

TỰ HỌC TOÁN 6

MỤC LỤC

PHẦN I SỐ HỌC

1

CHƯƠNG 1 ÔN TẬP VỀ SỐ TỰ NHIÊN

3

1	TẬP HỢP. PHẦN TỬ CỦA TẬP HỢP	3
A	Tóm tắt lý thuyết	3
B	Các dạng toán	4
	Dạng 1. Viết một tập hợp cho trước	4
	Dạng 2. Sử dụng các kí hiệu $\in$ và $\notin$	5
2	TẬP HỢP CÁC SỐ TỰ NHIÊN	7
A	Tóm tắt lý thuyết	7
B	Các dạng toán	8
	Dạng 1. Tìm số liền trước, liền sau của một số tự nhiên	8
	Dạng 2. Tìm các số tự nhiên thỏa mãn điều kiện cho trước	8
	Dạng 3. Ghi các số tự nhiên	9
	Dạng 4. Từ n chữ số khác nhau, viết tất cả các số có n chữ số khác nhau đó ...	10
3	SỐ PHẦN TỬ CỦA MỘT TẬP HỢP - TẬP HỢP CON	11
A	Tóm tắt lý thuyết	11
B	Các dạng toán	12
	Dạng 1. Tìm số phần tử của một tập hợp	12
	Dạng 2. Xác định xem tập hợp A có là tập hợp con của tập hợp B không	13
	Dạng 3. Viết các tập hợp con của một tập hợp cho trước	14
C	Bài tập tự luyện	14
4	PHÉP CỘNG VÀ PHÉP NHÂN	15
A	Tóm tắt lý thuyết	15
B	Các dạng toán	16
	Dạng 1. Tính nhanh, tính hợp lí bằng cách áp dụng các tính chất của phép cộng và phép nhân	16
	Dạng 2. Tìm số chưa biết trong một đẳng thức	17
	Dạng 3. So sánh hai tổng hoặc hai tích mà không tính giá trị cụ thể của chúng .	18
	Dạng 4. Tính tổng các số hạng của một dãy các số tự nhiên mà bất cứ hai số liền nhau nào cũng cách nhau d đơn vị	19
C	Bài tập tự luyện	19
5	PHÉP TRỪ VÀ PHÉP CHIA	20
A	Tóm tắt lý thuyết	20
B	Các dạng toán	21
	Dạng 1. Tính nhanh, tính hợp lí bằng cách áp dụng các tính chất của phép trừ, phép chia	21

	Dạng 2. Tìm số chưa biết trong một đẳng thức.....	22
	Dạng 3. Bài toán dẫn đến phép trừ và phép chia	23
	Dạng 4. Toán về phép chia có dư.....	24
6	CHIA HAI LŨY THỪA CÙNG CƠ SỐ.....	26
	A Tóm tắt lý thuyết.....	26
	B Các dạng toán.....	27
	Dạng 1. Viết gọn các tích	27
	Dạng 2. So sánh hai lũy thừa.....	27
	Dạng 3. Viết một số dưới dạng một lũy thừa với số mũ lớn hơn 1	28
	Dạng 4. Viết kết quả của phép tính dưới dạng một lũy thừa.....	29
	Dạng 5. Tìm số mũ của lũy thừa trong một đẳng thức.....	29
	Dạng 6. Tìm cơ số của lũy thừa trong một đẳng thức.....	30
7	THỨ TỰ THỰC HIỆN CÁC PHÉP TÍNH.....	34
	A Tóm tắt lý thuyết.....	34
	B Các dạng toán và phương pháp giải.....	34
	Dạng 1. Thực hiện các phép tính	34
	Dạng 2. So sánh giá trị hai biểu thức số.....	35
	Dạng 3. Tìm số chưa biết trong một đẳng thức.....	37
	C Bài tập tự luyện	39
8	TÍNH CHẤT CHIA HẾT CỦA MỘT TỔNG.....	40
	A Tóm tắt lý thuyết.....	40
	B Các dạng bài tập và phương pháp giải	40
	Dạng 1. Xét tính chia hết của một tổng, một hiệu, một tích	40
	Dạng 2. Tìm điều kiện của một số hạng để tổng hoặc hiệu chia hết cho một số ..	41
	C Bài tập tự luyện	42
9	DẤU HIỆU CHIA HẾT CHO 2, CHO 5, CHO 3, CHO 9	43
	A Tóm tắt lý thuyết.....	43
	B Các dạng bài tập và phương pháp giải	43
	Dạng 1. Nhận biết một số chia hết cho 2, cho 5, cho 3, cho 9.....	43
	Dạng 2. Viết các số chia hết cho 2, cho 5, cho 3, cho 9 hoặc các chữ số cho trước	45
	Dạng 3. Tìm số dư trong một phép chia mà không trực tiếp thực hiện phép chia	46
	đó	46
	C Bài tập tự luyện	46
10	ƯỚC VÀ BỘI.....	48
	A Tóm tắt lý thuyết.....	48
	B Các dạng toán và phương pháp giải.....	48
	Dạng 1. Tìm và viết tập hợp các ước của một số cho trước	48
	Dạng 2. Tìm và viết tập hợp các bội của một số cho trước.....	49
	Dạng 3. Nhận biết và viết tập hợp các ước chung của hai hay nhiều số	49
	Dạng 4. Nhận biết và viết tập hợp các bội chung của hai hay nhiều số.....	50
	Dạng 5. Chứng minh tính chất của các số.....	52

C	Bài tập tự luyện	52
11	SỐ NGUYÊN TỐ. HỢP SỐ. BẢNG SỐ NGUYÊN TỐ	54
A	Tóm tắt lý thuyết	54
B	Các dạng toán	54
	Dạng 1. Nhận biết số nguyên tố, hợp số	54
	Dạng 2. Điền chữ số để được số nguyên tố hay hợp số	55
	Dạng 3. Phân tích một số ra thừa số nguyên tố	55
	Dạng 4. Phân tích một số ra thừa số nguyên tố để tìm các ước của một số, để tính số lượng các ước số của số đó	57
	Dạng 5. Vài ứng dụng khác của việc phân tích một số ra thừa số nguyên tố	57
C	Bài tập tự luyện	58
12	ƯỚC CHUNG LỚN NHẤT	60
A	Tóm tắt lý thuyết	60
B	Các dạng toán	60
	Dạng 1. Tìm ƯCLN của hai hay nhiều số	60
	Dạng 2. Tìm ước chung thỏa mãn điều kiện cho trước	61
	Dạng 3. Nhận biết hai số nguyên tố cùng nhau. Chứng minh hai số nguyên tố cùng nhau	62
	Dạng 4. Bài toán đưa đến việc tìm ƯCLN của hai hay nhiều số	62
C	Bài tập tự luyện	63
13	BỘI CHUNG NHỎ NHẤT	65
A	Tóm tắt lý thuyết	65
B	Các dạng toán	65
	Dạng 1. Tìm BCNN của hai hay nhiều số	65
	Dạng 2. Tìm các bội chung thỏa mãn điều kiện cho trước	66
	Dạng 3. Bài toán đưa đến việc tìm BCNN của hai hay nhiều số	67
14	ÔN TẬP CHƯƠNG I	69
A	Tóm tắt lý thuyết	69
B	Các dạng toán	69
	Dạng 1. Xác định số phần tử của một tập hợp	69
	Dạng 2. Nhận biết và viết tập hợp con của một tập hợp cho trước	70
	Dạng 3. Thực hiện phép tính	71
	Dạng 4. Tìm số chưa biết trong một đẳng thức	73
	Dạng 5. Nhận biết các số chia hết cho một số và tìm số dư trong phép chia	74
	Dạng 6. Tìm ƯC, BC, ƯCLN và BCNN	75

CHƯƠNG 2 SỐ NGUYÊN

79

1	TẬP HỢP CÁC SỐ NGUYÊN	79
A	Tóm tắt lý thuyết	79
B	Các dạng toán và phương pháp giải	80

	Dạng 1. Biểu thị các đại lượng có hai hướng ngược nhau	80
	Dạng 2. Biểu diễn số nguyên trên trục số	80
	Dạng 3. Đọc và sử dụng các kí hiệu $\in$; $\notin$; $\subset$; $\mathbb{N}$; $\mathbb{Z}$	81
	Dạng 4. Tìm số đối của một số cho trước	82
C	Bài tập tự luyện	82
2	THỨ TỰ TRONG TẬP HỢP CÁC SỐ NGUYÊN	83
A	Tóm tắt lý thuyết	83
B	Các dạng toán và phương pháp giải	83
	Dạng 1. Tìm giá trị tuyệt đối của một số cho trước và ngược lại	83
	Dạng 2. So sánh các số nguyên	84
	Dạng 3. Tìm các số nguyên thuộc một khoảng cho trước	85
C	Bài tập tự luyện	85
3	CỘNG HAI SỐ NGUYÊN CÙNG DẤU	86
A	Tóm tắt lý thuyết	86
B	Các dạng toán và phương pháp giải	87
	Dạng 1. Cộng hai số nguyên	87
	Dạng 2. Tính nhanh, tính hợp lí giá trị của một tổng	87
	Dạng 3. Tìm điều kiện của một số nguyên để được một đẳng thức đúng (đẳng thức có chứa dấu giá trị tuyệt đối)	88
4	PHÉP TRỪ HAI SỐ NGUYÊN	90
A	Tóm tắt lý thuyết	90
B	Các dạng toán và phương pháp giải	90
	Dạng 1. Trừ số nguyên	90
	Dạng 2. Tìm số chưa biết trong một đẳng thức có phép cộng, phép trừ các số nguyên	91
	Dạng 3. Tính các tổng đại số	92
	Dạng 4. Sử dụng quy tắc chuyển vế để tìm số chưa biết trong một đẳng thức	93
5	NHÂN HAI SỐ NGUYÊN KHÁC DẤU	95
A	Tóm tắt lý thuyết	95
B	Các dạng toán	96
	Dạng 1. Nhân hai số nguyên	96
	Dạng 2. Tính nhanh, tính hợp lí giá trị của một biểu thức	96
	Dạng 3. Xét dấu lũy thừa, của tích trong phép nhân nhiều số nguyên	97
	Dạng 4. Tìm số chưa biết trong một đẳng thức có phép nhân	98
6	BỘI VÀ ƯỚC CỦA MỘT SỐ NGUYÊN	100
A	Tóm tắt lý thuyết	100
B	Các dạng toán	101
	Dạng 1. Tìm bội của một số nguyên cho trước	101
	Dạng 2. Tìm các ước của một số nguyên cho trước	101
	Dạng 3. Tìm x trong đẳng thức $ax = b$ ($a \neq 0$)	102

	Dạng 4. Xét tính chia hết của một tổng, một hiệu, một tích	102
	Dạng 5. Tìm số nguyên x thỏa mãn điều kiện về chia hết	103
7	ÔN TẬP CHƯƠNG II	105
A	Tóm tắt lý thuyết	105
B	Các dạng toán	106
	Dạng 1. So sánh các số, so sánh giá trị tuyệt đối với một số	106
	Dạng 2. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của một biểu thức	107
	Dạng 3. Thực hiện các phép tính về số nguyên	107
	Dạng 4. Tìm x thỏa mãn điều kiện cho trước	109
	Dạng 5. Xét tính chia hết của một số	110

CHƯƠNG 3 PHÂN SỐ 115

1	Mở rộng khái niệm phân số	115
A	Tóm tắt lý thuyết	115
B	Các dạng toán	115
	Dạng 1. Viết các phân số. Tính giá trị của phân số	115
	Dạng 2. Biểu diễn số đo giá trị các đại lượng bằng phân số	116
	Dạng 3. Tìm điều kiện để phân số tồn tại, để giá trị của phân số là một số nguyên	117
	Dạng 4. Nhận biết các cặp phân số bằng nhau, không bằng nhau	118
	Dạng 5. Tìm số chưa biết trong đẳng thức của hai phân số	119
	Dạng 6. Lập các phân số bằng nhau từ một đẳng thức cho trước	119
2	Tính chất cơ bản của phân số	121
A	Trọng tâm lý thuyết	121
B	Các dạng toán và phương pháp giải	122
	Dạng 1. Viết các phân số bằng nhau	122
	Dạng 2. Rút gọn phân số	123
	Dạng 3. Nhận biết phân số tối giản	124
3	Quy đồng mẫu nhiều phân số	126
A	Trọng tâm kiến thức	126
B	Các dạng bài tập và phương pháp giải	127
	Dạng 1. Quy đồng mẫu các phân số cho trước	127
	Dạng 2. So sánh các phân số	128
	Dạng 3. So sánh hai phân số mà không quy đồng mẫu, không quy đồng tử	130
4	Phép cộng phân số	133
A	Tóm tắt lý thuyết	133
B	Các dạng toán	133
	Dạng 1. Cộng hai hay nhiều phân số	133
	Dạng 2. Các bài toán dẫn tới phép cộng phân số	134
	Dạng 3. Tính tổng các phân số nhanh gọn, hợp lý	135
	Dạng 4. Viết một phân số thành tổng của nhiều phân số có mẫu khác nhau	136

5	Phép trừ phân số	138
A	Trọng tâm kiến thức	138
B	Các dạng bài tập và phương pháp giải	138
	Dạng 1. Tìm đối số của số cho trước	138
	Dạng 2. Trừ phân số	139
	Dạng 3. Thực hiện một dãy các phép tính cộng và trừ phân số	140
	Dạng 4. Tìm số hạng chưa biết một tổng một hiệu	141
	Dạng 5. Các bài toán dẫn đến phép trừ phân số	142
	Dạng 6. Tính tổng các phân số theo quy luật	142
6	Phép nhân phân số	145
A	Trọng tâm kiến thức	145
B	Các dạng bài tập và phương pháp giải	145
	Dạng 1. Nhân hai hay nhiều phân số	145
	Dạng 2. Các bài toán dẫn đến phép nhân phân số	147
	Dạng 3. Tính tích các phân số nhanh gọn hợp lí	147
	Dạng 4. Tính tổng các phân số viết theo quy luật	148
7	Phép chia phân số	151
A	Trọng tâm kiến thức	151
B	Các dạng bài tập và phương pháp giải	151
	Dạng 1. Tìm số nghịch đảo của một số cho trước	151
	Dạng 2. Chia phân số	152
	Dạng 3. Tìm một thành phần chưa biết trong phép nhân, phép chia	152
	Dạng 4. Các bài toán dẫn đến phép chia phân số	154
	Dạng 5. Tính giá trị của biểu thức	154
8	Hỗn số. Số thập phân. Phần trăm	156
A	Trọng tâm kiến thức	156
B	Các dạng bài tập và phương pháp giải	157
	Dạng 1. Viết các phân số dưới dạng hỗn số và ngược lại	157
	Dạng 2. Viết các phân số dưới dạng phân số thập phân, số thập phân, phần trăm và ngược lại	158
	Dạng 3. Cộng và trừ hỗn số	159
	Dạng 4. Nhân và chia hỗn số	160
	Dạng 5. Phối hợp các phép tính về phân số, hỗn số, số thập phân	161
9	Tìm giá trị phân số của một số cho trước	163
A	Trọng tâm kiến thức	163
B	Các dạng bài tập và phương pháp giải	164
	Dạng 1. Tìm giá trị phân số của một số cho trước	164
	Dạng 2. Tính nhẩm giá trị phần trăm của một số cho trước	165
	Dạng 3. Bài toán dẫn đến việc tìm giá trị phân số của một số cho trước	165

10	Tìm một số biết giá trị phân số của nó.....	168
A	Trọng tâm kiến thức.....	168
B	Các dạng bài tập và phương pháp giải.....	168
	Dạng 1. Tìm một số biết giá trị phân số của nó.....	168
	Dạng 2. Bài toán dẫn đến tìm một số biết giá trị phân số của nó.....	169
	Dạng 3. Phối hợp hai bài toán cơ bản về phân số: Tìm giá trị phân số của một số cho trước và tìm một số biết giá trị phân số của nó.....	170
11	Tìm tỉ số của hai số.....	172
A	Kiến thức trọng tâm.....	172
B	Các dạng toán.....	172
	Dạng 1. Tìm tỉ số của hai số.....	172
	Dạng 2. Tìm tỉ số phần trăm của hai số.....	174
	Dạng 3. Tìm hai số biết tỉ số của chúng cùng với tổng hoặc hiệu của hai số đó..	175
	Dạng 4. Các bài toán liên quan đến tỉ lệ xích.....	176
	Dạng 5. Dựng biểu đồ phần trăm theo các số liệu cho trước.....	177
	Dạng 6. “Đọc” biểu đồ cho trước.....	178
12	Ôn tập chương III.....	180
A	Trọng tâm kiến thức.....	180
B	Các dạng toán.....	180
	Dạng 1. Khái niệm phân số, giá trị của phân số.....	180
	Dạng 2. So sánh các phân số.....	182
	Dạng 3. Tìm phân số thỏa mãn điều kiện cho trước.....	183
	Dạng 4. Thực hiện các phép tính về phân số.....	184
	Dạng 5. Giải các bài toán cơ bản về phân số.....	185

PHẦN II HÌNH HỌC

191

CHƯƠNG 4 ĐOẠN THẲNG

193

1	ĐIỂM - ĐƯỜNG THẲNG.....	193
A	Tóm tắt lý thuyết.....	193
B	Các dạng toán và phương pháp giải.....	193
	Dạng 1. Nhận biết điểm thuộc đường thẳng và đường thẳng đi qua điểm.....	193
	Dạng 2. Vẽ điểm, vẽ đường theo điều kiện cho trước.....	194
2	BA ĐIỂM THẲNG HÀNG.....	196
A	Tóm tắt lý thuyết.....	196
B	Các dạng toán.....	197
	Dạng 1. Nhận biết ba điểm thẳng hàng, điểm nằm giữa, nằm khác phía, nằm cùng phía.....	197
	Dạng 2. Xác định điểm nằm giữa, nằm khác phía, nằm cùng phía.....	198

3	ĐƯỜNG THẲNG ĐI QUA HAI ĐIỂM	200
A	Tóm tắt lý thuyết	201
B	Các dạng toán	201
	Dạng 1. Đường thẳng đi qua hai điểm	201
	Dạng 2. Giao điểm của đường thẳng	202
	Dạng 3. Đếm số đường thẳng	203
	Dạng 4. Chứng tỏ nhiều điểm thẳng hàng	203
4	TIA	206
A	Tóm tắt lý thuyết	206
B	Các dạng toán	206
	Dạng 1. Nhận biết tia, hai tia đối nhau, hai tia trùng nhau	206
	Dạng 2. Nhận biết điểm nằm giữa hai điểm còn lại	207
5	ĐOẠN THẲNG	209
A	Tóm tắt lý thuyết	209
B	Các dạng bài tập và phương pháp giải	210
	Dạng 1. Nhận biết đoạn thẳng	210
	Dạng 2. Nhận biết đoạn thẳng cắt đoạn thẳng, cắt tia, cắt đường thẳng	210
	Dạng 3. Số đoạn thẳng	211
	Dạng 4. So sánh độ dài đoạn thẳng	211
C	Bài tập tự luyện	212
6	KHI NÀO THÌ $AM + MB = AB$?	213
A	Tóm tắt lý thuyết	213
B	Các dạng bài tập và phương pháp giải	214
	Dạng 1. Tính độ dài đoạn thẳng	214
	Dạng 2. Xác định điểm nằm giữa hai điểm khác	215
C	Bài tập tự luyện	215
7	VỀ ĐOẠN THẲNG CHO BIẾT ĐỘ DÀI	217
A	Tóm tắt lý thuyết	217
B	Các dạng toán và phương pháp giải	218
	Dạng 1. Tính độ dài đoạn thẳng	218
	Dạng 2. Xác định điểm nằm giữa hai điểm khác	219
C	Bài tập tự luyện	220
8	TRUNG ĐIỂM CỦA ĐOẠN THẲNG	222
A	Tóm tắt lý thuyết	222
B	Các dạng toán và phương pháp giải	222
	Dạng 1. Nhận biết một điểm là trung điểm của đoạn thẳng	222
	Dạng 2. Tính độ dài đoạn thẳng	223
C	Bài tập tự luyện	224

9	ÔN TẬP CHƯƠNG I	227
A	Tóm tắt lý thuyết	227
B	Các dạng toán	227
	Dạng 1. Nhận biết khái niệm điểm, đường thẳng, tia, đoạn thẳng, nằm cùng phía, nằm khác phía	227
	Dạng 2. Điểm nằm giữa hai điểm khác	228
	Dạng 3. Tính độ dài đoạn thẳng	229
	Dạng 4. Số đoạn thẳng, số đường thẳng	230
C	Bài tập tự luyện	231

CHƯƠNG 5 GÓC 235

1	Nửa mặt phẳng	235
A	Tóm tắt lý thuyết	235
B	Các dạng toán và phương pháp giải	236
	Dạng 1. Đoạn thẳng cắt hay không cắt đường thẳng	236
	Dạng 2. Nhận biết một tia nằm giữa hai tia	237
2	Góc	240
A	Tóm tắt lý thuyết	240
B	Các dạng toán và phương pháp giải	240
	Dạng 1. Nhận biết góc, viết kí hiệu góc	240
	Dạng 2. Đếm số góc	241
	Dạng 3. Điểm nằm trong góc	242
3	Số đo góc	243
A	Tóm tắt lý thuyết	243
B	Các dạng toán	244
	Dạng 1. Dùng thước đo góc để đo góc	244
	Dạng 2. So sánh góc	245
4	Khi nào thì $\widehat{xOy} + \widehat{yOz} = \widehat{xOz}$?	246
A	Tóm tắt lý thuyết	246
B	Các dạng toán	247
	Dạng 1. Tính số đo góc	247
	Dạng 2. Xác định hai góc phụ nhau, bù nhau	247
	Dạng 3. Xác định một tia có nằm giữa hai tia còn lại hay không	248
5	Vẽ góc cho biết số đo	251
A	Tóm tắt lý thuyết	251
B	Các dạng toán	252
	Dạng 1. Tính số đo góc	252
	Dạng 2. Xác định một tia có nằm giữa hai tia còn lại hay không	253
6	Tia phân giác của góc	255
A	Tóm tắt lý thuyết	255
B	Các dạng Toán	256

	Dạng 1. Tính số đo góc	256
	Dạng 2. Chứng tỏ một tia là tia phân giác của một góc	257
7	Đường tròn	261
	A Tóm tắt lí thuyết	261
	B Các dạng toán	262
	Dạng 1. Nhận biết vị trí của một điểm đối với đường tròn	262
	Dạng 2. Đếm số dây cung, số cung của đường tròn	263
8	Tam giác	265
	A Tóm tắt lí thuyết	265
	B Các dạng toán	265
	Dạng 1. Nhận dạng tam giác và các yếu tố	265
	Dạng 2. Vẽ tam giác	266
	Dạng 3. Tính số tam giác tạo thành	266
9	Ôn tập chương II	269
	A Trọng tâm kiến thức	269
	B Các dạng bài tập và phương pháp giải	269
	Dạng 1. Góc phụ nhau, bù nhau và kề bù	269
	Dạng 2. Tia nằm giữa, không nằm giữa hai tia còn lại	270
	Dạng 3. Tính số đo góc	272
	Dạng 4. Số góc, số cung, số dây cung	273

PHẦN
I

SỐ HỌC

CHƯƠNG

1

ÔN TẬP VỀ SỐ TỰ NHIÊN

BÀI 1 TẬP HỢP. PHẦN TỬ CỦA TẬP HỢP

A TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Khái niệm tập hợp

Tập hợp là một khái niệm cơ bản, không được định nghĩa. Ta làm quen với khái niệm này qua một số ví dụ

- Tập hợp các con gà trong sân.
- Tập hợp các xe máy trong một bãi đỗ xe.
- Tập hợp các số tự nhiên.

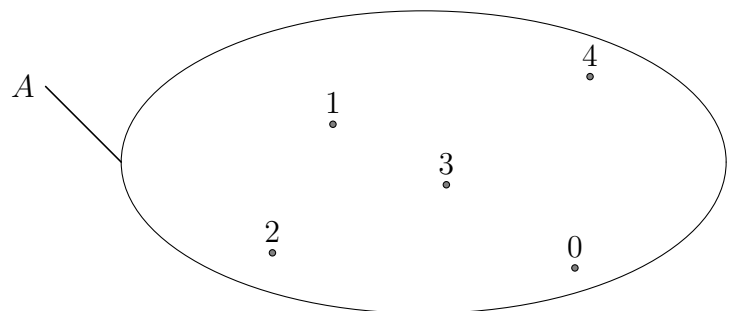
2. Cách viết - các kí hiệu

- Người ta thường đặt tên một tập hợp bằng chữ cái in hoa. Riêng tập hợp các số tự nhiên được kí hiệu là $\mathbb{N}$.
- Để viết một tập hợp thường có hai cách:
 - Liệt kê các phần tử của tập hợp;
 - Chỉ ra tính chất đặc trưng cho các phần tử của tập hợp đó.
- Người ta minh họa tập hợp bằng một vòng kín, mỗi phần tử của tập hợp được biểu diễn bởi một dấu chấm bên trong vòng kín.

Hình bên minh họa tập hợp A các số tự nhiên nhỏ hơn 5.

$$A = \{0; 1; 2; 3; 4\}$$

$$3 \in A; 7 \notin A.$$



B CÁC DẠNG TOÁN

▢ DẠNG 1. Viết một tập hợp cho trước

Phương pháp giải:

- Liệt kê các phần tử của tập hợp vào trong dấu {}, cách nhau bởi dấu “;” (nếu có phần tử là số) hoặc dấu “,”. Mỗi phần tử được liệt kê một lần theo thứ tự tùy ý.
- Hoặc chỉ ra tính chất đặc trưng cho các phần tử của tập hợp đó.

VÍ DỤ 1. Viết tập hợp A các số tự nhiên lớn hơn 5 nhưng nhỏ hơn 10 bằng hai cách.

LỜI GIẢI.

- Cách liệt kê các phần tử: $A = \{6; 7; 8; 9\}$.
- Cách chỉ ra tính chất đặc trưng: $A = \{x \in \mathbb{N} | 5 < x < 10\}$.

□

VÍ DỤ 2. Viết tập hợp các chữ cái trong từ

a) “THANH HÓA”

b) “NINH BÌNH”

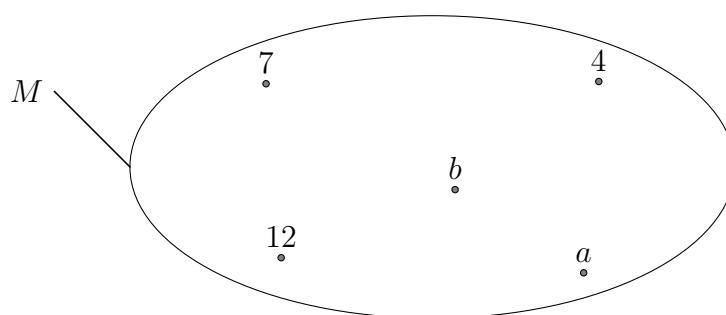
LỜI GIẢI.

a) $\{T; H; A; N; O\}$

b) $\{N; I; H; B\}$.

□

VÍ DỤ 3. Viết tập hợp M được minh họa trong hình dưới đây.



LỜI GIẢI.

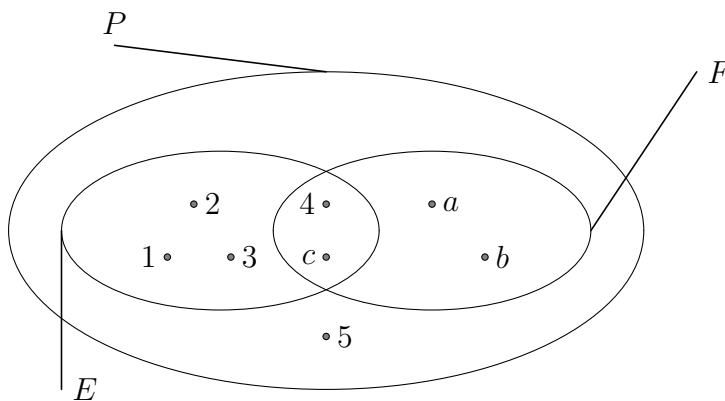
$M = \{a; b; 4; 7; 12\}$.

□

VÍ DỤ 4.

Xem hình bên rồi cho biết trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng, khẳng định nào sai?

- ① $E = \{1; 2; 3; 4, c\};$
- ② $F = \{a, b\};$
- ③ $P = \{1; 2; 3; 4; 5, a; b; c\}.$



LỜI GIẢI.

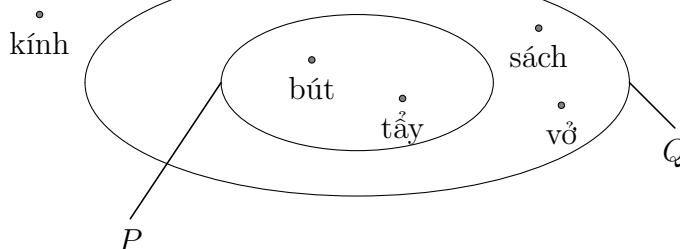
- ① Đúng, vì tập hợp E có các phần tử $1; 2; 3; 4, c$.
- ② Sai, vì tập hợp F có các phần tử là $a, b, c, 4$.
- ③ Đúng, vì tập hợp P có các phần tử là các phần tử của tập hợp E, F và thêm phần tử 5 .

□

VÍ DỤ 5.

Xem hình bên rồi cho biết cách viết nào đúng, cách viết nào sai?

- ① $P = \{\text{bút, tẩy}\}$
- ② $Q = \{\text{sách, vở}\}$
- ③ $Q = \{\text{sách, vở, bút, tẩy}\}$
- ④ $Q = \{\text{sách, vở, bút, tẩy, kính}\}$



LỜI GIẢI.

- ① Đúng, vì tập hợp P chỉ có hai phần tử là bút và tẩy.
- ② Sai, vì còn thiếu hai phần tử của tập hợp P .
- ③ Đúng, vì tập hợp Q có bốn phần tử là sách, vở, bút, tẩy.
- ④ Sai, vì kính không phải là phần tử của tập hợp Q .

□

DẠNG 2. Sử dụng các kí hiệu $\in$ và $\notin$

Phương pháp giải:

- Kí hiệu $\in$ đọc là “thuộc” hoặc “là phần tử của”.
- Kí hiệu $\notin$ đọc là “không thuộc” hoặc “không phải là phần tử của”.

VÍ DỤ 6. Cho tập hợp $A = \{1; 2, x\}$ và $B = \{1; 2; 3; x; y\}$.

Hãy điền kí hiệu thích hợp vào ô trống

a) $1 \square A$

b) $y \square A$

c) $y \square B$

LỜI GIẢI.

a) $1 \in A$

b) $y \notin A$

c) $y \in B$

□

VÍ DỤ 7. Cho ba tập hợp:

$A = \{\text{bút, tẩy, com pa, ê ke}\};$

$B = \{\text{sách, vở, ê ke}\};$

$M = \{\text{com pa, tẩy, ê ke}\}.$

Trong các cách viết sau, cách viết nào đúng, cách viết nào sai?

a) Bút $\in A$;

b) Tẩy $\notin B$;

c) $M \in A$.

LỜI GIẢI.

- ① Đúng, vì bút là phần tử của A .
- ② Đúng, vì tẩy không phải là phần tử của B .
- ③ Sai, vì M là một tập hợp, không phải là phần tử của A .

□

VÍ DỤ 8. Cho tập hợp $M = \{\text{mèo, chó, lợn, gà, thỏ}\}.$

Hãy điền kí hiệu thích hợp vào ô trống:

a) Thỏ $\square M$;

b) Gà $\square M$

c) Vịt $\square M$.

LỜI GIẢI.

a) Thỏ $\in M$;

b) Gà $\in M$

c) Vịt $\notin M$.

□

BÀI TẬP TỰ LUYỆN**BÀI 1.** Viết tập hợp E các số tự nhiên không nhỏ hơn 79 nhưng không lớn hơn 85 bằng hai cách.**LỜI GIẢI.**Cách thứ nhất: $E = \{79; 80; 81; 82; 83; 84; 85\}.$ Cách thứ hai: $E = \{x \in \mathbb{N} | 79 \leq x \leq 85\}.$

□

BÀI 2. Viết tập hợp các chữ cái trong cụm từ “NHÀ TÌNH NGHĨA”.**LỜI GIẢI.** $\{N, H, A, T, I, G\}.$

□

BÀI 3. Cho tập hợp $M = \{\text{mèo, chó, lợn, gà, thỏ}\}$ và $N = \{\text{mèo, lợn, gà, vịt, ngỗng}\}.$ Hãy viết các tập hợp sau

- ① Tập hợp E các phần tử của M mà không thuộc N .
- ② Tập hợp F các phần tử của N mà không thuộc M .
- ③ Tập hợp G các phần tử vừa thuộc M vừa thuộc N .
- ④ Tập hợp H các phần tử thuộc ít nhất một trong hai tập hợp M và N .

LỜI GIẢI.

- ① $E = \{\text{chó, thỏ}\}.$
- ② $F = \{\text{vịt, ngỗng}\}.$
- ③ $G = \{\text{mèo, lợn, gà}\}.$
- ④ $H = \{\text{mèo, chó, lợn, gà, thỏ, vịt, ngỗng}\}.$

□

BÀI 4. Xét các tập hợp $M = \{\text{mèo, chó, lợn, gà, thỏ}\}$ và $N = \{\text{mèo, lợn, gà, vịt, ngỗng}\}$, điền kí hiệu thích hợp vào ô trống

- a) Vịt ☐ M b) Vịt ☐ N c) Gà ☐ M d) Gà ☐ N

✎ **LỜI GIẢI.**

- a) Vịt ☒ M b) Vịt ☐ N c) Gà ☐ M d) Gà ☒ N

□

BÀI 2 TẬP HỢP CÁC SỐ TỰ NHIÊN

A TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Tập hợp $\mathbb{N}$ và tập hợp $\mathbb{N}^*$

$$\mathbb{N} = \{0; 1; 2; 3; \dots\}.$$

$$\mathbb{N}^* = \{1; 2; 3; \dots\}.$$

2. Thứ tự trong tập hợp số tự nhiên

- ① Trong hai số tự nhiên khác nhau, có một số nhỏ hơn số kia. Khi a nhỏ hơn b ta viết $a < b$ hoặc $b > a$. Khi a không lớn hơn b ta viết $a \leq b$ để chỉ $a < b$ hoặc $a = b$.
- ② Nếu $a < b$ và $b < c$ thì $a < c$.
- ③ Mỗi số tự nhiên có một số liền sau duy nhất. Số liền sau số 5 là số 6. Số 5 là số liền trước số 6. Số 5 và số 6 là hai số tự nhiên liên tiếp. Hai số tự nhiên liên tiếp thì hơn kém nhau một đơn vị.
- ④ Số 0 là số tự nhiên nhỏ nhất. Không có số tự nhiên lớn nhất.
- ⑤ Tập hợp các số tự nhiên có vô số phần tử.

3. Ghi số tự nhiên

Trong hệ thập phân ta dùng 10 chữ số: 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9 để ghi mọi số. Cứ 10 đơn vị ở một hàng thì làm thành một đơn vị ở hàng liền trước nó.

Kí hiệu $\overline{ab}$ chỉ số tự nhiên có hai chữ số, a là chữ số hàng chục, b là chữ số hàng đơn vị.

$$\overline{ab} = a \times 10 + b \quad (a \neq 0);$$

$$\overline{abc} = a \times 100 + b \times 10 + c \quad (a \neq 0).$$

Ngoài cách ghi số như trên, còn có những cách ghi số khác, chẳng hạn cách ghi số La Mã.

B CÁC DẠNG TOÁN

□ DẠNG 1. Tìm số liền trước, liền sau của một số tự nhiên

Phương pháp giải: Số liền sau của số tự nhiên a là $a + 1$.

Số liền trước của số tự nhiên a là $a - 1$ ($a \neq 0$).

VÍ DỤ 1. Trong ba số tự nhiên liên tiếp có một số là 19. Hỏi ba số tự nhiên liên tiếp đó là ba số nào?

✎ LỜI GIẢI.

- Nếu 19 là số nhỏ nhất trong ba số thì ba số tự nhiên liên tiếp đó là 19; 20; 21.
- Nếu 19 là số thứ hai trong ba số thì ba số tự nhiên liên tiếp đó là 18; 19; 20.
- Nếu 19 là số lớn nhất trong ba số thì ba số tự nhiên liên tiếp đó là 17; 18; 19.

□

VÍ DỤ 2. Tìm hai số tự nhiên liên tiếp biết tổng của chúng là 2015.

✎ LỜI GIẢI.

Gọi số nhỏ trong hai số tự nhiên liên tiếp là a , số liền sau của nó là $a + 1$.

Theo đề bài ta có:

$$a + a + 1 = 2015$$

$$a \times 2 + 1 = 2015$$

$$a \times 2 = 2015 - 1 = 2014$$

Do đó $a = 2014 : 2 = 1007$.

Vậy hai số tự nhiên liên tiếp cần tìm là 1007; 1008.

□

VÍ DỤ 3. Tổng của ba số tự nhiên liên tiếp là 300. Tìm ba số tự nhiên đó.

✎ LỜI GIẢI.

Tổng ba số tự nhiên liên tiếp gấp ba lần số ở giữa. Do đó số ở giữa là:

$$300 : 3 = 100$$

Vậy ba số tự nhiên cần tìm là 99; 100; 101.

□

□ DẠNG 2. Tìm các số tự nhiên thỏa mãn điều kiện cho trước

Phương pháp giải: Dựa vào các điều kiện cho trước ta liệt kê dần các số tự nhiên thỏa mãn các điều kiện đó.

VÍ DỤ 4. Tìm $x \in \mathbb{N}$, biết:

a) $x < 7$;

b) $20 \leq x < 25$.

✎ LỜI GIẢI.

- ① Vì $x < 7$ và $x \in \mathbb{N}$ nên $x \in \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}$.
 ② Vì $20 \leq x < 25$ và $x \in \mathbb{N}$ nên $x \in \{20; 21; 22; 23; 24\}$.

□

VÍ DỤ 5. Tìm các số tự nhiên a và b , biết:

a) $12 < a < b < 15$;

b) $35 < a < b < 39$.

 **LỜI GIẢI.**

- ① Giữa các số tự nhiên 12 và 15 chỉ có hai số tự nhiên là 13 và 14. Mặt khác $a < b$ nên $a = 13$; $b = 14$. Khi đó $12 < 13 < 14 < 15$.
 ② Giữa các số tự nhiên 35 và 39 có ba số tự nhiên là 36, 37, 38. Mặt khác $a < b$ nên $a = 36$; $b = 37$ hoặc $a = 36$; $b = 38$ hoặc $a = 37$; $b = 38$. Ta có ba đáp số:

$$35 < 36 < 37 < 39;$$

$$35 < 36 < 38 < 39;$$

$$35 < 37 < 38 < 39.$$

□

VÍ DỤ 6. Tìm ba số tự nhiên a, b, c biết rằng chúng thỏa mãn đồng thời ba điều kiện sau

$$a < b < c; 91 \leq a \leq 93; 91 < c < 94.$$

 **LỜI GIẢI.**

Từ điều kiện $91 \leq a \leq 93$ và $a \in \mathbb{N}$ ta suy ra $a \in \{91; 92; 93\}$.

Từ điều kiện $91 < c < 94$ và $c \in \mathbb{N}$ ta suy ra $c \in \{92; 93\}$.

Mặt khác $a < b < c$ (b là số tự nhiên) nên $a = 91$; $b = 92$; $c = 93$.

□

DẠNG 3. Ghi các số tự nhiên

Phương pháp giải: Sử dụng 10 chữ số, số 0 không đứng đầu.

Mỗi chữ số ở những vị trí khác nhau thì có những giá trị khác nhau.

VÍ DỤ 7. Xét số 2345. Các khẳng định sau đúng, sai thế nào?

- a) Số 2345 có chữ số hàng chục là 3; b) Số 2345 có chữ số chục là 4;
 c) Số 2345 có chữ số trăm là 23; d) Số 2345 có chữ số nghìn là 2000.

 **LỜI GIẢI.**

- ① Sai, vì số 2345 có chữ số hàng chục là 4.
 ② Sai, vì số 2345 có chữ số chục là 234.
 ③ Đúng, vì số 2345 có chữ số trăm là 23.
 ④ Sai, vì số 2345 có chữ số nghìn là 2.

□

VÍ DỤ 8. Cho biết trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng, khẳng định nào sai?

- ❶ Số tự nhiên lớn nhất có hai chữ số là 99;
- ❷ Số tự nhiên nhỏ nhất có hai chữ số là 11;
- ❸ Số tự nhiên lớn nhất có ba chữ số và số tự nhiên nhỏ nhất có bốn chữ số là hai số tự nhiên liên tiếp;
- ❹ Số tự nhiên nhỏ nhất có hai chữ số kém số tự nhiên nhỏ nhất có ba chữ số là 90 đơn vị.

 **LỜI GIẢI.**

- ❶ Đúng.
- ❷ Sai, vì số tự nhiên nhỏ nhất có hai chữ số là 10.
- ❸ Đúng, vì 999 và 1000 là hai số tự nhiên liên tiếp.
- ❹ Đúng, vì $100 - 10 = 90$.

□

 **DẠNG 4.** Từ n chữ số khác nhau, viết tất cả các số có n chữ số khác nhau đó

Phương pháp giải: Giả sử từ ba chữ số a, b, c khác nhau và khác 0 ta viết tất cả các số có ba chữ số khác nhau đó như sau

- Chọn a làm chữ số hàng trăm được hai số $\overline{abc}; \overline{acb}$.
- Chọn b làm chữ số hàng trăm được hai số $\overline{bac}; \overline{bca}$.
- Chọn c làm chữ số hàng trăm được hai số $\overline{cab}; \overline{cba}$.

 Chữ số 0 không thể đứng đầu.

VÍ DỤ 9. Từ ba chữ số 1; 5; 8. Hãy viết tất cả các số tự nhiên có ba chữ số mà các chữ số đó khác nhau.

 **LỜI GIẢI.**

Từ ba chữ số 1; 5; 8 ta viết được 6 số có ba chữ số khác nhau là 158; 185; 518; 581; 815; 851. □

VÍ DỤ 10. Từ bốn chữ số 3; 6; 7; 9 viết được tất cả bao nhiêu số tự nhiên có bốn chữ số mà các chữ số đó đều khác nhau?

 **LỜI GIẢI.**

- Có 4 cách chọn chữ số hàng nghìn (chọn 3 hoặc 6 hoặc 7 hoặc 9).
- Sau khi chọn chữ số hàng nghìn thì còn 3 cách chọn chữ số hàng trăm.
- Sau khi chọn chữ số hàng nghìn và hàng trăm thì còn 2 cách chọn chữ số hàng chục.
- Cuối cùng chỉ còn 1 cách chọn chữ số hàng đơn vị.

Vậy ta viết được tất cả $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$ (số). □

VÍ DỤ 11. Từ bốn chữ số 0; 2; 5; 7 viết được tất cả bao nhiêu số tự nhiên có bốn chữ số mà các chữ số đó khác nhau?

 **LỜI GIẢI.**

- Vì chữ số 0 không thể đứng đầu nên chỉ có 3 cách chọn chữ số hàng nghìn (chọn 2 hoặc 5 hoặc 7).
- Sau khi chọn chữ số hàng nghìn thì có 3 cách chọn chữ số hàng trăm.
- Sau khi chọn chữ số hàng nghìn và hàng trăm thì còn 2 cách chọn chữ số hàng chục.
- Cuối cùng chỉ còn 1 cách chọn chữ số hàng đơn vị.

Vậy có tất cả $3 \times 3 \times 2 \times 1 = 18$ (số). ☐

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

BÀI 1. Viết tập hợp ba số tự nhiên liên tiếp lớn hơn 45 nhưng nhỏ hơn 50.

 **LỜI GIẢI.**

Viết được hai tập hợp là $A_1 = \{46; 47; 48\}$ và $A_2 = \{47; 48; 49\}$. ☐

BÀI 2. Viết số tự nhiên lớn nhất

- a) Có ba chữ số; b) Có ba chữ số khác nhau.

 **LỜI GIẢI.**

- ① Số tự nhiên lớn nhất có ba chữ số là 999;
 - ② Số tự nhiên lớn nhất có ba chữ số khác nhau là 987.
- ☐

BÀI 3. Dùng ba chữ số 5, 6, 0 để viết tất cả các số tự nhiên có ba chữ số mà các chữ số đều khác nhau.

 **LỜI GIẢI.**

Có tất cả bốn số thỏa yêu cầu đề bài là 506; 560; 605; 650. ☐

BÀI 4. Cho số 1234. Hãy viết thêm chữ số 5 xen giữa các chữ số của nó để được một số

- a) Nhỏ nhất có thể được; b) Lớn nhất có thể được.

 **LỜI GIẢI.**

- a) 12354; b) 15234.
- ☐

BÀI 5. Đọc các số La Mã sau: XXXVI; XLII; MX.

 **LỜI GIẢI.**

36; 42; 1010. ☐

BÀI ③ SỐ PHẦN TỬ CỦA MỘT TẬP HỢP - TẬP HỢP CON

A TÓM TẮT LÝ THUYẾT

- ① Một tập hợp có thể có một phần tử, có nhiều phần tử, có vô số phần tử, cũng có thể không có phần tử nào.

Tập hợp không có phần tử nào gọi là tập hợp rỗng, kí hiệu là $\emptyset$.

- ② Nếu mọi phần tử của tập hợp A đều thuộc tập hợp B thì tập hợp A gọi là tập hợp con của tập hợp B , kí hiệu $A \subset B$ hay $B \supset A$.

⚠ Nếu $A \subset B$ và $B \subset A$ thì A và B là hai tập hợp bằng nhau, kí hiệu $A = B$.

B CÁC DẠNG TOÁN

□ DẠNG 1. Tìm số phần tử của một tập hợp

Phương pháp giải:

- Tập hợp các số tự nhiên từ a đến b có $(b - a) + 1$ phần tử.
- Tập hợp các số chẵn từ số chẵn a đến số chẵn b có $(b - a) : 2 + 1$ phần tử.
- Tập hợp các số lẻ từ số lẻ a đến số lẻ b có $(b - a) : 2 + 1$ phần tử.
- Tập hợp các số tự nhiên từ a đến b mà bất cứ hai số liền nhau nào cũng cách nhau d đơn vị thì có số phần tử là $(b - a) : d + 1$.

VÍ DỤ 1. Tính số phần tử của các tập hợp sau:

a) $A = \{15, 17, 19, \dots, 49, 51\};$

b) $B = \{10, 12, 14, \dots, 76, 78\}.$

✍ **LỜI GIẢI.**

- ① Tập hợp A là tập hợp các số lẻ từ 15 đến 51 nên số phần tử của tập hợp A là

$$(51 - 15) : 2 + 1 = 19 \text{ (phần tử).}$$

- ② Tập hợp B là tập hợp các số chẵn từ 10 đến 78 nên số phần tử của tập hợp B là

$$(78 - 10) : 2 + 1 = 35 \text{ (phần tử).}$$

□

VÍ DỤ 2. Tính số phần tử của tập hợp $C = \{17, 20, 23, \dots, 110, 113\}.$

✍ **LỜI GIẢI.**

Tập hợp C là tập hợp các số tự nhiên từ 17 đến 113, bất cứ hai số liền nhau nào cũng cách nhau 3 đơn vị nên số phần tử của C là

$$(113 - 17) : 3 + 1 = 33 \text{ (phần tử).}$$

□

VÍ DỤ 3. Tính số phần tử của các tập hợp sau:

- ① A là tập hợp các số lẻ không vượt quá 46;
- ② B là tập hợp các số chẵn không vượt quá 46;
- ③ C là tập hợp các số tự nhiên lớn hơn 46;
- ④ D là tập hợp các số tự nhiên lớn hơn 46 nhưng nhỏ hơn 47.

✍ **LỜI GIẢI.**

- ① Tập hợp các số lẻ không vượt quá 46 là tập hợp $A = \{1, 3, 5, \dots, 45\}$.

Số phần tử của tập hợp này là $(45 - 1) : 2 + 1 = 23$ (phần tử).

- ② Tập hợp các số chẵn không vượt quá 46 là tập hợp $B = \{0, 2, 4, \dots, 46\}$.

Số phần tử của tập hợp này là $(46 - 0) : 2 + 1 = 24$ (phần tử).

- ③ Tập hợp các số tự nhiên lớn hơn 46 là tập hợp $C = \{47, 48, 49, \dots\}$.

Tập hợp này có vô số phần tử.

- ④ Không có số tự nhiên nào lớn hơn 46 nhưng nhỏ hơn 47, do đó tập hợp D không có phần tử nào.

□

VÍ DỤ 4. Gọi P là tập hợp các số có bốn chữ số, trong đó hai chữ số tận cùng là 37. Hỏi tập hợp P có bao nhiêu phần tử?

🔗 LỜI GIẢI.

Ta có $P = \{1037, 1137, 1237, \dots, 9837, 9937\}$.

Hai số liên tiếp cách nhau 100 đơn vị. Do đó số phần tử của tập hợp P là

$$(9937 - 1037) : 100 + 1 = 90 \text{ (phần tử).}$$

□

VÍ DỤ 5. Gọi A là tập hợp các tháng (dương lịch) có 30 ngày. Hỏi tập hợp A có bao nhiêu phần tử?

🔗 LỜI GIẢI.

Tập hợp A các tháng có 30 là tập hợp $A = \{\text{tháng 4, tháng 6, tháng 9, tháng 11}\}$.

Vậy tập hợp A có 4 phần tử.

□

VÍ DỤ 6. Tính số phần tử của tập hợp các chữ cái trong từ “THÂN THIỆN.”

🔗 LỜI GIẢI.

Tập hợp B các chữ cái trong từ “THÂN THIỆN” là $B = \{T, H, Â, N, I, Ê\}$.

Tập hợp này có 6 phần tử.

□

□ DẠNG 2. Xác định xem tập hợp A có là tập hợp con của tập hợp B không

Phương pháp giải: Xem mọi phần tử của tập hợp A có phải là phần tử của tập hợp B không?

VÍ DỤ 7. Cho các tập hợp $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{2, 3, 4, 5\}$, $M = \{1, 2, 3, 4, 5\}$.

- ① Các tập hợp A và B có phải là tập hợp con của tập hợp M không?
- ② Tập hợp A có phải là tập hợp con của tập hợp B không?

🔗 LỜI GIẢI.

- ① Các phần tử của tập hợp A đều là phần tử của tập hợp M nên $A \subset M$.

Các phần tử của tập hợp B đều là phần tử của tập hợp M nên $B \subset M$.

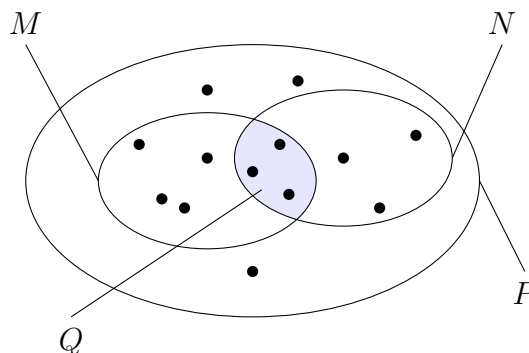
- ② Ta có $1 \in A$ nhưng $1 \notin B$ nên tập hợp A không phải là tập hợp con của tập hợp B .

□

VÍ DỤ 8.

Xem hình dưới đây rồi cho biết các khẳng định sau đúng, sai thế nào?

- ❶ $Q \subset M, Q \subset N, Q \subset P$.
- ❷ $M \subset P, N \subset P$.
- ❸ $N \subset M$.

**LỜI GIẢI.**

- ❶ Đúng.
- ❷ Đúng.
- ❸ Sai, vì có những phần tử của N không phải là phần tử của M .

□

DẠNG 3. Viết các tập hợp con của một tập hợp cho trước

Phương pháp giải: Ta liệt kê các tập hợp con của một tập hợp cho trước theo thứ tự:

- Tập hợp $\emptyset$.
- Các tập hợp có một phần tử.
- Các tập hợp có hai phần tử.
-
- Cuối cùng là chính tập hợp cho trước.

VÍ DỤ 9. Cho tập hợp $A = \{5, 6, 7\}$. Viết tất cả tập hợp con của tập hợp A .

LỜI GIẢI.

Các tập hợp con của tập hợp A là: $\emptyset, \{5\}, \{6\}, \{7\}, \{5, 6\}, \{5, 7\}, \{6, 7\}, \{5, 6, 7\}$.

□

VÍ DỤ 10. Cho các tập hợp $A = \{10, 12, 14, 16, 18, 20, 22\}$ và $B = \{x \in \mathbb{N} \mid 11 \leq x \leq 19\}$. Hãy viết tập hợp M các số chẵn có nhiều phần tử nhất sao cho $M \subset A$ và $M \subset B$.

LỜI GIẢI.

Ta có $A = \{10, 12, 14, 16, 18, 20, 22\}$ và $B = \{11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19\}$.

Tập hợp M vừa là tập con của tập hợp A vừa là tập hợp con của tập hợp B nên các phần tử của M là các phần tử chung của A và B .

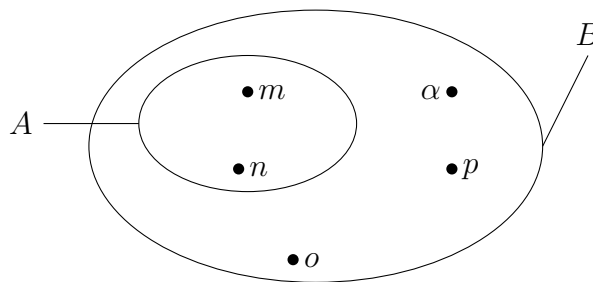
Do đó $M = \{12, 14, 16, 18\}$.

□

BÀI TẬP TỰ LUYỆN**BÀI 1.**

Xem hình bên rồi cho biết:

- ① Tập hợp A có bao nhiêu phần tử?
- ② Tập hợp B có bao nhiêu phần tử?



✎ LỜI GIẢI.

- ① Tập hợp A có 2 phần tử là m, n .
- ② Tập hợp B có 5 phần tử là m, n, α, p, o .

□

BÀI 2. Mỗi tập hợp sau có bao nhiêu phần tử?

$$A = \{31, 33, 35, \dots, 77\};$$

$$B = \{12, 14, 16, \dots, 98\};$$

$$C = \{26, 29, 32, \dots, 83\}.$$

✎ LỜI GIẢI.

Số phần tử của tập hợp A là $(77 - 31) : 2 + 1 = 24$ phần tử;

Số phần tử của tập hợp B là $(98 - 12) : 2 + 1 = 44$ phần tử;

Số phần tử của tập hợp C là $(83 - 26) : 3 + 1 = 20$ phần tử.

□

BÀI 3. Viết tập hợp A các số tự nhiên nhỏ hơn 8, tập hợp B các số tự nhiên nhỏ hơn 4, tập hợp C các số tự nhiên lớn hơn 4 nhưng nhỏ hơn 8.

Dùng kí hiệu $\subset$ để thể hiện quan hệ giữa tập hợp A với tập hợp B , tập hợp C .

✎ LỜI GIẢI.

Ta có $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$; $B = \{0, 1, 2, 3\}$, $C = \{5, 6, 7\}$.

Khi đó $B \subset A$, $C \subset A$.

□

BÀI 4. Cho tập hợp $C = \{a, b, 3, 7\}$. Viết các tập hợp con của tập hợp C mà mỗi tập hợp con này đều có hai phần tử.

✎ LỜI GIẢI.

Có thể viết được 6 tập hợp là $\{a, b\}$, $\{a, 3\}$, $\{a, 7\}$, $\{b, 3\}$, $\{b, 7\}$, $\{3, 7\}$.

□

BÀI 4 PHÉP CỘNG VÀ PHÉP NHÂN

A TÓM TẮT LÝ THUYẾT

- ① Tổng và tích của hai số tự nhiên

$$a + b = c \text{ (tổng)}$$

$$a \cdot b = d \text{ (tích)}$$

- ② Tính chất của phép cộng và phép nhân

Tính chất	Phép tính cộng	Phép tính nhân
Giao hoán	$a + b = b + a$	$a \cdot b = b \cdot a$
Kết hợp	$(a + b) + c = a + (b + c)$	$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$
Cộng với số 0	$a + 0 = 0 + a = a$	
Nhân với số 1		$a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$
Phân phối của phép nhân đối với phép cộng	$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$	

B CÁC DẠNG TOÁN

□ DẠNG 1. Tính nhanh, tính hợp lí bằng cách áp dụng các tính chất của phép cộng và phép nhân

Phương pháp giải:

- Nhận xét, phát hiện đặc điểm của các số hạng, các thừa số.
- Áp dụng tính chất của phép cộng và phép nhân để tính toán được nhanh chóng (tổng và tích là một số tròn chục, tròn trăm).

VÍ DỤ 1. Tính bằng cách hợp lí nhất:

a) $217 + 31 + 46 + 183 + 154$;

b) $125 \cdot 28 \cdot 8 \cdot 25$.

LỜI GIẢI.

① Ta có $217 + 31 + 46 + 183 + 154 = (217 + 183) + (46 + 154) + 31$
 $= 400 + 200 + 31 = 631$.

② Ta có $125 \cdot 28 \cdot 8 \cdot 25 = 125 \cdot 4 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 25$
 $= (125 \cdot 8) \cdot (4 \cdot 25) \cdot 7$
 $= 1000 \cdot 100 \cdot 7 = 700000$.

□

VÍ DỤ 2. Tính nhẩm:

a) $114 + 87$;

b) $45 \cdot 11$;

c) $23 \cdot 38 + 23 \cdot 43 + 23 \cdot 19$.

LỜI GIẢI.

- ① Ta có $114 + 87 = 114 + (86 + 1) = (114 + 86) + 1 = 200 + 1 = 201$.
 ② Ta có $45 \cdot 11 = 45 \cdot (10 + 1) = 450 + 45 = 495$.
 ③ Ta có $23 \cdot 38 + 23 \cdot 43 + 23 \cdot 19 = 23 \cdot (38 + 43 + 19) = 23 \cdot 100 = 2300$.

□

VÍ DỤ 3. Cho biết $37 \cdot 3 = 111$, $3003 \cdot 111 = 333333$. Hãy tính:

a) $37 \cdot 21$;

b) $3003 \cdot 37 \cdot 6$.

 **LỜI GIẢI.**

- ① Ta có $37 \cdot 21 = (37 \cdot 3) \cdot 7 = 111 \cdot 7 = 777$.
 ② Ta có $3003 \cdot 37 \cdot 6 = 3003 \cdot (37 \cdot 3) \cdot 2 = (3003 \cdot 111) \cdot 2 = 333333 \cdot 2 = 666666$.

□

VÍ DỤ 4. Tính:

a) $a + 2 \cdot a + 3 \cdot a$;

b) $\overline{ab} \cdot 101$.

 **LỜI GIẢI.**

- ① Ta có $a + 2 \cdot a + 3 \cdot a = a \cdot (1 + 2 + 3) = a \cdot 6 = 6 \cdot a$.
 ② Ta có $\overline{ab} \cdot 101 = \overline{ab} \cdot (100 + 1) = \overline{ab00} + \overline{ab} = \overline{abab}$.

□

□ DẠNG 2. Tìm số chưa biết trong một đẳng thức

Phương pháp giải:

- Mỗi số hạng của một tổng bằng tổng trừ đi số hạng đã biết.
- Mỗi thừa số của một tích bằng tích chia cho thừa số đã biết.
- Nếu một tích của hai thừa số mà bằng 0 thì ít nhất có một thừa số bằng 0:

$$\text{Nếu } a \cdot b = 0 \text{ thì } a = 0 \text{ hoặc } b = 0.$$

VÍ DỤ 5. Tìm số tự nhiên x , biết:

a) $33 \cdot x + 135 = 26 \cdot 9$;

b) $108 \cdot (x - 43) = 0$.

 **LỜI GIẢI.**

- ① Ta có $33 \cdot x + 135 = 26 \cdot 9$
 $33 \cdot x = 234 - 135 = 99$
 $x = 99 : 33 = 3$.
 ② $108 \cdot (x - 43) = 0$
 Vì $108 \neq 0$ nên $x - 43 = 0$
 Do đó $x = 0 + 43 = 43$.

□

VÍ DỤ 6. Trung bình cộng của hai số là 75. Biết một số là số lẻ nhỏ nhất có ba chữ số. Tìm số kia.

LỜI GIẢI.

Tổng của hai số là $75 \cdot 2 = 150$.

Số lẻ nhỏ nhất có ba chữ số là 101.

Số kia là $150 - 101 = 49$. □

DẠNG 3. So sánh hai tổng hoặc hai tích mà không tính giá trị cụ thể của chúng

Phương pháp giải:

- Phát hiện đặc điểm của các số hạng, các thừa số trong hai tổng hoặc hai tích.
- Dựa vào tính chất của phép cộng và phép nhân để rút ra kết luận.

VÍ DỤ 7. So sánh hai tổng $576 + 429$ và $729 + 276$ mà không tính giá trị cụ thể của chúng.

LỜI GIẢI.

$$\begin{aligned} \text{Ta có } 576 + 429 &= (500 + 76) + (229 + 200) \\ &= (500 + 229) + (76 + 200) \\ &= 729 + 276. \end{aligned}$$

Vậy hai tổng trên bằng nhau. □

VÍ DỤ 8. So sánh hai tích $A = 200 \cdot 200$ và $B = 199 \cdot 201$ mà không tính giá trị cụ thể của chúng.

LỜI GIẢI.

$$\text{Ta có } A = 200 \cdot 200 = 200 \cdot (199 + 1) = 200 \cdot 199 + 200 \quad (1)$$

$$B = 199 \cdot 201 = 199 \cdot (200 + 1) = 199 \cdot 200 + 199 \quad (2)$$

Vì $200 > 199$ nên từ (1) & (2) suy ra $A > B$. □

VÍ DỤ 9. Cho a, b, c là ba số tự nhiên. Biết $a + 5 = b + 7 = c + 10$, hãy so sánh a, b, c .

LỜI GIẢI.

$$\text{Ta có } a + 5 = b + 7 \text{ mà } 5 < 7 \text{ nên } a > b \quad (1)$$

$$b + 7 = c + 10 \text{ mà } 7 < 10 \text{ nên } b > c \quad (2)$$

Từ (1) & (2) suy ra $a > b > c$. □

VÍ DỤ 10. Tích $2 \cdot 7 \cdot 125$ không bằng tích nào trong các tích dưới đây?

- A. $10 \cdot 5 \cdot 35$. B. $50 \cdot 5 \cdot 7$. C. $2 \cdot 120 \cdot 7$. D. $2 \cdot 25 \cdot 35$.

LỜI GIẢI.

Vì $125 > 120$ nên $2 \cdot 7 \cdot 125 > 2 \cdot 120 \cdot 7$.

Chọn đáp án **C**. □

□ DẠNG 4. Tính tổng các số hạng của một dãy các số tự nhiên mà bất cứ hai số liền nhau nào cũng cách nhau d đơn vị

Phương pháp giải:

- Xét xem tổng đó có bao nhiêu số hạng.
- Lấy số hạng đầu cộng số hạng cuối nhân với số các số hạng rồi chia cho 2.

VÍ DỤ 11. Tính tổng $S = 1 + 3 + 5 + \dots + 97 + 99$.

LỜI GIẢI.

Các số hạng của tổng là dãy số tự nhiên viết theo quy luật: hai số liền nhau cách nhau 2 đơn vị.

Số các số hạng của tổng S là $(99 - 1) : 2 + 1 = 50$ (số hạng).

$$\text{Do đó } S = \frac{(1 + 99) \cdot 50}{2} = 2500. \quad \square$$

VÍ DỤ 12. Tính tổng tất cả các số chẵn có hai chữ số.

LỜI GIẢI.

Các số chẵn có hai chữ số là 10, 12, 14, ..., 96, 98.

Số các số hạng là $(98 - 10) : 2 + 1 = 45$ (số hạng).

$$\text{Tổng của chúng là } S = 10 + 12 + 14 + \dots + 98 = \frac{(10 + 98) \cdot 45}{2} = 2430. \quad \square$$

VÍ DỤ 13. Cho biết $4 \cdot 44 < x < 4 + 44 + 144$ trong đó $x \in \mathbb{N}$. Tính tổng tất cả các giá trị của x .

LỜI GIẢI.

Ta có $4 \cdot 44 = 176$; $4 + 44 + 144 = 192$.

Do đó $176 < x < 192$.

Vì $x \in \mathbb{N}$ nên $x \in \{177, 178, 179, \dots, 191\}$.

Số các giá trị của x là $191 - 177 + 1 = 15$.

$$\text{Tổng cần tìm là } S = \frac{(177 + 191) \cdot 15}{2} = 2760. \quad \square$$

© BÀI TẬP TỰ LUYỆN

BÀI 1. Tính bằng cách hợp lí nhất:

① $42 + 37 + 135 + 58 + 63$;

② $25 \cdot 17 \cdot 8 \cdot 4 \cdot 125$;

③ $36 \cdot 23 + 62 \cdot 23 + 46$.

LỜI GIẢI.

① $42 + 37 + 135 + 58 + 63 = (42 + 58) + (37 + 63) + 135 = 100 + 100 + 135 = 335$;

② $25 \cdot 17 \cdot 8 \cdot 4 \cdot 125 = 17 \cdot (25 \cdot 4) \cdot (8 \cdot 125) = 17 \cdot 100 \cdot 1000 = 1700000$;

③ $36 \cdot 23 + 62 \cdot 23 + 46 = (36 + 62 + 2) \cdot 23 = 100 \cdot 23 = 2300$.

□

BÀI 2. So sánh các tích sau mà không tính giá trị cụ thể của chúng: $A = 98 \cdot 102$, $B = 100 \cdot 100$.

LỜI GIẢI.

$$\text{Ta có } A = 98 \cdot 102 = 98 \cdot (100 + 2) = 98 \cdot 100 + 98 \cdot 2 \quad (1)$$

$$B = 100 \cdot 100 = (98 + 2) \cdot 100 = 98 \cdot 100 + 100 \cdot 2 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra $A < B$. □

BÀI 3. Tính giá trị của biểu thức sau với $a + b = 41$: $M = 73 \cdot a + 27 \cdot a + 100 \cdot b$.

LỜI GIẢI.

$$\text{Biến đổi } M = (73 + 27) \cdot a + 100 \cdot b = 100 \cdot a + 100 \cdot b = 100 \cdot (a + b) = 100 \cdot 41 = 4100. \quad \square$$

BÀI 4. Tìm x , biết:

$$\text{a) } 47 \cdot x + 213 = 3 \cdot 7 \cdot 37;$$

$$\text{b) } (83 + 519) \cdot x = 66 \cdot 100 + 22.$$

LỜI GIẢI.

$$\textcircled{1} \text{ Ta có } 47 \cdot x + 213 = 3 \cdot 7 \cdot 37 = 777$$

$$47 \cdot x = 777 - 213 = 564$$

$$x = 564 : 47 = 12.$$

$$\textcircled{2} \text{ Ta có } (83 + 519) \cdot x = 66 \cdot 100 + 22$$

$$602 \cdot x = 6600 + 22 = 6622$$

$$x = 6622 : 602 = 11. \quad \square$$

BÀI 5. Tính tổng của tất cả các số có ba chữ số mà cả ba chữ số này giống nhau.

LỜI GIẢI.

$$S = 111 + 222 + 333 + \dots + 999 = \frac{(999 + 111) \cdot 9}{2} = 4995. \quad \square$$

BÀI 6. Cho M là một số có hai chữ số. Chữ số hàng chục gấp 6 lần chữ số hàng đơn vị. N là một số có hai chữ số, giá trị của số này gấp 3 lần chữ số hàng đơn vị của nó. Tính tổng $M + N$.

LỜI GIẢI.

Ta có M là một số có hai chữ số mà chữ số hàng chục gấp 6 lần chữ số hàng đơn vị nên ta có $M = 61$.

Lại có N là một số có hai chữ số mà giá trị của số này gấp 3 lần chữ số hàng đơn vị của nó nên $N = 15$.

Do đó, ta có $M + N = 61 + 15 = 76$. □

BÀI 5 PHÉP TRỪ VÀ PHÉP CHIA

A TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1 Cho hai số tự nhiên a và b , nếu có số tự nhiên x sao cho $b + x = a$ thì ta có phép trừ $a - b = x$. Điều kiện để phép trừ thực hiện được là số bị trừ lớn hơn hoặc bằng số trừ.

2 Cho hai số tự nhiên a và b , trong đó $b \neq 0$, nếu có số tự nhiên x sao cho $b \cdot x = a$ thì ta nói a chia hết cho b và ta có phép chia hết $a : b = x$.

③ Phép chia có dư:

$$\begin{aligned}\text{Số bị chia} &= \text{Số chia} \times \text{Thương} + \text{Số dư} \\ a &= b \cdot q + r, (0 < r < b)\end{aligned}$$

Số dư r bao giờ cũng nhỏ hơn số chia b .

 **Chú ý:** Tính chất phân phối của phép nhân đối với phép cộng có thể mở rộng:

$$(a - b) \cdot c = a \cdot c - b \cdot c$$

$$(a + b) : c = a : c + b : c \text{ (nếu các phép chia đều là phép chia hết)}$$

B CÁC DẠNG TOÁN**□ DẠNG 1. Tính nhanh, tính hợp lí bằng cách áp dụng các tính chất của phép trừ, phép chia**

Phương pháp giải: Tùy theo đặc điểm các thành phần trong phép tính mà ta có thể dùng các tính chất sau:

- Tổng của hai số không đổi nếu ta thêm vào số hạng này và bớt đi ở số hạng kia cùng một số đơn vị.
- Hiệu của hai số không thay đổi nếu ta cùng thêm (hay bớt) vào số bị trừ và số trừ cùng một số đơn vị.
- Tích của hai số không thay đổi nếu ta nhân thừa số này và chia thừa số kia cho cùng một số tự nhiên khác 0.
- Thương của hai số không đổi nếu ta nhân cả số bị chia và số chia với cùng một số tự nhiên khác 0.

VÍ DỤ 1. Tính nhẩm:

a) $97 + 214;$

b) $65 + 129.$

** LỜI GIẢI.**

① $97 + 214 = (97 + 3) + (214 - 3) = 100 + 211 = 311.$

② $65 + 129 = (65 - 1) + (129 + 1) = 64 + 130 = 194.$

**VÍ DỤ 2.** Tính nhẩm:

a) $431 - 199;$

b) $8250 : 250.$

** LỜI GIẢI.**

① $431 - 199 = (431 + 1) - (199 + 1) = 432 - 200 = 232.$

② $8250 : 250 = 825 : 25 = (825 \cdot 4) : (25 \cdot 4) = 3300 : 100 = 33.$



VÍ DỤ 3. Tính nhẩm:

a) $42 \cdot 167 - 42 \cdot 67;$

b) $273 : 13.$

LỜI GIẢI.

① $42 \cdot 167 - 42 \cdot 67 = 42 \cdot (167 - 67) = 42 \cdot 100 = 4200;$

② $273 : 13 = (260 + 13) : 13 = 260 : 13 + 13 : 13 = 20 + 1 = 21.$

□

VÍ DỤ 4. Tính các thương sau:

a) $\overline{aaaa} : \overline{aa};$

b) $\overline{abcabc} : \overline{abc}.$

LỜI GIẢI.

① $\overline{aaaa} : \overline{aa} = (\overline{aa00} + \overline{aa}) : \overline{aa} = 100 + 1 = 101;$

② $\overline{abcabc} : \overline{abc} = (\overline{abc000} + \overline{abc}) : \overline{abc} = 1000 + 1 = 1001.$

□

▢ DẠNG 2. Tìm số chưa biết trong một đẳng thức*Phương pháp giải:*

— Trong phép trừ:

- Muốn tìm số bị trừ ta lấy hiệu cộng với số trừ.

- Muốn tìm số trừ ta lấy số bị trừ trừ đi hiệu.

— Trong phép chia hết:

- Muốn tìm số bị chia ta lấy thương nhân với số chia.

- Muốn tìm số chia ta lấy số bị chia chia cho thương.

VÍ DỤ 5. Tìm số tự nhiên x , biết:

a) $11 \cdot x - 35 = 108;$

b) $(195 - x) : 23 = 7.$

LỜI GIẢI.

a) $11 \cdot x - 35 = 108$

b) $(195 - x) : 23 = 7$

$11 \cdot x = 108 + 35 = 143$

$195 - x = 7 \cdot 23 = 161$

$x = 143 : 11 = 13$

$x = 195 - 161 = 34$

□

VÍ DỤ 6. Tìm số tự nhiên x , biết:

a) $504 : (16 - 3x) = 72;$

b) $272 - (4x + 15) = 45.$

✎ LỜI GIẢI.

a) $504 : (16 - 3x) = 72$

b) $272 - (4x + 15) = 45$

$16 - 3x = 504 : 72 = 7$

$4x + 15 = 272 - 45 = 227$

$3x = 16 - 7 = 9$

$4x = 227 - 15 = 212$

$x = 9 : 3 = 3$

$x = 212 : 4 = 53$

□

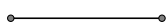
📁 DẠNG 3. Bài toán dẫn đến phép trừ và phép chia

Phương pháp giải: Dựa vào các điều kiện trong đề bài để quyết định làm những phép tính thích hợp

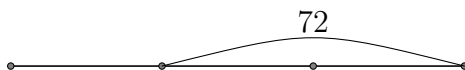
VÍ DỤ 7. Hiệu của hai số là 72. Số lớn gấp ba lần số nhỏ. Tìm hai số đó.

✎ LỜI GIẢI.

Số nhỏ



Số lớn



Số nhỏ là: $\frac{72 \times 1}{3 - 1} = 36.$

Số lớn là: $36 \times 3 = 108.$

□

VÍ DỤ 8. Trên một đoạn đường dài 450 mét người ta trồng được 152 cây ở hai bên đường. Ở mỗi bên đường, khoảng cách giữa hai cây liên tiếp là như nhau và cả hai đầu đường đều có cây. Tính khoảng cách giữa hai cây liên tiếp.

✎ LỜI GIẢI.

Số cây ở một bên đường là:

$152 : 2 = 76 \text{ (cây)}$

Khoảng cách giữa hai cây là:

$450 : (76 - 1) = 6(m).$

□

☐ DẠNG 4. Toán về phép chia có dư*Phương pháp giải:*

— Trong phép chia có dư

$$\begin{aligned}\text{Số bị chia} &= \text{Số chia} \times \text{Thương} + \text{Số dư} \\ a &= b \cdot q + r\end{aligned}$$

trong đó số dư r nhỏ hơn số chia b và lớn hơn 0.

— Suy ra:

$$b = (a - r) : q; \quad q = (a - r) : b; \quad r = a - b \cdot q$$

VÍ DỤ 9. Tìm số bị chia trong một phép chia có dư mà số chia, thương, số dư lần lượt là 43, 10, 26.

✎ LỜI GIẢI.

Vì số bị chia = số chia $\times$ thương + số dư nên số bị chia bằng $43 \cdot 10 + 26 = 456$. ☐

VÍ DỤ 10. Trong một phép chia có dư, số bị chia là 100 và số dư là 9. Tìm số chia và thương.

✎ LỜI GIẢI.

Ta gọi số bị chia, số chia, thương và số dư lần lượt là a, b, q, r .

Ta có $a = b \cdot q + r$ ($0 < r < b$).

Suy ra $b \cdot q = a - r = 100 - 9 = 91$.

Vì $91 = 1 \cdot 91 = 7 \cdot 13 = b \cdot q$.

Mặt khác $b > 9$ nên ta chọn $b = 91, q = 1$ hoặc $b = 13, q = 7$.

Do đó ta có hai đáp số: 91 và 1 hoặc 13 và 7. ☐

VÍ DỤ 11. Trong một phép chia có thương là 12 và số dư là 19. Hỏi số bị chia nhỏ nhất là bao nhiêu?

✎ LỜI GIẢI.

Vì số dư là 19 nên số chia nhỏ nhất là 20. Do đó số bị chia nhỏ nhất là:

$$a = b \cdot q + r = 20 \cdot 12 + 19 = 259$$

☐

VÍ DỤ 12. Viết dạng tổng quát của các số a sao cho:

a) a chia hết cho 3;b) a chia cho 3 dư 1;c) a chia cho 3 dư 2.**✎ LỜI GIẢI.**

① Dạng tổng quát của các số a chia hết cho 3 là: $a = 3 \cdot k$ ($k \in \mathbb{N}$)

② Dạng tổng quát của các số a chia cho 3 dư 1 là: $a = 3 \cdot k + 1$ ($k \in \mathbb{N}$)

③ Dạng tổng quát của các số a chia cho 3 dư 2 là: $a = 3 \cdot k + 2$ ($k \in \mathbb{N}$)



VÍ DỤ 13. Người ta viết liên tiếp dãy số:

01234567890123456789...

Hỏi chữ số thứ 315 là chữ số nào?

LỜI GIẢI.

Từ 0 đến 9 có 10 chữ số.

Ta thấy $315 : 10 = 31$ (dư 5).

Chữ số thứ 5 kể từ chữ số 0 là chữ số 4.

Vậy chữ số thứ 315 là chữ số 4.



BÀI TẬP TỰ LUYỆN

BÀI 1. Tính hiệu và tính thương của số nhỏ nhất có 4 chữ số khác nhau với số 341

LỜI GIẢI.

Số nhỏ nhất có 4 chữ số khác nhau là: 1023.

Ta có: $1023 - 341 = 682$; $1023 : 341 = 3$.



BÀI 2. Trong kho có 112 tấn hàng. Cần phải chuyển gấp một nửa số hàng đó đến nơi khác bằng loại xe có trọng tải 7 tấn. Hỏi phải điều động bao nhiêu xe nếu mỗi xe chỉ chở một chuyến?

LỜI GIẢI.

Một nửa số hàng là: $112 : 2 = 56$ (tấn)

Số xe cần phải điều động là: $56 : 7 = 8$ (xe).



BÀI 3. Viết dạng tổng quát của các số sau:

a) Số a chia hết cho 4;

b) Số a chia cho 5 dư 3;

c) Số a chia cho 7 dư 1.

LỜI GIẢI.

① Dạng tổng quát của các số a chia hết cho 4 là: $a = 4 \cdot k$ ($k \in \mathbb{N}$)

② Dạng tổng quát của các số a chia cho 5 dư 3 là: $a = 5 \cdot k + 3$ ($k \in \mathbb{N}$)

③ Dạng tổng quát của các số a chia cho 7 dư 1 là: $a = 7 \cdot k + 1$ ($k \in \mathbb{N}$)



BÀI 4. Trong một phép chia có số bị chia là 93, số dư là 8. Tìm số chia và thương.

LỜI GIẢI.

Ta gọi số bị chia, số chia, thương và số dư lần lượt là a, b, q, r .

Ta có $a = b \cdot q + r$ ($0 < r < b$).

Suy ra $b \cdot q = a - r = 93 - 8 = 85$.

Vì $91 = 1 \cdot 85 = 5 \cdot 17 = b \cdot q$.

Mặt khác $b > 8$ nên ta chọn $b = 85, q = 1$ hoặc $b = 17, q = 5$.

Do đó ta có hai đáp số: 85 và 1 hoặc 17 và 5.



BÀI 5. Tìm số tự nhiên x , biết:

$$6060 : \frac{50 \cdot x + 20}{x} = 101$$

 **LỜI GIẢI.**

Ta có $6060; \frac{50 \cdot x + 20}{x} = 101$

Suy ra $\frac{50 \cdot x + 20}{x} = 6060 : 101 = 60$

hay $50 + \frac{20}{x} = 60$ □

$$\frac{20}{x} = 60 - 50 = 10$$

Do đó $x = 20 : 10 = 2$

BÀI 6 CHIA HAI LŨY THỪA CÙNG CƠ SỐ

A TÓM TẮT LÝ THUYẾT

- ① Lũy thừa bậc n của số a là tích của n thừa số bằng nhau, mỗi thừa số bằng a .

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ thừa số}} \quad (n \neq 0)$$

a gọi là cơ số, n gọi là số mũ.

Quy ước: $a^1 = a$.

— Ta gọi a^2 là a bình phương; a^3 là a lập phương.

— Số chính phương là số bằng bình phương của một số tự nhiên.

- ② Khi nhân hai lũy thừa cùng cơ số, ta giữ nguyên cơ số và cộng các số mũ.

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

- ③ Khi chia hai lũy thừa cùng cơ số (khác 0), ta giữ nguyên cơ số và trừ các số mũ.

$$a^m : a^n = a^{m-n} \quad (a \neq 0; m \geq n)$$

Quy ước: $a^0 = 1 \quad (a \neq 0)$.

 **Chú ý:** Mỗi số tự nhiên được viết dưới dạng tổng các lũy thừa của 10:

$$\overline{abcd} = a \cdot 10^3 + b \cdot 10^2 + c \cdot 10^1 + d \cdot 10^0$$

B CÁC DẠNG TOÁN**☐ DẠNG 1. Viết gọn các tích***Phương pháp giải:***VÍ DỤ 1.** Viết gọn các tích sau:

a) $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$;

b) $12 \cdot 12 \cdot 3 \cdot 4$;

c) $100 \cdot 10 \cdot 10$.

✎ LỜI GIẢI.

a) $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^5$;

b) $12 \cdot 12 \cdot 3 \cdot 4 = 12 \cdot 12 \cdot 12 = 12^3$;

c) $100 \cdot 10 \cdot 10 = 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 10^4$ hoặc
 $100 \cdot 10 \cdot 10 = 100 \cdot 100 = 100^2$.

VÍ DỤ 2. Viết các số sau dưới dạng lũy thừa của 10:

a) 100;

b) 1000;

c) $1 \underbrace{00 \dots 0}_n$ chữ số 0.

✎ LỜI GIẢI.

a) $100 = 10 \cdot 10 = 10^2$;

b) $1000 = 10 \cdot 10 \cdot 10 = 10^3$;

c) $1 \underbrace{00 \dots 0}_n = \underbrace{10 \cdot 10 \dots 10}_n = 10^n$.

VÍ DỤ 3. Tính giá trị của lũy thừa:

a) 2^5 ;

b) 5^4 .

✎ LỜI GIẢI.

a) $2^5 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 32$;

b) $5^4 = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 625$.

☐ DẠNG 2. So sánh hai lũy thừa*Phương pháp giải:* Tính giá trị của mỗi lũy thừa rồi so sánh hai kết quả.**VÍ DỤ 4.** So sánh:

a) 5^3 và 3^5 ;

b) 2^4 và 4^2 .

✎ LỜI GIẢI.

a) Ta có: $5^3 = 5 \cdot 5 \cdot 5 = 125$;

b) Ta có: $2^4 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$;

$3^5 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 243$

$4^2 = 4 \cdot 4 = 16$

Vì $125 < 243$ nên $5^3 < 3^5$

Vậy $2^4 = 4^2$

□

VÍ DỤ 5. So sánh các lũy thừa sau:

$(100 - 99)^{2000}$ và $(100 + 99)^0$

LỜI GIẢI.

Ta có $(100 - 99)^{2000} = 1^{2000} = 1$

$(100 + 99)^0 = 199^0 = 1$

Vậy $(100 - 99)^{2000} = (100 + 99)^0$

□

DẠNG 3. Viết một số dưới dạng một lũy thừa với số mũ lớn hơn 1*Phương pháp giải:*Vận dụng công thức $\underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_n = a^n$.
 n thừa số**VÍ DỤ 6.** Viết mỗi số sau thành bình phương của một số tự nhiên: 64; 121; 225.**LỜI GIẢI.**

a) $64 = 8 \cdot 8 = 8^2$;

b) $121 = 11 \cdot 11 = 11^2$;

c) $225 = 15 \cdot 15 = 15^2$.

□

VÍ DỤ 7. Viết mỗi số sau thành lập phương của một số tự nhiên: 64; 125; 343.**LỜI GIẢI.**

a) $64 = 4 \cdot 4 \cdot 4 = 4^3$;

b) $125 = 5 \cdot 5 \cdot 5 = 5^3$;

c) $343 = 7 \cdot 7 \cdot 7 = 7^3$.

□

VÍ DỤ 8. Trong các số sau, số nào là số chính phương?

0; 1; 18; 25; 49; 81; 90; 200; 1000

.

LỜI GIẢI.

Số chính phương trong các số trên là:

- a) 0 vì $0 = 0^2$; b) 1 vì $1 = 1^2$; c) 25 vì $25 = 5^2$;
 d) 49 vì $49 = 7^2$; e) 81 vì $81 = 9^2$.

□

DẠNG 4. Viết kết quả của phép tính dưới dạng một lũy thừa*Phương pháp giải:* Áp dụng các công thức:

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}; \quad a^m : a^n = a^{m-n} \quad (a \neq 0; m \geq n)$$

VÍ DỤ 9. Viết kết quả của các phép toán sau dưới dạng một lũy thừa:

- a) $7^5 \cdot 7^2 \cdot 7$; b) $2^0 \cdot 2 \cdot 2^4$; c) $5^8 : 5^2$.

LỜI GIẢI.

- a) $7^5 \cdot 7^2 \cdot 7 = 7^{5+2+1} = 7^8$; b) $2^0 \cdot 2 \cdot 2^4 = 2^{0+1+4} = 2^5$; c) $5^8 : 5^2 = 5^{8-2} = 5^6$.

□

VÍ DỤ 10. Viết kết quả của các phép toán sau dưới dạng một lũy thừa:

- a) $4^2 \cdot 2^5$; b) $1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + 5^3$.

LỜI GIẢI.

- ① $4^2 \cdot 2^5 = 2^4 \cdot 2^5 = 2^9$;
 ② $1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + 5^3 = 1 + 8 + 27 + 64 + 125 = 225 = 15^2$.

□

DẠNG 5. Tìm số mũ của lũy thừa trong một đẳng thức*Phương pháp giải:*

- Viết hai vế của đẳng thức thành hai lũy thừa của cùng một cơ số.
- Sử dụng tính chất: Với $a \neq 0; a \neq 1$, nếu $a^m = a^n$ thì $m = n$.

VÍ DỤ 11. Tìm số tự nhiên n biết:

- a) $3^n \cdot 3 = 243$; b) $7^n : 7^4 = 49$.

LỜI GIẢI.

a) Ta có $3^n \cdot 3 = 243$

b) Ta có $7^n : 7^4 = 49$

Suy ra $3^{n+1} = 3^5$

Suy ra $7^{n-4} = 7^2$

Do đó $n + 1 = 5$

Do đó $n - 4 = 2$

$n = 4$

$n = 6$

□

VÍ DỤ 12. Tìm $n \in \mathbb{N}$ biết: $5 \cdot 4^n + 13 = 1293$.**LỜI GIẢI.**

Ta có $5 \cdot 4^n + 13 = 1293$

Suy ra $5 \cdot 4^n = 1293 - 13 = 1280$

$4^n = 1280 : 5 = 256$

□

hay $4^n = 4^4$

Do đó $n = 4$

□ DẠNG 6. Tìm cơ số của lũy thừa trong một đẳng thức*Phương pháp giải:*

- Viết hai vế của đẳng thức thành hai lũy thừa của cùng một cơ số.
- Sử dụng tính chất: Với $n \neq 0$, a, b là số tự nhiên, nếu $a^n = b^n$ thì $a = b$.

VÍ DỤ 13. Tìm $x \in \mathbb{N}$ biết: $x^4 = 81$.**LỜI GIẢI.**

Ta có $x^4 = 81$

Suy ra $x^4 = 3^4$

Do đó $x = 3$



VÍ DỤ 14. Tìm $x \in \mathbb{N}$ biết: $\frac{2 \cdot x^3}{3^2} = 48$.

LỜI GIẢI.

Ta có $\frac{2 \cdot x^3}{3^2} = 48$

Suy ra $\frac{2 \cdot x^3}{9} = 48$

hay $2 \cdot 3^x = 48 \cdot 9 = 432$

$$x^3 = 432 : 2 = 216$$

$$x^3 = 6^3$$

Do đó $x = 6$



BÀI TẬP TỰ LUYỆN

BÀI 1. Viết gọn các tích sau bằng cách dùng lũy thừa:

a) $4 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 2$;

b) $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 9$;

c) $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5$.

LỜI GIẢI.

a) $4 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 2 = 8 \cdot 8 \cdot 8 = 8^3$;

b) $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 9 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3^2 = 3^5$;

c) $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 = 2^3 \cdot 5^2$.



BÀI 2. Tính giá trị của các lũy thừa:

a) 2^7 ;

b) 3^4 ;

c) 5^3 ;

d) 10^5 .

LỜI GIẢI.

a) $2^7 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 128$;

b) $3^4 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 81$;

c) $5^3 = 5 \cdot 5 \cdot 5 = 125$;

d) $10^5 = 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 100000$.



BÀI 3. Trong các số sau, số nào là lũy thừa của một số tự nhiên với số mũ lớn hơn 1?

16; 32; 49; 99; 100

 **LỜI GIẢI.**

Các số là lũy thừa của một số tự nhiên với số mũ lớn hơn 1 là:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } 16 = 4 \cdot 4 = 4^2 \text{ hoặc } 16 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^4; & \text{b) } 49 = 7 \cdot 7 = 7^2; & \text{c) } 100 = 10 \cdot 10 = 10^2. \end{array}$$

□

BÀI 4. Viết kết quả các phép tính dưới đây dưới dạng một lũy thừa:

$$\begin{array}{llll} \text{a) } 5 \cdot 5^2 \cdot 5^3; & \text{b) } x \cdot x^4; & \text{c) } 7^5 : 7^2; & \text{d) } 10^{12} : 10^3. \end{array}$$

 **LỜI GIẢI.**

$$\begin{array}{ll} \text{a) } 5 \cdot 5^2 \cdot 5^3 = 5^{1+2+3} = 5^6; & \text{b) } x \cdot x^4 = x^{1+4} = x^5; \\ \text{c) } 7^5 : 7^2 = 7^{5-2} = 7^3; & \text{d) } 10^{12} : 10^3 = 10^{12-3} = 10^9. \end{array}$$

□

BÀI 5. Trong hai số sau, số nào nhỏ hơn?

$$\begin{array}{ll} \text{a) } 4^3 \text{ và } 3^4; & \text{b) } 2^8 \text{ và } 3^5. \end{array}$$

 **LỜI GIẢI.**

$$\begin{array}{ll} \text{a) Ta có } 4^3 = 64 & \text{b) Ta có } 2^8 = 256 \\ \text{và } 3^4 = 81 & \text{và } 3^5 = 243 \\ \text{Do đó } 4^3 < 3^4 & \text{Do đó } 3^5 < 2^8 \end{array}$$

□

BÀI 6. Viết các tổng hoặc hiệu sau thành một số chính phương:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } 6^2 + 8^2; & \text{b) } 13^2 - 12^2; & \text{c) } 1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + 5^3 + 6^3. \end{array}$$

 **LỜI GIẢI.**

$$\begin{array}{ll} \text{a) } 6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100 = 10^2; & \text{b) } 13^2 - 12^2 = 169 - 144 = 25 = 5^2; \\ \text{c) } 1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + 5^3 + 6^3 = 1 + 8 + 27 + 64 + 125 + 216 = 441 = 21^2. \end{array}$$

□

BÀI 7. Tìm số tự nhiên n , biết:

a) $2^n \cdot 2^4 = 128$;

b) $5^6 : 5^n = 625$.

 **LỜI GIẢI.**

a) Ta có $2^n \cdot 2^4 = 128$

b) Ta có $5^6 : 5^n = 625$

Suy ra $2^{n+4} = 2^7$

Suy ra $5^{6-n} = 5^4$

Do đó $n + 4 = 7$

Do đó $6 - n = 4$

$n = 3$

$n = 2$

□

BÀI 8. Tìm $x \in \mathbb{N}$, biết:

a) $x^3 = 216$;

b) $x^2 = 2^3 + 3^2 + 4^3$;

c) $x^3 = x^2$.

 **LỜI GIẢI.**

a) Ta có $x^3 = 216$

b) Ta có $x^2 = 2^3 + 3^2 + 4^3$

Suy ra $x^3 = 6^3$

Suy ra $x^2 = 9^2$

Do đó $x = 6$

Do đó $x = 9$

c) Ta có $x^3 = x^2$ suy ra $x^3 - x^2 = 0$

$$x^2(x - 1) = 0$$

$$x^2 = 0 \text{ hoặc } x - 1 = 0$$

$$x = 0 \text{ hoặc } x = 1$$

□

BÀI 7

THỨ TỰ THỰC HIỆN CÁC PHÉP TÍNH

A TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Đối với biểu thức không có dấu ngoặc

- Nếu chỉ có cộng, trừ hoặc chỉ có nhân, chia ta thực hiện phép tính từ trái sang phải.
- Nếu có phép tính cộng, trừ, nhân, chia, nâng lên lũy thừa ta thực hiện phép tính nâng lên lũy thừa trước, rồi đến nhân và chia, cuối cùng là cộng và trừ:

Lũy thừa $\rightarrow$ Nhân và chia $\rightarrow$ Cộng và trừ.

2. Đối với biểu thức có dấu ngoặc

Nếu biểu thức có các dấu ngoặc: ngoặc tròn (), ngoặc vuông [], ngoặc nhọn { }, ta thực hiện phép tính trong dấu ngoặc tròn trước, rồi thực hiện phép tính trong dấu ngoặc vuông, cuối cùng thực hiện phép tính trong dấu ngoặc nhọn.

() $\rightarrow$ [] $\rightarrow$ { }.

B CÁC DẠNG TOÁN VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI

▢ DẠNG 1. Thực hiện các phép tính

Phương pháp giải: Thực hiện các phép tính theo đúng thứ tự đã quy định.

VÍ DỤ 1. Thực hiện các phép tính:

- $181 + 87 : 29 - 7 \cdot 12 + 2^3 \cdot 5^2.$
- $4 \cdot 3^4 - 6^3 : 18.$

✎ LỜI GIẢI.

- Ta có $181 + 87 : 29 - 7 \cdot 12 + 2^3 \cdot 5^2$
 $= 181 + 87 : 29 - 17 \cdot 12 + 8 \cdot 25$
 $= 181 + 3 - 84 + 200$
 $= 300.$
- Ta có $4 \cdot 3^4 - 6^3 : 18$
 $= 4 \cdot 81 - 216 : 18$
 $= 324 - 12$
 $= 312.$

□

VÍ DỤ 2. Thực hiện các phép tính:

- $3 \cdot (17 + 69 \cdot 12) - (73 - 23)^2.$
- $(37 + 18) \cdot \{3250 - 15^2 \cdot [(4^4 - 2^5) : 16]\}.$

LỜI GIẢI.

$$\begin{aligned}
 \textcircled{1} \quad & \text{Ta có } 3 \cdot (17 + 69 \cdot 12) - (73 - 23)^2 \\
 &= 3 \cdot (17 + 828) - 50^2 \\
 &= 3 \cdot 845 - 50^2 \\
 &= 2535 - 2500 \\
 &= 35.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \textcircled{2} \quad & \text{Ta có } (37 + 18) \cdot \{3250 - 15^2 \cdot [(4^4 - 2^5) : 16]\} \\
 &= 55 \cdot \{3250 - 15^2 \cdot [(256 - 32) : 16]\} \\
 &= 55 \cdot \{3250 - 15^2 \cdot [224 : 16]\} \\
 &= 55 \cdot 3250 - 225 \cdot 14 \\
 &= 55 \cdot 100 \\
 &= 5500.
 \end{aligned}$$

□

DẠNG 2. So sánh giá trị hai biểu thức số

Phương pháp giải: Tính giá trị của từng biểu thức rồi so sánh hai kết quả.

VÍ DỤ 3. Cho $A = 10^2 + 11^2 + 12^2$ và $B = 13^2 + 14^2$. Hãy so sánh giá trị hai biểu thức A và B .

LỜI GIẢI.

Thực hiện các bước tính toán , ta được

$$A = 10^2 + 11^2 + 12^2 = 100 + 121 + 144 = 365.$$

$$B = 13^2 + 14^2 = 169 + 196 = 365.$$

Vậy $A = B$.

□

VÍ DỤ 4. Cho các biểu thức sau

$$M = 7^2 + 3 \cdot 2^5 - 19.$$

$$N = (15 + 41 - 4 \cdot 11)^2.$$

$$P = 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3.$$

$$Q = 375 : 125 + 47 \cdot 5 - 5^3.$$

Biểu thức nào có giá trị lớn nhất ? Biểu thức nào có giá trị nhỏ nhất ?

LỜI GIẢI.

Thực hiện các bước tính toán, ta được

$$M = 7^2 + 3 \cdot 2^5 - 19$$

$$= 49 + 3 \cdot 32 - 19$$

$$= 49 + 96 - 19$$

$$= 126.$$

$$N = (15 + 41 - 4 \cdot 11)^2$$

$$= (15 + 41 - 44)^2$$

$$= 12^2$$

$$= 144.$$

$$P = 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3$$

$$= 1 + 4 + 9 + 16 + 1 + 8 + 27 + 64$$

$$= 130.$$

$$Q = 375 : 125 + 47 \cdot 5 - 5^3$$

$$= 3 + 235 - 125$$

$$= 113.$$

Vậy biểu thức N có giá trị lớn nhất, biểu thức Q có giá trị nhỏ nhất. □

VÍ DỤ 5. Dùng 6 chữ số 1 cùng với dấu của các phép tính và dấu ngoặc (nếu cần) để viết thành một biểu thức có giá trị bằng 100.

LỜI GIẢI.

Có rất nhiều cách viết, chẳng hạn

$$111 - 11 \cdot 1 = 111 - 11 = 100.$$

$$(11 - 1) \cdot (11 - 1) = 10 \cdot 10 = 100.$$

$$(11 - 1 \cdot 1)^{1+1} = 10^2 = 100.$$

□

VÍ DỤ 6. Hãy dùng 6 chữ số giống nhau cùng với dấu của các phép tính và dấu ngoặc (nếu cần) để viết thành một biểu thức có giá trị là 100 trong các trường hợp sau

- ❶ Các chữ số giống nhau đó là chữ số 2;
- ❷ Các chữ số giống nhau đó là chữ số 4;
- ❸ Các chữ số giống nhau đó là chữ số 5.

✎ **LỜI GIẢI.**

- ❶ $(222 - 22) : 2 = 200 : 2 = 100.$
- ❷ $(4 \cdot 4 + 4) \cdot (4 + 2 : 4) = 20 \cdot 5 = 100.$
- ❸ $(5 + 5) \cdot (5 + 5) + 5 - 5 = 10 \cdot 10 + 5 - 5 = 100.$

□

□ DẠNG 3. Tìm số chưa biết trong một đẳng thức

Phương pháp giải: Ta dựa vào quan hệ giữa các thành phần trong một phép tính để tìm số chưa biết trong đẳng thức đã cho.

VÍ DỤ 7. Tìm số tự nhiên x , biết

$$17 \cdot 6^2 - 230 : x = 589$$

✎ **LỜI GIẢI.**

Ta có

$$17 \cdot 6^2 - 230 : x = 589$$

$$17 \cdot 36 - 230 : x = 589.$$

Suy ra

$$612 - 230 : x = 589$$

$$230 : x = 612 - 589 = 23$$

$$x = 230 : 23 = 10.$$

□

VÍ DỤ 8. Tìm $x \in \mathbb{N}$, biết

a) $293 - 2^3 \cdot 3^3 + x : 25 = 80;$

b) $4 \cdot 5^2 - x : 2^3 = 91.$

✎ **LỜI GIẢI.**

a)

$$293 - 2^3 \cdot 3^3 + x : 25 = 80$$

$$293 - 8 \cdot 27 + x : 25 = 80$$

$$293 - 216 + x : 25 = 80$$

$$77 + x : 25 = 80$$

$$x : 25 = 80 - 77 = 3$$

$$x = 3 \cdot 25 = 75.$$

b)

$$4 \cdot 5^2 - x : 2^3 = 91$$

$$4 \cdot 25 - x : 8 = 91$$

$$100 - x : 8 = 91$$

$$x : 8 = 100 - 91 = 9$$

$$x = 9 \cdot 8 = 72.$$

□

VÍ DỤ 9. Tìm $x \in \mathbb{N}$, biết

a) $(5^2 \cdot 23 - 5^2 \cdot 13) \cdot x = 6 \cdot 5^3;$

b) $x^2 - [666 : (24 + 13)] = 7.$

✎ **LỜI GIẢI.**

a)

$$(5^2 \cdot 23 - 5^2 \cdot 13) x = 6 \cdot 5^3$$

$$(25 \cdot 23 - 25 \cdot 13) \cdot x = 6 \cdot 125$$

$$25 \cdot 10 \cdot x = 750$$

$$x = 750 : 250 = 3.$$

b)

$$x^2 - [666 : (24 + 13)] = 7$$

$$x^2 - [666 : 37] = 7$$

$$x^2 - 18 = 7$$

$$x^2 = 7 + 18 = 25$$

$$x^2 = 5^2$$

$$x = 5.$$

**C BÀI TẬP TỰ LUYỆN****BÀI 1.** Thực hiện các phép tính

a) $89 + 79 + 72 : 2;$

b) $5^2 \cdot 2^4 - 7^3.$

LỜI GIẢI.

1 $89 + 79 + 72 : 2 = 89 + 79 + 36 = 204;$

2 $5^2 \cdot 2^4 - 7^3 = 25 \cdot 16 - 343 = 400 - 343 = 57.$

**BÀI 2.** Thực hiện các phép tính

a) $[192 - (45 : 15)^4] : 3;$

b) $[(192 - 45 : 15) : 3]^2.$

LỜI GIẢI.

1 $[192 - (45 : 15)^4] : 3 = [192 - 3^4] : 3 = [192 - 81] : 3 = 111 : 3 = 37;$

2 $[(192 - 45 : 15) : 3]^2 = [(192 - 3) : 3]^2 = [189 : 3]^2 = 63^2 = 3969.$

**BÀI 3.** Tìm $x \in \mathbb{N}$, biết

a) $5^3 - 12 \cdot (x - 17) = 89;$

b) $(10^2 + 2 \cdot 6^2) : (43 \cdot x) = 2.$

LỜI GIẢI.**1**

$$5^3 - 12 \cdot (x - 17) = 89$$

$$125 - 12 \cdot (x - 17) = 89$$

$$12 \cdot (x - 17) = 125 - 89 = 36$$

$$x - 17 = 36 : 12 = 3$$

$$x = 3 + 17 = 20$$

2

$$(10^2 + 2 \cdot 6^2) : (43 \cdot x) = 2$$

$$(100 + 2 \cdot 36) : (43 \cdot x) = 2$$

$$(100 + 72) : (43 \cdot x) = 2$$

$$172 : (43 \cdot x) = 2$$

$$43 \cdot x = 172 : 2 = 86$$

$$x = 86 : 43 = 2$$



BÀI 4. Một quyển sách có 200 trang. Để đánh số các trang của quyển sách này phải dùng tất cả bao nhiêu chữ số?

 **LỜI GIẢI.**

Số trang có một chữ số là 9 (trang).

Số trang có hai chữ số là $99 - 9 = 90$ (trang).

Số trang có ba chữ số là $200 - (9 + 90) = 101$ (trang).

Số chữ số cần dùng là

$$9 \cdot 1 + 90 \cdot 2 + 101 \cdot 3 = 492 \quad (\text{chữ số}).$$

□

BÀI 5. Để đánh số các trang của một quyển sách người ta phải dùng tất cả 900 chữ số. Hỏi quyển sách đó có bao nhiêu trang?

 **LỜI GIẢI.**

Trước hết nhận xét trang cuối cùng có ba chữ số. Số chữ số dùng để đánh số các trang có 3 chữ số là

$$900 - (9 \cdot 1 + 90 \cdot 2) = 900 - 189 = 711 \quad (\text{chữ số}).$$

Số trang có ba chữ số là $711 : 3 = 237$ (trang).

Số trang của quyển sách là $99 + 237 = 336$ (trang).

□

BÀI 8 TÍNH CHẤT CHIA HẾT CỦA MỘT TỔNG

A TÓM TẮT LÝ THUYẾT

Tính chất 1. Nếu $a : m; b : m; c : m$ thì $(a + b + c) : m; (a + b - c) : m$.

Tính chất 2. Nếu $a \nmid m; b : m; c : m$ thì $(a + b + c) \nmid m$.

Tính chất 3. Nếu $a, b \in \mathbb{N}$ và $a : m$ thì $a \cdot b : m$.

B CÁC DẠNG BÀI TẬP VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI

□ DẠNG 1. Xét tính chia hết của một tổng, một hiệu, một tích

Phương pháp giải: Áp dụng tính chất 1, tính chất 2 hoặc tính chất 3 về tính chia hết của một tổng (hiệu) hay tích để xét.

VÍ DỤ 1. Áp dụng tính chất chia hết, xét xem mỗi tổng hoặc hiệu sau có chia hết cho 6 không?

❶ $60 + 24 + 36$.

❷ $48 - 12$.

❸ $15 + 42 - 30$.

 **LỜI GIẢI.**

- ① $60 : 6; 24 : 6; 36 : 6$. Suy ra $(60 + 24 + 36) : 6$ (tính chất 1).
 ② $48 : 6; 12 : 6$. Suy ra $(48 - 12) : 6$ (tính chất 1).
 ③ $15 \nmid 6; 42 : 6; 30 : 6$. Suy ra $(15 + 42 - 30) \nmid 6$ (tính chất 2).

□

VÍ DỤ 2. Áp dụng tính chất chia hết của một tích, xét xem các tích sau có chia hết cho 8 không ?

- ① $8 \cdot 431$.
 ② $40 \cdot 2015$.

 **LỜI GIẢI.**

- ① Vì $8 : 8$ nên $8 \cdot 431 : 8$ (tính chất 3).
 ② Vì $40 : 8$ nên $40 \cdot 2015 : 8$ (tính chất 3).

□

VÍ DỤ 3. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng, khẳng định nào sai ?

- ① Hiệu $94 - 38$ không chia hết cho 2.
 ② Tổng $5 \cdot 41 + 10 \cdot 13$ chia hết cho 5.
 ③ Tổng $45 + 37 + 23$ không chia hết cho 5.

 **LỜI GIẢI.**

- ① Sai vì $94 : 2; 38 : 2$ nên $(94 - 38) : 2$.
 ② Đúng vì $5 : 5$ nên $5 \cdot 41 : 5; 10 : 5$ nên $10 \cdot 13 : 5$. Do đó $5 \cdot 41 + 10 \cdot 13$ chia hết cho 5.
 ③ Sai vì $45 : 5; (37 + 23) = 60 : 5$ nên $(45 + 37 + 23) : 5$.

□

VÍ DỤ 4. Chia một số cho 15 được số dư là 9. Hỏi số đó có chia hết cho 3 không? Có chia hết cho 5 không?

 **LỜI GIẢI.**

Gọi a là số chia cho 15 được số dư là 9. Khi đó $a = 15k + 9$ ($k \in \mathbb{N}$).

Ta thấy $15 : 3 \Rightarrow 15k : 3; 9 : 3$ nên $15k + 9 : 3$ tức là $a : 3$.

Mặt khác $15k : 5; 9 \nmid 5$ nên $(15k + 9) \nmid 5$ tức là $a \nmid 5$.

□

□ DẠNG 2. Tìm điều kiện của một số hạng để tổng hoặc hiệu chia hết cho một số

Phương pháp giải: Áp dụng tính chất 1, tính chất 2.

VÍ DỤ 5. Cho tổng $S = 56 + 32 - 8 + x$ với $x \in \mathbb{N}$. Tìm điều kiện của x để

- a) $S : 8$.
 b) $S \nmid 4$.

 **LỜI GIẢI.**

- a) Vì $56 : 8; 32 : 8; 8 : 8$ nên $56 + 32 - 8 + x : 8 \Leftrightarrow x : 8$.

b) Vì $56 : 4, 32 : 4, 8 : 4$ nên $56 + 32 - 8 + x \not\vdots 4 \Leftrightarrow x \not\vdots 4$.

□

VÍ DỤ 6. Cho tổng $S = 12 + 30 + 54 + x$ với $x \in \mathbb{N}$. Điều kiện để $S : 6$ là:

A. x có chữ số tận cùng là 6.

B. x là số chẵn.

C. x là số chia hết cho 3.

D. x là số chia hết cho 6.

LỜI GIẢI.

Vì $12 : 6, 30 : 6, 54 : 6$ nên $(12 + 30 + 54 + x) : 6 \Leftrightarrow x : 6$.

Chọn đáp án **D**

□

© BÀI TẬP TỰ LUYỆN

BÀI 1. Áp dụng tính chất chia hết, xét xem mỗi tổng hoặc hiệu sau có chia hết cho 7 không?

a) $84 + 35$;

b) $21 + 49 - 14$;

c) $70 - 47$.

LỜI GIẢI.

① Ta có $84 : 7, 35 : 7$, suy ra $(84 + 35) : 7$.

② Ta có $21 : 7, 49 : 7, 14 : 7$, suy ra $(21 + 49 - 14) : 7$.

③ Ta có $70 : 7, 47 \not\vdots 7$, suy ra $(70 - 47) \not\vdots 7$.

□

BÀI 2. Áp dụng tính chất chia hết, xét xem mỗi tổng hoặc hiệu sau có chia hết cho 12 không?

a) $12 \cdot 173 + 36 \cdot 41 + 21$;

b) $3 \cdot 241 \cdot 4 + 24 \cdot k$ với $k \in \mathbb{N}$.

LỜI GIẢI.

① Ta có $12 : 12$ nên $(12 \cdot 173) : 12$; $36 : 12$ nên $(36 \cdot 41) : 12$; $21 \not\vdots 12$

Suy ra $(12 \cdot 173 + 36 \cdot 41 + 21) \not\vdots 12$.

② Ta có $3 \cdot 241 \cdot 4 = (12 \cdot 241) : 12, 24 \cdot k : 12$, suy ra $(3 \cdot 241 \cdot 4 + 24 \cdot k) : 12$.

□

BÀI 3. Cho tổng $S = 30 + 42 - 6 + x$ với $x \in \mathbb{N}$. Tìm x để

a) $S : 6$;

b) $S : 3$.

LỜI GIẢI.

① Ta có $30 : 6, 42 : 6, 6 : 6$, vậy để $S : 6$ thì $x : 6$.

② Ta có $30 : 3, 42 : 3, 6 : 3$, vậy để $S : 3$ thì $x \not\vdots 3$.

□

BÀI 4. Khi chia một số a cho 12 ta được số dư là 9. Chứng tỏ rằng số a chia hết cho 3 nhưng không chia hết cho 4.

LỜI GIẢI.

Gọi $a = 12k + 9$ ($k \in \mathbb{N}$).

Vì mỗi số hạng đều chia hết cho 3 nên $a : 3$.

Số hạng đầu chia hết cho 4 nhưng $9 \not\vdots 4$ nên $a \not\vdots 4$.

□

BÀI 5. Cho 4 số không chia hết cho 5, khi chia cho 5 được những số dư khác nhau. Chứng tỏ rằng tổng của 4 số này chia hết cho 5.

 **LỜI GIẢI.**

Gọi 4 số hạng đó là $5a + 1$, $5b + 2$, $5c + 3$, $5d + 4$ (với $a, b, c, d \in \mathbb{N}$). Khi đó tổng của chúng là

$$S = (5a + 1) + (5b + 2) + (5c + 3) + (5d + 4) = 5a + 5b + 5c + 5d + 10$$

Mỗi số hạng đều chia hết cho 5 nên $S : 5$. □

BÀI 9 DẤU HIỆU CHIA HẾT CHO 2, CHO 5, CHO 3, CHO 9

A TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Các số có chữ số tận cùng là chữ số chẵn thì chia hết cho 2 và chỉ những số đó mới chia hết cho 2.
2. Các số có chữ số tận cùng là 0 hoặc 5 thì chia hết cho 5 và chỉ những số đó mới chia hết cho 5.
3. Các số có tổng các chữ số chia hết cho 3 (hoặc 9) thì chia hết cho 3 (hoặc 9) và chỉ những số đó mới chia hết cho 3 (hoặc 9).
4. Một số có tổng các chữ số chia cho 9 (hoặc 3) dư m thì số đó chia cho 9 (hoặc 3) cũng dư m .

B CÁC DẠNG BÀI TẬP VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI

□ DẠNG 1. Nhận biết một số chia hết cho 2, cho 5, cho 3, cho 9

Phương pháp giải:

- Sử dụng dấu hiệu chia hết cho 2, cho 3, cho 5, cho 9.
- Sử dụng dấu hiệu chia hết của tổng, của hiệu, của tích.
- Lưu ý thêm: Một số chia hết cho 9 thì chia hết cho 3 nhưng ngược lại, một số chia hết cho 3 thì chưa chắc chia hết cho 9.

VÍ DỤ 1. Trong các số sau, số nào chia hết cho 2, số nào chia hết cho 5?

483; 572; 330; 615; 298.

 **LỜI GIẢI.**

- Các số chia hết cho 2 là 572, 330, 298.
- Các số chia hết cho 5 là 330, 615.

□

VÍ DỤ 2. Trong các số sau, số nào chia hết cho 3, số nào chia hết cho 9?

233; 169; 111; 450; 846.

 **LỜI GIẢI.**

Ta có

- $2 + 3 + 3 = 8 \not\vdots 3$ nên số $233 \not\vdots 3$ và $233 \not\vdots 9$.
- $1 + 6 + 9 = 16 \not\vdots 3$ nên số $169 \not\vdots 3$ và $169 \not\vdots 9$.
- $1 + 1 + 1 = 3 \vdots 3$ nhưng không chia hết cho 9 nên $111 \vdots 3$ nhưng $111 \not\vdots 9$.
- $4 + 5 + 0 = 9 \vdots 9$ nên $450 \vdots 9$ và $450 \vdots 3$.
- $8 + 4 + 6 = 18 \vdots 9$ nên $846 \vdots 9$ và $846 \vdots 3$.

Vậy các số chia hết cho 3 là 111; 450; 846; các số chia hết cho 9 là 450; 846. □

VÍ DỤ 3. Có bao nhiêu số tự nhiên chia hết cho 3 mà mỗi số đều có hai chữ số?

LỜI GIẢI.

Các số chia hết cho 3 mà mỗi số có hai chữ số là:

$$12, 15, 18, 21, \dots, 99.$$

Số các số hạng của dãy này là:

$$(99 - 12) : 3 + 1 = 30 \text{ (số).}$$

□

VÍ DỤ 4. Trong dãy số 1, 2, 3, ..., 199 có bao nhiêu số lẻ chia hết cho 9?

LỜI GIẢI.

Các số lẻ chia hết cho 9 trong dãy là :

$$9, 27, 45, \dots, 189$$

Số các số hạng của dãy này là :

$$(189 - 9) : 18 + 1 = 11 \text{ (số).}$$

□

VÍ DỤ 5. Chứng tỏ rằng:

- a) Số $10^{21} + 5$ chia hết cho 3 và 5;
- b) Số $10^n + 8$ chia hết cho 2 và 9 ($n \in \mathbb{N}^*$).

LỜI GIẢI.

a) Ta có $10^{21} + 5 = \underbrace{10 \dots 0}_{21 \text{ chữ số } 0} + 5 = \underbrace{10 \dots 05}_{20 \text{ chữ số } 0}$

Số này có tận cùng là 5 nên chia hết cho 5.

Số này có tổng các chữ số là 6 nên chia hết cho 3.

b) Ta có $10^n + 8 = \underbrace{10 \dots 0}_n + 8 = \underbrace{10 \dots 08}_{n-1 \text{ chữ số } 0}$

Vì $n \in \mathbb{N}^*$ nên số $\underbrace{10 \dots 08}_{n-1 \text{ chữ số } 0}$ có tận cùng là 8 nên chia hết cho 2.

Số này có tổng các chữ số là 9 nên chia hết cho 9.

□

❏ DẠNG 2. Viết các số chia hết cho 2, cho 5, cho 3, cho 9 hoặc các chữ số cho trước

Phương pháp giải: Sử dụng các dấu hiệu chia hết cho 2, cho 5, cho 3, cho 9.

Chú ý rằng các số đồng thời chia hết cho 2 và 5 phải có chữ số tận cùng là 0.

VÍ DỤ 6. Điền chữ số thích hợp vào dấu * trong số $\overline{31*}$ để được số chia hết cho 5 và 9.

✎ LỜI GIẢI.

— Số $\overline{31*} : 5$ nên $* \in \{0; 5\}$ (1)

— Số $\overline{31*} : 9$ nên $(3 + 1 + *) : 9$ hay $4 + * : 9$ suy ra $* \in \{5\}$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra * là chữ số 5. □

VÍ DỤ 7. Dùng ba trong bốn chữ số 7; 2; 0; 1 ghép thành các số tự nhiên có ba chữ số khác nhau sao cho số đó chia hết cho 2 và 3.

✎ LỜI GIẢI.

— Số đó chia hết cho 3 nên phải có tổng các chữ số chia hết cho 3. Ta chọn được ba chữ số 2; 1; 0 hoặc 7; 2; 0.

— Số đó chia hết cho 2 nên phải có tận cùng là 0 hoặc 2.

— Nếu chữ số tận cùng là 0 thì ta có bốn số là 120, 210, 270, 720.

— Nếu chữ số tận cùng là 2 thì ta có hai số là 102 và 702. □

VÍ DỤ 8. Với bốn chữ số 0; 1; 3; 5 có thể lập được bao nhiêu số có bốn chữ số khác nhau, mỗi số chia hết cho cả 2, 5, 3 và 9?

✎ LỜI GIẢI.

Ta thấy $0 + 1 + 3 + 5 = 9 : 9$ nên số có bốn chữ số khác nhau từ bốn chữ số 0; 1; 3; 5 luôn chia hết cho 3 và 9.

Số được lập còn phải chia hết cho 2 và 5 nên phải có chữ số tận cùng là 0.

Các số đó là 1350; 1530; 3150; 5130; 5310. □

VÍ DỤ 9. Tìm các số $\overline{ab}$ để cho số $\overline{67ab}$:

a) Chia hết cho 2; 3 và 5.

b) Chia hết cho 3 và 5 nhưng không chia hết cho 2.

✎ LỜI GIẢI.

a) Số $\overline{67ab}$ chia hết cho 2 và 5 nên $b = 0$.

Số này còn chia hết cho 3 nên $(6 + 7 + a + 0) : 3$ hay $(13 + a) : 3$, suy ra $a \in \{2; 5; 8\}$.

Vậy $\overline{ab} \in \{20; 50; 80\}$.

b) Số $\overline{67ab}$ chia hết cho 5 nhưng không chia hết cho 2 nên $b = 5$.

Mặt khác số này chia hết cho 3 nên $(6 + 7 + a + 5) : 3$ hay $(18 + a) : 3$, suy ra $a \in \{0; 3; 6; 9\}$.

Vậy $\overline{ab} \in \{05; 35; 65; 96\}$.

**☐ DẠNG 3. Tìm số dư trong một phép chia mà không trực tiếp thực hiện phép chia đó**

Phương pháp giải: Sử dụng tính chất: Nếu tổng các chữ số của một số chia cho 9 dư r thì khi chia số đó cho 9 cũng dư r .

Đối với phép chia cho 3 cũng vậy.

VÍ DỤ 1. Tìm số dư khi chia mỗi số sau cho 9, cho 3:

$$365; 5420; \underbrace{10 \dots 0}_{9 \text{ chữ số } 0}.$$

🔗 LỜI GIẢI.

- Xét số 365 có $3 + 6 + 5 = 14$. Số 14 chia cho 9 dư 5 nên số 365 chia cho 9 dư 5.
Số 14 chia cho 3 dư 2 nên số 365 chia cho 3 dư 2.
- Xét số 5420 có $5 + 4 + 2 + 0 = 11$.
Số 11 chia cho 9 dư 2, chia cho 3 cũng dư 2 nên số 5420 chia cho 9, cho 3 đều dư 2.
- Xét số $\underbrace{10 \dots 0}_{9 \text{ chữ số } 0}$ có tổng các chữ số là 1 nên số đó chia cho 9 cũng dư 1, chia cho 3 cũng dư 1.



VÍ DỤ 2. Cho số $a = 257 + 496$. Tìm số trong phép chia a cho 9.

🔗 LỜI GIẢI.

Ta có $2 + 5 + 7 + 4 + 9 + 6 = 33$.

Số 33 có tổng các chữ số là 6, chia cho 9 dư 6.

Vậy số a chia cho 9 dư 6.



VÍ DỤ 3. Cho M_1 là tập hợp các số chia hết cho 3;

M_2 là tập hợp các số chia cho 3 dư 1;

M_3 là tập hợp các số chia cho 3 dư 2.

Khi đó khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $187 \in M_1$.

B. $436 \in M_2$.

C. $1000 \in M_3$.

D. Cả A, B, C đều sai.

🔗 LỜI GIẢI.

Số 436 có tổng các chữ số là 13. Số 13 chia cho 3 dư 1 nên 436 chia cho 3 dư 1.

Vậy $436 \in M_2$.

Chọn đáp án **B**

**© BÀI TẬP TỰ LUYỆN**

BÀI 1. Tập hợp nào dưới đây chỉ gồm những số chia hết cho 9?

A. $\{89; 135; 720\}$.

B. $\{135; 720; 891\}$.

C. $\{75; 720; 891\}$.

D. $\{135; 999; 2999\}$.

LỜI GIẢI.

Ta có $135 : 9$; $720 : 9$; $891 : 9$. Vậy tập hợp $\{135; 720; 891\}$ chỉ gồm những số chia hết cho 9.

Chọn đáp án **B** □

BÀI 2. Cho số $a = \overline{3x0}$ và $b = \overline{71y}$.

a) Tìm x và y biết rằng cả a và b vừa chia hết cho 2 vừa chia hết cho 5.

b) Tìm x và y biết rằng $a : 3$, $b : 9$.

LỜI GIẢI.

a) Số $a = \overline{3x0}$ có chữ số tận cùng là 0 nên luôn chia hết cho 2 và 5 nên $x \in \{0; 1; \dots; 9\}$;

Số $b = \overline{71y}$ chia hết cho cả 2 và 5 nên $y \in \{0\}$.

b) Ta có $3 + x + 0 = 3 + x$. Vì $a : 3 \Rightarrow x : 3$ nên $x \in \{0; 3; 6; 9\}$;

Vì $b : 9$ nên $7 + 1 + y = (8 + y) : 9$. Vậy $y \in \{1\}$. □

BÀI 3. Dùng ba trong bốn chữ số 0, 1, 4, 5 ghép thành các số tự nhiên có ba chữ số sao cho:

a) Chia hết cho 3 nhưng không chia hết cho 9;

b) Vừa chia hết cho 5, vừa chia hết cho 9.

LỜI GIẢI.

a) Số đó chia hết cho 3 và không chia hết cho 9 nên tổng các chữ số của nó cũng chia hết cho 3 và không chia hết cho 9. Ta chọn được bộ ba số là 0; 1; 5.

Vậy các số thỏa mãn yêu cầu là 105; 150; 501; 510.

b) Số được tạo thành chia hết cho 9 nên ta chọn được bộ ba chữ số là 4; 5; 0. Mặt khác số đó chia hết cho 5 nên có tận cùng là 0 hoặc 5.

Vậy các số thỏa mãn là 405; 450; 540. □

BÀI 4. Chứng tỏ rằng số $10^{44} + 5$ vừa chia hết cho 3, vừa chia hết cho 5.

LỜI GIẢI.

$$10^{44} + 5 = \underbrace{10 \dots 0}_{44 \text{ chữ số } 0} + 5 = \underbrace{10 \dots 05}_{43 \text{ chữ số } 0}$$

Số này có tận cùng là 5 nên chia hết cho 5, số này có tổng các chữ số là 6 nên chia hết cho 3. □

BÀI 5. Không trực tiếp chia các số sau cho 3, cho 9, hãy tìm số dư khi chia mỗi số đó cho 3 và 9.

$$4567; 9876; \underbrace{10 \dots 0}_{20 \text{ chữ số } 0}.$$

LỜI GIẢI.

Các số 4567, 9876, $\underbrace{10 \dots 0}_{20 \text{ chữ số } 0}$ có tổng các chữ số lần lượt là 22, 30, 1 khi chia cho 3 lần lượt được số dư

là 1, 0, 1.

Vậy số dư khi chia mỗi số đó cho 3 lần lượt là 1; 0; 1.

Tương tự, các số 22, 30, 1 khi chia cho 9 được số dư lần lượt là 4, 3, 1 nên số dư khi chia các số 4567, 9876, $\underbrace{10 \dots 0}_{20 \text{ chữ số } 0}$ cho 9 lần lượt là 4; 3; 1. □

20 chữ số 0

BÀI 10 ƯỚC VÀ BỘI

A TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Ước và bội

Nếu có số tự nhiên a chia hết cho số tự nhiên b thì ta nói a là bội của b còn b là ước của a .

- Các bội của a kí hiệu là $B(a)$.
Các ước của a kí hiệu là $U(a)$.
- Có thể tìm các bội của a ($a \neq 0$) bằng cách nhân số a lần lượt với $0; 1; 2; 3; \dots$
- Có thể tìm các ước của a ($a > 1$) bằng cách chia lần lượt a cho các số tự nhiên từ 1 đến a để xem a chia hết cho số nào. Khi đó các số đó là ước của a .

2. Ước chung và bội chung

- Ước chung của hai hay nhiều số là ước của tất cả các số đó.
- Ước chung của a và b kí hiệu là $ƯC(a, b)$

$$x \in ƯC(a, b) \text{ nếu } a : x; b : x.$$

- Bội chung của hai hay nhiều số là bội của tất cả các số đó.
- Bội chung của a và b kí hiệu là $BC(a, b)$

$$x \in BC(a, b) \text{ nếu } x : a; x : b.$$

3. Giao của hai tập hợp là một tập hợp gồm các phần tử chung của hai tập hợp đó.

B CÁC DẠNG TOÁN VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI

□ DẠNG 1. Tìm và viết tập hợp các ước của một số cho trước

Phương pháp giải: Để tìm các ước của a , ta chia a cho $1; 2; 3; \dots; a$. Nếu a chia hết cho số nào thì số đó là ước của a .

VÍ DỤ 1. Tìm các ước của 12; 7 và 1.

✎ LỜI GIẢI.

- Số 12 chia hết cho $1; 2; 3; 4; 6; 12$.
Do đó $U(12) = \{1; 2; 3; 4; 6; 12\}$.
- Số 7 chia hết cho 1 và 7.
Do đó $U(7) = \{1; 7\}$.

— Số 1 chỉ chia hết cho 1.

Do đó $U(1) = \{1\}$.

□

VÍ DỤ 2. Tìm số tự nhiên x sao cho:

$$x \in U(54) \text{ và } 3 < x < 20.$$

 **LỜI GIẢI.**

Số 54 chia hết cho 1; 2; 3; 4; 6; 9; 18; 27; 54.

Mặt khác $3 < x < 20$ nên $x \in \{6; 9; 18\}$.

□

□ DẠNG 2. Tìm và viết tập hợp các bội của một số cho trước

Phương pháp giải: Để tìm các bội của một số khác 0, ta nhân số đó lần lượt với 0; 1; 2; 3;
Nếu a chia hết cho số nào thì số đó là ước của a .

VÍ DỤ 1. Tìm các bội của 9 trong các số 1234; 2345; 3456; 0.

 **LỜI GIẢI.**

— Các số 1234, 2345 không chia hết cho 9 nên không phải là bội của 9.

— Các số 3456, 0 đều chia hết cho 9 nên chúng là bội của 9.

□

VÍ DỤ 2. Viết tập hợp các bội của 6, của 15, của 0.

 **LỜI GIẢI.**

$$B(6) = \{0; 6; 12; 18; \dots\}$$

$$B(15) = \{0; 15; 30; 45; \dots\}$$

$$B(0) = \emptyset \text{ (vì không thể chia một số cho 0).}$$

□

VÍ DỤ 3. Viết dạng tổng quát các bội của 7 rồi viết tập hợp các bội của 7 nhỏ hơn 50.

 **LỜI GIẢI.**

— Dạng tổng quát các bội của 7 là $7 \cdot n$ ($n \in \mathbb{N}$).

— Các bội của 7 nhỏ hơn 50 là

$$\{0; 7; 14; 21; 28; 35; 42; 49\}.$$

□

□ DẠNG 3. Nhận biết và viết tập hợp các ước chung của hai hay nhiều số

Phương pháp giải:

— Để kiểm tra số c có phải là ước chung của a và b hay không ta kiểm tra xem a và b có cùng chia hết cho c hay không.

— Để viết tập hợp các ước chung của hai hay nhiều số ta viết tập hợp các ước của mỗi số rồi tìm giao của các tập hợp đó.

VÍ DỤ 1. Cho các số 20; 28; 42; 70. Hỏi:

- Số 10 là ước chung của những số nào?
- Số 14 là ước chung của những số nào?
- Số 2 có phải là ước chung của các số đó không?

LỜI GIẢI.

- Ta có $20 : 10$; $70 : 10$ nên $10 \in \text{ƯC}(20; 70)$.
- Ta có $28 : 14$; $42 : 14$; $70 : 14$ nên $14 \in \text{ƯC}(28; 42; 70)$.
- Các số 20; 28; 42; 70 đều chia hết cho 2 nên 2 là ước chung của tất cả các số đó.

□

VÍ DỤ 2. Số 8 có phải là ước chung của :

- 56 và 104;
- 56; 104; 18.

LỜI GIẢI.

- Ta có $56 : 8$; $104 : 8$ nên $8 \in \text{ƯC}(56; 104)$.
- Ta có $18 \nmid 8$ nên $8 \notin \text{ƯC}(56; 104; 18)$.

□

VÍ DỤ 3. Viết tập hợp các ước chung của :

- 36 và 48;
- 45; 75 và 105;
- 14 và 33.

LỜI GIẢI.

- $\text{Ư}(36) = \{1; 2; 3; 4; 6; 9; 12; 18; 36\};$
 $\text{Ư}(48) = \{1; 2; 3; 4; 6; 8; 12; 16; 24; 48\}.$
 Do đó $\text{ƯC}(36; 48) = \{1; 2; 3; 4; 6; 12\}.$
- $\text{Ư}(45) = \{1; 3; 5; 9; 15; 45\};$
 $\text{Ư}(75) = \{1; 3; 5; 15; 25; 75\};$
 $\text{Ư}(105) = \{1; 3; 5; 7; 15; 21; 35; 105\}$
 Do đó $\text{ƯC}(45; 75; 105) = \{1; 3; 5; 15\}.$
- $\text{Ư}(14) = \{1; 2; 7; 14\};$
 $\text{Ư}(33) = \{1; 3; 11; 33\}.$
 Do đó $\text{ƯC}(14; 33) = \{1\}.$

□

DẠNG 4. Nhận biết và viết tập hợp các bội chung của hai hay nhiều số

Phương pháp giải:

- Để kiểm tra số c có phải là bội chung của a và b hay không ta kiểm tra xem c có chia hết cho a và b hay không.

— Để viết tập hợp các bội chung của hai hay nhiều số ta viết tập hợp các bội của mỗi số rồi tìm giao của các tập hợp đó.

VÍ DỤ 1. Cho ba số 12; 18; 45. Hỏi:

- Số 72 là bội chung của những số nào?
- Số 40 là bội chung của những số nào?
- Số 180 có phải là bội chung của cả ba số đó không?

 **LỜI GIẢI.**

- Ta có $72 : 12; 72 : 18$ nên $72 \in BC(12; 18)$.
- Ta có $90 : 18; 90 : 45$ nên $90 \in BC(18; 45)$.
- Số 180 chia hết cho cả ba số 12; 18; 45 nên 180 là bội chung của ba số đã cho.

□

VÍ DỤ 2. Số 450 có phải là bội chung của:

- 45 và 75;
- 30; 225; 54.

 **LỜI GIẢI.**

- Ta có $450 : 45; 450 : 75$ nên $450 \in BC(45; 75)$.
- Ta có $450 \nmid 54$ nên 450 không phải là bội chung của 30; 225; 54.

□

VÍ DỤ 3. Viết tập hợp các bội chung của:

- 5 và 15;
- 2 và 3;
- 9; 12 và 18.

 **LỜI GIẢI.**

- $B(5) = \{0; 5; 10; 15; 20; 25; 30; \dots\};$
 $B(15) = \{0; 15; 30; 45; \dots\}.$
 Do đó $BC(5; 15) = \{0; 15; 30; 45; \dots\}.$
- $B(2) = \{0; 2; 4; 6; 8; 10; 12; 14; \dots\};$
 $B(3) = \{0; 3; 6; 9; 12; 15; 18; \dots\}.$
 Do đó $BC(2; 3) = \{0; 6; 12; 18; \dots\}.$
- $B(9) = \{0; 9; 18; 27; 36; 45; 54; 63; 72; \dots\};$
 $B(12) = \{0; 12; 24; 36; 48; 60; 72; \dots\};$
 $B(18) = \{0; 18; 36; 54; 72; \dots\}.$
 Do đó $BC(9; 12; 18) = \{0; 36; 72; 108; \dots\}.$

□

▣ DẠNG 5. Chứng minh tính chất của các số*Phương pháp giải:*

- Có thể viết các số dạng tổng các lũy thừa của 10.
- Có thể vận dụng tính chất chia hết của một tổng, một tích.

VÍ DỤ 1. Chứng tỏ rằng số $\overline{abab}$ là bội của 101.**✎ LỜI GIẢI.**Ta có $\overline{abab} = \overline{ab} \cdot 100 + \overline{ab} = 101 \cdot \overline{ab} : 101$.Vậy $\overline{abab}$ là bội của 101. □**VÍ DỤ 2.** Chứng tỏ rằng 37 là ước của số $\overline{aaabbb}$.**✎ LỜI GIẢI.**

Ta có

$$\begin{aligned}
 \overline{aaabbb} &= \overline{aaa} \cdot 1000 + \overline{bbb} \\
 &= a \cdot 111 \cdot 1000 + b \cdot 111 \\
 &= 111 (1000 \cdot a + b) \\
 &= 37 \cdot 3 (1000 \cdot a + b) : 37.
 \end{aligned}$$

Vậy 37 là ước của $\overline{aaabbb}$. □**VÍ DỤ 3.** Chứng tỏ rằng hai số chẵn liên tiếp chỉ có hai ước chung là 1 và 2.**✎ LỜI GIẢI.**Gọi hai số chẵn liên tiếp là $2n$ và $2n + 2$ ($n \in \mathbb{N}$). Giả sử d là ước chung của $2n$ và $2n + 2$.Khi đó $2n : d$; $2n + 2 : d$.Do đó $(2n + 2 - 2n) : d$ hay $2 : d$.Suy ra $d \in \{1; 2\}$. □**© BÀI TẬP TỰ LUYỆN****BÀI 1.** Viết dạng tổng quát các số là bội của 15 rồi viết tập hợp các bội của 15 lớn hơn 100 nhưng nhỏ hơn 200.**✎ LỜI GIẢI.**

$$B(15) = \{15 \cdot k | k \in \mathbb{N}\};$$

Các bội của 15 lớn hơn 100 và nhỏ hơn 200 là

$$\{105; 120; 135; 150; 165; 180; 195\}.$$

□**BÀI 2.** Viết tập hợp các ước của 20; 42.

LỜI GIẢI.

$$U(20) = \{1; 2; 4; 5; 10; 20\}$$

$$U(42) = \{1; 2; 3; 6; 7; 14; 21; 42\}.$$

□

BÀI 3. Viết tập hợp các ước chung của:

a) 9 và 25;

b) 6; 9; 15.

LỜI GIẢI.a) Ta có $U(9) = \{1; 3; 9\};$

$$U(25) = \{1; 5; 25\}.$$

$$\text{Do đó } UC(9; 25) = \{1\}.$$

b) Ta có $U(6) = \{1; 3; 6\};$

$$U(9) = \{1; 3; 9\};$$

$$U(15) = \{1; 3; 5; 15\}.$$

$$\text{Do đó } UC(6; 9; 15) = \{1; 3\}.$$

□

BÀI 4. Viết tập hợp các bội chung của

a) 4 và 8;

b) 6; 10 và 15.

LỜI GIẢI.a) Ta có $B(4) = \{0; 4; 8; 12; 16; 20; 24; \dots\};$

$$B(8) = \{0; 8; 16; 24; \dots\}.$$

$$\text{Do đó } BC(4; 8) = \{0; 8; 16; 24; \dots\}.$$

b) Ta có $B(6) = \{0; 6; 12; 18; 24; 30; 36; 42; 48; 54; 60; \dots\};$

$$B(10) = \{0; 10; 20; 30; 40; 50; 60; \dots\};$$

$$B(15) = \{0; 15; 30; 45; 60; \dots\}.$$

$$\text{Do đó } BC(6; 10; 15) = \{0; 30; 60; \dots\}.$$

□

BÀI 5. Tìm số tự nhiên n , biết $(n + 6) \vdots n$.**LỜI GIẢI.**Ta có $(n + 6) \vdots n$ mà $n \vdots n$ nên $6 \vdots n$.Do đó $n \in U(6)$ hay $n \in \{1; 2; 3; 6\}.$

□

BÀI 6. Tìm số tự nhiên n sao cho $15 \vdots (2n + 1).$ **LỜI GIẢI.**Ta có $15 \vdots (2n + 1)$, suy ra $2n + 1 \in U(15)$ hay $2n + 1 \in \{1; 3; 5; 15\}$. Do đó

$$\text{— } 2n + 1 = 1 \Rightarrow n = 0;$$

$$\text{— } 2n + 1 = 3 \Rightarrow n = 1;$$

$$\text{— } 2n + 1 = 5 \Rightarrow n = 2;$$

$$\text{— } 2n + 1 = 15 \Rightarrow n = 7.$$

Vậy $n \in \{0; 1; 2; 7\}.$

□

BÀI 11

SỐ NGUYÊN TỐ. HỢP SỐ. BẢNG SỐ NGUYÊN TỐ

A TÓM TẮT LÝ THUYẾT

- Số nguyên tố là số tự nhiên lớn hơn 1, chỉ có hai ước là 1 và chính nó.
 - Hợp số là số tự nhiên lớn hơn 1, có nhiều hơn hai ước.
 - Số 2 là số nguyên tố nhỏ nhất, là số nguyên tố chẵn duy nhất.
- Phân tích một số tự nhiên lớn hơn 1 ra thừa số nguyên tố là viết số đó dưới dạng một tích các thừa số nguyên tố.
 - Có thể phân tích một số ra thừa số nguyên tố “theo cột dọc” hoặc “theo hàng ngang” và viết các ước nguyên tố theo thứ tự từ nhỏ tới lớn.
 - Dù phân tích ra thừa số nguyên tố theo cách nào thì ta cũng được cùng một kết quả.

B CÁC DẠNG TOÁN

☐ DẠNG 1. Nhận biết số nguyên tố, hợp số

Phương pháp giải: **Phương pháp giải:**

- Dựa vào định nghĩa của số nguyên tố, hợp số.
- Dựa vào các dấu hiệu chia hết.
- Có thể dùng bảng số nguyên tố nhỏ hơn 1000.

VÍ DỤ 1. Trong các số sau, số nào là số nguyên tố, số nào là hợp số?

0; 1; 87; 73; 1675; 547.

✎ LỜI GIẢI.

- số 0 và 1 không phải là số nguyên tố, không phải là hợp số.
- Số 87 là hợp số vì $87 > 1$ và $87 : 3$ (ngoài 1 và chính nó).
- Số 1675 là hợp số vì $1675 > 1$ và $1675 : 5$ (ngoài 1 và chính nó).
- Số 73 là số nguyên tố vì $73 > 1$ và 73 chỉ chia hết cho 1 và chính nó.
- Số 547 là số nguyên tố (vì có trong bảng các số nguyên tố nhỏ hơn 1000). ☐

VÍ DỤ 2. Chứng minh rằng tích của hai số nguyên tố là một hợp số.

✎ LỜI GIẢI.

Gọi p_1 và p_2 là hai số nguyên tố. Xét tích $p_1 \times p_2$, tích này lớn hơn 1, chia hết cho 1 và chính nó. Ngoài ra tích này còn chia hết cho p_1 và p_2 nên tích $p_1 \times p_2$ là hợp số. ☐

VÍ DỤ 3. Tổng $S = 5 \cdot 6 \cdot 7 + 10 \cdot 11 \cdot 13$ là số nguyên hay hợp số?

✎ LỜI GIẢI.

Số $5 \cdot 6 \cdot 5 : 5$ (vì tích này có một thừa số là 5).

Số $10 \cdot 11 \cdot 13 : 5$ (vì $10 : 5$).

Do đó tổng $S = 5 \cdot 6 \cdot 7 + 10 \cdot 11 \cdot 13$ chia hết cho 5.

Tổng $S > 5$ và chia hết cho 5 nên nó là hợp số. □

□ DẠNG 2. Điền chữ số để được số nguyên tố hay hợp số

Phương pháp giải: **Phương pháp giải**

- Dùng các dấu hiệu chia hết để xét.
- Có thể dùng bảng số nguyên tố nhỏ hơn 1000.

VÍ DỤ 4. Cho số $\overline{10*}$. Điền chữ số thích hợp vào $*$ để được:

a) Hợp số.

b) Số nguyên tố.

LỜI GIẢI.

a) Với $\overline{10*}$ ta có thể chọn $* \in \{0; 2; 4; 6; 8\}$ để $\overline{10*}$ chia hết cho 2, có thể chọn $*$ là 5 để $\overline{10*}$ chia hết cho 5.

Vậy để cho $\overline{10*}$ là hợp số ta có thể chọn $* \in \{0; 2; 4; 6; 8; 5\}$.

b) Các số 101; 103; 107; 109 đều là số nguyên tố (dùng bảng số nguyên tố nhỏ hơn 1000). Vậy để $\overline{10*}$ là số nguyên tố, ta chọn $* \in \{1; 3; 5; 7; 9\}$. □

VÍ DỤ 5. Cho biết $\overline{x1}$ là một số nguyên tố. Hỏi chữ số x là chữ số nào?

LỜI GIẢI.

Các số 11; 31; 41; 71 đều là số nguyên tố, các số 21; 51; 81; 91 đều là hợp số do đó $x \in \{1; 3; 4; 6; 7\}$. □

VÍ DỤ 6. Tìm $k \in \mathbb{N}$ để tích $19 \cdot k$ là số nguyên tố.

LỜI GIẢI.

- Với $k = 0$ thì $19 \cdot k = 0$, số 0 không phải là số nguyên tố.
- Với $k = 1$ thì $19 \cdot k = 19$, số 19 là số nguyên tố.
- Với $k \geq 2$ thì $19 \cdot k$ là hợp số vì ngoài các ước là 1 và chính nó còn có ước là 19.

Vậy với $k = 1$ thì $19 \cdot k$ là số nguyên tố. □

□ DẠNG 3. Phân tích một số ra thừa số nguyên tố

Phương pháp giải: **Phương pháp giải**

Cách 1. Phân tích theo cột dọc.

Cách 2. Phân tích theo hàng ngang.

Nên nhớ: $10 = 2 \cdot 5$; $100 = 2^2 \cdot 5^2$; $1000 = 2^3 \cdot 5^3$; $10^n = 2^n \cdot 5^n$.

VÍ DỤ 7. Trong các cách viết sau, cách viết nào là phân tích số 48 ra thừa số nguyên tố?

a) $48 = 3 + 13 + 29;$

b) $48 = 53 - 3;$

c) $48 = 6 \cdot 8;$

d) $48 = 2^3 \cdot 3.$

 **LỜI GIẢI.**

Ta có 2 và 3 là các số nguyên tố. Do đó cách viết $48 = 2^4 \cdot 3$ là phân tích số 48 ra thừa số nguyên tố. Chọn d). □

VÍ DỤ 8. Phân tích các số sau ra thừa số nguyên tố:

a) 180;

b) 2034.

 **LỜI GIẢI.**

<table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr><td style="text-align: right;">182</td><td style="border-left: 1px solid black; padding-left: 10px;">2</td></tr> <tr><td style="text-align: right;">90</td><td style="border-left: 1px solid black; padding-left: 10px;">2</td></tr> <tr><td style="text-align: right;">45</td><td style="border-left: 1px solid black; padding-left: 10px;">3</td></tr> <tr><td style="text-align: right;">15</td><td style="border-left: 1px solid black; padding-left: 10px;">3</td></tr> <tr><td style="text-align: right;">5</td><td style="border-left: 1px solid black; padding-left: 10px;">5</td></tr> <tr><td style="text-align: right;">1</td><td style="border-left: 1px solid black; padding-left: 10px;"></td></tr> </table>	182	2	90	2	45	3	15	3	5	5	1		a) Ta có	. Vậy $180 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5;$	b)	Ta có	<table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr><td style="text-align: right;">2034</td><td style="border-left: 1px solid black; padding-left: 10px;">2</td></tr> <tr><td style="text-align: right;">1017</td><td style="border-left: 1px solid black; padding-left: 10px;">3</td></tr> <tr><td style="text-align: right;">339</td><td style="border-left: 1px solid black; padding-left: 10px;">3</td></tr> <tr><td style="text-align: right;">113</td><td style="border-left: 1px solid black; padding-left: 10px;">113</td></tr> <tr><td style="text-align: right;">1</td><td style="border-left: 1px solid black; padding-left: 10px;"></td></tr> </table>	2034	2	1017	3	339	3	113	113	1		. Vậy $2034 = 2 \cdot 3^2 \cdot$
182	2																											
90	2																											
45	3																											
15	3																											
5	5																											
1																												
2034	2																											
1017	3																											
339	3																											
113	113																											
1																												
					113.																							

□

VÍ DỤ 9. Phân tích các số sau ra thừa số nguyên tố:

a) 1500;

b) 40000.

 **LỜI GIẢI.**

a) $1500 = 15 \cdot 100 = 3 \cdot 5 \cdot (2^2 \cdot 5^2) = 2^2 \cdot 3 \cdot 5^3.$

b) $40000 = 4 \cdot 10000 = 2^2 \cdot (2^4 \cdot 5^4) = 2^6 \cdot 5^4.$

□

□ DẠNG 4. Phân tích một số ra thừa số nguyên tố để tìm các ước của một số, để tính số lượng các ước số của số đó

Phương pháp giải: **Phương pháp giải**

- Khi phân tích số m ra thừa số nguyên tố, giả sử $m = a \cdot b$. Lúc đó ta được các ước của m là 1, a , b và $a \cdot b$.
- Khi phân tích số m ra thừa số nguyên tố:
 - Nếu $m = a^x$ thì m có $x + 1$ ước.
 - Nếu $m = a^x \cdot b^y$ thì m có $(x + 1) \cdot (y + 1)$ ước.
 - Nếu $m = a^x \cdot b^y \cdot c^z$ thì m có $(x + 1) \cdot (y + 1) \cdot (z + 1)$ ước.

VÍ DỤ 10. Tìm các ước của mỗi số sau:

a) 33;

b) 81;

c) 45.

✎ **LỜI GIẢI.**

a) $33 = 3 \cdot 11 \Rightarrow U(33) = \{1; 3; 11; 33\}$.

b) $81 = 3^4 \Rightarrow U(81) = \{1; 3; 3^2; 3^3; 3^4\} = \{1; 3; 9; 27; 81\}$.

c) $45 = 3^2 \cdot 5 \Rightarrow U(45) = \{1; 3; 9; 5; 15; 45\}$.

□

VÍ DỤ 11. Mỗi số sau có bao nhiêu ước?

a) 200;

b) 720.

✎ **LỜI GIẢI.**

a) $200 = 2 \cdot 100 = 2^3 \cdot 5^2$.

Số lượng các ước của 200 là $(3 + 1) \cdot (2 + 1) = 12$ (ước).

b) $720 = 9 \cdot 9 \cdot 10 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5$.

Số lượng các ước của 720 là $(4 + 1) \cdot (2 + 1) \cdot (1 + 1) = 30$ (ước).

□

□ DẠNG 5. Vài ứng dụng khác của việc phân tích một số ra thừa số nguyên tố

Phương pháp giải: **Phương pháp giải**

- Phân tích số cho trước ra thừa số nguyên tố.
- Dùng tính chất giao hoán, kết hợp để nhóm các thừa số thích hợp thành từng nhóm.

VÍ DỤ 12. Tìm hai số tự nhiên liên tiếp có tích bằng 2450.

✎ **LỜI GIẢI.**

Ta có $2450 = 2 \cdot 5^2 \cdot 7^2 = 7^2 \cdot (2 \cdot 5^2) = 49 \cdot 50$.

□

VÍ DỤ 13. Tìm ba số tự nhiên liên tiếp có tích bằng 6840.

LỜI GIẢI.

Tìm có $6840 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 19 = (2 \cdot 3^2) \cdot 19 \cdot (2^2 \cdot 5) = 18 \cdot 19 \cdot 20$. □

VÍ DỤ 14. Một khu đất hình vuông có diện tích là 1156 m^2 . Tính độ dài mỗi cạnh của khu đất này.

LỜI GIẢI.

Gọi độ dài mỗi cạnh của hình vuông là x . Ta có

$$x^2 = 1156 = 2^2 \cdot 17^2$$

$$x^2 = (2 \cdot 17) \cdot (2 \cdot 17) = 34^2.$$

Vậy $x = 34 \text{ (m)}$. □

VÍ DỤ 15. Lập phương của một số bằng 1728. Hỏi số đó là số nào?

LỜI GIẢI.

Gọi số phải tìm là x . Ta có

$$x^3 = 1728$$

$$x^3 = 2^6 \cdot 3^3$$

$$x^3 = (2^2 \cdot 3) \cdot (2^2 \cdot 3) \cdot (2^2 \cdot 3)$$

$$x^3 = 12 \cdot 12 \cdot 12 = 12^3.$$

Vậy số phải tìm là 12. □

🎯 BÀI TẬP TỰ LUYỆN

BÀI 1. Cho $\overline{4*}$. Hãy điền chữ số thích hợp vào dấu $*$ để được:

a) Số nguyên tố;

b) Hợp số.

LỜI GIẢI.

a) Ta có 41, 43, 47 là các số nguyên tố. Do đó chọn $* \in \{1; 3; 7\}$.

b) $\overline{4*}$ chia hết cho 2 ta có thể chọn $* \in \{0; 2; 4; 6; 8\}$.

$\overline{4*}$ chia hết cho 5 ta có thể chọn $* \in \{0; 5\}$.

$\overline{4*}$ chia hết cho 7 ta có thể chọn $* \in \{2; 9\}$.

Vậy để $\overline{4*}$ là hợp số ta chọn $* \in \{0; 2; 4; 5; 6; 8; 9\}$. □

BÀI 2. Tổng hay hiệu sau là số nguyên tố hay hợp số?

a) $17 \cdot 19 + 23 \cdot 29$;

b) $5 \cdot 8 - 3 \cdot 13$;

c) $143 \cdot 144 \cdot 145 - 145 \cdot 144 \cdot 143$.

LỜI GIẢI.

a) $17 \cdot 19 + 23 \cdot 29 = 990$. Nhận thấy $990 : 5$. Nên $17 \cdot 19 + 23 \cdot 29$ là hợp số.

b) $5 \cdot 8 - 3 \cdot 13 = 1$. Nên $5 \cdot 8 - 3 \cdot 13 = 1$ không phải là số nguyên tố, không phải là hợp số.

c) $143 \cdot 144 \cdot 145 - 145 \cdot 144 \cdot 143 = 143 \cdot 144 \cdot 145 - 143 \cdot 145 \cdot 143 = 0$. Nên $143 \cdot 144 \cdot 145 - 145 \cdot 144 \cdot 143$ không phải là số nguyên tố, không phải là hợp số.

□

BÀI 3. Phân tích các số sau ra thừa số nguyên tố.

a) 504;

b) 900.

 **LỜI GIẢI.**

a) $504 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 7$;

b) $900 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2$.

□

BÀI 4. Tìm các ước của các số sau:

a) 65;

b) 16;

c) 28.

 **LỜI GIẢI.**

a) $65 = 5 \cdot 13$. Vậy $U(65) = \{1; 5; 13; 65\}$.

b) $16 = 2^4$. Vậy $U(16) = \{1; 2; 4; 8; 16\}$.

c) $28 = 2^2 \cdot 7$. Vậy $U(28) = \{1; 2; 4; 7; 28\}$.

□

BÀI 5. Tìm số lượng các ước của các số sau:

a) 30;

b) 81;

c) 600.

 **LỜI GIẢI.**

a) $30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$. Vậy số lượng các ước của 30 là $(1 + 1) \cdot (1 + 1) \cdot (1 + 1) = 6$.

b) $81 = 3^4$. Vậy số lượng các ước của 81 là $(4 + 1) = 5$.

c) $600 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5^2$. Vậy số lượng các ước của 600 là $(3 + 1) \cdot (1 + 1) \cdot (2 + 1) = 24$.

□

BÀI 6. Tìm hai số tự nhiên liên tiếp có tích bằng 1260.

 **LỜI GIẢI.**

Ta có $1260 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7 = (5 \cdot 7) \cdot (2^2 \cdot 3^2) = 35 \cdot 36$.

Vậy hai số tự nhiên liên tiếp thỏa yêu cầu bài là 35 và 36.

□

BÀI 7. Số 7056 có phải là một số chính phương hay không?

 **LỜI GIẢI.**

Ta có $7056 = 2^4 \cdot 3^2 \cdot 7^2 = (2^2 \cdot 3 \cdot 7) \cdot (2^2 \cdot 3 \cdot 7) = 84 \cdot 84 = 84^2$.

Do đó số 7056 là một số chính phương.

□

BÀI 12 ƯỚC CHUNG LỚN NHẤT

A TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1) Ước chung lớn nhất (ƯCLN) của hai hay nhiều số là số lớn nhất trong tập hợp các ước chung của các số đó.

2) Muốn tìm Ước chung lớn nhất của hai hay nhiều số lớn hơn 1, ta thực hiện ba bước sau:

Bước 1: Phân tích mỗi số ra thừa số nguyên tố.

Bước 2: Chọn ra các thừa số nguyên tố chung.

Bước 3: Lập tích các thừa số đã chọn, mỗi thừa số lấy với số mũ nhỏ nhất của nó. Tích đó là ƯCLN phải tìm.

⚠ Chú ý

• Nếu các số đã cho không có thừa số nguyên tố chung thì ƯCLN của chúng bằng 1. Hai hay nhiều số có ƯCLN bằng 1 gọi là các số nguyên tố cùng nhau.

• Trong các số đã cho, nếu số nhỏ nhất là ước của các số còn lại thì ƯCLN của các số đã cho chính là số nhỏ nhất đó.

3) Cách tìm ước chung thông qua ƯCLN.

Để tìm ước chung của các số đã cho, ta có thể tìm các ước của ƯCLN của các số đó.

B CÁC DẠNG TOÁN

📁 DẠNG 1. Tìm ƯCLN của hai hay nhiều số

Phương pháp giải: **Phương pháp giải**

Thực hiện theo ba bước trong quy tắc tìm ƯCLN.

VÍ DỤ 1. Tìm ƯCLN của các số sau:

a) 108 và 240;

b) 450; 1260 và 945.

🔑 LỜI GIẢI.

a) $108 = 2^2 \cdot 3^2$

$240 = 2^4 \cdot 3 \cdot 5.$

Vậy $ƯCLN(108; 240) = 2^2 \cdot 3 = 12.$

b) $450 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5^2;$

$1260 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7;$

$945 = 3^3 \cdot 5 \cdot 7.$

Vậy $ƯCLN(450; 1260; 945) = 3^2 \cdot 5 = 45.$



VÍ DỤ 2. Tìm ƯCLN của các số sau:

a) 54; 90 và 18;

b) 36; 40 và 18.

LỜI GIẢI.

a) Vì $54 : 18, 90 : 18$ nên $\text{ƯCLN}(54; 90; 18) = 18$.

b) Số 1 chỉ có một ước là 1.

Do đó $\text{ƯCLN}(36; 40; 1) = 1$.

□

DẠNG 2. Tìm ước chung thỏa mãn điều kiện cho trước

Phương pháp giải: **Phương pháp giải:**

- Tìm ƯCLN của các số cho trước
- Tìm các ước của ƯCLN này.
- Chọn ra các số thỏa mãn điều kiện cho trước.

VÍ DỤ 3. Tìm các ước chung của 10 và 156.

LỜI GIẢI.

$104 = 2^3 \cdot 13; 156 = 2^2 \cdot 3 \cdot 13$.

$\text{ƯCLN}(104; 156) = 2^2 \cdot 13 = 52$. $\text{ƯC}(104; 156) = \text{Ư}(52) = \{1; 2; 4; 13; 26; 52\}$.

□

VÍ DỤ 4. Tìm $x \in \mathbb{N}$, biết $56 : x; 196 : x$ và $5 < x < 25$.

LỜI GIẢI.

Vì $56 : x$ và $196 : x$ nên $x \in \text{Ư}(56; 96)$.

Ta có $56 = 2^3 \cdot 7; 196 = 2^2 \cdot 7^2$.

$\text{ƯCLN}(56; 96) = 2^2 \cdot 7 = 28$.

$\text{Ư}(56; 96) = \text{Ư}(28) = \{1; 2; 4; 7; 14; 28\}$.

Vì $5 < x < 25$ nên $x \in \{7; 14\}$.

□

VÍ DỤ 5. Tìm ước chung có hai chữ số của 600 và 180.

LỜI GIẢI.

$$600 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5^2; 180 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5.$$

$\text{ƯCLN}(600; 180) = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 = 60$.

$\text{ƯC}(600; 180) = \text{Ư}(60) = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 10; 12; 15; 20; 30; 60\}$.

Do đó ước chung có hai chữ số của 600 và 180 là

$$\{10; 12; 15; 20; 30; 60\}.$$

□

□ DẠNG 3. Nhận biết hai số nguyên tố cùng nhau. Chứng minh hai số nguyên tố cùng nhau

Phương pháp giải: **Phương pháp giải**

Gọi d là ƯCLN của hai số, ta phải chứng tỏ $d = 1$.

VÍ DỤ 6. Tìm các cặp số nguyên tố cùng nhau trong các cặp số dưới đây:

- | | |
|-------------|--------------|
| a) 8 và 12; | b) 15 và 51; |
| c) 9 và 13; | d) 10 và 21. |

✎ LỜI GIẢI.

- a) $\text{ƯCLN}(8; 12) = 4$ nên 8 và 12 không nguyên tố cùng nhau.
 b) $\text{ƯCLN}(15; 51) = 3$ nên 15 và 51 không nguyên tố cùng nhau.
 c) $\text{ƯCLN}(9; 13) = 1$ nên 9 và 13 là hai số nguyên tố cùng nhau.
 d) $\text{ƯCLN}(10; 21) = 1$ nên 10 và 21 là hai số nguyên tố cùng nhau.

□

VÍ DỤ 7. Chứng tỏ rằng hai số lẻ liên tiếp là hai số nguyên tố cùng nhau.

✎ LỜI GIẢI.

Gọi hai số lẻ liên tiếp là $2n + 1$ và $2n + 3$ ($n \in \mathbb{N}$).

Giả sử d là ƯCLN của chúng.

Ta có $(2n + 1) : d$ và $(2n + 3) : d$.

Do đó $[(2n + 1) - (2n + 3)] : d$ hay $2 : d$, suy ra $d \in \{1; 2\}$.

Vì d là ước của số lẻ nên $d \neq 2$.

Vậy $d = 1$, do đó hai số $2n + 1$ và $2n + 3$ nguyên tố cùng nhau, tức là hai số lẻ liên tiếp nguyên tố cùng nhau.

□

VÍ DỤ 8. Cho hai số tự nhiên $2n + 1$ và $4n + 3$ ($n \in \mathbb{N}$). Chứng tỏ rằng hai số này nguyên tố cùng nhau.

✎ LỜI GIẢI.

Gọi d là ƯCLN($2n + 1; 4n + 3$).

Suy ra $(4n + 3) : d$, $(2n + 1) : d \Rightarrow 2 \cdot (2n + 1) : d$.

Do đó $[(4n + 3) - 2 \cdot (2n + 1)] : d$ hay $(4n + 3 - 4n - 2) : d$, tức là $1 : d$, do đó $d = 1$.

Vậy hai số $2n + 1$ và $4n + 3$ nguyên tố cùng nhau.

□

□ DẠNG 4. Bài toán đưa đến việc tìm ƯCLN của hai hay nhiều số

Phương pháp giải: **Phương pháp giải**

Phân tích đề bài, suy luận đưa về việc tìm ƯCLN của hai hay nhiều số.

VÍ DỤ 9. Tìm số tự nhiên x lớn nhất mà $160 \vdots x$ và $240 \vdots x$.

 **LỜI GIẢI.**

Vì x là số tự nhiên lớn nhất mà $160 \vdots x$ và $240 \vdots x$ nên x là ƯCLN(160; 240).

Ta có $160 = 2^5 \cdot 5$; $240 = 2^4 \cdot 3 \cdot 5$.

Do đó ƯCLN(160; 240) = $2^4 \cdot 5 = 80$.

Vậy $x = 80$. □

VÍ DỤ 10. Tìm số tự nhiên x lớn nhất biết rằng $x + 150$ và $x + 375$ đều là bội của x .

 **LỜI GIẢI.**

$(x + 150) \vdots x$ mà $x \vdots x$ nên $150 \vdots x$;

$(x + 375) \vdots x$ mà $x \vdots x$ nên $375 \vdots x$.

Vì x là số tự nhiên lớn nhất nên x là ƯCLN(150; 375).

Ta có $150 = 2 \cdot 3 \cdot 5^2$; $375 = 3 \cdot 5^3$.

ƯCLN(150; 375) = $3 \cdot 5^2 = 75$.

Vậy $x = 75$. □

VÍ DỤ 11. Một căn phòng hình chữ nhật dài 680cm, rộng 480cm. Người ta muốn lát kín căn phòng đó bằng gạch hình vuông mà không có viên gạch nào bị cắt xén. Hỏi cạnh viên gạch có độ dài lớn nhất là bao nhiêu?

 **LỜI GIẢI.**

Muốn cho không viên gạch nào bị cắt xén thì độ dài mỗi cạnh viên gạch phải là ƯCLN(680; 480).

$$680 = 2^3 \cdot 5 \cdot 17; 480 = 2^5 \cdot 3 \cdot 5.$$

ƯCLN(680; 480) = $2^3 \cdot 5 = 40$.

Vậy cạnh viên gạch có độ dài bằng 40cm. □

VÍ DỤ 12. Một lớp học có 18 nam và 24 nữ được chia đều vào các nhóm nhỏ sao cho số nam trong các nhóm bằng nhau, số nữ trong các nhóm bằng nhau, biết rằng số nhóm phải lớn hơn 2. Hỏi có bao nhiêu cách chia nhóm?

 **LỜI GIẢI.**

Các số 18 và 24 phải chia hết cho số nhóm.

Vậy số nhóm là ƯC(18; 24).

ƯCLN(18; 24) = 6; suy ra ƯC(18; 24) = Ư(6) = {1; 2; 3; 6}.

Vì số nhóm lớn hơn 2 nên có thể chia thành 3 nhóm hoặc 6 nhóm.

Vậy có tất cả hai cách chia nhóm. □

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

BÀI 1. Tìm ƯCLN rồi tìm ước chung của:

a) 540 và 168;

b) 735 và 350.

LỜI GIẢI.a) Ta có $540 = 2^2 \cdot 3^3 \cdot 5$, $168 = 2^3 \cdot 3 \cdot 7$.

$$\text{ƯCLN}(540; 168) = 12.$$

$$\text{Nên } \text{ƯC}(540; 168) = \text{Ư}(12) = \{1; 2; 3; 4; 6; 12\}.$$

b) Ta có $735 = 3 \cdot 5 \cdot 7^2$; $350 = 2 \cdot 5^2 \cdot 7$.

$$\text{ƯCLN}(735; 350) = 35.$$

$$\text{Nên } \text{ƯC}(735; 350) = \text{Ư}(35) = \{1; 5; 7; 35\}.$$

□

BÀI 2. Tìm số tự nhiên x lớn nhất biết rằng 120 và 216 cùng chia hết cho x .**LỜI GIẢI.**Vì x là số tự nhiên lớn nhất mà 120 và 216 cùng chia hết, nên x là $\text{ƯCLN}(120; 216)$.

$$\text{Ta có } 120 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5; 216 = 2^3 \cdot 3^3.$$

$$\text{Nên } x = \text{ƯCLN}(120; 216) = 24.$$

□

BÀI 3. Tìm các ước chung có hai chữ số của 800 và 1500.**LỜI GIẢI.**

$$\text{Ta có } 800 = 2^5 \cdot 5^2; 1500 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5^3.$$

$$\text{ƯCLN}(800; 1500) = 50;$$

$$\text{ƯC}(800; 1500) = \text{Ư}(50) = \{1; 2; 5; 10; 20; 25; 50\}.$$
 Các ước chung có hai chữ số của 800 và 1500 là $\{10; 20; 25; 50\}$.

□

BÀI 4. Tìm số tự nhiên x lớn nhất sao cho $198 + x$ và $270 - x$ đều chia hết cho x .**LỜI GIẢI.**Ta có $198 + x$ và $270 - x$ đều chia hết cho x , suy ra 198 và 270 đều chia hết cho x . Mặt khác x lớn nhất nên x là $\text{ƯCLN}(198; 270)$.

$$198 = 2 \cdot 3^2 \cdot 11; 270 = 2 \cdot 3^3 \cdot 5.$$

$$\text{Nên } x = \text{ƯCLN}(198; 270) = 18.$$

□

BÀI 5. Một đám đất hình chữ nhật dài 88m, rộng 52m. Người ta muốn chia đám đất đó thành những ô vuông bằng nhau, lớn nhất. Hỏi cạnh của mỗi ô vuông là bao nhiêu? (Độ dài mỗi cạnh là một số tự nhiên với đơn vị mét).**LỜI GIẢI.**Độ dài cạnh hình vuông lớn nhất chính bằng $\text{ƯCLN}(88; 52)$.

$$88 = 2^3 \cdot 11; 52 = 2^2 \cdot 13$$

$$\text{ƯCLN}(88; 52) = 4.$$

Vậy độ dài cạnh hình vuông lớn nhất là 4m.

□

BÀI 6. Chứng minh rằng hai số $2n + 3$ và $3n + 4$ với $n \in \mathbb{N}$ là hai số nguyên tố cùng nhau.**LỜI GIẢI.**

Gọi d là ước chung lớn nhất của $2n + 3$ và $3n + 4$.

Suy ra $(2n + 3) : d \Rightarrow 3 \cdot (2n + 3) : d$

$(3n + 4) : d \Rightarrow 2 \cdot (3n + 4) : d$.

Do đó $[3 \cdot (2n + 3) - 2 \cdot (3n + 4)] : d$ hay $(6n + 9 - 6n - 8) : d \Leftrightarrow 1 : d \Rightarrow d = 1$. □

BÀI 13 BỘI CHUNG NHỎ NHẤT

A TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Bội chung nhỏ nhất

Định nghĩa 1. Bội chung nhỏ nhất (BCNN) của hai hay nhiều số là số nhỏ nhất khác 0 trong tập hợp các bội chung của các số đó.

2. Tìm BCNN bằng cách phân tích các số ra thừa số nguyên tố

- *Bước 1:* Phân tích mỗi số ra thừa số nguyên tố.
- *Bước 2:* Chọn ra các thừa số nguyên tố chung và riêng.
- *Bước 3:* Lập một tích các thừa số đã chọn, mỗi thừa số lấy với số mũ lớn nhất của nó. Tích đó là BCNN phải tìm.

Chú ý

- Nếu các số đã cho từng đôi một nguyên tố cùng nhau thì BCNN của chúng là tích của các số đó.
- Trong các số đã cho, số lớn nhất là bội của các số còn lại thì BCNN của các số đã cho chính là số lớn nhất đó.

3. Cách tìm bội chung thông qua BCNN

Để tìm bội chung của các số đã cho, ta có thể tìm bội của BCNN của các số đó.

B CÁC DẠNG TOÁN

DẠNG 1. Tìm BCNN của hai hay nhiều số

Phương pháp giải: **Phương pháp giải**

- Thực hiện theo ba bước trong quy tắc tìm BCNN.
- Trong trường hợp đơn giản, có thể nhẩm BCNN của hai hay nhiều số bằng cách nhân số lớn nhất lần lượt với 1; 2; 3; ... cho đến khi được kết quả là một số chia hết cho các số còn lại.

VÍ DỤ 1. Tìm BCNN của các số sau:

a) 24 và 80;

b) 90; 99 và 84.

LỜI GIẢI.

① Ta có $24 = 2^3 \cdot 3$ và $80 = 2^4 \cdot 5$. Khi đó, $BCNN(24; 80) = 2^4 \cdot 3 \cdot 5 = 240$.

② $90 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5$; $99 = 3^2 \cdot 11$ và $84 = 2^2 \cdot 3 \cdot 7$. Khi đó, $BCNN(90; 99; 84) = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 = 13860$. □

VÍ DỤ 2. Tìm BCNN của các số sau:

a) 270; 135 và 90;

b) 13; 20 và 1.

LỜI GIẢI.

① Vì $270 : 135$ và $270 : 90$ nên $BCNN(270; 135; 90) = 270$.

② Vì hai số 13 và 20 nguyên tố cùng nhau nên $BCNN(13; 20; 1) = 13 \cdot 20 = 260$. □

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

BÀI 1. Tìm BCNN của các số sau:

a) 25 và 150;

b) 25 và 12;

c) 20 và 56;

d) 100; 270 và 315.

LỜI GIẢI.

① Vì $150 : 25$ nên $BCNN(25; 150) = 150$.

② Do hai số 25 và 12 nguyên tố cùng nhau nên $BCNN(25; 12) = 25 \cdot 12 = 300$.

③ Ta có $20 = 2^2 \cdot 5$ và $56 = 2^3 \cdot 7$. Khi đó $BCNN(20; 56) = 2^3 \cdot 5 \cdot 7 = 280$.

④ Ta có $100 = 2^2 \cdot 5^2$; $270 = 2 \cdot 3^3 \cdot 5$ và $315 = 3^2 \cdot 5 \cdot 7$.

Khi đó, $BCNN(100; 270; 315) = 2^2 \cdot 3^3 \cdot 5^2 \cdot 7 = 18900$. □

DẠNG 2. Tìm các bội chung thỏa mãn điều kiện cho trước

Phương pháp giải: **Phương pháp giải**

- Tìm BCNN của các số cho trước.
- Tìm các bội của BCNN này.
- Chọn ra các số thỏa mãn điều kiện cho trước.

VÍ DỤ 3. Tìm các bội chung của 20; 25 và 75.

LỜI GIẢI.

Ta có $20 = 2^2 \cdot 5$; $25 = 5^2$ và $75 = 3 \cdot 5^2$. Khi đó $BCNN(20; 25; 75) = 2^2 \cdot 3 \cdot 5^2 = 300$.

Vậy $BC(20; 25; 75) = B(300) = \{0; 300; 600; 900; \dots\}$. □

VÍ DỤ 4. Tìm các bội chung nhỏ hơn 1000 của 45 và 25.

LỜI GIẢI.

Ta có $45 = 3^2 \cdot 5$ và $25 = 5^2$. Khi đó, $BCNN(45; 25) = 3^2 \cdot 5^2 = 225$.

Suy ra $BC(45; 25) = B(225) = \{0; 225; 450; 675; 900; 1125; \dots\}$.

Vậy tập hợp các bội chung nhỏ hơn 1000 của 45 và 25 là $\{0; 225; 450; 675; 900\}$. □

VÍ DỤ 5. Tìm số tự nhiên x sao cho: $x : 72; : 108$ và $500 < x < 1000$.

LỜI GIẢI.

Vì $x : 72$ và $x : 108$ nên $x \in BC(72; 108)$. Ta có $72 = 2^3 \cdot 3^2$; $108 = 2^2 \cdot 3^3$.

Khi đó $BCNN(72; 108) = 2^3 \cdot 3^3 = 216$.

Suy ra $BC(72; 108) = B(216) = \{0; 216; 432; 648; 864; 1080; \dots\}$.

Vì $500 < x < 1000$ nên $x \in \{648; 864\}$. □

DẠNG 3. Bài toán đưa đến việc tìm BCNN của hai hay nhiều số

Phương pháp giải: **Phương pháp giải:** Phân tích đề bài, suy luận đưa về việc tìm BCNN của hai hay nhiều số.

VÍ DỤ 6. Tìm số tự nhiên nhỏ nhất khác 0 mà $x : 147$ và $x : 105$.

LỜI GIẢI.

Vì $x : 147$ và $x : 105$ nên $x \in BC(147; 105)$; mà x nhỏ nhất khác 0 nên x là $BCNN(147; 105)$.

Ta có $147 = 3 \cdot 7^2$; $105 = 3 \cdot 5 \cdot 7$. Do đó $BCNN(147; 105) = 3 \cdot 5 \cdot 7^2 \cdot 5 = 735$.

Vậy $x = 735$. □

VÍ DỤ 7. Tìm số tự nhiên x nhỏ nhất, lớn hơn 200 mà khi chia x cho 4, cho 5, cho 6 đều dư 3.

LỜI GIẢI.

Vì x chia cho 4, cho 5, cho 6 đều dư 3 nên $(x - 3) : 4; (x - 3) : 5$ và $(x - 3) : 6$.

Suy ra $(x - 3) \in BC(4; 5; 6)$.

Ta có $4 = 2^2$; $6 = 2 \cdot 3$. Khi đó, $BCNN(4; 5; 6) = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 = 60$.

Suy ra $BC(4; 5; 6) = B(60) = \{0; 60; 120; 180; 240; \dots\}$.

Suy ra $(x - 3) \in \{0; 60; 120; 180; 240; \dots\}$ hay $x \in \{3; 63; 123; 183; 243; \dots\}$;

Mà x nhỏ nhất và lớn hơn 200 nên $x = 243$.

Vậy $x = 243$. □

VÍ DỤ 8. Tìm số tự nhiên nhỏ nhất chia cho 5 dư 2, chia cho 8 dư 5.

LỜI GIẢI.

Gọi số phải tìm là x ($x \in \mathbb{N}$). Vì x chia cho 5 dư 2 nên $(x - 2) : 5$ hay $(x + 3) : 5$; x chia cho 8 dư 5 nên $(x - 5) : 8$ hay $(x + 3) : 8$; suy ra $(x + 3)$ là bội chung của 5 và 8.

Do $BCNN(5; 8) = 40$ nên $BC(5; 8) = B(40)$ hay $x + 3 \in \{0; 40; 80; 120; \dots\}$.

Mà x nhỏ nhất nên ta chọn $x + 3 = 40$ hay $x = 37$.

Vậy số cần tìm là 37. □

VÍ DỤ 9. Số học sinh khối 6 của một trường khoảng gần 500 học sinh. Biết rằng nếu xếp hàng 5, hàng 8, hàng 12 đều thiếu 1. Tính số học sinh khối 6 của trường đó.

LỜI GIẢI.

Gọi số học sinh khối 6 của trường đó là a ($a \in \mathbb{N}$).

Vì xếp hàng 5, hàng 8, hàng 12 đều thiếu 1 nên $(a + 1) : 5; (a + 1) : 8; (a + 1) : 12$.

Do đó $(a + 1) \in \text{BC}(5; 8; 12)$.

Ta có $\text{BCNN}(5; 8; 12) = 120$ nên $\text{BC}(5; 8; 12) = \text{B}(120)$. Do đó, $a + 1 \in \{0; 120; 240; 360; 480; 600; \dots\}$.

Mà số học sinh khoảng gần 500 nên ta chọn $a + 1 = 480$ suy ra $a = 479$.

Vậy số học sinh khối 6 của trường là 479. □

VÍ DỤ 10. Các cột điện trước đây cách nhau 60m, nay trồng lại, cách nhau 45m. Hỏi sau cột đầu tiên không trồng lại thì cột gần nhất không phải trồng lại là cột thứ mấy?

LỜI GIẢI.

Khoảng cách gần nhất giữa hai cột không phải trồng lại phải chia hết cho 60, cho 45 nên khoảng cách này là $\text{BCNN}(60; 45)$. Ta có $\text{BCNN}(60; 45) = 180$.

Vậy cột đầu tiên không phải trồng lại sau cột đầu là cột thứ $180 : 60 + 1 = 4$. □

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

BÀI 2. Tìm số tự nhiên x nhỏ nhất khác 0 sao cho $x : 20; x : 24$ và $x : 36$.

LỜI GIẢI.

Vì $x : 20; x : 24$ và $x : 36$ nên $x \in \text{BC}(20; 24; 36)$; mà x nhỏ nhất khác 0 nên x là $\text{BCNN}(20; 24; 36)$.

Ta có $20 = 2^2 \cdot 5; 24 = 2^3 \cdot 3$ và $36 = 2^2 \cdot 3^2$.

Khi đó $\text{BCNN}(20; 24; 36) = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 = 360$.

Vậy $x = 360$. □

BÀI 3. Tìm số tự nhiên $x < 500$ biết rằng khi chia x cho 6, cho 7, cho 8 đều dư 2.

LỜI GIẢI.

Vì x chia cho 6, cho 7, cho 8 đều dư 2 nên $(x - 2) : 6; (x - 2) : 7$ và $(x - 2) : 8$ suy ra $(x - 2) \in \text{BC}(6; 7; 8)$.

Ta có $6 = 2 \cdot 3; 8 = 2^3$. Khi đó, $\text{BCNN}(6; 7; 8) = 2^3 \cdot 3 \cdot 7 = 168$.

Suy ra $\text{BC}(6; 7; 8) = \text{B}(168) = \{0; 168; 336; 504; \dots\}$. Suy ra $(x - 2) \in \{0; 168; 336; 504; \dots\}$ hay $x \in \{2; 170; 338; 506; \dots\}$;

Mà $x < 500$ nên $x \in \{2; 170; 338\}$.

Vậy $x \in \{2; 170; 338\}$. □

BÀI 4. Một đội đồng diễn thể dục có hơn 200 học sinh nhưng chưa đến 300 học sinh. Khi xếp hàng 8, hàng 10, hàng 12 đều không thừa học sinh nào. Hỏi đội đồng diễn đó có bao nhiêu học sinh?

LỜI GIẢI.

Gọi số học sinh của đội đồng diễn thể dục là x , ($200 < x < 300$).

Vì đội đồng diễn thể dục khi xếp hàng 8, hàng 10, hàng 12 đều không thừa học sinh nào nên $x : 8$,

$x : 10, x : 12$ hay $x \in BC(8; 10; 12)$.

Ta có $8 = 2^3; 10 = 2 \cdot 5; 12 = 2^2 \cdot 3$ suy ra $BCNN(8; 10; 12) = 2^3 \cdot 3 \cdot 5 = 120$.

Do đó $BC(8; 10; 12) = BC(120) = \{0; 120; 240; 360; 480; \dots\}$ suy ra $x \in \{0; 120; 240; 360; 480; \dots\}$.

Mà $200 < x < 300$ nên $x = 240$. Vậy đội đồng diễn có 240 học sinh. $\square$

BÀI 5. *Tìm số tự nhiên x nhỏ nhất sao cho chia x cho 7 được số dư là 4; chia x cho 11 được số dư là 6.

LỜI GIẢI.

Vì x chia cho 7 dư 4 nên $x = 7 \cdot m + 4$ ($m \in \mathbb{N}$), suy ra $2 \cdot x = 14 \cdot m + 8 = 7 \cdot (2 \cdot m + 1) + 1$, chia cho 7 dư 1.

Tương tự, x chia cho 11 dư 6 nên $x = 11 \cdot n + 6$ ($n \in \mathbb{N}$), suy ra $2 \cdot x$ chia cho 11 dư 1.

Do đó $(2 \cdot x - 1) \in BC(7; 11)$.

Vì $BCNN(7; 11) = 77$ nên $(2 \cdot x - 1) \in \{0; 77; 154; 231; \dots\}$.

Để x nhỏ nhất thì $2 \cdot x - 1 = 0 \Rightarrow 2 \cdot x = 1$ (không có số tự nhiên x nào).

Vậy $2 \cdot x - 1 = 77 \Rightarrow 2 \cdot x = 78 \Rightarrow x = 39$. $\square$

BÀI 14 ÔN TẬP CHƯƠNG I

A TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Tập hợp - Tập hợp con.
2. Các phép tính về số tự nhiên (Cộng, trừ, nhân, chia, lũy thừa).
3. Tính chất chia hết của một tổng. Dấu hiệu chia hết cho 2, cho 5, cho 3, cho 9.
4. Số nguyên tố, hợp số. Phân tích một số ra thừa số nguyên tố.
5. ƯCLN và BCNN của hai hay nhiều số.

B CÁC DẠNG TOÁN

DẠNG 1. Xác định số phần tử của một tập hợp

Phương pháp giải: **Phương pháp giải**

- Nếu tập hợp có ít phần tử thì ta có thể đếm trực tiếp.
- Nếu tập hợp A gồm các phần tử là các số tự nhiên liên tiếp từ a đến b ($a < b$), mà hai phần tử liên tiếp cách nhau k đơn vị thì tập hợp A có $(b - a) : k + 1$ phần tử.

VÍ DỤ 1. Hãy viết tập hợp gồm các chữ cái của mỗi từ sau đây. Tập hợp nào có ít số phần tử nhất? (không viết dấu)

- | | |
|----------------|---------------|
| a) QUẢNG NINH; | b) QUẢNG NAM; |
| c) QUẢNG NGÃI; | d) BÌNH ĐỊNH. |

LỜI GIẢI.

- Tập hợp các chữ cái trong từ QUẢNG NINH là $\{Q, U, A, N, G, I, H\}$. Số phần tử là 7.
- Tập hợp các chữ cái trong từ QUẢNG NAM là $\{Q, U, A, N, G, M\}$. Số phần tử là 6.
- Tập hợp các chữ cái trong từ QUẢNG NGÃI là $\{Q, U, A, N, G, I\}$. Số phần tử là 6.
- Tập hợp các chữ cái trong từ BÌNH ĐỊNH là $\{B, I, N, H, Đ\}$. Số phần tử là 5.

Vậy tập hợp $\{B, I, N, H, Đ\}$ có ít chữ cái nhất. □

VÍ DỤ 2. Tính số phần tử của tập hợp các số lẻ có ba chữ số.

LỜI GIẢI.

Tập hợp các số lẻ có ba chữ số là $\{101; 103; 105; \dots; 997; 999\}$.

Số phần tử của tập hợp là $(999 - 101) : 2 + 1 = 450$ (số). □

VÍ DỤ 3. Tập hợp các ước của số 2520 có bao nhiêu phần tử?

LỜI GIẢI.

Ta có $2520 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7$.

Số lượng các ước của số 2520 là $(3 + 1) \cdot (2 + 1) \cdot (1 + 1) \cdot (1 + 1) = 48$.

Vậy tập hợp các ước của số 2520 có 48 phần tử. □

DẠNG 2. Nhận biết và viết tập hợp con của một tập hợp cho trước

Phương pháp giải: **Phương pháp giải**

- Dựa vào định nghĩa tập hợp con của một tập hợp: với mọi $x \in A$ mà $x \in B$ thì $A \subset B$.
- Để viết tập hợp con của một tập hợp, trước tiên ta viết tập hợp rỗng, rồi viết các tập hợp con có một phần tử, các tập hợp con có hai phần tử, ... cuối cùng là chính tập hợp đã cho.

VÍ DỤ 4. Cho $E = \{1; 3; 3; 5; 7; 9\}$; $F = \{1; 2; 3; 4; 5\}$.

- ❶ Hỏi E có phải là tập hợp con của F không?
- ❷ Hỏi F có phải là tập hợp con của E không?
- ❸ Tìm $E \cap F$.

LỜI GIẢI.

- ❶ Vì $9 \in E$ nhưng $9 \notin F$ nên E không phải là tập hợp con của F .
 - ❷ Vì $4 \in F$ nhưng $4 \notin E$ nên F không phải là tập hợp con của E .
 - ❸ Tìm $E \cap F = \{1; 3; 5\}$.
-

VÍ DỤ 5. Viết tập hợp M sao cho $\{5; 6\} \subset M \subset \{5; 6; 7; 8\}$.

LỜI GIẢI.

$M_1 = \{5; 6\}$; $M_2 = \{5; 6; 7\}$; $M_3 = \{5; 6; 8\}$; $M_4 = \{5; 6; 7; 8\}$. □

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

 LỜI GIẢI.

☐

 LỜI GIẢI.

☐

Phương pháp giải: *Phương pháp giải*

VÍ DỤ 6. Với $a \in \mathbb{N}^*$, hãy tính

 LỜI GIẢI.

☐

 LỜI GIẢI.

☐

 LỜI GIẢI.

①

$$\begin{aligned}
2 \cdot 18 \cdot 14 + 3 \cdot 17 \cdot 12 + 4 \cdot 69 \cdot 9 &= (2 \cdot 18) \cdot 14 + (3 \cdot 12) \cdot 17 + (4 \cdot 9) \cdot 69 \\
&= 36 \cdot 14 + 36 \cdot 17 + 36 \cdot 69 \\
&= 36 \cdot (14 + 17 + 69) \\
&= 36 \cdot 100 \\
&= 3600.
\end{aligned}$$

②

$$\begin{aligned}
31 \cdot (522 + 478) + 69 \cdot (379 + 621) &= 31 \cdot 1000 + 69 \cdot 1000 \\
&= (31 + 69) \cdot 1000 \\
&= 100 \cdot 1000 \\
&= 100000.
\end{aligned}$$

□

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

BÀI 3. Tính bằng cách hợp lí nhất

a) $41 + 73 + 68 + 27 + 59$;

b) $22 \cdot 53 + 22 \cdot 24 + 77 \cdot 78$.

 **LỜI GIẢI.**

①

$$\begin{aligned}
41 + 73 + 68 + 27 + 59 &= (41 + 59) + (73 + 27) + 68 \\
&= 100 + 100 + 68 \\
&= 268.
\end{aligned}$$

②

$$\begin{aligned}
22 \cdot 53 + 22 \cdot 24 + 77 \cdot 78 &= 22 \cdot (53 + 24) + 77 \cdot 78 \\
&= 22 \cdot 77 + 77 \cdot 78 \\
&= 77 \cdot (22 + 78) \\
&= 77 \cdot 100 \\
&= 7700.
\end{aligned}$$

□

BÀI 4. Tính

a) $(5^3 + 475 : 19) : (3 \cdot 5^2)$;

b) $(3^4 - 2^4 + 1^4) - (3 - 2 + 1)^4$.

 **LỜI GIẢI.**

①

$$\begin{aligned}
 (5^3 + 475 : 19) : (3 \cdot 5^2) &= (125 + 25) : (3 \cdot 25) \\
 &= 150 : 75 \\
 &= 2
 \end{aligned}$$

②

$$\begin{aligned}
 (3^4 - 2^4 + 1^4) - (3 - 2 + 1)^4 &= (81 - 16 + 1) - 2^4 \\
 &= 66 - 16 \\
 &= 50
 \end{aligned}$$

□

📁 DẠNG 4. Tìm số chưa biết trong một đẳng thức

Phương pháp giải: **Phương pháp giải** Dựa vào mối quan hệ giữa các thành phần trong một phép tính.

VÍ DỤ 9. Tìm x , biết:

a) $4221 : (x - 15) = 21;$

b) $[(6 \cdot x - 39) : 3] \cdot 28 = 4956.$

🔑 **LỜI GIẢI.**

①

$$\begin{aligned}
 4221 : (x - 15) &= 21 \\
 x - 15 &= 4221 : 21 \\
 x - 15 &= 201 \\
 x &= 201 + 15 \\
 x &= 216.
 \end{aligned}$$

②

$$\begin{aligned}
 [(6 \cdot x - 39) : 3] \cdot 28 &= 4956 \\
 (6 \cdot x - 39) : 3 &= 4956 : 28 \\
 (6 \cdot x - 39) : 3 &= 177 \\
 6 \cdot x - 39 &= 177 \cdot 3 \\
 6 \cdot x - 39 &= 531 \\
 6 \cdot x &= 531 + 39 \\
 6 \cdot x &= 570 \\
 x &= 570 : 6 \\
 x &= 95.
 \end{aligned}$$

□

VÍ DỤ 10. Tìm x , biết:

a) $2952 : [151 - (15 \cdot x - 2)] = 24;$

b) $3^7 : 3^3 - 7 \cdot x = 2^3 \cdot 2^2.$

 **LỜI GIẢI.**

①

$$\begin{aligned} 2952 : [151 - (15 \cdot x - 2)] &= 24 \\ 151 - (15 \cdot x - 2) &= 2952 : 24 \\ 151 - (15 \cdot x - 2) &= 123 \\ 15 \cdot x - 2 &= 151 - 123 \\ 15 \cdot x - 2 &= 28 \\ 15 \cdot x &= 28 + 2 \\ 15 \cdot x &= 30 \\ x &= 30 : 15 \\ x &= 2. \end{aligned}$$

②

$$\begin{aligned} 3^7 : 3^3 - 7 \cdot x &= 2^3 \cdot 2^2 \\ 3^4 - 7 \cdot x &= 2^5 \\ 81 - 7 \cdot x &= 32 \\ 7 \cdot x &= 81 - 32 \\ 7 \cdot x &= 49 \\ x &= 49 : 7 \\ x &= 7. \end{aligned}$$

□

□ DẠNG 5. Nhận biết các số chia hết cho một số và tìm số dư trong phép chia

Phương pháp giải: **Phương pháp giải**

- Dựa vào dấu hiệu chia hết cho các số đã học; tính chất chia hết của một tổng, một hiệu.
- Dựa vào tính chất số dư trong phép chia luôn luôn nhỏ hơn số chia.

VÍ DỤ 11. Cho số $a = 324$, $b = 234$. Hãy cho biết mỗi khẳng định sau đúng hay sai?

- ① a và b đều chia hết cho 2, cho 9 nhưng không chia hết cho 5.
- ② Tổng $a + b$ chia hết cho 5.
- ③ Hiệu $a - b$ chia hết cho 5.

 **LỜI GIẢI.**

- ① Vì a và b đều có chữ số tận cùng là 4 nên chia hết cho 2 nhưng không chia hết cho 5. Mặt khác, a và b có tổng các chữ số bằng 9 nên chia hết cho 9.
 Vậy câu a) đúng.
- ② Tổng $a + b$ có chữ số tận cùng bằng 8 nên không chia hết cho 5. Vậy câu b) sai.
- ③ Hiệu $a - b$ có chữ số tận cùng bằng 0 nên chia hết cho 5. Vậy câu c) đúng.

□

VÍ DỤ 12. Biết số $\overline{164ab}$ chia hết cho 2, cho 3 và cho 5. Hỏi số $\overline{ab}$ là số nào?

LỜI GIẢI.

Vì số $\overline{164ab}$ chia hết cho 2, cho 5 nên $b = 0$.

Mặt khác số $\overline{164ab}$ chia hết cho 3 nên $(1 + 6 + 4 + a + b) : 3$ hay $(11 + a) : 3$. Do đó $a \in \{1; 4; 7\}$.

Vậy số $\overline{ab}$ có thể là 10, 40 hoặc 70.

□

VÍ DỤ 13. Ngày 20 – 11 – 2018 là ngày thứ ba. Hỏi ngày 20 – 11 – 2019 là ngày thứ mấy?

LỜI GIẢI.

Vì 2010 $\nmid 4$ nên năm 2010 có 365 ngày (năm không nhuận).

Số tuần trong một năm là $365 : 7 = 52$ (ngày) dư 1 (ngày).

Vậy nếu ngày 20 – 10 – 2018 là ngày thứ ba thì ngày 20 – 10 – 2019 là ngày thứ tư.

□

DẠNG 6. Tìm ƯC, BC, ƯCLN và BCNN

Phương pháp giải: **Phương pháp giải**

- Tìm ƯCLN, BCNN của hai hay nhiều số theo quy tắc gồm ba bước.
- Tìm ƯC bằng cách tìm các ước của ƯCLN.
- Tìm BC bằng cách tìm các bội của BCNN.

VÍ DỤ 14. Cho $a = 54$, $b = 18$. Hãy tìm

- | | |
|------------------|------------------|
| a) ƯCLN(54; 18); | b) BCNN(54; 18); |
| c) ƯC(54; 18); | d) BC(54; 18). |

LỜI GIẢI.

Vì $54 : 18$ nên

- | | |
|--|---|
| a) ƯCLN(54; 18) = 18; | b) BCNN(54; 18) = 54; |
| c) ƯC(54; 18) = Ư(18) = {1; 2; 3; 6; 9; 18}; | d) BC(54; 18) = B(54) = {0; 54; 108; 162; ...}. |

□

VÍ DỤ 15. Cho hai số 75 và 90. BCNN của hai số này gấp mấy lần ƯCLN của chúng?

LỜI GIẢI.

Vậy BCNN(75; 90) gấp ƯCLN(75; 90) số lần là $450 : 15 = 30$ (lần).

② Biểu thức A có giá trị là một số tự nhiên.

Vậy với $n = 1$ hoặc $n = 3$ thì biểu thức A sẽ là số tự nhiên.

Vì a nhỏ nhất nên chọn $a + 2 = 60 \Rightarrow a = 58$.

Ta có $\mathcal{UCLN}(6; 8) = 2$; $\mathcal{UCLN}(6; 9) = 3$ và $\mathcal{UCLN}(8; 9) = 1$ nên 8 và 9 là hai số nguyên tố cùng nhau.

Vậy số 1320 là tích của ba số tự nhiên liên tiếp là 10, 11 và 12.

BÀI 7. Tìm số tự nhiên n , biết rằng

a) $48 \vdots n; 180 \vdots n; 72 \vdots n;$

b) $n \vdots 48; n \vdots 180; n \vdots 72$ và $n < 2000$.

 **LỜI GIẢI.**

❶ Vì $48 \vdots n; 180 \vdots n$ và $72 \vdots n$ nên $n \in \text{ƯC}(48; 180; 72)$.

Ta có $48 = 2^4 \cdot 3; 180 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$ và $72 = 2^3 \cdot 3^2$.

Do đó $\text{ƯCLN}(48; 180; 72) = 2^2 \cdot 3 = 12 \Rightarrow n \in \text{Ư}(12) = \{1; 2; 3; 4; 6; 12\}$.

❷ Do $n \vdots 48; n \vdots 180$ và $n \vdots 72$ nên $n \in \text{BC}(48; 180; 72)$.

Ta có $\text{BCNN}(48; 180; 72) = 2^4 \cdot 3^2 \cdot 5 = 720$. Do đó $n \in \text{B}(720) = \{0; 720; 1440; 2160; \dots\}$.

Mà $n < 2000$ nên $n \in \{0; 720; 1440\}$.

□

BÀI 8. *Tìm số tự nhiên n , biết

a) $(n + 7) \vdots n;$

b) $(n + 5) \vdots (n + 1).$

 **LỜI GIẢI.**

❶ Vì $(n + 7) \vdots n$ và $n \vdots n$ nên theo tính chất chia hết của một tổng thì $7 \vdots n$ hay $n \in \text{Ư}(7)$.

Vậy $n \in \{1; 7\}$.

❷ Do $(n + 5) \vdots (n + 1)$ nên $[(n + 1) + 4] \vdots (n + 1)$ nên theo tính chất chia hết của một tổng thì

$4 \vdots (n + 1)$ hay $(n + 1) \in \text{Ư}(4) = \{1; 2; 4\}$.

Vậy $n \in \{0; 1; 3\}$.

□

CHƯƠNG

2

SỐ NGUYÊN

BÀI 1 TẬP HỢP CÁC SỐ NGUYÊN

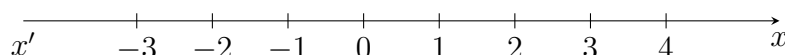
A TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Các ví dụ

- Nhiệt độ của nước đá đang tan là 0°C .
Nhiệt độ dưới 0°C được viết với dấu “—” đằng trước. Chẳng hạn nhiệt độ dưới 0°C 3 độ được viết là -3°C .
- Độ cao của mực nước biển là 0 m.
Độ cao thấp hơn mực nước biển được viết với dấu “—” đằng trước. Chẳng hạn độ cao của đáy vịnh Cam Ranh là -30 m.

2. Trục số

Ta biểu diễn các số nguyên âm trên tia đối của tia số và ghi các số $-1, -2, -3, \dots$.
Hình dưới đây là một trục số.



Điểm 0 (không) gọi là điểm gốc của trục số. Chiều theo mũi tên gọi là chiều dương. Chiều ngược lại gọi là chiều âm.

3. Tập hợp các số nguyên

Tập hợp $\{\dots; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; \dots\}$ gồm các số nguyên âm, số 0 và các số nguyên dương là tập hợp các số nguyên, kí hiệu là $\mathbb{Z}$.

4. Số đối

- Số -1 và số 1 là hai số đối nhau.
- Số 2 có số đối là -2 .
- Số đối của a kí hiệu là $-a$.

B CÁC DẠNG TOÁN VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI

□ DẠNG 1. Biểu thị các đại lượng có hai hướng ngược nhau

Phương pháp giải: Cần nắm vững quy ước về ý nghĩa của các số mang dấu “–” và các số mang dấu “+”.

VÍ DỤ 1. Điền vào chỗ trống (...) trong các câu sau:

- ❶ Nếu -30 m là biểu diễn độ sâu của vịnh Cam Ranh là 30 m dưới mực nước biển thì $+10$ m biểu diễn độ cao của mực nước sông Hồng về mùa mưa là ...
- ❷ Nếu $+5$ triệu đồng biểu diễn số tiền lãi thì -3 triệu đồng biểu diễn...

✍ **LỜI GIẢI.**

- ❶ ... 10 m trên mực nước biển.
- ❷ ... số tiền lỗ là 3 triệu đồng.

□

VÍ DỤ 2. Trong các câu sau, câu nào đúng, câu nào sai?

- (A) Nếu -10 biểu diễn năm thứ 10 trước công nguyên thì $+2015$ biểu diễn năm 2015 sau công nguyên.
- (B) Nếu $+4$ đi-ốp cho biết loại kính dành cho người viễn thị 4 đi-ốp thì -3 đi-ốp cho biết loại kính dành cho người cận thị 3 đi-ốp.
- (C) Nhiệt độ tại ngăn làm đá của tủ lạnh là -4°C cho biết nhiệt độ tại ngăn này là 4°C dưới 0°C . Nhiệt độ trong phòng là $+28^{\circ}\text{C}$ cho biết nhiệt độ trong phòng là 28°C trên 0°C .

✍ **LỜI GIẢI.**

Cả ba câu (A), (B), (C) đều đúng.

□

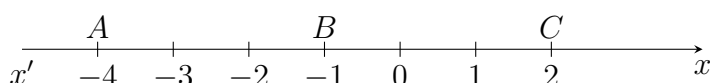
□ DẠNG 2. Biểu diễn số nguyên trên trục số

Phương pháp giải: Trên trục số thì các điểm biểu diễn số nguyên âm nằm ở bên trái gốc 0, các điểm biểu diễn số nguyên dương nằm ở bên phải gốc 0.

VÍ DỤ 3. Trên trục số x' , vẽ các điểm A, B, C lần lượt biểu diễn các số $-4, -1$ và 2 .

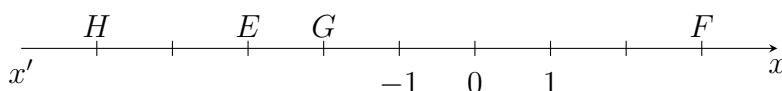
✍ **LỜI GIẢI.**

Xem hình dưới



□

VÍ DỤ 4. Trong hình dưới đây mỗi điểm E, F, G, H nằm trên trục số biểu diễn số nào?



LỜI GIẢI.

- Điểm G biểu diễn số -2 ;
- Điểm E biểu diễn số -3 ;

- Điểm H biểu diễn số -5 ;
- Điểm F biểu diễn số $+3$.

□

DẠNG 3. Đọc và sử dụng các kí hiệu $\in$; $\notin$; $\subset$; $\mathbb{N}$; $\mathbb{Z}$ *Phương pháp giải:*

- Kí hiệu $\in$ ($\notin$) cho biết một số là phần tử (hoặc không là phần tử) của một tập hợp nào.
- Kí hiệu $\subset$ cho biết một tập hợp là tập con của một tập hợp.
- Kí hiệu $\mathbb{N}$ chỉ tập hợp các số tự nhiên, kí hiệu $\mathbb{Z}$ chỉ tập hợp các số nguyên.

VÍ DỤ 5. Đọc những điều ghi sau đây và cho biết điều đó đúng hay sai?

$$-5 \in \mathbb{Z}; \quad -5 \in \mathbb{N}; \quad \mathbb{N} \subset \mathbb{Z}.$$

LỜI GIẢI.

- $-5 \in \mathbb{Z}$ đọc là: -5 là số nguyên (đúng).
- $-5 \in \mathbb{N}$ đọc là: -5 là số tự nhiên (sai).
- $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$ đọc là: Tập hợp các số tự nhiên là tập hợp con của tập hợp các số nguyên (đúng).

□

VÍ DỤ 6. Điền các kí hiệu thích hợp vào ô trống

a) $3 \square \mathbb{N}$ và $3 \in \square$;

b) $-7 \in \square$ nhưng $-7 \square \mathbb{N}$;

c) $\mathbb{Z} \cap \mathbb{N} = \square$.

LỜI GIẢI.

a) $3 \in \mathbb{N}$ và $3 \in \mathbb{Z}$;

b) $-7 \in \mathbb{Z}$ nhưng $-7 \notin \mathbb{N}$;

c) $\mathbb{Z} \cap \mathbb{N} = \mathbb{N}$.

□

VÍ DỤ 7. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng, khẳng định nào sai?

a) $-100 \in \mathbb{N}$.

b) $-21 \in \mathbb{Z}$.

c) $7 \notin \mathbb{N}$.

d) $0 \in \mathbb{Z}$.

LỜI GIẢI.

a) $-100 \in \mathbb{N}$ là khẳng định sai.

b) $-21 \in \mathbb{Z}$ là khẳng định đúng.

c) $7 \notin \mathbb{N}$ là khẳng định sai.

d) $0 \in \mathbb{Z}$ là khẳng định đúng.

□

☐ DẠNG 4. Tìm số đối của một số cho trước*Phương pháp giải:* Hai số đối nhau chỉ khác nhau về dấu. Số đối của 0 là 0.**VÍ DỤ 8.** Tìm số đối của các số sau: 7; -11 ; 0; $-(-5)$.**🔗 LỜI GIẢI.**

- Số đối của 7 là -7 .
- Số đối của -11 là 11.
- Số đối của 0 là 0.
- Ta có $-(-5) = 5$ nên số đối của $-(-5)$ là -5 .

☐

VÍ DỤ 9. Trong các câu sau, câu nào đúng, câu nào sai?

- ❶ -8 và $+8$ là hai số đối nhau.
- ❷ 10 có số đối là -10 .
- ❸ -20 có số đối là 20.
- ❹ Lấy số đối của một số nguyên rồi lấy số đối của kết quả thì được một số dương.

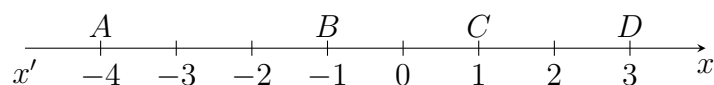
🔗 LỜI GIẢI.

- Các câu a), b), c) là các câu đúng.
- Câu d) sai, ví dụ số đã cho là -1 . Lấy số đối của nó được 1, lấy số đối của số này lại được -1 là một số âm.

☐

🕒 BÀI TẬP TỰ LUYỆN**BÀI 1.** Biểu diễn các số nguyên sau trên trục số -4 ; -1 ; 1; 3.**🔗 LỜI GIẢI.**

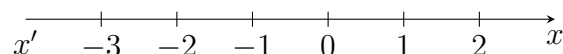
Xem hình dưới

Các điểm A , B , C , D lần lượt biểu diễn các số -4 ; -1 ; 1; 3 trên trục số.

☐

BÀI 2. Ghi các số nguyên nằm giữa các số -3 và 2 trên trục số.**🔗 LỜI GIẢI.**

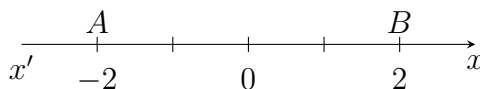
Xem hình dưới

Các số nguyên nằm giữa -3 và 2 trên trục số là -2 ; -1 ; 0; 1.

☐

BÀI 3. Vẽ một trục số và cho biết những điểm nào cách điểm 0 hai đơn vị.**🔗 LỜI GIẢI.**

Xem hình dưới



Có hai điểm A, B biểu diễn các số -2 và 2 cách gốc 2 đơn vị. □

BÀI 4. Tìm số đối của các số sau: $0; -3; 5; -2; 4$.

LỜI GIẢI.

Số đối của các số $0; -3; 5; -2; 4$ lần lượt là $0; 3; -5; 2; -4$. □

BÀI 2 THỨ TƯ TRONG TẬP HỢP CÁC SỐ NGUYÊN

A TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. So sánh hai số nguyên

- Khi biểu diễn trên trục số (nằm ngang), điểm a nằm bên trái điểm b thì số nguyên a nhỏ hơn số nguyên b .
- Số nguyên b gọi là *số liền sau* của số nguyên a nếu $a < b$ và không có số nguyên nào nằm giữa a và b . Khi đó ta cũng nói a là *số liền trước* của b .

2. Giá trị tuyệt đối của số nguyên

- Khoảng cách từ điểm a đến điểm 0 trên trục số là giá trị tuyệt đối của số nguyên a .
- Nhận xét:
 - Giá trị tuyệt đối của số 0 là số 0 .
 - Giá trị tuyệt đối của một số nguyên dương là chính nó.
 - Giá trị tuyệt đối của một số nguyên âm là số đối của nó.
 - Trong hai số nguyên âm, số nào có giá trị tuyệt đối nhỏ hơn thì lớn hơn.
 - Hai số đối nhau có giá trị tuyệt đối bằng nhau.

B CÁC DẠNG TOÁN VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI

□ DẠNG 1. Tìm giá trị tuyệt đối của một số cho trước và ngược lại

Phương pháp giải: Dựa vào phần nhận xét ở trên.

VÍ DỤ 1. Tìm giá trị tuyệt đối của các số sau: $2; 7; 0; -5; -11$.

LỜI GIẢI.

Ta có $|2| = 2; |7| = 7; |0| = 0; |-5| = 5; |-11| = 11$. □

VÍ DỤ 2. Tìm x biết

a) $|x| = 0;$

b) $|x| = 9;$

c) $|x| = -3.$

LỜI GIẢI.

- ① $|x| = 0$ suy ra $x = 0$.
- ② $|x| = 9$ suy ra $x = \pm 9$ (vì $|9| = |-9| = 9$).
- ③ $|x| = -3$. Không có giá trị nguyên nào của x thỏa mãn điều kiện này (vì giá trị tuyệt đối của một số nguyên phải là một số tự nhiên).

□

VÍ DỤ 3. Với x là một số nguyên bất kỳ, cho biết tính đúng, sai của các khẳng định sau:

- ① $|x| \geq 0$;
- ② $|x| \in \mathbb{N}$;
- ③ $|x| \geq x$.

LỜI GIẢI.

Cả ba khẳng định trên đều đúng.

□

DẠNG 2. So sánh các số nguyên

Phương pháp giải: Dựa vào các nhận xét sau:

- Số nguyên dương lớn hơn số 0.
- Số nguyên âm nhỏ hơn số 0 và nhỏ hơn số dương.
- Trong hai số nguyên âm, số nào có giá trị tuyệt đối lớn hơn thì số ấy nhỏ hơn.

VÍ DỤ 4. Sắp xếp các số nguyên sau theo thứ tự tăng dần: $7; -3; 31; -45; 0$.

LỜI GIẢI.

Ta có $-45 < -3 < 0 < 7 < 31$.

□

VÍ DỤ 5. Sắp xếp các số nguyên sau theo thứ tự giảm dần: $-7; 6; 0; -12; -1; 10$.

LỜI GIẢI.

Ta có $10 > 6 > 0 > -1 > -7 > -12$.

□

VÍ DỤ 6. Viết các số sau:

- ① Số nguyên âm lớn nhất có hai chữ số;
- ② Số nguyên âm nhỏ nhất có ba chữ số.

LỜI GIẢI.

- ① Số nguyên âm lớn nhất có hai chữ số là -10 .
- ② Số nguyên âm nhỏ nhất có ba chữ số là -999 .

□

VÍ DỤ 7. Cho a là số nguyên dương, b là số nguyên âm. Khi đó, cách viết nào dưới đây đúng?

- A. $b < 0 < a$. B. $0 < b < a$. C. $0 < a < b$. D. $b < a < 0$.

LỜI GIẢI.

Vì b là số nguyên âm nên $b < 0$, a là số nguyên dương nên $a > 0$. Do đó cách viết đúng là $b < 0 < a$.

Chọn đáp án **A****VÍ DỤ 8.** Viết bốn số nguyên liên tiếp, trong đó có số 0.**LỜI GIẢI.**

Có bốn trường hợp:

— $-3; -2; -1; 0$.— $-2; -1; 0; 1$.— $-1; 0; 1; 2$.— $0; 1; 2; 3$.**DẠNG 3.** Tìm các số nguyên thuộc một khoảng cho trước*Phương pháp giải:* Dựa vào quy tắc so sánh các số nguyên để chọn ra các số nguyên thích hợp.**VÍ DỤ 9.** Viết tập hợp $M = \{x \in \mathbb{Z} \mid -8 < x < 3\}$ bằng cách liệt kê các phần tử của nó.**LỜI GIẢI.**

$$M = \{-7; -6; -5; -4; -3; -2; -1; 0; 1; 2\}.$$

**VÍ DỤ 10.** Cho $E = \{x \in \mathbb{Z} \mid -10 < x \leq 10\}$; $F = \{x \in \mathbb{Z} \mid x \leq -5\}$. Viết tập hợp $E \cap F$.**LỜI GIẢI.**

Ta có

$$E = \{-9; -8; -7; -6; -5; -4; \dots; 10\};$$

$$F = \{-5; -6; -7; -8; -9; -10; \dots\}.$$

Do đó $E \cap F = \{-9; -8; -7; -6; -5\}$.**VÍ DỤ 11.** Tìm các số nguyên x sao cho $1 < |x| \leq 5$.**LỜI GIẢI.**Vì $1 < |x| \leq 5$ nên $|x| \in \{2; 3; 4; 5\}$. Do đó $x \in \{\pm 2; \pm 3; \pm 4; \pm 5\}$.

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

BÀI 1. Tìm giá trị tuyệt đối của các số sau: 0; -3; 5; -2; 4.**LỜI GIẢI.**

Giá trị tuyệt đối của các số 0; -3; 5; -2; 4 lần lượt là 0; 3; 5; 2; 4.

**BÀI 2.** Sắp xếp các số nguyên

① Theo thứ tự tăng dần: 7; -12; 3; -5; -1;

② Theo thứ tự giảm dần: -4; 6; 0; -7; -1.

LỜI GIẢI.

Ta có

① $-12 < -5 < -1 < 3 < 7$;

② $6 > 0 > -1 > -4 > -7$.

□

BÀI 3. Viết tập hợp các số nguyên x sao cho

a) $-5 < x < 2$;

b) $-3 \leq x \leq 3$.

LỜI GIẢI.

① Tập hợp các số nguyên thỏa mãn $-5 < x < 2$ là

$$\{-4; -3; -2; -1; 0; 1\}.$$

② Tập hợp các số nguyên thỏa mãn $-3 \leq x \leq 3$ là

$$\{-3; -2; -1; 0; 1; 2; 3\}.$$

□

BÀI 4. Tìm các số nguyên x biết

a) $|x| = 5$;

b) $|x| = -4$;

c) $|x| < 3$.

LỜI GIẢI.

① $|x| = 5$ suy ra $x = \pm 5$ (vì $|5| = |-5| = 5$).

② $|x| = -3$. Không có giá trị nguyên nào của x thỏa mãn điều kiện này (vì giá trị tuyệt đối của một số nguyên phải là một số tự nhiên).

③ $|x| < 3$ suy ra $|x| \in \{0; 1; 2\}$. Do đó $x \in \{0; \pm 1; \pm 2\}$.

□

BÀI 5. Tìm các cặp số nguyên x, y , biết rằng $|x| + |y| = 1$.

LỜI GIẢI.

Ta có $|x|, |y|$ là các số tự nhiên và $|x| + |y| = 1$ nên $|x| = 0; |y| = 1$ hoặc $|x| = 1; |y| = 0$.

— Với $|x| = 0$ và $|y| = 1$ ta được $x = 0$ và $|y| = \pm 1$.

Do đó ta được hai cặp số $(0; 1), (0; -1)$.

— Với $|x| = 1$ và $|y| = 0$ ta được $x = \pm 1$ và $y = 0$.

Do đó ta được hai cặp số $(1; 0), (-1; 0)$.

Tóm lại ta được bốn cặp số là $(0; 1), (0; -1), (1; 0), (-1; 0)$.

□

BÀI 3 CỘNG HAI SỐ NGUYÊN CÙNG DẤU

A TÓM TẮT LÝ THUYẾT

- Muốn cộng hai số nguyên cùng dấu, ta cộng hai giá trị tuyệt đối của chúng rồi đặt trước kết quả tìm được dấu chung của hai số hạng.
- Muốn cộng hai số nguyên khác dấu ta tìm hiệu hai giá trị tuyệt đối của chúng (số lớn trừ số nhỏ) rồi đặt trước kết quả tìm được dấu của số có giá trị tuyệt đối lớn hơn.
- Hai số đối nhau có tổng bằng 0.
- Các tính chất của phép cộng số tự nhiên cũng được mở rộng cho phép cộng các số nguyên.

B CÁC DẠNG TOÁN VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI**📁 DẠNG 1. Cộng hai số nguyên**

Phương pháp giải: Cộng theo quy tắc cộng hai số nguyên cùng dấu hoặc khác dấu.

VÍ DỤ 1. Thực hiện các phép tính.

a) $(-75) + (-31).$

b) $(-19) + (+48).$

c) $12 + (-53).$

d) $(-85) + (+85).$

🔗 LỜI GIẢI.

a) $(-75) + (-31) = -106.$

b) $(-19) + (+48) = 29.$

c) $12 + (-53) = -41.$

d) $(-85) + (+85) = 0.$

VÍ DỤ 2. Tính

- ❶ Tổng của số nguyên âm lớn nhất có hai chữ số với số nguyên dương lớn nhất có hai chữ số.
- ❷ Tổng của số liền trước số -73 với số liền sau số -17 .

🔗 LỜI GIẢI.

- ❶ Số nguyên âm lớn nhất có hai chữ số là -10 .

Số nguyên dương lớn nhất có hai chữ số là 99 .

Tổng của chúng là $(-10) + 99 = 89$.

- ❷ Số liền trước số -73 là -74 .

Số liền sau số -17 là -16 .

Tổng của chúng là $(-74) + (-16) = -90$.

📁 DẠNG 2. Tính nhanh, tính hợp lí giá trị của một tổng

Phương pháp giải: Áp dụng các tính chất giao hoán, kết hợp để nhóm các số hạng thích hợp thành từng nhóm có tổng là 0 hoặc là một số tròn chục, tròn trăm,...

VÍ DỤ 3. Tính bằng cách hợp lí nhất.

$$(-37) + (+25) + (-63) + (-25) + (-9).$$

🔗 LỜI GIẢI.

Ta có $(-37) + (+25) + (-63) + (-25) + (-9) = [(-37) + (-63)] + [(+25) + (-25)] + (-9)$

$$= (-100) + 0 + (-9) = -109.$$

VÍ DỤ 4. Tính tổng $S = 1 + (-3) + 5 + (-7) + \dots + 21 + (-23)$.

LỜI GIẢI.

Ta có $S = 1 + (-3) + 5 + (-7) + \dots + 21 + (-23)$.

Số các số hạng của tổng này là $(23 - 1) : 2 + 1 = 12$ (số hạng).

$$S = [1 + (-3)] + [5 + (-7)] + \dots + [21 + (-23)]$$

□

$$S = (-2) + (-2) + \dots + (-2) \quad (\text{có 6 số hạng}).$$

$$S = -12.$$

VÍ DỤ 5. Tính tổng các số nguyên x , biết $-5 \leq x < 5$.

LỜI GIẢI.

Vì $x \in \mathbb{Z}$ nên $x \in \{-5; -4; -3; -2; -1; 0\}$.

Tổng của chúng là

$$S = (-5) + (-4 + 4) + (-3 + 3) + (-2 + 2) + (-1 + 1) + 0$$

$$S = -5 + 0 + 0 + \dots + 0$$

$$S = -5.$$

□

VÍ DỤ 6. Tính tổng $S = (-52) + 13 + 49 + (-15) + (-36) + 82$.

LỜI GIẢI.

Ta cộng các số âm với nhau, các số dương với nhau rồi cộng hai kết quả lại

$$S = [(-52) + (-15) + (-36)] + (13 + 49 + 82)$$

$$S = (-103) + 144 = 41.$$

□

DẠNG 3. Tìm điều kiện của một số nguyên để được một đẳng thức đúng (đẳng thức có chứa dấu giá trị tuyệt đối)

Phương pháp giải: Dựa vào định nghĩa và tính chất của giá trị tuyệt đối.

VÍ DỤ 7. Tìm điều kiện của số nguyên a sao cho $a + |a| = 0$.

LỜI GIẢI.

Ta có $a + |a| = 0$.

Suy ra $|a|$ và $-a$ là hai số đối nhau: $|a| = -a$

Do đó $a = 0$ hoặc $a < 0$.

□

VÍ DỤ 8. Tìm điều kiện của các số nguyên a và b khác 0, biết rằng $a + b = (|a| + |b|)$.

LỜI GIẢI.

Ở về phải ta lấy tổng hai giá trị tuyệt đối, chứng tỏ a và b cùng dấu. Tổng này lại có dấu “-” trước kết quả nên a và b là hai số nguyên âm.

□

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

BÀI 1. Tính

a) $(-28) + (-33)$.

b) $(-41) + (+15)$.

c) $12 + (-56)$.

LỜI GIẢI.

$$\begin{array}{lll} \text{a) } (-28) + (-33) = -28 - 33 = -61. & \text{b) } (-41) + (+15) = -41 + 15 = -26. & \text{c) } 12 + (-56) = 12 - 56 = 44. \end{array}$$

□

BÀI 2. Tính bằng cách hợp lý nhất

a) $173 + (-46) + (-54) + (+27) + (-19)$.

b) $(-62) + (+1523) + (-38) + (-2523) + (-92)$.

LỜI GIẢI.

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \quad 173 + (-46) + (-54) + (+27) + (-19) &= (173 + 27) + (-46 - 54) + (-19) \\ &= 200 + (-100) + (-19) = 81. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{2} \quad (-62) + (+1523) + (-38) + (-2523) + (-92) &= [(-62) + (-38)] + [1523 + (-2523)] + (-92) \\ &= -1192. \end{aligned}$$

□

BÀI 3. Tính tổng các số nguyên x , biết

a) $-7 < x < 11$.

b) $-15 \leq x \leq 13$.

LỜI GIẢI.**①** Vì $-7 < x < 11$ và x nguyên nên

$$x \in \{-6; -5; -4; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10\}.$$

Khi đó

$$\begin{aligned} S &= -6 + (-5) + (-4) + (-3) + (-2) + (-1) + 0 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 \\ &= (-6 + 6) + (-5 + 5) + (-4 + 4) + (-3 + 3) + (-2 + 2) + (-1 + 1) + 0 + 7 + 8 + 9 + 10 \\ &= 34. \end{aligned}$$

② Vì $-15 \leq x \leq 13$ và x nguyên nên

$$x \in \{-15; -14; -13; -12; \dots; 10; 11; 12; 13\}.$$

Khi đó

$$\begin{aligned} S &= (-15) + (-14) + \dots + (-2) + (-1) + 0 + 1 + \dots + 13 \\ &= (-13 + 13) + (-12 + 12) + (-11 + 11) + \dots + (-1 + 1) - 14 - 15 = -29. \end{aligned}$$

□

BÀI 4. Tính tổng $S = (-1) + 5 + (-9) + 13 + \dots + (-41) + 45$.**LỜI GIẢI.**

Tổng có 12 số hạng. Nhóm hai số liên tiếp vào một nhóm, mỗi nhóm có tổng là 4.

Đáp số 4.

□

BÀI 5. Cho a và b là các số nguyên khác 0. Tìm điều kiện để a và b sao cho $a + b = -(|a| - |b|)$.**LỜI GIẢI.**

Ở vế phải ta lấy hiệu hai giá trị tuyệt đối, chứng tỏ a và b khác dấu. Hiệu này lại có dấu “-” đằng trước kết quả nên $a < 0$; $b > 0$. Suy ra $|a| > |b|$.

□

BÀI 4 PHÉP TRỪ HAI SỐ NGUYÊN

A TÓM TẮT LÝ THUYẾT

- ① Muốn trừ số nguyên a cho số nguyên b , ta cộng a với số đối của b

$$a - b = a + (-b).$$

Phép trừ trong $\mathbb{N}$ không bao giờ cũng thực hiện được, còn phép trừ trong $\mathbb{Z}$ luôn thực hiện được.

- ② Khi bỏ dấu ngoặc có dấu “-” đằng trước, ta phải đổi dấu tất cả các số hạng trong dấu ngoặc. Khi bỏ dấu ngoặc có dấu “+” đằng trước thì dấu của các số hạng trong ngoặc vẫn giữ nguyên.
- ③ Một dãy các phép tính cộng, trừ các số nguyên được gọi là một tổng đại số hoặc nói gọi là một tổng. Trong một tổng đại số ta có thể.
- Đổi chỗ tùy ý của các số hạng kèm theo dấu của chúng.
 - Đặt dấu ngoặc để nhóm các số hạng một cách tùy ý.
- ④ Quy tắc chuyển vế: Khi chuyển một số hạng từ vế này sang vế kia của một đẳng thức ta phải đổi dấu số hạng.
- ⑤ Tính chất của đẳng thức.
- + Nếu $a = b$ thì $a + c = b + c$.
 - + Nếu $a + c = b + c$ thì $a = b$.
 - + Nếu $a = b$ thì $b = a$.

B CÁC DẠNG TOÁN VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI

☐ DẠNG 1. Trừ số nguyên

Phương pháp giải: Vận dụng công thức $a - b = a + (-b)$.

VÍ DỤ 1. Làm các phép trừ

a) $(-12) - (-27)$.

b) $(-5) - (+8)$.

c) $19 - [15 - (-6)]$.

✍ LỜI GIẢI.

- ① Ta có $(-12) - (-27) = -12 + (+27) = 15$.
- ② Ta có $(-5) - (+8) = (-5) + (-8) = -13$.
- ③ Ta có $19 - [15 - (-6)] = 19 - [15 + (+6)] = 19 - 21 = 19 + (-21) = -2$.

□

VÍ DỤ 2.

- ① Tính $35 - 10$ và $10 - 35$.
- ② Chứng minh rằng $a - b$ và $b - a$ là hai số đối nhau.

✍ LỜI GIẢI.

① Ta có $35 - 10 = 35 + (-10) = 25$.

$$10 - 35 = 10 + (-35) = -25.$$

Hai kết quả là hai số đối nhau.

② Xét tổng $(a - b) + (b - a) = a - b + b - a = [a + (-a)] + [-b + b] = 0 + 0 = 0$.

Vậy $a - b$ và $b - a$ là hai số đối nhau.

□

□ DẠNG 2. Tìm số chưa biết trong một đẳng thức có phép cộng, phép trừ các số nguyên

Phương pháp giải:

- Một số hạng của tổng bằng tổng trừ đi số hạng kia.
- Số bị trừ bằng hiệu cộng với số trừ.
- Số trừ bằng số bị trừ trừ đi hiệu.

VÍ DỤ 3. Tìm x , biết

a) $x + (-35) = 27$.

b) $(-42) - x = -10$.

c) $x - (-50) = 16$.

✎ **LỜI GIẢI.**

① Ta có $x + (-35) = 27$

suy ra $x = 27 - (-35)$

$$x = 27 + 35$$

$$x = 62.$$

② Ta có $(-42) - x = -10$

suy ra $x = (-42) - (-10)$

$$x = -42 + 10$$

$$x = -32.$$

③ Ta có $x - (-50) = 16$

suy ra $x = 16 + (-50)$

$$x = -34.$$

⚠ *Chú ý: Nếu ta vận dụng quy tắc chuyển vế để tìm x ta vẫn được các kết quả trên.*

□

VÍ DỤ 4. Tìm x , biết $|x + 3| = 10$.

✎ **LỜI GIẢI.**

Ta có $|x + 3| = 10$ suy ra $x + 3 = 10$ hoặc $x + 3 = -10$.

— Xét trường hợp $x + 3 = 10 \Rightarrow x = 10 - 3 = 7$.

— Xét trường hợp $x + 3 = -10 \Rightarrow x = -10 - 3 = -13$.

□

▢ DẠNG 3. Tính các tổng đại số*Phương pháp giải:*

- Viết gọn các tổng đại số bằng cách thay phép trừ bằng phép cộng với số đối, bỏ tất cả các dấu của phép cộng và dấu ngoặc.
- Dùng tính chất giao hoán, kết hợp một cách thích hợp rồi tính.

VÍ DỤ 5. Tính tổng $S = 53 - (15) + (+21) + (-30) - 28 - (+19)$.**✎ LỜI GIẢI.**Ta có $S = 52 - (-15) + (+21) + (-30) - 28 - (+19)$ □

$$= 52 + (+15) + 21 - 30 - 28 - 19$$

$$= (52 + 15 + 21) - (30 + 28 + 19)$$

$$= 88 - 77 = 11.$$

VÍ DỤ 6. Tính bằng cách hợp lí nhất.

a) $(239 - 178) - (239 + 522)$.

b) $(73 - 651) - (192 - 551) + (27 - 108)$.

✎ LỜI GIẢI.

① $(239 - 178) - (239 + 522) = 239 - 178 - 239 - 522 = (239 - 239) - (178 + 522) = -700.$

$$\begin{aligned} \textcircled{2} \quad (73 - 651) - (192 - 551) + (27 - 108) &= 73 - 651 - 192 + 551 + 27 - 108 \\ &= (73 + 27) + (-651 + 551) - (192 + 108) \\ &= 100 + (-100) - 300 = -300. \end{aligned}$$

□

VÍ DỤ 7. Thu gọn biểu thức $A = (345 - 61 + 84) - (-61 + 116 + 345)$.**✎ LỜI GIẢI.**

$$\begin{aligned} A &= (345 - 61 + 84) - (-51 + 116 + 345) \\ &= 345 - 61 + 84 + 61 - 116 - 345 \\ &= (345 - 345) + (-61 + 61) + (84 - 116) \\ &= 0 + 0 + (-32) = -32. \end{aligned}$$

□

VÍ DỤ 8. Thu gọn biểu thức rồi tính giá trị của biểu thức với $x = 13$.

$$B = (x - 47) - (x + 59 - 81) + (35 - x)$$

✎ LỜI GIẢI.

$$B = (x - 47) - (x + 59 - 81) + (35 - x) \text{ Với } x = 13 \text{ thì } B = -13 + 10 = -3. \quad \square$$

$$= x - 47 - x - 59 + 81 + 35 - x$$

$$= (x - x - x) + (81 + 35 - 47 - 59)$$

$$= -x + 10.$$

□ DẠNG 4. Sử dụng quy tắc chuyển vế để tìm số chưa biết trong một đẳng thức

Phương pháp giải:

- Bỏ dấu ngoặc trong đẳng thức.
- Chuyển các số hạng đã biết sang một vế, các số hạng chưa biết ở vế kia.
- Thực hiện các phép tính để thu gọn kết quả.

VÍ DỤ 9. Tìm số nguyên x , biết $159 - (25 - x) = 43$.

 **LỜI GIẢI.**

$$159 - (25 - x) = 43$$

$$159 - 25 + x = 43$$

$$x = 43 - 159 + 25$$

$$x = -91. \quad \square$$

VÍ DỤ 10. Tìm $x \in \mathbb{Z}$, biết $(79 - x) - 43 = -(17 - 52)$.

 **LỜI GIẢI.**

$$(79 - x) - 43 = -(17 - 52)$$

$$79 - x - 43 = -17 + 52$$

$$-x = -17 + 52 - 79 + 43$$

$$-x = -1$$

$$x = 1. \quad \square$$

VÍ DỤ 11. Tìm $x \in \mathbb{Z}$, biết $-(-x + 13 - 142) + 18 = 55$.

 **LỜI GIẢI.**

$$-(-x + 13 - 142) + 18 = 55$$

$$x - 13 + 142 + 18 = 55$$

$$x = 55 + 13 - 142 - 18$$

$$x = -92. \quad \square$$

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

BÀI 1. Làm phép trừ.

a) $5 - (-41)$.

b) $(-32) - (-10)$.

c) $-83 - (+17)$.

LỜI GIẢI.

a) $5 - (-41) = 5 + 41 = 46$.

b) $(-32) - (-10) = -32 + 10 = -22$.

c) $-83 - (+17) = -83 - 17 = -100$.

□

BÀI 2. Cho biết $|x| = 10$; $y = -7$. Tính hiệu $x - y$.**LỜI GIẢI.**Ta có $|x| = 10$ suy ra $x = 10$ hoặc $x = -10$ — Với $x = 10$; $y = -7$ thì $x - y = 10 - (-7) = 10 + 7 = 17$.— Với $x = -10$; $y = -7$ thì $x - y = -10 - (-7) = -10 + 7 = -3$.

□

Vậy $x - y = 17$ và $x - y = -3$.**BÀI 3.** Tính các tổng sau (bằng cách hợp lí nếu có thể).

a) $1935 - (46 + 1935) + 16$.

b) $-(711 - 53) + (711 - 153)$.

LỜI GIẢI.

① $1935 - (46 + 1935) + 16 = 1935 - 46 - 1935 + 16 = (1935 - 1935) + (16 - 46) = -30$;

② $-(711 - 53) + (711 - 153) = -711 + 53 + 711 - 153 = (-711 + 711) + (53 - 153) = -100$.

□

BÀI 4. Tìm x , biết.

a) $(102 - 15) - (15 - x) = 6$.

b) $-154 + (x - 9 - 18) = 40$.

c) $|9 - x| = 64 + (-7)$.

LỜI GIẢI.

① $(102 - 15) - (15 - x) = 6$

$$102 - 15 - 15 + x = 6$$

$$x = 6 - 102 + 15 + 15$$

$$x = -66$$

② $-154 + (x - 9 - 18) = 40$

$$-154 + x - 9 - 18 = 40$$

$$x = 40 + 154 + 9 + 18$$

$$x = 221$$

③ $|9 - x| = 64 + (-7)$.

Xét 2 trường hợp $9 - x = 57$ và $9 - x = -57$.Với $9 - x = 57$

$$-x = 57 - 9$$

$$-x = 48$$

$$x = -48$$

$$\text{Với } 9 - x = -57$$

$$-x = -57 - 9$$

$$-x = -66$$

$$x = 66.$$

□

BÀI 5. Đặt dấu ngoặc một cách thích hợp để tính tổng đại số sau.

① $357 - 1284 + 1280 - 1357.$

② $1 - 4 - 7 + 10 + 13 - 16 - 19 + 22 - 25 + 28 + 31 - 34 + 37.$

 **LỜI GIẢI.**

① $357 - 1284 + 1280 - 1357 = (357 - 1357) + (-1284 + 1280) = -1000 - 4 = -1004.$

② $1 - 4 - 7 + 10 + 13 - 16 - 19 + 22 - 25 + 28 + 31 - 34 + 37$
 $= (1 - 4 - 7 + 10) + (13 - 16 - 19 + 22) + (-25 + 28 + 31 - 34) + 37$
 $= 0 + 0 + 0 + 37 = 37.$

□

BÀI 6. Cho biết tổng $S = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{13} = 7.$

Biết $a_1 + a_2 + a_3 = a_4 + a_5 + a_6 = a_7 + a_8 + a_9 = a_{10} + a_{11} + a_{12} = -5.$ Tính $a_{13}.$

 **LỜI GIẢI.**

Nhóm ba số hạng liên tiếp thành một nhóm, mỗi nhóm có tổng là $-5.$

Ta được $(-5) + (-5) + (-5) + a_{13} = 7$

$$-20 + a_{13} = 7$$

$$a_{13} = 27.$$

□

BÀI 5 NHÂN HAI SỐ NGUYÊN KHÁC DẤU

A TÓM TẮT LÝ THUYẾT

- ① Muốn nhân hai số nguyên khác dấu, ta nhân hai giá trị tuyệt đối của chúng rồi đặt dấu “-” trước kết quả nhận được.
- ② Muốn nhân hai số nguyên cùng dấu, ta nhân hai giá trị tuyệt đối với nhau.
- ③ Với $a \in \mathbb{Z}$ thì $a \cdot 0 = 0 \cdot a = 0.$
- ④ Khi đổi dấu một thừa số thì tích đổi dấu. Khi đổi dấu hai thừa số thì tích không thay đổi.
- ⑤ Các tính chất của phép nhân trong $\mathbb{N}$ vẫn còn đúng trong $\mathbb{Z}$:
 - $a \cdot b = b \cdot a.$
 - $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c).$
 - $a \cdot 1 = 1 \cdot a = a.$
 - $a \cdot b = b \cdot a.$
 - $a \cdot (b \pm c) = a \cdot b \pm a \cdot c.$

B CÁC DẠNG TOÁN**□ DẠNG 1. Nhân hai số nguyên**

Phương pháp giải: Áp dụng quy tắc nhân hai số nguyên cùng dấu, khác dấu, nhân với số 0.

VÍ DỤ 1. Tính

a) $18 \cdot 12$.

b) $(-18) \cdot (-12)$.

c) $18 \cdot (-12)$.

d) $-18 \cdot 0$.

✎ LỜI GIẢI.

a) $18 \cdot 12 = 216$.

b) $(-18) \cdot (-12) = 216$.

c) $18 \cdot (-12) = -216$.

d) $-18 \cdot 0 = 0$.

□

VÍ DỤ 2. Tính giá trị của biểu thức $P = (x + 5) \cdot (x - 3)$ khi $x = -7$.

✎ LỜI GIẢI.

Khi $x = -7$ thì

$$\begin{aligned} P &= (-7 + 5) \cdot (-7 - 3) \\ &= (-2) \cdot (-10) \\ &= 20. \end{aligned}$$

□

VÍ DỤ 3. Trong dãy số 1; -3; 9; -27; 81; -243; 486 thì số nào trái quy luật với các số còn lại?

✎ LỜI GIẢI.

Không kể số cuối cùng thì mỗi số đứng sau bằng số liền trước nhân với -3.

Số cuối cùng $486 = -243 \cdot (-2)$.

Vậy số 486 trái quy luật với các số còn lại.

□

□ DẠNG 2. Tính nhanh, tính hợp lí giá trị của một biểu thức

Phương pháp giải: Vận dụng các tính chất của phép nhân với các số nguyên.

VÍ DỤ 4. Tính bằng cách hợp lí nhất:

a) $(-4) \cdot 13 \cdot (-250)$.

b) $(-37) \cdot 84 + 37 \cdot (-16)$.

c) $-43 \cdot (1 - 296) - 296 \cdot 43$.

✎ LỜI GIẢI.

$$\textcircled{1} \quad (-4) \cdot 13 \cdot (-250) = [(-4) \cdot (-250)] \cdot 13 = 1000 \cdot 13 = 13000.$$

$$\textcircled{2} \quad (-37) \cdot 84 + 37 \cdot (-16) = 37 \cdot (-84) + 37 \cdot (-16) = 37 \cdot (-84 - 16) = 37 \cdot (-100) = -3700.$$

$$\textcircled{3} \quad -43 \cdot (1 - 296) - 296 \cdot 43 = -43 + 43 \cdot 296 - 296 \cdot 43 = -43.$$

□

VÍ DỤ 5.

$$\text{Cho } M = -3 \cdot (5 + 17) + 5 \cdot (3 - 17)$$

$$\text{và } N = (-15 + 1) \cdot (-15 + 2) \dots (-15 + 100).$$

Hãy so sánh M với N .

LỜI GIẢI.

$$\text{Ta có } M = -3 \cdot (5 + 17) + 5 \cdot (3 - 17)$$

$$M = -3 \cdot 5 - 3 \cdot 17 + 5 \cdot 3 - 5 \cdot 17$$

$$M = (-3 - 5) \cdot 17 = -8 \cdot 17 = -136.$$

Ta có $N = (-15 + 1) \cdot (-15 + 2) \dots (-15 + 100)$, trong tích này có thừa số thứ 15 là $(-15 + 15) = 0$ nên $N = 0$.

Vậy $M < N$.

□

DẠNG 3. Xét dấu lũy thừa, của tích trong phép nhân nhiều số nguyên

Phương pháp giải:

- Trong phép nhân nhiều số nguyên khác 0, nếu số thừa số âm chẵn thì tích mang dấu “+”; nếu số thừa số âm lẻ thì tích mang dấu “-”.
- Lũy thừa bậc chẵn của một số âm là một số dương. Lũy thừa bậc lẻ của một số âm là một số âm.

VÍ DỤ 6. Cho các tích

$$P_1 = (-3) \cdot 7 \cdot (-2) \cdot (-13).$$

$$P_2 = (-1) \cdot (-2) \cdot (-3) \cdot (-4) \cdot 5.$$

Hãy so sánh P_1 và P_2 .

LỜI GIẢI.

Ta có

$$P_1 = (-3) \cdot 7 \cdot (-2) \cdot (-13) < 0 \text{ (vì số thừa số âm lẻ).}$$

$$P_2 = (-1) \cdot (-2) \cdot (-3) \cdot (-4) \cdot 5 > 0 \text{ (vì số thừa số âm chẵn).}$$

Vậy $P_1 < P_2$.

□

VÍ DỤ 7. Tính

a) $(-1)^2; (-1)^3; (-1)^{31}$.

b) $(-5) \cdot 11 \cdot (-2)^3$.

LỜI GIẢI.

① Ta có $(-1)^2 = 1$; $(-1)^3 = -1$; $(-1)^{31} = -1$.

② $(-5) \cdot 11 \cdot (-2)^3 = (-5) \cdot 11 \cdot (-8) = 440$. □

VÍ DỤ 8. Cho a, b, c là các số nguyên và $P = a \cdot b \cdot c$. Biết $P < 0, a > 0, b > c$. Hãy xét dấu của b và c .

LỜI GIẢI.

Ta có $P = a \cdot b \cdot c < 0$ mà $a > 0$ nên $b \cdot c < 0$, suy ra b, c trái dấu.

Mặt khác $b > c$ nên b dương và c âm. □

VÍ DỤ 9. Cho $M = a \cdot b \cdot c \cdot d$. Trong các biểu thức sau, biểu thức nào bằng biểu thức M ?

(A) $(-a) \cdot b \cdot c \cdot d$

(B) $(-a) \cdot (-b) \cdot (-c) \cdot d$

(C) $(-a) \cdot (-b) \cdot (-c) \cdot (-d)$

(D) $-(a \cdot b \cdot c \cdot d)$

LỜI GIẢI.

Ta có $(-a) \cdot (-b) \cdot (-c) \cdot (-d) = a \cdot b \cdot c \cdot d$ (vì đổi dấu các thừa số một số chẵn lần).

Chọn (C). □

VÍ DỤ 10. Tìm số nguyên a , biết $(a - 2) \cdot (a + 3) < 0$.

LỜI GIẢI.

Ta có $(a - 2) \cdot (a + 3) < 0 \Rightarrow a - 2$ và $a + 3$ là hai số nguyên trái dấu.

Mặt khác vì $a - 2 < a + 3$ nên $a - 2 < 0$ và $a + 3 > 0$.

Do đó $a < 2$ và $a > -3$ tức là $-3 < a < 2$.

Vậy $a \in \{-2; -1; 0; 1\}$. □

VÍ DỤ 11. Tìm số nguyên a , biết $(a - 4) \cdot (a + 1) > 0$.

LỜI GIẢI.

Ta có $(a - 4) \cdot (a + 1) > 0$ mà $a - 4 < a + 1$ nên có hai trường hợp

— hoặc $a - 4 > 0 \Rightarrow a > 4$.

— hoặc $a + 1 < 0 \Rightarrow a < -1$.

Vậy $a > 4$ hoặc $a < -1$. □

□ DẠNG 4. Tìm số chưa biết trong một đẳng thức có phép nhân

Phương pháp giải: Dựa vào quy tắc nhân hai số, đặc biệt là quy tắc dấu của tích.

VÍ DỤ 12. Tìm $x \in \mathbb{Z}$, biết $(x - 3) \cdot (x + 4) = 0$.

 **LỜI GIẢI.**

Ta có $(x - 3) \cdot (x + 4) = 0$ suy ra $x - 3 = 0$ hoặc $x + 4 = 0$.

Do đó, $x = 3$ hoặc $x = -4$. □

VÍ DỤ 13. Tìm cặp số nguyên x và y , biết $x \cdot y = 7$.

 **LỜI GIẢI.**

Ta có $x \cdot y = 7$ mà $7 = 1 \cdot 7 = 7 \cdot 1 = (-1) \cdot (-7) = (-7) \cdot (-1)$ nên

$$x = 1; y = 7$$

$$\text{hoặc } x = 7; y = 1$$

$$\text{hoặc } x = -1; y = -7$$

$$\text{hoặc } x = -7; y = -1.$$

□

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

BÀI 1. Tính

a) $(-7) \cdot (+9)$.

b) $(+13) \cdot (-8)$.

c) $(-21) \cdot (-5)$.

 **LỜI GIẢI.**

a) -63 .

b) -104 .

c) 105 .

□

BÀI 2. Tính

a) $(-9) \cdot (+3) \cdot (-2) \cdot (-11)$.

b) $(-5)^2 \cdot (-2)^5$.

c) $(-13) \cdot (+7) - 4 \cdot (-15)$.

 **LỜI GIẢI.**

① $(-9) \cdot (+3) \cdot (-2) \cdot (-11) = -594$.

② $(-5)^2 \cdot (-2)^5 = 25 \cdot (-32) = -800$.

③ $(-13) \cdot (+7) - 4 \cdot (-15) = -91 + 60 = -31$.

□

BÀI 3. Tính bằng cách hợp lí nhất

a) $453 \cdot (-27) + 27 \cdot 353$.

b) $34 \cdot (66 - 5) - 66 \cdot (34 + 5)$.

 **LỜI GIẢI.**

①

$$\begin{aligned} 453 \cdot (-27) + 27 \cdot 353 &= 27 \cdot (-453 + 353) \\ &= 27 \cdot (-100) = -2700. \end{aligned}$$

2

$$\begin{aligned}
 34 \cdot (66 - 5) - 66 \cdot (34 + 5) &= 34 \cdot 66 - 34 \cdot 5 - 66 \cdot 34 - 66 \cdot 5 \\
 &= -5(34 + 66) = -500.
 \end{aligned}$$

□

BÀI 4. Không thực hiện các phép nhân, hãy so sánh các tích sau

$$A = (-2015) \cdot (+2016) \cdot (-2017) \cdot (-2018).$$

$$B = (-9) \cdot (-8) \cdot (-7) \cdot (-6).$$

$$C = (-4) \cdot (-2) \cdot 0 \cdot (+2) \cdot (+4).$$

LỜI GIẢI.

$A < 0$ vì số thừa số nguyên âm lẻ.

$B > 0$ vì số thừa số nguyên âm chẵn.

$C = 0$ vì trong tích có một thừa số bằng 0.

Vậy $A < C < B$.

□

BÀI 5. Cho a và b là hai số nguyên. Biết $a \cdot b < 0$ và $a < b$, hãy xác định dấu của a và b .

LỜI GIẢI.

Vì $a \cdot b < 0$ nên a và b là hai số nguyên trái dấu. Mặt khác $a < b$ nên $a < 0$ và $b > 0$.

□

BÀI 6. Tìm các số nguyên x và y biết rằng $(x + 1) \cdot (y + 2) = -5$ và $x < y$.

LỜI GIẢI.

Vì $x < y$ nên $x + 1 < y + 2$. Ta có $(x + 1) \cdot (y + 2) = -5 = (-1) \cdot 5 = (-5) \cdot 1$.

Suy ra $x + 1 = -1$ và $y + 2 = 5$ hoặc $x + 1 = -5$ và $y + 2 = 1$ suy ra $x = -2$ và $y = 3$ hoặc $x = -6$ và $y = -1$.

□

BÀI 6 BỘI VÀ ƯỚC CỦA MỘT SỐ NGUYÊN

A TÓM TẮT LÝ THUYẾT

① Cho $a, b \in \mathbb{Z}$ và $b \neq 0$. Nếu có số nguyên q sao cho $a = b \cdot q$ thì ta nói a chia hết cho b hoặc a là bội của b và b là ước của a .

② Chú ý:

— Nếu $a = b \cdot q$ thì ta nói a chia cho b được q và viết $a : b = q$.

— Số 0 là bội của mọi số nguyên khác 0.

— Số 0 không phải là ước của bất kì số nguyên nào.

— Các số 1 và -1 là ước của mọi số nguyên.

— Nếu c vừa là ước của a vừa là ước của b thì c cũng được gọi là ước chung của a và b .

③ Tính chất:

— $a : b$ và $b : c \Rightarrow a : c$.

- $a : b \Rightarrow a \cdot m : b \ (m \in \mathbb{Z})$.
- $a : c \text{ và } b : c \Rightarrow (a + b) : c \text{ và } (a - b) : c$.

B CÁC DẠNG TOÁN

□ DẠNG 1. Tìm bội của một số nguyên cho trước

Phương pháp giải: Muốn tìm các bội của số nguyên a cho trước, ta nhân a với một số nguyên bất kì.

VÍ DỤ 1. Tìm năm bội của -7 .

✎ LỜI GIẢI.

Các bội của -7 có dạng tổng quát là $-7 \cdot m$ hoặc $7 \cdot m$, trong đó $m \in \mathbb{Z}$.

Năm bội của -7 có thể là: $0; \pm 7; \pm 14$. □

VÍ DỤ 2. Viết tập hợp các bội của 6 lớn hơn -15 nhưng nhỏ hơn 25.

✎ LỜI GIẢI.

Các bội của 6 có dạng tổng quát là $6 \cdot m \ m \in \mathbb{Z}$.

Đó là các số: $0; \pm 6; \pm 12; \pm 18; \pm 24; \pm 30; \dots$

Vậy tập hợp các bội của 6 lớn hơn -15 nhưng nhỏ hơn 25 là

$$\{-12; -6; 0; 6; 12; 18; 24\}.$$
□

□ DẠNG 2. Tìm các ước của một số nguyên cho trước

Phương pháp giải: Muốn tìm các ước của số nguyên a với $|a| > 1$, ta xét xem nó chia hết cho những số tự nhiên nào từ 1 đến $|a|$. Mỗi một lần chia hết ta được một ước của a . Số đối của ước này cũng là một ước của a .

VÍ DỤ 3. Tìm tất cả các ước của 12.

✎ LỜI GIẢI.

Số 12 chia hết cho các số $\pm 1; \pm 2; \pm 3; \pm 4; \pm 6; \pm 12$.

Vậy $U(12) = \{\pm 1; \pm 2; \pm 3; \pm 4; \pm 6; \pm 12\}$. □

VÍ DỤ 4. Viết tập hợp các ước của -18 lớn hơn -9 nhưng nhỏ hơn 9.

✎ LỜI GIẢI.

Số -18 chia hết cho các số $\pm 1; \pm 2; \pm 3; \pm 6; \pm 9; \pm 18$.

Vậy tập hợp các ước của -18 lớn hơn -9 nhưng nhỏ hơn 9 là

$$\{-6; -3; -2; -1; 1; 2; 3; 6\}.$$
□

VÍ DỤ 5. Cho a là ước của -24 ; $a < -20$. b là ước của -28 ; $b > 20$. Tính tổng $a + b$.

LỜI GIẢI.

a là ước của -24 và $a < -20$ nên $a = -24$.

b là ước của -28 và $b > 20$ nên $b = 28$.

Do đó $a + b = -24 + 28 = 4$. □

DẠNG 3. Tìm x trong đẳng thức $ax = b$ ($a \neq 0$)

Phương pháp giải:

$$a \cdot x = b \Rightarrow x = b : a.$$

Để chia b cho a ta chia $|b|$ cho $|a|$ rồi đặt trước kết quả nhận được:

- Dấu “-” nếu a và b trái dấu.
- Dấu “+” nếu a và b cùng dấu.

VÍ DỤ 6. Tìm $x \in \mathbb{Z}$, biết

a) $-13 \cdot x = 52$.

b) $-9 \cdot x = -45$.

LỜI GIẢI.

① $-13 \cdot x = 52 \Rightarrow x = 52 : (-13) = -4$.

② $-9 \cdot x = -45 \Rightarrow x = (-45) : (-9) = 5$. □

VÍ DỤ 7. Tìm $x \in \mathbb{Z}$, biết

a) $-5 \cdot |x| = -75$.

b) $(-6)^3 \cdot x^2 = -1944$.

LỜI GIẢI.

① $-5 \cdot |x| = -75 \Rightarrow |x| = (-75) : (-5) = 15$.

Do đó $x = \pm 15$.

② $(-6)^3 \cdot x^2 = -1944 \Rightarrow x^2 = (-1944) : (-6)^3 \Rightarrow x^2 = 9 = (\pm 3)^2$.

Do đó $x = \pm 3$. □

DẠNG 4. Xét tính chia hết của một tổng, một hiệu, một tích

Phương pháp giải: Vận dụng các tính chất sau:

- $a : b ; b : m \Rightarrow (a \pm b) : m$ ($a, b, m \in \mathbb{Z}, m \neq 0$).
- $a = b \cdot q \Leftrightarrow a : b$ ($a, b, q \in \mathbb{Z}, b \neq 0$).
- $a : m \Rightarrow a \cdot c : m$ ($a, c, m \in \mathbb{Z}, m \neq 0$).

VÍ DỤ 8. Cho các số nguyên a, b, c, m ($m \neq 0$).

Biết $a : m ; b : m$, chứng minh rằng $(a \cdot c - b \cdot c) : m$.

LỜI GIẢI.

$$\text{Vì } \begin{cases} a : m \text{ nên } a \cdot c : m \\ b : m \text{ nên } b \cdot c : m \end{cases} \text{ do đó } (a \cdot c - b \cdot c) : m. \quad \square$$

VÍ DỤ 9. Cho a và b là số nguyên không đối nhau.
 Chứng minh rằng $(a^2 + a \cdot b + 2 \cdot a + 2 \cdot b) : (a + b)$.

LỜI GIẢI.

Vì $a + b$ là hai số nguyên không đối nhau nên $a + b \neq 0$.

Ta có $a^2 + a \cdot b + 2 \cdot a + 2 \cdot b = [a(a + b) + 2 \cdot (a + b)] : (a + b)$. $\square$

DẠNG 5. Tìm số nguyên x thỏa mãn điều kiện về chia hết

Phương pháp giải: Vận dụng các tính chất chia hết của một tổng, một hiệu, một tích.

VÍ DỤ 10. Tìm số nguyên x , biết $x : 6$ và $6 : x$.

LỜI GIẢI.

Vì $x : 6$ nên $x \in B(6) = \{0; \pm 6; \pm 12; \dots\}$.

Vì $6 : x$ nên $x \in U(6) = \{\pm 1; \pm 2; \pm 3; \pm 6\}$.

Do đó $x \in B(6) \cap U(6) = \{-6; 6\}$. $\square$

VÍ DỤ 11. Tìm $x \in \mathbb{Z}$ sao cho $(x + 8) : (x + 1)$.

LỜI GIẢI.

Ta có $x + 8 = (x + 1) + 7$.

Vì $(x + 8) : (x + 1)$ và $(x + 1) : (x + 1)$ nên $7 : (x + 1)$.

Do đó $x + 1 \in U(7) = \{\pm 1; \pm 7\}$.

Ta có bảng sau:

$x + 1$	1	-1	7	-7
x	0	-2	6	-8

Vậy $x \in \{-8; -2; 0; 6\}$. $\square$

VÍ DỤ 12. Tìm $x \in \mathbb{Z}$ sao cho $(x + 2) : (x - 1)$.

LỜI GIẢI.

Ta có $x + 2 = (x - 1) + 3$.

Vì $(x + 2) : (x - 1)$ và $(x - 1) : (x - 1)$ nên $3 : (x - 1)$.

Do đó $x - 1 \in U(3) = \{\pm 1; \pm 3\}$.

Ta có bảng sau:

$x - 1$	1	-1	3	-3
x	2	0	4	-2

Vậy $x \in \{-2; 0; 2; 4\}$. □

VÍ DỤ 13. Tìm $x \in \mathbb{Z}$ để $(x^2 - 5x + 1) \vdots (x - 5)$.

✎ **LỜI GIẢI.**

Ta có $x^2 - 5x + 1 = x(x - 5) + 1$.

Vì $(x^2 - 5x + 1) \vdots (x - 5)$ và $x(x - 5) \vdots (x - 5)$ nên $1 \vdots (x - 5)$.

Do đó $(x - 5) \in U(1) = \{\pm 1\}$.

Suy ra $x - 5 = -1 \Rightarrow x = 4$ hoặc $x - 5 = 1 \Rightarrow x = 6$. □

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

BÀI 1. Tìm các ước của -15 và tìm năm bội của -15 .

✎ **LỜI GIẢI.**

Ước của -15 là $U(15) = \{\pm 1; \pm 3; \pm 5; \pm 15\}$.

Năm bội của -15 là $\{0; \pm 15; \pm 30\}$. □

BÀI 2. Tìm $x \in \mathbb{Z}$, biết

a) $-25 \cdot x + 4 = 79$.

b) $12 \cdot |x - 1| = 108$.

✎ **LỜI GIẢI.**

① $-25 \cdot x + 4 = 79 \Rightarrow -25 \cdot x = 75 \Rightarrow x = -3$.

② $12 \cdot |x - 1| = 108 \Rightarrow |x - 1| = 9$.

Do đó $x - 1 = 9 \Rightarrow x = 10$ hoặc $x - 1 = -9 \Rightarrow x = -8$. □

BÀI 3. Tìm $x \in \mathbb{Z}$, biết

a) $3 \vdots (x + 2)$.

b) $(x + 7) \vdots (x + 4)$.

✎ **LỜI GIẢI.**

① Vì $3 \vdots (x + 2)$ nên $(x + 2) \in U(3) = \{\pm 1; \pm 3\}$.

Ta có bảng sau:

$x + 2$	1	-1	3	-3
x	-1	-3	1	-5

Vậy $x \in \{-1; -3; -5; 1\}$.

② Ta có $x + 7 = (x + 4) + 3$.

Vì $(x + 7) : (x + 4)$ và $(x + 4) : (x + 4)$ nên $3 : (x + 4)$.

Do đó $x + 4 \in U(3) = \{\pm 1; \pm 3\}$.

Ta có bảng sau:

$x + 4$	1	-1	3	-3
x	-3	-5	-1	-7

Vậy $x \in \{-1; -3; -5; -7\}$.

□

BÀI 4. Chứng tỏ rằng tổng của ba số nguyên liên tiếp thì chia hết cho 3.

✎ **LỜI GIẢI.**

Gọi ba số nguyên liên tiếp là $a - 1; a; a + 1$ $a \in \mathbb{Z}$.

Tổng của chúng là $3a : 3$.

□

BÀI 5. Cho a, b là các số nguyên. Chứng tỏ rằng $a(a + 1) - ab(a + b)$ luôn chia hết cho 2.

✎ **LỜI GIẢI.**

Vì a, b là các số nguyên nên $a(a + 1)$ là tích của hai số nguyên liên tiếp do đó tích này chia hết cho 2.

Nếu a chẵn hoặc b chẵn thì $ab(a + b) : 2$.

Nếu a và b cùng lẻ thì $(a + b) : 2$ do đó $ab(a + b) : 2$.

Vậy $a(a + 1) - ab(a + b)$ luôn chia hết cho 2.

□

BÀI 7 ÔN TẬP CHƯƠNG II

A TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Tập hợp các số nguyên. Thứ tự trong tập hợp các số nguyên.
2. Quy tắc thực hiện các phép tính cộng, trừ, nhân, chia các số nguyên.
Tính chất của phép cộng, phép nhân các số nguyên.
3. Quy tắc dấu ngoặc và quy tắc chuyển vế.
4. Bội và ước của số nguyên.

B CÁC DẠNG TOÁN

□ DẠNG 1. So sánh các số, so sánh giá trị tuyệt đối với một số

Phương pháp giải:

- Số nguyên dương lớn hơn số 0. Số 0 lớn hơn số nguyên âm.
- Trong hai số nguyên âm, số nào có giá trị tuyệt đối nhỏ hơn thì lớn hơn.
- $|a| \geq 0$; $|a| = |-a|$; $|a| \geq a$ (với mọi $a \in \mathbb{Z}$).

VÍ DỤ 1. Sắp xếp các số nguyên sau theo thứ tự tăng dần:

$$43; -51; -35; 0; 12; -9; |-100|; -(-44).$$

LỜI GIẢI.

Ta có $|-100| = 100$; $-(-44) = 44$, do đó $-51 < -35 < -9 < 0 < 12 < 43 < 44 < 100$. □

VÍ DỤ 2. Với $a, b \in \mathbb{Z}$, hãy cho biết trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng, khẳng định nào sai?

- | | |
|--------------------|--------------------------|
| a) $ -a = - a $; | b) $ a > -a$; |
| c) $ -a < 0$; | d) $ a - b = b - a $. |

LỜI GIẢI.

- ❶ Sai, ví dụ nếu $a < 0$ thì $|-a| > 0$ còn $-|a| < 0$.
- ❷ Sai, ví dụ nếu $a = 0$ thì $|a| = 0$ còn $-a = 0$.
- ❸ Sai, ví dụ nếu $a < 0$ thì $-a > 0$.
- ❹ Đúng, vì $|b - a| = |-(a - b)| = |a - b|$.

□

VÍ DỤ 3. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

- | | |
|-----------------------------------|--------------------------------------|
| a) $ -5 + 17 \leq -5 + 17 $; | b) $ (-8) + (-11) = -8 + -11 $; |
| c) $ 10 - (-7) = 10 - -7 $; | d) $ 23 - 48 = 23 - 48 $. |

LỜI GIẢI.

- ❶ Đúng, vì $|-5 + 17| = |12| = 12$, còn $|-5| + |17| = 5 + 17 = 22$.
- ❷ Đúng, vì $|(-8) + (-11)| = |-19| = 19$ và $|-8| + |-11| = 8 + 11 = 19$.
- ❸ Sai, vì $|10 - (-7)| = |17| = 17$, còn $|10| - |-7| = 10 - 7 = 3$.
- ❹ Sai, vì $|23 - 48| = |-25| = 25$, còn $|23| - |48| = -25$.

□

☐ DẠNG 2. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của một biểu thức

Phương pháp giải: Với mọi $a \in \mathbb{Z}$ ta có các tính chất sau: $|a| \geq 0$; $-|a| \leq 0$; $a^2 \geq 0$; $-a^2 \leq 0$ (dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $a = 0$).

VÍ DỤ 4. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

a) $A = |x - 9| + 10$;

b) $B = |x + 1| - 5$.

🔗 LỜI GIẢI.

- ① Ta có $|x - 9| \geq 0$ (dấu "=" xảy ra khi $x = 9$). Suy ra $|x - 9| + 10 \geq 10$. Do đó giá trị nhỏ nhất của biểu thức A là 10 khi $x = 9$. Ta viết $\min A = 10$ khi $x = 9$.
- ② Ta có $|x + 1| \geq 0$ (dấu "=" xảy ra khi $x = -1$). Suy ra $|x + 1| - 5 \geq -5$. Do đó giá trị nhỏ nhất của biểu thức B là -5 khi $x = -1$. Ta viết $\min B = -5$ khi $x = -1$.

□

VÍ DỤ 5. Tìm giá trị lớn nhất của các biểu thức sau:

a) $C = 4 - |x - 2|$;

b) $D = -|x + 7| - 16$.

🔗 LỜI GIẢI.

- ① Ta có $-|x - 2| \leq 0$ (dấu "=" xảy ra khi $x = 2$). Suy ra $4 - |x - 2| \leq 4$. Do đó giá trị lớn nhất của biểu thức C là 4 khi $x = 2$. Ta viết $\max C = 4$ khi $x = 2$.
- ② Ta có $-|x + 7| \leq 0$ (dấu "=" xảy ra khi $x = -7$). Suy ra $-|x + 7| - 16 \leq -16$. Do đó giá trị lớn nhất của biểu thức D là -16 khi $x = -7$. Ta viết $\max D = -16$ khi $x = -7$.

□

VÍ DỤ 6. Tìm giá trị nhỏ nhất hoặc lớn nhất của các biểu thức sau:

a) $M = 3x^2 + 8$;

b) $N = 20 - 5(x - 3)^2$.

🔗 LỜI GIẢI.

- ① Ta có $x^2 \geq 0$ (dấu "=" xảy ra khi $x = 0$). Suy ra $3x^2 + 8 \geq 8$. Do đó giá trị nhỏ nhất của biểu thức M là 8 khi $x = 0$. Ta viết $\min M = 8$ khi $x = 0$.
- ② Ta có $(x - 3)^2 \geq 0 \Rightarrow -5(x - 3)^2 \leq 0$ (dấu "=" xảy ra khi $x = 3$). Suy ra $20 - 5(x - 3)^2 \leq 20$. Do đó giá trị lớn nhất của biểu thức N là 20 khi $x = 3$. Ta viết $\max N = 20$ khi $x = 3$.

□

☐ DẠNG 3. Thực hiện các phép tính về số nguyên

Phương pháp giải: Thứ tự thực hiện các phép tính về số nguyên cũng tương tự thứ tự thực hiện phép tính về số tự nhiên. Có thể vận dụng tính chất của các phép tính để tính nhanh, tính hợp lí.

VÍ DỤ 7. Tính giá trị của biểu thức $A = (-5)^2 - 3 \cdot (-2)^3 + 4 \cdot (-11)$.

LỜI GIẢI.

Ta có

$$A = (-5)^2 - 3 \cdot (-2)^3 + 4 \cdot (-11)$$

$$A = 25 - 3 \cdot (-8) + 4 \cdot (-11)$$

$$A = 25 + 24 - 44$$

$$A = 5.$$

□

VÍ DỤ 8. Tính giá trị của các biểu thức

$$\textcircled{1} B = 1 - 2 - 3 + 4 + 5 - 6 - 7 + 8 + \dots + 21 - 22 - 23 + 24;$$

$$\textcircled{2} C = 23 - 501 - 343 + 61 - 257 + 16 - 499.$$

LỜI GIẢI.**①**

$$B = 1 - 2 - 3 + 4 + 5 - 6 - 7 + 8 + \dots + 21 - 22 - 23 + 24$$

$$B = (1 - 2 - 3 + 4) + (5 - 6 - 7 + 8) + \dots + (21 - 22 - 23 + 24)$$

$$B = 0 + 0 + \dots + 0$$

$$B = 0.$$

②

$$C = 23 - 501 - 343 + 61 - 257 + 16 - 499$$

$$C = (23 + 61 + 16) - (501 + 499) - (343 + 257)$$

$$C = 100 - 1000 - 600$$

$$C = -1500.$$

□

VÍ DỤ 9. Tính tổng đại số $S = 743 - 231 + (-495) - (-69) - 38 + (-117)$.**LỜI GIẢI.**

$$S = 743 - 231 + (-495) - (-69) - 38 + (-117)$$

$$S = 743 - 231 - 495 + 69 - 38 - 117$$

$$S = (743 + 69) - (231 + 495 + 38 + 117)$$

$$S = 812 - 881$$

$$S = -69.$$

□

☐ DẠNG 4. Tìm x thỏa mãn điều kiện cho trước*Phương pháp giải:*

- Dựa vào quy tắc bỏ dấu ngoặc, quy tắc chuyển vế.
- Dựa vào các điều kiện cho trước để tạo ra các số thích hợp.

VÍ DỤ 10. Tìm $x \in \mathbb{Z}$ biết

a) $(19 - 51) - (x - 23) = 6;$

b) $-5x - 10 \cdot (-7) = 55.$

🔗 LỜI GIẢI.**①**

$$\begin{aligned}
 (19 - 51) - (x - 23) &= 6 \\
 19 - 51 - x + 23 &= 6 \\
 -x &= 6 - 19 + 51 - 23 \\
 -x &= 15 \\
 x &= -15.
 \end{aligned}$$

②

$$\begin{aligned}
 -5x - 10 \cdot (-7) &= 55 \\
 -5x + 70 &= 55 \\
 -5x &= 55 - 70 \\
 -5x &= -15 \\
 x &= (-15) : (-5) \\
 x &= 3.
 \end{aligned}$$

□

VÍ DỤ 11. Tìm $x \in \mathbb{Z}$ biết $|x + 101| - (-16) = (-43) \cdot (-5).$ **🔗 LỜI GIẢI.**

$$\begin{aligned}
 |x + 101| - (-16) &= (-43) \cdot (-5) \\
 |x + 101| + 16 &= 215 \\
 |x + 101| &= 215 - 16 \\
 |x + 101| &= 199.
 \end{aligned}$$

Suy ra $x + 101 = 199 \Rightarrow x = 199 - 101 = 98;$ hoặc $x + 101 = -199 \Rightarrow x = -199 - 101 = -300.$

□

VÍ DỤ 12. Tìm $x \in \mathbb{Z}$ biết $3 \cdot |x| < 15.$

✎ LỜI GIẢI.

$$\text{Ta có } 3 \cdot |x| < 15$$

$$\text{suy ra } |x| < 15 : 3$$

$$|x| < 5.$$

Vì $x \in \mathbb{Z}$ nên $|x| \in \{0; 1; 2; 3; 4\}$. Do đó $x \in \{0; \pm 1; \pm 2; \pm 3; \pm 4\}$. □

VÍ DỤ 13. Tìm $x \in \mathbb{Z}$ biết

a) $(x - 7)(x + 1) = 0$;

b) $(x - 7)(x + 1) > 0$.

✎ LỜI GIẢI.

① Ta có $(x - 7)(x + 1) = 0$. Suy ra $x - 7 = 0 \Rightarrow x = 7$ hoặc $x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1$. Vậy $x \in \{-1; 7\}$.

② Ta có $(x - 7)(x + 1) > 0$. Suy ra $x - 7$ và $x + 1$ là hai số cùng dấu.

— Trường hợp $x - 7$ và $x + 1$ cùng dương

$$(x - 7)(x + 1) > 0 \Leftrightarrow x - 7 > 0 \Leftrightarrow x > 7.$$

— Trường hợp $x - 7$ và $x + 1$ cùng âm

$$(x - 7)(x + 1) > 0 \Leftrightarrow x + 1 < 0 \Leftrightarrow x < -1.$$

Vậy $x > 7$ hoặc $x < -1$. □

VÍ DỤ 14. Tìm $x \in \mathbb{Z}$, biết $(x^2 - 5) \cdot (x^2 - 30) < 0$.

✎ LỜI GIẢI.

Vì $(x^2 - 5) \cdot (x^2 - 30) < 0$ nên $(x^2 - 5)$ và $(x^2 - 30)$ là hai số trái dấu.

Mặt khác $(x^2 - 5) > (x^2 - 30)$ nên ta có $x^2 - 5 > 0$ và $x^2 - 30 < 0$, suy ra $x^2 > 5$ và $x^2 < 30$. Vậy $5 < x^2 < 30$, do đó $x^2 \in \{9; 16; 25\}$. Suy ra $x \in \{\pm 3; \pm 4; \pm 5\}$. □

□ DẠNG 5. Xét tính chia hết của một số

Phương pháp giải: Vận dụng tính chia hết của một tổng, một hiệu, một tích.

VÍ DỤ 15. Trong khoảng từ -7 đến 8 có bao nhiêu số nguyên là bội của 2 hoặc của 3 hoặc của 5 .

✎ LỜI GIẢI.

Các số nguyên từ -7 đến 8 là $-7; -6; -5; -4; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8$.

Các số là bội của 2 trong số đó là $-6; -4; -2; 0; 2; 4; 6; 8$ (8 số).

Các số là bội của 3 (trừ các số đã được tính là bội của 2) là $-3; 3$ (2 số).

Các số là bội của 5 (trừ các số đã được tính là bội của 2 , của 3) là $-5; 5$ (2 số).

Vậy có tất cả $8 + 2 + 2 = 12$ (số) là bội của 2 hoặc của 3 hoặc của 5 . □

VÍ DỤ 16. Cho hai tập hợp $E = \{13; -5; 6\}$; $F = \{-4; 10; -2\}$.

Với $a \in E$ và $b \in F$, hỏi có

- a) Bao nhiêu tích $a \cdot b$ được tạo thành? b) Có bao nhiêu tích nhỏ hơn 0?
c) Có bao nhiêu tích là bội của 10? d) Có bao nhiêu tích là ước của 24?

LỜI GIẢI.

- ① Tập hợp E có 3 phần tử; tập hợp F có 3 phần tử. Với $a \in E$; $b \in F$ thì có $3 \cdot 3 = 9$ tích $a \cdot b$ được tạo thành.
② Có 5 tích nhỏ hơn 0, đó là các tích: $13 \cdot (-4)$; $13 \cdot (-2)$; $-5 \cdot 10$; $6 \cdot (-4)$; $6 \cdot (-2)$.
③ Có 5 tích là bội của 10, đó là các tích: $13 \cdot 10$; $(-5) \cdot (-4)$; $-5 \cdot 10$; $(-5) \cdot (-2)$; $6 \cdot 10$.
④ Có 2 tích là ước của 24, đó là các tích: $6 \cdot (-4)$; $6 \cdot (-2)$.

□

VÍ DỤ 17. Tìm $x \in \mathbb{Z}$ để $(2 \cdot x + 7) : (x + 1)$.

LỜI GIẢI.

Ta có $2 \cdot x + 7 = 2(x + 1) + 5$. Vì $(2 \cdot x + 7) : (x + 1)$ và $2(x + 1) : (x + 1)$ nên $5 : (x + 1)$. Do đó $x + 1 \in U(5) = \{-1; 1; -5; 5\}$. Ta có bảng sau:

$x + 1$	-1	1	-5	5
x	-2	0	-6	4

Vậy $x \in \{-2; 0; -6; 4\}$.

□

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

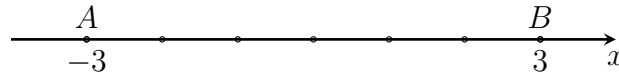
BÀI 1. Tìm $x \in \mathbb{Z}$, biết $-14 \cdot |x| + 2 = -40$.

Biểu diễn giá trị tìm được của x trên trục số.

LỜI GIẢI.

$$\begin{aligned}
 -14 \cdot |x| + 2 = -40 &\Rightarrow -14 \cdot |x| = -40 - 2 \\
 -14 \cdot |x| &= -42 \\
 |x| &= -42 : (-14) \\
 |x| &= 3.
 \end{aligned}$$

Vậy $x = 3$ hoặc $x = -3$.



□

BÀI 2. Cho các số nguyên 7; -45; 159; -243; 0; -7.

- ① Sắp xếp các số nguyên đó theo thứ tự tăng dần.
- ② Tính tổng của các số nguyên đó.
- ③ Tính tích của các số nguyên đó.

✎ **LỜI GIẢI.**

- ① Sắp xếp các số nguyên theo thứ tự tăng dần $-243 < -45 < -7 < 0 < 7 < 159$.
- ② Tính tổng của các số nguyên $-243 + (-45) + (-7) + 0 + 7 + 159 = -129$.
- ③ Tính tích của các số nguyên $-243 \cdot (-45) \cdot (-7) \cdot 0 \cdot 7 \cdot 159 = 0$.

□

BÀI 3. Tính giá trị của biểu thức $A = (-10) \cdot (-7) + (-15) \cdot (+5) - (-3)^3$.

✎ **LỜI GIẢI.**

Ta có

$$\begin{aligned} A &= (-10) \cdot (-7) + (-15) \cdot (+5) - (-3)^3 \\ A &= 70 - 75 - (-27) \\ A &= -5 + 27 \\ A &= 22. \end{aligned}$$

□

BÀI 4. Tính tổng và tích của các số nguyên x biết rằng $-5 < x < -2$.

✎ **LỜI GIẢI.**

Vì $x \in \mathbb{Z}$ và $-5 < x < -2$ nên $x \in \{-4; -3\}$. Tổng của chúng là $S = (-4) + (-3) = -7$. Tích của chúng là $P = (-4) \cdot (-3) = 12$.

□

BÀI 5. Cho $x = -5$, tính giá trị của các biểu thức sau

- a) $|x| + x$. b) $|x| - x$. c) $|x| \cdot x$.

✎ **LỜI GIẢI.**

- ① $|x| + x = |-5| + (-5) = 5 + (-5) = 0$.
- ② $|x| - x = |-5| - (-5) = 5 + 5 = 10$.
- ③ $|x| \cdot x = |-5| \cdot (-5) = 5 \cdot (-5) = -25$.

□

BÀI 6. Cho $a, b \in \mathbb{Z}$. Biết tích $a \cdot b < 0$ và $|a| = b$, hỏi a là số dương hay số âm?

✎ **LỜI GIẢI.**

Ta có $a \cdot b < 0$, suy ra a và b trái dấu. Mà $b > 0$ (vì $b = |a|$), nên a là số âm.

□

BÀI 7. Tìm x , biết

- a) $28 - (x - 11) = 9$; b) $17 - (63 - x) = -4$.

✎ LỜI GIẢI.

①

$$\begin{aligned}
 28 - (x - 11) = 9 &\Leftrightarrow x - 11 = 28 - 9 \\
 x - 11 &= 19 \\
 x &= 19 + 11 \\
 x &= 30.
 \end{aligned}$$

②

$$\begin{aligned}
 17 - (63 - x) = -4 &\Rightarrow 63 - x = 17 - (-4) \\
 63 - x &= 21 \\
 x &= 63 - 21 \\
 x &= 42.
 \end{aligned}$$

□

BÀI 8. Tìm $x, y \in \mathbb{Z}$, biết $x \cdot y = 7$ và $x > y$.

✎ LỜI GIẢI.

Ta có $x \cdot y = 7 > 0$, suy ra x, y cùng dấu và $x, y \in U(7) = \{\pm 1; \pm 7\}$ Vì $x > y$ nên ta chọn $x = 7; y = 1$ hoặc $x = -1; y = -7$.

□

BÀI 9. Tìm số nguyên n , biết

a) $(n - 2)(n + 5) = 0$;

b) $(n - 3)(n^2 + 5) = 0$.

✎ LỜI GIẢI.

① $(n - 2)(n + 5) = 0 \Rightarrow n - 2 = 0$ hoặc $n + 5 = 0 \Rightarrow n = 2$ hoặc $n = -5$.

Vậy $n \in \{-5; 2\}$.

② $(n - 3)(n^2 + 5) = 0 \Rightarrow n - 3 = 0$ hoặc $n^2 + 5 = 0 \Rightarrow n = 3$ hoặc $n^2 = -5$ (vô lý).

Vậy $n \in \{3\}$.

□

BÀI 10. Ba số nguyên liên tiếp có tổng bằng -9 . Hỏi tích của chúng bằng bao nhiêu?

✎ LỜI GIẢI.

Gọi ba số nguyên liên tiếp là $x - 1; x; x + 1$ ($x \in \mathbb{Z}$). Ta có

$$\begin{aligned}
 (x - 1) + x + (x + 1) &= -9 \\
 3 \cdot x &= -9 \\
 x &= 3.
 \end{aligned}$$

Vậy ba số nguyên liên tiếp đó là $-4; -3; -2$. Tích của chúng là $(-4) \cdot (-3) \cdot (-2) = -24$.

□

CHƯƠNG

3

PHÂN SỐ

BÀI 1 MỞ RỘNG KHÁI NIỆM PHÂN SỐ

A TÓM TẮT LÝ THUYẾT

- ① Ta gọi $\frac{a}{b}$ với $a, b \in \mathbb{Z}$, $b \neq 0$ là một phân số, a là tử số (tử), b là mẫu số (mẫu) của phân số. Số nguyên a có thể viết dưới dạng phân số là $\frac{a}{1}$.
- ② Hai phân số $\frac{a}{b}$ và $\frac{c}{d}$ gọi là bằng nhau nếu $a \cdot d = b \cdot c$.

B CÁC DẠNG TOÁN

DẠNG 1. Viết các phân số. Tính giá trị của phân số

Phương pháp giải:

- “ a phần b ” hoặc $a : b$ được viết thành $\frac{a}{b}$ ($b \neq 0$).
- Để tính giá trị của một phân số ta tính thương của phép chia tử cho mẫu.

VÍ DỤ 1. Dùng cả hai số -4 và 9 để viết thành phân số (mỗi số chỉ được viết một lần trong mỗi phân số).

LỜI GIẢI.

Dùng -4 làm tử số, dùng 9 làm mẫu số và ngược lại ta được hai phân số $\frac{-4}{9}$ và $\frac{9}{-4}$. □

VÍ DỤ 2. Dùng hai trong ba số 8 ; -5 và 0 để viết thành các phân số.

LỜI GIẢI.

Các phân số được viết là $\frac{8}{-5}$; $\frac{-5}{8}$; $\frac{0}{8}$ và $\frac{0}{-5}$.

⚠ Không thể viết $\frac{8}{0}$; $\frac{-5}{0}$ vì mẫu số của phân số phải khác 0 . □

VÍ DỤ 3. Tính giá trị của các phân số sau

a) $\frac{-45}{9}$.

b) $\frac{-36}{-12}$.

c) $\frac{0}{-3}$.

LỜI GIẢI.

$$\textcircled{1} \frac{-45}{9} = (-45) : 9 = -5.$$

$$\textcircled{2} \frac{-36}{-12} = (-36) : (-12) = 3.$$

$$\textcircled{3} \frac{0}{-3} = 0 : (-3) = 0.$$

□

VÍ DỤ 4. Viết tập hợp các số nguyên x sao cho $\frac{-12}{4} \leq x \leq \frac{6}{3}$.

✎ LỜI GIẢI.

Ta có $\frac{-12}{4} \leq x \leq \frac{6}{3}$, suy ra $-3 \leq x \leq 2$.

Mặt khác $x \in \mathbb{Z}$ nên $x \in \{-3; -2; -1; 0; 1; 2\}$.

□

VÍ DỤ 5. Trong các cách viết sau, cách viết nào không phải là phân số? Cách viết nào biểu diễn số 0?

a) $\frac{0}{9}$.

b) $\frac{-7}{10}$.

c) $\frac{-5}{-4}$.

d) $\frac{1,7}{3}$.

✎ LỜI GIẢI.

— $\frac{1,7}{3}$ không phải là phân số vì $1,7 \notin \mathbb{Z}$.

— $\frac{0}{9}$ có giá trị bằng 0, vậy $\frac{0}{9}$ biểu diễn số 0.

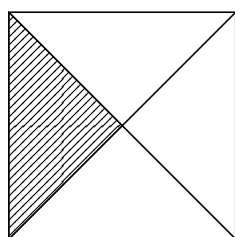
□

□ DẠNG 2. Biểu diễn số đo giá trị các đại lượng bằng phân số

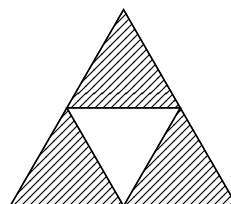
Phương pháp giải: Cần nắm vững ý nghĩa của tử và mẫu của phân số.

- Mẫu cho biết đơn vị được chia ra làm mấy phần bằng nhau.
- Tử cho biết số phần bằng nhau đã lấy.

VÍ DỤ 6. Phần tô đậm trong các hình dưới đây biểu diễn phân số nào?



Hình a



Hình b

✎ LỜI GIẢI.

① Hình vuông được chia thành 4 phần bằng nhau. Phần tô đậm chiếm 1 phần nên nó biểu diễn phân số $\frac{1}{4}$.

② Hình tam giác được chia thành 4 phần bằng nhau. Phần tô đậm chiếm 3 phần bằng nhau đó nên nó biểu diễn phân số $\frac{3}{4}$.

□

VÍ DỤ 7.

- ❶ Viết 47 phút dưới dạng phân số với đơn vị là giờ.
- ❷ Viết 47 dm^2 dưới dạng phân số với đơn vị là mét vuông.

LỜI GIẢI.

- ❶ $47 \text{ phút} = \frac{47}{60} \text{ giờ}$ (vì $1 \text{ giờ} = 60 \text{ phút}$).
- ❷ $47 \text{ dm}^2 = \frac{47}{100} \text{ m}^2$ (vì $1 \text{ m}^2 = 100 \text{ dm}^2$).

□

DẠNG 3. Tìm điều kiện để phân số tồn tại, để giá trị của phân số là một số nguyên*Phương pháp giải:*

- Điều kiện tồn tại phân số $\frac{a}{b}$ là $a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0$.
- Phân số có giá trị nguyên khi mẫu là ước của tử.

VÍ DỤ 8. Cho biểu thức $A = \frac{5}{n+1}$ với $n \in \mathbb{Z}$.

- ❶ Để A là phân số thì n phải có điều kiện gì?
- ❷ Tìm tất cả các giá trị nguyên của n để giá trị của A là một số nguyên.

LỜI GIẢI.

- ❶ Biểu thức A có $5 \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{Z}$ nên $n+1 \in \mathbb{Z}$.
 A là phân số khi $n+1 \neq 0$ hay $n \neq -1$.
- ❷ A là số nguyên khi $n+1$ là ước của 5 hay $n+1 \in \{-1; 1; -5; 5\}$.

Ta lập bảng sau

$n+1$	-5	-1	1	5
n	-6	-2	0	4

Vậy $n \in \{-6; -2; 0; 4\}$.

□

VÍ DỤ 9. Cho biểu thức $M = \frac{6}{n-3}$ với $n \in \mathbb{Z}$.

- ❶ Có bao nhiêu giá trị của n để M không phải là phân số?
- ❷ Có bao nhiêu giá trị của n để M là phân số có giá trị nguyên?

LỜI GIẢI.

- ❶ M không phải là phân số khi $n-3 = 0$ hay $n = 3$.
Vậy có duy nhất một giá trị nguyên của n để M không phải là phân số.
- ❷ Biểu thức M có $6 \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{Z}$ nên $n-3 \in \mathbb{Z}$.
 M là phân số khi $n-3 \neq 0$ hay $n \neq 3$.

M là phân số có giá trị nguyên khi $n - 3$ là ước của 6 hay $n - 3 \in \{-1; 1; -2; 2; -3; 3; -6; 6\}$.

Ta lập bảng sau

$n - 3$	-6	-3	-2	-1	1	2	3	6
n	-3	0	1	2	4	5	6	9

Vậy $n \in \{-3; 0; 1; 2; 4; 5; 6; 9\}$.

□

□ DẠNG 4. Nhận biết các cặp phân số bằng nhau, không bằng nhau

Phương pháp giải:

- Nếu $a \cdot d = b \cdot c$ thì $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ với $b \neq 0, d \neq 0$.
- Nếu $a \cdot d \neq b \cdot c$ thì $\frac{a}{b} \neq \frac{c}{d}$.

VÍ DỤ 10. Các cặp phân số sau có bằng nhau không? Vì sao?

a) $\frac{2}{3}$ và $\frac{3}{4}$.

b) $\frac{-3}{-5}$ và $\frac{3}{5}$.

c) $\frac{-6}{10}$ và $\frac{3}{-5}$.

✎ LỜI GIẢI.

- ① Ta có $2 \cdot 4 \neq 3 \cdot 3$ nên $\frac{2}{3} \neq \frac{3}{4}$.
- ② Ta có $(-3) \cdot 5 = (-5) \cdot 3$ nên $\frac{-3}{-5} = \frac{3}{5}$.
- ③ Ta có $(-6) \cdot (-5) = 10 \cdot 3$ nên $\frac{-6}{10} = \frac{3}{-5}$.

□

VÍ DỤ 11. Trong các phân số dưới đây, những cặp phân số nào bằng nhau?

$$\frac{8}{14}; \quad \frac{12}{-21}; \quad \frac{4}{-7}; \quad \frac{-20}{35}.$$

✎ LỜI GIẢI.

- Vì $12 \cdot (-7) = (-21) \cdot 4$ nên $\frac{12}{-21} = \frac{4}{-7}$.
- Vì $12 \cdot 35 = (-21) \cdot (-20)$ nên $\frac{12}{-21} = \frac{-20}{35}$.
- Vì $4 \cdot 35 = (-7) \cdot (-20)$ nên $\frac{4}{-7} = \frac{-20}{35}$.

□

VÍ DỤ 12. Trong các phân số dưới đây, những cặp phân số nào không bằng nhau?

$$\frac{4}{9}; \quad \frac{9}{4}; \quad \frac{0}{-5}; \quad \frac{0}{10}.$$

✎ LỜI GIẢI.

- Vì $4 \cdot 4 \neq 9 \cdot 9$ nên $\frac{4}{9} \neq \frac{9}{4}$.

- Vì $4 \cdot (-5) \neq 9 \cdot 0$ nên $\frac{4}{9} \neq \frac{0}{-5}$.
- Vì $4 \cdot 10 \neq 9 \cdot 0$ nên $\frac{4}{9} \neq \frac{0}{10}$.
- Vì $9 \cdot (-5) \neq 4 \cdot 0$ nên $\frac{9}{4} \neq \frac{0}{-5}$.
- Vì $9 \cdot 10 \neq 4 \cdot 0$ nên $\frac{9}{4} \neq \frac{0}{10}$.

□

□ DẠNG 5. Tìm số chưa biết trong đẳng thức của hai phân số

Phương pháp giải: Dựa vào định nghĩa của hai phân số bằng nhau.

Từ $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ ta được $a \cdot d = b \cdot c$.

Suy ra $a = \frac{b \cdot c}{d}$; $d = \frac{b \cdot c}{a}$; $b = \frac{a \cdot d}{c}$; $c = \frac{a \cdot d}{b}$.

VÍ DỤ 13. Tìm $x \in \mathbb{Z}$ biết $\frac{x}{15} = \frac{-10}{3}$.

LỜI GIẢI.

Ta có $\frac{x}{15} = \frac{-10}{3}$ suy ra $x \cdot 3 = 15 \cdot (-10)$.

Do đó $x = \frac{15 \cdot (-10)}{3} = -50$.

□

VÍ DỤ 14. Tìm $x \in \mathbb{Z}$ biết $\frac{x}{9} = \frac{4}{x}$.

LỜI GIẢI.

Ta có $\frac{x}{9} = \frac{4}{x}$ suy ra $x^2 = 36$ hay $x^2 = (\pm 6)^2$.

Do đó $x = \pm 6$.

□

VÍ DỤ 15. Cho biết $\frac{x}{-4} = \frac{-15}{20}$ và $\frac{6}{y} = \frac{18}{6}$ trong đó $x, y \in \mathbb{Z}$. Tìm phân số $\frac{x}{y}$.

LỜI GIẢI.

Ta có $\frac{x}{-4} = \frac{-15}{20}$ suy ra $x = \frac{(-4) \cdot (-15)}{20} = 3$.

Lại có $\frac{6}{y} = \frac{18}{6}$ suy ra $y = \frac{6 \cdot 6}{18} = 2$.

Vậy $\frac{x}{y} = \frac{3}{2}$.

□

□ DẠNG 6. Lập các phân số bằng nhau từ một đẳng thức cho trước

Phương pháp giải: Từ tích của hai số nguyên này bằng tích của hai số nguyên khác ta có thể lập được 4 cặp phân số bằng nhau (có thể kiểm tra bằng cách xem hai “tích chéo” có bằng nhau không).

VÍ DỤ 16. Từ đẳng thức $2 \cdot 9 = 3 \cdot 6$ hãy lập các cặp phân số bằng nhau.

LỜI GIẢI.

Từ đẳng thức $2 \cdot 9 = 3 \cdot 6$ suy ra

$$\frac{2}{3} = \frac{6}{9}; \quad \frac{9}{3} = \frac{6}{2}; \quad \frac{2}{6} = \frac{3}{9}; \quad \frac{9}{6} = \frac{3}{2}.$$

□

VÍ DỤ 17. Từ đẳng thức $(-3) \cdot 16 = 6 \cdot (-8)$ hãy lập các cặp phân số bằng nhau.

LỜI GIẢI.

Từ đẳng thức $(-3) \cdot 16 = 6 \cdot (-8)$ suy ra

$$\frac{-3}{6} = \frac{-8}{16}; \quad \frac{16}{6} = \frac{-8}{-3}; \quad \frac{-3}{-8} = \frac{6}{16}; \quad \frac{16}{-8} = \frac{6}{-3}.$$

□

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

BÀI 1. Viết các số sau dưới dạng phân số:

① 29 cm với đơn vị là mét.

② 43 gam với đơn vị là kí-lô-gam.

LỜI GIẢI.

① $29 \text{ cm} = \frac{29}{100} \text{ m}$ (vì $1 \text{ m} = 100 \text{ cm}$).

② $43 \text{ g} = \frac{43}{1000} \text{ kg}$ (vì $1 \text{ kg} = 1000 \text{ g}$).

□

BÀI 2. Trong các phân số $\frac{3}{5}$, $\frac{-5}{-3}$, $\frac{10}{9}$, $\frac{14}{9}$, phân số nào bằng phân số $\frac{5}{3}$?

LỜI GIẢI.

— Vì $(-5) \cdot 3 = (-3) \cdot 5$ nên $\frac{-5}{-3} = \frac{5}{3}$.

— Vì $3 \cdot 3 \neq 5 \cdot 5$ nên $\frac{3}{5} \neq \frac{5}{3}$.

— Vì $10 \cdot 3 \neq 9 \cdot 5$ nên $\frac{10}{9} \neq \frac{5}{3}$.

— Vì $14 \cdot 3 \neq 9 \cdot 5$ nên $\frac{14}{9} \neq \frac{5}{3}$.

□

BÀI 3. Tìm $x \in \mathbb{Z}$, biết

a) $\frac{12}{30} = \frac{x}{10}.$

b) $\frac{x-3}{4} = \frac{15}{20}.$

LỜI GIẢI.

① Ta có $\frac{12}{30} = \frac{x}{10}$ suy ra $12 \cdot 10 = 30 \cdot x$.

Do đó $x = \frac{12 \cdot 10}{30} = 4.$

② Ta có $\frac{x-3}{4} = \frac{15}{20}$ suy ra $(x-3) \cdot 20 = 4 \cdot 15$.

Do đó $x-3 = \frac{4 \cdot 15}{20}$ hay $x = 6.$



BÀI 4. Tìm các giá trị của $n \in \mathbb{Z}$ để cho phân số $\frac{8}{n+2}$ có giá trị nguyên.

LỜI GIẢI.

Phân số $\frac{8}{n+2}$ có $8 \in \mathbb{Z}$, $n \in \mathbb{Z}$ nên $n+2 \in \mathbb{Z}$.

$\frac{8}{n+2}$ là phân số khi $n+2 \neq 0$ hay $n \neq -2$.

$\frac{8}{n+2}$ là phân số có giá trị nguyên khi $n+2$ là ước của 8 hay $n+2 \in \{-1; 1; -2; 2; -4; 4; -8; 8\}$.

Ta lập bảng sau

$n+2$	-8	-4	-2	-1	1	2	4	8
n	-10	-6	-4	-3	-1	0	2	6

Vậy $n \in \{-10; -6; -4; -3; -1; 0; 2; 6\}$.



BÀI 5. Tìm các cặp số nguyên x và y , biết $\frac{x}{2} = \frac{3}{y}$.

LỜI GIẢI.

Ta có $\frac{x}{2} = \frac{3}{y}$ suy ra $x \cdot y = 6$. Vì $6 = 1 \cdot 6 = (-1) \cdot (-6) = 6 \cdot 1 = (-6) \cdot (-1) = 2 \cdot 3 = (-2) \cdot (-3) = 3 \cdot 2 = (-3) \cdot (-2)$ nên có 8 cặp số nguyên x và y thỏa mãn đề bài như bảng sau

x	-6	-3	-2	-1	1	2	3	6
y	-1	-2	-3	-6	6	3	2	1



BÀI 2 TÍNH CHẤT CƠ BẢN CỦA PHÂN SỐ

A TRỌNG TÂM LÝ THUYẾT

- ① Nếu ta nhân cả tử và mẫu của một phân số với cùng một số nguyên khác 0 thì ta được một phân số bằng phân số đã cho.

$$\frac{a}{b} = \frac{a \cdot m}{b \cdot m} \text{ với } m \in \mathbb{Z} \text{ và } m \neq 0.$$

Nếu ta chia cả tử và mẫu của một phân số cho cùng một ước chung của chúng thì ta được một phân số bằng phân số đã cho.

$$\frac{a}{b} = \frac{a : n}{b : n} \text{ với } n \in \text{ƯC}(a, b).$$

- ② Muốn rút gọn phân số, ta chia cả tử và mẫu của phân số cho một ước chung (khác 1 và -1) của chúng.

③ Phân số tối giản là phân số mà tử và mẫu chỉ có ước chung là 1 và -1 .

Chỉ cần chia tử và mẫu của phân số cho ƯCLN của chúng, ta sẽ được một phân số tối giản.

B CÁC DẠNG TOÁN VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI

□ DẠNG 1. Viết các phân số bằng nhau

Phương pháp giải: Áp dụng tính chất cơ bản của phân số.

VÍ DỤ 1. Viết 5 phân số bằng phân số $\frac{-4}{7}$.

✎ LỜI GIẢI.

Ta nhân cả tử và mẫu của phân số $\frac{-4}{7}$ lần lượt với 2; 3; 4; 5; 6 ta sẽ được các phân số bằng phân số $\frac{-4}{7}$.

Đó là các phân số

$$\frac{-8}{14}; \frac{-12}{21}; \frac{-16}{28}; \frac{-20}{35}; \frac{-24}{42}.$$

□

VÍ DỤ 2. Viết dạng tổng quát của các phân số bằng phân số

a) $\frac{-3}{5}$

b) $\frac{12}{18}$

✎ LỜI GIẢI.

① $\frac{-3}{5}$ là phân số tối giản nên dạng tổng quát của các phân số bằng phân số $\frac{-3}{5}$ là

$$\frac{-3 \cdot n}{5 \cdot n} \quad (n \in \mathbb{Z} \text{ và } n \neq 0).$$

② $\frac{12}{18}$ chưa phải là phân số tối giản nên ta cần rút gọn

$$\frac{12}{18} = \frac{12 : 6}{18 : 6} = \frac{2}{3}.$$

Do đó dạng tổng quát của các phân số bằng phân số $\frac{12}{18}$ là $\frac{2 \cdot n}{3 \cdot n}$ với $n \in \mathbb{Z}$ và $n \neq 0$.

□

VÍ DỤ 3. Giải thích tại sao khi đổi dấu cả tử và mẫu của một phân số thì được một phân số bằng phân số đã cho?

Áp dụng: Viết các phân số sau thành các phân số bằng chúng và có mẫu dương

$$\frac{4}{-11}; \frac{-9}{-10}; \frac{m}{n} \quad (m, n \in \mathbb{Z}; n < 0).$$

✎ LỜI GIẢI.

$$\text{Ta có } \frac{a}{b} = \frac{a \cdot (-1)}{b \cdot (-1)} = \frac{-a}{-b}.$$

Đổi dấu cả tử và mẫu của một phân số chính là nhân cả tử và mẫu của một phân số với -1 nên ta

được một phân số bằng phân số đã cho.

Áp dụng: $\frac{4}{-11} = \frac{-4}{11}; \frac{-9}{-10} = \frac{9}{10}; \frac{m}{n} = \frac{-m}{-n}.$

□

VÍ DỤ 4. Tìm các số nguyên x và y biết

a) $\frac{x}{y} = \frac{4}{5}.$

b) $\frac{x}{7} = \frac{y}{3}.$

 **LỜI GIẢI.**

① Ta có $\frac{x}{y} = \frac{4}{5} = \frac{4n}{5n} (n \in \mathbb{Z}; n \neq 0).$

Suy ra $x = 4n; y = 5n.$

② $\frac{x}{7} = \frac{y}{3}$ suy ra $x \cdot 3 = 7 \cdot y.$

Do đó $\frac{x}{y} = \frac{7}{3} = \frac{7 \cdot n}{3 \cdot n} (n \in \mathbb{Z}; n \neq 0).$

Vậy $x = 7n; y = 3n.$

□

□ DẠNG 2. Rút gọn phân số

Phương pháp giải: Chia cả tử và mẫu của phân số $\frac{a}{b}$ cho một ước chung của a và b hoặc cho ƯCLN($|a|, |b|$).

VÍ DỤ 5. Rút gọn các phân số sau:

a) $\frac{-42}{105};$

b) $\frac{-75}{-135}.$

 **LỜI GIẢI.**

① $\frac{-42}{105} = \frac{-42 : 21}{105 : 21} = \frac{-2}{5}.$

② $\frac{-75}{-135} = \frac{(-75) : 15}{(-135) : 15} = \frac{-5}{-9} = \frac{5}{9}.$

□

VÍ DỤ 6. Rút gọn các phân số sau

a) $\frac{72 \cdot 75}{125 \cdot 108}.$

b) $\frac{2^3 \cdot 3^3 \cdot 35}{2^4 \cdot 3^2 \cdot 21}.$

 **LỜI GIẢI.**

① $\frac{72 \cdot 75}{125 \cdot 108} = \frac{(36 \cdot 2) \cdot (25 \cdot 3)}{(25 \cdot 5) \cdot (36 \cdot 3)} = \frac{(36 \cdot 25 \cdot 3) \cdot 2}{(36 \cdot 25 \cdot 3) \cdot 5} = \frac{2}{5}.$

② $\frac{2^3 \cdot 3^3 \cdot 35}{2^4 \cdot 3^2 \cdot 21} = \frac{2^3 \cdot 3^3 \cdot 5 \cdot 7}{2^4 \cdot 3^2 \cdot 3 \cdot 7} = \frac{(2^3 \cdot 3^3 \cdot 7) \cdot 5}{2 \cdot (2^3 \cdot 3^3 \cdot 7)} = \frac{5}{2}.$

□

VÍ DỤ 7. Rút gọn các phân số

a) $\frac{11 \cdot 3 + 11 \cdot 4}{7 \cdot 9 + 7 \cdot 13}.$

b) $\frac{18 \cdot 13 - 13 \cdot 3}{15 \cdot 40 - 80}.$

LỜI GIẢI.

$$\textcircled{1} \quad \frac{11 \cdot 3 + 11 \cdot 4}{7 \cdot 9 + 7 \cdot 13} = \frac{11 \cdot (3 + 4)}{7 \cdot (9 + 13)} = \frac{11 \cdot 7}{7 \cdot 22} = \frac{1}{2}.$$

$$\textcircled{2} \quad \frac{18 \cdot 13 - 13 \cdot 3}{15 \cdot 40 - 80} = \frac{13 \cdot (18 - 3)}{40 \cdot (15 - 2)} = \frac{13 \cdot 15}{40 \cdot 13} = \frac{3}{8}.$$

□

VÍ DỤ 8. Đổi 48 phút ra giờ và viết kết quả dưới dạng phân số tối giản.

LỜI GIẢI.

$$48 \text{ phút} = \frac{48}{60} \text{ giờ} = \frac{4}{5} \text{ giờ}.$$

□

VÍ DỤ 9. Đổi 375 cm² ra mét vuông và viết kết quả dưới dạng phân số tối giản.

LỜI GIẢI.

$$375 \text{ cm}^2 = \frac{375}{10000} \text{ m}^2 = \frac{375 : 125}{10000 : 125} \text{ m}^2 = \frac{3}{80} \text{ m}^2.$$

□

□ DẠNG 3. Nhận biết phân số tối giản

Phương pháp giải: Nếu phân số $\frac{a}{b}$ có ƯCLN($|a|, |b|$) = 1 thì phân số $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản.

VÍ DỤ 10. Trong các phân số sau, phân số nào tối giản?

$$\frac{14}{-35}; \frac{9}{34}; \frac{-10}{48}; \frac{-12}{55}.$$

LỜI GIẢI.

$$\text{ƯCLN}(14, 35) = 7;$$

$$\text{ƯCLN}(9, 34) = 1;$$

$$\text{ƯCLN}(10, 48) = 2;$$

$$\text{ƯCLN}(12, 55) = 1.$$

$$\text{Vậy các phân số tối giản là } \frac{9}{34}; \frac{-12}{55}.$$

□

VÍ DỤ 11. Tìm số tự nhiên m nhỏ nhất khác 1 để các phân số $\frac{15}{m}; \frac{28}{m}$ đều tối giản.

LỜI GIẢI.

Xét phân số $\frac{15}{m}$, có $15 = 3 \cdot 5$ nên phân số $\frac{15}{m}$ tối giản khi $m \neq 3k; m \neq 5k$ (k nguyên dương).

Xét phân số $\frac{28}{m}$, có $28 = 2^2 \cdot 7$ nên phân số $\frac{28}{m}$ tối giản khi $m \neq 2k; m \neq 7k$ (k nguyên dương).

Vậy các phân số $\frac{15}{m}; \frac{28}{m}$ cùng tối giản khi $m \neq 2k; m \neq 3k; m \neq 5k; m \neq 7k$.

Mặt khác, m là số tự nhiên nhỏ nhất khác 1 nên ta chọn $m = 11$.

□

VÍ DỤ 12. Chứng minh rằng phân số $\frac{n}{n+1}$ với $n \in \mathbb{N}^*$ là phân số tối giản.

LỜI GIẢI.

Gọi d là ƯCLN($n; n + 1$).

Ta có $n : d; n + 1 : d$.

Suy ra $[(n + 1) - n] : d$ hay $1 : d$.

Do đó $d = 1$.

Vậy phân số $\frac{n}{n+1}$ là phân số tối giản. □

Bài tập tự luyện

BÀI 1. Viết các phân số bằng phân số $\frac{39}{52}$ và có mẫu dương nhỏ hơn 18.

LỜI GIẢI.

Rút gọn phân số $\frac{39}{52} = \frac{39 : 13}{52 : 13} = \frac{3}{4}$.

Do $4 \cdot 5 = 20 > 18$ nên ta nhân cả tử và mẫu của phân số $\frac{3}{4}$ lần lượt với 1; 2; 3; 4 để được các phân số cần tìm. Đó là các phân số:

$$\frac{3}{4}; \frac{6}{8}; \frac{9}{12}; \frac{12}{16}.$$
□

BÀI 2. Rút gọn các phân số:

a) $\frac{11}{132}; \frac{63}{91}; \frac{270}{450}; \frac{51}{680}.$

b) $\frac{225}{315}; \frac{230}{552}; \frac{374}{612}; \frac{234}{1404}.$

LỜI GIẢI.

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \quad \frac{11}{132} &= \frac{11 : 11}{132 : 11} = \frac{1}{12}; \quad \frac{63}{91} = \frac{63 : 7}{91 : 7} = \frac{9}{13}; \quad \frac{270}{450} = \frac{270 : 90}{450 : 90} = \frac{3}{5}; \quad \frac{51}{680} = \frac{51 : 17}{680 : 17} = \frac{3}{40}. \\ \textcircled{2} \quad \frac{225}{315} &= \frac{225 : 45}{315 : 45} = \frac{5}{7}; \quad \frac{230}{552} = \frac{230 : 46}{552 : 46} = \frac{5}{12}; \quad \frac{374}{612} = \frac{374 : 34}{612 : 34} = \frac{11}{18}; \quad \frac{234}{1404} = \frac{234 : 234}{1404 : 234} = \frac{1}{6}. \end{aligned}$$
□

BÀI 3. Đổi ra giờ (viết kết quả dưới dạng phân số tối giản)

15 phút; 24 phút; 32 phút; 75 phút; 100 phút.

LỜI GIẢI.

$$15 \text{ phút} = \frac{15}{60} \text{ giờ} = \frac{1}{4} \text{ giờ}.$$

$$24 \text{ phút} = \frac{24}{60} \text{ giờ} = \frac{2}{5} \text{ giờ}.$$

$$32 \text{ phút} = \frac{32}{60} \text{ giờ} = \frac{8}{15} \text{ giờ}.$$

$$75 \text{ phút} = \frac{75}{60} \text{ giờ} = \frac{5}{4} \text{ giờ}.$$

$$100 \text{ phút} = \frac{100}{60} \text{ giờ} = \frac{5}{3} \text{ giờ}.$$
□

BÀI 4. Rút gọn phân số mà:

① Tử là số nhỏ nhất có ba chữ số giống nhau, còn mẫu là số lớn nhất có ba chữ số.

② Mẫu là số nhỏ nhất có bốn chữ số khác nhau, còn tử là số lớn nhất có ba chữ số khác nhau.

LỜI GIẢI.

❶ Số nhỏ nhất có ba chữ số giống nhau là 111.

Số lớn nhất có ba chữ số là 999.

Vậy phân số cần rút gọn là $\frac{111}{999}$.

$$\frac{111}{999} = \frac{111 : 111}{999 : 111} = \frac{1}{9}.$$

❷ Số nhỏ nhất có bốn chữ số khác nhau là 1023.

Số lớn nhất có ba chữ số khác nhau là 987.

Vậy phân số cần rút gọn là $\frac{987}{1023}$.

$$\frac{987}{1023} = \frac{987 : 3}{1023 : 3} = \frac{329}{341}.$$

□

BÀI 5. Có bao nhiêu phân số tối giản trong các phân số sau?

$$\frac{-1}{30}; \frac{51}{100}; \frac{-27}{42}; \frac{35}{91}; \frac{18}{25}.$$

✎ **LỜI GIẢI.**

$$\text{ƯCLN}(-1, 30) = 1;$$

$$\text{ƯCLN}(51, 100) = 1;$$

$$\text{ƯCLN}(-27, 42) = 3;$$

$$\text{ƯCLN}(35, 91) = 7.$$

$$\text{ƯCLN}(18, 25) = 1.$$

Vậy các phân số tối giản là $\frac{-1}{30}; \frac{51}{100}$ và $\frac{18}{25}$.

□

BÀI 6. Tìm các số nguyên b ($21 \leq b \leq 31$) sao cho các phân số $\frac{7}{b}; \frac{10}{b}; \frac{11}{b}$ đều là phân số tối giản.

✎ **LỜI GIẢI.**

Xét phân số $\frac{7}{b}$, có $7 = 1 \cdot 7$ nên phân số $\frac{7}{b}$ tối giản khi $b \neq 7k$ (k nguyên dương). (1)

Xét phân số $\frac{10}{b}$, có $10 = 2 \cdot 5$ nên phân số $\frac{10}{b}$ tối giản khi $b \neq 2k; b \neq 5k$ (k nguyên dương). (2)

Xét phân số $\frac{11}{b}$, có $11 = 1 \cdot 11$ nên phân số $\frac{11}{b}$ tối giản khi $b \neq 11k$ (k nguyên dương). (3)

Từ (1), (2), (3) và kết hợp với điều kiện $21 \leq b \leq 31$ ta có $b \in \{23; 27; 29; 31\}$ để các phân số $\frac{7}{b}; \frac{10}{b}; \frac{11}{b}$ đều là phân số tối giản.

□

BÀI 3 QUY ĐỒNG MẪU NHIỀU PHÂN SỐ

A TRỌNG TÂM KIẾN THỨC

1. Muốn quy đồng mẫu nhiều phân số ta làm theo ba bước:

- Bước 1: Tìm một bội chung của các mẫu (thường là BCNN) để làm mẫu số chung.
- Bước 2: Tìm thừa số phụ của mỗi mẫu (bằng cách chia mẫu chung cho từng mẫu).
- Bước 3: Nhân tử và mẫu của mỗi phân số với thừa số phụ tương ứng.

2. Trong hai phân số có cùng mẫu dương, phân số nào có tử lớn hơn thì lớn hơn.
3. Muốn so sánh hai phân số không cùng mẫu, ta viết chúng dưới dạng hai phân số có cùng mẫu dương rồi so sánh tử số với nhau. Phân số nào có tử lớn hơn thì lớn hơn.

B CÁC DẠNG BÀI TẬP VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI

□ DẠNG 1. Quy đồng mẫu các phân số cho trước

Phương pháp giải: **Phương pháp giải:**

- Viết các phân số dưới dạng phân số có mẫu dương.
- Rút gọn các phân số (nếu có thể).
- Áp dụng quy tắc quy đồng mẫu số gồm ba bước.

VÍ DỤ 1. Quy đồng mẫu số các phân số sau:

a) $\frac{7}{30}; \frac{8}{45}; \frac{-11}{90}.$

b) $\frac{-4}{5}; \frac{1}{6}; \frac{-9}{7}.$

✎ LỜI GIẢI.

① Ta có $\text{BCNN}(30; 45; 90) = 90.$

Các thừa số phụ: 3; 2; 1.

Do đó

$$\frac{7}{30} = \frac{7 \cdot 3}{30 \cdot 3} = \frac{21}{90}.$$

$$\frac{8}{45} = \frac{8 \cdot 2}{45 \cdot 2} = \frac{16}{90}.$$

$$\frac{-11}{90} \text{ giữ nguyên.}$$

② Ta có $\text{BCNN}(5; 6; 7) = 210.$

Các thừa số phụ: 42, 35; 30.

Do đó

$$\frac{-4}{5} = \frac{-4 \cdot 42}{5 \cdot 42} = \frac{-168}{210}.$$

$$\frac{1}{6} = \frac{1 \cdot 35}{6 \cdot 35} = \frac{35}{210}.$$

$$\frac{-9}{7} = \frac{-9 \cdot 30}{7 \cdot 30} = \frac{-270}{210}.$$

VÍ DỤ 2. Quy đồng mẫu các phân số sau:

① $\frac{5}{14}; \frac{13}{21}; \frac{20}{49}.$

② $\frac{-7}{-24}; \frac{11}{12}; \frac{23}{-36}.$

✎ LỜI GIẢI.

① $\text{BCNN}(14; 21; 49) = 294.$

Các thừa số phụ: 21; 14; 6.

Do đó

$$\begin{aligned} \text{---} \frac{5}{14} &= \frac{5 \cdot 21}{14 \cdot 21} = \frac{105}{294} \\ \text{---} \frac{21}{20} &= \frac{21 \cdot 14}{20 \cdot 14} = \frac{294}{280} \\ \text{---} \frac{49}{49} &= \frac{49 \cdot 6}{49 \cdot 6} = \frac{294}{294} \end{aligned}$$

② Viết các phân số đã cho dưới dạng mẫu dương, ta được

$$\frac{7}{24}, \frac{11}{12}, \frac{-23}{36}.$$

$$\text{BCNN}(24; 12; 36) = 72.$$

Các thừa số phụ: 3; 6; 2.

Do đó

$$\begin{aligned} \text{---} \frac{7}{24} &= \frac{7 \cdot 3}{24 \cdot 3} = \frac{21}{72} \\ \text{---} \frac{11}{12} &= \frac{11 \cdot 6}{12 \cdot 6} = \frac{66}{72} \\ \text{---} \frac{-23}{36} &= \frac{-23 \cdot 2}{36 \cdot 2} = \frac{-46}{72} \end{aligned}$$

□

VÍ DỤ 3. Quy đồng mẫu số các phân số

$$\frac{51}{90}, \frac{22}{-75}, -5.$$

 **LỜI GIẢI.**

Rút gọn phân số chưa tối giản và viết lại các phân số đã cho dưới dạng mẫu dương, ta được

$$\frac{17}{30}, \frac{-22}{75}, \frac{-5}{1}.$$

$$\text{BCNN}(30; 75) = 150.$$

Các thừa số phụ: 5; 2; 150.

Do đó

$$\begin{aligned} \text{---} \frac{17}{30} &= \frac{17 \cdot 5}{30 \cdot 5} = \frac{85}{150} \\ \text{---} \frac{-22}{75} &= \frac{-22 \cdot 2}{75 \cdot 2} = \frac{-44}{150} \\ \text{---} \frac{-5}{1} &= \frac{-5 \cdot 150}{1 \cdot 150} = \frac{-750}{150} \end{aligned}$$

□

□ DẠNG 2. So sánh các phân số

Phương pháp giải: **Phương pháp giải:**

Quy đồng mẫu số các phân số rồi so sánh các tử số.

VÍ DỤ 1. So sánh các phân số sau

① $\frac{5}{8}$ và $\frac{7}{10}$.

② $\frac{-13}{16}$ và $\frac{-11}{12}$.

 **LỜI GIẢI.**

❶ Quy đồng mẫu số hai phân số ta được

$$\frac{5}{8} = \frac{25}{40}; \quad \frac{7}{10} = \frac{28}{40}.$$

$$\text{Vì } \frac{25}{40} < \frac{28}{40} \text{ nên } \frac{5}{8} < \frac{7}{10}.$$

❷ Quy đồng mẫu số hai phân số ta được

$$\frac{-13}{16} = \frac{-39}{48}; \quad \frac{-11}{12} = \frac{-44}{48}.$$

$$\text{Vì } \frac{-39}{48} > \frac{-44}{48} \text{ nên } \frac{-13}{16} > \frac{-11}{12}.$$

□

VÍ DỤ 2. Sắp xếp các phân số sau theo thứ tự tăng dần

$$\frac{8}{15}; \quad \frac{2}{3}; \quad \frac{4}{9}; \quad \frac{3}{5}.$$

✎ **LỜI GIẢI.**

Quy đồng mẫu các phân số đã cho ta được

$$\frac{24}{45}; \quad \frac{30}{45}; \quad \frac{20}{45}; \quad \frac{27}{45}.$$

Sắp theo thứ tự tăng dần

$$\frac{20}{45} < \frac{24}{45} < \frac{27}{45} < \frac{30}{45}.$$

$$\text{Do đó } \frac{4}{9} < \frac{8}{15} < \frac{3}{5} < \frac{2}{3}.$$

□

VÍ DỤ 3. Sắp xếp các phân số theo thứ tự giảm dần

$$\frac{-7}{12}; \quad \frac{-5}{8}; \quad \frac{-3}{5}.$$

✎ **LỜI GIẢI.**

Quy đồng mẫu các phân số đã cho ta được

$$\frac{-70}{120}; \quad \frac{-75}{120}; \quad \frac{-72}{120}.$$

Sắp xếp theo thứ tự giảm dần

$$\frac{-70}{120} > \frac{-72}{120} > \frac{-75}{120}.$$

$$\text{Do đó } \frac{-7}{12} > \frac{-3}{5} > \frac{-5}{8}.$$

□

VÍ DỤ 4. Tìm các phân số lớn hơn $\frac{1}{4}$ nhưng nhỏ hơn $\frac{3}{5}$ và có mẫu là 20.

✎ **LỜI GIẢI.**

Gọi phân số tối giản cần tìm là $\frac{x}{20}$ với $x \in \mathbb{Z}$.

Ta có $\frac{1}{4} < \frac{x}{20} < \frac{3}{5}$.

Quy đồng mẫu các phân số ta được

$$\frac{5}{20} < \frac{x}{20} < \frac{12}{20}$$

Suy ra $x \in \{6; 7; 8; 9; 10; 11\}$. Vậy ta tìm được 6 phân số là $\frac{6}{20}; \frac{7}{20}; \frac{8}{20}; \frac{9}{20}; \frac{10}{20}; \frac{11}{20}$. $\square$

VÍ DỤ 5. Cho $E = \{4; 7; 9\}$, $F = \{5; 8; 11\}$. Tìm $x \in E$ và $y \in F$ sao cho phân số $\frac{x}{y}$ có giá trị nhỏ nhất.

LỜI GIẢI.

Phân số với tử và mẫu dương có giá trị nhỏ nhất khi tử số nhỏ nhất và mẫu số lớn nhất. Tử số nhỏ nhất là 4, mẫu số lớn nhất là 11. Vậy khi $x = 4$; $y = 11$ thì phân số $\frac{x}{y} = \frac{4}{11}$ có giá trị nhỏ nhất. $\square$

DẠNG 3. So sánh hai phân số mà không quy đồng mẫu, không quy đồng tử

Phương pháp giải: **Phương pháp giải:**

Dùng một phân số thứ ba làm trung gian.

VÍ DỤ 1. So sánh hai phân số $\frac{-7}{15}$ và $\frac{-341}{-562}$.

LỜI GIẢI.

Ta có

$$— \frac{-7}{15} < 0 \text{ (vì tử và mẫu khác dấu);}$$

$$— \frac{-341}{-562} > 0 \text{ (vì tử và mẫu cùng dấu).}$$

Do đó $\frac{-7}{15} < \frac{-341}{-562}$. $\square$

VÍ DỤ 2. So sánh các phân số sau

❶ $\frac{147}{145}$ và $\frac{718}{719}$;

❷ $\frac{16}{51}$ và $\frac{25}{72}$.

LỜI GIẢI.

❶ Ta có

$$— \frac{147}{145} > 1 \text{ (vì tử lớn hơn mẫu và tử, mẫu đều là số dương);}$$

$$— \frac{718}{719} < 1 \text{ (vì mẫu lớn hơn tử và tử, mẫu đều là số dương).}$$

Do đó $\frac{147}{145} > \frac{718}{719}$.

❷ Ta có

$$— \frac{16}{51} < \frac{17}{51} = \frac{1}{3};$$

$$— \frac{25}{72} > \frac{24}{72} = \frac{1}{3}.$$

Do đó $\frac{16}{51} < \frac{25}{72}$.

□

VÍ DỤ 3. So sánh các phân số sau bằng cách hợp lý nhất

① $\frac{29}{33}; \frac{22}{37}; \frac{29}{37}$.

② $\frac{163}{257}; \frac{163}{221}; \frac{149}{257}$.

LỜI GIẢI.

① Phân số $\frac{29}{37}$ có tử bằng tử của phân số $\frac{29}{33}$ và có mẫu bằng với mẫu của phân số $\frac{22}{37}$ nên ta dùng phân số $\frac{29}{37}$ làm trung gian để so sánh.

Ta có $\frac{29}{33} > \frac{29}{37}$ và $\frac{29}{37} > \frac{22}{37}$ nên $\frac{29}{33} > \frac{29}{37} > \frac{22}{37}$.

② Phân số $\frac{163}{257}$ có tử bằng tử của phân số $\frac{163}{221}$ và có mẫu bằng mẫu của phân số $\frac{149}{257}$ nên ta dùng phân số $\frac{163}{257}$ làm trung gian để so sánh.

Ta có $\frac{163}{221} > \frac{163}{257}$ và $\frac{163}{257} > \frac{149}{257}$ nên $\frac{163}{221} > \frac{163}{257} > \frac{149}{257}$.

□

VÍ DỤ 4. So sánh các phân số

① $\frac{25}{26}$ và $\frac{89}{90}$;

② $\frac{111}{115}$ và $\frac{67}{71}$.

LỜI GIẢI.

① Ta có $\frac{25}{26} = 1 - \frac{1}{26}$; $\frac{89}{90} = 1 - \frac{1}{90}$.

Mà $\frac{1}{26} > \frac{1}{90}$ nên $\frac{25}{26} < \frac{89}{90}$.

② Ta có $\frac{111}{115} = 1 - \frac{4}{115}$; $\frac{67}{71} = 1 - \frac{4}{71}$.

Mà $\frac{4}{115} < \frac{4}{71}$ nên $\frac{111}{115} > \frac{67}{71}$.

□

Bài tập tự luyện

BÀI 1. Quy đồng mẫu các phân số sau:

① $\frac{5}{14}; \frac{13}{21}; \frac{19}{28}$.

② $\frac{40}{63}; \frac{35}{72}; \frac{19}{56}$.

LỜI GIẢI.

① $\frac{30}{84}; \frac{52}{84}; \frac{57}{84}$.

② $\frac{320}{504}; \frac{245}{504}; \frac{171}{504}$.

□

BÀI 2. Rút gọn rồi quy đồng mẫu các phân số sau

$$\textcircled{1} \frac{51}{136}; \frac{60}{108}; \frac{26}{156}.$$

$$\textcircled{2} \frac{165}{270}; \frac{91}{156}; \frac{210}{1134}.$$

✎ LỜI GIẢI.

$$\textcircled{1} \text{ Sau khi rút gọn ta được } \frac{3}{8}; \frac{5}{9}; \frac{1}{6}.$$

$$\text{Quy đồng mẫu ta được } \frac{27}{72}; \frac{40}{72}; \frac{12}{72}.$$

$$\textcircled{2} \text{ Sau khi rút gọn ta được } \frac{11}{18}; \frac{7}{12}; \frac{5}{27}.$$

$$\text{Quy đồng mẫu ta được } \frac{66}{108}; \frac{63}{108}; \frac{20}{108}.$$

□

BÀI 3. So sánh các phân số sau

$$\textcircled{1} \frac{-5}{8} \text{ và } \frac{7}{-12}.$$

$$\textcircled{2} \frac{19}{63} \text{ và } \frac{13}{42}.$$

✎ LỜI GIẢI.

$$\textcircled{1} \frac{-5}{8} < \frac{7}{-12};$$

$$\textcircled{2} \frac{19}{63} < \frac{13}{42}.$$

□

BÀI 4. Sắp xếp theo thứ tự tăng dần

$$\textcircled{1} \frac{38}{45}; \frac{7}{12}; \frac{17}{20}; \frac{13}{18}.$$

$$\textcircled{2} \frac{3}{124}; \frac{1}{41}; \frac{5}{207}; \frac{2}{83}.$$

✎ LỜI GIẢI.

$$\textcircled{1} \text{ Quy đồng mẫu các phân số ta được } \frac{152}{180}; \frac{105}{180}; \frac{153}{180}; \frac{130}{180}.$$

$$\text{Sắp xếp } \frac{105}{180} < \frac{130}{180} < \frac{152}{180} < \frac{153}{180}.$$

$$\text{Vậy } \frac{7}{12} < \frac{13}{18} < \frac{38}{45} < \frac{17}{20}.$$

$$\textcircled{2} \text{ Quy đồng tử các phân số ta được } \frac{30}{1245}; \frac{30}{1230}; \frac{30}{1242}; \frac{30}{1245}.$$

$$\text{Sắp xếp } \frac{30}{1245} < \frac{30}{1242} < \frac{30}{1240} < \frac{30}{1230}.$$

$$\text{Vậy } \frac{2}{83} < \frac{5}{207} < \frac{3}{124} < \frac{1}{41}.$$

□

BÀI 5. Tìm các phân số có mẫu số là 150 mà lớn hơn $\frac{7}{15}$ nhưng nhỏ hơn $\frac{12}{25}$.

✎ LỜI GIẢI.

Gọi phân số phải tìm là $\frac{x}{150}$ ($x \in \mathbb{Z}$).

$$\text{Ta có } \frac{7}{15} < \frac{x}{150} < \frac{12}{25}.$$

$$\text{Quy đồng mẫu ta được } \frac{70}{150} < \frac{x}{150} < \frac{72}{150}.$$

$$\text{Suy ra } 70 < x < 72.$$

$$\text{Mặt khác } x \in \mathbb{Z} \text{ nên } x = 71.$$

$$\text{Phân số phải tìm là } \frac{71}{150}.$$

□

BÀI 4 PHÉP CỘNG PHÂN SỐ

A TÓM TẮT LÝ THUYẾT

- ① Muốn cộng hai phân số cùng mẫu, ta cộng các tử và giữ nguyên mẫu

$$\frac{a}{m} + \frac{b}{m} = \frac{a+b}{m}.$$

- ② Muốn cộng hai phân số không cùng mẫu, ta viết chúng dưới dạng hai phân số có cùng một mẫu rồi cộng các tử và giữ nguyên mẫu chung.

- ③ Phép cộng các phân số có các tính chất cơ bản tương tự tính chất phép cộng các số nguyên:

$$— \frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{c}{d} + \frac{a}{b};$$

$$— \left(\frac{a}{b} + \frac{c}{d} \right) + \frac{p}{q} = \frac{a}{b} + \left(\frac{c}{d} + \frac{p}{q} \right);$$

$$— \frac{a}{b} + 0 = 0 + \frac{a}{b} = \frac{a}{b}.$$

B CÁC DẠNG TOÁN

□ DẠNG 1. Cộng hai hay nhiều phân số

Phương pháp giải: Muốn cộng hai hay nhiều phân số, ta quy đồng mẫu các phân số (nếu cần) rồi cộng các tử với nhau và giữ nguyên mẫu chung.

VÍ DỤ 1. Thực hiện phép tính

a) $\frac{8}{-27} + \frac{-7}{27};$

b) $\frac{-1}{9} + \frac{7}{9}.$

✎ LỜI GIẢI.

① $\frac{8}{-27} + \frac{-7}{27} = \frac{-8}{27} + \frac{-7}{27} = \frac{-15}{27} = \frac{-5}{9}.$

② $\frac{-1}{9} + \frac{7}{9} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}.$

□

VÍ DỤ 2. Tính tổng.

a) $\frac{9}{25} + \frac{8}{25};$

b) $\frac{35}{105} + \frac{-41}{123}.$

✎ LỜI GIẢI.

① $\frac{9}{15} + \frac{8}{20} = \frac{3}{5} + \frac{2}{5} = \frac{5}{5} = 1.$

② $\frac{35}{105} + \frac{-41}{123} = \frac{1}{3} + \frac{-1}{3} = 0.$

□

VÍ DỤ 3. Tính tổng.

a) $\frac{-7}{18} + \frac{7}{12};$

b) $\frac{10}{33} + \frac{-13}{55}.$

LỜI GIẢI.

① $\frac{-7}{18} + \frac{7}{12} = \frac{-14}{36} + \frac{21}{36} = \frac{7}{36}.$

② $\frac{10}{33} + \frac{-13}{55} = \frac{50}{165} + \frac{-39}{165} = \frac{11}{165} = \frac{1}{15}.$

□

VÍ DỤ 4. Tính tổng.

a) $\frac{11}{15} + \frac{9}{10} + \frac{17}{30};$

b) $\frac{5}{21} + \frac{3}{14} + \frac{4}{35}.$

LỜI GIẢI.

① $\frac{11}{15} + \frac{9}{10} + \frac{17}{30} = \frac{22}{30} + \frac{27}{30} + \frac{17}{30} = \frac{66}{30} = \frac{11}{5}.$

② $\frac{5}{21} + \frac{3}{14} + \frac{4}{35} = \frac{22}{210} + \frac{27}{210} + \frac{24}{210} = \frac{73}{210} = \frac{17}{30}.$

□

VÍ DỤ 5. Chứng tỏ rằng các tổng sau lớn hơn 1 nhưng nhỏ hơn 2.

a) $\frac{3}{8} + \frac{15}{75} + \frac{5}{6};$

b) $\frac{5}{11} + \frac{5}{12} + \frac{5}{13} + \frac{5}{14}.$

LỜI GIẢI.

① Ta có $\frac{3}{8} + \frac{15}{75} + \frac{5}{6} = \frac{3}{8} + \frac{1}{5} + \frac{5}{6} = \frac{45}{120} + \frac{24}{120} + \frac{100}{120} = \frac{169}{120}.$

Lại có $\frac{120}{120} < \frac{169}{120} < \frac{240}{120}.$

Do đó $1 < \frac{169}{120} < 2.$

② Ta có $\frac{5}{11} + \frac{5}{12} + \frac{5}{13} + \frac{5}{14} > \frac{5}{15} + \frac{5}{15} + \frac{5}{15} + \frac{5}{15} = \frac{20}{15} > 1.$

Mặt khác, $\frac{5}{11} + \frac{5}{12} + \frac{5}{13} + \frac{5}{14} < \frac{5}{10} + \frac{5}{10} + \frac{5}{10} + \frac{5}{10} = \frac{20}{10} = 2.$

Từ đó suy ra tổng đã cho lớn hơn 1 nhưng nhỏ hơn 2.

□

DẠNG 2. Các bài toán dẫn tới phép cộng phân số*Phương pháp giải:* Phương pháp giải: Phân tích đề bài, suy luận đưa về phép cộng hai hay nhiều phân số.**VÍ DỤ 6.** Hai vòi nước cùng chảy vào một bể cạn. Nếu chảy một mình thì vòi A chảy 5 giờ mới đầy bể, vòi B chảy 4 giờ mới đầy bể. Hỏi hai vòi cùng chảy thì trong một giờ đã được nửa bể chưa?**LỜI GIẢI.**

Trong 1 giờ vòi A chảy được $\frac{1}{5}$ bể, vòi B chảy được $\frac{1}{4}$ bể.

Trong một giờ cả hai vòi chảy được $\frac{1}{5} + \frac{1}{4} = \frac{9}{20}$ (bể).

Ta có $\frac{9}{20} < \frac{10}{20} = \frac{1}{2}$.

Vậy cả hai vòi chảy trong một giờ chưa được nửa bể nước. □

VÍ DỤ 7. Có hai xe ô tô: xe I chạy từ A đến B hết 3 giờ, xe II chạy từ B đến A hết 2 giờ. Xe II khởi hành sau xe I là 1 giờ. Hỏi sau khi xe II chạy được 1 giờ thì hai xe đã gặp nhau chưa?

LỜI GIẢI.

Khi xe II chạy được 1 giờ thì xe I đã chạy được 2 giờ.

Trong 2 giờ xe I chạy được $\frac{2}{3}$ quãng đường AB .

Trong 1 giờ xe II chạy được $\frac{1}{2}$ quãng đường AB .

Tổng quãng đường hai xe đã chạy là: $\frac{2}{3} + \frac{1}{2} = \frac{7}{6} > 1$ (quãng đường AB).

Vậy hai xe đã gặp nhau. □

DẠNG 3. Tính tổng các phân số nhanh gọn, hợp lí

Phương pháp giải: Phương pháp giải: Vận dụng các tính chất giao hoán, kết hợp để nhóm các số hạng thích hợp thành từng nhóm, mỗi nhóm có tổng là một số nguyên.

VÍ DỤ 8. Tính tổng $A = \frac{1}{3} + \frac{-13}{21} + \frac{5}{7} + \frac{1}{6} + \frac{1}{14} + \frac{-1}{2}$.

LỜI GIẢI.

Ta có

$$\begin{aligned} A &= \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{-1}{2} \right) + \left(\frac{-12}{21} + \frac{5}{7} + \frac{1}{14} \right) \\ &= 0 + \frac{7}{42} \\ &= \frac{1}{6}. \end{aligned}$$

VÍ DỤ 9. Tính tổng

$$S = \frac{1}{3} + \frac{-1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{-1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{6} + \frac{1}{-5} + \frac{1}{4} + \frac{1}{-3}$$

LỜI GIẢI.

$$\begin{aligned} S &= \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{-3} \right) + \left(\frac{-1}{4} + \frac{1}{4} \right) + \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{-5} \right) + \left(\frac{-1}{6} + \frac{1}{6} \right) + \frac{1}{7} \\ &= 0 + 0 + 0 + 0 + \frac{1}{7} \\ &= \frac{1}{7}. \end{aligned}$$



VÍ DỤ 10. Cho $S = \frac{25}{31} + \frac{-3}{17} + \frac{6}{31} + \frac{5}{9} + \frac{-14}{17} + \frac{-1}{12}$.
 Chứng minh rằng $S < \frac{1}{2}$.

✎ LỜI GIẢI.

Ta có

$$S = \left(\frac{25}{31} + \frac{6}{31} \right) + \left(\frac{-3}{17} + \frac{-14}{17} \right) + \left(\frac{5}{9} + \frac{-1}{12} \right) = 1 + (-1) + \frac{17}{36} = \frac{17}{36}.$$

Mà $\frac{17}{36} < \frac{18}{36} = \frac{1}{2} \Rightarrow S < \frac{1}{2}$.



VÍ DỤ 11. Cho $S = \frac{1}{21} + \frac{1}{22} + \frac{1}{23} + \dots + \frac{1}{35}$.
 Chứng minh rằng $S > \frac{1}{2}$.

✎ LỜI GIẢI.

Tổng S có $35 - 21 + 1 = 15$ số hạng. Ta nhóm thành 3 nhóm, mỗi nhóm 5 số hạng.

$$\begin{aligned} S &= \left(\frac{1}{21} + \frac{1}{22} + \dots + \frac{1}{25} \right) + \left(\frac{1}{26} + \frac{1}{27} + \dots + \frac{1}{30} \right) + \left(\frac{1}{31} + \frac{1}{32} + \dots + \frac{1}{35} \right) \\ S &> \left(\frac{1}{25} + \frac{1}{25} + \dots + \frac{1}{25} \right) + \left(\frac{1}{30} + \frac{1}{30} + \dots + \frac{1}{30} \right) + \left(\frac{1}{35} + \frac{1}{35} + \dots + \frac{1}{35} \right) \\ S &> \frac{5}{25} + \frac{5}{30} + \frac{5}{35} \\ S &> \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} = \frac{107}{210} = \frac{1}{2}. \end{aligned}$$



□ DẠNG 4. Viết một phân số thành tổng của nhiều phân số có mẫu khác nhau

Phương pháp giải: Phương pháp giải

- Trước hết viết phân số thành tổng của nhiều số hạng có mẫu giống nhau, tử khác nhau, các tử đều là ước của mẫu.
- Sau đó rút gọn các số hạng.

VÍ DỤ 12. Viết phân số $\frac{5}{8}$ thành tổng của 2 phân số khác nhau, mỗi phân số đều có tử là 1.

✎ LỜI GIẢI.

Ta có

$$\frac{5}{8} = \frac{1}{8} + \frac{4}{8} = \frac{1}{8} + \frac{1}{2}.$$



VÍ DỤ 13. Viết phân số $\frac{5}{6}$ thành tổng của 4 phân số khác nhau, mỗi phân số đều có tử là 1.

LỜI GIẢI.

Ta có

$$\frac{5}{6} = \frac{15}{18} = \frac{1}{18} + \frac{2}{18} + \frac{3}{18} + \frac{9}{18} = \frac{1}{18} + \frac{1}{9} + \frac{1}{6} + \frac{1}{2}.$$

□

BÀI TẬP TỰ LUYỆN**BÀI 1.** Tính tổng

a) $\frac{5}{24} + \frac{2}{3} + \frac{3}{4};$

b) $\frac{7}{10} + \frac{13}{18} + \frac{-19}{45}.$

LỜI GIẢI.

$$\textcircled{1} \quad \frac{5}{24} + \frac{2}{3} + \frac{3}{4} = \frac{5}{24} + \frac{16}{24} + \frac{18}{24} = \frac{39}{24} = \frac{13}{8}.$$

$$\textcircled{2} \quad \frac{7}{10} + \frac{13}{18} + \frac{-19}{45} = \frac{63}{90} + \frac{65}{90} + \frac{-38}{90} = \frac{90}{90} = 1.$$

□

BÀI 2. Tính tổng

a) $\frac{6}{36} + \frac{6}{10} + \frac{6}{9};$

b) $\frac{136}{16} + \frac{111}{74}.$

LỜI GIẢI.

$$\textcircled{1} \quad \frac{6}{36} + \frac{6}{10} + \frac{6}{9} = \frac{1}{6} + \frac{3}{5} + \frac{2}{3} = \frac{5}{30} + \frac{18}{30} + \frac{20}{30} = \frac{43}{30}.$$

$$\textcircled{2} \quad \frac{136}{16} + \frac{111}{74} = \frac{17}{2} + \frac{3}{2} = \frac{20}{2} = 10.$$

□

BÀI 3. Cho bốn số $\frac{-3}{7}; -1; 0; \frac{-4}{7}$. Hai số nào có tổng bằng một số trong hai số còn lại?

LỜI GIẢI.

Hai số $\frac{-3}{7}$ và $\frac{-4}{7}$ có tổng bằng -1 vì $\frac{-3}{7} + \frac{-4}{7} = -1$.

□

BÀI 4. Có một công việc, người thứ nhất làm một mình trong 4 giờ sẽ xong, người thứ hai làm một mình trong 3 giờ sẽ xong. Chứng tỏ rằng nếu hai người cùng làm trong 1 giờ sẽ xong quá nửa công việc.

LỜI GIẢI.

Trong một giờ, người thứ nhất làm được $\frac{1}{4}$ công việc, người thứ hai làm được $\frac{1}{3}$ công việc.

Suy ra, trong một giờ hai người cùng làm thì làm được

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{3} = \frac{7}{12} > \frac{6}{12} = \frac{1}{2} \text{ (công việc).}$$

Vậy nếu hai người cùng làm trong một giờ thì xong quá nửa công việc.

□

BÀI 5. Tìm $x \in \mathbb{N}$, biết $\frac{7}{9} + \frac{1}{3} < x < \frac{43}{8} + \frac{1}{10}$.

LỜI GIẢI.

Ta có

$$\frac{7}{9} + \frac{1}{3} = \frac{7}{9} + \frac{3}{9} = \frac{10}{9}.$$

$$\frac{43}{8} + \frac{1}{10} = \frac{215}{40} + \frac{4}{40} = \frac{219}{40}$$

Khi đó $\frac{10}{9} < x < \frac{219}{40}$. Suy ra $1 < x < \frac{240}{40}$, hay $1 < x < 6$.

Vì $x \in \mathbb{N}$ nên $x \in \{2; 3; 4; 5\}$.

□

BÀI 6. Cho phân số $P = \frac{3 \cdot n + 5}{6 \cdot n}$ với $n \in \mathbb{Z}; n \neq 0$. Tìm giá trị của n để phân số P có giá trị lớn nhất. Giá trị lớn nhất đó là bao nhiêu?

 **LỜI GIẢI.**

$$P = \frac{3 \cdot n + 5}{6 \cdot n} = \frac{3 \cdot n}{6 \cdot n} + \frac{5}{6 \cdot n} = \frac{1}{2} + \frac{5}{6 \cdot n}.$$

P có giá trị lớn nhất khi và chỉ khi phân số $\frac{5}{6 \cdot n}$ có giá trị lớn nhất.

Nhận xét: Phân số này có tử số là một số dương không đổi. Vậy phân số này có giá trị lớn nhất khi và chỉ khi n là số nguyên dương nhỏ nhất, khác 0, tức $n = 1$.

Khi đó P có giá trị lớn nhất bằng $\frac{8}{6}$ hay $\frac{4}{3}$.

□

BÀI 5 PHÉP TRỪ PHÂN SỐ

A TRỌNG TÂM KIẾN THỨC

1. Số đối

Định nghĩa 1. Hai số gọi là đối nhau nếu tổng của chúng bằng 0.

Số đối của $\frac{a}{b}$ kí hiệu là $-\frac{a}{b}$.

 Ta có $-\frac{a}{b} = \frac{-a}{b} = \frac{a}{-b}$.

2. Phép trừ phân số

Định lí 1. Muốn trừ một phân số cho một phân số, ta cộng số bị trừ với số đối của số trừ.

$$\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{a}{b} + \left(-\frac{c}{d}\right).$$

B CÁC DẠNG BÀI TẬP VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI

□ DẠNG 1. Tìm đối số của số cho trước

Phương pháp giải: Số đối của $\frac{a}{b}$ là $-\frac{a}{b}$.

Số đối của $-\frac{a}{b}$ là $\frac{a}{b}$.

VÍ DỤ 1. Tìm số đối của các số sau $\frac{-7}{10}; \frac{-3}{-8}; -\frac{5}{2}; \frac{1}{6}; 0$.

 **LỜI GIẢI.**

- Số đối của $\frac{-7}{10}$ là $\frac{7}{10}$;
- Số đối của $\frac{-3}{-8}$ là $\frac{-3}{8}$;
- Số đối của $-\frac{5}{2}$ là $\frac{5}{2}$;
- Số đối của $\frac{1}{6}$ là $-\frac{1}{6}$ (hoặc $\frac{-1}{6}$ hoặc $\frac{1}{-6}$);
- Số đối của 0 là 0.

□

VÍ DỤ 2. Trong các phân số sau, những phân số nào đối nhau?

$$-\frac{9}{21}; -\frac{5}{11}; \frac{-5}{11}; \frac{3}{7}$$

 **LỜI GIẢI.**

Ta có $\frac{-9}{21} = \frac{-9 : 3}{21 : 3} = \frac{-3}{7}$.

Do $\frac{-3}{7}$ và $\frac{3}{7}$ là hai số đối của nhau nên $\frac{-9}{21}$ là số đối của $\frac{3}{7}$.

Còn lại hai phân số $-\frac{5}{11}$ và $\frac{-5}{11}$ không đối nhau mà chúng bằng nhau.

□

□ DẠNG 2. Trừ phân số

Phương pháp giải: Muốn lấy một phân số trừ đi một phân số, ta có thể làm theo các bước

- Quy đồng mẫu các phân số.
- Lấy tử thứ nhất trừ đi tử thứ hai và giữ nguyên mẫu chung.

VÍ DỤ 3. Tính

a) $\frac{45}{90} - \frac{1}{6}$;

b) $\frac{8}{15} - \frac{17}{60}$.

 **LỜI GIẢI.**

a) $\frac{45}{90} - \frac{1}{6} = \frac{1}{2} - \frac{1}{6} = \frac{3}{6} - \frac{1}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$;

b) $\frac{8}{15} - \frac{17}{60} = \frac{32}{60} - \frac{17}{60} = \frac{15}{60} = \frac{1}{4}$.

□

VÍ DỤ 4. Tính

a) $\frac{-25}{56} - \frac{16}{21}$;

b) $9 - \frac{12}{15}$.

 **LỜI GIẢI.**

a) $\frac{-25}{56} - \frac{16}{21} = \frac{-75}{168} - \frac{128}{168} = \frac{-203}{168} = \frac{-29}{24}$;

b) $9 - \frac{12}{15} = \frac{9}{1} - \frac{4}{5} = \frac{45}{5} - \frac{4}{5} = \frac{41}{5}$.

□

▢ DẠNG 3. Thực hiện một dãy các phép tính cộng và trừ phân số

Phương pháp giải: Viết các phân số có mẫu âm thành các phân số bằng nó nhưng có mẫu dương.

- Thay các phép trừ bằng phép cộng với số đối.
- Thực hiện các phép cộng và rút gọn kết quả (nếu có thể).

⚠ Tùy theo đặc điểm của các số hạng mà có thể áp dụng các tính chất giao hoán, kết hợp để nhóm các số hạng thích hợp thành từng nhóm rồi cộng cho hợp lí.

VÍ DỤ 5. Thực hiện các phép tính $\frac{11}{-16} - \frac{7}{20} + \frac{43}{80}$.

✎ LỜI GIẢI.

Ta có

$$\frac{11}{-16} - \frac{7}{20} + \frac{43}{80} = \frac{-11}{16} + \frac{-7}{20} + \frac{43}{80} = \frac{-55}{80} + \frac{-28}{80} + \frac{43}{80} = \frac{-40}{80} = -\frac{1}{2}.$$

□

VÍ DỤ 6. Thực hiện các phép tính

a) $1 - \frac{-1}{4} + \frac{-5}{9} - \frac{7}{12};$

b) $\frac{25}{48} + \frac{7}{12} - \frac{9}{16} - \frac{1}{8}.$

✎ LỜI GIẢI.

① $1 - \frac{-1}{4} + \frac{-5}{9} - \frac{7}{12} = \frac{36}{36} + \frac{9}{36} + \frac{-20}{36} + \frac{-21}{36} = \frac{4}{36} = \frac{1}{9};$

② $\frac{25}{48} + \frac{7}{12} - \frac{9}{16} - \frac{1}{8} = \frac{25}{48} + \frac{28}{48} + \frac{-27}{48} + \frac{-6}{48} = \frac{20}{48} = \frac{5}{12}.$

□

VÍ DỤ 7. Tính bằng cách hợp lí nhất

a) $\frac{7}{15} - \left(\frac{2}{15} - \frac{12}{18}\right);$

b) $\left(\frac{7}{41} - \frac{4}{9}\right) - \left(\frac{3}{19} + \frac{7}{41}\right) + \left(\frac{4}{9} - \frac{16}{19}\right).$

✎ LỜI GIẢI.

① Ta có

$$\frac{7}{15} - \left(\frac{2}{15} - \frac{12}{18}\right) = \frac{7}{15} - \frac{2}{15} + \frac{12}{18} = \frac{5}{15} + \frac{12}{18} = \frac{1}{3} + \frac{2}{3} = 1;$$

② Ta có

$$\begin{aligned} & \left(\frac{7}{41} - \frac{4}{9}\right) - \left(\frac{3}{19} + \frac{7}{41}\right) + \left(\frac{4}{9} - \frac{16}{19}\right) = \frac{7}{41} - \frac{4}{9} - \frac{3}{19} - \frac{7}{41} + \frac{4}{9} - \frac{16}{19} \\ &= \left(\frac{7}{41} - \frac{7}{41}\right) + \left(-\frac{4}{9} + \frac{4}{9}\right) + \left(-\frac{3}{19} - \frac{16}{19}\right) = 0 + 0 + (-1) = -1. \end{aligned}$$

□

☐ DẠNG 4. Tìm số hạng chưa biết một tổng một hiệu*Phương pháp giải:*

- Một số hạng của tổng bằng tổng trừ đi số hạng kia.
- Số bị trừ bằng hiệu cộng với số trừ.
- Số trừ bằng số bị trừ trừ đi hiệu.

VÍ DỤ 8. Tìm x , biết

a) $\frac{-13}{24} + x = \frac{9}{20};$

b) $x + \frac{13}{15} = -\frac{2}{5}.$

✎ LỜI GIẢI.**①** Ta có $\frac{-13}{24} + x = \frac{9}{20}$, suy ra

$$\begin{aligned} x &= \frac{9}{20} - \frac{-13}{24} \\ x &= \frac{54}{120} + \frac{65}{120} = \frac{119}{120}; \end{aligned}$$

② Ta có $x + \frac{13}{15} = -\frac{2}{5}$, suy ra

$$\begin{aligned} x &= -\frac{2}{5} - \frac{13}{15} \\ x &= -\frac{19}{15}. \end{aligned}$$

□

VÍ DỤ 9. Tìm x , biết

a) $\frac{29}{30} - x = \frac{43}{60};$

b) $x - \frac{30}{75} = \frac{16}{30}.$

✎ LỜI GIẢI.**①** Ta có $\frac{29}{30} - x = \frac{43}{60}$, suy ra

$$\begin{aligned} x &= \frac{29}{30} - \frac{43}{60} \\ x &= \frac{58}{60} - \frac{43}{60} = \frac{15}{60} = \frac{1}{4}; \end{aligned}$$

② Ta có $x - \frac{30}{75} = \frac{16}{30}$ suy ra $x - \frac{2}{5} = \frac{4}{5}$ nên

$$x = \frac{4}{5} + \frac{2}{5} = \frac{6}{5}.$$

□

VÍ DỤ 10. Tìm $x \in \mathbb{Z}$, biết $\frac{1}{9} - \frac{x}{6} = \frac{-13}{18}.$

LỜI GIẢI.

Ta có $\frac{1}{9} - \frac{x}{6} = \frac{-13}{18}$, suy ra

$$\begin{aligned}\frac{x}{6} &= \frac{1}{9} - \frac{-13}{18} \\ \frac{x}{6} &= \frac{2}{18} + \frac{13}{18} \\ \frac{x}{6} &= \frac{15}{18}.\end{aligned}$$

Do đó $x = \frac{6 \cdot 15}{18} = 5$. □

DẠNG 5. Các bài toán dẫn đến phép trừ phân số

Phương pháp giải: Căn cứ vào đề bài, lập phép trừ phân số thích hợp.

VÍ DỤ 11. Một đội công nhân sửa đường trong ba ngày. Ngày đầu sửa được $\frac{9}{10}$ km, ngày thứ hai sửa hơn ngày đầu $\frac{1}{4}$ km, ngày thứ ba sửa ít hơn ngày đầu là $\frac{1}{5}$ km. Tính quãng đường đội công nhân đó đã sửa trong ba ngày.

LỜI GIẢI.

Quãng đường đội công nhân đã sửa trong ba ngày là

$$\frac{9}{10} + \left(\frac{9}{10} + \frac{1}{4} \right) + \left(\frac{9}{10} - \frac{1}{5} \right) = \frac{18}{20} + \frac{18}{20} + \frac{5}{20} + \frac{18}{20} - \frac{4}{20} = \frac{55}{20} = \frac{11}{4} \text{ km.}$$

□

DẠNG 6. Tính tổng các phân số theo quy luật

Phương pháp giải: Viết mỗi số hạng thành một hiệu của hai phân số, số trừ của nhóm trước bằng số bị trừ của nhóm sau rồi khử liên tiếp.

VÍ DỤ 12. Chứng tỏ rằng

$$\frac{1}{1} - \frac{1}{2} = \frac{1}{1 \cdot 2}; \quad \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{2 \cdot 3}; \quad \frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{1}{3 \cdot 4}.$$

Áp dụng: Tính tổng

$$S = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \cdots + \frac{1}{49 \cdot 50}.$$

LỜI GIẢI.

Ta có

$$\begin{aligned}\frac{1}{1} - \frac{1}{2} &= \frac{2}{2} - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} = \frac{1}{1 \cdot 2}; \\ \frac{1}{2} - \frac{1}{3} &= \frac{3}{6} - \frac{2}{6} = \frac{1}{6} = \frac{1}{2 \cdot 3}; \\ \frac{1}{3} - \frac{1}{4} &= \frac{4}{12} - \frac{3}{12} = \frac{1}{12} = \frac{1}{3 \cdot 4}.\end{aligned}$$

Áp dụng

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \cdots + \frac{1}{49 \cdot 50} \\ &= \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{2} \right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right) + \cdots + \left(\frac{1}{49} - \frac{1}{50} \right) \\ &= \frac{1}{1} - \frac{1}{50} = \frac{49}{50}. \end{aligned}$$

□

VÍ DỤ 13. Chứng tỏ rằng $\frac{1}{3} - \frac{1}{5} = \frac{2}{3 \cdot 5}$; $\frac{1}{5} - \frac{1}{7} = \frac{2}{5 \cdot 7}$; $\frac{1}{7} - \frac{1}{9} = \frac{2}{7 \cdot 9}$.

Áp dụng: Tính tổng $S = \frac{2}{3 \cdot 5} + \frac{2}{5 \cdot 7} + \frac{2}{7 \cdot 9} + \cdots + \frac{2}{97 \cdot 99}$.

 **LỜI GIẢI.**

Ta có

$$\begin{aligned} \frac{1}{3} - \frac{1}{5} &= \frac{5-3}{15} = \frac{2}{15} = \frac{2}{3 \cdot 5}; \\ \frac{1}{5} - \frac{1}{7} &= \frac{7-5}{35} = \frac{2}{35} = \frac{2}{5 \cdot 7}; \\ \frac{1}{7} - \frac{1}{9} &= \frac{9-7}{63} = \frac{2}{63} = \frac{2}{7 \cdot 9}. \end{aligned}$$

Áp dụng: Ta có

$$\begin{aligned} S &= \frac{2}{3 \cdot 5} + \frac{2}{5 \cdot 7} + \frac{2}{7 \cdot 9} + \cdots + \frac{2}{97 \cdot 99} \\ S &= \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5} \right) + \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{7} \right) + \left(\frac{1}{7} - \frac{1}{9} \right) + \cdots + \left(\frac{1}{97} - \frac{1}{99} \right) \\ S &= \frac{1}{3} - \frac{1}{99} = \frac{32}{99}. \end{aligned}$$

□

Bài tập tự luyện

BÀI 1. Làm các phép trừ:

a) $\frac{4}{26} - \frac{-7}{39}$;

b) $\frac{23}{28} - \frac{30}{35}$.

 **LỜI GIẢI.**

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \quad \frac{4}{26} - \frac{-7}{39} &= \frac{4 \cdot 39 - (-7) \cdot 26}{26 \cdot 39} = \frac{338}{1014} = \frac{1}{3}; \\ \textcircled{2} \quad \frac{23}{28} - \frac{30}{35} &= \frac{23 \cdot 35 - 30 \cdot 28}{28 \cdot 35} = \frac{-1}{980} = \frac{-1}{28}. \end{aligned}$$

□

BÀI 2. Thực hiện các phép tính

a) $\left(\frac{5}{6} - \frac{3}{4} + \frac{1}{10} \right) - \left(\frac{5}{6} - \frac{3}{4} \right)$;

b) $\frac{25}{27} - \left(\frac{-4}{19} + \frac{7}{27} - \frac{1}{3} \right)$.

 **LỜI GIẢI.**

$$\textcircled{1} \left(\frac{5}{6} - \frac{3}{4} + \frac{1}{10} \right) - \left(\frac{5}{6} - \frac{3}{4} \right) = \frac{5}{6} - \frac{3}{4} + \frac{1}{10} - \frac{5}{6} + \frac{3}{4} = \frac{1}{10};$$

$$\textcircled{2} \frac{25}{27} - \left(\frac{-4}{19} + \frac{7}{27} - \frac{1}{3} \right) = \frac{25}{27} + \frac{4}{19} - \frac{7}{27} + \frac{1}{3} = \frac{4}{19} + \frac{2}{3} + \frac{1}{3} = \frac{4}{19} + 1 = \frac{4}{19} + \frac{19}{19} = \frac{23}{19}.$$

□

BÀI 3. Tìm x , biết:

$$\text{a) } x - \frac{2}{65} = \frac{4}{39};$$

$$\text{b) } \frac{1}{150} - x = \frac{-4}{25}.$$

LỜI GIẢI.

$$\textcircled{1} \text{ Ta có } x - \frac{2}{65} = \frac{4}{39}.$$

Suy ra

$$\begin{aligned} x &= \frac{2}{65} + \frac{4}{39} \\ x &= \frac{2 \cdot 39 + 4 \cdot 65}{65 \cdot 39} \\ x &= \frac{338}{2535} \\ x &= \frac{2}{15}. \end{aligned}$$

$$\text{Do đó } x = \frac{2}{15}.$$

$$\textcircled{2} \text{ Ta có } \frac{1}{150} - x = \frac{-4}{25}.$$

Suy ra

$$\begin{aligned} -x &= \frac{-4}{25} - \frac{1}{150} \\ -x &= \frac{-24}{150} - \frac{1}{150} \\ -x &= \frac{-25}{150} \\ -x &= \frac{-1}{6} \\ x &= \frac{1}{6}. \end{aligned}$$

$$\text{Do đó } x = \frac{1}{6}.$$

□

BÀI 4. Cho phân số $P = \frac{6 \cdot n - 2}{8 \cdot n}$ ($n \in \mathbb{N}^*$). Tìm giá trị của n để phân số P có giá trị nhỏ nhất. Tìm giá trị nhỏ nhất đó của P .

LỜI GIẢI.

$$\text{Ta có } P = \frac{6 \cdot n - 2}{8 \cdot n} = \frac{6 \cdot n}{8 \cdot n} - \frac{2}{8 \cdot n} = \frac{3}{4} - \frac{1}{4 \cdot n}.$$

Phân số P có giá trị nhỏ nhất khi và chỉ khi $\frac{1}{4 \cdot n}$ có giá trị lớn nhất, tức là khi $4 \cdot n$ có giá trị là số tự nhiên khác 0 nhỏ nhất.

$$\text{Do đó } n = 1. \text{ Khi đó giá trị nhỏ nhất của } P \text{ là } \frac{3}{4} - \frac{1}{4} = \frac{1}{2}.$$

□

BÀI 5. Tính tổng $S = \frac{3}{4 \cdot 7} + \frac{3}{7 \cdot 10} + \frac{3}{10 \cdot 13} + \cdots + \frac{3}{37 \cdot 40}$.

 **LỜI GIẢI.**

Ta có

$$\begin{aligned}\frac{1}{4} - \frac{1}{7} &= \frac{3}{4 \cdot 7}; \\ \frac{1}{7} - \frac{1}{10} &= \frac{3}{7 \cdot 10}; \\ \frac{1}{37} - \frac{1}{40} &= \frac{3}{37 \cdot 40}.\end{aligned}$$

Áp dụng

$$\begin{aligned}S &= \frac{3}{4 \cdot 7} + \frac{3}{7 \cdot 10} + \frac{3}{10 \cdot 13} + \cdots + \frac{3}{37 \cdot 40} \\ S &= \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{7}\right) + \left(\frac{1}{7} - \frac{1}{10}\right) + \left(\frac{1}{10} - \frac{1}{13}\right) + \cdots + \left(\frac{1}{37} - \frac{1}{40}\right) \\ S &= \frac{1}{4} - \frac{1}{40} \\ S &= \frac{10}{40} - \frac{1}{40} \\ S &= \frac{9}{40}.\end{aligned}$$

□

BÀI 6 PHÉP NHÂN PHÂN SỐ

A TRỌNG TÂM KIẾN THỨC

— Muốn nhân hai phân số, ta nhân các tử với nhau và nhân các mẫu với nhau.

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}.$$

— Phép nhân các phân số có các tính chất cơ bản tương tự tính chất phép nhân các số nguyên:

- ① Tính chất giao hoán;
- ② Tính chất kết hợp;
- ③ Nhân với số 1;
- ④ Tính chất phân phối của phép nhân đối với phép cộng.

B CÁC DẠNG BÀI TẬP VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI

DẠNG 1. Nhân hai hay nhiều phân số

Phương pháp giải:

— Vận dụng quy tắc $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$.

—  Nên rút gọn kết quả khi vận dụng kết quả trên.

VÍ DỤ 1. Nhân các phân số sau

a) $\frac{7}{9} \cdot \frac{4}{5}$;

b) $\frac{-3}{8} \cdot 15$.

LỜI GIẢI.

① Ta có: $\frac{7}{9} \cdot \frac{4}{5} = \frac{7 \cdot 4}{9 \cdot 5} = \frac{28}{45}$;

② Ta có: $\frac{-3}{8} \cdot 15 = \frac{-3 \cdot 15}{8 \cdot 1} = \frac{-45}{8}$.

□

VÍ DỤ 2. Làm tính nhân:

a) $\frac{-3}{8} \cdot \frac{10}{21}$;

b) $\left(-\frac{12}{25}\right) \cdot \left(-\frac{35}{18}\right)$.

LỜI GIẢI.

① Ta có $\frac{-3}{8} \cdot \frac{10}{21} = \frac{-3 \cdot 10}{8 \cdot 21} = \frac{-1 \cdot 5}{4 \cdot 7} = \frac{-5}{28}$;

② Ta có $\left(-\frac{12}{25}\right) \cdot \left(-\frac{35}{18}\right) = \frac{(-12) \cdot (-35)}{25 \cdot 18} = \frac{2}{5} \cdot \frac{7}{3} = \frac{14}{15}$.

□

VÍ DỤ 3. Thực hiện các phép tính:

a) $\left(-\frac{33}{40}\right) \cdot 12 \cdot \left(-\frac{15}{22}\right)$;

b) $\frac{-9}{17} \cdot \frac{-4}{5} \cdot \frac{51}{9} \cdot (-10)$.

LỜI GIẢI.

① $\left(-\frac{33}{40}\right) \cdot 12 \cdot \left(-\frac{15}{22}\right) = \frac{-33 \cdot 12 \cdot (-15)}{40 \cdot 1 \cdot 22} = \frac{(-3) \cdot 12 \cdot (-3)}{8 \cdot 1 \cdot 2} = \frac{27}{4}$;

② $\frac{-9}{17} \cdot \frac{-4}{5} \cdot \frac{51}{9} \cdot (-10) = \frac{-9 \cdot (-4) \cdot 51 \cdot (-10)}{17 \cdot 5 \cdot 9 \cdot 1} = \frac{(-1)(-4) \cdot 3 \cdot (-2)}{1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1} = -24$.

Nhận xét: Khi nhân nhiều phân số khác 0, nếu số thừa số âm chẵn thì tích là một số dương; nếu số thừa số âm lẻ thì tích là một số âm.

□

VÍ DỤ 4. Tính giá trị các lũy thừa

a) $\left(\frac{-4}{7}\right)^2$;

b) $\left(\frac{-2}{5}\right)^3$.

LỜI GIẢI.

a) $\left(\frac{-4}{7}\right)^2 = \frac{-4}{7} \cdot \frac{-4}{7} = \frac{16}{49}$;

b) $\left(\frac{-2}{5}\right)^3 = \frac{-2}{5} \cdot \frac{-2}{5} \cdot \frac{-2}{5} = \frac{-8}{125}$.

Nhận xét: Lũy thừa bậc chẵn của một phân số âm là một số dương. Lũy thừa bậc lẻ của một phân số âm là một số âm.

□

VÍ DỤ 5. Viết phân số $\frac{9}{70}$ dưới dạng tích của ba phân số có tử và mẫu là các số tự nhiên có một chữ số.

LỜI GIẢI.

Vì $9 = 1 \cdot 3 \cdot 3$; $70 = 2 \cdot 5 \cdot 7$ nên

$$\begin{aligned}\frac{9}{70} &= \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{7} \\ &= \frac{1}{5} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{3}{7} \\ &= \frac{1}{7} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{3}{5}.\end{aligned}$$

□

□ DẠNG 2. Các bài toán dẫn đến phép nhân phân số

Phương pháp giải: Căn cứ vào đề bài, lập phép nhân số thích hợp

VÍ DỤ 6. Một ô tô chạy từ A đến B trong $\frac{8}{5}$ giờ với vận tốc trung bình 45 km/h. Tính quãng đường AB .

LỜI GIẢI.

Quãng đường AB dài là $45 \cdot \frac{8}{5} = \frac{45 \cdot 8}{1 \cdot 5} = 72$ (km).

□

VÍ DỤ 7. Khi mở rộng lòng đường, một gia đình đã bị mất đi một đám đất hình chữ nhật dài $\frac{9}{2}$ m và rộng $\frac{11}{4}$ m. Tính số tiền gia đình đó được đền bù nếu giá đất đền bù là 32 triệu đồng một mét vuông.

LỜI GIẢI.

Diện tích đám đất được đền bù là $\frac{9}{2} \cdot \frac{11}{4} = \frac{99}{8}$ (m²).

Số tiền được đền bù là $32 \cdot \frac{99}{8} = 396$ (triệu đồng).

□

□ DẠNG 3. Tính tích các phân số nhanh gọn hợp lí

Phương pháp giải: Vận dụng các tính chất giao hoán, kết hợp và phân phối của phép nhân đối với phép cộng để nhân các thừa số thích hợp thành từng nhóm, mỗi nhóm có thể tính tích dễ dàng.

VÍ DỤ 8. Tính bằng cách hợp lí nhất

a) $\frac{8}{3} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{8} \cdot 10 \cdot \frac{7}{29}$;

b) $\frac{-9}{43} \cdot \frac{4}{-5} \cdot \frac{43}{9} \cdot 15$.

LỜI GIẢI.

①

$$\frac{8}{3} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{8} \cdot 10 \cdot \frac{7}{29} = \left(\frac{8}{3} \cdot \frac{3}{8}\right) \cdot \left(\frac{2}{5} \cdot 10\right) \cdot \frac{7}{29} = 1 \cdot 4 \cdot \frac{7}{29} = \frac{28}{29};$$

②

$$\frac{-9}{43} \cdot \frac{4}{-5} \cdot \frac{43}{9} \cdot 15 = \left(\frac{-9}{43} \cdot \frac{43}{9}\right) \cdot \left(\frac{4}{-5} \cdot 15\right) = 1 \cdot 12 = 12$$

□

VÍ DỤ 9. Tính giá trị các biểu thức

a) $\frac{3}{7} \cdot \frac{8}{11} + \frac{3}{7} \cdot \frac{5}{11} - \frac{3}{7} \cdot \frac{2}{11};$

b) $\frac{3}{13} \cdot \frac{8}{25} + \frac{3}{13} \cdot \frac{11}{25} + \frac{3}{13} \cdot \frac{6}{25} - \frac{3}{13}.$

LỜI GIẢI.

①

$$\frac{3}{7} \cdot \frac{8}{11} + \frac{3}{7} \cdot \frac{5}{11} - \frac{3}{7} \cdot \frac{2}{11} = \frac{3}{7} \cdot \left(\frac{8}{11} + \frac{5}{11} - \frac{2}{11} \right) = \frac{3}{7} \cdot 1 = \frac{3}{7};$$

②

$$\frac{3}{13} \cdot \frac{8}{25} + \frac{3}{13} \cdot \frac{11}{25} + \frac{3}{13} \cdot \frac{6}{25} - \frac{3}{13} = \frac{3}{13} \cdot \left(\frac{8}{25} + \frac{11}{25} + \frac{6}{25} - 1 \right) = \frac{3}{13} \cdot 0 = 0.$$

□

VÍ DỤ 10. Tính tích $P = \frac{3}{4} \cdot \frac{8}{9} \cdot \frac{15}{16} \cdots \frac{99}{100}.$ **LỜI GIẢI.**

Ta viết mỗi phân số thành tích của hai phân số có mẫu giống nhau và tử hơn kém nhau hai đơn vị. Sau đó giao hoán, kết hợp thành những nhóm thích hợp.

$$\begin{aligned} P &= \frac{3}{4} \cdot \frac{8}{9} \cdot \frac{15}{16} \cdots \frac{99}{100} \\ &= \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 2} \cdot \frac{2 \cdot 4}{3 \cdot 3} \cdot \frac{3 \cdot 5}{4 \cdot 4} \cdots \frac{9 \cdot 11}{10 \cdot 10} \\ &= \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2} \right) \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{3} \right) \cdot \left(\frac{3}{4} \cdot \frac{5}{4} \right) \cdots \left(\frac{9}{10} \cdot \frac{11}{10} \right) \\ &= \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{3}{2} \cdot \frac{2}{3} \right) \cdot \left(\frac{4}{3} \cdot \frac{3}{4} \right) \cdot \left(\frac{5}{4} \cdot \frac{4}{5} \right) \cdots \left(\frac{11}{9} \cdot \frac{9}{11} \right) \cdot \frac{11}{10} \\ &= \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdots \frac{11}{10} = \frac{11}{20}. \end{aligned}$$

□

VÍ DỤ 11. Tính tích

$$Q = \left(\frac{1}{9} - 1 \right) \left(\frac{2}{9} - 1 \right) \left(\frac{3}{9} - 1 \right) \cdots \left(\frac{19}{9} - 1 \right).$$

LỜI GIẢI.

Theo quy luật thì trong tích này có thừa số thứ 9 là $\left(\frac{9}{9} - 1 \right) = 0$. Do đó tích này bằng 0.

□

DẠNG 4. Tính tổng các phân số viết theo quy luật

Phương pháp giải: Viết mỗi số hạng thành một hiệu của hai phân số, số trừ của nhóm trước bằng số bị trừ của nhóm sau rồi khử liên tiếp.

VÍ DỤ 12. Tính tổng $M = \frac{6}{2 \cdot 5} + \frac{6}{5 \cdot 8} + \frac{6}{8 \cdot 11} + \cdots + \frac{6}{47 \cdot 50}.$

LỜI GIẢI.

Ta có

$$\begin{aligned}
 M &= 2 \left(\frac{3}{2 \cdot 5} + \frac{3}{5 \cdot 8} + \frac{3}{8 \cdot 11} + \frac{3}{47 \cdot 50} \right) \\
 &= 2 \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{8} + \frac{1}{8} - \frac{1}{11} + \cdots + \frac{1}{47} - \frac{1}{50} \right) \\
 &= 2 \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{50} \right) \\
 &= 2 \cdot \frac{24}{50} = \frac{24}{25}.
 \end{aligned}$$

□

VÍ DỤ 13. Tính tổng $N = \frac{1}{9 \cdot 11} + \frac{1}{11 \cdot 13} + \frac{1}{13 \cdot 15} + \cdots + \frac{1}{43 \cdot 45}$.

LỜI GIẢI.

Ta có

$$\begin{aligned}
 N &= \frac{1}{2} \left(\frac{2}{9 \cdot 11} + \frac{2}{11 \cdot 13} + \frac{2}{13 \cdot 15} + \cdots + \frac{2}{43 \cdot 45} \right) \\
 N &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{9} - \frac{1}{11} + \frac{1}{11} - \frac{1}{13} + \frac{1}{13} - \frac{1}{15} + \cdots + \frac{1}{43} - \frac{1}{45} \right) \\
 N &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{9} - \frac{1}{45} \right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{45} = \frac{2}{45}.
 \end{aligned}$$

□

BÀI TẬP TỰ LUYỆN**BÀI 1.** Tính

a) $\frac{7}{8} \cdot \frac{5}{9}$;

b) $\frac{-3}{10} \cdot \frac{5}{-6}$;

c) $\frac{15}{21} \cdot \frac{14}{25}$.

LỜI GIẢI.

$$\begin{aligned}
 \textcircled{1} \quad & \frac{7}{8} \cdot \frac{5}{9} = \frac{7 \cdot 5}{8 \cdot 9} = \frac{35}{72}; \\
 \textcircled{2} \quad & \frac{-3}{10} \cdot \frac{5}{-6} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}; \\
 \textcircled{3} \quad & \frac{15}{21} \cdot \frac{14}{25} = \frac{3}{3} \cdot \frac{2}{5} = \frac{2}{5}.
 \end{aligned}$$

□

BÀI 2. Làm các phép nhân

a) $\frac{10}{43} \cdot \frac{21}{8} \cdot \frac{86}{35}$;

b) $\frac{45}{60} \cdot \frac{56}{70} \cdot \frac{75}{90} \cdot (-2)$.

LỜI GIẢI.

$$\begin{aligned}
 \textcircled{1} \quad & \frac{10}{43} \cdot \frac{21}{8} \cdot \frac{86}{35} = \frac{5}{1} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{5} = \frac{3}{2}; \\
 \textcircled{2} \quad & \frac{45}{60} \cdot \frac{56}{70} \cdot \frac{75}{90} \cdot (-2) = \frac{1}{4} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{5}{2} \cdot (-2) = -1.
 \end{aligned}$$

□

BÀI 3. Tính bằng cách hợp lí nhất

a) $\frac{7}{15} \cdot \frac{9}{20} + \frac{7}{15} \cdot \frac{11}{20} - \frac{1}{2};$

b) $\left(\frac{10}{99} + \frac{11}{199} - \frac{8}{299}\right) \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{-1}{6}\right).$

LỜI GIẢI.

① $\frac{7}{15} \cdot \frac{9}{20} + \frac{7}{15} \cdot \frac{11}{20} - \frac{1}{2} = \frac{7}{15} \cdot \left(\frac{9}{20} + \frac{11}{20}\right) - \frac{1}{2} = \frac{7}{15} - \frac{1}{2} = \frac{7 \cdot 2 - 15}{15 \cdot 2} = \frac{-1}{30};$

②

$$\begin{aligned}
& \left(\frac{10}{99} + \frac{11}{199} - \frac{8}{299}\right) \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{-1}{6}\right) \\
&= \left(\frac{10}{99} + \frac{11}{199} - \frac{8}{299}\right) \left(\frac{1}{6} + \frac{-1}{6}\right) \\
&= \left(\frac{10}{99} + \frac{11}{199} - \frac{8}{299}\right) \cdot 0 = 0.
\end{aligned}$$

□

BÀI 4. Một vườn hoa có chiều dài $\frac{7}{10}$ km và chiều rộng $\frac{2}{5}$ km. Tính diện tích và chu vi của vườn hoa.

LỜI GIẢI.

Chu vi của vườn hoa là $2 \cdot \left(\frac{7}{10} + \frac{2}{5}\right) = 2 \cdot \frac{11}{10} = \frac{11}{5}$ km.

Diện tích của vườn hoa là $\frac{7}{10} \cdot \frac{2}{5} = \frac{7}{5} \cdot \frac{1}{5} = \frac{7}{25}$ km².

□

BÀI 5. Cho tổng $S = \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{8} + \frac{1}{9}$. Chứng minh rằng $1 < S < 2$.

LỜI GIẢI.

Ta có

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} > \frac{1}{6} \cdot 4.$$

Lại có

$$\frac{1}{7} + \frac{1}{8} + \frac{1}{9} > \frac{1}{9} \cdot 3.$$

Khi đó

$$S > \frac{1}{6} \cdot 4 + \frac{1}{9} \cdot 3 = \frac{2}{3} + \frac{1}{3} = 1. \quad (1)$$

Tương tự, ta có

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} < \frac{1}{3} \cdot 3.$$

Lại có

$$\frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8} + \frac{1}{9} < \frac{1}{6} \cdot 4.$$

Khi đó

$$S < \frac{1}{3} \cdot 3 + \frac{1}{6} \cdot 4 = 1 + \frac{2}{3} < 2. \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra $1 < S < 2$.

□

BÀI 7 PHÉP CHIA PHÂN SỐ

A TRỌNG TÂM KIẾN THỨC

1. Số nghịch đảo

Định nghĩa 1. Hai số gọi là nghịch đảo của nhau nếu tích của chúng bằng 1.

Với $a, b \in \mathbb{Z}; a \neq 0; b \neq 0$ thì số nghịch đảo của $\frac{a}{b}$ là $\frac{b}{a}$.

2. Phép chia phân số

 Muốn chia một phân số hay một số nguyên cho một phân số, ta nhân số bị chia với số nghịch đảo của số chia.

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}.$$

B CÁC DẠNG BÀI TẬP VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI

DẠNG 1. Tìm số nghịch đảo của một số cho trước

Phương pháp giải: **Phương pháp giải:** Số nghịch đảo của $\frac{a}{b}$ là $\frac{b}{a}$;
Số nghịch đảo của a là $\frac{1}{a}$ với $(a \neq 0)$.

VÍ DỤ 1. Tìm số nghịch đảo của các số sau:

$$\frac{3}{4}; \frac{-5}{9}; -4; \frac{m}{10} (m \in \mathbb{Z}; m \neq 0).$$

 **LỜI GIẢI.**

Số nghịch đảo của $\frac{3}{4}; \frac{-5}{9}; -4; \frac{m}{10}$ theo thứ tự là $\frac{4}{3}; \frac{-9}{5}; \frac{-1}{4}; \frac{10}{m}$. □

VÍ DỤ 2. Trong các phân số sau, những phân số nào là nghịch đảo của nhau?

$$\frac{7}{15}; 15; \frac{-2}{18}; \frac{-15}{7}; -9.$$

 **LỜI GIẢI.**

Ta thấy $\frac{-2}{18} \cdot (-9) = \frac{18}{18} = 1$.

Vậy hai số $\frac{-2}{18}$ và -9 là hai số nghịch đảo nhau. Trong các số còn lại, không còn hai số nào có tích bằng 1 nên không còn hai số nào là nghịch đảo nhau. □

VÍ DỤ 3. Tìm một số nguyên sao cho số này bằng số nghịch đảo của nó.

LỜI GIẢI.

Gọi số nguyên cần tìm là a thì số nghịch đảo của nó là $\frac{1}{a}$ với $a \neq 0$.

Theo đề bài ta có $a = \frac{1}{a}$ suy ra $a^2 = 1$ hay $a = \pm 1$.

Vậy số nguyên cần tìm là $a = 1$ hoặc $a = -1$. □

VÍ DỤ 4. Cho a là số nghịch đảo của 1; b là nghịch đảo của 2. Tính nghịch đảo của tổng $a + b$.

LỜI GIẢI.

Vì a là số nghịch đảo của 1 nên $a = 1$.

Vì b là số nghịch đảo của 2 nên $b = \frac{1}{2}$.

Ta có $a + b = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$. Do đó nghịch đảo của tổng $a + b$ là $\frac{2}{3}$. □

□ DẠNG 2. Chia phân số

Phương pháp giải: **Phương pháp giải:** Áp dụng quy tắc $\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$;
Rút gọn kết quả đến phân số tối giản.

VÍ DỤ 1. Tính:

a) $\frac{-13}{27} : \frac{26}{81}$;

b) $\frac{11}{14} : \left(-\frac{55}{49}\right)$.

LỜI GIẢI.

a) $\frac{-13}{27} : \frac{26}{81} = \frac{-13}{27} : \frac{26}{81} = \frac{-13}{27} \cdot \frac{81}{26} = \frac{-1}{1} \cdot \frac{3}{2} = \frac{-3}{2}$;

b) $\frac{11}{14} : \left(-\frac{55}{49}\right) = \frac{11}{14} : \left(-\frac{49}{55}\right) = \frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{7}{5}\right) = -\frac{7}{10}$. □

VÍ DỤ 2. Tính:

a) $10 : \frac{-25}{3}$;

b) $\frac{-4}{15} : 8$.

LỜI GIẢI.

a) $10 : \frac{-25}{3} = 10 \cdot \frac{-3}{25} = \frac{-6}{5}$;

b) $\frac{-4}{15} : 8 = \frac{-4}{15} \cdot \frac{1}{8} = -\frac{1}{30}$. □

□ DẠNG 3. Tìm một thành phần chưa biết trong phép nhân, phép chia

Phương pháp giải: **Phương pháp giải:**

- ❶ Muốn tìm một thừa số của tích ta lấy tích chia cho thừa số đã biết.
- ❷ Muốn tìm một số bị chia ta lấy thương nhân với số chia.
- ❸ Muốn tìm số chia ta lấy số bị chia chia cho thương.

VÍ DỤ 1. Tìm x , biết:

a) $\frac{-12}{19} \cdot x = \frac{9}{76};$

b) $x \cdot \frac{-15}{28} = \frac{-3}{20}.$

LỜI GIẢI.

a) $\frac{-12}{19} \cdot x = \frac{9}{76}$ suy ra

$$x = \frac{9}{76} : \frac{-12}{19}$$

$$x = \frac{9}{76} \cdot \frac{-19}{12} = \frac{-3}{16};$$

b) $x \cdot \frac{-15}{28} = \frac{-3}{20}$ suy ra

$$x = \frac{-3}{20} : \frac{-15}{28}$$

$$x = \frac{-3}{20} \cdot \frac{-28}{15} = \frac{7}{25}.$$

□

VÍ DỤ 2. Tìm x , biết:

a) $\frac{7}{78} : x = \frac{35}{52};$

b) $x : \frac{7}{39} = 13.$

LỜI GIẢI.

a) Ta có $\frac{7}{78} : x = \frac{35}{52}$ suy ra

$$x = \frac{7}{78} : \frac{35}{52}$$

$$x = \frac{7}{78} \cdot \frac{52}{35} = \frac{7 \cdot 52}{35 \cdot 78} = \frac{1}{5} \cdot \frac{2}{3} = \frac{2}{15};$$

b) $x : \frac{7}{39} = 13$ suy ra

$$x = \frac{7}{39} \cdot 13 = \frac{7}{39} \cdot \frac{13}{1} = \frac{7}{1} \cdot \frac{13}{39}$$

$$x = \frac{7}{3}.$$

□

VÍ DỤ 3. Tìm x , biết:

a) $x \cdot \frac{3}{4} = \frac{7}{8} : \frac{21}{5};$

b) $\left(1 + \frac{3}{7}\right) \cdot x = 1 - \frac{3}{7}.$

LỜI GIẢI.

a) $x \cdot \frac{3}{4} = \frac{7}{8} : \frac{21}{5}$ suy ra

$$x = \frac{7}{8} \cdot \frac{5}{21} : \frac{3}{4} = \frac{7}{8} \cdot \frac{5}{21} \cdot \frac{4}{3} = \frac{1 \cdot 5 \cdot 1}{2 \cdot 3 \cdot 3}$$

$$x = \frac{5}{18};$$

b) $\left(1 + \frac{3}{7}\right) \cdot x = 1 - \frac{3}{7}$ suy ra

$$\begin{aligned}\frac{10}{7} \cdot x &= \frac{4}{7} \\ x &= \frac{4}{7} : \frac{10}{7} = \frac{4}{7} \cdot \frac{7}{10} \\ x &= \frac{2}{5}.\end{aligned}$$

□

☐ DẠNG 4. Các bài toán dẫn đến phép chia phân số

Phương pháp giải: **Phương pháp giải:** Căn cứ vào đề bài, lập phép chia phân số thích hợp.

VÍ DỤ 1. Một ô tô chạy từ A đến B với vận tốc 50 km/h thì hết $\frac{3}{5}$ giờ. Lúc từ B về A xe chạy hết $\frac{3}{4}$ giờ. Tính vận tốc lúc về.

✎ **LỜI GIẢI.**

Quãng đường AB dài là: $50 \cdot \frac{3}{5} = 30$ (km).

Vận tốc của ô tô lúc về là: $30 : \frac{3}{4} = 40$ (km/h).

□

VÍ DỤ 2. Hai vòi nước cùng chảy vào một bể cạn. Nếu chảy một mình thì vòi I cần 45 phút mới đầy bể; vòi II cần 30 phút mới đầy bể. Nếu mở cả hai vòi cùng một lúc thì sau bao lâu sẽ đầy bể?

✎ **LỜI GIẢI.**

Trong 1 phút vòi I chảy được $\frac{1}{45}$ bể.

Trong 1 phút vòi II chảy được $\frac{1}{30}$ bể.

Trong 1 phút cả hai vòi chảy được $\frac{1}{45} + \frac{1}{30} = \frac{1}{18}$ bể.

Nếu mở cả hai vòi cùng một lúc thì thời gian chảy đầy bể là: $1 : \frac{1}{18} = 18$ (phút).

□

☐ DẠNG 5. Tính giá trị của biểu thức

Phương pháp giải: **Phương pháp giải:**

- Thứ tự thực hiện các phép tính đối với phân số cũng tương tự như đối với số tự nhiên.
- Áp dụng các tính chất cơ bản của phép cộng, phép nhân phân số khi có thể.

VÍ DỤ 1. Tính giá trị của các biểu thức sau:

a) $M = \frac{5}{12} - \frac{21}{40} : \frac{14}{5};$

b) $N = \left(\frac{41}{75} + \frac{17}{100}\right) : \frac{129}{80}.$

✎ **LỜI GIẢI.**

a) $M = \frac{5}{12} - \frac{21}{40} : \frac{14}{5} = \frac{5}{12} - \frac{21 \cdot 5}{40 \cdot 14} = \frac{5}{12} - \frac{3}{16} = \frac{20}{48} - \frac{9}{48} = \frac{11}{48};$

$$\text{b) } N = \left(\frac{41}{75} + \frac{17}{100} \right) : \frac{129}{80} = \left(\frac{164}{300} + \frac{51}{300} \right) \cdot \frac{80}{129} = \frac{215}{300} \cdot \frac{80}{129} = \frac{4}{9}.$$

□

VÍ DỤ 2. Rút gọn các biểu thức sau:

$$\text{a) } P = \frac{2 - \frac{1}{3} + \frac{1}{4}}{2 + \frac{1}{6} - \frac{1}{4}};$$

$$\text{b) } Q = \frac{3 + \frac{1}{6} - \frac{2}{5}}{5 - \frac{1}{6} + \frac{7}{10}}.$$

LỜI GIẢI.

$$\text{a) } P = \frac{2 - \frac{1}{3} + \frac{1}{4}}{2 + \frac{1}{6} - \frac{1}{4}} = \left(2 - \frac{1}{3} + \frac{1}{4} \right) : \left(2 + \frac{1}{6} - \frac{1}{4} \right) = \frac{24 - 4 + 3}{12} : \frac{24 + 2 - 3}{12} = \frac{23}{12} : \frac{23}{12} = 1;$$

$$\text{b) } Q = \frac{3 + \frac{1}{6} - \frac{2}{5}}{5 - \frac{1}{6} + \frac{7}{10}} = \frac{30 \cdot \left(3 + \frac{1}{6} - \frac{2}{5} \right)}{30 \cdot \left(5 - \frac{1}{6} + \frac{7}{10} \right)} = \frac{90 + 5 - 12}{150 - 5 + 21} = \frac{83}{166} = \frac{1}{2}.$$

□

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

BÀI 1. Cho $m = \frac{1}{3} - \frac{1}{5}$. Tính số nghịch đảo của m .

LỜI GIẢI.

Ta có $m = \frac{1}{3} - \frac{1}{5} = \frac{2}{15}$, số nghịch đảo của m là $\frac{15}{2}$.

□

BÀI 2. Tính:

$$\text{a) } \frac{8}{3} : \frac{2}{9};$$

$$\text{b) } (-10) : \frac{90}{11}.$$

LỜI GIẢI.

$$\text{a) } \frac{8}{3} : \frac{2}{9} = \frac{8}{3} \cdot \frac{9}{2} = 12;$$

$$\text{b) } (-10) : \frac{90}{11} = (-10) \cdot \frac{11}{90} = -\frac{11}{9}.$$

□

BÀI 3. Thực hiện các phép tính:

$$\text{a) } \frac{11}{15} : \frac{7}{5} - \frac{12}{35} : 6;$$

$$\text{b) } \left(\frac{14}{15} + \frac{-3}{20} : \frac{1}{4} \right) : \left(\frac{5}{21} - \frac{8}{35} \right).$$

LỜI GIẢI.

$$\text{① } \frac{11}{15} : \frac{7}{5} - \frac{12}{35} : 6 = \frac{11}{15} \cdot \frac{5}{7} - \frac{12}{35} \cdot \frac{1}{6} = \frac{11}{21} - \frac{2}{35} = \frac{55}{105} - \frac{6}{105} = \frac{49}{105} = \frac{7}{15};$$

②

$$\begin{aligned} \left(\frac{14}{15} + \frac{-3}{20} : \frac{1}{4} \right) : \left(\frac{5}{21} - \frac{8}{35} \right) &= \left(\frac{14}{15} + \frac{-3}{20} \cdot 4 \right) : \left(\frac{25}{105} - \frac{24}{105} \right) \\ &= \left(\frac{14}{15} - \frac{12}{20} \right) \cdot \frac{105}{1} \\ &= \frac{1}{3} \cdot 105 = 35. \end{aligned}$$

□

BÀI 4. Tìm các số x, y, z biết chúng đồng thời thỏa mãn các đẳng thức sau:

$$\frac{4}{9} : x = \frac{5}{3} \quad (1)$$

$$\frac{10}{33} \cdot y = x \quad (2)$$

$$y \cdot z = \frac{2}{5} \quad (3)$$

LỜI GIẢI.

Từ (1), suy ra $x = \frac{4}{15}$. Từ (2), suy ra $y = \frac{22}{25}$. Từ (3), suy ra $z = \frac{5}{11}$. □

BÀI 5. Hai người đi xe đạp vòng quanh một cái hồ. Người thứ nhất đi một vòng hết 15 phút, người thứ hai đi một vòng hết 40 phút. Nếu hai người khởi hành cùng một lúc từ cùng một điểm và đi cùng chiều thì sau bao lâu người thứ nhất lại đuổi kịp người thứ hai?

LỜI GIẢI.

Trong 1 phút người thứ nhất đi được $\frac{1}{15}$ (vòng hồ).

Trong 1 phút người thứ hai đi được $\frac{1}{40}$ (vòng hồ).

Trong 1 phút người thứ nhất đi hơn người thứ hai là : $\frac{1}{15} - \frac{1}{40} = \frac{1}{24}$ (vòng hồ).

Khi người thứ nhất đuổi kịp người thứ hai thì người thứ nhất đã đi hơn người thứ hai đúng 1 vòng hồ. Do đó thời gian người thứ nhất đuổi kịp người thứ hai là :

$$1 : \frac{1}{24} = 24 \text{ phút .}$$

□

BÀI 8 HỖN SỐ. SỐ THẬP PHÂN. PHẦN TRĂM

A TRỌNG TÂM KIẾN THỨC

1. Hỗn số

Định nghĩa 1. Một phân số có giá trị tuyệt đối lớn hơn 1 có thể viết dưới dạng hỗn số.

Mỗi hỗn số gồm có 2 phần: phần nguyên và phần phân số (nhỏ hơn 1).

Chẳng hạn $\frac{9}{5} = 1\frac{4}{5}$; $\frac{-9}{5} = -1\frac{4}{5}$.

2. Số thập phân

Định nghĩa 2. Phân số thập phân là phân số có mẫu là lũy thừa của 10.

- Phần nguyên viết bên trái dấu phẩy;

- Phần thập phân viết bên phải dấu phẩy.

Chẳng hạn: $\frac{32}{100} = 0,32$; $\frac{-49}{1000} = -0,049$.

3. Phần trăm

Định nghĩa 3. Những phân số có mẫu là 100 còn được viết dưới dạng phần trăm với ký hiệu %.
 Chẳng hạn: $\frac{1}{5} = \frac{20}{100} = 20\%$; $0,27 = \frac{27}{100} = 27\%$; $8,5 = \frac{850}{100} = 850\%$.

B CÁC DẠNG BÀI TẬP VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI

□ DẠNG 1. Viết các phân số dưới dạng hỗn số và ngược lại

Phương pháp giải: **Phương pháp giải**

- Muốn viết một phân số dương lớn hơn 1 dưới dạng hỗn số, ta chia tử cho mẫu. Thương là phần nguyên và số dư là tử của phân số kèm theo.
- Muốn viết một hỗn số dương dưới dạng phân số, ta nhân phần nguyên với mẫu rồi cộng với tử, tổng là tử của phân số còn mẫu vẫn là mẫu của phân số đã cho.
- Muốn viết một hỗn số âm dưới dạng phân số, ta viết số đối của nó dưới dạng phân số rồi đặt dấu “-” trước kết quả.

VÍ DỤ 1. Viết các phân số sau dưới dạng hỗn số:

a) $\frac{47}{15}$;

b) $\frac{-92}{41}$.

LỜI GIẢI.

- ① Chia 47 cho 15 được 3 dư 2.

Vậy $\frac{47}{15} = 3\frac{2}{15}$;

- ② Chia 92 cho 41 được 2 dư 10.

Vậy $\frac{-92}{41} = -2\frac{10}{41}$.

⚠ $3\frac{2}{15}$ và $3 \cdot \frac{2}{15}$ là khác nhau.

□

VÍ DỤ 2. Viết các hỗn số sau dưới dạng phân số:

a) $5\frac{1}{3}$;

b) $-4\frac{2}{5}$.

LỜI GIẢI.

① $5\frac{1}{3} = \frac{5 \cdot 3 + 1}{3} = \frac{16}{3}$;

② $-4\frac{2}{5} = -\frac{4 \cdot 5 + 2}{5} = -\frac{22}{5}$.

□

VÍ DỤ 3. Hãy viết các số đo thời gian sau dưới dạng hỗn số với đơn vị là giờ:

a) 110 phút;

b) 135 phút;

c) 144 phút;

d) 150 phút.

LỜI GIẢI.

Ta có

- ① $110 \text{ phút} = \frac{110}{60} \text{ giờ} = \frac{11}{6} \text{ giờ} = 1\frac{5}{6} \text{ giờ};$
- ② $135 \text{ phút} = \frac{135}{60} \text{ giờ} = \frac{9}{4} \text{ giờ} = 2\frac{1}{4} \text{ giờ};$
- ③ $144 \text{ phút} = \frac{144}{60} \text{ giờ} = \frac{12}{5} \text{ giờ} = 2\frac{2}{5} \text{ giờ};$
- ④ $150 \text{ phút} = \frac{150}{60} \text{ giờ} = \frac{5}{2} \text{ giờ} = 2\frac{1}{2} \text{ giờ}.$

□

VÍ DỤ 4. Không quy đồng mẫu, hãy sắp xếp các phân số sau theo thứ tự tăng dần:

$$\frac{46}{9}; \frac{34}{7}; \frac{56}{11}.$$

LỜI GIẢI.

Viết các phân số trên dưới dạng hỗn số ta được:

$$\frac{46}{9} = 5\frac{1}{9}; \frac{34}{7} = 4\frac{6}{7}; \frac{56}{11} = 5\frac{1}{11};$$

Ta có

$$4\frac{6}{7} < 5\frac{1}{11} < 5\frac{1}{9};$$

Suy ra

$$\frac{34}{7} < \frac{56}{11} < \frac{46}{9}.$$

□

□ DẠNG 2. Viết các phân số dưới dạng phân số thập phân, số thập phân, phần trăm và ngược lại*Phương pháp giải:* **Phương pháp giải**

- Viết phân số đã cho dưới dạng phân số tối giản.
- Tìm một lũy thừa của 10 (nhỏ nhất nếu có thể) chia hết cho mẫu. Chia lũy thừa này cho mẫu, ta được thừa số phụ.
- Nhân cả tử và mẫu của phân số với thừa số phụ ta được một phân số thập phân, từ đó viết thành số thập phân và phần trăm.

VÍ DỤ 1. Viết các phân số sau dưới dạng số thập phân:

a) $\frac{51}{85};$

b) $2\frac{7}{40}.$

LỜI GIẢI.

Ta có

$$\textcircled{1} \frac{51}{85} = \frac{3}{5} = \frac{3 \cdot 2}{5 \cdot 2} = \frac{6}{10} = 0,6;$$

$$\textcircled{2} 2\frac{7}{40} = 2\frac{7 \cdot 25}{40 \cdot 25} = 2\frac{175}{1000} = 2,175.$$

□

VÍ DỤ 2. Viết các số thập phân sau dưới dạng phân số tối giản:

a) 0,125;

b) 0,25;

c) 0,5;

d) 0,75.

 **LỜI GIẢI.**

Ta có

$$\textcircled{1} 0,125 = \frac{125}{1000} = \frac{1}{8};$$

$$\textcircled{2} 0,25 = \frac{25}{100} = \frac{1}{4};$$

$$\textcircled{3} 0,5 = \frac{5}{10} = \frac{1}{2};$$

$$\textcircled{4} 0,75 = \frac{75}{100} = \frac{3}{4}.$$

□

VÍ DỤ 3. Viết các số thập phân hoặc phần trăm sau dưới dạng phân số tối giản:

a) 6,375;

b) 48%;

c) 2345%.

 **LỜI GIẢI.**

$$\textcircled{1} 6,375 = 6\frac{375}{1000} = 6\frac{3}{8} = \frac{51}{8};$$

$$\textcircled{2} 48\% = \frac{48}{100} = \frac{12}{25};$$

$$\textcircled{3} 2345\% = \frac{2345}{100} = \frac{469}{20}.$$

□

□ DẠNG 3. Cộng và trừ hỗn số

Phương pháp giải: **Phương pháp giải**

- Muốn cộng hai hỗn số, ta có thể viết chúng dưới dạng phân số rồi thực hiện phép cộng phân số.
- Đặc biệt, nếu hai hỗn số cùng dương, ta có thể cộng phần nguyên với nhau, cộng phần phân số với nhau.
- Muốn trừ hai hỗn số, ta có thể viết chúng dưới dạng phân số rồi thực hiện phép trừ phân số.
- Đặc biệt, nếu hai hỗn số cùng dương, ta có thể lấy phần nguyên trừ đi phần nguyên, phần phân số trừ đi phần phân số.
- Nếu phần phân số của số bị trừ nhỏ hơn phần phân số của số trừ thì ta phải rút 1 đơn vị ở phần nguyên của số bị trừ để thêm vào phần phân số rồi sau đó tiếp tục trừ như trên.

VÍ DỤ 1. Tính các tổng sau:

a) $-6\frac{3}{4} + 5\frac{1}{6}$;

b) $7\frac{4}{9} + 5\frac{2}{3}$.

LỜI GIẢI.

① $-6\frac{3}{4} + 5\frac{1}{6} = \frac{-27}{4} + \frac{31}{6} = \frac{-81 + 62}{12} = \frac{-19}{12} = -1\frac{7}{12}$;

② $7\frac{4}{9} + 5\frac{2}{3} = 7\frac{4}{9} + 5\frac{6}{9} = 12\frac{10}{9} = 13\frac{1}{9}$.

□

! Nếu phần phân số ở kết quả phép cộng lớn hơn 1, ta phải rút ra 1 đơn vị thêm vào phần nguyên.**VÍ DỤ 2.** Tính các hiệu sau:

a) $2\frac{4}{5} - 7\frac{1}{10}$;

b) $9\frac{5}{6} - 2\frac{1}{4}$.

LỜI GIẢI.

① $2\frac{4}{5} - 7\frac{1}{10} = \frac{14}{5} - \frac{71}{10} = \frac{28 - 71}{10} = \frac{-43}{10} = -4\frac{3}{10}$;

② $9\frac{5}{6} - 2\frac{1}{4} = 9\frac{10}{12} - 2\frac{3}{12} = 7\frac{7}{12}$.

□

VÍ DỤ 3. Tính các hiệu sau:

a) $31\frac{1}{18} - 24\frac{5}{6}$;

b) $11 - 2\frac{3}{5}$.

LỜI GIẢI.

① $31\frac{1}{18} - 24\frac{5}{6} = 31\frac{1}{18} - 24\frac{15}{18} = 30\frac{19}{18} - 24\frac{15}{18} = 6\frac{4}{18} = 6\frac{2}{9}$;

② $11 - 2\frac{3}{5} = 10\frac{5}{5} - 2\frac{3}{5} = 8\frac{2}{5}$.

□

DẠNG 4. Nhân và chia hỗn số*Phương pháp giải:* **Phương pháp giải**

- Muốn nhân hay chia hai hỗn số, ta có thể viết chúng dưới dạng phân số rồi thực hiện phép nhân hay chia phân số.
- Đặc biệt, khi nhân hay chia một hỗn số với một số nguyên ta có thể viết hỗn số dưới dạng tổng của một số nguyên với một phân số rồi thực hiện phép nhân hay chia một tổng với một số.

VÍ DỤ 1. Tính

a) $1\frac{8}{27} \cdot 2\frac{7}{28}$;

b) $6\frac{4}{5} : 5\frac{1}{10}$.

LỜI GIẢI.

① $1\frac{8}{27} \cdot 2\frac{7}{28} = \frac{35}{27} \cdot \frac{63}{28} = \frac{35}{12} = 2\frac{11}{12}$;

② $6\frac{4}{5} : 5\frac{1}{10} = \frac{34}{5} : \frac{51}{10} = \frac{34}{5} \cdot \frac{10}{51} = \frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}$.

**VÍ DỤ 2.** Tính

a) $3\frac{4}{7} \cdot 28;$

b) $12\frac{8}{11} : 4.$

LỜI GIẢI.

① $3\frac{4}{7} \cdot 28 = \left(3 + \frac{4}{7}\right) \cdot 28 = 3 \cdot 28 + \frac{4}{7} \cdot 28 = 84 + 16 = 100;$

② $12\frac{8}{11} : 4 = \left(12 + \frac{8}{11}\right) : 4 = 12 : 4 + \frac{8}{11} : 4 = 3 + \frac{2}{11} = 3\frac{2}{11}.$

**DẠNG 5. Phối hợp các phép tính về phân số, hỗn số, số thập phân***Phương pháp giải:* **Phương pháp giải**

- Viết hỗn số, số thập phân dưới dạng phân số hoặc ngược lại.
- Thực hiện các phép tính theo thứ tự đã quy ước.
- Nếu có thể thì áp dụng tính chất các phép tính và quy tắc dấu ngoặc để tính toán được hợp lý.

VÍ DỤ 1. Thực hiện các phép tính

$$\left(3\frac{5}{6} - 0,5\right) : 4\frac{7}{12}.$$

LỜI GIẢI.

Ta có
$$\left(3\frac{5}{6} - 0,5\right) : 4\frac{7}{12} = \left(\frac{23}{6} - \frac{1}{2}\right) : \frac{55}{12} = \frac{23-3}{6} \cdot \frac{12}{55} = \frac{20}{6} \cdot \frac{12}{55} = \frac{8}{11}.$$

**VÍ DỤ 2.** Tính giá trị của biểu thức:

$$10,42 : \left(21,34 - \frac{1}{2}\right) + \frac{2}{3} \cdot 0,75.$$

LỜI GIẢI.

Ta có
$$10,42 : \left(21,34 - \frac{1}{2}\right) + \frac{2}{3} \cdot 0,75 = 10,42 : (21,34 - 0,5) + 0,5 = 10,42 : 20,84 + 0,5 = 0,5 + 0,5 = 1. \quad \square$$

VÍ DỤ 3. Tính giá trị của biểu thức:

$$M = \frac{\left(4\frac{1}{2} - 8\right) \cdot 8}{\left(3\frac{1}{20} - 1,65\right) \cdot 4 + 1\frac{2}{5}}.$$

LỜI GIẢI.

Tính giá trị của tử số:

$$\left(4\frac{1}{2} - 8\right) \cdot 8 = (4,5 - 8) \cdot 8 = -3,5 \cdot 8 = -28.$$

Tính giá trị của mẫu số:

$$\left(3\frac{1}{20} - 1,65\right) \cdot 4 + 1\frac{2}{5} = (3,05 - 1,65) \cdot 4 + 1,4 = 1,4 \cdot 4 + 1,4 = 7.$$

$$\text{Do đó } M = -28 : 7 = -4.$$

□

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

BÀI 1. Viết các phân số sau dưới dạng hỗn số:

a) $\frac{205}{19};$

b) $-\frac{82}{25};$

c) $\frac{57}{-10}.$

LỜI GIẢI.

① Chia 205 cho 19 được 10 dư 15. Vậy $\frac{205}{19} = 10\frac{15}{19};$

② Chia 82 cho 25 được 3 dư 7. Vậy $-\frac{82}{25} = -3\frac{7}{25};$

③ Chia 57 cho 10 được 5 dư 7. Vậy $\frac{57}{-10} = \frac{-57}{10} = -5\frac{7}{10}.$

□

BÀI 2. Viết các hỗn số sau dưới dạng phân số:

a) $4\frac{2}{5};$

b) $9\frac{5}{6};$

c) $-28\frac{4}{7}.$

LỜI GIẢI.

① $4\frac{2}{5} = \frac{4 \cdot 5 + 2}{5} = \frac{22}{5};$

② $9\frac{5}{6} = \frac{9 \cdot 6 + 5}{6} = \frac{59}{6};$

③ $-28\frac{4}{7} = -\frac{28 \cdot 7 + 4}{7} = -\frac{200}{7}.$

□

BÀI 3. Viết các phân số, hỗn số sau dưới dạng số thập phân:

a) $\frac{14}{25};$

b) $-1\frac{3}{8};$

c) $\frac{108}{240}.$

LỜI GIẢI.

① $\frac{14}{25} = \frac{14 \cdot 4}{25 \cdot 4} = \frac{56}{100} = 0,56;$

② $-1\frac{3}{8} = -1\frac{3 \cdot 125}{8 \cdot 125} = -1\frac{375}{1000} = -1,375;$

③ $\frac{108}{240} = \frac{108 : 12}{240 : 12} = \frac{9}{20} = \frac{9 \cdot 5}{20 \cdot 5} = \frac{45}{100} = 0,45.$

□

BÀI 4. Thực hiện các phép tính:

a) $7\frac{8}{15} + 11\frac{5}{6} + 6\frac{1}{2} - 5\frac{4}{9};$

b) $(12,375 - 10,55) : \left(\frac{7}{12} + 6\frac{4}{15}\right).$

LỜI GIẢI.

$$\textcircled{1} \quad 7\frac{8}{15} + 11\frac{5}{6} + 6\frac{1}{2} - 5\frac{4}{9} = 7\frac{48}{90} + 11\frac{75}{90} + 6\frac{45}{90} - 5\frac{40}{90} = 19\frac{128}{90} = 20\frac{38}{90} = 20\frac{19}{45};$$

$\textcircled{2}$ Ta có

$$\begin{aligned} & (12,375 - 10,55) : \left(\frac{7}{12} + 6\frac{4}{15} \right) \\ &= 1,825 : \left(\frac{35}{60} + 6\frac{16}{60} \right) \\ &= \frac{1825}{1000} : \left(6\frac{51}{60} \right) \\ &= \frac{73}{40} : 6\frac{17}{20} \\ &= \frac{73}{40} : \frac{6 \cdot 20 + 17}{20} \\ &= \frac{73}{40} \cdot \frac{20}{137} = \frac{73}{274}. \end{aligned}$$

□

BÀI 5. Tìm x , biết:

$$\left(4\frac{46}{65} + x \right) \cdot 1\frac{1}{12} = 5,75.$$

 **LỜI GIẢI.**

Ta có

$$\begin{aligned} \left(4\frac{46}{65} + x \right) \cdot 1\frac{1}{12} &= 5,75 \\ 4\frac{46}{65} + x &= 5,75 : 1\frac{1}{12} \\ \frac{306}{65} + x &= \frac{575}{100} : \frac{13}{12} \\ \frac{306}{65} + x &= \frac{23}{4} \cdot \frac{12}{13} \\ \frac{306}{65} + x &= \frac{69}{13} \\ x &= \frac{69}{13} - \frac{306}{65} = \frac{345}{65} - \frac{306}{65} \\ x &= \frac{39}{65} = \frac{3}{5}. \end{aligned}$$

□



BÀI

TÌM GIÁ TRỊ PHÂN SỐ CỦA MỘT SỐ CHO TRƯỚC

A TRỌNG TÂM KIẾN THỨC

Muốn tìm giá trị phân số của một số cho trước, ta nhân số cho trước với phân số

$$\frac{m}{n} \text{ của số } A \text{ bằng } A \cdot \frac{m}{n}.$$

B CÁC DẠNG BÀI TẬP VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI**□ DẠNG 1. Tìm giá trị phân số của một số cho trước***Phương pháp giải: Phương pháp giải*

Vận dụng quy tắc đã nêu.

VÍ DỤ 1. Tìm

a) $\frac{4}{7}$ của 35.

b) $\frac{5}{11}$ của 1,43.

✎ LỜI GIẢI.

a) $\frac{4}{7}$ của 35 là $35 \cdot \frac{4}{7} = 20$.

b) $\frac{5}{11}$ của 1,43 là $1,43 \cdot \frac{5}{11} = 0,65$.

□

VÍ DỤ 2. Tìm

a) $\frac{7}{9}$ của -108.

b) $3\frac{1}{3}$ của 0,75.

✎ LỜI GIẢI.

a) $\frac{7}{9}$ của -108 là $-108 \cdot \frac{7}{9} = -84$.

b) $3\frac{1}{3}$ của 0,75 là $0,75 \cdot 3\frac{1}{3} = 2,5$.

□

VÍ DỤ 3. Tìm

a) $1\frac{8}{19}$ của $5\frac{5}{18}$.

b) 43% của $1\frac{39}{86}$.

✎ LỜI GIẢI.

a) $1\frac{8}{19}$ của $5\frac{5}{18}$ là $5\frac{5}{18} \cdot 1\frac{8}{19} = \frac{95}{18} \cdot \frac{27}{19} = 7\frac{1}{2}$.

b) 43% của $1\frac{39}{86}$ là $1\frac{39}{86} \cdot 43\% = \frac{125}{86} \cdot \frac{43}{100} = \frac{5}{8}$.

□

VÍ DỤ 4. Tính hiệu giữa $5\frac{3}{8}$ của $1\frac{31}{129}$ với 35% của $19\frac{1}{21}$.**✎ LỜI GIẢI.**

Ta có

$$5\frac{3}{8} \text{ của } 1\frac{31}{129} \text{ là } 1\frac{31}{129} \cdot 5\frac{3}{8} = \frac{160}{129} \cdot \frac{43}{8} = 6\frac{2}{3}$$

$$35\% \text{ của } 19\frac{1}{21} \text{ là } 19\frac{1}{21} \cdot 35\% = \frac{400}{21} \cdot \frac{35}{100} = 6\frac{2}{3}$$

Hiệu của chúng là $6\frac{2}{3} - 6\frac{2}{3} = 0$.

□

VÍ DỤ 5. So sánh đáp số của bốn bài toán sau:

a) Tìm $\frac{4}{3}$ của $\frac{2}{5}$.

b) Tìm $\frac{2}{5}$ của $\frac{4}{3}$.

c) Tìm $\frac{4}{5}$ của $\frac{2}{3}$.

d) Tìm $\frac{2}{3}$ của $\frac{4}{5}$.

 **LỜI GIẢI.**

a) $\frac{4}{3}$ của $\frac{2}{5}$ là $\frac{2}{5} \cdot \frac{4}{3} = \frac{8}{15}$.

b) $\frac{2}{5}$ của $\frac{4}{3}$ là $\frac{4}{3} \cdot \frac{2}{5} = \frac{8}{15}$.

c) $\frac{4}{5}$ của $\frac{2}{3}$ là $\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5} = \frac{8}{15}$.

d) $\frac{2}{3}$ của $\frac{4}{5}$ là $\frac{4}{5} \cdot \frac{2}{3} = \frac{8}{15}$.

Vậy bốn bài toán trên có cùng đáp số. □

□ DẠNG 2. Tính nhanh giá trị phần trăm của một số cho trước

Phương pháp giải: **Phương pháp giải**

Áp dụng tính chất $a\%$ của b cũng bằng $b\%$ của a (vì đều có giá trị là $\frac{ba}{100}$).

VÍ DỤ 6. Tính nhanh

a) 16% của 50.

b) 72% của 25.

 **LỜI GIẢI.**

① 16% của 50 cũng bằng 50% của 16, tức là bằng $16 \cdot \frac{50}{100} = 16 \cdot \frac{1}{2} = 8$.

② 72% của 25 cũng bằng 25% của 72, tức là bằng $72 \cdot \frac{25}{100} = 72 \cdot \frac{1}{4} = 18$. □

VÍ DỤ 7. Tính nhanh

a) 65% của 20.

b) 43% của 100.

 **LỜI GIẢI.**

① 65% của 20 cũng bằng 20% của 65, tức là bằng $65 \cdot \frac{20}{100} = 65 \cdot \frac{1}{5} = 13$.

② 43% của 100 cũng bằng 100% của 43, tức là bằng 43. □

□ DẠNG 3. Bài toán dẫn đến việc tìm giá trị phân số của một số cho trước

Phương pháp giải: **Phương pháp giải**

Căn cứ vào đề bài ta tìm giá trị phân số của một số cho trước đã có sẵn trong đề bài hoặc phải tự tìm ra số này bằng các phép tính trung gian. Từ đó tìm ra đáp số của bài toán.

VÍ DỤ 8. Một lớp học có 35 học sinh trong đó có 60% số học sinh là nữ. Hỏi lớp đó có bao nhiêu học sinh nam?

LỜI GIẢI.

Số học sinh nữ trong lớp là $35 \cdot \frac{60}{100} = 20$ (học sinh).

Số học sinh nam trong lớp là $35 - 20 = 15$ (học sinh). □

VÍ DỤ 9. Một ô tô chạy 150 km trong 3 giờ. Giờ đầu xe chạy được $\frac{1}{3}$ quãng đường. Giờ thứ hai xe chạy được $\frac{11}{20}$ quãng đường còn lại. Tính quãng đường xe chạy trong giờ thứ ba.

LỜI GIẢI.

Quãng đường xe chạy trong giờ đầu là $150 \cdot \frac{1}{3} = 50$ (km).

Quãng đường còn lại là $150 - 50 = 100$ (km).

Quãng đường xe chạy trong giờ thứ hai là $100 \cdot \frac{11}{20} = 55$ (km).

Quãng đường xe chạy trong giờ thứ ba là $100 - 55 = 45$ (km). □

VÍ DỤ 10. Một ô tô chạy suốt quãng đường AB dài 300 km. Trong $\frac{2}{5}$ quãng đường đầu xe chạy với vận tốc 60 km/h. Quãng đường còn lại xe chạy với vận tốc 45 km/h. Tính thời gian xe chạy cả quãng đường AB.

LỜI GIẢI.

Quãng đường xe chạy với vận tốc 60 km/h là $300 \cdot \frac{2}{5} = 120$ (km).

Thời gian xe chạy quãng đường này là $120 : 60 = 2$ (giờ).

Quãng đường xe chạy với vận tốc 45 km/h là $300 - 120 = 180$ (km).

Thời gian xe chạy trên quãng đường này là $180 : 45 = 4$ (giờ).

Thời gian xe chạy cả quãng đường AB là $2 + 4 = 6$ (giờ). □

VÍ DỤ 11. Một người mang đi bán 60 quả trứng. Người thứ nhất mua $\frac{4}{15}$ số trứng. Người thứ hai mua số trứng bằng $\frac{5}{4}$ số trứng người thứ nhất đã mua. Tính số trứng còn lại.

LỜI GIẢI.

Số trứng người thứ nhất đã mua là $60 \cdot \frac{4}{15} = 16$ (quả).

Số trứng người thứ hai đã mua là $16 \cdot \frac{5}{4} = 20$ (quả).

Số trứng còn lại là $60 - (16 + 20) = 24$ (quả). □

Bài tập tự luyện

BÀI 1. Viết tập hợp A các số nguyên x lớn hơn 90% của $-1\frac{7}{18}$ nhưng nhỏ hơn $\frac{8}{35}$ của 31,5.

LỜI GIẢI.

Ta có

$$90\% \text{ của } -1\frac{7}{18} \text{ là } -1\frac{7}{18} \cdot 90\% = -1\frac{1}{4},$$

$$\frac{8}{35} \text{ của } 31,5 \text{ là } 31,5 \cdot \frac{8}{35} = 7,2.$$

Theo đề bài ta có x là số nguyên và $-1\frac{1}{4} < x < 7,2$ nên $A = \{-1; 0; 1; 2; \dots; 7\}$. □

BÀI 2. Có bao nhiêu phút trong

a) $\frac{7}{15}$ giờ.

b) $1\frac{7}{20}$ giờ.

 **LỜI GIẢI.**

Ta có 1 giờ = 60 phút nên

a) $\frac{7}{15}$ giờ = $60 \cdot \frac{7}{15}$ phút = 28 phút.

b) $1\frac{7}{20}$ giờ = $60 \cdot 1\frac{7}{20}$ phút = 81 phút. □

BÀI 3. Lấy $\frac{1}{10}$ của $\frac{1}{10}$ rồi chia cho $\frac{1}{10}$ thì được số nào?

 **LỜI GIẢI.**

$$\left(\frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10}\right) : \frac{1}{10} = \frac{1}{10}.$$
□

BÀI 4. Một người trước khi nghỉ hưu có lương cơ bản là 2,8 triệu đồng. Sau khi nghỉ hưu thì chỉ còn được lĩnh 75% lương cơ bản nói trên. Tính lương tháng của người đó sau khi nghỉ hưu.

 **LỜI GIẢI.**

Lương tháng của người đó sau khi nghỉ hưu là $2,8 \cdot 75\% = 2,1$ triệu đồng. □

BÀI 5. Một xe máy chạy 120 km trong 3 giờ. Giờ đầu xe chạy được $\frac{1}{3}$ quãng đường. Quãng đường xe chạy trong giờ thứ hai hơn quãng đường xe chạy trong giờ thứ ba là 10 km. Tính quãng đường xe chạy trong giờ thứ ba.

 **LỜI GIẢI.**

Quãng đường xe chạy trong giờ đầu là $120 \cdot \frac{1}{3} = 40$ (km).

Quãng đường xe chạy trong hai giờ sau là $120 - 40 = 80$ (km).

Quãng đường xe chạy trong giờ thứ ba là $(80 - 10) : 2 = 35$ (km). □

BÀI 10

TÌM MỘT SỐ BIẾT GIÁ TRỊ PHẦN SỐ CỦA NÓ

A TRỌNG TÂM KIẾN THỨC

Muốn tìm một số biết giá trị phần số của nó, ta lấy giá trị này chia cho phần số.

B CÁC DẠNG BÀI TẬP VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI

□ DẠNG 1. Tìm một số biết giá trị phần số của nó

Phương pháp giải: **Phương pháp giải**

Nếu $\frac{m}{n}$ của một số bằng a thì số đó là $a : \frac{m}{n}$.

VÍ DỤ 1. Tìm một số biết $\frac{4}{9}$ của nó bằng 20.

LỜI GIẢI.

$\frac{4}{9}$ của một số bằng 20 nên số đó là $20 : \frac{4}{9} = 45$. □

VÍ DỤ 2. Tìm một số biết 145% của nó bằng 81.

LỜI GIẢI.

145% của một số bằng 81 nên số đó là $81 : \frac{145}{100} = 55,86$. □

VÍ DỤ 3. Tìm một số biết 2,5 lần số đó bằng $-0,8$.

LỜI GIẢI.

Số đó là $-0,8 : 2,5 = -0,32$. □

VÍ DỤ 4. Tìm một số biết rằng $\frac{5}{6}$ của số đó bằng $\frac{3}{8}$ của 120.

LỜI GIẢI.

Ta có $\frac{3}{8}$ của 120 là $120 \cdot \frac{3}{8} = 45$.

$\frac{5}{6}$ của một số bằng 45 thì số đó là $45 : \frac{5}{6} = 54$. □

VÍ DỤ 5. Biết $\frac{3}{5}$ của một số bằng 45. Hỏi $\frac{2}{3}$ của số đó là bao nhiêu?

LỜI GIẢI.

$\frac{3}{5}$ của một số bằng 45 thì số đó là $45 : \frac{3}{5} = 75$.

Do đó $\frac{2}{3}$ của số trên là $75 \cdot \frac{2}{3} = 50$. □

☐ DẠNG 2. Bài toán dẫn đến tìm một số biết giá trị phân số của nó

Phương pháp giải: **Phương pháp giải**

Căn cứ vào nội dung của bài toán, tìm cách chuyển bài toán về việc tìm một số biết giá trị một phân số của nó, từ đó thực hiện phép chia để tìm đáp số.

VÍ DỤ 1. Một kho gạo, sau khi xuất ra $\frac{7}{15}$ số gạo thì trong kho còn lại 480 tấn. Tính số gạo trong kho lúc đầu.

LỜI GIẢI.

Phân số chỉ số gạo còn lại là $1 - \frac{7}{15} = \frac{8}{15}$ (số gạo lúc đầu).

$\frac{8}{15}$ số gạo lúc đầu là 480 tấn. Do đó số gạo lúc đầu trong kho là $480 : \frac{8}{15} = 900$ (tấn). □

VÍ DỤ 2. Một khu đất hình chữ nhật có chiều dài là 60 m và bằng $\frac{5}{4}$ chiều rộng. Tính diện tích khu đất đó.

LỜI GIẢI.

$\frac{5}{4}$ chiều rộng bằng 60 m. Vậy chiều rộng của khu đất là $60 : \frac{5}{4} = 48$ (m).

Diện tích khu đất là $60 \cdot 48 = 2880$ (m²). □

VÍ DỤ 3. Khối lượng gạo bằng 78% khối lượng thóc đem xay xát. Tính số thóc đem xay xát để được 195 tấn gạo.

LỜI GIẢI.

78% khối lượng thóc đem xay xát là 195 tấn gạo. Vậy số thóc đem xay xát là

$$195 : \frac{78}{100} = 250 \text{ (tấn).}$$

VÍ DỤ 4. Biết $\frac{3}{4}$ quả dưa cộng với 0,3 kg thì được 6 kg. Tính khối lượng cả quả dưa. □

LỜI GIẢI.

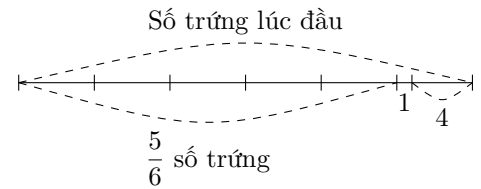
Khối lượng của $\frac{3}{4}$ quả dưa là $6 - 0,3 = 5,7$ (kg).

Khối lượng của quả dưa là $5,7 : \frac{3}{4} = 7,6$ (kg). □

VÍ DỤ 5. Một người mang đi bán một rổ trứng. Sau khi bán được $\frac{5}{6}$ số trứng và 1 quả thì số trứng còn lại là 4 quả. Tính số trứng mang đi bán.

LỜI GIẢI.

Nếu chỉ bán $\frac{5}{6}$ số trứng thì phân số chỉ số trứng còn lại là $1 - \frac{5}{6} = \frac{1}{6}$ (số trứng).
 $\frac{1}{6}$ số trứng có giá trị là $1 + 4 = 5$ (quả). Do đó số trứng mang đi bán là $5 : \frac{1}{6} = 30$ (quả).



□

□ DẠNG 3. Phối hợp hai bài toán cơ bản về phân số: Tìm giá trị phân số của một số cho trước và tìm một số biết giá trị phân số của nó

Phương pháp giải: **Phương pháp giải**

Ta có thể tìm số đó rồi tìm giá trị phân số của nó.

VÍ DỤ 1. Biết 30% chiều dài quãng đường AB là 42 km. Hỏi $\frac{5}{7}$ quãng đường AB dài bao nhiêu?

LỜI GIẢI.

30% chiều dài quãng đường AB là 42 km. Vậy chiều dài quãng đường AB là $42 : \frac{30}{100} = 140$ (km).
 Do đó $\frac{5}{7}$ quãng đường AB dài là $140 \cdot \frac{5}{7} = 100$ (km).

□

VÍ DỤ 2. Một học sinh đọc một quyển sách trong ba ngày. Ngày đầu đọc được $\frac{4}{15}$ số trang. Ngày thứ hai đọc được $\frac{2}{5}$ số trang. Ngày thứ ba đọc nốt 80 trang còn lại. Tính số trang sách đọc trong ngày đầu, số trang sách đọc trong ngày thứ hai.

LỜI GIẢI.

Phân số chỉ số trang sách đọc trong ngày thứ ba là $1 - \left(\frac{4}{15} + \frac{2}{5} \right) = \frac{1}{3}$ (số trang).

$\frac{1}{3}$ số trang là 80 trang. Vậy số trang của cả quyển sách là $80 : \frac{1}{3} = 240$ (trang).

Số trang đọc ngày đầu là $240 \cdot \frac{4}{15} = 64$ (trang).

Số trang đọc ngày thứ hai là $240 \cdot \frac{2}{5} = 96$ (trang).

□

VÍ DỤ 3. Ba đám ruộng thu hoạch được một số thóc. Số thóc thu hoạch ở đám thứ nhất chiếm $\frac{2}{5}$ tổng số thóc. Số thóc thu hoạch ở đám thứ hai bằng $\frac{4}{9}$ số thóc còn lại. Riêng đám thứ ba thu hoạch được 10 tấn. Hãy tính

- ① Tổng số thóc thu hoạch được ở cả ba đám ruộng.
- ② Số thóc thu hoạch được ở đám thứ nhất và đám thứ hai.

LỜI GIẢI.

① Phân số chỉ số thóc thu hoạch ở đám thứ hai và thứ ba là $1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$ (tổng số thóc).

Phân số chỉ số thóc thu hoạch ở đám thứ hai là $\frac{3}{5} \cdot \frac{4}{9} = \frac{4}{15}$ (tổng số thóc).

Phân số chỉ số thóc thu hoạch ở đám thứ ba là $\frac{3}{5} - \frac{4}{15} = \frac{1}{3}$ (tổng số thóc).

Vậy số thóc thu hoạch ở cả ba đám là $10 : \frac{1}{3} = 30$ (tấn).

② Số thóc thu hoạch ở đám thứ nhất là $30 \cdot \frac{2}{5} = 12$ (tấn).

Số thóc thu hoạch ở đám thứ hai là $3 = -(12 + 10) = 8$ (tấn).

□

Bài tập tự luyện

BÀI 1. Tìm một số biết

a) $\frac{9}{13}$ của nó bằng -117 .

b) 24% của nó bằng 36.

LỜI GIẢI.

① $\frac{9}{13}$ của một số bằng -117 nên số đó là $-117 : \frac{9}{13} = -169$.

② 24% của một số bằng 36 nên số đó là $36 : \frac{24}{100} = 150$.

□

BÀI 2. Biết $\frac{1}{2}$ của một số lớn hơn $\frac{1}{3}$ của nó là 10. Tính số đó.

LỜI GIẢI.

Ta có 10 là giá trị của $\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$ (số đã cho).

Vậy số đã cho là $10 : \frac{1}{6} = 60$.

□

BÀI 3. Biết rằng $\frac{3}{5}$ số công nhân trong xưởng là nữ, còn lại là 30 công nhân nam. Tính số công nhân của phân xưởng đó.

LỜI GIẢI.

Phân số chỉ số công nhân nam là $1 - \frac{3}{5} = \frac{2}{5}$ (số công nhân).

Số công nhân của phân xưởng là $30 : \frac{2}{5} = 75$ (công nhân).

□

BÀI 4. Một cửa hàng bán gạo trong ba ngày. Ngày đầu bán được $\frac{1}{4}$ số gạo. Ngày thứ hai bán được $\frac{4}{9}$ số gạo còn lại. Ngày thứ ba bán nốt 20 tấn. Tính tổng số gạo mà cửa hàng đã bán.

LỜI GIẢI.

Phân số chỉ số gạo bán trong ngày thứ hai là $\left(1 - \frac{1}{4}\right) \cdot \frac{4}{9} = \frac{1}{3}$ (tổng số gạo).

Phân số chỉ số gạo bán trong ngày thứ ba là $1 - \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{3}\right) = \frac{5}{12}$ (tổng số gạo).

Tổng số gạo bán trong ba ngày là $20 : \frac{5}{12} = 48$ (tấn).

□

BÀI 5. Ba người góp vốn mở một công ty. Người thứ nhất góp một số tiền bằng $\frac{1}{2}$ số tiền mà hai người kia góp. Người thứ hai góp $\frac{1}{3}$ số tiền mà hai người kia góp. Người thứ ba góp đúng 10 tỉ đồng. Tính số tiền góp của người thứ nhất và người thứ hai.

LỜI GIẢI.

Người thứ nhất góp $\frac{1}{3}$ tổng số vốn. Người thứ hai góp $\frac{1}{4}$ tổng số vốn.

Phần số chỉ số vốn người thứ ba góp là $1 - \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{3}\right) = \frac{5}{12}$ (tổng số vốn).

Tổng số vốn mà ba người đã góp là $10 : \frac{5}{12} = 24$ (tỉ đồng).

Số vốn người thứ nhất đã góp là $24 \cdot \frac{1}{3} = 8$ (tỉ đồng).

Số vốn người thứ hai đã góp là $24 \cdot \frac{1}{4} = 6$ (tỉ đồng). □

BÀI 11 TÌM TỈ SỐ CỦA HAI SỐ

A KIẾN THỨC TRỌNG TÂM

- ① Thương trong phép chia số a cho số b ($b \neq 0$) gọi là tỉ số của a và b .
- ② Muốn tìm tỉ số phần trăm của hai số a và b , ta nhân a với 100 rồi chia cho b và viết kí hiệu % vào kết quả.
- ③ Tỉ lệ xích của một bản vẽ (hoặc bản đồ) là tỉ số khoảng cách a giữa hai điểm trên bản vẽ (hoặc bản đồ) và khoảng cách b giữa hai điểm tương ứng trên thực tế (với cùng một đơn vị đo).
- ④ Để so sánh một cách trực quan các giá trị phần trăm của cùng một đại lượng, người ta dùng biểu đồ phần trăm: dạng cột, dạng ô vuông, dạng hình quạt.

B CÁC DẠNG TOÁN

□ DẠNG 1. Tìm tỉ số của hai số

Phương pháp giải: **Phương pháp giải:** Muốn tìm tỉ số của hai số a và b ta tính thương $a : b$ (hoặc $\frac{a}{b}$).

⚠ Chú ý:

- Nếu a và b là các số đo thì phải cùng một đơn vị đo.
- Kết quả nên viết dưới dạng phân số tối giản.

VÍ DỤ 1. Tính tỉ số của hai số

a) 0,25 và 3.

b) $2\frac{1}{4}$ và 6,3.

✎ LỜI GIẢI.

- ① Tỉ số của 0,25 và 3 là

$$0,25 : 3 = \frac{0,25}{3} = \frac{25}{300} = \frac{1}{12}.$$

- ② Tỉ số của $2\frac{1}{4}$ và 6,3 là

$$2\frac{1}{4} : 6,3 = \frac{9}{4} : \frac{63}{10} = \frac{5}{14}.$$



VÍ DỤ 2. Tính tỉ số của hai đại lượng

a) 16 kg và 0,8 tạ.

b) $\frac{4}{5}$ giờ và 32 phút.

LỜI GIẢI.

❶ Ta có $0,8 \text{ tạ} = 80 \text{ kg}$. Do đó tỉ số của 16 kg và 0,8 tạ là

$$16 : 80 = \frac{16}{80} = \frac{1}{5}.$$

❷ Ta có $\frac{4}{5} \text{ giờ} = 48 \text{ phút}$. Do đó tỉ số của $\frac{4}{5}$ giờ và 32 phút là

$$48 : 32 = \frac{48}{32} = \frac{3}{2}.$$



VÍ DỤ 3. Năm nay mẹ 36 tuổi, con 12 tuổi. Tính tỉ số tuổi con và tuổi mẹ

❶ Hiện nay.

❷ Sau đây 4 năm.

LỜI GIẢI.

❶ Tỉ số giữa tuổi con và tuổi mẹ hiện nay là

$$12 : 36 = \frac{12}{36} = \frac{1}{3}.$$

❷ Tỉ số tuổi con và tuổi mẹ sau đây 4 năm là

$$(12 + 4) : (36 + 4) = \frac{16}{40} = \frac{2}{5}.$$



VÍ DỤ 4. Một người đi xe đạp trong 1 phút được 250 (m). Một người khác đi xe máy với vận tốc 50 (km/h). Tính tỉ số vận tốc giữa người đi xe đạp và người đi xe máy.

LỜI GIẢI.

Quãng đường xe đạp đi được trong 1 giờ là

$$250 \cdot 60 = 15000 \text{ m}; \quad 15000 \text{ m} = 15 \text{ (km)}.$$

Tỉ số vận tốc giữa xe đạp và xe máy là

$$15 : 50 = \frac{15}{50} = \frac{3}{10}.$$



▢ DẠNG 2. Tìm tỉ số phần trăm của hai số*Phương pháp giải:* **Phương pháp giải:**

- Tỉ số phần trăm của a và b được tính theo công thức $\left(\frac{a \cdot 100}{b}\right)\%$.
- Cũng có thể tìm tỉ số phần trăm của hai số bằng cách tìm thương của hai số đó (thương này viết dưới dạng số thập phân) rồi chuyển dấu “phẩy” đi hai hàng sang bên phải và viết kí hiệu % vào kết quả.

VÍ DỤ 5. Tính tỉ số phần trăm của hai số:

a) 15 và 40.

b) 2,35 và $1\frac{2}{3}$.**✎ LỜI GIẢI.****①** Tỉ số phần trăm của 15 và 40 là

$$\left(\frac{15 \cdot 100}{40}\right)\% = 37,5\%$$

hoặc

$$15 : 40 = 0,375 = 37,5\%.$$

② Tỉ số phần trăm của 2,35 và $1\frac{2}{3}$ là

$$\left(\frac{2,35 \cdot 100}{\frac{5}{3}}\right)\% = \left(235 \cdot \frac{3}{5}\right)\% = 141\%$$

hoặc

$$2,35 : 1\frac{2}{3} = 1,41 = 141\%.$$

□

VÍ DỤ 6. Tính tỉ số phần trăm của hai đại lượng:

a) 45 m và 0,72 km.

b) 0,54 tấn và 72 kg.

✎ LỜI GIẢI.**①** Ta có $0,72 \text{ km} = 720 \text{ m}$. Do đó tỉ số phần trăm của 45 m và 0,72 km là

$$45 : 720 = 0,0625 = 6,25\%.$$

② Ta có $0,54 \text{ tấn} = 540 \text{ kg}$. Do đó tỉ số phần trăm của 0,54 tấn và 72 kg là

$$540 : 72 = 7,5 = 750\%.$$

□

VÍ DỤ 7. Một sản phẩm năm trước bán với giá 80000 đồng. Năm sau bán với giá 100000 đồng. Hỏi năm sau giá bán tăng thêm bao nhiêu phần trăm?

LỜI GIẢI.

Giá bán sản phẩm đó năm sau tăng hơn năm trước là

$$100000 - 80000 = 20000 \text{ đồng.}$$

Tỉ số phần trăm tăng thêm là

$$20000 : 80000 = 0,25 = 25\%.$$

□

VÍ DỤ 8. Một mặt hàng tăng giá 25%. Sau một thời gian, muốn trở về giá cũ thì số phần trăm phải giảm đi là bao nhiêu?

LỜI GIẢI.

Giả sử giá cũ là 100 thì giá mới sau tăng giá là 125.

Muốn trở về giá cũ thì tỉ số phần trăm phải giảm đi là

$$25 : 125 = 0,2 = 20\%.$$

□

☐ DẠNG 3. Tìm hai số biết tỉ số của chúng cùng với tổng hoặc hiệu của hai số đó

Phương pháp giải: **Phương pháp giải:** Vẽ sơ đồ biểu thị tỉ số của hai số đó với tổng hoặc hiệu của chúng, từ đó tìm ra mỗi số.

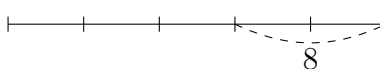
VÍ DỤ 9. Tỉ số giữa số nữ và số nam trong một lớp học là $1\frac{2}{3}$. Biết số nữ hơn số nam là 8. Hỏi lớp đó có bao nhiêu nữ, bao nhiêu nam?

LỜI GIẢI.

Ta có $1\frac{2}{3} = \frac{5}{3}$.

Số nữ học sinh của lớp đó là

$$\frac{8 \cdot 5}{5 - 3} = 20 \text{ học sinh.}$$

Nữ: 

Nam: 

Số nam học sinh là

$$20 - 8 = 12 \text{ học sinh.}$$

□

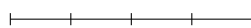
VÍ DỤ 10. Tỉ số giữa số sách ở ngăn I và ngăn II là $\frac{4}{9}$. Tổng số sách ở hai ngăn là 65 cuốn. Tính số sách ở mỗi ngăn.

LỜI GIẢI.

Số cuốn sách ở ngăn I là

$$\frac{65 \cdot 4}{4 + 9} = 20 \text{ cuốn.}$$

Ngăn 1:



Ngăn 2:



} 65

Số cuốn sách ở ngăn II là

$$65 - 20 = 45 \text{ cuốn.}$$

□

VÍ DỤ 11. Đầu năm, tỉ số giữa nam và nữ trong một lớp học là $\frac{3}{4}$. Đến học kì II có một học sinh nam chuyển đi nên tỉ số giữa nam và nữ của lớp là $\frac{7}{10}$. Tính tổng số nữ của lớp đó.

✎ **LỜI GIẢI.**

Ta có 1 học sinh ứng với $\frac{3}{4} - \frac{7}{10} = \frac{1}{20}$ (số nữ).

Vậy số nữ là $1 : \frac{1}{20} = 20$ (học sinh).

□

VÍ DỤ 12. Có hai chuồng gà. Tỉ số giữa số gà ở chuồng I so với chuồng II là $10 : 9$. Sau khi thêm 8 con vào chuồng II thì tỉ số giữa số gà ở chuồng I so với chuồng II là $10 : 11$. Tính số gà lúc đầu ở mỗi chuồng.

✎ **LỜI GIẢI.**

Vì số gà ở chuồng I không thay đổi nên ta so sánh số gà ở chuồng II với số gà ở chuồng I .

Lúc đầu, số gà ở chuồng II bằng $\frac{9}{10}$ số gà ở chuồng I .

Lúc sau, số gà ở chuồng II bằng $\frac{10}{11}$ số gà ở chuồng I .

Số gà tăng thêm ở chuồng II bằng $\frac{11}{10} - \frac{9}{10} = \frac{2}{10}$ số gà ở chuồng I , tức 8 con.

Vậy số gà ở chuồng I là

$$8 : \frac{2}{10} = 40 \text{ (con).}$$

Số gà lúc đầu ở chuồng II là $40 \cdot \frac{9}{10} = 36$ (con).

□

□ DẠNG 4. Các bài toán liên quan đến tỉ lệ xích

Phương pháp giải: **Phương pháp giải:** Gọi khoảng cách giữa hai điểm trên bản vẽ là a , khoảng cách giữa hai điểm trên thực tế là b và gọi tỉ lệ xích của bản vẽ là T . Khi đó

$$\begin{aligned} \text{— } T &= \frac{a}{b} \\ \text{— } a &= b \cdot T \\ \text{— } b &= \frac{a}{T} \end{aligned}$$

VÍ DỤ 13. Trên một bản đồ, khoảng cách giữa hai điểm A và B là 12 cm. Khoảng cách giữa hai điểm ấy trên thực tế là 60 km. Tính tỉ lệ xích của bản đồ.

✎ **LỜI GIẢI.**

Ta có $60 \text{ km} = 6000000 \text{ cm}$.

Tỉ lệ xích của bản đồ là

$$T = \frac{12}{6000000} = \frac{1}{500000} \text{ hay } 1 : 500000.$$

□

VÍ DỤ 14. Tỉ lệ xích của một bản vẽ là $1 : 2000$. Một cây cầu dài 1200 m thì trên bản vẽ cây cầu này dài bao nhiêu?

 **LỜI GIẢI.**

Ta có $T = \frac{a}{b} \Rightarrow a = b \cdot T$.

Độ dài của cây cầu trên bản vẽ là

$$a = 1200 \cdot \frac{1}{2000} = 0,6 \text{ (m)} = 60 \text{ (cm)}.$$

□

VÍ DỤ 15. Tỉ lệ xích của một bản vẽ là $1 : 5000$. Trên bản vẽ này, một đoạn đường đo được 42 cm . Hỏi trên thực tế đoạn đường này dài bao nhiêu?

 **LỜI GIẢI.**

Ta có $T = \frac{a}{b} \Rightarrow b = \frac{a}{T}$.

Chiều dài đoạn đường thực tế là

$$b = 42 : \frac{1}{5000} = 210000 \text{ (cm)}; \quad 210000 \text{ (cm)} = 2,1 \text{ km}.$$

□

□ DẠNG 5. Dựng biểu đồ phần trăm theo các số liệu cho trước

Phương pháp giải: **Phương pháp giải:**

- Tính tỉ số phần trăm của từng loại.
- Vẽ biểu đồ theo yêu cầu của đề bài.

VÍ DỤ 16. Một lớp có 30 học sinh. Cuối năm, xếp loại có 15 học sinh khá, 9 học sinh giỏi, còn lại là học sinh trung bình.

- ❶ Tính tỉ số phần trăm học sinh khá, giỏi, trung bình.
- ❷ Dựng biểu đồ dưới dạng cột và dưới dạng ô vuông.

 **LỜI GIẢI.**

- ❶ Tỉ số phần trăm học sinh khá so với cả lớp là

$$\frac{15}{30} = 0,5 = 50\%.$$

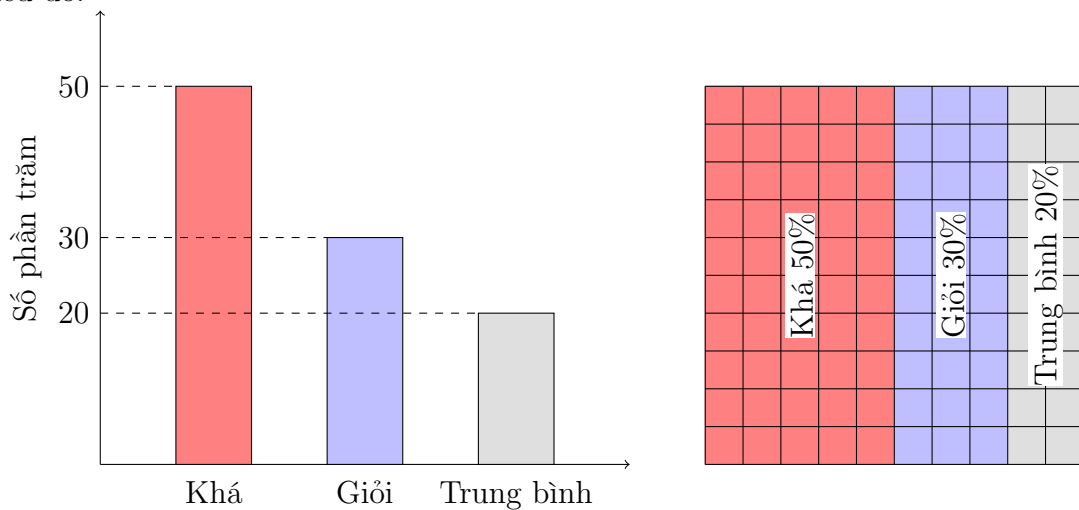
Tỉ số phần trăm học sinh giỏi so với cả lớp là

$$\frac{9}{30} = 0,3 = 30\%.$$

Tỉ số phần trăm học sinh trung bình so với cả lớp là

$$100\% - (50\% + 30\%) = 20\%.$$

② Dựng biểu đồ.



□

□ DẠNG 6. “Đọc” biểu đồ cho trước

Phương pháp giải: **Phương pháp giải:**

- Đối với biểu đồ cột: Độ cao của mỗi cột cho biết tỉ số phần trăm của mỗi loại.
- Đối với biểu đồ dạng ô vuông: Đếm số ô vuông của từng loại (tổng số có 100 ô vuông) ta được tỉ số phần trăm của mỗi loại.

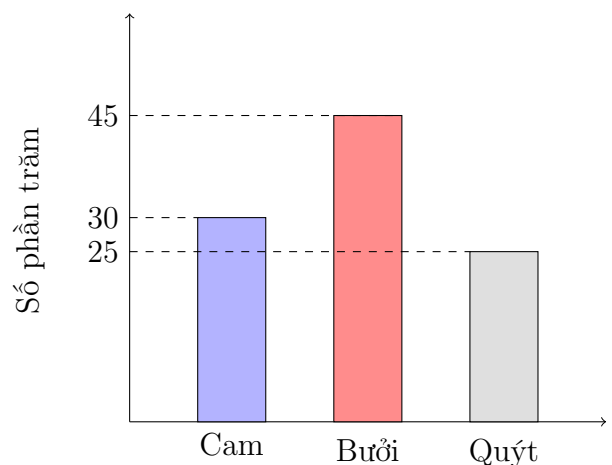
VÍ DỤ 17. Số cây trong vườn được biểu diễn như hình dưới. Hãy cho biết

- ① Loại cây nào được trồng nhiều nhất? Chiếm bao nhiêu phần trăm?
- ② Số cây Cam chiếm bao nhiêu phần trăm?
- ③ Tính tổng số cây trong vườn, biết rằng có 120 cây Quýt.

✍ LỜI GIẢI.

- ① Loại cây được trồng nhiều nhất là Bưởi, chiếm 45% tổng số cây.
 - ② Số cây Cam chiếm 30%
 - ③ Số cây Quýt chiếm 25%
- Tổng số cây trong vườn là

$$120 : \frac{25}{100} = 480 \text{ cây.}$$



□

Bài tập tự luyện**BÀI 1.** Viết các tỉ số sau dưới dạng tỉ số của hai số nguyên

a) $4\frac{4}{5} : 2, 2.$

b) $\left(66\frac{2}{3}\right) \%.$

LỜI GIẢI.

$$\textcircled{1} 4\frac{4}{5} : 2,2 = \frac{24}{5} : \frac{22}{10} = \frac{240}{110} = \frac{24}{11}.$$

$$\textcircled{2} \left(66\frac{2}{3}\right)\% = \left(\frac{200}{3}\right)\% = \frac{200}{3} \cdot \frac{1}{100} = \frac{2}{3}.$$

□

BÀI 2. Tính tỉ số của hai số

a) 48 và 500.

b) 0,54 và $1\frac{7}{20}$.**LỜI GIẢI.**

$$\textcircled{1} 48 : 500 = \frac{48}{500} = \frac{12}{125}.$$

$$\textcircled{2} 0,54 : 1\frac{7}{20} = \frac{54}{100} : \frac{27}{20} = \frac{54 \cdot 20}{100 \cdot 27} = \frac{2}{5}.$$

□

BÀI 3. Tính tỉ số và tỉ số phần trăm của hai đại lượnga) 48 dm² và 5 m².b) 40 phút và $3\frac{1}{3}$ giờ.**LỜI GIẢI.**

$\textcircled{1}$ Ta có $5 \text{ m}^2 = 500 \text{ dm}^2$. Do đó tỉ số và tỉ số phần trăm của 48 dm² và 5 m² là

$$48 : 500 = \frac{48}{500} = \frac{12}{125} = 0,096 = 9,6\%.$$

$\textcircled{2}$ Ta có $3\frac{1}{3}$ giờ = 200 phút. Do đó tỉ số và tỉ số phần trăm của 40 phút và $3\frac{1}{3}$ giờ là

$$40 : 200 = \frac{40}{200} = \frac{1}{5} = 20\%.$$

□

BÀI 4. Tỉ số của hai số a và b bằng $\frac{7}{9}$. Tỉ số của hai số b và c là $\frac{15}{28}$. Tính tỉ số của a và c .**LỜI GIẢI.**

Ta có

Tỉ số của hai số a và b là $\frac{a}{b} = \frac{7}{9}$.Tỉ số của hai số b và c là $\frac{b}{c} = \frac{15}{28}$.Do đó tỉ số của hai số a và c là

$$\frac{a}{c} = \frac{a}{b} \cdot \frac{b}{c} = \frac{7}{9} \cdot \frac{15}{28} = \frac{5}{12}.$$

□

BÀI 5. Tỉ số công nhân của phân xưởng I và phân xưởng II là $\frac{8}{5}$. Sau khi chuyển 25 công nhân từ phân xưởng I sang phân xưởng II thì tỉ số công nhân của phân xưởng I và phân xưởng II là $\frac{7}{6}$. Tính tổng số công nhân của hai phân xưởng.

LỜI GIẢI.

Lúc đầu, số công nhân ở phân xưởng I bằng $\frac{8}{13}$ tổng số công nhân.

Về sau số công nhân ở phân xưởng I bằng $\frac{7}{13}$ tổng số công nhân.

25 công nhân ứng với $\frac{8}{13} - \frac{7}{13} = \frac{1}{13}$ tổng số công nhân.

Do đó tổng số công nhân của hai phân xưởng là

$$25 : \frac{1}{13} = 325 \text{ người.}$$

□

BÀI 12 ÔN TẬP CHƯƠNG III

A TRỌNG TÂM KIẾN THỨC

1. Mở rộng khái niệm phân số. Hai phân số bằng nhau:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow ad = bc \quad (a, b, c, d \in \mathbb{Z}; b, d \neq 0).$$

2. Tính chất cơ bản của phân số và những ứng dụng:

Rút gọn phân số, quy đồng mẫu các phân số, so sánh phân số.

$$\frac{a}{b} = \frac{a \cdot m}{b \cdot m} = \frac{a : n}{b : n} \quad (m \in \mathbb{Z}; n \in \text{ƯC}(a, b)).$$

3. Các phép tính về phân số: cộng, trừ, nhân, chia các phân số.

$$\frac{a}{m} \pm \frac{b}{m} = \frac{a \pm b}{m}; \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}; \frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}.$$

4. Ba bài toán cơ bản về phân số:

- Tìm giá trị phân số của một số cho trước;
- Tìm một số biết giá trị một phân số của nó;
- Tìm tỉ số của hai số.

5. Biểu đồ phần trăm

B CÁC DẠNG TOÁN

□ DẠNG 1. Khái niệm phân số, giá trị của phân số

Phương pháp giải: Phương pháp giải

- Dựa vào điều kiện $\frac{a}{b}$ được gọi là phân số, nếu $a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0$.
- Dựa vào tính chất cơ bản của phân số.

VÍ DỤ 1. Tìm $n \in \mathbb{Z}$ để biểu thức $P = \frac{1,5n}{n+10}$

- ❶ Là phân số.
- ❷ Có giá trị là $\frac{7}{8}$.

🔗 LỜI GIẢI.

- ❶ $P = \frac{1,5n}{n+10}$ là phân số
- $$\Leftrightarrow \begin{cases} 1,5 \cdot n \in \mathbb{Z} \\ n+10 \in \mathbb{Z} \\ n+10 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n \text{ là số nguyên chẵn} \\ n \neq -10 \end{cases}$$
- ❷ Ta có

$$\begin{aligned} P = \frac{7}{8} &\Leftrightarrow \frac{1,5 \cdot n}{n+10} = \frac{7}{8} \\ \Leftrightarrow 8 \cdot 1,5 \cdot n &= 7(n+10) \\ \Leftrightarrow 12 \cdot n &= 7n+70 \\ \Leftrightarrow 8 \cdot 1,5 \cdot n &= 7(n+10) \\ \Leftrightarrow 12n - 7n &= 70 \\ \Leftrightarrow 5n &= 70 \\ \Leftrightarrow n &= 14. \end{aligned}$$

□

VÍ DỤ 2. Trong các phân số sau, phân số nào không có giá trị nguyên?

A. $\frac{10^n - 1}{2} (n \in \mathbb{N}^*)$. B. $\frac{10^{99} + 5}{5}$. C. $\frac{10^{99} + 2}{3}$. D. $\frac{10^{99} - 1}{9}$.

🔗 LỜI GIẢI.

Ta có

$$\frac{10^n - 1}{2} = \frac{\overbrace{100 \dots 0}^n - 1}{2} = \frac{\overbrace{99 \dots 9}^n}{2}.$$

Phân số này có tử số là một số nguyên lẻ, mẫu số là một số chẵn nên giá trị của nó không phải là một số nguyên.

Chọn đáp án **A**

□

VÍ DỤ 3. Trong bốn phân số $\frac{23}{45}$; $\frac{2323}{4545}$; $\frac{23232}{45454}$; $\frac{232323}{454545}$, phân số nào không bằng các phân số còn lại?

🔗 LỜI GIẢI.

Ta có

$$\begin{aligned} \frac{2323}{4545} &= \frac{2323 : 101}{4545 : 101} = \frac{23}{45} \\ \frac{232323}{454545} &= \frac{232323 : 10101}{454545 : 10101} = \frac{23}{45} \end{aligned}$$

Còn $\frac{23232}{45454} \neq \frac{23}{45}$ vì $23232 \cdot 45 \neq 45454 \cdot 23$.

Vậy phân số $\frac{23232}{45454}$ không bằng các phân số còn lại. □

□ DẠNG 2. So sánh các phân số

Phương pháp giải: **Phương pháp giải**

- Đưa về so sánh hai phân số cùng mẫu dương, phân số nào có tử số lớn hơn thì lớn hơn.
- Có thể dùng một số thứ ba làm trung gian.

VÍ DỤ 4. Cho $0 < a < b$. Hãy so sánh hai phân số $\frac{a}{b}$ và $\frac{a+1}{b+1}$.

✎ LỜI GIẢI.

Quy đồng mẫu hai phân số ta được

$$\begin{aligned}\frac{a}{b} &= \frac{a(b+1)}{b(b+1)} = \frac{ab+a}{b(b+1)} \\ \frac{a+1}{b+1} &= \frac{b(a+1)}{b(b+1)} = \frac{ab+b}{b(b+1)}\end{aligned}$$

Vì $0 < a < b$ nên $ab+a < ab+b$
Do đó $\frac{ab+a}{b(b+1)} < \frac{ab+b}{b(b+1)}$ hay $\frac{a}{b} < \frac{a+1}{b+1}$. □

VÍ DỤ 5. Cho $a > b > 0$. Hãy so sánh hai phân số $\frac{a}{b}$ và $\frac{a+m}{b+m}$ ($m \in \mathbb{N}^*$).

✎ LỜI GIẢI.

Quy đồng mẫu hai phân số ta được

$$\begin{aligned}\frac{a}{b} &= \frac{a(b+m)}{b(b+m)} = \frac{ab+am}{b(b+m)} \\ \frac{a+m}{b+m} &= \frac{b(a+m)}{b(b+m)} = \frac{ab+bm}{b(b+m)}\end{aligned}$$

Vì $a > b > 0$ và ($m \in \mathbb{N}^*$) nên $ab+am > ab+bm$

Do đó $\frac{ab+am}{b(b+m)} > \frac{ab+bm}{b(b+m)}$ hay $\frac{a}{b} > \frac{a+m}{b+m}$. □

VÍ DỤ 6. Sắp xếp các phân số sau theo thứ tự giảm dần: $\frac{5}{9}$; $\frac{6}{10}$ và $\frac{4}{11}$.

✎ LỜI GIẢI.

Ta có $\frac{4}{11} < \frac{4}{9}$; $\frac{4}{9} < \frac{5}{9}$;

Do đó $\frac{4}{11} < \frac{5}{9}$.

Mặt khác, $\frac{5}{9} < \frac{5+1}{9+1} = \frac{6}{10}$ (xem ví dụ 1)

Suy ra $\frac{4}{11} < \frac{5}{9} < \frac{6}{10}$. □

VÍ DỤ 7. Cho a, b, c là các số nguyên dương. Chứng tỏ rằng

$$S = \frac{a}{a+b} + \frac{b}{b+c} + \frac{c}{c+a} > 1.$$

 **LỜI GIẢI.**

Ta có

$$\begin{aligned}\frac{a}{a+b} &> \frac{a}{a+b+c} \\ \frac{b}{b+c} &> \frac{b}{a+b+c} \\ \frac{c}{c+a} &> \frac{c}{a+b+c}\end{aligned}$$

Cộng từng vế ba bất đẳng thức trên ta được:

$$S = \frac{a}{a+b} + \frac{b}{b+c} + \frac{c}{c+a} > \frac{a}{a+b+c} + \frac{b}{a+b+c} + \frac{c}{a+b+c} = 1.$$

□

DẠNG 3. Tìm phân số thỏa mãn điều kiện cho trước

Phương pháp giải: **Phương pháp giải**

Vận dụng tính chất cơ bản của phân số để biến đổi phân số phải tìm thành một phân số gần với các điều kiện của bài toán.

VÍ DỤ 8. Tìm phân số có giá trị bằng phân số $\frac{12}{30}$ và có tổng của tử và mẫu là 70.

 **LỜI GIẢI.**

Ta có

$$\frac{12}{30} = \frac{2}{5} = \frac{2 \cdot n}{5 \cdot n} (n \in \mathbb{Z}; n \neq 0).$$

Ta có $2n + 5n = 70$ hay $7n = 70$, suy ra $n = 10$.

Do đó phân số phải tìm là $\frac{2 \cdot n}{5 \cdot n} = \frac{20}{50}$.

□

VÍ DỤ 9. Viết phân số $\frac{7}{12}$ thành tổng của ba phân số có tử là 1 và mẫu khác nhau.

 **LỜI GIẢI.**

Ta có

$$\frac{7}{12} = \frac{21}{36} = \frac{3}{36} + \frac{6}{36} + \frac{12}{36} = \frac{1}{12} + \frac{1}{6} + \frac{1}{3}.$$

□

☐ DẠNG 4. Thực hiện các phép tính về phân số*Phương pháp giải:* **Phương pháp giải**

- Thứ tự thực hiện các phép tính đối với phân số cũng tương tự đối với số tự nhiên.
- Có thể áp dụng các tính chất cơ bản của phép cộng, phép nhân phân số để tính toán được nhanh gọn, hợp lí.

VÍ DỤ 10. Tính giá trị của biểu thức:

$$A = 1,5 - \frac{2}{3} : \left(\frac{2}{9} + \frac{1}{6} \right).$$

✎ LỜI GIẢI.

Ta có

$$\begin{aligned} A &= \frac{3}{2} - \frac{2}{3} : \left(\frac{2}{9} + \frac{1}{6} \right) = \frac{3}{2} - \frac{2}{3} : \frac{7}{18} \\ &= \frac{3}{2} - \frac{2}{3} \cdot \frac{18}{7} = \frac{3}{2} - \frac{12}{7} = -\frac{3}{14}. \end{aligned}$$

☐

VÍ DỤ 11. Tính giá trị của biểu thức:

$$B = \left(\frac{5}{8} - 0,2 \right) : \frac{1}{2} - 0,25.$$

✎ LỜI GIẢI.

Ta có

$$\begin{aligned} B &= \left(\frac{5}{8} - \frac{1}{5} \right) : \frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{17}{40} \cdot 2 - \frac{1}{4} \\ &= \frac{17}{20} - \frac{1}{4} = \frac{12}{20} = \frac{3}{5}. \end{aligned}$$

☐

VÍ DỤ 12. Tìm x , biết:

$$\left(1\frac{4}{7} - x \right) : \left(0,5 - \frac{5}{21} \right) = 2\frac{8}{11}.$$

✎ LỜI GIẢI.

Ta có

$$\begin{aligned}\left(\frac{11}{7} - x\right) : \left(\frac{1}{2} - \frac{5}{21}\right) &= \frac{30}{11} \\ \left(\frac{11}{7} - x\right) : \frac{11}{42} &= \frac{30}{11} \\ \frac{11}{7} - x &= \frac{30}{11} \cdot \frac{11}{42} = \frac{5}{7} \\ x &= \frac{11}{7} - \frac{5}{7} = \frac{6}{7}.\end{aligned}$$

□

□ DẠNG 5. Giải các bài toán cơ bản về phân số

Phương pháp giải: **Phương pháp giải**

- Muốn tìm giá trị phân số của một số cho trước ta lấy số cho trước nhân với phân số.
- Muốn tìm một số biết giá trị một phân số của nó ta lấy giá trị này chia cho phân số.
- Muốn tìm tỉ số của hai số ta lấy số thứ nhất chia cho số thứ hai.

VÍ DỤ 13. Một khu đất hình chữ nhật có $\frac{3}{5}$ diện tích để trồng cây, $\frac{3}{10}$ diện tích để đào ao thả cá, còn lại để làm khu chăn nuôi. Biết khu chăn nuôi có diện tích là 1152 m². Hãy tính:

- ❶ Diện tích toàn bộ khu đất.
- ❷ Tỉ số phần trăm giữa chiều rộng và chiều dài, nếu chiều dài khu đất là 120m.

LỜI GIẢI.

- ❶ Phân số chỉ diện tích khu chăn nuôi là

$$1 - \left(\frac{3}{5} + \frac{3}{10}\right) = \frac{1}{10} \text{ (diện tích khu đất).}$$

Diện tích toàn bộ khu đất là:

$$1152 : \frac{1}{10} = 11520 \text{ (m}^2\text{)}.$$

- ❷ Chiều rộng khu đất là:

$$11520 : 120 = 96 \text{ (m)}$$

Tỉ số phần trăm giữa chiều rộng và chiều dài là:

$$96 : 120 = 0,8 = 80\%.$$

□

VÍ DỤ 14. Khối lớp 6 của một trường có 3 lớp. Số học sinh lớp 6A bằng $\frac{3}{10}$ tổng số học sinh.

Số học sinh lớp 6B bằng $1\frac{1}{18}$ số học sinh lớp 6A. Số học sinh lớp 6C nhiều hơn số học sinh lớp 6B là 8 người. Tính tổng số học sinh cả ba lớp.

LỜI GIẢI.

Phần số chỉ số học sinh lớp 6B là:

$$\frac{3}{10} \cdot 1\frac{1}{18} = \frac{19}{60} \text{ (tổng số)}$$

Phần số chỉ số học sinh lớp 6C là:

$$1 - \left(\frac{3}{10} + \frac{19}{60} \right) = \frac{23}{60} \text{ (tổng số)}$$

Phần số chỉ số học sinh lớp 6C nhiều hơn số học sinh lớp 6B là:

$$\frac{23}{60} - \frac{19}{60} = \frac{1}{15} \text{ (tổng số)}$$

Tổng số học sinh ba lớp là:

$$8 : \frac{1}{15} = 120 \text{ (học sinh).}$$

□

VÍ DỤ 15. Tỉ số giữa số gạo nếp và gạo tẻ trong một cửa hàng là $\frac{2}{9}$. Sau khi bán đi 3 tạ gạo tẻ thì tỉ số giữa gạo nếp và gạo tẻ là $\frac{1}{4}$. Hỏi lúc đầu mỗi loại gạo có bao nhiêu tạ?

LỜI GIẢI.

Vì số gạo nếp không đổi nên ta so sánh số gạo tẻ với số gạo nếp trong hai trường hợp.

Lúc đầu, số gạo tẻ bằng $\frac{9}{2}$ số gạo nếp.

Về sau, số gạo tẻ bằng $\frac{4}{1}$ số gạo nếp.

Số gạo tẻ giảm đi bằng:

$$\frac{9}{2} - \frac{4}{1} = \frac{1}{2} \text{ (số gạo nếp) hay 3 tạ.}$$

Vậy số gạo nếp có:

$$3 : \frac{1}{2} = 6 \text{ (tạ).}$$

Số gạo tẻ có:

$$6 \cdot \frac{9}{2} = 27 \text{ (tạ).}$$

□

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

BÀI 1. Tính giá trị của các biểu thức sau:

$$\text{a) } A = 3,2 \cdot \frac{15}{64} - \left(\frac{4}{5} + \frac{2}{3} \right) : 3\frac{2}{3};$$

$$\text{b) } B = \frac{\left(\frac{3}{5} + 0,415 + \frac{1}{200} \right) : 1\%}{30,75 + \frac{1}{12} + 3\frac{1}{6}}.$$

LỜI GIẢI.

a) Ta có

$$\begin{aligned} A &= \frac{16}{5} \cdot \frac{15}{64} - \left(\frac{4}{5} + \frac{2}{3} \right) : \frac{11}{3} \\ &= \frac{3}{4} - \frac{22}{15} \cdot \frac{3}{11} = \frac{3}{4} - \frac{2}{5} = \frac{7}{20}. \end{aligned}$$

b) Ta có

$$\begin{aligned} B &= \frac{\left(\frac{3}{5} + \frac{83}{200} + \frac{1}{200} \right) : \frac{1}{100}}{\frac{123}{4} + \frac{1}{12} + \frac{19}{6}} \\ &= \frac{\frac{204}{200} \cdot 100}{\frac{102}{3}} \\ &= 3. \end{aligned}$$

□

BÀI 2. Tìm x biết:

a) $\left(2\frac{4}{5} \cdot x - 50 \right) \cdot 1\frac{1}{2} = 51;$

b) $(4,5 - 2x) : \frac{3}{11} = \frac{11}{15}.$

LỜI GIẢI.

a) Ta có

$$\begin{aligned} \left(\frac{14}{5} \cdot x - 50 \right) \cdot \frac{3}{2} &= 51 \\ \frac{14}{5} \cdot x - 50 &= 51 : \frac{3}{2} \\ \frac{14}{5} \cdot x - 50 &= 51 \cdot \frac{2}{3} = 34 \\ \frac{14}{5} \cdot x &= 34 + 50 = 84 \\ x &= 84 : \frac{14}{5} \\ x &= 84 \cdot \frac{5}{14} = 30. \end{aligned}$$

b) Ta có

$$\begin{aligned}\left(\frac{9}{2} - 2x\right) : \frac{3}{11} &= \frac{11}{15} \\ \frac{9}{2} - 2x &= \frac{11}{15} \cdot \frac{3}{11} = \frac{1}{5} \\ 2x &= \frac{9}{2} - \frac{1}{5} = \frac{43}{10} \\ x &= \frac{43}{10} : 2 = \frac{43}{20}.\end{aligned}$$

□

BÀI 3. Mẹ hơn con 24 tuổi. Năm năm trước đây tỉ số giữa tuổi con và tuổi mẹ là $\frac{1}{4}$. Tính tuổi con và tuổi mẹ hiện nay.

LỜI GIẢI.

Tuổi con 5 năm trước là:

$$\frac{24 \cdot 1}{4 - 1} = 8 \text{ (tuổi)}$$

Tuổi con hiện nay là:

$$8 + 5 = 13 \text{ (tuổi)}$$

Tuổi mẹ hiện nay là:

$$24 + 13 = 37 \text{ (tuổi)}$$

□

BÀI 4. Một đám đất hình chữ nhật có chiều dài 80m, chiều rộng bằng $\frac{3}{4}$ chiều dài.

a) Tính diện tích đám đất đó.

b) Người ta để $\frac{7}{12}$ diện tích đám đất để trồng cây, 30% diện tích còn lại làm chuồng trại chăn nuôi. Tính diện tích khu chuồng trại.

c) Tính tỉ số diện tích khu chuồng trại so với diện tích cả đám đất.

LỜI GIẢI.

a) Chiều rộng đám đất là:

$$80 \cdot \frac{3}{4} = 60 \text{ (m)}$$

Diện tích đám đất là:

$$80 \cdot 60 = 4800 \text{ (m}^2\text{)}.$$

b) Diện tích trồng cây là:

$$4800 \cdot \frac{7}{12} = 2800 \text{ (m}^2\text{)}$$

Diện tích khu chuồng trại là:

$$(4800 - 2800) \cdot \frac{30}{100} = 600 \text{ (m}^2\text{)}.$$

c) Tỷ số diện tích khu chuồng trại so với diện tích cả đám đất là:

$$\left(\frac{600 \cdot 100}{4800} \right) \% = 12,5\%.$$

□

BÀI 5. So sánh $\frac{10^n}{10^n + 1}$ và $\frac{10^n + 1}{10^n + 2}$ ($n \in \mathbb{N}$).

 **LỜI GIẢI.**

Ta có

$$\frac{10^n}{10^n + 1} = 1 - \frac{1}{10^n + 1} \quad (1)$$

$$\frac{10^n + 1}{10^n + 2} = 1 - \frac{1}{10^n + 2} \quad (2)$$

Vì $\frac{1}{10^n + 1} > \frac{1}{10^n + 2}$ nên từ (1) và (2) suy ra $\frac{10^n}{10^n + 1} < \frac{10^n + 1}{10^n + 2}$

□

BÀI 6. Chứng tỏ rằng:

$$S = \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \cdots + \frac{1}{200^2} < 1.$$

 **LỜI GIẢI.**

Ta có

$$\begin{aligned} \frac{1}{2^2} &< \frac{1}{1 \cdot 2}; \frac{1}{3^2} < \frac{1}{2 \cdot 3}; \\ \frac{1}{4^2} &< \frac{1}{3 \cdot 4}; \cdots; \frac{1}{200^2} < \frac{1}{199 \cdot 200} \end{aligned}$$

Suy ra

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \cdots + \frac{1}{200^2} \\ &< \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \cdots + \frac{1}{199 \cdot 200} \\ &= \frac{1}{1} - \frac{1}{200} < 1. \end{aligned}$$

□

PHẦN
III

HÌNH HỌC

CHƯƠNG

4

ĐOẠN THẲNG

BÀI 1 ĐIỂM - ĐƯỜNG THẲNG

A TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Điểm, đường thẳng

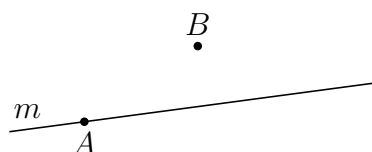
Điểm, đường thẳng là các hình hình học không được định nghĩa.

Hình ảnh của điểm là một dấu chấm nhỏ.

Hình ảnh của đường thẳng là sợi chỉ căng thẳng.

2. Vị trí của điểm và đường thẳng

Trong hình bên dưới



— Điểm A thuộc đường thẳng m , kí hiệu $A \in m$.

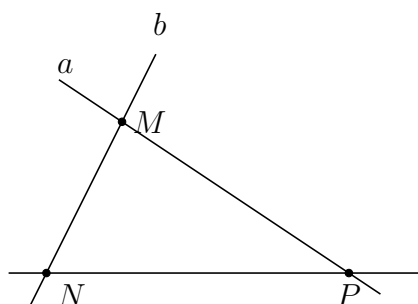
— Điểm B không thuộc đường thẳng m , kí hiệu $B \notin m$.

B CÁC DẠNG TOÁN VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI

DẠNG 1. Nhận biết điểm thuộc đường thẳng và đường thẳng đi qua điểm

Phương pháp giải: Những điểm nằm trên đường thẳng thì thuộc đường thẳng ấy và đường thẳng ấy đi qua những điểm đó.

VÍ DỤ 1. Cho hình vẽ dưới đây. Điền kí hiệu thích hợp vào ô trống



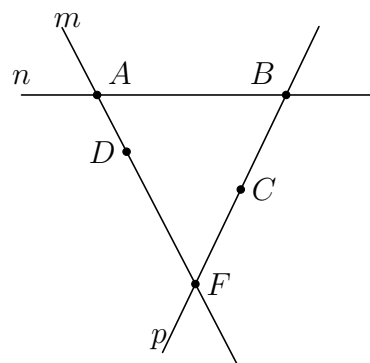
a) $M \square a$; $M \square c$; $N \square a$;b) $N \square b$; $P \square c$; $N \square c$.

LỜI GIẢI.

a) $M \in a$; $M \notin c$; $N \notin a$;b) $N \in b$; $P \in c$; $N \in c$.

VÍ DỤ 2. Cho hình vẽ bên.

- Điểm B thuộc đường thẳng nào? Điểm F thuộc đường thẳng nào?
- Điểm A thuộc đường thẳng nào? Và không thuộc đường thẳng nào?
- Đường thẳng nào đi qua điểm C ? Đường thẳng nào đi qua điểm A và B ?
- Đường thẳng m đi qua những điểm nào?



LỜI GIẢI.

- $B \in n$; $B \in p$; $F \in m$; $F \in p$.
- $A \in m$; $A \in n$; $A \notin p$.
- Đường thẳng p đi qua điểm C . Đường thẳng n đi qua điểm A và B .
- Đường thẳng m đi qua các điểm A, D, F .

DẠNG 2. Vẽ điểm, vẽ đường theo điều kiện cho trước

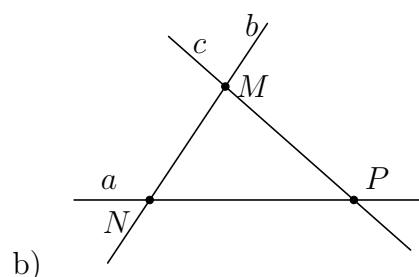
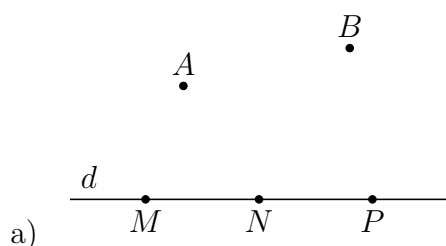
Phương pháp giải:

- Vẽ đường thẳng trước theo yêu cầu của bài.
- Rồi vẽ điểm thuộc đường thẳng hay không thuộc đường thẳng hoặc đặt tên.

VÍ DỤ 3. Vẽ hình theo cách diễn đạt sau

- Đường thẳng d đi qua các điểm M, N, P nhưng không đi qua các điểm A, B .
- Vẽ ba đường thẳng a, b, c đôi một cắt nhau.

LỜI GIẢI.



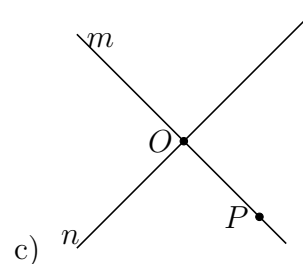
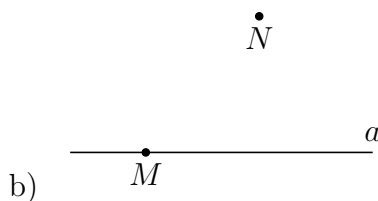
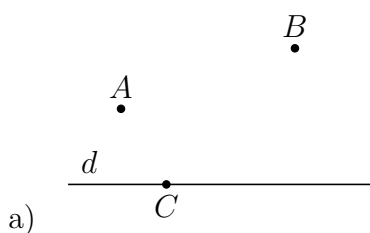
VÍ DỤ 4. Dùng kí hiệu để ghi các cách diễn đạt sau đây rồi vẽ hình minh họa

- ❶ Điểm A và điểm B không nằm trên đường thẳng d ; điểm C nằm trên đường thẳng d .
- ❷ Đường thẳng a chứa điểm M và không chứa điểm N .
- ❸ Điểm O nằm trên hai đường thẳng m và n còn điểm P chỉ thuộc đường thẳng m .

✎ **LỜI GIẢI.**

- ❶ $A \notin d; B \notin d; C \in d$.
- ❷ $M \in a; N \notin a$.
- ❸ $O \in m; O \in n; P \in m; P \notin n$.

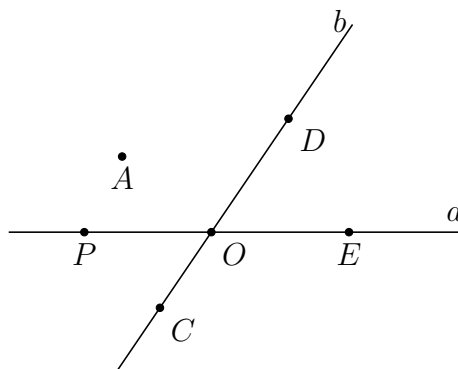
Hình vẽ minh họa



□

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

BÀI 1. Cho hình vẽ



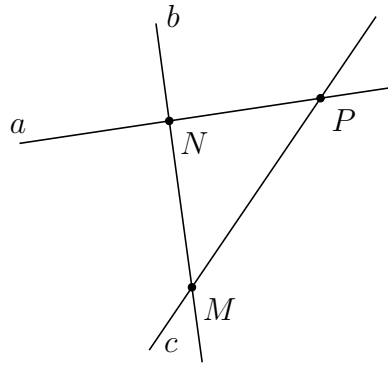
- ❶ Có những điểm nào nằm trên đường thẳng a và nằm ngoài đường thẳng b ?
- ❷ Có những điểm nào nằm trên đường thẳng b và nằm ngoài đường thẳng a ?
- ❸ Có những điểm nào thuộc đường thẳng a và thuộc đường thẳng b ?
- ❹ Có những điểm nào không thuộc đường thẳng a và không thuộc đường thẳng b ?

✎ **LỜI GIẢI.**

- ❶ Điểm nằm trên đường thẳng a và nằm ngoài đường thẳng b là điểm P và E .
- ❷ Điểm nằm trên đường thẳng b và nằm ngoài đường thẳng a là điểm C và D .
- ❸ Điểm thuộc đường thẳng a và thuộc đường thẳng b là điểm O .
- ❹ Điểm không thuộc đường thẳng a và không thuộc đường thẳng b là điểm A .

□

BÀI 2. Cho hình dưới



Hãy dùng ký hiệu $\in$; $\notin$ để biểu diễn quan hệ về vị trí của điểm M ; N ; P đối với các đường thẳng a ; b và c .

LỜI GIẢI.

- $M \in c$; $M \in b$; $M \notin a$.
- $N \in a$; $N \in b$; $N \notin c$.
- $P \in a$; $P \in c$; $P \notin b$.

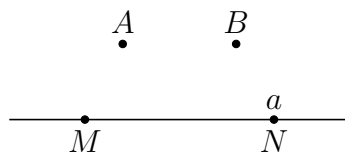
□

BÀI 3. Vẽ hình theo cách diễn đạt sau

- Vẽ đường thẳng d .
- Vẽ điểm M, N thuộc đường thẳng d .
- Vẽ điểm A, B không thuộc đường thẳng d .

LỜI GIẢI.

Ta có thể vẽ như sau



□

BÀI 2 BA ĐIỂM THẲNG HÀNG

A TÓM TẮT LÝ THUYẾT

Định nghĩa 1. Ba điểm thẳng hàng khi chúng cùng thuộc một đường thẳng.
Ba điểm không thẳng hàng khi chúng không cùng thuộc bất kì đường thẳng nào.

Định lí 1. Trong ba điểm thẳng hàng, có một điểm và chỉ có một điểm nằm giữa hai điểm còn lại.
Trong hình bên điểm C nằm giữa hai điểm A và B .

! Nếu có một điểm nằm giữa hai điểm khác thì ba điểm đó thẳng hàng.

B CÁC DẠNG TOÁN

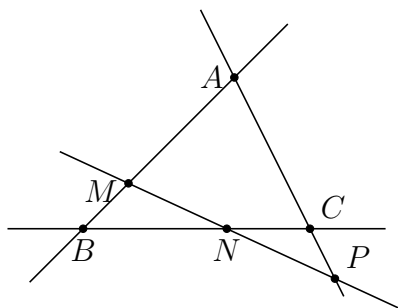
□ DẠNG 1. Nhận biết ba điểm thẳng hàng, điểm nằm giữa, nằm khác phía, nằm cùng phía

Phương pháp giải:

- Nếu ba điểm cùng thuộc một đường thẳng thì ba điểm đó thẳng hàng.
- Muốn vẽ ba điểm thẳng hàng ta vẽ một đường thẳng rồi lấy ba điểm trên đường thẳng đó.
- Muốn vẽ ba điểm không thẳng hàng ta vẽ một đường thẳng rồi lấy hai điểm trên đường thẳng, điểm còn lại lấy ở ngoài đường thẳng.

 Khi nói hai điểm, ba điểm, ... mà không nói gì thêm, ta hiểu là hai điểm, ba điểm phân biệt.

VÍ DỤ 1. Cho hình vẽ sau. Nêu những bộ ba điểm thẳng hàng.

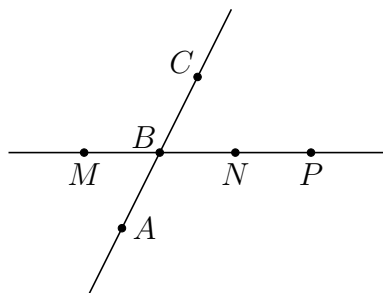


 **LỜI GIẢI.**

Những bộ ba điểm thẳng hàng là

- A, M, B thẳng hàng;
- A, C, P thẳng hàng;
- M, N, P thẳng hàng;
- B, N, C thẳng hàng.

VÍ DỤ 2. Cho hình sau. Có bao nhiêu bộ ba điểm thẳng hàng?



 **LỜI GIẢI.**

Các bộ ba điểm thẳng hàng là $(A; B; C)$; $(M; B; N)$; $(M; B; P)$; $(B; N; P)$; $(M; N; P)$. Vậy có 5 bộ ba điểm thẳng hàng. □

□ DẠNG 2. Xác định điểm nằm giữa, nằm khác phía, nằm cùng phía

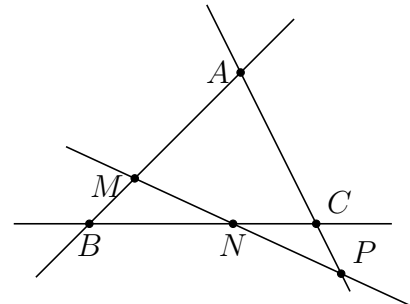
Phương pháp giải: Nếu điểm B nằm giữa hai điểm A và C thì

- Hai điểm A và C nằm khác phía đối với B ,
- Hai điểm A và B nằm cùng phía đối với C ,
- Hai điểm B và C nằm cùng phía đối với A .

VÍ DỤ 3.

Cho hình vẽ bên.

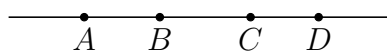
- ❶ Điểm nào nằm giữa hai điểm khác?
- ❷ Hai điểm nào nằm cùng một phía đối với điểm thứ ba?
- ❸ Hai điểm nào nằm khác phía đối với điểm thứ ba?

**✎ LỜI GIẢI.**

- ❶ Điểm M nằm giữa hai điểm A và B .
Điểm C nằm giữa hai điểm A và P .
Điểm N nằm giữa hai điểm M và P .
Điểm N nằm giữa hai điểm B và C .
- ❷ Điểm A và M nằm cùng phía đối với điểm B .
Điểm B và M nằm cùng phía đối với điểm A .
Điểm A và C nằm cùng phía đối với điểm P .
Điểm C và P nằm cùng phía đối với điểm A .
Điểm M và N nằm cùng phía đối với điểm P .
Điểm P và N nằm cùng phía đối với điểm M .
Điểm B và N nằm cùng phía đối với điểm C .
Điểm N và C nằm cùng phía đối với điểm B .
- ❸ Hai điểm A và B nằm khác phía đối với điểm M .
Hai điểm A và P nằm khác phía đối với điểm C .
Hai điểm B và C nằm khác phía đối với điểm N .
Hai điểm M và P nằm khác phía đối với điểm N .

□

VÍ DỤ 4. Cho hình vẽ bên. Có thể nói như thế nào về



- ❶ Điểm B đối với hai điểm A và C ? Điểm C đối với hai điểm B và D ?
- ❷ Các điểm A, B, C đối với điểm D ?

✎ LỜI GIẢI.

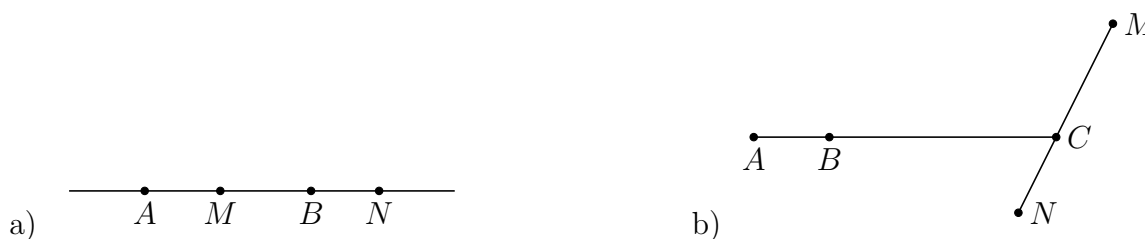
- ① Điểm B nằm giữa hai điểm A và C . Điểm C nằm giữa hai điểm B và D .
- ② Các điểm A, B, C nằm cùng phía đối với điểm D .

□

VÍ DỤ 5. Vẽ hình theo cách diễn đạt sau

- ① Điểm M nằm giữa A và B , điểm B nằm giữa M và N .
- ② Điểm A và B nằm cùng phía đối với điểm C , điểm M, N nằm khác phía đối với điểm C , điểm A, M, C không thẳng hàng.

 **LỜI GIẢI.**



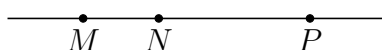
□

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

BÀI 1. Cho ba điểm M, N, P thẳng hàng. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng? Khẳng định nào sai?

- ① Đường thẳng MN đi qua P .
- ② Đường thẳng MP đi qua N .
- ③ M, N, P không thuộc một đường thẳng.
- ④ M, N, P thuộc cùng một đường thẳng.

 **LỜI GIẢI.**

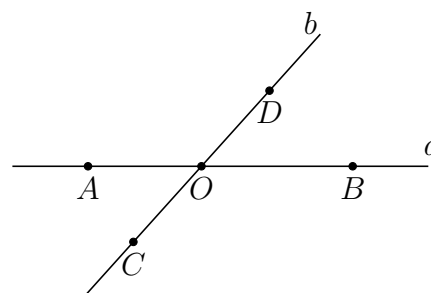


- ① Đúng;
- ② Đúng;
- ③ Sai;
- ④ Đúng.

□

BÀI 2. Cho hình vẽ sau

- ① Kể tên các điểm thuộc đường thẳng a , không thuộc đường thẳng a .
- ② Xác định điểm thuộc đường thẳng a và b .
- ③ Kể tên những điểm nằm giữa hai điểm khác.



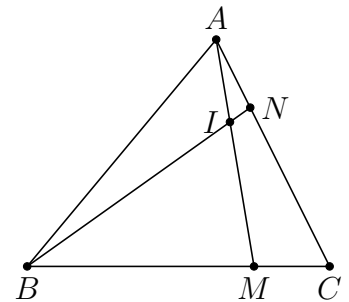
 **LỜI GIẢI.**

- ❶ Các điểm thuộc đường thẳng a là A, O, B . Các điểm không thuộc đường thẳng a là E, C, D .
- ❷ Điểm thuộc đường thẳng a và b là O .
- ❸ Điểm nằm giữa hai điểm khác là
 - Điểm O nằm giữa hai điểm A và B ;
 - Điểm O nằm giữa hai điểm C và D ;
 - Điểm O nằm giữa hai điểm C và E ;
 - Điểm D nằm giữa hai điểm O và E ;
 - Điểm D nằm giữa hai điểm C và E .

□

BÀI 3. Xem hình vẽ rồi gọi tên

- ❶ Điểm nằm giữa hai điểm $A; C$;
- ❷ Điểm nằm giữa hai điểm $C; B$;
- ❸ Điểm nằm giữa hai điểm $B; N$;
- ❹ Điểm nằm giữa hai điểm $A; M$;
- ❺ Điểm nằm giữa hai điểm $A; B$.



✎ LỜI GIẢI.

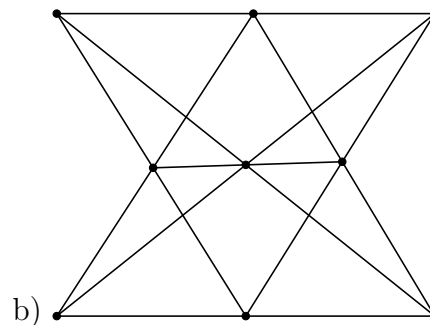
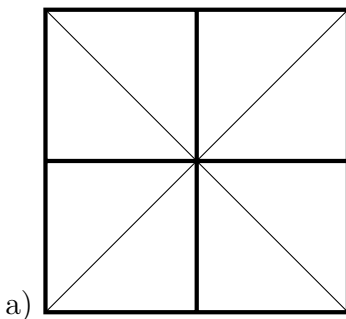
- ❶ Điểm N ;
- ❷ Điểm M ;
- ❸ Điểm I ;
- ❹ Điểm I ;
- ❺ Không có.

□

BÀI 4. Đố

- ❶ Hãy xếp 9 viên bi thành tám hàng, mỗi hàng ba viên.
- ❷ Hay xếp 9 viên bi thành mười hàng, mỗi hàng có ba viên.

✎ LỜI GIẢI.



□

BÀI 3 ĐƯỜNG THẲNG ĐI QUA HAI ĐIỂM

A TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Đường thẳng đi qua hai điểm

Có một đường thẳng và chỉ một đường thẳng đi qua hai điểm A và B .
 Từ đó suy ra: Hai đường thẳng có hai điểm chung thì chúng trùng nhau.

2. Cách đặt tên đường thẳng

Có ba cách đặt tên đường thẳng:

— Dùng hai chữ cái in hoa, ví dụ AB .



— Dùng một chữ cái in thường, ví dụ a .

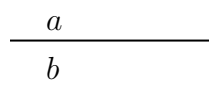


— Dùng hai chữ cái in thường, ví dụ: xy .



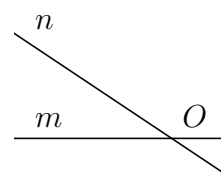
3. Vị trí của hai đường thẳng phân biệt

— Hoặc không có điểm chung nào (gọi là hai đường thẳng song song). Ví dụ hình bên hai đường thẳng a và b song song.



— Hoặc chỉ có một điểm chung (gọi là hai đường thẳng cắt nhau).

Ví dụ hình bên hai đường thẳng m và n cắt nhau tại điểm O .



Điểm chung của hai đường thẳng gọi là giao điểm của hai đường thẳng đó.

O là giao điểm của hai đường m và n .

B CÁC DẠNG TOÁN

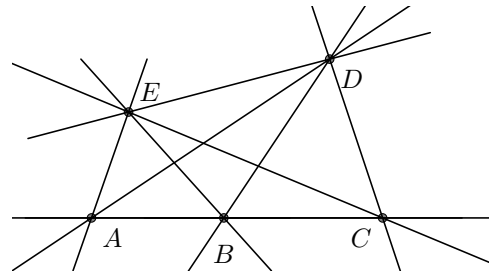
□ DẠNG 1. Đường thẳng đi qua hai điểm

Phương pháp giải:

- Có một và chỉ một đường thẳng đi qua hai điểm.
- Khi nói hai đường thẳng mà không nói gì thêm ta hiểu là hai đường thẳng phân biệt.

VÍ DỤ 1.

Cho 5 điểm A, B, C, D, E trong đó chỉ có ba điểm A, B, C thẳng hàng. Cứ qua hai điểm phân biệt vẽ một đường thẳng. Hỏi có bao nhiêu đường thẳng phân biệt? Viết tên những đường thẳng đó.



LỜI GIẢI.

Có 8 đường thẳng phân biệt.

Tên các đường thẳng đó là: $EA, EB, EC, ED, DA, DB, DC, AB$. Do A, B, C thẳng hàng nên các đường thẳng AB, AC, BC trùng nhau, nên ta chỉ kể ra đường thẳng AB . □

VÍ DỤ 2. Cho năm điểm, không có ba điểm nào thẳng hàng. Kẻ các đường thẳng đi qua các cặp điểm. Hỏi kẻ được bao nhiêu đường thẳng?

LỜI GIẢI.

Từ một điểm nối với bốn điểm khác ta kẻ được 4 đường thẳng.

Với 5 điểm ta kẻ được $5 \cdot 4 = 20$ đường thẳng, mỗi đường thẳng đã được tính hai lần. Do đó, số lượng đường thẳng kẻ được là $20 : 2 = 10$ (đường thẳng). □

VÍ DỤ 3. Cho biết ba điểm A, C, D thẳng hàng và ba điểm C, D, B thẳng hàng. Hai đường thẳng AC và BD có trùng nhau không? Tại sao?

LỜI GIẢI.

Vì ba điểm A, C, D thẳng hàng nên đường thẳng AC đi qua điểm C và D . Vì ba điểm C, D, B thẳng hàng nên đường thẳng BD đi qua điểm C và D . Qua hai điểm C và D chỉ có thể vẽ được một đường thẳng nên đường thẳng AC và đường thẳng BD trùng nhau. □

□ DẠNG 2. Giao điểm của đường thẳng

Phương pháp giải: Hai đường thẳng chỉ có một điểm chung thì điểm chung gọi là giao điểm của hai đường thẳng đó.

VÍ DỤ 4. Cho 3 đường thẳng a, b, c phân biệt. Có thể có tất cả bao nhiêu giao điểm tạo thành?

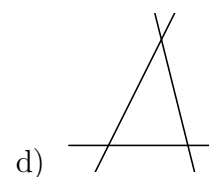
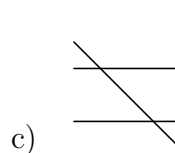
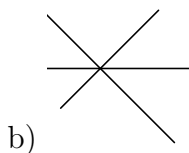
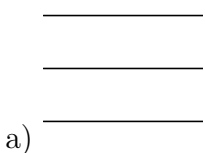
LỜI GIẢI.

a) Có thể có 0 giao điểm.

b) Có thể có 1 giao điểm.

c) Có thể có 2 giao điểm.

d) Có thể có 3 giao điểm.



□

VÍ DỤ 5. Cho bốn đường thẳng a, b, c, d trong đó ba đường thẳng a, b, c cùng đi qua một điểm và ba đường thẳng a, c, d cùng đi qua một điểm. Chứng tỏ rằng bốn đường thẳng a, b, c, d cùng đi qua một điểm.

LỜI GIẢI.

- Ba đường thẳng a, b, c cùng đi qua một điểm nên đường thẳng b đi qua giao điểm của đường thẳng a và đường thẳng c .
- Ba đường thẳng a, c, d cùng đi qua một điểm nên đường thẳng d đi qua giao điểm của đường thẳng a và đường thẳng c .

Suy ra a, b, c, d cùng đi qua một điểm. □

DẠNG 3. Đếm số đường thẳng

Phương pháp giải: Với n điểm cho trước ($n \in \mathbb{N}, n \geq 2$), trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng thì số đường thẳng vẽ được là $\frac{n \cdot (n - 1)}{2}$.

VÍ DỤ 6. Cho trước 100 điểm, trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng. Vẽ các đường thẳng đi qua các cặp điểm. Hỏi vẽ được bao nhiêu đường thẳng?

LỜI GIẢI.

Áp dụng công thức ta có:

$$\frac{100 \cdot (100 - 1)}{2} = 4950$$

Vậy ta vẽ được 4950 đường thẳng. □

VÍ DỤ 7. Cho trước một số điểm, trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng. Vẽ các đường thẳng đi qua các cặp điểm. Biết tổng số đường thẳng vẽ được là 28. Hỏi có bao nhiêu điểm cho trước?

LỜI GIẢI.

Gọi số điểm là n ($n \in \mathbb{N}, n \geq 2$).

Áp dụng công thức ta có:

$$\frac{n \cdot (n - 1)}{2} = 28 \text{ hay } n \cdot (n - 1) = 56 = 8 \cdot 7.$$

Suy ra $n = 8$.

Vậy có 8 điểm cho trước. □

DẠNG 4. Chứng tỏ nhiều điểm thẳng hàng

Phương pháp giải: Chứng tỏ các điểm này thuộc hai hay nhiều đường thẳng mà các đường thẳng này có hai điểm chung.

VÍ DỤ 8. Cho bốn điểm A, B, C, D trong đó ba điểm A, B, C thẳng hàng; ba điểm B, C, D thẳng hàng. Chứng tỏ rằng bốn điểm A, B, C, D cùng thuộc một đường thẳng.

LỜI GIẢI.

Ba điểm A, B, C thẳng hàng nên chúng cùng thuộc một đường thẳng.

Ba điểm B, C, D thẳng hàng nên chúng cùng thuộc một đường thẳng.

Hai đường thẳng này có hai điểm chung là B và C nên chúng trùng nhau.

Vậy bốn điểm A, B, C, D cùng thuộc một đường thẳng. $\square$

! Dựa vào kỹ thuật trên, bạn có thể làm được bài toán sau: Cho 2015 điểm phân biệt trong đó bất kì ba điểm nào cũng thẳng hàng. Chứng tỏ rằng 2015 điểm đó cùng thuộc một đường thẳng.

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

BÀI 1. Trong các khẳng định sau đây, khẳng định nào đúng, khẳng định nào sai?

- ① Có vô số điểm cùng thuộc một đường thẳng.
- ② Có vô số đường thẳng đi qua hai điểm phân biệt.
- ③ Trong ba điểm thẳng hàng, có một và chỉ một điểm nằm giữa hai điểm còn lại.
- ④ Hai đường thẳng phân biệt thì hoặc là cắt nhau, hoặc là song song.

LỜI GIẢI.

- ① Đúng. Theo định nghĩa về đường thẳng.
- ② Sai. Vì có một và chỉ một đường thẳng đi qua hai điểm phân biệt.
- ③ Đúng.
- ④ Đúng. Vì hai đường thẳng phân biệt thì không trùng nhau.

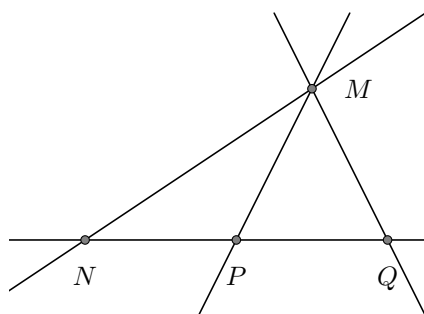
 $\square$

BÀI 2. Cho bốn điểm M, N, P, Q , trong đó chỉ có ba điểm N, P, Q thẳng hàng. Kẻ các đường thẳng đi qua các cặp điểm. Hỏi kẻ được bao nhiêu đường thẳng?

LỜI GIẢI.

Từ điểm M nối với ba điểm N, P, Q ta kẻ được ba đường thẳng. Ba điểm N, P, Q thẳng hàng nên chúng cùng nằm trên một đường thẳng NQ . Các đường thẳng kẻ được là: MN, MP, MQ, NQ .

Vậy ta kẻ được bốn đường thẳng.

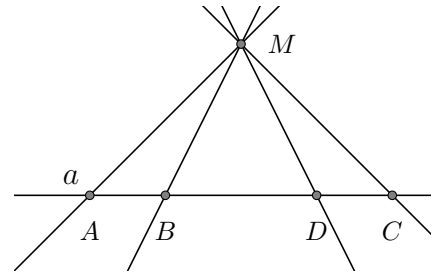
 $\square$

BÀI 3. Cho bốn điểm A, B, C, D , trong đó ba điểm A, B, C thẳng hàng và ba điểm A, B, D cũng thẳng hàng. Chứng tỏ:

- ① Bốn điểm A, B, C, D cùng nằm trên đường thẳng a .
- ② Lấy điểm M không thuộc đường thẳng a . Vẽ các đường thẳng đi qua mỗi cặp điểm. Hỏi mỗi điểm A, B, C, D, M là giao điểm của những đường thẳng nào?

LỜI GIẢI.

- ① A, B, C thẳng hàng nên C nằm trên đường thẳng AB .
 A, B, D thẳng hàng nên D nằm trên đường thẳng AB .
 Suy ra C, D cùng nằm trên đường thẳng AB hay A, B, C, D cùng nằm trên đường thẳng a .
- ② Từ điểm M nối với 4 điểm A, B, C, D ta kẻ được 4 đường thẳng. Bốn điểm A, B, C, D cùng nằm trên đường thẳng a . Vậy có tất cả năm đường thẳng đó là: MA, MB, MC, MD và a .



Điểm M là giao điểm của bốn đường thẳng MA, MB, MC, MD ;

Điểm A là giao điểm của đường thẳng MA và a ;

Điểm B là giao điểm của đường thẳng MB và a ;

Điểm C là giao điểm của đường thẳng MC và a ;

Điểm D là giao điểm của đường thẳng MD và a .

□

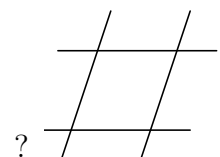
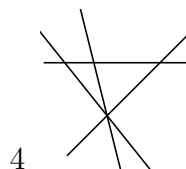
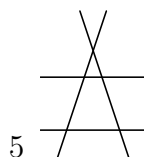
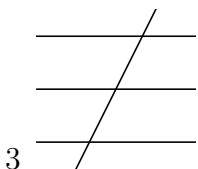
BÀI 4. Cho hai đường thẳng a, b phân biệt. Trên đường thẳng a lấy 21 điểm, trên đường thẳng b lấy 14 điểm (không trùng với giao điểm nếu có). Nối hai điểm bất kỳ trong 35 điểm trên ta được một đường thẳng. Hỏi có bao nhiêu đường thẳng tạo thành?

LỜI GIẢI.

- Mỗi điểm thuộc đường thẳng a nối với 14 điểm thuộc đường thẳng b ta được 14 đường thẳng. Suy ra 21 điểm thuộc đường thẳng a nối với 14 điểm thuộc đường thẳng b ta được $21 \times 14 = 294$ đường thẳng.
- Kẻ cả hai đường thẳng a và b ta có tổng số đường thẳng tạo thành:
 $294 + 2 = 296$ đường thẳng.

□

BÀI 5. Bạn hãy điền số thích hợp vào dấu “?” cho thật hợp lí.



LỜI GIẢI.

Số viết ở bên mỗi hình là số giao điểm của các đường thẳng trong hình vẽ.

Vậy theo hình thứ tư, ta điền số 4 vào dấu “?”.

□

BÀI 4 TIA

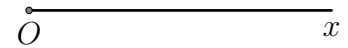
A TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Tia

Định nghĩa 1. Hình gồm điểm O và một phần đường thẳng bị chia ra bởi O là một tia gốc O .

Khi đọc (hay viết) tên một tia, phải đọc (hay viết) tên gốc trước.

Hình bên: Tia Ox .

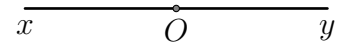


2. Hai tia đối nhau

Định nghĩa 2. Hai tia chung gốc Ox và Oy tạo thành đường thẳng xy gọi là hai tia đối nhau.

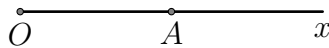
Mỗi điểm trên đường thẳng là gốc chung của hai tia đối nhau.

Hình bên: Hai tia Ox và Oy là hai tia đối nhau.



3. Hai tia trùng nhau

Nếu điểm A thuộc tia Ox (A khác O) thì hai tia Ox và OA trùng nhau.



4. Quan hệ giữa một điểm nằm giữa hai điểm với hai tia đối nhau, hai tia trùng nhau.

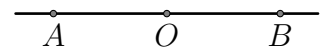
Xét ba điểm A, O, B :

① Nếu hai tia OA, OB đối nhau thì O nằm giữa A và B .

② Ngược lại, nếu O nằm giữa A và B :

— Hai tia OA, OB đối nhau.

— Hai tia AO, AB trùng nhau; hai tia BO, BA trùng nhau.



B CÁC DẠNG TOÁN

□ DẠNG 1. Nhận biết tia, hai tia đối nhau, hai tia trùng nhau

Phương pháp giải:

- Để nhận biết tia cần để ý tới gốc và phần đường thẳng bị chia ra bởi gốc.
- Mỗi điểm trên đường thẳng là gốc chung của hai tia đối nhau.
- Hai tia trùng nhau là hai tia chung gốc và chung phần đường thẳng bị chia ra bởi gốc.

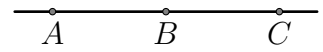
VÍ DỤ 1. Trên một đường thẳng lấy các điểm A, B, C sao cho điểm B nằm giữa A và C . Kể tên các tia đối nhau, các tia trùng nhau trên hình vẽ.

LỜI GIẢI.

Tia BA, BC là hai tia đối nhau.

Tia AB, AC là hai tia trùng nhau.

Tia CB, CA là hai tia trùng nhau.



□

VÍ DỤ 2. Trên tia Ox lấy 2015 điểm khác điểm O . Có bao nhiêu tia trùng với tia Ox trong hình vẽ?

LỜI GIẢI.

Trên tia Ox có 2015 điểm khác điểm O thì có 2015 tia trùng với tia Ox .

□

DẠNG 2. Nhận biết điểm nằm giữa hai điểm còn lại

Phương pháp giải: Dùng nhận xét nếu hai tia OA và OB là hai tia đối nhau thì O nằm giữa hai điểm A và B .

VÍ DỤ 3. Trên đường thẳng xy lấy điểm O . Lấy điểm A trên tia Ox , điểm B trên tia Oy (A và B khác điểm O).

- ① Trong ba điểm O, A và B điểm nào nằm giữa hai điểm còn lại?
- ② Lấy điểm M nằm giữa O và A . Giải thích vì sao điểm O nằm giữa hai điểm M và B .

LỜI GIẢI.



- ① Hai tia Ox, Oy đối nhau. Điểm A thuộc Ox , điểm B thuộc Oy suy ra hai tia OA, OB đối nhau do đó điểm O nằm giữa hai điểm A và B .
- ② Điểm M nằm giữa hai điểm O và A nên hai tia OA và OM trùng nhau (1)
 Mặt khác, hai tia OA và OB đối nhau. (2)
 nên từ (1) và (2) suy ra OM, OB đối nhau.
 Do đó điểm O nằm giữa hai điểm M và B .

□

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

BÀI 1. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng khẳng định nào sai?

- ① Hai tia đối nhau thì nằm trên cùng một đường thẳng.
- ② Hai tia cùng nằm trên cùng một đường thẳng thì đối nhau.
- ③ Hai tia chung gốc thì trùng nhau.
- ④ Hai tia phân biệt là hai tia không có điểm chung.

LỜI GIẢI.

- ① Đúng, do hai tia đối nhau tạo thành một đường thẳng.
- ② Sai, do thiếu yếu tố chung gốc.
- ③ Sai, do thiếu yếu tố thẳng hàng.
- ④ Sai, có thể chung gốc.

□

BÀI 2. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng khẳng định nào sai?

- ① Nếu M, N, P thẳng hàng thì hai tia NM và NP đối nhau.
- ② Nếu M, N, P thẳng hàng thì hai tia MN và MP trùng nhau.
- ③ Hai tia MN và MP đối nhau nếu M, N, P thẳng hàng và M nằm giữa N và P .
- ④ Nếu M, N, P không thẳng hàng thì tia PN, PM là hai tia không đối nhau, cũng không trùng nhau.

✎ **LỜI GIẢI.**

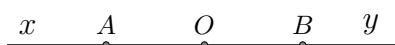
- ① Sai, do chưa biết được điểm nào nằm giữa trong ba điểm M, N, P .
- ② Sai, do chưa biết được điểm nào nằm giữa trong ba điểm M, N, P .
- ③ Đúng, theo định nghĩa.
- ④ Đúng, theo định nghĩa.

□

BÀI 3. Vẽ đường thẳng xy lấy điểm O bất kì trên xy rồi lấy điểm A thuộc tia Ox , điểm B thuộc tia Oy .

- ① Kẻ các tia đối nhau gốc O .
- ② Kẻ các tia trùng nhau gốc A .
- ③ Hai tia Ax, By có là hai tia trùng nhau không? Có là hai tia đối nhau không?
- ④ Trong ba điểm A, B, O điểm nào nằm giữa hai điểm còn lại?

✎ **LỜI GIẢI.**



- ① Tia đối nhau gốc O là: Tia Ox và tia Oy .
- ② Tia trùng nhau gốc A : Tia AO , tia AB , tia Ay .
- ③ Tia Ax , tia By không trùng nhau, cũng không đối nhau.
- ④ Trong ba điểm A, B, O điểm O nằm giữa hai điểm A và B .

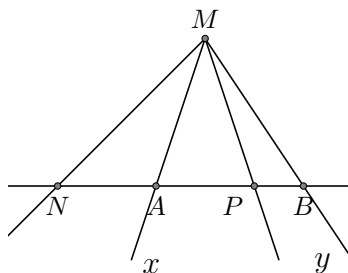
□

BÀI 4. Lấy ba điểm M, N, P không thẳng hàng. Vẽ các tia MP và MN .

- ① Vẽ tia Mx cắt đường thẳng NP tại điểm A nằm giữa N, P .
- ② Vẽ tia My cắt đường thẳng NP tại điểm B không nằm giữa N, P .

✎ **LỜI GIẢI.**

Bạn có thể vẽ hình như sau



□

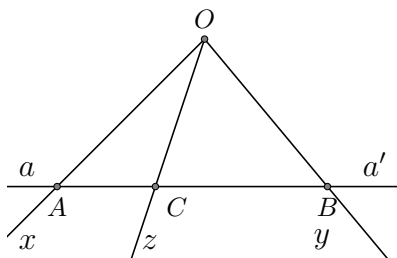
BÀI 5. Vẽ hình theo các diễn đạt sau:

- Vẽ hai tia phân biệt Ox và Oy chung gốc nhưng không đối nhau, không trùng nhau.
- Vẽ đường thẳng aa' cắt hai tia Ox , Oy theo thứ tự tại A , B (khác điểm O).
- Vẽ điểm C nằm giữa hai điểm A và B , sau đó vẽ tia OC .

Kể tên các tia trong hình vẽ.

LỜI GIẢI.

Bạn có thể vẽ hình như sau



Các tia trong hình vẽ là: Ox ; Oy ; Oz ; Ax ; Aa ; Aa' ; By ; Ba ; Ba' ; Cz ; Ca ; Ca' .

□

BÀI 5 ĐOẠN THẲNG

A TÓM TẮT LÝ THUYẾT

- ① Đoạn thẳng AB là hình gồm điểm A , điểm B và tất cả các điểm nằm giữa A và B .
- ② Khi hai đoạn thẳng hoặc một đoạn thẳng với một đường thẳng hoặc một đoạn thẳng với một tia chỉ có một điểm chung, ta nói chúng cắt nhau.
- ③ Nhận xét: Mỗi đoạn thẳng có một độ dài. Độ dài đoạn thẳng là một số lớn hơn 0.
- ④ So sánh hai đoạn thẳng
 - Nếu độ dài của hai đoạn thẳng AB và CD bằng nhau thì $AB = CD$.
 - Nếu độ dài đoạn thẳng AB lớn hơn độ dài đoạn thẳng CD thì $AB > CD$ hay $CD < AB$.

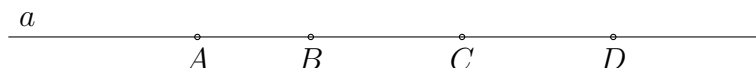
B CÁC DẠNG BÀI TẬP VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI

□ DẠNG 1. Nhận biết đoạn thẳng

Phương pháp giải: Xác định hai điểm và tất cả những điểm nằm giữa hai điểm ấy.

VÍ DỤ 1. Trên đường thẳng a lấy 4 điểm A, B, C, D phân biệt. Hỏi có mấy đoạn thẳng? Hãy gọi tên các đoạn thẳng ấy?

✎ LỜI GIẢI.

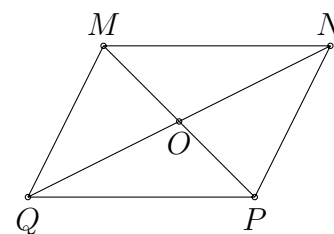


Có tất cả 6 đoạn thẳng là AB, AC, AD, BC, BD, CD . □

VÍ DỤ 2. Trong hình vẽ bên có bao nhiêu đoạn thẳng?

✎ LỜI GIẢI.

Có tất cả 10 đoạn thẳng, đó là $MN, NP, PQ, QM, MO, OP, NO, OQ, MP, NQ$.



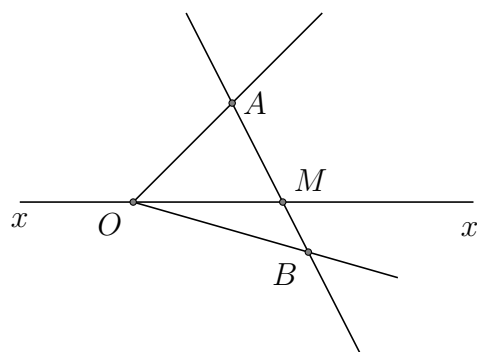
□ DẠNG 2. Nhận biết đoạn thẳng cắt đoạn thẳng, cắt tia, cắt đường thẳng

Phương pháp giải: Nếu đoạn thẳng chỉ có một điểm chung với đường thẳng, tia hoặc đoạn thẳng khác thì chúng cắt nhau.

VÍ DỤ 3.

Cho hình vẽ bên

- ① Đường thẳng xx' có cắt đoạn AB không?
- ② Trong hai tia Ox, Ox' tia nào cắt đoạn thẳng AB ?
- ③ Đường thẳng xx' có cắt đoạn OA không?
- ④ Tia OB có cắt tia MA không?



✎ LỜI GIẢI.

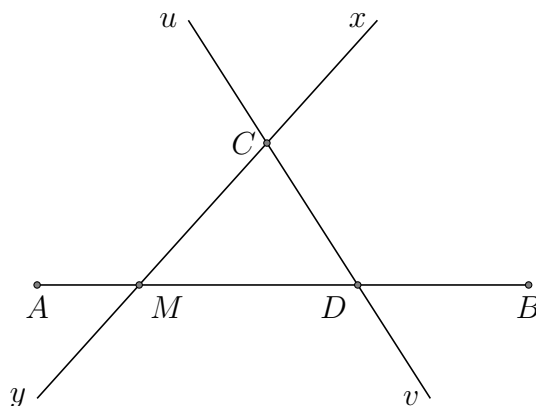
- ① Đường thẳng xx' và đoạn AB có điểm M chung nên cắt nhau.
- ② Điểm M thuộc tia Ox' và đoạn AB nên tia Ox' cắt đoạn AB .
- ③ Đường thẳng xx' và đoạn OA có chung điểm O nên chúng cắt nhau.
- ④ Tia OB và tia MA không có điểm chung nên chúng không cắt nhau.

VÍ DỤ 4. Vẽ hình theo cách diễn đạt sau:

- Vẽ đoạn thẳng AB , lấy M nằm giữa hai điểm A và B .
- Vẽ đường thẳng xy đi qua M sao cho A, B không thuộc xy .
- Trên tia Mx lấy điểm C .
- Vẽ đường thẳng uv đi qua điểm C sao cho uv cắt đoạn thẳng AB tại điểm D nằm giữa hai điểm M và B .

LỜI GIẢI.

Bạn có thể vẽ theo hình sau



DẠNG 3. Số đoạn thẳng

Phương pháp giải: Với n điểm cho trước ($n \in \mathbb{N}, n \geq 2$), cứ qua hai điểm vẽ một đoạn thẳng, thì số đoạn thẳng vẽ được là $\frac{n(n-1)}{2}$.

VÍ DỤ 5. Cho n điểm phân biệt ($n \geq 2$). Cứ qua hai điểm ta kẻ một đoạn thẳng.

- ① Nếu $n = 14$ thì có bao nhiêu đoạn thẳng tạo thành?
- ② Nếu có 210 đoạn thẳng tạo thành thì n là bao nhiêu?

LỜI GIẢI.

- ① Với $n = 14$ thì số đoạn thẳng tạo thành là $\frac{(14-1) \cdot 14}{2} = 91$ (đoạn thẳng).
- ② Nếu có 210 đoạn thẳng tạo thành thì $\frac{(n-1) \cdot n}{2} = 210$ nên

$$n(n-1) = 420 = 21 \cdot 20$$

Do đó $n = 21$.

DẠNG 4. So sánh độ dài đoạn thẳng

Phương pháp giải: Dùng thước thẳng để đo độ dài mỗi đoạn thẳng rồi so sánh độ dài của chúng.

VÍ DỤ 6. Lấy ba điểm A, B, C không thẳng hàng. Vẽ 3 đoạn thẳng AB, BC, CA . Hãy đo và so sánh

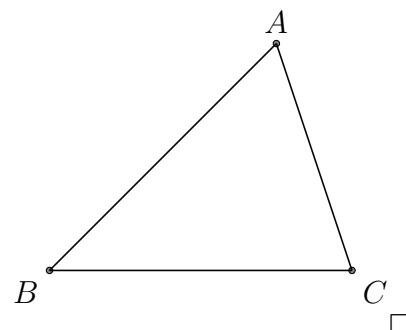
a) $AB + AC$ và BC .

b) $AB - AC$ và BC (với $AB > AC$).

LỜI GIẢI.

① $AB + AC > BC$.

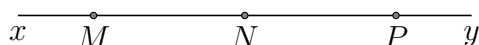
② $AB - AC < BC$.



© BÀI TẬP TỰ LUYỆN

BÀI 1. Trên xy lấy ba điểm phân biệt M, N, P . Hỏi có bao nhiêu đoạn thẳng?

LỜI GIẢI.



Có tổng cộng ba đoạn thẳng là MN, MP và NP .

BÀI 2. Cho các đoạn thẳng AB, CD, MN . Biết $AB = 7$ cm, $MN = 13$ cm. Số đo độ dài CD là một số nguyên tố, $AB < CD, MN > CD$. Độ dài CD là bao nhiêu?

LỜI GIẢI.

Ta có $AB < CD < MN$ nên $7 < CD < 13$. Mà độ dài CD là một số nguyên tố nên suy ra độ dài $CD = 11$ (cm).

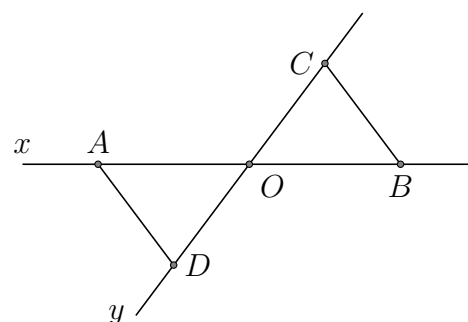
BÀI 3.

Cho hình vẽ:

① Hình bên có mấy đoạn thẳng?

② Những cặp đoạn thẳng nào không cắt nhau?

③ Tia Ox không cắt đoạn thẳng nào?



LỜI GIẢI.

① Có tổng cộng 8 đoạn thẳng. Đó là các đoạn thẳng: $OA, OB, OC, OD, AB, CD, AD, CB$.

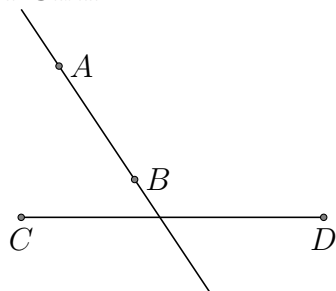
② Những cặp đoạn thẳng không cắt nhau là: OA và BC ; OC và AD ; OD và BC ; OB và AD ; AD và BC .

③ Tia Ox không cắt đoạn thẳng BC .

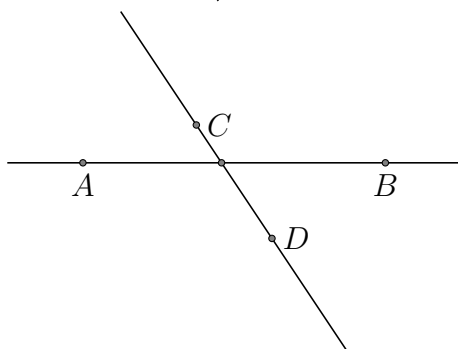
BÀI 4. Vẽ hình theo cách diễn đạt sau:

- ① Đoạn thẳng AB không cắt đoạn thẳng CD nhưng đường thẳng AB cắt đoạn thẳng CD .
- ② Đường thẳng AB cắt đoạn thẳng CD đồng thời đường thẳng CD cắt đoạn thẳng AB .

✎ LỜI GIẢI.



①



②

□

BÀI 5. Cho n điểm phân biệt ($n \geq 2$). Cứ qua hai điểm ta kẻ một đoạn thẳng.

- ① Nếu $n = 21$ thì có bao nhiêu đoạn thẳng tạo thành?
- ② Nếu có 120 đoạn thẳng tạo thành thì n là bao nhiêu?

✎ LỜI GIẢI.

- ① Với $n = 21$ thì số đoạn thẳng tạo thành là $\frac{(21-1) \cdot 21}{2} = 210$ (đoạn thẳng).
- ② Nếu có 120 đoạn thẳng tạo thành thì $\frac{(n-1) \cdot n}{2} = 120$ nên

$$n(n-1) = 240 = 16 \cdot 15$$

Do đó $n = 16$.

□

BÀI 6 KHI NÀO THÌ $AM + MB = AB$?

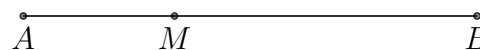
A TÓM TẮT LÝ THUYẾT.

- ① Nếu điểm M nằm giữa hai điểm A và B thì $AM + MB = AB$.

Ngược lại, nếu $AM + MB = AB$ thì điểm M nằm giữa hai điểm A và B .

- ② **Chú ý**

—

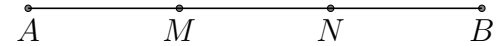


Ta có thể dùng mệnh đề sau tương đương với tính chất trên:

Nếu $AM + MB \neq AB$ thì điểm M không nằm giữa A và B .

— Cộng liên tiếp.

Nếu M nằm giữa A và B ; N nằm giữa M và B thì $AM + MN + NB = AB$.



B CÁC DẠNG BÀI TẬP VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI

☐ DẠNG 1. Tính độ dài đoạn thẳng

Phương pháp giải: Vận dụng: Nếu điểm M nằm giữa A và B thì $AM + MB = AB$.

VÍ DỤ 1. Cho điểm M nằm giữa hai điểm A và B . Biết $AB = 6$ cm; $AM = 2$ cm. Tính độ dài BM .

LỜI GIẢI.



M nằm giữa A và B , ta có:

$$AM + MB = AB$$

$$2 + MB = 6$$

$$MB = 4 \text{ (cm)}.$$

□

VÍ DỤ 2. Cho điểm I nằm giữa C và D . Biết rằng $IC - ID = 1$ cm và $CD = 5$ cm. Tính độ dài IC ; ID .

LỜI GIẢI.



I nằm giữa C và D , ta có:

$$IC + ID = CD$$

$$IC + ID = 5.$$

Mà $IC - ID = 1$.

Do đó

$$IC = (5 + 1) : 2 = 3 \text{ (cm)}$$

$$ID = (5 - 1) : 2 = 2 \text{ (cm)}.$$

□

☐ DẠNG 2. Xác định điểm nằm giữa hai điểm khác

Phương pháp giải: Nếu $AM + MB = AB$ thì điểm M nằm giữa hai điểm A và B .

VÍ DỤ 3. Cho ba điểm A, B, C , biết $AC = 2$ cm, $BC = 3$ cm, $AB = 5$ cm. Điểm nào nằm giữa hai điểm còn lại?

🔗 LỜI GIẢI.

Ta có: $AC + BC = 2 + 3 = 5$.

Suy ra: $AC + BC = AB$.

Do đó điểm C nằm giữa A và B .

Nhận xét: Bạn nên thực hiện tổng hai số đo đoạn thẳng nhỏ AC, BC sau đó so sánh kết quả với số đo đoạn lớn nhất AB . Nếu bằng nhau thì điểm C nằm giữa hai điểm A và B . ☐

VÍ DỤ 4. Cho ba điểm A, B, C , biết $AB = 3,1$ cm, $AC = 1,9$ cm, $BC = 4$ cm.

- ❶ Chứng tỏ trong ba điểm A, B, C không có điểm nào nằm giữa hai điểm còn lại.
- ❷ Chứng tỏ ba điểm A, B, C không thẳng hàng.

🔗 LỜI GIẢI.

- ❶ Ta có: $AC + AB = 1,9 + 3,1 = 5$ cm.

Suy ra $AC + AB \neq BC$ nên A không nằm giữa B và C .

Ta có: $AC + BC = 1,9 + 4 = 5,9$ cm.

Suy ra $AC + BC \neq AB$ nên C không nằm giữa A và B .

Ta có: $AB + BC = 3,1 + 4 = 7,1$ cm.

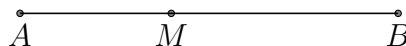
Suy ra $AB + BC \neq AC$ nên B không nằm giữa A và C .

- ❷ A, B, C không có điểm nào nằm giữa hai điểm còn lại. Do vậy ba điểm A, B, C không thẳng hàng.

Nhận xét: Trong ba điểm, nếu không có điểm nào nằm giữa hai điểm còn lại thì ba điểm đó không thẳng hàng. ☐

© BÀI TẬP TỰ LUYỆN

BÀI 1. Cho điểm M thuộc đoạn thẳng AB . Biết $AM = 2$ cm; $AB = 5$ cm. Tính độ dài đoạn MB .

🔗 LỜI GIẢI.

M nằm giữa A và B , ta có:

$$AM + MB = AB$$

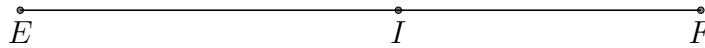
$$2 + MB = 5$$

$$MB = 3 \text{ (cm)}.$$

☐

BÀI 2. Cho I là một điểm thuộc đoạn thẳng EF . Biết $EI = 5$ cm; $IF = 4$ cm. Tính độ dài đoạn EF .

✎ **LỜI GIẢI.**



I nằm giữa E và F , ta có:

$$EF = EI + IF = 5 + 4 = 9 \text{ (cm)}.$$

□

BÀI 3. Ba điểm A, B, C có thẳng hàng không? Nếu biết

① $AB = 3,6$ cm; $AC = 2,6$ cm; $BC = 6$ cm.

② $AB = 4$ cm; $AC = 7$ cm; $BC = 3$ cm.

✎ **LỜI GIẢI.**

① Ta có: $AC + AB = 2,6 + 3,6 = 6,2$ cm.

Suy ra $AC + AB \neq BC$ nên A không nằm giữa B và C .

Ta có: $AC + BC = 2,6 + 6 = 8,6$ cm.

Suy ra $AC + BC \neq AB$ nên C không nằm giữa A và B .

Ta có: $AB + BC = 3,6 + 6 = 9,6$ cm.

Suy ra $AB + BC \neq AC$ nên B không nằm giữa A và C .

Do A, B, C không có điểm nào nằm giữa hai điểm còn lại. Do vậy ba điểm A, B, C không thẳng hàng.

② Ta có: $AB + BC = 4 + 3 = 7$ cm.

Suy ra $AB + BC = AC$ nên B nằm giữa A và C hay ba điểm A, B, C thẳng hàng.

□

BÀI 4. Cho hai điểm A, B sao cho $AB = 8$ cm. Trên đường thẳng AB lấy điểm M sao cho $MB = 3MA$. Tính độ dài MA .

✎ **LỜI GIẢI.**

Trường hợp 1: Điểm M nằm giữa A và B .



Ta có

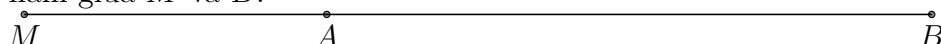
$$MA + BM = AB$$

$$MA + 3MA = AB$$

$$4MA = 8$$

$$MA = 2 \text{ (cm)}.$$

Trường hợp 2: Điểm A nằm giữa M và B .



Ta có

$$MA + AB = BM$$

$$MB - MA = AB$$

$$3MA - MA = AB$$

$$2MA = 8$$

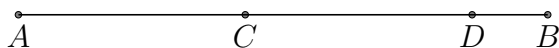
$$MA = 4 \text{ (cm)}.$$

Trường hợp 3: Điểm B nằm giữa M và A .

Ta có $AM > BM$ mà $BM = 3AM > AM \Rightarrow$ vô lý. Trường hợp này không xảy ra. $\square$

BÀI 5. Cho điểm C nằm giữa A và B ; điểm D nằm giữa C và B . Biết rằng $AB = 7 \text{ cm}$, $AC = 3 \text{ cm}$, $BD = 1 \text{ cm}$. Tính CD .

 **LỜI GIẢI.**



Ta có C nằm giữa A và D , D nằm giữa C và B nên

$$AB = AC + CD + DB$$

$$7 = 3 + CD + 1$$

$$CD = 3 \text{ (cm)}.$$

$\square$

BÀI 7 VẼ ĐOẠN THẲNG CHO BIẾT ĐỘ DÀI

A TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Vẽ đoạn thẳng trên tia

Cách 1: Dùng thước đo có chia khoảng (tương tự như đo đoạn thẳng).

Cách 2: Dùng compa.

Nhận xét: Trên tia Ox bao giờ cũng vẽ được một và chỉ một điểm M sao cho $OM = a$ (đơn vị dài).

2. Dấu hiệu nhận biết một điểm nằm giữa hai điểm khác

Trên tia Ox có hai điểm M và N , $OM = a$, $ON = b$, nếu $a < b$ thì điểm M nằm giữa hai điểm O và N .



VÍ DỤ 3. Trên tia Ox lấy hai điểm A và B sao cho $OA = 7$ cm; $AB = 2$ cm. Tính OB .

LỜI GIẢI.

— Trường hợp 1: Điểm A nằm giữa O và B .

Ta có

$$OB = OA + AB$$

$$OB = 7 + 2$$

$$OB = 9 \text{ cm.}$$

— Trường hợp 2: Điểm B nằm giữa O và A .

Ta có

$$OB + AB = OA$$

$$OB + 2 = 7$$

$$OB = 5 \text{ cm.}$$



Nhận xét:

Khi vẽ hình, bạn nên xem xét có thể vẽ được bao nhiêu hình thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Ta có bài tổng quát: Gọi M và N là hai điểm trên tia Ox .

Biết $OM = a$; $MN = b$:

— Nếu $a > b$, bài toán có hai trường hợp.

— Nếu $a < b$, bài toán có một trường hợp.

□

DẠNG 2. Xác định điểm nằm giữa hai điểm khác

Phương pháp giải: **Phương pháp giải**

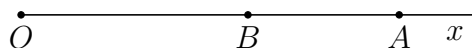
Nếu trên tia Ox có hai điểm M và N mà $OM < ON$ thì điểm M nằm giữa hai điểm O và N .

VÍ DỤ 4. Trên tia Ox , cho hai điểm A, B sao cho $OA = 5$ cm, $OB = 3$ cm.

① Trong ba điểm O, A, B điểm nào nằm giữa hai điểm còn lại? Vì sao?

② Tính độ dài đoạn thẳng AB .

LỜI GIẢI.



① Trên Ox có hai điểm A, B mà $OB < OA$ ($3 < 5$) nên điểm B nằm giữa O và A .

② Điểm B nằm giữa O và A , do đó

$$OB + AB = OA$$

$$3 + AB = 5 \Rightarrow AB = 2 \text{ cm.}$$

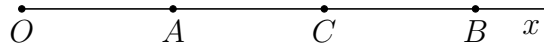
□

VÍ DỤ 5. Cho ba điểm A, B, C thuộc tia Ox sao cho $OA = 2$ cm, $OB = 6$ cm, $OC = 4$ cm.

- ❶ Hỏi trong bộ ba điểm (O, A, C) ; (O, B, C) điểm nào nằm giữa hai điểm còn lại?
- ❷ So sánh AC và CB ;
- ❸ Chứng tỏ C nằm giữa A và B .

🔗 LỜI GIẢI.

- ❶ Vì A, C thuộc tia Ox mà $OA = 2$ cm; $OC = 4$ cm nên $OA < OC$ suy ra A nằm giữa O và C .



Vì B, C thuộc tia Ox mà $OB = 6$ cm; $OC = 4$ cm nên $OC < OB$ suy ra C nằm giữa O và B .

- ❷ A nằm giữa O và C ta có

$$\begin{aligned} OA + AC &= OC \\ 2 + AC &= 4 \text{ nên } AC = 2 \text{ cm.} \end{aligned}$$

C nằm giữa O và B ta có

$$\begin{aligned} OC + CB &= OB \\ 4 + CB &= 6 \text{ nên } CB = 2 \text{ cm.} \end{aligned}$$

Do đó $AC = CB$.

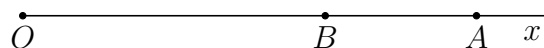
- ❸ A nằm giữa C và O nên tia CA và CO trùng nhau;
 C nằm giữa O và B nên tia CO và CB đối nhau;
 Do đó tia CB và CA đối nhau nên C nằm giữa hai điểm A và B .

□

🎯 BÀI TẬP TỰ LUYỆN

BÀI 1. Trên tia Ox , cho hai điểm A, B sao cho $OA = 6$ cm, $OB = 4$ cm. Tính độ dài đoạn thẳng AB .

🔗 LỜI GIẢI.



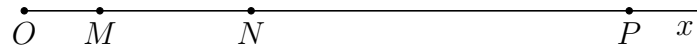
Trên tia Ox có hai điểm A, B mà $OB < OA$ ($4 \text{ cm} < 6 \text{ cm}$) nên B nằm giữa O và A . Do đó

$$\begin{aligned} OB + AB &= OA \\ 4 + AB &= 6 \Rightarrow AB = 2 \text{ cm.} \end{aligned}$$

□

BÀI 2. Trên tia Ox lấy các điểm M, N, P sao cho $OM = 1$ cm; $ON = 3$ cm; $OP = 8$ cm. So sánh độ dài đoạn thẳng MN và NP .

🔗 LỜI GIẢI.



Trên tia Ox có hai điểm M, N mà $OM < ON$ ($1 \text{ cm} < 3 \text{ cm}$) nên M nằm giữa O và N . Do đó

$$\begin{aligned} OM + MN &= ON \\ 1 + MN &= 3 \Rightarrow MN = 2 \text{ cm.} \end{aligned}$$

Trên tia Ox có hai điểm N, P mà $ON < OP$ ($3 \text{ cm} < 8 \text{ cm}$) nên N nằm giữa O và P . Do đó

$$\begin{aligned} ON + NP &= OP \\ 3 + NP &= 8 \Rightarrow NP = 5 \text{ cm.} \end{aligned}$$

Vậy $MN < NP$ (vì $2 \text{ cm} < 5 \text{ cm}$). □

BÀI 3. Gọi M và N là hai điểm trên tia Ox . Biết $OM = 5 \text{ cm}$; $MN = 3 \text{ cm}$. Tính ON .

✎ **LỜI GIẢI.**

— Trường hợp 1: Điểm M nằm giữa O và N .

Ta có

$$ON = OM + MN$$

$$ON = 5 + 3$$

$$ON = 8 \text{ cm.}$$

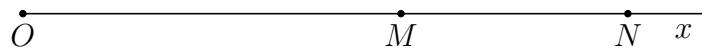
— Trường hợp 2: Điểm N nằm giữa O và M .

Ta có

$$ON + MN = OM$$

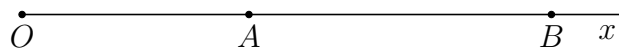
$$ON + 3 = 5$$

$$ON = 2 \text{ cm.}$$



BÀI 4. Gọi A và B là hai điểm trên tia Ox . Biết $OA = 3 \text{ cm}$; $AB = 4 \text{ cm}$. Tính OB .

✎ **LỜI GIẢI.**



Trên tia Ox có hai điểm A, B mà $OA < AB$ ($3 \text{ cm} < 4 \text{ cm}$) nên chỉ xảy ra một trường hợp là A nằm giữa O và B . Do đó

$$OB = OA + AB$$

$$OB = 3 + 4$$

$$OB = 7 \text{ cm.}$$

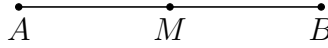
□

BÀI 8

TRUNG ĐIỂM CỦA ĐOẠN THẲNG

A TÓM TẮT LÝ THUYẾT

- ① Trung điểm M của đoạn thẳng AB là điểm nằm giữa A, B và cách đều A, B ($MA = MB$).



- ② Nếu M là trung điểm của đoạn thẳng AB thì $MA = MB = \frac{AB}{2}$.

B CÁC DẠNG TOÁN VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI

☐ DẠNG 1. Nhận biết một điểm là trung điểm của đoạn thẳng

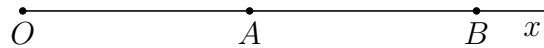
Phương pháp giải: **Phương pháp giải**

Nếu M nằm giữa A và B đồng thời $MA = MB$ thì M là trung điểm của AB .

VÍ DỤ 1. Trên tia Ox lấy hai điểm A và B sao cho $OA = 3$ cm; $OB = 6$ cm.

- ① Điểm A có nằm giữa hai điểm O và B không?
- ② So sánh OA và AB .
- ③ Điểm A có là trung điểm của đoạn thẳng OB không? Vì sao?

LỜI GIẢI.



- ① Vì A, B thuộc tia Ox mà $OA = 3$ cm; $OB = 6$ cm nên $OA < OB$ suy ra điểm A nằm giữa hai điểm O và B .
- ② Điểm A nằm giữa O và B nên

$$OA + AB = OB$$

$$3 + AB = 6$$

$$AB = 3 \text{ cm.}$$

Suy ra $AB = OA$ ($= 3$ cm).

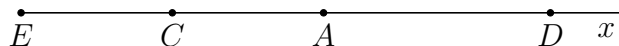
- ③ A nằm giữa O và B đồng thời $OA = AB$ nên A là trung điểm của OB .

☐

VÍ DỤ 2. Trên tia Cx lấy hai điểm A, D sao cho $CA = 2$ cm; $CD = 5$ cm.

- ① Trong ba điểm C, A, D điểm nào nằm giữa hai điểm còn lại? Vì sao?
- ② Điểm A có là trung điểm của CD không? Vì sao?
- ③ Trên tia đối của Cx lấy điểm E sao cho $CE = 2$ cm. Hỏi điểm C có là trung điểm của AE không? Vì sao?

LỜI GIẢI.



- ❶ $CA < CD$ ($2 \text{ cm} < 5 \text{ cm}$) mà A và D cùng thuộc tia Cx suy ra A nằm giữa C và D .
- ❷ A nằm giữa C và D nên

$$CA + AD = CD$$

$$2 + AD = 5 \text{ do đó } AD = 3 \text{ cm.}$$

$AD > CA$ ($3 \text{ cm} > 2 \text{ cm}$) nên A không là trung điểm của CD .

- ❸ E thuộc tia đối của Cx mà A thuộc tia Cx nên C nằm giữa A và E . Mặt khác $CA = CE$ ($= 2 \text{ cm}$) suy ra C là trung điểm của AE .

□

□ DẠNG 2. Tính độ dài đoạn thẳng

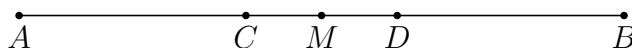
Phương pháp giải: **Phương pháp giải**

Dựa vào nhận xét: Khoảng cách từ trung điểm của đoạn thẳng đến mỗi đầu đoạn thẳng bằng nửa độ dài của đoạn thẳng ấy.

VÍ DỤ 3. Cho đoạn thẳng $AB = 8 \text{ cm}$. Gọi M là trung điểm của AB . Trên đoạn AB lấy hai điểm C, D sao cho $AC = BD = 3 \text{ cm}$.

- ❶ Tính độ dài đoạn CD .
- ❷ Điểm M có phải là trung điểm của đoạn thẳng CD không? Vì sao?

🔗 LỜI GIẢI.



- ❶ Điểm D nằm giữa A, B nên

$$AD + BD = AB$$

$$AD + 3 = 8 \text{ nên } AD = 5 \text{ cm.}$$

C và D cùng thuộc tia AB mà $AC = 3 \text{ cm}$, $AD = 5 \text{ cm}$ nên $AC < AD$ hay C nằm giữa A và D ta có

$$AC + CD = AD$$

$$3 + CD = 5 \text{ nên } CD = 2 \text{ cm.}$$

- ❷ M là trung điểm của AB nên $AM = \frac{AB}{2} = \frac{8}{2} = 4 \text{ (cm)}$.

Trên tia AB có $AC < AM$ (vì $3 < 4$) nên C nằm giữa A và M nên

$$AC + CM = AM$$

$$3 + CM = 4 \text{ hay } CM = 1 \text{ cm.}$$

Trên tia AB có $AM < AD$ (vì $4 < 5$) nên M nằm giữa A và D nên

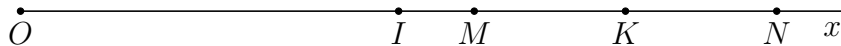
$$AM + MD = AD$$

$$4 + MD = 5 \text{ hay } MD = 1 \text{ cm.}$$

Ta có M nằm giữa C và D vì $MC + MD = CD$ ($1 + 1 = 2$) đồng thời $CM = MD$ nên M là trung điểm của đoạn CD . □

VÍ DỤ 4. Trên tia Ox lấy hai điểm M, N sao cho $OM = 6$ cm; $ON = 10$ cm. Gọi I, K là trung điểm của ON và MN . Tính độ dài IK .

✎ **LỜI GIẢI.**



I là trung điểm của ON nên $IN = \frac{1}{2}ON = \frac{10}{2} = 5$ (cm).

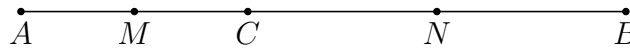
$OM < ON$ nên M nằm giữa O và N suy ra $MN = ON - OM = 10 - 6 = 4$ (cm).

K là trung điểm của MN thì $KN = \frac{1}{2}MN = \frac{4}{2} = 2$ cm.

Vì K nằm giữa N, I nên $IK = IN - KN = 5 - 2 = 3$ cm. □

VÍ DỤ 5. Cho đoạn thẳng $AB = 8$ cm. C là điểm nằm giữa A và B . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng AC, CB . Tính độ dài MN .

✎ **LỜI GIẢI.**



M là trung điểm của đoạn thẳng AC nên $MC = \frac{AC}{2}$.

N là trung điểm của đoạn thẳng CB nên $CN = \frac{CB}{2}$.

Mà C nằm giữa M và N nên $MN = MC + CN = \frac{AC}{2} + \frac{CB}{2}$

$$\Rightarrow MN = \frac{AC + CB}{2} = \frac{AB}{2} = \frac{8}{2} = 4 \text{ (cm).}$$

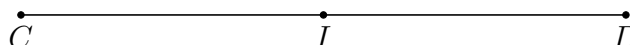
Nhận xét: Bài toán không thể và không cần thiết tính cụ thể số đo đoạn thẳng AC, CB mà có thể chỉ cần biểu thị được $MC = \frac{AC}{2}$ và $CN = \frac{CB}{2}$. Sau đó tính MN .

Dựa vào lời giải trên, ta có mối liên hệ sau: $MN = \frac{AB}{2}$ với mọi điểm C thuộc đoạn AB . Như vậy nếu cho độ dài AB thì tính được MN và ngược lại. □

🎯 BÀI TẬP TỰ LUYỆN

BÀI 1. Gọi I là trung điểm của CD . Biết $CI = 4$ cm. Tính độ dài CD .

✎ **LỜI GIẢI.**

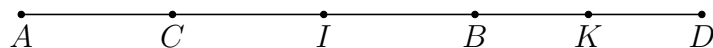


Vì I là trung điểm của CD nên $CI = \frac{CD}{2}$, mà $CI = 4$ cm nên $CD = 8$ cm. □

BÀI 2. Cho đoạn thẳng $AB = 6$ cm. Lấy điểm C thuộc tia AB sao cho $AC = 2$ cm.

- ① Tính BC .
- ② Vẽ điểm D thuộc tia đối của tia BC sao cho $BD = 3$ cm. Tính CD .
- ③ Gọi I, K lần lượt là trung điểm của BC, BD . Tính IK .

LỜI GIẢI.



- ① Trên tia AB có hai điểm B, C mà $AC < AB$ ($2 \text{ cm} < 6 \text{ cm}$) nên C nằm giữa A và B . Do đó

$$\begin{aligned} AC + BC &= AB \\ 2 + BC &= 6 \Rightarrow BC = 4 \text{ cm.} \end{aligned}$$

- ② Vì BC và BD là hai tia đối nhau nên B nằm giữa C và D . Do đó

$$\begin{aligned} CD &= BC + BD \\ CD &= 4 + 3 \Rightarrow CD = 7 \text{ cm.} \end{aligned}$$

- ③ Vì I là trung điểm của BC nên $IB = \frac{BC}{2} = \frac{4}{2} = 2$ (cm).

$$\text{Vì } K \text{ là trung điểm của } BD \text{ nên } BK = \frac{BD}{2} = \frac{3}{2} = 1,5 \text{ (cm).}$$

I nằm trên tia BC , K nằm trên tia BD mà BC và BD là hai tia đối nhau nên B nằm giữa I và K . Do đó

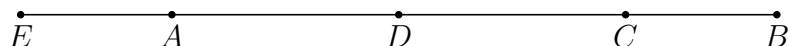
$$\begin{aligned} IK &= IB + BK \\ IK &= 2 + 1,5 \Rightarrow IK = 3,5 \text{ cm.} \end{aligned}$$

□

BÀI 3. Cho đoạn thẳng $AB = 8$ cm. Lấy điểm C nằm giữa A, B sao cho $AC = 3BC$.

- ① Tính độ dài AC và BC ;
- ② Trên tia BA lấy điểm D sao cho $BD = 5$ cm. Chứng tỏ D là trung điểm của đoạn thẳng AC ;
- ③ Vẽ điểm E sao cho D là trung điểm của đoạn thẳng BE . So sánh độ dài AB và CE .

LỜI GIẢI.



- ① Vì C nằm giữa A và B nên ta có

$$\begin{aligned} AB &= AC + BC \\ AB &= 3BC + BC = 4BC \Rightarrow BC = \frac{AB}{4} = \frac{8}{4} = 2 \text{ (cm).} \end{aligned}$$

$$\text{Vậy } AC = AB - BC = 8 - 2 = 6 \text{ (cm).}$$

- ② Trên tia BA có hai điểm C, D mà $BC < BD$ ($2 \text{ cm} < 5 \text{ cm}$) nên C nằm giữa B và D . Do đó

$$\begin{aligned} BC + CD &= BD \\ 2 + CD &= 5 \Rightarrow CD = 3 \text{ cm.} \end{aligned}$$

Trên tia BA có hai điểm A, D mà $BD < BA$ ($5 \text{ cm} < 8 \text{ cm}$) nên D nằm giữa B và A . Do đó

$$\begin{aligned} BD + DA &= BA \\ 5 + DA &= 8 \Rightarrow DA = 3 \text{ cm.} \end{aligned}$$

Ta có $AD + DC = AC$ ($3 + 3 = 6$) nên D nằm giữa A và C , đồng thời $AD = DC = 3 \text{ cm}$ nên D là trung điểm của đoạn thẳng AC .

- ③ Vì D là trung điểm của BE nên $BD = \frac{BE}{2} \Rightarrow BE = 2BD = 10 \text{ (cm)}$.

Trên tia BD có hai điểm C, E mà $BC < BE$ ($2 \text{ cm} < 10 \text{ cm}$) nên C nằm giữa B và E . Do đó

$$\begin{aligned} BC + CE &= BE \\ 2 + CE &= 10 \Rightarrow CE = 8 \text{ cm.} \end{aligned}$$

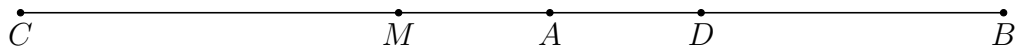
Vậy $CE = AB$ ($= 8 \text{ cm}$).

□

BÀI 4. Cho đoạn thẳng $CD = 9 \text{ cm}$. Lấy M thuộc đoạn thẳng CD sao cho $CM = 5 \text{ cm}$.

- ① Tính MD .
- ② Gọi A là trung điểm của MD . Tính MA .
- ③ Lấy điểm B thuộc tia đối của tia DC sao cho $DB = 2DA$. Hỏi D có là trung điểm của đoạn thẳng BM không? Vì sao?

✎ **LỜI GIẢI.**



- ① Vì M thuộc đoạn thẳng CD nên M nằm giữa C và D . Do đó

$$\begin{aligned} CM + MD &= CD \\ 5 + MD &= 9 \Rightarrow MD = 4 \text{ cm.} \end{aligned}$$

- ② Vì A là trung điểm MD nên $MA = AD = \frac{MD}{2} = \frac{4}{2} = 2 \text{ (cm)}$.

- ③ Ta có $DB = 2DA = 4 \text{ (cm)}$.

Lại có DM và DC là hai tia trùng nhau và B thuộc tia đối của tia DC nên DM và DB là hai tia đối nhau hay D nằm giữa M và B .

Mà $DM = DB$ ($= 4 \text{ cm}$) nên D là trung điểm của đoạn thẳng BM .

□

BÀI 9 ÔN TẬP CHƯƠNG I

A TÓM TẮT LÝ THUYẾT

- 1) Điểm, đường thẳng, tia, đoạn thẳng;
- 2) Ba điểm thẳng hàng, đường thẳng đi qua hai điểm;
- 3) Vẽ độ dài đoạn thẳng, khi nào thì $AM + MB = AB$?
- 4) Vẽ đoạn thẳng cho biết độ dài;
- 5) Trung điểm của đoạn thẳng.

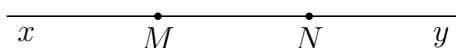
B CÁC DẠNG TOÁN

DẠNG 1. Nhận biết khái niệm điểm, đường thẳng, tia, đoạn thẳng, nằm cùng phía, nằm khác phía

Phương pháp giải:

- Những điểm nằm trên đường thẳng thì thuộc đường thẳng ấy và đường thẳng ấy đi qua những điểm đó.
- Để nhận biết tia cần để ý tới gốc và phần đường thẳng được chia bởi gốc.
- Trong ba điểm thẳng hàng chỉ có một điểm nằm giữa hai điểm còn lại.

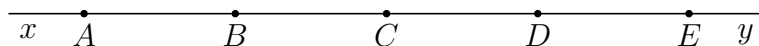
VÍ DỤ 1. Trên hình vẽ sau có tất cả bao nhiêu tia phân biệt, hãy kể tên?



LỜI GIẢI.

Có bốn tia phân biệt là: Mx ; My ; Nx ; Ny . □

VÍ DỤ 2. Cho 5 điểm A, B, C, D, E thẳng hàng (xem hình vẽ). Hỏi có bao nhiêu trường hợp một điểm nằm giữa hai điểm khác?



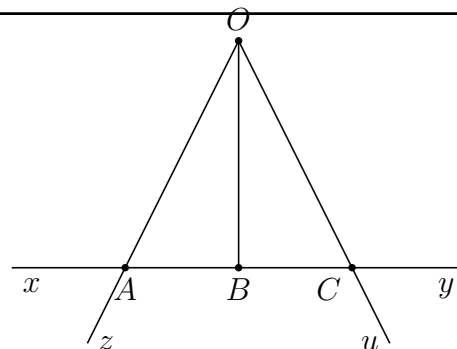
LỜI GIẢI.

Có 10 trường hợp một điểm nằm giữa hai điểm khác.

- Điểm B nằm giữa A và C ; A và D ; A và E .
 - Điểm C nằm giữa A và D ; A và E ; B và D ; B và E .
 - Điểm D nằm giữa A và E ; B và E ; C và E .
-

VÍ DỤ 3. Cho hình vẽ bên.

- ❶ Có bao nhiêu đường thẳng?
- ❷ Có bao nhiêu tia?
- ❸ Có bao nhiêu đoạn thẳng?
- ❹ Có cặp đoạn thẳng nào không cắt nhau không?



🔑 LỜI GIẢI.

- ❶ Có một đường thẳng xy .
- ❷ Có 10 tia: $Ax; Ay; Bx; By; Cx; Cy; Oz; Az; Ou; Cu$.
- ❸ Có 6 đoạn thẳng: $OA; OC; AB; AC; BC; OB$.
- ❹ Các cặp đoạn thẳng không cắt nhau là: OA và BC ; OC và AB .

□

📦 DẠNG 2. Điểm nằm giữa hai điểm khác

Phương pháp giải:

- Nếu $AM + MB = AB$ thì điểm M nằm giữa hai điểm A và B .
- Nếu trên tia Ox có hai điểm M và N mà $OM < ON$ thì điểm M nằm giữa hai điểm O và N .

VÍ DỤ 4. Ba điểm A, B, C có thẳng hàng không? Nếu biết:

- ❶ $AB = 3,1$ cm; $AC = 2,9$ cm; $BC = 6$ cm;
- ❷ $AB = 4$ cm; $AC = 6$ cm; $BC = 3$ cm.

🔑 LỜI GIẢI.

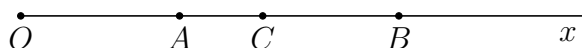
- ❶ Ta có $AB + AC = 3,1 + 2,9 = 6$ cm, suy ra $AB + AC = BC$. Do đó ba điểm A, B, C thẳng hàng.
- ❷ Ta có $AB + AC \neq BC$ (vì $4 + 6 \neq 3$) nên A không nằm giữa B và C .
Ta có $AB + BC \neq AC$ (vì $4 + 3 \neq 6$) nên B không nằm giữa A và C .
Ta có $BC + AC \neq AB$ (vì $3 + 6 \neq 4$) nên C không nằm giữa A và B .
Do đó ba điểm A, B, C không thẳng hàng.

□

VÍ DỤ 5. Trên tia Ox lấy ba điểm A, B, C sao cho $OA = 2,1$ cm; $OB = 5$ cm; $OC = 3,2$ cm.

- ❶ Trong ba điểm O, A, B điểm nào nằm giữa hai điểm còn lại? Vì sao?
- ❷ Trong ba điểm A, B, C điểm nào nằm giữa hai điểm còn lại? Vì sao?

🔑 LỜI GIẢI.



- ❶ Ta có $OA < OB$ ($2,1 < 5$) mà A, B cùng thuộc tia Ox nên điểm A nằm giữa hai điểm O và B .

② Tương tự câu a, ta có A nằm giữa O và C ; C nằm giữa O và B .

Suy ra tia CA , tia CO trùng nhau;

Tia CA , tia CO đối nhau. Do đó tia CA và tia CB đối nhau.

Vậy điểm C nằm giữa hai điểm A và B .

□

□ DẠNG 3. Tính độ dài đoạn thẳng

Phương pháp giải:

— Nếu điểm M nằm giữa hai điểm A và B thì $AM + MB = AB$.

— Nếu điểm M là trung điểm của đoạn thẳng AB thì $MA = MB = \frac{AB}{2}$.

VÍ DỤ 6. Cho điểm I thuộc đoạn thẳng MN . Biết $MI = 4$ cm, $NM = 7$ cm. Tính độ dài đoạn thẳng NI .

✎ LỜI GIẢI.

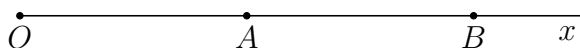


Điểm I thuộc đoạn thẳng MN nên $MI + IN = MN$, suy ra $4 + IN = 7$, do đó $NI = 3$ cm.

□

VÍ DỤ 7. Trên tia Ox lấy hai điểm A, B sao cho $OA = 3$ cm; $OB = 6$ cm. So sánh OA và AB .

✎ LỜI GIẢI.



Hai điểm A, B thuộc tia Ox mà $OA < OB$ ($3 < 6$) nên điểm A nằm giữa hai điểm O và B . Do đó

$$OA + AB = OB \Rightarrow 3 + AB = 6 \Rightarrow AB = 3 \text{ (cm)}.$$

Vậy $OA = AB = 3$ cm.

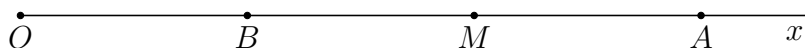
□

VÍ DỤ 8. Trên tia Ox lấy hai điểm A, B sao cho $OA = 9$ cm; $OB = 3$ cm. Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng AB .

① Trong ba điểm O, A, B điểm nào nằm giữa hai điểm còn lại?

② Tính độ dài đoạn thẳng MB .

✎ LỜI GIẢI.



① A, B thuộc tia Ox mà $OB < OA$ ($3 < 9$) nên B nằm giữa O và A .

② Vì điểm B nằm giữa hai điểm O và A nên

$$AB + OB = OA \Rightarrow AB + 3 = 9 \Rightarrow AB = 6 \text{ cm}.$$

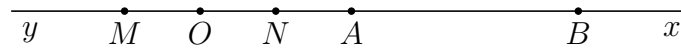
Mà M là trung điểm của đoạn thẳng AB nên $MB = \frac{1}{2}AB = 3$ cm.

□

VÍ DỤ 9. Trên tia Ox lấy hai điểm A, B sao cho $OA = 2$ cm; $OB = 5$ cm.

- ❶ Tính độ dài đoạn AB .
- ❷ Trên tia đối của tia OA lấy điểm M sao cho $OM = 1$ cm. Xác định trung điểm của đoạn MB .
- ❸ Lấy N là trung điểm của đoạn thẳng OA . Chứng tỏ O là trung điểm của đoạn thẳng MN .

✎ **LỜI GIẢI.**



- ❶ Vì điểm A nằm giữa hai điểm O và B nên

$$OA + AB = OB \Rightarrow 2 + AB = 5 \Rightarrow AB = 3 \text{ cm.}$$

- ❷ Vì điểm O nằm giữa hai điểm A và M nên

$$MA = MO + OA = 1 + 2 = 3 \text{ cm.}$$

Suy ra $MA = AB = 3$ cm. Mặt khác, A nằm giữa M và B nên A là trung điểm của đoạn thẳng MB .

- ❸ Vì N là trung điểm của OA nên $ON = \frac{1}{2}OA = \frac{1}{2} \cdot 2 = 1$ cm. Suy ra $ON = OM = 1$ cm. Mặt khác, O nằm giữa M và N nên O là trung điểm của đoạn thẳng MN . □

□ DẠNG 4. Số đoạn thẳng, số đường thẳng

Phương pháp giải:

- Với n điểm phân biệt cho trước ($n \in \mathbb{N}, n \geq 2$), trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng, cứ qua hai điểm vẽ một đường thẳng thì số đường thẳng vẽ được là $\frac{n(n-1)}{2}$.
- Với n điểm phân biệt cho trước ($n \in \mathbb{N}, n \geq 2$), cứ qua hai điểm vẽ một đoạn thẳng thì số đoạn thẳng vẽ được là $\frac{n(n-1)}{2}$.
- Mỗi điểm trên một đường thẳng là gốc chung của hai tia đối nhau.

VÍ DỤ 10. Cho trước 50 điểm phân biệt. Vẽ các đoạn thẳng đi qua các cặp điểm. Hỏi vẽ được bao nhiêu đoạn thẳng?

✎ **LỜI GIẢI.**

Số đoạn thẳng vẽ được là: $\frac{50(50-1)}{2} = 1225$ (đoạn thẳng). □

VÍ DỤ 11. Cho trước 21 điểm phân biệt, trong đó có 10 điểm thẳng hàng, ngoài ra không có ba điểm nào thẳng hàng. Kẻ các đường thẳng đi qua từng cặp điểm. Hỏi vẽ được bao nhiêu đường thẳng?

✎ **LỜI GIẢI.**

Gọi 10 điểm thẳng hàng là $A_1; A_2; \dots; A_{10}$ và 11 điểm còn lại là $B_1; B_2; \dots; B_{11}$.

Qua 10 điểm thẳng hàng chỉ kẻ được 1 đường thẳng.

Số đường thẳng kẻ được từ 11 điểm $B_1; B_2; \dots; B_{11}$ là $\frac{11(11-1)}{2} = 55$ (đường thẳng).

Từ mỗi điểm $A_1; A_2; \dots; A_{10}$ kẻ đến 11 điểm $B_1; B_2; \dots; B_{11}$ ta được 11 đường thẳng. Số đường thẳng kẻ được là

$$11 \times 10 = 110 \text{ (đường thẳng).}$$

Vậy tổng số đường thẳng kẻ được là

$$1 + 55 + 110 = 166 \text{ (đường thẳng).}$$

□

C BÀI TẬP TỰ LUYỆN

BÀI 1. Xác định tính đúng sai của mỗi khẳng định sau:

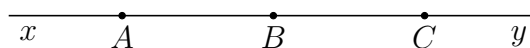
- ① Hai tia có một điểm gốc chung và một điểm chung khác gốc là hai tia trùng nhau.
- ② Hai tia chung gốc thì đối nhau.
- ③ Điểm M thuộc tia AB thì M nằm giữa A và B .
- ④ Hai tia Ox, Oy đối nhau. Điểm A thuộc tia Ox , điểm B thuộc tia Oy thì O nằm giữa A và B .

✎ **LỜI GIẢI.**

- a) Đúng. b) Sai. c) Sai. d) Đúng.

□

BÀI 2. Cho hình sau:



Xác định tính đúng sai của các khẳng định sau:

- ① Điểm A thuộc xy ;
- ② Tia Ax và By đối nhau;
- ③ Điểm B nằm giữa A và C ;
- ④ Trên hình chỉ có hai đoạn thẳng là AB và BC .

✎ **LỜI GIẢI.**

- a) Đúng. b) Sai. c) Đúng. d) Sai.

□

BÀI 3. Cho 5 đường thẳng phân biệt đôi một cắt nhau, không có ba đường thẳng nào cắt nhau tại một điểm. Hỏi có bao nhiêu giao điểm?

✎ **LỜI GIẢI.**

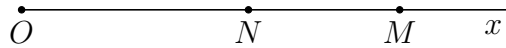
Số giao điểm tạo thành là: $\frac{5 \cdot (5-1)}{2} = 10$ giao điểm.

□

BÀI 4. Cho M, N là hai điểm nằm trên tia Ox . Biết $OM = 5$ cm, $MN = 2$ cm. Tính độ dài ON .

✎ **LỜI GIẢI.**

— Trường hợp 1. Điểm N nằm giữa hai điểm O và M .



Ta có $ON + MN = OM \Rightarrow ON + 2 = 5 \Rightarrow ON = 3$ cm.

— Trường hợp 2. Điểm M nằm giữa hai điểm O và N .



Ta có $ON = OM + MN = 5 + 2 = 7$ cm.

□

BÀI 5. Cho điểm M nằm giữa hai điểm A và B , biết $AM = 3$ cm; $MB = 4$ cm. Trên tia đối của tia MA lấy điểm N sao cho $MN = 7$ cm. So sánh AM và BN .

✎ **LỜI GIẢI.**



Vì MN và MB cùng là tia đối của tia MA và $MB < MN$ ($4 < 7$) nên điểm B nằm giữa hai điểm M và N . Do đó

$$MB + BN = MN \Rightarrow 4 + BN = 7 \Rightarrow BN = 3 \text{ cm.}$$

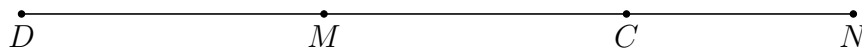
Do đó $AM = BN$ ($= 3$ cm).

□

BÀI 6. Cho đoạn thẳng $MN = 7$ cm. Lấy điểm C nằm giữa M và N sao cho $NC = 3$ cm.

- ① Tính độ dài đoạn CM ;
- ② Trên tia đối của tia MN lấy điểm D sao cho $MD = 4$ cm. Hỏi M có là trung điểm của CD không? Vì sao?

✎ **LỜI GIẢI.**



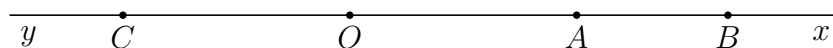
- ① Vì C nằm giữa M và N nên $MC + CN = MN \Rightarrow MC + 3 = 7 \Rightarrow CM = 4$ cm.
- ② Do MC và MD là hai tia đối nhau nên điểm M nằm giữa hai điểm D và C . Hơn nữa $MC = MD = 4$ cm, suy ra M là trung điểm của CD .

□

BÀI 7. Trên tia Ox lấy hai điểm A và B sao cho $OA = 3$ cm, $OB = 5$ cm.

- ① Điểm A có nằm giữa hai điểm O và B không? Vì sao?
- ② Kẻ Oy là tia đối của tia Ox . Trên tia Oy lấy điểm C sao cho $OC = 3$ cm. Điểm O có là trung điểm của CA không?

✎ **LỜI GIẢI.**



- ① Hai điểm A và B thuộc tia Ox mà $OA < OB$ ($3 < 5$) nên điểm A nằm giữa hai điểm O và B .
- ② Do OA và OC là hai tia đối nhau nên điểm O nằm giữa hai điểm A và C . Hơn nữa $OA = OC = 3$ cm, suy ra O là trung điểm của CA .



BÀI 8. Cho n điểm phân biệt ($n \geq 2$). Cứ qua hai điểm ta kẻ một đoạn thẳng.

❶ Nếu $n = 100$ thì có bao nhiêu đoạn thẳng được tạo thành?

❷ Nếu có 105 đoạn thẳng tạo thành thì n là bao nhiêu?

✎ **LỜI GIẢI.**

❶ Khi $n = 100$ thì số đoạn thẳng được tạo thành là $\frac{100 \cdot (100 - 1)}{2} = 4950$ (đoạn thẳng).

❷ Ta có $\frac{n(n - 1)}{2} = 105 \Rightarrow n(n - 1) = 210 \Rightarrow n(n - 1) = 15 \cdot 14 \Rightarrow n = 15$.



CHƯƠNG

5

GÓC

BÀI 1 NỬA MẶT PHẶNG

A TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Mặt phẳng

Định nghĩa 1. Mặt hồ nước yên lặng, mặt bảng là hình ảnh của mặt phẳng.

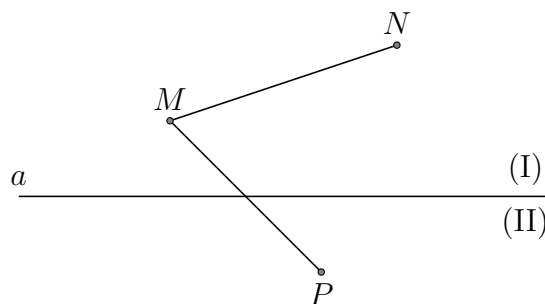
2. Nửa mặt phẳng

Định nghĩa 2. Hình gồm đường thẳng a và một phần mặt phẳng bị chia ra bởi a được gọi là *một nửa mặt phẳng bờ a* .

Tính chất 1. Bất kì đường thẳng nào nằm trên mặt phẳng cũng là bờ chung của hai nửa mặt phẳng đối nhau.

Trong hình bên:

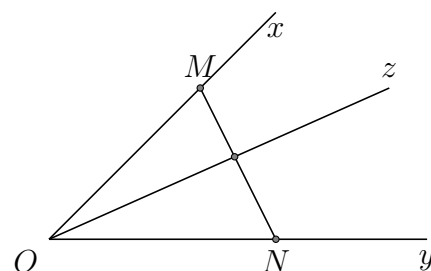
- Nửa mặt phẳng (I) và nửa mặt phẳng (II) là hai nửa mặt phẳng đối nhau có bờ chung là a .
- Hai điểm M, N cùng thuộc nửa mặt phẳng (I), với $M, N \notin a$ thì đoạn thẳng MN không cắt a .
- Hai điểm M, P thuộc hai nửa mặt phẳng đối nhau bờ a , với $M, P \notin a$ thì đoạn thẳng MP cắt a .



3. Tia nằm giữa hai tia

Định nghĩa 3.

Tia Oz nằm giữa hai tia Ox và Oy nếu tia Oz cắt đoạn thẳng MN tại một điểm nằm giữa M và N ($M \in Ox$; $N \in Oy$ và M, N không trùng với O).



B CÁC DẠNG TOÁN VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI

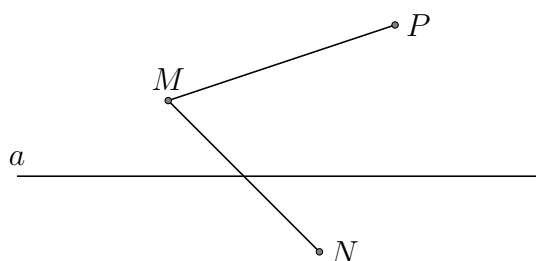
□ DẠNG 1. Đoạn thẳng cắt hay không cắt đường thẳng

Phương pháp giải: **Phương pháp giải**

- Nếu hai điểm A, B thuộc hai nửa mặt phẳng đối nhau bờ a ($A, B \notin a$) thì đoạn thẳng AB cắt a .
- Nếu hai điểm A, B cùng thuộc nửa mặt phẳng bờ a ($A, B \notin a$) thì đoạn thẳng AB không cắt a .

VÍ DỤ 1. Cho ba điểm M, N, P không thẳng hàng nằm ngoài đường thẳng a . Biết rằng đường thẳng a cắt đoạn thẳng MN nhưng không cắt đoạn MP .

- ❶ Gọi tên hai nửa mặt phẳng đối nhau bờ a .
- ❷ Đoạn thẳng NP có cắt đường thẳng a không?
Vì sao?



✍ LỜI GIẢI.

- ❶ Hai nửa mặt phẳng đối nhau bờ a là
 - Nửa mặt phẳng bờ a chứa điểm M và điểm P .
 - Nửa mặt phẳng bờ a chứa điểm N .
- ❷ Đường thẳng a cắt đoạn MN nên M, N thuộc hai nửa mặt phẳng đối nhau bờ a (1).
Đường thẳng a không cắt đoạn MP nên M, P thuộc cùng một nửa mặt phẳng đối nhau bờ a (2).
Từ (1) và (2) suy ra N và P thuộc hai nửa mặt phẳng đối nhau bờ a nên đoạn thẳng NP cắt đường thẳng a .

□

VÍ DỤ 2. Cho đường thẳng xy . Lấy hai cặp điểm M, N và P, Q không thuộc xy , nằm ở hai phía của xy . Nối MN, NP, PQ, QM . Hỏi đường thẳng xy cắt những đoạn thẳng nào và không cắt đoạn nào? Vì sao?

✍ LỜI GIẢI.

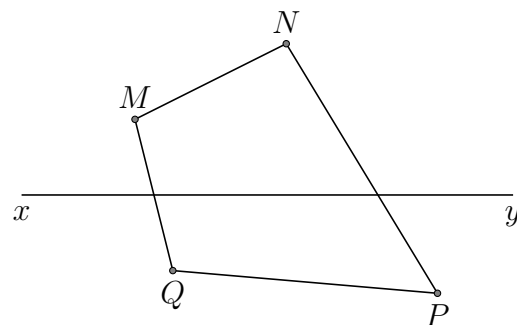
M, N thuộc cùng nửa mặt phẳng bờ xy nên xy không cắt đoạn thẳng MN .

P, Q thuộc cùng nửa mặt phẳng bờ xy nên xy không cắt đoạn thẳng PQ .

M, Q ở hai nửa mặt phẳng đối nhau bờ xy nên xy cắt đoạn thẳng MQ .

N, P ở hai nửa mặt phẳng đối nhau bờ xy nên xy cắt đoạn thẳng NP .

Nhận xét: Nếu nối MP, NQ thì xy cắt cả hai đoạn thẳng này.



□

□ DẠNG 2. Nhận biết một tia nằm giữa hai tia

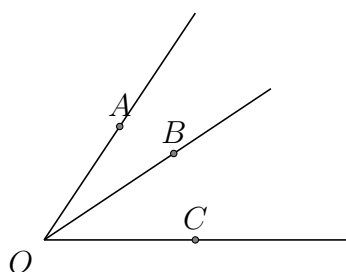
Phương pháp giải: **Phương pháp giải**

Điểm M thuộc tia Ox , điểm N thuộc tia Oy (M, N khác O)

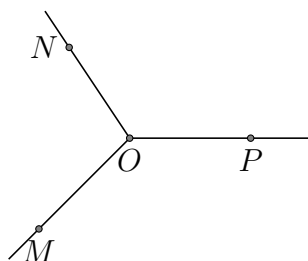
— Nếu đoạn MN cắt tia Oz thì tia Oz nằm giữa tia Ox và Oy .

— Nếu đoạn MN không cắt tia Oz thì tia Oz không nằm giữa tia Ox và Oy .

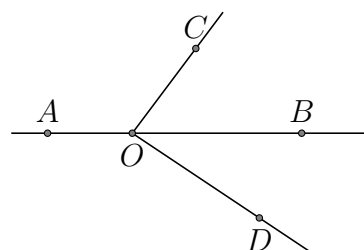
VÍ DỤ 3. Cho hình sau. Tia nào nằm giữa hai tia khác?



Hình 1



Hình 2



Hình 3

✎ LỜI GIẢI.

Trên hình 2, không có tia nào nằm giữa hai tia còn lại.

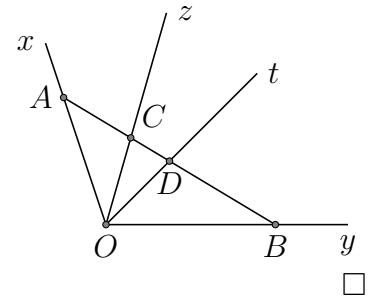
Trên hình 3, tia OB nằm giữa tia OC và tia OD . Tia OC và tia OD nằm giữa hai tia OA và OB . □

VÍ DỤ 4. Cho tia Oz nằm giữa hai tia Ox, Oy không đối nhau. Tia Ot nằm giữa hai tia Oz, Oy . Chứng tỏ tia Oz nằm giữa tia Ox và Ot .

✎ LỜI GIẢI.

Lấy điểm A trên tia Ox , điểm B trên tia Oy . Tia Oz nằm giữa hai tia Ox và Oy nên tia Oz cắt đoạn AB tại C nằm giữa A, B .

Tia Ot nằm giữa hai tia Oz, Oy nên tia Ot cắt đoạn CB tại D nằm giữa C, B . Suy ra điểm C nằm giữa A, D , do đó tia Oz nằm giữa hai tia Ox và Ot .



Bài tập tự luyện

BÀI 1. Cho ba điểm M, N, P nằm ngoài đường thẳng d , biết rằng d cắt MN và d không cắt MP . Khẳng định nào đúng? Khẳng định nào sai?

- (A) M và N nằm khác phía đối với đường thẳng d .
- (B) N và P nằm khác phía đối với đường thẳng d .
- (C) P và M nằm khác phía đối với đường thẳng d .
- (D) P và M nằm cùng phía đối với đường thẳng d .

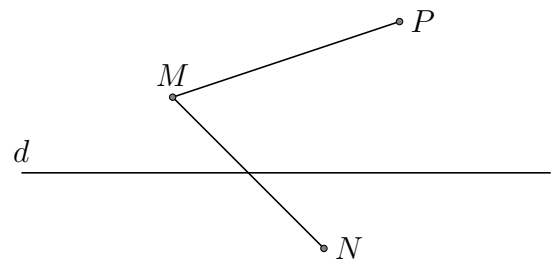
✎ LỜI GIẢI.

Đường thẳng d cắt MN nên M và N nằm khác phía đối với đường thẳng d , do đó (A) đúng.

Đường thẳng d không cắt MP nên P và M nằm cùng phía đối với đường thẳng d , do đó (D) đúng.

Từ hai nhận định trên suy ra N và P nằm khác phía với đường thẳng d nên (B) đúng.

(D) là đúng suy ra (C) là khẳng định sai.



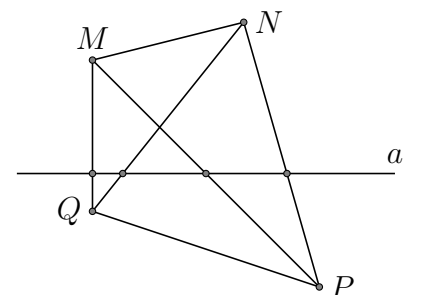
BÀI 2. Cho bốn điểm M, N, P, Q không nằm trên đường thẳng a , trong đó M và N thuộc cùng nửa mặt phẳng bờ a , còn P và Q thuộc nửa mặt phẳng kia. Qua hai điểm vẽ một đoạn thẳng. Hỏi có bao nhiêu đoạn thẳng cắt đường thẳng a , hãy kể tên?

✎ LỜI GIẢI.

M, P thuộc hai nửa mặt phẳng khác nhau bờ a nên MP cắt a .

Tương tự, MQ, NP, NQ cũng cắt a .

Vậy số đoạn thẳng cắt đường thẳng a là 4, đó là các đoạn MP, MQ, NP, NQ .



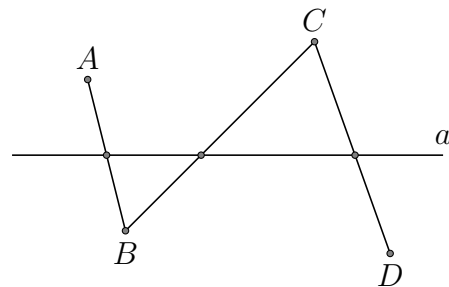
BÀI 3. Cho bốn điểm A, B, C, D nằm ngoài đường thẳng a . Biết rằng cả ba đoạn thẳng AB, BC, CD đều cắt a . Hỏi đoạn thẳng BD, AD có cắt a không?

✎ LỜI GIẢI.

- BC cắt a nên C và B nằm khác phía đối với a .
 - CD cắt a nên C và D nằm khác phía đối với a .
- Từ đó suy ra B và D nằm cùng phía đối với a (1).

Vậy đoạn BD không cắt a .

- AB cắt a nên A và B nằm khác phía đối với a , kết hợp với (1) suy ra A và D nằm khác phía đối với a , do vậy AD cắt a .



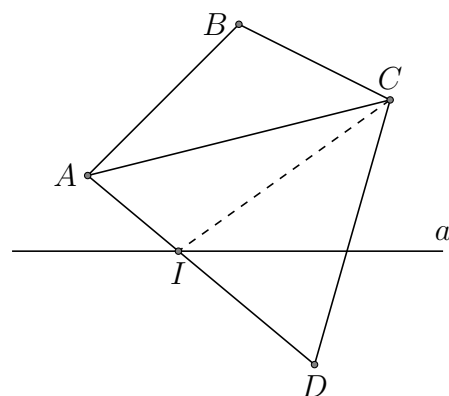
□

BÀI 4. Cho bốn điểm A, B, C, D nằm ngoài đường thẳng a . Biết rằng các đoạn thẳng AB, BC không cắt đường thẳng a , đoạn thẳng CD cắt đường thẳng a .

- ① Hãy chứng tỏ hai điểm A và C cùng thuộc nửa mặt phẳng bờ a .
- ② Hãy chứng tỏ hai điểm A và D thuộc hai nửa mặt phẳng đối nhau bờ a .
- ③ Gọi I là giao điểm của đường thẳng a với đoạn thẳng AD . Trong ba tia CA, CD, CI tia nào nằm giữa hai tia còn lại?

✎ **LỜI GIẢI.**

- ① AB không cắt a nên A và B nằm cùng phía đối với a .
 BC không cắt a nên B và C nằm cùng phía đối với a , do đó A và C thuộc cùng nửa mặt phẳng bờ a .
- ② A và C nằm cùng phía đối với a , CD cắt a nên C và D nằm khác phía đối với a .
 Do đó A và D nằm ở hai nửa mặt phẳng đối nhau bờ a .
- ③ A và D thuộc hai nửa mặt phẳng đối nhau bờ a nên AD cắt a tại I thuộc đoạn AD . Do đó tia CI nằm giữa hai tia CA và CD .



□

BÀI 2 GÓC

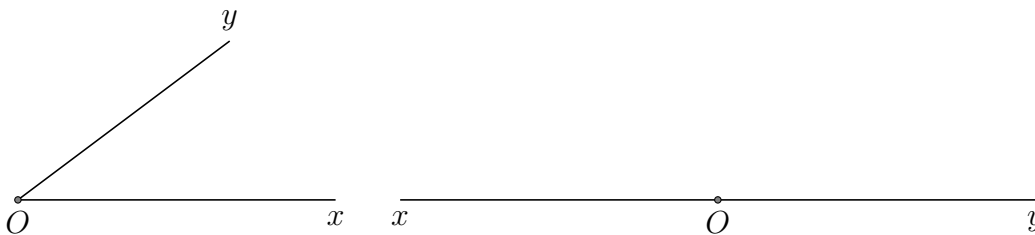
A TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Góc

Định nghĩa 1. Góc là hình tạo bởi hai tia chung gốc. Gốc chung là đỉnh của góc. Hai tia là hai cạnh của góc.

Đặc biệt: Góc bẹt là góc có hai cạnh là hai tia đối nhau.

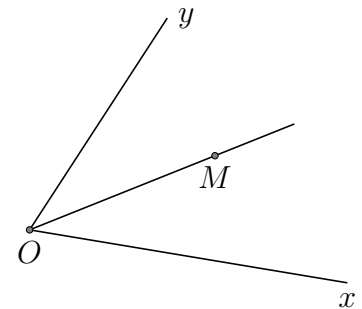
Góc xOy hoặc góc yOx được kí hiệu là $\widehat{xOy}$ hoặc $\widehat{yOx}$.



2. Điểm nằm trong góc

Khi hai tia Ox , Oy không đối nhau, điểm M gọi là điểm nằm trong góc xOy nếu tia OM nằm giữa hai tia Ox , Oy . Khi đó tia OM nằm trong góc xOy .

Nếu tia OM nằm trong góc xOy thì mọi điểm thuộc tia OM đều nằm trong góc xOy .



B CÁC DẠNG TOÁN VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI

□ DẠNG 1. Nhận biết góc, viết kí hiệu góc

Phương pháp giải: **Phương pháp giải**

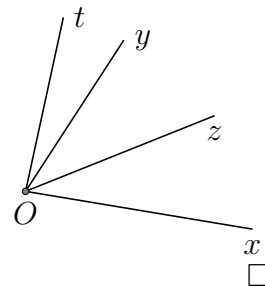
- Để nhận biết góc, ta xác định hai tia chung gốc.
- Để viết kí hiệu góc, ta viết ba chữ, chữ ở giữa chỉ đỉnh của góc.

VÍ DỤ 1. Cho bốn tia chung gốc Ox , Oy , Oz , Ot . Hãy viết kí hiệu các góc tạo thành. Hỏi có tất cả bao nhiêu góc?

✍ LỜI GIẢI.

Các góc tạo thành là: $\widehat{xOy}$, $\widehat{xOz}$, $\widehat{xOt}$, $\widehat{yOz}$, $\widehat{yOt}$, $\widehat{zOt}$.

Tất cả có 6 góc.

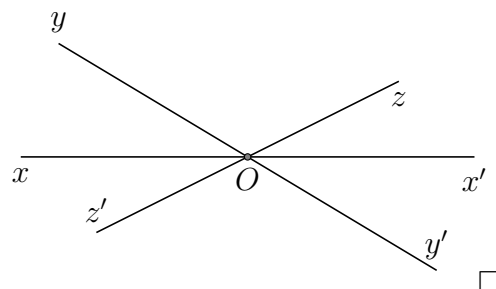


VÍ DỤ 2. Cho ba đường thẳng xx' , yy' , zz' cắt nhau tại O .

- ❶ Kể tên các góc bẹt.
- ❷ Có bao nhiêu góc không phải là góc bẹt, kể tên các góc đó?

✎ **LỜI GIẢI.**

- ❶ Các góc bẹt là $\widehat{xOx'}$, $\widehat{yOy'}$, $\widehat{zOz'}$.
- ❷ Các góc không phải bẹt là $\widehat{xOy}$, $\widehat{xOz}$, $\widehat{xOz'}$, $\widehat{xOy'}$, $\widehat{yOz}$, $\widehat{yOz'}$, $\widehat{yOx'}$, $\widehat{zOx'}$, $\widehat{zOy'}$, $\widehat{x'Oy'}$, $\widehat{x'Oz'}$, $\widehat{y'Oz'}$. Có tất cả 12 góc.



📁 DẠNG 2. Đếm số góc

Phương pháp giải: Nếu có n tia chung gốc thì số góc tạo thành là $\frac{n \cdot (n - 1)}{2}$.

VÍ DỤ 3. Có 100 tia chung gốc. Hỏi có bao nhiêu góc tạo thành?

✎ **LỜI GIẢI.**

Số góc tạo thành là $\frac{100 \cdot (100 - 1)}{2} = 4950$ (góc).

VÍ DỤ 4. Cho 4 đường thẳng phân biệt cắt nhau tại một điểm O . Hỏi có bao nhiêu góc tạo thành, trong đó có bao nhiêu góc bẹt?

✎ **LỜI GIẢI.**

4 đường thẳng cắt nhau tại O thì tạo thành 8 tia chung gốc, suy ra số góc tạo thành là $\frac{8 \cdot (8 - 1)}{2} = 28$ (góc).

Với 4 đường thẳng cắt nhau tại O thì có 4 cặp tia đối nhau nên có 4 góc bẹt.

VÍ DỤ 5. Cho trước 7 tia chung gốc O . Vẽ thêm 3 tia chung gốc O (không trùng với các tia đã có). Số góc đỉnh O tăng thêm là bao nhiêu?

✎ **LỜI GIẢI.**

Với 7 tia chung gốc O thì số góc đỉnh O được tạo thành là $\frac{7 \cdot (7 - 1)}{2} = 21$ (góc).

Với 10 tia chung gốc O thì số góc đỉnh O được tạo thành là $\frac{10 \cdot (10 - 1)}{2} = 45$ (góc).

Số góc đỉnh O tăng thêm là $45 - 21 = 24$ (góc).

VÍ DỤ 6. Vẽ một số tia chung gốc. Biết rằng chúng tạo thành tất cả 45 góc. Hỏi có bao nhiêu tia?

LỜI GIẢI.

Theo công thức tính số góc $\frac{n \cdot (n-1)}{2} = 45$ thì $n(n-1) = 10 \cdot 9$. Suy ra $n = 10$ hay có 10 tia. $\square$

DẠNG 3. Điểm nằm trong góc

Phương pháp giải: **Phương pháp giải**

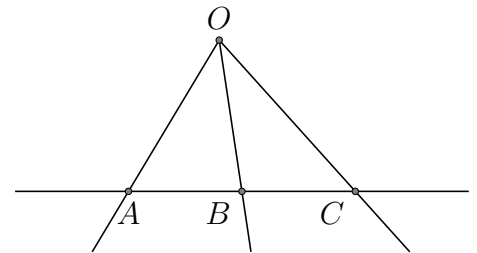
Để nhận biết điểm M có nằm trong góc xOy hay không, ta chỉ cần xét xem tia OM có nằm giữa hai tia Ox, Oy hay không?

VÍ DỤ 7. Cho ba điểm A, B, C thẳng hàng theo thứ tự đó. Gọi O là điểm nằm ngoài đường thẳng AB . Vẽ các tia OA, OB, OC .

- 1 Có bao nhiêu góc ở đỉnh O ?
- 2 Điểm B nằm trong góc nào? Tại sao?

LỜI GIẢI.

- 1 Có ba góc ở đỉnh O , đó là $\widehat{AOB}, \widehat{AOC}, \widehat{BOC}$.
- 2 Vì A, B, C thẳng hàng theo thứ tự nên điểm B nằm giữa hai điểm A và C , do đó tia OB nằm giữa hai tia OA, OC . Suy ra B nằm trong góc $\widehat{AOC}$.

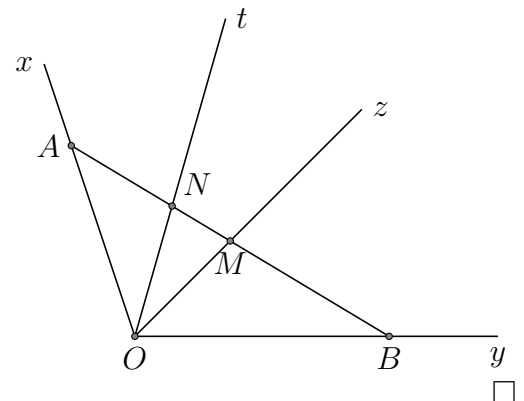


VÍ DỤ 8. Cho hai tia Ox, Oy không đối nhau. Tia Oz nằm giữa hai tia Ox, Oy . Tia Ot nằm giữa hai tia Ox, Oz . Lấy điểm A thuộc tia Ox , điểm B thuộc tia Oy . Đường thẳng AB cắt tia Oz, Ot theo thứ tự tại M, N . Chứng tỏ rằng

- 1 Điểm N nằm trong góc $\widehat{xOz}$.
- 2 Điểm M nằm trong góc $\widehat{yOt}$.

LỜI GIẢI.

- 1 Tia Ot nằm giữa hai tia Ox, Oz nên điểm N thuộc tia Ot thì điểm N nằm trong góc $\widehat{xOz}$.
- 2 Tia Ot nằm giữa hai tia Ox, Oz nên điểm N, A nằm cùng phía đối với điểm M .
 Oz nằm giữa Ox, Oy nên điểm A, B nằm khác phía đối với điểm M . Suy ra N, B nằm khác phía đối với điểm M , do đó điểm M nằm trong góc $\widehat{yOt}$.

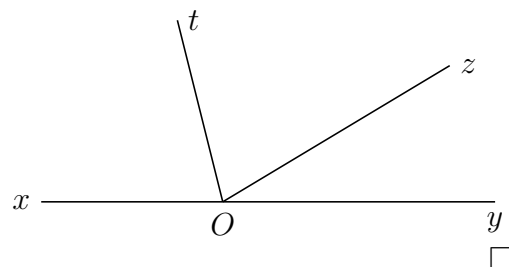


Bài tập tự luyện

BÀI 1. Trên đường thẳng xy lấy điểm O . Vẽ thêm hai tia Oz , Ot . Trên hình vẽ có bao nhiêu góc đỉnh O ?

LỜI GIẢI.

Trên hình vẽ có 4 tia chung gốc O nên tạo ra $\frac{4 \cdot (4 - 1)}{2} = 6$ góc đỉnh O .



BÀI 2. Vẽ 5 đường thẳng cắt nhau tại một điểm O . Trên hình vẽ có số góc đỉnh O tạo thành là bao nhiêu?

LỜI GIẢI.

5 đường thẳng cắt nhau tại điểm O tạo thành 10 tia chung gốc O . Do đó sẽ tạo ra $\frac{10 \cdot (10 - 1)}{2} = 45$ góc đỉnh O .

BÀI 3. Vẽ n tia chung gốc O . Biết chúng tạo thành tất cả 36 góc đỉnh O . Hỏi n là bao nhiêu?

LỜI GIẢI.

Áp dụng công thức $\frac{n \cdot (n - 1)}{2} = 36$ thì $n \cdot (n - 1) = 72 = 9 \cdot 8$. Suy ra $n = 9$.

BÀI 4. Vẽ n tia chung gốc ($n \geq 2$), trong đó không có hai tia nào trùng nhau.

- ① Nếu $n = 5$ thì có bao nhiêu góc tạo thành?
- ② Nếu có 105 góc tạo thành thì n là bao nhiêu?

LỜI GIẢI.

- ① Số góc tạo thành là $\frac{5 \cdot (5 - 1)}{2} = 10$.
- ② Áp dụng công thức $\frac{n \cdot (n - 1)}{2} = 105$ thì $n \cdot (n - 1) = 210 = 15 \cdot 14$. Suy ra $n = 15$.

BÀI 3 SỐ ĐO GÓC

A TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Đo góc

- ① Dụng cụ đo: Thước đo góc.
- ② Cách đo góc xOy .

Bước 1. Đặt thước đo góc sao cho tâm của thước trùng với đỉnh O của góc, một cạnh của góc đi qua vạch 0° .

Bước 2. Xem cạnh thứ hai của góc đi qua vạch nào của thước. Giả sử đó là vạch 105° , ta viết $\widehat{xOy} = 105^\circ$.

⚠ Mỗi góc có một số đo dương. Số đo của góc bẹt là 180° . Số đo của mỗi góc không vượt quá 180° .

2. So sánh hai góc

Định nghĩa 1. Nếu hai góc $\widehat{A}$ và $\widehat{B}$ có số đo bằng nhau thì hai góc đó bằng nhau. Ta viết $\widehat{A} = \widehat{B}$.

Định nghĩa 2. Nếu số đo góc A nhỏ hơn số đo góc B thì góc A nhỏ hơn góc B . Ta viết $\widehat{A} < \widehat{B}$.

3. Góc vuông, góc nhọn, góc tù

Định nghĩa 3. Góc có số đo bằng 90° là góc vuông.

Định nghĩa 4. Góc có số đo nhỏ hơn góc vuông là góc nhọn.

Định nghĩa 5. Góc có số đo lớn hơn 90° nhưng nhỏ hơn 180° là góc tù.

B CÁC DẠNG TOÁN

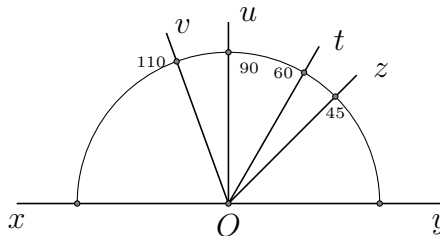
▢ DẠNG 1. Dùng thước đo góc để đo góc

Phương pháp giải:

Bước 1. Đặt thước đo góc sao cho tâm của thước trùng với đỉnh O của góc, một cạnh của góc đi qua vạch 0° .

Bước 2. Xem cạnh thứ hai của góc đi qua vạch nào của thước. Giả sử đó là vạch 105° , ta viết $\widehat{xOy} = 105^\circ$.

VÍ DỤ 1. Cho hình vẽ



Ở hình trên, các tia Oy , Oz , Ot , Ou , Ov theo thứ tự đi qua các vạch số 0, 45, 60, 90, 110, 180 trên thước đo góc. Tính các góc tạo bởi tia Oy với mỗi tia còn lại.

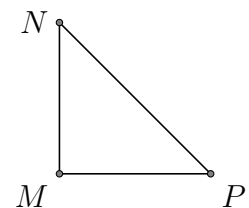
LỜI GIẢI.

$$\widehat{yOz} = 45^\circ; \widehat{yOt} = 60^\circ; \widehat{yOu} = 90^\circ; \widehat{yOv} = 110^\circ; \widehat{yOx} = 180^\circ.$$

□

VÍ DỤ 2.

Cho hình vẽ bên. Bạn hãy đo các góc MNP , MPN , PMN .



LỜI GIẢI.

$$\text{Ta đo được } \widehat{MNP} = 45^\circ; \widehat{MPN} = 45^\circ; \widehat{PMN} = 90^\circ.$$

□

DẠNG 2. So sánh góc

Phương pháp giải: Muốn so sánh hai góc, ta so sánh các số đo của chúng.

VÍ DỤ 3. Ta có thể xem kim phút và kim giờ của đồng hồ là hai tia chung gốc (gốc trùng với trục quay của hai kim). Hãy so sánh góc tạo thành của hai kim với 90° trong mỗi trường hợp

- a) 3 giờ; b) 6 giờ 15 phút; c) 9 giờ; d) 11 giờ 45 phút.

LỜI GIẢI.

- ① Góc tạo thành của hai kim lúc 3 giờ bằng 90° .
- ② Góc tạo thành của hai kim lúc 6 giờ 15 phút lớn hơn 90° vì kim giờ đã vượt qua vạch số 6 và kim phút chỉ số 3.
- ③ Góc tạo thành của hai kim lúc 9 giờ bằng 90° .
- ④ Góc tạo thành của hai kim lúc 11 giờ 45 phút nhỏ hơn 90° vì kim giờ chưa tới vạch số 12 và kim phút chỉ số 9.

□

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

BÀI 1. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng, khẳng định nào sai?

- ① Góc vuông là góc có số đo bằng 90° .
- ② Góc có số đo lớn hơn góc vuông là góc tù.
- ③ Góc có hai cạnh là hai tia đối nhau là góc bẹt.
- ④ Góc nhỏ hơn góc bẹt là góc tù.

LỜI GIẢI.

- ① Khẳng định đúng.
- ② Khẳng định sai. Góc có số đo lớn hơn góc vuông có thể là góc tù hoặc góc bẹt.
- ③ Khẳng định đúng.
- ④ Khẳng định sai. Góc nhỏ hơn góc bẹt có thể là góc tù, góc vuông hoặc là góc nhọn.

□

BÀI 2. Hãy nêu số đo góc tạo bởi hai kim đồng hồ (kim giờ và kim phút)

- a) Lúc 2 giờ; b) Lúc 5 giờ; c) Lúc 8 giờ.

LỜI GIẢI.

- ① Góc tạo thành của hai kim lúc 2 giờ bằng 60° .
- ② Góc tạo thành của hai kim lúc 5 giờ bằng 150° .
- ③ Góc tạo thành của hai kim lúc 8 giờ bằng 120° .

□

BÀI 3. Trên mặt đồng hồ, kim phút chỉ số 12. Hỏi kim giờ sẽ chỉ số mấy khi kim giờ lập với kim phút một góc 30° ; 60° ; 90° ; 120° ; 180° ?

LỜI GIẢI.

- Kim giờ lập với kim phút góc 30° thì kim giờ chỉ số 1 hoặc 11.
- Kim giờ lập với kim phút góc 60° thì kim giờ chỉ số 2 hoặc 10.
- Kim giờ lập với kim phút góc 90° thì kim giờ chỉ số 3 hoặc 9.
- Kim giờ lập với kim phút góc 120° thì kim giờ chỉ số 4 hoặc 8.
- Kim giờ lập với kim phút góc 180° thì kim giờ chỉ số 6.

□

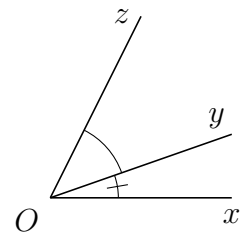
BÀI 4 KHI NÀO THÌ $\widehat{XOY} + \widehat{YOZ} = \widehat{XOZ}$?

A TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Tính chất cộng số đo hai góc

Định lý 1.

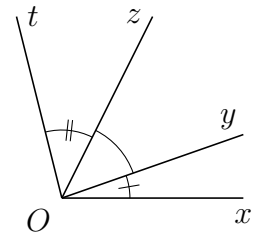
Nếu tia Oy nằm giữa hai tia Ox và Oz thì $\widehat{xOy} + \widehat{yOz} = \widehat{xOz}$. Ngược lại, nếu $\widehat{xOy} + \widehat{yOz} = \widehat{xOz}$ thì tia Oy nằm giữa hai tia Ox và Oz .



Định lý 2. Nếu $\widehat{xOy} + \widehat{yOz} \neq \widehat{xOz}$ thì tia Oy không nằm giữa hai tia Ox và Oz .

Hệ quả 1.

Cộng liên tiếp: Nếu tia Oy nằm giữa hai tia Ox và Ot ; tia Oz nằm giữa hai tia Oy và Ot thì $\widehat{xOy} + \widehat{yOz} + \widehat{zOt} = \widehat{xOt}$.



2. Hai góc kề nhau, phụ nhau, bù nhau

Định nghĩa 1. Hai góc kề nhau là hai góc có một cạnh chung và hai cạnh còn lại nằm trên hai nửa mặt phẳng đối nhau bờ chứa cạnh chung.

Định nghĩa 2. Hai góc phụ nhau là hai góc có tổng số đo bằng 90° .

Định nghĩa 3. Hai góc bù nhau là hai góc có tổng số đo bằng 180° .



- ① Hai góc kề bù là hai góc vừa kề nhau, vừa bù nhau. Hai góc kề bù có tổng số đo bằng 180° .
- ② Hai góc cùng phụ (hoặc cùng bù) với một góc thứ ba thì bằng nhau.

B CÁC DẠNG TOÁN**□ DẠNG 1. Tính số đo góc**

Phương pháp giải: Nếu tia Oy nằm giữa hai tia Ox và Oz thì $\widehat{xOy} + \widehat{yOz} = \widehat{xOz}$.

VÍ DỤ 1. Cho tia Om nằm giữa hai tia Ox và Oy . Biết $\widehat{xOm} = 33^\circ$ và $\widehat{yOm} = 67^\circ$. Tính $\widehat{xOy}$.

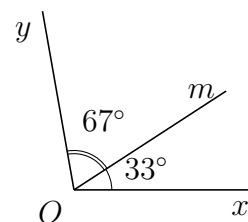
✎ LỜI GIẢI.

Vì tia Om nằm giữa hai tia Ox và Oy nên

$$\widehat{xOy} = \widehat{xOm} + \widehat{yOm}$$

$$\widehat{xOy} = 33^\circ + 67^\circ$$

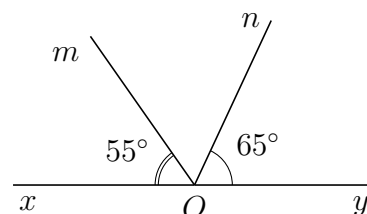
$$\widehat{xOy} = 100^\circ.$$



□

VÍ DỤ 2.

Cho hình vẽ sau, biết tia Ox và Oy đối nhau, $\widehat{xOm} = 55^\circ$, $\widehat{yOn} = 65^\circ$, tia On nằm giữa hai tia Oy và Om . Tính $\widehat{mOn}$.

**✎ LỜI GIẢI.**

Vì tia Ox , Oy là hai tia đối nhau nên $\widehat{xOy} = 180^\circ$.

Mà $\widehat{xOm} + \widehat{mOn} + \widehat{nOy} = \widehat{xOy}$ nên $55^\circ + \widehat{mOn} + 65^\circ = 180^\circ$.

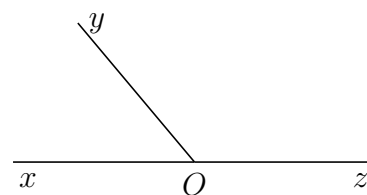
Suy ra $\widehat{mOn} = 60^\circ$.

□

VÍ DỤ 3.

Trên hình bên, số đo góc xOy nhỏ hơn số đo góc zOy là 80° .

Tính số đo của hai góc đó.

**✎ LỜI GIẢI.**

$\widehat{xOy}$ và $\widehat{yOz}$ là hai góc kề bù nên $\widehat{xOy} + \widehat{yOz} = 180^\circ$.

Mà $\widehat{yOz} - \widehat{xOy} = 80^\circ$ nên $\widehat{xOy} = (180^\circ - 80^\circ) : 2 = 50^\circ$ và $\widehat{yOz} = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ$.

□

□ DẠNG 2. Xác định hai góc phụ nhau, bù nhau

Phương pháp giải: Phương pháp giải

- Hai góc có tổng số đo bằng 90° là hai góc phụ nhau.
- Hai góc có tổng số đo bằng 180° là hai góc bù nhau.

VÍ DỤ 4. Biết $\widehat{A}$ và $\widehat{B}$ phụ nhau và $\widehat{A} = 65^\circ$. Tính số đo góc B .

LỜI GIẢI.

$\widehat{A}$ phụ với $\widehat{B}$ nên $\widehat{A} + \widehat{B} = 90^\circ$.

Mà $\widehat{A} = 65^\circ$ nên $\widehat{B} = 90^\circ - 65^\circ = 25^\circ$. □

VÍ DỤ 5. Cho hai góc $\widehat{A}$ và $\widehat{B}$ bù nhau. Biết $\widehat{A} = 70^\circ$. Tính số đo góc B .

LỜI GIẢI.

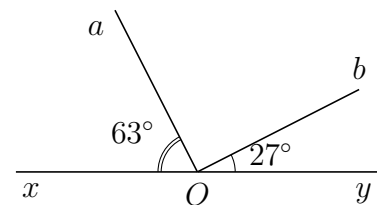
$\widehat{A}$ bù với $\widehat{B}$ nên $\widehat{A} + \widehat{B} = 180^\circ$.

Mà $\widehat{A} = 70^\circ$ nên $\widehat{B} = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$. □

VÍ DỤ 6.

Cho hình vẽ bên, biết tia Ox và Oy đối nhau, $\widehat{xOa} = 63^\circ$, $\widehat{yOb} = 27^\circ$, tia Ob nằm giữa hai tia Oy và Oa .

- ❶ Viết tên các góc nhọn, góc vuông, góc tù.
- ❷ Viết tên cặp góc phụ nhau.
- ❸ Viết tên cặp góc bù nhau.



LỜI GIẢI.

- ❶ — Ta có $\widehat{xOa} + \widehat{aOy} = \widehat{xOy}$
 $63^\circ + \widehat{aOy} = 180^\circ$
 $\widehat{aOy} = 117^\circ$.
 — Ta có $\widehat{xOb} + \widehat{bOy} = \widehat{xOy}$
 $\widehat{xOb} + 27^\circ = 180^\circ$
 $\widehat{xOb} = 153^\circ$.
 — Tia Ob nằm giữa hai tia Oy và Oa , ta có
 $\widehat{aOb} = \widehat{yOa} - \widehat{yOb} = 117^\circ - 27^\circ = 90^\circ$.
 — Như vậy $\widehat{yOb} = 27^\circ$; $\widehat{xOa} = 63^\circ$ là các góc nhọn.
 $\widehat{xOb} = 153^\circ$; $\widehat{yOa} = 117^\circ$ là các góc tù.
 $\widehat{aOb} = 90^\circ$ là góc vuông.
 - ❷ $\widehat{xOa} + \widehat{yOb} = 63^\circ + 27^\circ = 90^\circ$ nên $\widehat{xOa}$ và $\widehat{yOb}$ là cặp góc phụ nhau.
 - ❸ $\widehat{xOa} + \widehat{aOy} = 180^\circ$ nên $\widehat{xOa}$ và $\widehat{aOy}$ là cặp góc bù nhau.
 $\widehat{xOb} + \widehat{bOy} = 180^\circ$ nên $\widehat{xOb}$ và $\widehat{bOy}$ là cặp góc bù nhau.
-

DẠNG 3. Xác định một tia có nằm giữa hai tia còn lại hay không

Phương pháp giải: Phương pháp giải

- Nếu $\widehat{xOy} + \widehat{yOz} = \widehat{xOz}$ thì tia Oy nằm giữa hai tia Ox và Oz .
- Nếu $\widehat{xOy} + \widehat{yOz} \neq \widehat{xOz}$ thì tia Oy không nằm giữa hai tia Ox và Oz .

VÍ DỤ 7. Cho 3 tia chung gốc Ox, Oy, Oz . Biết $\widehat{xOy} = 25^\circ$; $\widehat{yOz} = 45^\circ$; $\widehat{zOx} = 70^\circ$. Tia nào nằm giữa hai tia còn lại?

LỜI GIẢI.

Ta có $\widehat{xOy} + \widehat{yOz} = 25^\circ + 45^\circ = 70^\circ$, suy ra $\widehat{xOy} + \widehat{yOz} = \widehat{zOx}$.

Do đó, tia Oy nằm giữa hai tia Ox và Oz . □

! *Bạn nên tính tổng hai góc có số đo nhỏ $\widehat{xOy}, \widehat{yOz}$. Sau đó so sánh kết quả với số đo góc lớn nhất $\widehat{xOz}$. Nếu kết quả bằng nhau thì tia Oy nằm giữa hai tia Ox và Oz .*

VÍ DỤ 8. Cho ba tia chung gốc Ox, Oy, Oz thỏa mãn $\widehat{xOy} = 130^\circ$, $\widehat{yOz} = 120^\circ$, $\widehat{zOx} = 110^\circ$. Hỏi có tia nào nằm giữa hai tia còn lại không?

LỜI GIẢI.

- $\widehat{xOy} + \widehat{yOz} > \widehat{xOz}$ (vì $130^\circ + 120^\circ > 110^\circ$) nên tia Oy không nằm giữa hai tia Ox và Oz .
- $\widehat{xOy} + \widehat{xOz} > \widehat{yOz}$ (vì $130^\circ + 110^\circ > 120^\circ$) nên tia Ox không nằm giữa hai tia Oy và Oz .
- $\widehat{yOz} + \widehat{xOz} > \widehat{xOy}$ (vì $120^\circ + 110^\circ > 130^\circ$) nên tia Oz không nằm giữa hai tia Ox và Oy .

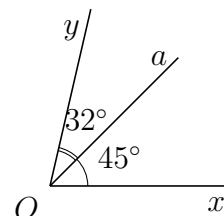
Vậy không có tia nào nằm giữa hai tia còn lại. □

! *Không phải cứ ba tia chung gốc thì có một tia nằm giữa hai tia còn lại.*

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

BÀI 1.

Cho hình bên. Biết $\widehat{xOa} = 45^\circ$; $\widehat{yOa} = 32^\circ$. Tính số đo góc $\widehat{xOy}$.



LỜI GIẢI.

Vì tia Oa nằm giữa hai tia Ox và Oy nên

$$\widehat{xOy} = \widehat{xOa} + \widehat{yOa}$$

$$\widehat{xOy} = 45^\circ + 32^\circ$$

$$\widehat{xOy} = 77^\circ.$$
□

BÀI 2. Cho hai góc A và B phụ nhau và $\widehat{A} - \widehat{B} = 10^\circ$. Tính số đo góc A và góc B .

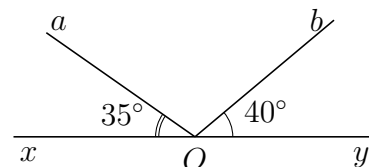
LỜI GIẢI.

$\widehat{A}$ và $\widehat{B}$ là hai góc phụ nhau nên $\widehat{A} + \widehat{B} = 90^\circ$.

Mà $\widehat{A} - \widehat{B} = 10^\circ$ nên $\widehat{A} = (90^\circ + 10^\circ) : 2 = 50^\circ$ và $\widehat{B} = 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ$. □

BÀI 3.

Cho hình bên, biết $\widehat{xOa} = 35^\circ$, $\widehat{yOb} = 40^\circ$. Tính số đo góc aOb .



LỜI GIẢI.

Vì tia Ox , Oy là hai tia đối nhau nên $\widehat{xOy} = 180^\circ$.

Mà $\widehat{xOa} + \widehat{aOb} + \widehat{bOy} = \widehat{xOy}$ nên $35^\circ + \widehat{aOb} + 40^\circ = 180^\circ$.

Suy ra $\widehat{aOb} = 105^\circ$. □

BÀI 4. Cho 3 tia chung gốc Oa , Ob , Oc thỏa mãn $\widehat{aOb} = 70^\circ$; $\widehat{aOc} = 30^\circ$; $\widehat{cOb} = 40^\circ$. Tia nào nằm giữa hai tia còn lại?

LỜI GIẢI.

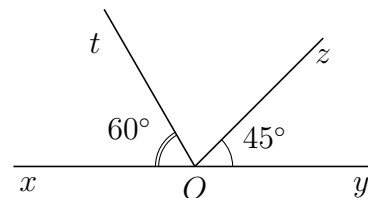
Ta có $\widehat{aOc} + \widehat{cOb} = 30^\circ + 40^\circ = 70^\circ$, suy ra $\widehat{aOc} + \widehat{cOb} = \widehat{aOb}$.

Do đó, tia Oc nằm giữa hai tia Oa và Ob . □

BÀI 5.

Cho hình vẽ bên.

- ① Hãy liệt kê các cặp góc kề bù trong hình vẽ.
- ② Biết $\widehat{xOt} = 60^\circ$, $\widehat{yOz} = 45^\circ$. Tính $\widehat{tOz}$?



LỜI GIẢI.

a) Vì Ox và Oy là hai tia đối nhau nên các cặp góc kề bù là

- $\widehat{xOt}$ và $\widehat{tOy}$;
- $\widehat{xOz}$ và $\widehat{zOy}$.

b) — Ta có $\widehat{xOt} + \widehat{tOy} = \widehat{xOy}$

$$60^\circ + \widehat{tOy} = 180^\circ$$

$$\widehat{tOy} = 120^\circ.$$

— Ta có $\widehat{xOz} + \widehat{zOy} = \widehat{xOy}$

$$\widehat{xOz} + 45^\circ = 180^\circ$$

$$\widehat{xOz} = 135^\circ.$$

— Tia Ot nằm giữa hai tia Ox và Oz , ta có

$$\widehat{tOz} = \widehat{xOz} - \widehat{xOt} = 135^\circ - 60^\circ = 75^\circ.$$

□

BÀI 6. Cho $\widehat{aOb} = 135^\circ$. Tia Oc nằm trong $\widehat{aOb}$. Biết $\widehat{aOc} = \frac{1}{2}\widehat{bOc}$.

- ① Tính số đo góc $\widehat{aOc}$ và $\widehat{bOc}$.
- ② Trong ba góc $\widehat{aOb}$; $\widehat{bOc}$; $\widehat{cOa}$, góc nào là góc nhọn, góc vuông, góc tù?

LỜI GIẢI.

① Do tia Oc nằm trong $\widehat{aOb}$ nên $\widehat{bOc} + \widehat{aOc} = \widehat{aOb}$

$$\widehat{bOc} + \widehat{aOc} = 135^\circ.$$

$$\text{Mà } \widehat{aOc} = \frac{1}{2}\widehat{bOc} \text{ nên } \widehat{bOc} + \frac{1}{2}\widehat{bOc} = 135^\circ$$

$$\frac{3}{2}\widehat{bOc} = 135^\circ$$

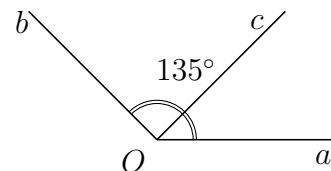
$$\widehat{bOc} = 90^\circ.$$

$$\text{Suy ra } \widehat{aOc} = \frac{1}{2}\widehat{bOc} = \frac{1}{2} \cdot 90^\circ = 45^\circ.$$

② $\widehat{aOc} = 45^\circ < 90^\circ$ nên $\widehat{aOc}$ là góc nhọn.

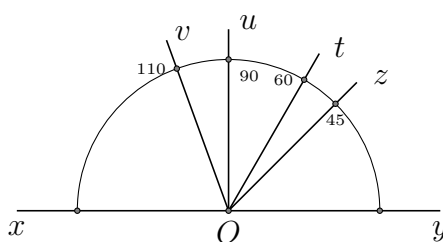
$$\widehat{bOc} = 90^\circ \text{ nên } \widehat{bOc} \text{ là góc vuông.}$$

$$\widehat{aOb} = 135^\circ > 90^\circ \text{ (nhưng nhỏ hơn } 180^\circ) \text{ nên } \widehat{aOb} \text{ là góc tù.}$$



□

BÀI 7. Cho hình vẽ



Ở hình trên, các tia Oy, Oz, Ot, Ou, Ov theo thứ tự đi qua các vạch số 0, 45, 60, 90, 110, 180 trên thước đo góc. Tính các góc tạo bởi tia Ox với mỗi tia còn lại.

LỜI GIẢI.

$$\widehat{yOz} = 45^\circ; \widehat{yOt} = 60^\circ; \widehat{yOu} = 90^\circ; \widehat{yOv} = 110^\circ; \widehat{yOx} = 180^\circ.$$

— Vì Ox và Oy là hai tia đối nhau nên $\widehat{xOz}$ và $\widehat{zOy}$ là hai góc kề bù, suy ra $\widehat{xOz} + \widehat{zOy} = 180^\circ$

$$\widehat{xOz} + 45^\circ = 180^\circ$$

$$\widehat{xOz} = 135^\circ.$$

— Vì Ox và Oy là hai tia đối nhau nên $\widehat{xOt}$ và $\widehat{tOy}$ là hai góc kề bù, suy ra $\widehat{xOt} + \widehat{tOy} = 180^\circ$

$$\widehat{xOt} + 60^\circ = 180^\circ$$

$$\widehat{xOt} = 120^\circ.$$

— Vì Ox và Oy là hai tia đối nhau nên $\widehat{xOu}$ và $\widehat{uOy}$ là hai góc kề bù, suy ra $\widehat{xOu} + \widehat{uOy} = 180^\circ$

$$\widehat{xOu} + 90^\circ = 180^\circ$$

$$\widehat{xOu} = 90^\circ.$$

— Vì Ox và Oy là hai tia đối nhau nên $\widehat{xOv}$ và $\widehat{vOy}$ là hai góc kề bù, suy ra $\widehat{xOv} + \widehat{vOy} = 180^\circ$

$$\widehat{xOv} + 110^\circ = 180^\circ$$

$$\widehat{xOv} = 70^\circ.$$

□

BÀI 5 VẼ GÓC CHO BIẾT SỐ ĐO

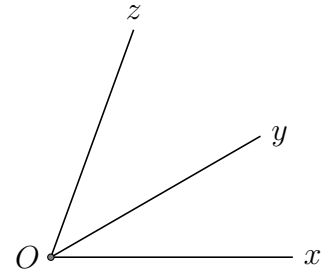
A TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Cho tia Ox . Vẽ góc xOy sao cho $\widehat{xOy} = m^\circ (0^\circ < m \leq 180^\circ)$

— Đặt thước đo góc sao cho tâm của thước trùng với gốc O của tia Ox và tia Ox đi qua vạch 0° .

— Kẻ tia Oy đi qua vạch m° của thước.

! Trên nửa mặt phẳng cho trước có bờ chứa tia Ox , bao giờ cũng vẽ được một và chỉ một tia Oy sao cho $\widehat{xOy} = m^\circ$.



2. Dấu hiệu nhận biết tia nằm giữa hai tia

— Trên nửa mặt phẳng bờ chứa tia Ox có hai tia Oy, Oz mà $\widehat{xOy} < \widehat{xOz}$ thì tia Oy nằm giữa hai tia Ox và Oz .

B CÁC DẠNG TOÁN

□ DẠNG 1. Tính số đo góc

Phương pháp giải:

- Xác định tia nằm giữa hai tia.
- Dùng công thức cộng số đo góc.

VÍ DỤ 1. Trên nửa mặt phẳng bờ chứa tia Ox ta vẽ ba tia Oy, Oz, Ot sao cho $\widehat{xOy} = 10^\circ, \widehat{xOz} = 30^\circ, \widehat{xOt} = 80^\circ$. Tính số đo $\widehat{yOz}, \widehat{zOt}$.

✎ LỜI GIẢI.

Trên nửa mặt phẳng bờ chứa tia Ox ta có

— $\widehat{xOy} < \widehat{xOz}$ ($10^\circ < 30^\circ$), nên tia Oy nằm giữa hai tia Ox, Oz .

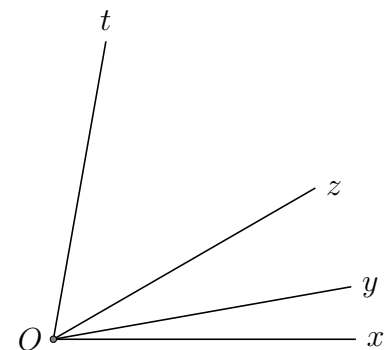
Suy ra

$$\begin{aligned}\widehat{xOy} + \widehat{yOz} &= \widehat{xOz} \\ 10^\circ + \widehat{yOz} &= 30^\circ \\ \widehat{yOz} &= 30^\circ - 10^\circ = 20^\circ.\end{aligned}$$

— $\widehat{xOz} < \widehat{xOt}$ ($30^\circ < 80^\circ$), nên tia Oz nằm giữa hai tia Ox, Ot .

Suy ra

$$\begin{aligned}\widehat{xOz} + \widehat{zOt} &= \widehat{xOt} \\ 30^\circ + \widehat{zOt} &= 80^\circ \\ \widehat{zOt} &= 80^\circ - 30^\circ = 50^\circ.\end{aligned}$$



□

VÍ DỤ 2. Trên nửa mặt phẳng bờ chứa tia Ox ta vẽ ba tia Oy, Oz, Ot sao cho $\widehat{xOy} = 30^\circ, \widehat{xOz} = 50^\circ, \widehat{xOt} = 70^\circ$. So sánh $\widehat{yOz}$ và $\widehat{zOt}$.

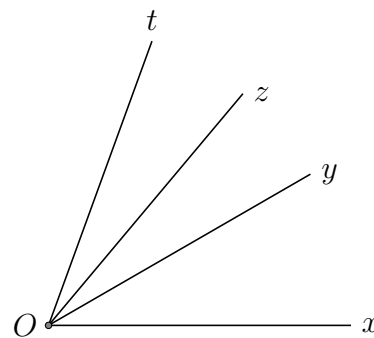
✎ LỜI GIẢI.

Trên nửa mặt phẳng bờ chứa tia Ox ta có

— $\widehat{xOy} < \widehat{xOz}$ ($30^\circ < 50^\circ$), nên tia Oy nằm giữa hai tia Ox, Oz .

Suy ra

$$\begin{aligned}\widehat{xOy} + \widehat{yOz} &= \widehat{xOz} \\ 30^\circ + \widehat{yOz} &= 50^\circ \\ \widehat{yOz} &= 50^\circ - 30^\circ = 20^\circ.\end{aligned}$$



— $\widehat{xOz} < \widehat{xOt}$ ($50^\circ < 70^\circ$), nên tia Oz nằm giữa hai tia Ox, Ot .

Suy ra

$$\begin{aligned}\widehat{xOz} + \widehat{zOt} &= \widehat{xOt} \\ 50^\circ + \widehat{zOt} &= 70^\circ \\ \widehat{zOt} &= 70^\circ - 50^\circ = 20^\circ.\end{aligned}$$

Vậy $\widehat{yOz} = \widehat{zOt} = 20^\circ$.

□

□ DẠNG 2. Xác định một tia có nằm giữa hai tia còn lại hay không.

Phương pháp giải: Trên nửa mặt phẳng bờ chứa tia Ox có hai tia Oy, Oz mà $\widehat{xOy} < \widehat{xOz}$ thì tia Oy nằm giữa hai tia Ox và Oz .

VÍ DỤ 3. Trên nửa mặt phẳng bờ chứa tia Ox ta vẽ ba tia Oy, Oz, Ot sao cho $\widehat{xOy} = 32^\circ, \widehat{xOz} = 50^\circ, \widehat{xOt} = 75^\circ$.

- ❶ Trong ba tia Ox, Oy, Oz tia nào nằm giữa hai tia còn lại?
- ❷ Trong ba tia Ox, Oz, Ot tia nào nằm giữa hai tia còn lại?
- ❸ Trong ba tia Oy, Oz, Ot tia nào nằm giữa hai tia còn lại?

✎ LỜI GIẢI.

- ① Trên nửa mặt phẳng bờ chứa tia Ox ta có $\widehat{xOy} < \widehat{xOz}$ vì $32^\circ < 50^\circ$, nên tia Oy nằm giữa hai tia Ox, Oz .
- ② Trên nửa mặt phẳng bờ chứa tia Ox ta có $\widehat{xOz} < \widehat{xOt}$ vì $50^\circ < 75^\circ$, nên tia Oz nằm giữa hai tia Ox, Ot .
- ③ Vì Oy nằm giữa Ox, Ot nên

$$\begin{aligned}\widehat{xOy} + \widehat{yOt} &= \widehat{xOt} \\ 32^\circ + \widehat{yOt} &= 75^\circ \\ \widehat{yOt} &= 75^\circ - 32^\circ = 43^\circ.\end{aligned}$$

Trên nửa mặt phẳng bờ chứa tia Ox ta có $\widehat{xOz} < \widehat{xOt}$ ($50^\circ < 75^\circ$), nên tia Oz nằm giữa hai tia Ox, Ot . Suy ra

$$\begin{aligned}\widehat{xOz} + \widehat{zOt} &= \widehat{xOt} \\ 50^\circ + \widehat{zOt} &= 75^\circ \\ \widehat{zOt} &= 75^\circ - 50^\circ = 25^\circ.\end{aligned}$$

Ta có Oy, Oz cùng nằm giữa Ox và Ot do đó Oy, Oz cùng nằm trên nửa bờ mặt phẳng chứa tia Ot , mà $\widehat{tOz} < \widehat{tOy}$ ($25^\circ < 43^\circ$) nên Oz nằm giữa hai tia Ot và Oy .

□

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

BÀI 1. Cho hai tia Ot, Ox nằm trên cùng một nửa mặt phẳng bờ chứa tia Oy . Biết $\widehat{yOx} = 85^\circ, \widehat{yOt} = 50^\circ$.

- ① Trong ba tia Ox, Oy, Ot tia nào nằm giữa hai tia còn lại?
- ② Tính số đo góc xOt .

✎ LỜI GIẢI.

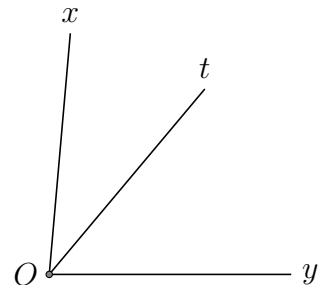
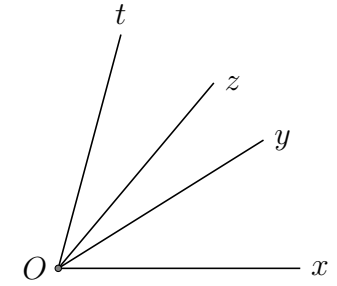
- ① Trên nửa mặt phẳng bờ chứa tia Oy ta có $\widehat{yOt} < \widehat{yOx}$ vì $50^\circ < 85^\circ$, nên tia Ot nằm giữa hai tia Oy, Ox .
- ② Vì Ot nằm giữa Oy, Ox nên

$$\begin{aligned}\widehat{yOt} + \widehat{tOx} &= \widehat{yOx} \\ 50^\circ + \widehat{tOx} &= 85^\circ \\ \widehat{tOx} &= 85^\circ - 50^\circ = 35^\circ.\end{aligned}$$

□

BÀI 2. Trong nửa mặt phẳng bờ Ox , vẽ tia Oa, Ob, Oc sao cho $\widehat{xOb} = 2 \cdot \widehat{xOa}$ và $\widehat{xOb} = 70\% \cdot \widehat{xOc}$. Biết $\widehat{aOb} = 35^\circ$. Tính số đo $\widehat{aOc}$.

✎ LỜI GIẢI.



Trên cùng một nửa mặt phẳng bờ chứa tia Ox , ta có

— $\widehat{xOb} = 2 \cdot \widehat{xOa}$ nên $\widehat{xOb} > \widehat{xOa}$, do đó tia Oa nằm giữa tia Ox , Ob .

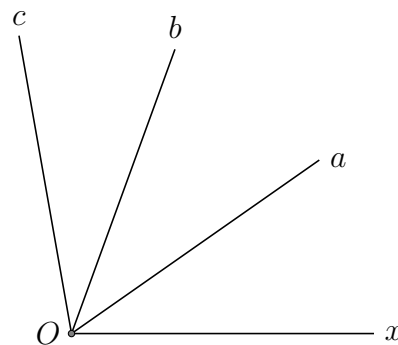
Vậy

$$\widehat{xOa} + \widehat{aOb} = \widehat{xOb}$$

$$\widehat{xOa} + \widehat{aOb} = 2 \cdot \widehat{xOa}$$

$$\widehat{xOa} = \widehat{aOb} = 35^\circ$$

$$\text{Suy ra } \widehat{xOb} = 70^\circ.$$



— $\widehat{xOb} = 70\% \cdot \widehat{xOc}$ nên $\widehat{xOc} = \frac{100}{70} \widehat{xOb} = 100^\circ$.

— $\widehat{xOa} < \widehat{xOc}$ ($35^\circ < 100^\circ$) nên tia Oa nằm giữa tia Ox và Oc . Vậy

$$\widehat{xOa} + \widehat{aOc} = \widehat{xOc}$$

$$35^\circ + \widehat{aOc} = 100^\circ$$

$$\widehat{aOc} = 65^\circ.$$

□

BÀI 3. Cho góc bẹt xOx' . Trên cùng nửa mặt phẳng bờ là đường thẳng $x'x$ ta lấy hai tia Ot và Oy sao cho $\widehat{xOt} = 130^\circ$, $\widehat{x'Oy} = 140^\circ$. Tính $\widehat{yOt}$.

✎ **LỜI GIẢI.**

Trên cùng nửa mặt phẳng bờ là đường thẳng $x'x$ ta có

— Tia Oy nằm giữa tia Ox và Ox' nên

$$\widehat{x'Oy} + \widehat{yOx} = \widehat{x'Ox}$$

$$140^\circ + \widehat{yOx} = 180^\circ$$

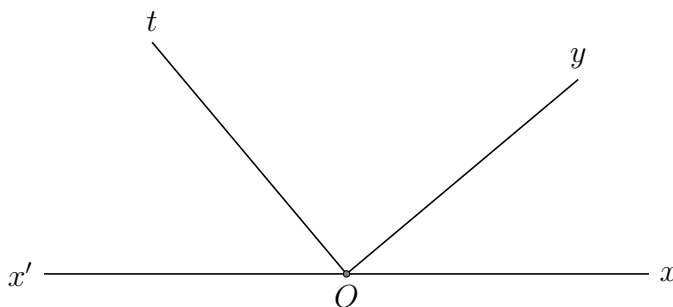
$$\widehat{yOx} = 40^\circ.$$

— $\widehat{xOt} > \widehat{xOy}$ ($130^\circ > 40^\circ$) nên tia Oy nằm giữa tia Ox và Ot , do đó

$$\widehat{xOy} + \widehat{yOt} = \widehat{xOt}$$

$$40^\circ + \widehat{yOt} = 130^\circ$$

$$\widehat{yOt} = 90^\circ.$$



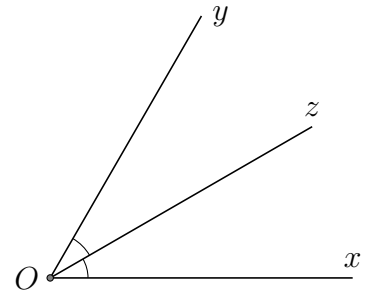
□

BÀI 6

TIA PHÂN GIÁC CỦA GÓC

A TÓM TẮT LÝ THUYẾT

- Tia phân giác của một góc là tia nằm giữa hai cạnh của góc và tạo với hai cạnh ấy hai góc bằng nhau.
- Nếu tia Oz là tia phân giác của $\widehat{xOy}$ thì $\widehat{xOz} = \widehat{yOz} = \frac{\widehat{xOy}}{2}$.
- Đường thẳng chứa tia phân giác gọi là đường phân giác.



B CÁC DẠNG TOÁN

□ DẠNG 1. Tính số đo góc

Phương pháp giải: Vận dụng: Nếu tia Oz là tia phân giác của $\widehat{xOy}$ thì $\widehat{xOz} = \widehat{yOz} = \frac{\widehat{xOy}}{2}$.

VÍ DỤ 1. Cho Oz là tia phân giác của $\widehat{xOy}$, biết $\widehat{xOy} = 66^\circ$. Tính số đo $\widehat{xOz}$.

LỜI GIẢI.

Vì Oz là tia phân giác của $\widehat{xOy}$ nên $\widehat{xOz} = \frac{\widehat{xOy}}{2} = 33^\circ$. □

VÍ DỤ 2. Cho $\widehat{xOy}$ và $\widehat{yOz}$ là hai góc kề bù. Biết $\widehat{xOy} = 120^\circ$ và tia Ot là phân giác của $\widehat{yOz}$. Tính số đo $\widehat{xOt}$.

LỜI GIẢI.

— $\widehat{xOy}$ và $\widehat{yOz}$ là hai góc kề bù nên

$$\widehat{xOy} + \widehat{yOz} = 180^\circ$$

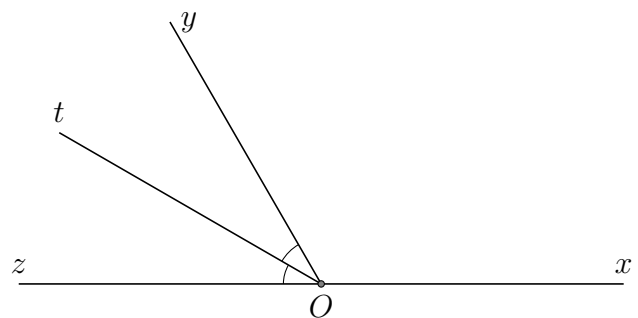
$$120^\circ + \widehat{yOz} = 180^\circ$$

$$\widehat{yOz} = 60^\circ.$$

— Vì Ot là tia phân giác của $\widehat{yOz}$ nên

$$\widehat{zOt} = \frac{\widehat{yOz}}{2} = 30^\circ.$$

— Ta có $\widehat{xOt} = 180^\circ - \widehat{zOt} = 180^\circ - 30^\circ = 150^\circ$. □



VÍ DỤ 3. Cho $\widehat{xOy} = 150^\circ$, vẽ tia Oz bất kỳ nằm trong góc đó. Gọi Oa, Ob theo thứ tự là tia phân giác của $\widehat{xOz}, \widehat{zOy}$. Tính $\widehat{aOb}$.

LỜI GIẢI.

— Vì Oa là tia phân giác của $\widehat{xOz}$ nên

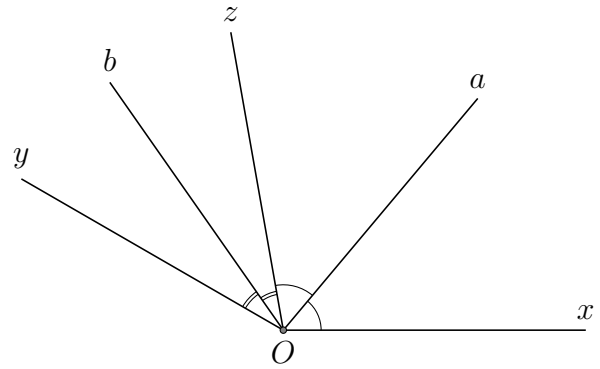
$$\widehat{aOz} = \frac{\widehat{xOz}}{2}.$$

— Vì Ob là tia phân giác của $\widehat{zOy}$ nên

$$\widehat{zOb} = \frac{\widehat{zOy}}{2}.$$

— Ta có

$$\begin{aligned}\widehat{aOb} &= \widehat{aOz} + \widehat{zOb} \\ &= \frac{1}{2}\widehat{xOz} + \frac{1}{2}\widehat{zOy} \\ &= \frac{1}{2}(\widehat{xOz} + \widehat{zOy}) \\ &= \frac{1}{2}\widehat{xOy} \\ &= 75^\circ.\end{aligned}$$



□

📦 DẠNG 2. Chứng tỏ một tia là tia phân giác của một góc

Phương pháp giải: Để chứng tỏ tia Oz là tia phân giác của góc $\widehat{xOy}$ ta cần 2 điều kiện

- Tia Oz nằm giữa Ox và Oy .
- $\widehat{xOz} = \widehat{yOz}$.

VÍ DỤ 4. Cho hai tia đối Ox, Oy . Trên cùng nửa mặt phẳng bờ xy , vẽ các tia Oz, Ot sao cho $\widehat{xOz} = 80^\circ, \widehat{yOt} = 50^\circ$. Chứng tỏ Ot là tia phân giác của $\widehat{yOz}$.

🔗 LỜI GIẢI.

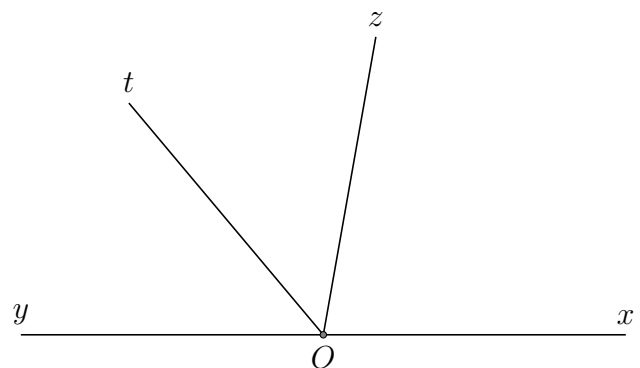
Trên cùng nửa mặt phẳng bờ xy , ta có

— Tia Ot nằm giữa tia Ox và Oy nên

$$\begin{aligned}\widehat{yOt} + \widehat{tOx} &= \widehat{xOy} \\ 50^\circ + \widehat{tOx} &= 180^\circ \\ \widehat{tOx} &= 130^\circ.\end{aligned}$$

— $\widehat{xOt} > \widehat{xOz}$ ($150^\circ > 80^\circ$) nên tia Oz nằm giữa Ox và Ot , do đó

$$\begin{aligned}\widehat{xOz} + \widehat{zOt} &= \widehat{xOt} \\ 80^\circ + \widehat{zOt} &= 130^\circ \\ \widehat{zOt} &= 50^\circ.\end{aligned}$$



— Tia Oz nằm giữa tia Ox và Oy nên

$$\begin{aligned}\widehat{yOz} + \widehat{zOx} &= \widehat{xOy} \\ \widehat{yOz} + 80^\circ &= 180^\circ \\ \widehat{yOz} &= 100^\circ.\end{aligned}$$

— $\widehat{yOz} > \widehat{yOt}$ ($100^\circ > 50^\circ$) nên tia Ot nằm giữa Oy và Oz . Mặt khác $\widehat{yOt} = \widehat{zOt} = 50^\circ$ do đó Ot là tia phân giác của $\widehat{yOz}$.

□

VÍ DỤ 5. Cho góc $\widehat{xOy} = 110^\circ$ có Oz là tia phân giác. Các tia Om, On nằm trong góc xOy sao cho $\widehat{xOm} = \widehat{yOn} = 30^\circ$. Chứng tỏ Oz là tia phân giác của $\widehat{mOn}$.

🔗 LỜI GIẢI.

Trên cùng nửa mặt phẳng bờ chứa tia Ox , ta có

— Oz là tia phân giác của $\widehat{xOy}$ nên

$$\widehat{xOz} = \widehat{yOz} = \frac{\widehat{xOy}}{2} = 55^\circ.$$

— $\widehat{xOz} > \widehat{xOm}$ ($55^\circ > 30^\circ$) nên tia Om nằm giữa Ox và Oz , do đó

$$\begin{aligned}\widehat{xOm} + \widehat{mOz} &= \widehat{xOz} \\ 30^\circ + \widehat{mOz} &= 55^\circ \\ \widehat{mOz} &= 25^\circ.\end{aligned}$$

— Tia On nằm giữa tia Ox và Oy nên

$$\begin{aligned}\widehat{xOn} + \widehat{nOy} &= \widehat{xOy} \\ \widehat{xOn} + 30^\circ &= 110^\circ \\ \widehat{xOn} &= 80^\circ.\end{aligned}$$

— $\widehat{xOn} > \widehat{xOz}$ ($80^\circ > 55^\circ$) nên tia Oz nằm giữa Ox và On , do đó

$$\begin{aligned}\widehat{xOz} + \widehat{nOz} &= \widehat{xOn} \\ 55^\circ + \widehat{nOz} &= 80^\circ \\ \widehat{nOz} &= 25^\circ.\end{aligned}$$

— Vậy tia Oz nằm giữa hai tia Om và On đồng thời $\widehat{mOz} = \widehat{zOn}$ nên Oz là tia phân giác của góc $\widehat{mOn}$.

□

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

BÀI 1. Cho tia Ox là tia phân giác của góc yOz . Biết góc $\widehat{xOy} = 56^\circ$. Tính số đo góc $\widehat{yOz}$.

🔗 LỜI GIẢI.

Vì Ox là tia phân giác của góc yOz nên $\widehat{xOy} = \frac{\widehat{yOz}}{2}$ suy ra $\widehat{yOz} = 112^\circ$.

□

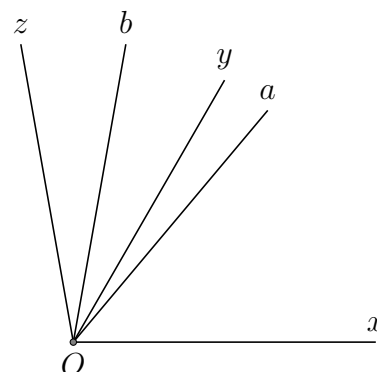
BÀI 2. Trên nửa mặt phẳng bờ chứa tia Ox , vẽ hai tia Oy và Oz sao cho $\widehat{xOy} = 60^\circ$, $\widehat{xOz} = 100^\circ$. Vẽ tia Oa, Ob lần lượt là phân giác của $\widehat{xOz}, \widehat{yOz}$. Tính số đo góc $\widehat{aOb}$.

✎ LỜI GIẢI.

Trên nửa mặt phẳng bờ chứa tia Ox , ta có

— $\widehat{xOz} > \widehat{xOy}$ ($100^\circ > 60^\circ$) nên tia Oy nằm giữa Ox và Oz , do đó

$$\begin{aligned}\widehat{xOy} + \widehat{yOz} &= \widehat{xOz} \\ 60^\circ + \widehat{yOz} &= 100^\circ \\ \widehat{yOz} &= 40^\circ.\end{aligned}$$



— Vì Oa là tia phân giác của $\widehat{xOz}$ nên $\widehat{xOa} = \widehat{aOz} = \frac{\widehat{xOz}}{2} = 50^\circ$.
 — Vì Ob là tia phân giác của $\widehat{yOz}$ nên $\widehat{zOb} = \widehat{yOb} = \frac{\widehat{yOz}}{2} = 20^\circ$.
 — Ta có

$$\begin{aligned}\widehat{aOb} &= \widehat{aOz} - \widehat{yOb} \\ &= 50^\circ - 20^\circ \\ &= 30^\circ.\end{aligned}$$

□

BÀI 3. Trên nửa mặt phẳng bờ chứa tia Ox , vẽ hai tia Oy và Oz sao cho $\widehat{xOy} = 65^\circ$, $\widehat{xOz} = 130^\circ$.

- ❶ Trong ba tia Ox, Oy, Oz tia nào nằm giữa hai tia còn lại?
- ❷ Tính $\widehat{yOz}$.
- ❸ Chứng tỏ Oy là tia phân giác của $\widehat{xOz}$.
- ❹ Vẽ tia Ot là tia đối của tia Oy . So sánh $\widehat{xOt}$ và $\widehat{zOt}$.

✎ LỜI GIẢI.

- ① Trên nửa mặt phẳng bờ chứa tia Ox , ta có $\widehat{xOz} > \widehat{xOy}$ ($130^\circ > 65^\circ$) nên tia Oy nằm giữa Ox và Oz .
- ② Vì tia Oy nằm giữa Ox và Oz nên

$$\begin{aligned}\widehat{xOy} + \widehat{yOz} &= \widehat{xOz} \\ 65^\circ + \widehat{yOz} &= 130^\circ \\ \widehat{yOz} &= 65^\circ.\end{aligned}$$

- ③ Ta có tia Oy nằm giữa Ox và Oz đồng thời $\widehat{xOy} = \widehat{yOz}$ nên tia Oy là tia phân giác của góc $\widehat{xOz}$.
- ④ Vì tia Ox nằm giữa Oy và Ot nên

$$\begin{aligned}\widehat{xOy} + \widehat{xOt} &= \widehat{yOt} \\ 65^\circ + \widehat{xOt} &= 180^\circ \\ \widehat{xOt} &= 115^\circ.\end{aligned}$$

Vì tia Oz nằm giữa Oy và Ot nên

$$\begin{aligned}\widehat{zOy} + \widehat{zOt} &= \widehat{yOt} \\ 65^\circ + \widehat{zOt} &= 180^\circ \\ \widehat{zOt} &= 115^\circ.\end{aligned}$$

Vậy $\widehat{xOt} = \widehat{zOt}$.

□

BÀI 4. Trên nửa mặt phẳng bờ chứa tia Ox , vẽ hai tia Oz và Oy sao cho $\widehat{xOy} = 30^\circ$, $\widehat{xOz} = 110^\circ$.

- ① Trong ba tia Ox , Oy , Oz tia nào nằm giữa hai tia còn lại?
- ② Vẽ Ot là tia phân giác của $\widehat{yOz}$. Tính $\widehat{zOt}$, $\widehat{tOx}$.

✎ **LỜI GIẢI.**

- ① Trên nửa mặt phẳng bờ chứa tia Ox , ta có $\widehat{xOz} > \widehat{xOy}$ ($110^\circ > 30^\circ$) nên tia Oy nằm giữa Ox và Oz .
- ② Vì tia Oy nằm giữa Ox và Oz nên

$$\begin{aligned}\widehat{xOy} + \widehat{yOz} &= \widehat{xOz} \\ 30^\circ + \widehat{yOz} &= 110^\circ \\ \widehat{yOz} &= 80^\circ.\end{aligned}$$

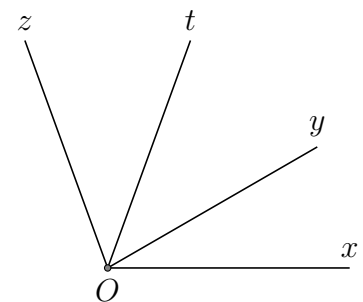
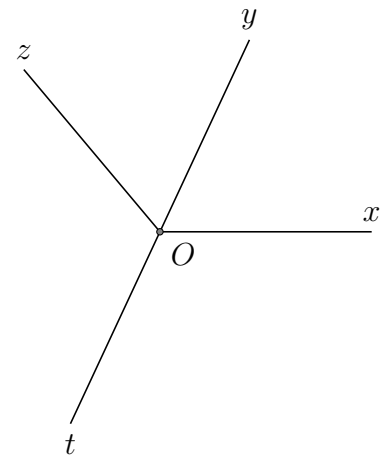
Vì Ot là tia phân giác của $\widehat{yOz}$ nên $\widehat{zOt} = \widehat{yOt} = \frac{\widehat{yOz}}{2} = 40^\circ$.

Vì tia Oy nằm giữa Ox và Ot nên $\widehat{tOx} = \widehat{xOy} + \widehat{yOt} = 70^\circ$.

□

BÀI 5. Cho hai góc kề $\widehat{AOB}$, $\widehat{BOC}$ có tổng bằng 160° , trong đó $\widehat{AOB}$ bằng bảy lần $\widehat{BOC}$.

- ① Tính số đo $\widehat{AOB}$, $\widehat{BOC}$.

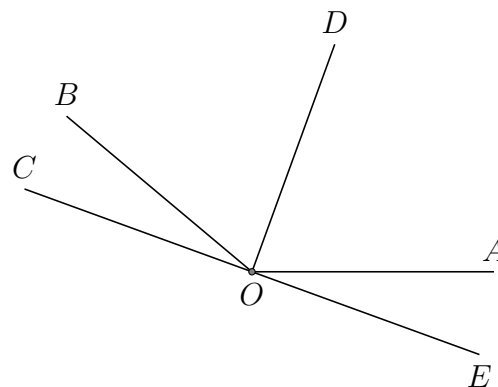


- ② Trong góc $\widehat{AOC}$ vẽ tia OD sao cho $\widehat{COD} = 90^\circ$. Chứng tỏ OD là phân giác của $\widehat{AOB}$.
- ③ Vẽ tia OE là tia đối của tia OC . So sánh $\widehat{AOC}$ và $\widehat{BOE}$.

✎ LỜI GIẢI.

- ① Vì $\widehat{AOB}, \widehat{BOC}$ là hai góc kề nên

$$\begin{aligned}\widehat{AOB} + \widehat{BOC} &= \widehat{AOC} = 160^\circ \\ 7 \cdot \widehat{BOC} + \widehat{BOC} &= 160^\circ \\ 8 \cdot \widehat{BOC} &= 160^\circ \\ \widehat{BOC} &= 20^\circ \\ \text{Suy ra } \widehat{AOB} &= 140^\circ.\end{aligned}$$



- ② Tia OD nằm giữa tia OA, OC nên

$$\begin{aligned}\widehat{AOD} + \widehat{COD} &= \widehat{AOC} \\ \widehat{AOD} + 90^\circ &= 160^\circ \\ \widehat{AOD} &= 70^\circ.\end{aligned}$$

Vậy $\widehat{AOD} = \frac{\widehat{AOB}}{2}$, mặt khác tia OD nằm giữa OA, OB nên OD là tia phân giác của $\widehat{AOB}$.

- ③ Tia OB nằm giữa tia OE, OC nên

$$\begin{aligned}\widehat{BOE} + \widehat{BOC} &= \widehat{EOC} \\ \widehat{BOE} + 20^\circ &= 180^\circ \\ \widehat{BOE} &= 160^\circ.\end{aligned}$$

Vậy $\widehat{AOC} = \widehat{BOE}$.

□

BÀI 7 ĐƯỜNG TRÒN

A TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Đường tròn và hình tròn

Định nghĩa 1. Đường tròn tâm O , bán kính R là hình gồm các điểm cách O một khoảng bằng R , kí hiệu $(O; R)$.

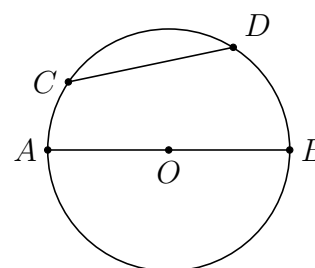
Định nghĩa 2. Hình tròn là hình gồm các điểm nằm trên đường tròn và các điểm nằm trong đường tròn đó.

2. Cung và dây cung

Hai điểm C, D của một đường tròn chia đường tròn thành hai *cung*. Đoạn thẳng nối hai mút của một cung gọi là *dây cung*.

Dây cung đi qua tâm là *đường kính*.

Trong hình bên, đoạn thẳng CD gọi là *dây cung*; đoạn thẳng AB gọi là *đường kính*.



B CÁC DẠNG TOÁN

□ DẠNG 1. Nhận biết vị trí của một điểm đối với đường tròn

Phương pháp giải: **PHƯƠNG PHÁP GIẢI:**

- Điểm A thuộc đường tròn $(O; R)$ nếu $OA = R$.
- Điểm A nằm trong đường tròn $(O; R)$ nếu $OA < R$.
- Điểm A nằm ngoài đường tròn $(O; R)$ nếu $OA > R$.

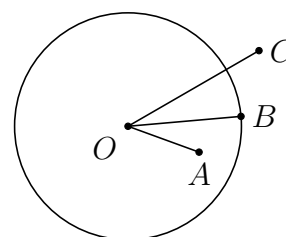
VÍ DỤ 1. Vẽ đường tròn $(O; 1,5 \text{ cm})$. Lấy 3 điểm A, B, C sao cho $OA = 1 \text{ cm}$, $OB = 1,5 \text{ cm}$, $OC = 2 \text{ cm}$. Trong 3 điểm A, B, C , điểm nào nằm trong đường tròn, ngoài đường tròn, điểm nào thuộc đường tròn?

✎ LỜI GIẢI.

Vì $OA = 1 \text{ cm} < 1,5 \text{ cm}$ nên điểm A nằm trong đường tròn.

$OB = 1,5 \text{ cm}$ nên điểm B nằm trên đường tròn.

$OC = 2 \text{ cm} > 1,5 \text{ cm}$ nên điểm C nằm ngoài đường tròn.



□

VÍ DỤ 2. Cho đoạn thẳng $AB = 3 \text{ cm}$. Vẽ đường tròn $(A; 2 \text{ cm})$ cắt AB tại điểm M . Vẽ đường tròn $(B; 1,5 \text{ cm})$ cắt AB tại N . Hai đường tròn này cắt nhau tại I, K .

- 1 Tính AI, BK .
- 2 Chứng tỏ N là trung điểm của AB .

✎ LỜI GIẢI.

- ① Vì điểm I thuộc đường tròn $(A; 2 \text{ cm})$
nên $AI = 2 \text{ cm}$.

Vì điểm K thuộc đường tròn $(B; 1,5 \text{ cm})$
nên $BK = 1,5 \text{ cm}$.

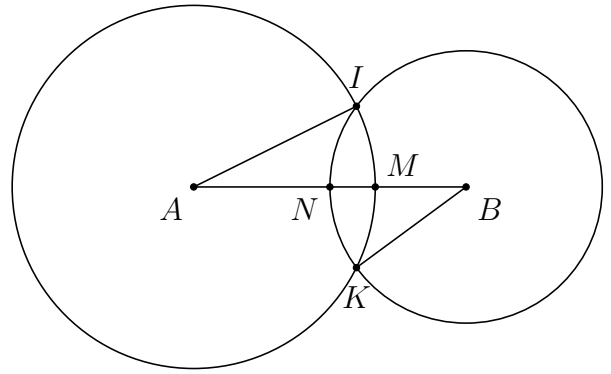
- ② Vì điểm N thuộc đường tròn $(B; 1,5 \text{ cm})$
nên $BN = 1,5 \text{ cm}$.

Vì N nằm giữa A và B nên $AN + NB = AB$.

Lại có $BN = 1,5 \text{ cm}$, $AB = 3 \text{ cm}$.

Nên $AN = 1,5 \text{ cm}$.

Khi đó ta có $AN = NB$ do đó N là trung điểm của AB . □



□ DẠNG 2. Đếm số dây cung, số cung của đường tròn

Phương pháp giải: **PHƯƠNG PHÁP GIẢI**

Đoạn thẳng nối 2 điểm phân biệt trên đường tròn tạo thành 1 dây cung. Hai điểm này chia đường tròn thành 2 phần, mỗi phần gọi là một cung.

Trên đường tròn có n điểm phân biệt. Nối mỗi cặp điểm ta được một dây cung thì số dây cung là $\frac{n \cdot (n - 1)}{2}$ và số cung tạo thành là $n \cdot (n - 1)$.

VÍ DỤ 1. Trên đường tròn (O) lấy 9 điểm phân biệt. Nối mỗi cặp điểm ta được một dây cung.

- ① Hỏi vẽ được bao nhiêu dây cung?
- ② Hỏi trên đường tròn có bao nhiêu cung được tạo thành?

✎ **LỜI GIẢI.**

- ① Số dây cung là $\frac{9 \cdot (9 - 1)}{2} = 36$ (dây cung).
- ② Số cung trên đường tròn là $9 \cdot (9 - 1) = 72$ (cung). □

VÍ DỤ 2. Trên đường tròn tâm O ta lấy n điểm. Số cung tròn tạo thành là 132. Hỏi n là số nào?

✎ **LỜI GIẢI.**

Số cung tạo thành từ n điểm là $n \cdot (n - 1)$ nên $n \cdot (n - 1) = 132 = 12 \cdot 11$.

Suy ra $n = 12$. □

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

BÀI 1. Xác định xem khẳng định nào đúng ghi Đ, khẳng định nào sai ghi S.

- ① S Trong một đường tròn, bán kính có độ dài bằng đường kính.

- ② **D** Trong một đường tròn, đường kính có độ dài gấp đôi bán kính.
 ③ **S** Hình tròn là hình gồm những điểm nằm bên trong đường tròn.
 ④ **S** Đường kính của đường tròn là đoạn nối tâm với một điểm nằm trên đường tròn.

✎ **LỜI GIẢI.**

- Câu A sai vì trong một đường tròn, bán kính có độ dài bằng nửa đường kính.
- Câu C sai vì hình tròn là hình gồm những điểm nằm trên đường tròn và những điểm nằm trong đường tròn đó.
- Câu D sai vì đường kính của đường tròn là dây cung đi qua tâm.

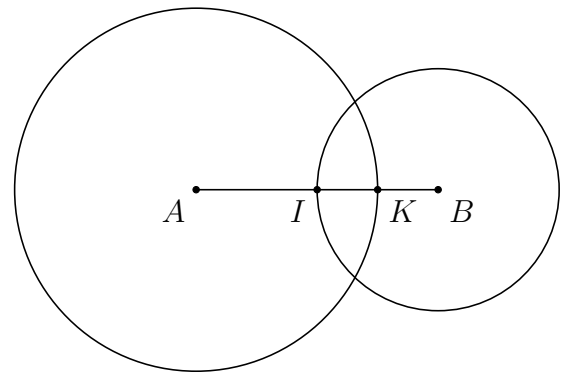
□

BÀI 2. Cho đoạn thẳng $AB = 4$ cm. Vẽ đường tròn $(A; 3$ cm) và $(B; 2$ cm). Hai đường tròn tâm A, B lần lượt cắt đoạn thẳng AB tại K, I .

- ① Tính độ dài BK .
 ② Chứng minh I là trung điểm của AB .

✎ **LỜI GIẢI.**

- ① Vì K thuộc đường tròn (A) nên $AK = 3$ cm.
 Lại có $AK + BK = AB$ (vì K nằm giữa AB).
 Nên $BK = AB - AK = 4 - 3 = 1$ cm.
 ② Vì I thuộc đường tròn (B) nên $BI = 2$ cm.
 Lại có $AI + BI = AB$ (vì I nằm giữa AB).
 Nên $AI = AB - BI = 2$ cm.
 Suy ra $AI = IB$ hay I là trung điểm của AB .



□

BÀI 3. Trên đường tròn tâm O lấy 50 điểm. Nối 2 điểm với nhau ta được một dây cung. Hỏi có bao nhiêu dây cung tạo thành?

✎ **LỜI GIẢI.**

Số dây cung được tạo thành là $\frac{50 \cdot (50 - 1)}{2} = 1225$ (dây cung).

□

BÀI 4. Trên đường tròn tâm O lấy 4 điểm A, B, C, D . Hỏi có bao nhiêu cung tạo thành?

✎ **LỜI GIẢI.**

Số cung được tạo thành là $4 \cdot (4 - 1) = 12$ (cung).

□

BÀI 5. Trên đường tròn tâm O lấy n điểm. Số cung tròn tạo thành là 72. Vậy giá trị của n là bao nhiêu?

✎ **LỜI GIẢI.**

Số cung tròn tạo thành từ n điểm là $n \cdot (n - 1)$ nên $n \cdot (n - 1) = 72 = 9 \cdot 8$.

Suy ra $n = 9$.

□

BÀI 6. Trên đường tròn (O) lấy 99 điểm phân biệt. Nối mỗi cặp điểm ta được một dây cung.

- ① Hỏi vẽ được bao nhiêu dây cung?

❷ Hỏi trên đường tròn có bao nhiêu cung?

🔑 LỜI GIẢI.

❶ Số dây cung được tạo thành là $\frac{99 \cdot (99 - 1)}{2} = 4851$ (dây cung).

❷ Số cung được tạo thành là $99 \cdot (99 - 1) = 9702$ (cung).

□

BÀI 8 TAM GIÁC

A TÓM TẮT LÝ THUYẾT

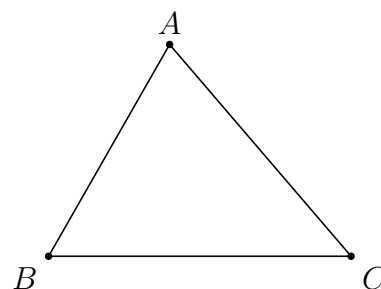
Định nghĩa 1. Tam giác ABC là hình gồm ba đoạn thẳng AB, BC, CA khi A, B, C không thẳng hàng.

Tam giác ABC kí hiệu là $\triangle ABC$.

Ba điểm A, B, C là ba *đỉnh* của tam giác.

Ba đoạn thẳng AB, BC, CA là ba *cạnh* của tam giác.

Ba góc $\widehat{A}, \widehat{B}, \widehat{C}$ là ba *góc* của tam giác.



B CÁC DẠNG TOÁN

📁 DẠNG 1. Nhận dạng tam giác và các yếu tố

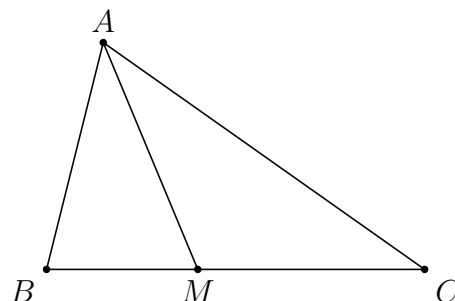
Phương pháp giải: PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Đối chiếu với định nghĩa của tam giác.

VÍ DỤ 1.

Cho hình vẽ bên. Hãy dùng kí hiệu ghi:

- ❶ Tên các tam giác khác nhau trong hình.
- ❷ Tên các góc trong mỗi tam giác.
- ❸ Những tam giác chung cạnh AM .



🔑 LỜI GIẢI.

❶ Tên các tam giác khác nhau trong hình là $\triangle ABC, \triangle ABM, \triangle ACM$.

❷ Tên các góc trong $\triangle ABC$ là $\widehat{ABC}, \widehat{BCA}, \widehat{CAB}$.

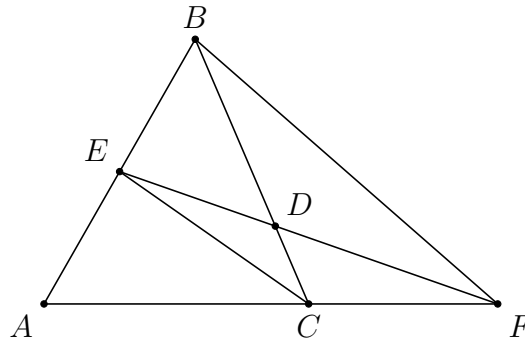
Tên các góc trong $\triangle ABM$ là $\widehat{ABM}, \widehat{BMA}, \widehat{MAB}$.

Tên các góc trong $\triangle ACM$ là $\widehat{ACM}, \widehat{CMA}, \widehat{MAC}$.

③ Tam giác chung cạnh AM là $\triangle ABM$ và $\triangle AMC$.

□

VÍ DỤ 2. Hình vẽ dưới đây có bao nhiêu tam giác? Hãy kể tên.



LỜI GIẢI.

Có tất cả 12 tam giác. Đó là

$\triangle BDF, \triangle CDF, \triangle BED, \triangle CDE, \triangle AEC$ (5 tam giác đơn), $\triangle BCF$,

$\triangle BEF, \triangle BCE, \triangle CFE$ (4 tam giác đôi), $\triangle ABC, \triangle AEF$ (2 tam giác ba) và $\triangle ABF$.

□

□ DẠNG 2. Vẽ tam giác

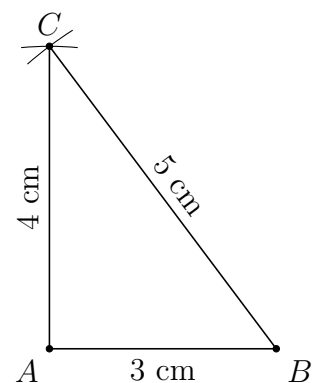
Phương pháp giải: **PHƯƠNG PHÁP GIẢI**

Để vẽ một tam giác biết độ dài ba cạnh, ta vẽ một cạnh trước. Sau đó vẽ hai cung tròn có tâm là hai đỉnh đã vẽ, hai bán kính lần lượt bằng độ dài hai cạnh còn lại. Giao điểm hai cung tròn là đỉnh thứ ba của tam giác.

VÍ DỤ 1. Vẽ một tam giác ABC , biết ba cạnh $BC = 5$ cm, $AB = 3$ cm, $AC = 4$ cm.

LỜI GIẢI.

- Vẽ đoạn thẳng $AB = 3$ cm.
- Vẽ cung tròn tâm A , bán kính 4 cm.
- Vẽ cung tròn tâm B , bán kính 5 cm.
- Lấy một giao điểm của hai cung trên.
- Gọi giao điểm đó là C . Vẽ các đoạn thẳng AC, BC ta có $\triangle ABC$.



□

□ DẠNG 3. Tính số tam giác tạo thành

Phương pháp giải: **PHƯƠNG PHÁP GIẢI**

Cho n điểm $A_1; A_2; \dots; A_n$ theo thứ tự trên đường thẳng xy và điểm M nằm ngoài đường thẳng xy . Nối M với n điểm đó. Số tam giác đếm được là $\frac{n \cdot (n - 1)}{2}$.

VÍ DỤ 1. Trên đường thẳng xy lấy 6 điểm A, B, C, D, E, F theo thứ tự đó. Lấy điểm M nằm ngoài đường thẳng xy . Nối M với các điểm A, B, C, D, E, F . Số tam giác tạo thành là bao nhiêu?

LỜI GIẢI.

Số tam giác nhận được đúng bằng số đoạn thẳng tạo thành từ 6 điểm trên đường thẳng xy .

Mà số đoạn thẳng lập được là $\frac{6 \cdot (6 - 1)}{2} = 15$.

Suy ra số tam giác tạo thành là 15 tam giác. □

VÍ DỤ 2. Cho n điểm $A_1; A_2; \dots; A_n$ theo thứ tự trên đường thẳng xy và điểm M nằm ngoài đường thẳng xy . Nối M với n điểm đó. Số tam giác đếm được là 55 thì giá trị của n là bao nhiêu?

LỜI GIẢI.

Số tam giác tạo thành bằng số đoạn thẳng lập được từ các điểm trên đường thẳng xy nên ta có $\frac{n \cdot (n - 1)}{2} = 55$ hay $n \cdot (n - 1) = 110 = 11 \cdot 10$.

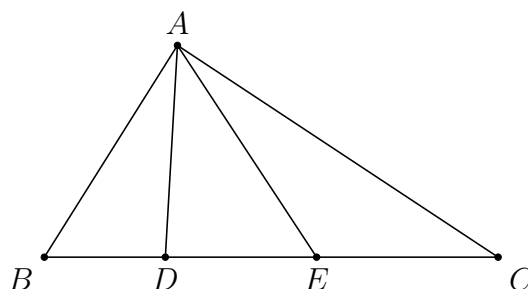
Suy ra $n = 11$. □

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

BÀI 1.

Cho hình bên.

- ❶ Góc ABC không phải là góc của tam giác nào?
- ❷ Cạnh AD không phải là cạnh của tam giác nào?
- ❸ Đoạn thẳng AB là cạnh chung của những tam giác nào?



LỜI GIẢI.

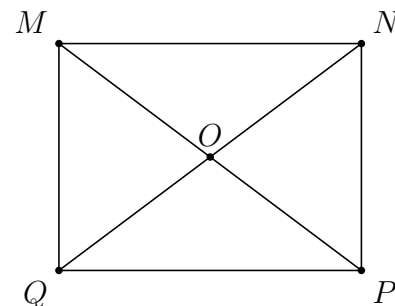
- ❶ Góc ABC không là góc của $\triangle ADE, \triangle AEC, \triangle ADC$.
- ❷ Cạnh AD không phải là cạnh của $\triangle AEC, \triangle ABE, \triangle ABC$.
- ❸ Đoạn thẳng AB là cạnh chung của $\triangle ABD, \triangle ABE, \triangle ABC$. □

BÀI 2.

Cho hình chữ nhật $MNPQ$ có MP và NQ cắt nhau tại O . Số tam giác đếm được là bao nhiêu? Hãy kể tên.

LỜI GIẢI.

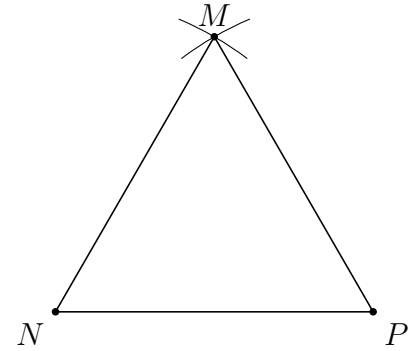
Có tất cả 8 tam giác. Đó là $\triangle OMN, \triangle ONP, \triangle OPQ, \triangle OMQ, \triangle MPQ, \triangle NPQ, \triangle MNP, \triangle MNQ$. □



BÀI 3. Vẽ tam giác MNP có $MN = 3$ cm, $NP = 3$ cm, $PM = 3$ cm và đo góc của $\triangle MNP$.

LỜI GIẢI.

- Vẽ đoạn thẳng $NP = 3$ cm.
- Vẽ cung tròn tâm N , bán kính 3 cm.
- Vẽ cung tròn tâm P , bán kính 3 cm.
- Lấy một giao điểm của hai cung tròn.
- Gọi giao điểm đó là M . Vẽ các đoạn thẳng NM, PM ta có $\triangle MNP$.



□

Ta có $MN = NP = PM = 3$ cm nên $\triangle MNP$ là tam giác đều.

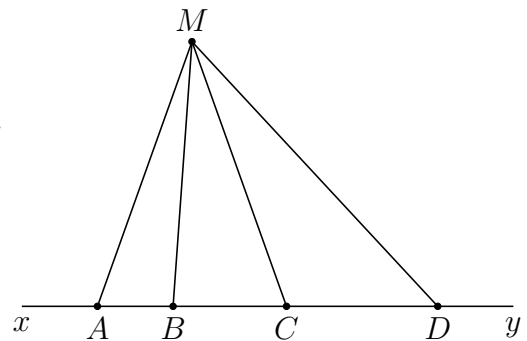
Suy ra $\widehat{MNP} = \widehat{NPM} = \widehat{NMP} = 60^\circ$.

BÀI 4. Trên đường thẳng xy lấy 4 điểm A, B, C, D phân biệt theo thứ tự đó. Gọi M là điểm nằm ngoài đường thẳng xy , kẻ các đoạn thẳng MA, MB, MC, MD .

- 1 Trên hình vẽ có bao nhiêu tam giác? Hãy kể tên.
- 2 Đoạn MB là cạnh chung của những tam giác nào?
- 3 Hai tam giác nào có hai góc kề bù?

✎ **LỜI GIẢI.**

- 1 Trên hình vẽ có 6 tam giác là $\triangle MAB, \triangle MBC, \triangle MCD, \triangle MAC, \triangle MBD, \triangle MAD$.
- 2 Đoạn MB là cạnh chung của các tam giác $\triangle MAB, \triangle MBD, \triangle MBC$.
- 3 Những tam giác có 2 góc kề bù là $\triangle MAB$ và $\triangle MBC$; $\triangle MAB$ và $\triangle MBD$; $\triangle MAC$ và $\triangle MCD$; $\triangle MBC$ và $\triangle MCD$.



□

BÀI 5. Lấy điểm O nằm ngoài đường thẳng a chứa 1001 điểm. Nối điểm O với mỗi điểm đã cho.

- 1 Hỏi có bao nhiêu góc đỉnh O tạo thành?
- 2 Hỏi có bao nhiêu tam giác có 3 đỉnh là 3 trong số 1002 điểm đã cho.

✎ **LỜI GIẢI.**

- 1 Đặt 1001 điểm đó là $A_1; A_2; \dots; A_{1001}$.
Xét các tia $OA_1; OA_2; \dots; OA_{1001}$ có tất cả 1001 tia có gốc là O .
Số góc đỉnh O tạo thành là $\frac{1001 \cdot (1001 - 1)}{2} = 500500$ (góc).
- 2 Số tam giác tạo thành bằng số góc đỉnh O nên số tam giác tạo thành là 500500 (tam giác).

□

BÀI 6. Bạn Minh đồ bạn Thông vẽ tam giác ABC có $AB = 6$ cm, $AC = 2$ cm, $BC = 3$ cm. Hỏi bạn Thông có vẽ được không?

✎ **LỜI GIẢI.**

Bạn Thông không vẽ được tam giác như vậy, vì các đường tròn $(A; 2 \text{ cm})$ và $(B; 3 \text{ cm})$ không cắt nhau.

□

BÀI 9 ÔN TẬP CHƯƠNG II

A TRỌNG TÂM KIẾN THỨC

1. Nửa mặt phẳng, góc.
2. Số đo góc, khi nào thì $\widehat{xOy} + \widehat{yOz} = \widehat{xOz}$?
3. Vẽ góc khi cho biết số đo.
4. Tia phân giác của góc.
5. Đường tròn, tam giác.

B CÁC DẠNG BÀI TẬP VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI

□ DẠNG 1. Góc phụ nhau, bù nhau và kề bù

Phương pháp giải:

- Hai góc phụ nhau là hai góc có tổng số đo bằng 90° .
- Hai góc bù nhau là hai góc có tổng số đo bằng 180° .
- Hai góc kề bù là hai góc vừa kề nhau, vừa bù nhau.

VÍ DỤ 1. Cho góc xOy và yOz là cặp góc kề bù. Gọi Oa , Ob là các tia phân giác của góc xOy và yOz . Khi đó có bao nhiêu cặp góc phụ nhau? Hãy kể tên.

✎ LỜI GIẢI.

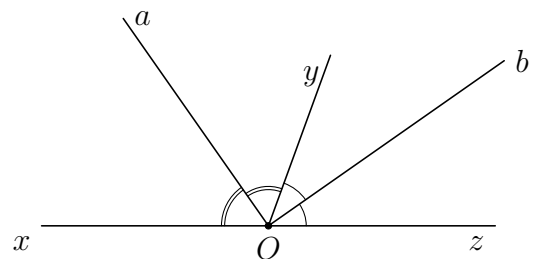
Vì Oa là tia phân giác góc $\widehat{xOy}$ nên $\widehat{xOa} = \widehat{aOy} = \frac{1}{2}\widehat{xOy}$;

Vì Ob là tia phân giác góc $\widehat{yOz}$ nên $\widehat{yOb} = \widehat{bOz} = \frac{1}{2}\widehat{yOz}$.

Suy ra $\widehat{aOy} + \widehat{bOy} = \frac{1}{2}\widehat{xOy} + \frac{1}{2}\widehat{yOz} = \frac{1}{2}(\widehat{xOy} + \widehat{yOz}) = 90^\circ$.

Từ đó ta có bốn cặp góc phụ nhau, đó là

$\widehat{aOy}$ và $\widehat{bOy}$, $\widehat{aOy}$ và $\widehat{bOz}$, $\widehat{xOa}$ và $\widehat{bOy}$, $\widehat{xOa}$ và $\widehat{bOz}$.



□

VÍ DỤ 2. Cho hai góc kề bù $\widehat{aOb}$ và $\widehat{bOc}$, trong đó $\widehat{aOb} = 3\widehat{bOc}$.

- ① Tính $\widehat{bOc}$.
- ② Trên nửa mặt phẳng bờ aOc chứa tia Ob , vẽ tia Od sao cho $\widehat{aOd} = \widehat{bOc}$. Chứng tỏ góc $\widehat{bOd}$ vuông.

✎ LỜI GIẢI.

❶ Ta có

$$\widehat{aOb} + \widehat{bOc} = 180^\circ$$

$$3\widehat{bOc} + \widehat{bOc} = 180^\circ$$

$$4\widehat{bOc} = 180^\circ$$

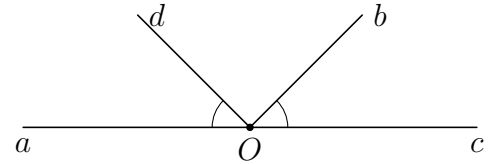
$$\widehat{bOc} = 45^\circ.$$

❶ Ta có $\widehat{aOd} = \widehat{bOc} = 45^\circ$. Mà

$$\widehat{aOd} + \widehat{dOb} + \widehat{bOc} = 180^\circ$$

$$45^\circ + \widehat{dOb} + 45^\circ = 180^\circ.$$

Suy ra $\widehat{dOb} = 90^\circ$.



❑ DẠNG 2. Tia nằm giữa, không nằm giữa hai tia còn lại

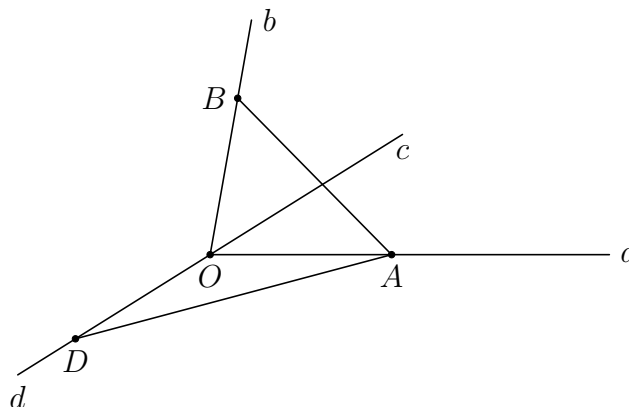
Phương pháp giải: **Phương pháp giải**

- Điểm M thuộc tia Ox , điểm N thuộc tia Oy .
 - Nếu đoạn thẳng MN cắt tia Oz thì tia Oz nằm giữa hai tia Ox, Oy .
 - Nếu đoạn thẳng MN không cắt tia Oz thì tia Oz không nằm giữa hai tia Ox, Oy .
- Nếu $\widehat{xOy} + \widehat{yOz} = \widehat{xOz}$ thì tia Oy nằm giữa hai tia Ox, Oz .
- Trên nửa mặt phẳng bờ chứa tia Ox có hai tia Oy, Oz mà $\widehat{xOy} < \widehat{xOz}$ thì tia Oy nằm giữa hai tia Ox, Oz .

VÍ DỤ 1. Cho góc $\widehat{aOb}$ và tia Oc nằm giữa hai tia Oa, Ob . Gọi Od là tia đối Oc . Chứng tỏ rằng

- a) Tia Od không nằm giữa hai tia Oa và Ob . b) Tia Ob không nằm giữa hai tia Oa và Od .

✎ **LỜI GIẢI.**



- ❶ Lấy điểm A thuộc tia Oa , điểm B thuộc tia Ob . Vì tia Oc nằm giữa hai tia Oa và Ob nên đoạn thẳng AB cắt tia $Oc \Rightarrow$ đoạn thẳng AB không cắt tia Od (do tia Od và tia Oc là hai tia đối nhau).

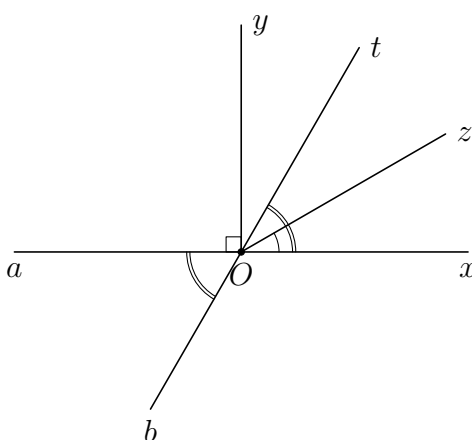
Vậy tia Od không nằm giữa hai tia Oa và Ob .

- ② Lấy điểm D thuộc tia Od ($D \neq O$). Khi đó, đoạn thẳng AD và tia Ob thuộc hai nửa mặt phẳng khác nhau có bờ là đường thẳng cd nên chúng không có điểm chung. Suy ra, đoạn thẳng AD không cắt tia Ob , do đó tia Ob không nằm giữa hai tia Oa và tia Od . □

VÍ DỤ 2. Trên cùng một nửa mặt phẳng bờ chứa tia Ox , vẽ ba tia Oy, Oz, Ot sao cho $\widehat{xOz} = 30^\circ$, $\widehat{xOt} = 60^\circ$, $\widehat{xOy} = 90^\circ$.

- ① Trong ba tia Ox, Oz, Ot , tia nào nằm giữa hai tia còn lại? Vì sao?
- ② Trong ba tia Oy, Oz, Ot , tia nào nằm giữa hai tia còn lại? Vì sao?
- ③ Vẽ tia Oa là tia đối của tia Ox . Trên nửa mặt phẳng bờ là đường thẳng ax không chứa tia Oy , vẽ tia Ob sao cho $\widehat{aOb} = 60^\circ$. Hỏi tia Ob và tia Ot có phải là hai tia đối nhau không? Vì sao?

✎ LỜI GIẢI.



- ① Ta có $\widehat{xOz} = 30^\circ < \widehat{xOt} = 60^\circ$ và Oz, Ot là hai tia cùng thuộc nửa mặt phẳng bờ Ox nên tia Oz nằm giữa hai tia Ox và tia Ot .
- ② Vì tia Oz nằm giữa hai tia Ot và tia Ox nên

$$\begin{aligned}\widehat{xOz} + \widehat{zOt} &= \widehat{xOt} \\ 30^\circ + \widehat{zOt} &= 60^\circ \\ \widehat{zOt} &= 30^\circ.\end{aligned}$$

Tương tự câu a) ta có tia Ot nằm giữa hai tia Oy và tia Ox , do đó

$$\begin{aligned}\widehat{xOt} + \widehat{yOt} &= \widehat{xOy} \\ 60^\circ + \widehat{yOt} &= 90^\circ \\ \widehat{yOt} &= 30^\circ.\end{aligned}$$

Tương tự câu a) ta có tia Oz nằm giữa hai tia Oy và tia Ox , do đó

$$\begin{aligned}\widehat{xOz} + \widehat{yOz} &= \widehat{xOy} \\ 30^\circ + \widehat{yOz} &= 90^\circ \\ \widehat{yOz} &= 60^\circ.\end{aligned}$$

Suy ra $\widehat{zOt} + \widehat{tOy} = \widehat{zOy}$, do đó tia Ot nằm giữa hai tia Oz và tia Oy .

❸ Ta có

$$\begin{aligned}\widehat{xOt} + \widehat{tOa} &= 180^\circ \text{ (kề bù)} \\ 60^\circ + \widehat{tOa} &= 180^\circ \\ \widehat{tOa} &= 120^\circ.\end{aligned}$$

Suy ra $\widehat{tOa} + \widehat{aOb} = 120^\circ + 60^\circ = 180^\circ$, do đó tia Ot và tia Ob là hai tia đối nhau.

□

VÍ DỤ 3. Cho ba tia Oa, Ob, Oc chung gốc. Biết rằng $\widehat{aOb} = 23^\circ$, $\widehat{bOc} = 35^\circ$, $\widehat{cOa} = 58^\circ$. Hỏi trong ba tia Oa, Ob, Oc tia nào nằm giữa hai tia còn lại? Vì sao?

✎ **LỜI GIẢI.**

Ta có $\widehat{aOb} + \widehat{bOc} = 23^\circ + 35^\circ = 58^\circ = \widehat{cOa}$, nên tia Ob nằm giữa hai tia Oa và Oc .

□

❏ DẠNG 3. Tính số đo góc

Phương pháp giải: **Phương pháp giải**

Vận dụng: Nếu tia Oz là tia phân giác của góc $\widehat{xOy}$ thì $\widehat{xOz} = \widehat{zOy} = \frac{\widehat{xOy}}{2}$.

VÍ DỤ 1. Cho góc $\widehat{xOy} = 110^\circ$. Vẽ tia Oz nằm trong góc $\widehat{xOy}$ sao cho $\widehat{xOz} = 40^\circ$. Gọi Oa, Ob lần lượt là tia phân giác của các góc $\widehat{xOz}, \widehat{zOy}$. Tính số đo góc $\widehat{aOb}$.

✎ **LỜI GIẢI.**

Vì tia Oz nằm trong góc $\widehat{xOy}$ nên

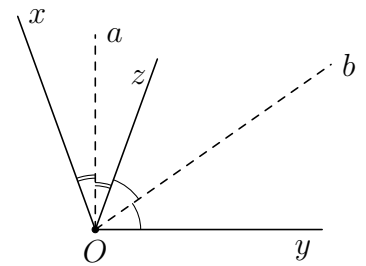
$$\begin{aligned}\widehat{xOz} + \widehat{zOy} &= \widehat{xOy} \\ 40^\circ + \widehat{zOy} &= 110^\circ \\ \widehat{zOy} &= 70^\circ.\end{aligned}$$

Do Oa là tia phân giác của $\widehat{xOz}$ nên $\widehat{aOz} = \frac{1}{2}\widehat{xOz} = 20^\circ$.

Do Ob là tia phân giác của $\widehat{yOz}$ nên $\widehat{bOz} = \frac{1}{2}\widehat{yOz} = 35^\circ$.

Do Oz nằm giữa hai tia Oa và Ob nên $\widehat{aOb} = \widehat{aOz} + \widehat{zOb} = 55^\circ$.

□



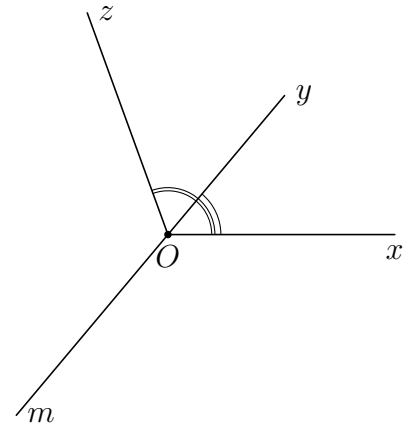
VÍ DỤ 2. Trên nửa mặt phẳng bờ chứa tia Ox , vẽ hai tia Oy và Oz sao cho $\widehat{xOy} = 50^\circ$, $\widehat{xOz} = 110^\circ$.

- ❶ Trong ba tia Ox, Oy, Oz tia nào nằm giữa hai tia còn lại?
- ❷ Tia Oy có phải là tia phân giác của góc $\widehat{xOz}$ không? Vì sao?
- ❸ Vẽ tia Om là tia đối của tia Oy . Tính số đo góc $\widehat{mOz}$.

✎ **LỜI GIẢI.**

- ❶ Ta có $\widehat{xOy} = 50^\circ < \widehat{xOz} = 110^\circ$ và tia Oy , Oz cùng thuộc nửa mặt phẳng bờ chứa tia Ox nên tia Oy nằm giữa hai tia Ox và Oz .
- ❷ Ta có

$$\begin{aligned}\widehat{xOy} + \widehat{yOz} &= \widehat{xOz} \\ 50^\circ + \widehat{yOz} &= 110^\circ \\ \widehat{yOz} &= 60^\circ.\end{aligned}$$



Suy ra $\widehat{xOy} \neq \widehat{yOz}$, do đó tia Oy không phải là tia phân giác của góc xOz .

- ❶ Ta có $\widehat{yOz}$ và $\widehat{zOm}$ là hai góc kề bù nên

$$\begin{aligned}\widehat{yOz} + \widehat{zOm} &= 180^\circ \\ 60^\circ + \widehat{zOm} &= 180^\circ \\ \widehat{zOm} &= 120^\circ.\end{aligned}$$

□

📦 DẠNG 4. Số góc, số cung, số dây cung

Phương pháp giải: **Phương pháp giải**

- Nếu có n tia chung gốc thì số góc tạo thành được tính bởi công thức $\frac{n(n-1)}{2}$.
- Trên đường tròn có n điểm phân biệt, nối mỗi cặp điểm ta được một dây cung thì
 - số dây cung là $\frac{n(n-1)}{2}$.
 - số cung được tạo thành là $n(n-1)$.

VÍ DỤ 1. Vẽ 10 đường thẳng cắt nhau tại O . Trên hình vẽ số góc đỉnh O tạo thành là bao nhiêu?

🔗 **LỜI GIẢI.**

Số góc đỉnh O tạo thành là $\frac{20 \cdot (20-1)}{2} = 190$ (góc).

□

VÍ DỤ 2. Cho 10 tia chung gốc O . Xóa đi 3 tia trong số 10 tia đó thì số góc đỉnh O giảm đi bao nhiêu?

🔗 **LỜI GIẢI.**

Số góc đỉnh O tạo thành bởi 10 tia chung gốc O là $\frac{10 \cdot (10-1)}{2} = 45$ (góc).

Số góc đỉnh O tạo thành bởi 7 tia chung gốc O là $\frac{7 \cdot (7-1)}{2} = 21$ (góc).

Vậy số góc giảm đi là $45 - 21 = 24$ (góc).

□

VÍ DỤ 3. Trên đường tròn lấy 5 phân biệt. Nếu lấy thêm 4 điểm phân biệt nữa (khác các điểm đã cho) thì số cung của đường tròn tăng thêm là bao nhiêu?

LỜI GIẢI.

Với 5 điểm phân biệt trên đường tròn thì số cung tạo thành là $5 \cdot (5 - 1) = 20$ (cung).

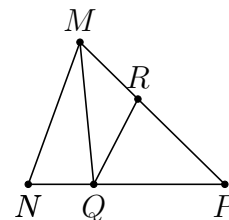
Với 9 điểm phân biệt trên đường tròn thì số cung tạo thành là $9 \cdot (9 - 1) = 72$ (cung).

Vậy số cung tăng lên là $72 - 20 = 52$ (cung). □

VÍ DỤ 4.

Cho hình vẽ bên, số tam giác đếm được là bao nhiêu?

Hãy kể tên.

**LỜI GIẢI.**

Số tam giác đếm được là 5 tam giác, đó là $\triangle MNQ$, $\triangle MRQ$, $\triangle RQP$, $\triangle MQP$, $\triangle MNP$. □

Bài tập tự luyện

BÀI 1. Xác định tính đúng sai của các khẳng định sau

- ① Hai góc có tổng số đo bằng 180° là hai góc kề bù.
- ② Hai góc kề bù thì có tổng số đo bằng 180° .
- ③ Nếu tia Oy là tia phân giác của góc $\widehat{xOz}$ thì $\widehat{xOy} = \widehat{yOz}$.
- ④ Nếu $\widehat{xOy} = \widehat{yOz}$ thì tia Oy là tia phân giác của góc $\widehat{xOz}$.

LỜI GIẢI.

- ① Sai vì hai góc chưa kề nhau.
- ② Đúng.
- ③ Đúng.
- ④ Sai vì chưa có tia Oy nằm giữa hai tia Ox và Oz .

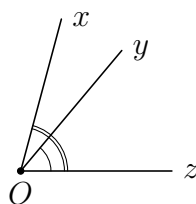
□

BÀI 2. Xác định tính đúng sai của các khẳng định sau

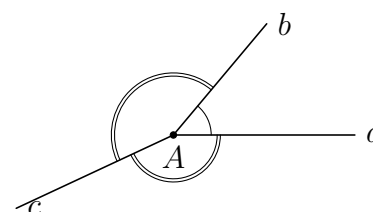
- ① Nếu đường thẳng a không cắt đoạn thẳng MN thì hai điểm M và N nằm cùng một nửa mặt phẳng bờ a .
- ② Hai góc có chung một cạnh là hai góc kề nhau.
- ③ Tia phân giác của một góc là tia tạo với hai cạnh của góc hai góc bằng nhau.
- ④ Nếu $\widehat{xOy} + \widehat{yOz} = \widehat{xOz}$ thì tia Oy nằm giữa hai tia Ox và Oz .

LỜI GIẢI.

- ① Đúng.
- ② Sai (hình vẽ minh họa).
- ③ Sai (hình vẽ minh họa).
- ④ Đúng.



(B)



(C)

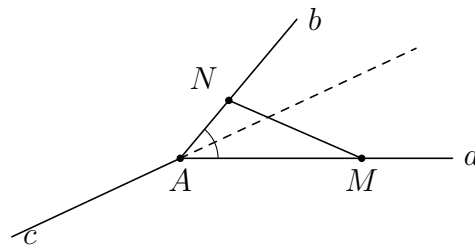
□

BÀI 3. Xác định tính đúng sai của các khẳng định sau

- ① Số đo góc vuông bằng nửa số đo góc bẹt.
- ② Góc 60° và 40° là hai góc phụ nhau.
- ③ Trong ba tia chung gốc luôn có một tia nằm giữa hai tia còn lại.
- ④ Hình gồm ba đoạn MN , NP , PM là tam giác MNP .

✎ **LỜI GIẢI.**

- ① Đúng vì góc vuông có số đo bằng 90° và góc bẹt có số đo bằng 180° .
- ② Sai vì hai góc phụ nhau có tổng bằng 90° .
- ③ Sai.
- ④ Sai vì nếu ba điểm M , N , P thẳng hàng thì sẽ không tạo thành một tam giác.



□

BÀI 4. Vẽ tam giác ABC có $AB = 2$ cm, $BC = 3$ cm, $CA = 4$ cm và đường tròn $(A; 2$ cm).

- ① Trong các điểm A , B , C điểm nào nằm trong, điểm nào nằm bên ngoài, điểm nào nằm bên trên đường tròn $(A; 2$ cm).
- ② Chứng tỏ tâm đường tròn đường kính AC nằm trên đường tròn $(A; 2$ cm).

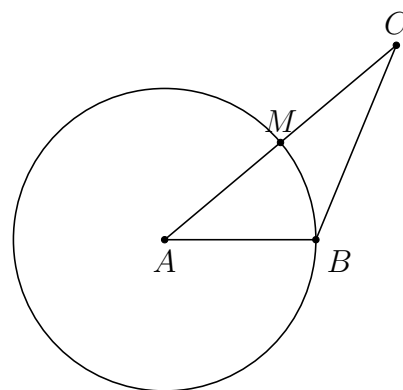
✎ **LỜI GIẢI.**

- ① Điểm A là tâm đường tròn $(A; 2$ cm) nên nằm trong đường tròn $(A; 2$ cm).
 Vì $AB = 2$ cm nên điểm B nằm trên đường tròn $(A; 2$ cm).
 Vì $AC = 4$ cm $>$ 2 cm nên điểm C nằm ngoài đường tròn $(A; 2$ cm).

- ② Gọi M là tâm đường tròn đường kính AC . Ta có

$$AM = MC = \frac{AC}{2} = 2 \text{ cm.}$$

Do đó điểm M nằm trên đường tròn $(A; 2$ cm).



□

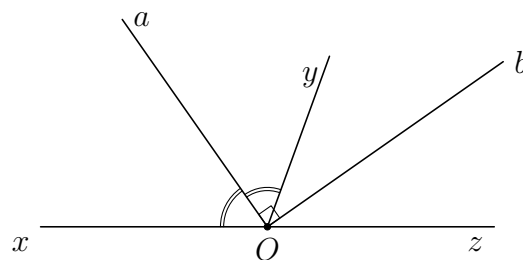
BÀI 5. Cho hai góc kề bù $\widehat{xOy}$ và $\widehat{yOz}$. Gọi Oa là tia phân giác của góc $\widehat{xOy}$. Trên nửa mặt phẳng bờ là đường thẳng xz chứa tia Oy , ta kẻ tia Ob sao cho $\widehat{aOb} = 90^\circ$. Chứng minh Ob là tia phân giác góc $\widehat{yOz}$.

✎ **LỜI GIẢI.**

Vì Oa là tia phân giác của góc $\widehat{xOy}$ nên $\widehat{xOa} = \widehat{aOy} = \frac{\widehat{xOy}}{2}$.

Ta có

$$\begin{aligned} \widehat{xOa} + \widehat{aOb} + \widehat{bOz} &= 180^\circ \\ \widehat{xOa} + 90^\circ + \widehat{bOz} &= 180^\circ \\ \widehat{xOa} + \widehat{bOz} &= 90^\circ \\ \widehat{bOz} &= 90^\circ - \widehat{xOa}. \end{aligned}$$



Lại có

$$\begin{aligned}\widehat{aOy} + \widehat{bOy} &= 90^\circ \\ \widehat{bOy} &= 90^\circ - \widehat{xOa} \text{ (vì } \widehat{xOa} = \widehat{aOy}).\end{aligned}$$

Do vậy $\widehat{yOb} = \widehat{bOz}$.

Vì Ob là tia nằm giữa hai tia Oz và Oy nên Ob là tia phân giác góc $\widehat{yOz}$. □

BÀI 6. Trên đường thẳng xy lấy ba điểm M, N, P . Lấy hai điểm E, F nằm ngoài đường thẳng xy (E, F không thẳng hàng với M, N, P). Nối EF và nối E, F với các điểm M, N, P . Hỏi có bao nhiêu tam giác tạo thành mà đỉnh là các điểm đã cho?

✎ **LỜI GIẢI.**

— Số góc chung đỉnh E kết hợp với 4 điểm F, M, N, P là $\frac{4 \cdot (4-1)}{2} = 6$ (góc).

— Số góc chung đỉnh F kết hợp với 3 điểm M, N, P là $\frac{3 \cdot (3-1)}{2} = 3$ (góc).

Vì ba điểm M, N, P thẳng hàng nên số tam giác tạo thành bởi các điểm đã cho chính là số góc chung đỉnh E và F trong hai trường hợp trên.

Do vậy, số tam giác tạo thành bởi các điểm đã cho là $6 + 3 = 9$ (tam giác). □

BÀI 7. Trong một ngày đêm (24 giờ) có bao nhiêu lần hai kim đồng hồ tạo với nhau một góc 90° mà kim phút chỉ số 12?

✎ **LỜI GIẢI.**

Khi kim phút ở số 12 thì kim giờ ở vị trí số 3 và 9 sẽ tạo với kim phút một góc 90° .

Do một ngày đêm có 24 giờ nên số lần kim giờ tạo với kim phút một góc 90° (khi kim phút đứng ở vị trí số 12) là $2 \cdot 2 = 4$ (lần). □

BÀI 8. Trên cùng nửa mặt phẳng bờ chứa tia Ox , vẽ hai tia Oy và Oz sao cho $\widehat{xOy} = 30^\circ$, $\widehat{xOz} = 110^\circ$.

① Trong ba tia Ox, Oz, Ot , tia nào nằm giữa hai tia còn lại? Vì sao?

② Vẽ tia Ot là tia phân giác của góc $\widehat{yOz}$. Tính số đo góc $\widehat{zOt}$ và $\widehat{tOx}$.

✎ **LỜI GIẢI.**

① Vì hai tia Oy, Oz cùng nằm về nửa mặt phẳng bờ chứa tia Ox và $\widehat{xOy} = 30^\circ < \widehat{xOz} = 110^\circ$ nên tia Oy nằm giữa hai tia Ox và Oz .

② Ta có

$$\begin{aligned}\widehat{xOy} + \widehat{yOz} &= \widehat{xOz} \\ 30^\circ + \widehat{yOz} &= 110^\circ \\ \widehat{yOz} &= 80^\circ.\end{aligned}$$

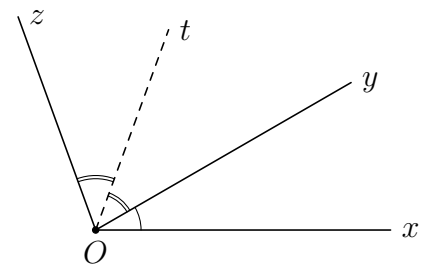
Vì Ot là tia phân giác góc $\widehat{yOz}$ nên

$$\widehat{zOt} = \widehat{tOy} = \frac{80^\circ}{2} = 40^\circ.$$

Lại có

$$\widehat{tOx} = \widehat{tOy} + \widehat{yOx} = 40^\circ + 30^\circ = 70^\circ.$$

□



BÀI 9. Trên cùng nửa mặt phẳng bờ chứa tia Ox , vẽ hai tia Oy và Oz sao cho $\widehat{xOz} = 50^\circ$, $\widehat{xOy} = 120^\circ$. Gọi tia Oa , Ob thứ tự là phân giác của góc $\widehat{xOy}$ và $\widehat{yOz}$. Tính số đo của góc $\widehat{aOb}$.

LỜI GIẢI.

Ta có

$$\begin{aligned}\widehat{xOz} + \widehat{zOy} &= \widehat{xOy} \\ 50^\circ + \widehat{zOy} &= 120^\circ \\ \widehat{zOy} &= 70^\circ.\end{aligned}$$

Vì tia Oa , Ob thứ tự là phân giác của góc $\widehat{xOy}$ và $\widehat{yOz}$ nên

$$\begin{aligned}\widehat{xOa} &= \frac{\widehat{xOy}}{2} = 60^\circ. \\ \widehat{zOb} &= \frac{\widehat{zOy}}{2} = 35^\circ.\end{aligned}$$

Mà

$$\begin{aligned}\widehat{xOz} + \widehat{zOb} &= \widehat{xOb} \\ 50^\circ + 35^\circ &= \widehat{xOb} \\ \widehat{xOb} &= 85^\circ.\end{aligned}$$

Lại có

$$\begin{aligned}\widehat{xOa} + \widehat{aOb} &= \widehat{xOb} \\ 60^\circ + \widehat{aOb} &= 85^\circ \\ \widehat{aOb} &= 25^\circ.\end{aligned}$$

□

Nhận xét. Bạn có thể chứng tỏ được bài toán tổng quát sau:

“Trên nửa mặt phẳng bờ Ox vẽ hai tia Oy và Oz sao cho $\widehat{xOy} < \widehat{xOz}$. Gọi tia Oa , Ob thứ tự là phân giác của góc $\widehat{xOy}$ và $\widehat{yOz}$ thì $\widehat{aOb} = \frac{\widehat{xOz}}{2}$.”