua $Q_{(O,90^\circ)}$ có phương trình là

A. $(C): x^2 + (y+3)^2 = \frac{1}{9}$.

B. $(C): (x-3)^2 + y^2 = \frac{1}{9}$.

C. $(C): (x+3)^2 + y^2 = \frac{1}{9}$.

D. $(C): (x+3)^2 + (y-3)^2 = \frac{1}{9}$.

Lời giải

Đường tròn (C) có tâm $I(0;3)$, bán kính $R = \frac{1}{3}$.

Gọi $I' = Q_{(O,90^\circ)}(I)$, với $I'(x';y')$. Vì $I(0;3)$ thuộc tia dương Oy nên I' thuộc tia âm Ox
 $\Rightarrow x' < 0, y' = 0$.

Theo định nghĩa, ta có: $\begin{cases} OI' = OI \\ (OI;OI') = 90^\circ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} OI' = OI \\ (\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OI'}) = 90^\circ \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} OI'^2 = OI^2 \\ \overrightarrow{OI} \cdot \overrightarrow{OI'} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x'^2 + y'^2 = 9 \\ 3y' = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x' = -3 \\ y' = 0 \end{cases} \Rightarrow I'(-3;0)$$

Vậy ảnh của đường tròn (C) qua $Q_{(O,90^\circ)}$ là đường tròn (C') có tâm $I'(-3;0)$ và bán kính $R' = R = \frac{1}{3}$

có phương trình là $(x+3)^2 + y^2 = \frac{1}{9}$.

Câu 41. Tìm m để giá trị lớn nhất của hàm số $y = 3\sin x + 4\cos x + m$ bằng 10

A. $m = 5$.

B. $m = -3$.

C. $m = -5$.

D. $m = 3$.

Lời giải

Gọi y_0 thuộc tập giá trị Y của hàm số.

Khi đó, phương trình $3\sin x + 4\cos x + m = y_0$ có nghiệm

$\Leftrightarrow$ phương trình $3\sin x + 4\cos x = y_0 - m$ có nghiệm

$$\Leftrightarrow 3^2 + 4^2 \geq (y_0 - m)^2$$

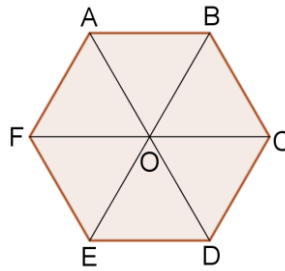
$$\Leftrightarrow -5 \leq y_0 - m \leq 5$$

$$\Leftrightarrow -5 + m \leq y_0 \leq 5 + m$$

Ta có, tập giá trị của hàm số: $Y = [-5 + m; 5 + m]$ nên $\max y = 5 + m \Leftrightarrow 10 = 5 + m \Leftrightarrow m = 5$.

Vậy, $m = 5$.

Câu 42. Cho lục giác đều $ABCDEF$ tâm O như hình vẽ dưới đây. Phép quay tâm O góc 60° biến tam giác OAB thành tam giác nào?

**A. ΔOFA .****B. ΔOBC .****C. ΔODE .****D. ΔFOE .****Lời giải**

Phép quay tâm O góc 60° lần lượt biến các điểm O, A, B thành các điểm O, F, A do đó nó biến ΔOAB thành ΔOFA .

Câu 43. Xếp 6 học sinh A, B, C, D, E, F vào một ghế dài. Hỏi có bao nhiêu cách xếp 6 học sinh này ngồi bất kỳ?

A. 6 cách.**B. 240 cách.****C. 720 cách.****D. 120 cách.****Lời giải**

Sắp xếp 6 học sinh vào một ghế dài là một hoán vị của 6 phần tử.

Vậy số cách sắp xếp là $6! = 720$ cách.

Câu 44. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho các điểm $M(6;2), I(3;4), N(a;b)$. Biết phép vị tự tâm I tỉ số $k = -2$ biến N thành M , tính $2a + b$.

A. 6.**B. 8.****C. 5.****D. 7.****Lời giải**

Ta có: $\overrightarrow{IM} = (3; -2), \overrightarrow{IN} = (a - 3; b - 4)$.

$$\text{Theo giả thiết: } V_{(I, -2)}(N) = M \Leftrightarrow \overrightarrow{IM} = -2\overrightarrow{IN} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 = -2(a - 3) \\ -2 = -2(b - 4) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{3}{2} \\ b = 5 \end{cases} \Rightarrow 2a + b = 8.$$

Câu 45. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho hai điểm $A(1;3), B(3;4)$ và đường thẳng d có phương trình: $x - 3y + 2020 = 0$. Biết phép tịnh tiến $T_{\vec{u}}$ biến A thành B , viết phương trình đường thẳng d' là ảnh của đường thẳng d qua phép tịnh tiến $T_{\vec{u}}$.

A. $x - 3y + 2021 = 0$.**B. $x - 3y + 2019 = 0$.****C. $x - 3y + 2025 = 0$.****D. $x - 3y + 2022 = 0$.****Lời giải**

Phép tịnh tiến $T_{\vec{u}}$ biến A thành B nên $\vec{u} = \overrightarrow{AB} = (2; 1)$.

Vì đường thẳng d' là ảnh của đường thẳng d qua phép tịnh tiến $T_{\vec{u}}$ nên phương trình d' có dạng: $x - 3y + m = 0$.

Lấy điểm $E(-2020; 0) \in d$, gọi E' là ảnh của E qua phép tịnh tiến $T_{\vec{u}}$.

$$\text{Khi đó } \begin{cases} x_{E'} = -2020 + 2 \\ y_{E'} = 0 + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_{E'} = -2018 \\ y_{E'} = 1 \end{cases} \Rightarrow E'(-2018; 1).$$

Ta có $E' \in d'$ nên $-2018 - 3 + m = 0 \Rightarrow m = 2021$.

Vậy phương trình đường thẳng d' là $x - 3y + 2021 = 0$.

Câu 46. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng d có phương trình $2x - 3y + 1 = 0$. Ảnh của đường thẳng d qua phép đồng dạng có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép tịnh tiến theo véc tơ $\vec{v} = (1; 1)$ và phép vị tự tâm O tỉ số $k = -3$ có phương trình là

A. $2x - 3y - 6 = 0$.

B. $2x - 3y + 2 = 0$.

C. $2x - 3y - 4 = 0$.

D. $-6x + 9y + 2 = 0$.

Lời giải

Đường thẳng d đi qua điểm $M(1;1)$ và có véc tơ chỉ phương là $\vec{u} = (3;2)$.

Giả sử $T_v(d) = d_1$ và $V_{(O;-3)}(d_1) = d_2$. Có $T_v(M) = M_1(2;2)$.

Do $\vec{u}, \vec{v}$ không cùng phương nên $d_1 // d; d_1 // d_2$ suy ra $d_2 // d$, do đó phương trình của d_2 có dạng $2x - 3y + m = 0$.

Ta có $V_{(O;-3)}(M_1) = M_2$ nên $\overrightarrow{OM_2} = -3\overrightarrow{OM_1} \Rightarrow M_2(-6;-6)$.

Vì $M_2 \in d_2$ nên $2 \cdot (-6) - 3 \cdot (-6) + m = 0 \Rightarrow m = -6$. Vậy $d_2: 2x - 3y - 6 = 0$.

Câu 47. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng d có phương trình $2x - 5y + 1 = 0$. Đường thẳng Δ thỏa mãn $Q_{(O,-90^\circ)}(\Delta) = d$ đi qua điểm nào dưới đây/

A. $M(-1;3)$.

B. $N(-1;2)$.

C. $P(-1;4)$.

D. $Q(-1;0)$.

Lời giải

Từ $Q_{(O,-90^\circ)}(\Delta) = d \Rightarrow \Delta \perp d \Rightarrow \Delta: 5x + 2y + m = 0$.

Lấy $A\left(\frac{-1}{2}; 0\right) \in d$, gọi A' là điểm thỏa mãn $Q_{(O,-90^\circ)}(A') = A \Rightarrow A'\left(0; -\frac{1}{2}\right)$.

Dễ thấy $A' \in \Delta \Rightarrow 0 - 1 + m = 0 \Leftrightarrow m = 1 \Rightarrow \Delta: 5x + 2y + 1 = 0$. Vậy Δ đi qua N .

Câu 48. Nghiệm của phương trình $2\sin^2 x - 5\sin x + 2 = 0$ có dạng $x = \alpha + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$ và

$x = \beta + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$. Biết $\alpha, \beta \in \left(-\frac{\pi}{2}; \pi\right)$ và $\alpha < \beta$. Khi đó, hiệu $\beta - \alpha$ là

A. $\beta - \alpha = \frac{\pi}{3}$.

B. $\beta - \alpha = \frac{\pi}{2}$.

C. $\beta - \alpha = \frac{\pi}{4}$.

D. $\beta - \alpha = \frac{2\pi}{3}$.

Lời giải

Đặt $t = \sin x, t \in [-1;1]$. Ta có phương trình: $2t^2 - 5t + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 2(L) \\ t = \frac{1}{2} \end{cases}$

$$\text{Với } t = \frac{1}{2} \Rightarrow \sin x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

Với điều kiện bài toán ta có: $\alpha = \frac{\pi}{6}, \beta = \frac{5\pi}{6}$

Suy ra: $\beta - \alpha = \frac{2\pi}{3}$.

Câu 49. Điểm nào sau đây thuộc đồ thị hàm số $y = \tan\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$?

A. $C\left(\frac{\pi}{4}; 1\right)$.

B. $A\left(0; \frac{\sqrt{3}}{3}\right)$.

C. $D\left(-\frac{\pi}{6}; 0\right)$.

D. $B\left(\frac{\pi}{2}; -\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$.

Lời giải

Với $B\left(\frac{\pi}{2}; -\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$ ta có: $\tan\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{3}\right) = \tan\left(\frac{5\pi}{6}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{3}$.

Vậy điểm $B\left(\frac{\pi}{2}; -\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$ thuộc đồ thị hàm số $y = \tan\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$.

Câu 50. Có bao nhiêu cách xếp 6 quyển sách Văn khác nhau và 4 quyển sách Toán khác nhau trên một kệ dài nếu các quyển sách Văn xếp kề nhau?

A. $4!.6!$.

B. $2.4!.6!$.

C. $6!.5!$.

D. $10!$.

Lời giải

Ta coi 6 quyển sách Văn là một nhóm và xếp nhóm này với 4 quyển sách Toán khác nhau ta có $5!$ cách xếp. Mỗi cách đổi vị trí các quyển sách văn cho nhau thì tương ứng sinh ra một cách xếp mới, mà có $6!$ cách đổi vị trí các quyển sách Văn. Vậy số cách xếp là $5!.6!$.

ĐỀ 11
ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA KÌ I**Môn: TOÁN, Lớp 10**

Thời gian làm bài: 90 phút, không tính thời gian phát đề

- Câu 1:** Tìm chu kì T của hàm số $y = \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$
A. $T = \pi$. **B.** $T = 4\pi$. **C.** $T = 2\pi$. **D.** $T = 6\pi$
- Câu 2:** Giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $y = 3\sin 2x - 5$ lần lượt là:
A. -8 và -2 **B.** 2 và 8 . **C.** -5 và 2 . **D.** -5 và 3 .
- Câu 3:** Phương trình nào sau đây vô nghiệm
A. $\sin x + 3 = 0$. **B.** $2\cos^2 x - \cos x - 1 = 0$.
C. $\tan x + 3 = 0$. **D.** $3\sin x - 2 = 0$.
- Câu 4:** Khẳng định nào sau đây là đúng.
A. $\cos x \neq 1 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$. **B.** $\cos x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$.
C. $\cos x \neq -1 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k2\pi$. **D.** $\cos x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k2\pi$.
- Câu 5:** Tìm nghiệm của phương trình $\cot x = \sqrt{3}$.
A. $x = 60^\circ + k.180^\circ$. **B.** $x = 60^\circ + k.360^\circ$.
C. $x = 30^\circ + k.180^\circ$. **D.** $x = -60^\circ + k.180^\circ$.
- Câu 6:** Nghiệm của phương trình $\tan x - 1 = 0$ là
A. $x = \frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{2}$. **B.** $x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi$.
C. $x = \frac{-\pi}{4} + k\pi$. **D.** $x = \frac{\pi}{4} + k\pi$.
- Câu 7:** Giải phương trình $2\cos x = -1$ được nghiệm là
A. $\left\{\frac{\pi}{3} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}$. **B.** $\left\{\frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.
C. $\left\{-\frac{\pi}{3} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}$. **D.** $\left\{\pm\frac{2\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.
- Câu 8:** Giả sử bạn muốn mua một áo sơ mi cỡ 39 hoặc cỡ 40. Áo cỡ 39 có 5 màu khác nhau, áo cỡ 40 có 4 màu khác nhau. Hỏi có bao nhiêu sự lựa chọn (về màu áo và cỡ áo).
A. 9. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 1.
- Câu 9:** Một thùng có 12 hộp đựng bút màu đỏ, 18 hộp đựng bút màu xanh. Số cách khác nhau để chọn được đồng thời một hộp màu đỏ, một hộp màu xanh là?
A. 13. **B.** 12. **C.** 18. **D.** 216.
- Câu 10:** Trên bàn có 8 cây bút chì khác nhau, 6 cây bút bi khác nhau và 10 cuốn tập khác nhau. Số cách khác nhau để chọn được đồng thời một cây bút chì, một cây bút bi và một cuốn tập là
A. 24. **B.** 48. **C.** 480. **D.** 60.
- Câu 11:** Một bó hoa có 5 hoa hồng trắng, 6 hoa hồng đỏ và 7 hoa hồng vàng. Hỏi có mấy cách chọn lấy ba bông hoa có đủ cả ba màu?
A. 240. **B.** 210. **C.** 18. **D.** 120.
- Câu 12:** Một người vào cửa hàng ăn, người đó chọn thực đơn gồm một món ăn trong năm món, một loại quả tráng miệng trong năm loại quả tráng miệng và một nước uống trong ba loại nước uống. Có bao nhiêu cách chọn thực đơn?
A. 25. **B.** 75. **C.** 100. **D.** 15.

- Câu 13:** Trong hệ tọa độ Oxy phép tịnh tiến theo vec tơ $\vec{v} = (-3; 2)$ biến điểm $A(6; 1)$ thành điểm B có tọa độ là:
A. $B(9; -3)$. **B.** $B(3; 3)$. **C.** $B(9; -1)$. **D.** $B(1; 1)$.
- Câu 14:** Trong mặt phẳng Oxy, cho vec tơ $\vec{v}(a, b)$. Giả sử phép tịnh tiến theo vec tơ $\vec{v}$ biến điểm $M(x; y)$ thành $M'(x', y')$. Ta có biểu thức tọa độ của phép tịnh tiến theo vec tơ $\vec{v}$ là?
A. $\begin{cases} x' = x + a \\ y' = y + b \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = x' + a \\ y = y' + b \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x' - b = x - a \\ y' - a = y - b \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x' + b = x + a \\ y' + a = y + b \end{cases}$.
- Câu 15:** Trong mặt phẳng Oxy cho điểm $A(4; 1)$. Tìm tọa độ A' là ảnh của điểm A qua phép quay tâm $O(0; 0)$ góc quay $\frac{\pi}{2}$
A. $A'(1; -4)$ **B.** $A'(0; 3)$ **C.** $A'(-1; 4)$. **D.** $A'(-1; -4)$.
- Câu 16:** Trong mặt phẳng Oxy, ảnh của điểm $M(-6; 1)$ qua phép quay $Q_{(O, -90^\circ)}$ là:
A. $M'(6; 1)$ **B.** $M'(-1; -6)$ **C.** $M'(-6; -1)$. **D.** $M'(6; 1)$
- Câu 17:** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho điểm $A(-1; 1)$ và $k = 3$, phép vị tự tâm O , tỉ số vị tự k biến điểm A thành A' . Tọa độ A' ?
A. $A'\left(\frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right)$. **B.** $A'\left(-\frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right)$. **C.** $A'(-3; 3)$. **D.** $A'(3; 3)$.
- Câu 18:** Giá trị lớn nhất của hàm số $y = 4\sin x - 3$ là
A. -7 . **B.** -3 . **C.** 1 . **D.** 3 .
- Câu 19:** Tìm chu kì T của hàm số $y = \tan\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$.
A. $k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. **B.** $\frac{\pi}{2}$. **C.** π . **D.** 2π .
- Câu 20:** Điều kiện xác định của hàm số $y = \frac{\cot x}{\cos x}$ là:
A. $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$. **B.** $x \neq k2\pi$. **C.** $x \neq k\pi$. **D.** $x \neq k\frac{\pi}{2}$.
- Câu 21:** Tìm m để phương trình $5\cos x - m\sin x = m + 1$ có nghiệm.
A. $m \leq -13$. **B.** $m \leq 12$. **C.** $m \leq 24$. **D.** $m \geq 24$.
- Câu 22:** Với giá trị nào của m thì phương trình $\sin x - m = 1$ có nghiệm?
A. $0 \leq m \leq 1$. **B.** $m \leq 0$. **C.** $m \geq 1$. **D.** $-2 \leq m \leq 0$.
- Câu 23:** Phương trình $3\cot x - \sqrt{3} = 0$ có họ nghiệm là
A. $x = \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. **B.** $x = \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. **C.** $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. **D.** vô nghiệm.
- Câu 24:** Phương trình $\cos x - m = 0$ vô nghiệm khi m là
A. $\begin{cases} m < -1 \\ m > 1 \end{cases}$. **B.** $m > 1$. **C.** $-1 \leq m \leq 1$. **D.** $m < -1$.
- Câu 25:** Phương trình $\sin 2x = \frac{-1}{2}$ có bao nhiêu nghiệm thỏa mãn $0 < x < \pi$.
A. 1 . **B.** 3 . **C.** 2 . **D.** 4 .
- Câu 26:** Phương trình $\cos^2 2x + \cos 2x - \frac{3}{4} = 0$ có nghiệm là

A. $x = \pm \frac{2\pi}{3} + k\pi$. B. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi$. C. $x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi$. D. $x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi$.

Câu 27: Phương trình $\sin x = \frac{1}{2}$ có nghiệm thỏa mãn $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ là

A. $x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi$. B. $x = \frac{\pi}{6}$. C. $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi$. D. $x = \frac{\pi}{3}$.

Câu 28: Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm có 5 chữ số.

A. 7720 B. 720. C. 120. D. 7776.

Câu 29: Có 4 bông hoa hồng khác nhau, có 6 bông hoa lan khác nhau, có 5 bông hoa cúc khác nhau. Hỏi bạn có bao nhiêu cách chọn 3 bông hoa để cắm vào cho hoa trong lọ phải có một bông hoa của mỗi loại.

A. 24 B. 16. C. 120. D. 36.

Câu 30: Từ thành phố A đến thành phố B có 2 con đường, từ thành phố B đến thành phố C có 3 con đường, từ thành phố C đến thành phố D có 4 con đường, từ thành phố B đến thành phố D có 3 con đường. Không có con đường nào nối trực tiếp thành phố A với D hoặc nối A đến C. Số cách đi khác nhau từ thành phố A đến D là:

A. 30. B. 48. C. 12. D. 72.

Câu 31: Một túi có 20 viên bi khác nhau trong đó có 7 viên bi đỏ, 8 viên bi xanh và 5 viên bi vàng. Số cách lấy ra 3 viên bi là

A. 20. B. 280. C. 6840. D. 1140.

Câu 32: Trong một hộp có chứa 6 quả cầu trắng đánh theo thứ tự từ 1 đến 6 và 3 quả cầu đen đánh số thứ tự 7, 8, 9. Có bao nhiêu cách chọn 1 trong các quả cầu ấy?

A. 18. B. 9. C. 10. D. 90.

Câu 33: Từ các chữ số 1, 5, 6, 7 có thể lập được bao nhiêu chữ số tự nhiên có 4 chữ số (không nhất thiết phải khác nhau)?

A. 324. B. 256. C. 248. D. 124.

Câu 34: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho điểm $A(2;5)$. Phép tịnh tiến theo vector $\vec{v}(1;2)$ biến điểm A thành điểm A' có tọa độ là:

A. $A'(3;1)$. B. $A'(1;6)$. C. $A'(3;7)$. D. $A'(4;7)$.

Câu 35: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho vector $\vec{v} = (1;1)$. Phép tịnh tiến theo vector $\vec{v}$ biến đường thẳng $\Delta: x-1=0$ thành đường thẳng Δ' . Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\Delta': x-1=0$. B. $\Delta': x-2=0$. C. $\Delta': x-y-2=0$. D. $\Delta': y-2=0$.

Câu 36: Trong mặt phẳng Oxy cho $\vec{v} = (2;1)$ và điểm $A(4;5)$. Hỏi A là ảnh của điểm nào trong các điểm sau đây qua phép tịnh tiến $\vec{v}$?

A. $(1;6)$. B. $(2;4)$. C. $(4;7)$. D. $(3;1)$.

Câu 37: Trong mặt phẳng Oxy cho đường thẳng $d: x-2y+5=0$, ảnh d' của d qua phép quay tâm O, góc quay -90° là

A. $d': 2x+y+5=0$. B. $d': x-2y-5=0$.

C. $d': -x+2y-5=0$. D. $d': 2x+y-5=0$.

Câu 38: Trong mặt phẳng Oxy, cho đường thẳng $d: x+y-2=0$. Viết phương trình đường thẳng là ảnh của đường thẳng d qua phép vị tự tâm O tỉ số $k=-2$

A. $2x+2y-4=0$. B. $x+y+4=0$. C. $x+y-4=0$. D. $2x+2y=0$.

Câu 39: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường tròn (C) có phương trình $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 4$. Phép vị tự tâm O tỉ số $k=-2$ biến đường tròn (C) thành đường tròn nào sau đây:

A. $(x-4)^2 + (y-2)^2 = 4$. B. $(x-4)^2 + (y-2)^2 = 16$.

C. $(x+2)^2 + (y+4)^2 = 16$. D. $(x-2)^2 + (y-4)^2 = 16$.

Câu 40: Mệnh đề nào sau đây là sai?

- A.** Phép dời hình là phép đồng dạng.
C. Phép đồng dạng là phép dời hình.

- B.** Phép vị tự là phép đồng dạng.
D. Phép vị tự không phải là phép dời hình.

Câu 41: Nghiệm của phương trình lượng giác $\cos^2 x - \cos x = 0$ thỏa điều kiện $0 < x \leq \pi$ là.

A. $x = \frac{\pi}{4}$.

B. $x = 0$.

C. $x = \pi$.

D. $x = \frac{\pi}{2}$.

Câu 42: Số nghiệm của phương trình $\sqrt{2} \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = 1$, với $0 \leq x \leq 2\pi$ là:

A. 0.

B. 2.

C. 1. **D.** 3.

Câu 43: Từ các chữ số 0,1,2,3,4,5 có thể lập được bao nhiêu số có 3 chữ số khác nhau và chia hết cho 3?

A. 36.

B. 40.

C. 9.

D. 20.

Câu 44: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho 2 đường thẳng song song a và b lần lượt có phương trình $2x - y + 4 = 0$ và $2x - y - 1 = 0$. Tìm giá trị thực của tham số m để phép tịnh tiến T theo véc tơ $\vec{u} = (m; -3)$ biến đường thẳng a thành đường thẳng b .

A. $m = 1$.

B. $m = 2$.

C. $m = 3$.

D. $m = 4$.

Câu 45: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho hai đường thẳng song song a và b có phương trình lần lượt là $2x + y + 5 = 0$ và $x - 2y - 3 = 0$. Nếu có phép quay biến đường thẳng này thành đường thẳng kia thì số đo của góc quay φ ($0^\circ \leq \varphi \leq 180^\circ$) là

A. 45° .

B. 60° .

C. 90° .

D. 120° .

Câu 46: Xác định m để phương trình $(3\cos x - 2)(2\cos x + 3m - 1) = 0$ (1) có đúng 3 nghiệm phân biệt $x \in \left(0; \frac{3\pi}{2}\right)$.

A. $\frac{1}{3} < m < 1$

B. $m < -1$

C. $\begin{cases} m < \frac{1}{3} \\ m > \frac{1}{2} \end{cases}$

D. $\frac{1}{3} < m \leq 1$

Câu 47: Tìm m để phương trình $\cos 2x - (2m - 1)\cos x - 2m = 0$ có nghiệm $x \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$.

A. $\frac{1}{2} < m < 1$.

B. $-\frac{1}{2} < m \leq \frac{1}{2}$.

C. $\begin{cases} m < -\frac{1}{2} \\ m > \frac{1}{2} \end{cases}$.

D. $\frac{1}{3} \leq m \leq 1$.

Câu 48: Cho các chữ số 0;2;3;4;5;7;8. Từ các chữ số đó có thể lập được bao nhiêu số có 4 chữ số khác nhau chia hết cho 20 và luôn xuất hiện chữ số 4.

A. 40.

B. 36.

C. 34.

D. 38.

Câu 49: Tính tổng của tất cả các số tự nhiên gồm 4 chữ số khác nhau được tạo thành từ 5 chữ số 0,1,2,3,4.

A. 259990.

B. 289900.

C. 259980.

D. 299800.

Câu 50: Cho tam giác ABC có $AB = AC$ và góc B bằng 60° , phép quay tâm I góc quay 90° biến A thành M, biến B thành N, biến C thành H khi đó tam giác ABC là

A. Tam giác vuông cân. **B.** Tam giác đều.

C. Tam giác cân.

D. Tam giác vuông.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.C	2.A	3.A	4.B	5.C	6.D	7.D	8.A	9.D	10.C
11.B	12.B	13.B	14.A	15.C	16.A	17.C	18.C	19.B	20.D
21.B	22.D	23.B	24.A	25.C	26.C	27.B	28.D	29.C	30.A
31.D	32.B	33.B	34.C	35.B	36.B	37.D	38.C	39.C	40.C
41.D	42.B	43.B	44.A	45.C	46.A	47.B	48.B	49.C	50.B

Câu 1: Tìm chu kì T của hàm số $y = \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$

- A. $T = \pi$. B. $T = 4\pi$. **C. $T = 2\pi$.** D. $T = 6\pi$

Lời giải

TXĐ: $D = \mathbb{R}; x + 2\pi \in D; x - 2\pi \in D; \forall x \in D$

Ta có: $y = \sin\left(x + \frac{\pi}{3} + 2\pi\right) = \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$

Do đó $T = 2\pi$

Câu 2: Giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $y = 3\sin 2x - 5$ lần lượt là:

- A. -8 và -2** B. 2 và 8. C. -5 và 2. D. -5 và 3.

Lời giải

Ta có: $-1 \leq \sin 2x \leq 1 \Rightarrow -3 \leq 3\sin 2x \leq 3 \Rightarrow -8 \leq 3\sin 2x - 5 \leq -2$.

Vậy chọn đáp án A.

Câu 3: Phương trình nào sau đây vô nghiệm

- A. $\sin x + 3 = 0$.** B. $2\cos^2 x - \cos x - 1 = 0$.
C. $\tan x + 3 = 0$. D. $3\sin x - 2 = 0$.

Lời giải

Ta có $\sin x + 3 = 0 \Leftrightarrow \sin x = -3$ (VN) vì $-1 \leq \sin x \leq 1 \quad \forall x \in \mathbb{R}$.

Câu 4: Khẳng định nào sau đây là đúng.

- A. $\cos x \neq 1 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$. **B. $\cos x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$.**
C. $\cos x \neq -1 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k2\pi$. D. $\cos x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k2\pi$.

Lời giải

Ta có: $\cos x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$ nên chọn B

Mặt khác, $\cos x \neq 1 \Leftrightarrow x \neq k2\pi$, $\cos x \neq -1 \Leftrightarrow x \neq \pi + k2\pi$ nên không chọn A, C.

Câu 5: Tìm nghiệm của phương trình $\cot x = \sqrt{3}$.

- A. $x = 60^\circ + k.180^\circ$. B. $x = 60^\circ + k.360^\circ$.
C. $x = 30^\circ + k.180^\circ$. D. $x = -60^\circ + k.180^\circ$.

Lời giải

$\cot x = \sqrt{3} \Leftrightarrow \cot x = \cot 30^\circ \Leftrightarrow x = 30^\circ + k.180^\circ, k \in \mathbb{Z}$

Chọn đáp án C.

Câu 6: Nghiệm của phương trình $\tan x - 1 = 0$ là

- A. $x = \frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{2}$. B. $x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi$.
C. $x = \frac{-\pi}{4} + k\pi$. **D. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi$.**

Lời giải

$$\tan x - 1 = 0 \Leftrightarrow \tan x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

Chọn đáp án D.

Câu 7: Giải phương trình $2\cos x = -1$ được nghiệm là

A. $\left\{ \frac{\pi}{3} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

B. $\left\{ \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

C. $\left\{ -\frac{\pi}{3} + \frac{k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

D. $\left\{ \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Lời giải

Ta có $2\cos x = -1 \Leftrightarrow \cos x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Chọn D.

Câu 8: Giả sử bạn muốn mua một áo sơ mi cỡ 39 hoặc cỡ 40. Áo cỡ 39 có 5 màu khác nhau, áo cỡ 40 có 4 màu khác nhau. Hỏi có bao nhiêu sự lựa chọn (về màu áo và cỡ áo).

A. 9.

B. 5.

C. 4.

D. 1.

Lời giải

- ♦ Để mua một áo sơ mi cỡ 39 có 5 sự lựa chọn.
- ♦ Để mua một áo sơ mi cỡ 40 có 4 sự lựa chọn.
- ♦ Theo quy tắc cộng để mua một áo sơ mi cỡ 39 hoặc cỡ 40 có $5+4=9$

Câu 9: Một thùng có 12 hộp đựng bút màu đỏ, 18 hộp đựng bút màu xanh. Số cách khác nhau để chọn được đồng thời một hộp màu đỏ, một hộp màu xanh là?

A. 13.

B. 12.

C. 18.

D. 216.

Lời giải

Có 12 cách chọn một hộp màu đỏ, có 18 cách chọn một hộp màu xanh. Theo quy tắc nhân thì số cách khác nhau để chọn được đồng thời một hộp màu đỏ, một hộp màu xanh là $12 \cdot 18 = 216$.

Câu 10: Trên bàn có 8 cây bút chì khác nhau, 6 cây bút bi khác nhau và 10 cuốn tập khác nhau. Số cách khác nhau để chọn được đồng thời một cây bút chì, một cây bút bi và một cuốn tập là

A. 24.

B. 48.

C. 480.

D. 60.

Lời giải

Số cách chọn 1 cây bút chì từ 8 cây bút chì khác nhau là 8 cách.

Số cách chọn 1 cây bút bi từ 6 cây bút bi khác nhau là 6 cách.

Số cách chọn 1 cuốn tập từ 10 cuốn tập khác nhau là 10 cách.

Vậy số cách chọn thỏa mãn bài ra là $8 \cdot 6 \cdot 10 = 480$ cách

Câu 11: Một bó hoa có 5 hoa hồng trắng, 6 hoa hồng đỏ và 7 hoa hồng vàng. Hỏi có mấy cách chọn lấy ba bông hoa có đủ cả ba màu?

A. 240.

B. 210.

C. 18.

D. 120.

Lời giải

Do chọn ba bông hoa có đủ cả ba màu nên mỗi loại được chọn đúng một bông. Số cách chọn là $5 \cdot 6 \cdot 7 = 210$.

Câu 12: Một người vào cửa hàng ăn, người đó chọn thực đơn gồm một món ăn trong năm món, một loại quả tráng miệng trong năm loại quả tráng miệng và một nước uống trong ba loại nước uống. Có bao nhiêu cách chọn thực đơn?

A. 25.

B. 75.

C. 100.

D. 15.

Lời giải

Để chọn thực đơn theo yêu cầu bài toán, ta cần:

+ Chọn một món ăn trong năm món có: 5 cách.

+ Chọn một loại quả tráng miệng trong năm loại quả tráng miệng có: 5 cách.

+ Chọn một nước uống trong ba loại nước uống có: 3 cách.

Vậy theo quy tắc nhân ta có: $5.5.3 = 75$ cách.

Câu 13: Trong hệ tọa độ Oxy phép tịnh tiến theo vec tơ $\vec{v} = (-3; 2)$ biến điểm $A(6; 1)$ thành điểm B có tọa độ là:

A. $B(9; -3)$.

B. $B(3; 3)$.

C. $B(9; -1)$.

D. $B(1; 1)$.

Lời giải

Ta có: $T_{\vec{v}}(A) = B \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \vec{v}$.

Gọi $B(a; b)$. Ta có hệ:

$$\begin{cases} a - 6 = -3 \\ b - 1 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 3 \end{cases}.$$

Do đó $B(3; 3)$.

Câu 14: Trong mặt phẳng Oxy, cho vec tơ $\vec{v}(a; b)$. Giả sử phép tịnh tiến theo vec tơ $\vec{v}$ biến điểm $M(x; y)$ thành $M'(x'; y')$. Ta có biểu thức tọa độ của phép tịnh tiến theo vec tơ $\vec{v}$ là?

A. $\begin{cases} x' = x + a \\ y' = y + b \end{cases}$.

B. $\begin{cases} x = x' + a \\ y = y' + b \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x' - b = x - a \\ y' - a = y - b \end{cases}$.

D. $\begin{cases} x' + b = x + a \\ y' + a = y + b \end{cases}$.

Lời giải

Phép tịnh tiến theo vec tơ $\vec{v}$ biến điểm $M(x; y)$ thành $M'(x'; y')$ nên ta có:

$$\overrightarrow{MM'} = \vec{v} \Leftrightarrow \begin{cases} x' - x = a \\ y' - y = b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x' = x + a \\ y' = y + b \end{cases}.$$

Câu 15: Trong mặt phẳng Oxy cho điểm $A(4; 1)$. Tìm tọa độ A' là ảnh của điểm A qua phép quay tâm $O(0; 0)$ góc quay $\frac{\pi}{2}$

A. $A'(1; -4)$

B. $A'(0; 3)$

C. $A'(-1; 4)$.

D. $A'(-1; -4)$.

Lời giải

Biểu thức tọa độ của phép quay tâm $O(0; 0)$ góc quay $\frac{\pi}{2}$ là $\begin{cases} x' = -y \\ y' = x \end{cases}$

Nên tọa độ $A'(-1; 4)$. Đáp án C

Câu 16: Trong mặt phẳng Oxy, ảnh của điểm $M(-6; 1)$ qua phép quay $Q_{(O, -90^\circ)}$ là:

A. $M'(6; 1)$

B. $M'(-1; -6)$

C. $M'(-6; -1)$.

D. $M'(6; 1)$

Lời giải

Nếu điểm $M'(x'; y')$ là ảnh của điểm $M(x; y)$ qua phép $Q_{(O, -90^\circ)}$ thì $\begin{cases} x' = y \\ y' = -x \end{cases}$

Như vậy ảnh của điểm $M(-6; 1)$ qua phép quay $Q_{(O, -90^\circ)}$ là $M'(6; 1)$

Câu 17: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho điểm $A(-1; 1)$ và $k = 3$, phép vị tự tâm O , tỉ số vị tự k biến điểm A thành A' . Tọa độ A' ?

A. $A'\left(\frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right)$.

B. $A'\left(-\frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right)$.

C. $A'(-3; 3)$.

D. $A'(3; 3)$.

Lời giải

Có $V_{(O; 3)}(A) = A' \Leftrightarrow \overrightarrow{OA'} = 3\overrightarrow{OA} = (-3; 3) \Rightarrow A'(-3; 3)$.

Câu 18: Giá trị lớn nhất của hàm số $y = 4\sin x - 3$ là

A. -7.

B. -3.

C. 1.

D. 3.

Lời giải

Ta có: $-1 \leq \sin x \leq 1 \Leftrightarrow -7 \leq 4\sin x - 3 \leq 1$.

Do đó GTLN của y bằng 1, dấu "=" xảy ra khi $\sin x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 19: Tìm chu kì T của hàm số $y = \tan\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$.

A. $k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

B. $\frac{\pi}{2}$.

C. π .

D. 2π .

Lời giải

Hàm số $y = \tan(ax + b)$ tuần hoàn với chu kì $T = \frac{\pi}{|a|}$.

Áp dụng: Hàm số $y = \tan\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$ tuần hoàn với chu kì $T = \frac{\pi}{2}$.

Câu 20: Điều kiện xác định của hàm số $y = \frac{\cot x}{\cos x}$ là:

A. $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$.

B. $x \neq k2\pi$.

C. $x \neq k\pi$.

D. $x \neq k\frac{\pi}{2}$.

Lời giải

Điều kiện xác định: $\begin{cases} \sin x \neq 0 \\ \cos x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \sin 2x \neq 0 \Leftrightarrow 2x \neq k\pi \Leftrightarrow x \neq k\frac{\pi}{2}$

Câu 21: Tìm m để phương trình $5\cos x - m\sin x = m + 1$ có nghiệm.

A. $m \leq -13$.

B. $m \leq 12$.

C. $m \leq 24$.

D. $m \geq 24$.

Lời giải

Điều kiện để phương trình $5\cos x - m\sin x = m + 1$ có nghiệm là:

$$5^2 + (-m)^2 \geq (m+1)^2 \Leftrightarrow 2m \leq 24 \Leftrightarrow m \leq 12.$$

Vậy chọn đáp án B

Câu 22: Với giá trị nào của m thì phương trình $\sin x - m = 1$ có nghiệm?

A. $0 \leq m \leq 1$.

B. $m \leq 0$.

C. $m \geq 1$.

D. $-2 \leq m \leq 0$.

Lời giải

Phương trình: $\sin x - m = 1 \Leftrightarrow \sin x = m + 1$

Phương trình có nghiệm khi $-1 \leq m + 1 \leq 1 \Leftrightarrow -2 \leq m \leq 0$.

Câu 23: Phương trình $3\cot x - \sqrt{3} = 0$ có họ nghiệm là

A. $x = \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

B. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

D. vô nghiệm.

Lời giải

Phương trình: $3\cot x - \sqrt{3} = 0 \Leftrightarrow \cot x = \frac{\sqrt{3}}{3} \Leftrightarrow \cot x = \cot \frac{\pi}{3} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

Câu 24: Phương trình $\cos x - m = 0$ vô nghiệm khi m là

A. $\begin{cases} m < -1 \\ m > 1 \end{cases}$.

B. $m > 1$.

C. $-1 \leq m \leq 1$.

D. $m < -1$.

Lời giải

Phương trình $\cos x - m = 0 \Leftrightarrow \cos x = m$.

Phương trình vô nghiệm khi $\begin{cases} m < -1 \\ m > 1 \end{cases}$

Câu 25: Phương trình $\sin 2x = \frac{-1}{2}$ có bao nhiêu nghiệm thỏa mãn $0 < x < \pi$.

- A. 1. B. 3. **C. 2.** D. 4.

Lời giải

$$\sin 2x = \frac{-1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = \frac{-\pi}{6} + k2\pi \\ 2x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{-\pi}{12} + k\pi \\ x = \frac{7\pi}{12} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$$

Trường hợp 1: $x = \frac{-\pi}{12} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$

$$\text{Do } 0 < x < \pi \Rightarrow 0 < \frac{-\pi}{12} + k\pi < \pi \Rightarrow \frac{1}{12} < k < \frac{13}{12} \Rightarrow k = 1 \Rightarrow x = \frac{11\pi}{12}$$

Trường hợp 2: $x = \frac{7\pi}{12} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$

$$\text{Do } 0 < x < \pi \Rightarrow 0 < \frac{7\pi}{12} + k\pi < \pi \Rightarrow \frac{-7}{12} < k < \frac{5}{12} \Rightarrow k = 0 \Rightarrow x = \frac{7\pi}{12}$$

Câu 26: Phương trình $\cos^2 2x + \cos 2x - \frac{3}{4} = 0$ có nghiệm là

- A. $x = \pm \frac{2\pi}{3} + k\pi$. B. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi$. **C. $x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi$.** D. $x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi$.

Lời giải

$$\cos^2 2x + \cos 2x - \frac{3}{4} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos 2x = \frac{1}{2} \\ \cos 2x = -\frac{3}{2} \text{ (L)} \end{cases} \Leftrightarrow 2x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 27: Phương trình $\sin x = \frac{1}{2}$ có nghiệm thỏa mãn $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ là

- A. $x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi$. **B. $x = \frac{\pi}{6}$.** C. $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi$. D. $x = \frac{\pi}{3}$.

Lời giải

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \sin x = \frac{1}{2} &\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}) \text{ mà } -\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2} \text{ nên } \begin{cases} -\frac{\pi}{2} \leq \frac{\pi}{6} + k2\pi \leq \frac{\pi}{2} \\ -\frac{\pi}{2} \leq \frac{5\pi}{6} + k2\pi \leq \frac{\pi}{2} \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} -\frac{2\pi}{3} \leq k2\pi \leq \frac{\pi}{3} \\ -\frac{4\pi}{3} \leq k2\pi \leq -\frac{\pi}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\frac{1}{3} \leq k \leq \frac{1}{6}, k \in \mathbb{Z} \Rightarrow k = 0 \Rightarrow x = \frac{\pi}{6} \\ -\frac{2}{3} \leq k \leq -\frac{1}{6}, k \in \mathbb{Z} \Rightarrow k \in \emptyset \end{cases} \end{aligned}$$

Câu 28: Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm có 5 chữ số.

- A. 7720 B. 720. C. 120. **D. 7776.**

Lời giải

Ta gọi số gồm có 5 chữ số có dạng: $n = \overline{abcde}$ ($a, b, c, d, e \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$).

a có 6 cách chọn.

b có 6 cách chọn.

c có 6 cách chọn.

d có 6 cách chọn.

e có 6 cách chọn.

Theo quy tắc nhân, ta có số các số gồm có 5 chữ số là: $6^5 = 7776$ số.

Câu 29: Có 4 bông hoa hồng khác nhau, có 6 bông hoa lan khác nhau, có 5 bông hoa cúc khác nhau. Hỏi bạn có bao nhiêu cách chọn 3 bông hoa để cắm vào lọ phải có một bông hoa của mỗi loại.

A. 24

B. 16.

C. 120.

D. 36.

Lời giải

Có 4 cách chọn một bông hoa hồng, 6 cách chọn một bông hoa lan, 5 cách chọn một bông hoa cúc để cắm vào lọ.

Theo quy tắc nhân, ta có số cách chọn 3 bông hoa để cắm vào lọ phải có một bông hoa của mỗi loại là: $4.6.5 = 120$ cách.

Câu 30: Từ thành phố A đến thành phố B có 2 con đường, từ thành phố B đến thành phố C có 3 con đường, từ thành phố C đến thành phố D có 4 con đường, từ thành phố B đến thành phố D có 3 con đường. Không có con đường nào nối trực tiếp thành phố A với D hoặc nối A đến C. Số cách đi khác nhau từ thành phố A đến D là:

A. 30.

B. 48.

C. 12.

D. 72.

Lời giải

TH1: Từ thành phố A đến thành phố B có 2 con đường, từ thành phố B đến thành phố C có 3 con đường, từ thành phố C đến thành phố D có 4 con đường:

Số cách đi từ thành phố A đến thành phố D là: $2.3.4 = 24$ (cách).

TH2: Từ thành phố A đến thành phố B có 2 con đường, từ thành phố B đến thành phố D có 3 con đường:

Số cách đi từ thành phố A đến thành phố D là: $2.3 = 6$ (cách).

Vậy số cách đi khác nhau từ thành phố A đến D là: $24 + 6 = 30$ (cách).

Câu 31: Một túi có 20 viên bi khác nhau trong đó có 7 viên bi đỏ, 8 viên bi xanh và 5 viên bi vàng. Số cách lấy ra 3 viên bi là

A. 20.

B. 280.

C. 6840.

D. 1140.

Lời giải

Số cách lấy 3 viên bi từ 20 viên bi là $C_{20}^3 = 1140$ cách.

Câu 32: Trong một hộp có chứa 6 quả cầu trắng đánh theo thứ tự từ 1 đến 6 và 3 quả cầu đen đánh số thứ tự 7, 8, 9. Có bao nhiêu cách chọn 1 trong các quả cầu ấy?

A. 18.

B. 9.

C. 10.

D. 90.

Lời giải

Chọn một quả cầu trong 9 quả cầu nên có 9 cách chọn.

Câu 33: Từ các chữ số 1, 5, 6, 7 có thể lập được bao nhiêu chữ số tự nhiên có 4 chữ số (không nhất thiết phải khác nhau)?

A. 324.

B. 256.

C. 248.

D. 124.

Lời giải

Gọi số tự nhiên có 4 chữ số (không nhất thiết phải khác nhau) có dạng $\overline{abcd}$

a có 4 cách chọn.

b có 4 cách chọn.

c có 4 cách chọn.

d có 4 cách chọn.

Vậy có $4.4.4.4 = 256$ số.

CÂU 34: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho điểm $A(2;5)$. Phép tịnh tiến theo vector $\vec{v}(1;2)$ biến điểm A thành điểm A' có tọa độ là:

- A. $A'(3;1)$. B. $A'(1;6)$. C. $A'(3;7)$. D. $A'(4;7)$.

Lời giải

Gọi tọa độ $A'(x;y)$.

Ta có:

$$T_{\vec{v}}(A) = A' \Leftrightarrow \overrightarrow{AA'} = \vec{v} \Leftrightarrow \begin{cases} x-2=1 \\ y-5=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=7 \end{cases}$$

Vậy tọa độ điểm $A'(3;7)$.

Câu 35: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho vector $\vec{v}=(1;1)$. Phép tịnh tiến theo vector $\vec{v}$ biến đường thẳng $\Delta: x-1=0$ thành đường thẳng Δ' . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\Delta': x-1=0$. B. $\Delta': x-2=0$. C. $\Delta': x-y-2=0$. D. $\Delta': y-2=0$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \Delta' = T_{\vec{v}}(\Delta) \Rightarrow \begin{cases} \Delta // \Delta' \\ \Delta \equiv \Delta' \end{cases} \Rightarrow \Delta': x+c=0$$

$$\text{Với } A(1;0) \in \Delta: x-1=0. \text{ Gọi } A' = T_{\vec{v}}(A) \Leftrightarrow \begin{cases} x_{A'} = x_A + x_{\vec{v}} \\ y_{A'} = y_A + y_{\vec{v}} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_{A'} = 1+1 \\ y_{A'} = 0+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_{A'} = 2 \\ y_{A'} = 1 \end{cases}$$

Vậy $A'(2;1)$

$$\text{Ta có } \begin{cases} \Delta' = T_{\vec{v}}(\Delta) \\ A \in \Delta \\ A' = T_{\vec{v}}(A) \end{cases} \Rightarrow A' \in \Delta' \Leftrightarrow 2+c=0 \Leftrightarrow c=-2$$

Vậy $\Delta': x-2=0$

Câu 36: Trong mặt phẳng Oxy cho $\vec{v}=(2;1)$ và điểm $A(4;5)$. Hỏi A là ảnh của điểm nào trong các điểm sau đây qua phép tịnh tiến $\vec{v}$?

- A. $(1;6)$. B. $(2;4)$. C. $(4;7)$. D. $(3;1)$.

Lời giải

Giả sử phép tịnh tiến theo $\vec{v}$ biến điểm $M(x;y)$ thành điểm $A(4;5)$. Khi đó, ta có:

$$T_{\vec{v}}(M) = A \Leftrightarrow \overrightarrow{MA} = \vec{v} \Leftrightarrow \begin{cases} 4-x=2 \\ 5-y=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=4 \end{cases}$$

Vậy tọa độ điểm $M(2;4)$.

Câu 37: Trong mặt phẳng Oxy cho đường thẳng $d: x-2y+5=0$, ảnh d' của d qua phép quay tâm O , góc quay -90° là

- A. $d': 2x+y+5=0$. B. $d': x-2y-5=0$.
C. $d': -x+2y-5=0$. D. $d': 2x+y-5=0$.

Lời giải

$$\text{Với mọi } M(x;y) \in (d) \quad Q_{(O, -90^\circ)}(M) = M' \Rightarrow M'(x';y') \in (d')$$

$$\text{Biểu thức tọa độ: } \begin{cases} x' = y \\ y' = -x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = x' \\ x = -y' \end{cases}$$

$$\text{Ta có: } d: x-2y+5=0$$

$$\Leftrightarrow -y' - 2x' + 5 = 0.$$

$$\text{Vậy: ảnh } d': 2x+y-5=0.$$

Câu 38: Trong mặt phẳng Oxy, cho đường thẳng $d: x + y - 2 = 0$. Viết phương trình đường thẳng là ảnh của đường thẳng d qua phép vị tự tâm O tỉ số $k = -2$

- A. $2x + 2y - 4 = 0$. B. $x + y + 4 = 0$. C. $x + y - 4 = 0$. D. $2x + 2y = 0$.

Lời giải

$M'(x'; y')$ là ảnh của M qua phép vị tự tâm O theo tỉ số $k = -2$

$$\Rightarrow \overrightarrow{OM'} = -2\overrightarrow{OM}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x' = -2x \\ y' = -2y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{-x'}{2} \\ y = \frac{-y'}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{-x'}{2}\right) + \left(\frac{-y'}{2}\right) - 2 = 0 \Leftrightarrow x' + y' + 4 = 0$$

$\Rightarrow$ ảnh của d qua phép vị tự tâm O là $x + y + 4 = 0$

Câu 39: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường tròn (C) có phương trình $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 4$. Phép vị tự tâm O tỉ số $k = -2$ biến đường tròn (C) thành đường tròn nào sau đây :

- A. $(x-4)^2 + (y-2)^2 = 4$. B. $(x-4)^2 + (y-2)^2 = 16$.
C. $(x+2)^2 + (y+4)^2 = 16$. D. $(x-2)^2 + (y-4)^2 = 16$.

Lời giải

Đường tròn (C) có tâm $I(1; 2)$ và bán kính $R = 2$.

Gọi (C') là ảnh của (C) qua phép vị tự tâm O tỉ số $k = -2$ nên (C') có bán kính $R' = |-2| \cdot 2 = 4$

Gọi $I'(x; y)$ là tâm của (C') , ta có I' ảnh của I qua phép vị tự tâm O tỉ số $k = -2$.

$$\text{Ta có } \overrightarrow{OI'} = -2\overrightarrow{OI} \Rightarrow \begin{cases} x = -2 \cdot 1 = -2 \\ y = -2 \cdot 2 = -4 \end{cases} \Rightarrow I'(-2; -4)$$

Vậy đường tròn $(C') : (x+2)^2 + (y+4)^2 = 16$.

Câu 40: Mệnh đề nào sau đây là sai?

- A. Phép dời hình là phép đồng dạng. B. Phép vị tự là phép đồng dạng.
C. Phép đồng dạng là phép dời hình. D. Phép vị tự không phải là phép dời hình.

Lời giải

Ta có:

Phương án A: Phép dời hình là phép đồng dạng với tỉ số đồng dạng $k = 1$.

Phương án B: Phép vị tự tỉ số k là phép đồng dạng với tỉ số đồng dạng $|k|$.

Phương án C: Phép đồng dạng với tỉ số đồng dạng $|k| \neq 1$ không bảo toàn khoảng cách nên không phải là phép dời hình.

Phương án D: Phép vị tự với tỉ số vị tự $k \neq \pm 1$ không phải là phép dời hình.

Câu 41: Nghiệm của phương trình lượng giác $\cos^2 x - \cos x = 0$ thỏa điều kiện $0 < x \leq \pi$ là.

- A. $x = \frac{\pi}{4}$. B. $x = 0$. C. $x = \pi$. D. $x = \frac{\pi}{2}$.

Lời giải

Phương pháp tự luận.

$$\text{Theo bài ra } \cos^2 x - \cos x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \\ \cos x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = m2\pi \end{cases}, k, m \in \mathbb{Z}.$$

$$\text{Vì } 0 < x \leq \pi \Rightarrow \begin{cases} 0 < \frac{\pi}{2} + k\pi \leq \pi \\ 0 < m2\pi \leq \pi \\ k, m \in \mathbb{Z} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\frac{1}{2} < k \leq \frac{1}{2} \\ 0 < m \leq \frac{1}{2} \\ k, m \in \mathbb{Z} \end{cases} \Leftrightarrow k = 0.$$

Khi đó nghiệm của phương trình là $x = \frac{\pi}{2}$.

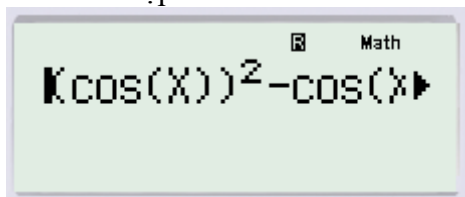
Phương pháp trắc nghiệm.

Theo bài ra $0 < x \leq \pi$ nên đáp án B loại.

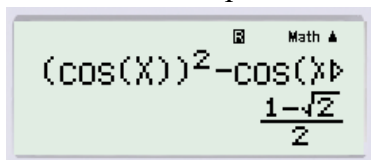
Sử dụng casio.

Bước 1. Chuyển đơn vị đo về Radian (Shift + Mode + 4)

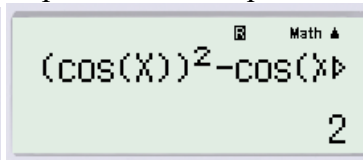
Bước 2. Nhập hàm $\cos^2 x - \cos x$



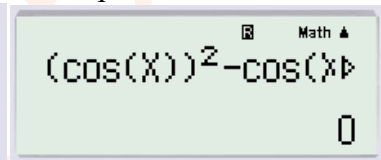
Bước 3. Calc 3 đáp án còn lại. Đáp án nào ra kết quả 0 thì đó là đáp án.



Đáp án A



Đáp án C



Đáp án D

Đáp án đúng là D

Lưu ý đã sửa lại đề. Đề ban đầu là .

“Nghiệm của phương trình lượng giác $\cos^2 x - \cos x = 0$ thỏa điều kiện $0 \leq x \leq \pi$ là”.

A. $x = \frac{\pi}{4}$.

B. $x = 0$.

C. $x = \pi$.

D. $x = \frac{\pi}{2}$.

Câu 42: Số nghiệm của phương trình $\sqrt{2} \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = 1$, với $0 \leq x \leq 2\pi$ là:

A. 0.

B. 2.

C. 1. D. 3.

Lời giải

$$\text{Xét phương trình } \sqrt{2} \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = 1 \Leftrightarrow \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \cos \frac{\pi}{4}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x + \frac{\pi}{3} = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{12} + k2\pi \\ x = -\frac{7\pi}{12} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$$

• Với $x = -\frac{\pi}{12} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

$$\text{Vì } 0 \leq x \leq 2\pi \text{ nên } 0 \leq -\frac{\pi}{12} + k2\pi \leq 2\pi \Leftrightarrow \frac{1}{24} \leq k \leq \frac{25}{24}.$$

$$\text{Mà } k \in \mathbb{Z} \Rightarrow k=1 \Rightarrow x = -\frac{\pi}{12} + 2\pi = \frac{23\pi}{12}$$

$$\bullet \text{ Với } x = -\frac{7\pi}{12} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{Vì } 0 \leq x \leq 2\pi \text{ nên } 0 \leq -\frac{7\pi}{12} + k2\pi \leq 2\pi \Leftrightarrow \frac{7}{24} \leq k \leq \frac{31}{24}.$$

$$\text{Mà } k \in \mathbb{Z} \Rightarrow k=1 \Rightarrow x = -\frac{7\pi}{12} + 2\pi = \frac{17\pi}{12}$$

Vậy phương trình đã cho có 2 nghiệm thỏa mãn đề bài.

Câu 43: Từ các chữ số 0,1,2,3,4,5 có thể lập được bao nhiêu số có 3 chữ số khác nhau và chia hết cho 3?

A. 36.

B. 40.

C. 9.

D. 20.

Lời giải

Gọi $N = \overline{abc}$ là số có 3 chữ số khác nhau chia hết cho 3.

Ta có $a \neq b \neq c$ và có tổng $(a+b+c)$ chia hết cho 3.

Từ các chữ số 0,1,2,3,4,5 ta có các bộ số gồm 3 chữ số khác nhau, có tổng chia hết cho 3 là:

$(0;1;2), (0;2;4), (0;1;5), (0;4;5), (1;2;3), (2;3;4), (3;4;5), (1;3;5).$

Trường hợp 1: Có 4 bộ số gồm 3 chữ số khác nhau có tổng chia hết cho 3 trong đó có số 0, từ các bộ này lập được: $4 \times 4 = 16$ số có 3 chữ số khác nhau chia hết cho 3.

Trường hợp 2: Có 4 bộ số gồm 3 chữ số khác nhau có tổng chia hết cho 3 trong đó không có số 0, từ các bộ này lập được: $4 \times 3! = 24$ số có 3 chữ số khác nhau chia hết cho 3.

Vậy ta có: $16 + 24 = 40$ số.

Câu 44: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho 2 đường thẳng song song a và b lần lượt có phương trình $2x - y + 4 = 0$ và $2x - y - 1 = 0$. Tìm giá trị thực của tham số m để phép tịnh tiến T theo véc tơ $\vec{u} = (m; -3)$ biến đường thẳng a thành đường thẳng b .

A. $m=1$.

B. $m=2$.

C. $m=3$.

D. $m=4$.

Lời giải

Chọn điểm $M(0;4) \in a$. Ta có $T_{\vec{u}}(M) = N(m;1)$.

Để phép tịnh tiến T theo véc tơ $\vec{u} = (m; -3)$ biến đường thẳng a thành đường thẳng b thì điểm N phải thuộc đường thẳng b . Khi đó ta có phương trình $2m - 1 - 1 = 0 \Leftrightarrow m = 1$.

Câu 45: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho hai đường thẳng song song a và b có phương trình lần lượt là $2x + y + 5 = 0$ và $x - 2y - 3 = 0$. Nếu có phép quay biến đường thẳng này thành đường thẳng kia thì số đo của góc quay $\varphi (0^\circ \leq \varphi \leq 180^\circ)$ là

A. 45° .

B. 60° .

C. 90° .

D. 120° .

Lời giải

Đường thẳng a có phương trình $2x + y + 5 = 0$ và b có phương trình $x - 2y - 3 = 0$

Ta thấy $2 \cdot 1 + 1 \cdot (-2) = 0$ nên hai đường thẳng này vuông góc với nhau, mà góc quay

$\varphi (0^\circ \leq \varphi \leq 180^\circ)$ nên chọn $\varphi = 90^\circ$.

Câu 46: Xác định m để phương trình $(3\cos x - 2)(2\cos x + 3m - 1) = 0$ (1) có đúng 3 nghiệm phân biệt

$$x \in \left(0; \frac{3\pi}{2}\right).$$

A. $\frac{1}{3} < m < 1$

B. $m < -1$

C. $\begin{cases} m < \frac{1}{3} \\ m > \frac{1}{2} \end{cases}$

D. $\frac{1}{3} < m \leq 1$

Lời giải:

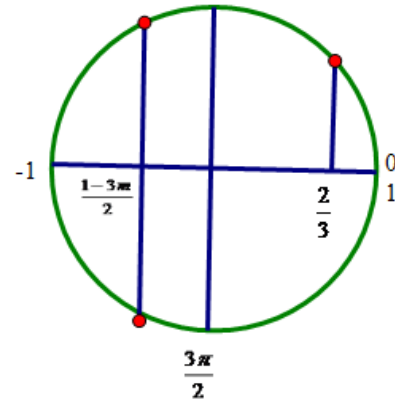
$$\text{Ta có (1)} \Leftrightarrow \begin{cases} 3\cos x - 2 = 0 \\ 2\cos x + 3m - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = \frac{2}{3} \quad (2) \\ \cos x = \frac{1-3m}{2} \quad (3) \end{cases}$$

Vì phương trình (2) có 1 nghiệm $x \in \left(0; \frac{3\pi}{2}\right)$

nên để phương trình (1) có 3 nghiệm $x \in \left(0; \frac{3\pi}{2}\right)$

thì phương trình (3) có 2 nghiệm $x \in \left(0; \frac{3\pi}{2}\right)$ khi đó ta có:

$$-1 < \frac{1-3m}{2} < 0 \Leftrightarrow -3 < -3m < -1 \Leftrightarrow \frac{1}{3} < m < 1.$$



Câu 47: Tìm m để phương trình $\cos 2x - (2m-1)\cos x - 2m = 0$ có nghiệm $x \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$.

A. $\frac{1}{2} < m < 1.$

B. $-\frac{1}{2} < m \leq \frac{1}{2}.$

C. $\begin{cases} m < -\frac{1}{2} \\ m > \frac{1}{2} \end{cases}.$

D. $\frac{1}{3} \leq m \leq 1.$

Lời giải

$$\text{Ta có: } \cos 2x - (2m-1)\cos x - 2m = 0 \Leftrightarrow 2\cos^2 x - (2m-1)\cos x - 2m - 1 = 0 \quad (1)$$

$$\text{Đặt } t = \cos x, \text{ với } x \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow t \in (0; 1]$$

$$\text{Phương trình trở thành: } 2t^2 - (2m-1)t - 2m - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 \\ t = \frac{2m+1}{2} \end{cases} \quad (2)$$

Vì $t = -1$ không thỏa mãn nên phương trình (1) có nghiệm $\Leftrightarrow$ phương trình (2) có nghiệm thuộc

$$(0; 1] \Leftrightarrow 0 < \frac{2m+1}{2} \leq 1 \Leftrightarrow -\frac{1}{2} < m \leq \frac{1}{2}.$$

Câu 48: Cho các chữ số 0; 2; 3; 4; 5; 7; 8. Từ các chữ số đó có thể lập được bao nhiêu số có 4 chữ số khác nhau chia hết cho 20 và luôn xuất hiện chữ số 4.

A. 40.

B. 36. **C.** 34.

D. 38.

Lời giải

Vì số có 4 chữ số khác nhau chia hết cho 20 thì hai chữ số cuối cùng phải chia hết cho 20 nên suy ra $d = 0$. Vậy gọi số có 4 chữ số khác nhau là $abc0$.

TH1: Nếu $c = 4$: chọn c có 1 cách chọn và chọn a, b có $A_2^2 = 20$ cách.

TH2: Nếu $c \neq 4$: chọn c có 2 cách chọn và đưa số 4 vào 2 vị trí a, b có 2 cách.

Sau khi đưa 4 vào một trong hai vị trí a hoặc b thì còn 4 số đưa vào một vị trí còn lại.

Theo quy tắc nhân: $2 \cdot 2 \cdot 4 = 16$ cách.

Vậy theo quy tắc cộng: $20 + 16 = 36$.

- Câu 49:** Tính tổng của tất cả các số tự nhiên gồm 4 chữ số khác nhau được tạo thành từ 5 chữ số 0,1,2,3,4.
A. 259990. **B.** 289900. **C.** 259980. **D.** 299800.

Lời giải

Gọi $\overline{abcd}$ số tự nhiên gồm 4 chữ số khác nhau được tạo thành từ 5 chữ số 0,1,2,3,4.

Xét $\overline{abcd} = a.10^3 + b.10^2 + c.10 + d$.

* Tổng các chữ số hàng đơn vị là:

Nếu $d = 0$ có A_4^3 số có chữ số hàng đơn vị là 0.

Nếu $d \in \{1, 2, 3, 4\}$ có $3.A_3^2$ số có chữ số hàng đơn vị là $\{1, 2, 3, 4\}$.

Do đó tổng các chữ số hàng đơn vị là $3.A_3^2.(1 + 2 + 3 + 4) = 30.A_3^2$

* Tương tự tổng các chữ số hàng chục, hàng trăm là:

$3.A_3^2.(1 + 2 + 3 + 4).100 + 3.A_3^2.(1 + 2 + 3 + 4).10 = 30.A_3^2.(100 + 10)$

* Tổng các chữ số hàng nghìn:

Nếu $a \in \{1, 2, 3, 4\}$ có A_4^3 số có chữ số hàng nghìn là $\{1, 2, 3, 4\}$.

Do đó tổng các chữ số hàng nghìn là $(1 + 2 + 3 + 4).10^3.A_4^3 = A_4^3.10.10^3$

Vậy tổng các số là: $A_4^3.10.10^3 + 30.A_3^2(100 + 10 + 1) = 259980$.

- Câu 50:** Cho tam giác ABC có $AB = AC$ và góc B bằng 60° , phép quay tâm I góc quay 90° biến A thành M , biến B thành N , biến C thành H khi đó tam giác ABC là
A. Tam giác vuông cân. **B.** Tam giác đều. **C.** Tam giác cân. **D.** Tam giác vuông.

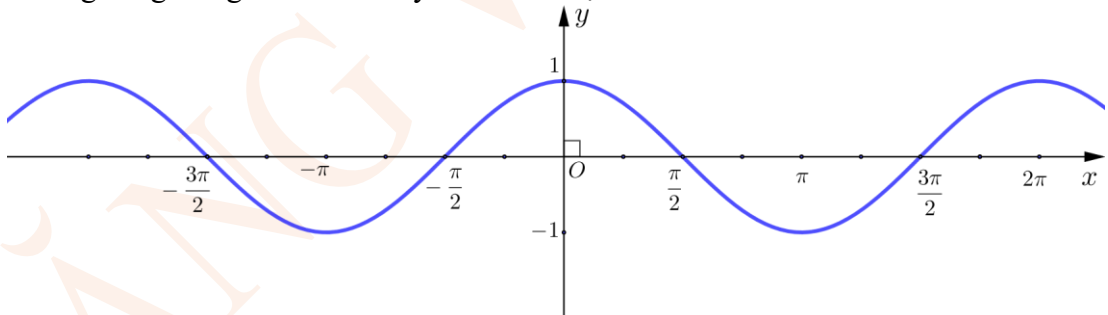
Lời giải

Tam giác ABC có $AB = AC$ và góc B bằng 60° là tam giác đều.

ĐỀ 12
ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA KÌ I**Môn: TOÁN, Lớp 10**

Thời gian làm bài: 90 phút, không tính thời gian phát đề

- Câu 1.** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $2\cos x - m\sin x - 2 = 3m$ có nghiệm.
- A. $\begin{cases} m \geq 0 \\ m \leq \frac{-3}{2} \end{cases}$. B. $\frac{-3}{2} < m < 0$. C. $\begin{cases} m > 0 \\ m < \frac{-3}{2} \end{cases}$. D. $\frac{-3}{2} \leq m \leq 0$.
- Câu 2.** Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{2020}{\cos x}$.
- A. $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$. B. $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi; k \in \mathbb{Z}\}$. C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi; k \in \mathbb{Z}\right\}$. D. $D = \mathbb{R}$.
- Câu 3.** Chọn khẳng định sai.
- A. $\cos x = 1 \Leftrightarrow x = k2\pi (k \in \mathbb{Z})$. B. $\sin x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.
C. $\tan x = 0 \Leftrightarrow x = k2\pi (k \in \mathbb{Z})$. D. $\cot x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.
- Câu 4.** Ảnh của điểm $M(2; -3)$ qua phép quay tâm O góc quay -90° có tọa độ là:
- A. $(-3; 2)$. B. $(3; -2)$. C. $(3; 2)$. D. $(-3; -2)$.
- Câu 5.** Nghiệm của phương trình $\cot x = \frac{1}{\sqrt{3}}$ là
- A. $x = \frac{\pi}{6} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$. B. $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$. C. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$. D. $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.
- Câu 6.** Phép đồng dạng tỉ số $k = 2$ biến tam giác đều ABC cạnh $2a$ thành tam giác $A'B'C'$.
Tìm chu vi tam giác $A'B'C'$.
- A. $12a$. B. $3a$. C. $6a$. D. $9a$.
- Câu 7.** Đường cong trong hình dưới đây là của đồ thị hàm số nào?
- 
- A. $y = \sin x$. B. $y = \cos x$. C. $y = \tan x$. D. $y = \cot x$.
- Câu 8.** Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số lẻ?
- A. $y = \frac{\tan x}{\sin x}$. B. $y = \frac{\cot x}{\cos x}$. C. $y = \cos x$. D. $y = \sin^2 x$.
- Câu 9.** Phương trình $\sqrt{3}\sin 2x - \cos 2x = \sqrt{2}$ tương đương với phương trình
- A. $\sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = \sin \frac{\pi}{4}$. B. $\sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right) = \sin \frac{\pi}{4}$.
C. $\sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) = \sin \frac{\pi}{4}$. D. $\sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = \sin \frac{\pi}{4}$.
- Câu 10.** Cho hai đường thẳng a và b song song với nhau. Trên đường thẳng a có 4 điểm phân biệt và trên đường thẳng b có 11 điểm phân biệt. Hỏi có thể tạo được bao nhiêu tam giác

có các đỉnh là các điểm trên hai đường thẳng a và b đã cho?

- A. 455 tam giác. B. 325 tam giác. C. 650 tam giác. D. 286 tam giác.

Câu 11. Để trang trí gian hàng cho lễ hội halloween. Lớp 11A có 12 học sinh nam và 15 học sinh nữ. Giáo viên cần chọn 5 học sinh để trang trí trại. Số cách chọn 5 học sinh sao cho có ít nhất 1 học sinh nữ bằng bao nhiêu? Biết rằng học sinh nào trong lớp cũng có khả năng trang trí trại

- A. 79938 cách. B. 792 cách. C. 77727 cách. D. 3003 cách.

Câu 12. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $-\sin^2 x - 3\cos x + 3m = 0$ có nghiệm.

- A. $-1 < m < 1$. B. $-1 \leq m \leq 1$. C. $m < \frac{13}{12}$. D. $m \leq \frac{13}{12}$.

Câu 13. Cho các hàm số $y = \sin x$; $y = \cos x$; $y = \tan x$; $y = \cot x$. Có bao nhiêu hàm nghịch biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 14. Trong các phép biến hình dưới đây, có bao nhiêu phép đồng nhất

- i. Phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{0}$.
ii. Phép vị tự tâm O tỉ số $k = 1$.
iii. Phép quay tâm O góc quay 0° .

- A. 1. B. 2. C. 0. D. 3.

Câu 15. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số

$$y = 2 \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right). \text{ Tính } P = M - m.$$

- A. $P = 2\sqrt{2}$. B. $P = 4$. C. $P = \sqrt{2}$. D. $P = 2$.

Câu 16. tìm tất cả các giá trị m để phương trình $2 \sin\left(x + \frac{5\pi}{6}\right) - m = 3$ vô nghiệm

- A. $-5 \leq m \leq -1$. B. $-5 < m < -1$. C. $\begin{cases} m \geq -1 \\ m \leq -5 \end{cases}$. D. $\begin{cases} m > -1 \\ m < -5 \end{cases}$.

Câu 17. Phương trình $\tan^2 x - 5 \tan x + 4 = 0$ tương đương với

- A. $\begin{cases} \cot x = 1 \\ \tan x = 4 \end{cases}$. B. $\begin{cases} \tan x = -1 \\ \tan x = -4 \end{cases}$. C. $\begin{cases} \tan x = 1 \\ \cot x = 4 \end{cases}$. D. $\begin{cases} \tan x = -1 \\ \cot x = -4 \end{cases}$.

Câu 18. Trong các phương trình sau, phương trình nào vô nghiệm?

- A. $\cot\left(\frac{\pi}{3} - x\right) = \pi$. B. $\frac{1}{3} \sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{2}$.
C. $\frac{1}{2} \cos\left(3x + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{-1}{4}$. D. $\tan\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{2}$.

Câu 19. Với $x \in \left(\frac{29\pi}{4}; \frac{31\pi}{4}\right)$, mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Hàm số $y = \cot x$ nghịch biến. B. Hàm số $y = \sin x$ đồng biến.
C. Hàm số $y = \cos x$ nghịch biến. D. Hàm số $y = \tan x$ nghịch biến.

Câu 20. Nghiệm của phương trình $\sin^2 x + \frac{1+\sqrt{3}}{2} \sin 2x + \sqrt{3} \cos^2 x = 0$ có dạng

$$x = -\alpha + k\pi (k \in \mathbb{Z}) \text{ và } x = -\beta + k\pi (k \in \mathbb{Z}). \text{ Biết } \alpha; \beta \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right). \text{ Khi đó tổng } \beta + \alpha \text{ là}$$

A. $\beta + \alpha = -\frac{5\pi}{12}$. B. $\beta + \alpha = -\frac{7\pi}{12}$. C. $\beta + \alpha = \frac{7\pi}{12}$. D. $\beta + \alpha = \frac{5\pi}{12}$.

Câu 21. Khẳng định nào dưới đây là sai?

A. $T_u(A) = B \Leftrightarrow T_{-u}(B) = A$. B. $T_u(A) = B \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \vec{u}$.
 C. $\begin{cases} T_u(A) = A' \\ T_u(B) = B' \end{cases} \Rightarrow AB // A'B'$. D. $\begin{cases} T_u(A) = A' \\ T_u(B) = B' \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{A'B'}$.

Câu 22. Một tổ công nhân có 15 người. Cần chọn 3 người trong đó có một người là tổ trưởng, một người là tổ phó, một người là thành viên. Hỏi có bao nhiêu cách chọn.

A. 455 cách. B. 15! cách. C. 2370 cách. D. 2730 cách.

Câu 23. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho vectơ $\vec{v} = (a; -b)$ và hai điểm $M(x; y)$, $M'(x'; y')$ thỏa mãn $T_{\vec{v}}(M) = M'$. Chọn khẳng định đúng.

A. $\begin{cases} x' = 2a - x \\ y' = -2b - y \end{cases}$. B. $\begin{cases} x' = x - a \\ y' = y + b \end{cases}$. C. $\begin{cases} x' = x + a \\ y' = y + b \end{cases}$. D. $\begin{cases} x' = x + a \\ y' = y - b \end{cases}$.

Câu 24. Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{\frac{\sin 2x - 2}{\cos 2x + 4}}$

A. $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$. B. $D = [-1; 1]$. C. $D = \mathbb{R}$. D. $D = \emptyset$.

Câu 25. Trong mặt phẳng cho 7 điểm phân biệt A, B, C, D, E, F, G. Hỏi có thể tạo thành bao nhiêu đoạn thẳng mà 2 đầu mút thuộc tập 7 điểm đã cho?

A. 2 đoạn thẳng. B. 40 đoạn thẳng. C. 24 đoạn thẳng. D. 21 đoạn thẳng.

Câu 26. Mệnh đề nào sau đây là sai?

A. Hàm số $y = \tan x$ tuần hoàn với chu kỳ π . B. Hàm số $y = \sin x$ tuần hoàn với chu kỳ 2π .
 C. Hàm số $y = \cos x$ tuần hoàn với chu kỳ 2π . D. Hàm số $y = \cot x$ tuần hoàn với chu kỳ 2π .

Câu 27. Số nghiệm của phương trình $2\cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) - \sqrt{3} = 0$ trên khoảng $(-2\pi; 3\pi)$ là

A. 8. B. 4. C. 10. D. 9.

Câu 28. Một lớp học có 40 học sinh gồm 25 nam và 15 nữ. Chọn 5 học sinh tham gia vệ sinh công cộng toàn trường, hỏi có bao nhiêu cách chọn 5 học sinh trong đó có 3 học sinh nam và 2 học sinh nữ?

A. 9880 cách. B. 45000 cách. C. 136500 cách. D. 241500 cách.

Câu 29. Chọn khẳng định đúng.

A. $\sin x = \sin \alpha \Leftrightarrow \begin{cases} x = \alpha + k\pi \\ x = \pi - \alpha + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$. B. $\cos x = \cos \alpha \Leftrightarrow \begin{cases} x = \alpha + k2\pi \\ x = -\alpha + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$.
 C. $\sin x = \sin \alpha \Leftrightarrow \begin{cases} x = \alpha + k2\pi \\ x = -\alpha + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$. D. $\cos x = \cos \alpha \Leftrightarrow \begin{cases} x = \alpha + k2\pi \\ x = \pi - \alpha + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 30. Cặp hàm số nào sau đây có cùng tập xác định

A. $y = \tan x$ và $y = \cot x$. B. $y = \frac{1}{\cos x}$ và $y = \tan x$.
 C. $y = \frac{1}{\sin x}$ và $y = \tan x$. D. $y = \sin x$ và $y = \tan x$.

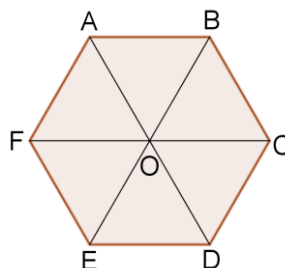
Câu 31. Từ các chữ số 0; 1; 2; 3; 4; 5 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm bốn chữ số đôi một khác nhau?

A. 300 số. B. 360 số. C. 24 số. D. 17 số.

Câu 32. Cho phương trình $4\cos 2x - \cos x + 2 = 0$. Bằng cách đặt ẩn phụ $t = \cos x$ ta đưa được phương trình ẩn t có dạng:

A. $8t^2 - t - 2 = 0$. B. $-4t^2 - t + 6 = 0$. C. $-8t^2 - t + 6 = 0$. D. $4t^2 - t - 2 = 0$.

- Câu 33.** Từ các chữ số 2, 3, 4, 5, 6, 7 lập được bao nhiêu số tự nhiên có 6 chữ số khác nhau và tổng ba chữ số đầu nhỏ hơn tổng ba chữ số sau 1 đơn vị?
A. 18 số. **B.** 720 số. **C.** 108 số. **D.** 72 số.
- Câu 34.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường tròn (C) có phương trình $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 4$. Ảnh của đường tròn (C) qua phép vị tự tâm O tỉ số $k = -2$ có phương trình là:
A. $(x-2)^2 + (y-4)^2 = 16$. **B.** $(x+2)^2 + (y+4)^2 = 16$.
C. $(x-2)^2 + (y-4)^2 = 4$. **D.** $(x+2)^2 + (y+4)^2 = 4$.
- Câu 35.** Hàm số $y = \cos x$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?
A. $\left(\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2}\right)$. **B.** $\left(-\frac{3\pi}{2}; -\frac{\pi}{2}\right)$. **C.** $(\pi; 2\pi)$. **D.** $\left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$.
- Câu 36.** Trong các phép biến hình: phép quay, phép đối xứng tâm, phép tịnh tiến, phép vị tự tỉ số $k = 2$ có bao nhiêu phép biến hình bảo toàn khoảng cách giữa hai điểm bất kỳ?
A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.
- Câu 37.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng d_1 và d_2 có phương trình $d_1: 2x - 5y + 1 = 0$, $d_2: 2x - 5y + 2 = 0$. Biết phép vị tự tâm O tỉ số k biến d_1 thành d_2 . Khẳng định nào sau đây là đúng?
A. $1 < k < 3$. **B.** $2 < k < 5$. **C.** $-3 < k < 1$. **D.** $-5 < k < -3$.
- Câu 38.** Khẳng định nào dưới đây là đúng
A. $Q_{(O, \alpha)} M = M' \Leftrightarrow \begin{cases} OM = OM' \\ OM; OM' = \alpha \end{cases}$. **B.** $Q_{(O, \alpha)} M = M' \Leftrightarrow \begin{cases} OM = OM' \\ OM'; OM = \alpha \end{cases}$.
C. $Q_{(O, \alpha)} M = M' \Leftrightarrow \begin{cases} OM = OM' \\ MOM' = \alpha \end{cases}$. **D.** $Q_{(O, \alpha)} M = M' \Leftrightarrow \begin{cases} OM = OM' \\ OM; OM' = -\alpha \end{cases}$.
- Câu 39.** Cho hình vuông $ABCD$ tâm O . Khẳng định nào dưới đây **sai**?
A. $V_{\left(C; \frac{1}{2}\right)}(O) = A$. **B.** $V_{(A; 2)}(O) = C$. **C.** $V_{\left(B; \frac{1}{2}\right)}(D) = O$. **D.** $V_{(O; -1)}(A) = C$.
- Câu 40.** Trong mặt phẳng Oxy , cho đường tròn $(C): x^2 + (y-3)^2 = \frac{1}{9}$. Ảnh của đường tròn (C) qua $Q_{(O, 90^\circ)}$ có phương trình là
A. $(C): x^2 + (y+3)^2 = \frac{1}{9}$. **B.** $(C): (x-3)^2 + y^2 = \frac{1}{9}$.
C. $(C): (x+3)^2 + y^2 = \frac{1}{9}$. **D.** $(C): (x+3)^2 + (y-3)^2 = \frac{1}{9}$.
- Câu 41.** Tìm m để giá trị lớn nhất của hàm số $y = 3\sin x + 4\cos x + m$ bằng 10
A. $m = 5$. **B.** $m = -3$. **C.** $m = -5$. **D.** $m = 3$.
- Câu 42.** Cho lục giác đều $ABCDEF$ tâm O như hình vẽ dưới đây. Phép quay tâm O góc 60° biến tam giác OAB thành tam giác nào?



- A.** ΔOFA . **B.** ΔOBC . **C.** ΔODE . **D.** ΔFOE .
- Câu 43.** Xếp 6 học sinh A, B, C, D, E, F vào một ghế dài. Hỏi có bao nhiêu cách xếp 6 học sinh này ngồi bất kỳ?
- A.** 6 cách. **B.** 240 cách. **C.** 720 cách. **D.** 120 cách.
- Câu 44.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho các điểm $M(6;2)$, $I(3;4)$, $N(a;b)$. Biết phép vị tự tâm I tỉ số $k=-2$ biến N thành M , tính $2a+b$.
- A.** 6. **B.** 8. **C.** 5. **D.** 7.
- Câu 45.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho hai điểm $A(1;3)$, $B(3;4)$ và đường thẳng d có phương trình: $x-3y+2020=0$. Biết phép tịnh tiến T_u biến A thành B , viết phương trình đường thẳng d' là ảnh của đường thẳng d qua phép tịnh tiến T_u .
- A.** $x-3y+2021=0$. **B.** $x-3y+2019=0$. **C.** $x-3y+2025=0$. **D.** $x-3y+2022=0$.
- Câu 46.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng d có phương trình $2x-3y+1=0$. Ảnh của đường thẳng d qua phép đồng dạng có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép tịnh tiến theo véc tơ $\vec{v}=(1;1)$ và phép vị tự tâm O tỉ số $k=-3$ có phương trình là
- A.** $2x-3y-6=0$. **B.** $2x-3y+2=0$. **C.** $2x-3y-4=0$. **D.** $-6x+9y+2=0$.
- Câu 47.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng d có phương trình $2x-5y+1=0$. Đường thẳng Δ thỏa mãn $Q_{(O,-90^\circ)}(\Delta)=d$ đi qua điểm nào dưới đây/
- A.** $M(-1;3)$. **B.** $N(-1;2)$. **C.** $P(-1;4)$. **D.** $Q(-1;0)$.
- Câu 48.** Nghiệm của phương trình $2\sin^2 x - 5\sin x + 2 = 0$ có dạng $x = \alpha + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$ và $x = \beta + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$. Biết $\alpha, \beta \in \left(-\frac{\pi}{2}; \pi\right)$ và $\alpha < \beta$. Khi đó, hiệu $\beta - \alpha$ là
- A.** $\beta - \alpha = \frac{\pi}{3}$. **B.** $\beta - \alpha = \frac{\pi}{2}$. **C.** $\beta - \alpha = \frac{\pi}{4}$. **D.** $\beta - \alpha = \frac{2\pi}{3}$.
- Câu 49.** Điểm nào sau đây thuộc đồ thị hàm số $y = \tan\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$?
- A.** $C\left(\frac{\pi}{4}; 1\right)$. **B.** $A\left(0; \frac{\sqrt{3}}{3}\right)$. **C.** $D\left(-\frac{\pi}{6}; 0\right)$. **D.** $B\left(\frac{\pi}{2}; -\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$.
- Câu 50.** Có bao nhiêu cách xếp 6 quyển sách Văn khác nhau và 4 quyển sách Toán khác nhau trên một kệ dài nếu các quyển sách Văn xếp kề nhau?
- A.** $4!.6!$. **B.** $2.4!.6!$. **C.** $6!.5!$. **D.** $10!$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.D	2.C	3.C	4.D	5.C	6.A	7.B	8.B	9.B	10.D
11.A	12.B	13.B	14.D	15.B	16.D	17.A	18.B	19.A	20.C
21.C	22.D	23.D	24.D	25.D	26.D	27.C	28.D	29.B	30.B
31.A	32.A	33.C	34.B	35.C	36.C	37.A	38.A	39.A	40.C
41.A	42.A	43.C	44.B	45.A	46.A	47.B	48.D	49.D	50.C

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $2\cos x - m\sin x - 2 = 3m$ có nghiệm.

- A. $\begin{cases} m \geq 0 \\ m \leq \frac{-3}{2} \end{cases}$. B. $\frac{-3}{2} < m < 0$. C. $\begin{cases} m > 0 \\ m < \frac{-3}{2} \end{cases}$. D. $\frac{-3}{2} \leq m \leq 0$.

Lời giải

Ta có phương trình $2\cos x - m\sin x - 2 = 3m \Leftrightarrow 2\cos x - m\sin x = 3m + 2$

Để phương trình có nghiệm $\Leftrightarrow 2^2 + m^2 \geq (3m + 2)^2 \Leftrightarrow 8m^2 + 12m \leq 0 \Leftrightarrow \frac{-3}{2} \leq m \leq 0$.

Câu 2. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{2020}{\cos x}$.

- A. $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$. B. $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi; k \in \mathbb{Z}\}$. C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi; k \in \mathbb{Z}\right\}$. D. $D = \mathbb{R}$.

Lời giải

Hàm số xác định khi $\cos x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi; k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Câu 3. Chọn khẳng định sai.

- A. $\cos x = 1 \Leftrightarrow x = k2\pi (k \in \mathbb{Z})$. B. $\sin x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.
C. $\tan x = 0 \Leftrightarrow x = k2\pi (k \in \mathbb{Z})$. D. $\cot x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Lời giải

Ta có $\tan x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi (k \in \mathbb{Z}) \Rightarrow$ C sai.

Câu 4. Ảnh của điểm $M(2; -3)$ qua phép quay tâm O góc quay -90° có tọa độ là:

- A. $(-3; 2)$. B. $(3; -2)$. C. $(3; 2)$. D. $(-3; -2)$.

Lời giải

Ta gọi $M'(x'; y')$ là ảnh của $M(2; -3)$ qua phép quay tâm O góc quay -90°

Ta có $\begin{cases} x' = y = -3 \\ y' = -x = -2 \end{cases}$.

Ảnh của điểm $M(2; -3)$ là $M'(-3; -2)$.

Câu 5. Nghiệm của phương trình $\cot x = \frac{1}{\sqrt{3}}$ là

- A. $x = \frac{\pi}{6} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$. B. $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$. C. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$. D. $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Lời giải

Ta có: $\cot x = \frac{1}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow \cot x = \cot\left(\frac{\pi}{3}\right) \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{3} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 6. Phép đồng dạng tỉ số $k = 2$ biến tam giác đều ABC cạnh $2a$ thành tam giác $A'B'C'$.

Tìm chu vi tam giác $A'B'C'$.

A. $12a$.

B. $3a$.

C. $6a$.

D. $9a$.

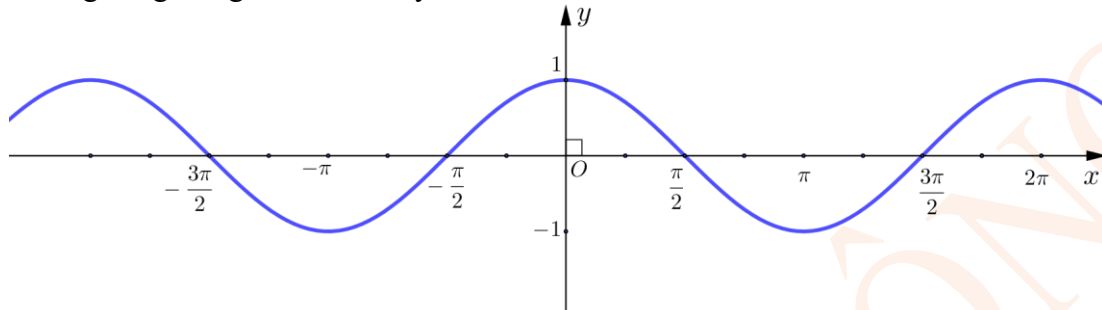
Lời giải

Ta có $C_{ABC} = 2a.3 = 6a$

Do tam giác $A'B'C'$ là ảnh của tam giác đều ABC qua phép đồng dạng tỉ số $k = 2$ nên

$C_{A'B'C'} = 2C_{ABC} = 2.6a = 12a$.

Câu 7. Đường cong trong hình dưới đây là của đồ thị hàm số nào?



A. $y = \sin x$.

B. $y = \cos x$.

C. $y = \tan x$.

D. $y = \cot x$

Lời giải

Đường cong trên là đồ thị hàm số $y = \cos x$.

Câu 8. Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số lẻ?

A. $y = \frac{\tan x}{\sin x}$.

B. $y = \frac{\cot x}{\cos x}$.

C. $y = \cos x$.

D. $y = \sin^2 x$.

Lời giải

Ta có TXĐ của hàm số $y = \frac{\cot x}{\cos x}$ là $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Suy ra $\forall x \in D \Rightarrow -x \in D$ và $f(-x) = \frac{\cot(-x)}{\cos(-x)} = -\frac{\cot x}{\cos x} = -f(x)$.

Vậy hàm số $y = \frac{\cot x}{\cos x}$ là hàm số lẻ.

Câu 9. Phương trình $\sqrt{3} \sin 2x - \cos 2x = \sqrt{2}$ tương đương với phương trình

A. $\sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = \sin \frac{\pi}{4}$.

B. $\sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right) = \sin \frac{\pi}{4}$.

C. $\sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) = \sin \frac{\pi}{4}$.

D. $\sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = \sin \frac{\pi}{4}$.

Lời giải

Ta có: $\sqrt{3} \sin 2x - \cos 2x = \sqrt{2}$

$$\Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} \sin 2x - \frac{1}{2} \cos 2x = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\Leftrightarrow \sin 2x \cdot \cos \frac{\pi}{6} - \cos 2x \cdot \sin \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\Leftrightarrow \sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right) = \sin \frac{\pi}{4}$$

Câu 10. Cho hai đường thẳng a và b song song với nhau. Trên đường thẳng a có 4 điểm phân biệt và trên đường thẳng b có 11 điểm phân biệt. Hỏi có thể tạo được bao nhiêu tam giác có các đỉnh là các điểm trên hai đường thẳng a và b đã cho?

A. 455 tam giác.

B. 325 tam giác.

C. 650 tam giác.

D. 286 tam giác.

Lời giải

TH 1: Tam giác có 1 đỉnh chọn từ 4 điểm trên đường thẳng a và 2 đỉnh từ 11 điểm trên đường thẳng b :

Chọn 1 đỉnh trên đường thẳng a có C_4^1 cách

Chọn 2 đỉnh trên đường thẳng b có C_{11}^2 cách

Suy ra số tam giác thỏa mãn là $C_4^1 \cdot C_{11}^2 = 220$ tam giác.

TH 2: Tam giác có 2 đỉnh chọn từ 4 điểm trên đường thẳng a và 1 từ 11 đỉnh trên đường thẳng b :

Chọn 2 đỉnh trên đường thẳng a có C_4^2 cách

Chọn 1 đỉnh trên đường thẳng b có C_{11}^1 cách

Suy ra số tam giác thỏa mãn là $C_4^2 \cdot C_{11}^1 = 66$ tam giác.

Vậy số tam giác có các đỉnh là các điểm trên hai đường thẳng a và b là $220 + 66 = 286$ tam giác.

Câu 11. Để trang trí gian hàng cho lễ hội halloween. Lớp 11A có 12 học sinh nam và 15 học sinh nữ. Giáo viên cần chọn 5 học sinh để trang trí trại. Số cách chọn 5 học sinh sao cho có ít nhất 1 học sinh nữ bằng bao nhiêu? Biết rằng học sinh nào trong lớp cũng có khả năng trang trí trại

A. 79938 cách.

B. 792 cách.

C. 77727 cách.

D. 3003 cách.

Lời giải

Số cách chọn 5 học sinh bất kì từ 27 học sinh là: C_{27}^5 cách.

Số cách chọn 5 học sinh nam (không có nữ) từ 12 học sinh nam là: C_{12}^5 cách.

Vậy số cách chọn 5 học sinh sao cho có ít nhất 1 học sinh nữ là: $C_{27}^5 - C_{12}^5 = 79938$ cách.

Câu 12. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $-\sin^2 x - 3\cos x + 3m = 0$ có nghiệm.

A. $-1 < m < 1$.

B. $-1 \leq m \leq 1$.

C. $m < \frac{13}{12}$.

D. $m \leq \frac{13}{12}$.

Lời giải

Ta có: $-\sin^2 x - 3\cos x + 3m = 0$

$\Leftrightarrow \cos^2 x - 3\cos x + 3m - 1 = 0$

$\Leftrightarrow \cos^2 x - 3\cos x - 1 = -3m \quad (1)$

Đặt $\cos x = t \quad (-1 \leq t \leq 1)$.

Xét hàm $f(t) = t^2 - 3t - 1$ trên đoạn $[-1; 1]$.

Bảng biến thiên:

t	-1	1
$f(t)$	3	-3

Theo bảng biến thiên, phương trình (1) có nghiệm khi và chỉ khi $-3 \leq -3m \leq 3 \Leftrightarrow -1 \leq m \leq 1$.

Câu 13. Cho các hàm số $y = \sin x$; $y = \cos x$; $y = \tan x$; $y = \cot x$. Có bao nhiêu hàm nghịch biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải

Dựa vào đồ thị của các hàm số $y = \sin x$; $y = \cos x$; $y = \tan x$; $y = \cot x$ trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ ta thấy:

- Hàm số $y = \sin x$ đồng biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.
 - Hàm số $y = \cos x$ nghịch biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.
 - Hàm số $y = \tan x$ đồng biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.
 - Hàm số $y = \cot x$ nghịch biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.
- Vậy có hai hàm nghịch biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.

Câu 14. Trong các phép biến hình dưới đây, có bao nhiêu phép đồng nhất

- i. Phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{0}$.
- ii. Phép vị tự tâm O tỉ số $k=1$.
- iii. Phép quay tâm O góc quay 0° .

A. 1.

B. 2.

C. 0.

D. 3.

Lời giải

- i. Phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{0}$ là phép đồng nhất.
- ii. Phép vị tự tâm O tỉ số $k=1$ là phép đồng nhất.
- iii. Phép quay tâm O góc quay 0° là phép đồng nhất.

Câu 15. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số

$$y = 2 \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right). \text{ Tính } P = M - m.$$

A. $P = 2\sqrt{2}$.B. $P = 4$.C. $P = \sqrt{2}$.D. $P = 2$.

Lời giải

$$\text{Vì } -1 \leq \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) \leq 1, \forall x \text{ nên } -2 \leq y \leq 2.$$

$$\text{Vậy } P = M - m = 2 - (-2) = 4.$$

Câu 16. Tìm tất cả các giá trị m để phương trình $2 \sin\left(x + \frac{5\pi}{6}\right) - m = 3$ vô nghiệm

A. $-5 \leq m \leq -1$.B. $-5 < m < -1$.C. $\begin{cases} m \geq -1 \\ m \leq -5 \end{cases}$.D. $\begin{cases} m > -1 \\ m < -5 \end{cases}$.

Lời giải

$$\text{Phương trình } 2 \sin\left(x + \frac{5\pi}{6}\right) - m = 3 \Leftrightarrow \sin\left(x + \frac{5\pi}{6}\right) = \frac{3+m}{2}.$$

$$\text{Phương trình đã cho vô nghiệm} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{3+m}{2} > 1 \\ \frac{3+m}{2} < -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -1 \\ m < -5 \end{cases}.$$

Câu 17. Phương trình $\tan^2 x - 5 \tan x + 4 = 0$ tương đương với

A. $\begin{cases} \cot x = 1 \\ \tan x = 4 \end{cases}$.B. $\begin{cases} \tan x = -1 \\ \tan x = -4 \end{cases}$.C. $\begin{cases} \tan x = 1 \\ \cot x = 4 \end{cases}$.D. $\begin{cases} \tan x = -1 \\ \cot x = -4 \end{cases}$.

Lời giải

Phương trình: $\tan^2 x - 5 \tan x + 4 = 0 \Leftrightarrow (\tan x - 1)(\tan x - 4) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \tan x = 1 \\ \tan x = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cot x = 1 \\ \tan x = 4 \end{cases}.$

Câu 18. Trong các phương trình sau, phương trình nào vô nghiệm?

A. $\cot\left(\frac{\pi}{3} - x\right) = \pi.$

B. $\frac{1}{3}\sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{2}.$

C. $\frac{1}{2}\cos\left(3x + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{-1}{4}.$

D. $\tan\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{2}.$

Lời giải

Có: $\frac{1}{3}\sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{2} \Leftrightarrow \sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = 3\sqrt{2}$ (vô nghiệm vì $3\sqrt{2} > 1$).

Câu 19. Với $x \in \left(\frac{29\pi}{4}; \frac{31\pi}{4}\right)$, mệnh đề nào sau đây đúng?

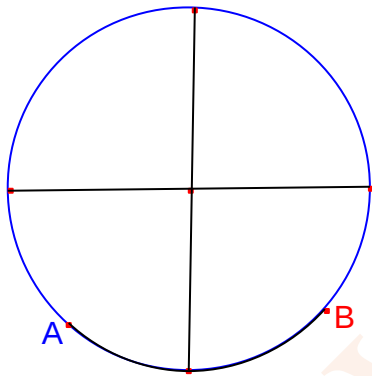
A. Hàm số $y = \cot x$ nghịch biến.

B. Hàm số $y = \sin x$ đồng biến.

C. Hàm số $y = \cos x$ nghịch biến.

D. Hàm số $y = \tan x$ nghịch biến.

Lời giải



Do $\frac{29\pi}{4} = 6\pi + \frac{5\pi}{4}$; $\frac{31\pi}{4} = 6\pi + \frac{7\pi}{4}$ nên x thuộc cung nhỏ AB . Trên cung này hàm số $y = \cot x$ nghịch biến.

Câu 20. Nghiệm của phương trình $\sin^2 x + \frac{1+\sqrt{3}}{2}\sin 2x + \sqrt{3}\cos^2 x = 0$ có dạng

$x = -\alpha + k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$) và $x = -\beta + k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$). Biết $\alpha; \beta \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$. Khi đó tổng $\beta + \alpha$ là:

A. $\beta + \alpha = -\frac{5\pi}{12}.$

B. $\beta + \alpha = -\frac{7\pi}{12}.$

C. $\beta + \alpha = \frac{7\pi}{12}.$

D. $\beta + \alpha = \frac{5\pi}{12}.$

Lời giải

Phương trình $\sin^2 x + \frac{1+\sqrt{3}}{2}\sin 2x + \sqrt{3}\cos^2 x = 0$ (1)

Vì $x = \frac{\pi}{2} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$ không là nghiệm của phương trình, nên

$$(1) \Leftrightarrow \tan^2 x + (1 + \sqrt{3}) \tan x + \sqrt{3} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \tan x = -1 \\ \tan x = -\sqrt{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k\pi \end{cases}; k \in \mathbb{Z}.$$

$$\text{Suy ra } \beta = \frac{\pi}{4}; \alpha = \frac{\pi}{3} \Rightarrow \beta + \alpha = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{3} = \frac{7\pi}{12}.$$

Câu 21. Khẳng định nào dưới đây là sai?

A. $T_{\vec{u}}(A) = B \Leftrightarrow T_{-\vec{u}}(B) = A.$

B. $T_{\vec{u}}(A) = B \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \vec{u}.$

C. $\begin{cases} T_{\vec{u}}(A) = A' \\ T_{\vec{u}}(B) = B' \end{cases} \Rightarrow AB // A'B'.$

D. $\begin{cases} T_{\vec{u}}(A) = A' \\ T_{\vec{u}}(B) = B' \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{A'B'}.$

Lời giải

- Đáp án C sai vì khi hai vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\vec{u}$ cùng phương thì 4 điểm $A; B; A'; B'$ thẳng hàng.

- Đáp án A đúng vì $T_{\vec{u}}(A) = B \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \vec{u} \Leftrightarrow \overrightarrow{BA} = -\vec{u} \Leftrightarrow T_{-\vec{u}}(B) = A.$

- Đáp án B đúng dựa vào định nghĩa.

- Đáp án D đúng dựa vào tính chất của phép tịnh tiến.

Câu 22. Một tổ công nhân có 15 người. Cần chọn 3 người trong đó có một người là tổ trưởng, một người là tổ phó, một người là thành viên. Hỏi có bao nhiêu cách chọn.

A. 455 cách.

B. 15! cách.

C. 2370 cách.

D. 2730 cách.

Lời giải

Số cách chọn 3 người làm 3 nhiệm vụ khác nhau từ 15 người: $A_5^3 = 2730$ cách.

Câu 23. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho vectơ $\vec{v} = (a; -b)$ và hai điểm $M(x; y)$, $M'(x'; y')$ thỏa mãn $T_{\vec{v}}(M) = M'$. Chọn khẳng định đúng.

A. $\begin{cases} x' = 2a - x \\ y' = -2b - y \end{cases}.$

B. $\begin{cases} x' = x - a \\ y' = y + b \end{cases}.$

C. $\begin{cases} x' = x + a \\ y' = y + b \end{cases}.$

D. $\begin{cases} x' = x + a \\ y' = y - b \end{cases}.$

Lời giải

Áp dụng biểu thức tọa độ của phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v}$ ta có $\begin{cases} x' = x + a \\ y' = y - b \end{cases}.$

Câu 24. Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{\frac{\sin 2x - 2}{\cos 2x + 4}}$

A. $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}.$

B. $D = [-1; 1].$

C. $D = \mathbb{R}.$

D. $D = \emptyset.$

Lời giải

$$\text{Vì } \begin{cases} \sin 2x - 2 < 0 \\ \cos 2x + 4 > 0 \end{cases} \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow \frac{\sin 2x - 2}{\cos 2x + 4} < 0 \forall x \in \mathbb{R} \text{ nên tập xác định của hàm số là } \emptyset.$$

Câu 25. Trong mặt phẳng cho 7 điểm phân biệt A, B, C, D, E, F, G . Hỏi có thể tạo thành bao nhiêu đoạn thẳng mà 2 đầu mút thuộc tập 7 điểm đã cho?

A. 2 đoạn thẳng.

B. 40 đoạn thẳng.

C. 24 đoạn thẳng.

D. 21 đoạn thẳng.

Lời giải

Mỗi cách tạo ra 1 đoạn thẳng là một tổ hợp chập 2 của 7 phần tử. Số đoạn thẳng mà 2 đầu mút thuộc tập 7 điểm đã cho là $C_7^2 = 21$ đoạn thẳng.

Câu 26. Mệnh đề nào sau đây là sai?

A. Hàm số $y = \tan x$ tuần hoàn với chu kỳ π .

B. Hàm số $y = \sin x$ tuần hoàn với chu kỳ 2π .

C. Hàm số $y = \cos x$ tuần hoàn với chu kỳ 2π .

D. Hàm số $y = \cot x$ tuần hoàn với chu kỳ 2π .

Lời giải

Hàm số $y = \cot x$ tuần hoàn với chu kỳ π .

Câu 27. Số nghiệm của phương trình $2 \cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) - \sqrt{3} = 0$ trên khoảng $(-2\pi; 3\pi)$ là

A. 8.

B. 4.

C. 10.

D. 9.

Lời giải

$$+) 2 \cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) - \sqrt{3} = 0 \Leftrightarrow \cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = \cos \frac{\pi}{6}.$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ 2x - \frac{\pi}{3} = -\frac{\pi}{6} + l2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{12} + l\pi \end{cases} \quad (k, l \in \mathbb{Z})$$

$$+) \text{ Với } x = \frac{\pi}{4} + k\pi.$$

$$\text{Vì } x \in (-2\pi; 3\pi) \Rightarrow -2\pi < \frac{\pi}{4} + k\pi < 3\pi \Leftrightarrow -\frac{9}{4} < k < \frac{11}{4} \quad (k \in \mathbb{Z}) \Rightarrow k \in \{-2; -1; 0; 1; 2\}.$$

Mỗi giá trị k cho ta một nghiệm x nên có 5 nghiệm x thỏa mãn.

$$+) \text{ Với } x = \frac{\pi}{12} + l\pi.$$

$$\text{Vì } x \in (-2\pi; 3\pi) \Rightarrow -2\pi < \frac{\pi}{12} + l\pi < 3\pi \Leftrightarrow -\frac{25}{12} < l < \frac{25}{12} \quad (l \in \mathbb{Z}) \Rightarrow l \in \{-2; -1; 0; 1; 2\}.$$

Mỗi giá trị l cho ta 1 nghiệm x nên có 5 nghiệm x thỏa mãn.

Vậy phương trình có 10 nghiệm trên khoảng $(-2\pi; 3\pi)$.

Câu 28. Một lớp học có 40 học sinh gồm 25 nam và 15 nữ. Chọn 5 học sinh tham gia vệ sinh công cộng toàn trường, hỏi có bao nhiêu cách chọn 5 học sinh trong đó có 3 học sinh nam và 2 học sinh nữ?

A. 9880 cách.

B. 45000 cách.

C. 136500 cách.

D. 241500 cách.

Lời giải

Công đoạn 1: Chọn 3 học sinh nam từ 25 học sinh nam có C_{25}^3 cách.

Công đoạn 2: Chọn 2 học sinh nữ từ 15 học sinh nữ có C_{15}^2 cách.

Vậy số cách chọn thỏa mãn yêu cầu bài toán là $C_{25}^3 \cdot C_{15}^2 = 241500$ cách.

Câu 29. Chọn khẳng định **đúng**.

$$\text{A. } \sin x = \sin \alpha \Leftrightarrow \begin{cases} x = \alpha + k\pi \\ x = \pi - \alpha + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

$$\text{B. } \cos x = \cos \alpha \Leftrightarrow \begin{cases} x = \alpha + k2\pi \\ x = -\alpha + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

$$\text{C. } \sin x = \sin \alpha \Leftrightarrow \begin{cases} x = \alpha + k2\pi \\ x = -\alpha + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

$$\text{D. } \cos x = \cos \alpha \Leftrightarrow \begin{cases} x = \alpha + k2\pi \\ x = \pi - \alpha + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Lời giải

$$\cos x = \cos \alpha \Leftrightarrow \begin{cases} x = \alpha + k2\pi \\ x = -\alpha + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 30. Cặp hàm số nào sau đây có cùng tập xác định

$$\text{A. } y = \tan x \text{ và } y = \cot x.$$

$$\text{B. } y = \frac{1}{\cos x} \text{ và } y = \tan x.$$

$$\text{C. } y = \frac{1}{\sin x} \text{ và } y = \tan x.$$

$$\text{D. } y = \sin x \text{ và } y = \tan x.$$

Lời giải

Hàm số $y = \frac{1}{\cos x}$ và $y = \tan x$ cùng tập xác định.

Câu 31. Từ các chữ số 0; 1; 2; 3; 4; 5 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm bốn chữ số đôi một khác nhau?

A. 300 số.

B. 360 số.

C. 24 số.

D. 17 số.

Lời giải

Gọi số tự nhiên thỏa yêu cầu bài toán có dạng: $\overline{abcd}$.

Gọi $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5\}$

Chọn $a \in A$ (với điều kiện $a \neq 0$): có 5 cách chọn.

Lấy 3 số bất kỳ trong 5 số còn lại của tập hợp A (do phải khác a) và xếp vào các vị trí bcd : có A_5^3 cách.

Vậy có: $5 \cdot A_5^3 = 300$ số tự nhiên thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 32. Cho phương trình $4\cos 2x - \cos x + 2 = 0$. Bằng cách đặt ẩn phụ $t = \cos x$ ta đưa được phương trình ẩn t có dạng:

A. $8t^2 - t - 2 = 0$.

B. $-4t^2 - t + 6 = 0$.

C. $-8t^2 - t + 6 = 0$.

D. $4t^2 - t - 2 = 0$.

Lời giải

$$4\cos 2x - \cos x + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow 4(2\cos^2 x - 1) - \cos x + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow 8\cos^2 x - \cos x - 2 = 0$$

Đặt $t = \cos x$ ($-1 \leq t \leq 1$) ta thu được phương trình $8t^2 - t - 2 = 0$.

Câu 33. Từ các chữ số 2, 3, 4, 5, 6, 7 lập được bao nhiêu số tự nhiên có 6 chữ số khác nhau và tổng ba chữ số đầu nhỏ hơn tổng ba chữ số sau 1 đơn vị?

A. 18 số.

B. 720 số.

C. 108 số.

D. 72 số.

Lời giải

Gọi số cần tìm có dạng $\overline{abcdef}$ ($a \neq b \neq c \neq d \neq e \neq f; a, b, c, d, e, f \in \{2; 3; 4; 5; 6; 7\}$)

Theo bài ra, ta có: $\underbrace{a+b+c}_X + 1 = \underbrace{d+e+f}_Y$

Và tổng 6 chữ số $\underbrace{a+b+c}_X + \underbrace{d+e+f}_Y = 27$ suy ra $\begin{cases} X - Y = -1 \\ X + Y = 27 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} X = 13 \\ Y = 14 \end{cases}$

Khi đó có các bộ số thỏa mãn là: $(a; b; c) = \{(3; 4; 6), (2; 5; 6), (2; 4; 7)\}$

Vậy có tất cả $3! \cdot 3! \cdot 3! = 108$ số.

Câu 34. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường tròn (C) có phương trình $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 4$. Ảnh của đường tròn (C) qua phép vị tự tâm O tỉ số $k = -2$ có phương trình là:

A. $(x-2)^2 + (y-4)^2 = 16$.

B. $(x+2)^2 + (y+4)^2 = 16$.

C. $(x-2)^2 + (y-4)^2 = 4$.

D. $(x+2)^2 + (y+4)^2 = 4$.

Lời giải

Đường tròn (C) có tâm $I(1; 2)$, $R = 2$, khi đó gọi (C') là ảnh của (C) qua $V_{(0, -2)}$ thì $R' = |-2| \cdot R = 4$

và $V_{(0, -2)}(I) = I'(x; y) \Leftrightarrow \overrightarrow{OI'} = -2\overrightarrow{OI} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \cdot 1 \\ y = -2 \cdot 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = -4 \end{cases} \Rightarrow I'(-2; -4)$

Vậy đường tròn (C') có phương trình: $(x+2)^2 + (y+4)^2 = 16$.

Câu 35. Hàm số $y = \cos x$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $\left(\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2}\right)$. B. $\left(-\frac{3\pi}{2}; -\frac{\pi}{2}\right)$. C. $(\pi; 2\pi)$. D. $\left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$.

Lời giải

Căn cứ đường tròn lượng giác nhận thấy hàm số $y = \cos x$ đồng biến trên khoảng $(\pi; 2\pi)$.

Trắc nghiệm: bấm mode 7, $f(x) = \cos x$, start π , end 2π , step 0.5.

Kiểm tra bảng giá trị $f(x)$ tăng đều thì hàm số đồng biến.

- Câu 36.** Trong các phép biến hình: phép quay, phép đối xứng tâm, phép tịnh tiến, phép vị tự tỷ số $k = 2$ có bao nhiêu phép biến hình bảo toàn khoảng cách giữa hai điểm bất kỳ?
A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Lời giải

Chỉ có phép quay, phép đối xứng tâm, phép tịnh tiến là các phép dời hình nên bảo toàn khoảng cách giữa hai điểm bất kỳ.

- Câu 37.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng d_1 và d_2 có phương trình $d_1: 2x - 5y + 1 = 0$, $d_2: 2x - 5y + 2 = 0$. Biết phép vị tự tâm O tỉ số k biến d_1 thành d_2 . Khẳng định nào sau đây là đúng?
A. $1 < k < 3$. B. $2 < k < 5$. C. $-3 < k < 1$. D. $-5 < k < -3$.

Lời giải

Lấy $M(2; 1) \in d_1$. Gọi $M' = V_{(O; k)}(M)$. Khi đó:

$$\begin{cases} x_{M'} = k(2 - 0) + 0 \\ y_{M'} = k(1 - 0) + 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_{M'} = 2k \\ y_{M'} = k \end{cases}$$

Do đó, $M'(2k; k)$

Mà $M'(2k; k) \in d_2$ nên $2.2k - 5k + 2 = 0 \Leftrightarrow k = 2$.

- Câu 38.** Khẳng định nào dưới đây là đúng

- A. $Q_{(O, \alpha)} M = M' \Leftrightarrow \begin{cases} OM = OM' \\ OM; OM' = \alpha \end{cases}$. B. $Q_{(O, \alpha)} M = M' \Leftrightarrow \begin{cases} OM = OM' \\ OM'; OM = \alpha \end{cases}$.
C. $Q_{(O, \alpha)} M = M' \Leftrightarrow \begin{cases} OM = OM' \\ MOM' = \alpha \end{cases}$. D. $Q_{(O, \alpha)} M = M' \Leftrightarrow \begin{cases} OM = OM' \\ OM; OM' = -\alpha \end{cases}$.

Lời giải

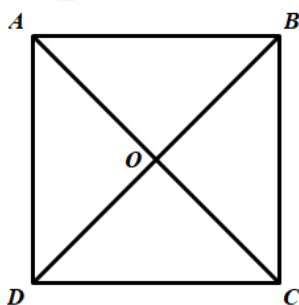
Nhận diện thấy đây là câu hỏi về định nghĩa của một loại phép dời hình-phép quay.

- Câu 39.** Cho hình vuông $ABCD$ tâm O . Khẳng định nào dưới đây **sai**?

- A. $V_{\left(C; \frac{1}{2}\right)}(O) = A$. B. $V_{(A; 2)}(O) = C$. C. $V_{\left(B; \frac{1}{2}\right)}(D) = O$. D. $V_{(O; -1)}(A) = C$.

Lời giải

Ta có:



$$+ V_{\left(C; \frac{1}{2}\right)}(O) = A \Leftrightarrow \overrightarrow{CA} = \frac{1}{2} \overrightarrow{CO} \text{ (Sai).}$$

$$+ V_{(A;2)}(O) = C \Leftrightarrow \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AO} \text{ (Đúng)}$$

$$+ V_{\left(B; \frac{1}{2}\right)}(D) = O \Leftrightarrow \overrightarrow{BO} = \frac{1}{2} \overrightarrow{BD} \text{ (Đúng)}$$

$$+ V_{(O;-1)}(A) = C \Leftrightarrow \overrightarrow{OC} = -\overrightarrow{OA} \text{ (Đúng)}$$

Vậy khẳng định sai là A

Câu 40. Trong mặt phẳng Oxy, cho đường tròn (C): $x^2 + (y-3)^2 = \frac{1}{9}$. Ảnh của đường tròn (C) qua $Q_{(O,90^\circ)}$ có phương trình là

A. (C): $x^2 + (y+3)^2 = \frac{1}{9}$.

B. (C): $(x-3)^2 + y^2 = \frac{1}{9}$.

C. (C): $(x+3)^2 + y^2 = \frac{1}{9}$.

D. (C): $(x+3)^2 + (y-3)^2 = \frac{1}{9}$.

Lời giải

Đường tròn (C) có tâm $I(0;3)$, bán kính $R = \frac{1}{3}$.

Gọi $I' = Q_{(O,90^\circ)}(I)$, với $I'(x';y')$. Vì $I(0;3)$ thuộc tia dương Oy nên I' thuộc tia âm Ox $\Rightarrow x' < 0, y' = 0$.

$$\text{Theo định nghĩa, ta có: } \begin{cases} OI' = OI \\ (OI; OI') = 90^\circ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} OI' = OI \\ (\overrightarrow{OI}; \overrightarrow{OI'}) = 90^\circ \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} OI'^2 = OI^2 \\ \overrightarrow{OI} \cdot \overrightarrow{OI'} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x'^2 + y'^2 = 9 \\ 3y' = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x' = -3 \\ y' = 0 \end{cases} \Rightarrow I'(-3;0)$$

Vậy ảnh của đường tròn (C) qua $Q_{(O,90^\circ)}$ là đường tròn (C') có tâm $I'(-3;0)$ và bán kính $R' = R = \frac{1}{3}$

có phương trình là $(x+3)^2 + y^2 = \frac{1}{9}$.

Câu 41. Tìm m để giá trị lớn nhất của hàm số $y = 3\sin x + 4\cos x + m$ bằng 10

A. $m = 5$.

B. $m = -3$.

C. $m = -5$.

D. $m = 3$.

Lời giải

Gọi y_0 thuộc tập giá trị Y của hàm số.

Khi đó, phương trình $3\sin x + 4\cos x + m = y_0$ có nghiệm

$\Leftrightarrow$ phương trình $3\sin x + 4\cos x = y_0 - m$ có nghiệm

$$\Leftrightarrow 3^2 + 4^2 \geq (y_0 - m)^2$$

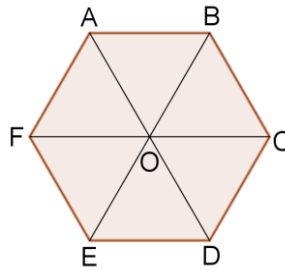
$$\Leftrightarrow -5 \leq y_0 - m \leq 5$$

$$\Leftrightarrow -5 + m \leq y_0 \leq 5 + m$$

Ta có, tập giá trị của hàm số: $Y = [-5 + m; 5 + m]$ nên $\max y = 5 + m \Leftrightarrow 10 = 5 + m \Leftrightarrow m = 5$.

Vậy, $m = 5$.

Câu 42. Cho lục giác đều ABCDEF tâm O như hình vẽ dưới đây. Phép quay tâm O góc 60° biến tam giác OAB thành tam giác nào?

**A.** ΔOFA .**B.** ΔOBC .**C.** ΔODE .**D.** ΔFOE .**Lời giải**

Phép quay tâm O góc 60° lần lượt biến các điểm O, A, B thành các điểm O, F, A do đó nó biến ΔOAB thành ΔOFA .

Câu 43. Xếp 6 học sinh A, B, C, D, E, F vào một ghế dài. Hỏi có bao nhiêu cách xếp 6 học sinh này ngồi bất kỳ?

A. 6 cách.**B.** 240 cách.**C.** 720 cách.**D.** 120 cách.**Lời giải**

Sắp xếp 6 học sinh vào một ghế dài là một hoán vị của 6 phần tử.

Vậy số cách sắp xếp là $6! = 720$ cách.

Câu 44. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho các điểm $M(6;2), I(3;4), N(a;b)$. Biết phép vị tự tâm I tỉ số $k = -2$ biến N thành M , tính $2a + b$.

A. 6.**B.** 8.**C.** 5.**D.** 7.**Lời giải**

Ta có: $\overrightarrow{IM} = (3; -2), \overrightarrow{IN} = (a - 3; b - 4)$.

Theo giả thiết: $V_{(I, -2)}(N) = M \Leftrightarrow \overrightarrow{IM} = -2\overrightarrow{IN} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 = -2(a - 3) \\ -2 = -2(b - 4) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{3}{2} \\ b = 5 \end{cases} \Rightarrow 2a + b = 8$.

Câu 45. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho hai điểm $A(1;3), B(3;4)$ và đường thẳng d có phương trình: $x - 3y + 2020 = 0$. Biết phép tịnh tiến $T_{\vec{u}}$ biến A thành B , viết phương trình đường thẳng d' là ảnh của đường thẳng d qua phép tịnh tiến $T_{\vec{u}}$.

A. $x - 3y + 2021 = 0$.**B.** $x - 3y + 2019 = 0$.**C.** $x - 3y + 2025 = 0$.**D.** $x - 3y + 2022 = 0$.**Lời giải**

Phép tịnh tiến $T_{\vec{u}}$ biến A thành B nên $\vec{u} = \overrightarrow{AB} = (2; 1)$.

Vì đường thẳng d' là ảnh của đường thẳng d qua phép tịnh tiến $T_{\vec{u}}$ nên phương trình d' có dạng: $x - 3y + m = 0$.

Lấy điểm $E(-2020; 0) \in d$, gọi E' là ảnh của E qua phép tịnh tiến $T_{\vec{u}}$.

Khi đó $\begin{cases} x_{E'} = -2020 + 2 \\ y_{E'} = 0 + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_{E'} = -2018 \\ y_{E'} = 1 \end{cases} \Rightarrow E'(-2018; 1)$.

Ta có $E' \in d'$ nên $-2018 - 3 + m = 0 \Rightarrow m = 2021$.

Vậy phương trình đường thẳng d' là $x - 3y + 2021 = 0$.

Câu 46. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng d có phương trình $2x - 3y + 1 = 0$. Ảnh của đường thẳng d qua phép đồng dạng có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép tịnh tiến theo véc tơ $\vec{v} = (1; 1)$ và phép vị tự tâm O tỉ số $k = -3$ có phương trình là

A. $2x - 3y - 6 = 0$.**B.** $2x - 3y + 2 = 0$.**C.** $2x - 3y - 4 = 0$.**D.** $-6x + 9y + 2 = 0$.**Lời giải**

Đường thẳng d đi qua điểm $M(1; 1)$ và có véc tơ chỉ phương là $\vec{u} = (3; 2)$.

Giả sử $T_v(d) = d_1$ và $V_{(O;-3)}(d_1) = d_2$. Có $T_v(M) = M_1(2;2)$.

Do $\vec{u}, \vec{v}$ không cùng phương nên $d_1 // d; d_1 // d_2$ suy ra $d_2 // d$, do đó phương trình của d_2 có dạng $2x - 3y + m = 0$.

Ta có $V_{(O;-3)}(M_1) = M_2$ nên $\overrightarrow{OM_2} = -3\overrightarrow{OM_1} \Rightarrow M_2(-6; -6)$.

Vì $M_2 \in d_2$ nên $2 \cdot (-6) - 3 \cdot (-6) + m = 0 \Rightarrow m = -6$. Vậy $d_2: 2x - 3y - 6 = 0$.

Câu 47. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng d có phương trình $2x - 5y + 1 = 0$. Đường thẳng Δ thỏa mãn $Q_{(O,-90^\circ)}(\Delta) = d$ đi qua điểm nào dưới đây/

- A. $M(-1;3)$. B. $N(-1;2)$. C. $P(-1;4)$. D. $Q(-1;0)$.

Lời giải

Từ $Q_{(O,-90^\circ)}(\Delta) = d \Rightarrow \Delta \perp d \Rightarrow \Delta: 5x + 2y + m = 0$.

Lấy $A\left(\frac{-1}{2}; 0\right) \in d$, gọi A' là điểm thỏa mãn $Q_{(O,-90^\circ)}(A') = A \Rightarrow A'\left(0; -\frac{1}{2}\right)$.

Để thấy $A' \in \Delta \Rightarrow 0 - 1 + m = 0 \Leftrightarrow m = 1 \Rightarrow \Delta: 5x + 2y + 1 = 0$. Vậy Δ đi qua N .

Câu 48. Nghiệm của phương trình $2\sin^2 x - 5\sin x + 2 = 0$ có dạng $x = \alpha + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$ và

$x = \beta + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$. Biết $\alpha, \beta \in \left(-\frac{\pi}{2}; \pi\right)$ và $\alpha < \beta$. Khi đó, hiệu $\beta - \alpha$ là

- A. $\beta - \alpha = \frac{\pi}{3}$. B. $\beta - \alpha = \frac{\pi}{2}$. C. $\beta - \alpha = \frac{\pi}{4}$. D. $\beta - \alpha = \frac{2\pi}{3}$.

Lời giải

Đặt $t = \sin x, t \in [-1; 1]$. Ta có phương trình: $2t^2 - 5t + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 2(L) \\ t = \frac{1}{2} \end{cases}$

Với $t = \frac{1}{2} \Rightarrow \sin x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

Với điều kiện bài toán ta có: $\alpha = \frac{\pi}{6}, \beta = \frac{5\pi}{6}$

Suy ra: $\beta - \alpha = \frac{2\pi}{3}$.

Câu 49. Điểm nào sau đây thuộc đồ thị hàm số $y = \tan\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$?

- A. $C\left(\frac{\pi}{4}; 1\right)$. B. $A\left(0; \frac{\sqrt{3}}{3}\right)$. C. $D\left(-\frac{\pi}{6}; 0\right)$. D. $B\left(\frac{\pi}{2}; -\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$.

Lời giải

Với $B\left(\frac{\pi}{2}; -\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$ ta có: $\tan\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{3}\right) = \tan\left(\frac{5\pi}{6}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{3}$.

Vậy điểm $B\left(\frac{\pi}{2}; -\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$ thuộc đồ thị hàm số $y = \tan\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$.

Câu 50. Có bao nhiêu cách xếp 6 quyển sách Văn khác nhau và 4 quyển sách Toán khác nhau trên một kệ dài nếu các quyển sách Văn xếp kề nhau?

A. $4!.6!$.B. $2.4!.6!$.C. $6!.5!$.D. $10!$.**Lời giải**

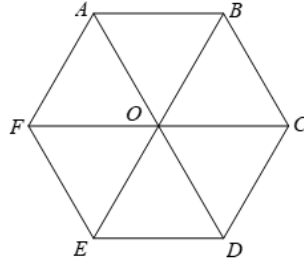
Ta coi 6 quyển sách Văn là một nhóm và xếp nhóm này với 4 quyển sách Toán khác nhau ta có $5!$ cách xếp. Mỗi cách đổi vị trí các quyển sách văn cho nhau thì tương ứng sinh ra một cách xếp mới, mà có $6!$ cách đổi vị trí các quyển sách Văn. Vậy số cách xếp là $5!.6!$.

ĐỀ 13
ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA KÌ I**Môn: TOÁN, Lớp 10**

Thời gian làm bài: 90 phút, không tính thời gian phát đề

Câu 1: Cho lục giác đều $ABCDEF$ tâm O như hình vẽ. Ảnh của tam giác AOF qua phép $Q_{(O, -60^\circ)}$ là

**A.** $\triangle BOA$.**B.** $\triangle BOC$.**C.** $\triangle EOF$.**D.** $\triangle COB$.

Câu 2: Giải phương trình $\sqrt{3} \tan x - 1 = 0$.

A. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.**B.** $x = \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{2} (k \in \mathbb{Z})$.**C.** $x = \frac{\pi}{6} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.**D.** $x = -\frac{\pi}{6} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 3: Với giá trị nào của góc α dưới đây thì phương trình $\cos 3x + \sqrt{3} \sin 3x - 2 \cos x = 0$ tương đương với phương trình $\cos(3x - \alpha) = \cos x$.

A. $\frac{\pi}{4}$.**B.** $\frac{\pi}{3}$.**C.** $\frac{\pi}{2}$.**D.** $\frac{\pi}{6}$.

Câu 4: Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số lẻ?

A. $y = \sin x$.**B.** $y = \sin x + \cos x$.**C.** $y = -\cos x$.**D.** $y = \cos x$.

Câu 5: Số cách chọn một ban chấp hành gồm một trưởng ban, một phó ban và một thư kí được chọn từ 20 thành viên là

A. $3!$.**B.** A_{20}^3 .**C.** $20!$.**D.** C_{20}^3 .

Câu 6: Có bao nhiêu cách chọn ra một tổ trưởng và một tổ phó từ một tổ có 12 người? Biết khả năng được chọn của mỗi người trong tổ là như nhau.

A. 60.**B.** 144.**C.** 132.**D.** 72.

Câu 7: Một người khách vào cửa hàng ăn, người đó chọn một thực đơn gồm 1 món ăn trong 5 món ăn, 1 loại quả tráng miệng trong 3 loại quả tráng miệng và 1 nước uống trong 3 loại nước uống. Hỏi có bao nhiêu cách chọn một thực đơn?

A. 45.**B.** 35.**C.** 15.**D.** 60.

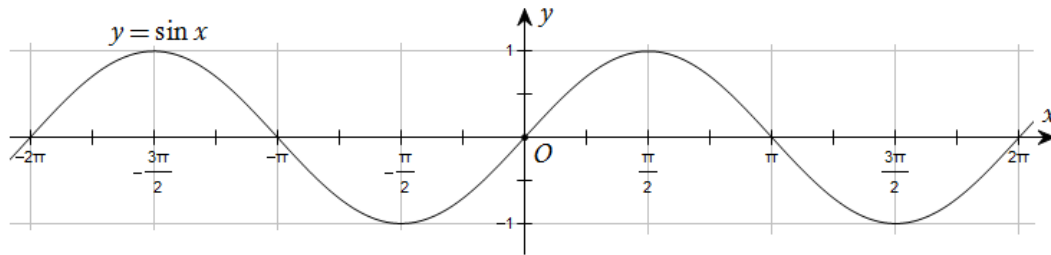
Câu 8: Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Hàm số $y = \cos x$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.**B.** Hàm số $y = \tan x$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.**C.** Hàm số $y = \cot x$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.**D.** Các hàm số lượng giác có tập xác định là $\mathbb{R}$.

Câu 9: Một lớp có 25 học sinh nam và 20 học sinh nữ. Có bao nhiêu cách chọn ra một học sinh làm lớp trưởng?

A. 25.**B.** 45.**C.** 20.**D.** 500.

Câu 10: Dựa vào đồ thị đã vẽ, chọn khẳng định đúng về hàm số $y = \sin x$



- A. Đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{3\pi}{2}; -\frac{\pi}{2}\right)$.
 B. Nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right)$.
 C. Đồng biến trên khoảng $(-\pi; \pi)$.
 D. Nghịch biến trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$.

Câu 11: Cho tập hợp M có 12 phần tử. Số tập con có 3 phần tử của M là

- A. A_{12}^9 .
 B. 12^3 .
 C. A_{12}^3 .
 D. C_{12}^3 .

Câu 12: Số cách chọn ra 3 bạn học sinh từ 8 bạn học sinh là

- A. 8^3 .
 B. 3^8 .
 C. A_8^3 .
 D. C_8^3 .

Câu 13: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $\vec{v} = (-1; 5)$ và điểm $M'(-4; 2)$. Biết M' là ảnh của M qua phép tịnh tiến $T_{\vec{v}}$. Tìm M ?

- A. $M(-3; -3)$.
 B. $M(-3; 5)$.
 C. $M(3; 7)$.
 D. $M(5; -3)$.

Câu 14: Tập xác định của hàm số $y = \cot x$ là

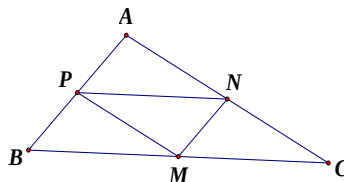
- A. $D = \mathbb{R}$.
 B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{k \frac{\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$.
 C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\pi + k \frac{\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$.
 D. $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

Câu 15: Phương trình $\cos^2 3x + \cos 3x - \frac{3}{4} = 0$ có nghiệm là

- A. $x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi$.
 B. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k \frac{\pi}{3}$.
 C. $x = \pm \frac{2\pi}{3} + k\pi$.
 D. $x = \pm \frac{\pi}{9} + k \frac{2\pi}{3}$.

Câu 16: Trong mặt phẳng Oxy , cho tam giác ABC . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm các cạnh BC, CA, AB . Phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v} = \overrightarrow{PN}$ biến

- A. điểm N thành điểm M .
 B. điểm C thành điểm M .
 C. điểm M thành điểm C .
 D. điểm M thành điểm B .



Câu 17: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho điểm $A(3; 1)$. Phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v} = (1; 2)$ biến điểm A thành điểm A' có tọa độ là:

- A. $A'(3; 1)$.
 B. $A'(4; 7)$.
 C. $A'(3; 6)$.
 D. $A'(4; 3)$.

Câu 18: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho hai điểm $A'(8; 7)$ và $I(2; 3)$. Phép vị tự tâm I tỷ số $k = -2$ biến điểm A thành điểm A' . Tọa độ điểm A là:

A. $A(-1;1)$.

B. $A(2;1)$.

C. $A(1;1)$.

D. $A(1;-1)$.

Câu 19: Điều kiện để phương trình $4\sin x + m\cos x = 5$ có nghiệm là:

A. $-3 < m < 3$.

B. $\begin{cases} m \leq -3 \\ m \geq 3 \end{cases}$.

C. $-3 < m$.

D. $m > 3$.

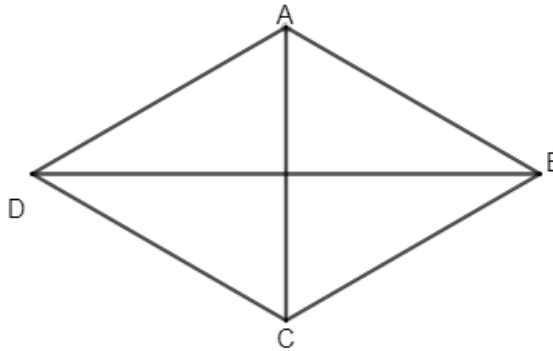
Câu 20: Cho hình thoi $ABCD$ có góc $ABC = 60^\circ$. Ảnh của cạnh DC bằng cách thực hiện liên tiếp phép tịnh tiến theo vectơ-không và phép quay $Q_{(A, 60^\circ)}$ là

A. BC .

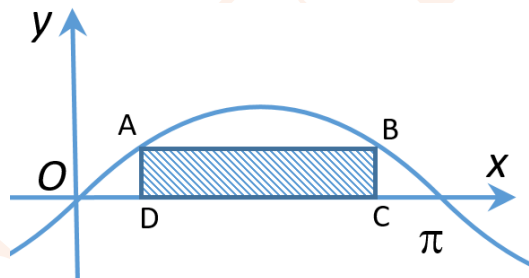
B. DA .

C. CD .

D. CB .



Câu 21: Cho hai điểm A, B thuộc đồ thị hàm số $y = \sin x$ trên đoạn $[0; \pi]$. Các điểm C, D thuộc trục Ox thỏa mãn $ABCD$ là hình chữ nhật và $CD = \frac{\pi}{3}$. Độ dài cạnh BC bằng



A. $\frac{1}{2}$.

B. 1.

C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 22: Tổng các nghiệm của phương trình $\tan 2x = \tan x$ trên $[-\pi; 2\pi]$ là

A. π .

B. $\frac{\pi}{2}$.

C. 4π .

D. 2π .

Câu 23: Nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình $(2\sin 2x - \cos 2x)(1 + \cos 2x) = \sin^2 2x$ là

A. $x = \frac{5\pi}{12}$.

B. $x = \frac{\pi}{2}$.

C. $x = \frac{\pi}{24}$.

D. $x = \frac{\pi}{12}$.

Câu 24: Nghiệm của phương trình $2\sin x + 1 = 0$ là

A. $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi; x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi$.

B. $x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi; x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi$.

C. $x = \pi + k2\pi; x = \frac{\pi}{8} + k2\pi$.

D. $x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi; x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi$.

Câu 25: Nghiệm của phương trình $1 + \sin 2x + \cos 2x + \tan 2x = 0$ là:

A. $x = \pi + k\pi, x = \frac{-\pi}{4} + k\pi$.

B. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, x = \frac{-\pi}{8} + \frac{k\pi}{2}$.

C. $x = \pi + k2\pi, x = \frac{\pi}{8} + k2\pi$.

D. $x = \pi + k\pi, x = \frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{2}$.

Câu 26: Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $2m\sin^2 2x + 3\sin 4x = 4$ vô nghiệm.

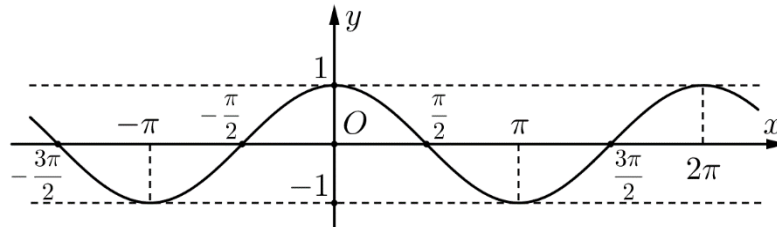
A. $\begin{cases} m \leq -\frac{\sqrt{7}}{4} \\ m \geq \frac{\sqrt{7}}{4} \end{cases}$.

B. $m > -\frac{9}{16}$.

C. $m < \frac{7}{8}$.

D. $-\frac{\sqrt{7}}{4} \leq m \leq \frac{\sqrt{7}}{4}$.

Câu 27: Xét hàm số $y = \cos x$ trên đoạn $[-\pi; \pi]$. Khẳng định nào sau đây là đúng?



A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\pi; 0)$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\pi; 0)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\pi; \pi)$.

D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\pi; \pi)$.

Câu 28: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường tròn (C) có phương trình $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 4$. Hỏi phép vị tự tâm O tỉ số $k = -3$ biến đường tròn (C) thành đường tròn nào sau đây:

A. $(x-3)^2 + (y-6)^2 = 6$.

B. $(x+3)^2 + (y+6)^2 = 36$.

C. $(x-3)^2 + (y-6)^2 = 36$.

D. $(x+6)^2 + (y+3)^2 = 36$.

Câu 29: Từ các chữ số 0; 1; 2; 3; 5; 8 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên lẻ có bốn chữ số đôi một khác nhau và phải có mặt chữ số 3.

A. 108.

B. 36.

C. 228.

D. 144.

Câu 30: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho véc tơ $\vec{v}(-2; 1)$ và đường thẳng $d: x - y + 4 = 0$. Ảnh của d qua phép đồng dạng có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép tịnh tiến theo véc tơ $\vec{v}$ và phép vị tự tâm O tỉ số 2 là đường thẳng có phương trình nào trong các phương trình sau đây?

A. $x + y - 24 = 0$.

B. $x - y - 8 = 0$.

C. $x - y + 14 = 0$.

D. $x - y + 7 = 0$.

Câu 31: Giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $y = 3\sin 3x - 4$ lần lượt là

A. 7; 1.

B. 1; -4.

C. 3; -4.

D. -1; -7.

Câu 32: Cho hình chữ nhật tâm O . Hỏi có bao nhiêu phép quay tâm O góc α với $0 \leq \alpha \leq \pi$, biến hình chữ nhật trên thành chính nó

A. 2.

B. 4.

C. 3.

D. 0.

Câu 33: Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số chẵn?

A. $y = \cos 3x$.

B. $y = -\sin x$.

C. $y = \sin 3x$.

D. $y = \sin 2x + \cos 2x$.

Câu 34: Từ các số 0, 1, 3, 4, 5 lập được bao nhiêu số tự nhiên có năm chữ số khác nhau?

A. 240.

B. 225.

C. 600.

D. 96.

Câu 35: Cho hai đường thẳng d_1 và d_2 song song với nhau. Trên đường thẳng d_1 cho 6 điểm phân biệt, trên đường thẳng d_2 cho 7 điểm phân biệt. Số tam giác có đỉnh là các điểm trong 13 điểm đã cho là:

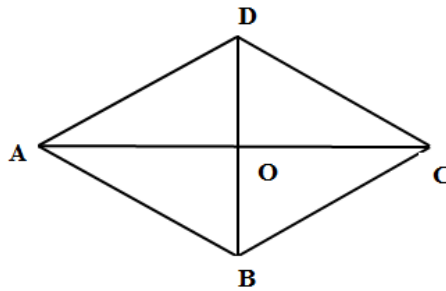
A. 310.

B. 105.

C. 231.

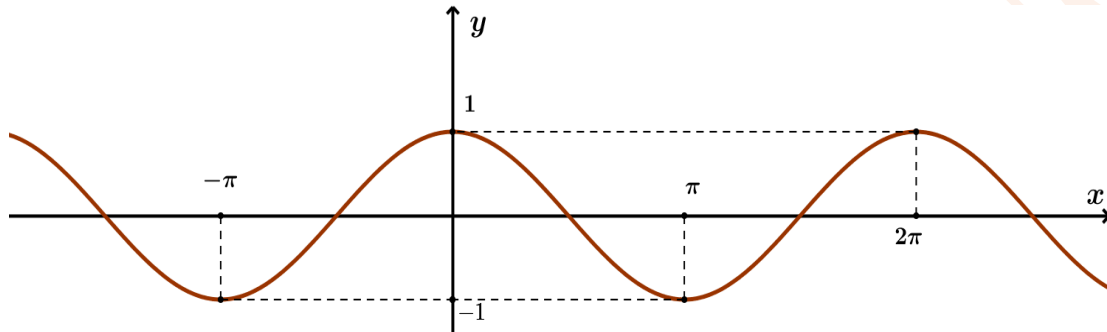
D. 126.

- Câu 36:** Một công việc được hoàn thành bằng cách chọn một trong hai hành động. Hành động thứ nhất có m cách thực hiện và hành động thứ hai có n cách thực hiện. Số cách hoàn thành công việc đã cho bằng:
- A. m^n . B. $m.n$. C. $m+n$. D. n^m .
- Câu 37:** Nghiệm của phương trình $\sin^2 x - 3\sin x + 2 = 0$ là:
- A. $x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. B. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. C. $x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. D. $x = \pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.
- Câu 38:** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sqrt{3}\sin x + \cos x + 2020$ là:
- A. 2024. B. 2018. C. 2022. D. 2016.
- Câu 39:** Một nhóm gồm 5 học sinh nam và 6 học sinh nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn từ đó ra 3 học sinh tham gia văn nghệ sao cho luôn có ít nhất một học sinh nam.
- A. 136. B. 2440. C. 165. D. 145.
- Câu 40:** Phương án nào sau đây **đúng**. Phép tịnh tiến biến đường thẳng thành một đường thẳng
- A. Vuông góc với nó. B. Trùng nó hoặc cắt nó.
C. Song song hoặc trùng với nó. D. song song với nó hoặc cắt nó.
- Câu 41:** Có bao nhiêu cách sắp xếp 8 học sinh thành một hàng dọc?
- A. 8^8 . B. $8!$. C. $4!$. D. 8.
- Câu 42:** Xếp 7 người A, B, C, D, E, F, G vào một ghế dài. Có bao nhiêu cách sắp xếp sao cho A và G ngồi ở hai đầu ghế?
- A. 240. B. 140. C. 260. D. 420.
- Câu 43:** Tìm tất cả giá trị thực của m để phương trình $\cos 2x - m = 0$ vô nghiệm.
- A. $m \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$. B. $m \in (1; +\infty)$. C. $m \in [-1; 1]$. D. $m \in (-\infty; -1)$.
- Câu 44:** Cho các số 1, 5, 6, 7, 8 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số với các chữ số khác nhau?
- A. 64. B. 256. C. 14. D. 120.
- Câu 45:** Một công việc được hoàn thành bắt buộc phải trải qua hai bước, bước thứ nhất có m cách thực hiện và bước thứ hai có n cách thực hiện. Số cách để hoàn thiện công việc đã cho bằng
- A. $m+n$. B. m^n . C. mn . D. n^m .
- Câu 46:** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 3x + 4y - 5 = 0$ và vectơ $\vec{u} = (-1; 3)$. Ảnh của đường tròn (C) qua phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{u}$ là:
- A. $\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + (y-1)^2 = \frac{45}{4}$. B. $\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + (y-1)^2 = \frac{45}{4}$.
C. $\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + (y+1)^2 = \frac{45}{4}$. D. $\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + (y+1)^2 = \frac{45}{4}$.
- Câu 47:** Cho hình thoi $ABCD$ tâm O . Phép vị tự tâm O , tỉ số $k = -1$ biến tam giác COD thành tam giác nào sau đây?



- A. Tam giác COD. B. Tam giác AOD. C. Tam giác AOB. D. Tam giác BOC.

Câu 48: Đường cong trong hình dưới đây là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



- A. $y = \cos x$. B. $y = 1 - \sin x$. C. $y = 1 + \sin x$. D. $y = \sin x$.

Câu 49: Cho tam giác ABC với trọng tâm G. Gọi A', B', C' lần lượt là trung điểm của các cạnh BC, AC, AB của tam giác ABC. Khi đó phép vị tự nào biến tam giác ABC thành tam giác A'B'C'?

- A. Phép vị tự tâm G, tỉ số $\frac{1}{2}$. B. Phép vị tự tâm G, tỉ số 2.
C. Phép vị tự tâm G, tỉ số -2 D. Phép vị tự tâm G, tỉ số $-\frac{1}{2}$.

Câu 50: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng $d: x - 2y + 3 = 0$. Hỏi qua phép $V_{\left(0; -\frac{1}{3}\right)}$ biến d thành

đường thẳng nào trong các đường thẳng có phương trình sau?

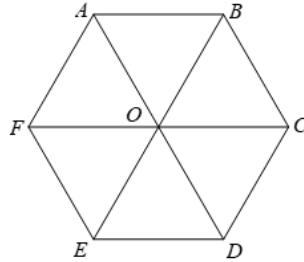
- A. $x + 2y - 1 = 0$. B. $x - 2y - 1 = 0$. C. $x + 2y - 2 = 0$. D. $x + 2y + 1 = 0$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1A	2C	3B	4A	5B	6C	7A	8A	9B	10D	11D	12A	13D	14D	15C
16D	17A	18B	19A	20C	21D	22D	23B	24B	25C	26B	27B	28A	29C	30D
31A	32A	33D	34C	35C	36B	37B	38D	39C	40B	41A	42A	43D	44C	45B
46C	47A	48D	49B	50B										

GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Cho lục giác đều $ABCDEF$ tâm O như hình vẽ. Ảnh của tam giác AOF qua phép $Q_{(O, -60^\circ)}$ là

**A. $\triangle BOA$.****B. $\triangle BOC$.****C. $\triangle EOF$.****D. $\triangle COB$.****Lời giải**

Ta có

$$Q_{(O, -60^\circ)}(A) = B; Q_{(O, -60^\circ)}(O) = O; Q_{(O, -60^\circ)}(F) = A.$$

$$\text{Suy ra } Q_{(O, -60^\circ)}(\triangle AOF) = \triangle BOA.$$

Câu 2: Giải phương trình $\sqrt{3} \tan x - 1 = 0$.

A. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

B. $x = \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{2} (k \in \mathbb{Z})$.

C. $x = \frac{\pi}{6} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

D. $x = -\frac{\pi}{6} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Lời giải

Điều kiện: $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$

Ta có $\sqrt{3} \tan x - 1 = 0$

Với điều kiện $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$ thì phương trình $\sqrt{3} \tan x - 1 = 0 \Leftrightarrow \tan x = \frac{1}{\sqrt{3}}$

$$\Leftrightarrow \tan x = \tan \frac{\pi}{6} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{6} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$$

Vậy phương trình có nghiệm là $x = \frac{\pi}{6} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 3: Với giá trị nào của góc α dưới đây thì phương trình $\cos 3x + \sqrt{3} \sin 3x - 2 \cos x = 0$ tương đương với phương trình $\cos(3x - \alpha) = \cos x$.

A. $\frac{\pi}{4}$.

B. $\frac{\pi}{3}$.

C. $\frac{\pi}{2}$.

D. $\frac{\pi}{6}$.

Lời giải

Ta có: $\cos 3x + \sqrt{3} \sin 3x - 2 \cos x = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cos 3x + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin 3x = \cos x$

$$\Leftrightarrow \cos \frac{\pi}{3} \cos 3x + \sin \frac{\pi}{3} \sin 3x = \cos x \Leftrightarrow \cos \left(3x - \frac{\pi}{3} \right) = \cos x$$

Vậy với $\alpha = \frac{\pi}{3}$ thì hai phương trình $\cos \left(3x - \frac{\pi}{3} \right) = \cos x$ và $\cos(3x - \alpha) = \cos x$ tương đương.

Câu 4: Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số lẻ?

A. $y = \sin x$.

B. $y = \sin x + \cos x$.

C. $y = -\cos x$.

D. $y = \cos x$.

Lời giải

+ Xét hàm số $y = \sin x$ có tập xác định là $D = \mathbb{R}$.

Ta có: $\sin(-x) = -\sin x, \forall x \in \mathbb{R}$ nên hàm số $y = \sin x$ là hàm số lẻ.

+ Xét hàm số $y = \sin x + \cos x = f(x)$ có tập xác định là $D = \mathbb{R}$.

Ta có: $f\left(\frac{\pi}{3}\right) = \sin \frac{\pi}{3} + \cos \frac{\pi}{3} = \frac{1+\sqrt{3}}{2}; f\left(-\frac{\pi}{3}\right) = \sin\left(-\frac{\pi}{3}\right) + \cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) = \frac{1-\sqrt{3}}{2}$

Suy ra $f\left(\frac{\pi}{3}\right) \neq \pm f\left(-\frac{\pi}{3}\right)$ nên hàm số $y = \sin x + \cos x$ không là hàm số chẵn và không là hàm số lẻ.

+ Xét hàm số $y = -\cos x$ có tập xác định là $D = \mathbb{R}$.

Ta có: $-\cos(-x) = -\cos x, \forall x \in \mathbb{R}$ nên hàm số $y = -\cos x$ là hàm số chẵn.

+ Xét hàm số $y = \cos x$ có tập xác định là $D = \mathbb{R}$.

Ta có: $\cos(-x) = \cos x, \forall x \in \mathbb{R}$ nên hàm số $y = \cos x$ là hàm số chẵn.

Câu 5: Số cách chọn một ban chấp hành gồm một trưởng ban, một phó ban và một thư kí được chọn từ 20 thành viên là

A. $3!$.

B. A_{20}^3 .

C. $20!$.

D. C_{20}^3 .

Lời giải

Cách 1: Chọn trưởng ban có 20 cách chọn

Chọn phó ban có 19 cách

Chọn thư kí có 18 cách

Theo quy tắc nhân có: $20.19.18 = 6840$ cách.

Cách 2: Số cách chọn một ban chấp hành gồm một trưởng ban, một phó ban và một thư kí được chọn từ 20 thành viên là A_{20}^3 cách.

Câu 6: Có bao nhiêu cách chọn ra một tổ trưởng và một tổ phó từ một tổ có 12 người? Biết khả năng được chọn của mỗi người trong tổ là như nhau.

A. 60.

B. 144.

C. 132.

D. 72.

Lời giải

Cách 1: Mỗi cách chọn được hai người từ 12 người để một người làm tổ trưởng, một người làm tổ phó là một chỉnh hợp chập 2 của 12.

Vậy ta có số cách chọn là $A_{12}^2 = 132$.

Cách 2: Số cách chọn một người làm tổ trưởng là: C_{12}^1

Số cách chọn một người làm tổ phó là: C_{11}^1

Số cách chọn hai người để một người làm tổ trưởng, một người làm tổ phó là: $C_{12}^1.C_{11}^1 = 132$

Câu 7: Một người khách vào cửa hàng ăn, người đó chọn một thực đơn gồm 1 món ăn trong 5 món ăn, 1 loại quả tráng miệng trong 3 loại quả tráng miệng và 1 nước uống trong 3 loại nước uống. Hỏi có bao nhiêu cách chọn một thực đơn?

A. 45.**B. 35.****C. 15.****D. 60.****Lời giải**

Số cách chọn 1 món ăn là: 5

Số cách chọn 1 loại quả tráng miệng là: 3

Số cách chọn 1 loại nước uống là: 3

Số cách chọn 1 thực đơn là: $5.3.3 = 45$.

Câu 8: Khẳng định nào sau đây là đúng?

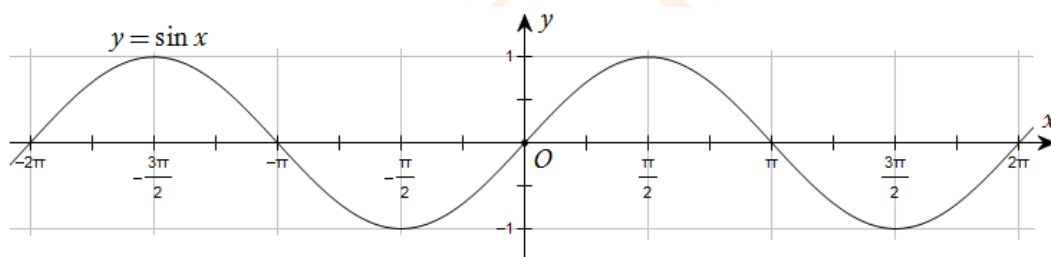
A. Hàm số $y = \cos x$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.**B. Hàm số $y = \tan x$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.****C. Hàm số $y = \cot x$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.****D. Các hàm số lượng giác có tập xác định là $\mathbb{R}$.****Lời giải**

Câu 9: Một lớp có 25 học sinh nam và 20 học sinh nữ. Có bao nhiêu cách chọn ra một học sinh làm lớp trưởng?

A. 25.**B. 45.****C. 20.****D. 500.****Lời giải**Số cách chọn ra một học sinh làm lớp trưởng là: $25 + 20 = 45$

Vậy số cách chọn là 45.

Câu 10: Dựa vào đồ thị đã vẽ, chọn khẳng định đúng về hàm số $y = \sin x$

**A. Đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{3\pi}{2}; -\frac{\pi}{2}\right)$.****B. Nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right)$.****C. Đồng biến trên khoảng $(-\pi; \pi)$.****D. Nghịch biến trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$.****Lời giải**

Từ đồ thị ta chọn ý B

Câu 11: Cho tập hợp M có 12 phần tử. Số tập con có 3 phần tử của M là

A. A_{12}^9 .**B. 12^3 .****C. A_{12}^3 .****D. C_{12}^3 .****Lời giải**

Mỗi tập con 3 phần tử của tập hợp M là một tổ hợp chập 3 của 12. Do đó số tập con 3 phần tử của tập hợp M là C_{12}^3 .

Câu 12: Số cách chọn ra 3 bạn học sinh từ 8 bạn học sinh là

A. 8^3 .**B. 3^8 .****C. A_8^3 .****D. C_8^3 .****Lời giải**

Số cách chọn ra 3 bạn học sinh từ 8 bạn học sinh là số các tổ hợp chập 3 của 8.

Vậy số cách chọn là C_8^3 .

Câu 13: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $\vec{v} = (-1; 5)$ và điểm $M'(-4; 2)$. Biết M' là ảnh của M qua phép tịnh tiến $T_{\vec{v}}$. Tìm M ?

A. $M(-3; -3)$.

B. $M(-3; 5)$.

C. $M(3; 7)$.

D. $M(5; -3)$.

Lời giải

Gọi $M(x; y)$.

$$\text{Ta có: } T_{\vec{v}}(M) = M' \Leftrightarrow \begin{cases} -4 - x = -1 \\ 2 - y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ y = -3 \end{cases} \Rightarrow M(-3; -3)$$

Câu 14: Tập xác định của hàm số $y = \cot x$ là

A. $D = \mathbb{R}$.

B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ k \frac{\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \pi + k \frac{\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

D. $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

Lời giải

Điều kiện: $\sin x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Do đó, tập xác định của hàm số $y = \cot x$ là $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

Câu 15: Phương trình $\cos^2 3x + \cos 3x - \frac{3}{4} = 0$ có nghiệm là

A. $x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi$.

B. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k \frac{\pi}{3}$.

C. $x = \pm \frac{2\pi}{3} + k\pi$.

D. $x = \pm \frac{\pi}{9} + k \frac{2\pi}{3}$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \cos^2 3x + \cos 3x - \frac{3}{4} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos 3x = \frac{1}{2} \\ \cos 3x = \frac{-3}{2} \end{cases}$$

$$\text{Với } \cos 3x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \cos 3x = \cos \frac{\pi}{3} \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{9} + k \frac{2\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$$

Với $\cos 3x = \frac{-3}{2}$ phương trình vô nghiệm.

$$\text{Vậy nghiệm của phương trình: } x = \pm \frac{\pi}{9} + k \frac{2\pi}{3}$$

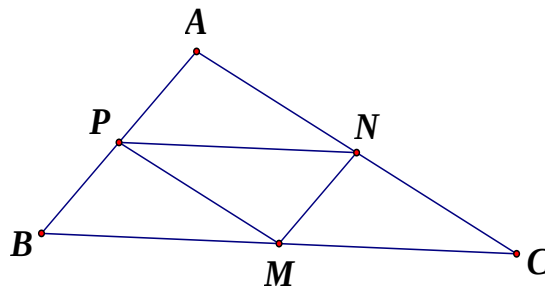
Câu 16: Trong mặt phẳng Oxy , cho tam giác ABC . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm các cạnh BC, CA, AB . Phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v} = \overrightarrow{PN}$ biến

A. điểm N thành điểm M .

B. điểm C thành điểm M .

C. điểm M thành điểm C .

D. điểm M thành điểm B .



Lời giải

Vì $\overrightarrow{MC} = \overrightarrow{PN}$ nên $T_v(M) = C$.

Câu 17: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho điểm $A(3;1)$. Phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v} = (1;2)$ biến điểm A thành điểm A' có tọa độ là:

A. $A'(3;1)$.B. $A'(4;7)$.C. $A'(3;6)$.D. $A'(4;3)$.

Lời giải

Gọi $A'(x';y')$, theo biểu thức tọa độ của phép tịnh tiến ta có $\begin{cases} x' = 3+1 \\ y' = 1+2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x' = 4 \\ y' = 3 \end{cases}$.

Vậy $A'(4;3)$

Câu 18: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho hai điểm $A'(8;7)$ và $I(2;3)$. Phép vị tự tâm I tỷ số $k = -2$ biến điểm A thành điểm A' . Tọa độ điểm A là:

A. $A(-1;1)$.B. $A(2;1)$.C. $A(1;1)$.D. $A(1;-1)$.

Lời giải

Phép vị tự tâm I tỷ số $k = -2$ biến điểm A thành điểm A' . Ta có $\overrightarrow{IA'} = -2\overrightarrow{IA}$.

Gọi $A(x;y)$, với $\overrightarrow{IA'} = (6;4)$; $\overrightarrow{IA} = (x-2;y-3) \Rightarrow -2\overrightarrow{IA} = (-2x+4;-2y+6)$

$\overrightarrow{IA'} = -2\overrightarrow{IA} \Leftrightarrow \begin{cases} 6 = -2x+4 \\ 4 = -2y+6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 1 \end{cases}$. Vậy $A(-1;1)$

Câu 19: Điều kiện để phương trình $4\sin x + m\cos x = 5$ có nghiệm là:

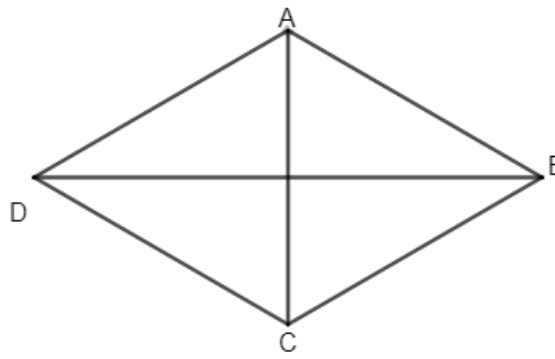
A. $-3 < m < 3$.B. $\begin{cases} m \leq -3 \\ m \geq 3 \end{cases}$.C. $-3 < m$.D. $m > 3$.

Lời giải

Điều kiện để phương trình $4\sin x + m\cos x = 5$ có nghiệm là $16 + m^2 \geq 25 \Leftrightarrow m^2 - 9 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq -3 \\ m \geq 3 \end{cases}$.

Câu 20: Cho hình thoi $ABCD$ có góc $ABC = 60^\circ$. Ảnh của cạnh DC bằng cách thực hiện liên tiếp phép tịnh tiến theo vectơ-không và phép quay $Q_{(A,60^\circ)}$ là

A. BC .B. DA .C. CD .D. CB .

**Lời giải**

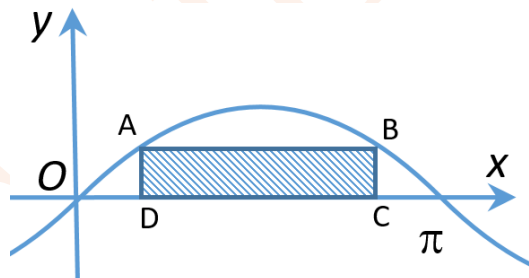
Do phép tịnh tiến theo vectơ không $T_{\vec{0}}$ là phép đồng nhất nên $T_{\vec{0}}(DC) = DC$.

Do $ABCD$ là hình thoi có góc $ABC = 60^\circ$ nên các tam giác ABC, ADC là các tam giác đều. Suy ra $AB = AC = AD$ và $DAC = CAB = 60^\circ$. Do đó qua phép quay $Q_{(A, 60^\circ)}$ thì

$$Q_{(A, 60^\circ)}(D) = C, Q_{(A, 60^\circ)}(C) = B \Rightarrow Q_{(A, 60^\circ)}(DC) = BC.$$

Vậy ảnh của cạnh DC sau khi thực hiện liên tiếp phép tịnh tiến theo vectơ không và phép quay $Q_{(A, 60^\circ)}$ là cạnh BC .

Câu 21: Cho hai điểm A, B thuộc đồ thị hàm số $y = \sin x$ trên đoạn $[0; \pi]$. Các điểm C, D thuộc trục Ox thỏa mãn $ABCD$ là hình chữ nhật và $CD = \frac{\pi}{3}$. Độ dài cạnh BC bằng



A. $\frac{1}{2}$.

B. 1.

C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

$$\text{Vì } CD = \frac{\pi}{3} \text{ nên } OD = \frac{\pi - \frac{\pi}{3}}{2} = \frac{\pi}{3}$$

$$\text{Ta có: } BC = AD = \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Câu 22: Tổng các nghiệm của phương trình $\tan 2x = \tan x$ trên $[-\pi; 2\pi]$ là

A. π .

B. $\frac{\pi}{2}$.

C. 4π .

D. 2π .

Lời giải

$$\text{ĐKXD: } \begin{cases} \cos 2x \neq 0 \\ \cos x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2} \\ x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

Khi đó $\tan 2x = \tan x \Leftrightarrow 2x = x + k\pi \Leftrightarrow x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Do $x \in [-\pi; 2\pi]$ nên $x \in \{-\pi; 0; \pi; 2\pi\}$

Vậy tổng các nghiệm của phương trình trên $[-\pi; 2\pi]$ là 2π

Câu 23: Nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình $(2 \sin 2x - \cos 2x)(1 + \cos 2x) = \sin^2 2x$ là

A. $x = \frac{5\pi}{12}$.

B. $x = \frac{\pi}{2}$.

C. $x = \frac{\pi}{24}$.

D. $x = \frac{\pi}{12}$.

Lời giải

$$\begin{aligned} (2 \sin 2x - \cos 2x)(1 + \cos 2x) &= \sin^2 2x \\ \Leftrightarrow (2 \sin 2x - \cos 2x)(1 + \cos 2x) &= 1 - \cos^2 2x \\ \Leftrightarrow (2 \sin 2x - \cos 2x - 1 + \cos 2x)(1 + \cos 2x) &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} 2 \sin 2x - 1 = 0 \\ 1 + \cos 2x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin 2x = \frac{1}{2} \\ \cos 2x = -1 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{12} + k\pi \\ x = \frac{5\pi}{12} + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}) \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{12} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k\pi \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình là $\min \left\{ \frac{5\pi}{12}; \frac{\pi}{12}; \frac{\pi}{2} \right\} = \frac{\pi}{12}$

Câu 24: Nghiệm của phương trình $2 \sin x + 1 = 0$ là

A. $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi; x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi$.

B. $x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi; x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi$.

C. $x = \pi + k2\pi; x = \frac{\pi}{8} + k2\pi$.

D. $x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi; x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } 2 \sin x + 1 = 0 \Leftrightarrow \sin x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \pi + \frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

Vậy phương trình có nghiệm là $x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi; x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi$.

Câu 25: Nghiệm của phương trình $1 + \sin 2x + \cos 2x + \tan 2x = 0$ là:

A. $x = \pi + k\pi, x = \frac{-\pi}{4} + k\pi$.

B. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, x = \frac{-\pi}{8} + \frac{k\pi}{2}$.

C. $x = \pi + k2\pi, x = \frac{\pi}{8} + k2\pi$.

D. $x = \pi + k\pi, x = \frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{2}$.

Lời giải

Điều kiện: $x \neq \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}$

Ta có: $1 + \sin 2x + \cos 2x + \tan 2x = 0 \Leftrightarrow 1 + \frac{\sin 2x}{\cos 2x} + \sin 2x + \cos 2x = 0$

$$\Leftrightarrow (\sin 2x + \cos 2x) \left(1 + \frac{1}{\cos 2x}\right) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin 2x + \cos 2x = 0 \\ 1 + \frac{1}{\cos 2x} = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sin(2x + \frac{\pi}{4}) = 0 \\ \cos 2x = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + \frac{\pi}{4} = k\pi \\ 2x = \pi + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{-\pi}{8} + \frac{k\pi}{2} \\ x = \frac{\pi}{2} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$$

So sánh với điều kiện PT có hai họ nghiệm $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, x = \frac{-\pi}{8} + \frac{k\pi}{2} (k \in \mathbb{Z})$

Câu 26: Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $2m\sin^2 2x + 3\sin 4x = 4$ vô nghiệm.

A. $\begin{cases} m \leq -\frac{\sqrt{7}}{4} \\ m \geq \frac{\sqrt{7}}{4} \end{cases}$

B. $m > -\frac{9}{16}$

C. $m < \frac{7}{8}$

D. $-\frac{\sqrt{7}}{4} \leq m \leq \frac{\sqrt{7}}{4}$

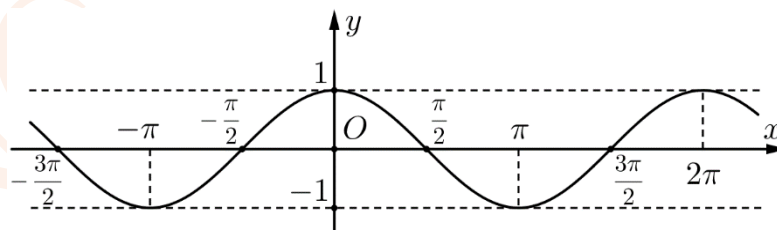
Lời giải

$$2m\sin^2 2x + 3\sin 4x = 4 \Leftrightarrow m(1 - \cos 4x) + 3\sin 4x = 4 \Leftrightarrow 3\sin 4x - m\cos 4x = 4 - m$$

Phương trình $2m\sin^2 2x + 3\sin 4x = 4$ vô nghiệm $\Leftrightarrow 3\sin 4x - m\cos 4x = 4 - m$ vô nghiệm

$$\Leftrightarrow 3^2 + m^2 < (4 - m)^2 \Leftrightarrow 9 + m^2 < 16 - 8m + m^2 \Leftrightarrow 8m < 7 \Leftrightarrow m < \frac{7}{8}$$

Câu 27: Xét hàm số $y = \cos x$ trên đoạn $[-\pi; \pi]$. Khẳng định nào sau đây là đúng?



A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\pi; 0)$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\pi; 0)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\pi; \pi)$.

D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\pi; \pi)$.

Lời giải.

Dựa vào đồ thị hàm số $y = \cos x$ trên đoạn $[-\pi; \pi]$, ta thấy hàm số đồng biến trên khoảng $(-\pi; 0)$ và hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; \pi)$.

Câu 28: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường tròn (C) có phương trình $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 4$. Hỏi phép vị tự tâm O tỉ số $k = -3$ biến đường tròn (C) thành đường tròn nào sau đây:

A. $(x-3)^2 + (y-6)^2 = 6$.

B. $(x+3)^2 + (y+6)^2 = 36$.

C. $(x-3)^2 + (y-6)^2 = 36$

D. $(x+6)^2 + (y+3)^2 = 36$

Lời giải

Đường tròn (C) có tâm là $I(1; 2)$ và bán kính $R = 2$.

Phép vị tự tâm O tỉ số $k = -3$ biến đường tròn (C) thành đường tròn (C') có tâm I' bán kính R' .

Khi đó ta có: $\overrightarrow{OI'} = -3\overrightarrow{OI}$ và $R' = 3.R$.

Ta có: $\overrightarrow{OI} = (1; 2) \Rightarrow \overrightarrow{OI'} = (-3; -6) \Rightarrow I'(-3; -6)$, $R = 2 \Rightarrow R' = 6$.

Vậy, phương trình đường tròn (C') là: $(x+3)^2 + (y+6)^2 = 36$.

Câu 29: Từ các chữ số 0; 1; 2; 3; 5; 8 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên lẻ có bốn chữ số đôi một khác nhau và phải có mặt chữ số 3.

A. 108.

B. 36.

C. 228.

D. 144.

Lời giải

Số các số lẻ có 4 chữ số đôi một khác nhau: Chữ số hàng đơn vị có 3 cách chọn, chữ số hàng nghìn có 4 cách chọn, chữ số hàng trăm có 4 cách chọn, chữ số hàng chục có 3 cách chọn.

Do đó có: $3.4.4.3 = 144$ số.

Tương tự số các số lẻ có 4 chữ số đôi một khác nhau không có chữ số 3 là: $2.3.3.2 = 36$ số.

Vậy có: $144 - 36 = 108$ số.

Câu 30: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho véc tơ $\vec{v}(-2; 1)$ và đường thẳng $d: x - y + 4 = 0$. Ảnh của d qua phép đồng dạng có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép tịnh tiến theo véc tơ $\vec{v}$ và phép vị tự tâm O tỉ số 2 là đường thẳng có phương trình nào trong các phương trình sau đây?

A. $x + y - 24 = 0$.

B. $x - y - 8 = 0$.

C. $x - y + 14 = 0$.

D. $x - y + 7 = 0$.

Lời giải

$$\text{Gọi } d' = T_{\vec{v}}(d) \Rightarrow \begin{cases} d' \parallel d \\ d' \equiv d \end{cases} \quad (1). \text{ Gọi } d'' = V_{(O, 2)}(d') \Rightarrow \begin{cases} d'' \parallel d' \\ d'' \equiv d' \end{cases} \quad (2).$$

$$\text{Từ (1) và (2)} \Rightarrow \begin{cases} d'' \parallel d \\ d'' \equiv d \end{cases} \Rightarrow d'': x - y + c = 0.$$

$$\text{Lấy } M(0; 4) \in d$$

$$\text{Gọi } M' = T_{\vec{v}}(M) \Rightarrow \overrightarrow{MM'} = \vec{v} \Leftrightarrow \overrightarrow{OM'} = \overrightarrow{OM} + \vec{v}$$

$$\text{Gọi } M'' = V_{(O, 2)}(M') \Rightarrow \overrightarrow{OM''} = 2\overrightarrow{OM'} \Rightarrow \overrightarrow{OM''} = 2(\overrightarrow{OM} + \vec{v})$$

$$\text{Gọi } M''(x; y), \text{ ta có } \overrightarrow{OM''} = 2(\overrightarrow{OM} + \vec{v}) \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2(0 - 2) \\ y = 2(4 + 1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -4 \\ y = 10 \end{cases} \Rightarrow M''(-4; 10).$$

$$\text{Vì } M(0; 4) \in d \Rightarrow M''(-4; 10) \in d'': x - y + c = 0 \Rightarrow c = 14 \Rightarrow d'': x - y + 14 = 0$$

Câu 31: Giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $y = 3\sin 3x - 4$ lần lượt là

A. 7; 1.

B. 1; -4.

C. 3; -4.

D. -1; -7.

Lời giải

$$\text{Ta có } -1 \leq \sin 3x \leq 1 \Leftrightarrow -3 \leq 3\sin 3x \leq 3 \Leftrightarrow -7 \leq 3\sin 3x - 4 \leq -1.$$

$$\text{Suy ra giá trị lớn nhất của hàm số là } -1 \text{ khi } \sin 3x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{6} + k\frac{2\pi}{3} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

$$\text{Giá trị nhỏ nhất của hàm số là } -7 \text{ khi } \sin 3x = -1 \Leftrightarrow x = \frac{-\pi}{6} + k\frac{2\pi}{3} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 32: Cho hình chữ nhật tâm O . Hỏi có bao nhiêu phép quay tâm O góc α với $0 \leq \alpha \leq \pi$, biến hình chữ nhật trên thành chính nó

A. 2.**B. 4.****C. 3.****D. 0.****Lời giải**

Khi góc quay $\alpha = 0$ hoặc $\alpha = \pi$ thì phép quay tâm O góc α biến hình chữ nhật thành chính nó. Vậy có 2 phép quay tâm O góc α với $0 \leq \alpha \leq \pi$, biến hình chữ nhật trên thành chính nó.

Câu 33: Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số chẵn?

A. $y = \cos 3x$.**B. $y = -\sin x$.****C. $y = \sin 3x$.****D. $y = \sin 2x + \cos 2x$.****Lời giải**

Xét các đáp án ta thấy ở phương án A hàm số $y = \cos 3x$ có

Tập xác định $D = \mathbb{R}$ thỏa mãn $\forall x \in D \Rightarrow -x \in D$.

$$f(-x) = \cos(-3x) = \cos 3x = f(x), \forall x \in D.$$

Do đó $y = \cos 3x$ là hàm số chẵn.

Các hàm số ở các đáp án còn lại không thỏa mãn định nghĩa hàm số chẵn.

Câu 34: Từ các số 0, 1, 3, 4, 5 lập được bao nhiêu số tự nhiên có năm chữ số khác nhau?

A. 240.**B. 225.****C. 600.****D. 96.****Lời giải**

Gọi số cần lập là $\overline{abcde}$

Do $a \neq 0$ nên có 4 cách chọn a

Mỗi cách chọn $\overline{bcde}$ là một hoán vị của 4 nên có 4! cách chọn $\overline{bcde}$

Vậy tất cả có $4.4! = 96$.

Câu 35: Cho hai đường thẳng d_1 và d_2 song song với nhau. Trên đường thẳng d_1 cho 6 điểm phân biệt, trên đường thẳng d_2 cho 7 điểm phân biệt. Số tam giác có đỉnh là các điểm trong 13 điểm đã cho là:

A. 310.**B. 105.****C. 231.****D. 126.****Lời giải****Cách 1:**

Một tam giác được tạo thành khi ta chọn được 3 đỉnh không thẳng hàng từ 13 điểm phân biệt đã cho rồi nối lại với nhau. Ta xét hai trường hợp:

+ TH1: Tam giác có 1 đỉnh trên đường thẳng d_1 và 2 đỉnh trên đường thẳng d_2 .

Trường hợp này có $C_6^1.C_7^2 = 126$

+ TH2: Tam giác có 2 đỉnh trên đường thẳng d_1 và 1 đỉnh trên đường thẳng d_2 .

Trường hợp này có: $C_6^2.C_7^1 = 105$

Vậy theo quy tắc cộng có: $126 + 105 = 231$.

Cách 2:

+ Số cách chọn ra 3 điểm từ 13 điểm đã cho là: $C_{13}^3 = 286$

+ Số cách chọn ra 3 điểm cùng nằm trên một đường thẳng là: $C_6^3 + C_7^3 = 55$

+ Số tam giác có 3 đỉnh lấy từ 13 điểm đã cho bằng số cách chọn ra 3 điểm phân biệt không thẳng hàng từ 13 điểm đã cho nên có: $286 - 55 = 231$.

Câu 36: Một công việc được hoàn thành bằng cách chọn một trong hai hành động. Hành động thứ nhất có m cách thực hiện và hành động thứ hai có n cách thực hiện. Số cách hoàn thành công việc đã cho bằng:

A. m^n .**B. $m.n$.****C. $m+n$.****D. n^m .****Lời giải**

Theo mô tả qui tắc cộng ta chọn C

Câu 37: Nghiệm của phương trình $\sin^2 x - 3\sin x + 2 = 0$ là:

- A. $x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. B. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. C. $x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. D. $x = \pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \sin^2 x - 3\sin x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 1 \\ \sin x = 2 \text{ (VN)} \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$$

Câu 38: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sqrt{3}\sin x + \cos x + 2020$ là:

- A. 2024. B. 2018. C. 2022. D. 2016.

Lời giải

$$\text{Ta có } y = \sqrt{3}\sin x + \cos x + 2020 = 2\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\sin x + \frac{1}{2}\cos x\right) + 2020 = 2\cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) + 2020.$$

$$\text{Ta có: } -1 \leq \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) \leq 1 \Rightarrow -2 \leq 2\cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) \leq 2.$$

$$\text{Suy ra } 2018 \leq 2\cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) + 2020 \leq 2022 \Leftrightarrow 2018 \leq y \leq 2022.$$

$$\text{Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho là 2018 khi } \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = -1 \Leftrightarrow x = \frac{4\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 39: Một nhóm gồm 5 học sinh nam và 6 học sinh nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn từ đó ra 3 học sinh tham gia văn nghệ sao cho luôn có ít nhất một học sinh nam.

- A. 136. B. 2440. C. 165. D. 145.

Lời giải

Gọi A là số cách chọn ra 3 học sinh từ nhóm 11 học sinh trên mà không có học sinh nào là nam, tức là ta chọn 3 học sinh từ 6 học sinh nữ nên $|A| = C_6^3 = \frac{6!}{3!3!} = 20$.

Gọi B là số cách chọn ra 3 học sinh bất kỳ từ nhóm 11 học sinh, khi đó $|B| = C_{11}^3 = \frac{11!}{3!8!} = 165$.

Vậy số cách chọn từ đó ra 3 học sinh tham gia văn nghệ sao cho luôn có ít nhất một học sinh nam là $|B| - |A| = 145$.

Câu 40: Phương án nào sau đây **đúng**. Phép tịnh tiến biến đường thẳng thành một đường thẳng

- A. Vuông góc với nó. B. Trùng nó hoặc cắt nó.
C. Song song hoặc trùng với nó. D. song song với nó hoặc cắt nó.

Lời giải

Theo tính chất của phép tịnh tiến thì phép tịnh tiến biến đường thẳng thành một đường thẳng song song hoặc trùng với nó.

Câu 41: Có bao nhiêu cách sắp xếp 8 học sinh thành một hàng dọc?

- A. 8^8 . B. $8!$. C. $4!$. D. 8.

Lời giải

Mỗi một cách sắp xếp là một hoán vị của 8 phần tử

Vậy số cách sắp xếp là $8!$

Câu 42: Xếp 7 người A, B, C, D, E, F, G vào một ghế dài. Có bao nhiêu cách sắp xếp sao cho A và G ngồi ở hai đầu ghế?

A. 240.**B. 140.****C. 260.****D. 420.****Lời giải**

+) Xếp hai bạn A và G vào ngồi ở hai đầu ghế và có thể hoán đổi cho nhau nên có $2!$ cách xếp.

+) Xếp 5 bạn còn lại vào 5 vị trí giữa có $5!$ cách xếp.

Vậy ta có $2! \cdot 5! = 240$ cách xếp.

Câu 43: Tìm tất cả giá trị thực của m để phương trình $\cos 2x - m = 0$ vô nghiệm.

A. $m \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$. **B. $m \in (1; +\infty)$.** **C. $m \in [-1; 1]$.** **D. $m \in (-\infty; -1)$.**

Lời giải

Ta có: $\cos 2x - m = 0 \Leftrightarrow \cos 2x = m$.

Do đó phương trình đã cho vô nghiệm khi và chỉ khi

$$|m| > 1 \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ m < -1 \end{cases} \Leftrightarrow m \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty).$$

Câu 44: Cho các số 1, 5, 6, 7, 8 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số với các chữ số khác nhau?

A. 64.**B. 256.****C. 14.****D. 120.****Lời giải**

Một số tự nhiên có 4 chữ số với các chữ số khác nhau lập được từ các số 1, 5, 6, 7, 8 là một chỉnh hợp chập 4 của 5 phần tử. Số các số như vậy là $A_5^4 = 120$.

Câu 45: Một công việc được hoàn thành bắt buộc phải trải qua hai bước, bước thứ nhất có m cách thực hiện và bước thứ hai có n cách thực hiện. Số cách để hoàn thiện công việc đã cho bằng

A. $m + n$.**B. m^n .****C. mn .****D. n^m .****Lời giải**

Theo quy tắc nhân có mn cách để hoàn thiện công việc đã cho

Câu 46: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 3x + 4y - 5 = 0$ và vectơ $\vec{u} = (-1; 3)$. Ảnh của đường tròn (C) qua phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{u}$ là:

A. $\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + (y - 1)^2 = \frac{45}{4}$.

B. $\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + (y - 1)^2 = \frac{45}{4}$.

C. $\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + (y + 1)^2 = \frac{45}{4}$.

D. $\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + (y + 1)^2 = \frac{45}{4}$.

Lời giải

Ta viết lại phương trình đường tròn $(C): \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + (y + 2)^2 = \frac{45}{4}$

Gọi $M(x, y)$ là một điểm bất kì trên đường tròn (C) . Khi đó phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{u}$ biến điểm $M(x, y)$ thành điểm $M'(x', y')$ trong đó

$$\begin{cases} x' = x - 1 \\ y' = y + 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = x' + 1 \\ y = y' - 3 \end{cases}$$

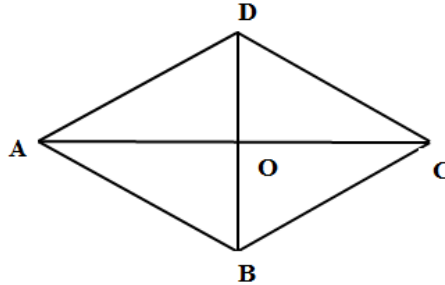
Thay $x = x' + 1, y = y' - 3$ vào phương trình của đường tròn (C) ta được

$$(C'): \left(x' - \frac{1}{2}\right)^2 + (y' - 1)^2 = \frac{45}{4}.$$

Vậy ảnh của đường tròn (C) qua phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{u}$ có phương trình là

$$(C'): \left(x' - \frac{1}{2}\right)^2 + (y' - 1)^2 = \frac{45}{4}$$

Câu 47: Cho hình thoi $ABCD$ tâm O . Phép vị tự tâm O , tỉ số $k = -1$ biến tam giác COD thành tam giác nào sau đây?

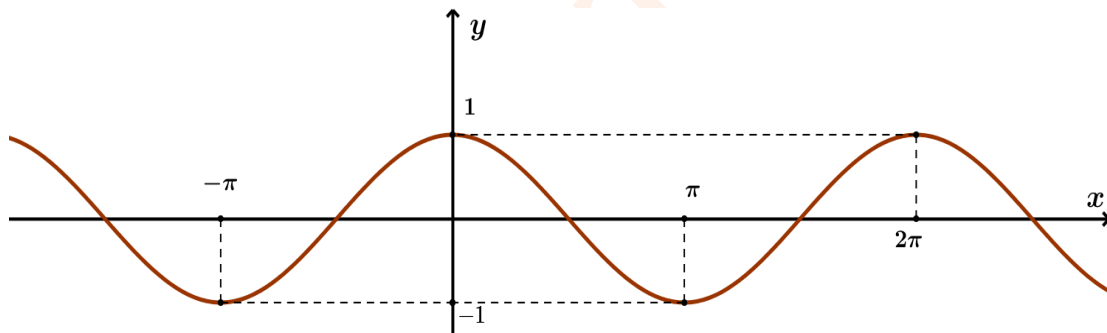


- A. Tam giác COD . B. Tam giác AOD . **C. Tam giác AOB .** D. Tam giác BOC .

Lời giải

Nhận xét: Phép vị tự tâm O , tỉ số $k = -1$ là phép đối xứng tâm O nên nó biến tam giác COD thành tam giác AOB .

Câu 48: Đường cong trong hình dưới đây là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D . Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



- A. $y = \cos x$.** B. $y = 1 - \sin x$. C. $y = 1 + \sin x$. D. $y = \sin x$.

Lời giải

Hàm số $y = \cos x$ đi qua các điểm $(\pi; -1)$ và $(-\pi; -1)$.

Câu 49: Cho tam giác ABC với trọng tâm G . Gọi A', B', C' lần lượt là trung điểm của các cạnh BC, AC, AB của tam giác ABC . Khi đó phép vị tự nào biến tam giác ABC thành tam giác $A'B'C'$?

- A. Phép vị tự tâm G , tỉ số $\frac{1}{2}$. B. Phép vị tự tâm G , tỉ số 2 .
C. Phép vị tự tâm G , tỉ số -2 **D. Phép vị tự tâm G , tỉ số $-\frac{1}{2}$.**

Lời giải

Vì G là trọng tâm tam giác ABC nên $\overrightarrow{GB'} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{GB} \Rightarrow V_{\left(G, -\frac{1}{2}\right)}(B) = B'$

Tương tự $V_{\left(G, -\frac{1}{2}\right)}(A) = A'$ và $V_{\left(G, -\frac{1}{2}\right)}(C) = C'$

Vậy phép vị tự tâm G , tỉ số $-\frac{1}{2}$ biến tam giác ABC thành tam giác $A'B'C'$.

Câu 50: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng $d: x - 2y + 3 = 0$. Hỏi qua phép $V_{\left(0; \frac{1}{3}\right)}$ biến d thành

đường thẳng nào trong các đường thẳng có phương trình sau?

A. $x + 2y - 1 = 0$.

B. $x - 2y - 1 = 0$.

C. $x + 2y - 2 = 0$.

D. $x + 2y + 1 = 0$.

Lời giải

$$\text{Ta có } \begin{cases} V_{\left(0; \frac{1}{3}\right)}(d) = d' \\ k = -\frac{1}{3} \neq 1 \end{cases} \quad \text{nên } d \parallel d'. \text{ Phương trình của } d': x - 2y + c = 0 (c \neq 3)$$

Lấy $A(-3; 0) \in d$. Giả sử $V_{\left(0; \frac{1}{3}\right)}(A) = A'$ thì khi đó $\overrightarrow{OA'} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{OA}$ và $A' \in d'$.

Ta có $A'(1; 0)$. Thay vào phương trình d' : $1 - 2 \cdot 0 + c = 0 \Leftrightarrow c = -1$

Vậy phương trình d' : $x - 2y - 1 = 0$.

ĐỀ 14
ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA KÌ I**Môn: TOÁN, Lớp 10***Thời gian làm bài: 90 phút, không tính thời gian phát đề***Câu 1.** Nghiệm của phương trình $\cot 2x = -\sqrt{3}$ là :

A. $x = \operatorname{arccot}\left(\frac{-\sqrt{3}}{2}\right) + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

B. $x = -\frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}.$

C. $x = -\frac{\pi}{12} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}.$

D. $x = -\frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Câu 2. Tìm giá trị lớn nhất M và giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y = 3\sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right)$

A. $M = 3, m = -3.$

B. $M = 3, m = -1.$

C. $M = 1, m = -1.$

D. $M = 3, m = 1.$

Câu 3. Cho các quy tắc (trong mặt phẳng tọa độ (Oxy)) biến mỗi điểm $M(x; y)$ thành điểm $M'(x'; y')$ sao cho

(I) $\begin{cases} x' - 5x = 0 \\ y' - 3y^2 - 1 = 0 \end{cases}$ **(II)** $\begin{cases} x' = 99 \\ y' = x + 100 \end{cases}$ **(III)** $\begin{cases} x' = y \\ x'^2 + y'^2 = x^2 + y^2 \end{cases}$ **(IV)** $\begin{cases} x' = x + 2020 \\ y' \in \mathbb{R} \end{cases}$

Trong bốn quy tắc trên, số phép biến hình là

A. 4.

B. 3.

C. 2.

D. 1.

Câu 4. Trong mặt phẳng tọa độ (Oxy) , cho điểm $M(0; 2), N(-2; 1)$ và vector $\vec{v}(1; 2)$. Phép tịnh tiến theo vector $\vec{v}$ biến điểm M, N thành hai điểm M', N' tương ứng. Tính độ dài $M'N'$.

A. $M'N' = 3.$

B. $M'N' = \sqrt{7}.$

C. $M'N' = \sqrt{5}.$

D.

$M'N' = 1.$

Câu 5. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy . Tìm ảnh của điểm $M(2; -1)$ qua phép đối xứng trục $a: x + y + 1 = 0$

A. $M'(0; -3).$

B. $M'(2; 3).$

C. $M'(-2; 3).$

D. $M'(-5; 3).$

Câu 6. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 8\sin^2 x + 3\cos 2x$. Tính $P = M^2 - 4m$

A. $P = 13.$

B. $P = 21.$

C. $P = 101.$

D. $P = 15.$

Câu 7. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-2018; 2018]$ để phương trình $(m+1)\sin^2 x - \sin 2x + \cos 2x = 0$ có nghiệm.

A. 4037.

B. 4036.

C. 2020.

D. 2019.

Câu 8. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $\cos^2 x = m - 1$ có nghiệm.

A. $-1 \leq m \leq 1.$

B. $-2 \leq m \leq 0.$

C. $m \geq 1.$

D. $1 \leq m \leq 2.$

Câu 9. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng d có phương trình $5x - 3y + 15 = 0$. Tìm ảnh d' của d qua phép quay $Q_{(O, 90^\circ)}$ với O là gốc tọa độ?

A. $5x - 3y + 6 = 0.$

B. $5x + y - 7 = 0.$

C. $3x + 5y + 15 = 0.$

D. $-3x + 5y + 7 = 0.$

Câu 10. Chọn khẳng định **đúng**?**A.** Phép biến hình (trong mặt phẳng) là một hàm số để với mỗi điểm M thuộc mặt phẳng, xác định được một điểm duy nhất M' thuộc mặt phẳng ấy.

B. Phép biến hình (trong mặt phẳng) là một quy tắc để với mỗi điểm M thuộc mặt phẳng, xác định được một điểm M' tương ứng theo quy tắc ấy.

C. Phép biến hình bảo toàn khoảng cách giữa hai điểm bất kì.

D. Phép chiếu vuông góc lên đường thẳng là phép biến hình.

Câu 11. Trong mặt phẳng với hệ trục Oxy , tìm ảnh của điểm $M(2; -3)$ qua phép đối xứng trục $a: x + y + 1 = 0$.

- A.** $M'(-5; 3)$. **B.** $M'(2; -3)$. **C.** $M'(2; 3)$. **D.** $M'(-2; 3)$.

Câu 12. Tìm điều kiện cần và đủ của a, b, c để phương trình $a \sin x + b \cos x = c$ có nghiệm?

- A.** $a^2 + b^2 \geq c^2$. **B.** $a^2 + b^2 = c^2$.
C. $a^2 + b^2 \leq c^2$. **D.** $a^2 + b^2 > c^2$.

Câu 13. Cho phương trình $\cos 2x + \sin x + 2 = 0$. Khi đặt $t = \sin x$, ta được phương trình nào dưới đây?

- A.** $2t^2 + t + 1 = 0$. **B.** $t + 1 = 0$. **C.** $-2t^2 + t + 2 = 0$. **D.** $-2t^2 + t + 3 = 0$.

Câu 14. Chọn khẳng định **sai**.

- A.** Phép đối xứng trục biến một đường tròn thành một đường tròn có cùng bán kính.
B. Phép đối xứng trục biến một góc thành một góc bằng nó.
C. Phép đối xứng trục biến một đường thẳng thành một đường thẳng song song hoặc trùng.
D. Phép đối xứng trục biến một điểm thành duy nhất một điểm

Câu 15. Với $x \in \left(\frac{23\pi}{4}; \frac{25\pi}{4}\right)$, mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A.** Hàm số $y = \cot x$ nghịch biến. **B.** Hàm số $y = \cos x$ nghịch biến
C. Hàm số $y = \tan x$ nghịch biến. **D.** Hàm số $y = \sin x$ đồng biến.

Câu 16. Tính tổng S tất cả các nghiệm của phương trình $(2 \cos 2x + 5)(\sin^4 x - \cos^4 x) + 3 = 0$ trong khoảng $(0; 2\pi)$.

- A.** $S = \frac{7\pi}{6}$. **B.** $S = \frac{11\pi}{6}$ **C.** $S = 4\pi$. **D.** $S = 5\pi$.

Câu 17. Nghiệm của phương trình $\sin \frac{x}{2} = 1$ là

- A.** $x = \pi + k2\pi$. **B.** $x = k2\pi$. **C.** $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$. **D.** $x = \pi + k4\pi$.

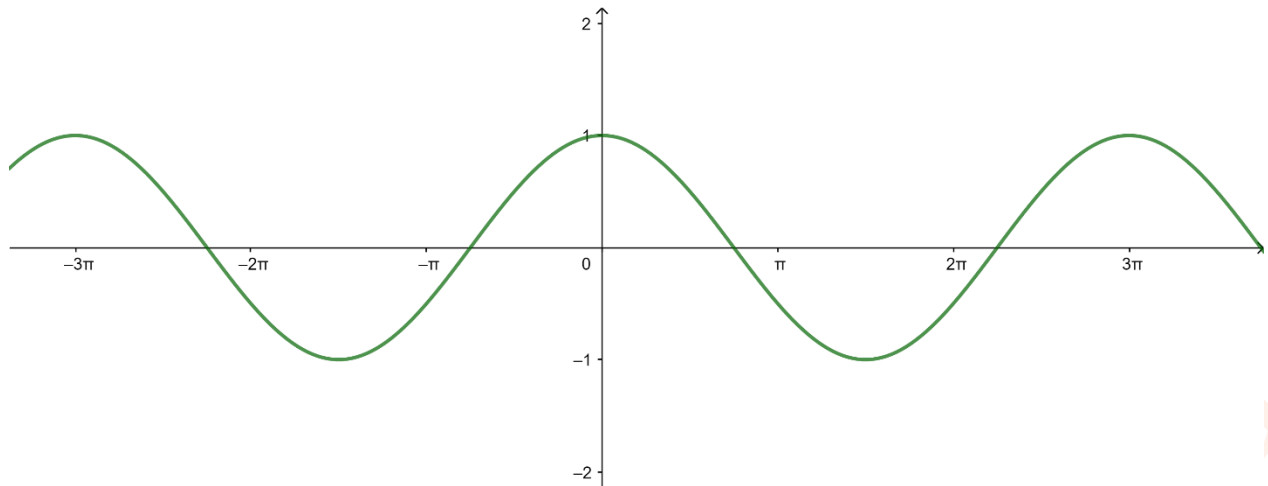
Câu 18. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy . Tìm ảnh của đường thẳng $b: x + y - 5 = 0$ qua phép đối xứng qua trục $a: x + y - 1 = 0$ ta được đường thẳng $b': x + ny + p = 0$. Hỏi $n + p$ bằng bao nhiêu?

- A.** 9. **B.** 8. **C.** 6. **D.** 7.

Câu 19. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , tìm ảnh của điểm $M(2; -3)$ qua phép đối xứng qua trục Ox .

- A.** $M'(2; 3)$. **B.** $M'(-2; -3)$. **C.** $M'(-2; 3)$. **D.** $M'(-5; 3)$.

Câu 20. Đường cong trong hình dưới đây là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D.



Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

- A. $y = \sin \frac{3x}{2}$. B. $y = \cos \frac{2x}{3}$. C. $y = \cos \frac{3x}{2}$. D. $y = \sin \frac{2x}{3}$.

Câu 21. Cho hình chữ nhật $MNPQ$. Phép tịnh tiến theo vector $\overrightarrow{MN}$ biến điểm Q thành điểm nào ?

- A. Điểm Q . B. Điểm M .
C. Điểm N . D. Điểm P .

Câu 22. Cho phương trình $\cos 2\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + 4\cos\left(\frac{\pi}{6} - x\right) = \frac{5}{2}$. Đặt $t = \cos\left(\frac{\pi}{6} - x\right)$, phương trình đã cho trở thành phương trình nào dưới đây ?

- A. $4t^2 + 8t - 5 = 0$. B. $4t^2 - 8t + 3 = 0$.
C. $4t^2 - 8t + 5 = 0$. D. $4t^2 - 8t - 3 = 0$.

Câu 23. Trong mặt phẳng Oxy , cho điểm $M(1;1)$. Hỏi các điểm sau điểm nào là ảnh của M qua phép quay tâm O , góc 45° ?

- A. $M'(\sqrt{2};0)$. B. $M'(0;\sqrt{2})$. C. $M'(1;0)$. D. $M'(-1;1)$.

Câu 24. Cho hai đường tròn $O_1; R$, $O_2; R$, mà mỗi đường tròn này đi qua tâm của đường tròn kia và cắt nhau tại A và B . Đường cát tuyến qua A cắt đường tròn O_1 tại M , cắt đường tròn (O_2) tại N . Góc tạo bởi hai tiếp tuyến tại M và N của hai đường tròn bằng

- A. 45° . B. 90° . C. 30° . D. 60° .

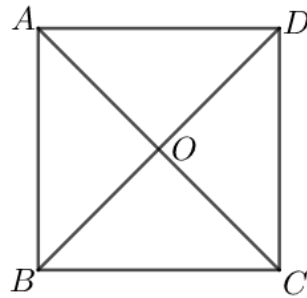
Câu 25. Phương án nào sau đây Sai?

- A. $\cos x = -1 \Leftrightarrow x = \pi + k2\pi$. B. $\cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$.
C. $\cos x = 1 \Leftrightarrow x = k2\pi$. D. $\cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi$.

Câu 26. Trong các phương trình sau phương trình nào vô nghiệm?

- A. $\sin x + \cos x = \sqrt{2}$. B. $\tan x = 2020$.
C. $\cos x = \frac{2020}{2021}$. D. $\sin x = \pi$.

Câu 27. Cho hình vuông $ABCD$ tâm O (như hình bên dưới).



Tìm ảnh của điểm A qua phép quay tâm O góc quay $-\frac{3\pi}{2}$

- A. $Q_{\left(O; -\frac{3\pi}{2}\right)}(A) = O$. B. $Q_{\left(O; -\frac{3\pi}{2}\right)}(A) = C$. C. $Q_{\left(O; -\frac{3\pi}{2}\right)}(A) = D$. D. $Q_{\left(O; -\frac{3\pi}{2}\right)}(A) = B$.

Câu 28. Tính tổng S của các nghiệm của phương trình $\sin x = \frac{1}{2}$ trên đoạn $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$.

- A. $S = \frac{\pi}{2}$. B. $S = \frac{5\pi}{6}$. C. $S = \frac{\pi}{6}$. D. $S = \frac{\pi}{3}$.

Câu 29. Tính chất nào sau đây **không** phải là tính chất của phép dời hình?

- A. Biến đoạn thẳng thành đoạn thẳng có độ dài gấp lần k đoạn thẳng ban đầu.
 B. Biến tam giác thành tam giác bằng nó, biến tia thành tia.
 C. Biến đường tròn thành đường tròn có cùng bán kính.
 D. Biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm thẳng hàng và bảo toàn thứ tự của ba điểm đó.

Câu 30. Tìm tổng tất các nghiệm thuộc đoạn $[0; 10\pi]$ của phương trình $\sin^2 2x + 3\sin 2x + 2 = 0$.

- A. $\frac{299\pi}{4}$. B. $\frac{105\pi}{4}$. C. $\frac{297\pi}{4}$. D. $\frac{105\pi}{2}$.

Câu 31. Cho hình vuông $ABCD$ tâm I . Gọi M, N lần lượt là trung điểm AD, DC . Phép tịnh tiến theo vector nào sau đây biến tam giác AMI thành INC ?

- A. $\overrightarrow{IN}$. B. $\overrightarrow{AM}$. C. $\overrightarrow{AC}$. D. $\overrightarrow{MN}$.

Câu 32. Phương trình $\cos^2 x + \cos^2 2x + \cos^2 3x + \cos^2 4x = 2$ tương đương với phương trình

- A. $\cos x \cdot \cos 2x \cdot \cos 4x = 0$. B. $\sin x \cdot \sin 2x \cdot \sin 5x = 0$.
 C. $\sin x \cdot \sin 2x \cdot \sin 4x = 0$. D. $\cos x \cdot \cos 2x \cdot \cos 5x = 0$.

Câu 33. Phương trình $\cos x = 0$ có bao nhiêu nghiệm thuộc nửa khoảng $(0; 2021\pi]$?

- A. 2019. B. 1009. C. 2021. D. 2020.

Câu 34. Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số chẵn?

- A. $y = \sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) - \sin x$. B. $y = \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) + \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$.
 C. $y = 3\cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right) + 4\sin(\pi + 2x)$. D. $y = \sqrt{\sin 2x} + \sqrt{\cos 2x}$.

Câu 35. Nếu gọi $x_1; x_2$ lần lượt là nghiệm dương nhỏ nhất và nghiệm âm lớn nhất của phương trình

$$\sin^4 x + \cos^4 x = \frac{3 - \cos 6x}{4} \text{ thì ta có:}$$

A. $x_1, x_2 = -\frac{3\pi^2}{20}$. B. $x_1, x_2 = -\frac{3\pi^2}{100}$. C. $x_1, x_2 = -\frac{\pi^2}{100}$. D.

$$x_1, x_2 = -\frac{\pi^2}{20}.$$

Câu 36. Tìm tất cả các họ nghiệm của phương trình $\tan^2 x - \frac{4}{\cos x} + 5 = 0$

A. $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$. B. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$.

C. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

D. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 37. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{1 - \sin x}{\cos x - 1}$.

A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

B. $D = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

D. $D = \mathbb{R}$.

Câu 38. Tìm chu kì T của hàm số $y = \cos\left(\frac{x}{2} + 2020\right)$.

A. $T = \pi$.

B. $T = -2\pi$.

C. $T = 4\pi$.

D. $T = 2\pi$.

Câu 39. Phép đối xứng tâm $I(1;1)$ biến điểm $A(1;3)$ thành điểm nào sau đây?

A. $A'(-2;-1)$.

B. $A'(2;-1)$.

C. $A'(1;-2)$.

D. $A'(1;-1)$.

Câu 40. Số nghiệm của phương trình $\cos^2 x - \sin 2x = \sqrt{2} + \cos^2\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$ trên khoảng từ $(0; 3\pi)$ là.

A. 2.

B. 3.

C. 4.

D. 1.

Câu 41. Trong mặt phẳng tọa độ Xét phép biến hình $F : M(x; y) \xrightarrow{F} M'\left(\frac{1}{2}x; my\right)$ Với giá trị nào của m thì F là phép dời hình?

A. $m = -2$

B. $m = 2$

C. $m = -1$

D. Không tồn tại m

Câu 42. Mệnh đề nào sau đây là sai?

A. Phép đối xứng trục biến một đường thẳng thành một đường thẳng song song với đường thẳng đã cho.

B. Phép đối xứng trục biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm thẳng hàng.

C. Phép đối xứng trục qua đường thẳng d biến các điểm trên d thành chính nó.

D. Phép đối xứng trục bảo toàn khoảng cách giữa hai điểm bất kì.

Câu 43. Hằng ngày mực nước của con kênh lên xuống theo thủy triều. Độ sâu h (mét) của mực nước trong kênh được tính tại thời điểm t (giờ) trong một ngày bởi công thức $h = 3\cos\left(\frac{\pi t}{8} + \frac{\pi}{4}\right) + 12$. Mực

nước của kênh cao nhất khi

A. $t = 14$ (giờ).

B. $t = 13$ (giờ).

C. $t = 16$ (giờ).

D. $t = 15$ (giờ).

Câu 44. Khẳng định nào sai :

A. Phép quay tâm O biến O thành chính nó.

B. Phép quay biến một đường thẳng thành một đường thẳng song song.

C. Phép quay là một phép dời hình.

D. Phép quay là một phép dời hình biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm thẳng hàng.

Câu 45. Tìm giá trị lớn nhất M của hàm số $y = \sqrt{1 + \frac{1}{2} \cos^2 x} + \frac{1}{2} \sqrt{5 + 2 \sin^2 x}$

- A. $M = \frac{\sqrt{7} + \sqrt{6}}{2}$. B. $M = \frac{\sqrt{22}}{2}$. C. $M = \frac{\sqrt{2}}{2}$. D. $M = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{5}}{2}$.

Câu 46. Tìm số nghiệm của phương trình $\sin(\cos 2x) = 0$ trên $[0; 2\pi]$

- A. 1. B. 3. C. 4. D. 2.

Câu 47. Tập xác định của hàm số $y = \tan\left(3x + \frac{\pi}{4}\right)$

- A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{12} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$. B. $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.
C. $D = \mathbb{R}$. D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{3} \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Câu 48. Biến đổi phương trình $\cos 3x - \sin x = \sqrt{3}(\cos x - \sin 3x)$ về dạng $\sin(ax + b) = \sin(cx + d)$ với b, d thuộc khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$. Tính $b + d$

- A. $b + d = -\frac{\pi}{3}$. B. $b + d = \frac{\pi}{4}$. C. $b + d = \frac{\pi}{12}$. D. $b + d = \frac{\pi}{2}$.

Câu 49. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy . Tìm ảnh của đường thẳng $b: 2x + y - 1 = 0$ qua phép đối xứng qua trục $a: x + y + 1 = 0$ ta được đường thẳng b' có phương trình: $x + ny + p = 0$. Hỏi $n + p$ bằng bao nhiêu?

- A. 6. B. 8. C. 9. D. 7.

Câu 50. Phương trình $\tan x = \cot x$ có tất cả các nghiệm là:

- A. $x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} (k \in \mathbb{Z})$. B. $x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{4} (k \in \mathbb{Z})$.
C. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$. D. $x = \pm \frac{\pi}{4} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.C	2.A	3.C	4.C	5.A	6.A	7.C	8.D	9.C	10.D
11.B	12.A	13.D	14.C	15.D	16.C	17.D	18.B	19.A	20.B
21.D	22.B	23.B	24.D	25.B	26.D	27.D	28.C	29.A	30.D
31.D	32.D	33.C	34.A	35.C	36.C	37.B	38.C	39.D	40.B
41.D	42.A	43.A	44.B	45.B	46.C	47.D	48.D	49.A	50.A

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1.

Nghiệm của phương trình $\cot 2x = -\sqrt{3}$ là :

A. $x = \operatorname{arccot}\left(\frac{-\sqrt{3}}{2}\right) + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

B. $x = -\frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}.$

C. $x = -\frac{\pi}{12} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}.$

D. $x = -\frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Lời giải

$$\cot 2x = -\sqrt{3}$$

$$\Leftrightarrow 2x = -\frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{12} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$$

Câu 2.

Tìm giá trị lớn nhất M và giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y = 3\sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right)$

A. $M = 3, m = -3.$

B. $M = 3, m = -1.$

C. $M = 1, m = -1.$

D. $M = 3, m = 1.$

Lời giải

Ta có : $-1 \leq \sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right) \leq 1 \Rightarrow -3 \leq 3\sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right) \leq 3$

Nên $M = 3, m = -3$

Câu 3. Cho các quy tắc (trong mặt phẳng tọa độ (Oxy)) biến mỗi điểm $M(x; y)$ thành điểm $M'(x'; y')$ sao cho

(I) $\begin{cases} x' - 5x = 0 \\ y' - 3y^2 - 1 = 0 \end{cases}$. (II) $\begin{cases} x' = 99 \\ y' = x + 100 \end{cases}$. (III) $\begin{cases} x' = y \\ x'^2 + y'^2 = x^2 + y^2 \end{cases}$. (IV) $\begin{cases} x' = x + 2020 \\ y' \in \mathbb{R} \end{cases}$.

Trong bốn quy tắc trên, số phép biến hình là

A. 4.

B. 3.

C. 2.

D. 1.

Lời giải

+ Theo quy tắc (I) $\begin{cases} x' - 5x = 0 \\ y' - 3y^2 - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x' = 5x \\ y' = 3y^2 + 1 \end{cases} \Rightarrow M'(5x; 3y^2 + 1)$. Do đó với mỗi điểm

$M(x; y)$ thuộc mp (Oxy) ta xác định được duy nhất điểm $M'(5x; 3y^2 + 1)$ thuộc mp (Oxy) .

Hay quy tắc (I) là một phép biến hình.

+ Theo quy tắc (II) $\begin{cases} x' = 99 \\ y' = x + 100 \end{cases} \Rightarrow M'(99; x + 100)$. Do đó với mỗi điểm $M(x; y)$ thuộc mp

(Oxy) ta xác định được duy nhất điểm $M'(99; x + 100)$ thuộc mp (Oxy) . Hay quy tắc (II) là một phép biến hình.

+ Theo quy tắc

$$(III) \begin{cases} x' = y \\ x'^2 + y'^2 = x^2 + y^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x' = y \\ y^2 + y'^2 = x^2 + y^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x' = y \\ y'^2 = x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x' = y \\ y' = x \\ y' = -x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} M'(y, x) \\ M'(y, -x) \end{cases}.$$

Do đó quy tắc (III) không phải là một phép biến hình.

+ Theo quy tắc (IV) $\begin{cases} x' = x + 2020 \\ y' \in \mathbb{R} \end{cases} \Rightarrow M'(x + 2020; y')$ với $y' \in \mathbb{R}$ tùy ý. Do đó quy tắc (IV)

không phải là một phép biến hình.

Câu 4. Trong mặt phẳng tọa độ (Oxy), cho điểm $M(0; 2)$, $N(-2; 1)$ và vector $\vec{v}(1; 2)$. Phép tịnh tiến theo vector $\vec{v}$ biến điểm M, N thành hai điểm M', N' tương ứng. Tính độ dài $M'N'$.

A. $M'N' = 3$.

B. $M'N' = \sqrt{7}$.

C. $M'N' = \sqrt{5}$.

D. $M'N' = 1$.

Lời giải

+ $T_{\vec{v}} : M(0; 2) \rightarrow M'(x_{M'}; y_{M'}) \Leftrightarrow \overrightarrow{MM'} = \vec{v}$. Khi đó biểu thức tọa độ là

$$\begin{cases} x_{M'} = 1 \\ y_{M'} = 2 + 2 = 4 \end{cases} \Rightarrow M'(1; 4).$$

+ $T_{\vec{v}} : N(-2; 1) \rightarrow N'(x_{N'}; y_{N'}) \Leftrightarrow \overrightarrow{NN'} = \vec{v}$. Khi đó biểu thức tọa độ là

$$\begin{cases} x_{N'} = 1 - 2 \\ y_{N'} = 1 + 2 = 3 \end{cases} \Rightarrow N'(-1; 3).$$

$$\text{Vậy } M'N' = \sqrt{(-1-1)^2 + (3-4)^2} = \sqrt{5}.$$

Câu 5: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy. Tìm ảnh của điểm $M(2; -1)$ qua phép đối xứng trục $a: x + y + 1 = 0$.

A. $M'(0; -3)$.

B. $M'(2; 3)$.

C. $M'(-2; 3)$.

D. $M'(-5; 3)$.

Lời giải

Gọi d là đường thẳng đi qua $M(2; -1)$ và vuông góc với $a: x + y + 1 = 0$

$$\Rightarrow (d): x - y - 3 = 0$$

Gọi I là giao điểm của $(a), (d)$ suy ra tọa độ điểm $I(1; -2)$

Do I là trung điểm của MM' suy ra: $M'(0; -3)$

Câu 6. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 8\sin^2 x + 3\cos 2x$. Tính

$$P = M^2 - 4m$$

A. $P = 13$.

B. $P = 21$.

C. $P = 101$.

D. $P = 15$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } y = 8\sin^2 x + 3\cos 2x = 8\sin^2 x + 3(1 - 2\sin^2 x) = 2\sin^2 x + 3$$

$$\text{Vì } 0 \leq \sin^2 x \leq 1 \Rightarrow 0 \leq 2\sin^2 x \leq 2 \Rightarrow 3 \leq 2\sin^2 x + 3 \leq 5$$

Suy ra:

$$M = 5 \text{ khi } \sin x = \pm 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$m = 3 \text{ khi } \sin x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\text{Vậy } P = M^2 - 4m = 5^2 - 4 \cdot 3 = 13$$

Câu 7. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-2018; 2018]$ để phương trình $(m+1)\sin^2 x - \sin 2x + \cos 2x = 0$ có nghiệm.

A. 4037. B. 4036. C. 2020. D. 2019.

Lời giải

$$(m+1)\sin^2 x - \sin 2x + \cos 2x = 0.$$

$$\Leftrightarrow (m+1)\frac{1-\cos 2x}{2} - \sin 2x + \cos 2x = 0.$$

$$\Leftrightarrow 2\sin 2x + (m-1)\cos 2x = m+1 \quad (2).$$

Phương trình $(m+1)\sin^2 x - \sin 2x + \cos 2x = 0$ có nghiệm khi và chỉ khi phương trình (2) có nghiệm

$$\Leftrightarrow 2^2 + (m-1)^2 \geq (m+1)^2.$$

$$\Leftrightarrow 4 - 4m \geq 0.$$

$$\Leftrightarrow m \leq 1.$$

Do m nguyên thuộc đoạn $[-2018; 2018]$ nên có tất cả 2020 giá trị của m thỏa mãn.

Câu 8. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $\cos^2 x = m-1$ có nghiệm.

A. $-1 \leq m \leq 1$. B. $-2 \leq m \leq 0$. C. $m \geq 1$.

D. $1 \leq m \leq 2$.

Lời giải

$$\cos^2 x = m-1.$$

$$\Leftrightarrow \frac{1+\cos 2x}{2} = m-1.$$

$$\Leftrightarrow \cos 2x = 2m-3 \quad (*)$$

Phương trình $\cos^2 x = m-1$ có nghiệm khi và chỉ khi phương trình (*) có nghiệm

$$\Leftrightarrow -1 \leq 2m-3 \leq 1.$$

$$\Leftrightarrow 2 \leq 2m \leq 4.$$

$$\Leftrightarrow 1 \leq m \leq 2.$$

Câu 9. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng d có phương trình $5x-3y+15=0$. Tìm ảnh d' của d qua phép quay $Q_{(O, 90^\circ)}$ với O là gốc tọa độ?

A. $5x-3y+6=0$.

B. $5x+y-7=0$.

C. $3x+5y+15=0$.

D. $-3x+5y+7=0$.

Lời giải

Do d' là ảnh của d qua phép quay $Q_{(O, 90^\circ)}$ với O là gốc tọa độ nên d' có phương trình

$$3x+5y+c=0.$$

Lấy $A(-3;0) \in (d)$. Ảnh của A qua phép quay $Q_{(O, 90^\circ)}$ với O là gốc tọa độ là

$$A'(0;-3) \in d' \Rightarrow c=15.$$

Vậy d' có phương trình $3x+5y+15=0$.

Câu 10. Chọn khẳng định **đúng**?

- A.** Phép biến hình (trong mặt phẳng) là một hàm số để với mỗi điểm M thuộc mặt phẳng, xác định được một điểm duy nhất M' thuộc mặt phẳng ấy.
- B.** Phép biến hình (trong mặt phẳng) là một quy tắc để với mỗi điểm M thuộc mặt phẳng, xác định được một điểm M' tương ứng theo quy tắc ấy.
- C.** Phép biến hình bảo toàn khoảng cách giữa hai điểm bất kì.
- D.** Phép chiếu vuông góc lên đường thẳng là phép biến hình.

Lời giải

Phép biến hình trong mặt phẳng theo định nghĩa là một quy tắc để với mỗi điểm M thuộc mặt phẳng, ta xác định được một điểm duy nhất M' thuộc mặt phẳng ấy. Điểm M' được gọi là ảnh của điểm M qua phép biến hình ấy.

Vậy câu A, B sai.

Câu C phép vị tự với tỉ số $k \neq 1$, phép đồng dạng là phép biến hình nhưng không bảo toàn khoảng cách giữa 2 điểm bất kỳ.

Câu D đúng vì từ điểm M thuộc mặt phẳng qua phép chiếu vuông góc lên đường thẳng ta chỉ xác định được duy nhất M' thuộc mặt phẳng.

Câu 11. Trong mặt phẳng với hệ trục Oxy , tìm ảnh của điểm $M(2; -3)$ qua phép đối xứng trục $a: x + y + 1 = 0$.

- A.** $M'(-5; 3)$. **B.** $M'(2; -3)$. **C.** $M'(2; 3)$. **D.** $M'(-2; 3)$.

Lời giải

Gọi $M'(x'; y')$ là ảnh của M qua phép đối xứng trục $a: x + y + 1 = 0$. Khi đó $MM' \perp a$ và trung điểm I của MM' thuộc đường thẳng a .

Ta có $\overrightarrow{MM'} = (x - 2; y + 3)$, vectơ chỉ phương của a là $\vec{u} = (1; -1)$, $I\left(\frac{2+x}{2}; \frac{-3+y}{2}\right)$

Do đó ta có hệ phương trình sau

$$\begin{cases} x - 2 - y - 3 = 0 \\ \frac{2+x}{2} + \frac{y-3}{2} + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - y = 5 \\ x + y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -3 \end{cases}. \text{Vậy } M'(2; -3).$$

Câu 12. Tìm điều kiện cần và đủ của a, b, c để phương trình $a \sin x + b \cos x = c$ có nghiệm?

- A.** $a^2 + b^2 \geq c^2$. **B.** $a^2 + b^2 = c^2$.
- C.** $a^2 + b^2 \leq c^2$. **D.** $a^2 + b^2 > c^2$.

Lời giải

Ta có phương trình
 $a \sin x + b \cos x = c$

$$\Leftrightarrow \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} \sin x + \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} \cos x = \frac{c}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

$$\Leftrightarrow \sin(x + \alpha) = \frac{c}{\sqrt{a^2 + b^2}} \quad (1)$$

$$(\text{Với } \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \cos \alpha; \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \sin \alpha)$$

Khi đó phương trình (1) có nghiệm thì $\left| \frac{c}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right| \leq 1$ hay $a^2 + b^2 \geq c^2$.

Câu 13. Cho phương trình $\cos 2x + \sin x + 2 = 0$. Khi đặt $t = \sin x$, ta được phương trình nào dưới đây?

- A.** $2t^2 + t + 1 = 0$. **B.** $t + 1 = 0$. **C.** $-2t^2 + t + 2 = 0$. **D.** $-2t^2 + t + 3 = 0$.

Lời giải

Ta có

$$\cos 2x + \sin x + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow 1 - 2\sin^2 x + \sin x + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow -2\sin^2 x + \sin x + 3 = 0$$

đặt $t = \sin x$, $-1 \leq t \leq 1$ Phương trình trở thành $-2t^2 + t + 3 = 0$ **Câu 14.** Chọn khẳng định **sai**.**A.** Phép đối xứng trục biến một đường tròn thành một đường tròn có cùng bán kính.**B.** Phép đối xứng trục biến một góc thành một góc bằng nó.**C.** Phép đối xứng trục biến một đường thẳng thành một đường thẳng song song hoặc trùng.**D.** Phép đối xứng trục biến một điểm thành duy nhất một điểm

Lời giải

Theo tính chất của phép đối xứng trục thì a,b,d đúng

Câu 15. Với $x \in \left(\frac{23\pi}{4}; \frac{25\pi}{4}\right)$, mệnh đề nào sau đây là đúng?**A.** Hàm số $y = \cot x$ nghịch biến.**B.** Hàm số $y = \cos x$ nghịch

biến

C. Hàm số $y = \tan x$ nghịch biến.**D.** Hàm số $y = \sin x$ đồng

biến.

Lời giải

$$\left(\frac{23\pi}{4}; \frac{25\pi}{4}\right) = \left(6\pi - \frac{\pi}{4}; 6\pi + \frac{\pi}{4}\right)$$

Ta có hàm số $y = \sin x$ **đồng biến** $\forall x \in \left(-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}\right)$ **Nên** hàm số $y = \sin x$ **đồng biến** $\forall x \in \left(\frac{23\pi}{4}; \frac{25\pi}{4}\right)$ **Câu 16.** Tính tổng S tất cả các nghiệm của phương trình $(2\cos 2x + 5)(\sin^4 x - \cos^4 x) + 3 = 0$ trong khoảng $(0; 2\pi)$.

A. $S = \frac{7\pi}{6}$.

B. $S = \frac{11\pi}{6}$

C. $S = 4\pi$.

D. $S = 5\pi$.

Lời giải

$$(2\cos 2x + 5)(\sin^4 x - \cos^4 x) + 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow (2\cos 2x + 5)(\sin^2 x - \cos^2 x)(\sin^2 x + \cos^2 x) + 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow -(2\cos 2x + 5)\cos 2x + 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow -2\cos^2 2x - 5\cos 2x + 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos 2x = \frac{1}{2} \\ \cos 2x = -3 \text{ (PTVN)} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ 2x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{6} + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

Trong khoảng $(0; 2\pi)$ ta có $S = \frac{\pi}{6} + \frac{7\pi}{6} + \frac{5\pi}{6} + \frac{11\pi}{6} = 4\pi$.

Câu 17. Nghiệm của phương trình $\sin \frac{x}{2} = 1$ là:

A. $x = \pi + k2\pi$.

B. $x = k2\pi$.

C. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$.

D. $x = \pi + k4\pi$.

Lời giải

Ta có $\sin \frac{x}{2} = 1 \Leftrightarrow \frac{x}{2} = \frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow x = \pi + k4\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 18. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy . Tìm ảnh của đường thẳng $b: x + y - 5 = 0$ qua phép đối xứng qua trục $a: x + y - 1 = 0$ ta được đường thẳng $b': x + ny + p = 0$. Hỏi $n + p$ bằng bao nhiêu?

A. 9.

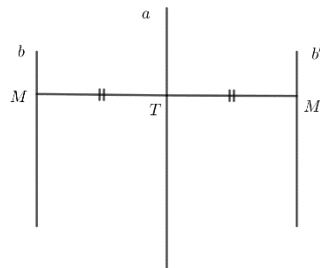
B. 8.

C. 6.

D. 7.

Lời giải

Đường thẳng b song song với trục đối xứng a . Khi đó ảnh của b là b' cũng sẽ song song với a . Do đó $x + y + p = 0$. Kết luận $n = 1$.



Lấy điểm $M(0; 5)$ thuộc đường thẳng b .

Cho đường thẳng a' đi qua điểm M và vuông góc với a . Suy ra $\begin{cases} M \in a' \\ VTPT \vec{n} = (-1; 1) \end{cases}$.

Suy ra phương trình đường thẳng $a': -x + y - 5 = 0$.

Gọi $T(x_T, y_T)$ là giao điểm của a và a' . Khi đó x_T, y_T là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} -x + y - 5 = 0 \\ x + y + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ y = 2 \end{cases}$$

Vậy $T(-3, 2)$.

Gọi $M'(x_{M'}, y_{M'})$ là ảnh của M qua trục đối xứng a . Ta có T là trung điểm MM' , vì vậy mà

$$\begin{cases} \frac{x_{M'} + 0}{2} = -3 \\ \frac{y_{M'} + 5}{2} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_{M'} = -6 \\ y_{M'} = -1 \end{cases} \Rightarrow M'(-6, -1).$$

Ta có $M' \in b': -6 - 1 + p = 0 \Rightarrow p = 7$.

Vậy $n + p = 1 + 7 = 8$.

Câu 19. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , tìm ảnh của điểm $M(2; -3)$ qua phép đối xứng qua trục Ox .

A. $M'(2; 3)$.

B. $M'(-2; -3)$.

C. $M'(-2; 3)$.

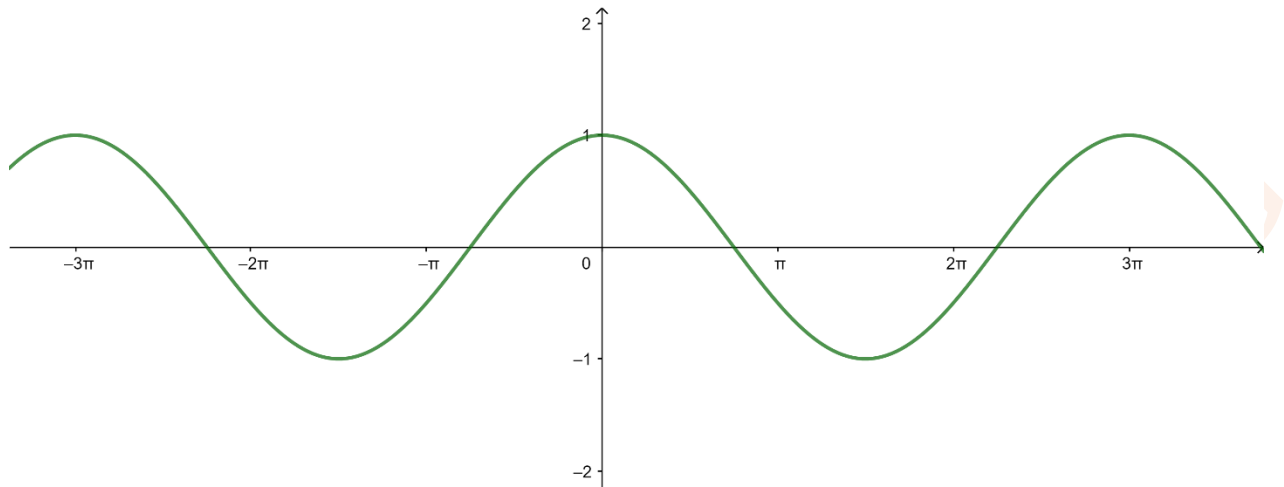
D. $M'(-5; 3)$.

Lời giải

Gọi $M'(x; y)$ là ảnh của M qua phép đối xứng trục Ox . Khi đó

$$\begin{cases} x = 2 \\ y = -(-3) = 3. \end{cases}$$

Câu 20. Đường cong trong hình dưới đây là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D.



Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

A. $y = \sin \frac{3x}{2}$.

B. $y = \cos \frac{2x}{3}$.

C. $y = \cos \frac{3x}{2}$.

D. $y = \sin \frac{2x}{3}$.

Lời giải

Chọn B.

Câu 21. Cho hình chữ nhật $MNPQ$. Phép tịnh tiến theo vector $\overrightarrow{MN}$ biến điểm Q thành điểm nào ?

A. Điểm Q .

B. Điểm M .

C. Điểm N .

D. Điểm P .

Lời giải

Trên hình chữ nhật $MNPQ$ ta có $\overrightarrow{QP} = \overrightarrow{MN} \Leftrightarrow \overrightarrow{QP} = \vec{v}$ vậy phép tịnh tiến theo vector $\vec{v} = \overrightarrow{MN}$ biến điểm Q thành điểm P .

Vậy chọn D.

Câu 22. Cho phương trình $\cos 2\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + 4\cos\left(\frac{\pi}{6} - x\right) = \frac{5}{2}$. Đặt $t = \cos\left(\frac{\pi}{6} - x\right)$, phương trình đã cho trở thành phương trình nào dưới đây ?

A. $4t^2 + 8t - 5 = 0$.

B. $4t^2 - 8t + 3 = 0$.

C. $4t^2 - 8t + 5 = 0$.

D. $4t^2 - 8t - 3 = 0$.

Lời giải

$$\cos 2\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + 4\cos\left(\frac{\pi}{6} - x\right) = \frac{5}{2} \Leftrightarrow 1 - 2\sin^2\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + 4\cos\left(\frac{\pi}{6} - x\right) = \frac{5}{2}.$$

Sử dụng cung phụ ta có

$$\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \cos\left[\frac{\pi}{2} - \left(x + \frac{\pi}{3}\right)\right] = \cos\left(\frac{\pi}{6} - x\right).$$

$$\text{Phương trình đã cho tương đương với } 1 - 2\cos^2\left(\frac{\pi}{6} - x\right) + 4\cos\left(\frac{\pi}{6} - x\right) = \frac{5}{2}.$$

$$\text{Suy ra phương trình theo } t \text{ là } 1 - 2t^2 + 4t = \frac{5}{2} \Leftrightarrow 2 - 4t^2 + 8t = 5 \Leftrightarrow 4t^2 - 8t + 3 = 0.$$

Vậy chọn B.

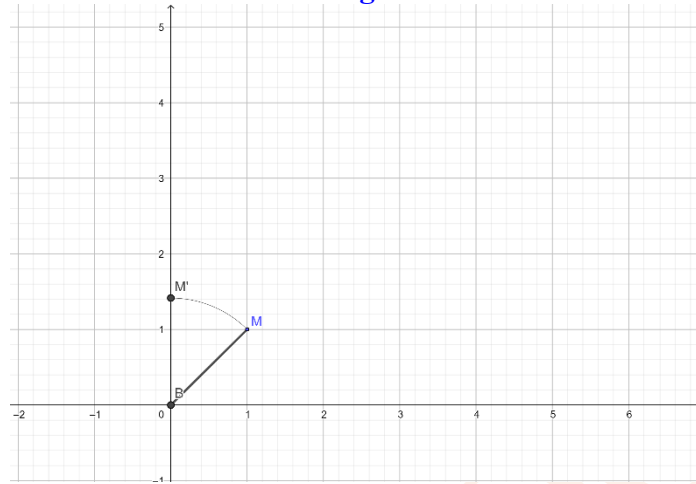
Câu 23. Trong mặt phẳng Oxy , cho điểm $M(1;1)$. Hỏi các điểm sau điểm nào là ảnh của M qua phép quay tâm O , góc 45° ?

A. $M'(\sqrt{2};0)$. B. $M'(0;\sqrt{2})$.

C. $M'(1;0)$.

D. $M'(-1;1)$.

Lời giải



Ta có $OM = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$, quan sát hình vẽ ta thấy $Q_{O,45^\circ} M = M'$. Do đó $M'(0;\sqrt{2})$

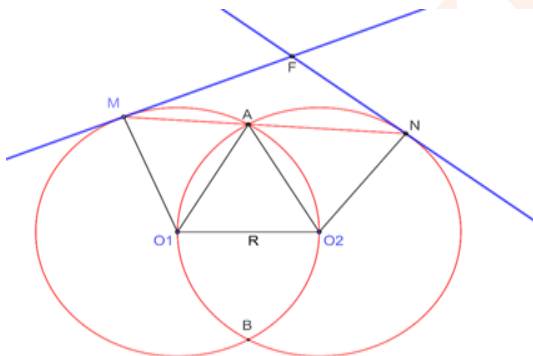
Câu 24. Cho hai đường tròn $O_1;R$, $O_2;R$, mà mỗi đường tròn này đi qua tâm của đường tròn kia và cắt nhau tại A và B . Đường cát tuyến qua A cắt đường tròn O_1 tại M , cắt đường tròn (O_2) tại N . Góc tạo bởi hai tiếp tuyến tại M và N của hai đường tròn bằng

A. 45° . B. 90° .

C. 30° .

D. 60° .

Lời giải



Ta gọi hai tiếp tuyến lần lượt là MF, NF . Ta có $FMA + FNA = \frac{1}{2} MO_1A + NO_2A$ (1) (Cùng chắn cung AM, AN nhỏ).

$$MO_1A + NO_2A = 180^\circ - 2MAO_1 + 180^\circ - 2NAO_2 = 360^\circ - 2.(MAO_1 + NAO_2) \quad (2)$$

Mà tam giác AO_1O_2 đều, có ba cạnh cùng bằng bán kính R nên

$$MAO_1 + NAO_2 = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ \quad (3).$$

Từ (1), (2), (3) ta có $FMA + FNA = 60^\circ$. Do đó góc tạo bởi hai tiếp tuyến MF, NF là 60° .

Câu 25. Phương án nào sau đây Sai?

A. $\cos x = -1 \Leftrightarrow x = \pi + k2\pi$.

B. $\cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$.

C. $\cos x = 1 \Leftrightarrow x = k2\pi$.

D. $\cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi$.

Lời giảiTa có: $\cos x = -1 \Leftrightarrow x = \pi + k2\pi \Rightarrow$ Phương án **A** đúng.

$$\cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi \Rightarrow \text{Phương án D đúng, B sai.}$$

$$\cos x = 1 \Leftrightarrow x = k2\pi \Rightarrow \text{Phương án C đúng.}$$

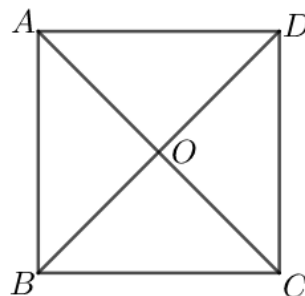
Câu 26. Trong các phương trình sau phương trình nào vô nghiệm?

A. $\sin x + \cos x = \sqrt{2}$.

B. $\tan x = 2020$.

C. $\cos x = \frac{2020}{2021}$.

D. $\sin x = \pi$.

Lời giảiTa có: $-1 \leq \sin x \leq 1$, $\pi > 1 \Rightarrow$ phương trình $\sin x = \pi$ vô nghiệm.**Câu 27.** Cho hình vuông $ABCD$ tâm O (như hình bên dưới).Tìm ảnh của điểm A qua phép quay tâm O góc quay $-\frac{3\pi}{2}$

A. $Q_{\left(O; -\frac{3\pi}{2}\right)}(A) = O$.

B. $Q_{\left(O; -\frac{3\pi}{2}\right)}(A) = C$.

C. $Q_{\left(O; -\frac{3\pi}{2}\right)}(A) = D$.

D. $Q_{\left(O; -\frac{3\pi}{2}\right)}(A) = B$.

Lời giải

$$Q_{\left(O; -\frac{3\pi}{2}\right)}(A) = B.$$

Câu 28. Tính tổng S của các nghiệm của phương trình $\sin x = \frac{1}{2}$ trên đoạn $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$.

A. $S = \frac{\pi}{2}$.

B. $S = \frac{5\pi}{6}$.

C. $S = \frac{\pi}{6}$.

D. $S = \frac{\pi}{3}$.

Lời giảiTrên đoạn $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ phương trình $\sin x = \frac{1}{2}$ có nghiệm duy nhất là $x = \frac{\pi}{6}$. Vậy $S = \frac{\pi}{6}$.**Câu 29.** Tính chất nào sau đây **không** phải là tính chất của phép dời hình?A. Biến đoạn thẳng thành đoạn thẳng có độ dài gấp lần k đoạn thẳng ban đầu.

B. Biến tam giác thành tam giác bằng nó, biến tia thành tia.

C. Biến đường tròn thành đường tròn có cùng bán kính.

D. Biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm thẳng hàng và bảo toàn thứ tự của ba điểm đó.

Lời giải

Phép dời hình là phép biến hình bảo toàn khoảng cách giữa hai điểm bất kỳ.

Do đó, theo tính chất của phép dời hình thì các đáp án B, C, D là đúng và đáp án A là sai.

Câu 30. Tìm tổng tất cả các nghiệm thuộc đoạn $[0; 10\pi]$ của phương trình $\sin^2 2x + 3\sin 2x + 2 = 0$.

A. $\frac{299\pi}{4}$.

B. $\frac{105\pi}{4}$.

C. $\frac{297\pi}{4}$.

D. $\frac{105\pi}{2}$.

Lời giải

Phương trình $\sin^2 2x + 3\sin 2x + 2 = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sin 2x = -1 \text{ (n)} \\ \sin 2x = -2 \text{ (l)} \end{cases} \Leftrightarrow 2x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \text{ (} k \in \mathbb{Z} \text{)}.$$

$$\text{Vì } 0 \leq x \leq 10\pi \text{ nên } 0 \leq -\frac{\pi}{4} + k\pi \leq 10\pi \Leftrightarrow \frac{\pi}{4} \leq k\pi \leq \frac{41\pi}{4} \Leftrightarrow \frac{1}{4} \leq k \leq \frac{41}{4}.$$

$$\text{Vì } k \in \mathbb{Z} \text{ nên } k \in \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10\}.$$

Tổng S tất cả các nghiệm thuộc đoạn $[0; 10\pi]$ của phương trình là tổng 10 số hạng đầu tiên của cấp số cộng có số hạng đầu $u_1 = -\frac{\pi}{4} + \pi = \frac{3\pi}{4}$ và công sai $d = \pi$.

$$\text{Ta có } S_n = nu_1 + \frac{n(n-1)d}{2}, \text{ suy ra } S = 10 \cdot \frac{3\pi}{4} + \frac{10 \cdot 9\pi}{2} = \frac{105\pi}{2}.$$

Câu 31. Cho hình vuông $ABCD$ tâm I . Gọi M, N lần lượt là trung điểm AD, DC . Phép tịnh tiến theo vector nào sau đây biến tam giác AMI thành INC ?

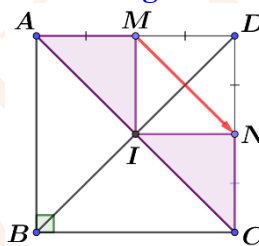
A. $\overrightarrow{IN}$.

B. $\overrightarrow{AM}$.

C. $\overrightarrow{AC}$.

D. $\overrightarrow{MN}$.

Lời giải



Từ hình vẽ, ta thấy: $T_{\overrightarrow{MN}}(A) = I$, $T_{\overrightarrow{MN}}(M) = N$, $T_{\overrightarrow{MN}}(I) = C$.

Vậy phép tịnh tiến theo vector $\overrightarrow{MN}$ biến ΔAMI thành ΔINC .

Câu 32: Phương trình $\cos^2 x + \cos^2 2x + \cos^2 3x + \cos^2 4x = 2$ tương đương với phương trình

A. $\cos x \cdot \cos 2x \cdot \cos 4x = 0$.

B. $\sin x \cdot \sin 2x \cdot \sin 5x = 0$.

C. $\sin x \cdot \sin 2x \cdot \sin 4x = 0$.

D. $\cos x \cdot \cos 2x \cdot \cos 5x = 0$.

Lời giải

Ta có: $\cos^2 x + \cos^2 2x + \cos^2 3x + \cos^2 4x = 2$

$$\Leftrightarrow \frac{1 + \cos 2x}{2} + \frac{1 + \cos 4x}{2} + \frac{1 + \cos 6x}{2} + \frac{1 + \cos 8x}{2} = 2.$$

$$\Leftrightarrow \cos 2x + \cos 4x + \cos 6x + \cos 8x = 0.$$

$$\Leftrightarrow 2 \cdot \cos 3x \cdot \cos x + 2 \cos 7x \cdot \cos x = 0.$$

$$\Leftrightarrow \cos x (\cos 3x + \cos 7x) = 0.$$

$$\Leftrightarrow 2 \cos x \cdot \cos 5x \cdot \cos 2x = 0.$$

Vậy $\cos^2 x + \cos^2 2x + \cos^2 3x + \cos^2 4x = 2 \Leftrightarrow \cos x \cdot \cos 2x \cdot \cos 5x = 0$.

Câu 33. Phương trình $\cos x = 0$ có bao nhiêu nghiệm thuộc nửa khoảng $(0; 2021\pi]$?

A. 2019.

B. 1009.

C. 2021.

D. 2020.

Lời giải

$$\text{Ta có } \cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi.$$

Do đó phương trình có 2 nghiệm trên nửa khoảng $(0; 2\pi]$.

Suy ra phương trình có 2020 nghiệm trên nửa khoảng $(0; 2020\pi]$.

Trên nửa khoảng $(2020\pi; 2021\pi]$ phương trình có thêm 1 nghiệm nữa.

Vậy phương trình $\cos x = 0$ có 2021 nghiệm thuộc nửa khoảng $(0; 2021\pi]$.

Câu 34. Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số chẵn?

A. $y = \sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) - \sin x$.

B. $y = \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) + \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$.

C. $y = 3\cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right) + 4\sin(\pi + 2x)$.

D. $y = \sqrt{\sin 2x} + \sqrt{\cos 2x}$.

Lời giải

Ta có $y = \sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) - \sin x = \sqrt{2} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \sin x + \frac{\sqrt{2}}{2} \cos x \right) - \sin x = \cos x$

Mà hàm số $y = \cos x$ là hàm số chẵn.

Suy ra hàm số chẵn.

Câu 35. Nếu gọi $x_1; x_2$ lần lượt là nghiệm dương nhỏ nhất và nghiệm âm lớn nhất của phương trình

$\sin^4 x + \cos^4 x = \frac{3 - \cos 6x}{4}$ thì ta có:

A. $x_1 \cdot x_2 = -\frac{3\pi^2}{20}$.

B. $x_1 \cdot x_2 = -\frac{3\pi^2}{100}$.

C. $x_1 \cdot x_2 = -\frac{\pi^2}{100}$.

D.

$x_1 \cdot x_2 = -\frac{\pi^2}{20}$.

Lời giải

$\sin^4 x + \cos^4 x = \frac{3 - \cos 6x}{4}$

$\Leftrightarrow 4(1 - 2\sin^2 x \cos^2 x) = 3 - \cos 6x$

$\Leftrightarrow 1 - 2\sin^2 2x = -\cos 6x$

$\Leftrightarrow \cos 4x = \cos 6x + \pi$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 6x + \pi = 4x + k2\pi \\ 6x + \pi = -4x + k2\pi \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{10} + \frac{k\pi}{5} \end{cases}$

Nghiệm dương nhỏ nhất là $x_1 = \frac{\pi}{10}$, nghiệm âm lớn nhất là $x_2 = -\frac{\pi}{10}$.

Vậy $x_1 \cdot x_2 = -\frac{\pi^2}{100}$.

Câu 36. Tìm tất cả các họ nghiệm của phương trình $\tan^2 x - \frac{4}{\cos x} + 5 = 0$

A. $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$. B. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$.

C. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

D. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Lời giải

ĐK: $\cos x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$

$$\tan^2 x - \frac{4}{\cos x} + 5 = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{\cos^2 x} - 1 - \frac{4}{\cos x} + 5 = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{1}{\cos x} - 2 \right)^2 = 0 \Leftrightarrow \cos x = \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \text{ (Thỏa điều kiện).}$$

Câu 37. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{1 - \sin x}{\cos x - 1}$.

A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

B. $D = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

D. $D = \mathbb{R}$.

Lời giải

Hàm số xác định khi và chỉ khi $\cos x - 1 \neq 0 \Leftrightarrow \cos x \neq 1 \Leftrightarrow x \neq k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

Vậy tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

Câu 38. Tìm chu kỳ T của hàm số $y = \cos\left(\frac{x}{2} + 2020\right)$.

A. $T = \pi$.

B. $T = -2\pi$.

C. $T = 4\pi$.

D. $T = 2\pi$.

Lời giải

Lý thuyết : hàm số $y = \cos(ax + b)$ tuần hoàn với chu kỳ $T = \frac{2\pi}{|a|}$.

Áp dụng: Hàm số $y = \cos\left(\frac{x}{2} + 2020\right)$ tuần hoàn với chu kỳ $T = 4\pi$.

Câu 39. Phép đối xứng tâm $I(1;1)$ biến điểm $A(1;3)$ thành điểm nào sau đây?

A. $A'(-2;-1)$.

B. $A'(2;-1)$.

C. $A'(1;-2)$.

D. $A'(1;-1)$.

Lời giải

Gọi $A'(a;b)$ là ảnh của A qua phép đối xứng tâm $I(1;1)$.

Ta có $I(1;1)$ là trung điểm của AA' nên: $\begin{cases} \frac{a+1}{2} = 1 \\ \frac{b+3}{2} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -1 \end{cases}$

Câu 40. Số nghiệm của phương trình $\cos^2 x - \sin 2x = \sqrt{2} + \cos^2\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$ trên khoảng từ $(0; 3\pi)$ là.

A. 2.

B. 3.

C. 4. D. 1.

Lời giải

$$\text{Ta có } \cos^2 x - \sin 2x = \sqrt{2} + \cos^2\left(\frac{\pi}{2} + x\right) \Leftrightarrow$$

$$\cos^2 x - \sin 2x = \sqrt{2} + \sin^2 x \Leftrightarrow \cos 2x - \sin 2x = \sqrt{2}$$

$$\Leftrightarrow \cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = 1 \Leftrightarrow 2x + \frac{\pi}{4} = k2\pi \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{8} + k\pi; k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{Ta có: } x \in (0; 3\pi) \Leftrightarrow 0 < -\frac{\pi}{8} + k\pi < 3\pi \Leftrightarrow \frac{1}{8} < k < 3 + \frac{1}{8}$$

Vì $k \in \mathbb{Z}$ nên $k \in \{1; 2; 3\}$

Vậy phương trình có 3 nghiệm.

Câu 41. Trong mặt phẳng tọa độ Xét phép biến hình $F: M(x; y) \xrightarrow{F} M'\left(\frac{1}{2}x; my\right)$ Với giá trị nào của m thì F là phép dời hình?

A. $m = -2$ B. $m = 2$ C. $m = -1$ **D. Không tồn tại m** **Lời giải**

$$\text{Ta có: } M(x; y) \xrightarrow{F} M'\left(\frac{1}{2}x; my\right) \quad N(x_1; y_1) \xrightarrow{F} N'\left(\frac{1}{2}x_1; my_1\right)$$

$$MN = \sqrt{(x_1 - x)^2 + (y_1 - y)^2} \quad M'N' = \sqrt{\frac{1}{4}(x_1 - x)^2 + m^2(y_1 - y)^2}$$

$$\text{Để } F \text{ là phép dời hình thì } MN = M'N' \Leftrightarrow \sqrt{(x_1 - x)^2 + (y_1 - y)^2} = \sqrt{\frac{1}{4}(x_1 - x)^2 + m^2(y_1 - y)^2}$$

$$(x_1 - x)^2 + (y_1 - y)^2 = \frac{1}{4}(x_1 - x)^2 + m^2(y_1 - y)^2$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 1 = \frac{1}{4} \text{ (Vô lý)} \\ 1 = m^2 \end{cases}$$

vậy không tồn tại giá trị nào của m để F là phép dời hình

Bổ sung:

Chọn bộ số $M(0; 1); N(2; 2); P(0; 2)$ ta có: $M'(0; m); N'(1; 2m); P'(0; 2m)$

$$\text{Để } F \text{ là phép dời hình thì: } \begin{cases} MN = M'N' \\ MP = M'P' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{5} = \sqrt{m^2 + 1} \\ 1 = \sqrt{m^2 + 0} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 = 4 \\ m^2 = 1 \end{cases} \text{ (vô lý)}$$

Câu 42. Mệnh đề nào sau đây là sai?

A. Phép đối xứng trục biến một đường thẳng thành một đường thẳng song song với đường thẳng đã cho.

B. Phép đối xứng trục biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm thẳng hàng.

C. Phép đối xứng trục qua đường thẳng d biến các điểm trên d thành chính nó.

D. Phép đối xứng trục bảo toàn khoảng cách giữa hai điểm bất kì.

Lời giải

Theo tính chất của phép đối xứng trục đường thẳng d biến thành đường thẳng d' có thể song song, trùng hoặc cắt với đường thẳng d .

- Câu 43.** Hằng ngày mực nước của con kênh lên xuống theo thủy triều. Độ sâu h (mét) của mực nước trong kênh được tính tại thời điểm t (giờ) trong một ngày bởi công thức $h = 3\cos\left(\frac{\pi t}{8} + \frac{\pi}{4}\right) + 12$. Mực nước của kênh cao nhất khi
- A.** $t = 14$ (giờ). **B.** $t = 13$ (giờ). **C.** $t = 16$ (giờ). **D.** $t = 15$ (giờ).

Lời giải

Mực nước của kênh cao nhất khi độ sâu của mực nước trong kênh lớn nhất.

$$\text{Ta có } -1 \leq \cos\left(\frac{\pi t}{8} + \frac{\pi}{4}\right) \leq 1.$$

$$\Leftrightarrow 9 \leq 3\cos\left(\frac{\pi t}{8} + \frac{\pi}{4}\right) + 12 \leq 15.$$

$$\max h = 15 \text{ khi } \cos\left(\frac{\pi t}{8} + \frac{\pi}{4}\right) = 1 \Leftrightarrow t = -2 + 16k.$$

$$\text{Trong 1 ngày có 24 giờ nên } 0 \leq -2 + 16k \leq 24.$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{8} \leq k \leq \frac{26}{16}.$$

$$\text{Vì } k \in \mathbb{Z} \text{ nên } k = 1.$$

$$\text{Khi } k = 1 \Rightarrow t = 14 \text{ giờ.}$$

Câu 44. Khẳng định nào sai :

- A.** Phép quay tâm O biến O thành chính nó.
B. Phép quay biến một đường thẳng thành một đường thẳng song song.
C. Phép quay là một phép dời hình.
D. Phép quay là một phép dời hình biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm thẳng hàng.

Lời giải

Đáp án: B

Phép quay biến đường thẳng thành đường thẳng.

- Câu 45.** Tìm giá trị lớn nhất M của hàm số $y = \sqrt{1 + \frac{1}{2}\cos^2 x} + \frac{1}{2}\sqrt{5 + 2\sin^2 x}$

A. $M = \frac{\sqrt{7} + \sqrt{6}}{2}.$

B. $M = \frac{\sqrt{22}}{2}.$

C. $M = \frac{\sqrt{2}}{2}.$

D. $M = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{5}}{2}.$

Lời giải

$$\text{Ta có } y = \sqrt{1 + \frac{1}{2}\cos^2 x} + \frac{1}{2}\sqrt{5 + 2\sin^2 x} = \sqrt{1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1 + \cos 2x}{2}} + \frac{1}{2}\sqrt{5 + 2 \cdot \frac{1 - \cos 2x}{2}}$$

$$y = \frac{1}{2}\sqrt{5 + \cos 2x} + \frac{1}{2}\sqrt{6 - \cos 2x} = \frac{1}{2}(1 \cdot \sqrt{5 + \cos 2x} + 1 \cdot \sqrt{6 - \cos 2x}).$$

Áp dụng bất đẳng thức Bunhiacopxki ta có

$$y = \frac{1}{2} (1 \cdot \sqrt{5 + \cos 2x} + 1 \cdot \sqrt{6 - \cos 2x}) \leq \frac{1}{2} \cdot \sqrt{(1^2 + 1^2) \cdot (5 + \cos 2x + 6 - \cos 2x)} \leq \frac{\sqrt{22}}{2}.$$

Dấu “=” xảy ra khi $\frac{1}{\sqrt{5 + \cos 2x}} = \frac{1}{\sqrt{6 - \cos 2x}} \Leftrightarrow \cos 2x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{6} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

Câu 46. Tìm số nghiệm của phương trình $\sin(\cos 2x) = 0$ trên $[0; 2\pi]$

A. 1.

B. 3.

C. 4.

D. 2.

Lời giải

Ta có $\sin(\cos 2x) = 0 \Leftrightarrow \cos 2x = k\pi (k \in \mathbb{Z})$ mà $-1 \leq \cos 2x \leq 1 \forall x$ nên $\cos 2x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}.$

Mặt khác $x \in [0; 2\pi]$ nên ta có $0 \leq \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2} \leq 2\pi \Leftrightarrow \frac{-1}{2} \leq k \leq \frac{7}{2} \Rightarrow k \in \{0; 1; 2; 3\}.$

Vậy phương trình có 4 nghiệm.

Câu 47. Tập xác định của hàm số $y = \tan\left(3x + \frac{\pi}{4}\right)$

A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{12} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}.$

B. $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}.$

C. $D = \mathbb{R}.$

D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{3} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}.$

Lời giải

Hàm số xác định khi: $\cos\left(3x + \frac{\pi}{4}\right) \neq 0 \Leftrightarrow 3x + \frac{\pi}{4} \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$

Vậy tập xác định của hàm số là: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{3} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$

Câu 48. Biến đổi phương trình $\cos 3x - \sin x = \sqrt{3}(\cos x - \sin 3x)$ về dạng $\sin(ax + b) = \sin(cx + d)$ với b, d

thuộc khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$. Tính $b + d$

A. $b + d = -\frac{\pi}{3}.$

B. $b + d = \frac{\pi}{4}.$

C. $b + d = \frac{\pi}{12}.$

D. $b + d = \frac{\pi}{2}.$

Lời giải

Phương trình:

$$\cos 3x - \sin x = \sqrt{3}(\cos x - \sin 3x)$$

$$\Leftrightarrow \cos 3x + \sqrt{3} \sin 3x = \sin x + \sqrt{3} \cos x$$

$$\Leftrightarrow \sin\left(3x + \frac{\pi}{6}\right) = \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$$

Do đó $b = \frac{\pi}{6}, d = \frac{\pi}{3}$. Vậy $b + d = \frac{\pi}{2}$

Câu 49. Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy . Tìm ảnh của đường thẳng $b: 2x + y - 1 = 0$ qua phép đối xứng qua trục $a: x + y + 1 = 0$ ta được đường thẳng b' có phương trình: $x + ny + p = 0$. Hỏi $n + p$ bằng bao nhiêu?
A. 6. **B. 8.** **C. 9.** **D. 7.**

Lời giải

Giao điểm của hai đường thẳng a và b là nghiệm của hệ phương trình:
$$\begin{cases} 2x + y - 1 = 0 \\ x + y + 1 = 0 \end{cases}$$

Giải hệ trên ta tìm được giao điểm là $A(2; -3)$.

Lấy $M(0; 1) \in b$. Ta tìm ảnh của M qua phép đối xứng qua đường thẳng a :

Phương trình đường thẳng Δ qua M và vuông góc với đường thẳng a là: $x - y + 1 = 0$

Toạ độ hình chiếu H của M lên đường thẳng a là nghiệm hệ phương trình
$$\begin{cases} x - y + 1 = 0 \\ x + y + 1 = 0 \end{cases}$$

Giải hệ trên ta tìm được $H(-1; 0)$

Gọi M' ảnh của M qua phép đối xứng qua đường thẳng a .

Suy ra H là trung điểm của đoạn thẳng MM' . Suy ra $M'(-2; -1)$

Ta có b' là ảnh của b qua phép đối xứng trục a . Suy ra b' qua $M'(-2; -1)$ và $A(2; -3)$

Phương trình đường thẳng $b': x + 2y + 4 = 0$

Vậy $\begin{cases} n = 2 \\ p = 4 \end{cases}$. Suy ra $n + p = 6$

Câu 50. Phương trình $\tan x = \cot x$ có tất cả các nghiệm là:

A. $x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} (k \in \mathbb{Z})$

B. $x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{4} (k \in \mathbb{Z})$

C. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$

D. $x = \pm \frac{\pi}{4} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$

Lời giải

Phương trình có điều kiện là: $x \neq k\frac{\pi}{2} (k \in \mathbb{Z})$
 $\tan x = \cot x$

$$\Leftrightarrow \tan x = \tan\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$$

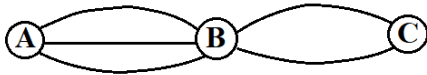
$$\Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} - x + k\pi$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} (k \in \mathbb{Z})$$

So điều kiện ta có nghiệm phương trình là: $x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} (k \in \mathbb{Z})$

ĐỀ 15
ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA KÌ I**Môn: TOÁN, Lớp 10***Thời gian làm bài: 90 phút, không tính thời gian phát đề*

- Câu 1.** Nghiệm của phương trình $2\cos x - \sqrt{3} = 0$ là
- A. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$. B. $x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$.
- C. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$. D. $x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$.
- Câu 2.** Hàm số nào đồng biến trên khoảng $\left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right)$
- A. $y = \sin x$. B. $y = \cos x$. C. $y = \tan x$. D. $y = \cot x$.
- Câu 3.** Trong các phương trình sau, phương trình nào có nghiệm?
- A. $\sin x = -2$. B. $\cos x = 2$.
- C. $\sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = 1$. D. $\sin 2x = \frac{\sqrt{5}}{2}$.
- Câu 4.** Một tổ có 5 học sinh nữ và 6 học sinh nam. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ngẫu nhiên một học sinh của tổ đó đi trực nhật.
- A. 11. B. 30. C. 10. D. 20.
- Câu 5.** Mệnh đề nào sau đây **sai**?
- A. Phép đồng dạng là phép dời hình.
B. Phép dời hình là phép đồng dạng với tỉ số $k=1$.
C. Phép vị tự với tỉ số vị tự khác 1 và -1 không phải là phép dời hình.
D. Phép vị tự tỉ số k là phép đồng dạng tỉ số $|k|$.
- Câu 6.** Các tỉnh A, B, C được nối với nhau bởi các con đường như hình vẽ. Hỏi có tất cả bao nhiêu cách để đi từ tỉnh A đến tỉnh C mà chỉ qua tỉnh B chỉ một lần?
- 
- A. 5. B. 6. C. 7. D. 8.
- Câu 7.** Hình gồm hai đường tròn có tâm khác nhau và bán kính khác nhau có bao nhiêu trục đối xứng?
- A. Một. B. Hai. C. Vô số. D. Không có.
- Câu 8.** Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau.
- A. $C_n^0 + C_n^1 + \dots + C_n^n = C_n^{n+1}, \forall n \in \mathbb{N}^*$.
B. $n! = n.(n-1).....2.1, \forall n \in \mathbb{N}^*$.
C. $C_n^k = \frac{A_n^k}{k-1}, \forall k, n \in \mathbb{N}^*, 1 < k \leq n$.
D. $A_n^{n-k} + A_n^{n-k-1} = A_n^{n-k+1}, \forall k, n \in \mathbb{N}^*: 1 < k \leq n$.
- Câu 9.** Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm hai chữ số khác nhau?
- A. 8^2 . B. 2^8 . C. C_8^2 . D. A_8^2 .
- Câu 10.** Hàm số nào là hàm số chẵn trong các hàm số sau?
- A. $y = \sin x \cdot \cos x$. B. $y = \tan x$. C. $y = \cot x$. D. $y = \sin^2 x \cdot \cos x$.
- Câu 11.** Phương trình $\tan x = \tan \varphi, (\varphi \in \mathbb{R})$ có nghiệm là:
- A. $x = \varphi + k2\pi; x = \pi - \varphi + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$. B. $x = \varphi + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

C. $x = \varphi + k2\pi; x = -\varphi + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

D. $x = \varphi + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 12. Cho phương trình $2\sin^2 x + 3\sin x - 1 = 0$. Nếu đặt $\sin x = t, t \in [-1; 1]$ ta được phương trình nào dưới đây

A. $7t - 1 = 0$.

B. $5t - 1 = 0$.

C. $2t^2 + 3t - 1 = 0$.

D. $4t^2 + 3t - 1 = 0$.

Câu 13. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **Sai**?

A. Phép tịnh tiến biến một đường tròn thành một đường tròn có cùng chu vi.

B. Phép tịnh tiến biến một đường thẳng thành một đường thẳng song song với nó.

C. Phép tịnh tiến biến một tam giác thành một tam giác đồng dạng với nó.

D. Phép tịnh tiến biến một đoạn thẳng thành một đoạn thẳng bằng nó.

Câu 14. Phép tịnh tiến theo một véc-tơ là phép dời hình có tỉ số là?

A. 3.

B. -1.

C. 2.

D. 1.

Câu 15. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $m\cos x + 5\sin x = m + 1$ có nghiệm.

A. $m \leq 3$.

B. $m \leq 12$.

C. $m \leq 6$.

D. $m \leq 24$.

Câu 16. Khai triển biểu thức $(x - 2y)^6$ thành tổng của các đơn thức ta được kết quả là

A. $x^6 - 2x^5y + 2x^4y^2 - 2x^3y^3 + 2x^2y^4 - 2xy^5 + 2y^6$.

B. $x^6 + 12x^5y + 60x^4y^2 + 160x^3y^3 + 240x^2y^4 + 192xy^5 + 64y^6$.

C. $x^6 - 12x^5y + 60x^4y^2 - 160x^3y^3 + 240x^2y^4 - 192xy^5 + 64y^6$.

D. $x^6 + 2x^5y + 2x^4y^2 + 2x^3y^3 + 2x^2y^4 + 2xy^5 + 2y^6$.

Câu 17. Gieo đồng thời hai con súc sắc cân đối và đồng chất. Gọi B là biến cố "Số chấm trên hai mặt xuất hiện là như nhau", ta có $n(B)$ bằng

A. 9.

B. 24.

C. 6.

D. 12.

Câu 18. Lớp 11A1 của trường THPT Long Thành sử dụng ổ khóa số. Theo quy ước mọi thành viên trong lớp đều biết mật khẩu mở khóa. Giả sử trong một ngày bạn tên X đến sớm, bạn X mở khóa rồi mở cửa chính ra bằng cách kéo tay cầm ra phía ngoài. Hỏi khi thực hiện hành động này, bạn X đã thực hiện phép dời hình nào đối với các điểm thuộc cánh cửa?

A. Phép tịnh tiến.

B. Phép đối xứng tâm.

C. Phép đối xứng trục.

D. Phép quay.

Câu 19. Cho tập hợp A gồm có 9 phần tử. Số tập con gồm có 4 phần tử của tập hợp A là

A. C_9^4 .

B. 4×9 .

C. A_9^4 .

D. P_4 .

Câu 20. Phép biến hình nào sau đây **không phải** là phép dời hình?

A. Phép tịnh tiến.

B. Phép đối xứng tâm.

C. Phép đối xứng trục.

D. Phép vị tự.

Câu 21. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy, cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 + 2x - 4y - 4 = 0$. Ảnh của đường tròn (C) qua phép vị tự tâm O tỉ số $k = -2$ có phương trình là

A. $(x - 2)^2 + (y + 4)^2 = 9$.

B. $(x + 2)^2 + (y - 4)^2 = 36$.

C. $(x - 2)^2 + (y + 4)^2 = 36$.

D. $(x - 2)^2 + (y - 4)^2 = 36$.

Câu 22. Nghiệm của phương trình $\frac{2\sin^2 x - 3\sin x + 1}{3\tan x - \sqrt{3}} = 0$ là

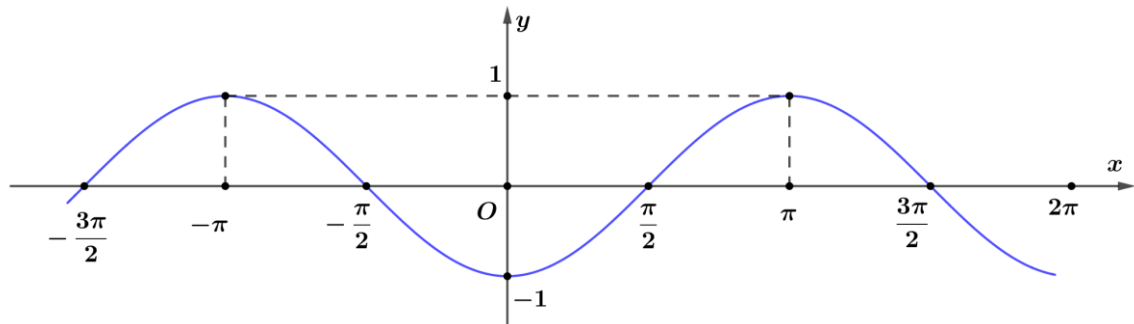
A. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$.

B. $x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

C.
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

D.
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 23. Đường cong trong hình dưới đây là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D.



Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

A. $y = -\cos x$. B. $y = -|\cos x|$. C. $y = |\cos x|$. D. $y = \cos x$.

Câu 24. Một nhóm học sinh có 9 em, xếp thành 1 hàng ngang. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp?

A. 362880. B. 1014. C. 630. D. 1524096.

Câu 25. Cho số tự nhiên n thỏa mãn $3C_{n+1}^3 - 3A_n^2 = 52(n-1)$. Hỏi n gần với giá trị nào nhất:

A. 9. B. 11. C. 12. D. 10.

Câu 26. Phương trình $\tan 3x = \tan x$ có nghiệm là

A. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$. B. $x = k\pi$. C. $x = k2\pi$. D. $x = k\frac{\pi}{2}$.

Câu 27. Phương trình $\cos x = \frac{1}{3}$ có bao nhiêu nghiệm trong đoạn $[0; 3\pi]$?

A. 2. B. 4. C. 6. D. 3.

Câu 28. Số hạng không chứa x trong khai triển $\left(\sqrt[3]{x} + \frac{1}{x}\right)^{16}$ (Điều kiện: $x \neq 0$) là

A. 2810. B. 2180. C. 1820. D. 1280.

Câu 29. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, phép quay tâm O, góc quay 90° biến đường tròn (C): $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 3 = 0$ thành đường tròn (C') có phương trình nào sau đây?

A. (C'): $(x+2)^2 + (y-3)^2 = 16$. B. (C'): $(x-2)^2 + (y-3)^2 = 16$.

C. (C'): $(x-3)^2 + (y-2)^2 = 16$. D. (C'): $(x+3)^2 + (y+2)^2 = 16$.

Câu 30. Phương trình lượng giác $2\cos x + \sqrt{2} = 0$ có tất cả họ nghiệm là

A.
$$\begin{cases} x = \frac{5\pi}{4} + k2\pi \\ x = -\frac{5\pi}{4} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

B.
$$\begin{cases} x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi \\ x = -\frac{3\pi}{4} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

C.
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

D.
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

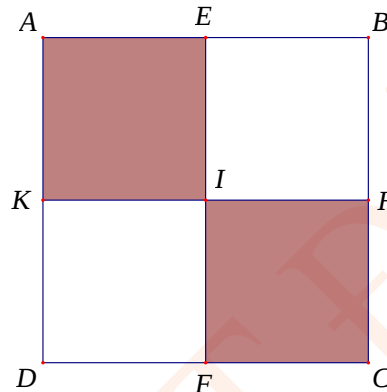
Câu 31. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, phép tịnh tiến theo vector $\vec{v} = (1; 3)$ biến điểm A(1; 2) thành điểm A'(a; b). Tính $T = 2a + 3b$.

- Câu 32.** Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu chữ số tự nhiên bé hơn 100 ?
A. 62. **B.** 54. **C.** 42. **D.** 36.

Câu 33. Tập nghiệm của phương trình $\sqrt{3} \sin x + \cos x = 0$ là

- A.** $x = \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. **B.** $x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.
C. $x = -\frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. **D.** $x = -\frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 34. Cho hình vuông $ABCD$. Gọi E, F, H, I, K theo thứ tự là trung điểm của các cạnh AB, CD, BC, EF, AD . Hãy tìm phép dời hình biến tam giác FCH thành tam giác AKI .



- A.** Phép dời hình có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép quay tâm H góc quay -90° và phép tịnh tiến theo vector $\vec{EA}$.
B. Phép quay tâm I , góc quay -90° .
C. Phép tịnh tiến theo vector $\vec{HI}$.
D. Phép dời hình có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép tịnh tiến theo vector $\vec{HI}$ và phép quay tâm I góc quay -90° .

Câu 35. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , phép tịnh tiến biến đường thẳng $d: x + y + 1 = 0$ thành đường thẳng $d': x + y - 1 = 0$ theo vector cùng phương với vector $\vec{i}$. Đó là phép tịnh tiến theo vector

- A.** $\vec{v} = (2; 0)$. **B.** $\vec{v} = (0; 2)$. **C.** $\vec{v} = (0; -2)$. **D.** $\vec{v} = (-2; 0)$.

Câu 36. Có bao nhiêu số nguyên m sao cho hàm số $y = \sqrt{m \sin x + 3}$ có tập xác định là $\mathbb{R}$?

- A.** 7. **B.** 6. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 37. Gọi S là tổng các nghiệm của phương trình $\frac{\sin x}{\cos x + 1} = 0$ trên đoạn $[0; 2017\pi]$. Tính S .

- A.** $S = 1017072\pi$. **B.** $S = 200200\pi$. **C.** $S = 2035153\pi$. **D.** $S = 1001000\pi$.

Câu 38. Cho hai đường thẳng song song d và d' . Trên đường thẳng d ta lấy 12 điểm phân biệt và trên đường thẳng d' ta lấy n điểm phân biệt ($n \geq 2$). Biết rằng có tất cả 1026 tam giác có 3 đỉnh là các điểm đã cho ở trên thì giá trị n bằng

- A.** 9. **B.** 11. **C.** 10. **D.** 12.

Câu 40. Với $n \in \mathbb{N}, n \geq 2$ và thỏa mãn $\frac{1}{C_2^2} + \frac{1}{C_3^2} + \frac{1}{C_4^2} + \dots + \frac{1}{C_n^2} = \frac{9}{5}$. Tính giá trị của biểu thức $P = \frac{C_n^5 + C_{n+2}^3}{(n-4)!}$.

- A.** $\frac{61}{90}$. **B.** $\frac{59}{90}$. **C.** $\frac{29}{45}$. **D.** $\frac{53}{90}$.

Câu 41. Tìm giá trị lớn nhất M và nhỏ nhất m của hàm số $y = \sin^2 x + 2 \cos^2 x$.

- A.** $M = 3, m = 0$. **B.** $M = 2, m = 1$. **C.** $M = 2, m = 0$. **D.** $M = 3, m = 1$.

- Câu 42.** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho đường thẳng $d: x - 2y + 1 = 0$, phép vị tự tâm $I(0;1)$ tỉ số $k = -2$ biến đường thẳng d thành đường thẳng d' , phép đối xứng trục Ox biến đường thẳng d' thành đường thẳng d_1 . Khi đó, phép đồng dạng biến đường thẳng d thành đường thẳng d_1 có phương trình là
A. $x + 2y + 8 = 0$. **B.** $2x - y + 4 = 0$. **C.** $x + 2y + 4 = 0$. **D.** $x + 2y - 4 = 0$.
- Câu 43.** Biểu diễn tập nghiệm của phương trình $\cos x + \cos 2x + \cos 3x = 0$ trên đường tròn lượng giác ta được số điểm cuối là
A. 6. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 2.
- Câu 44.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v} = (-3;1)$ biến parabol $(P): y = -x^2 + 1$ thành parabol $(P'): y = ax^2 + bx + c$. Tính $M = b + c - a$.
A. $M = -1$. **B.** $M = 2$. **C.** $M = 11$. **D.** $m = -12$.
- Câu 45.** Phương trình $(\sin x - 1)(\cos^2 x - \cos x + m) = 0$ có đúng 5 nghiệm thuộc $[0; 2\pi]$ khi và chỉ khi $m \in (a; b)$. Khi đó tổng $a + b$ là số nào?
A. $\frac{1}{4}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $-\frac{1}{4}$. **D.** $-\frac{1}{2}$.
- Câu 46.** Cho đường thẳng d có phương trình $x + y - 2 = 0$. Phép hợp thành của phép đối xứng tâm O và phép tịnh tiến theo $\vec{v} = (3; 2)$ biến d thành đường thẳng nào sau đây?
A. $3x + 3y - 2 = 0$. **B.** $2x + y + 2 = 0$. **C.** $x + y - 3 = 0$. **D.** $x + y - 4 = 0$.
- Câu 47.** Tính tổng $S = C_{2020}^0 \cdot C_{2020}^1 + C_{2020}^1 \cdot C_{2020}^2 + C_{2020}^2 \cdot C_{2020}^3 + \dots + C_{2020}^{2019} \cdot C_{2020}^{2020}$.
A. $S = C_{4039}^{2019}$. **B.** $S = C_{4040}^{2019}$. **C.** $S = C_{4040}^{2020}$. **D.** $S = C_{4039}^{2020}$.
- Câu 48.** Số tập con có ba phần tử của tập $\{2^1; 2^2; \dots; 2^{2020}\}$ sao cho ba phần tử đó có thể xếp thành một cấp số nhân tăng bằng
A. 1017072. **B.** 1018081. **C.** 2039190. **D.** 1019090.
- Câu 49.** Phương trình $\cos 3x - \cos 2x + m \cos x - 1 = 0$ (m là tham số) có đúng 8 nghiệm phân biệt thuộc khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; 2\pi\right)$ khi và chỉ khi $m \in \left(a; \frac{b}{c}\right)$, với $a, b, c \in \mathbb{Z}^+$, $\frac{b}{c}$ là số tối giản. Tính tổng $S = a + b + c$.
A. $S = 17$. **B.** $S = 20$. **C.** $S = 23$. **D.** $S = 16$.
- Câu 50.** Số nghiệm của phương trình $4\sin^4 x + 2\cos 2x + \frac{1}{2}\sin 4x = \frac{3}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}\sin x$ trên $[-10\pi; 10\pi]$ là
A. 84. **B.** 80. **C.** 78. **D.** 82.

ĐỀ 15
ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

HDG ĐỀ KIỂM TRA GIỮA KÌ I**Môn: TOÁN, Lớp 10***Thời gian làm bài: 90 phút, không tính thời gian phát đề***Câu 1.** Nghiệm của phương trình $2\cos x - \sqrt{3} = 0$ là

A. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$.

B. $x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$.

C. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$.

D. $x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$.

Lời giải**Chọn B**

Ta có $2\cos x - \sqrt{3} = 0 \Leftrightarrow \cos x = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \cos x = \cos \frac{\pi}{6} \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 2. Hàm số nào đồng biến trên khoảng $\left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right)$

A. $y = \sin x$.

B. $y = \cos x$.

C. $y = \tan x$.

D. $y = \cot x$.

Lời giải**Chọn C**

Ta có:

Hàm số $y = \sin x$ nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right)$.Hàm số $y = \cos x$ đồng biến trên khoảng $\left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$ và nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$.Hàm số $y = \tan x$ đồng biến trên khoảng $\left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right)$.Hàm số $y = \cot x$ nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$ và $\left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$.**Câu 3.** Trong các phương trình sau, phương trình nào có nghiệm?

A. $\sin x = -2$.

B. $\cos x = 2$.

C. $\sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = 1$.

D. $\sin 2x = \frac{\sqrt{5}}{2}$.

Lời giải**Chọn C**Các dạng phương trình lượng giác cơ bản $\sin u = a$, $\cos u = a$ có nghiệm khi và chỉ khi $|a| \leq 1$.**Câu 4.** Một tổ có 5 học sinh nữ và 6 học sinh nam. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ngẫu nhiên một học sinh của tổ đó đi trực nhật.

A. 11.

B. 30.

C. 10.

D. 20.

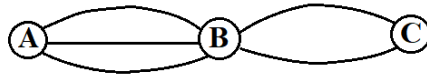
Lời giải**Chọn A**

Chọn ngẫu nhiên một học sinh từ 11 học sinh, ta có 11 cách chọn.

Câu 5. Mệnh đề nào sau đây **sai**?**A.** Phép đồng dạng là phép dời hình.**B.** Phép dời hình là phép đồng dạng với tỉ số $k=1$.**C.** Phép vị tự với tỉ số vị tự khác 1 và -1 không phải là phép dời hình.**D.** Phép vị tự tỉ số k là phép đồng dạng tỉ số $|k|$.**Lời giải****Chọn A**

Giả sử phép đồng dạng với tỉ số $k \neq 1$ khi đó qua phép đồng dạng biến 2 điểm M, N thành 2 điểm M', N' : $M'N' = k.MN \Rightarrow M'N' \neq 1.MN$, nên khi đó không phép đồng dạng không phải phép dời hình.

- Câu 6.** Các tỉnh A, B, C được nối với nhau bởi các con đường như hình vẽ. Hỏi có tất cả bao nhiêu cách để đi từ tỉnh A đến tỉnh C mà chỉ qua tỉnh B chỉ một lần?



A. 5. B. 6.

C. 7.

D. 8.

Lời giải

Chọn B

Để đi từ tỉnh A đến tỉnh B có 3 cách

Để đi từ tỉnh B đến tỉnh C có 2 cách

Theo quy tắc nhân: Để đi từ tỉnh A đến C có: $3 \times 2 = 6$ (cách)

- Câu 7.** Hình gồm hai đường tròn có tâm khác nhau và bán kính khác nhau có bao nhiêu trục đối xứng?

A. Một.

B. Hai.

C. Vô số.

D. Không có.

Lời giải

Chọn A

Hình gồm hai đường tròn có tâm khác nhau và bán kính khác nhau có một trục đối xứng, đó chính là đường nối tâm của hai đường trong đã cho.

- Câu 8.** Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau.

A. $C_n^0 + C_n^1 + \dots + C_n^n = C_n^{n+1}, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

B. $n! = n.(n-1).....2.1, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

C. $C_n^k = \frac{A_n^k}{k-1}, \forall k, n \in \mathbb{N}^*, 1 < k \leq n$.

D. $A_n^{n-k} + A_n^{n-k-1} = A_n^{n-k+1}, \forall k, n \in \mathbb{N}^*: 1 < k \leq n$.

Lời giải

Chọn B

Công thức tính số các hoán vị của n phần tử: $n! = n.(n-1).....2.1, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

- Câu 9.** Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm hai chữ số khác nhau?

A. 8^2 .

B. 2^8 .

C. C_8^2 .

D. A_8^2 .

Lời giải

Chọn D

Số số tự nhiên gồm hai chữ số khác nhau lập được từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 là số cách chọn 2 chữ số khác nhau từ 8 số khác nhau có thứ tự.

Vậy có A_8^2 số.

- Câu 10.** Hàm số nào là hàm số chẵn trong các hàm số sau?

A. $y = \sin x \cdot \cos x$.

B. $y = \tan x$.

C. $y = \cot x$.

D. $y = \sin^2 x \cdot \cos x$.

Lời giải

Chọn D

Hàm số $y = \sin^2 x \cdot \cos x$ thỏa mãn tính chất của hàm số chẵn:

$$y(-x) = \sin^2(-x) \cdot \cos(-x) = \sin^2 x \cdot \cos x = y(x), \forall x \in \mathbb{R}.$$

- Câu 11.** Phương trình $\tan x = \tan \varphi, (\varphi \in \mathbb{R})$ có nghiệm là:

A. $x = \varphi + k2\pi; x = \pi - \varphi + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

B. $x = \varphi + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

C. $x = \varphi + k2\pi; x = -\varphi + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

D. $x = \varphi + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Lời giải

Chọn B

Ta có : $\tan x = \tan \varphi \Leftrightarrow x = \varphi + k\pi \ (k \in \mathbb{Z}).$

- Câu 12.** Cho phương trình $2\sin^2 x + 3\sin x - 1 = 0$. Nếu đặt $\sin x = t, t \in [-1; 1]$ ta được phương trình nào dưới đây
- A.** $7t - 1 = 0.$ **B.** $5t - 1 = 0.$ **C.** $2t^2 + 3t - 1 = 0.$ **D.** $4t^2 + 3t - 1 = 0.$

Lời giải**Chọn C**

- Câu 13.** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **Sai**?
- A.** Phép tịnh tiến biến một đường tròn thành một đường tròn có cùng chu vi.
B. Phép tịnh tiến biến một đường thẳng thành một đường thẳng song song với nó.
C. Phép tịnh tiến biến một tam giác thành một tam giác đồng dạng với nó.
D. Phép tịnh tiến biến một đoạn thẳng thành một đoạn thẳng bằng nó.

Lời giải**Chọn B**

Mệnh đề A sai, khi véc tơ $\vec{u}$ cùng phương với đường thẳng d thì phép tịnh tiến theo $\vec{u}$ biến đường thẳng d thành chính nó.

- Câu 14.** Phép tịnh tiến theo một véc-tơ là phép dời hình có tỉ số là?
- A.** 3. **B.** -1. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải**Chọn D**

- Câu 15.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $m\cos x + 5\sin x = m + 1$ có nghiệm.
- A.** $m \leq 3.$ **B.** $m \leq 12.$ **C.** $m \leq 6.$ **D.** $m \leq 24.$

Lời giải**Chọn B**

Điều kiện có nghiệm của phương trình là: $m^2 + 5^2 \geq (m + 1)^2 \Leftrightarrow 2m \leq 24 \Leftrightarrow m \leq 12.$

- Câu 16.** Khai triển biểu thức $(x - 2y)^6$ thành tổng của các đơn thức ta được kết quả là

- A.** $x^6 - 2x^5y + 2x^4y^2 - 2x^3y^3 + 2x^2y^4 - 2xy^5 + 2y^6.$
B. $x^6 + 12x^5y + 60x^4y^2 + 160x^3y^3 + 240x^2y^4 + 192xy^5 + 64y^6.$
C. $x^6 - 12x^5y + 60x^4y^2 - 160x^3y^3 + 240x^2y^4 - 192xy^5 + 64y^6.$
D. $x^6 + 2x^5y + 2x^4y^2 + 2x^3y^3 + 2x^2y^4 + 2xy^5 + 2y^6.$

Lời giải**Chọn C**

Áp dụng công thức Nhị thức Niu-tơn ta có

$$(x - 2y)^6 = C_6^0 x^6 + C_6^1 x^5(-2y) + C_6^2 x^4(-2y)^2 + C_6^3 x^3(-2y)^3 + C_6^4 x^2(-2y)^4 + C_6^5 x(-2y)^5 + C_6^6 (-2y)^6 \\ = x^6 - 12x^5y + 60x^4y^2 - 160x^3y^3 + 240x^2y^4 - 192xy^5 + 64y^6.$$

- Câu 17.** Gieo đồng thời hai con súc sắc cân đối và đồng chất. Gọi B là biến cố "Số chấm trên hai mặt xuất hiện là như nhau", ta có $n(B)$ bằng

- A.** 9. **B.** 24. **C.** 6. **D.** 12.

Lời giải**Chọn C**

Theo bài ra B là biến cố "Số chấm trên hai mặt xuất hiện là như nhau".

Khi đó $B = \{(1;1);(2;2);(3;3);(4;4);(5;5);(6;6)\}.$

Dó đó $n(B) = 6.$

- Câu 18.** Lớp 11A1 của trường THPT Long Thành sử dụng ổ khóa số. Theo quy ước mọi thành viên trong lớp đều biết mật khẩu mở khóa. Giả sử trong một ngày bạn tên X đến sớm, bạn X mở khóa rồi mở

cửa chính ra bằng cách kéo tay cầm ra phía ngoài. Hỏi khi thực hiện hành động này, bạn X đã thực hiện phép dời hình nào đối với các điểm thuộc cánh cửa?

A. Phép tịnh tiến.

B. Phép đối xứng tâm.

C. Phép đối xứng trục.

D. Phép quay.

Lời giải

Chọn D

Câu 19. Cho tập hợp A gồm có 9 phần tử. Số tập con gồm có 4 phần tử của tập hợp A là

A. C_9^4 .

B. 4×9 .

C. A_9^4 .

D. P_4 .

Lời giải

Chọn A

Số tập con gồm có 4 phần tử của tập hợp A là C_9^4 .

Câu 20. Phép biến hình nào sau đây **không phải** là phép dời hình?

A. Phép tịnh tiến.

B. Phép đối xứng tâm.

C. Phép đối xứng trục.

D. Phép vị tự.

Lời giải

Chọn D

Câu 21. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 + 2x - 4y - 4 = 0$. Ảnh của đường tròn (C) qua phép vị tự tâm O tỉ số $k = -2$ có phương trình là

A. $(x-2)^2 + (y+4)^2 = 9$.

B. $(x+2)^2 + (y-4)^2 = 36$.

C. $(x-2)^2 + (y+4)^2 = 36$.

D. $(x-2)^2 + (y-4)^2 = 36$.

Lời giải

Chọn C

(C) có tâm $I(-1; 2)$ và bán kính $R = 3$

$V_O^{-2}: I \mapsto J \Rightarrow \overrightarrow{OJ} = -2\overrightarrow{OI} \Rightarrow J(2; -4)$.

(C') là ảnh của (C) qua V_O^{-2} sẽ có tâm $J(2; -4)$ và bán kính $R' = |-2|R = 6$

$(C'): (x-2)^2 + (y+4)^2 = 36$.

Câu 22. Nghiệm của phương trình $\frac{2\sin^2 x - 3\sin x + 1}{3\tan x - \sqrt{3}} = 0$ là

A. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$.

B. $x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

C. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$.

D. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$.

Lời giải

Chọn D

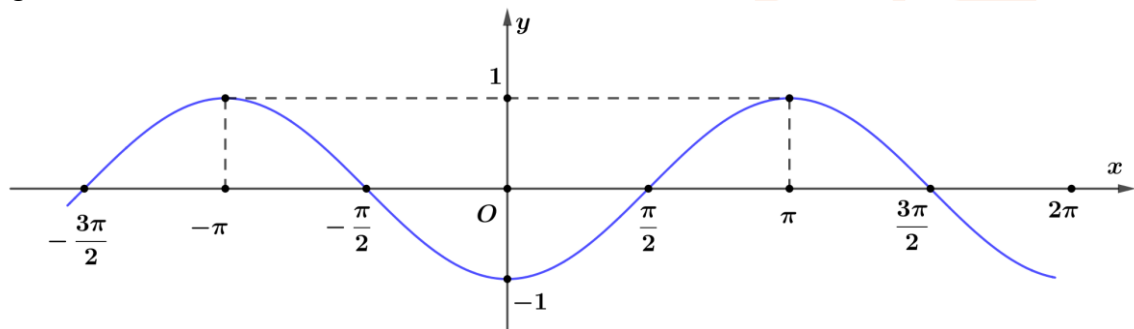
Điều kiện: $\tan x \neq \frac{\sqrt{3}}{3} \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{6} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Khi đó phương trình trở thành:

$$2\sin^2 x - 3\sin x + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 1 \\ \sin x = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

Kết hợp với điều kiện ta có họ nghiệm của phương trình là $\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

Câu 23. Đường cong trong hình dưới đây là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D.



Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

A. $y = -\cos x$.

B. $y = -|\cos x|$.

C. $y = |\cos x|$.

D. $y = \cos x$.

Lời giải

Chọn A

Đồ thị hàm số đi qua điểm $(0; -1)$, vậy hai phương án A, B bị loại.

Đồ thị hàm số có cả phần nằm phía trên trục hoành nên loại phương án D.

Câu 24. Một nhóm học sinh có 9 em, xếp thành 1 hàng ngang. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp?

A. 362880.

B. 1014.

C. 630.

D. 1524096.

Lời giải

Chọn A

Mỗi cách sắp xếp 9 em học sinh thành một hàng ngang là một hoán vị.

Vậy số cách sắp xếp 9 em học sinh thành một hàng ngang là $9! = 362880$.

Câu 25. Cho số tự nhiên n thỏa mãn $3C_{n+1}^3 - 3A_n^2 = 52(n-1)$. Hỏi n gần với giá trị nào nhất:

A. 9.

B. 11.

C. 12.

D. 10.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện $\begin{cases} n \geq 2 \\ n \in \mathbb{N} \end{cases}$.

$$\text{Ta có } 3C_{n+1}^3 - 3A_n^2 = 52(n-1) \Leftrightarrow 3 \frac{(n+1)!}{3!(n-2)!} - 3 \frac{n!}{(n-2)!} = 52(n-1)$$

$$\Leftrightarrow \frac{(n+1)n(n-1)}{2} - 3n(n-1) = 52(n-1) \Leftrightarrow (n+1)n - 6n = 104 \Leftrightarrow n^2 - 5n - 104 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} n = 13(t/m) \\ n = -8(\text{loại}) \end{cases}. \text{ Vậy } n = 13.$$

Câu 26. Phương trình $\tan 3x = \tan x$ có nghiệm là

A. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$.

B. $x = k\pi$.

C. $x = k2\pi$.

D. $x = k\frac{\pi}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $\begin{cases} \cos 3x \neq 0 \\ \cos x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{3} \quad (k \in \mathbb{Z}).$

Ta có: $\tan 3x = \tan x \Leftrightarrow 3x = x + k\pi \Leftrightarrow x = k\frac{\pi}{2}$.

Kết hợp với điều kiện ta được $x = k\pi \quad (k \in \mathbb{Z}).$

Câu 27. Phương trình $\cos x = \frac{1}{3}$ có bao nhiêu nghiệm trong đoạn $[0; 3\pi]$?

A. 2.

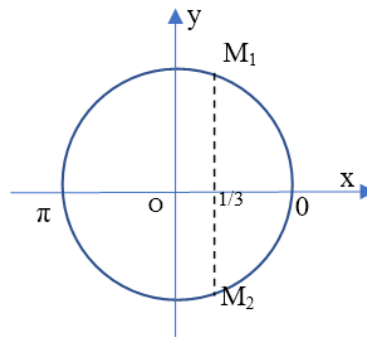
B. 4.

C. 6.

D. 3.

Lời giải

Chọn D



Biểu diễn họ nghiệm của phương trình $\cos x = \frac{1}{3}$ lên đường tròn lượng giác ta được hai điểm M_1, M_2 . Từ đó ta suy ra phương trình có 3 nghiệm trong đoạn $[0; 3\pi]$.

Câu 28. Số hạng không chứa x trong khai triển $\left(\sqrt[3]{x} + \frac{1}{x}\right)^{16}$ (Điều kiện: $x \neq 0$) là

A. 2810.

B. 2180.

C. 1820.

D. 1280.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\left(\sqrt[3]{x} + \frac{1}{x}\right)^{16} = \sum_{k=0}^{16} C_{16}^k \left(\sqrt[3]{x}\right)^{16-k} \left(\frac{1}{x}\right)^k = \sum_{k=0}^{16} C_{16}^k x^{\frac{16-k}{3}-k}.$

Theo bài ra, tìm số hạng không chứa x nên $\frac{16-k}{3} - k = 0 \Leftrightarrow k = 4.$

Vậy số hạng cần tìm là $C_{16}^4 = 1820.$

Câu 29. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, phép quay tâm O, góc quay 90° biến đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 4x + 6y - 3 = 0$ thành đường tròn (C') có phương trình nào sau đây?

A. $(C'): (x+2)^2 + (y-3)^2 = 16.$

B. $(C'): (x-2)^2 + (y-3)^2 = 16.$

C. $(C'): (x-3)^2 + (y-2)^2 = 16.$

D. $(C'): (x+3)^2 + (y+2)^2 = 16.$

Lời giải

Chọn C

$(C): x^2 + y^2 - 4x + 6y - 3 = 0$ có tâm $I(2; -3)$, bán kính $R = 4$

Phép quay tâm O , góc quay 90° biến đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 4x + 6y - 3 = 0$ thành đường tròn (C') có tâm $K(x; y)$ và bán kính $R' = R = 4$.

$$Q(O; 90^\circ)(I) = K \Rightarrow \begin{cases} x = -y_I \\ y = x_I \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases} \Rightarrow K(3; 2)$$

Vậy phương trình đường tròn $(C'): (x-3)^2 + (y-2)^2 = 16$.

Câu 30. Phương trình lượng giác $2\cos x + \sqrt{2} = 0$ có tất cả họ nghiệm là

A. $\begin{cases} x = \frac{5\pi}{4} + k2\pi \\ x = -\frac{5\pi}{4} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$

B. $\begin{cases} x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi \\ x = -\frac{3\pi}{4} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$

C. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$

D. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$

Lời giải

Chọn B

$$2\cos x + \sqrt{2} = 0 \Leftrightarrow \cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi \\ x = -\frac{3\pi}{4} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

Câu 31. Trong mặt phẳng toạ độ Oxy , phép tịnh tiến theo vector $\vec{v} = (1; 3)$ biến điểm $A(1; 2)$ thành điểm $A'(a; b)$. Tính $T = 2a + 3b$.

A. $T = 25$.

B. $T = -7$.

C. $T = -3$.

D. $T = 19$.

Lời giải

Chọn D

Phép tịnh tiến theo vector $\vec{v} = (1; 3)$ biến điểm $A(1; 2)$ thành $A'(a; b)$. nên $T_{\vec{v}}(A) = A'$.

$$\text{Khi đó } \begin{cases} a = 1 + 1 \\ b = 2 + 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 5 \end{cases}.$$

$$\text{Vậy } T = 2a + 3b = 2 \cdot 2 + 3 \cdot 5 = 19.$$

Câu 32. Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu chữ số tự nhiên bé hơn 100?

A. 62.

B. 54.

C. 42.

D. 36.

Lời giải

Chọn C

Các số bé hơn 100 chính là các số có một chữ số và hai chữ số được hình thành từ tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.

Từ tập A có thể lập được 6 số có một chữ số.

Gọi số có hai chữ số có dạng $\overline{ab}$ với $a, b \in A$.

Trong đó:

- a được chọn từ tập A (có 6 phần tử) nên có 6 cách chọn.
- b được chọn từ tập A (có 6 phần tử) nên có 6 cách chọn.

Như vậy, ta có $6 \times 6 = 36$ số có hai chữ số.

Vậy, từ A có thể lập được $36 + 6 = 42$ số tự nhiên bé hơn 100.

Câu 33. Tập nghiệm của phương trình $\sqrt{3}\sin x + \cos x = 0$ là

A. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

B. $x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

C. $x = -\frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

D. $x = -\frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Lời giải

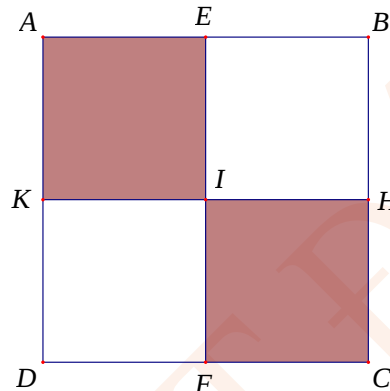
Chọn D

Ta có $\sqrt{3} \sin x + \cos x = 0 \Leftrightarrow \sqrt{3} \sin x = -\cos x.$

+ $\cos x = 0 \Rightarrow \sin x = 0$ (vô lý).

+ $\sqrt{3} \sin x = -\cos x \Leftrightarrow \tan x = -\frac{1}{\sqrt{3}} = \tan\left(-\frac{\pi}{6}\right) \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Câu 34. Cho hình vuông $ABCD$. Gọi E, F, H, I, K theo thứ tự là trung điểm của các cạnh AB, CD, BC, EF, AD . Hãy tìm phép dời hình biến tam giác FCH thành tam giác AKI .



A. Phép dời hình có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép quay tâm H góc quay -90° và phép tịnh tiến theo vector $\overrightarrow{EA}$.

B. Phép quay tâm I , góc quay -90° .

C. Phép tịnh tiến theo vector $\overrightarrow{HI}$.

D. Phép dời hình có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép tịnh tiến theo vector $\overrightarrow{HI}$ và phép quay tâm I góc quay -90° .

Lời giải

Chọn A

Thực hiện phép quay tâm H góc quay -90° ta được tam giác HIE .

Nếu tịnh tiến tam giác HIE theo vector $\overrightarrow{EA}$ ta được tam giác AKI .

Do đó, phép dời hình cần tìm là phép dời hình có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép quay tâm H góc quay -90° và phép tịnh tiến theo vector $\overrightarrow{EA}$.

Câu 35. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , phép tịnh tiến biến đường thẳng $d: x + y + 1 = 0$ thành đường thẳng $d': x + y - 1 = 0$ theo vector cùng phương với vector $\vec{i}$. Đó là phép tịnh tiến theo vector

A. $\vec{v} = (2; 0).$

B. $\vec{v} = (0; 2).$

C. $\vec{v} = (0; -2).$

D. $\vec{v} = (-2; 0).$

Lời giải

Chọn A

Gọi $\vec{v} = (a; b)$, ta có $T_{\vec{v}}(M) = M'(x'; y') \in d' \Rightarrow \begin{cases} x = x' - a \\ y = y' - b \end{cases}$.

Thế vào phương trình đường thẳng $d: x' + y' - a - b + 1 = 0$.

Từ giả thiết suy ra $-a - b + 1 = -1 \Leftrightarrow a + b = 2 \quad (1)$

Do $\vec{v}$ cùng phương với $\vec{i}$ nên tồn tại $k \in \mathbb{R}$ sao cho $\begin{cases} a = k \\ b = 0 \end{cases} \quad (2).$

Giải hệ (1) và (2) ta được $a = 2; b = 0$. Vậy $\vec{v} = (2; 0).$

Câu 36. Có bao nhiêu số nguyên m sao cho hàm số $y = \sqrt{m \sin x + 3}$ có tập xác định là $\mathbb{R}$?

A. 7.

B. 6.

C. 3.

D. 4.

Lời giải

Chọn A

Ta có $|m \sin x| = |m| \cdot |\sin x| \leq |m|$, $\forall x \in \mathbb{R}$ nên $-|m| + 3 \leq m \sin x + 3 \leq |m| + 3$, $\forall x \in \mathbb{R}$.

Do đó, hàm số $y = \sqrt{m \sin x + 3}$ có tập xác định là $\mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow -|m| + 3 \geq 0 \Leftrightarrow |m| \leq 3 \Leftrightarrow -3 \leq m \leq 3.$$

Mà $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{-3; -2; -1; 0; 1; 2; 3\}$.

Vậy ta có 7 giá trị nguyên của m thỏa mãn bài toán.

Câu 37. Gọi S là tổng các nghiệm của phương trình $\frac{\sin x}{\cos x + 1} = 0$ trên đoạn $[0; 2017\pi]$. Tính S .

A. $S = 1017072\pi$.B. $S = 200200\pi$.C. $S = 2035153\pi$.D. $S = 1001000\pi$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } \frac{\sin x}{\cos x + 1} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 0 \\ \cos x \neq -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = 1 \\ \cos x = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \cos x = 1 \Leftrightarrow x = k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

$$\text{Vì } x \in [0; 2017\pi] \text{ nên } 0 \leq k2\pi \leq 2017\pi \Leftrightarrow 0 \leq k \leq \frac{2017}{2}.$$

Mà $k \in \mathbb{Z}$ nên $k \in \{0; 1; 2; \dots; 1008\}$.

Suy ra $x \in \{0; 2\pi; 4\pi; \dots; 2016\pi\}$.

Vậy tổng các nghiệm của phương trình trên đoạn $[0; 2017\pi]$ là

$$S = 0 + 2\pi + 4\pi + \dots + 2016\pi = \frac{1009}{2}(0 + 2016\pi) = 1017072\pi.$$

Câu 38. Cho hai đường thẳng song song d và d' . Trên đường thẳng d ta lấy 12 điểm phân biệt và trên đường thẳng d' ta lấy n điểm phân biệt ($n \geq 2$). Biết rằng có tất cả 1026 tam giác có 3 đỉnh là các điểm đã cho ở trên thì giá trị n bằng

A. 9.

B. 11.

C. 10.

D. 12.

Lời giải

Chọn A

+TH1: tam giác có 2 đỉnh thuộc d , 1 đỉnh thuộc d' :

Chọn hai điểm trên d có $C_{12}^2 = 66$ cách.

Chọn một điểm trên d' có n cách.

Vậy số tam giác trong trường hợp này là $66n$ (tam giác).

+TH2: tam giác có 2 đỉnh thuộc d' , 1 đỉnh thuộc d . Tương tự có $C_n^2 \cdot 12$ (tam giác).

+ Theo bài ra ta có phương trình:

$$C_n^2 \cdot 12 + 66n = 1026 \Leftrightarrow 66n + 12 \cdot \frac{n!}{(n-2)! \cdot 2} = 1026$$

$$\Leftrightarrow 66n + 6n(n-1) = 1026 \Leftrightarrow n^2 + 10n - 171 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 9 \text{ (tm)} \\ n = -19 \text{ (L)} \end{cases}. \text{ Vậy } n = 9.$$

Trong mặt phẳng Oxy, cho đường tròn (C') : $x^2 + y^2 - 4x + 10y + 4 = 0$. Viết phương trình đường tròn (C) biết

(C') là ảnh của (C) qua phép quay với tâm quay là gốc tọa độ O và góc quay bằng 270° .

A. $(C): x^2 + y^2 + 10x + 4y + 4 = 0$.B. $(C): x^2 + y^2 + 10x - 4y + 4 = 0$.C. $(C): x^2 + y^2 - 10x + 4y + 4 = 0$.D. $(C): x^2 + y^2 - 10x - 4y + 4 = 0$.

Lời giải

Chọn D

Lời giải 1:

Đường tròn (C') có tâm $I'(2; -5)$, bán kính $R = \sqrt{2^2 + (-5)^2} - 4 = 5$.

Phép quay với góc quay 360° sẽ cho ảnh trùng với tạo ảnh. Vậy quay (C') với góc quay 90° thì ta được đường tròn (C) .

Gọi $I(a; b)$ là tâm của đường tròn (C) , điểm I' thuộc góc phần tư thứ IV nên khi quay với góc quay 90° thì $I(a; b)$ thuộc góc phần tư thứ I, suy ra: $a > 0, b > 0$.

Vậy chỉ có phương án

B. $I(5; 2)$

$$\text{Với } I(5; 2) \text{ thỏa mãn } \begin{cases} \overline{OI} \cdot \overline{OI'} = 0 \\ OI = \sqrt{29} = OI' \end{cases}$$

Lời giải 2:

Biểu thức tọa độ tổng quát của phép quay tâm $I(a; b)$ và góc quay α là:

$$Q_{(I; \alpha)}(M) = M' \Leftrightarrow \begin{cases} x_{M'} = (x_M - a) \cos \alpha - (y_M - b) \sin \alpha + a \\ y_{M'} = (x_M - a) \sin \alpha + (y_M - b) \cos \alpha + b \end{cases}$$

Áp dụng với phép quay tâm O và góc quay $\alpha = 270^\circ$ ta được:

$$Q_{(O; \alpha)}(M) = M' \Leftrightarrow \begin{cases} x_{M'} = x_M \cdot \cos \alpha - y_M \cdot \sin \alpha \\ y_{M'} = x_M \cdot \sin \alpha + y_M \cdot \cos \alpha \end{cases}$$

Đường tròn (C') có tâm $E'(2; -5)$ và bán kính $R' = \sqrt{2^2 + (-5)^2} - 4 = 5$.

Gọi E và R lần lượt là tâm và bán kính của đường tròn (C) với $Q_{(O; 270^\circ)}(C) = (C')$.

$$\text{Khi đó } Q_{(O; 270^\circ)}(E) = E' \Leftrightarrow \begin{cases} x_{E'} = x_E \cdot \cos 270^\circ - y_E \cdot \sin 270^\circ \\ y_{E'} = x_E \cdot \sin 270^\circ + y_E \cdot \cos 270^\circ \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_E \cdot 0 - y_E \cdot (-1) = 2 \\ x_E \cdot (-1) + y_E \cdot 0 = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y_E = 2 \\ x_E = 5 \end{cases} \text{ . Vậy } E(5; 2) \text{ và } R' = R = 5 \text{ .}$$

$$\text{Vậy } (C): (x-5)^2 + (y-2)^2 = 5^2 \Leftrightarrow (C): x^2 + y^2 - 10x - 4y + 4 = 0 \text{ .}$$

Câu 40. Với $n \in \mathbb{N}, n \geq 2$ và thỏa mãn $\frac{1}{C_2^2} + \frac{1}{C_3^2} + \frac{1}{C_4^2} + \dots + \frac{1}{C_n^2} = \frac{9}{5}$. Tính giá trị của biểu thức $P = \frac{C_n^5 + C_{n+2}^3}{(n-4)!}$.

A. $\frac{61}{90}$.

B. $\frac{59}{90}$.

C. $\frac{29}{45}$.

D. $\frac{53}{90}$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } \frac{1}{C_2^2} + \frac{1}{C_3^2} + \frac{1}{C_4^2} + \dots + \frac{1}{C_n^2} = \frac{9}{5} \Leftrightarrow \frac{0!2!}{2!} + \frac{1!2!}{3!} + \frac{2!2!}{4!} + \dots + \frac{(n-2)!2!}{n!} = \frac{9}{5}$$

$$\Leftrightarrow 2! \left(\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{(n-1)n} \right) = \frac{9}{5} \Leftrightarrow 2! \left(1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{n-1} - \frac{1}{n} \right) = \frac{9}{5}$$

$$\Leftrightarrow 2! \left(1 - \frac{1}{n} \right) = \frac{9}{5} \Leftrightarrow \frac{1}{n} = \frac{1}{10} \Leftrightarrow n = 10 \text{ .}$$

$$P = \frac{C_n^5 + C_{n+2}^3}{(n-4)!} = \frac{C_{10}^5 + C_{12}^3}{6!} = \frac{59}{90}$$

Câu 41. Tìm giá trị lớn nhất M và nhỏ nhất m của hàm số $y = \sin^2 x + 2\cos^2 x$.

A. $M = 3, m = 0$.

B. $M = 2, m = 1$.

C. $M = 2, m = 0$.

D. $M = 3, m = 1$.

Lời giải

Chọn B

$$y = \sin^2 x + 2\cos^2 x = (\sin^2 x + \cos^2 x) + \cos^2 x = 1 + \cos^2 x.$$

Với mọi $x \in \mathbb{R}$, ta có $0 \leq \cos^2 x \leq 1$

$$\Rightarrow 1 \leq 1 + \cos^2 x \leq 2 \Rightarrow 1 \leq y \leq 2.$$

Suy ra $M = 2, m = 1$.

Câu 42. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho đường thẳng $d: x - 2y + 1 = 0$, phép vị tự tâm $I(0;1)$ tỉ số $k = -2$ biến đường thẳng d thành đường thẳng d' , phép đối xứng trục Ox biến đường thẳng d' thành đường thẳng d_1 . Khi đó, phép đồng dạng biến đường thẳng d thành đường thẳng d_1 có phương trình là

A. $x + 2y + 8 = 0$.

B. $2x - y + 4 = 0$.

C. $x + 2y + 4 = 0$.

D. $x + 2y - 4 = 0$.

Lời giải

Chọn C

Lấy hai điểm $A(1;1)$ và $B(-1;0)$ thuộc đường thẳng $d: x - 2y + 1 = 0$.

Ta có $V_{(I;-2)}(A) = A' \Leftrightarrow \overline{IA'} = -2\overline{IM} \Rightarrow A'(-2;1); A_1 = D_{Ox}(A') \Rightarrow A_1(-2;-1)$.

Tương tự $V_{(I;-2)}(B) = B' \Leftrightarrow \overline{IB'} = -2\overline{IB} \Rightarrow B'(2;3); B_1 = D_{Ox}(B') \Rightarrow B_1(2;-3)$.

Đường thẳng d_1 đi qua hai điểm A_1 và B_1 nên có phương trình $x + 2y + 4 = 0$.

Câu 43. Biểu diễn tập nghiệm của phương trình $\cos x + \cos 2x + \cos 3x = 0$ trên đường tròn lượng giác ta được số điểm cuối là

A. 6.

B. 5.

C. 4. D. 2.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\cos x + \cos 2x + \cos 3x = 0 \Leftrightarrow (\cos 3x + \cos x) + \cos 2x = 0$

$$\Leftrightarrow 2\cos 2x \cdot \cos x + \cos 2x = 0 \Leftrightarrow \cos 2x(2\cos x + 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos 2x = 0 \\ \cos x = -\frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} \\ x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases}, (k \in \mathbb{Z})$$

Vậy biểu diễn tập nghiệm của phương trình $\cos x + \cos 2x + \cos 3x = 0$ trên đường tròn lượng giác ta được số điểm cuối là 6.

Câu 44. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v} = (-3;1)$ biến parabol $(P): y = -x^2 + 1$ thành parabol $(P'): y = ax^2 + bx + c$. Tính $M = b + c - a$.

A. $M = -1$.

B. $M = 2$.

C. $M = 11$.

D. $m = -12$.

Lời giải

Chọn D

$$T_{\vec{v}}(M(x;y)) = M'(x';y') \Leftrightarrow \begin{cases} x' = x - 3 \\ y' = y + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = x' + 3 \\ y = y' - 1 \end{cases}$$

Thay $\begin{cases} x = x' + 3 \\ y = y' - 1 \end{cases}$ vào (P) ta được: $y' - 1 = -(x' + 3)^2 + 1 \Leftrightarrow y' = -x'^2 - 6x' - 7$.

Do $T_v(P) = (P')$ nên $(P') : y = -x^2 - 6x - 7$. Vậy $\begin{cases} a = -1 \\ b = -6 \\ c = -7 \end{cases}$. Vậy $M = b + c - a = -12$.

Câu 45. Phương trình $(\sin x - 1)(\cos^2 x - \cos x + m) = 0$ có đúng 5 nghiệm thuộc $[0; 2\pi]$ khi và chỉ khi $m \in (a; b)$. Khi đó tổng $a + b$ là số nào?

A. $\frac{1}{4}$.

B. $\frac{1}{2}$.

C. $-\frac{1}{4}$.

D. $-\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $(\sin x - 1)(\cos^2 x - \cos x + m) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 1 & (1) \\ \cos^2 x - \cos x + m = 0 & (2) \end{cases}$.

+ Xét phương trình $\sin x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. Với $x \in [0; 2\pi]$ ta có nghiệm duy nhất

$\sin x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2}$. Để phương trình ban đầu có 5 nghiệm thì phương trình (2) phải có 4 nghiệm.

+ Xét phương trình $\cos^2 x - \cos x + m = 0$, đặt $\cos x = t, -1 \leq t \leq 1$, phương trình trở thành:

$$t^2 - t + m = 0 \quad (3)$$

+ Trường hợp 1: (3) có nghiệm t duy nhất hay $\Delta = 1^2 - 4m = 0 \Leftrightarrow m = \frac{1}{4}$ thay vào ta được $t = \frac{1}{2}$

hay $\cos x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \quad k \in \mathbb{Z}$. Với $x \in [0; 2\pi]$ thì ta thu được 2 nghiệm x , do đó ở trường

hợp này không thỏa mãn.

+ Trường hợp 2: (3) có 2 nghiệm phân biệt hay $\Delta = 1^2 - 4m > 0 \Leftrightarrow m < \frac{1}{4}$.

Do đó phương trình có 2 nghiệm $\begin{cases} t_1 = \frac{1 + \sqrt{1 - 4m}}{2} \\ t_2 = \frac{1 - \sqrt{1 - 4m}}{2} \end{cases}$. Để thỏa mãn $-1 < t_2 < t_1 < 1$ ta có:

$$\begin{cases} t_1 < 1 \\ t_2 > -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 + \sqrt{1 - 4m} < 2 \\ 1 - \sqrt{1 - 4m} > -2 \end{cases} \Leftrightarrow \sqrt{1 - 4m} \leq 1 \Leftrightarrow 1 - 4m \leq 1 \Leftrightarrow m \geq 0.$$

Kết hợp điều kiện ta được $m \in \left(0; \frac{1}{4}\right)$. Nên $a = 0; b = \frac{1}{4}$, do đó $a + b = \frac{1}{4}$.

Câu 46. Cho đường thẳng d có phương trình $x + y - 2 = 0$. Phép hợp thành của phép đối xứng tâm O và phép tịnh tiến theo $\vec{v} = (3; 2)$ biến d thành đường thẳng nào sau đây?

A. $3x + 3y - 2 = 0$.

B. $2x + y + 2 = 0$.

C. $x + y - 3 = 0$.

D. $x + y - 4 = 0$.

Lời giải.

Chọn C

Giả sử d' là ảnh của d qua phép hợp thành trên (do d' song song hoặc trùng với d)

$$\Rightarrow d' : x + y + c = 0.$$

Lấy $M(1; 1) \in d$.

Giả sử M' là ảnh của M qua phép đối xứng tâm $O \Rightarrow M'(-1; -1)$.

Giả sử $T_v(M') = N \Rightarrow N(2; 1)$.

Ta có $N \in d' \Rightarrow 1 + 1 + c = 0 \Rightarrow c = -3$.

Vậy phương trình $d': x + y - 3 = 0$.

Câu 47. Tính tổng $S = C_{2020}^0 \cdot C_{2020}^1 + C_{2020}^1 \cdot C_{2020}^2 + C_{2020}^2 \cdot C_{2020}^3 + \dots + C_{2020}^{2019} \cdot C_{2020}^{2020}$.

A. $S = C_{4039}^{2019}$.

B. $S = C_{4040}^{2019}$.

C. $S = C_{4040}^{2020}$.

D. $S = C_{4039}^{2020}$.

Lời giải

Chọn B

Xét $f(x) = (1+x)^{2020} \cdot (1+x)^{2020}$

$$f(x) = (1+x)^{2020} \cdot (1+x)^{2020}$$

$$= \sum_{k=0}^{2020} C_{2020}^k x^k \cdot \sum_{i=0}^{2020} C_{2020}^i x^i$$

$$= \sum_{k=0}^{2020} \left(\sum_{i=0}^{2020} C_{2020}^k C_{2020}^i x^{k+i} \right)$$

Số hạng trong khai triển $f(x)$ chứa x^{2019} khi $k+i=2019 \Leftrightarrow \begin{cases} k=0; i=2019 \\ k=1; i=2018 \\ \dots \\ k=2019; i=0 \end{cases}$

Nên hệ số của x^{2019} trong khai triển $f(x)$ là:

$$\begin{aligned} & C_{2020}^0 \cdot C_{2020}^{2019} + C_{2020}^1 \cdot C_{2020}^{2018} + C_{2020}^2 \cdot C_{2020}^{2017} + \dots + C_{2020}^{2019} \cdot C_{2020}^0 \\ &= C_{2020}^0 \cdot C_{2020}^1 + C_{2020}^1 \cdot C_{2020}^2 + C_{2020}^2 \cdot C_{2020}^3 + \dots + C_{2020}^{2019} \cdot C_{2020}^{2020} \\ &= S. \quad (1) \end{aligned}$$

Mặt khác $f(x) = (1+x)^{4040} = \sum_{m=0}^{4040} C_{4040}^m x^m$ nên hệ số của x^{2019} trong khai triển $f(x)$ là: C_{4040}^{2019} . (2)

Từ (1) và (2) suy ra: $S = C_{4040}^{2019}$.

Câu 48. Số tập con có ba phần tử của tập $\{2^1; 2^2; \dots; 2^{2020}\}$ sao cho ba phần tử đó có thể xếp thành một cấp số nhân tăng bằng

A. 1017072.

B. 1018081.

C. 2039190.

D. 1019090.

Lời giải

Chọn D

Nhận xét: $2^a; 2^b; 2^c$ theo thứ tự lập thành cấp số nhân tăng khi và chỉ khi

$$\begin{cases} 2^a \cdot 2^c = (2^b)^2 \\ a < b < c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+c=2b \\ a < b < c \end{cases}.$$

Do đó, số tập con thỏa đề bằng với số cách chọn 3 số $a < b < c$ thuộc $\{1; 2; 3; \dots; 2020\}$ thỏa $a+c=2b$.

Do $a+c$ chẵn nên a, c cùng chẵn hoặc cùng lẻ.

TH1: a, c cùng chẵn

Số cách chọn 3 số $a < b < c$ thuộc $\{1; 2; 3; \dots; 2020\}$ thỏa $a+c=2b$ bằng với số cách chọn hai số chẵn khác nhau thuộc $\{1; 2; 3; \dots; 2020\}$ là: C_{1010}^2 .

TH2: a, c cùng lẻ

Số cách chọn 3 số $a < b < c$ thuộc $\{1; 2; 3; \dots; 2020\}$ thỏa $a + c = 2b$ bằng với số cách chọn hai số lẻ khác nhau thuộc $\{1; 2; 3; \dots; 2020\}$ là: C_{1010}^2 .

Vậy số tập con thỏa đề là: $2C_{1010}^2 = 1019090$.

Câu 49. Phương trình $\cos 3x - \cos 2x + m \cos x - 1 = 0$ (m là tham số) có đúng 8 nghiệm phân biệt thuộc khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; 2\pi\right)$ khi và chỉ khi $m \in \left(a; \frac{b}{c}\right)$, với $a, b, c \in \mathbb{Z}^+$, $\frac{b}{c}$ là số tối giản. Tính tổng

$S = a + b + c$.

A. $S = 17$.

B. $S = 20$.

C. $S = 23$.

D. $S = 16$.

Lời giải

Chọn B

Phương trình đã cho tương đương với

$$4\cos^3 x - 3\cos x - 2\cos^2 x + m\cos x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = 0 & (1) \\ 4\cos^2 x - 2\cos x - 3 + m = 0 & (2) \end{cases}$$

Ta có:

$$(1) \Leftrightarrow \cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi. \text{ Có hai nghiệm } x = \frac{\pi}{2}, x = \frac{3\pi}{2} \text{ thuộc khoảng } \left(-\frac{\pi}{2}; 2\pi\right).$$

Xét phương trình (2). Đặt $t = \cos x$, ($|t| \leq 1$).

$$\text{Phương trình có dạng: } 4t^2 - 2t - 3 + m = 0 \Leftrightarrow -4t^2 + 2t + 3 = m \quad (*)$$

Để phương trình ban đầu có đúng 8 nghiệm phân biệt thuộc khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; 2\pi\right)$ thì phương trình (*)

phải có hai nghiệm phân biệt thuộc khoảng $(0; 1)$.

Xét hàm số $f(t) = -4t^2 + 2t + 3$, ta có bảng biến thiên

t	0	$\frac{1}{4}$	1
$f(t)$	3	$\frac{13}{4}$	1

Từ bảng biến thiên suy ra $m \in \left(3; \frac{13}{4}\right)$.

$$\text{Vậy } a = 3, b = 13, c = 4 \Rightarrow S = 3 + 13 + 4 = 20.$$

Câu 50. Số nghiệm của phương trình $4\sin^4 x + 2\cos 2x + \frac{1}{2}\sin 4x = \frac{3}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}\sin x$ trên $[-10\pi; 10\pi]$ là

A. 84.

B. 80.

C. 78.

D. 82.

Lời giải

Chọn B

Phương trình đã cho tương đương với

$$4\left(\frac{1 - \cos 2x}{2}\right)^2 + 2\cos 2x + \frac{1}{2}\sin 4x = \frac{3}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}\sin x$$

$$\Leftrightarrow 2\cos^2 2x - 1 + \sin 4x = \sqrt{2}\sin x$$

$$\Leftrightarrow \cos 4x + \sin 4x = \sqrt{2}\sin x$$

$$\Leftrightarrow \sin\left(4x + \frac{\pi}{4}\right) = \sin x \Leftrightarrow \begin{cases} 4x + \frac{\pi}{4} = x + 2k\pi \\ 4x + \frac{\pi}{4} = \pi - x + 2k\pi \end{cases}, (k \in \mathbb{Z})$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{12} + \frac{2k\pi}{3} \\ x = \frac{3\pi}{20} + \frac{2k\pi}{5} \end{cases}, (k \in \mathbb{Z}).$$

Giả sử tồn tại $k_1, k_2 \in \mathbb{Z}$ sao cho

$$-\frac{\pi}{12} + \frac{2k_1\pi}{3} = \frac{3\pi}{20} + \frac{2k_2\pi}{5} \Leftrightarrow -5 + 40k_1 = 9 + 24k_2 \Leftrightarrow 2(10k_1 - 6k_2) = 14 \text{ vô lý}$$

Vậy hai họ nghiệm trên không có nghiệm chung.

Với $x = -\frac{\pi}{12} + \frac{2k\pi}{3}$, ta có:

$$x \in [-10\pi; 10\pi] \Leftrightarrow -10\pi \leq -\frac{\pi}{12} + \frac{2k\pi}{3} \leq 10\pi \Leftrightarrow -\frac{119}{8} \leq k \leq \frac{121}{8} \Leftrightarrow -14 \leq k \leq 15$$

Suy ra họ nghiệm $x = -\frac{\pi}{12} + \frac{2k\pi}{3}$ cho 30 nghiệm thuộc đoạn $[-10\pi; 10\pi]$.

Với $x = \frac{3\pi}{20} + \frac{2k\pi}{5}$, ta có:

$$x \in [-10\pi; 10\pi] \Leftrightarrow -10\pi \leq \frac{3\pi}{20} + \frac{2k\pi}{5} \leq 10\pi \Leftrightarrow -\frac{203}{8} \leq k \leq \frac{197}{8} \Leftrightarrow -25 \leq k \leq 24$$

Suy ra họ nghiệm $x = \frac{3\pi}{20} + \frac{2k\pi}{5}$ cho 50 nghiệm thuộc đoạn $[-10\pi; 10\pi]$.

Vậy trên đoạn $[-10\pi; 10\pi]$ phương trình đã cho có 80 nghiệm.

----- HẾT -----

ĐỀ 16
ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA KÌ I**Môn: TOÁN, Lớp 10**

Thời gian làm bài: 90 phút, không tính thời gian phát đề

- Câu 1.** Trong mặt phẳng Oxy , cho phép tịnh tiến theo $\vec{u}(a;b)$ và phép tịnh tiến này biến điểm $M(x;y)$ thành điểm $M'(x';y')$. Khi đó khẳng định nào sau đây là **sai**?
- A. $\begin{cases} x' = x + a \\ y' = y + b \end{cases}$. B. $\overrightarrow{MM'} = (a;b)$. C. $\begin{cases} x = x' + a \\ y = y' + b \end{cases}$. D. $\overrightarrow{M'M} = -\vec{u}$.
- Câu 2.** Tìm tất cả các nghiệm của phương trình $\tan x = m$, ($m \in \mathbb{R}$).
- A. $x = \pm \arctan m + k\pi$, ($k \in \mathbb{Z}$). B. $x = \arctan m + k2\pi$, ($k \in \mathbb{Z}$).
C. $x = \arctan m + k\pi$, ($k \in \mathbb{Z}$). D. $x = \arctan m + k\pi$ hoặc $x = \pi - \arctan m + k\pi$, ($k \in \mathbb{Z}$).
- Câu 3.** Trong khai triển nhị thức $(x+2)^{n+6}$ với $n \in \mathbb{N}$ có tất cả 19 số hạng. Vậy n bằng
- A. 10. B. 19. C. 11. D. 12.
- Câu 4.** Chọn mệnh đề **sai**
- A. Phép quay góc quay 90° biến đường thẳng thành đường thẳng song song hoặc trùng với nó.
B. Phép quay góc quay 90° biến đường thẳng thành đường thẳng vuông góc.
C. Phép tịnh tiến biến đường tròn thành đường tròn có cùng bán kính.
D. Phép vị tự biến đường thẳng thành đường thẳng song song hoặc trùng với nó.
- Câu 5.** Một người vào cửa hàng ăn, người đó chọn thực đơn gồm một món ăn trong năm món, một loại quả tráng miệng trong năm loại quả tráng miệng và một nước uống trong ba loại nước uống. Có bao nhiêu cách chọn thực đơn?
- A. 15. B. 25. C. 75. D. 100.
- Câu 6.** Cho tập hợp A có 26 phần tử. Hỏi A có bao nhiêu tập con gồm 6 phần tử?
- A. 26. B. C_{26}^6 . C. A_{26}^6 . D. P_6 .
- Câu 7.** Chọn mệnh đề **sai**:
- A. Phép vị tự biến đường thẳng thành đường thẳng song song hoặc trùng với nó.
B. Phép quay góc quay 90° biến đường thẳng thành đường thẳng song song hoặc trùng với nó.
C. Phép quay góc quay 90° biến đường thẳng thành đường thẳng vuông góc với nó.
D. Phép tịnh tiến biến đường tròn thành đường tròn có cùng bán kính.
- Câu 8.** Nghiệm của phương trình $2\cos x + 1 = 0$ là
- A. $x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. B. $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$.
C. $x = \pm \frac{2\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. D. $\begin{cases} x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$.
- Câu 9.** Phương trình $2\sin x - 1 = 0$ có bao nhiêu nghiệm $x \in (0; 2\pi)$?
- A. 4 nghiệm. B. Vô số nghiệm. C. 2 nghiệm. D. 1 nghiệm.
- Câu 10.** Một túi đựng 6 viên bi trắng khác nhau và 5 viên bi xanh khác nhau. Lấy 4 viên bi từ túi đó. Hỏi có bao nhiêu cách lấy ra 4 viên bi mà có đủ hai màu.
- A. 310. B. 300. C. 330. D. 320.

- Câu 11.** Rút liên tiếp (không hoàn lại) 2 quân bài từ một bộ tứ lơ khơ gồm 52 quân. Số phần tử của không gian mẫu là
A. 1326. **B.** 103. **C.** 2652. **D.** 104.
- Câu 12.** Trong các hàm số sau, hàm số nào có đồ thị đối xứng qua gốc tọa độ?
A. $y = |\cot x|$. **B.** $y = \frac{\sin x + 1}{\cos x}$. **C.** $y = \tan^2 x$. **D.** $y = \cot 4x$.
- Câu 13.** Trong các phương trình sau, phương trình nào tương đương với phương trình $3\sin^2 x = \cos^2 x$?
A. $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\sin^2 x = \frac{3}{4}$. **C.** $\cot^2 x = 3$. **D.** $\sin x = \frac{1}{2}$.
- Câu 14.** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?
A. Hình thang có trục đối xứng. **B.** Hình thang cân có trục đối xứng.
C. Tam giác có trục đối xứng. **D.** Tứ giác có trục đối xứng.
- Câu 15.** Cho một hình chóp có đáy là một hình bát giác đều. Hỏi hình chóp có tất cả bao nhiêu mặt?
A. 7. **B.** 9. **C.** 10. **D.** 8.
- Câu 16.** Giả sử bạn muốn mua một áo sơ mi cỡ 39 hoặc cỡ 40. Áo cỡ 39 có 5 màu khác nhau, áo cỡ 40 có 4 màu khác nhau. Hỏi có bao nhiêu sự lựa chọn (về màu áo và cỡ áo)?
A. 9. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 1.
- Câu 17.** Trên khoảng nào sau đây thì hàm số $y = \cos x$ đồng biến?
A. $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$. **B.** $(-\pi; 0)$. **C.** $\left(-\frac{3\pi}{2}; -\frac{\pi}{2}\right)$. **D.** $(0; \pi)$.
- Câu 18.** Gọi T là tập các giá trị của tham số m sao cho phương trình $m\sin x + \cos x - m + 1 = 0$ có nghiệm. Khẳng định nào sau đây đúng?
A. $T = (-\infty; -1) \cup (0; +\infty)$. **B.** $T \subset (0; +\infty)$.
C. $T \subset [-1; +\infty)$. **D.** $T \subset (-\infty; 0]$.
- Câu 19.** Tìm mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau:
 Phép dời hình biến:
A. Một đường thẳng thành một đường thẳng song song hoặc trùng với nó.
B. Một tam giác thành một tam giác bằng nó.
C. Một đoạn thẳng thành một đoạn thẳng, một tia thành một tia.
D. Một đường tròn thành một đường tròn có cùng bán kính.
- Câu 20.** Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?
A. Thực hiện liên tiếp hai phép đồng dạng thì được một phép đồng dạng.
B. Phép dời hình là phép đồng dạng tỉ số $k=1$.
C. Phép vị tự có tính chất bảo toàn khoảng cách.
D. Phép vị tự không là phép dời hình.
- Câu 21.** Trong mặt phẳng, cho tập hợp gồm 10 điểm phân biệt, trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng. Số các vector khác vector không có điểm đầu và điểm cuối thuộc vào tập hợp đã cho là
A. 90. **B.** 110. **C.** 100. **D.** 5.
- Câu 22.** Một người có 5 cái áo khác nhau trong đó 3 áo màu trắng và 2 áo màu xanh, có 3 cái cà vạt khác nhau trong đó có 1 cà vạt màu đỏ và 2 cà vạt màu vàng. Hỏi người đó có bao nhiêu cách phối một bộ đồ biết nếu chọn áo xanh thì không cà vạt màu đỏ.
A. 5. **B.** 10. **C.** 13. **D.** 15.
- Câu 23.** Trong mặt phẳng Oxy , cho các điểm $A(1; -2)$, $A'(4; -5)$ và $I(2; -3)$. Phép vị tự tâm I tỉ số k biến điểm A thành điểm A' thì giá trị của k bằng
A. $k = 2$. **B.** $k = -2$. **C.** $k = -\frac{1}{2}$. **D.** $k = \frac{1}{2}$.
- Câu 24.** Phương trình $\tan x = \cot x$ có tất cả các nghiệm là

A. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi$. B. $x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}$. C. $x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{4}$. D. $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi$.

Câu 25. Phép tịnh tiến theo véc-tơ nào dưới đây biến đường thẳng $d: 2x - 3y + 1 = 0$ thành chính nó?

A. $\vec{u}_1 = (2; -3)$. B. $\vec{u}_2 = (3; -2)$. C. $\vec{u}_3 = (-2; 3)$. D. $\vec{u}_4 = (3; 2)$.

Câu 26. Cho phương trình $\sin x - \cos x = 1$ (*). Phương trình (*) tương đương với phương trình nào dưới đây?

A. $\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = 1$. B. $\sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = 1$.
C. $\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}$. D. $\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

Câu 27. Trong mặt phẳng Oxy , cho vector $\vec{v} = (3; 3)$ và đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 = 0$. Ảnh của (C) qua phép tịnh tiến vector $\vec{v}$ là đường tròn nào?

A. $(C'): (x+4)^2 + (y+1)^2 = 9$. B. $(C'): x^2 + y^2 + 8x + 2y - 4 = 0$.
C. $(C'): (x-4)^2 + (y-1)^2 = 4$. D. $(C'): (x-4)^2 + (y-1)^2 = 9$.

Câu 28. Trong mặt phẳng Oxy cho $A(-2; 1)$, $B(4; -3)$. Phép vị tự tâm $O(0; 0)$ tỉ số $k = 3$ biến A thành M và biến B thành N . Khi đó độ dài đoạn MN là

A. $6\sqrt{13}$. B. $3\sqrt{13}$. C. $6\sqrt{5}$. D. $9\sqrt{13}$.

Câu 29. Số hạng không chứa x trong khai triển $\left(x^3 + \frac{1}{x}\right)^8$ là.

A. 56. B. 10. C. 28. D. 70.

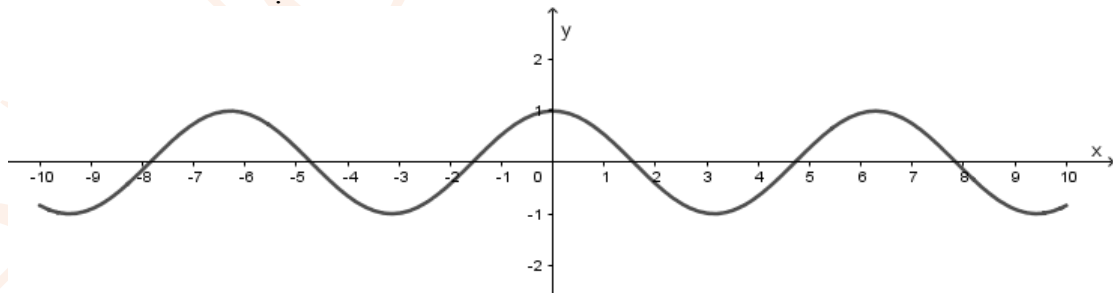
Câu 30. Nghiệm của phương trình $\cos^2 x = \frac{1}{2}$ là

A. $x = \pm \frac{\pi}{2} + k2\pi$. B. $x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}$. C. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi$. D. $x = \pm \frac{\pi}{4} + k2\pi$.

Câu 31. Tính tổng tất cả các nghiệm của bất phương trình $C_{n-1}^4 - C_{n-1}^3 - \frac{5}{4}A_{n-2}^2 < 0$.

A. 45. B. 40. C. 51. D. 56.

Câu 32. Hình vẽ sau là đồ thị của hàm số nào?



A. $y = -\cos x$. B. $y = \cos(-x)$. C. $y = -\sin x$. D. $y = -\sin x$.

Câu 33. Tập nghiệm của phương trình $\frac{\sin x}{\cos x - 1} = 0$ là:

A. $\{k2\pi | k \in \mathbb{Z}\}$. B. $\{\pi + k2\pi | k \in \mathbb{Z}\}$. C. $\{k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$. D. $\emptyset$.

Câu 34. Số điểm biểu diễn nghiệm của phương trình $\sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$ trên đường tròn lượng giác là

A. 1. B. 2. C. 4. D. 6.

- Câu 35.** Trong mặt phẳng Oxy , cho đường thẳng $d: 2x + y - 3 = 0$. Phép dời hình $F: \begin{cases} x' = x_M + 2 \\ y' = y_M + 3 \end{cases}$ biến đường thẳng d thành đường thẳng d' có phương trình
A. $2x + y + 4 = 0$. **B.** $2x + y - 4 = 0$. **C.** $2x + y - 10 = 0$. **D.** $2x + y + 10 = 0$.
- Câu 36.** Tìm m để hàm số $y = \sqrt{2 \sin 2x \sin x - \cos x + m}$ xác định trên đoạn $\left[\frac{\pi}{9}; \frac{\pi}{4}\right]$.
A. $m \geq -\frac{\sqrt{2}}{2}$. **B.** $m \leq -\frac{1}{2}$. **C.** $m \geq 1$. **D.** $m \geq \frac{1}{2}$.
- Câu 37.** Phương trình $\sin 3x + \sin x = \cos x$ tương đương với phương trình nào sau đây:
A. $\left[\cos^2\left(x + \frac{\pi}{2}\right) - 1\right](4 \sin^2 2x - 1) = 0$. **B.** $\sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right)(1 - 4 \sin x \cos x) = 0$.
C. $(\sin x + 1)(2 \sin 2x - 1) = 0$. **D.** $(\sin x - 1)(\tan^2 x - 4 \tan x + 1) = 0$.
- Câu 38.** Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $3 \cos x - 1 = 0$ trên đoạn $[0; 4\pi]$ là
A. 8π . **B.** 6π . **C.** $\frac{17\pi}{2}$. **D.** $\frac{15\pi}{2}$.
- Câu 39.** Trong mặt phẳng Oxy , cho phép dời hình F có quy tắc đặt ảnh tương ứng điểm $M(x_M; y_M)$ có ảnh là điểm $M'(x'; y')$ theo công thức $F: \begin{cases} x' = x_M + 1 \\ y' = y_M - 1 \end{cases}$. Viết phương trình đường elíp (E') là ảnh của đường tròn $(E): \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ qua phép dời hình F .
A. $(E'): \frac{x^2}{9} + \frac{(y+1)^2}{4} = 1$. **B.** $(E'): \frac{(x-1)^2}{9} + \frac{(y-1)^2}{4} = 1$.
C. $(E'): \frac{(x-1)^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$. **D.** $(E'): \frac{(x-1)^2}{9} + \frac{(y+1)^2}{4} = 1$.
- Câu 40.** Tìm m để phương trình $2 \sin x + m \cos x = 1 - m$ có nghiệm $x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$
A. $-1 \leq m \leq 3$. **B.** $-2 \leq m \leq 6$. **C.** $1 \leq m \leq 3$. **D.** $-3 \leq m \leq 1$.
- Câu 41.** Trong mặt phẳng Oxy , cho đường tròn $(C'): x^2 + y^2 - 4x + 10y + 4 = 0$. Viết phương trình đường tròn (C) biết (C') là ảnh của (C) qua phép quay với tâm quay là gốc tọa độ O và góc quay bằng 270° .
A. $(C): x^2 + y^2 - 10x - 4y + 4 = 0$. **B.** $(C): x^2 + y^2 + 10x + 4y + 4 = 0$.
C. $(C): x^2 + y^2 + 10x - 4y + 4 = 0$. **D.** $(C): x^2 + y^2 - 10x + 4y + 4 = 0$.
- Câu 42.** Cho một tập hợp có 2018 phần tử. Hỏi tập đó có bao nhiêu tập con mà mỗi tập con đó có số phần tử là một số lẻ?
A. 1009. **B.** $2^{2018} - 1$. **C.** $T = 2i$. **D.** 2^{2017} .
- Câu 43.** Hàm số $y = 11 - 4 \sin^3 x$ có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên.
A. 10. **B.** 9. **C.** 8. **D.** 7.
- Câu 44.** Trên mặt phẳng tọa độ, phép tịnh tiến theo véc tơ $\vec{v} = (1; 3)$ biến đường thẳng d thành đường thẳng d' , biết phương trình $d': x - 2y + 5 = 0$. Khi đó d có phương trình là
A. $x + 2y - 1 = 0$. **B.** $x - 2y - 1 = 0$. **C.** $x - 2y + 1 = 0$. **D.** $x - 2y = 0$.

- Câu 45.** Trong mặt phẳng Oxy , cho đường tròn $(C): (x-2)^2 + (y-2)^2 = 4$. Hỏi phép đồng dạng có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép vị tự tâm O tỉ số $k = \frac{1}{2}$ và phép quay tâm O góc quay 90° sẽ biến (C) thành đường tròn nào sau đây?
- A. $(x+1)^2 + (y-1)^2 = 1$. B. $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 1$.
 C. $(x+2)^2 + (y-1)^2 = 1$. D. $(x-2)^2 + (y-2)^2 = 1$.
- Câu 46.** Một đa giác đều có $2n$ đỉnh với n là số nguyên lớn hơn 1. Biết số tam giác vuông tạo thành từ các đỉnh của đa giác là 180. Khi đó n bằng số nào dưới đây?
- A. 9. B. 10. C. 11. D. 12.
- Câu 47.** Tính $(C_{2020}^0)^2 - (C_{2020}^1)^2 + (C_{2020}^2)^2 - \dots + (C_{2020}^{2020})^2$.
- A. $(C_{2020}^{1010})^2$. B. $-C_{2020}^{1010}$. C. C_{2020}^{1010} . D. $-(C_{2020}^{1010})^2$.
- Câu 48.** Cho phương trình: $\sin^4 x + \cos^4 x + \cos^2 4x = m$. (m là tham số). Tìm m để phương trình sau có bốn nghiệm phân biệt thuộc đoạn $\left[-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}\right]$.
- A. $\frac{47}{64} < m \leq \frac{3}{2}$. B. $m > \frac{3}{2}$. C. $\frac{47}{64} < m < 2$. D. $\frac{47}{64} < m \leq 2$.
- Câu 49.** Xét một bảng ô vuông gồm 4×4 ô vuông. Người ta điền vào mỗi ô vuông đó một trong hai số 1 hoặc -1 sao cho tổng các số trong mỗi hàng và tổng các số trong mỗi cột đều bằng 0. Hỏi có bao nhiêu cách?
- A. 90. B. 80. C. 144. D. 72.
- Câu 50.** Tính tổng các nghiệm của phương trình $\cos^3 x + \sin^3 x = \sin 2x + \sin x + \cos x$ trong $[0; 2018\pi]$.
- A. 4037π . B. 8144648π . C. 4036π . D. 814666π .

ĐỀ 16
ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

HDG ĐỀ KIỂM TRA GIỮA KÌ I**Môn: TOÁN, Lớp 10**

Thời gian làm bài: 90 phút, không tính thời gian phát đề

Câu 1. Trong mặt phẳng Oxy , cho phép tịnh tiến theo $\vec{u}(a;b)$ và phép tịnh tiến này biến điểm $M(x;y)$ thành điểm $M'(x';y')$. Khi đó khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. $\begin{cases} x' = x + a \\ y' = y + b \end{cases}$

B. $\overrightarrow{MM'} = (a;b)$.

C. $\begin{cases} x = x' + a \\ y = y' + b \end{cases}$

D. $\overrightarrow{M'M} = -\vec{u}$.

Lời giải**Chọn C**

+ Biểu thức tọa độ của phép tịnh tiến theo $\vec{u}(a;b)$ là: $\begin{cases} x' = x + a \\ y' = y + b \end{cases}$

Khẳng định **A** đúng.

+ $T_{\vec{u}}(M) = M' \Leftrightarrow \overrightarrow{MM'} = \vec{u} = (a;b)$.

Khẳng định **B** đúng.

+ Biểu thức tọa độ của phép tịnh tiến theo $\vec{u}(a;b)$ là: $\begin{cases} x' = x + a \\ y' = y + b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = x' - a \\ y = y' - b \end{cases}$

Khẳng định **C** sai.

+ $T_{\vec{u}}(M) = M' \Leftrightarrow \overrightarrow{MM'} = \vec{u} \Leftrightarrow \overrightarrow{M'M} = -\vec{u}$.

Khẳng định **D** đúng.

Vậy đáp án là

Câu 2. Tìm tất cả các nghiệm của phương trình $\tan x = m$, ($m \in \mathbb{R}$).

A. $x = \pm \arctan m + k\pi$, ($k \in \mathbb{Z}$).

B. $x = \arctan m + k2\pi$, ($k \in \mathbb{Z}$).

C. $x = \arctan m + k\pi$, ($k \in \mathbb{Z}$).

D. $x = \arctan m + k\pi$ hoặc

$x = \pi - \arctan m + k\pi$, ($k \in \mathbb{Z}$).

Lời giải**Chọn C**

Ta có: $\tan x = m \Leftrightarrow x = \arctan m + k\pi$, ($k \in \mathbb{Z}$).

Câu 3. Trong khai triển nhị thức $(x+2)^{n+6}$ với $n \in \mathbb{N}$ có tất cả 19 số hạng. Vậy n bằng

A. 10.

B. 19.

C. 11.

D. 12.

Lời giải**Chọn D**

Khai triển nhị thức $(x+2)^{n+6}$ với $n \in \mathbb{N}$ có tất cả $n+7$ số hạng nên ta có: $n+7=19 \Leftrightarrow n=12$.

Câu 4. Chọn mệnh đề **sai**

A. Phép quay góc quay 90° biến đường thẳng thành đường thẳng song song hoặc trùng với nó.

B. Phép quay góc quay 90° biến đường thẳng thành đường thẳng vuông góc.

C. Phép tịnh tiến biến đường tròn thành đường tròn có cùng bán kính.

D. Phép vị tự biến đường thẳng thành đường thẳng song song hoặc trùng với nó.

Lời giải**Chọn A**

Câu 5. Một người vào cửa hàng ăn, người đó chọn thực đơn gồm một món ăn trong năm món, một loại quả tráng miệng trong năm loại quả tráng miệng và một nước uống trong ba loại nước uống. Có bao nhiêu cách chọn thực đơn?

- A. 15. B. 25. C. 75. D. 100.

Lời giải

Chọn C

Để chọn thực đơn, ta có:

- Có 5 cách chọn món ăn.
- Có 5 cách chọn quả tráng miệng.
- Có 3 cách chọn nước uống.

Vậy theo qui tắc nhân ta có $5 \times 5 \times 3 = 75$ cách.

Câu 6. Cho tập hợp A có 26 phần tử. Hỏi A có bao nhiêu tập con gồm 6 phần tử?

- A. 26. B. C_{26}^6 . C. A_{26}^6 . D. P_6 .

Lời giải

Chọn B

Mỗi tập con gồm 6 phần tử chọn từ tập hợp A có 26 phần tử là một tổ hợp chập 6 của 26. Số lượng các tập con đó là: C_{26}^6 .

Câu 7. Chọn mệnh đề **sai**:

- A. Phép vị tự biến đường thẳng thành đường thẳng song song hoặc trùng với nó.
 B. Phép quay góc quay 90° biến đường thẳng thành đường thẳng song song hoặc trùng với nó.
 C. Phép quay góc quay 90° biến đường thẳng thành đường thẳng vuông góc với nó.
 D. Phép tịnh tiến biến đường tròn thành đường tròn có cùng bán kính.

Lời giải

Chọn B

Câu 8. Nghiệm của phương trình $2\cos x + 1 = 0$ là

A. $x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

B. $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = \pm \frac{2\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

D. $\begin{cases} x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $2\cos x + 1 = 0 \Leftrightarrow \cos x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \cos x = \cos \frac{2\pi}{3} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$.

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \left\{ \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 9. Phương trình $2\sin x - 1 = 0$ có bao nhiêu nghiệm $x \in (0; 2\pi)$?

- A. 4 nghiệm. B. Vô số nghiệm. C. 2 nghiệm. D. 1 nghiệm.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $2\sin x - 1 = 0 \Leftrightarrow \sin x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

Do $x \in (0; 2\pi)$ nên ta có $x = \frac{\pi}{6}; x = \frac{5\pi}{6}.$

Câu 10. Một túi đựng 6 viên bi trắng khác nhau và 5 viên bi xanh khác nhau. Lấy 4 viên bi từ túi đó. Hỏi có bao nhiêu cách lấy ra 4 viên bi mà có đủ hai màu.

- A. 310. B. 300. C. 330. D. 320.

Lời giải

Chọn A

Có C_{11}^4 cách lấy 4 viên bi từ túi đó.

Có C_6^4 cách lấy 4 viên bi màu trắng từ túi đó.

Có C_5^4 cách lấy 4 viên bi màu xanh từ túi đó.

Có $C_{11}^4 - C_6^4 - C_5^4 = 310$ cách lấy ra 4 viên bi mà có đủ hai màu.

Câu 11. Rút liên tiếp (không hoàn lại) 2 quân bài từ một bộ tú lơ khơ gồm 52 quân. Số phần tử của không gian mẫu là

- A. 1326. B. 103. C. 2652. D. 104.

Lời giải

Chọn C

Rút lần thứ nhất có 52 cách rút, rút lần thứ hai có 51 cách rút. Nên số phần tử của không gian mẫu là: $n(\Omega) = 2652.$

Câu 12. Trong các hàm số sau, hàm số nào có đồ thị đối xứng qua gốc tọa độ?

- A. $y = |\cot x|.$ B. $y = \frac{\sin x + 1}{\cos x}.$ C. $y = \tan^2 x.$ D. $y = \cot 4x.$

Lời giải

Chọn D

Ta kiểm tra được đáp án A là hàm số lẻ nên có đồ thị đối xứng qua gốc tọa độ.

Đáp án B là hàm số không chẵn, không lẻ. Đáp án C và D là các hàm số chẵn.

Câu 13. Trong các phương trình sau, phương trình nào tương đương với phương trình $3\sin^2 x = \cos^2 x$?

- A. $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}.$ B. $\sin^2 x = \frac{3}{4}.$ C. $\cot^2 x = 3.$ D. $\sin x = \frac{1}{2}.$

Lời giải

Chọn C

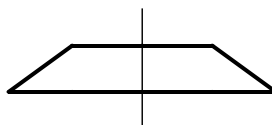
Câu 14. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. Hình thang có trục đối xứng. B. Hình thang cân có trục đối xứng.
C. Tam giác có trục đối xứng. D. Tứ giác có trục đối xứng.

Lời giải

Chọn B

Hình thang cân có trục đối xứng (đường thẳng đi qua trung điểm của hai cạnh đáy).



Câu 15. Cho một hình chóp có đáy là một hình bát giác đều. Hỏi hình chóp có tất cả bao nhiêu mặt?

- A. 7. B. 9. C. 10. D. 8.

Lời giải

Chọn B

Hình chóp có 8 mặt bên và 1 mặt đáy nên có tổng cộng 9 mặt.

Câu 16. Giả sử bạn muốn mua một áo sơ mi cỡ 39 hoặc cỡ 40. Áo cỡ 39 có 5 màu khác nhau, áo cỡ 40 có 4 màu khác nhau. Hỏi có bao nhiêu sự lựa chọn (về màu áo và cỡ áo)?

- A. 9. B. 5. C. 4. D. 1.

Lời giải

Chọn A

- Nếu chọn cỡ áo 39 thì sẽ có 5 cách.
- Nếu chọn cỡ áo 40 thì sẽ có 4 cách.

Theo qui tắc cộng, ta có $5+4=9$ cách chọn mua áo.

Câu 17. Trên khoảng nào sau đây thì hàm số $y = \cos x$ đồng biến?

- A. $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$. B. $(-\pi; 0)$. C. $\left(-\frac{3\pi}{2}; -\frac{\pi}{2}\right)$. D. $(0; \pi)$.

Lời giải

Chọn B

Câu 18. Gọi T là tập các giá trị của tham số m sao cho phương trình $m \sin x + \cos x - m + 1 = 0$ có nghiệm. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $T = (-\infty; -1) \cup (0; +\infty)$. B. $T \subset (0; +\infty)$.
C. $T \subset [-1; +\infty)$. D. $T \subset (-\infty; 0]$.

Lời giải

Chọn D

Để phương trình có nghiệm thì $m^2 + 1^2 \geq (m-1)^2 \Leftrightarrow m \leq 0$.

Câu 19. Tìm mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau:

Phép dời hình biến:

- A. Một đường thẳng thành một đường thẳng song song hoặc trùng với nó.
B. Một tam giác thành một tam giác bằng nó.
C. Một đoạn thẳng thành một đoạn thẳng, một tia thành một tia.
D. Một đường tròn thành một đường tròn có cùng bán kính.

Lời giải

Chọn C

Một đoạn thẳng biến thành đoạn thẳng bằng nó mới là phát biểu chính xác.

Câu 20. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

- A. Thực hiện liên tiếp hai phép đồng dạng thì được một phép đồng dạng.
B. Phép dời hình là phép đồng dạng tỉ số $k=1$.
C. Phép vị tự có tính chất bảo toàn khoảng cách.
D. Phép vị tự không là phép dời hình.

Lời giải

Chọn C

Câu 21. Trong mặt phẳng, cho tập hợp gồm 10 điểm phân biệt, trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng. Số các vector khác vector không có điểm đầu và điểm cuối thuộc vào tập hợp đã cho là

- A. 90. B. 110. C. 100. D. 5.

Lời giải

Chọn A

Theo bài ra ta thấy, cứ mỗi cách chọn ra 2 điểm trong số 10 điểm đã cho sẽ tạo thành được 2 vector khác vector không, thỏa mãn yêu cầu.

Vậy, số vector thỏa mãn là $2 \cdot C_{10}^2 = 90$.

Câu 22. Một người có 5 cái áo khác nhau trong đó 3 áo màu trắng và 2 áo màu xanh, có 3 cái cà vạt khác nhau trong đó có 1 cà vạt màu đỏ và 2 cà vạt màu vàng. Hỏi người đó có bao nhiêu cách phối một bộ đồ biết nếu chọn áo xanh thì không cà vạt màu đỏ.

- A. 5. B. 10. C. 13. D. 15.

Lời giải

Chọn D

TH1 : Chọn áo màu trắng có 3 cách.

Chọn cà vạt có 3 cách

Vậy có : $3.3 = 9$ cách phối một bộ đồ.

Hàm số liên tục trên đoạn $[-1; 2]$.

TH2 : Chọn áo màu xanh có 2 cách.

Chọn cà vạt màu vàng có 3 cách.

Vậy có : $3.2 = 6$ cách phối một bộ đồ.

Theo qui tắc cộng ta có cách phối một bộ đồ thỏa mãn yêu cầu là : $6 + 9 = 15$ (cách).

Câu 23. Trong mặt phẳng Oxy , cho các điểm $A(1; -2)$, $A'(4; -5)$ và $I(2; -3)$. Phép vị tự tâm I tỉ số k biến điểm A thành điểm A' thì giá trị của k bằng

- A. $k = 2$. B. $k = -2$. C. $k = -\frac{1}{2}$. D. $k = \frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $V_{(I, k)}(A) = A' \Leftrightarrow \overrightarrow{IA'} = k\overrightarrow{IA}$

Do $\overrightarrow{IA'} = (2; -2)$ và $\overrightarrow{IA} = (-1; 1)$ nên $\Leftrightarrow \begin{cases} 2 = -k \\ -2 = k \end{cases} \Leftrightarrow k = -2$

Vậy tỉ số vị tự $k = -2$.

Câu 24. Phương trình $\tan x = \cot x$ có tất cả các nghiệm là

- A. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi$. B. $x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}$. C. $x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{4}$. D. $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện xác định: $\begin{cases} \sin x \neq 0 \\ \cos x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq k\pi \\ x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \end{cases}$

Phương trình $\Leftrightarrow \tan x = \cot x$

$$\Leftrightarrow \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{\cos x}{\sin x}$$

$$\Leftrightarrow \sin^2 x = \cos^2 x$$

$$\Leftrightarrow \cos^2 x - \sin^2 x = 0 \Leftrightarrow \cos 2x = 0 \Leftrightarrow 2x = \frac{\pi}{2} + k\pi \Rightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}$$

Vậy nghiệm của phương trình là $x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}$.

Câu 25. Phép tịnh tiến theo véc-tơ nào dưới đây biến đường thẳng $d: 2x - 3y + 1 = 0$ thành chính nó?

- A. $\vec{u}_1 = (2; -3)$. B. $\vec{u}_2 = (3; -2)$. C. $\vec{u}_3 = (-2; 3)$. D. $\vec{u}_4 = (3; 2)$.

Lời giải

Chọn D

Đường thẳng d có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = (2; -3)$, suy ra một véc-tơ chỉ phương của d là

$$\vec{u} = (3; 2).$$

Phép tịnh tiến theo véc-tơ $\vec{v} \neq \vec{0}$ biến đường thẳng d thành chính nó khi $\vec{v}$ cùng phương với véc-tơ chỉ phương của d , do đó véc-tơ tịnh tiến $\vec{v} = \vec{u}_4 = (3; 2)$.

Câu 26. Cho phương trình $\sin x - \cos x = 1$ (*). Phương trình (*) tương đương với phương trình nào dưới đây?

A. $\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = 1.$

B. $\sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = 1.$

C. $\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}.$

D. $\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}.$

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\sin x - \cos x = 1 \Leftrightarrow \sqrt{2} \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = 1 \Leftrightarrow \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}.$

Câu 27. Trong mặt phẳng Oxy , cho vector $\vec{v} = (3; 3)$ và đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 = 0$. Ảnh của (C) qua phép tịnh tiến vector $\vec{v}$ là đường tròn nào?

A. $(C'): (x+4)^2 + (y+1)^2 = 9.$

B. $(C'): x^2 + y^2 + 8x + 2y - 4 = 0.$

C. $(C'): (x-4)^2 + (y-1)^2 = 4.$

D. $(C'): (x-4)^2 + (y-1)^2 = 9.$

Lời giải

Chọn D

Ta có $(C): x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 = 0 \Leftrightarrow (x-1)^2 + (y+2)^2 = 9.$

Vậy đường tròn (C) có tâm $I(1; -2)$ và bán kính $R = 3.$

Gọi $I'(x'; y') = T_{\vec{v}}(I)$ khi đó ta có $\begin{cases} x' = 1+3 \\ y' = -2+3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x' = 4 \\ y' = 1 \end{cases}.$

Do phép tịnh tiến biến đường tròn thành đường tròn có cùng bán kính nên phương trình đường tròn (C') là $(C'): (x-4)^2 + (y-1)^2 = 9.$

Câu 28. Trong mặt phẳng Oxy cho $A(-2; 1), B(4; -3)$. Phép vị tự tâm $O(0; 0)$ tỉ số $k = 3$ biến A thành M và biến B thành N . Khi đó độ dài đoạn MN là

A. $6\sqrt{13}.$

B. $3\sqrt{13}.$

C. $6\sqrt{5}.$

D. $9\sqrt{13}.$

Lời giải

Chọn A

Ta có: $V_{(O,3)}(A) = M, V_{(O,3)}(B) = N, AB = \sqrt{52} = 2\sqrt{13}.$

Áp dụng tính chất của phép vị tự ta được: $MN = 3AB = 6\sqrt{13}.$

Câu 29. Số hạng không chứa x trong khai triển $\left(x^3 + \frac{1}{x}\right)^8$ là.

A. 56.

B. 10.

C. 28.

D. 70.

Lời giải

Chọn C

$\left(x^3 + \frac{1}{x}\right)^8 = \sum_{k=0}^8 C_8^k (x^3)^{8-k} \left(\frac{1}{x}\right)^k = \sum_{k=0}^8 C_8^k (x^{24-4k}).$

Số hạng không chứa x trong khai triển là số hạng ứng với k thỏa $24 - 4k = 0 \Leftrightarrow k = 6.$

Suy ra $C_8^6 = 28$ là số hạng không chứa $x.$

Câu 30. Nghiệm của phương trình $\cos^2 x = \frac{1}{2}$ là

A. $x = \pm \frac{\pi}{2} + k2\pi.$

B. $x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}.$

C. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi.$

D. $x = \pm \frac{\pi}{4} + k2\pi.$

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\cos^2 x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{1+\cos 2x}{2} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \cos 2x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 31. Tính tổng tất cả các nghiệm của bất phương trình $C_{n-1}^4 - C_{n-1}^3 - \frac{5}{4}A_{n-2}^2 < 0$.

A. 45.

B. 40.

C. 51.

D. 56.

Lời giải

Chọn A

+/- Điều kiện $n \in \mathbb{N}, n \geq 5$.

$$+/- C_{n-1}^4 - C_{n-1}^3 - \frac{5}{4}A_{n-2}^2 < 0 \Leftrightarrow \frac{(n-1)!}{4! \cdot (n-5)!} - \frac{(n-1)!}{3! \cdot (n-4)!} - \frac{5}{4} \cdot \frac{(n-2)!}{(n-4)!} < 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{(n-2)!}{(n-5)!} \cdot \left[\frac{n-1}{4!} - \frac{n-1}{3! \cdot (n-4)} - \frac{5}{4} \cdot \frac{1}{(n-4)} \right] < 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{n-1}{4!} - \frac{n-1}{3! \cdot (n-4)} - \frac{5}{4} \cdot \frac{1}{(n-4)} < 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{n-1}{4!} - \frac{n-1}{3! \cdot (n-4)} - \frac{5}{4} \cdot \frac{1}{(n-4)} < 0$$

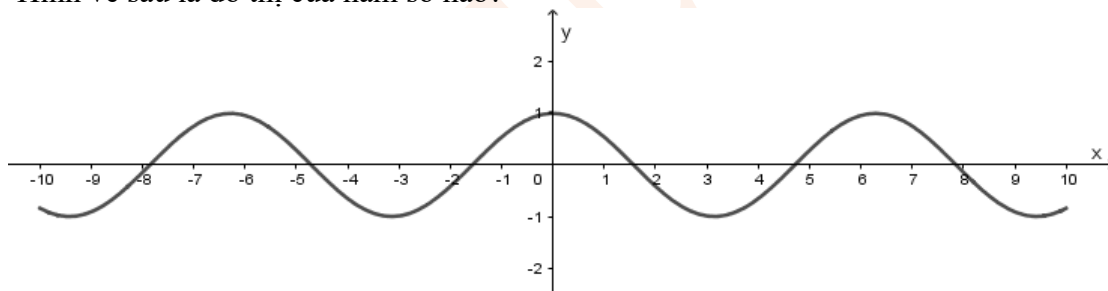
$$\Leftrightarrow n^2 - 9n - 22 < 0$$

$$\Leftrightarrow -2 < n < 11.$$

Đổi chiều điều kiện $n \in \mathbb{N}, n \geq 5$ suy ra $n \in \{5, 6, 7, 8, 9, 10\}$.

Vậy tổng tất cả các nghiệm của bất phương trình là $S = 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 = 45$.

Câu 32. Hình vẽ sau là đồ thị của hàm số nào?



A. $y = -\cos x$.

B. $y = \cos(-x)$.

C. $y = -\sin x$.

D. $y = -\sin x$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $-\sin(0) = 0$, $\sin(-0) = 0$, $-\cos(0) = -1$ nên loại các đáp án $y = -\sin x$, $y = -\sin x$, $y = -\cos x$.

Câu 33. Tập nghiệm của phương trình $\frac{\sin x}{\cos x - 1} = 0$ là:

A. $\{k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

B. $\{\pi + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

C. $\{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

D. $\emptyset$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $\cos x - 1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Khi đó: $\frac{\sin x}{\cos x - 1} = 0 \Leftrightarrow \sin x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Kết hợp với điều kiện $\Rightarrow x = \pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 34. Số điểm biểu diễn nghiệm của phương trình $\sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$ trên đường tròn lượng giác là

A. 1.

B. 2.

C. 4.

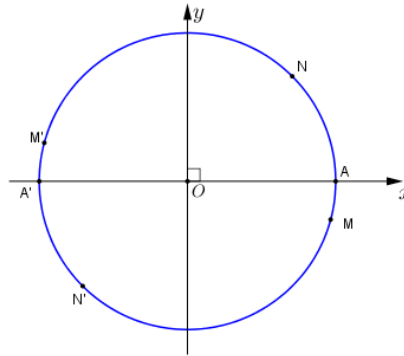
D. 6.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có: } \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ 2x + \frac{\pi}{3} = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{12} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{4} + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Biểu diễn nghiệm lên đường tròn.



Họ nghiệm $x = -\frac{\pi}{12} + k\pi$ biểu diễn trên đường tròn là hai điểm M và M' .

Họ nghiệm $x = \frac{\pi}{4} + k\pi$ biểu diễn trên đường tròn là hai điểm N và N' .

Câu 35. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường thẳng $d: 2x + y - 3 = 0$. Phép dời hình $F: \begin{cases} x' = x_M + 2 \\ y' = y_M + 3 \end{cases}$ biến đường thẳng d thành đường thẳng d' có phương trình

A. $2x + y + 4 = 0$. B. $2x + y - 4 = 0$. C. $2x + y - 10 = 0$. D. $2x + y + 10 = 0$.

Lời giải

Chọn C

Xét điểm bất kì $M(x_M; y_M) \in d \Rightarrow 2x_M + y_M - 3 = 0$ (1).

Giả sử $M'(x'; y')$ là ảnh của M qua phép dời hình $F \Rightarrow M' \in d'$ và $\begin{cases} x' = x_M + 2 \\ y' = y_M + 3 \end{cases}$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_M = x' - 2 \\ y_M = y' - 3 \end{cases} \quad (2).$$

Thay (2) vào (1) $\Rightarrow 2(x' - 2) + (y' - 3) - 3 = 0 \Leftrightarrow 2x' + y' - 10 = 0$.

Vậy d' có phương trình: $2x + y - 10 = 0$.

Câu 36. Tìm m để hàm số $y = \sqrt{2 \sin 2x \sin x - \cos x + m}$ xác định trên đoạn $\left[\frac{\pi}{9}; \frac{\pi}{4}\right]$.

A. $m \geq -\frac{\sqrt{2}}{2}$.B. $m \leq -\frac{1}{2}$.C. $m \geq 1$.D. $m \geq \frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $y = \sqrt{2 \sin 2x \sin x - \cos x + m} = \sqrt{-\cos 3x + \cos x - \cos x + m} = \sqrt{m - \cos 3x}$.

Hàm số xác định trên đoạn $\left[\frac{\pi}{9}; \frac{\pi}{4}\right]$ khi: $m - \cos 3x \geq 0$ với mọi $x \in \left[\frac{\pi}{9}; \frac{\pi}{4}\right]$.

$$\Leftrightarrow \cos 3x \leq m \text{ với mọi } x \in \left[\frac{\pi}{9}; \frac{\pi}{4} \right] \quad (1).$$

Xét hàm số $y = \cos 3x$ trên đoạn $\left[\frac{\pi}{9}; \frac{\pi}{4} \right]$.

x	$\frac{\pi}{9}$	$\frac{\pi}{4}$
$y = \cos 3x$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy (1) thỏa mãn khi: $m \geq \frac{1}{2}$.

Câu 37. Phương trình $\sin 3x + \sin x = \cos x$ tương đương với phương trình nào sau đây:

A. $\left[\cos^2 \left(x + \frac{\pi}{2} \right) - 1 \right] (4 \sin^2 2x - 1) = 0.$

B. $\sin \left(x + \frac{\pi}{2} \right) (1 - 4 \sin x \cos x) = 0.$

C. $(\sin x + 1)(2 \sin 2x - 1) = 0.$

D. $(\sin x - 1)(\tan^2 x - 4 \tan x + 1) = 0.$

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\sin 3x + \sin x = \cos x \Leftrightarrow 2 \sin 2x \cos x = \cos x$

$$\Leftrightarrow \cos x (1 - 2 \sin 2x) = 0$$

$$\Leftrightarrow \sin \left(x + \frac{\pi}{2} \right) (1 - 4 \sin x \cos x) = 0.$$

Câu 38. Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $3 \cos x - 1 = 0$ trên đoạn $[0; 4\pi]$ là

A. $8\pi.$

B. $6\pi.$

C. $\frac{17\pi}{2}.$

D. $\frac{15\pi}{2}.$

Lời giải

Chọn A

Ta có: $3 \cos x - 1 = 0 \Leftrightarrow \cos x = \frac{1}{3} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \alpha + k2\pi \\ x = -\alpha + k2\pi \end{cases} \text{ (với } \alpha \in \left(0; \frac{\pi}{2} \right), k \in \mathbb{Z} \text{)}.$

Mà $x \in [0; 4\pi]$ nên $x \in \{ \alpha; -\alpha + 2\pi; \alpha + 2\pi; -\alpha + 4\pi \}.$

Vậy tổng các nghiệm thỏa mãn đề bài là $\alpha + (-\alpha) + 2\pi + \alpha + 2\pi + (-\alpha) + 4\pi = 8\pi.$

Câu 39. Trong mặt phẳng Oxy , cho phép dời hình F có quy tắc đặt ảnh tương ứng điểm $M(x_M; y_M)$ có ảnh

là điểm $M'(x'; y')$ theo công thức $F: \begin{cases} x' = x_M + 1 \\ y' = y_M - 1 \end{cases}$. Viết phương trình đường elíp (E') là ảnh của

đường tròn $(E): \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ qua phép dời hình F .

A. $(E'): \frac{x^2}{9} + \frac{(y+1)^2}{4} = 1.$

B. $(E'): \frac{(x-1)^2}{9} + \frac{(y-1)^2}{4} = 1.$

C. $(E'): \frac{(x-1)^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1.$

D. $(E'): \frac{(x-1)^2}{9} + \frac{(y+1)^2}{4} = 1.$

Lời giải

Chọn D

Lấy $M(x; y) \in (E)$.

Gọi $M'(x'; y')$ là ảnh của M qua phép dời hình F .

$$\text{Ta có } \begin{cases} x' = x + 1 \\ y' = y - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = x' - 1 \\ y = y' + 1 \end{cases} \Rightarrow M(x' - 1; y' + 1)$$

$$M \in (E) \text{ nên } (E): \frac{(x' - 1)^2}{9} + \frac{(y' + 1)^2}{4} = 1$$

$$\Rightarrow M' \in (E'): \frac{(x - 1)^2}{9} + \frac{(y + 1)^2}{4} = 1.$$

Câu 40. Tìm m để phương trình $2\sin x + m\cos x = 1 - m$ có nghiệm $x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$

A. $-1 \leq m \leq 3$.

B. $-2 \leq m \leq 6$.

C. $1 \leq m \leq 3$.

D. $-3 \leq m \leq 1$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } 2\sin x + m\cos x = 1 - m \Leftrightarrow 4\sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2} + 2m\cos^2 \frac{x}{2} - m = 1 - m \quad (1)$$

Nếu $\cos \frac{x}{2} = 0$, phương trình trở thành $0 = 1$ vô lí.

$$\text{Nếu } \cos \frac{x}{2} \neq 0, \text{ đặt } t = \tan \frac{x}{2}; \quad x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right] \Rightarrow \frac{x}{2} \in \left[-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}\right] \Rightarrow t \in [-1; 1]$$

$$\text{Phương trình trở thành } 4t + 2m = 1 + t^2 \Leftrightarrow t^2 - 4t + 1 = 2m, \quad (2)$$

$$(1) \text{ có nghiệm } x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right] \Leftrightarrow (2) \text{ có nghiệm } t \in [-1; 1]$$

Xét hàm số $f(t) = t^2 - 4t + 1$ trên $[-1; 1]$.

BBT

t	-1	1
$f(t)$	6	-2

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow -2 \leq 2m \leq 6 \Leftrightarrow -1 \leq m \leq 3$.

Câu 41. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường tròn (C') : $x^2 + y^2 - 4x + 10y + 4 = 0$. Viết phương trình đường tròn (C) biết (C') là ảnh của (C) qua phép quay với tâm quay là gốc tọa độ O và góc quay bằng 270° .

A. $(C): x^2 + y^2 - 10x - 4y + 4 = 0$.

B. $(C): x^2 + y^2 + 10x + 4y + 4 = 0$.

C. $(C): x^2 + y^2 + 10x - 4y + 4 = 0$.

D. $(C): x^2 + y^2 - 10x + 4y + 4 = 0$.

Lời giải

Chọn A

Đường tròn (C') có tâm $I'(2; -5)$, bán kính $R' = \sqrt{4 + 25 - 4} = 5$.

$$\text{Ta có } (C') = Q_{(O, 270^\circ)}((C)) \Leftrightarrow (C') = Q_{(O, -90^\circ)}((C)) \Leftrightarrow (C) = Q_{(O, 90^\circ)}((C')).$$

$$\text{Do đó } I = Q_{(O, 90^\circ)}(I'). \text{ Vì đây là phép quay } 90^\circ \text{ nên } \begin{cases} x_I = -y_{I'} = 5 \\ y_I = x_{I'} = 2 \end{cases}, \text{ suy ra } I(5; 2).$$

Bán kính đường tròn (C) là $R = R' = 5$.

Vậy $(C): (x-5)^2 + (y-2)^2 = 25 \Leftrightarrow (C): x^2 + y^2 - 10x - 4y + 4 = 0$.

Câu 42. Cho một tập hợp có 2018 phần tử. Hỏi tập đó có bao nhiêu tập con mà mỗi tập con đó có số phần tử là một số lẻ?

A. 1009.

B. $2^{2018} - 1$.

C. $T = 2i$.

D. 2^{2017} .

Lời giải

Chọn D

Số tập con thỏa đề là $S = C_{2018}^1 + C_{2018}^3 + \dots + C_{2018}^{2017}$

Xét khai triển

$$(1+x)^{2018} = \sum_{k=0}^{2018} C_{2018}^k x^k = C_{2018}^0 + C_{2018}^1 x + C_{2018}^2 x^2 + C_{2018}^3 x^3 + \dots + C_{2018}^{2017} x^{2017} + C_{2018}^{2018} x^{2018}$$

$$\text{Lấy } x=1: 2^{2018} = C_{2018}^0 + C_{2018}^1 + C_{2018}^2 + C_{2018}^3 + \dots + C_{2018}^{2017} + C_{2018}^{2018}$$

$$\text{Lấy } x=-1: 0 = C_{2018}^0 - C_{2018}^1 + C_{2018}^2 - C_{2018}^3 + \dots - C_{2018}^{2017} + C_{2018}^{2018}$$

$$\Rightarrow C_{2018}^1 + C_{2018}^3 + \dots + C_{2018}^{2017} = C_{2018}^0 + C_{2018}^2 + \dots + C_{2018}^{2018}$$

$$\text{Vậy } S = C_{2018}^1 + C_{2018}^3 + \dots + C_{2018}^{2017} = \frac{2^{2018}}{2} = 2^{2017}$$

Câu 43. Hàm số $y = 11 - 4\sin^3 x$ có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên.

A. 10.

B. 9.

C. 8.

D. 7.

Lời giải

Chọn B

Ta có $-1 \leq \sin^3 x \leq 1 \Leftrightarrow -4 \leq \sin^3 x \leq 4 \Leftrightarrow 7 \leq 11 - 4\sin^3 x \leq 15$.

Vì $y \in \mathbb{Z} \Rightarrow y \in \{7; 8; 9; 10; 11; 12; 13; 14; 15\}$. Vậy có 9 giá trị nguyên.

Câu 44. Trên mặt phẳng tọa độ, phép tịnh tiến theo véc tơ $\vec{v} = (1; 3)$ biến đường thẳng d thành đường thẳng d' , biết phương trình $d': x - 2y + 5 = 0$. Khi đó d có phương trình là

A. $x + 2y - 1 = 0$.

B. $x - 2y - 1 = 0$.

C. $x - 2y + 1 = 0$.

D. $x - 2y = 0$.

Lời giải

Chọn D

Theo tính chất của phép tịnh tiến thì d' song song hoặc trùng với d
 $\Rightarrow$ phương trình d có dạng $x - 2y + m = 0$.

Gọi $M(x; y); M'(-5; 0) \in d'$ sao cho $T_{\vec{v}}(M) = M'$.

$$\overrightarrow{MM'} = (-5 - x; -y); \vec{v} = (1; 3)$$

$$T_{\vec{v}}(M) = M' \Leftrightarrow \overrightarrow{MM'} = \vec{v} \Rightarrow \begin{cases} -5 - x = 1 \\ -y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -6 \\ y = -3 \end{cases} \Rightarrow M(-6; -3).$$

$$\text{Mà } M \in d \Rightarrow -6 - 2 \cdot (-3) + m = 0 \Leftrightarrow m = 0.$$

Vậy phương trình của d là $x - 2y = 0$.

Câu 45. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường tròn $(C): (x-2)^2 + (y-2)^2 = 4$. Hỏi phép đồng dạng có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép vị tự tâm O tỉ số $k = \frac{1}{2}$ và phép quay tâm O góc quay 90° sẽ biến (C) thành đường tròn nào sau đây?

A. $(x+1)^2 + (y-1)^2 = 1$.

B. $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 1$.

C. $(x+2)^2 + (y-1)^2 = 1$.

D. $(x-2)^2 + (y-2)^2 = 1$.

Lời giải

Chọn A

Đường tròn $(C): (x-2)^2 + (y-2)^2 = 4$ có tâm $I(2;2)$ và bán kính $R=2$.

Gọi đường tròn (C_1) có tâm I_1 bán kính R_1 là ảnh của đường tròn (C) qua phép vị tự tâm O tỉ số $k = \frac{1}{2}$.

$$\longrightarrow \begin{cases} V_{(O,k)}(I) = I_1 \\ R_1 = |k| \cdot R \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{OI_1} = k\overrightarrow{OI} \\ R_1 = 1 \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} I_1(1;1) \\ R_1 = 1 \end{cases}$$

Gọi đường tròn (C_2) có tâm I_2 bán kính R_2 là ảnh của đường tròn (C_1) qua phép quay tâm O góc quay 90° .

$$\longrightarrow \begin{cases} Q_{(O,90^\circ)}(I_1) = I_2 \\ R_2 = R_1 \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} OI_2 = OI_1 \\ (OI_1, OI_2) = 90^\circ \\ R_2 = 1 \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} I_2(-1;1) \\ R_2 = 1 \end{cases}$$

Vậy (C_2) là ảnh của (C) qua phép đồng dạng có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép vị tự tâm

O tỉ số $k = \frac{1}{2}$ và phép quay tâm O góc quay 90° có phương trình là: $(x+1)^2 + (y-1)^2 = 1$.

Câu 46. Một đa giác đều có $2n$ đỉnh với n là số nguyên lớn hơn 1. Biết số tam giác vuông tạo thành từ các đỉnh của đa giác là 180. Khi đó n bằng số nào dưới đây?

A. 9.

B. 10.

C. 11.

D. 12.

Lời giải

Chọn B

Vì đa giác của ta đều có số đỉnh là $2n$ nên số đường chéo tạo thành là n . Các đường chéo này chính là đường kính của đường tròn ngoại tiếp đa giác đều đã cho.

Như vậy: Số tam giác vuông tạo thành là: $n \cdot (2n-2)$.

Theo giả thiết ta được: $n \cdot (2n-2) = 180 \Leftrightarrow n^2 - n - 90 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 10 \\ n = -9 \end{cases}$. Vậy $n = 10$.

Câu 47. Tính $(C_{2020}^0)^2 - (C_{2020}^1)^2 + (C_{2020}^2)^2 - \dots + (C_{2020}^{2020})^2$.

A. $(C_{2020}^{1010})^2$.

B. $-C_{2020}^{1010}$.

C. C_{2020}^{1010} .

D. $-(C_{2020}^{1010})^2$.

Lời giải

Chọn C

Ta có:

$$(1+x)^{2020} = C_{2020}^0 + C_{2020}^1 x + \dots + C_{2020}^{1010} x^{1010} + \dots + C_{2020}^{2019} x^{2019} + C_{2020}^{2020} x^{2020}.$$

$$(1-x)^{2020} = C_{2020}^0 - C_{2020}^1 x + \dots + C_{2020}^{1010} x^{1010} - \dots - C_{2020}^{2019} x^{2019} + C_{2020}^{2020} x^{2020}.$$

$\Rightarrow$ Hệ số của hạng tử chứa x^{2020} trong khai triển của tích $(1+x)^{2020}(1-x)^{2020}$ là:

$$C_{2020}^0 \cdot C_{2020}^{2020} - C_{2020}^1 \cdot C_{2020}^{2019} + C_{2020}^2 \cdot C_{2020}^{2018} - \dots + C_{2020}^{1010} \cdot C_{2020}^{1010} + \dots - C_{2020}^{2019} \cdot C_{2020}^1 + C_{2020}^{2020} \cdot C_{2020}^0$$

$$= (C_{2020}^0)^2 - (C_{2020}^1)^2 + \dots + (C_{2020}^{1010})^2 - \dots + (C_{2020}^{2020})^2 (1).$$

Mặt khác:

$$(1+x)^{2020}(1-x)^{2020} = (1-x^2)^{2020} = C_{2020}^0 - C_{2020}^1 x^2 + \dots + C_{2020}^{1010} (x^2)^{1010} + \dots + C_{2020}^{2020} (-x^2)^{2020}.$$

Suy ra hệ số của hạng tử chứa x^{2020} trong khai triển $(1-x^2)^{2020}$ là C_{2020}^{1010} (2)

Từ (1) và (2) suy ra $(C_{2020}^0)^2 - (C_{2020}^1)^2 + \dots + (C_{2020}^{1010})^2 - \dots + (C_{2020}^{2020})^2 = C_{2020}^{1010}$.

Câu 48. Cho phương trình: $\sin^4 x + \cos^4 x + \cos^2 4x = m$. (m là tham số). Tìm m để phương trình sau có bốn nghiệm phân biệt thuộc đoạn $\left[-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}\right]$.

A. $\frac{47}{64} < m \leq \frac{3}{2}$.

B. $m > \frac{3}{2}$.

C. $\frac{47}{64} < m < 2$.

D. $\frac{47}{64} < m \leq 2$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình đã cho tương đương với:

$$\frac{3 + \cos 4x}{4} + \cos^2 4x = m \Leftrightarrow 4\cos^2 4x + \cos 4x = 4m - 3 \quad (1).$$

Đặt $t = \cos 4x$ ta được: $4t^2 + t = 4m - 3$, (2).

Với $x \in \left[-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}\right]$ thì $t \in [-1; 1]$. Phương trình (1) có 4 nghiệm phân biệt $x \in \left[-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}\right]$ khi và chỉ khi

phương trình (2) có 2 nghiệm phân biệt $t \in [-1; 1]$. (3).

Xét $g(t) = 4t^2 + t$ với $t \in [-1; 1]$. ta có bảng biến thiên :

t	-1	$-\frac{1}{8}$	1
g(t)	5	$-\frac{1}{16}$	3

Dựa vào bảng biến thiên suy ra (3) xảy ra $\Leftrightarrow -\frac{1}{16} < 4m - 3 \leq 3 \Leftrightarrow \frac{47}{64} < m \leq \frac{3}{2}$.

Câu 49. Xét một bảng ô vuông gồm 4×4 ô vuông. Người ta điền vào mỗi ô vuông đó một trong hai số 1 hoặc -1 sao cho tổng các số trong mỗi hàng và tổng các số trong mỗi cột đều bằng 0. Hỏi có bao nhiêu cách?

A. 90.

B. 80.

C. 144.

D. 72.

Lời giải

Chọn A

Nhận xét 1: Trên mỗi hàng có 2 số 1 và 2 số -1, mỗi cột có 2 số 1 và 2 số -1

Nhận xét 2: Để tổng các số trong mỗi hàng và trong mỗi cột bằng 0 đồng thời có không quá hai số bằng nhau và ba hàng đầu tiên đã được xếp số thì ta chỉ có một cách xếp hàng thứ tư.

Do vậy ta tìm số cách xếp ba hàng đầu tiên. Phương pháp giải bài này là xếp theo hàng. (Hình vẽ). Các hàng được đánh số như sau:

Nếu xếp tự do thì mỗi hàng đều có $\frac{4!}{2! \cdot 2!} = 6$ cách điền số mà tổng các số bằng 0, đó là các cách xếp

như sau (Ta gọi là các bộ số từ (1) đến (6)):

11-1-1 (1), 1-1-11 (2), -1-111 (3), -11-11 (4), 1-11-1 (5), -111-1 (6)

Giả sử hàng 1 được xếp như bộ (1). Số cách xếp hàng 2 có các khả năng sau

KN1: Hàng 2 xếp giống hàng 1: Có 1 cách xếp (bộ (1)).

Hàng 3 có 1 cách (bộ (3)). Hàng 4 có 1 cách. Vậy có $1.1.1.1 = 1$ cách xếp.

KN2: Hàng 2 xếp đối xứng với hàng 1: Có 1 cách xếp (bộ (3))

Hàng 3 có 6 cách (lấy thoải mái từ các bộ vì tổng hai hàng trên đã bằng 0). Hàng 4 có 1 cách. Vậy có $1.1.6.1 = 6$ cách xếp.

KN3: Hàng 2 xếp trùng với cách xếp hàng 1 ở 2 vị trí: Có 4 cách xếp (4 bộ còn lại)

Khi đó, với mỗi cách xếp hàng thứ 2, hàng 3 có 2 cách. Hàng 4 có 1 cách. Vậy có $1.1.6.1 = 6$ cách xếp.

Vì vai trò các bộ số như nhau nên số cách xếp thỏa mãn ycbt là $6.(1+6+6) = 90$ cách.

Câu 50. Tính tổng các nghiệm của phương trình $\cos^3 x + \sin^3 x = \sin 2x + \sin x + \cos x$ trong $[0; 2018\pi]$.

A. 4037π .

B. 8144648π .

C. 4036π .

D. 814666π .

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\cos^3 x + \sin^3 x = \sin 2x + \sin x + \cos x$

$$\Leftrightarrow (\sin x + \cos x)(1 - \sin x \cos x) = 2 \sin x \cos x + \sin x + \cos x$$

$$\Leftrightarrow (\sin x + \cos x)(1 - \sin x \cos x - 1) = 2 \sin x \cos x$$

$$\Leftrightarrow (\sin x + \cos x)(-\sin x \cos x) = 2 \sin x \cos x$$

$$\Leftrightarrow \sin x \cos x (2 + \sin x + \cos x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x \cos x = 0 \\ \sin x + \cos x = -2 \text{ (vn)} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \sin 2x = 0 \Leftrightarrow 2x = k\pi \Leftrightarrow x = \frac{k\pi}{2} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Có $0 \leq \frac{k\pi}{2} \leq 2018\pi \Leftrightarrow 0 \leq k \leq 4036$, suy ra các nghiệm của phương trình đã cho trong $[0; 2018\pi]$

tạo thành một cấp số cộng có số hạng đầu $u_1 = 0$, công sai $d = \frac{\pi}{2}$ và có 4037 số hạng.

$$\text{Vậy tổng cần tìm là } S = \frac{4037}{2} \left[2.0 + 4036 \frac{\pi}{2} \right] = 814666\pi.$$

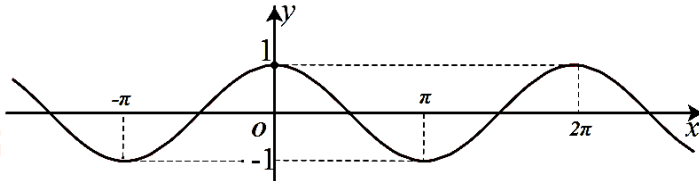
----- **HẾT** -----

ĐỀ 17
ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA KÌ I**Môn: TOÁN, Lớp 10**

Thời gian làm bài: 90 phút, không tính thời gian phát đề

- Câu 1.** Cho A là tập hợp gồm 20 điểm phân biệt. Số đoạn thẳng có hai đầu mút phân biệt thuộc tập A là
A. 160. **B.** 190. **C.** 360. **D.** 170.
- Câu 2.** Chọn đáp án đúng trong các câu sau với y có đơn vị là độ, k là số nguyên
A. $\sin x = \sin y \Leftrightarrow \begin{cases} x = y + k360^\circ \\ x = 180^\circ - y + k360^\circ \end{cases}$ **B.** $\sin x = \sin y \Leftrightarrow \begin{cases} x = y + k2\pi \\ x = -y + k2\pi \end{cases}$
C. $\sin x = \sin y \Leftrightarrow \begin{cases} x = y + k\pi \\ x = \pi - y + k\pi \end{cases}$ **D.** $\sin x = \sin y \Leftrightarrow \begin{cases} x = y + k2\pi \\ x = \pi - y + k2\pi \end{cases}$
- Câu 3.** Cho k, n là các số nguyên thỏa $0 \leq k \leq n, n \geq 1$. Trong các công thức sau, công thức nào **sai**?
A. $P_n = n!$. **B.** $C_n^n = P_n$. **C.** $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$. **D.** $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$.
- Câu 4.** Mệnh đề nào sau đây **sai**?
A. Phép tịnh tiến biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm thẳng hàng.
B. Phép tịnh tiến biến tam giác thành tam giác bằng tam giác đã cho.
C. Phép tịnh tiến bảo toàn khoảng cách giữa hai điểm bất kì.
D. Phép tịnh tiến biến đường thẳng thành đường thẳng song song với đường thẳng đã cho.
- Câu 5.** Lớp 12A có 35 học sinh. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra 1 học sinh làm lớp trưởng?
A. C_{35}^3 . **B.** C_{35}^0 . **C.** C_{35}^1 . **D.** C_{35}^2 .
- Câu 6.** Có bao nhiêu điểm biến thành chính nó qua phép quay tâm O góc quay α ($\alpha \neq k2\pi, k \in \mathbb{Z}$).
A. 0. **B.** 2. **C.** Vô số. **D.** 1.
- Câu 7.** Tìm m để phương trình $3\sin x - 4\cos x = m$ có nghiệm.
A. $m < -5$. **B.** $\begin{cases} m < -5 \\ m > 5 \end{cases}$. **C.** $-5 \leq m \leq 5$. **D.** $m > 5$.
- Câu 8.** Phép vị tự tâm O tỉ số k ($k \neq 0$) biến mỗi điểm M thành điểm M' . Mệnh đề nào sau đây **đúng**?
A. $\overrightarrow{OM} = \frac{1}{k} \overrightarrow{OM'}$. **B.** $\overrightarrow{OM} = k \overrightarrow{OM'}$. **C.** $\overrightarrow{OM} = -\overrightarrow{OM'}$. **D.** $\overrightarrow{OM} = -\overrightarrow{OM'}$
- Câu 9.** Trong các phát biểu sau, phát biểu nào đúng?
A. Phép tịnh tiến, phép vị tự là phép dời hình.
B. Phép tịnh tiến, phép quay là phép dời hình.
C. Phép quay, phép đồng dạng là phép dời hình.
D. Phép tịnh tiến, phép đồng dạng là phép dời hình.
- Câu 10.** Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?
A. $C_{n-1}^{k-1} + C_{n-1}^n = C_n^k$. **B.** $T_{n+1} = C_n^k a^{n-k} b^k$.
C. $C_n^k = C_n^{n-k}$. **D.** Khai triển $(a+b)^n$ có n số hạng.
- Câu 11.** Trong các hàm số sau, hàm số nào có đồ thị đối xứng qua gốc tọa độ?
A. $y = \cot 4x$. **B.** $y = \frac{\sin x + 1}{\cos x}$. **C.** $y = \tan^2 x$. **D.** $y = |\cot x|$.
- Câu 12.** Gieo ngẫu nhiên 2 đồng tiền thì không gian mẫu của phép thử có bao nhiêu biến cố?
A. 16. **B.** 8. **C.** 12. **D.** 4.

- Câu 13.** Phương trình $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ có tập nghiệm là
A. $\left\{ \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$. **B.** $\left\{ \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.
C. $\left\{ \pm \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$. **D.** $\left\{ \pm \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.
- Câu 14.** Từ các số 1, 2, 3, 4, 5 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm hai chữ số?
A. 10. **B.** 120. **C.** 20. **D.** 25.
- Câu 15.** Tam giác đều có bao nhiêu trục đối xứng?
A. 0. **B.** 1. **C.** 3. **D.** Vô số.
- Câu 16.** Một chiếc vòng đeo tay gồm 20 hạt giống nhau. Hỏi có bao nhiêu cách cắt chiếc vòng đó thành 2 phần mà số hạt ở mỗi phần đều là số lẻ?
A. 90. **B.** 5. **C.** 180. **D.** 10.
- Câu 17.** Cho phương trình $2\sin^2 x + 3\sin x + 1 = 0$, đặt $t = \sin x$ thì phương trình trở thành
A. $5t^2 + 1 = 0$. **B.** $5t + 1 = 0$. **C.** $2t^2 + 3t + 1 = 0$. **D.** $-2t^2 + 3t + 1 = 0$.
- Câu 18.** Cho tam giác ABC và $A'B'C'$ đồng dạng với nhau theo tỉ số k . Mệnh đề nào sau đây là **sai**?
A. k là tỉ số hai đường cao tương ứng.
B. k là tỉ số hai góc tương ứng.
C. k là tỉ số hai bán kính đường tròn ngoại tiếp tương ứng.
D. k là tỉ số hai trung tuyến tương ứng.
- Câu 19.** Nghiệm của phương trình $\tan 3x = \tan x$ là
A. $x = \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$. **B.** $x = \frac{k\pi}{6}, k \in \mathbb{Z}$. **C.** $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$. **D.** $x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.
- Câu 20.** Đường cong trong hình dưới đây là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D . Hỏi hàm số đó là hàm số nào?
- 
- A.** $y = \sin x$. **B.** $y = \cos x$. **C.** $y = 1 + \sin x$. **D.** $y = 1 - \sin x$.
- Câu 21.** Số nghiệm của phương trình $\tan 3x = \tan x$ trong $[0; 10\pi]$ là
A. 10. **B.** 20. **C.** 21. **D.** 11.
- Câu 22.** Cho hình chữ nhật $ABCD$, tâm O . Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm các cạnh AB, BC, CD, DA . Biết phép dời hình F biến tam giác AMQ thành tam giác ONP . Tìm ảnh của điểm O qua phép dời hình F ?
A. Điểm C . **B.** Điểm D . **C.** Điểm Q . **D.** Điểm B .
- Câu 23.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có các điểm $A(3;0), B(-2;4), C(-4;5)$, G là trọng tâm của tam giác và G' là ảnh của G qua phép tịnh tiến theo vectơ $\overrightarrow{AG}$. Tìm tọa độ điểm G' .
A. $G'(3;1)$. **B.** $G'(-5;6)$. **C.** $G'(-1;3)$. **D.** $G'(5;6)$.
- Câu 24.** Đường cong dưới đây là đồ thị của hàm số nào?
A. $y = 1 + |\cos x|$. **B.** $y = 1 + |\sin x|$. **C.** $y = 1 + \sin|x|$. **D.** $y = |\sin x|$.
- Câu 25.** Phép quay tâm $O(0;0)$ góc quay 90° biến điểm $M(-5;2)$ thành điểm M' có tọa độ:

- A. $(2; 5)$. B. $(5; -2)$. C. $(-2; -5)$. D. $(5; -2)$.

Câu 26. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $\vec{v} = (2; 4)$ và đường thẳng $\Delta: x - 2y + 3 = 0$. Ảnh của đường thẳng Δ qua phép tịnh tiến $T_{\vec{v}}$ là đường thẳng

- A. $\Delta': x - 2y - 9 = 0$. B. $\Delta': 2x - y - 3 = 0$. C. $\Delta': x + 2y + 9 = 0$. D. $\Delta': x - 2y + 9 = 0$.

Câu 27. Biết phép vị tự tâm $O(0; 0)$ tỉ số k biến điểm $A(2; -1)$ thành điểm $B(-6; 3)$. Tỉ số vị tự k bằng

- A. -3 . B. 2 . C. 3 . D. -2 .

Câu 28. Tìm hệ số của số hạng chứa x^9 trong khai triển nhị thức Newton $(1 + 2x)(3 + x)^{11}$.

- A. 1380. B. 9405. C. 2890. D. 4620.

Câu 29. Phương trình $\sqrt{3} \sin 2x - \cos 2x = 2$ có tập nghiệm là

- A. $S = \left\{ \frac{\pi}{3} + \frac{k\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$. B. $S = \left\{ \frac{2\pi}{3} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.
C. $S = \left\{ \frac{\pi}{3} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$. D. $S = \left\{ \frac{5\pi}{12} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 30. Cho hai đường thẳng song song d và d' . Trên đường thẳng d lấy 5 điểm khác nhau, trên đường thẳng d' lấy 8 điểm khác nhau. Hỏi có thể vẽ được bao nhiêu vector mà các điểm đầu và điểm cuối không cùng nằm trên một đường thẳng.

- A. 13. B. 80. C. 32. D. 40.

Câu 31. Nghiệm của phương trình $\tan 3x = \tan x$ là

- A. $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$. B. $x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. C. $x = \frac{k\pi}{6}, k \in \mathbb{Z}$. D. $x = \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 32. Nghiệm của phương trình $\tan 3x = \tan x$ là

- A. $x = \frac{k\pi}{6}, k \in \mathbb{Z}$. B. $x = \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$. C. $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$. D. $x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 33. Có 4 bạn nam và 4 bạn nữ xếp vào 8 ghế được kê thành hàng ngang. Có bao nhiêu cách xếp mà nam và nữ được xếp xen kẽ nhau?

- A. $2 \cdot (8!)^2$. B. $8!$. C. $2 \cdot (4!)$. D. $2 \cdot (4!)^2$.

Câu 34. Phương trình $\sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ có tập nghiệm là

- A. $S = \left\{ \frac{\pi}{12} + k2\pi, -\frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$. B. $S = \left\{ \frac{\pi}{12} + k2\pi, \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.
C. $S = \left\{ \frac{\pi}{12} + k\pi, \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$. D. $S = \left\{ \frac{\pi}{12} + k\pi, -\frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 35. Nếu $A_n^2 \cdot C_n^{n-1} = 48$ thì n bằng

- A. 3. B. 2. C. 1. D. 4.

Câu 36. Phương trình $(\sin x - \sin 2x)(\sin x + \sin 2x) = \sin^2 3x$ tương đương với phương trình nào sau đây:

- A. $(\sin x + \sin 3x) \sin 3x = 0$. B. $(\sin x - \sin 3x) \sin x = 0$.
C. $(\sin x - \sin 2x - \sin 3x)(\sin x + \sin 2x) = 0$. D. $(\sin x - \sin 2x - \sin 3x)(\cos x + \cos 2x) = 0$.

Câu 37. Cho phương trình $(\sin x + 1)(\sin 2x - m \sin x) = m \cos^2 x$. Tìm tập hợp S tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình có nghiệm trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{6}\right)$.

A. $S = \left(-1; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ B. $S = \left(0; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ C. $S = (0; 1)$ D. $S = \left(0; \frac{1}{2}\right)$.

Câu 38. Trên các cạnh AB, BC, CA của tam giác ABC lần lượt lấy $2, 4, n$ ($n > 3$) điểm phân biệt (các điểm không trùng với các đỉnh của tam giác). Tìm n , biết rằng số tam giác có các đỉnh thuộc $n+6$ điểm đã cho là 247.

A. 7. B. 5. C. 6. D. 8.

Câu 39. Hàm số $y = \frac{3 + \sin 2x}{\sqrt{m \cos x + 1}}$ có tập xác định là $\mathbb{R}$ khi

A. $-1 < m < 1$. B. $m \neq -1$. C. $m > 0$. D. $0 < m < 1$.

Câu 40. Biết rằng m_0 là giá trị của tham số m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $y = \cos^2 x - \cos x + m + 2$ bằng 5. Khi đó, m_0 thuộc khoảng nào sau đây?

A. $(1; 3)$. B. $(0; 2)$. C. $(-1; 1)$. D. $(-2; 0)$.

Câu 41. Phép quay tâm $I(4; -3)$ góc quay 180° biến đường thẳng $d: x + y - 5 = 0$ thành đường thẳng có phương trình là

A. $x + y - 3 = 0$. B. $x - y + 3 = 0$. C. $x + y + 5 = 0$. D. $x + y + 3 = 0$.

Câu 42. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng d có phương trình $x + y - 2 = 0$. Viết phương trình đường thẳng d' là ảnh của d qua phép đồng dạng có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép vị tự tâm $I(-1; -1)$ tỉ số $k = \frac{1}{2}$ và phép quay tâm O góc -45° .

A. $x = 0$. B. $y = x$. C. $y = -x$. D. $y = 0$.

Câu 43. Trong khai triển $(1 + ax)^n$ ta có số hạng đầu là 1, số hạng thứ hai là $24x$, số hạng thứ ba là $252x^2$. Tìm n .

A. $n = 8$. B. $n = 21$. C. $n = 252$. D. $n = 3$.

Câu 44. Cho parabol (P) có phương trình: $y = x^2 - x + 1$. Thực hiện liên tiếp hai phép tịnh tiến theo các vector $\vec{u} = (1; -2)$ và $\vec{v} = (2; 3)$, parabol (P) biến thành parabol có phương trình là

A. $y = x^2 + 3x + 2$. B. $y = x^2 - 9x + 5$. C. $y = x^2 - 7x + 14$. D. $y = x^2 + 5x + 2$.

Câu 45. Cho $\vec{v} = (3; 3)$ và đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 = 0$. Ảnh của (C) qua $T_{\vec{v}}$ là (C') .

A. $(x-4)^2 + (y-1)^2 = 9$. B. $(x-4)^2 + (y-1)^2 = 4$.
C. $(x+4)^2 + (y+1)^2 = 9$. D. $x^2 + y^2 + 8x + 2y - 4 = 0$

Câu 46. Cho phương trình $\sin^{2018} x + \cos^{2018} x = 2(\sin^{2020} x + \cos^{2020} x)$. Tính tổng các nghiệm của phương trình trong khoảng $(0; 2018)$.

A. $\left(\frac{1285}{2}\right)^2 \pi$. B. $(643)^2 \pi$. C. $(642)^2 \pi$. D. $\left(\frac{1285}{4}\right)^2 \pi$.

Câu 47. Gọi x_0 là nghiệm dương nhỏ nhất của $\cos 2x + \sqrt{3} \sin 2x + \sqrt{3} \sin x - \cos x = 2$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $x_0 \in \left(\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{3}\right]$. B. $x_0 \in \left(\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{2}\right]$. C. $x_0 \in \left(0; \frac{\pi}{12}\right)$. D. $x_0 \in \left[\frac{\pi}{12}; \frac{\pi}{6}\right]$.

Câu 48. Có bao nhiêu giá trị m nguyên, không âm, không quá 20 để hai phương trình sau tương đương nhau?

(1) $2 \cos x \cos 2x = 1 + \cos 2x + \cos 3x$ và (2) $4 \cos^2 x - \cos 3x = m \cos x + (4 - m)(1 + \cos 2x)$

A. 3.

B. 18.

C. 15.

D. 2.

Câu 49. Tìm số nguyên dương n thỏa mãn: $\frac{1}{2} \binom{n}{1}^2 + \frac{2}{3} \binom{n}{2}^2 + \dots + \frac{n}{n+1} \binom{n}{n}^2 = \frac{2n-198}{199} \cdot C_{2n}^{n-1}$.

A. $n=199$.

B. $n=201$.

C. $n=198$.

D. $n=200$.

Câu 50. Cho tập hợp $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ có bao nhiêu số tự nhiên gồm 5 chữ số khác nhau được lập từ A trong đó có 3 số lẻ và chúng không ở ba vị trí liên kề.

A. 468.

B. 164.

C. 170.

D. 160.

ĐỀ 17
ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

HDG ĐỀ KIỂM TRA GIỮA KÌ I**Môn: TOÁN, Lớp 10***Thời gian làm bài: 90 phút, không tính thời gian phát đề*

- Câu 1.** Cho A là tập hợp gồm 20 điểm phân biệt. Số đoạn thẳng có hai đầu mút phân biệt thuộc tập A là
A. 160. **B.** 190. **C.** 360. **D.** 170.

Lời giải**Chọn B**Số đoạn thẳng là $C_{20}^2 = 190$.

- Câu 2.** Chọn đáp án đúng trong các câu sau với y có đơn vị là độ, k là số nguyên

A. $\sin x = \sin y \Leftrightarrow \begin{cases} x = y + k360^\circ \\ x = 180^\circ - y + k360^\circ \end{cases}$

B. $\sin x = \sin y \Leftrightarrow \begin{cases} x = y + k2\pi \\ x = -y + k2\pi \end{cases}$

C. $\sin x = \sin y \Leftrightarrow \begin{cases} x = y + k\pi \\ x = \pi - y + k\pi \end{cases}$

D. $\sin x = \sin y \Leftrightarrow \begin{cases} x = y + k2\pi \\ x = \pi - y + k2\pi \end{cases}$

Lời giải**Chọn A**

- Câu 3.** Cho k, n là các số nguyên thỏa $0 \leq k \leq n, n \geq 1$. Trong các công thức sau, công thức nào **sai**?

A. $P_n = n!$. **B.** $C_n^n = P_n$. **C.** $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$. **D.** $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$.

Lời giải**Chọn B**Ta có: khi $n = 2$: $C_2^2 = 1, P_2 = 2$.

- Câu 4.** Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A.** Phép tịnh tiến biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm thẳng hàng.
B. Phép tịnh tiến biến tam giác thành tam giác bằng tam giác đã cho.
C. Phép tịnh tiến bảo toàn khoảng cách giữa hai điểm bất kì.
D. Phép tịnh tiến biến đường thẳng thành đường thẳng song song với đường thẳng đã cho.

Lời giải**Chọn D**

Theo tính chất của phép tịnh tiến thì các mệnh đề A, C, D đúng.

Mệnh đề B sai vì hai đường thẳng đó có thể trùng nhau.

- Câu 5.** Lớp 12A có 35 học sinh. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra 1 học sinh làm lớp trưởng?

A. C_{35}^3 . **B.** C_{35}^0 . **C.** C_{35}^1 . **D.** C_{35}^2 .

Lời giải**Chọn C**Số cách chọn ra 1 học sinh từ 35 học sinh là C_{35}^1 .

- Câu 6.** Có bao nhiêu điểm biến thành chính nó qua phép quay tâm O góc quay α ($\alpha \neq k2\pi, k \in \mathbb{Z}$).

A. 0. **B.** 2. **C.** Vô số. **D.** 1.

Lời giải**Chọn D**Có duy nhất điểm O biến thành chính nó qua phép quay tâm O góc quay α ($\alpha \neq k2\pi, k \in \mathbb{Z}$).

- Câu 7.** Tìm m để phương trình $3\sin x - 4\cos x = m$ có nghiệm.

- A. $m < -5$. B. $\begin{cases} m < -5 \\ m > 5 \end{cases}$. C. $-5 \leq m \leq 5$. D. $m > 5$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình $3\sin x - 4\cos x = m$ có nghiệm $\Leftrightarrow -\sqrt{3^2 + 4^2} \leq m \leq \sqrt{3^2 + 4^2} \Leftrightarrow -5 \leq m \leq 5$.

Câu 8. Phép vị tự tâm O tỉ số k ($k \neq 0$) biến mỗi điểm M thành điểm M' . Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

- A. $\overrightarrow{OM} = \frac{1}{k} \overrightarrow{OM'}$. B. $\overrightarrow{OM} = k \overrightarrow{OM'}$. C. $\overrightarrow{OM} = -\overrightarrow{OM'}$. D. $\overrightarrow{OM} = -\overrightarrow{OM'}$

Lời giải

Chọn A

Theo định nghĩa phép vị tự ta có: $M' = V_{(O,k)}(M) \Leftrightarrow \overrightarrow{OM'} = k \overrightarrow{OM} \Leftrightarrow \overrightarrow{OM} = \frac{1}{k} \overrightarrow{OM'}$.

Câu 9. Trong các phát biểu sau, phát biểu nào đúng?

- A. Phép tịnh tiến, phép vị tự là phép dời hình.
B. Phép tịnh tiến, phép quay là phép dời hình.
C. Phép quay, phép đồng dạng là phép dời hình.
D. Phép tịnh tiến, phép đồng dạng là phép dời hình.

Lời giải

Chọn B

Câu 10. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

- A. $C_{n-1}^{k-1} + C_{n-1}^n = C_n^k$. B. $T_{n+1} = C_n^k a^{n-k} b^k$.
C. $C_n^k = C_n^{n-k}$. D. Khai triển $(a+b)^n$ có n số hạng.

Lời giải

Chọn D

Đáp án B sai vì khai triển $(a+b)^n$ có $n+1$ số hạng.

Câu 11. Trong các hàm số sau, hàm số nào có đồ thị đối xứng qua gốc tọa độ?

- A. $y = \cot 4x$. B. $y = \frac{\sin x + 1}{\cos x}$. C. $y = \tan^2 x$. D. $y = |\cot x|$.

Lời giải

Chọn A

Ta kiểm tra được hàm số trong đáp án A là hàm số lẻ nên có đồ thị đối xứng qua gốc tọa độ.

Câu 12. Gieo ngẫu nhiên 2 đồng tiền thì không gian mẫu của phép thử có bao nhiêu biến cố?

- A. 16. B. 8. C. 12. D. 4.

Lời giải

Chọn D

Mô tả không gian mẫu ta có: $\Omega = \{SS; SN; NS; NN\}$.

Câu 13. Phương trình $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ có tập nghiệm là

- A. $\left\{ \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$. B. $\left\{ \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.
C. $\left\{ \pm \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$. D. $\left\{ \pm \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Lời giải

Chọn B

$\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \cos x = \cos \frac{\pi}{6} \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

- Câu 14.** Từ các số 1, 2, 3, 4, 5 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm hai chữ số?
A. 10. **B.** 120. **C.** 20. **D.** 25.

Lời giải

Chọn D

Gọi số có hai chữ số là $\overline{ab}$.

Số cách chọn chữ số a : 5 cách.

Số cách chọn chữ số b : 5 cách.

Vậy có: $5.5 = 25$ (số).

- Câu 15.** Tam giác đều có bao nhiêu trục đối xứng?
A. 0. **B.** 1. **C.** 3. **D.** Vô số.

Lời giải

Chọn C

Tam giác đều có 3 trục đối xứng (đường thẳng đi qua đỉnh tam giác và trung điểm cạnh đối diện).

- Câu 16.** Một chiếc vòng đeo tay gồm 20 hạt giống nhau. Hỏi có bao nhiêu cách cắt chiếc vòng đó thành 2 phần mà số hạt ở mỗi phần đều là số lẻ?
A. 90. **B.** 5. **C.** 180. **D.** 10.

Lời giải

Chọn B

Ta có $20 = 1 + 19 = 3 + 17 = 5 + 15 = 7 + 13 = 9 + 11$ mà vòng đeo tay gồm 20 hạt giống nhau nên có 5 cách cắt chiếc vòng đó thành 2 phần mà số hạt ở mỗi phần đều là số lẻ.

- Câu 17.** Cho phương trình $2\sin^2 x + 3\sin x + 1 = 0$, đặt $t = \sin x$ thì phương trình trở thành
A. $5t^2 + 1 = 0$. **B.** $5t + 1 = 0$. **C.** $2t^2 + 3t + 1 = 0$. **D.** $-2t^2 + 3t + 1 = 0$.

Lời giải

Chọn C

Đặt $t = \sin x$ thì phương trình $2\sin^2 x + 3\sin x + 1 = 0$ trở thành $2t^2 + 3t + 1 = 0$.

- Câu 18.** Cho tam giác ABC và $A'B'C'$ đồng dạng với nhau theo tỉ số k . Mệnh đề nào sau đây là **sai**?
A. k là tỉ số hai đường cao tương ứng.
B. k là tỉ số hai góc tương ứng.
C. k là tỉ số hai bán kính đường tròn ngoại tiếp tương ứng.
D. k là tỉ số hai trung tuyến tương ứng.

Lời giải

Chọn B

Vì hai tam giác đồng dạng thì các góc tương ứng luôn bằng nhau.

- Câu 19.** Nghiệm của phương trình $\tan 3x = \tan x$ là
A. $x = \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$. **B.** $x = \frac{k\pi}{6}, k \in \mathbb{Z}$. **C.** $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$. **D.** $x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải

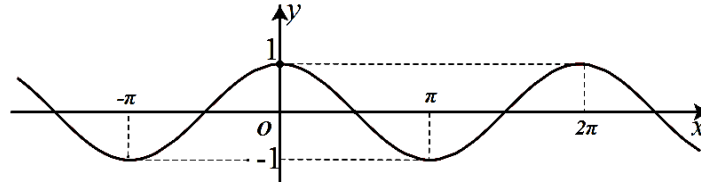
Chọn C

Điều kiện: $\begin{cases} \cos 3x \neq 0 \\ \cos x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \cos 3x \neq 0 \Leftrightarrow 3x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$.

Ta có: $\tan 3x = \tan x \Leftrightarrow 3x = x + k\pi \Leftrightarrow x = k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$.

So sánh điều kiện ta thu được nghiệm của phương trình: $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 20. Đường cong trong hình dưới đây là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

A. $y = \sin x$.B. $y = \cos x$.C. $y = 1 + \sin x$.D. $y = 1 - \sin x$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào lý thuyết đây là đồ thị của hàm $y = \cos x$.

Câu 21. Số nghiệm của phương trình $\tan 3x = \tan x$ trong $[0; 10\pi]$ là

A. 10.

B. 20.

C. 21.

D. 11.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Điều kiện } \begin{cases} 3x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{3} \\ x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \end{cases}$$

$$\text{Phương trình } \tan 3x = \tan x \Leftrightarrow 3x = x + k\pi \Leftrightarrow x = k\frac{\pi}{2} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

Kết hợp với điều kiện, phương trình có nghiệm $x = k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$

Ta có $0 \leq k\pi \leq 10\pi \Leftrightarrow 0 \leq k \leq 10$.

Vì $k \in \mathbb{Z} \Rightarrow k \in \{0; 1; 2; \dots; 10\}$. Vậy có 11 giá trị k .

Suy ra, số nghiệm của phương trình $\tan 3x = \tan x$ trong $[0; 10\pi]$ là 11.

Câu 22. Cho hình chữ nhật ABCD, tâm O. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm các cạnh AB, BC, CD, DA. Biết phép dời hình F biến tam giác AMQ thành tam giác ONP. Tìm ảnh của điểm O qua phép dời hình F?

A. Điểm C.

Điểm D.

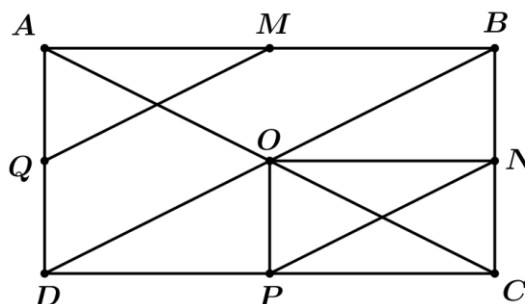
C. Điểm Q.

D. Điểm B.

B.

Lời giải

Chọn A



Từ giả thiết ta có $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{QP} = \overrightarrow{AO}$ nên phép dời hình F chính là phép tịnh tiến theo vector $\overrightarrow{AO}$. Khi đó

$$T_{\overline{AO}} : A \mapsto O$$

$$M \mapsto N \text{ nên } T_{\overline{AO}} : \Delta AMQ \mapsto ONP.$$

$$Q \mapsto P$$

Vì $\overline{OC} = \overline{AO}$ nên ảnh của điểm O qua phép dời hình F chính là điểm C .

- Câu 23.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có các điểm $A(3;0)$, $B(-2;4)$, $C(-4;5)$, G là trọng tâm của tam giác và G' là ảnh của G qua phép tịnh tiến theo vector $\overline{AG}$. Tìm tọa độ điểm G' .
- A. $G'(3;1)$. B. $G'(-5;6)$. C. $G'(-1;3)$. D. $G'(5;6)$.

Lời giải

Chọn

D.

Do G là trọng tâm của tam giác $ABC \Rightarrow G(-1;3)$ và $\overline{AG} = (-4;3)$

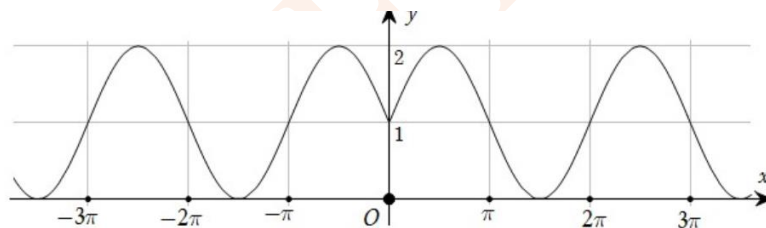
Ta có: $T_{\overline{AG}}(G) = G' \Leftrightarrow \overline{GG'} = \overline{AG}$

Gọi $G'(x;y)$

$$\text{Theo biểu thức tọa độ: } \begin{cases} x_{G'} = x_G + a = -1 - 4 = -5 \\ y_{G'} = y_G + b = 3 + 3 = 6 \end{cases} \Rightarrow G'(-5;6).$$

- Câu 24.** Đường cong dưới đây là đồ thị của hàm số nào?

A. $y = 1 + |\cos x|$. B. $y = 1 + |\sin x|$. C. $y = 1 + \sin|x|$. D. $y = |\sin x|$.



Lời giải

Chọn C

Ta có điểm $A(0;1)$ thuộc đồ thị nên loại phương án A và B.

Điểm $B\left(\frac{3\pi}{2}; 0\right)$ thuộc đồ thị nên loại phương án C.

- Câu 25.** Phép quay tâm $O(0;0)$ góc quay 90° biến điểm $M(-5;2)$ thành điểm M' có tọa độ:

A. $(2;5)$. B. $(5;-2)$. C. $(-2;-5)$. D. $(5;-2)$.

Lời giải

Chọn C

Phép quay tâm $O(0;0)$ góc quay 90° biến điểm $M(-5;2)$ thành điểm $M'(x';y')$ có tọa độ thỏa

$$\text{mãn: } \begin{cases} x' = -y \\ y' = x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x' = -2 \\ y' = -5 \end{cases} \Rightarrow M'(-2;-5).$$

- Câu 26.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $\vec{v} = (2;4)$ và đường thẳng $\Delta: x - 2y + 3 = 0$. Ảnh của đường thẳng Δ qua phép tịnh tiến $T_{\vec{v}}$ là đường thẳng

A. $\Delta': x - 2y - 9 = 0$. B. $\Delta': 2x - y - 3 = 0$. C. $\Delta': x + 2y + 9 = 0$. D. $\Delta': x - 2y + 9 = 0$.

Chọn D

$\Rightarrow$ Ảnh của đường thẳng $\Delta: x-2y+3=0$ qua phép tịnh tiến T_v là đường thẳng $\Delta': x-2y+9=0$.

- ## Lời giải

Chọn A

Hướng dẫn giải

Chọn B

D. $S = \left\{ \frac{5\pi}{12} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}.$

Lời giải

Chon C

A. 13. **B.** 80. **C.** 32. **D.** 40.

Lời giải

Chọn B

Điểm đầu trên d_1 và điểm cuối trên d_2 : Số vector có được là $5.8 = 40$.

Điểm đầu trên d_2 và điểm cuối trên d_1 : Số vector có được là $5.8 = 40$.

Vậy số vector có được là $40 + 40 = 80$.

Câu 31. Nghiệm của phương trình $\tan 3x = \tan x$ là

- A. $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$. B. $x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. C. $x = \frac{k\pi}{6}, k \in \mathbb{Z}$. D. $x = \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{ĐK: } \begin{cases} \cos 3x \neq 0 \\ \cos x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \frac{\pi}{6} + \frac{m\pi}{3} \\ x \neq \frac{\pi}{2} + n\pi \end{cases} (*)$$

Ta có $\tan 3x = \tan x \Leftrightarrow 3x = x + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$.

So điều kiện, phương trình đã cho có họ nghiệm: $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 32. Nghiệm của phương trình $\tan 3x = \tan x$ là

- A. $x = \frac{k\pi}{6}, k \in \mathbb{Z}$. B. $x = \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$. C. $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$. D. $x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} x \neq \frac{\pi}{2} + n\pi \\ 3x \neq \frac{\pi}{2} + l\pi \end{cases}, (l, n \in \mathbb{Z}).$$

Ta có:

$$\tan 3x = \tan x \Leftrightarrow 3x = x + k\pi \Leftrightarrow 2x = k\pi \Leftrightarrow x = \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}.$$

Đối chiếu điều kiện ta có nghiệm của PT đã cho là $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 33. Có 4 bạn nam và 4 bạn nữ xếp vào 8 ghế được kê thành hàng ngang. Có bao nhiêu cách xếp mà nam và nữ được xếp xen kẽ nhau?

- A. $2.(8!)^2$. B. $8!$. C. $2.(4!)$. D. $2.(4!)^2$.

Lời giải

Chọn D

Giả sử hàng ghế được đánh số theo thứ tự là 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8

Để xếp các bạn nam và nữ ngồi xen kẽ nhau thì có 2 trường hợp:

TH1: Nam ngồi vị trí lẻ, nữ ngồi vị trí chẵn có $4!.4!$

TH2: Nam ngồi vị trí chẵn, nữ ngồi vị trí lẻ có $4!.4!$

Vậy có: $2.(4!)^2$.

Câu 34. Phương trình $\sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ có tập nghiệm là

- A. $S = \left\{ \frac{\pi}{12} + k2\pi, -\frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$. B. $S = \left\{ \frac{\pi}{12} + k2\pi, \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

$$\text{C. } S = \left\{ \frac{\pi}{12} + k\pi, \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}.$$

$$\text{D. } S = \left\{ \frac{\pi}{12} + k\pi, -\frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}.$$

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có: } \sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) = \sin \frac{\pi}{3} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ 2x + \frac{\pi}{6} = \pi - \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{12} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{4} + k\pi \end{cases}$$

$$k \in \mathbb{Z}.$$

$$\text{Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là } S = \left\{ \frac{\pi}{12} + k\pi, \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}.$$

Câu 35. Nếu $A_n^2 \cdot C_n^{n-1} = 48$ thì n bằng

A. 3.

B. 2.

C. 1.

D. 4.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} n \geq 2 \\ n \in \mathbb{N} \end{cases}. \text{ Ta có: } A_n^2 \cdot C_n^{n-1} = 48 \Leftrightarrow \frac{n!}{(n-2)!} \cdot \frac{n!}{(n-1)! \cdot 1!} = 48$$

$$\Leftrightarrow n(n-1) \cdot n - 48 = 0 \Leftrightarrow n^3 - n^2 - 48 = 0 \Leftrightarrow n = 4 \text{ (do } n \in \mathbb{N}, n \geq 2).$$

Câu 36. Phương trình $(\sin x - \sin 2x)(\sin x + \sin 2x) = \sin^2 3x$ tương đương với phương trình nào sau đây:

$$\text{A. } (\sin x + \sin 3x) \sin 3x = 0.$$

$$\text{B. } (\sin x - \sin 3x) \sin x = 0.$$

$$\text{C. } (\sin x - \sin 2x - \sin 3x)(\sin x + \sin 2x) = 0.$$

$$\text{D. } (\sin x - \sin 2x - \sin 3x)(\cos x + \cos 2x) = 0.$$

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } (\sin x - \sin 2x)(\sin x + \sin 2x) = \sin^2 3x \Leftrightarrow \sin^2 x - \sin^2 2x = \sin^2 3x$$

$$\Leftrightarrow \frac{1 - \cos 2x}{2} - \frac{1 - \cos 4x}{2} = \sin^2 3x \Leftrightarrow \frac{1}{2}(\cos 4x - \cos 2x) = \sin^2 3x$$

$$\Leftrightarrow -\sin 3x \cdot \sin x = \sin^2 3x \Leftrightarrow \sin 3x(\sin x + \sin 3x) = 0.$$

Câu 37. Cho phương trình $(\sin x + 1)(\sin 2x - m \sin x) = m \cos^2 x$. Tìm tập hợp S tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình có nghiệm trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{6}\right)$.

$$\text{A. } S = \left(-1; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

$$\text{B. } S = \left(0; \frac{\sqrt{3}}{2}\right).$$

$$\text{C. } S = (0; 1).$$

$$\text{D. } S = \left(0; \frac{1}{2}\right).$$

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } (\sin x + 1)(\sin 2x - m \sin x) = m \cos^2 x.$$

$$\Leftrightarrow (\sin x + 1)(\sin 2x - m \sin x) = m(1 - \sin x)(1 + \sin x). \quad (1)$$

$$\text{Với } x \in \left(0; \frac{\pi}{6}\right) \Rightarrow 1 + \sin x \neq 0, \text{ thì phương trình (1) tương đương:}$$

$$\sin 2x - m \sin x = m(1 - \sin x).$$

$$\Leftrightarrow \sin 2x = m.$$

$$\text{Khi } x \in \left(0; \frac{\pi}{6}\right) \Rightarrow \sin 2x \in \left(0; \frac{\sqrt{3}}{2}\right) \Rightarrow m \in \left(0; \frac{\sqrt{3}}{2}\right).$$

Câu 38. Trên các cạnh AB, BC, CA của tam giác ABC lần lượt lấy $2, 4, n$ ($n > 3$) điểm phân biệt (các điểm không trùng với các đỉnh của tam giác). Tìm n , biết rằng số tam giác có các đỉnh thuộc $n+6$ điểm đã cho là 247.

A. 7.

B. 5.

C. 6.

D. 8.

Lời giải

Chọn A

Nhận xét: Nếu lấy ba điểm thuộc cùng một trong các cạnh AB, BC, CA thì không thể tạo thành một tam giác được.

Số tam giác được tạo thành từ $n+6$ đã cho là: $C_{n+6}^3 - C_n^3 - C_4^3$ tam giác.

$$\text{Theo giả thiết, ta có: } C_{n+6}^3 - C_n^3 - C_4^3 = 247 \Leftrightarrow \begin{cases} n \in \mathbb{N}^* \\ n > 3 \\ 18n^2 + 72n - 1386 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n = 7(Nh) \\ n = -11(L) \end{cases}.$$

Vậy $n = 7$.

Câu 39. Hàm số $y = \frac{3 + \sin 2x}{\sqrt{m \cos x + 1}}$ có tập xác định là $\mathbb{R}$ khi

A. $-1 < m < 1$.B. $m \neq -1$.C. $m > 0$.D. $0 < m < 1$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Hàm số } y = \frac{3 + \sin 2x}{\sqrt{m \cos x + 1}} \text{ có tập xác định là } \mathbb{R} \Leftrightarrow m \cos x + 1 > 0$$

$$\text{Ta có } -1 \leq \cos x \leq 1 \Rightarrow -m \leq m \cos x \leq m \Rightarrow -m+1 < m \cos x + 1 < m+1$$

$$\Rightarrow \text{GTNN của } m \cos x + 1 \text{ là } -m+1$$

$$\Rightarrow -m+1 > 0 \Rightarrow 0 < m < 1.$$

Câu 40. Biết rằng m_0 là giá trị của tham số m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $y = \cos^2 x - \cos x + m + 2$ bằng 5. Khi đó, m_0 thuộc khoảng nào sau đây?

A. $(1; 3)$.B. $(0; 2)$.C. $(-1; 1)$.D. $(-2; 0)$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Xét hàm số: } y = \cos^2 x - \cos x + m + 2.$$

$$\text{Đặt } t = \cos x, t \in [-1; 1].$$

$$\text{Khi đó hàm số trở thành: } y = t^2 - t + m + 2, t \in [-1; 1].$$

$$\text{Ta có: } y = \left(t - \frac{1}{2}\right)^2 + m + \frac{7}{4}.$$

$$\text{Vì } t \in [-1; 1] \text{ nên } -\frac{3}{2} \leq t - \frac{1}{2} \leq \frac{1}{2} \Rightarrow \left(t - \frac{1}{2}\right)^2 \leq \frac{9}{4} \Rightarrow y = \left(t - \frac{1}{2}\right)^2 + m + \frac{7}{4} \leq m + 4.$$

$$\text{Hàm số đạt GTLN bằng } m + 4 \text{ khi } t = \cos x = -1.$$

$$\text{Yêu cầu bài toán } \Leftrightarrow m + 4 = 5 \Leftrightarrow m = 1.$$

Câu 41. Phép quay tâm $I(4; -3)$ góc quay 180° biến đường thẳng $d: x + y - 5 = 0$ thành đường thẳng có phương trình là

A. $x + y - 3 = 0$.

B. $x - y + 3 = 0$.

C. $x + y + 5 = 0$.

D. $x + y + 3 = 0$.

Lời giải

Chọn D

Ta có phép quay tâm I góc quay 180° chính là phép đối xứng tâm I .Phép quay tâm I góc quay 180° biến đường thẳng $d: x + y - 5 = 0$ thành đường thẳng $d': x + y + c = 0$ ($c \neq -5$).Lấy $A(0; 5) \in d$.

$$Q(I, 180^\circ)(A) = A' \Leftrightarrow I \text{ là trung điểm của } AA' \Leftrightarrow \begin{cases} x_I = \frac{x_A + x_{A'}}{2} \\ y_I = \frac{y_A + y_{A'}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_{A'} = 2x_I - x_A \\ y_{A'} = 2y_I - y_A \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_{A'} = 2 \cdot 4 - 0 = 8 \\ y_{A'} = 2 \cdot (-3) - 5 = -11 \end{cases} \text{ Suy ra } A'(8; -11).$$

$$\text{Vì } A'(8; -11) \in d' \Rightarrow 8 - 11 + c = 0 \Rightarrow c = 3.$$

$$\text{Vậy } d': x + y + 3 = 0.$$

Câu 42. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng d có phương trình $x + y - 2 = 0$. Viết phương trình đường thẳng d' là ảnh của d qua phép đồng dạng có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép vị tự tâm $I(-1; -1)$ tỉ số $k = \frac{1}{2}$ và phép quay tâm O góc -45° .

A. $x = 0$.

B. $y = x$.

C. $y = -x$.

D. $y = 0$.

Lời giải

Chọn A

Gọi d_1 là ảnh của d qua phép vị tự tâm $I(-1; -1)$ tỉ số $k = \frac{1}{2}$.Vì d_1 song song hoặc trùng với d nên phương trình của nó có dạng $x + y + c = 0$.Lấy $M(1; 1)$ thuộc d .

$$\text{Gọi } M'(x'; y') = V_{(I; \frac{1}{2})}(M) \Leftrightarrow \overrightarrow{IM'} = \frac{1}{2}\overrightarrow{IM} \Rightarrow \begin{cases} x + 1 = \frac{1}{2}(1 + 1) \\ y + 1 = \frac{1}{2}(1 + 1) \end{cases} \rightarrow M'(0; 0) \text{ thuộc } d_1.$$

Vậy phương trình của d_1 là $x + y = 0$.Ảnh của d_1 (đường phân giác góc phần tư thứ hai) qua phép quay tâm O góc -45° là đường thẳng Oy . Vậy phương trình của d' là $x = 0$.

Câu 43. Trong khai triển $(1 + ax)^n$ ta có số hạng đầu là 1, số hạng thứ hai là $24x$, số hạng thứ ba là $252x^2$. Tìm n .

A. $n = 8$.

B. $n = 21$.

C. $n = 252$.

D. $n = 3$.

Lời giải

Chọn A

Ta có số hạng **tổng quát** thứ $k+1$ trong khai triển là: $T_{k+1} = C_n^k \cdot (ax)^k = C_n^k \cdot a^k \cdot x^k$

$$\text{Theo bài ta có } \begin{cases} C_n^1 \cdot a = 24 \\ C_n^2 \cdot a^2 = 252 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n \cdot a = 24 \\ \frac{n!}{2!(n-2)!} a^2 = 252 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n \cdot a = 24 \\ n(n-1)a^2 = 504 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} n \cdot a = 24 \\ (n-1)a = 21 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ n = 8 \end{cases}$$

Câu 44. Cho parabol (P) có phương trình: $y = x^2 - x + 1$. Thực hiện liên tiếp hai phép tịnh tiến theo các vector $\vec{u} = (1; -2)$ và $\vec{v} = (2; 3)$, parabol (P) biến thành parabol có phương trình là

- A. $y = x^2 + 3x + 2$. B. $y = x^2 - 9x + 5$. C. $y = x^2 - 7x + 14$. D. $y = x^2 + 5x + 2$.

Lời giải

Chọn C

Lấy điểm M bất kỳ trên (P) . Gọi $M_1 = T_{\vec{u}}(M)$ và $M_2 = T_{\vec{v}}(M_1)$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} \overrightarrow{MM_1} = \vec{u} \\ \overrightarrow{M_1M_2} = \vec{v} \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{MM_2} = \overrightarrow{MM_1} + \overrightarrow{M_1M_2} = \vec{u} + \vec{v}$$

$\Rightarrow M_2$ là ảnh của điểm M qua phép tịnh tiến $T_{\vec{u}+\vec{v}}$.

Giả sử $M(x_0; y_0)$ và $M_2(x'_0; y'_0)$; $\vec{u} + \vec{v} = (3; 1)$

$$\text{Theo biểu thức tọa độ của phép tịnh tiến } T_{\vec{u}+\vec{v}}, \text{ ta có: } \begin{cases} x'_0 = x_0 + 3 \\ y'_0 = y_0 + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = x'_0 - 3 \\ y_0 = y'_0 - 1 \end{cases}$$

$$\text{Do } M \in (P): y = x^2 - x + 1 \Rightarrow y_0 = x_0^2 - x_0 + 1 \Leftrightarrow y'_0 - 1 = (x'_0 - 3)^2 - (x'_0 - 3) + 1$$

$$\Leftrightarrow y'_0 = (x'_0)^2 - 7x'_0 + 14$$

$$\Rightarrow M_2 \in \text{parabol } y = x^2 - 7x + 14$$

Vậy ảnh của (P) là $y = x^2 - 7x + 14$.

Câu 45. Cho $\vec{v} = (3; 3)$ và đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 = 0$. Ảnh của (C) qua $T_{\vec{v}}$ là (C') .

- A. $(x-4)^2 + (y-1)^2 = 9$. B. $(x-4)^2 + (y-1)^2 = 4$.
C. $(x+4)^2 + (y+1)^2 = 9$. D. $x^2 + y^2 + 8x + 2y - 4 = 0$

Lời giải

Chọn A

Đường tròn (C) có tâm $I(1; -2)$, bán kính $R = 3$.

Gọi I' là ảnh của I qua phép $T_{\vec{v}}$, ta có:

$$T_{\vec{v}}(I) = I'(x'; y') \Leftrightarrow \overrightarrow{II'} = \vec{v} \Leftrightarrow \begin{cases} x' - 1 = 3 \\ y' + 2 = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x' = 4 \\ y' = 1 \end{cases} \Rightarrow I'(4; 1).$$

Phép tịnh tiến bảo toàn bán kính của đường tròn nên ta có: $R' = R = 3$.

Do đó, đường tròn (C') có phương trình: $(C'): (x-4)^2 + (y-1)^2 = 9$.

Câu 46. Cho phương trình $\sin^{2018} x + \cos^{2018} x = 2(\sin^{2020} x + \cos^{2020} x)$. Tính tổng các nghiệm của phương trình trong khoảng $(0; 2018)$.

- A. $\left(\frac{1285}{2}\right)^2 \pi$. B. $(643)^2 \pi$. C. $(642)^2 \pi$. D. $\left(\frac{1285}{4}\right)^2 \pi$.

Lời giải

Chọn A

$$\sin^{2018} x + \cos^{2018} x = 2(\sin^{2020} x + \cos^{2020} x) \Leftrightarrow \sin^{2018} x(1 - 2\sin^2 x) + \cos^{2018} x(1 - 2\cos^2 x) = 0$$

$$\Leftrightarrow \sin^{2018} x \cdot \cos 2x - \cos^{2018} x \cos 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos 2x = 0 \\ \sin^{2018} x = \cos^{2018} x \end{cases}$$

$$\square \cos 2x = 0 \Leftrightarrow 2x = \frac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2} (k \in \mathbb{Z}) \quad (1)$$

$$\square \sin^{2018} x = \cos^{2018} x \Leftrightarrow \tan^{2018} x = 1 \quad (x = \frac{\pi}{2} + k\pi \text{ không là nghiệm}) \Leftrightarrow \tan x = \pm 1$$

$$\Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{4} + k\pi (k \in \mathbb{Z}) \quad (2). \text{ Từ (1) và (2) ta có } x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2} (k \in \mathbb{Z}) \text{ là nghiệm của pt.}$$

$$\text{Do } x \in (0; 2018) \Rightarrow 0 < \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2} < 2018 \Rightarrow 0 \leq k \leq 1284, k \in \mathbb{Z}.$$

Vậy tổng các nghiệm của phương trình trong khoảng $(0; 2018)$ bằng

$$\frac{\pi}{4} \cdot 1285 + (1 + 2 + \dots + 1284) \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{4} \cdot 1285 + \frac{1284 \cdot 1285}{4} \pi = \left(\frac{1285}{2} \right)^2 \pi.$$

Câu 47. Gọi x_0 là nghiệm dương nhỏ nhất của $\cos 2x + \sqrt{3} \sin 2x + \sqrt{3} \sin x - \cos x = 2$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $x_0 \in \left(\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{3} \right]$.

B. $x_0 \in \left(\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{2} \right]$.

C. $x_0 \in \left(0; \frac{\pi}{12} \right]$.

D. $x_0 \in \left[\frac{\pi}{12}; \frac{\pi}{6} \right]$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Phương trình } \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cos 2x + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin 2x + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin x - \frac{1}{2} \cos x = 1$$

$$\Leftrightarrow \sin \left(\frac{\pi}{6} + 2x \right) + \sin \left(x - \frac{\pi}{6} \right) = 1.$$

$$\text{Đặt } t = x - \frac{\pi}{6} \longrightarrow x = t + \frac{\pi}{6} \rightarrow 2x = 2t + \frac{\pi}{3} \rightarrow 2x + \frac{\pi}{6} = 2t + \frac{\pi}{2}.$$

$$\text{Phương trình trở thành } \Leftrightarrow \sin \left(2t + \frac{\pi}{2} \right) + \sin t = 1 \Leftrightarrow \cos 2t + \sin t = 1$$

$$\Leftrightarrow 2 \sin^2 t - \sin t = 0 \Leftrightarrow \sin t (2 \sin t - 1) = 0.$$

$$\bullet \sin t = 0 \Leftrightarrow t = k\pi \longrightarrow x = \frac{\pi}{6} + k\pi > 0 \Leftrightarrow k > -\frac{1}{6} \xrightarrow{k \in \mathbb{Z}} k_{\min} = 0 \rightarrow x = \frac{\pi}{6}.$$

$$\bullet \sin t = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{\pi}{6} + k2\pi \longrightarrow x = \frac{\pi}{3} + k2\pi > 0 \Leftrightarrow k > -\frac{1}{6} \xrightarrow{k \in \mathbb{Z}} k_{\min} = 0 \rightarrow x = \frac{\pi}{3}. \\ t = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \longrightarrow x = \pi + k2\pi > 0 \Leftrightarrow k > -\frac{1}{2} \xrightarrow{k \in \mathbb{Z}} k_{\min} = 0 \rightarrow x = \pi. \end{cases}$$

$$\text{Suy ra nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình là } x = \frac{\pi}{6} \in \left[\frac{\pi}{12}; \frac{\pi}{6} \right].$$

Câu 48. Có bao nhiêu giá trị m nguyên, không âm, không quá 20 để hai phương trình sau tương đương nhau?
 (1) $2 \cos x \cos 2x = 1 + \cos 2x + \cos 3x$ và (2) $4 \cos^2 x - \cos 3x = m \cos x + (4 - m)(1 + \cos 2x)$

A. 3.

B. 18.

C. 15.

D. 2.

Lời giải

Chọn B

+ Phương trình (1) $2 \cos x \cos 2x = 1 + \cos 2x + \cos 3x \Leftrightarrow \cos 3x + \cos x = 2 \cos^2 x + \cos 3x$

$$\Leftrightarrow 2 \cos^2 x - \cos x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \\ \cos x = \frac{1}{2} \end{cases}$$

+ Phương trình (2) $4 \cos^2 x - \cos 3x = m \cos x + (4 - m)(1 + \cos 2x) \Leftrightarrow 4 \cos^2 x - (4 \cos^3 x - 3 \cos x) = m \cos x + (4 - m)2 \cos^2 x$

$$\Leftrightarrow \cos x (4 \cos^2 x - 2(m - 2) \cos x + (m - 3)) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \\ \cos x = \frac{1}{2} \\ \cos x = \frac{m-3}{2} \end{cases}$$

$$\text{Phương trình (1) và (2) tương đương với nhau khi } \begin{cases} \frac{m-3}{2} = 0 \\ \frac{m-3}{2} = \frac{1}{2} \\ \frac{m-3}{2} < -1 \\ \frac{m-3}{2} > 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 3 \\ m = 4 \\ m < 1 \\ m > 5 \end{cases}$$

Vì m nguyên, không âm, không quá 20 nên $m \in \{0; 3; 4; 6; 7 \dots 20\}$.

Vậy có 18 giá trị m thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Câu 49. Tìm số nguyên dương n thỏa mãn: $\frac{1}{2}(C_n^1)^2 + \frac{2}{3}(C_n^2)^2 + \dots + \frac{n}{n+1}(C_n^n)^2 = \frac{2n-198}{199} \cdot C_{2n}^{n-1}$.

A. $n=199$.

B. $n=201$.

C. $n=198$.

D. $n=200$.

Lời giải

Chọn C

Gọi số cần

Ta có

$$\begin{aligned} \frac{k}{k+1} (C_n^k)^2 &= (k C_n^k) \left(\frac{1}{k+1} C_n^k \right) = \left(n \frac{(n-1)!}{(k-1)!(n-k)!} \right) \left(\frac{1}{n+1} \frac{(n+1)!}{(k+1)!(n-k)!} \right) \\ &= (n C_{n-1}^{k-1}) \left(\frac{1}{n+1} C_{n+1}^{k+1} \right) = \frac{n}{n+1} C_{n-1}^{k-1} C_{n+1}^{k+1} \quad (*) \end{aligned}$$

Thay $k=1, 2, 3, \dots, n$ vào (*) ta được.

$$\frac{1}{2} (C_n^1)^2 = \frac{n}{n+1} C_{n-1}^0 C_{n+1}^2$$

$$\frac{2}{3} (C_n^2)^2 = \frac{n}{n+1} C_{n-1}^1 C_{n+1}^3$$

$$\frac{3}{4} (C_n^3)^2 = \frac{n}{n+1} C_{n-1}^2 C_{n+1}^4$$

.....

$$\frac{n}{n+1} (C_n^n)^2 = \frac{n}{n+1} C_{n-1}^{n-1} C_{n+1}^{n+1}$$

Cộng theo về các đẳng thức trên ta được:

$$\frac{1}{2} (C_n^1)^2 + \frac{2}{3} (C_n^2)^2 + \dots + \frac{n}{n+1} (C_n^n)^2 = \frac{n}{n+1} (C_{n-1}^0 C_{n+1}^2 + C_{n-1}^1 C_{n+1}^3 + C_{n-1}^2 C_{n+1}^4 + \dots + C_{n-1}^{n-1} C_{n+1}^{n+1}) \quad (**)$$

Mặt khác:

$$(1+x)^{n-1} = \sum_{k=0}^{n-1} C_{n-1}^k x^k \quad (1)$$

$$(1+x)^{n+1} = \sum_{i=0}^{n+1} C_{n+1}^i x^i \quad (2)$$

Nhân theo vế hai đẳng thức (1) và (2) ta được:

$$(1+x)^{2n} = \sum_{k=0}^{n-1} C_{n-1}^k x^k \cdot \sum_{i=0}^{n+1} C_{n+1}^i x^i = \sum_{k=0}^{n-1} \sum_{i=0}^{n+1} C_{n-1}^k C_{n+1}^i x^{k+i} \quad (3)$$

Hệ số của x^{n-1} ở vế trái của (3) là C_{2n}^{n-1} .

Ta tìm hệ số của x^{n-1} ở vế phải của (3):

$$\begin{cases} 0 \leq k \leq n-1 \\ 0 \leq i \leq n+1 \\ k+i = n-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 \leq k \leq n-1 \\ 0 \leq i \leq n+1 \\ i = n-k-1 \end{cases}$$

Vậy hệ số của x^{n-1} ở vế phải của (3) là

$$C_{n-1}^0 C_{n+1}^{n-1} + C_{n-1}^1 C_{n+1}^{n-2} + C_{n-1}^2 C_{n+1}^{n-3} + \dots + C_{n-1}^{n-1} C_{n+1}^0 = C_{n-1}^0 C_{n+1}^2 + C_{n-1}^1 C_{n+1}^3 + C_{n-1}^2 C_{n+1}^4 + \dots + C_{n-1}^{n-1} C_{n+1}^{n+1}.$$

Suy ra:

$$C_{n-1}^0 C_{n+1}^2 + C_{n-1}^1 C_{n+1}^3 + C_{n-1}^2 C_{n+1}^4 + \dots + C_{n-1}^{n-1} C_{n+1}^{n+1} = C_{2n}^{n-1}$$

$$\Leftrightarrow \frac{n}{n+1} (C_{n-1}^0 C_{n+1}^2 + C_{n-1}^1 C_{n+1}^3 + C_{n-1}^2 C_{n+1}^4 + \dots + C_{n-1}^{n-1} C_{n+1}^{n+1}) = \frac{n}{n+1} C_{2n}^{n-1}$$

Kết hợp điều kiện đề bài, suy ra:

$$\frac{n}{n+1} C_{2n}^{n-1} = \frac{2n-198}{199} C_{2n}^{n-1} \Leftrightarrow \frac{n}{n+1} = \frac{2n-198}{199} \Leftrightarrow 2n^2 - 395n - 198 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} n = -\frac{1}{2} \\ n = 198 \end{cases} \Rightarrow n = 198.$$

Câu 50. Cho tập hợp $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ có bao nhiêu số tự nhiên gồm 5 chữ số khác nhau được lập từ A trong đó có 3 số lẻ và chúng không ở ba vị trí liên kề.

A. 468.

B. 164.

C. 170.

D. 160.

Lời giải

Chọn A

Cách 1

Giả sử $a_1 a_2 a_3 a_4 a_5$ là số cần tìm. Ta tính tất cả các số gồm 5 chữ số sao cho luôn có mặt 3 chữ số lẻ, sau đó trừ đi trường hợp mà 3 số lẻ đứng liền nhau

+ Tất cả 3 số lẻ, xếp 3 số lẻ vào 3 trong 5 vị trí ta có $A_5^3 = 60$ cách

Khi đó còn lại hai vị trí có thể tùy chọn trong 4 số chẵn ta có $A_4^2 = 12$ cách

Vậy có $60 \cdot 12 = 720$ số

Nếu $a_1 = 0$ thì xếp 3 số lẻ vào 3 trong 4 vị trí còn lại 1 vị trí chọn trong 3 số chẵn $\{2; 4; 6\}$ ta có

$$A_4^2 \cdot A_3^1 = 72 \text{ số}$$

Vậy tất cả có $720 - 72 = 648$ số gồm 5 chữ số sao cho luôn có mặt 3 chữ số lẻ

+ Tính các số có 5 chữ số sao cho có 3 số lẻ đứng liền nhau

Nếu $a_1 a_2 a_3$ là 3 số lẻ ta có. Khi đó hai vị trí còn lại $a_4 a_5$ có thể chọn tùy ý trong 4 số chẵn ta có

$$A_4^2 = 12$$

Vậy có $6 \cdot 12 = 72$ số

Nếu chọn $a_2 a_3 a_4$ là 3 số lẻ ta có $A_3^3 = 6$ (cách xếp). Khi đó a_1 có 3 cách chọn a_5 có 3 cách chọn

Vậy có $6 \cdot 3 \cdot 3 = 54$ số

Tương tự nếu $a_3a_4a_5$ là 3 số lẻ có 54 số

Vậy có tất cả $72 + 2.54 = 180$ số có 3 số lẻ đứng liền nhau

Vậy tổng cộng có $648 - 180 = 468$ số

Cách 2:

Có 7 vị trí không liền kề $\{1, 2, 4\}, \{1, 2, 5\}, \{1, 3, 4\}, \{1, 3, 5\}, \{1, 4, 5\}, \{2, 3, 4\}, \{2, 3, 5\}$

Trường hợp 1: a_1 là số lẻ

Chọn vị trí cho a_2, a_3 có 5 cách

Xếp 3 số lẻ vào 3 vị trí vừa chọn có $3!$ cách

Chọn 2 số chẵn và xếp vào 2 vị trí còn lại có A_4^2 các

Vậy có $5.3!.A_4^2 = 360$ số

Trường hợp 2: a_1 không là số lẻ

Chọn vị trí cho 3 chữ số lẻ có 2 cách

Xếp 3 số lẻ vào 3 vị trí có $3!$ cách

Chọn 2 số chẵn xếp vào 2 vị trí còn lại có 3.3 cách

Vậy có $2.3!.3.3 = 108$ số

Vậy tổng cộng có $360 + 108 = 468$ số

----- HẾT -----

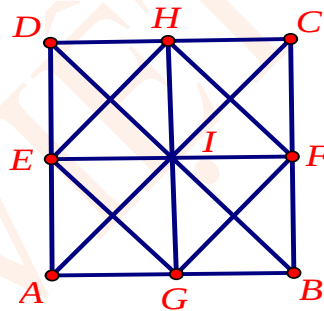
ĐỀ 18
ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA KÌ I**Môn: TOÁN, Lớp 10***Thời gian làm bài: 90 phút, không tính thời gian phát đề*

- Câu 1.** Trong các khẳng định dưới đây, khẳng định nào **sai**?
- A. Phép vị tự tâm I tỉ số $k = -1$ là phép đối xứng tâm.
 B. Tam giác đều có ba trục đối xứng.
 C. Phép quay biến một đường thẳng thành một đường thẳng song song với nó.
 D. Phép tịnh tiến bảo toàn khoảng cách giữa hai điểm bất kì.
- Câu 2.** Trong mặt phẳng cho tập hợp gồm 25 điểm phân biệt. Có bao nhiêu vectơ khác vectơ $\vec{0}$ có điểm đầu và điểm cuối thuộc tập hợp điểm này
- A. 50. B. 300. C. 600. D. 625.
- Câu 3.** Phương trình $\sin 5x - m = 0$ không có nghiệm khi
- A. $\begin{cases} m < -1 \\ m > 1 \end{cases}$. B. $-1 \leq m \leq 1$. C. $\begin{cases} m \leq -1 \\ m \geq 1 \end{cases}$. D. $-1 < m < 1$.
- Câu 4.** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?
- A. $Q_{(O,\alpha)}(N) = N' \Leftrightarrow \begin{cases} ON = ON' \\ (ON', ON) = \alpha \end{cases}$.
 B. $T_{\vec{v}}(M) = M' \Leftrightarrow \overrightarrow{MM'} = \vec{v}$.
 C. $Q_{(O,\alpha)}(N) = N' \Leftrightarrow \begin{cases} ON = ON' \\ (ON, ON') = \alpha \end{cases}$.
 D. Phép dời hình là phép đồng dạng tỉ số $k = 1$.
- Câu 5.** Nghiệm của phương trình $\sin^2 x = 3\sin x - 2$ là
- A. $x = \frac{-\pi}{2} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$. B. $x = k\pi (k \in \mathbb{Z})$.
 C. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$. D. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.
- Câu 6.** Phương trình $\tan x = 1$ có nghiệm là
- A. $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. B. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.
 C. $x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. D. $x = -\frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.
- Câu 7.** Tìm khẳng định **sai**?
- A. Phép vị tự là phép dời hình. B. Phép đồng nhất là phép dời hình.
 C. Phép quay là phép dời hình. D. Phép tịnh tiến là phép dời hình.
- Câu 8.** Hàm số nào sau đây là hàm số chẵn trên $\mathbb{R}$?
- A. $y = \frac{\cos x}{1+x^2}$. B. $y = \frac{\tan x}{1+x^2}$. C. $y = x \cdot \cos 2x$. D. $y = (x^2 + 1) \cdot \sin x$.
- Câu 9.** Phương trình $\sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = 1$ có nghiệm là
- A. $x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi$. B. $x = \frac{\pi}{3} + 2\pi$. C. $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi$. D. $x = \frac{5\pi}{6} + k\pi$.
- Câu 10.** Một đội văn nghệ có 10 người gồm 6 nam và 4 nữ. Cần chọn ra một bạn nam và một bạn nữ để hát song ca. Hỏi có bao nhiêu cách chọn?
- A. 10. B. C_{10}^2 . C. 1. D. 24.

- Câu 11.** Tìm mệnh đề **sai** khi nói về phép tịnh tiến:
A. Biến đoạn thẳng thành đoạn thẳng bằng nó.
B. Biến đường thẳng thành đường thẳng song song với nó.
C. Biến tam giác thành tam giác bằng nó.
D. Biến đường tròn thành đường tròn có cùng độ dài bán kính.
- Câu 12.** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?
A. Phép quay biến đường thẳng thành đường thẳng song song hoặc trùng với nó.
B. Phép tịnh tiến biến đoạn thẳng thành đoạn thẳng bằng nó.
C. Phép quay biến đường tròn thành đường tròn có cùng bán kính.
D. Phép tịnh tiến biến tam giác thành tam giác bằng nó.
- Câu 13.** Có bao nhiêu phép đối xứng trục biến một đường thẳng d cho trước thành chính nó?
A. Có vô số phép. **B.** Có một phép duy nhất.
C. Chỉ có hai phép. **D.** Không có phép nào.
- Câu 14.** Tập nghiệm của phương trình $\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ là
A. $x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. **B.** $x = \pm \frac{5\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.
C. $x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. **D.** $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.
- Câu 15.** Lớp 12A có 20 bạn nữ, lớp 12B có 16 bạn nam. Có bao nhiêu cách chọn một bạn nữ lớp 12A và một bạn nam lớp 12B để dẫn chương trình hoạt động ngoại khóa?
A. 36. **B.** 320. **C.** 1220. **D.** 630.
- Câu 16.** Gieo đồng thời một con súc sắc và một đồng tiền. Quan sát số chấm xuất hiện trên con súc sắc và sự xuất hiện mặt sấp (S) và ngửa (N) của đồng tiền. Xác định biến cố M : “con súc sắc xuất hiện mặt chẵn chấm và đồng xu xuất hiện mặt sấp”.
A. $M = \{4S\}$. **B.** $M = \{2S, 4S, 6S\}$.
C. $M = \{2S\}$. **D.** $M = \{6S\}$.
- Câu 17.** Số các hạng tử sau khi khai triển biểu thức $(a+b)^n$ ($n \in \mathbb{N}^*$) là
A. $n-2$. **B.** n . **C.** $n+1$. **D.** $n-1$.
- Câu 18.** Hàm số $y = \cos x$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?
A. $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$. **B.** $\left(-\frac{\pi}{2}; 0\right)$. **C.** $\left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$. **D.** $(0; \pi)$.
- Câu 19.** Một hộp đồ chơi có 6 viên bi xanh, 5 viên bi đỏ. Hỏi có bao nhiêu cách lấy ra 1 viên?
A. 11. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 30.
- Câu 20.** Giá trị của C_{n+1}^{k+2} là:
A. $\frac{(n+1)!}{(k+2)!(-n+k+1)!}$. **B.** $\frac{(n+1)!}{(k+2)!(n-k+1)!}$.
C. $\frac{(n+1)!}{(k+2)!(n-k+3)!}$. **D.** $\frac{(n+1)!}{(k+2)!(n-k-1)!}$.
- Câu 21.** Số nghiệm của phương trình $\frac{\sin 3x}{\cos x + 1} = 0$ thuộc đoạn $[2\pi; 4\pi]$ là:
A. 7. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 6.

- Câu 22.** Cho khai triển nhị thức $(2x+1)^n = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$, trong đó số nguyên dương n thỏa mãn $C_n^3 = 12n$. Tìm a_4 .
- A. $2^6 \cdot C_{10}^4$. B. $2^3 \cdot C_{10}^7$. C. $2^4 \cdot C_{10}^6$. D. $2^7 \cdot C_{10}^7$.
- Câu 23.** Từ thành phố A đến thành phố B có 3 con đường, từ thành phố A đến thành phố C có 2 con đường, từ thành phố B đến thành phố D có 2 con đường, từ thành phố C đến thành phố D có 3 con đường, không có con đường nào nối từ thành phố C đến thành phố B. Hỏi có cách đi từ thành phố A đến thành phố D mà phải qua B hoặc C, và không quay lại con đường cũ?
- A. 36. B. 6. C. 12. D. 18.
- Câu 24.** Ảnh của điểm $P(1; -1)$ qua phép quay tâm O góc 90° có tọa độ là:
- A. $(1; 1)$. B. $(-1; -1)$. C. $(-1; 1)$. D. $(1; -1)$.
- Câu 25.** Nghiệm của phương trình $\sin x - \sqrt{3} \cos x = 0$ là
- A. $x = \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. B. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.
C. $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. D. $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.
- Câu 26.** Cho hình vuông (Như hình vẽ). Phép biến hình nào sau đây biến tam giác DEI thành tam giác CFI ?



- A. Phép quay tâm H góc quay -90° . B. Phép tịnh tiến theo véc tơ $\overrightarrow{EI}$.
C. Phép quay tâm I góc quay (ID, IC) . D. Phép quay tâm H góc quay 90° .
- Câu 27.** Trong các phương trình sau phương trình nào có nghiệm?
- A. $\sqrt{3} \sin x - \cos x = 3$. B. $\sqrt{3} \sin x - \cos x = 2$.
C. $3 \sin x - 2 \cos x = 5$. D. $\sin x - \cos x = 2$.
- Câu 28.** Phương trình $3 \sin t = 2$ có bao nhiêu nghiệm thuộc đoạn $[\frac{\pi}{6}; \frac{3\pi}{2}]$?
- A. 1. B. 0. C. 2. D. 3.
- Câu 29.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $\vec{v} = (-1; 3)$ và điểm $A(2; 3)$. Tìm tọa độ điểm B , biết A là ảnh của B qua phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v}$.
- A. $B(1; 0)$. B. $B(1; 6)$. C. $B(3; 6)$. D. $B(3; 0)$.
- Câu 30.** Cho X là tập hợp gồm n phần tử ($n \in \mathbb{N}, n \geq 2$). Tìm n biết số tập con gồm 2 phần tử của tập hợp X bằng 55.
- A. $n = 10$. B. $n = 12$. C. $n = 11$. D. $n = 9$.
- Câu 31.** Nghiệm của phương trình $\sin 4x + \cos 5x = 0$ là

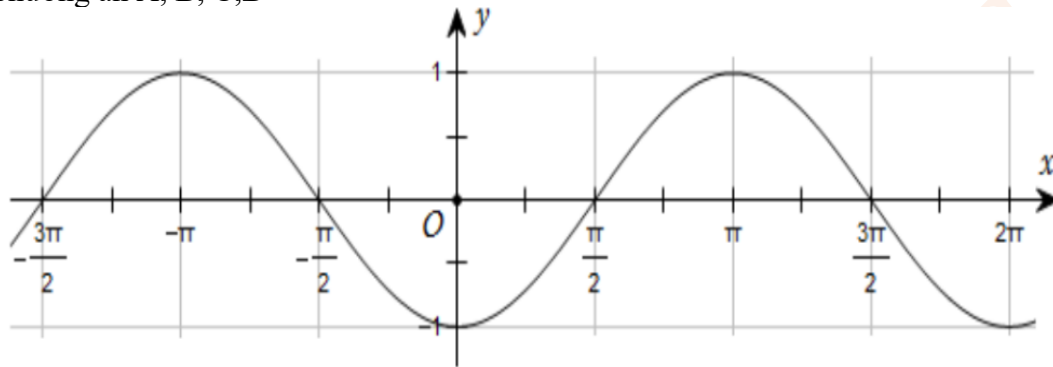
A.
$$\begin{cases} x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{18} + \frac{k2\pi}{9} \end{cases}$$

B.
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{18} + \frac{k2\pi}{9} \end{cases}$$

C.
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{9} + \frac{k2\pi}{9} \end{cases}$$

D.
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{18} + \frac{k\pi}{9} \end{cases}$$

Câu 32. Đường cong trong hình dưới đây là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D



Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

A. $y = \cos x$.

B. $y = -\cos x$.

C. $y = -|\cos x|$.

D. $y = |\cos x|$.

Câu 33. Nghiệm của phương trình $A_n^3 = 20n$ là:

A. $n = 8$.

B. Không tồn tại.

C. $n = 6$.

D. $n = 5$.

Câu 34. Biết đa giác $DEFG$ biến thành đa giác $D'E'F'G'$ qua phép tịnh tiến theo $\vec{v} = (3; -7)$. Chọn khẳng định đúng.

A. $T_{\vec{u}}(D'E'F'G') = DEFG$ với $\vec{u} = (-7; 3)$.

B. $T_{\vec{u}}(D'E'F'G') = DEFG$ với $\vec{u} = (-3; 7)$.

C. $T_{\vec{u}}(D'E'F'G') = DEFG$ với $\vec{u} = (3; -7)$.

D. $T_{\vec{u}}(D'E'F'G') = DEFG$ với $\vec{u} = (7; -3)$.

Câu 35. Trong mặt phẳng Oxy , điểm $M(-4; 6)$ là ảnh của điểm $N(2; -3)$ qua phép vị tự tâm O tỉ số k . Tìm số k .

A. $k = -2$.

B. $k = -8$.

C. $k = -18$.

D. $k = -\frac{1}{2}$.

Câu 36. Trong mặt phẳng Oxy , cho điểm $A(5; -6)$. Tìm ảnh của A qua phép dời hình có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép tịnh tiến theo $\vec{u} = (-3; 4)$ và phép quay tâm O góc quay 90° ?

A. $A'(-2; -2)$.

B. $A'(2; -2)$.

C. $A'(-2; 2)$.

D. $A'(2; 2)$.

Câu 37. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng Δ có phương trình $x - y - 4 = 0$. Phép đồng dạng có được bằng cách thực hiện liên tiếp các phép vị tự tâm O tỉ số $k = \frac{1}{2}$ và phép quay tâm O góc quay -45° biến đường thẳng Δ thành đường thẳng nào trong các đường thẳng sau:

A. $x - y + \sqrt{2} = 0$.

B. $x - y - \sqrt{2} = 0$.

C. $x - \sqrt{2} = 0$.

D. $y + \sqrt{2} = 0$.

Câu 38. Xác định tất cả các giá trị của m để hàm số $y = \sqrt{3}\sin 2x + 4\cos 2x + m - 1$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

A. $-4 < m < 6$.

B. $-4 \leq m \leq 6$.

C. $m \leq 6$.

D. $m \geq 6$.

- Câu 39.** Tổng $C_{2018}^1 - 2.5C_{2018}^2 + 3.5^2C_{2018}^3 - \dots - 2018.5^{2017}C_{2018}^{2018}$ bằng
A. -1009.2^{4034} . **B.** -1009.2^{4035} . **C.** 1009.2^{4035} . **D.** 1009.2^{4034} .
- Câu 40.** Biết rằng $m = m_0$ thì phương trình $2\sin^2 x - (5m+1)\sin x + 2m^2 + 2m = 0$ có đúng 5 nghiệm phân biệt thuộc $\left(-\frac{\pi}{2}; 3\pi\right)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?
A. $m_0 \in (-1; 0)$. **B.** $m_0 \in (-4; -2)$. **C.** $m_0 \in (0; 2)$. **D.** $m_0 \in (0; 1)$.
- Câu 41.** Số nghiệm của phương trình $\frac{\cos 2x}{1 - \sin 2x} = 0$ với $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq 2\pi$ là
A. 4. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 2.
- Câu 42.** Trong mặt phẳng Oxy , cho điểm $A(4; -3)$ và $B(1; 2)$. Gọi C là ảnh của B qua phép quay tâm A góc $\varphi = -495^\circ$. Gọi S là diện tích của tam giác ABC . Tính giá trị của $P = 4S^2 - 7$.
A. $P = 751$. **B.** $P = 3205$. **C.** $P = 571$. **D.** $P = 2305$.
- Câu 43.** Cho đa giác đều 20 cạnh nội tiếp đường tròn (O) . Xác định số hình thang có 4 đỉnh là các đỉnh của đa giác đều.
A. 315. **B.** 720. **C.** 810. **D.** 765.
- Câu 44.** Giải phương trình $\sin 3x - 4\sin x \cdot \cos 2x = 0$.
A. $\begin{cases} x = k2\pi \\ x = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = k\pi \\ x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = \frac{k2\pi}{3} \\ x = \pm \frac{2\pi}{3} + k\pi \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = \frac{k\pi}{2} \\ x = \pm \frac{\pi}{4} + k\pi \end{cases}$.
- Câu 45.** Biết M và m lần lượt là GTLN và GTNN của hàm số $y = \frac{2\sin x + \cos x + 3}{2\cos x - \sin x + 4}$. Tính $M^2 + m^2$.
A. $\frac{4}{25}$. **B.** $\frac{36}{25}$. **C.** $\frac{4}{121}$. **D.** $\frac{488}{121}$.
- Câu 46.** Cho parabol $(P): y = -x^2 - 2x + m$. Tìm m sao cho (P) là ảnh của $(P'): y = -x^2 - 2x + 1$ qua phép tịnh tiến theo vector $\vec{v} = (0; 1)$.
A. $m = \emptyset$. **B.** $m = 1$. **C.** $m = -1$. **D.** $m = 2$.
- Câu 47.** Tìm điều kiện của tham số m để phương trình $\sin 4x - 4\cos 2x - m\sin 2x + 2m = 0$ có hai nghiệm phân biệt thuộc đoạn $\left[-\frac{3\pi}{8}; \frac{\pi}{6}\right]$.
A. $-1 \leq m \leq 2$. **B.** $-1 \leq m \leq 1$. **C.** $\frac{1}{2} \leq m \leq 1$. **D.** $1 \leq m < 2$.
- Câu 48.** Giá trị biểu thức $T = C_{2017}^0 \cdot C_{2017}^{2016} + C_{2017}^1 \cdot C_{2016}^{2015} + C_{2017}^2 \cdot C_{2015}^{2014} + \dots + C_{2017}^{2016} \cdot C_1^0$ bằng
A. $T = 2017.2^{2016}$. **B.** $T = 2016.2^{2016}$. **C.** $T = 2016.2^{2017}$. **D.** $T = 2^{2017}$.
- Câu 49.** Cho hai tập hợp L và C biết $L = \{\text{các số tự nhiên có 2018 chữ số được lập từ các số } 0, 1, 2 \text{ mà số } 0 \text{ xuất hiện lẻ lần}\}$, $C = \{\text{các số tự nhiên có 2018 chữ số được lập từ các số } 0, 1, 2 \text{ mà số } 0 \text{ xuất hiện chẵn lần (kể cả số } 0 \text{ không xuất hiện)}\}$. Gọi $|L|$, $|C|$ lần lượt là số lượng các phần tử của tập hợp L và C . Giá trị của biểu thức $M = 2|L| + |C|$ là
A. $3^{2019} - 1$. **B.** $3^{2018} + 1$. **C.** $3^{2019} + 1$. **D.** $3^{2018} - 1$.
- Câu 50.** Phương trình $\sin x = \frac{x}{2019}$ có bao nhiêu nghiệm thực?
A. 1287. **B.** 1289. **C.** 1288. **D.** 1290.

ĐỀ 18
ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

HDG ĐỀ KIỂM TRA GIỮA KÌ I**Môn: TOÁN, Lớp 10***Thời gian làm bài: 90 phút, không tính thời gian phát đề*

- Câu 1.** Trong các khẳng định dưới đây, khẳng định nào **sai**?
- A.** Phép vị tự tâm I tỉ số $k = -1$ là phép đối xứng tâm.
B. Tam giác đều có ba trục đối xứng.
C. Phép quay biến một đường thẳng thành một đường thẳng song song với nó.
D. Phép tịnh tiến bảo toàn khoảng cách giữa hai điểm bất kì.

Lời giải**Chọn C**

- Câu 2.** Trong mặt phẳng cho tập hợp gồm 25 điểm phân biệt. Có bao nhiêu vector khác vector $\vec{0}$ có điểm đầu và điểm cuối thuộc tập hợp điểm này
- A.** 50. **B.** 300. **C.** 600. **D.** 625.

Lời giải**Chọn C**Số vector khác $\vec{0}$ có điểm đầu và điểm cuối được tạo ra bởi 25 điểm phân biệt là: $A_{25}^2 = 600$ vector

- Câu 3.** Phương trình $\sin 5x - m = 0$ không có nghiệm khi

- A.** $\begin{cases} m < -1 \\ m > 1 \end{cases}$. **B.** $-1 \leq m \leq 1$. **C.** $\begin{cases} m \leq -1 \\ m \geq 1 \end{cases}$. **D.** $-1 < m < 1$.

Lời giải**Chọn A**

$$\sin 5x - m = 0 \Leftrightarrow \sin 5x = m \quad (1).$$

Vì $-1 \leq \sin 5x \leq 1 \forall x \in \mathbb{R}$ nên PT (1) vô nghiệm khi và chỉ khi $\begin{cases} m < -1 \\ m > 1 \end{cases}$.

- Câu 4.** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

A. $Q_{(O,\alpha)}(N) = N' \Leftrightarrow \begin{cases} ON = ON' \\ (ON', ON) = \alpha \end{cases}$.

B. $T_{\vec{v}}(M) = M' \Leftrightarrow \overrightarrow{MM'} = \vec{v}$.

C. $Q_{(O,\alpha)}(N) = N' \Leftrightarrow \begin{cases} ON = ON' \\ (ON, ON') = \alpha \end{cases}$.

- D.** Phép dời hình là phép đồng dạng tỉ số $k=1$.

Lời giải**Chọn A**

- Câu 5.** Nghiệm của phương trình $\sin^2 x = 3\sin x - 2$ là

A. $x = \frac{-\pi}{2} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

B. $x = k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

C. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

D. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Lời giải**Chọn C**

Đặt $t = \sin x$. Điều kiện $|t| \leq 1$.

Phương trình trở thành: $t^2 = 3t - 2 \Leftrightarrow t^2 - 3t + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \quad (\text{TM}) \\ t = 2 \quad (\text{L}) \end{cases}$.

Với $t=1 \Rightarrow \sin x=1 \Leftrightarrow x=\frac{\pi}{2}+k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 6. Phương trình $\tan x=1$ có nghiệm là

A. $x=\frac{\pi}{4}+k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

B. $x=\frac{\pi}{4}+k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x=-\frac{\pi}{4}+k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

D. $x=-\frac{\pi}{4}+k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\tan x=1 \Leftrightarrow x=\frac{\pi}{4}+k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 7. Tìm khẳng định **sai**?

A. Phép vị tự là phép dời hình.

B. Phép đồng nhất là phép dời hình.

C. Phép quay là phép dời hình.

D. Phép tịnh tiến là phép dời hình.

Lời giải

Chọn A

Phép vị tự tỉ số k không là phép dời hình với mọi $k \neq \pm 1$.

Câu 8. Hàm số nào sau đây là hàm số chẵn trên $\mathbb{R}$?

A. $y=\frac{\cos x}{1+x^2}$.

B. $y=\frac{\tan x}{1+x^2}$.

C. $y=x.\cos 2x$.

D. $y=(x^2+1).\sin x$.

Lời giải

Chọn A

Xét hàm số $y=f(x)=\frac{\cos x}{1+x^2}$ có tập xác định $D=\mathbb{R}$

• $\forall x \in D \Rightarrow -x \in D$

• $\forall x \in D: f(-x)=\frac{\cos(-x)}{1+(-x)^2}=\frac{\cos x}{1+x^2}=f(x)$

Vậy hàm số f là hàm chẵn.

Câu 9. Phương trình $\sin\left(x-\frac{\pi}{3}\right)=1$ có nghiệm là

A. $x=\frac{5\pi}{6}+k2\pi$.

B. $x=\frac{\pi}{3}+2\pi$.

C. $x=\frac{\pi}{3}+k2\pi$.

D. $x=\frac{5\pi}{6}+k\pi$.

Lời giải

Chọn A

$\sin\left(x-\frac{\pi}{3}\right)=1 \Leftrightarrow x-\frac{\pi}{3}=\frac{\pi}{2}+k2\pi \Leftrightarrow x=\frac{5\pi}{6}+k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 10. Một đội văn nghệ có 10 người gồm 6 nam và 4 nữ. Cần chọn ra một bạn nam và một bạn nữ để hát song ca. Hỏi có bao nhiêu cách chọn?

A. 10.

B. C_{10}^2 .

C. 1.

D. 24.

Lời giải

Chọn D

Số cách chọn ra một bạn nam và một bạn nữ để hát song ca là: $C_6^1.C_4^1=24$.

Câu 11. Tìm mệnh đề **sai** khi nói về phép tịnh tiến:

A. Biến đoạn thẳng thành đoạn thẳng bằng nó.

- B. Biến đường thẳng thành đường thẳng song song với nó.
 C. Biến tam giác thành tam giác bằng nó.
 D. Biến đường tròn thành đường tròn có cùng độ dài bán kính.

Lời giải

Chọn B

Câu D sai. Phép tịnh tiến theo vectơ cùng phương với vectơ chỉ phương của đường thẳng thì biến đường thẳng thành chính nó.

Câu 12. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

- A. Phép quay biến đường thẳng thành đường thẳng song song hoặc trùng với nó.
 B. Phép tịnh tiến biến đoạn thẳng thành đoạn thẳng bằng nó.
 C. Phép quay biến đường tròn thành đường tròn có cùng bán kính.
 D. Phép tịnh tiến biến tam giác thành tam giác bằng nó.

Lời giải

Chọn A

Phép quay không biến đường thẳng thành đường thẳng song song với nó trong trường hợp góc quay bất kì.

Câu 13. Có bao nhiêu phép đối xứng trục biến một đường thẳng d cho trước thành chính nó?

- A. Có vô số phép. B. Có một phép duy nhất.
 C. Chỉ có hai phép. D. Không có phép nào.

Lời giải

Chọn A

Gọi Δ là đường thẳng vuông góc với đường thẳng d .

Khi đó, phép đối xứng trục Δ biến d thành chính nó.

Có vô số đường thẳng Δ vuông góc với d .

Câu 14. Tập nghiệm của phương trình $\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ là

- A. $x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. B. $x = \pm \frac{5\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.
 C. $x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. D. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \cos x = \cos \frac{5\pi}{6} \Leftrightarrow x = \pm \frac{5\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Vậy tập nghiệm của phương trình $\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ là: $S = \left\{ \frac{5\pi}{6} + k2\pi, -\frac{5\pi}{6} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 15. Lớp 12A có 20 bạn nữ, lớp 12B có 16 bạn nam. Có bao nhiêu cách chọn một bạn nữ lớp 12A và một bạn nam lớp 12B để dẫn chương trình hoạt động ngoại khóa?

- A. 36. B. 320. C. 1220. D. 630.

Lời giải

Chọn B

Số cách chọn một bạn nữ từ 20 bạn nữ lớp 12A: 20 cách.

Số cách chọn một bạn nam từ 16 bạn nam lớp 12B: 16 cách.

Theo quy tắc nhân, số cách chọn thỏa đề bài là: $20.16 = 320$.

Câu 16. Gieo đồng thời một con súc sắc và một đồng tiền. Quan sát số chấm xuất hiện trên con súc sắc và sự xuất hiện mặt sấp (S) và ngửa (N) của đồng tiền. Xác định biến cố M : “con súc sắc xuất hiện mặt chẵn chấm và đồng xu xuất hiện mặt sấp”.

A. $M = \{4S\}$.

B. $M = \{2S, 4S, 6S\}$.

C. $M = \{2S\}$.

D. $M = \{6S\}$.

Lời giải

Chọn B

Xét một con súc sắc có 3 mặt chẵn nên biến cố A : “Số chấm xuất hiện trên con súc sắc là chẵn” là $A = \{2, 4, 6\}$.

Một đồng tiền có 1 mặt sấp nên biến cố B : “đồng tiền xuất hiện mặt sấp là” $B = \{S\}$.

Vậy biến cố M : “con súc sắc xuất hiện mặt chẵn chấm và đồng tiền xuất hiện mặt sấp” sẽ là $M = \{2S, 4S, 6S\}$.

Câu 17. Số các hạng tử sau khi khai triển biểu thức $(a+b)^n$ ($n \in \mathbb{N}^*$) là

A. $n-2$.

B. n .

C. $n+1$.

D. $n-1$.

Lời giải

Chọn C

Số các hạng tử của khai triển biểu thức $(a+b)^n$ ($n \in \mathbb{N}^*$) là $n+1$.

Câu 18. Hàm số $y = \cos x$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

A. $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.

B. $\left(-\frac{\pi}{2}; 0\right)$.

C. $\left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$.

D. $(0; \pi)$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số $y = \cos x$ đồng biến trên các khoảng $(-\pi + k2\pi; k2\pi)$, $k \in \mathbb{Z}$.

$\Rightarrow$ Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\pi; 0)$, (ứng với $k = 0$)

$\Rightarrow$ Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; 0\right) \subset (-\pi; 0)$.

Câu 19. Một hộp đồ chơi có 6 viên bi xanh, 5 viên bi đỏ. Hỏi có bao nhiêu cách lấy ra 1 viên?

A. 11.

B. 5.

C. 6.

D. 30.

Lời giải

Chọn A

Áp dụng quy tắc cộng ta có số cách lấy ra một viên bi là: $6 + 5 = 11$.

Câu 20. Giá trị của C_{n+1}^{k+2} là:

A. $\frac{(n+1)!}{(k+2)!(-n+k+1)!}$.

B. $\frac{(n+1)!}{(k+2)!(n-k+1)!}$.

C. $\frac{(n+1)!}{(k+2)!(n-k+3)!}$.

D. $\frac{(n+1)!}{(k+2)!(n-k-1)!}$.

Lời giải

Chọn D

Theo định nghĩa.

Câu 21. Số nghiệm của phương trình $\frac{\sin 3x}{\cos x + 1} = 0$ thuộc đoạn $[2\pi; 4\pi]$ là:

A. 7.

B. 4.

C. 5.

D. 6.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện xác định: $\cos x \neq -1 \Leftrightarrow x \neq \pi + k2\pi$ (*).

$$\frac{\sin 3x}{\cos x + 1} = 0 \Leftrightarrow \sin 3x = 0 \Leftrightarrow 3x = k\pi \Leftrightarrow x = k \frac{\pi}{3}.$$

$$x = k \frac{\pi}{3} \in [2\pi; 4\pi] \Rightarrow 2\pi \leq k \frac{\pi}{3} \leq 4\pi \Leftrightarrow 6 \leq k \leq 12$$

$$\Rightarrow x \in \left\{ 2\pi; \frac{7\pi}{3}; \frac{8\pi}{3}; 3\pi; \frac{10\pi}{3}; \frac{11\pi}{3}; 4\pi \right\}.$$

$$\text{Đổi chiều điều kiện (*)} \Rightarrow x \in \left\{ 2\pi; \frac{7\pi}{3}; \frac{8\pi}{3}; \frac{10\pi}{3}; \frac{11\pi}{3}; 4\pi \right\}.$$

Vậy, phương trình có 6 nghiệm.

Câu 22. Cho khai triển nhị thức $(2x+1)^n = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$, trong đó số nguyên dương n thỏa mãn $C_n^3 = 12n$. Tìm a_4 .

A. $2^6 \cdot C_{10}^4$.

B. $2^3 \cdot C_{10}^7$.

C. $2^4 \cdot C_{10}^6$.

D. $2^7 \cdot C_{10}^7$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có: } C_n^3 = 12n \Leftrightarrow \frac{n!}{6 \cdot (n-3)!} = 12n \Leftrightarrow n^2 - 3n - 70 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 10 (\text{thỏa}) \\ n = -7 (\text{loại}) \end{cases}$$

$$\text{Xét khai triển } (2x+1)^{10} = (1+2x)^{10} = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k (2x)^k = \sum_{k=0}^{10} 2^k C_{10}^k x^k \quad (0 \leq k \leq 10; k \in \mathbb{Z})$$

$$\text{Suy ra hệ số } a_k = 2^k C_{10}^k \Rightarrow a_4 = 2^4 C_{10}^4 = 2^4 C_{10}^6.$$

Câu 23. Từ thành phố A đến thành phố B có 3 con đường, từ thành phố A đến thành phố C có 2 con đường, từ thành phố B đến thành phố D có 2 con đường, từ thành phố C đến thành phố D có 3 con đường, không có con đường nào nối từ thành phố C đến thành phố B. Hỏi có cách đi từ thành phố A đến thành phố D mà phải qua B hoặc D, và không quay lại con đường cũ?

A. 36.

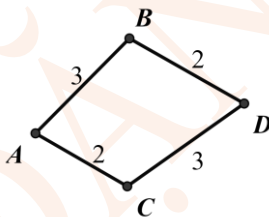
B. 6.

C. 12.

D. 18.

Lời giải

Chọn C



Số cách đi từ A đến D bằng cách đi từ A đến B rồi đến D là $3 \cdot 2 = 6$.

Số cách đi từ A đến D bằng cách đi từ A đến C rồi đến D là $2 \cdot 3 = 6$.

Nên có: $6 + 6 = 12$ cách.

Câu 24. Ảnh của điểm $P(1; -1)$ qua phép quay tâm O góc 90° có tọa độ là:

A. $(1; 1)$.

B. $(-1; -1)$.

C. $(-1; 1)$.

D. $(1; -1)$.

Lời giải.

Chọn A

Ảnh P' của điểm $P(1; -1)$ qua phép quay tâm O góc 90° có tọa độ là:

$$\begin{cases} x_{P'} = x_P \cos 90^\circ - y_P \sin 90^\circ = 1 \\ y_{P'} = x_P \sin 90^\circ + y_P \cos 90^\circ = 1 \end{cases} \text{ . Vậy } P'(1;1).$$

Câu 25. Nghiệm của phương trình $\sin x - \sqrt{3}\cos x = 0$ là

A. $x = \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

B. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

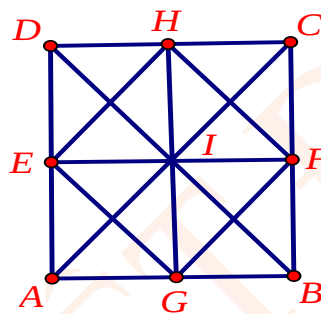
D. $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\sin x - \sqrt{3}\cos x = 0 \Leftrightarrow \sin x = \sqrt{3}\cos x \Leftrightarrow \tan x = \sqrt{3} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 26. Cho hình vuông (Như hình vẽ). Phép biến hình nào sau đây biến tam giác DEI thành tam giác CFI ?



A. Phép quay tâm H góc quay -90° .

B. Phép tịnh tiến theo véc tơ $\overrightarrow{EI}$.

C. Phép quay tâm I góc quay (ID, IC) .

D. Phép quay tâm H góc quay 90° .

Lời giải

Chọn C

Phép quay tâm I góc quay (ID, IC) biến tam giác DEI thành tam giác CFI .

Câu 27. Trong các phương trình sau phương trình nào có nghiệm?

A. $\sqrt{3}\sin x - \cos x = 3$.

B. $\sqrt{3}\sin x - \cos x = 2$.

C. $3\sin x - 2\cos x = 5$.

D. $\sin x - \cos x = 2$.

Lời giải

Chọn B

Phương trình $a\sin x + b\cos x = c$ có nghiệm khi và chỉ khi $a^2 + b^2 \geq c^2$.

+Xét phương trình: $3\sin x - 2\cos x = 5$.

Ta có $a = 3; b = -2; c = 5$. Khi đó $3^2 + (-2)^2 = 13 < 5^2$ suy ra phương trình phương án **A** không có nghiệm.

+Xét phương trình: $\sin x - \cos x = 2$.

Ta có $a = 1; b = -1; c = 2$. Khi đó $1^2 + (-1)^2 = 2 < 2^2$ suy ra phương trình phương án **B** không có nghiệm.

+Xét phương trình: $\sqrt{3}\sin x - \cos x = 3$.

Ta có $a = \sqrt{3}; b = -1; c = 3$. Khi đó $(\sqrt{3})^2 + (-1)^2 = 4 < 3^2$ suy ra phương trình phương án **C** không có nghiệm.

+Xét phương trình: $\sqrt{3}\sin x - \cos x = 2$.

Ta có $a = \sqrt{3}; b = -1; c = 2$. Khi đó $(\sqrt{3})^2 + (-1)^2 = 4 = 2^2$ suy ra phương trình phương án **D** có nghiệm.

Câu 28. Phương trình $3\sin t = 2$ có bao nhiêu nghiệm thuộc đoạn $[\frac{\pi}{6}; \frac{3\pi}{2}]$?

A. 1.

B. 0.

C. 2.

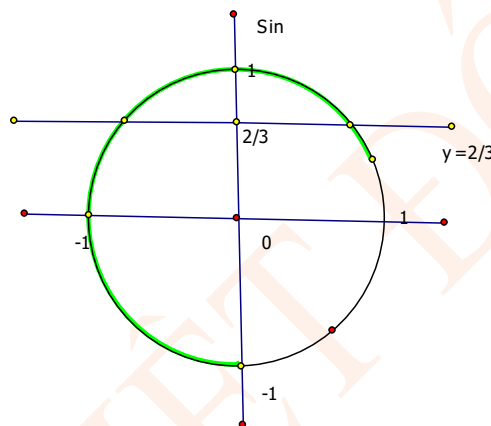
D. 3.

Lời giải

Chọn C

Phương trình $3\sin t = 2$ tương đương phương trình $\sin t = \frac{2}{3}$

Dựa vào biểu diễn của vòng tròn lượng giác:



Suy ra phương trình $\sin t = \frac{2}{3}$ có 2 nghiệm phân biệt thuộc đoạn $[\frac{\pi}{6}; \frac{3\pi}{2}]$

Câu 29. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $\vec{v} = (-1; 3)$ và điểm $A(2; 3)$. Tìm tọa độ điểm B , biết A là ảnh của B qua phép tịnh tiến theo vector $\vec{v}$?

A. $B(1; 0)$.

B. $B(1; 6)$.

C. $B(3; 6)$.

D. $B(3; 0)$.

Lời giải

Chọn D

Gọi $B(x; y)$

Ta có $T_{\vec{v}}(B) = A \Leftrightarrow \overrightarrow{BA} = \vec{v}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2 - x = -1 \\ 3 - y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 0 \end{cases}$$

Vậy $B(3; 0)$.

Câu 30. Cho X là tập hợp gồm n phần tử ($n \in \mathbb{N}, n \geq 2$). Tìm n biết số tập con gồm 2 phần tử của tập hợp X bằng 55.

A. $n = 10$.

B. $n = 12$.

C. $n = 11$.

D. $n = 9$.

Lời giải

Chọn C

Số tập con gồm 2 phần tử của tập hợp X là $C_n^2 = \frac{n!}{(n-2)! \cdot 2!} = \frac{1}{2}n(n-1)$.

Theo giả thiết ta có $\frac{1}{2}n(n-1) = 55 \Leftrightarrow n^2 - n - 110 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 11 \text{ (N)} \\ n = -10 \text{ (L)} \end{cases}$.

Vậy số phần tử của tập hợp X là $n = 11$.

Câu 31. Nghiệm của phương trình $\sin 4x + \cos 5x = 0$ là

A. $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{18} + \frac{k2\pi}{9} \end{cases}$.

B. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{18} + \frac{k2\pi}{9} \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{9} + \frac{k2\pi}{9} \end{cases}$.

D. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{18} + \frac{k\pi}{9} \end{cases}$.

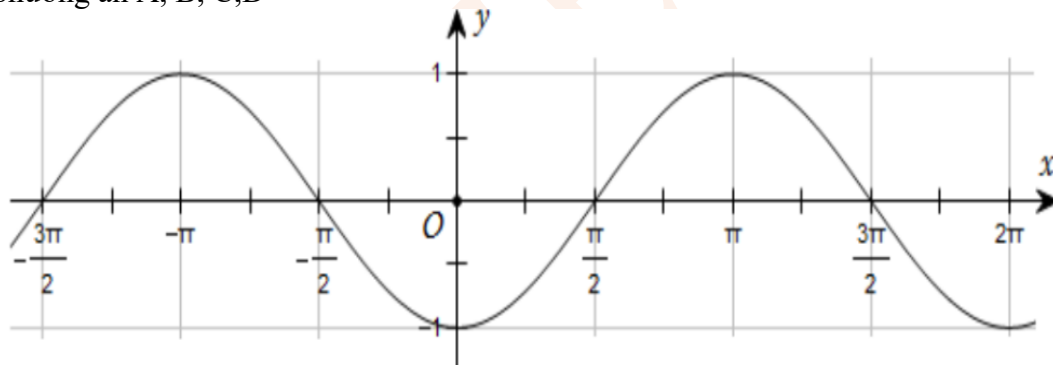
Lời giải

Chọn B

Ta có: $\sin 4x + \cos 5x = 0 \Leftrightarrow \cos 5x = -\sin 4x \Leftrightarrow \cos 5x = \cos\left(4x + \frac{\pi}{2}\right)$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 5x = 4x + \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ 5x = -4x - \frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{18} + \frac{k2\pi}{9} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$

Câu 32. Đường cong trong hình dưới đây là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D



Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

A. $y = \cos x$.

B. $y = -\cos x$.

C. $y = -|\cos x|$.

D. $y = |\cos x|$.

Lời giải

Chọn B

Loại phương án A do đồ thị hàm số $y = |\cos x|$ nằm phía trên trục hoành.

Loại phương án B do đồ thị hàm số $y = \cos x$ không đi qua điểm $(0; -1)$.

Loại phương án D do đồ thị hàm số $y = -|\cos x|$ nằm phía dưới trục hoành.

Phương án C đúng.

Câu 33. Nghiệm của phương trình $A_n^3 = 20n$ là:

A. $n = 8$.

B. Không tồn tại.

C. $n = 6$.

D. $n = 5$.

Lời giải:

Chọn C

[phương pháp tự luận]Điều kiện: $n \geq 3, n \in \mathbb{N}$.

$$A_n^3 = 20n \Leftrightarrow \frac{n!}{(n-3)!} = 20n \Leftrightarrow (n-2)(n-1)n = 20n \Leftrightarrow n(n^2 - 3n - 18) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 6 \\ n = -3 \\ n = 0 \end{cases}$$

Kết hợp điều kiện, ta được $n = 6$.**[phương pháp trắc nghiệm]**

Nhập vào máy tính về trái trừ đi về phải:



CALC lần lượt các đáp án, ta được đáp án A thỏa mãn về trái trừ về phải bằng 0.

Câu 34. Biết đa giác $DEFG$ biến thành đa giác $D'E'F'G'$ qua phép tịnh tiến theo $\vec{v} = (3; -7)$. Chọn khẳng định đúng.

A. $T_{\vec{u}}(D'E'F'G') = DEFG$ với $\vec{u} = (-7; 3)$.B. $T_{\vec{u}}(D'E'F'G') = DEFG$ với $\vec{u} = (-3; 7)$.C. $T_{\vec{u}}(D'E'F'G') = DEFG$ với $\vec{u} = (3; -7)$.D. $T_{\vec{u}}(D'E'F'G') = DEFG$ với $\vec{u} = (7; -3)$.**Lời giải****Chọn B**Có $T_{\vec{u}}(D'E'F'G') = DEFG$ với $\vec{u} = -\vec{v} = (-3; 7)$.

Câu 35. Trong mặt phẳng Oxy, điểm $M(-4; 6)$ là ảnh của điểm $N(2; -3)$ qua phép vị tự tâm O tỉ số k . Tìm số k .

A. $k = -2$.B. $k = -8$.C. $k = -18$.D. $k = -\frac{1}{2}$.**Lời giải****Chọn A**Điểm M là ảnh của điểm N qua phép vị tự tâm O tỉ số k .

$$\Leftrightarrow \vec{OM} = k\vec{ON}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -4 = k \cdot 2 \\ 6 = k \cdot (-3) \end{cases} \Leftrightarrow k = -2$$

Vậy $k = -2$.

Câu 36. Trong mặt phẳng Oxy, cho điểm $A(5; -6)$. Tìm ảnh của A qua phép dời hình có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép tịnh tiến theo $\vec{u} = (-3; 4)$ và phép quay tâm O góc quay 90° ?

A. $A'(-2; -2)$.B. $A'(2; -2)$.C. $A'(-2; 2)$.D. $A'(2; 2)$.**Lời giải****Chọn D**Gọi $A''(x''; y'')$ là ảnh của $A(5; -6)$ qua phép tịnh tiến theo $\vec{u} = (-3; 4)$.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} x'' = 5 + (-3) = 2 \\ y'' = -6 + 4 = -2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow A''(2; -2)$$

Gọi $A'(x'; y')$ là ảnh của $A''(2; -2)$ qua phép quay tâm O góc quay 90° .

Ta có: $\begin{cases} x' = -y'' = 2 \\ y' = x'' = 2 \end{cases} \Rightarrow A'(2; 2)$

Vậy $A'(2; 2)$ chính là ảnh của A qua phép dời hình có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép tịnh tiến theo $\vec{u} = (-3; 4)$ và phép quay tâm O góc quay 90° .

Câu 37. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng Δ có phương trình $x - y - 4 = 0$. Phép đồng dạng có được bằng cách thực hiện liên tiếp các phép vị tự tâm O tỉ số $k = \frac{1}{2}$ và phép quay tâm O góc quay -45° biến đường thẳng Δ thành đường thẳng nào trong các đường thẳng sau:

- A.** $x - y + \sqrt{2} = 0$. **B.** $x - y - \sqrt{2} = 0$. **C.** $x - \sqrt{2} = 0$. **D.** $y + \sqrt{2} = 0$.

Lời giải

Chọn D

Phép vị tự tâm O tỉ số $k = \frac{1}{2}$ biến đường thẳng Δ thành đường thẳng Δ' song song hoặc trùng với Δ nên phương trình Δ' có dạng: $x - y + c = 0$.

Lấy điểm $M(4; 0) \in \Delta$ ta có ảnh của M qua phép vị tự tâm O tỉ số $k = \frac{1}{2}$ là: $M'(2; 0) \in \Delta'$ nên ta có $2 - 0 + c = 0 \Rightarrow c = -2 \Rightarrow \Delta': x - y - 2 = 0$.

Giả sử Δ'' là ảnh của Δ' qua phép quay tâm O góc quay -45° .

Lấy $P(2; 0), Q(0; -2) \in \Delta'$ ta có ảnh của P, Q qua phép quay tâm O góc quay -45° là:

$P'(\sqrt{2}; -\sqrt{2}), Q'(-\sqrt{2}; -\sqrt{2}) \in \Delta''$ suy ra phương trình Δ'' là: $y + \sqrt{2} = 0$.

Câu 38. Xác định tất cả các giá trị của m để hàm số $y = \sqrt{3\sin 2x + 4\cos 2x + m - 1}$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

- A.** $-4 < m < 6$. **B.** $-4 \leq m \leq 6$. **C.** $m \leq 6$. **D.** $m \geq 6$.

Lời giải

Chọn D

Hàm số $y = \sqrt{3\sin 2x + 4\cos 2x + m - 1}$ có tập xác định là $\mathbb{R}$

khi $3\sin 2x + 4\cos 2x + m - 1 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

$$\Leftrightarrow 3\sin 2x + 4\cos 2x \geq -m + 1, \forall x \in \mathbb{R}.$$

$$\Leftrightarrow 1 - m \leq \min_{\mathbb{R}} f(x); \quad f(x) = 3\sin 2x + 4\cos 2x.$$

$$\Leftrightarrow 1 - m \leq -\sqrt{9 + 16}.$$

$$\Leftrightarrow m \geq 6.$$

Câu 39. Tổng $C_{2018}^1 - 2.5C_{2018}^2 + 3.5^2C_{2018}^3 - \dots - 2018.5^{2017}C_{2018}^{2018}$ bằng

- A.** -1009.2^{4034} . **B.** -1009.2^{4035} . **C.** 1009.2^{4035} . **D.** 1009.2^{4034} .

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } (1-x)^{2018} = C_{2018}^0 - xC_{2018}^1 + x^2C_{2018}^2 - x^3C_{2018}^3 + \dots + x^{2018}C_{2018}^{2018}.$$

$$\text{Suy ra: } -(1-x)^{2018} = -C_{2018}^0 + xC_{2018}^1 - x^2C_{2018}^2 + x^3C_{2018}^3 - \dots - x^{2018}C_{2018}^{2018}.$$

Lấy đạo hàm hai vế, ta được:

$$2018(1-x)^{2017} = C_{2018}^1 - 2xC_{2018}^2 + 3x^2C_{2018}^3 - \dots - 2018x^{2017}C_{2018}^{2018}.$$

Cho $x=5$. Khi đó:

$$C_{2018}^1 - 2.5C_{2018}^2 + 3.5^2C_{2018}^3 - \dots - 2018.5^{2017}C_{2018}^{2018} = 2018.(1-5)^{2017} = 2018.(-4)^{2017} = -1009.2^{4035}.$$

Câu 40. Biết rằng $m = m_0$ thì phương trình $2\sin^2 x - (5m+1)\sin x + 2m^2 + 2m = 0$ có đúng 5 nghiệm phân biệt thuộc $\left(-\frac{\pi}{2}; 3\pi\right)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $m_0 \in (-1; 0)$. B. $m_0 \in (-4; -2)$. C. $m_0 \in (0; 2)$. D. $m_0 \in (0; 1)$.

Lời giải

Chọn A

Đặt $t = \sin x$ ($-1 \leq t \leq 1$). (1)

Phương trình trở thành: $2t^2 - (5m+1)t + 2m^2 + 2m = 0$ (*) (2)

Xét hai trường hợp:

• Trường hợp 1:

Phương trình (*) có một nghiệm $t_1 = 1$ (cho ra hai nghiệm x) và một nghiệm $-1 < t_2 \leq 0$ (cho ra ba nghiệm x).

Do $t_1 = 1$ nên $t_2 = m^2 + m$.

$$\text{Thay } t_1 = 1 \text{ vào phương trình (*), ta có } 2m^2 - 3m + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \rightarrow t_2 = 2 \notin (-1; 0] \\ m = \frac{1}{2} \rightarrow t_2 = \frac{3}{4} \notin (-1; 0] \end{cases}$$

Vậy không có giá trị m nào thỏa mãn.

• Trường hợp 2:

Phương trình (*) có một nghiệm $t_1 = -1$ (cho ra một nghiệm x) và một nghiệm $0 < t_2 < 1$ (cho ra bốn nghiệm x)

Do $t_1 = -1$ nên $t_2 = -m^2 - m$.

$$\text{Thay } t_1 = -1 \text{ vào phương trình (*), ta có } 2m^2 + 7m + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -\frac{1}{2} \rightarrow t_2 = \frac{1}{4} \in (0; 1) \\ m = -3 \rightarrow t_2 = -6 \notin (0; 1) \end{cases}$$

Vậy $m = -\frac{1}{2}$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 41. Số nghiệm của phương trình $\frac{\cos 2x}{1 - \sin 2x} = 0$ với $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq 2\pi$ là

- A. 4. B. 5. C. 3. D. 2.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $x \neq \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Phương trình đã cho $\Rightarrow \cos 2x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + m\frac{\pi}{2}, m \in \mathbb{Z}$.

Đổi chiều điều kiện $\Rightarrow x = \frac{3\pi}{4} + n\pi, n \in \mathbb{Z}$.

Vì $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq 2\pi$ suy ra $-\frac{\pi}{2} \leq \frac{3\pi}{4} + n\pi \leq 2\pi \Leftrightarrow -\frac{5}{4} \leq n \leq \frac{5}{4}$.

Mà $n \in \mathbb{Z} \Rightarrow n \in \{-1; 0; 1\}$. Vậy phương trình đã cho có 3 nghiệm.

Câu 42. Trong mặt phẳng Oxy , cho điểm $A(4; -3)$ và $B(1; 2)$. Gọi C là ảnh của B qua phép quay tâm A góc $\varphi = -495^\circ$. Gọi S là diện tích của tam giác ABC . Tính giá trị của $P = 4S^2 - 7$.

A. $P = 751$.

B. $P = 3205$.

C. $P = 571$.

D. $P = 2305$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $AB = \sqrt{(1-4)^2 + (2+3)^2} = \sqrt{34}$.

$$Q_{(A; -495^\circ)}(B) = C \Rightarrow \begin{cases} AC = AB \\ (AB; AC) = -495^\circ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} AC = AB = \sqrt{34} \\ \widehat{BAC} = 135^\circ \end{cases}.$$

Do đó, diện tích của tam giác ABC là: $S = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin 135^\circ = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{34} \cdot \sqrt{34} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{17\sqrt{2}}{2}$.

Vậy, $P = 4S^2 - 7 = 4 \cdot \left(\frac{17\sqrt{2}}{2}\right)^2 - 7 = 571$.

Câu 43. Cho đa giác đều 20 cạnh nội tiếp đường tròn (O) . Xác định số hình thang có 4 đỉnh là các đỉnh của đa giác đều.

A. 315.

B. 720.

C. 810.

D. 765.

Lời giải

Chọn D

Hình thang luôn có trục đối xứng đi qua tâm nên ta chỉ xét trục đối xứng vuông góc với hai đáy của hình thang trong hai trường hợp

Th1: Trục đối xứng của hình thang đi qua hai đỉnh của đa giác đều

Chọn một trục đối xứng có 10 cách

Mỗi trục đối xứng như vậy ta có C_9^2 cách chọn các đỉnh của hình thang nhận trục đối xứng đó

Suy ra $10 \cdot C_9^2 = 360$ hình thang có trục đối xứng đi qua các đỉnh đa diện

Th2: Trục đối xứng không đi qua đỉnh của đa giác đều

Chọn một trục đối xứng như vậy ta có 10 cách

Mỗi trục đối xứng như vậy ta có C_{10}^2 cách chọn các đỉnh của hình thang nhận trục đối xứng đó

Suy ra $10 \cdot C_{10}^2 = 450$ hình thang có trục đối xứng không qua các đỉnh của đa giác đều

Lại có $C_{10}^2 = 45$ hình chữ nhật là hình thang có hai trục đối xứng nên số hình thang thỏa mãn yêu cầu bài toán là $360 + 450 - 45 = 765$.

Câu 44. Giải phương trình $\sin 3x - 4 \sin x \cdot \cos 2x = 0$.

A. $\begin{cases} x = k2\pi \\ x = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = k\pi \\ x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = \frac{k2\pi}{3} \\ x = \pm \frac{2\pi}{3} + k\pi \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = \frac{k\pi}{2} \\ x = \pm \frac{\pi}{4} + k\pi \end{cases}$

Lời giải

Chọn B

Ta có $\sin 3x - 4\sin x \cdot \cos 2x = 0$.

$$\Leftrightarrow 3\sin x - 4\sin^3 x - 4\sin x(1 - 2\sin^2 x) = 0.$$

$$\Leftrightarrow 3\sin x - 4\sin^3 x - 4\sin x + 8\sin^3 x = 0.$$

$$\Leftrightarrow 4\sin^3 x - \sin x = 0.$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 0 \\ 4\sin^2 x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 0 \\ \cos 2x = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = k\pi \\ x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi \end{cases}.$$

$$\text{Vậy } S = \left\{ k\pi; \pm \frac{\pi}{6} + k\pi \right\}.$$

Câu 45. Biết M và m lần lượt là GTLN và GTNN của hàm số $y = \frac{2\sin x + \cos x + 3}{2\cos x - \sin x + 4}$. Tính $M^2 + m^2$.

A. $\frac{4}{25}$.

B. $\frac{36}{25}$.

C. $\frac{4}{121}$.

D. $\frac{488}{121}$.

Lời giải

Chọn D

$$y = \frac{2\sin x + \cos x + 3}{2\cos x - \sin x + 4} \Leftrightarrow 2\sin x + \cos x + 3 = 2y \cdot \cos x - y \cdot \sin x + 4y$$

$$\Leftrightarrow (1 - 2y)\cos x + (2 + y)\sin x = 4y - 3$$

$$\text{Hàm số xác định khi: } (1 - 2y)^2 + (2 + y)^2 \geq (4y - 3)^2 \Leftrightarrow 11y^2 - 24y + 4 \leq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{2}{11} \leq y \leq 2. \text{ Vậy GTNN của hàm số là } m = \frac{2}{11} \text{ và GTLN của hàm số là } M = 2.$$

$$M^2 + m^2 = \frac{4}{121} + 4 = \frac{488}{121}.$$

Câu 46. Cho parabol $(P): y = -x^2 - 2x + m$. Tìm m sao cho (P) là ảnh của $(P'): y = -x^2 - 2x + 1$ qua phép tịnh tiến theo vector $\vec{v} = (0; 1)$.

A. $m = \emptyset$.

B. $m = 1$.

C. $m = -1$.

D. $m = 2$.

Lời giải

Chọn D

Gọi $M(x; -x^2 - 2x + 1) \in (P')$ và $M'(x'; y')$ là ảnh của M qua phép tịnh tiến $T_{\vec{v}}$.

$$T_{\vec{v}}(M) = M' \Leftrightarrow \begin{cases} x' = x \\ y' = -x^2 - 2x + 2 \end{cases}.$$

Mặt khác, phép tịnh tiến theo vector $\vec{v}$ biến parabol (P') thành parabol (P) nên $M \in (P')$ thì

$$M' \in (P). \text{ Suy ra: } -x^2 - 2x + 2 = -x^2 - 2x + m \Leftrightarrow m = 2.$$

Câu 47. Tìm điều kiện của tham số m để phương trình $\sin 4x - 4\cos 2x - m\sin 2x + 2m = 0$ có hai nghiệm phân biệt thuộc đoạn $\left[-\frac{3\pi}{8}; \frac{\pi}{6}\right]$.

A. $-1 \leq m \leq 2$.

B. $-1 \leq m \leq 1$.

C. $\frac{1}{2} \leq m \leq 1$.

D. $1 \leq m < 2$.

Lời giải

Chọn D

Phương trình đã cho tương đương

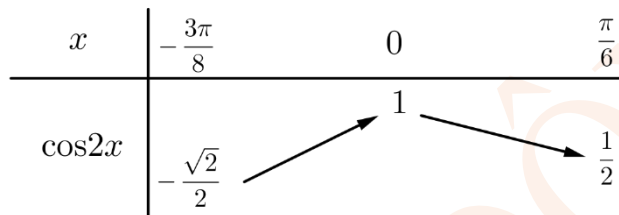
$$2\sin 2x \cos 2x - 4\cos 2x - m\sin 2x + 2m = 0 \Leftrightarrow (\sin 2x - 2)(2\cos 2x - m) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sin 2x = 2 \\ \cos 2x = \frac{m}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \cos 2x = \frac{m}{2} \text{ (do } -1 \leq \sin 2x \leq 1, \forall x)$$

$$\text{Vì } x \in \left[-\frac{3\pi}{8}; \frac{\pi}{6}\right] \text{ nên } 2x \in \left[-\frac{3\pi}{4}; \frac{\pi}{3}\right]$$

$$\Rightarrow \cos 2x \text{ đồng biến trên } \left[-\frac{3\pi}{8}; 0\right] \text{ và nghịch biến trên } \left[0; \frac{\pi}{6}\right].$$

Bảng biến thiên



Dựa vào bảng biến thiên, để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt thuộc $\left[-\frac{3\pi}{8}; \frac{\pi}{6}\right]$ thì

$$\frac{1}{2} \leq \frac{m}{2} < 1 \Leftrightarrow 1 \leq m < 2.$$

Câu 48. Giá trị biểu thức $T = C_{2017}^0 \cdot C_{2017}^{2016} + C_{2017}^1 \cdot C_{2016}^{2015} + C_{2017}^2 \cdot C_{2015}^{2014} + \dots + C_{2017}^{2016} \cdot C_1^0$ bằng

A. $T = 2017 \cdot 2^{2016}$. **B.** $T = 2016 \cdot 2^{2016}$. **C.** $T = 2016 \cdot 2^{2017}$. **D.** $T = 2^{2017}$.

Lời giải

Chọn A

$$\begin{aligned} T &= C_{2017}^0 \cdot C_{2017}^{2016} + C_{2017}^1 \cdot C_{2016}^{2015} + C_{2017}^2 \cdot C_{2015}^{2014} + \dots + C_{2017}^{2016} \cdot C_1^0 \\ &= 2017 \cdot C_{2017}^0 + 2016 \cdot C_{2017}^1 + 2015 \cdot C_{2017}^2 + \dots + C_{2017}^{2016} \\ &= 2017 \cdot C_{2017}^{2017} + 2016 \cdot C_{2017}^{2016} + 2015 \cdot C_{2017}^{2015} + \dots + C_{2017}^1 \end{aligned}$$

Ta có: $k \cdot C_n^k = n \cdot C_{n-1}^{k-1}, \forall k, n \in \mathbb{N}, 1 \leq k \leq n$.

Nên

$$\begin{aligned} T &= 2017 \cdot C_{2016}^{2016} + 2017 \cdot C_{2016}^{2015} + 2017 \cdot C_{2016}^{2014} + \dots + 2017 \cdot C_{2016}^0 \\ &= 2017 (C_{2016}^0 + C_{2016}^1 + \dots + C_{2016}^{2016}) = 2017 \cdot 2^{2016}. \end{aligned}$$

Câu 49. Cho hai tập hợp hợp L và C biết $L = \{\text{các số tự nhiên có 2018 chữ số được lập từ các số } 0, 1, 2 \text{ mà số } 0 \text{ xuất hiện lẻ lần}\}$, $C = \{\text{các số tự nhiên có 2018 chữ số được lập từ các số } 0, 1, 2 \text{ mà số } 0 \text{ xuất hiện chẵn lần (kể cả số } 0 \text{ không xuất hiện)}\}$. Gọi $|L|$, $|C|$ lần lượt là số lượng các phần tử của tập hợp L và C . Giá trị của biểu thức $M = 2|L| + |C|$ là

A. $3^{2019} - 1$. **B.** $3^{2018} + 1$. **C.** $3^{2019} + 1$. **D.** $3^{2018} - 1$.

Lời giải

Chọn D

Giả sử số cần lập có dạng: $\overline{a_1 a_2 \dots a_{2018}}$

+) Tính $|L|$ như sau: giả sử số cần lập có k số 0 (k lẻ) ta tiến hành lập số đó như sau:

- Chọn số cho a_1 có 2 cách (vì $a_1 \neq 0$).
- Chọn vị trí cho k số 0 từ 2017 vị trí $\Rightarrow$ có C_{2017}^k cách.
- Chọn số cho các vị trí còn trống có 2^{2017-k} cách.

$\Rightarrow$ có $2.C_{2017}^k.2^{2017-k}$ số thỏa mãn tính chất trên.

$$\Rightarrow |L| = 2.(C_{2017}^1.2^{2016} + C_{2017}^3.2^{2014} + \dots + C_{2017}^{2017}).$$

+) Tính $|C|$: lí luận tương tự như trên.

$$|C| = 2.(C_{2017}^0.2^{2017} + C_{2017}^2.2^{2015} + \dots + C_{2017}^{2016}.2)$$

Áp dụng tính chất $C_n^{k-1} + C_n^k = C_{n+1}^k$ ta có

$$\begin{aligned} 2|L| + |C| &= 2.[(C_{2017}^0 + C_{2017}^1).2^{2017} + (C_{2017}^2 + C_{2017}^3).2^{2014} + \dots + (C_{2017}^{2016} + C_{2017}^{2017}).2] = \\ &= 2.(C_{2018}^1.2^{2017} + C_{2018}^3.2^{2014} + \dots + C_{2018}^{2017}.2) = (2+1)^{2018} - (2-1)^{2018} = 3^{2018} - 1 \\ \Rightarrow 2|L| + |C| &= 3^{2018} - 1. \end{aligned}$$

Câu 50. Phương trình $\sin x = \frac{x}{2019}$ có bao nhiêu nghiệm thực?

A. 1287.

B. 1289.

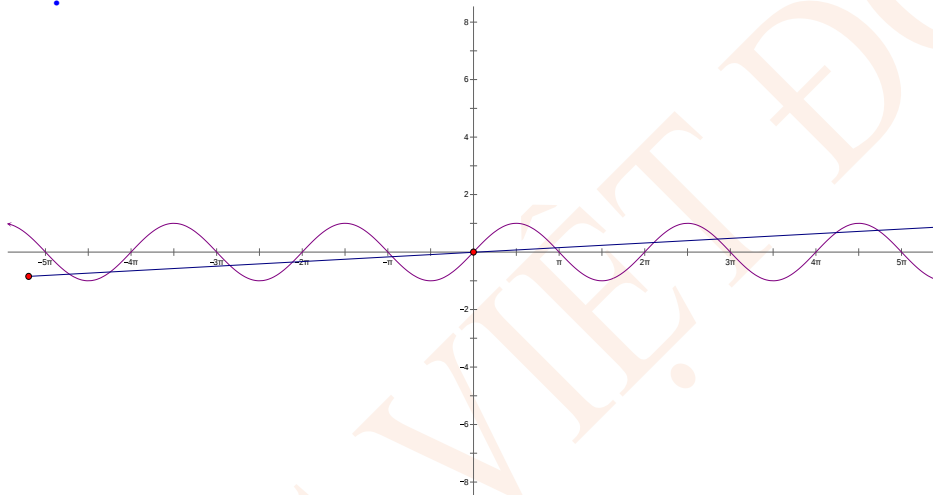
C. 1288.

D. 1290.

Lời giải

Cách 1:

Chọn A



Đk: $-2019 \leq x \leq 2019$

Nhận xét $x = 0$ là nghiệm của phương trình.

Nếu $x = x_0$ là nghiệm của phương trình thì $x = -x_0$ cũng là nghiệm của phương trình

Ta xét nghiệm của phương trình trên đoạn $[0; 2019]$. Vẽ đồ thị của hàm số $y = \sin x$ và $y = \frac{x}{2019}$.

Ta thấy:

Trên đoạn $[0; 2\pi]$ phương trình có hai nghiệm phân biệt

Trên nửa khoảng $(2\pi; 4\pi]$ phương trình có hai nghiệm phân biệt

Trên nửa khoảng $(4\pi; 6\pi]$ phương trình có hai nghiệm phân biệt

...

Trên nửa khoảng $(640\pi; 642\pi]$ phương trình có hai nghiệm phân biệt

Trên nửa khoảng $(642\pi; 2019]$ phương trình có hai nghiệm phân biệt.

Như vậy trên đoạn $[0; 2019]$ phương trình có một nghiệm $x = 0$ và $321 \times 2 + 1 = 643$ nghiệm dương phân biệt. Mà do $x = x_0$ là nghiệm của phương trình thì $x = -x_0$ cũng là nghiệm của phương trình nên trên nửa khoảng $[-2019; 0)$ phương trình cũng có 643 nghiệm âm phân biệt. Do đó trên đoạn $[-2019; 2019]$ phương trình có số nghiệm thực là $643 \times 2 + 1 = 1287$ nghiệm. Vậy số nghiệm thực của phương trình đã cho là **1287** nghiệm.

Cách 2:

Đk: $-2019 \leq x \leq 2019$

Xét hàm số $f(x) = \sin x - \frac{x}{2019}$, ta có $f(x)$ là hàm số lẻ, liên tục trên $\mathbb{R}$ và $f'(x) = \cos x - \frac{1}{2019}$,
 $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \cos x - \frac{1}{2019} = 0 \Leftrightarrow x = \pm \alpha + k2\pi$ với $\cos \alpha = \frac{1}{2019}$ và $\alpha \in (0; \frac{\pi}{2})$. Chia $(0; 2019]$
 thành hợp các nửa khoảng $(k2\pi; 2\pi + k2\pi]$ (với $k = \overline{0; 320}$) và $(642\pi; 2019]$ (vì $2019 \approx 642,67\pi$)

Xét trên mỗi nửa khoảng $(k2\pi; 2\pi + k2\pi]$ (với $k = \overline{1; 320}$), ta có $f'(x) = 0$ có hai nghiệm là $x_1 = \alpha + k2\pi$ và $x_2 = -\alpha + 2\pi + k2\pi$

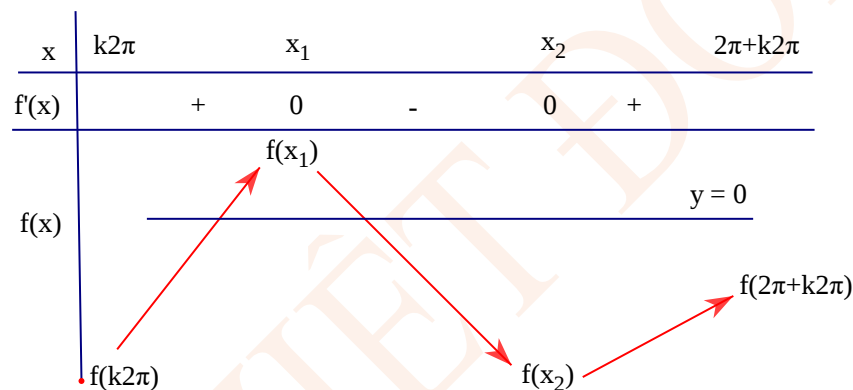
Ta có $f(k2\pi) = -\frac{k2\pi}{2019} < 0$

$f(x_1) = \sin \alpha - \frac{\alpha + k2\pi}{2019} = \frac{\sqrt{2020 \cdot 2018} - \alpha - k2\pi}{2019} > 0$ do $\alpha \in (0; \frac{\pi}{2})$ và $k2\pi \leq 642\pi$

$f(x_2) = -\sin \alpha - \frac{-\alpha + 2\pi + k2\pi}{2019} < 0$

$f(2\pi + k2\pi) = \frac{-k2\pi - 2\pi}{2019} < 0$

Bảng biến thiên



$\Rightarrow$ Trên $(k2\pi; 2\pi + k2\pi]$ phương trình $f(x) = 0$ có đúng hai nghiệm phân biệt (với $k = \overline{1; 320}$)

Tương tự xét trên nửa khoảng $(0; 2\pi]$ phương trình có một nghiệm và trên nửa khoảng $(642\pi; 2019]$ phương trình có hai nghiệm.

Từ đó số nghiệm của phương trình đã cho là $2 \cdot [320 \cdot 2 + 1 + 2] + 1 = 1287$

----- HẾT -----

ĐỀ 19
ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA KÌ I**Môn: TOÁN, Lớp 10***Thời gian làm bài: 90 phút, không tính thời gian phát đề*

- Câu 1.** Mệnh đề nào sau đây sai?
A. Hình gồm một đường tròn và một đường thẳng tùy ý có trục đối xứng.
B. Hình gồm một tam giác cân và đường tròn ngoại tiếp tam giác đó có trục đối xứng.
C. Hình gồm hai đường tròn không bằng nhau có trục đối xứng.
D. Hình gồm một đường tròn và một đoạn thẳng tùy ý có trục đối xứng.
- Câu 2.** Tung ngẫu nhiên ba đồng xu, số phần tử của không gian mẫu là
A. 12. **B.** 6. **C.** 16. **D.** 8.
- Câu 3.** Cho các số nguyên dương tùy ý thỏa mãn $k \leq n$. Đẳng thức nào dưới đây đúng?
A. $C_n^k = C_{n+1}^{k-1} + C_{n+1}^k$. **B.** $C_n^k = C_{n-1}^{k-1} + C_{n-1}^k$ **C.** $C_n^k = C_{n-1}^{k-1} + C_{n-1}^k$. **D.** $C_n^k = C_{n-1}^{k-1} + C_n^{k-1}$.
- Câu 4.** Tất cả các nghiệm của phương trình $\tan 2x = \sqrt{3}$ là:
A. $x = \frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{3}; k \in \mathbb{Z}$. **B.** $x = \frac{\pi}{6} + k\pi; k \in \mathbb{Z}$.
C. $x = \frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{2}; k \in \mathbb{Z}$. **D.** $x = \frac{\pi}{3} + k\pi; k \in \mathbb{Z}$.
- Câu 5.** Phương trình $\sin x + m \cos x = \sqrt{10}$ có nghiệm khi:
A. $\begin{cases} m \geq 3 \\ m \leq -3 \end{cases}$. **B.** $-3 \leq m \leq 3$.
C. $\begin{cases} m \geq 3 \\ m < -3 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} m > 3 \\ m < -3 \end{cases}$.
- Câu 6.** Nghiệm của phương trình $\cos x = -1$ là:
A. $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$. **B.** $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.
C. $x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. **D.** $x = \pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.
- Câu 7.** Cho các mệnh đề sau:
E: “Cho 2 đường tròn có cùng bán kính. Tồn tại phép tịnh tiến biến đường tròn này thành đường tròn kia.”
F: “Cho 2 tam giác bằng nhau. Mọi phép tịnh tiến đều biến tam giác này thành tam giác kia.”
G: “Cho 2 đoạn thẳng bằng nhau. Mọi phép tịnh tiến đều biến đoạn thẳng này thành đoạn thẳng kia.”
H: “Cho 2 đường thẳng song song với nhau. Tồn tại phép tịnh tiến biến đường thẳng này thành đường thẳng kia.”
Số mệnh đề đúng là:
A. 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 1.
- Câu 8.** Tính chất nào sau đây **không phải** là tính chất của phép dời hình?
A. Biến đường tròn thành đường tròn bằng nó.
B. Biến tam giác thành tam giác bằng nó, biến tia thành tia.
C. Biến đoạn thẳng thành đoạn thẳng có độ dài gấp k lần đoạn thẳng ban đầu ($k \neq 1$).
D. Biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm thẳng hàng và bảo toàn thứ tự của ba điểm đó.
- Câu 9.** Có bao nhiêu đoạn thẳng được tạo thành từ 10 điểm phân biệt khác nhau?

- A. 55. B. 45. C. 90. D. 35.
- Câu 10.** Phép vị tự tâm I tỉ số $k = 2$ biến điểm M thành điểm M' . Chọn khẳng định đúng.
 A. $\overrightarrow{IM'} = -2\overrightarrow{IM}$. B. $IM = 2IM'$.
 C. $\overrightarrow{IM'} = 2\overrightarrow{IM}$. D. $\overrightarrow{IM} = 2\overrightarrow{IM'}$.
- Câu 11.** Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số lẻ?
 A. $y = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$. B. $y = \sin^2 x$.
 C. $y = \frac{\cot x}{\cos x}$. D. $y = \frac{\tan x}{\sin x}$.
- Câu 12.** Tính số các chỉnh hợp chập 4 của 7 phần tử:
 A. 720. B. 35. C. 480. D. 24.
- Câu 13.** Từ thành phố A đến thành phố B có 5 cách đi bằng đường bộ, 3 cách đi bằng đường thủy và 2 cách đi bằng đường hàng không. Hỏi có bao nhiêu cách đi từ thành phố A đến thành phố B ?
 A. 10. B. 30. C. 16. D. 15.
- Câu 14.** Phương trình nào sau đây **không** phải là phương trình bậc hai của một hàm số lượng giác?
 A. $-2\tan^2 3x - 3\tan 3x + 5 = 0$. B. $\cos^2 x + 6\sin 2x + 5 = 0$.
 C. $\cos^2 \frac{x}{2} - 10\cos \frac{x}{2} + 5 = 0$. D. $-4\sin^2 x + 5\sin x + 8 = 0$.
- Câu 15.** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?
 A. Phép quay biến đường thẳng thành đường thẳng song song hoặc trùng với nó.
 B. Phép quay biến đoạn thẳng thành đoạn thẳng bằng nó.
 C. Phép quay biến đường tròn thành đường tròn có cùng bán kính.
 D. Phép quay biến tam giác thành tam giác bằng nó.
- Câu 16.** Khi khai triển biểu thức $(a+b)^5$ thành tổng, biểu thức **không** chứa số hạng nào sau đây?
 A. a^2b^3 . B. a^4 . C. b^5 . D. ab^4 .
- Câu 17.** Từ nhà bạn An đến nhà bạn Bình có 3 con đường đi, từ nhà bạn Bình đến nhà bạn Cường có 2 con đường đi. Hỏi có bao nhiêu cách chọn đường đi từ nhà bạn An đến nhà bạn Cường và phải đi qua nhà bạn Bình?
 A. 6. B. 2. C. 3. D. 5.
- Câu 18.** Hàm số $y = 3 + \cos x$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?
 A. $\left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$. B. $\left(\frac{3\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}\right)$. C. $\left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$. D. $(\pi; 2\pi)$.
- Câu 19.** Trong các phép biến đổi sau, phép biến đổi nào **sai**?
 A. $\sin x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$. B. $\cos x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases}$.
 C. $\tan x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi$. D. $\sin x = 0 \Leftrightarrow x = k2\pi$.
- Câu 20.** Xét các khẳng định sau:
 (I): Cho hai đường thẳng a và đường thẳng b song song với nhau. Có duy nhất một phép tịnh tiến biến đường thẳng a thành b .
 (II): Phép dời hình biến một hình thành một hình bằng nó.

(III): $Q_{(I; 2020\pi)}$ là phép đồng nhất.

(IV): Mọi phép vị tự tâm I tỉ số $k \neq 0$ đều là phép đồng dạng tỉ số k .

Khi đó, số khẳng định đúng là:

A. 2

B. 4

C. 3

D. 1

Câu 21. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng $d: 3x - y + 1 = 0$, ảnh d' của d qua phép quay tâm O , góc quay 90° là:

A. $d': 3x - y + 2 = 0$.

B. $d': x - y + 2 = 0$.

C. $d': x + y + 1 = 0$.

D. $d': x + 3y + 1 = 0$.

Câu 22. Gọi x_0 là nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình $\frac{2\cos 2x}{1 - \sin 2x} = 0$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $x_0 \in \left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{4}\right)$.

B. $x_0 \in \left[\frac{3\pi}{4}; \pi\right)$.

C. $x_0 \in \left(0; \frac{\pi}{4}\right)$.

D. $x_0 \in \left[\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2}\right)$.

Câu 23. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ba điểm $M(1; 2)$, $N(3; -4)$ và $P(0; -4)$. Phép tịnh tiến theo vectơ $\overrightarrow{NP}$ biến điểm M thành điểm có tọa độ nào trong các tọa độ sau?

A. $(-4; -2)$.

B. $(4; 2)$.

C. $(-2; 2)$.

D. $(1; -6)$.

Câu 24. Nghiệm của phương trình $\cos^2 x = \frac{1}{4}$ là

A. $x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

B. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

C. $x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

D. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 25. Biết phương trình $\sqrt{3}\cos x + \sin x = \sqrt{2}$ có nghiệm dương bé nhất là $\frac{a\pi}{b}$, (với a, b là các số nguyên dương và phân số $\frac{a}{b}$ tối giản). Tính $a^2 + ab$.

A. $S = 75$.

B. $S = 85$.

C. $S = 65$.

D. $S = 135$.

Câu 26. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $M(-1; 4)$ và $N(5; 3)$. Qua phép dời hình có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v} = (-4; -2)$ và phép quay tâm O góc quay 45° thì M, N lần lượt biến thành M', N' . Tính độ dài $M'N'$.

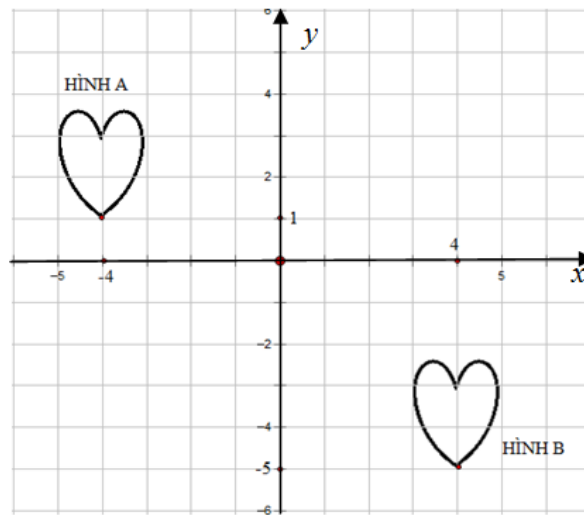
A. $\frac{\sqrt{74}}{2}$.

B. $\sqrt{37}$.

C. $\frac{\sqrt{26}}{2}$.

D. $\sqrt{65}$.

Câu 27. Cho lưới tọa độ ô vuông như hình vẽ. Tìm tọa độ vectơ $\vec{v}$ biết rằng qua $T_{\vec{v}}$ thì hình B là ảnh của hình A .



A. $\vec{v} = (8; 4)$.

B. $\vec{v} = (-8; 6)$.

C. $\vec{v} = (8; -4)$.

D. $\vec{v} = (8; -6)$.

Câu 28. Hệ số của x^4 trong khai triển $(2x+1)^{10}$ thành đa thức là:

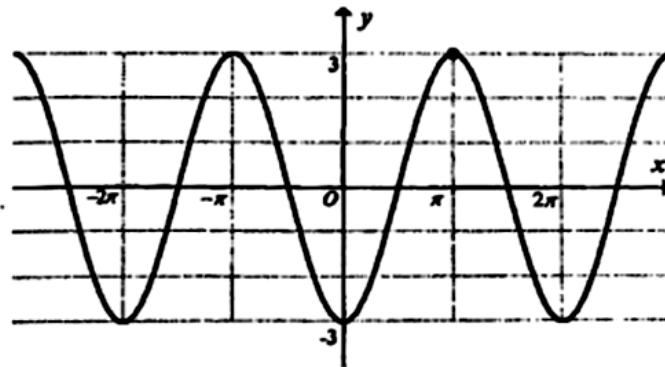
A. $2^4 A_{10}^4$.

B. $2^6 A_{10}^4$.

C. $2^6 C_{10}^4$.

D. $2^4 C_{10}^4$.

Câu 29. Hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây



A. $y = 2 + |\cos x|$.

B. $y = \cos x - 4$.

C. $y = -2 - \cos x$.

D. $y = -3\cos x$.

Câu 30. Có 10 cặp vợ chồng đi dự tiệc. Tổng số cách chọn một người đàn ông và một người đàn bà trong bữa tiệc phát biểu ý kiến sao cho hai người đó không là vợ chồng.

A. 90.

B. 20.

C. 19.

D. 100.

Câu 31. Phương trình $\sin x = \frac{1}{3}$ có bao nhiêu nghiệm trên khoảng $(0; 4\pi)$?

A. 4.

B. 3.

C. 1.

D. 2.

Câu 32. Phương trình nào dưới đây có tập nghiệm trùng với tập nghiệm của phương trình $\tan x = 1$?

A. $\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

B. $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

C. $\cot x = 1$.

D. $\cot^2 x = 1$.

Câu 33. Một tổ gồm 7 nam và 6 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn 4 em đi trực sao cho có ít nhất 2 nữ?

A. 470.

B. 315.

C. 455.

D. 144.

Câu 34. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, tìm tọa độ điểm I biết phép vị tự tâm I tỉ số -3 biến điểm M (1; -1) thành điểm M' (1; 11).

A. I (1; 2).

B. I (1; 8).

C. I (2; 1).

D. I (2; 8).

Câu 35. Cho n_1 là nghiệm của phương trình sau $A_n^3 + 2C_{n+1}^{n-1} - 3C_{n-1}^{n-3} = 3n^2 + P_6 + 159$. Hãy tính tổng các chữ số của n_1 .

- A. 12. B. 3. C. 6. D. 9.

Câu 36. Trên khoảng $\left(\frac{\pi}{2}; 2\pi\right)$, phương trình $\cos\left(\frac{\pi}{6} - 2x\right) = \sin x$ có bao nhiêu nghiệm?

- A. 3. B. 4. C. 5. D. 2.

Câu 37. Cho phương trình $3\sin x \cdot \cos x = \cos x(1)$ và $(\sin x - 1)(a\sin^2 x + b\sin x + 1) = 0(2)$. Biết phương trình (1) và (2) tương đương, tính $M = 2a + 3b$

- A. -8. B. -10. C. -6 D. -12.

Câu 38. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sin^2 x - 4\sin x - 5$ là:

- A. -8. B. 9. C. -10. D. 0.

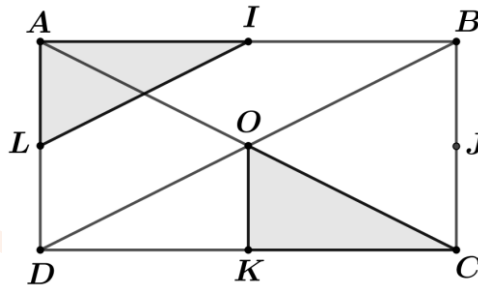
Câu 39. Tính tổng: $S = \sum_{k=0}^{1983} C_{2017+k}^k$.

- A. $S = C_{4001}^{1983}$. B. $S = C_{4000}^{1984}$. C. $S = C_{4001}^{1982}$. D. $S = C_{2001}^{1983}$.

Câu 40. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \sqrt{5 - m\sin x - (m+1)\cos x}$ xác định trên $\mathbb{R}$?

- A. 5 B. 8. C. 6 D. 7 7.

Câu 41. Cho hình chữ nhật $ABCD$ có I, J, K, L, O lần lượt là trung điểm AB, BC, CD, DA, AC (như hình vẽ). Hỏi phép dời hình nào trong các phép cho dưới đây biến tam giác ALI thành tam giác KOC .



A. Phép dời thực hiện liên tiếp phép $Q_{(B, 90^\circ)}$ và phép đối xứng trục d , với d là đường trung trực của KC .

KC.

B. Phép dời thực hiện liên tiếp phép đối xứng trục LO và $T_{\overline{AB}}$.

C. Phép dời thực hiện liên tiếp phép $T_{\overline{IB}}$ và phép đối xứng tâm O .

D. Phép dời thực hiện liên tiếp phép $T_{\overline{IB}}$ và phép đối xứng trục LO .

Câu 42. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường tròn (C) có phương trình $x^2 + y^2 + 4x - 6y - 5 = 0$. Thực hiện liên tiếp hai phép tịnh tiến theo các vector $\vec{u} = (1; -2)$ và $\vec{v} = (1; -1)$ thì đường tròn (C) biến thành đường tròn (C') có phương trình là

A. $x^2 + y^2 - 4y - 4 = 0$. B. $x^2 + y^2 - x + 8y + 2 = 0$.

C. $x^2 + y^2 + x - 6y - 5 = 0$. D. $x^2 + y^2 - 18 = 0$.

Câu 43. Cho tam giác HUE . Trên cạnh HE lấy 14 điểm phân biệt khác H, E rồi nối chúng với U . Trên cạnh UE lấy 7 điểm phân biệt khác U, E rồi nối chúng với H . Số tam giác đếm được trên hình khi này là:

A. 1981. B. $\in (1981; 1471981)$.

C. < 1981 . D. 1471981.

Câu 44. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường thẳng $d: 3x - 4y + 1 = 0$. Thực hiện liên tiếp phép vị tự tâm O tỉ số $k = -3$ và phép tịnh tiến theo vector $\vec{v} = (1; 2)$ thì đường thẳng d biến thành đường thẳng d' có phương trình là

- A. $3x-4y-5=0$. B. $3x-4y+2=0$. C. $3x-4y-2=0$. D. $3x-4y+5=0$.

Câu 45. Trong hệ tọa độ Oxy , ảnh của đường thẳng $d: x+y+1=0$ qua phép quay tâm O góc quay 90° có phương trình là

- A. $x-y-1=0$. B. $x+y-1=0$. C. $x-y+1=0$. D. $x-y+2=0$.

Câu 46. Tất cả các giá trị của m để phương trình $\cos 2x - (2m-1)\cos x - m + 1 = 0$ có đúng 2 nghiệm $x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ là

- A. $0 \leq m \leq 1$. B. $-1 \leq m \leq 1$. C. $-1 \leq m \leq 0$. D. $0 \leq m < 1$.

Câu 47. Số các giá trị thực của tham số m để phương trình $(\sin x - 1)(2\cos^2 x - (2m+1)\cos x + m) = 0$ có đúng 4 nghiệm thực thuộc đoạn $[0; 2\pi]$ là:

- A. vô số. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 48. Tìm số tự nhiên n thỏa mãn $\frac{C_n^0}{1.2} + \frac{C_n^1}{2.3} + \frac{C_n^2}{3.4} + \dots + \frac{C_n^n}{(n+1)(n+2)} = \frac{2^{100} - n - 3}{(n+1)(n+2)}$.

- A. $n=100$. B. $n=98$. C. $n=101$. D. $n=99$.

Câu 49. Gọi H là hình được tạo bởi các điểm biểu diễn nghiệm của phương trình $(1-2\sin 3x) + \cos 3x(\sin 3x - \cos 3x) = 0$ trên đường tròn lượng giác. Tính diện tích S của hình H .

- A. $S = \frac{3\sqrt{3}}{2}$. B. $S = 3\sqrt{3}$. C. $S = 6\sqrt{3}$. D. $S = \frac{3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 50. Có bao nhiêu số tự nhiên chia hết cho 11, có 7 chữ số đôi một khác nhau được thành lập từ các chữ số trong tập hợp $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}$?

- A. 144. B. 288. C. 720. D. 4320.

ĐỀ 19
ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

HDG ĐỀ KIỂM TRA GIỮA KÌ I**Môn: TOÁN, Lớp 10***Thời gian làm bài: 90 phút, không tính thời gian phát đề***Câu 1.** Mệnh đề nào sau đây sai?

- A. Hình gồm một đường tròn và một đường thẳng tùy ý có trục đối xứng.
 B. Hình gồm một tam giác cân và đường tròn ngoại tiếp tam giác đó có trục đối xứng.
 C. Hình gồm hai đường tròn không bằng nhau có trục đối xứng.
 D. Hình gồm một đường tròn và một đoạn thẳng tùy ý có trục đối xứng.

Lời giải**Chọn D**

Trường hợp trục đối xứng của đoạn thẳng không đi qua tâm của đường tròn như hình vẽ.

Câu 2. Tung ngẫu nhiên ba đồng xu, số phần tử của không gian mẫu là

- A. 12. B. 6. C. 16. D. 8.

Lời giải**Chọn D**

Tung ngẫu nhiên ba đồng xu, mỗi đồng xu có 2 mặt nên mỗi đồng xu có 2 kết quả xảy ra.

Vậy không gian mẫu có tất cả: $2.2.2 = 8$ phần tử.**Câu 3.** Cho các số nguyên dương tùy ý thỏa mãn $k \leq n$. Đẳng thức nào dưới đây đúng?

- A. $C_k^k = C_{n+1}^{k-1} + C_{n+1}^k$. B. $C_n^k = C_{n-1}^{k-1} + C_{n+1}^k$ C. $C_n^k = C_{n-1}^{k-1} + C_{n-1}^k$. D. $C_n^k = C_{n-1}^{k-1} + C_n^{k-1}$.

Lời giải**Chọn C****Câu 4.** Tất cả các nghiệm của phương trình $\tan 2x = \sqrt{3}$ là:

- A. $x = \frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{3}; k \in \mathbb{Z}$. B. $x = \frac{\pi}{6} + k\pi; k \in \mathbb{Z}$.
 C. $x = \frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{2}; k \in \mathbb{Z}$. D. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi; k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải**Chọn C**

$$\tan 2x = \sqrt{3} \Leftrightarrow \tan 2x = \tan\left(\frac{\pi}{3}\right)$$

$$\Leftrightarrow 2x = \frac{\pi}{3} + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{2} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

Câu 5. Phương trình $\sin x + m \cos x = \sqrt{10}$ có nghiệm khi:

- A. $\begin{cases} m \geq 3 \\ m \leq -3 \end{cases}$. B. $-3 \leq m \leq 3$.
 C. $\begin{cases} m \geq 3 \\ m < -3 \end{cases}$. D. $\begin{cases} m > 3 \\ m < -3 \end{cases}$.

Lời giải**Chọn A**

$$\text{Phương trình } \sin x + m \cos x = \sqrt{10} \text{ có nghiệm } \Leftrightarrow a^2 + b^2 \geq c^2 \Leftrightarrow m^2 - 9 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 3 \\ m \leq -3 \end{cases}.$$

Câu 6. Nghiệm của phương trình $\cos x = -1$ là:

A. $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

B. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

C. $x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

D. $x = \pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Lời giải

Chọn DPhương trình $\cos x = -1 \Leftrightarrow x = \pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Câu 7. Cho các mệnh đề sau:

E: “Cho 2 đường tròn có cùng bán kính. Tồn tại phép tịnh tiến biến đường tròn này thành đường tròn kia.”

F: “Cho 2 tam giác bằng nhau. Mọi phép tịnh tiến đều biến tam giác này thành tam giác kia.”

G: “Cho 2 đoạn thẳng bằng nhau. Mọi phép tịnh tiến đều biến đoạn thẳng này thành đoạn thẳng kia.”

H: “Cho 2 đường thẳng song song với nhau. Tồn tại phép tịnh tiến biến đường thẳng này thành đường thẳng kia.”

Số mệnh đề đúng là:

A. 3.

B. 2.

C. 4.

D. 1.

Lời giải

Chọn BCó vô số phép tịnh tiến biến tam giác này thành tam giác kia $\Rightarrow F$ sai.Có vô số phép tịnh tiến biến đoạn thẳng này thành đoạn thẳng kia. $\Rightarrow G$ sai.Câu 8. Tính chất nào sau đây **không phải** là tính chất của phép dời hình?

A. Biến đường tròn thành đường tròn bằng nó.

B. Biến tam giác thành tam giác bằng nó, biến tia thành tia.

C. Biến đoạn thẳng thành đoạn thẳng có độ dài gấp k lần đoạn thẳng ban đầu ($k \neq 1$).

D. Biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm thẳng hàng và bảo toàn thứ tự của ba điểm đó.

Lời giải

Chọn C

Câu 9. Có bao nhiêu đoạn thẳng được tạo thành từ 10 điểm phân biệt khác nhau?

A. 55.

B. 45.

C. 90.

D. 35.

Lời giải

Chọn BGiả sử ta có hai điểm A, B phân biệt thì cho ta một đoạn thẳng AB (đoạn AB và đoạn BA giống nhau).Vậy số đoạn thẳng được tạo thành từ 10 điểm phân biệt khác nhau là: $C_{10}^2 = 45.$ Câu 10. Phép vị tự tâm I tỉ số $k = 2$ biến điểm M thành điểm M' . Chọn khẳng định đúng.

A. $\overrightarrow{IM'} = -2\overrightarrow{IM}.$

B. $IM = 2IM'.$

C. $\overrightarrow{IM'} = 2\overrightarrow{IM}.$

D. $\overrightarrow{IM} = 2\overrightarrow{IM'}.$

Lời giải

Chọn C

$$V_{(I;2)}(M) = (M') \Leftrightarrow \overrightarrow{IM'} = 2\overrightarrow{IM}.$$

Câu 11. Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số lẻ?

A. $y = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right).$

B. $y = \sin^2 x.$

C. $y = \frac{\cot x}{\cos x}$.

D. $y = \frac{\tan x}{\sin x}$.

Lời giải

Chọn CViết lại đáp án A là $y = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos x$.

Ta kiểm tra được đáp án A, B và D là các hàm số chẵn. Đáp án C là hàm số lẻ.

Câu 12. Tính số các chỉnh hợp chập 4 của 7 phần tử:

A. 720.

B. 35.

C. 840.

D. 24.

Lời giải

Chọn C

Câu 13. Từ thành phố A đến thành phố B có 5 cách đi bằng đường bộ, 3 cách đi bằng đường thủy và 2 cách đi bằng đường hàng không. Hỏi có bao nhiêu cách đi từ thành phố A đến thành phố B?

A. 10.

B. 30.

C. 16.

D. 15.

Lời giải

Chọn ATheo quy tắc cộng có $5+3+2=10$ cách đi từ thành phố A đến thành phố B.Câu 14. Phương trình nào sau đây **không** phải là phương trình bậc hai của một hàm số lượng giác?A. $-2\tan^2 3x - 3\tan 3x + 5 = 0$.B. $\cos^2 x + 6\sin 2x + 5 = 0$.C. $\cos^2 \frac{x}{2} - 10\cos \frac{x}{2} + 5 = 0$.D. $-4\sin^2 x + 5\sin x + 8 = 0$.

Lời giải

Chọn BTheo quan sát, phương trình $\cos^2 x + 6\sin 2x + 5 = 0$ không phải là phương trình bậc hai của một hàm số lượng giác, vì phương trình không cùng một hàm số lượng giác.Câu 15. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

A. Phép quay biến đường thẳng thành đường thẳng song song hoặc trùng với nó.

B. Phép quay biến đoạn thẳng thành đoạn thẳng bằng nó.

C. Phép quay biến đường tròn thành đường tròn có cùng bán kính.

D. Phép quay biến tam giác thành tam giác bằng nó.

Lời giải

Chọn A

Phép quay không biến đường thẳng thành đường thẳng song song với nó trong trường hợp góc quay bất kì.

Câu 16. Khi khai triển biểu thức $(a+b)^5$ thành tổng, biểu thức **không** chứa số hạng nào sau đây?A. a^2b^3 .B. a^4 .C. b^5 .D. ab^4 .

Lời giải

Chọn BSố hạng tổng quát là: $T_{k+1} = C_5^k a^{5-k} b^k$.Tổng số mũ của a và b bằng 5. Do đó, biểu thức không chứa số hạng a^4 .

Câu 17. Từ nhà bạn An đến nhà bạn Bình có 3 con đường đi, từ nhà bạn Bình đến nhà bạn Cường có 2 con đường đi. Hỏi có bao nhiêu cách chọn đường đi từ nhà bạn An đến nhà bạn Cường và phải đi qua nhà bạn Bình?

A. 6.

B. 2.

C. 3.

D. 5.

Lời giải

Chọn A

Số cách chọn đường đi từ nhà bạn An đến nhà bạn Cường và phải đi qua nhà bạn Bình :
 $3.2 = 6$ (cách).

Câu 18. Hàm số $y = 3 + \cos x$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $\left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$. B. $\left(\frac{3\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}\right)$. C. $\left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$. D. $(\pi; 2\pi)$.

Lời giải**Chọn C**

Do hàm số $y = \cos x$ nghịch biến trên khoảng $(0; \pi) \Rightarrow$ hàm số $y = 3 + \cos x$ nghịch biến trên khoảng $(0; \pi)$. Mà $\left(\frac{\pi}{2}; \pi\right) \subset (0; \pi)$.

Câu 19. Trong các phép biến đổi sau, phép biến đổi nào **sai**?

- A. $\sin x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$. B. $\cos x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases}$.
 C. $\tan x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi$. D. $\sin x = 0 \Leftrightarrow x = k2\pi$.

Lời giải**Chọn D**

Ta có : $\sin x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi$, vậy phép biến đổi trong đáp án D là sai.

Câu 20. Xét các khẳng định sau:

(I): Cho hai đường thẳng a và đường thẳng b song song với nhau. Có duy nhất một phép tịnh tiến biến đường thẳng a thành b.

(II): Phép dời hình biến một hình thành một hình bằng nó.

(III): $Q_{(I; 2020\pi)}$ là phép đồng nhất.

(IV): Mọi phép vị tự tâm I tỉ số $k \neq 0$ đều là phép đồng dạng tỉ số k.

Khi đó, số khẳng định đúng là:

- A. 2 B. 4 C. 3 D. 1

Lời giải**Chọn A**

(I) sai vì có vô số phép tịnh tiến biến đường thẳng a thành đường thẳng b

(II) đúng vì phép dời hình bảo toàn khoảng cách giữa hai điểm bất kỳ

(III) đúng

(IV) sai, vì mọi phép vị tự tâm I tỉ số $k \neq 0$ đều là phép đồng dạng tỉ số $|k|$.

Câu 21. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng $d : 3x - y + 1 = 0$, ảnh d' của d qua phép quay tâm O, góc quay 90° là:

- A. $d' : 3x - y + 2 = 0$. B. $d' : x - y + 2 = 0$.
 C. $d' : x + y + 1 = 0$. D. $d' : x + 3y + 1 = 0$.

Lời giải**Chọn D**

Vì phép quay tâm O , góc quay 90° biến d thành d' nên $d \perp d'$ do đó d' có phương trình dạng: $x + 3y + m = 0$. Do đó ta chọn

B.

Câu 22. Gọi x_0 là nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình $\frac{2\cos 2x}{1-\sin 2x} = 0$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** $x_0 \in \left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{4}\right)$. **B.** $x_0 \in \left[\frac{3\pi}{4}; \pi\right]$. **C.** $x_0 \in \left(0; \frac{\pi}{4}\right)$. **D.** $x_0 \in \left[\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2}\right]$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $\sin 2x \neq 1 \Leftrightarrow 2x \neq \frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{4} + k\pi$.

Trong điều kiện đó phương trình suy ra $\cos 2x = 0 \Leftrightarrow 2x = \frac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}$.

Kết hợp điều kiện suy ra $x = \frac{3\pi}{4} + k\pi$.

Vậy nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình là: $x_0 = \frac{3\pi}{4} \in \left[\frac{3\pi}{4}; \pi\right]$.

Câu 23. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ba điểm $M(1;2)$, $N(3;-4)$ và $P(0;-4)$. Phép tịnh tiến theo vectơ $\overrightarrow{NP}$ biến điểm M thành điểm có tọa độ nào trong các tọa độ sau?

- A.** $(-4;-2)$. **B.** $(4;2)$. **C.** $(-2;2)$. **D.** $(1;-6)$.

Lời giải

Chọn C

Phép tịnh tiến theo vectơ $\overrightarrow{NP}(-3;0)$ biến điểm M thành điểm $A(a;b)$, nên $\overrightarrow{MA} = \overrightarrow{NP}$,

Hay $\begin{cases} a-1=-3 \\ b-2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-2 \\ b=2 \end{cases}$.

Câu 24. Nghiệm của phương trình $\cos^2 x = \frac{1}{4}$ là

- A.** $x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$. **B.** $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.
C. $x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$. **D.** $x = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\cos^2 x = \frac{1}{4} \Leftrightarrow \frac{1+\cos 2x}{2} = \frac{1}{4} \Leftrightarrow \cos 2x = -\frac{1}{2}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \\ 2x = -\frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 25. Biết phương trình $\sqrt{3}\cos x + \sin x = \sqrt{2}$ có nghiệm dương bé nhất là $\frac{a\pi}{b}$, (với a, b là các số nguyên dương và phân số $\frac{a}{b}$ tối giản). Tính $a^2 + ab$.

- A.** $S = 75$. **B.** $S = 85$. **C.** $S = 65$. **D.** $S = 135$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } \sqrt{3} \cos x + \sin x = \sqrt{2} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} \cos x + \frac{1}{2} \sin x = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \sin \frac{\pi}{3} \cdot \cos x + \cos \frac{\pi}{3} \cdot \sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\Leftrightarrow \sin \left(x + \frac{\pi}{3} \right) = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \sin \left(x + \frac{\pi}{3} \right) = \sin \frac{\pi}{4} \Leftrightarrow \begin{cases} x + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x + \frac{\pi}{3} = \frac{3\pi}{4} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{12} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{12} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

$\Rightarrow$ Nghiệm dương bé nhất của phương trình là $\frac{5\pi}{12}$.

$$\Rightarrow a = 5; b = 12 \Rightarrow a^2 + ab = 85.$$

Câu 26. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $M(-1; 4)$ và $N(5; 3)$. Qua phép dời hình có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép tịnh tiến theo vector $\vec{v} = (-4; -2)$ và phép quay tâm O góc quay 45° thì M, N lần lượt biến thành M', N' . Tính độ dài $M'N'$.

A. $\frac{\sqrt{74}}{2}$.

B. $\sqrt{37}$.

C. $\frac{\sqrt{26}}{2}$.

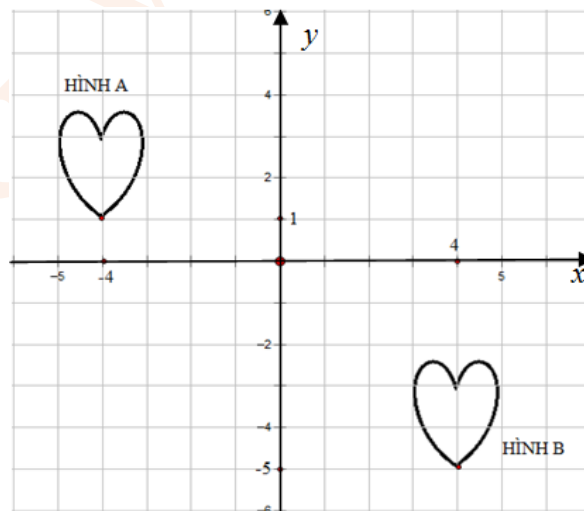
D. $\sqrt{65}$.

Lời giải

Chọn B.

Theo tính chất: $MN = M'N' = \sqrt{(x_N - x_M)^2 + (y_N - y_M)^2} = \sqrt{37}$.

Câu 27. Cho lưới tọa độ ô vuông như hình vẽ. Tìm tọa độ vector $\vec{v}$ biết rằng qua $T_{\vec{v}}$ thì hình B là ảnh của hình A .



A. $\vec{v} = (8; 4)$.

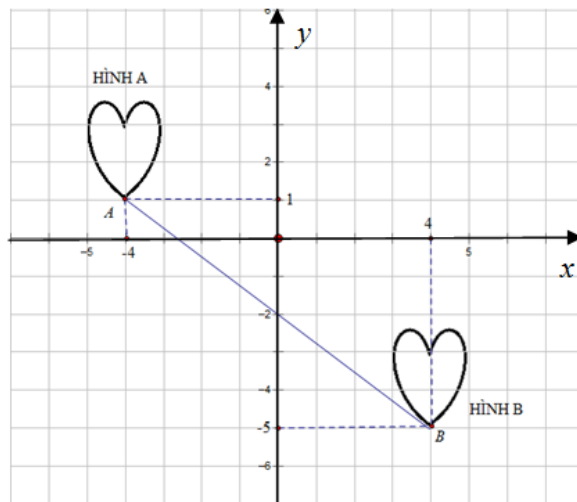
B. $\vec{v} = (-8; 6)$.

C. $\vec{v} = (8; -4)$.

D. $\vec{v} = (8; -6)$.

Lời giải

Chọn D



$$\vec{v} = \overrightarrow{AB} = (8; -6).$$

Câu 28. Hệ số của x^4 trong khai triển $(2x+1)^{10}$ thành đa thức là:

A. $2^4 A_{10}^4$.

B. $2^6 A_{10}^4$.

C. $2^6 C_{10}^4$.

D. $2^4 C_{10}^4$.

Lời giải

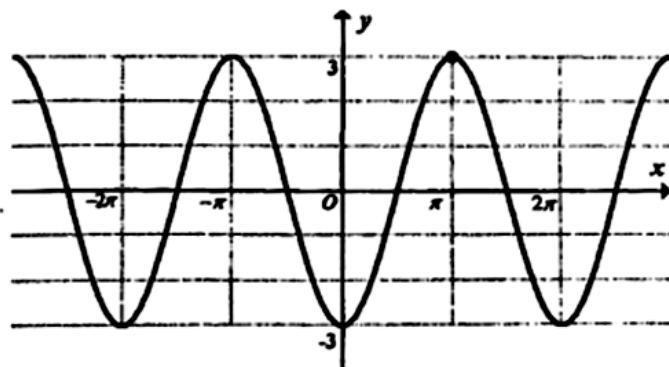
Chọn D

Số hạng tổng quát của khai triển là $C_{10}^k a^{10-k} \cdot b^k = C_{10}^k (2x)^{10-k} = C_{10}^k 2^{10-k} x^{10-k}$

Hệ số của x^4 có k thỏa $10-k=4 \Rightarrow k=6$

Suy ra hệ số của x^4 là $2^4 C_{10}^6 = 2^4 C_{10}^4$.

Câu 29. Hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây



A. $y = 2 + |\cos x|$.

B. $y = \cos x - 4$.

C. $y = -2 - \cos x$.

D. $y = -3\cos x$.

Chọn D

Thay tọa độ điểm $A(0; -3)$ vào các hàm số trong các đáp án **A, B, C, D** ta loại được đáp án **D**.

Thay tọa độ điểm $B(\pi; 3)$ vào các hàm số trong các đáp án **A, B, C** ta loại được các đáp án **A** và **B**.

Vậy đáp án đúng là **C**.

Câu 30. Có 10 cặp vợ chồng đi dự tiệc. Tổng số cách chọn một người đàn ông và một người đàn bà trong bữa tiệc phát biểu ý kiến sao cho hai người đó không là vợ chồng.

A. 90.

B. 20.

C. 19.

D. 100.

Lời giải

Chọn A

Chọn 1 người đàn ông phát biểu có 10 cách.

Chọn 1 người đàn bà phát biểu có 10 cách.

Số cách chọn một người đàn ông và một người đàn bà trong bữa tiệc phát biểu ý kiến sao cho hai người đó không là vợ chồng là $10 \cdot 10 - 10 = 90$.

Câu 31. Phương trình $\sin x = \frac{1}{3}$ có bao nhiêu nghiệm trên khoảng $(0; 4\pi)$?

A. 4.

B. 3.

C. 1.

D. 2.

Lời giải

Chọn A

$$\sin x = \frac{1}{3} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \arcsin \frac{1}{3} + k2\pi \\ x = \pi - \arcsin \frac{1}{3} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Với $x = \arcsin \frac{1}{3} + k2\pi; k \in \mathbb{Z}$ và $x \in (0; 4\pi)$ nên $k \in \{0, 1\}$.

Với $x = \pi - \arcsin \frac{1}{3} + k2\pi; k \in \mathbb{Z}$ và $x \in (0; 4\pi)$ nên $k \in \{0, 1\}$.

Vậy phương trình có 4 nghiệm.

Câu 32. Phương trình nào dưới đây có tập nghiệm trùng với tập nghiệm của phương trình $\tan x = 1$?

A. $\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$.B. $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$.C. $\cot x = 1$.D. $\cot^2 x = 1$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\tan x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$.

Xét Chọn C, ta có $\cot x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$.

Cách 2. Ta có đẳng thức $\cot x = \frac{1}{\tan x}$. Kết hợp với giả thiết $\tan x = 1$, ta được $\cot x = 1$. Vậy hai phương trình $\tan x = 1$ và $\cot x = 1$ là tương đương.

Câu 33. Một tổ gồm 7 nam và 6 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn 4 em đi trực sao cho có ít nhất 2 nữ?

A. 470.

B. 315.

C. 455.

D. 144.

Lời giải

Chọn A

TH1: Chọn 2 nữ, 2 nam $\Rightarrow C_6^2 C_7^2$ cách chọn.

TH2: Chọn 3 nữ, 1 nam $\Rightarrow C_6^3 C_7^1$ cách chọn.

TH3: Chọn 4 nữ $\Rightarrow C_6^4 = 15$ cách chọn.

Áp dụng quy tắc cộng ta có $C_6^2 C_7^2 + C_6^3 C_7^1 + C_6^4 = 470$.

Câu 34. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, tìm tọa độ điểm I biết phép vị tự tâm I tỉ số -3 biến điểm M (1; -1) thành điểm M' (1; 11).

A. I (1; 2).

B. I (1; 8).

C. I (2; 1).

D. I (2; 8).

Lời giải

Chọn B

Giả sử I (x; y).

Ta có: $V_{(1,-3)}(M) = M' \Rightarrow \begin{cases} 1-x = -3(1-x) \\ -1-y = -3(11-y) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=8 \end{cases}$.

Câu 35. Cho n_1 là nghiệm của phương trình sau $A_n^3 + 2C_{n+1}^{n-1} - 3C_{n-1}^{n-3} = 3n^2 + P_6 + 159$. Hãy tính tổng các chữ số của n_1 .

A. 12.

B. 3.

C. 6.

D. 9.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $n \in \mathbb{N}, n \geq 3$.

$$A_n^3 + 2C_{n+1}^{n-1} - 3C_{n-1}^{n-3} = 3n^2 + P_6 + 159$$

$$\Leftrightarrow \frac{n!}{(n-3)!} + 2 \frac{(n+1)!}{(n-1)!2!} - 3 \frac{(n-1)!}{(n-3)!2!} = 3n^2 + 879$$

$$\Leftrightarrow n(n-1)(n-2) + (n+1)n - \frac{3}{2}(n-1)(n-2) = 3n^2 + 879$$

$$\Leftrightarrow n^3 - 3n^2 + 2n + n^2 + n - \frac{3}{2}n^2 + \frac{9}{2}n - 3 = 3n^2 + 879$$

$$\Leftrightarrow n^3 - \frac{13}{2}n^2 + \frac{15}{2}n - 882 = 0$$

$$\Leftrightarrow n = 12 \text{ (thỏa mãn)}$$

Suy ra $n_1 = 12$.Vậy tổng các chữ số của n_1 là $1+2=3$.

Câu 36. Trên khoảng $\left(\frac{\pi}{2}; 2\pi\right)$, phương trình $\cos\left(\frac{\pi}{6} - 2x\right) = \sin x$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 3.

B. 4.

C. 5.

D. 2.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\cos\left(\frac{\pi}{6} - 2x\right) = \sin x \Leftrightarrow \cos\left(\frac{\pi}{6} - 2x\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{\pi}{6} - 2x = \frac{\pi}{2} - x + k2\pi \\ \frac{\pi}{6} - 2x = -\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{3} - k2\pi \\ x = \frac{2\pi}{9} - \frac{k2\pi}{3} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Vì $x \in \left(\frac{\pi}{2}; 2\pi\right)$, suy ra $\begin{cases} \frac{\pi}{2} < -\frac{\pi}{3} - k2\pi < 2\pi \\ \frac{\pi}{2} < \frac{2\pi}{9} - \frac{k2\pi}{3} < 2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\frac{7}{6} \leq k < -\frac{5}{12} \xrightarrow{k \in \mathbb{Z}} k = -1 \\ -\frac{8}{3} \leq k < -\frac{5}{12} \xrightarrow{k \in \mathbb{Z}} k = \{-2; -1\} \end{cases}$.

Vậy phương trình đã cho có 3 nghiệm trên khoảng $\left(\frac{\pi}{2}; 2\pi\right)$.

Câu 37. Cho phương trình $3\sin x \cdot \cos x = \cos x(1)$ và $(\sin x - 1)(a\sin^2 x + b\sin x + 1) = 0(2)$. Biết phương trình (1) và (2) tương đương, tính $M = 2a + 3b$

A. -8.

B. -10.

C. -6

D. -12.

Lời giải

Chọn D

$$(1) \Leftrightarrow \cos x (3 \sin x - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \\ \sin x = \frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = \pm 1 \\ \sin x = \frac{1}{3} \end{cases}.$$

$$(2) \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 1 \\ a \sin^2 x + b \sin x + 1 = 0 \end{cases}.$$

Phương trình (1) và (2) tương đương khi và chỉ khi: $\begin{cases} a - b + 1 = 0 \\ \frac{1}{9}a + \frac{1}{3}b + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -3 \\ b = -2 \end{cases}.$

Vậy $M = 2a + 3b = 2(-3) + 3(-2) = -12.$

Câu 38. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sin^2 x - 4 \sin x - 5$ là:

A. -8.

B. 9.

C. -10.

D. 0.

Lời giải

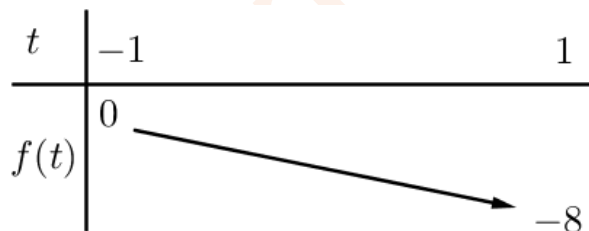
Chọn A

Xét hàm số $y = \sin^2 x - 4 \sin x - 5.$

Đặt $t = \sin x$; khi đó $t \in [-1; 1].$

Bài toán trở thành tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(t) = t^2 - 4t - 5$ với $t \in [-1; 1].$

Ta có bảng biến thiên sau:



Từ đó giá trị nhỏ nhất của hàm số là -8 khi $\sin x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi.$

Câu 39. Tính tổng: $S = \sum_{k=0}^{1983} C_{2017+k}^k.$

A. $S = C_{4001}^{1983}$

B. $S = C_{4000}^{1984}$

C. $S = C_{4001}^{1982}$

D. $S = C_{2001}^{1983}$

Lời giải

Chọn A

+) Tính chất: $C_n^k + C_n^{k+1} = C_{n+1}^{k+1}$

$$\Rightarrow C_n^{k+1} = C_{n+1}^{k+1} - C_n^k$$

$$+) C_{2017}^0 = C_{2018}^0$$

$$C_{2018}^1 = C_{2019}^1 - C_{2018}^0$$

$$C_{2019}^2 = C_{2020}^2 - C_{2019}^1$$

$$C_{2020}^3 = C_{2021}^3 - C_{2020}^2$$

.....

$$C_{4000}^{1983} = C_{4001}^{1983} - C_{4000}^{1982}$$

$$S = C_{4001}^{1983}.$$

Câu 40. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \sqrt{5 - m \sin x - (m+1) \cos x}$ xác định trên $\mathbb{R}$?

A. 5

B. 8.

C. 6

D. 77.

Lời giải

Chọn B

Yêu cầu bài toán tương đương với:

$$5 - m \sin x - (m+1) \cos x \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow m \sin x + (m+1) \cos x \leq 5, \forall x \in \mathbb{R}.$$

$$\text{Đặt } f(x) = m \sin x + (m+1) \cos x \quad (1).$$

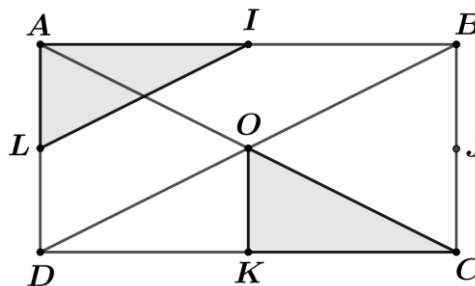
Xem (1) là phương trình bậc nhất đối với $\sin x$ và $\cos x$ nên để phương trình (1) có nghiệm thì:

$$m^2 + (m+1)^2 \geq (f(x))^2 \Leftrightarrow -\sqrt{2m^2 + 2m + 1} \leq f(x) \leq \sqrt{2m^2 + 2m + 1}.$$

$$\text{Do vậy ta cần có: } \sqrt{2m^2 + 2m + 1} \leq 5 \Leftrightarrow 2m^2 + 2m - 24 \leq 0 \Leftrightarrow m \in [-4; 3].$$

Vậy có 8 giá trị nguyên của m thỏa mãn.

Câu 41. Cho hình chữ nhật $ABCD$ có I, J, K, L, O lần lượt là trung điểm AB, BC, CD, DA, AC (như hình vẽ). Hỏi phép dời hình nào trong các phép cho dưới đây biến tam giác ALI thành tam giác KOC .



A. Phép dời thực hiện liên tiếp phép $Q_{(B, 90^\circ)}$ và phép đối xứng trục d , với d là đường trung trực của KC .

KC.

B. Phép dời thực hiện liên tiếp phép đối xứng trục LO và $T_{\overline{AB}}$.

C. Phép dời thực hiện liên tiếp phép $T_{\overline{IB}}$ và phép đối xứng tâm O .

D. Phép dời thực hiện liên tiếp phép $T_{\overline{IB}}$ và phép đối xứng trục LO .

Lời giải

Chọn C**Xét đáp A**

Ta thấy

$$\left. \begin{aligned} \overline{IB} = \overline{LO} &\Leftrightarrow T_{\overline{IB}}(L) = (O) \\ IO = KO &\Leftrightarrow D_O(I) = (K) \\ AO = OC &\Leftrightarrow D_O(A) = (C) \end{aligned} \right\}$$

$\Rightarrow$ Phép dời thực hiện liên tiếp phép $T_{\overline{IB}}$ và phép đối xứng tâm O biến tam giác ALI thành tam giác KOC .

Vậy A đúng

Câu 42. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường tròn (C) có phương trình $x^2 + y^2 + 4x - 6y - 5 = 0$. Thực hiện liên tiếp hai phép tịnh tiến theo các vectơ $\vec{u} = (1; -2)$ và $\vec{v} = (1; -1)$ thì đường tròn (C) biến thành đường tròn (C') có phương trình là

A. $x^2 + y^2 - 4y - 4 = 0.$

B. $x^2 + y^2 - x + 8y + 2 = 0.$

C. $x^2 + y^2 + x - 6y - 5 = 0.$

D. $x^2 + y^2 - 18 = 0.$

Lời giải

Chọn D

Từ giả thiết suy ra (C') là ảnh của (C) qua phép tịnh tiến theo $\vec{a} = \vec{u} + \vec{v}$.

Ta có $\vec{a} = \vec{u} + \vec{v} = (2; -3)$.

Biểu thức tọa độ của phép $T_{\vec{a}}$ là $\begin{cases} x = x' - 2 \\ y = y' + 3 \end{cases}$ thay vào (C) ta được

$$(x' - 2)^2 + (y' + 3)^2 + 4(x' - 2) - 6(y' + 3) - 5 = 0 \Leftrightarrow x'^2 + y'^2 - 18 = 0.$$

Câu 43. Cho tam giác HUE . Trên cạnh HE lấy 14 điểm phân biệt khác H, E rồi nối chúng với U . Trên cạnh UE lấy 7 điểm phân biệt khác U, E rồi nối chúng với H . Số tam giác đếm được trên hình khi này là:

A. 1981.

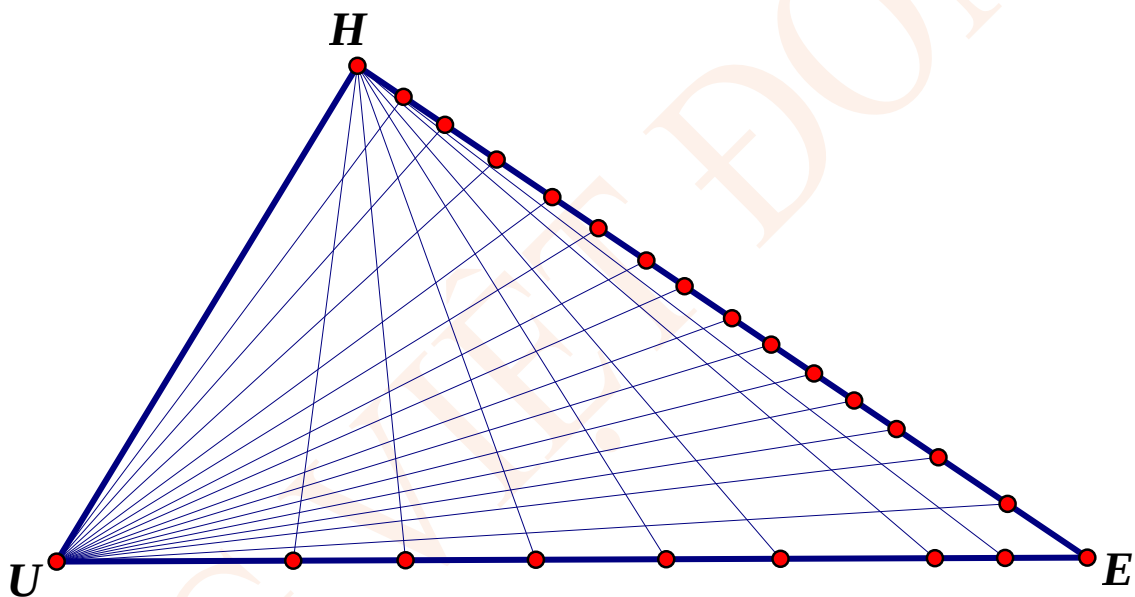
B. $\in (1981; 1471981)$.

C. < 1981 .

D. 1471981.

Lời giải

Chọn C



Nhận xét: Tam giác tạo thành có ít nhất một đỉnh trong số 2 đỉnh H, U .

Số tam giác có đỉnh H là: $15.C_9^2$.

Số tam giác có đỉnh U là: $8.C_{16}^2$.

Số tam giác có đỉnh H, U là: 8.15 .

Vậy số tam giác là: $15.C_9^2 + 8.C_{16}^2 - 15.8 = 1380$.

Câu 44. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường thẳng $d: 3x - 4y + 1 = 0$. Thực hiện liên tiếp phép vị tự tâm O tỉ số $k = -3$ và phép tịnh tiến theo vector $\vec{v} = (1; 2)$ thì đường thẳng d biến thành đường thẳng d' có phương trình là

A. $3x - 4y - 5 = 0$.

B. $3x - 4y + 2 = 0$.

C. $3x - 4y - 2 = 0$.

D. $3x - 4y + 5 = 0$.

Lời giải

Chọn B

Vì qua phép vị tự và phép tịnh tiến một đường thẳng biến thành đường thẳng song song hoặc trùng với nó nên đường thẳng d' có dạng $3x - 4y + c = 0$.

Chọn $A(1; 1) \in d$, qua phép vị tự tâm O , tỉ số $k = -3$, điểm A biến thành $A_1(-3; -3)$.

Qua phép tịnh tiến theo vector $\vec{v} = (1; 2)$, điểm A_1 biến thành điểm $A'(-2; -1)$.

Vì $A' \in d'$ nên $3(-2) - 4(-1) + c = 0 \Leftrightarrow c = 2$.

- Câu 45.** Trong hệ tọa độ Oxy, ảnh của đường thẳng $d: x + y + 1 = 0$ qua phép quay tâm O góc quay 90° có phương trình là
- A. $x - y - 1 = 0$. B. $x + y - 1 = 0$. C. $x - y + 1 = 0$. D. $x - y + 2 = 0$.

Lời giải

Chọn A

Cách 1: Gọi đường thẳng Δ là ảnh của đường thẳng d qua phép quay tâm O góc quay 90°
Suy ra $\Delta \perp d \Rightarrow \Delta: x - y + c = 0$.

Lấy điểm $A(-1; 0) \in d \Rightarrow A'(0; -1)$ là ảnh của điểm A qua phép quay tâm O góc quay 90° và $A' \in \Delta: x - y + c = 0 \Rightarrow c = -1$.

Suy ra phương trình đường thẳng $\Delta: x - y - 1 = 0$.

Cách 2:

Gọi Δ là ảnh của d qua phép quay $Q_{(0; 90^\circ)}$.

$M(x; y)$ là một điểm bất kỳ thuộc đường thẳng d , gọi $M'(x'; y') = Q_{(0; 90^\circ)}(M)$, suy ra $M' \in \Delta$.

Ta có biểu thức tọa độ của phép quay $Q_{(0; 90^\circ)}: \begin{cases} x' = -y \\ y' = x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = y' \\ y = -x' \end{cases} \Rightarrow M(y'; -x')$.

$M \in d \Leftrightarrow y' - x' + 1 = 0 \Leftrightarrow x' - y' - 1 = 0$. Suy ra phương trình đường thẳng $\Delta: x - y - 1 = 0$.

- Câu 46.** Tất cả các giá trị của m để phương trình $\cos 2x - (2m - 1)\cos x - m + 1 = 0$ có đúng 2 nghiệm $x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ là

- A. $0 \leq m \leq 1$. B. $-1 \leq m \leq 1$. C. $-1 \leq m \leq 0$. D. $0 \leq m < 1$.

Lời giải

Chọn D

Ta có

$$\cos 2x - (2m - 1)\cos x - m + 1 = 0 \Leftrightarrow 2\cos^2 x - (2m - 1)\cos x - m = 0$$

$$\Leftrightarrow (2\cos x + 1)(\cos x - m) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = -\frac{1}{2} \\ \cos x = m \end{cases}$$

Phương trình đã cho có đúng 2 nghiệm $x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ khi và chỉ khi $0 \leq \cos x < 1$ nên loại $\cos x = -\frac{1}{2}$

Vậy phương trình đã cho có đúng 2 nghiệm $x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ khi và chỉ khi $0 \leq m < 1$.

- Câu 47.** Số các giá trị thực của tham số m để phương trình $(\sin x - 1)(2\cos^2 x - (2m + 1)\cos x + m) = 0$ có đúng 4 nghiệm thực thuộc đoạn $[0; 2\pi]$ là:

- A. vô số. B. 1. C. 2. D. 3.

Hướng dẫn giải

Chọn C

$$\text{Ta có phương trình tương đương } \begin{cases} \sin x = 1 \\ 2\cos^2 x - (2m + 1)\cos x + m = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 1 \\ (2\cos x - 1)(\cos x - m) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 1 \\ \cos x = \frac{1}{2} \\ \cos x = m \end{cases}$$

Với $x \in [0; 2\pi]$. Ta có:

$$\square \sin x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} \text{ vì } x \in [0; 2\pi] \text{ nên } x = \frac{\pi}{2} \text{ (thỏa mãn).}$$

$$\square \cos x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \cos x = \cos \frac{\pi}{3} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} \\ x = -\frac{\pi}{3} + 2\pi = \frac{5\pi}{3} \end{cases} \text{ vì } x \in [0; 2\pi] \text{ nên } \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} \\ x = \frac{5\pi}{3} \end{cases} \text{ (thỏa mãn).}$$

$$\square \text{ Với } -1 \leq m \leq 1, \text{ đặt } m = \cos \alpha, \alpha \in [0; \pi].$$

Nhận xét: Với $x \in [0; 2\pi]$ thì phương trình

$$\cos x = m \Leftrightarrow \cos x = \cos \alpha \Leftrightarrow \begin{cases} x = \alpha \\ x = -\alpha + 2\pi \end{cases} (*).$$

Do đó, phương trình có 4 nghiệm thực phân biệt khi và chỉ khi phương trình (*) có đúng một nghiệm hoặc có 2 nghiệm phân biệt và một nghiệm bằng $\frac{\pi}{2}$.

Trường hợp 1: $\alpha = -\alpha + 2\pi \Leftrightarrow \alpha = \pi$ (thỏa vì khác $\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}$). Suy ra $m = \cos \pi = -1$.

Trường hợp 3: $\alpha = \frac{\pi}{2} \Rightarrow -\alpha + 2\pi = \frac{3\pi}{2}$ (thỏa). Suy ra $m = \cos \frac{\pi}{2} = 0$.

Vậy $m \in \{0; -1\}$ nên có 2 giá trị m .

Câu 48. Tìm số tự nhiên n thỏa mãn $\frac{C_n^0}{1.2} + \frac{C_n^1}{2.3} + \frac{C_n^2}{3.4} + \dots + \frac{C_n^n}{(n+1)(n+2)} = \frac{2^{100} - n - 3}{(n+1)(n+2)}$.

A. $n = 100$.

B. $n = 98$.

C. $n = 101$.

D. $n = 99$.

Lời giải

Chọn B

Xét số hạng tổng quát ta có:

$$\begin{aligned} \frac{C_n^k}{(k+1)(k+2)} &= \frac{n!}{(k+1)(k+2)k!(n-k)!} \\ &= \frac{(n+2)!}{(k+2)![(n+2)-(k+2)]!(n+1)(n+2)} \\ &= \frac{C_{n+2}^{k+2}}{(n+1)(n+2)}. \end{aligned}$$

Khi đó:

$$\begin{aligned} \frac{C_n^0}{1.2} + \frac{C_n^1}{2.3} + \frac{C_n^2}{3.4} + \dots + \frac{C_n^n}{(n+1)(n+2)} &= \frac{2^{100} - n - 3}{(n+1)(n+2)} \\ \Leftrightarrow \frac{C_{n+2}^2}{(n+1)(n+2)} + \frac{C_{n+2}^3}{(n+1)(n+2)} + \frac{C_{n+2}^4}{(n+1)(n+2)} + \dots + \frac{C_{n+2}^{n+2}}{(n+1)(n+2)} &= \frac{2^{100} - n - 3}{(n+1)(n+2)} \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{(n+1)(n+2)}(C_{n+2}^2 + C_{n+2}^3 + C_{n+2}^4 + \dots + C_{n+2}^{n+2}) = \frac{2^{100} - n - 3}{(n+1)(n+2)}$$

$$\Leftrightarrow (C_{n+2}^0 + C_{n+2}^1 + C_{n+2}^2 + C_{n+2}^3 + C_{n+2}^4 + \dots + C_{n+2}^{n+2}) - C_{n+2}^0 - C_{n+2}^1 = \frac{2^{100} - n - 3}{(n+1)(n+2)}$$

$$\Leftrightarrow 2^{n+2} - 1 - (n+2) = 2^{100} - n - 3$$

$$\Leftrightarrow 2^{n+2} = 2^{100}$$

$$\Leftrightarrow n = 98.$$

Câu 49. Gọi H là hình được tạo bởi các điểm biểu diễn nghiệm của phương trình $(1 - 2\sin 3x) + \cos 3x(\sin 3x - \cos 3x) = 0$ trên đường tròn lượng giác. Tính diện tích S của hình H .

A. $S = \frac{3\sqrt{3}}{2}$. **B.** $S = 3\sqrt{3}$. **C.** $S = 6\sqrt{3}$. **D.** $S = \frac{3\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải

Chọn A

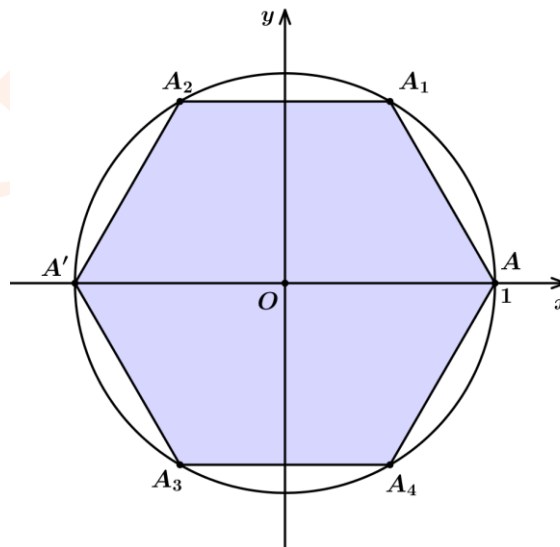
Ta có $(1 - 2\sin 3x) + \cos 3x(\sin 3x - \cos 3x) = 0 \Leftrightarrow (1 - \cos^2 3x) - 2\sin 3x + \sin 3x \cos 3x = 0$

$$\Leftrightarrow \sin^2 3x - 2\sin 3x + \sin 3x \cos 3x = 0$$

$$\Leftrightarrow \sin 3x(\sin 3x + \cos 3x - 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin 3x = 0 \\ \sin 3x + \cos 2x = 2 \text{ (VN)} \end{cases}$$

Ta có $\sin 3x = 0 \Leftrightarrow 3x = k\pi \Leftrightarrow x = k\frac{\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$.

Biểu diễn họ nghiệm $x = k\frac{\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$ trên đường tròn lượng giác ta được 6 điểm $A, A_1, A_2, A', A_3, A_4$ cách đều nhau cung $\frac{\pi}{3}$ như hình vẽ dưới đây.



$\Rightarrow H$ là lục giác đều $AA_1A_2A'A_3A_4$ cạnh bằng 1.

Vậy $S = 6 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{3\sqrt{3}}{2}$.

Câu 50. Có bao nhiêu số tự nhiên chia hết cho 11, có 7 chữ số đôi một khác nhau được thành lập từ các chữ số trong tập hợp $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}$?

A. 144. **B.** 288. **C.** 720. **D.** 4320.

Lời giải

Chọn B

Gọi số cần lập là $m = \overline{abcdefg}$

Vì m chia hết cho 11 nên $|a+c+e+g-(b+d+f)|$ là số chia hết cho 11.

Ta có $a+b+c+d+e+f+g=0+1+\dots+6=21$.

Đặt $\begin{cases} a+c+e+g=x \\ b+d+f=y \end{cases} (x; y \in \mathbb{N})$

Ta có hệ $\begin{cases} \begin{cases} x+y=21 \\ x-y=0 \end{cases} \text{ (VN)} \\ \begin{cases} x+y=21 \\ x-y=\pm 11 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x=16 \\ y=5 \end{cases} \\ \begin{cases} x=5 \\ y=16 \end{cases} \end{cases}$

Nếu $\begin{cases} a+c+e+g=5 \\ b+d+f=16 \end{cases} \Rightarrow$ Không tồn tại vì các chữ số $a, b \dots$ đôi một khác nhau.

Nếu $\begin{cases} a+c+e+g=16 \\ b+d+f=5 \end{cases} \Rightarrow \{b; d; f\}$ là các nhóm số $\{0; 1; 4\}$ hoặc $\{0; 2; 3\}$.

Với mỗi trường hợp trên sẽ lập được $4! \cdot 3! = 144$ số.

Vậy có $144 \cdot 2 = 288$ số cần tìm.

----- HẾT -----

ĐỀ 20
ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

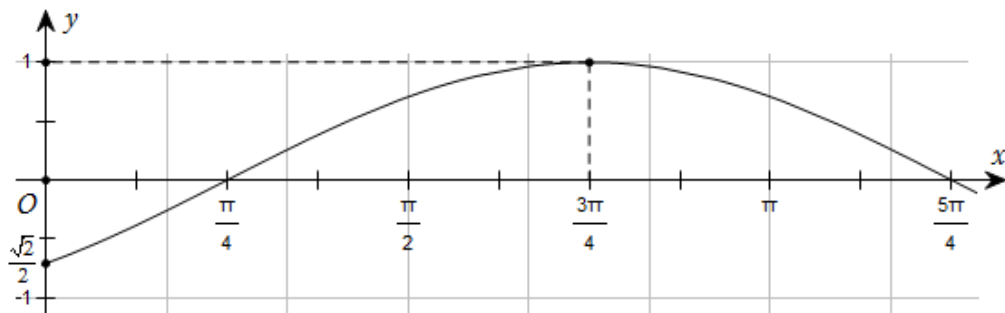
ĐỀ KIỂM TRA GIỮA KÌ I**Môn: TOÁN, Lớp 10**

Thời gian làm bài: 90 phút, không tính thời gian phát đề

- Câu 1.** Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào đúng?
A. Phép đồng dạng là một phép dời hình.
B. Phép đồng dạng tỉ số k là phép vị tự tỉ số k .
C. Phép vị tự tâm O tỉ số k là phép đồng dạng tỉ số k .
D. Phép vị tự tâm O tỉ số k là phép đồng dạng tỉ số $|k|$.
- Câu 2.** Hình vuông có mấy trục đối xứng?
A. 2. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 3.
- Câu 3.** Phép biến hình nào sau đây **không phải** là một phép dời hình?
A. phép quay. **B.** phép đối xứng tâm.
C. phép vị tự. **D.** phép tịnh tiến.
- Câu 4.** Điều kiện của tham số m để phương trình $m \sin x - 3 \cos x = 5$ vô nghiệm là.
A. $m > 4$. **B.** $m < -4$. **C.** $-4 < m < 4$. **D.** $\begin{cases} m \leq -4 \\ m \geq 4 \end{cases}$.
- Câu 5.** Một lớp học có 12 bạn nam và 10 bạn nữ. Số cách chọn hai bạn trực nhật sao cho có cả nam và nữ là:
A. 210. **B.** 22. **C.** 120. **D.** 231.
- Câu 6.** Xác định tính chẵn lẻ của hàm số: $y = 1 + 2x^2 - \cos 3x$
A. Hàm không chẵn không lẻ. **B.** Hàm lẻ.
C. Hàm không tuần hoàn. **D.** Hàm chẵn.
- Câu 7.** Phương trình nào sau đây vô nghiệm?
A. $2 \cot x = 3$. **B.** $2 \cos x = 3$. **C.** $3 \sin x = 2$. **D.** $3 \tan x = 2$.
- Câu 8.** Hàm số nào sau đây đồng biến trên khoảng $\left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$?
A. $y = \cot x$. **B.** $y = \sin x$. **C.** $y = \cos x$. **D.** $y = \tan x$.
- Câu 9.** Bình có 5 cái áo khác nhau, 4 chiếc quần khác nhau, 3 đôi giày khác nhau và 2 chiếc mũ khác nhau. Số cách chọn một bộ gồm quần, áo, giày và mũ của Bình là
A. 14 **B.** 60 **C.** 5 **D.** 120
- Câu 10.** Cho phép $V_{(I,k)} : M \rightarrow N$. Đẳng thức nào sau đây là đúng?
A. $\overrightarrow{IN} = k \cdot \overrightarrow{IM}$. **B.** $IM = IN$. **C.** $IN = k \cdot IM$. **D.** $\overrightarrow{IM} = k \cdot \overrightarrow{IN}$.
- Câu 11.** Tính tổng $S = C_{2019}^0 - 2C_{2019}^1 + 4C_{2019}^2 - 8C_{2019}^3 + \dots + 2^{2018}C_{2019}^{2018} - 2^{2019}C_{2019}^{2019}$.
A. $S = 2$. **B.** $S = -1$. **C.** $S = 1$. **D.** $S = 0$.
- Câu 12.** Cho phép quay $Q_{(O;\alpha)} : A \rightarrow B$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?
A. $\begin{cases} \overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OB} \\ ((OA; OB) = \alpha \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} OA = OB \\ ((OB; OA) = \alpha \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} OA = OB \\ AOB = \alpha \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} OA = OB \\ ((OA; OB) = \alpha \end{cases}$.
- Câu 13.** Phương trình $\cos^2 x - \sin x + 1 = 0$ tương đương với phương trình nào sau đây?
A. $-\sin^2 x - \sin x + 1 = 0$. **B.** $\sin^2 x - \sin x + 2 = 0$.
C. $\sin^2 x - \sin x = 0$. **D.** $-\sin^2 x - \sin x + 2 = 0$.

- Câu 14.** Một trường THPT được cử một học sinh đi dự trại hè toàn quốc. Nhà trường quyết định chọn một học sinh tiên tiến lớp 11A hoặc lớp 12B. Hỏi nhà trường có bao nhiêu cách chọn, nếu biết rằng lớp 11A có 31 học sinh tiên tiến và lớp 12B có 22 học sinh tiên tiến?
A. 53. **B.** 682. **C.** 31. **D.** 9.
- Câu 15.** Gieo một con súc sắc 5 lần. Số phần tử của không gian mẫu là:
A. 5^6 . **B.** 6^5 . **C.** 5. **D.** 30.
- Câu 16.** Cho tập $X = \{1; 2; 3; \dots; 10\}$. Hỏi có tất cả bao nhiêu mệnh đề **đúng** trong các mệnh đề sau:
 (I). “Mỗi hoán vị của X là một chỉnh hợp chập 10 của X ”.
 (II). “Tập $B = \{1; 2; 3\}$ là một chỉnh hợp chập 3 của X ”.
 (III). “ A_{10}^3 là một chỉnh hợp chập 3 của X ”.
A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.
- Câu 17.** Phương trình $\tan x = \sqrt{3}$ có tập nghiệm là
A. $\left\{ \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$. **B.** $\left\{ \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.
C. $\left\{ \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$. **D.** $\emptyset$.
- Câu 18.** Có bao nhiêu cách chọn 3 học sinh từ nhóm 20 học sinh để trao cho mỗi học sinh được chọn ra một món quà khác nhau?
A. $A_{20}^3 \cdot 3!$. **B.** C_{10}^3 . **C.** A_{20}^3 . **D.** $C_{17}^3 \cdot 3!$.
- Câu 19.** Tìm mệnh đề **SAI** trong các mệnh đề sau:
A. Phép tịnh tiến biến tam giác thành tam giác bằng nó.
B. Phép tịnh tiến biến đường tròn thành đường tròn có cùng bán kính.
C. Phép tịnh tiến không bảo toàn khoảng cách giữa hai điểm bất kì.
D. Phép tịnh tiến biến đoạn thẳng thành đoạn thẳng bằng nó.
- Câu 20.** Nghiệm của phương trình lượng giác $\sin x = 5$ là:
A. $\begin{cases} x = \arcsin 5 + k2\pi \\ x = \pi - \arcsin 5 + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$. **B.** $x \in \emptyset$.
C. $x \in \mathbb{R}$. **D.** $x = \pm \arcsin 5 + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.
- Câu 21.** Hỏi có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số sao cho trong mỗi số đó, chữ số hàng ngàn lớn hơn hàng trăm, chữ số hàng trăm lớn hơn hàng chục và chữ số hàng chục lớn hơn hàng đơn vị?
A. 209. **B.** 215. **C.** 210. **D.** 221.
- Câu 22.** Cho hai điểm A, B phân biệt. Gọi $S_A; S_B$ là phép đối xứng qua A, B . Với điểm M bất kỳ, gọi $M_1 = S_A(M); M_2 = S_B(M_1)$. Gọi F là phép biến hình biến điểm M thành M_2 . Chọn mệnh đề **đúng**
A. F không phải là phép dời hình. **B.** F là phép đối xứng trục.
C. F là phép đối xứng tâm. **D.** F là phép tịnh tiến.
- Câu 23.** Với những giá trị nào của x thì giá trị của các hàm số $y = \tan\left(\frac{\pi}{4} - x\right)$ và $y = \tan 2x$ bằng nhau?
A. $x = \frac{\pi}{12} + k\frac{\pi}{3}, k \neq \frac{3m+1}{2}; k, m \in \mathbb{Z}$. **B.** $x = \frac{\pi}{12} + k\frac{\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$.
C. $x = \frac{\pi}{12} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. **D.** $x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$.

- Câu 24.** Phương trình $\sin 5x - \cos 5x = -\sqrt{2}$ có nghiệm là $x = \frac{\pi}{a} + k \frac{2\pi}{b}$ ($k \in \mathbb{Z}$) trong đó $a \in \mathbb{Z}$ và b là số nguyên tố. Tính $a+3b$.
A. $a+3b=-7$. **B.** $a+3b=12$. **C.** $a+3b=10$. **D.** $a+3b=-5$.
- Câu 25.** Phép tịnh tiến theo vector $\vec{u}=(1;2)$ biến điểm $A(2;5)$ thành điểm nào sau đây?
A. $A'(3;-7)$ **B.** $A'(3;7)$ **C.** $A'(-3;5)$ **D.** $A'(-3;-7)$
- Câu 26.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường tròn $(C):(x-1)^2+(y-2)^2=9$ và $(C'):x^2+y^2+2x-8y+7=0$. Tìm vector $\vec{v}$ để qua phép tịnh tiến theo vector $\vec{v}$ thì (C) biến thành (C') .
A. Không tồn tại vector $\vec{v}$. **B.** $\vec{v}=(2;-2)$.
C. $\vec{v}=(-1;2)$. **D.** $\vec{v}=(-2;2)$.
- Câu 27.** Tìm tất cả các giá trị của n thỏa mãn $P_n.A_n^2+72=6(A_n^2+2P_n)$.
A. $n=-3; n=3; n=4$. **B.** $n=3; n=4$.
C. $n=3$. **D.** $n=4$.
- Câu 28.** Cho điểm $A(3;2)$. Ảnh của A qua phép quay tâm O góc quay -90° là
A. $(2;-3)$. **B.** $(-2;-3)$. **C.** $(-2;3)$. **D.** $(2;3)$.
- Câu 29.** Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 3 chữ số đôi một khác nhau và khác 0, biết rằng tổng của ba chữ số này bằng 8?
A. 18. **B.** 12. **C.** 24. **D.** 6.
- Câu 30.** Đường cong trong hình dưới đây là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D .



Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

- A.** $y = \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$. **B.** $y = \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$.
C. $y = \cos\left(x + \frac{3\pi}{4}\right)$. **D.** $y = \sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$.
- Câu 31.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , một phép vị tự với tỉ số k biến điểm M thành điểm M' , điểm N thành điểm N' . Biết $\vec{MN}=(2;-1)$; $\vec{M'N'}=(4;-2)$. Tỉ số k của phép vị tự này bằng:
A. -2. **B.** 2. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $-\frac{1}{2}$.

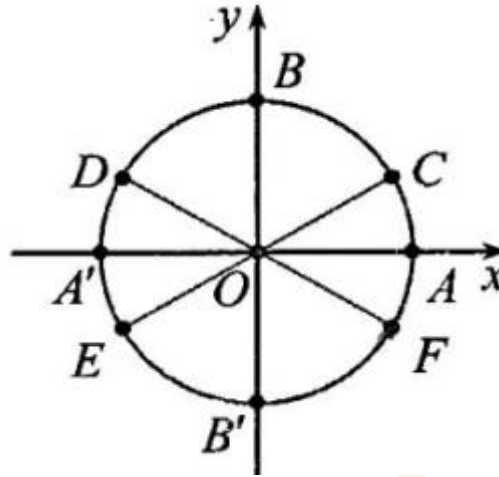
Câu 32. Tìm hệ số của x^3 trong khai triển của $(1 - 2x)^{12}$.

- A.** 1760. **B.** -1760. **C.** 112640. **D.** -112640.

Câu 33. Cho phương trình $\frac{2 \sin x - 1}{2 \cos x - \sqrt{3}} = 0$. Số nghiệm của phương trình thuộc $[-\pi; 3\pi]$ là

- A.** 6. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 34. Nghiệm của phương trình $2 \sin x + 1 = 0$ được biểu diễn trên đường tròn lượng giác ở hình bên là những điểm nào?



- A.** Điểm C, Điểm F. **B.** Điểm D, Điểm C.
C. Điểm E, Điểm F. **D.** Điểm E, Điểm D.

Câu 35. Số nghiệm của phương trình $\sin 2x = 0$ thỏa mãn $0 < x < 2\pi$ là

- A.** 3. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 36. Gọi M là giá trị lớn nhất của hàm số $y = 4 \cos x - 3 \sin(3\pi + x) + a$. Tìm tham số a để $M = 3$.

- A.** $a = 5$. **B.** $a = -2$. **C.** $a = 2$. **D.** $a = 3$.

Câu 37. Tìm số nghiệm thuộc $\left[-\frac{3\pi}{2}; -\pi\right)$ của phương trình $\sqrt{3} \sin x = \cos\left(\frac{3\pi}{2} - 2x\right)$.

- A.** 0. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 38. Biết rằng khi $m = m_0$ thì phương trình $2 \sin^2 x - (5m + 1) \sin x + 2m^2 + 2m = 0$ có đúng 5 nghiệm thuộc khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; 3\pi\right)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** $m_0 = -3$. **B.** $m_0 = \frac{1}{2}$. **C.** $m_0 \in \left(\frac{3}{5}; \frac{7}{10}\right]$. **D.** $m_0 \in \left(-\frac{3}{5}; -\frac{2}{5}\right)$.

Câu 39. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \sqrt{5 + 2 \cot^2 x - \sin x} + \cot\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$.

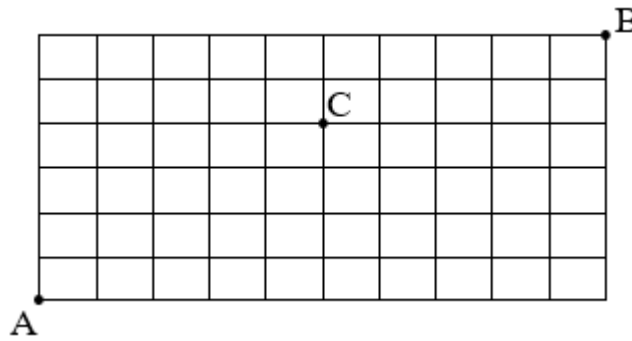
- A.** $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$. **B.** $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}$.
C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$. **D.** $D = \mathbb{R}$.

Câu 40. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 4x + 6y = 0$. Phép quay tâm tại gốc tọa độ O góc quay 180° biến đường tròn (C) thành đường tròn

- A.** $(C'): x^2 + y^2 + 4x + 6y = 0$. **B.** $(C'): x^2 + y^2 - 4x + 6y = 0$.
C. $(C'): x^2 + y^2 - 4x - 6y = 0$. **D.** $(C'): x^2 + y^2 + 4x - 6y = 0$.

- Câu 41.** Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , cho điểm $I(1;1)$ và đường tròn C có tâm I bán kính bằng 2. Gọi đường tròn C' là ảnh của đường tròn C qua phép đồng dạng có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép quay tâm O , góc 45° và phép vị tự tâm O , tỉ số $\sqrt{2}$. Tìm phương trình của đường tròn C' ?
- A. $x^2 + (y-2)^2 = 8$. B. $x^2 + (y-1)^2 = 8$.
 C. $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 8$. D. $(x-2)^2 + y^2 = 8$.
- Câu 42.** Cho khai triển $(\sqrt{3} + x)^{2019} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \dots + a_{2019}x^{2019}$. Hãy tính tổng $S = a_0 - a_2 + a_4 - a_6 + \dots + a_{2016} - a_{2018}$.
- A. $(\sqrt{3})^{1009}$. B. 2^{1009} . C. 0. D. 2^{2019} .
- Câu 43.** Có bao nhiêu số tự nhiên có 30 chữ số, sao cho trong mỗi số chỉ có mặt hai chữ số 0 và 1, đồng thời số chữ số 1 có mặt trong số tự nhiên đó là số lẻ?
- A. 2^{28} . B. 2^{27} . C. 2^{29} . D. $3 \cdot 2^{27}$.
- Câu 44.** Trong mặt phẳng Oxy cho hai điểm $A(1;6)$, $B(-1;-4)$. Gọi C và D lần lượt là ảnh của A và B qua phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v} = (1;5)$. Khẳng định nào sau đây đúng?
- A. Bốn điểm A, B, C, D thẳng hàng. B. $ABCD$ là hình bình hành.
 C. $ABDC$ là hình bình hành. D. $ABCD$ là hình thang.
- Câu 45.** Trong mặt phẳng Oxy , cho đường tròn $(C): (x+1)^2 + (y-2)^2 = 9$. Viết phương trình đường tròn (C') là ảnh của đường tròn (C) qua phép dời hình có được bằng cách thực hiện liên tiếp hai phép, phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v}(3;1)$ và phép quay tâm O góc quay 90° .
- A. $(C'): (x+3)^2 + (y-2)^2 = 9$. B. $(C'): (x+3)^2 + (y-2)^2 = 3$.
 C. $(C'): (x-3)^2 + (y+2)^2 = 9$. D. $(C'): (x-3)^2 + (y+2)^2 = 3$.
- Câu 46.** Nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình $\sin 5x + 2\cos^2 x = 1$ có dạng $\frac{\pi a}{b}$ với a, b là các số nguyên và nguyên tố cùng nhau. Tính tổng $S = a + b$.
- A. $S = 15$. B. $S = 7$. C. $S = 17$. D. $S = 3$.
- Câu 47.** Tìm số nguyên dương n sao cho $C_{2n+1}^1 - 2 \cdot 2 \cdot C_{2n+1}^2 + 3 \cdot 2^2 \cdot C_{2n+1}^3 - \dots + (2n+1)2^{2n}C_{2n+1}^{2n+1} = 2019$.
- A. $n = 1119$. B. $n = 1009$. C. $n = 107$. D. $n = 1008$.
- Câu 48.** Gọi A là tập hợp tất cả các số thực m thỏa mãn phương trình $\sin^{2019} x + \cos^{2019} x = m$ có vô số nghiệm thực phân biệt. Số phần tử của tập hợp $A \cap \mathbb{Z}$ là:
- A. 1. B. 0. C. 5. D. 3.
- Câu 49.** Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $\sin^4 x + \cos^4 x + \cos^2 4x = m$ có bốn nghiệm phân biệt thuộc đoạn $\left[-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}\right]$.
- A. $\frac{47}{64} < m \leq \frac{3}{2}$. B. $\frac{47}{64} \leq m \leq \frac{3}{2}$.
 C. $m \leq \frac{47}{64}$ hoặc $m \geq \frac{3}{2}$. D. $\frac{47}{64} < m < \frac{3}{2}$.

Câu 50. Cho một lưới gồm các ô vuông kích thước 10×6 như hình vẽ sau đây. Một người đi từ A đến B theo quy tắc: chỉ đi trên cạnh của các ô vuông theo chiều từ trái qua phải hoặc từ dưới lên trên. Hỏi có bao nhiêu đường đi khác nhau để người đó đi từ A đến B đi qua điểm C ?



A. C_{16}^6 .

B. $C_9^4 \cdot C_7^2$.

C. $C_6^4 \cdot C_{10}^5$.

D. $C_5^4 \cdot C_6^2$.

ĐỀ 20
ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

HDG ĐỀ KIỂM TRA GIỮA KÌ I**Môn: TOÁN, Lớp 10**

Thời gian làm bài: 90 phút, không tính thời gian phát đề

- Câu 1.** Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào đúng?
A. Phép đồng dạng là một phép dời hình.
B. Phép đồng dạng tỉ số k là phép vị tự tỉ số k .
C. Phép vị tự tâm O tỉ số k là phép đồng dạng tỉ số k .
D. Phép vị tự tâm O tỉ số k là phép đồng dạng tỉ số $|k|$.

Lời giải**Chọn D**

Phép đồng dạng tỉ số k là phép vị tự tỉ số k là sai bởi phép vị tự chỉ là một trong các phép đồng dạng.

Phép vị tự tâm O tỉ số k là phép đồng dạng tỉ số k là sai vì giá trị k có thể làm số âm.

Phép vị tự tâm O tỉ số k là phép đồng dạng tỉ số $|k|$ là đúng.

Phép đồng dạng là một phép dời hình là sai vì phép đồng dạng không bảo toàn khoảng cách hai điểm bất kì.

- Câu 2.** Hình vuông có mấy trục đối xứng?

- A.** 2. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 3.

Lời giải**Chọn C**

- Câu 3.** Phép biến hình nào sau đây *không phải* là một phép dời hình?

- A.** phép quay. **B.** phép đối xứng tâm.
C. phép vị tự. **D.** phép tịnh tiến.

Lời giải**Chọn C**

Theo định nghĩa sách giáo khoa, phép vị tự là một phép đồng dạng.

- Câu 4.** Điều kiện của tham số m để phương trình $m \sin x - 3 \cos x = 5$ vô nghiệm là.

- A.** $m > 4$. **B.** $m < -4$. **C.** $-4 < m < 4$. **D.** $\begin{cases} m \leq -4 \\ m \geq 4 \end{cases}$.

Lời giải**Chọn C**

Để phương trình $m \sin x - 3 \cos x = 5$ vô nghiệm thì $m^2 + (-3)^2 < 5^2 \Leftrightarrow m^2 < 4^2 \Leftrightarrow -4 < m < 4$.

- Câu 5.** Một lớp học có 12 bạn nam và 10 bạn nữ. Số cách chọn hai bạn trực nhật sao cho có cả nam và nữ là:

- A.** 210. **B.** 22. **C.** 120. **D.** 231.

Lời giải**Chọn C**

Để chọn một học sinh nam và một học sinh nữ làm trực nhật có $C_{10}^1 \cdot C_{12}^1 = 120$ cách.

- Câu 6.** Xác định tính chẵn lẻ của hàm số: $y = 1 + 2x^2 - \cos 3x$

- A.** Hàm không chẵn không lẻ. **B.** Hàm lẻ.
C. Hàm không tuần hoàn. **D.** Hàm chẵn.

Lời giải**Chọn D**

Tập xác định $D = \mathbb{R}$ là tập đối xứng.

$f(-x) = 1 + 2(-x)^2 - \cos 3(-x) = 1 + 2x^2 - \cos 3x = f(x)$. Vậy hàm số đã cho là hàm số chẵn.

Câu 7. Phương trình nào sau đây vô nghiệm?

- A. $2 \cot x = 3$. B. $2 \cos x = 3$. C. $3 \sin x = 2$. D. $3 \tan x = 2$.

Lời giải

Chọn B

$2 \cos x = 3 \Leftrightarrow \cos x = \frac{3}{2}$, phương trình vô nghiệm.

Câu 8. Hàm số nào sau đây đồng biến trên khoảng $\left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$?

- A. $y = \cot x$. B. $y = \sin x$. C. $y = \cos x$. D. $y = \tan x$.

Lời giải

Chọn D

Câu 9. Bình có 5 cái áo khác nhau, 4 chiếc quần khác nhau, 3 đôi giày khác nhau và 2 chiếc mũ khác nhau. Số cách chọn một bộ gồm quần, áo, giày và mũ của Bình là

- A. 14 B. 60 C. 5 D. 120

Lời giải

Chọn D

Để chọn được bộ quần áo theo yêu cầu bài toán phải thực hiện các hành động:

+ Hành động 1: Chọn chiếc áo: Có 5 cách chọn.

+ Hành động 2: Chọn chiếc quần: Có 4 cách chọn.

+ Hành động 3: Chọn đôi giày: Có 3 cách chọn.

+ Hành động 4: Chọn chiếc mũ: Có 2 cách chọn.

Vậy theo qui tắc nhân, có $5.4.3.2 = 120$ cách chọn.

Câu 10. Cho phép $V_{(I,k)} : M \rightarrow N$. Đẳng thức nào sau đây là đúng?

- A. $\overrightarrow{IN} = k \cdot \overrightarrow{IM}$. B. $IM = IN$. C. $IN = k \cdot IM$. D. $\overrightarrow{IM} = k \cdot \overrightarrow{IN}$.

Lời giải

Chọn A

Theo định nghĩa của phép vị tự.

Câu 11. Tính tổng $S = C_{2019}^0 - 2C_{2019}^1 + 4C_{2019}^2 - 8C_{2019}^3 + \dots + 2^{2018}C_{2019}^{2018} - 2^{2019}C_{2019}^{2019}$.

- A. $S = 2$. B. $S = -1$. C. $S = 1$. D. $S = 0$.

Lời giải

Chọn B

Ta có:

$$S = (1-x)^n = \sum_{k=0}^n C_n^k (-1)^k x^k = C_n^0 - C_n^1 x + C_n^2 x^2 - C_n^3 x^3 + \dots + (-1)^n x^n.$$

Chọn $x = 2$ và $n = 2019$, ta có:

$$S = (1-2)^{2019} = C_{2019}^0 - 2C_{2019}^1 + 2^2 C_{2019}^2 - 2^3 C_{2019}^3 + \dots - 2^{2019} C_{2019}^{2019}.$$

$$\text{Vậy } S = (-1)^{2019} = -1$$

Câu 12. Cho phép quay $Q_{(O;\alpha)} : A \rightarrow B$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. $\begin{cases} \overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OB} \\ (OA; OB) = \alpha \end{cases}$. B. $\begin{cases} OA = OB \\ (OB; OA) = \alpha \end{cases}$. C. $\begin{cases} OA = OB \\ AOB = \alpha \end{cases}$. D. $\begin{cases} OA = OB \\ (OA; OB) = \alpha \end{cases}$.

Lời giải

Chọn D

Theo định nghĩa phép quay: $Q_{(O;\alpha)}: A \rightarrow B \Leftrightarrow \begin{cases} OA = OB \\ (OA; OB) = \alpha \end{cases}$.

Câu 13. Phương trình $\cos^2 x - \sin x + 1 = 0$ tương đương với phương trình nào sau đây?

A. $-\sin^2 x - \sin x + 1 = 0$.

B. $\sin^2 x - \sin x + 2 = 0$.

C. $\sin^2 x - \sin x = 0$.

D. $-\sin^2 x - \sin x + 2 = 0$.

Lời giải

Chọn D

$$\cos^2 x - \sin x + 1 = 0 \Leftrightarrow 1 - \sin^2 x - \sin x + 1 = 0 \Leftrightarrow -\sin^2 x - \sin x + 2 = 0.$$

Câu 14. Một trường THPT được cử một học sinh đi dự trại hè toàn quốc. Nhà trường quyết định chọn một học sinh tiên tiến lớp 11A hoặc lớp 12B. Hỏi nhà trường có bao nhiêu cách chọn, nếu biết rằng lớp 11A có 31 học sinh tiên tiến và lớp 12B có 22 học sinh tiên tiến?

A. 53.

B. 682.

C. 31.

D. 9.

Lời giải

Chọn A

• Nếu chọn một học sinh lớp 11A có 31 cách.

• Nếu chọn một học sinh lớp 12B có 22 cách.

Theo qui tắc cộng, ta có $31 + 22 = 53$ cách chọn.

Câu 15. Gieo một con súc sắc 5 lần. Số phần tử của không gian mẫu là:

A. 5^6 .

B. 6^5 .

C. 5.

D. 30.

Lời giải

Chọn B

Kết quả của 5 lần gieo là dãy $abcde$ với a, b, c, d, e nhận một trong 6 giá trị $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Do đó số phần tử của không gian mẫu: $n(\Omega) = 6.6.6.6.6 = 6^5$.

Câu 16. Cho tập $X = \{1; 2; 3; \dots; 10\}$. Hỏi có tất cả bao nhiêu mệnh đề **đúng** trong các mệnh đề sau:

(I). “Mỗi hoán vị của X là một chỉnh hợp chập 10 của X ”.

(II). “Tập $B = \{1; 2; 3\}$ là một chỉnh hợp chập 3 của X ”.

(III). “ A_{10}^3 là một chỉnh hợp chập 3 của X ”.

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 0.

Lời giải

Chọn A

Ta có $X = \{1; 2; 3; \dots; 10\} \Rightarrow n(X) = 10$.

Mệnh đề “mỗi hoán vị của X là một chỉnh hợp chập 10 của X ” là mệnh đề **sai**.

Phải là “mỗi hoán vị **các phần tử** của X là một chỉnh hợp chập 10 của X ”

Mệnh đề “tập $B = \{1; 2; 3\}$ là một chỉnh hợp chập 3 của X ” là mệnh đề sai vì “tập $B = \{1; 2; 3\}$ là một tổ hợp chập 3 của X ”.

Mệnh đề “ A_{10}^3 là một chỉnh hợp chập 3 của X ” là mệnh đề đúng.

Vậy có 1 mệnh đề đúng.

Câu 17. Phương trình $\tan x = \sqrt{3}$ có tập nghiệm là

A. $\left\{ \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

B. $\left\{ \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

C. $\left\{ \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

D. $\emptyset.$

Lời giải

Chọn C

Ta có $\tan x = \sqrt{3} \Leftrightarrow \tan x = \tan \frac{\pi}{3} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Câu 18. Có bao nhiêu cách chọn 3 học sinh từ nhóm 20 học sinh để trao cho mỗi học sinh được chọn ra một món quà khác nhau?

A. $A_{20}^3 \cdot 3!.$

B. $C_{10}^3.$

C. $A_{20}^3.$

D. $C_{17}^3 \cdot 3!.$

Lời giải

Chọn C

Số cách chọn 3 học sinh từ nhóm 20 học sinh để trao cho mỗi học sinh được chọn ra một món quà khác nhau là: $A_{20}^3.$

Câu 19. Tìm mệnh đề SAI trong các mệnh đề sau:

A. Phép tịnh tiến biến tam giác thành tam giác bằng nó.

B. Phép tịnh tiến biến đường tròn thành đường tròn có cùng bán kính.

C. Phép tịnh tiến không bảo toàn khoảng cách giữa hai điểm bất kì.

D. Phép tịnh tiến biến đoạn thẳng thành đoạn thẳng bằng nó.

Lời giải

Chọn C

Ta có phép tịnh tiến bảo toàn khoảng cách giữa hai điểm bất kì nên A sai.

Câu 20. Nghiệm của phương trình lượng giác $\sin x = 5$ là:

A. $\begin{cases} x = \arcsin 5 + k2\pi \\ x = \pi - \arcsin 5 + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

B. $x \in \emptyset.$

C. $x \in \mathbb{R}.$

D. $x = \pm \arcsin 5 + k2\pi (k \in \mathbb{Z}).$

Lời giải

Chọn B

Phương trình $\sin x = m$ chỉ có nghiệm khi và chỉ khi $|m| \leq 1.$

Nên phương trình đã cho vô nghiệm.

Câu 21. Hỏi có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số sao cho trong mỗi số đó, chữ số hàng ngàn lớn hơn hàng trăm, chữ số hàng trăm lớn hơn hàng chục và chữ số hàng chục lớn hơn hàng đơn vị?

A. 209.

B. 215.

C. 210.

D. 221.

Lời giải

Chọn C

Gọi $x = \overline{a_1 a_2 a_3 a_4}$ với $9 \geq a_1 > a_2 > a_3 > a_4 \geq 0$ là số cần lập và tập hợp là $X = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}.$

Để lập được số tự nhiên thỏa mãn đề bài, ta làm hai bước

+ Bước 1: **Chọn 4** chữ số khác nhau từ X , có C_{10}^4 cách.

+ Bước 2: Xếp các chữ số theo thứ tự tăng dần, có 1 cách.

Vậy có $C_{10}^4 = 210$ số.

Câu 22. Cho hai điểm A, B phân biệt. Gọi $S_A; S_B$ là phép đối xứng qua A, B . Với điểm M bất kỳ, gọi $M_1 = S_A(M); M_2 = S_B(M_1)$. Gọi F là phép biến hình biến điểm M thành M_2 . Chọn mệnh đề **đúng**

A. F không phải là phép dời hình.

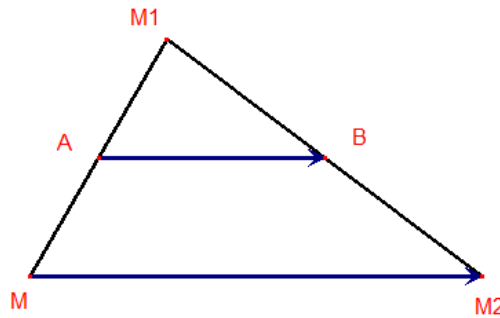
B. F là phép đối xứng trục.

C. F là phép đối xứng tâm.

D. F là phép tịnh tiến.

Lời giải

Chọn D



Khi biến M thành M_2 thì A, B lần lượt là trung điểm $MM_1; M_1M_2$ (hình trên) khi đó $\overrightarrow{M_1M_2} = 2\overrightarrow{AB}$. Vậy qua $T_{2\overrightarrow{AB}}$ biến M thành M_2 .

Câu 23. Với những giá trị nào của x thì giá trị của các hàm số $y = \tan\left(\frac{\pi}{4} - x\right)$ và $y = \tan 2x$ bằng nhau?

A. $x = \frac{\pi}{12} + k\frac{\pi}{3}, k \neq \frac{3m+1}{2}; k, m \in \mathbb{Z}$.

B. $x = \frac{\pi}{12} + k\frac{\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = \frac{\pi}{12} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

D. $x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} \cos\left(\frac{\pi}{4} - x\right) \neq 0 \\ \cos 2x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -\frac{\pi}{4} - m\pi \\ x \neq \frac{\pi}{4} + m\frac{\pi}{2} \end{cases} \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{4} + m\frac{\pi}{2}.$$

$$\text{Xét phương trình hoành độ giao điểm: } \tan 2x = \tan\left(\frac{\pi}{4} - x\right)$$

$$\Leftrightarrow 2x = \frac{\pi}{4} - x + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{12} + k\frac{\pi}{3} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

$$\text{Đổi chiếu điều kiện, ta cần có } \frac{\pi}{12} + k\frac{\pi}{3} \neq \frac{\pi}{4} + m\frac{\pi}{2} \Leftrightarrow k \neq \frac{3m+1}{2} \quad (k, m \in \mathbb{Z}).$$

$$\text{Vậy phương trình có nghiệm } x = \frac{\pi}{12} + k\frac{\pi}{3} \left(k \neq \frac{3m+1}{2}; k, m \in \mathbb{Z} \right).$$

Câu 24. Phương trình $\sin 5x - \cos 5x = -\sqrt{2}$ có nghiệm là $x = \frac{\pi}{a} + k\frac{2\pi}{b} \quad (k \in \mathbb{Z})$ trong đó $a \in \mathbb{Z}$ và b là số nguyên tố. Tính $a+3b$.

A. $a+3b = -7$.

B. $a+3b = 12$.

C. $a+3b = 10$.

D. $a+3b = -5$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } \sin 5x - \cos 5x = -\sqrt{2} \Leftrightarrow \sin\left(5x - \frac{\pi}{4}\right) = -1 \Leftrightarrow 5x - \frac{\pi}{4} = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{20} + k\frac{2\pi}{5}.$$

$$\text{Suy ra } a = -20 \text{ và } b = 5. \text{ Vậy } a+3b = -20+15 = -5.$$

Câu 25. Phép tịnh tiến theo vector $\vec{u} = (1; 2)$ biến điểm $A(2; 5)$ thành điểm nào sau đây?

A. $A'(3; -7)$

B. $A'(3; 7)$

C. $A'(-3; 5)$

D.

$A'(-3; -7)$

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } A' = T_u(A) \Leftrightarrow \begin{cases} x_{A'} = x_A + x_u = 3 \\ y_{A'} = y_A + y_u = 7 \end{cases}$$

Câu 26. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường tròn $(C): (x-1)^2 + (y-2)^2 = 9$ và $(C'): x^2 + y^2 + 2x - 8y + 7 = 0$. Tìm vector $\vec{v}$ để qua phép tịnh tiến theo vector $\vec{v}$ thì (C) biến thành (C') .

A. Không tồn tại vector $\vec{v}$.

B. $\vec{v} = (2; -2)$.

C. $\vec{v} = (-1; 2)$.

D. $\vec{v} = (-2; 2)$.

Lời giải

Chọn A

$$(C): (x-1)^2 + (y-2)^2 = 9 \text{ có tâm } I(1; 2), \text{ bán kính } R = 3$$

$$(C'): x^2 + y^2 + 2x - 8y + 7 = 0 \text{ có tâm } I'(-1; 4), \text{ bán kính } R' = \sqrt{10}$$

$$\text{Để qua phép tịnh tiến theo vector } \vec{v} \text{ thì } (C) \text{ biến thành } (C') \text{ thì } R = R' \Leftrightarrow 3 = \sqrt{10} \text{ (vô lý)}$$

$\Rightarrow$ Không tồn tại vector $\vec{v}$.

Câu 27. Tìm tất cả các giá trị của n thỏa mãn $P_n \cdot A_n^2 + 72 = 6(A_n^2 + 2P_n)$.

A. $n = -3; n = 3; n = 4$.

$n = 3; n = 4$.

B.

C. $n = 3$.

D. $n = 4$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $n \geq 2, n \in \mathbb{N}$.

$$\text{Ta có } P_n \cdot A_n^2 + 72 = 6(A_n^2 + 2P_n) \Leftrightarrow P_n(A_n^2 - 12) - 6(A_n^2 - 12) = 0$$

$$\Leftrightarrow (A_n^2 - 12)(P_n - 6) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} P_n = 6 \\ A_n^2 - 12 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n! = 3 \\ \frac{n!}{(n-2)!} = 12 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} n! = 3! \\ n(n-1) = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n = 3 \\ n = -3 \vee n = 4 \end{cases} \text{ So với điều kiện, các giá trị cần tìm là } n = 3; n = 4.$$

Câu 28. Cho điểm $A(3; 2)$. Ảnh của A qua phép quay tâm O góc quay -90° là

A. $(2; -3)$.

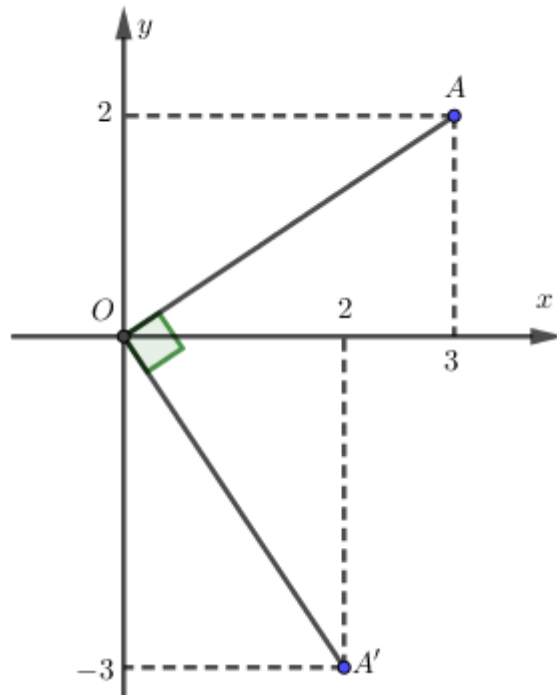
B. $(-2; -3)$.

C. $(-2; 3)$.

D. $(2; 3)$.

Lời giải

Chọn A



Gọi A' là ảnh của A qua phép quay tâm O góc quay -90° . Khi đó $A'(2; -3)$.

- Câu 29.** Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 3 chữ số đôi một khác nhau và khác 0, biết rằng tổng của ba chữ số này bằng 8?
- A. 18. B. 12. C. 24. D. 6.

Lời giải

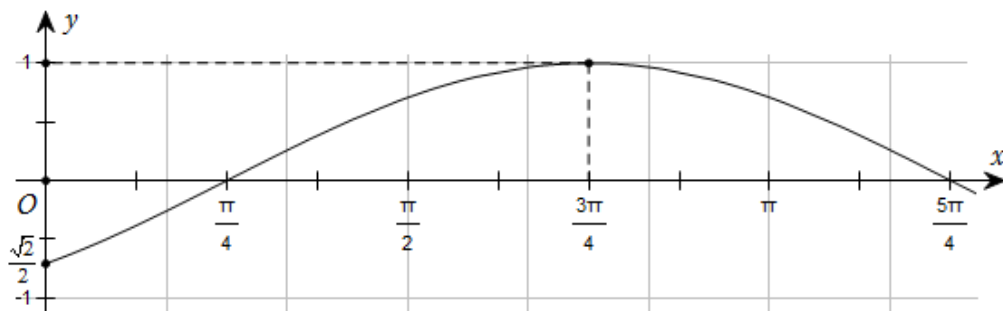
Chọn B

Gọi số cần tìm là $\overline{abc}$ với $a, b, c \in \{1; 2; 3; \dots; 9\}$ và đôi một khác nhau.

Do tổng của ba chữ số này bằng 8 nên $a, b, c \in \{1; 2; 5\}$ hoặc $a, b, c \in \{1; 3; 4\}$.

Do đó có $3! + 3! = 12$ số cần tìm.

- Câu 30.** Đường cong trong hình dưới đây là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D.



Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

- A. $y = \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$. B. $y = \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$.
- C. $y = \cos\left(x + \frac{3\pi}{4}\right)$. D. $y = \sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$.

Lời giải

Chọn B

Ta thấy hàm số có GTLN bằng 1 và GTNN bằng -1 . Do đó loại đáp án C

Tại $x=0$ thì $y=-\frac{\sqrt{2}}{2}$. Do đó loại đáp án D

Tại $x=\frac{3\pi}{4}$ thì $y=1$. Thay vào hai Chọn Bòn lại chỉ có A thỏa mãn.

Câu 31. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, một phép vị tự với tỉ số k biến điểm M thành điểm M' , điểm N thành điểm N' . Biết $\overrightarrow{MN}=(2;-1)$; $\overrightarrow{M'N'}=(4;-2)$. Tỉ số k của phép vị tự này bằng:

- A. -2. B. 2. C. $\frac{1}{2}$. D. $-\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Theo tính chất của phép vị tự: M', N' theo thứ tự là ảnh của M, N qua phép vị tự tỉ số k khi đó: $\overrightarrow{M'N'}=k\overrightarrow{MN}$ và $M'N'=|k|MN$.

Ta có: $\overrightarrow{M'N'}=2\overrightarrow{MN}$, suy ra $k=2$.

Câu 32. Tìm hệ số của x^3 trong khai triển của $(1-2x)^{12}$.

- A. 1760. B. -1760. C. 112640. D. -112640.

Lời giải

Chọn B

Số hạng tổng quát trong khai triển của $(1-2x)^{12}$ là $C_{12}^k \cdot (1)^{12-k} \cdot (-2x)^k = C_{12}^k \cdot (-2)^k \cdot x^k$.
Vậy hệ số của x^3 trong khai triển trên là $(-2)^3 \cdot C_{12}^3 = -1760$.

Câu 33. Cho phương trình $\frac{2\sin x - 1}{2\cos x - \sqrt{3}} = 0$. Số nghiệm của phương trình thuộc $[-\pi; 3\pi]$ là

- A. 6. B. 3. C. 4. D. 2.

Lời giải

Điều kiện: $2\cos x - \sqrt{3} \neq 0 \Leftrightarrow \cos x \neq \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \frac{\pi}{6} + m2\pi \\ x \neq -\frac{\pi}{6} + m2\pi \end{cases} (m \in \mathbb{Z})$.

Khi đó phương trình $\Leftrightarrow 2\sin x - 1 = 0 \Leftrightarrow \sin x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \sin x = \sin \frac{\pi}{6} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$.

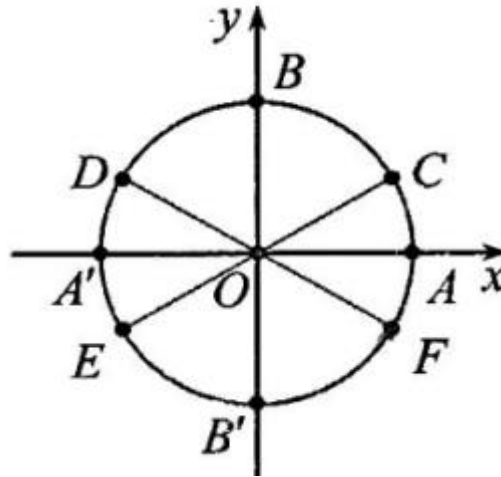
Đối chiếu với điều kiện ta được $x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi$.

Ta có: $x \in [-\pi; 3\pi] \Leftrightarrow -\pi \leq \frac{5\pi}{6} + k2\pi \leq 3\pi \Leftrightarrow -\frac{11\pi}{6} \leq k2\pi \leq \frac{13\pi}{6} \Leftrightarrow -\frac{11}{12} \leq k \leq \frac{13}{12}$.

Mà $k \in \mathbb{Z}$ nên ta có $k \in \{0; 1\}$.

Vậy phương trình đã cho có 2 nghiệm thuộc $[-\pi; 3\pi]$ là: $x = \frac{5\pi}{6}; x = \frac{17\pi}{6}$.

Câu 34. Nghiệm của phương trình $2\sin x + 1 = 0$ được biểu diễn trên đường tròn lượng giác ở hình bên là những điểm nào?



A. Điểm C, Điểm F.

C. Điểm E, Điểm F.

B. Điểm D, Điểm C.

D. Điểm E, Điểm D.

Lời giải

Chọn C

$$2\sin x + 1 = 0 \Leftrightarrow \sin x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{-\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

$\Rightarrow$ Nghiệm của phương trình $2\sin x + 1 = 0$ được biểu diễn trên đường tròn lượng giác ở hình bên là các điểm E và F.

Câu 35. Số nghiệm của phương trình $\sin 2x = 0$ thỏa mãn $0 < x < 2\pi$ là

A. 3.

B. 0.

C. 2.

D. 1.

Lời giải

Chọn A

$$\sin 2x = 0 \Leftrightarrow 2x = k\pi \Leftrightarrow x = k\frac{\pi}{2} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

$$\text{Ta có: } 0 < x < 2\pi \Leftrightarrow 0 < k\frac{\pi}{2} < 2\pi \Leftrightarrow 0 < k < 4.$$

Mà k nguyên nên $k \in \{1; 2; 3\} \Rightarrow$ có 3 giá trị của k thỏa mãn.

Vậy, phương trình đã cho có 3 nghiệm thuộc $(0; 2\pi)$.

Câu 36. Gọi M là giá trị lớn nhất của hàm số $y = 4\cos x - 3\sin(3\pi + x) + a$. Tìm tham số a để $M = 3$.

A. $a = 5$.B. $a = -2$.C. $a = 2$.D. $a = 3$.

Lời giải

Chọn C

$$y = 4\cos x - 3\sin(3\pi + x) + a = 4\cos x + 3\sin x + a$$

$$\Rightarrow -\sqrt{4^2 + 3^2} + a \leq y \leq \sqrt{4^2 + 3^2} + a \Leftrightarrow -5 + a \leq y \leq 5 + a.$$

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số $M = 5 + a$.

$$\text{Ta có } M = 3 \Leftrightarrow a + 5 = 3 \Leftrightarrow a = 2.$$

Câu 37. Tìm số nghiệm thuộc $\left[-\frac{3\pi}{2}; -\pi\right)$ của phương trình $\sqrt{3}\sin x = \cos\left(\frac{3\pi}{2} - 2x\right)$.

A. 0.

B. 3.

C. 1.

D. 2.

Lời giải

Chọn C

$$\sqrt{3} \sin x = \cos\left(\frac{3\pi}{2} - 2x\right) \Leftrightarrow \sqrt{3} \sin x = -\sin 2x \Leftrightarrow \sqrt{3} \sin x + 2 \sin x \cdot \cos x = 0.$$

$$\Leftrightarrow \sin x (\sqrt{3} + 2 \cos x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 0 \\ \cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = k\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \\ x = -\frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases}.$$

+) Với $x = k\pi$ ta có: $-\frac{3\pi}{2} \leq k\pi < -\pi \Leftrightarrow -\frac{3}{2} \leq k < -1 (k \in \mathbb{Z}) \Rightarrow$ Không tồn tại k .

+) Với $x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi$ ta có:

$$-\frac{3\pi}{2} \leq \frac{5\pi}{6} + k2\pi < -\pi \Leftrightarrow -\frac{7}{6} \leq k < -\frac{11}{12} (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow k = -1 \Rightarrow x = -\frac{7\pi}{6}.$$

+) Với $x = -\frac{5\pi}{6} + k2\pi$ ta có $-\frac{3\pi}{2} \leq -\frac{5\pi}{6} + k2\pi < -\pi \Leftrightarrow -\frac{1}{3} \leq k < -\frac{1}{12} (k \in \mathbb{Z}) \Rightarrow$ Không tồn tại k .

Vậy phương trình có 1 nghiệm $x = -\frac{7\pi}{6}$.

Câu 38. Biết rằng khi $m = m_0$ thì phương trình $2 \sin^2 x - (5m+1) \sin x + 2m^2 + 2m = 0$ có đúng 5 nghiệm thuộc khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; 3\pi\right)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $m_0 = -3$.

B. $m_0 = \frac{1}{2}$.

C. $m_0 \in \left(\frac{3}{5}; \frac{7}{10}\right]$.

D. $m_0 \in \left(-\frac{3}{5}; -\frac{2}{5}\right)$.

Lời giải

Chọn D

Đặt $t = \sin x, (|t| \leq 1)$. Phương trình trở thành: $2t^2 - (5m+1)t + 2m^2 + 2m = 0$ (1)

Yêu cầu bài toán thỏa mãn khi một trong các trường hợp sau xảy ra

TH1: Pt (1) có 2 nghiệm: $t_1 = 1$ và $-1 < t_2 \leq 0$.

+) $t = 1 \Rightarrow 2m^2 - 3m + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = \frac{1}{2} \end{cases}$

Với $m = 1$ thì (1) trở thành: $2t^2 - 6t + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = 2 \end{cases}$ không thỏa yêu cầu bài toán.

Với $m = \frac{1}{2}$ thì (1) trở thành: $2t^2 - \frac{7}{2}t + \frac{3}{2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = \frac{3}{4} \end{cases}$ không thỏa yêu cầu bài toán.

TH2: Pt (1) có 2 nghiệm: $t_1 = -1$ và $0 < t_2 < 1$.

+) $t = -1 \Rightarrow 2 + 5m + 1 + 2m^2 + 2m = 0 \Leftrightarrow 2m^2 + 7m + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -\frac{1}{2} \\ m = -3 \end{cases}$

Với $m = -\frac{1}{2}$ thì (1) có dạng: $2t^2 + \frac{3}{2}t - \frac{1}{2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 \\ t = \frac{1}{4} \end{cases}$ thỏa yêu cầu bài toán.

Với $m = -3$ thì (1) có dạng: $2t^2 + 14t + 12 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 \\ t = -6 \end{cases}$ không thỏa yêu cầu bài toán.

$$m = -\frac{1}{2} \in \left(-\frac{3}{5}; -\frac{2}{5}\right).$$

Câu 39. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \sqrt{5 + 2 \cot^2 x - \sin x} + \cot\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$.

A. $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}.$

B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}.$

C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}.$

D. $D = \mathbb{R}.$

Lời giải

Chọn B

Do $5 + 2 \cot^2 x - \sin x = (1 - \sin x) + 2 \cot^2 x + 4 > 0 \forall x \neq m\pi, m \in \mathbb{Z}$ cho nên hàm số có nghĩa khi và

$$\text{chỉ khi } \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq m\pi \\ \frac{\pi}{2} + x \neq n\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq m\pi \\ x \neq -\frac{\pi}{2} + n\pi \end{cases} \Leftrightarrow x \neq \frac{k\pi}{2} \text{ (với } k, m, n \in \mathbb{Z})$$

Vậy tập xác định của hàm số đã cho là $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}.$

Câu 40. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 4x + 6y = 0$. Phép quay tâm tại gốc tọa độ O góc quay 180° biến đường tròn (C) thành đường tròn

A. $(C'): x^2 + y^2 + 4x + 6y = 0.$

B. $(C'): x^2 + y^2 - 4x + 6y = 0.$

C. $(C'): x^2 + y^2 - 4x - 6y = 0.$

D. $(C'): x^2 + y^2 + 4x - 6y = 0.$

Lời giải

Chọn D

Đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 4x + 6y = 0$ có tâm $I(2; -3)$ bán kính $R = \sqrt{13}$.

Ta có: $Q_{(O; 180^\circ)}: (C) \rightarrow (C')$ nên $Q_{(O; 180^\circ)}: I \rightarrow I'$ khi đó O là trung điểm của II' do đó:

$$\begin{cases} x_{I'} = 2x_O - x_I = -2 \\ y_{I'} = 2y_O - y_I = 3 \end{cases} \Rightarrow I'(-2; 3).$$

Vậy phép quay tâm tại gốc tọa độ O góc quay 180° biến đường tròn (C) thành đường tròn

$$(C'): (x + 2)^2 + (y - 3)^2 = 13 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + 4x - 6y = 0. \text{ Chọn D}$$

Câu 41. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , cho điểm $I(1; 1)$ và đường tròn C có tâm I bán kính bằng 2. Gọi đường tròn C' là ảnh của đường tròn C trên qua phép đồng dạng có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép quay tâm O , góc 45° và phép vị tự tâm O , tỉ số $\sqrt{2}$. Tìm phương trình của đường tròn C' ?

A. $x^2 + (y - 2)^2 = 8.$

B. $x^2 + (y - 1)^2 = 8.$

C. $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 8.$

D. $(x - 2)^2 + y^2 = 8.$

Lời giải

Chọn A

Đường tròn (C) có tâm $I(1;1)$, bán kính bằng 2.

Gọi $J(x_J; y_J)$ là ảnh của $I(1;1)$ qua phép quay tâm O góc quay 45° .

Ta có: $\begin{cases} x_J = 1 \cdot \cos 45^\circ - 1 \cdot \sin 45^\circ = 0 \\ y_J = 1 \cdot \cos 45^\circ + 1 \cdot \sin 45^\circ = \sqrt{2} \end{cases}$ (công thức này không có trong SGK cơ bản, nếu sử dụng phải chứng minh cho hs)

Phương trình của ảnh của đường tròn qua phép quay trên là: $x^2 + y - \sqrt{2}^2 = 4$.

Gọi $K(x_K; y_K)$ là ảnh của J qua phép vị tự tâm O tỉ số $\sqrt{2}$.

Ta có: $\begin{cases} x_K = \sqrt{2} \cdot 0 = 0 \\ y_K = \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 2 \end{cases}$. Bán kính của đường tròn qua phép vị tự này bằng $2\sqrt{2}$.

Phương trình của ảnh của đường tròn qua phép vị tự trên là $x^2 + y - 2^2 = 8$.

Câu 42. Cho khai triển $(\sqrt{3} + x)^{2019} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \dots + a_{2019}x^{2019}$. Hãy tính tổng $S = a_0 - a_2 + a_4 - a_6 + \dots + a_{2016} - a_{2018}$.

A. $(\sqrt{3})^{1009}$.

B. 2^{1009} .

C. 0.

D. 2^{2019} .

Lời giải

Chọn C

Với mọi $k \in \mathbb{N}$, ta có:

$i^{4k} = 1, i^{4k+1} = i, i^{4k+2} = -1, i^{4k+3} = -i$ và $(-i)^{4k} = 1, (-i)^{4k+1} = -i, (-i)^{4k+2} = -1, (-i)^{4k+3} = i$

Xét khai triển $(\sqrt{3} + x)^{2019} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \dots + a_{2019}x^{2019}$

Thay $x = i$ ta được: $(\sqrt{3} + i)^{2019} = a_0 + a_1i - a_2 - a_3i + a_4 + a_5i - a_6 - \dots - a_{2018} - a_{2019}i$

$= (a_0 - a_2 + a_4 - \dots - a_{2018}) + (a_1 - a_3 + a_5 - \dots - a_{2019})i$

Mà $(\sqrt{3} + i)^{2019} = 2^{2019} \left(\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6} \right)^{2019} = 2^{2019} \cos \frac{2019\pi}{6} + i \sin \frac{2019\pi}{6} = 0 + i$

Suy ra $a_0 - a_2 + a_4 - a_6 + \dots - a_{2018} = 0$

Câu 43. Có bao nhiêu số tự nhiên có 30 chữ số, sao cho trong mỗi số chỉ có mặt hai chữ số 0 và 1, đồng thời số chữ số 1 có mặt trong số tự nhiên đó là số lẻ?

A. 2^{28} .

B. 2^{27} .

C. 2^{29} .

D. $3 \cdot 2^{27}$.

Lời giải

Chọn A

Gọi số tự nhiên cần tìm là $\overline{a_1a_2\dots a_{30}}$.

$a_1 = 1$, nên a_1 có 1 cách chọn.

Để số chữ số 1 có mặt trong số tự nhiên đó là số lẻ ta có các trường hợp sau:

Không có chữ số 1 nào xuất hiện trong $\overline{a_2\dots a_{30}}$ có C_{29}^0 cách.

Chỉ có 2 chữ số 1 xuất hiện trong $\overline{a_2\dots a_{30}}$ có C_{29}^2 cách.

Chỉ có 4 chữ số 1 xuất hiện trong $\overline{a_2\dots a_{30}}$ có C_{29}^4 cách.

Chỉ có 6 chữ số 1 xuất hiện trong $\overline{a_2\dots a_{30}}$ có C_{29}^6 cách.

...

Chỉ có 28 chữ số 1 xuất hiện trong $\overline{a_2 \dots a_{30}}$ có C_{29}^{28} cách.

Vậy số cách thỏa mãn bài toán trên là $C_{29}^0 + C_{29}^2 + C_{29}^4 + C_{29}^6 + \dots + C_{29}^{28}$.

Ta có $(1+1)^{29} = C_{29}^0 + C_{29}^1 + C_{29}^2 + C_{29}^3 + \dots + C_{29}^{29}$ và $(1-1)^{29} = C_{29}^0 - C_{29}^1 + C_{29}^2 - C_{29}^3 + \dots - C_{29}^{29}$.

Suy ra $C_{29}^0 + C_{29}^2 + C_{29}^4 + \dots + C_{29}^{28} = C_{29}^1 + C_{29}^3 + C_{29}^5 + \dots + C_{29}^{29} = 2^{28}$.

Vậy số các số tự nhiên thỏa mãn điều kiện bài toán là 2^{28} số.

Câu 44. Trong mặt phẳng Oxy cho hai điểm $A(1;6)$, $B(-1;-4)$. Gọi C và D lần lượt là ảnh của A và B qua phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v} = (1;5)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Bốn điểm A, B, C, D thẳng hàng.

B. $ABCD$ là hình bình hành.

C. $ABDC$ là hình bình hành.

D. $ABCD$ là hình thang.

Lời giải

Chọn A

Phép tịnh tiến $T_{\vec{v}}: A \rightarrow C \Rightarrow C(2;11)$

$B \rightarrow D \Rightarrow D(0;1)$.

Nên $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD}$ và $\overrightarrow{AB} = (-2; -10) // \vec{v}$ Bốn điểm A, B, C, D thẳng hàng.

Câu 45. Trong mặt phẳng Oxy, cho đường tròn $(C): (x+1)^2 + (y-2)^2 = 9$. Viết phương trình đường tròn (C') là ảnh của đường tròn (C) qua phép dời hình có được bằng cách thực hiện liên tiếp hai phép, phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v}(3;1)$ và phép quay tâm O góc quay 90° .

A. $(C'): (x+3)^2 + (y-2)^2 = 9$.

B. $(C'): (x+3)^2 + (y-2)^2 = 3$.

C. $(C'): (x-3)^2 + (y+2)^2 = 9$.

D. $(C'): (x-3)^2 + (y+2)^2 = 3$.

Lời giải

Chọn A

Đường tròn (C) có tâm $I(-1;2)$ và bán kính $r=3$.

Gọi I_1 là ảnh của I qua phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v}(3;1) \Rightarrow I_1(2;3)$.

Gọi I' là ảnh của I_1 qua $Q_{(O, 90^\circ)} \Rightarrow I'(-3;2)$

Đường tròn (C') có tâm là $I'(-3;2)$ và bán kính $r=3 \Rightarrow (C'): (x+3)^2 + (y-2)^2 = 9$.

Câu 46. Nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình $\sin 5x + 2\cos^2 x = 1$ có dạng $\frac{\pi a}{b}$ với a, b là các số nguyên và nguyên tố cùng nhau. Tính tổng $S = a + b$.

A. $S = 15$.

B. $S = 7$.

C. $S = 17$.

D. $S = 3$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\sin 5x + 2\cos^2 x = 1 \Leftrightarrow \sin 5x = 1 - 2\cos^2 x \Leftrightarrow \sin 5x = -\cos 2x \Leftrightarrow \sin 5x = \sin\left(2x - \frac{\pi}{2}\right)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 5x = 2x - \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ 5x = \pi - \left(2x - \frac{\pi}{2}\right) + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \\ 7x = \frac{3\pi}{2} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + \frac{k2\pi}{3} \\ x = \frac{3\pi}{14} + \frac{k2\pi}{7} \end{cases} \cdot (k \in \mathbb{Z})$$

Vì $x > 0$ nên ta xét 2 trường hợp:

Với $x = -\frac{\pi}{6} + \frac{k2\pi}{3}$ ta có $-\frac{\pi}{6} + \frac{k2\pi}{3} > 0 \Leftrightarrow 4k > 1 \Leftrightarrow k > \frac{1}{4}$ do $k \in \mathbb{Z}$ suy ra $k = 1$ nên nghiệm

dương nhỏ nhất trong trường hợp này là $x = \frac{\pi}{2}$.

Với $x = \frac{3\pi}{14} + \frac{k2\pi}{7}$ ta có $\frac{3\pi}{14} + \frac{k2\pi}{7} > 0 \Leftrightarrow 4k > -3 \Leftrightarrow k > -\frac{3}{4}$ do $k \in \mathbb{Z}$ suy ra $k = 0$ nên nghiệm

dương nhỏ nhất trong trường hợp này là $x = \frac{3\pi}{14}$.

Vậy nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình là $x = \frac{3\pi}{14}$ suy ra $a = 3, b = 14 \Rightarrow S = 17$.

Câu 47. Tìm số nguyên dương n sao cho $C_{2n+1}^1 - 2.2.C_{2n+1}^2 + 3.2^2.C_{2n+1}^3 - \dots + (2n+1)2^{2n}C_{2n+1}^{2n+1} = 2019$.

A. $n = 1119$.

B. $n = 1009$.

C. $n = 107$.

D. $n = 1008$.

Lời giải

Chọn B

Cách 1: Trước hết ta chứng minh công thức sau: $kC_n^k = nC_{n-1}^{k-1}$

Thật vậy: $kC_n^k = k \frac{n!}{n-k!k!} = \frac{n!}{n-k!k-1!}$

$nC_{n-1}^{k-1} = n \frac{n-1!}{n-k!k-1!} = \frac{n!}{n-k!k-1!}$

Vậy $kC_n^k = nC_{n-1}^{k-1}$

Áp dụng công thức trên ta được

$$\begin{cases} C_{2n+1}^1 = 2n+1 C_{2n}^0 \\ 2C_{2n+1}^2 = 2n+1 C_{2n}^1 \\ 3C_{2n+1}^3 = 2n+1 C_{2n}^2 \\ \vdots \\ 2n+1 C_{2n+1}^{2n+1} = 2n+1 C_{2n}^{2n} \end{cases} \dots$$

Khi đó $C_{2n+1}^1 - 2.2.C_{2n+1}^2 + 3.2^2.C_{2n+1}^3 - \dots + (2n+1)2^{2n}C_{2n+1}^{2n+1} = 2019$.

$\Leftrightarrow (2n+1)(C_{2n}^0 - 2.C_{2n}^1 + 2^2.C_{2n}^2 - \dots + 2^{2n}C_{2n}^{2n}) = 2019$.

$\Leftrightarrow (2n+1)(1-2)^{2n} = 2019 \Leftrightarrow (2n+1) = 2019 \Leftrightarrow n = 1009$.

.Cách 2: Xét $1+x^{2n+1} = C_{2n+1}^0 + C_{2n+1}^1x + C_{2n+1}^2x^2 + \dots + C_{2n+1}^{2n+1}x^{2n+1}$.

Lấy đạo hàm hai vế của theo ẩn x ta được

$2n+1 \cdot 1+x^{2n} = C_{2n+1}^1 + 2C_{2n+1}^2x + 3C_{2n+1}^3x^2 + \dots + 2n+1 C_{2n+1}^{2n+1}x^{2n}$.

Thay $x = -2$ vào ta được

$(2n+1)(1-2)^{2n} = C_{2n+1}^1 - 2.2.C_{2n+1}^2 + 3.2^2.C_{2n+1}^3 - \dots + (2n+1)2^{2n}C_{2n+1}^{2n+1}$

$\Leftrightarrow (2n+1)(1-2)^{2n} = 2019 \Leftrightarrow (2n+1) = 2019 \Leftrightarrow n = 1009$.

Câu 48. Gọi A là tập hợp tất cả các số thực m thỏa mãn phương trình $\sin^{2019}x + \cos^{2019}x = m$ có vô số nghiệm thực phân biệt. Số phần tử của tập hợp $A \cap \mathbb{Z}$ là:

A. 1.

B. 0.

C. 5.

D. 3.

Lời giải

Chọn D

Đặt $f(x) = \sin^{2019} x + \cos^{2019} x$.

Ta sẽ chứng minh $-1 \leq f(x) \leq 1 \quad \forall x \in \mathbb{R}$.

Thật vậy, với mọi $x \in \mathbb{R}$, ta có:

$$-1 \leq \sin x \leq 1 \Rightarrow -1 \leq \sin^{2017} x \leq 1 \Rightarrow -\sin^2 x \leq \sin^{2019} x \leq \sin^2 x \quad (1),$$

$$-1 \leq \cos x \leq 1 \Rightarrow -1 \leq \cos^{2017} x \leq 1 \Rightarrow -\cos^2 x \leq \cos^{2019} x \leq \cos^2 x \quad (2).$$

Cộng (1) và (2) theo vế, ta được: $-(\sin^2 x + \cos^2 x) \leq \sin^{2019} x + \cos^{2019} x \leq \sin^2 x + \cos^2 x$
 $\Rightarrow -1 \leq f(x) \leq 1 \quad \forall x \in \mathbb{R}$.

$$f(x) = -1 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = -1 \\ \cos x = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \pi + k2\pi \end{cases}.$$

$$f(x) = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 1 \\ \cos x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = k2\pi \end{cases}.$$

Do đó, phương trình $f(x) = m$ có vô số nghiệm thực phân biệt $\Leftrightarrow -1 \leq m \leq 1$.

$$\Rightarrow A = [-1; 1] \Rightarrow A \cap \mathbb{Z} = \{-1; 0; 1\}.$$

Vậy $|A \cap \mathbb{Z}| = 3$.

Câu 49. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $\sin^4 x + \cos^4 x + \cos^2 4x = m$ có bốn nghiệm phân biệt thuộc đoạn $\left[-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}\right]$.

A. $\frac{47}{64} < m \leq \frac{3}{2}$.

B. $\frac{47}{64} \leq m \leq \frac{3}{2}$.

C. $m \leq \frac{47}{64}$ hoặc $m \geq \frac{3}{2}$.

D. $\frac{47}{64} < m < \frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn A

$$\sin^4 x + \cos^4 x + \cos^2 4x = m \Leftrightarrow (\sin^2 x + \cos^2 x)^2 - 2\sin^2 x \cos^2 x + \cos^2 4x = m.$$

$$\Leftrightarrow 1 - \frac{\sin^2 2x}{2} + \cos^2 4x = m \Leftrightarrow \frac{3}{4} + \frac{\cos 4x}{4} + \cos^2 4x = m.$$

Đặt $t = \cos 4x$, $t \in [-1; 1]$.

Phương trình trở thành $\frac{3}{4} + \frac{t}{4} + t^2 = m$.

Xét hàm số $f(t) = \frac{3}{4} + \frac{t}{4} + t^2$, $t \in [-1; 1]$.

$$f'(t) = 2t + \frac{1}{4} = 0 \Leftrightarrow t = -\frac{1}{8}$$

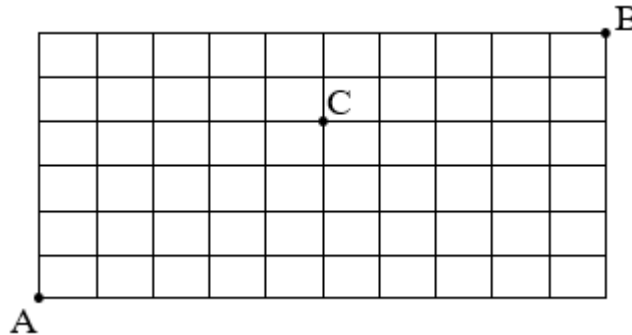
$$f\left(-\frac{1}{8}\right) = \frac{47}{64}, \quad f(-1) = \frac{3}{2}, \quad f(1) = 2.$$

Phương trình $\sin^4 x + \cos^4 x + \cos^2 4x = m$ có bốn nghiệm phân biệt thuộc đoạn $\left[-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}\right]$.

Khi và chỉ khi phương trình $f(t) = m$ có hai nghiệm phân biệt thuộc đoạn $[-1;1]$.

$$\Leftrightarrow \frac{47}{64} < m \leq \frac{3}{2}.$$

Câu 50. Cho một lưới gồm các ô vuông kích thước 10×6 như hình vẽ sau đây. Một người đi từ A đến B theo quy tắc: chỉ đi trên cạnh của các ô vuông theo chiều từ trái qua phải hoặc từ dưới lên trên. Hỏi có bao nhiêu đường đi khác nhau để người đó đi từ A đến B đi qua điểm C ?



A. C_{16}^6 .

B. $C_9^4 \cdot C_7^2$.

C. $C_6^4 \cdot C_{10}^5$.

D. $C_5^4 \cdot C_6^2$.

Lời giải

Chọn B

Mỗi đường đi từ A đến C gồm $(5+3)$ đoạn (mỗi đoạn là một cạnh ô vuông). Tại mỗi đoạn, người đó chỉ được chọn đi lên (ta mã hóa là 1) hay đi sang phải (ta mã hóa là 0). Số đoạn đi lên là 3 và số đoạn đi sang phải là 5.

$\Rightarrow$ Mỗi đường đi từ A đến C là một chuỗi nhị phân 8 kí tự trong đó có 3 chữ số 1 và 5 chữ số 0. Từ đó số đường đi từ A đến C là C_8^3 .

Tương tự, số đường đi từ C đến B là C_7^2 .

Vậy đường đi khác nhau để người đó đi từ A đến B đi qua điểm C là $C_8^3 \cdot C_7^2$.

----- **HẾT** -----