

HUỲNH ĐỨC KHÁNH

Tài liệu ôn thi cấp tốc
TOÁN 9

Phần 1. Rút gọn căn số

Bài 1. So sánh

1) $3\sqrt{5}$ và $4\sqrt{3}$.

2) $\sqrt{25-9}$ và $\sqrt{25}-\sqrt{9}$.

Bài 2. Thực hiện phép tính

1) $\sqrt{20} + 2\sqrt{80} - 3\sqrt{45}$.

2) $\sqrt{12} - \sqrt{75} + \sqrt{48}$.

3) $\sqrt{27} + 5\sqrt{12} - 2\sqrt{3}$.

4) $\sqrt{18} + 2\sqrt{2} - \sqrt{32}$.

5) $2\sqrt{\frac{1}{2}} + \sqrt{18}$.

6) $3\sqrt{\frac{1}{3}} - \frac{1}{3}\sqrt{27} + 2\sqrt{3}$.

Bài 3. Thực hiện phép tính

1) $(\sqrt{12} + 2\sqrt{27} - \sqrt{3}) : \sqrt{3}$.

2) $(\sqrt{12} - \sqrt{75} + \sqrt{48}) : \sqrt{3}$.

3) $(2\sqrt{9} + 3\sqrt{36}) : 4$.

4) $(\sqrt{32} + 3\sqrt{18}) : \sqrt{2}$.

Bài 4. Thực hiện phép tính

1) $(\sqrt{2} - 1)(\sqrt{2} + 1)$.

2) $(10 - 3\sqrt{11})(3\sqrt{11} + 10)$.

Bài 5. Thực hiện phép tính

1) $\sqrt{(\sqrt{3} - 2)^2} + \sqrt{3}$.

2) $\sqrt{(\sqrt{5} - 2)^2} - \sqrt{5}$.

3) $\sqrt{(1 + \sqrt{2})^2} - 1$.

4) $\sqrt{(\sqrt{2} - 3)^2} + \sqrt[3]{(\sqrt{2} - 5)^3}$.

Bài 6. Trục căn thức ở mẫu

1) $\frac{1}{\sqrt{3}-1} - \frac{1}{\sqrt{3}+1}$.

2) $\frac{2}{1+\sqrt{2}} + \frac{1}{3+2\sqrt{2}}$.

3) $\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} + \sqrt{24}$.

4) $\frac{3+\sqrt{5}}{3-\sqrt{5}} - \frac{3-\sqrt{5}}{3+\sqrt{5}}$.

5) $\frac{1}{2+\sqrt{3}} - \frac{1}{2-\sqrt{3}} + 5\sqrt{3}$.

6) $\frac{1}{\sqrt{5}+2} - \sqrt{9+4\sqrt{5}}$.

Bài 7. Rút gọn biểu thức

1) $\sqrt{3+2\sqrt{2}} - \sqrt{3-2\sqrt{2}}$.

2) $\sqrt{7-4\sqrt{3}} + \sqrt{12+6\sqrt{3}}$.

3) $\sqrt{5-2\sqrt{6}} + \sqrt{7+2\sqrt{10}}$.

4) $\frac{\sqrt{8-2\sqrt{12}}}{\sqrt{3}-1} - \sqrt{8}$.

Bài 8*. Rút gọn biểu thức

1) $\sqrt{26+15\sqrt{3}}$.

2) $\sqrt{2-\sqrt{3}}$.

3) $(\sqrt{10}-\sqrt{2})(\sqrt{3}+\sqrt{5})$.

4) $(\sqrt{6}-2)(5+\sqrt{24})\sqrt{5-\sqrt{24}}$.

5) $(2-\sqrt{3})\sqrt{26+15\sqrt{3}} - (2+\sqrt{3})\sqrt{26-15\sqrt{3}}$.

6) $\frac{(2+\sqrt{3})\sqrt{2-\sqrt{3}}}{\sqrt{2+\sqrt{3}}}$.

Bài 9.** Rút gọn biểu thức

1) $A = \left(\frac{6}{5+\sqrt{5}} + \frac{1-\sqrt{5}}{1+\sqrt{5}} \right) : \frac{1}{\sqrt{45}}.$

2) $B = \left(\frac{\sqrt{6}-\sqrt{3}}{\sqrt{2}-1} + \frac{5-\sqrt{5}}{\sqrt{5}-1} \right) : \frac{2}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}.$

Bài 10.** Rút gọn biểu thức $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{6}+\sqrt{8}+4}{\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{4}}.$

----- HẾT -----

Bài 1. 1) $3\sqrt{5} < 4\sqrt{3}.$

2) $\sqrt{25-9} > \sqrt{25}-\sqrt{9}.$

Bài 2. 1) $\sqrt{5}.$

2) $\sqrt{3}.$

3) $11\sqrt{3}.$

4) $\sqrt{2}.$

5) $4\sqrt{2}.$

6) $2\sqrt{3}.$

Bài 3. 1) 7.

2) 1.

3) 6.

4) 13.

Bài 4. 1) 1.

2) 1.

Bài 5. 1) 2.

2) -2.

3) $\sqrt{2}.$

4) -2.

Bài 6. 1) 1.

2) 1.

3) 6.

4) $3\sqrt{5}.$

5) $3\sqrt{3}.$

6) -4.

Bài 7. 1) 2.

2) 5.

3) $\sqrt{3}+\sqrt{5}.$

4) $-\sqrt{2}.$

Bài 8. 1) $\frac{5+3\sqrt{3}}{\sqrt{2}}.$

2) $\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{2}}.$

3) 4.

4) $\sqrt{2}.$

5) $\sqrt{2}.$

6) 1.

Bài 9. 1) 3.

2) 1.

Bài 10. $1+\sqrt{2}.$

Phần 2. Rút gọn biểu thức

Bài 1. Cho biểu thức : $P = \frac{\sqrt{x+2-4\sqrt{x-2}} + \sqrt{x+2+4\sqrt{x-2}}}{\sqrt{\frac{4}{x^2} - \frac{4}{x} + 1}}$.

- a) Tìm điều kiện đối với x để biểu thức P xác định.
- b) Rút gọn biểu thức P.
- c) Với những giá trị nguyên nào của x thì biểu thức P có giá trị nguyên.

Bài 2. Cho biểu thức : $P = \frac{\sqrt{x+4\sqrt{x-4}} + \sqrt{x-4\sqrt{x-4}}}{\sqrt{1 - \frac{8}{x} + \frac{16}{x^2}}}$.

- a) Tìm điều kiện đối với x để biểu thức P xác định.
- b) Rút gọn biểu thức P.
- c) Với những giá trị nguyên nào của x thì biểu thức P có giá trị nguyên.

Bài 3. Cho biểu thức : $P = \left(\frac{x+1}{x-1} - \frac{x-1}{x+1} + \frac{x^2-4x-1}{x^2-1} \right) \cdot \frac{x+2003}{x}$.

- a) Tìm điều kiện đối với x để biểu thức P xác định.
- b) Rút gọn biểu thức P.
- c) Với những giá trị nguyên nào của x thì biểu thức P có giá trị nguyên.

Bài 4. Cho biểu thức : $P = \left(\frac{x\sqrt{x}-1}{x-\sqrt{x}} - \frac{x\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}} \right) : \frac{2(x-2\sqrt{x}+1)}{x-1}$.

- a) Tìm điều kiện đối với x để biểu thức P xác định.
- b) Rút gọn biểu thức P.
- c) Với những giá trị nguyên nào của x thì biểu thức P có giá trị nguyên.

Bài 5. Cho biểu thức : $P = \sqrt{\frac{9x}{x+4\sqrt{x}+4}}$.

- a) Tìm điều kiện đối với x để biểu thức P xác định.
- b) Rút gọn biểu thức P.
- c) Với những giá trị nguyên nào của x thì biểu thức P có giá trị nguyên.
- d) Tìm x để $0 \leq P < 2$.

Bài 6. Cho biểu thức : $P = \frac{\sqrt{x + \frac{\sqrt{4x-1}}{2}} + \sqrt{x - \frac{\sqrt{4x-1}}{2}}}{\sqrt{\frac{1}{x^2} - \frac{8}{x} + 16}}$.

- a) Rút gọn biểu thức P.
- b) Chứng minh rằng, với mọi giá trị nguyên của x, biểu thức P không thể nhận giá trị nguyên.

Bài 7. Cho biểu thức : $P = \left(\frac{\sqrt{x}}{3+\sqrt{x}} + \frac{x+9}{9-x} \right) : \left(\frac{3\sqrt{x}+1}{x-3\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x}} \right).$

- a) Tìm điều kiện đối với x để biểu thức P xác định.
- b) Rút gọn biểu thức P.
- c) Với những giá trị nào của x thì biểu thức 2P có giá trị nguyên.
- d) Tìm x để $P \leq -1$.

Bài 8. Xét biểu thức : $M = \frac{x^2 + \sqrt{x}}{x - \sqrt{x} + 1} + 1 - \frac{2x + \sqrt{x}}{\sqrt{x}}.$

- a) Rút gọn biểu thức M.
- b) Tìm x để $M = 2$.
- c) Giả sử $x > 1$. Chứng minh rằng : $M - |M| = 0$.
- d) Tìm giá trị nhỏ nhất của M.

Bài 9. Xét biểu thức : $M = x - \frac{2x - 2\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1} + \frac{x\sqrt{x} + 1}{x - \sqrt{x} + 1} + 1.$

- a) Tìm điều kiện đối với x để biểu thức M xác định.
- b) Rút gọn biểu thức M.
- c) Tìm giá trị nhỏ nhất của M.

Bài 10. Xét biểu thức : $M = \sqrt{\frac{x^2}{4} + \sqrt{x^2 - 4}} + \sqrt{\frac{x^2}{4} - \sqrt{x^2 - 4}}.$

- a) Tìm điều kiện đối với x để biểu thức M xác định.
- b) Rút gọn biểu thức M.
- c) Tìm giá trị lớn nhất của M.

Bài 11. Xét biểu thức : $M = \frac{2}{3} \left[\frac{1}{1 + \left(\frac{2\sqrt{x} + 1}{\sqrt{3}} \right)^2} + \frac{1}{1 + \left(\frac{2\sqrt{x} - 1}{\sqrt{3}} \right)^2} \right].$

- a) Rút gọn biểu thức M.
- b) Tìm x để $M = 0$.
- c) Chứng minh rằng : $-\frac{1}{3} \leq M \leq 1$. Từ đó tìm x để M đạt giá trị nhỏ nhất; lớn nhất.

Bài 12. Xét biểu thức : $M = \left(\frac{\sqrt{a}-2}{a-1} + \frac{\sqrt{a}+2}{a+2\sqrt{a}+1} + \frac{1}{1-\sqrt{a}} \right) \cdot \frac{a^2-2a+1}{2}$.

- a) Tìm điều kiện đối với x để biểu thức M xác định.
- b) Rút gọn biểu thức M.
- c) Chứng minh rằng nếu : $0 \leq a < 1$ thì $A \geq 0$.
- d) Tìm giá trị lớn nhất của A.

Bài 13. Cho biểu thức : $Q = \left(\frac{x+2}{x\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1} + \frac{1}{1-\sqrt{x}} \right) : \frac{\sqrt{x}-1}{2}$ với $x > 0; x \neq 1$.

- a) Rút gọn biểu thức Q.
- b) Chứng minh rằng $0 < Q < 2$.

Bài 14. Cho biểu thức : $Q(x) = \frac{2x - \sqrt{x^2 - 1}}{3x^2 - 4x + 1}$.

- a) Tìm tất cả các giá trị của x để Q(x) xác định. Rút gọn Q(x).
- b) Chứng minh rằng nếu $x > 1$ thì $Q(x) \cdot Q(-x) < 0$.

Bài 15. Cho biểu thức : $Q = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}-1} - \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}+1} + \frac{2}{a-1}$.

- a) Tìm a để biểu thức Q có nghĩa.
- b) Chứng minh rằng : $Q = \frac{2}{\sqrt{a}-1}$.
- c) Tìm a để $Q < -1$.

Bài 16. Cho biểu thức : $Q = \frac{1}{\sqrt{x}+1} - \frac{3}{x\sqrt{x}+1} + \frac{2}{x-\sqrt{x}+1}$.

- a) Rút gọn biểu thức Q.
- b) Chứng minh rằng : $0 \leq Q \leq 1$.

Bài 17. Cho biểu thức : $L = \left(\frac{1}{\sqrt{x}-1} - \frac{2\sqrt{x}}{x\sqrt{x}+\sqrt{x}-x-1} \right) : \left(1 - \frac{2\sqrt{x}}{x+1} \right)$ với $x \geq 0; x \neq 1$.

- a) Rút gọn biểu thức L.
- b) Tìm x sao cho $L < 0$.

Bài 18. Cho biểu thức : $L = \frac{\sqrt{n}+3}{\sqrt{n}-2} - \frac{\sqrt{n}-1}{\sqrt{n}+2} + \frac{4\sqrt{n}-4}{4-n}$ với $n \geq 0, n \neq 4$.

- a) Rút gọn L.
- b) Tính giá trị của L với $n = 9$.

Bài 19. Cho biểu thức : $L = \left(\frac{1}{\sqrt{1-x}} + \frac{1}{\sqrt{1+x}} \right)^2 \frac{x^2-1}{2} - \sqrt{1-x^2}$.

- a) Tìm điều kiện của x để biểu thức L có nghĩa.
- b) Rút gọn biểu thức L.
- c) Giải phương trình theo x khi $L = -2$.

Bài 20. Cho biểu thức : $L = \left(1 + \frac{x+\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} \right) \left(1 - \frac{x-\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} \right)$ với $x \geq 0$; $x \neq 1$.

- a) Rút gọn biểu thức L.
- b) Tìm giá trị của x để $L = -2005$.

Bài 21. Cho biểu thức : $L = \frac{(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2 + 4\sqrt{ab}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} - \frac{a\sqrt{b}-b\sqrt{a}}{\sqrt{ab}}$, ($a, b > 0$).

- a) Rút gọn biểu thức L.
- b) Tìm a, b để $L = 2\sqrt{2006}$.

Bài 22. Cho biểu thức : $L = \left(\frac{\sqrt{a}}{a+\sqrt{a}+1} + \frac{a+2}{a\sqrt{a}-1} + \frac{1}{1-\sqrt{a}} \right) : \frac{\sqrt{a}-1}{86}$.

- a) Rút gọn biểu thức L.
- b) Tính L khi $a = 7 - 2\sqrt{6}$.

BÀI TẬP NÂNG CAO.

Bài 1. Cho biểu thức : $F = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{xy}+\sqrt{x}+2} + \frac{\sqrt{y}}{\sqrt{yz}+\sqrt{y}+1} + \frac{2\sqrt{z}}{\sqrt{zx}+2\sqrt{z}+2}$. Biết $x.y.z = 4$, tính $\sqrt{F}$.

Bài 2. Cho biểu thức : $F = \frac{a}{\sqrt{a^2-b^2}} - \left(1 + \frac{a}{\sqrt{a^2-b^2}} \right) : \frac{b}{a-\sqrt{a^2-b^2}}$ với $a > 0, b > 0$.

- a) Rút gọn biểu thức F.
- b) Tính giá trị của F khi $a = 3b$.

Bài 3. Cho ba số dương x, y, z thỏa điều kiện : $xy + yz + xz = 1$

Tính : $F = x\sqrt{\frac{(1+y^2)(1+z^2)}{1+x^2}} + y\sqrt{\frac{(1+x^2)(1+z^2)}{1+y^2}} + z\sqrt{\frac{(1+x^2)(1+y^2)}{1+z^2}}$.

Bài 4. Cho a, b, c là các số dương. Rút gọn

$$F = \frac{x - \sqrt{yz}}{(\sqrt{x} + \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{z})} + \frac{y - \sqrt{xz}}{(\sqrt{y} + \sqrt{x})(\sqrt{y} + \sqrt{z})} + \frac{z - \sqrt{xy}}{(\sqrt{z} + \sqrt{x})(\sqrt{z} + \sqrt{y})}.$$

Bài 5. Cho $x, y > 0$ và $x \neq y$. Thu gọn : $F = \frac{\frac{(x-y)^3}{(\sqrt{x} + \sqrt{y})^3} + 2x\sqrt{x} + y\sqrt{y}}{x\sqrt{x} + y\sqrt{y}} + \frac{3(\sqrt{xy} - y)}{x - y}$.

Bài 6. Xác định $x \in \mathbb{R}$ để biểu thức : $F = \sqrt{x^2 + 1} - x - \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1} - x}$ là một số tự nhiên.

Bài 7. Đặt : $F = \sqrt[3]{a + \frac{a+1}{3}\sqrt{\frac{8a-1}{3}}} + \sqrt[3]{a - \frac{a+1}{3}\sqrt{\frac{8a-1}{3}}}$. Chứng minh rằng: nếu $a \geq \frac{1}{8}$ thì F là một số tự nhiên.

Bài 8. Chứng minh rằng : $F = \sqrt[3]{3 + \sqrt{9 + \frac{125}{27}}} - \sqrt[3]{-3 + \sqrt{9 + \frac{125}{7}}}$ là một số tự nhiên.

Bài 9. Cho biểu thức : $F = \sqrt[3]{182 + \sqrt{33125}} + \sqrt[3]{128 - \sqrt{33125}}$. Chứng tỏ F là một số tự nhiên.

Bài 10. Chứng minh rằng: $\forall x > 1$, biểu thức sau không phụ thuộc x

$$F = \frac{\frac{\sqrt{x-1}}{\sqrt{x+1} + \sqrt{x-1}} + \frac{x-1}{\sqrt{x^2-1} - x+1}}{\sqrt{x^2-1}}.$$

----- HẾT -----

Phần 3. Hàm số bậc nhất

Bài 1. Cho hàm số $y = (2m + 1)x + 3$.

- 1) Xác định m để hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.
- 2) Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Bài 2. Cho hàm số $y = ax + b$. Tìm a và b , biết rằng

- 1) Đồ thị hàm số đi qua hai điểm $A(1; 2)$ và $B(2; 5)$.
- 2) Đồ thị hàm số đi qua điểm $A(2; -1)$ và có hệ số góc bằng -2 .
- 3) Đồ thị hàm số đi qua điểm $M(1; 4)$ và song song với đường thẳng $y = 2x + 1$.
- 4) Đồ thị hàm số đi qua điểm $N(4; -1)$ và vuông góc với đường thẳng $4x - y + 1 = 0$.

Bài 3.

- 1) Tìm m để đường thẳng $y = -x + 2$ cắt đường thẳng $y = (m + 3)x + 4$.
- 2) Tìm m để đường thẳng $y = m^2x + 2$ cắt đường thẳng $y = 4x + 3$.
- 3) Tìm m để đường thẳng $y = (m^2 - 3)x + 2m - 3$ song song với đường thẳng $y = x + 1$.
- 4) Tìm tất cả các giá trị của m để đường thẳng $d: y = 2x + m^2 + 1$ song song với đường thẳng $\Delta: y = 2m^2x + m^2 + m$.

Bài 4. Cho hàm số $y = 2x + m + 1$.

- 1) Tìm m để đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 3.
- 2) Tìm m để đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng -2 .

Bài 5*.

- 1) Lập phương trình đường thẳng, biết đường thẳng đi qua gốc tọa độ và có hệ số góc bằng 5.
- 2) Viết phương trình đường thẳng, biết đường thẳng cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 4 và cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng -2 .
- 3) Lập phương trình đường thẳng, biết đồ thị của nó đi qua điểm $M(2; -1)$ và song song với đường thẳng ON với O là gốc tọa độ và $N(1; 3)$.

----- HẾT -----

Bài 1. 1) $m > -\frac{1}{2}$.

2) $m < -\frac{1}{2}$.

Bài 2. 1) $\begin{cases} a = 3 \\ b = -1 \end{cases}$ hay $y = 3x - 1$.

2) $\begin{cases} a = -2 \\ b = 3 \end{cases}$ hay $y = -2x + 3$.

3) $\begin{cases} a = 2 \\ b = 2 \end{cases}$ hay $y = 2x + 2$.

4) $\begin{cases} a = -\frac{1}{4} \\ b = 0 \end{cases}$ hay $y = -\frac{1}{4}x$.

Bài 3. 1) $m \neq -4$.

2) $m \neq \pm 2$.

3) $m = -2$.

4) $m = -1$.

Bài 4. 1) $m = -7$.

2) $m = -3$.

Bài 5. 1) $y = 5x$.

2) $y = 2x + 4$.

3) $y = 3x - 7$.

Phần 4. Hệ phương trình bậc nhất hai ẩn

Bài 1. Giải các hệ phương trình sau :

$$1) \begin{cases} 2x - 3y = 7 \\ 3x + 2y = 4 \end{cases}.$$

$$2) \begin{cases} 2m + n = -1 \\ m - 2n = 7 \end{cases}.$$

Bài 2. Giải các hệ phương trình sau :

$$1) \begin{cases} 2x - y = -2 \\ \frac{1}{2}x + \frac{2}{3}y = 5 \end{cases}.$$

$$2) \begin{cases} \frac{x-3}{2} + \frac{y}{3} = 0 \\ y - 2x = 1 \end{cases}.$$

Bài 3. Giải các hệ phương trình sau :

$$1) \begin{cases} y - x = 2 \\ 5x - 3y = 10 \end{cases}.$$

$$2) \begin{cases} 2x + 3y = 5 \\ 4y - 3x = 18 \end{cases}.$$

Bài 4. Giải các hệ phương trình sau :

$$1) \begin{cases} x\sqrt{3} - 3\sqrt{3} = 0 \\ 3x + 2y = 11 \end{cases}.$$

$$2) \begin{cases} \sqrt{3}y - \sqrt{12} = 0 \\ 3x - 2y = -1 \end{cases}.$$

Bài 5. Giải các hệ phương trình sau :

$$1) \begin{cases} \sqrt{3}x + \sqrt{2}y - 5 = 0 \\ 2\sqrt{3}x - 3\sqrt{2}y = 0 \end{cases}.$$

$$2) \begin{cases} \sqrt{3}y - \sqrt{5}x = 0 \\ 2\sqrt{3}x - \sqrt{5}y = 1 \end{cases}.$$

Bài 6. Giải các hệ phương trình sau :

$$1) \begin{cases} 3\sqrt{x} - 2\sqrt{y} = -1 \\ 2\sqrt{x} + \sqrt{y} = 4 \end{cases}.$$

$$2) \begin{cases} 5\sqrt{y} + 3\sqrt{x} = 21 \\ 2\sqrt{x} - \sqrt{y} = 1 \end{cases}.$$

Bài 7. Giải các hệ phương trình sau :

$$1) \begin{cases} 3(x+1) + 2(x+2y) = 16 \\ 4(x+1) - (x+2y) = 3 \end{cases}.$$

$$2) \begin{cases} 2(x+y) = 5(x-y) + 7 \\ x + 2y = 2 \end{cases}.$$

Bài 8*. Giải các hệ phương trình sau :

$$1) \begin{cases} \frac{2}{x} + \frac{1}{y} = 2 \\ \frac{6}{x} - \frac{2}{y} = 1 \end{cases}.$$

$$2) \begin{cases} \frac{2}{x} + \frac{3}{y-2} = 4 \\ \frac{4}{x} - \frac{1}{y-2} = 1 \end{cases}.$$

Bài 9.** Giải các hệ phương trình sau :

$$1) \begin{cases} 2(x+y) = 5(x-y) \\ \frac{20}{x+y} + \frac{20}{x-y} = 7 \end{cases}.$$

$$2) \begin{cases} \frac{3}{x-2} + \frac{2}{y+1} = \frac{11}{3} \\ \frac{2}{x-2} + \frac{3}{y+1} = 3 \end{cases}.$$

Bài 10. 1) Xác định a, b để hệ phương trình $\begin{cases} ax - by = -4 \\ bx + y + 3 = 0 \end{cases}$ có nghiệm $(-2; 1)$.

2) Xác định a, b để hệ phương trình $\begin{cases} ax + 2y = 2 \\ bx - ay = 4 \end{cases}$ có nghiệm $(\sqrt{2}; -\sqrt{2})$.

- 3) Xác định m, n để hệ phương trình $\begin{cases} 2mx - (n+1)y = m-n \\ (m+2)x + 3ny = 2m+10 \end{cases}$ có nghiệm $(2; -1)$.

Bài 11.

- 1) Cho hệ phương trình $\begin{cases} 3x - 2y = 6 \\ mx + y = 3 \end{cases}$. Tìm các giá trị của m để hệ có nghiệm duy nhất.
- 2) Cho hệ phương trình $\begin{cases} ax - y = 3 \\ -x + 2ay = 1 \end{cases}$. Tìm các giá trị của a để hệ có nghiệm duy nhất.
- 3) Cho hệ phương trình $\begin{cases} 2x + my = -4 \\ mx - 3y = 5 \end{cases}$. Tìm các giá trị của m để hệ có nghiệm duy nhất.
- 4) Cho hệ phương trình $\begin{cases} (m+2)x + (m+1)y = 3 \\ x + 3y = 4 \end{cases}$. Tìm các giá trị của m để hệ vô nghiệm.

Bài 12.**

- 1) Cho hệ phương trình $\begin{cases} mx + 2y = 18 \\ x - y = -6 \end{cases}$.

Tìm các giá trị của m để hệ có nghiệm duy nhất $(x; y)$ thỏa mãn $2x + y = 9$.

- 2) Cho hệ phương trình $\begin{cases} x + y = 3m - 2 \\ 2x - y = 5 \end{cases}$.

Tìm các giá trị của m để hệ có nghiệm duy nhất $(x; y)$ thỏa mãn $\frac{x^2 - y - 5}{y + 1} = 4$.

- 3) Cho hệ phương trình $\begin{cases} 2x + y = 5m - 1 \\ x - 2y = 2 \end{cases}$.

Tìm các giá trị của m để hệ có nghiệm duy nhất $(x; y)$ thỏa mãn $x^2 - 2y^2 = -4$.

- 4) Cho hệ phương trình $\begin{cases} 2y - x = m + 1 \\ 2x - y = m - 2 \end{cases}$.

Tìm các giá trị của m để hệ có nghiệm duy nhất $(x; y)$ thỏa mãn $x^2 + y^2$ nhỏ nhất.

----- **HẾT** -----

Bài 1. 1) $\begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases}.$

Bài 2. 1) $\begin{cases} x = 2 \\ y = 6 \end{cases}.$

Bài 3. 1) $\begin{cases} x = 8 \\ y = 10 \end{cases}.$

Bài 4. 1) $\begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \end{cases}.$

Bài 5. 1) $\begin{cases} x = \sqrt{3} \\ y = \sqrt{2} \end{cases}.$

Bài 6. 1) $\begin{cases} x = 1 \\ y = 4 \end{cases}.$

Bài 7. 1) $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}.$

Bài 8. 1) $\begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}.$

Bài 9. 1) $\begin{cases} x = 7 \\ y = 3 \end{cases}.$

Bài 10.1) $\begin{cases} a = 1 \\ b = 2 \end{cases}.$

3) $\begin{cases} m = 1 \\ n = -2 \end{cases}.$

Bài 11.1) $m \neq -\frac{3}{2}.$

3) Với mọi m .

Bài 12.1) $m \neq -2; \begin{cases} x = \frac{6}{m+2} \\ y = \frac{6m+18}{m+2} \end{cases}; m = 4.$

3) Với mọi $m; \begin{cases} x = 2m \\ y = m-1 \end{cases}; m = -1.$

2) $\begin{cases} m = 1 \\ n = -3 \end{cases}.$

2) $\begin{cases} x = 1 \\ y = 3 \end{cases}.$

2) $\begin{cases} x = -2 \\ y = 3 \end{cases}.$

2) $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}.$

2) $\begin{cases} x = \sqrt{3} \\ y = \sqrt{5} \end{cases}.$

2) $\begin{cases} x = 4 \\ y = 9 \end{cases}.$

2) $\begin{cases} x = 0 \\ y = 1 \end{cases}.$

2) $\begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases}.$

2) $\begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases}.$

2) $\begin{cases} a = \sqrt{2} + 2 \\ b = \sqrt{2} - 2 \end{cases}.$

2) $a \neq \pm \frac{\sqrt{2}}{2}.$

4) $m = -\frac{5}{2}.$

2) $\forall m; \begin{cases} x = m+1 \\ y = 2m-3 \end{cases}; m = 1 \text{ và } m = 7.$

4) Với mọi $m; \begin{cases} x = m-1 \\ y = m \end{cases}; m = \frac{1}{2}.$

Phần 5. Hàm số bậc hai

Bài 1. 1) Cho parabol $(P): y = \frac{1}{2}x^2$ và đường thẳng $d: y = -x + 1$.

Vẽ parabol và đường thẳng trên cùng một hệ trục tọa độ.

2) Cho parabol $(P): y = -x^2$ và đường thẳng $d: y = x - 3$.

Vẽ parabol và đường thẳng trên cùng một hệ trục tọa độ.

Bài 2. 1) Cho parabol $(P): y = \frac{1}{4}x^2$ và đường thẳng $d: y = -\frac{1}{2}x + 2$.

a) Tìm tọa độ giao điểm của (P) và d bằng phép tính.

b*) Gọi A và B là các giao điểm chung của (P) và d . Tính diện tích tam giác OAB .

2) Cho parabol $(P): y = -x^2$ và đường thẳng $d: y = -3x + 2$.

a) Tìm tọa độ giao điểm của (P) và d bằng phép tính.

b*) Gọi M và N là các giao điểm chung của (P) và d . Tính diện tích tam giác OMN .

Bài 3. 1) Cho hàm số $y = ax^2$ ($a \neq 0$). Tìm hệ số a của hàm số, biết khi $x = -1$ thì $y = 2$.

2) Tìm các giá trị của a để đồ thị hàm số $y = ax^2$ ($a \neq 0$) đi qua điểm $M(2;1)$.

Bài 4. 1) Cho parabol $(P): y = \frac{x^2}{2}$ và đường thẳng $d: y = (m+2)x - m + 1$.

Với $m = -3$, tìm tọa độ các giao điểm của d và (P) .

2) Cho parabol $(P): y = mx^2$ và đường thẳng $d: y = (m+2)x + m - 1$.

Với $m = -1$, tìm tọa độ các giao điểm của d và (P) .

Bài 5. 1) Cho parabol $(P): y = \frac{x^2}{4}$. Tìm tọa độ các điểm thuộc (P) biết tung độ của chúng bằng 1.

2) Cho parabol $(P): y = -\frac{x^2}{3}$. Tìm tọa độ điểm thuộc (P) biết hoành độ của chúng bằng 2.

Bài 6. Cho parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $d: y = 2mx - 2m + 3$.

1) Xác định m để d cắt (P) tại điểm A có hoành độ bằng 2. Tìm tung độ của điểm A .

2*) Tìm m để d cắt (P) tại điểm A có tung độ bằng 9. Tìm hoành độ của điểm A .

Bài 7. 1) Cho parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $d: y = 4x + m$.

Tìm giá trị của m để đường thẳng d tiếp xúc với đồ thị (P) .

2) Cho parabol $(P): y = -\frac{1}{4}x^2$ và đường thẳng $d: y = mx - 2m - 1$.

Tìm giá trị của m để đường thẳng d tiếp xúc với đồ thị (P) .

Bài 8. 1) Cho parabol $(P): y = -\frac{1}{2}x^2$ và đường thẳng $d: y = 2x + m$.

Tìm giá trị của m để đường thẳng d cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt.

2*) Cho parabol $(P): y = \frac{1}{4}x^2$ và đường thẳng d đi qua $I(2;1)$ với hệ số góc k .

Tìm giá trị của k để đường thẳng d cắt đồ thị (P) tại hai điểm phân biệt.

Bài 9. 1) Cho parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $d: y = 2mx - 2m + 3$.

Chứng minh đường thẳng d cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt với mọi m .

2) Cho parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng d đi qua $M(1;2)$ với hệ số góc k .

Chứng minh đường thẳng d cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt với mọi k .

Bài 10. Cho parabol $(P): y = -x^2$ và đường thẳng $d: y = mx + 2$.

1) Tìm giá trị của m để đường thẳng d cắt parabol (P) tại một điểm duy nhất.

2) Cho hai điểm $A(-2;m)$ và $B(1;n)$. Tìm m, n để A thuộc (P) và B thuộc d .

Bài 11*.

1) Cho parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $d: y = 2x + m^2 + 1$.

Tìm m để d cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 sao cho :

$$x_1^2 + x_2^2 = 14.$$

2) Cho parabol $(P): y = \frac{1}{2}x^2$ và đường thẳng d đi qua $M(0;2)$ và có hệ số góc k .

Gọi x_1, x_2 là các hoành độ giao điểm của d và (P) . Tìm giá trị của k để

$$x_1^3 + x_2^3 = 32.$$

3) Cho parabol $(P): y = \frac{1}{2}x^2$ và đường thẳng $d: y = mx - \frac{1}{2}m^2 + m + 1$.

Tìm m để d cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 sao cho :

$$|x_1 - x_2| = 2.$$

4) Cho parabol $(P): y = \frac{x^2}{2}$ và đường thẳng $d: y = 2x - m + 1$.

Tìm m để d cắt (P) tại hai điểm phân biệt có tọa độ $(x_1; y_1)$ và $(x_2; y_2)$ thỏa mãn :

$$x_1x_2(y_1 + y_2) + 48 = 0.$$

----- HẾT -----

Bài 2. 1. a) $A(-4;4), B(2;1).$

2. a) $M(1;-1), N(2;-4).$

Bài 3. 1) $a = 2.$

Bài 4. 1) $A(-4;4), B(2;1).$

Bài 5. 1) $A(2;1), B(-2;1).$

Bài 6. 1) $m = \frac{1}{2}, y_A = 4.$

Bài 7. 1) $m = -4.$

Bài 8. 1) $m < 2.$

Bài 10. 1) $m = \pm 2\sqrt{2}.$

Bài 11. 1) $m = \pm 2.$

3) $m = -\frac{1}{2}.$

b) $S_{\Delta OAB} = S_{AHKB} - S_{\Delta AHO} - S_{\Delta BKO} = 6.$

b) $S_{\Delta OMN} = S_{\Delta ONK} - S_{\Delta OMH} - S_{HMNK} = 1.$

2) $a = \frac{1}{4}.$

2) $A(1;-1), B(-2;-4).$

2) $A\left(2;-\frac{4}{3}\right).$

2) $\begin{cases} x_A = 3 \\ m = \frac{3}{2} \end{cases} \text{ và } \begin{cases} x_A = -3 \\ m = -\frac{6}{5} \end{cases}.$

2) $m = -1.$

2) $k \neq 1.$

2) $m = -4 \text{ và } n = -2.$

2) $m = 1.$

4) $m = -1.$

Phần 6. Phương trình bậc hai

Bài 1. Giải các phương trình sau :

1) $x^2 - x - 6 = 0$.

2) $x^2 - 7x + 12 = 0$.

3) $x^4 - 6x^2 + 8 = 0$.

4) $x^4 - x^2 - 12 = 0$.

5) $x - 2\sqrt{x} - 3 = 0$.

6) $x - 7\sqrt{x} + 10 = 0$.

Bài 2. Cho phương trình $3x^2 + 5x - 6 = 0$ có hai nghiệm là x_1, x_2 . Không giải phương trình

1) Hãy lập phương trình bậc hai có hai nghiệm là $y_1 = x_1 - 3$ và $y_2 = x_2 - 3$.

2) Hãy lập phương trình bậc hai có hai nghiệm là $y_1 = x_1^2 + 1$ và $y_2 = x_2^2 + 1$.

Bài 3. 1) Tìm hai số u và v nếu biết tổng của chúng bằng 10 và tích của chúng bằng 21.

2) Tìm hai số u và v nếu biết $u - v = 5$ và $uv = 24$.

Bài 4. 1) Cho phương trình $x^2 - 2(m + 3)x + 2m - 1 = 0$. Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm phương trình.

Tìm hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm x_1, x_2 độc lập đối với m .

2) Cho phương trình $x^2 - 2(m + 1)x + m - 2 = 0$. Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm phương trình.

Tìm hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm x_1, x_2 độc lập đối với m .

Bài 5.

1) Tìm m để phương trình $x^2 - 4x + m = 0$ có nghiệm.

2) Tìm m để phương trình $x^2 - x + 1 - m = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 .

3) Tìm m để phương trình $x^2 + 2mx + m^2 - 2m + 4 = 0$ có hai nghiệm phân biệt.

Bài 6.

1) Cho phương trình $x^2 - 2(m - 2)x - 3m^2 + 2 = 0$.

Tìm m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1(2 - x_2) + x_2(2 - x_1) = -2$.

2) Cho phương trình $x^2 - 2(m + 2)x + m^2 + 4m + 3 = 0$.

Tìm m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 - 10 = 0$.

3) Cho phương trình $x^2 + 2(m + 1)x + m - 4 = 0$.

Tìm m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 + 3x_1x_2 = 0$.

4) Cho phương trình $x^2 - 4x + m = 0$.

Tìm m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2} = 14$.

5) Cho phương trình $x^2 + 4x - m^2 - 4m = 0$.

Tìm m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $|x_1 - x_2| = 4$.

6) Cho phương trình $x^2 - 4x - m^2 + 3 = 0$.

Tìm m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $5x_1 + x_2 = 0$.

7) Cho phương trình $x^2 + 2(m-3)x + m^2 - 1 = 0$.

Tìm m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + 3x_2 = 12$.

Bài 7.

1) Cho phương trình $x^2 - 2(m-3)x - 1 = 0$.

Tìm m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn biểu thức

$$A = x_1^2 - x_1x_2 + x_2^2$$

đạt giá trị **nhỏ nhất**.

2) Cho phương trình $x^2 - ax - 2 = 0$.

Tìm a để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn biểu thức

$$B = x_1^2 + (x_1 + 2)(x_2 + 2) + x_2^2$$

đạt giá trị **nhỏ nhất**.

3) Cho phương trình $x^2 - 2(m-4)x + m^2 - 8 = 0$.

Tìm m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn biểu thức

$$C = x_1 + x_2 - x_1x_2 + 2014$$

đạt giá trị **lớn nhất**.

4) Cho phương trình $x^2 - (2a-3)x + 1 - a = 0$.

Tìm a để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn biểu thức

$$D = x_1^2 + x_2^2 + 3x_1x_2(x_1 + x_2 - 1)$$

đạt giá trị **lớn nhất**.

----- **HẾT** -----

Bài 1. 1) $x = 3$ và $x = -2$.

3) $x = \pm 2$ và $x = \pm\sqrt{2}$.

5) $x = 9$.

Bài 2. 1) $3Y^2 + 23Y + 36 = 0$.

Bài 3. 1) $\begin{cases} u = 7 \\ v = 3 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} u = 3 \\ v = 7 \end{cases}$.

Bài 4. 1) $x_1 + x_2 - x_1x_2 = 7$.

Bài 5. 1) $m \leq 4$.

3) $m > 2$.

Bài 6. 1) $m = 1$ và $m = -\frac{5}{3}$.

3) $m = 0$ và $m = -\frac{9}{4}$.

5) $m = 0$ và $m = -4$.

7) $m = 1$ và $m = -\frac{5}{2}$.

Bài 7. 1) $m = 3$.

3) $m = 1$.

2) $x = 4$ và $x = 3$.

4) $x = \pm 2$.

6) $x = 4$ và $x = 25$.

2) $9Y^2 - 79Y + 106 = 0$.

2) $\begin{cases} u = 8 \\ v = 3 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} u = -3 \\ v = -8 \end{cases}$.

2) $x_1 + x_2 - 2x_1x_2 = 6$.

2) $m \geq \frac{3}{4}$.

2) $m = 0$ và $m = -4$.

4) $m = 1$ và $m = -\frac{8}{7}$.

6) $m = \pm 2\sqrt{2}$.

2) $a = -1$.

4) $a = 2$.

Phần 7. Giải bài toán bằng cách lập phương trình – lập hệ phương trình

Phần 1. Bài toán hình học

- Bài 1.** Tính độ dài các cạnh của hình chữ nhật, biết chiều dài hơn chiều rộng 1 m và độ dài mỗi đường chéo của hình chữ nhật là 5 m.
- Bài 2.** Một hình chữ nhật có chu vi bằng 36 m, biết chiều dài hơn chiều rộng 6 m. Tính diện tích hình chữ nhật đó ?
- Bài 3.** Một mảnh đất hình chữ nhật có chiều dài hơn chiều rộng 6 m và bình phương độ dài đường chéo gấp 5 lần chu vi. Tính diện tích của mảnh đất hình chữ nhật.
- Bài 4.** Một thửa đất hình chữ nhật có chu vi bằng 20 m, diện tích bằng 21 m^2 . Tính chiều dài và chiều rộng của thửa đất hình chữ nhật đã cho.
- Bài 5.** Tính chu vi của một hình chữ nhật, biết rằng nếu tăng mỗi chiều của hình chữ nhật thêm 4 m thì diện tích của nó tăng thêm 80 m^2 ; nếu giảm chiều rộng 2 m và tăng chiều dài 5 m thì diện tích của nó bằng diện tích ban đầu.
- Bài 6.** Một hình chữ nhật có chiều rộng bằng một nửa chiều dài. Biết rằng nếu giảm mỗi chiều đi 2 m thì diện tích hình chữ nhật đã cho giảm đi một nửa. Tính chiều dài hình chữ nhật đã cho.
- Bài 7.** Một mảnh vườn hình chữ nhật có diện tích 192 m^2 . Biết hai lần chiều rộng lớn hơn chiều dài 8 m. Tính kích thước của mảnh vườn hình chữ nhật đó ?
- Bài 8.** Một hình chữ nhật có chu vi bằng 28 cm và mỗi đường chéo của nó có độ dài 10 cm. Tìm độ dài các cạnh của hình chữ nhật đó ?
- Bài 9.** Cho một tam giác có chiều cao bằng $\frac{3}{4}$ cạnh đáy. Nếu chiều cao tăng thêm 3 m và cạnh đáy giảm đi 2 m thì diện tích của tam giác đó tăng thêm 9 m^2 . Tính cạnh đáy và chiều cao của tam giác đã cho.

Phần 2. Bài toán vận tốc

----- Bài toán một xe chạy -----

- Bài 1.** Quãng đường AB dài 24 km. Một người đi xe đạp từ A tới B, khi đi từ B trở về A người đó tăng vận tốc thêm 4 km/h so với lúc đi, vì vậy thời gian về ít hơn thời gian đi là 30 phút. Tính vận tốc của xe đạp khi đi từ A tới B.
- Bài 2.** Quãng đường từ A đến B dài 50 km. Một người dự định đi xe đạp từ A đến B với vận tốc không đổi. Khi đi được 2 giờ, người ấy dừng lại 30 phút để nghỉ. Muốn

đến B đúng thời gian đã định, người đó phải tăng vận tốc thêm 2 km/h trên quãng đường còn lại. Tính vận tốc ban đầu của người đi xe đạp.

Bài 3. Một Ô tô dự định đi từ A đến B trong một thời gian nhất định. Nếu xe chạy với vận tốc 35 km/h thì đến chậm mất 2 giờ; nếu xe chạy với vận tốc 50 km/h thì đến sớm hơn 1 giờ. Tính quãng đường AB và thời gian dự định đi lúc đầu.

----- Bài toán hai xe chạy cùng chiều -----

Bài 4. Hai Ô tô đi từ A đến B dài 200 km. Biết vận tốc xe thứ nhất nhanh hơn vận tốc xe thứ hai là 10 km/h nên xe thứ nhất đến B sớm hơn xe thứ hai 1 giờ. Tính vận tốc mỗi xe.

Bài 5. Xe Ô tô và Mô tô cùng đi từ A đến B dài 120 km, xe Ô tô đến sớm hơn xe Mô tô là 1 giờ. Lúc trở về xe Mô tô tăng vận tốc thêm 5 km mỗi giờ, xe Ô tô vẫn giữ nguyên vận tốc nhưng dừng lại nghỉ ở một điểm trên đường hết 40 phút, sau đó về đến A cùng lúc với xe Mô tô. Tính vận tốc ban đầu của mỗi xe, biết khi đi hay về hai xe đều xuất phát cùng một lúc.

Bài 6*. Quãng đường AB dài 210 km. Lúc 7 giờ một xe máy đi từ A đến B, sau đó lúc 8 giờ một Ô tô cũng đi từ A đến B với vận tốc lớn hơn vận tốc xe máy là 20 km/h. Hai xe gặp nhau tại một điểm trên quãng đường AB. Sau khi hai xe gặp nhau, xe Ô tô đi 1 giờ 30 phút nữa mới đến B. Tính vận tốc của mỗi xe.

----- Bài toán hai xe chạy ngược chiều -----

Bài 7. Quãng đường AB dài 156 km. Một người đi xe máy từ A, một người đi xe đạp từ B. Hai xe xuất phát cùng một lúc và sau 3 giờ gặp nhau. Biết rằng vận tốc của người đi xe máy nhanh hơn vận tốc của người đi xe đạp là 28 km/h. Tính vận tốc mỗi xe.

Bài 8. Một xe lửa đi từ ga A đến ga B. Sau đó 1 giờ 40 phút, một xe lửa khác đi từ ga B đến ga A với vận tốc lớn hơn vận tốc của xe lửa thứ nhất là 5 km/h. Hai xe lửa gặp nhau tại một ga cách ga B 300 km. Tìm vận tốc của mỗi xe, biết rằng quãng đường sắt từ ga A đến ga B dài 645 km.

Bài 9. Hai địa điểm A và B cách nhau 360 km. Cùng một lúc, một xe tải chạy từ A về B và một xe con chạy từ B về A. Sau khi gặp nhau xe tải chạy tiếp 5 giờ nữa thì tới B, xe con chạy tiếp 3 giờ 12 phút nữa thì tới A. Tính vận tốc mỗi xe ?

Bài 10*. Quãng đường AB dài 100 km. Cùng một lúc một xe máy khởi hành từ A đi về B và một xe Ô tô khởi hành từ B đi về A. Sau khi hai xe gặp nhau, xe máy đi 1 giờ 30 phút nữa mới đến B. Biết vận tốc hai xe không thay đổi trên suốt quãng đường và vận tốc xe máy kém vận tốc xe Ô tô là 20 km/h. Tính vận tốc mỗi xe ?

----- Bài toán ca nô -----

Bài 11. Một ca nô chạy trên sông, xuôi dòng 120 km và ngược dòng 120 km, thời gian cả đi và về hết 11 giờ. Hãy tìm vận tốc của ca nô trong nước yên lặng, biết rằng vận tốc của nước chảy là 2 km/h.

Bài 12. Hai bến sông cách nhau 15 km. Thời gian một ca nô xuôi dòng từ A đến B, tại bến B nghỉ 20 phút rồi ngược dòng từ bến B trở về bến A tổng cộng là 3 giờ. Tính vận tốc của ca nô khi nước yên lặng, biết vận tốc của dòng nước là 3 km/h.

Bài 13*. Một chiếc thuyền xuôi dòng và ngược dòng trên khúc sông dài 40 km hết 4 giờ 30 phút. Biết thời gian thuyền xuôi dòng 5 km bằng thời gian thuyền ngược dòng 4 km. Tính vận tốc dòng nước ?

Phần 3. Bài toán công nhân làm việc – bài toán vòi nước

Bài 1. Hai công nhân cùng làm một công việc trong 16 giờ thì xong. Nếu người thứ nhất làm trong 3 giờ, người thứ hai làm trong 6 giờ thì họ làm được $\frac{1}{4}$ công việc. Hỏi mỗi công nhân làm một mình thì trong bao lâu làm xong công việc ?

Bài 2. Hai người cùng làm chung một công việc trong $\frac{12}{5}$ giờ thì xong. Nếu mỗi người làm một mình thì người thứ nhất hoàn thành công việc trong thời gian ít hơn người thứ hai là 2 giờ. Hỏi nếu làm một mình thì mỗi người phải làm trong bao nhiêu thời gian để xong công việc ?

Bài 3. Hai đội công nhân cùng làm một đoạn đường trong 24 ngày thì xong. Mỗi ngày phần việc của đội A làm được nhiều gấp rưỡi đội B. Hỏi nếu làm một mình thì mỗi đội làm xong đoạn đường đó trong bao lâu ?

Bài 4. Hai vòi nước cùng chảy vào một cái bể không có nước trong 6 giờ thì đầy bể. Nếu để riêng vòi thứ nhất chảy trong 2 giờ, sau đó đóng lại và mở vòi thứ hai chảy tiếp trong 3 giờ nữa thì được $\frac{2}{5}$ bể. Hỏi nếu chảy riêng thì mỗi vòi chảy đầy bể trong bao lâu ?

Bài 5. Hai vòi nước cùng chảy vào một bể nước cạn thì sau $\frac{24}{5}$ giờ đầy bể. Nếu lúc đầu chỉ mở vòi thứ nhất và 9 giờ sau mở thêm vòi thứ hai thì sau $\frac{6}{5}$ giờ nữa mới đầy bể. Hỏi nếu ngay từ đầu chỉ mở vòi thứ hai thì sau bao lâu mới đầy bể ?

Bài 6. Hai vòi nước cùng chảy vào một cái bể không có nước trong 6 giờ thì đầy bể. Nếu mỗi vòi chảy riêng cho đầy bể thì vòi thứ hai cần nhiều hơn vòi thứ nhất là 5 giờ. Hỏi nếu chảy riêng thì mỗi vòi chảy đầy bể trong bao lâu ?

Bài 7. Hai vòi nước cùng chảy vào một bể không có nước thì sau 4h 48 phút thì đầy bể. Mỗi giờ lượng nước của vòi thứ nhất chảy được bằng 1,5 lần lượng nước của vòi thứ hai. Hỏi mỗi vòi chảy riêng thì trong bao lâu sẽ đầy bể ?

Phần 4. Bài toán luân chuyển xe

- Bài 1.** Một công ty vận tải điều một số xe tải để chở 90 tấn hàng. Khi đến kho hàng thì có 2 xe bị hỏng nên để chở hết lượng hàng thì mỗi xe còn lại phải chở thêm 0,5 tấn so với dự định ban đầu. Hỏi số xe được điều đến chở hàng là bao nhiêu ? Biết rằng khối lượng chở hàng ở mỗi xe là như nhau.
- Bài 2.** Theo kế hoạch, một đội xe vận tải cần chở 24 tấn hàng đến một địa điểm quy định. Khi chuyên chở thì trong đội có 2 xe phải điều đi làm việc khác nên mỗi xe còn lại của đội phải chở thêm 1 tấn hàng. Tính số xe của đội lúc đầu ?
- Bài 3.** Một đội xe định chở 200 tấn thóc. Nếu tăng thêm 5 xe và giảm số thóc phải chở là 20 tấn thì mỗi xe chở nhẹ hơn dự định là 1 tấn. Hỏi lúc đầu đội có bao nhiêu xe ?

Phần 5. Bài toán tăng năng suất

- Bài 1.** Một tổ sản xuất theo kế hoạch sẽ sản xuất 130 sản phẩm trong thời gian dự kiến. Nhờ tăng năng suất làm vượt định mức mỗi ngày 2 sản phẩm nên đã hoàn thành sớm hơn 2 ngày và còn làm thêm được 2 sản phẩm. Tính thời gian dự kiến hoàn thành công việc của tổ sản xuất trên.
- Bài 2.** Một đội thợ mỏ phải khai thác 260 tấn than trong một thời hạn nhất định. Trên thực tế, mỗi ngày đội đều khai thác vượt định mức 3 tấn, do đó họ đã khai thác được 261 tấn than và xong trước thời hạn một ngày. Hỏi theo kế hoạch mỗi ngày đội thợ phải khai thác bao nhiêu tấn than ?
- Bài 3.** Một xí nghiệp có kế hoạch sản xuất 180 tấn dụng cụ trong một thời gian đã định. Nhưng nhờ tinh thần thi đua, nên mỗi ngày xí nghiệp sản xuất nhiều hơn mức dự kiến 1 tấn; chẳng những rút ngắn thời gian dự định 1 ngày mà còn sản xuất thêm 10 tấn ngoài kế hoạch. Hỏi thời gian dự kiến bao nhiêu ngày ? Mỗi ngày dự kiến làm ra bao nhiêu tấn dụng cụ.
- Bài 4.** Hai xí nghiệp theo kế hoạch phải làm tổng cộng 360 dụng cụ. Thực tế, xí nghiệp I vượt mức 10%, xí nghiệp II vượt mức 15%, do đó cả hai xí nghiệp đã làm được 404 dụng cụ. Tính số dụng cụ mỗi xí nghiệp phải làm theo dự định ?
- Bài 5.** Hai tổ A và B phải hoàn thành 90 sản phẩm. Do cải tiến kỹ thuật nên tổ A vượt 15%, tổ B vượt 12% nên cả hai tổ làm được 102 sản phẩm. Hỏi số sản phẩm mỗi tổ được giao ?

Phần 6. Một số bài toán khác

Bài 1. Trong một phòng có 144 người họp, được sắp xếp ngồi hết trên dãy ghế. Nếu người ta thêm vào phòng họp 4 dãy ghế nữa, bớt mỗi dãy ghế ban đầu 3 người và xếp lại chỗ ngồi cho tất cả các dãy ghế sao cho số người trên mỗi dãy ghế đều bằng nhau thì vừa hết các dãy ghế. Hỏi ban đầu trong phòng họp có bao nhiêu dãy ghế?

Bài 2. Một phòng họp dự định có 120 người dự họp, nhưng khi họp có 160 người tham dự nên phải kê thêm 2 dãy ghế, mỗi dãy phải kê thêm một ghế nữa thì vừa đủ. Tính số dãy ghế dự định lúc đầu. Biết rằng số dãy ghế lúc đầu trong phòng nhiều hơn 20 dãy ghế và số ghế trên mỗi dãy là bằng nhau.

Bài 3. Nhà Mai có một mảnh vườn trồng rau bắp cải. Vườn được đánh thành nhiều luống, mỗi luống cùng trồng một số cây bắp cải. Mai tính rằng: nếu tăng thêm 7 luống rau nhưng mỗi luống trồng ít đi 2 cây thì số cây toàn vườn ít đi 9 cây; nếu giảm đi 5 luống nhưng mỗi luống trồng tăng thêm 2 cây thì số cây toàn vườn sẽ tăng thêm 15 cây. Hỏi vườn nhà Mai trồng bao nhiêu cây bắp cải?

----- HẾT -----

Phần 1. Bài toán Hình học

Bài 1. Chiều dài 4 m, chiều rộng 3 m.

Hướng dẫn. Gọi $x > 1$ là chiều dài hình chữ nhật. Ta có phương trình $x^2 + (x - 1)^2 = 25$.

Bài 2. Chiều dài 12 m, chiều rộng 6 m. Suy ra diện tích $S = 72 \text{ m}^2$.

Hướng dẫn. Gọi $x > 6$ là chiều dài hình chữ nhật. Ta có phương trình $2[x + (x - 6)] = 36$.

Bài 3. Chiều dài 12 m, chiều rộng 6 m. Suy ra diện tích $S = 72 \text{ m}^2$.

Hướng dẫn.

• Gọi chiều dài hình chữ nhật là x (m). (Điều kiện $x > 6$).

Suy ra chiều rộng hình chữ nhật là $x - 6$ (m).

• Độ dài đường chéo hình chữ nhật là: $\sqrt{x^2 + (x - 6)^2}$ (m).

Chi vi hình chữ nhật là: $2[x + (x - 6)]$ (m).

• Do bình phương độ dài đường chéo gấp 5 lần chu vi, nên ta có phương trình:

$$x^2 + (x - 6)^2 = 5.2[x + (x - 6)]$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 - 32x + 96 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 16x + 48 = 0.$$

$\Delta' = b'^2 - ac = 64 - 48 = 16 = 4^2 > 0$. Phương trình có hai nghiệm

$$x = 8 - 4 = 4 \text{ (loại);}$$

$$x = 8 + 4 = 12 \text{ (chọn).}$$

• Vậy chiều dài 12 m, chiều rộng 6 m. Suy ra diện tích $S = 72 \text{ m}^2$.

Bài 4. Chiều dài 7 m, chiều rộng 3 m.

Hướng dẫn. Gọi $x > 0$ là chiều dài hình chữ nhật; $y > 0$ là chiều rộng hình chữ nhật.

Điều kiện : $x > y > 0$. Ta có hệ phương trình
$$\begin{cases} 2(x + y) = 20 \\ xy = 21 \end{cases}.$$

Bài 5. Chiều dài 10 m, chiều rộng 6 m. Suy ra chu vi $P = 120$ m.

Hướng dẫn. Gọi $x > 0$ là chiều dài hình chữ nhật; $y > 0$ là chiều rộng hình chữ nhật.

Điều kiện : $x > y > 0$. Ta có hệ phương trình
$$\begin{cases} (x + 4)(y + 4) - xy = 80 \\ (x - 2)(y + 5) = xy \end{cases}.$$

Bài 6. Chiều dài $6 + 2\sqrt{5}$ m.

Hướng dẫn. Gọi $x > 4$ là chiều dài hình chữ nhật. Ta có phương trình $(x - 2)\left(\frac{x}{2} - 2\right) = \frac{1}{2} \cdot x \cdot \frac{x}{2}.$

Bài 7. Chiều dài 16 m, chiều rộng 12 m.

Hướng dẫn. Gọi $x > 0$ là chiều dài hình chữ nhật; $y > 0$ là chiều rộng hình chữ nhật.

Điều kiện : $x > y > 0$. Ta có hệ phương trình
$$\begin{cases} xy = 192 \\ 2y - x = 8 \end{cases}.$$

Bài 8. Chiều dài 8 cm, chiều rộng 6 cm.

Hướng dẫn. Gọi $x > 0$ là chiều dài hình chữ nhật; $y > 0$ là chiều rộng hình chữ nhật.

Điều kiện : $x > y > 0$. Ta có hệ phương trình
$$\begin{cases} 2(x + y) = 28 \\ x^2 + y^2 = 100 \end{cases}.$$

Bài 9. Cạnh đáy 16 m, chiều cao 12 m.

Hướng dẫn. Gọi $x > 0$ là cạnh đáy của tam giác. Ta có phương trình

$$\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{3}{4}x + 3\right)(x - 2) - \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4}x \cdot x = 9.$$

Phần 2. Bài toán vận tốc

Bài 1. 12 km/h.

Hướng dẫn. Gọi $x > 0$ là vận tốc của xe đạp khi đi từ A đến B. Ta có phương trình $\frac{24}{x} - \frac{24}{x + 4} = \frac{1}{2}.$

Bài 2. 10 km/h.

Hướng dẫn.

• Gọi vận tốc ban đầu của người đi xe đạp là x (km/h). (Điều kiện : $x > 0$)

Thời gian dự định để đi hết quãng đường AB là : $\frac{50}{x}$ (giờ).

• Quãng đường từ A đến chỗ người đi xe đạp dừng lại để nghỉ là : $2x$ (km).

Suy ra quãng đường từ chỗ nghỉ đến B là : $50 - 2x$ (km).

Thời gian người đi xe đạp đi từ chỗ nghỉ đến B là : $\frac{50 - 2x}{x + 2}$ (giờ).

• Theo giả thiết bài toán, ta có phương trình :

$$2 + \frac{1}{2} + \frac{50 - 2x}{x + 2} = \frac{50}{x}$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 10x - 200 = 0.$$

$\Delta' = b'^2 - ac = 25 + 200 = 225 = 15^2 > 0$. Phương trình có hai nghiệm

$$x = -5 - 15 = -20 \text{ (loại); } x = -5 + 15 = 10 \text{ (chọn).}$$

- Vận tốc ban đầu của người đi xe đạp là 10 km/h.

Bài 3. Quãng đường AB = 10 km; thời gian dự định lúc đầu là 8 giờ.

Hướng dẫn. Gọi $x > 0$ là quãng đường AB; $y > 0$ là vận tốc dự định lúc đầu.

Ta có hệ phương trình
$$\begin{cases} \frac{x}{35} - \frac{x}{y} = 2 \\ \frac{x}{y} - \frac{x}{50} = 1 \end{cases}.$$

Bài 4. Vận tốc xe thứ nhất là 50 km/h; vận tốc xe thứ hai là 40 km/h.

Hướng dẫn. Gọi $x > 10$ là vận tốc xe thứ nhất. Ta có phương trình $\frac{200}{x-10} - \frac{200}{x} = 1$.

Bài 5. Vận tốc xe Ô tô là 60 km/h; vận tốc xe Mô tô là 40 km/h.

Hướng dẫn. Gọi $x > 0$ là vận tốc xe Ô tô; $y > 0$ là vận tốc xe Mô tô.

Ta có hệ phương trình
$$\begin{cases} \frac{120}{y} - \frac{120}{x} = 1 \\ \frac{120}{y+5} = \frac{120}{x} + \frac{2}{3} \end{cases}.$$

Bài 6. Vận tốc xe máy là 40 km/h; vận tốc xe Ô tô là 60 km/h.

Hướng dẫn.

- Gọi vận tốc xe máy là x (km/h). (Điều kiện $x > 0$)

Suy ra vận tốc xe Ô tô là : $x + 20$ (km/h).

- Sau khi hai xe gặp nhau, xe Ô tô đi 1 giờ 30 phút nữa mới đến B nên quãng đường từ chỗ gặp đến B là : $\frac{3}{2}(x + 20)$ (km).

Suy ra quãng đường từ A đến chỗ gặp là : $210 - \frac{3}{2}(x + 20)$ (km).

- Lúc 7 giờ xe máy xuất phát, sau đó lúc 8 giờ xe Ô tô mới xuất phát và cùng gặp nhau nên ta có phương trình :

$$\frac{210 - \frac{3}{2}(x + 20)}{x} - \frac{210 - \frac{3}{2}(x + 20)}{x + 20} = 1$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 50x - 3600 = 0.$$

$\Delta' = b'^2 - ac = 625 + 3600 = 4225 = 65^2 > 0$. Phương trình có hai nghiệm

$$x = -25 - 65 = -90 \text{ (loại); } x = -25 + 65 = 40 \text{ (chọn).}$$

- Vận tốc của xe máy là 40 km/h; vận tốc của xe Ô tô là 60 km/h.

Bài 7. Vận tốc xe đạp là 12 km/h; vận tốc xe máy là 40 km/h.

Hướng dẫn. Gọi $x > 0$ là vận tốc xe đạp. Ta có phương trình $3x + 3(x + 28) = 156$.

Bài 8. Vận tốc xe lửa đi từ A là 45 km/h; vận tốc xe lửa đi từ B là 50 km/h.

Hướng dẫn. Gọi $x > 0$ là vận tốc của xe lửa đi từ A. Ta có phương trình $\frac{345}{x} - \frac{300}{x+5} = \frac{5}{3}$.

Bài 9. Vận tốc xe tải là 40 km/h; vận tốc xe con là 60 km/h.

Hướng dẫn. Gọi $x > 0$ là vận tốc xe tải; $y > 0$ là vận tốc xe con.

$$\text{Ta có hệ phương trình } \begin{cases} 5x + \frac{16}{5}y = 360 \\ \frac{5x}{y} = \frac{16y}{5x} \end{cases}.$$

Bài 10. Vận tốc xe máy là 40 km/h; vận tốc xe Ô tô là 60 km/h.

Hướng dẫn.

• Gọi vận tốc xe máy là x (km/h). (Điều kiện $x > 0$)

Suy ra vận tốc xe Ô tô là : $x + 20$ (km/h).

• Sau khi hai xe gặp nhau, xe máy đi 1 giờ 30 phút nữa mới đến B nên quãng đường từ chỗ gặp đến B là : $\frac{3}{2}x$ (km).

Suy ra quãng đường từ A đến chỗ gặp là : $100 - \frac{3}{2}x$ (km).

• Hai xe cùng xuất phát và cùng gặp nhau nên ta có phương trình :

$$\frac{100 - \frac{3}{2}x}{x} = \frac{\frac{3}{2}x}{x + 20}$$

$$\Leftrightarrow 3x^2 - 70x - 2000 = 0.$$

$\Delta' = b'^2 - ac = 1225 + 6000 = 7225 = 85^2 > 0$. Phương trình có hai nghiệm

$$x = \frac{35 - 85}{3} = -\frac{50}{3} \text{ (loại); } \quad x = \frac{35 + 85}{3} = 40 \text{ (chọn).}$$

• Vậy vận tốc của xe máy là 40 km/h; vận tốc của xe Ô tô là 60 km/h.

Bài 11. 22 km/h.

Hướng dẫn.

• Gọi vận tốc của ca nô trong nước yên lặng là x (km/h). (Điều kiện $x > 2$).

Suy ra vận tốc của ca nô khi xuôi dòng là : $x + 2$ (km/h); khi ngược dòng là : $x - 2$ (km/h).

• Thời gian của ca nô lúc xuôi dòng là : $\frac{120}{x + 2}$ (h).

Thời gian của ca nô lúc xuôi dòng là : $\frac{120}{x - 2}$ (h).

• Do thời gian cả đi và về hết 11 giờ, nên ta có phương trình :

$$\frac{120}{x + 2} + \frac{120}{x - 2} = 11$$

$$\Leftrightarrow 11x^2 - 240x - 44 = 0.$$

$\Delta' = b'^2 - ac = 14400 + 484 = 14884 = 122^2 > 0$. Phương trình có hai nghiệm

$$x = \frac{120 - 122}{11} = -\frac{2}{11} \text{ (loại); } \quad x = \frac{120 + 122}{11} = 22 \text{ (chọn).}$$

• Vận tốc của ca nô trong nước yên lặng là 22 km/h.

Bài 12. 12 km/h.

Hướng dẫn. Gọi $x > 2$ là vận tốc của ca nô trong nước yên lặng.

Ta có phương trình $\frac{15}{x+3} + \frac{1}{3} + \frac{15}{x-3} = 3$.

Bài 13. 18 km/h.

Hướng dẫn. Gọi $x > 0$ là vận tốc của ca nô trong nước yên lặng; $y > 0$ là vận tốc dòng nước.

Ta có hệ phương trình
$$\begin{cases} \frac{40}{x+y} + \frac{40}{x-y} = \frac{9}{2} \\ \frac{5}{x+y} = \frac{4}{x-y} \end{cases}$$

Phần 3. Bài toán công nhân làm việc – bài toán vôi nước

Bài 1. Người thứ nhất làm trong 24 giờ, người thứ hai làm trong 48 giờ.

Hướng dẫn.

• Gọi thời gian người thứ nhất làm riêng xong công việc là x (giờ). (Điều kiện $x > 0$)

Gọi thời gian người thứ hai làm riêng xong công việc là y (giờ). (Điều kiện $y > 0$)

Trong 1 giờ người thứ nhất làm được : $\frac{1}{x}$ (công việc).

Trong 1 giờ người thứ hai làm được : $\frac{1}{y}$ (công việc).

• Hai công nhân cùng làm công việc trong 16 giờ thì xong, ta có phương trình : $\frac{16}{x} + \frac{16}{y} = 1$.

• Nếu người thứ nhất làm trong 3 giờ, người thứ hai làm trong 6 giờ thì họ làm được $\frac{1}{4}$ công

việc, ta có phương trình : $\frac{3}{x} + \frac{6}{y} = \frac{1}{4}$.

• Từ đó ta có hệ phương trình
$$\begin{cases} \frac{16}{x} + \frac{16}{y} = 1 \\ \frac{3}{x} + \frac{6}{y} = \frac{1}{4} \end{cases}$$

• Giải hệ phương trình ta được
$$\begin{cases} x = 24 \\ y = 48 \end{cases}$$

• Vậy người thứ nhất làm trong 24 giờ, người thứ hai làm trong 48 giờ.

Bài 2. Người thứ nhất làm trong 4 giờ, người thứ nhất làm trong 6 giờ.

Hướng dẫn. Ta có hệ phương trình
$$\begin{cases} \frac{12}{5x} + \frac{12}{5y} = 1 \\ y - x = 2 \end{cases}$$

Bài 3. Đội A làm xong công việc trong 40 ngày, đội B làm xong công việc trong 60 ngày.

Hướng dẫn. Ta có hệ phương trình
$$\begin{cases} \frac{24}{x} + \frac{24}{y} = 1 \\ \frac{1}{x} = 1,5 \cdot \frac{1}{y} \end{cases}.$$

Bài 4. Vòi thứ nhất chảy trong 10 giờ đầy bể, vòi thứ hai chảy trong 15 giờ đầy bể.

Hướng dẫn. Ta có hệ phương trình
$$\begin{cases} \frac{6}{x} + \frac{6}{y} = 1 \\ \frac{2}{x} + \frac{3}{y} = \frac{2}{5} \end{cases}.$$

Bài 5. Nếu mở vòi thứ hai thì sau 8 giờ đầy bể.

Hướng dẫn. Ta có hệ phương trình
$$\begin{cases} \frac{24}{5x} + \frac{24}{5y} = 1 \\ \frac{51}{5x} + \frac{6}{5y} = 1 \end{cases}.$$

Bài 6. Vòi thứ nhất chảy trong 10 giờ đầy bể, vòi thứ hai chảy trong 15 giờ đầy bể.

Hướng dẫn.

• Gọi thời gian vòi thứ nhất chảy riêng đầy bể là x (giờ). (Điều kiện $x > 0$)

Gọi thời gian vòi thứ hai chảy riêng đầy bể là y (giờ). (Điều kiện $y > 0$)

Trong 1 giờ vòi thứ nhất chảy được : $\frac{1}{x}$ (bê).

Trong 1 giờ vòi thứ hai chảy được : $\frac{1}{y}$ (bê).

• Hai vòi nước cùng chảy trong 6 giờ thì đầy bể, ta có phương trình : $\frac{6}{x} + \frac{6}{y} = 1$.

• Nếu mỗi vòi chảy riêng cho đầy bể thì vòi thứ hai cần nhiều hơn vòi thứ nhất là 5 giờ, ta có phương trình : $y - x = 5$.

• Từ đó ta có hệ phương trình
$$\begin{cases} \frac{6}{x} + \frac{6}{y} = 1 \\ y - x = 5 \end{cases}.$$

• Giải hệ phương trình ta được
$$\begin{cases} x = 10 \\ y = 15 \end{cases}.$$

• Vòi thứ nhất chảy trong 10 giờ đầy bể, vòi thứ hai chảy trong 15 giờ đầy bể.

Bài 7. Vòi thứ nhất chảy trong 8 giờ đầy bể, vòi thứ hai chảy trong 12 giờ đầy bể.

Hướng dẫn. Ta có hệ phương trình
$$\begin{cases} \frac{24}{5x} + \frac{24}{5y} = 1 \\ \frac{1}{x} = 1,5 \cdot \frac{1}{y} \end{cases}.$$

Phần 4. Bài toán luân chuyển xe

Bài 1. 20 xe.

Hướng dẫn.

• Gọi số xe tải được điều đến chờ hàng là x (xe) (Điều kiện : x nguyên, $x > 2$).
Số xe tải thực sự chờ hàng là $x - 2$ (xe).

• Khối lượng hàng mà lúc đầu mỗi xe dự định chở là : $\frac{90}{x}$ (tấn).

Khối lượng hàng mà mỗi xe thực sự chở là : $\frac{90}{x-2}$ (tấn)

• Theo đề bài ta có phương trình :

$$\frac{90}{x-2} - \frac{90}{x} = \frac{1}{2}.$$

$$\Leftrightarrow 90.2x - 90.2(x-2) = x(x-2)$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2x - 360 = 0.$$

$\Delta' = b'^2 - ac = 1 + 360 = 361 = 19^2 > 0$. Phương trình có hai nghiệm

$$x = 1 - 19 = -18 \text{ (loại);}$$

$$x = 1 + 19 = 20 \text{ (chọn).}$$

• Vậy số xe được điều đến chờ hàng là 20 xe.

Bài 2. 8 xe.

Hướng dẫn. Gọi $x > 2$ là số xe điều đến chờ hàng. Ta có phương trình $\frac{24}{x-2} - \frac{24}{x} = 1$.

Bài 3. 40 xe.

Hướng dẫn. Gọi $x > 0$ là số xe điều đến chờ thóc. Ta có phương trình $\frac{200}{x} - \frac{180}{x+5} = 1$.

Phần 5. Bài toán năng suất

Bài 1. 13 ngày.

Hướng dẫn.

• Gọi thời gian dự kiến hoàn thành công việc của tổ sản xuất là x (ngày).
(Điều kiện : x nguyên, $x > 2$).

Số ngày thực tế để hoàn thành công việc là $x - 2$ (ngày).

• Số sản phẩm dự kiến làm trong 1 ngày : $\frac{130}{x}$ (sản phẩm).

Số sản phẩm thực tế làm trong 1 ngày : $\frac{132}{x-2}$ (sản phẩm).

• Theo giả thiết bài toán, ta có phương trình :

$$\frac{132}{x-2} - \frac{130}{x} = 2$$

$$\Leftrightarrow 132x - 130(x-2) = 2x(x-2)$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 3x - 130 = 0.$$

$\Delta = b^2 - 4ac = 529 = 23^2 > 0$. Phương trình có hai nghiệm

$$x = \frac{3-23}{2} = -10 \text{ (loại); } \quad x = \frac{3+23}{2} = 13 \text{ (chọn).}$$

- Vậy thời gian dự kiến tổ sản xuất hoàn thành công việc là 13 ngày.

Bài 2. 26 tấn.

Hướng dẫn. Gọi thời gian dự kiến hoàn thành công việc là x ngày ($x > 1$). Ta có phương trình

$$\frac{261}{x-1} - \frac{260}{x} = 3.$$

Bài 3. 20 ngày; 9 tấn.

Hướng dẫn. Gọi thời gian dự kiến hoàn thành công việc là x ngày ($x > 1$). Ta có phương trình

$$\frac{190}{x-1} - \frac{180}{x} = 1.$$

Bài 4. Xí nghiệp I làm được 200 dụng cụ; Xí nghiệp II làm được 160 dụng cụ.

Hướng dẫn. Gọi $x > 0$ là dụng cụ của xí nghiệp I; $y > 0$ là dụng cụ của xí nghiệp II.

Ta có hệ phương trình
$$\begin{cases} x + y = 360 \\ \left(x + \frac{10}{100}x\right) + \left(y + \frac{15}{100}y\right) = 404. \end{cases}$$

Bài 5. Tổ A làm được 40 sản phẩm; Tổ B làm được 50 sản phẩm.

Hướng dẫn. Gọi $x > 0$ là sản phẩm của tổ A; $y > 0$ là sản phẩm của tổ B.

Ta có hệ phương trình
$$\begin{cases} x + y = 90 \\ \left(x + \frac{15}{100}x\right) + \left(y + \frac{12}{100}y\right) = 102. \end{cases}$$

Phần 6. Một số bài toán khác

Bài 1. 12 dãy ghế.

Hướng dẫn. Cách 1. Gọi $x > 0$ là số dãy ghế ban đầu. Ta có phương trình
$$(x+4)\left(\frac{144}{x} - 3\right) = 144.$$

Cách 2. Gọi $x > 0$ là số dãy ghế ban đầu, $y > 0$ là số người trên mỗi dãy lúc ban đầu.

Ta có hệ phương trình
$$\begin{cases} x \cdot y = 144 \\ (x+4)(y-3) = 144 \end{cases}$$

Bài 2. 30 dãy ghế.

Hướng dẫn. Cách 1. Gọi $x > 20$ là số dãy ghế ban đầu. Ta có phương trình

$$(x+2)\left(\frac{120}{x} + 1\right) = 160.$$

Cách 2. Gọi $x > 20$ là số dãy ghế ban đầu, $y > 0$ là số ghế trên mỗi dãy lúc ban đầu.

Ta có hệ phương trình
$$\begin{cases} x \cdot y = 120 \\ (x+2)(y+1) = 160 \end{cases}$$

Bài 3. 750 cây bắp cải.

Hướng dẫn. Gọi $x > 5$ là số luống, $y > 2$ là cây trên mỗi luống lúc ban đầu.

Ta có hệ phương trình
$$\begin{cases} xy - (x+7)(y-2) = 9 \\ (x-5)(y+2) - xy = 15 \end{cases}$$