

PHẦN II - HÌNH HỌC

CHUYÊN ĐỀ 7 - HÌNH HỌC PHẪNG

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ.

I. HỆ THỨC LƯỢNG TRONG TAM GIÁC VUÔNG

Phần I: Lý thuyết cần nhớ:

I. Một số hệ thức về **cạnh** và **đường cao** trong tam giác vuông.

Trong một tam giác vuông:

$$a. AH^2 = BH.CH$$

⇒ **Bình phương đường cao** ứng với cạnh huyền **bằng tích hai hình chiếu** của 2 cạnh góc vuông trên cạnh huyền.

$$b. AH.BC = AB.AC$$

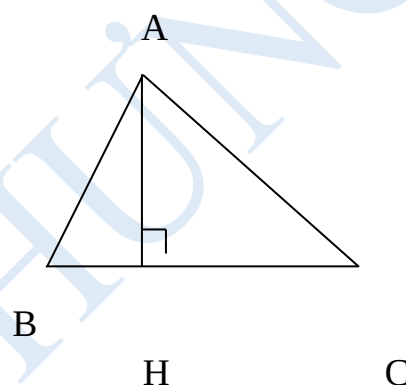
⇒ **Tích hai cạnh góc vuông bằng tích cạnh huyền với đường cao** tương ứng.

$$c. AB^2 = BC.BH, AC^2 = BC.HC$$

⇒ **Bình phương mỗi cạnh góc vuông bằng tích của cạnh huyền với hình chiếu tương ứng** của cạnh góc vuông đó trên cạnh huyền.

$$d. \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2}$$

⇒ **Ngược đảo bình phương đường cao bằng tổng nghịch đảo bình phương hai cạnh góc vuông.**



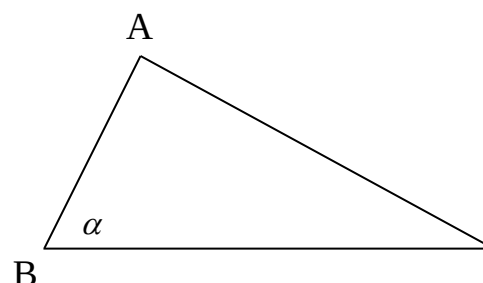
II. CÁC TỈ SỐ LƯỢNG GIÁC CỦA GÓC NHỌN TRONG TAM GIÁC VUÔNG.

1. Các tỉ số lượng giác.

$$\sin \alpha = \frac{AC}{BC}, \cos \alpha = \frac{AB}{BC}$$

$$\tan \alpha = \frac{AC}{AB}, \cot \alpha = \frac{AB}{AC}$$

Mẹo nhớ: “Sin Đi – Học, Cos Không – Hư, tg Đoàn – Kết, Cotg Kết – Đoàn”



2. Một số tính chất và đẳng thức lượng giác cần nhớ:

a. Với góc α nhọn ($0^\circ < \alpha < 90^\circ$) thì $0 < \sin \alpha, \cos \alpha < 1$

b. $tg\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}, \cot g\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$

c. $tg\alpha = \frac{1}{\cot g\alpha}, \cot g\alpha = \frac{1}{tg\alpha} \Rightarrow tg\alpha \cdot \cot g\alpha = 1$

d. $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1 \Rightarrow \sin\alpha = \sqrt{1 - \cos^2\alpha}, \cos\alpha = \sqrt{1 - \sin^2\alpha}$ (Các bạn nhớ chỉ được lấy giá trị dương vì tuân theo tính chất a ở mục này)

e. Với góc α nhọn và $\sin\alpha = \sin\beta \Leftrightarrow \alpha = \beta$

f. $1 + tg^2\alpha = \frac{1}{\cos^2\alpha}, 1 + \cot^2\alpha = \frac{1}{\sin^2\alpha}$ (Công thức này thầy đã chứng minh cho các bạn)

3. Mối quan hệ lượng giác của các góc phụ nhau.

Nếu $\alpha + \beta = 90^\circ$ thì các giá trị lượng giác của α và β chéo nhau, tức là:

$\sin\alpha = \cos\beta, \cos\alpha = \sin\beta, tg\alpha = \cot g\beta, \cot g\alpha = tg\beta$

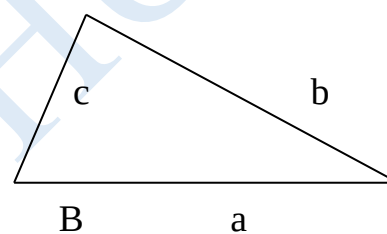
4. Hệ thức liên hệ giữa cạnh và góc trong tam giác vuông. A

$b = a \cdot \sin B = a \cdot \cos C$

$c = a \cdot \sin C = a \cdot \cos B$

$b = c \cdot tgB = c \cdot \cot gC$

$c = b \cdot tgC = b \cdot \cot gB$



Vậy trong một tam giác vuông:

C

a. Độ dài một cạnh góc vuông bằng tích của cạnh huyền với sin góc đối hoặc cos góc kề.

b. Độ dài một cạnh góc vuông bằng tích của cạnh góc vuông còn lại với tg góc đối hoặc cotg góc kề.

II. GÓC VÀ ĐƯỜNG TRÒN

Đường tròn:

1. Định nghĩa:

Tập hợp các điểm cách điểm O cho trước một khoảng cách $R > 0$ không đổi gọi là đường tròn tâm O bán kính R. Kí hiệu: $(O; R)$

2. Vị trí tương đối:

* Của một điểm với một đường tròn:

xét $(O; R)$ và điểm M bất kì

Vị trí tương đối	Hệ thức
M nằm ngoài $(O; R)$	$OM > R$

M nằm trên(O ; R) hay M thuộc(O ; R)	$OM = R$
M nằm trong (O ; R)	$OM < R$

*** Vị trí của một đường thẳng với một đường tròn :**

xét (O ; R) và đường thẳng a bất kì (với d là khoảng cách từ tâm O đến đường thẳng a)

vị trí tương đối	Số điểm chung	Hệ thức
a cắt (O ; R)	2	$d < R$
a tiếp xúc (O ; R)	1	$d = R$
a và (O ; R) không giao nhau	0	$d > R$

*** Của hai đường tròn :**

xét (O ; R) và (O' ; R') (với $d = OO'$)

vị trí tương đối	Số điểm chung	Hệ thức
Hai đường tròn cắt nhau	2	$R - r < d < R + r$
Hai đường tròn tiếp xúc nhau : + tiếp xúc ngoài : + tiếp xúc trong :	1	$d = R + r$ $d = R - r$
Hai đường tròn không giao nhau : + hai đường tròn ở ngoài nhau : + đường tròn lớn đựng đường tròn nhỏ :	0	$d > R + r$ $d < R - r$

3 . Tiếp tuyến của đường tròn :

a. Định nghĩa :

đường thẳng d được gọi là tiếp tuyến của một đường tròn nếu nó chỉ có một điểm chung với đường tròn .

b, Tính chất :

+ Tính chất 1 : Nếu một đ-ờng thẳng là một tiếp tuyến của một đ-ờng tròn thì nó vuông góc với bán kính đi qua tiếp điểm .

+ Tính chất 2 : Nếu hai tiếp tuyến của một đ-ờng tròn cắt nhau tại một điểm thì giao điểm này cách đều hai tiếp điểm và tia kẻ từ giao điểm đó qua tâm đ-ờng tròn là tia phân giác của góc tạo bởi hai tiếp tuyến .

c, Cách chứng minh :

Cách 1 : chứng minh đ-ờng thẳng đó có một điểm chung với đ-ờng tròn đó .

Cách 2 : chứng minh đ-ờng thẳng đó vuông góc với bán kính của đ-ờng tròn đó tại một điểm và điểm đó thuộc đ-ờng tròn .

4 . Quan hệ giữa đ-ờng kính và dây cung :

* Định lí 1 : Đ-ờng kính vuông góc với một dây cung thì chia dây cung ấy ra thành hai phần bằng nhau .

* Định lí 2 : Đ-ờng kính đi qua trung điểm của một dây cung không đi qua tâm thì vuông góc với dây cung ấy.

5 . Quan hệ giữa dây cung và khoảng cách đến tâm :

* Định lí 1 : Trong một đ-ờng tròn hai dây cung bằng nhau khi và chỉ khi chúng cách đều tâm .

* Định lí 2 : Trong hai dây cung không bằng nhau của một đ-ờng tròn, dây cung lớn hơn khi và chỉ khi nó gần tâm hơn .

Góc trong đ-ờng tròn:

1, Các loại góc trong đ-ờng tròn:

- Góc ở tâm
- Góc nội tiếp
- Góc có đỉnh ở bên trong hay bên ngoài đ-ờng tròn
- Góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung

2, Mối quan hệ giữa cung và dây cung:

* Định lí 1: Đối với hai cung nhỏ trong một đ-ờng tròn:

a, Hai cung bằng nhau căng hai dây bằng nhau

b, Đảo lại, hai dây bằng nhau căng hai cung bằng nhau.

* Định lí 2: Đối với hai cung nhỏ trong một đ-ờng tròn:

a, Cung lớn hơn căng dây lớn hơn

b, Dây lớn hơn tr- ong cung lớn hơn.

3, Tứ giác nội tiếp:

a, Định nghĩa:

Tứ giác nội tiếp một đ- ờng tròn là tứ giác có bốn đỉnh nằm trên một đ- ờng tròn . Đ- ờng tròn đó đ- ợc gọi là đ- ờng tròn ngoại tiếp tứ giác.

b, Cách chứng minh :

* Cách 1: chứng minh bốn đỉnh của tứ giác cùng thuộc một đ- ờng tròn

* Cách 2: chứng minh tứ giác có tổng hai góc đối diện bằng 180^0

* Cách 3: chứng minh tứ giác có hai đỉnh kề nhau nhìn cạnh đối diện d- ới cùng một góc.

II – CÁC DẠNG BÀI TẬP CƠ BẢN

Dạng 1: Chứng minh tứ giác nội tiếp đường tròn

Phương pháp giải

Cách 1: Chứng minh 4 đỉnh của tứ giác cùng thuộc một đường tròn

Cách 2: chứng minh tứ giác có tổng hai góc đối diện bằng 180^0

$$A + C = 180^0, B + D = 180^0$$

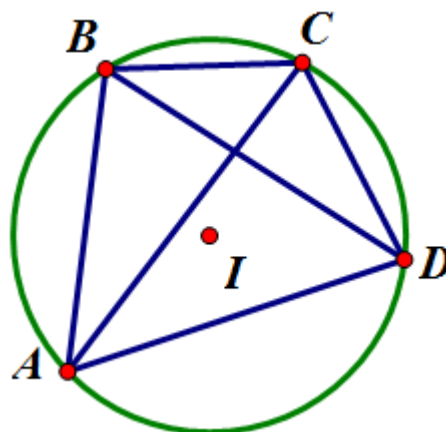
Cách 3: chứng minh tứ giác có hai đỉnh kề nhau nhìn cạnh đối diện d- ới cùng một góc bằng nhau.

$$\angle ABD = \angle ACD, \angle BDC = \angle BAC$$

$$\angle CAD = \angle CBD, \angle BDA = \angle BCA$$

Cách 4: Chứng minh 4 điểm của tứ giác cách đều tâm

$$IA = IB = IC = ID$$



Bài 1: Đề thi vào 10 Phú Thọ 2018 – 2019

Cho đường tròn $(O; R)$ và điểm M cố định nằm ngoài $(O; R)$. Từ M kẻ các tiếp tuyến MA, MB tới $(O; R)$ (A, B là các tiếp điểm). Đường thẳng (d) bất kì qua M và cắt $(O; R)$ tại hai điểm phân biệt C, D (C nằm giữa M và D). Gọi N là giao điểm của AB và CD .

Chứng minh tứ giác $OAMB$ nội tiếp đường tròn

HƯỚNG DẪN GIẢI:

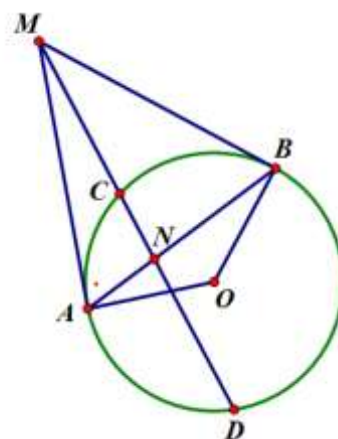
Xét tứ giác $OAMB$ có :

$MAO = OBM = 90^\circ$ (tiếp tuyến của đường tròn vuông góc với bán kính tại tiếp điểm).

Do MAO và MBO là hai góc đối nhau của tứ giác $OAMB$ và

$$MAO + OBM = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$$

Vậy tứ giác $OAMB$ nội tiếp đường tròn.



Bài 2: Đề thi vào 10 Phú Thọ 2017 – 2018

Cho tứ giác $ABCD$ nội tiếp. Gọi I là giao điểm của AC và BD . Kẻ $IH \perp AB$

$IK \perp AD$ ($H \in AB, K \in AD$).

Chứng minh tứ giác $AHIK$ nội tiếp đường tròn.

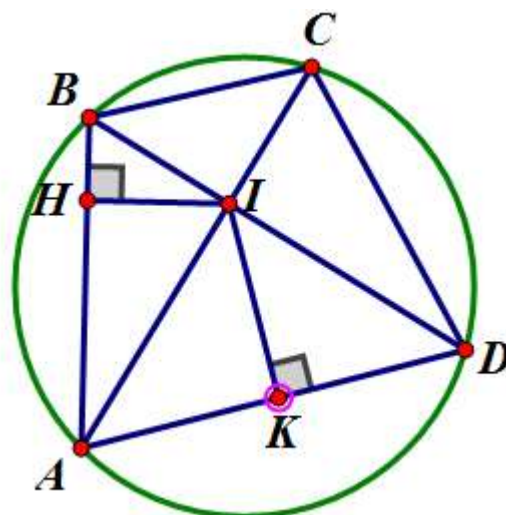
HƯỚNG DẪN GIẢI:

Xét tứ giác AHIK có $IH \perp AB$ (gt)

Và $IK \perp AD$ (gt).

AHK, AKI là hai đỉnh đối nhau của tứ giác AHI, và $AHK + AKI = 180^\circ$

Vậy tứ giác AHIK nội tiếp đường tròn.



Bài 3: Đề thi vào 10 Hà Nội 2017 – 2018

Cho đường tròn (O) ngoại tiếp tam giác nhọn ABC. Gọi M và N lần lượt là điểm chính giữa của cung nhỏ AB và BC. Hai dây AN và CM cắt nhau tại điểm I. Dây MN cắt cạnh AB và BC lần lượt tại H và K.

Chứng minh bốn điểm C, N, K, I cùng thuộc một đường tròn

HƯỚNG DẪN GIẢI:

Ta có $\angle NIC$ là góc có đỉnh nằm trong đường tròn nên:

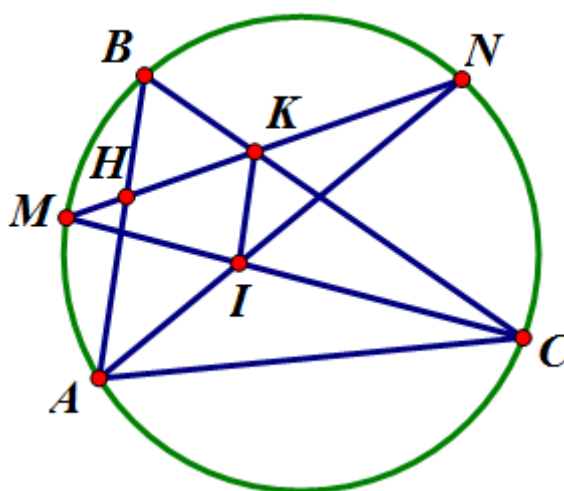
$$\angle NIC = \frac{\angle NC + \angle MA}{2}$$

Tương tự $\angle NKC$ là góc có đỉnh nằm trong đường tròn nên:

$$\angle NKC = \frac{\angle NC + \angle MB}{2}$$

Do M là điểm chính giữa cung nhỏ AB nên $MA = MB$

Nên $\angle NIC = \angle NKC$.



Xét tứ giác CNKI có
 $NIC = NKC$ và NIC, NKC là
hai đỉnh kề nhau.

Vậy tứ giác CNKI nội tiếp
đường tròn.

Dạng 2: Chứng minh tứ giác đã cho là hình bình hành, hình thoi, hình chữ nhật, hình vuông.

Phương pháp giải:

+) Dấu hiệu nhận biết hình bình hành:

Tứ giác có các cạnh đối song song là hình bình hành.

Tứ giác có các cạnh đối bằng nhau là hình bình hành.

Tứ giác có hai cạnh đối song song và bằng nhau là hình bình hành.

Tứ giác có các góc đối bằng nhau là hình bình hành.

Tứ giác có hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường là hình bình hành.

+) Dấu hiệu nhận biết hình chữ nhật

Tứ giác có 3 góc vuông là hình chữ nhật

Hình thang cân có 1 góc vuông là hình chữ nhật

Hình bình hành có 1 góc vuông là hình chữ nhật

Hình bình hành có 2 đường chéo bằng nhau là hình chữ nhật

+) Dấu hiệu nhận biết hình thoi

Tứ giác có bốn cạnh bằng nhau là hình thoi.

Hình bình hành có hai cạnh kề bằng nhau là hình thoi.

Hình bình hành có hai đường chéo vuông góc với nhau là hình thoi.

Hình bình hành có một đường chéo là đường phân giác của một góc là hình thoi.

+) Dấu hiệu nhận biết hình vuông

Hình chữ nhật có hai cạnh kề bằng nhau là hình vuông.

Hình chữ nhật có hai đường chéo vuông góc với nhau là hình vuông.

Hình chữ nhật có một đường chéo là đường phân giác của một góc là hình vuông.

Hình thoi có một góc vuông là hình vuông.

Hình thoi có hai đường chéo bằng nhau là hình vuông.

Bài 1: Cho đường tròn $(O; R)$, từ một điểm A trên (O) kẻ tiếp tuyến d với (O) . Trên đường thẳng d lấy điểm M bất kì (M khác A) kẻ cát tuyến MNP và gọi K là trung điểm của NP , kẻ tiếp tuyến MB (B là tiếp điểm). Kẻ $AC \perp MB$, $BD \perp MA$, gọi H là giao điểm của AC và BD , I là giao điểm của OM và AB .

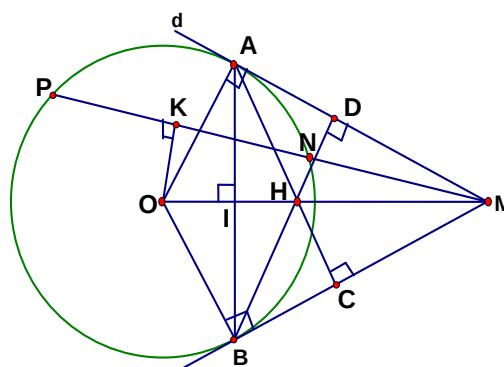
Chứng minh $OAHB$ là hình thoi.

HƯỚNG DẪN GIẢI:

Ta có $OB \perp MB$ (tính chất tiếp tuyến) ; $AC \perp MB$ (gt)
 $\Rightarrow OB \parallel AC$ hay $OB \parallel AH$.

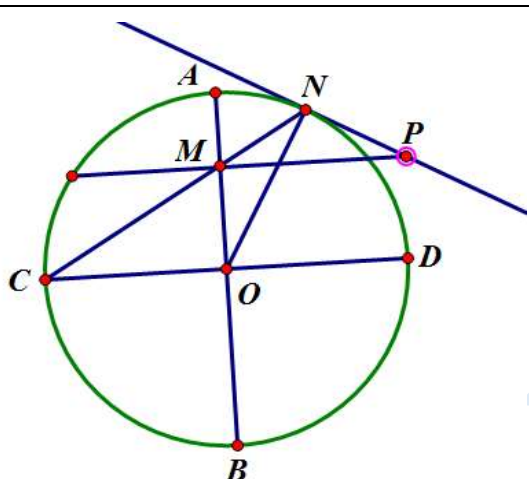
$OA \perp MA$ (tính chất tiếp tuyến) ; $BD \perp MA$ (gt) $\Rightarrow$
 $OA \parallel BD$ hay $OA \parallel BH$.

$\Rightarrow$ Tứ giác $OAHB$ là hình bình hành; lại có $OA = OB = R \Rightarrow$
 $OAHB$ là hình thoi



Bài 2: Cho đường tròn (O) bán kính R có hai đường kính AB và CD vuông góc với nhau. Trên đoạn thẳng AB lấy điểm M (M khác O). CM cắt (O) tại N. Đường thẳng vuông góc với AB tại M cắt tiếp tuyến tại N của đường tròn ở P. Chứng minh :

1. Tứ giác OMNP nội tiếp.
2. Tứ giác CMPO là hình bình hành



HƯỚNG DẪN GIẢI:

1. Ta có $\angle OMP = 90^\circ$ $\angle ONP = 90^\circ$ (vì $PM \perp AB$); $\angle ONP = 90^\circ$ (vì NP là tiếp tuyến).

Như vậy M và N cùng nhìn OP dưới một góc bằng $90^\circ \Rightarrow$ M và N cùng nằm trên đường tròn đường kính OP $\Rightarrow$ Tứ giác OMNP nội tiếp.

2. Tứ giác OMNP nội tiếp $\Rightarrow \angle OPM = \angle ONM$ (nội tiếp chắn cung OM)

Tam giác ONC cân tại O vì có $ON = OC = R \Rightarrow \angle ONC = \angle OCN$

$\Rightarrow \angle OPM = \angle OCM$. hai tam giác $\triangle OMC$ và $\triangle OMP$ ta có

$\angle MOC = \angle MOP = 90^\circ$; $\angle OPM = \angle OCM \Rightarrow \angle CMO = \angle POM$ lại có MO là cạnh chung $\triangle OMC = \triangle OMP \Rightarrow OC = MP$. (1)

Theo giả thiết Ta có $CD \perp AB$; $PM \perp AB \Rightarrow CO \parallel PM$ (2).

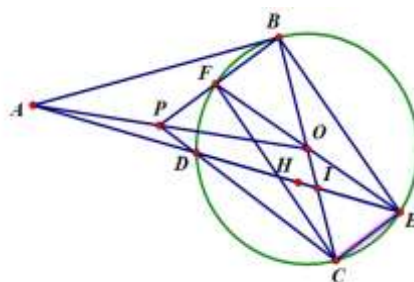
Từ (1) và (2) $\Rightarrow$ Tứ giác CMPO là hình bình hành.

Bài 3: Đề thi vào 10 Hà Nội (2016 – 2017)

Cho đường tròn (O) và một điểm A nằm ngoài đường tròn. Kẻ tiếp tuyến AB với đường tròn (O) (B là tiếp điểm) và đường kính BC. Trên đoạn thẳng CO lấy điểm I (I khác C, I khác O). Đường thẳng AI cắt (O) tại hai điểm D và E (D nằm giữa A và E). Gọi H là trung điểm của đoạn thẳng DE. Tia CD cắt AO tại điểm P, tia EO cắt BP tại điểm F. Chứng minh tứ giác BECF là hình chữ nhật

HƯỚNG DẪN GIẢI:

Gọi F' là giao điểm của BP và đường tròn (O) . Gọi AQ là tiếp tuyến thứ 2 với đường tròn (O) . Vì tứ giác $BDQC$ là tứ giác nội tiếp nên $QDC = QBC$ (1). Vì tứ giác $ABOQ$ là tứ giác nội tiếp đường tròn đường kính AO nên



$QBC = QAO$ (2). Từ (1) và (2)

$\Rightarrow QDC = OAQ \Rightarrow APDQ$ là tứ giác nội tiếp $\Rightarrow PDA = PQA$ (3).

Ta có $PDA = EDC = EBC$ (4). Ta có $\triangle ABP = \triangle AQP(c.g.c) \Rightarrow PQA = PBA$ (5)

Từ (3), (4), (5) $\Rightarrow PBA = EBC \Rightarrow PBE = ABC = 90^\circ \Rightarrow F'BE = 90^\circ \Rightarrow F'E$ là đường kính của $(O) \Rightarrow F' \in OE \Rightarrow F' \equiv F$. Vì $FBEC$ là tứ giác nội tiếp nên $FCE = 180 - FBE = 90^\circ$. Tứ giác $FBEC$ có $FCE = FBE = BCE = 90^\circ$ nên là hình chữ nhật.

Bài 4: Đề thi vào 10 Hà Nội 2017 – 2018

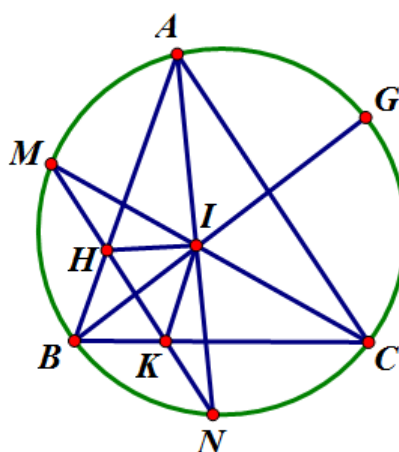
Cho đường tròn tâm (O) ngoại tiếp tam giác nhọn ABC . Gọi M, N lần lượt là điểm chính giữa cung nhỏ AB và cung nhỏ BC . Hai dây AN và CM cắt nhau tại điểm I . Dây MN cắt các cạnh AB và BC lần lượt tại H và K . Chứng minh tứ giác $BHIK$ là hình thoi.

HƯỚNG DẪN GIẢI:

Tứ giác IKNC nội tiếp nên
 $\angle IKC = \angle INC$ (hai góc nội tiếp chắn cùng cung IC).

$\angle ABC = \angle ANC$ (cùng chắn cung AC)

$\Rightarrow \angle ABC = \angle IKC$. Hai góc này ở vị trí đồng vị $\Rightarrow IK \parallel HB$. Gọi BI cắt (O) tại G. Vì I là giao điểm của 3 đường phân giác của tam giác ABC nên G là điểm chính giữa của cung AC và



BI là phân giác $\angle ABC$. CM tương tự AMHI nội tiếp $\Rightarrow \angle AHI = \angle AMI$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung AI)

$\angle ABC = \angle AHI$ (cùng chắn cung AC)

$\Rightarrow \angle ABC = \angle AHI$ mà hai góc này ở vị trí đồng vị nên $HI \parallel BK$.

Xét tứ giác BHIK có

$IK \parallel HB$ (cmt)

$HI \parallel BK$ (cmt)

$\Rightarrow BHIK$ là hình bình hành. Mà BI là tia phân giác của $\angle HBK$

$\Rightarrow BHIK$ là hình thoi

Dạng toán 3: Chứng minh đường thẳng là tiếp tuyến của đường tròn

Phương pháp giải

- +) Chứng minh đường thẳng và đường tròn có một điểm chung duy nhất
- +) Chứng minh đường thẳng vuông góc với bán kính của đường tròn tại một điểm thuộc đường tròn điểm này gọi là tiếp điểm.

Bài 1: Đề thi vào 10 Cần Thơ 2017 – 2018

Cho tam giác ABC có 3 góc nhọn. Đường tròn (O) đường kính BC cắt các cạnh AB, AC lần lượt tại các điểm D và E. Gọi H là giao điểm của hai đường thẳng CD và BE.

a) Chứng minh tứ giác ADHE nội tiếp đường tròn. Xác định tâm I của đường tròn này

b) Chứng minh ID là tiếp tuyến của đường tròn (O)

HƯỚNG DẪN GIẢI:

a). Ta có $BDC = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) $\Rightarrow ADH = 90^\circ$

Ta có $BEC = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) $\Rightarrow AEH = 90^\circ$ Trong tứ giác ADHE Ta có

ADH, AEH đối nhau và

$ADH + AEH = 180^\circ$ nên tứ giác ADHE nội tiếp đường tròn

Do ADH và AEH cùng nhìn AH dưới một góc vuông nên AH là đường kính của đường tròn nội tiếp tứ giác ADHE vậy I là trung điểm của AH.

b). Gọi M là giao điểm của AH và BC

Ta có $IDH = IHD$ (Do $\triangle IDH$ cân tại I)

$IHD = HMC$ (2 góc đối đỉnh)

$ODC = OCD$ ($\triangle ODC$ cân tại O)

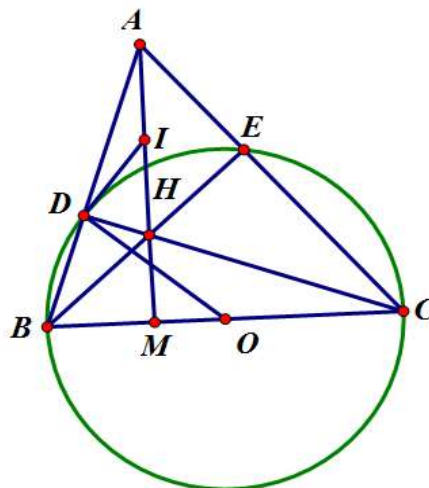
$IDC + ODC = IHD + OCD = HMC + OCH = 90^\circ$

Vậy $OD \perp DI$ hay DI là tiếp tuyến của đường tròn (O)

Dạng 4: Chứng minh 3 điểm thẳng hàng

Phương pháp giải:

Sử dụng hai góc kề bù có ba điểm nằm trên hai cạnh là hai tia đối nhau.



Hai đường thẳng cùng đi qua hai trong ba điểm ấy cùng vuông góc với đường thẳng thứ ba.

Sử dụng tính chất đường phân giác của một góc, tính chất đường trung trực của đoạn thẳng, tính chất ba đường cao trong tam giác .

Bài 1: Đề thi vào 10 Phú Thọ 2012 – 2013.

Cho tam giác ABC vuông tại A. Lấy B làm tâm, vẽ đường tròn bán kính BA; lấy C làm tâm, vẽ đường tròn bán kính CA. Hai đường tròn này cắt nhau tại điểm thứ hai là D. Vẽ AM và AN lần lượt là các dây cung của đường tròn (B) và (C) sao cho AM vuông góc với AN và D nằm giữa M và N.

Chứng minh rằng ba điểm M, D, N thẳng hàng.

Ta có $A_1 = M_1$ (do $\triangle ABM$ cân tại B)

$$A_4 = N_2 (\triangle CNA \text{ cân tại } C)$$

$$A_1 = A_4 \text{ (cùng phụ với } A_2 + A_3)$$

$$A_2 = N_1 \text{ (Cùng chắn cung AD của (C)).}$$

Ta có:

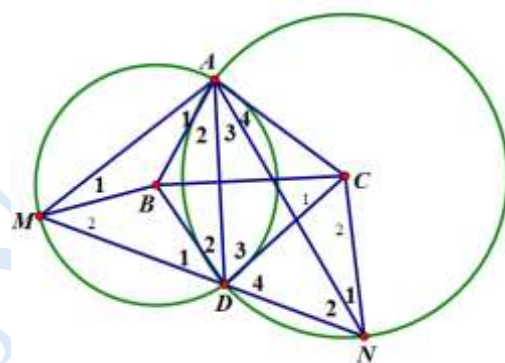
$$A_1 + A_2 + A_3 = 90^\circ \Rightarrow M_1 + N_1 + A_3 = 90^\circ$$

Mà $\triangle AMN$ vuông tại A nên

$$M_1 + N_1 + M_2 = 90^\circ$$

$$\Rightarrow A_3 = M_2 \Rightarrow A_3 = D_1$$

$$\triangle CDN \text{ cân tại } C \text{ nên } N_1 + N_2 = D_4$$



$$\Rightarrow D_2 + D_3 + D_1 + D_4 = D_2 + D_3 + D_1 + N_1 + N_2 = D_2 + D_3 + M_2 + N_1 + N_2$$

$$90^\circ + M_2 + N_1 + M_1 (\text{do } M_1 = N_2)$$

$$= 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$$

Vậy M, D, N thẳng hàng

Bài 2: Đề thi vào 10 Quảng Ngãi 2017 – 2018

Cho nửa đường tròn $(O;R)$ đường kính AB . Một điểm M cố định thuộc đoạn thẳng OB (M khác B và M khác O). Đường thẳng d vuông góc với AB tại M cắt nửa đường tròn đã cho tại N . Trên cung NB lấy điểm E bất kì (E khác B và E khác N). Tia BE cắt đường thẳng d tại C , đường thẳng AC cắt nửa đường tròn tại D . Gọi H là giao điểm của AE và đường thẳng d .

- Chứng minh tứ giác $BMHE$ nội tiếp đường tròn
- Chứng minh 3 điểm B, D, H thẳng hàng

HƯỚNG DẪN GIẢI:

- Ta có $\angle HMB = 90^\circ$ (gt)

nếu tên dịch chuyển

$\angle HEB = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

Trong tứ giác $HEBM$ ta có $\angle HMB, \angle HEB$ ở hai vị trí đối nhau và

$\angle HMB + \angle HEB = 180^\circ$. Vậy tứ giác $HEBM$ nội tiếp đường tròn

- Xét $\triangle CAB$ có $AE \perp CB$ nên AE là đường cao trong $\triangle CAB$

$CA \perp BD$ (Góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) $\Rightarrow BD$ là đường cao trong $\triangle CAB$. Ta có BD giao AE tại H nên H là trực tâm $\triangle CAB$.

Vậy B, H, D thẳng hàng.

Dạng 4: Chứng minh tỉ lệ độ dài đoạn thẳng

Phương pháp giải

Tìm mối liên hệ giữa các độ dài đoạn thẳng rồi suy ra tỉ lệ tương ứng

Bài 1: Đề thi vào 10 Phú thọ 2016 – 2017

Cho tam giác nhọn ABC không cân, nội tiếp đường tròn $(O;R)$. Gọi H là trực tâm và I, K lần lượt là đường cao kẻ từ đỉnh A, B của tam giác

$ABC (I \in BC, K \in AC)$. Gọi M là trung điểm của BC . Kẻ HJ vuông góc với $AM (J \in AM)$. CMR $MJ \cdot MA < R^2$

HƯỚNG DẪN GIẢI:

Vì $HJ \perp AM, HK \perp AK$

$\Rightarrow \angle AJH = \angle AKH = 90^\circ$ mà $\angle AJH$ và

$\angle AKH$ cùng chắn đoạn AH nên tứ giác $AHJK$ nội tiếp đường tròn

$\Rightarrow \angle AJK = \angle AHK$ (cùng chắn cung AK) (1)

Ta có $\angle AHK = \angle BHI$ (2 góc đối đỉnh) (2). Từ (1) và (2) ta có $\angle AJK = \angle BHI$

Ta có $\angle BHI = \angle BCK$ (cùng phụ với $\angle HBI$). Nên $\angle AJK = \angle BCA$ (3)

Xét $\triangle AJK, \triangle ACM$ có $\angle CAM$ chung (4). Từ (3), (4) Ta có

$\triangle AJK \sim \triangle ACM (g.g)$

$\Rightarrow \angle AJK = \angle ACB$ (góc tương ứng) $\Rightarrow \angle ACB + \angle MJK = \angle AJK + \angle MJK = 180^\circ$

Vậy tứ giác $MJKC$ nội tiếp đường tròn. $\Rightarrow \angle MJC = \angle MKC$ (góc nội tiếp chắn cung MC) (5). Mặt khác $\triangle BKC \perp K$ có KM là đường trung tuyến nên

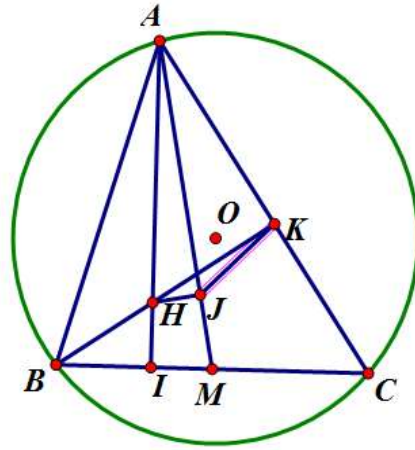
$KM = KC$, hay $\triangle KMC$ cân tại $M \Rightarrow \angle MKC = \angle MCK$ (6).

Từ (5) và (6) $\angle MJC = \angle MCA$.

Xét $\triangle MJC, \triangle MCA$ Có $\angle JMC$ chung và $\angle MJC = \angle MCA \Rightarrow \triangle MJC \sim \triangle MCA$ (g.g)

$\Rightarrow \frac{MJ}{MC} = \frac{MC}{MA} \Rightarrow MJ \cdot MA = MC^2$. Mà $MC = \frac{BC}{2} < \frac{d}{2} = R$ (với d là đường

kinh) $\Rightarrow MJ \cdot MA = MC^2 < R^2$ (đpcm)



Bài 2: Đề thi vào 10 Phú Thọ 2017 – 2018

Cho tứ giác ABCD nội tiếp đường tròn (O; R). Gọi I là giao điểm AC và BD. Kẻ IH vuông góc với AB; IK vuông góc với AD ($H \in AB; K \in AD$).

Gọi S là diện tích tam giác ABD, S' là diện tích tam giác HIK. Chứng minh rằng:

$$\frac{S'}{S} \leq \frac{HK^2}{4.AI^2}$$

HƯỚNG DẪN GIẢI:

Ta có tứ giác AHIK nội tiếp đường tròn nên $KAI = KHI$ (cùng chắn cung KI). Mà $DKI = DBC$ (cùng chắn cung DC). Mà $KAI = KHI$;

$$DKI = DBC \Rightarrow KHI = DBC .$$

Chứng minh tương tự

$$HKI = BDC$$

Xét $\triangle HIK$ và $\triangle BCD$ có

$$HKI = BDC ; KHI = DBC$$

$$\Rightarrow \triangle HIK \sim \triangle BCD \text{ (g.g)}$$

Gọi S_1 là diện tích $\triangle BCD$ vì

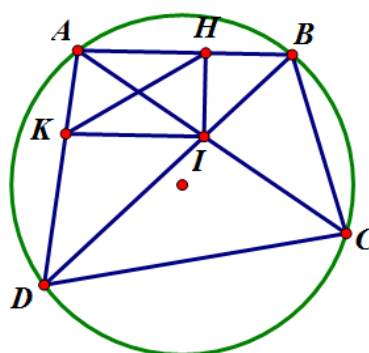
$$\triangle HIK \sim \triangle BCD \text{ nên}$$

$$\frac{S'}{S_1} = \frac{HK^2}{BD^2} = \frac{HK^2}{(IB + ID)^2} \leq \frac{HK^2}{4IB.ID} = \frac{HK^2}{4IA.IC} \quad (1)$$

$$\text{Kẻ } AE \perp BD, CF \perp BD \Rightarrow AE \parallel CF \Rightarrow \frac{CF}{AE} = \frac{IC}{IA}$$

$\triangle ABD$ và $\triangle BCD$ có chung cạnh đáy BD

$$\text{nên } \frac{S'}{S_1} \cdot \frac{S_1}{S'} \leq \frac{HK^2}{4IA.IC} \cdot \frac{IA}{IC} \Leftrightarrow \frac{S'}{S} \leq \frac{HK^2}{4IA^2}$$



Bài 3: Đề thi vào 10 Bình Định 2017 – 2018

Cho tam giác ABC ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn tâm O. M là điểm nằm trên cung BC không chứa điểm A. Gọi D, E, F lần lượt là hình chiếu của M trên BC, CA, AB. CMR $\frac{BC}{MD} = \frac{AC}{ME} + \frac{AB}{MF}$

HƯỚNG DẪN GIẢI:

Ta có

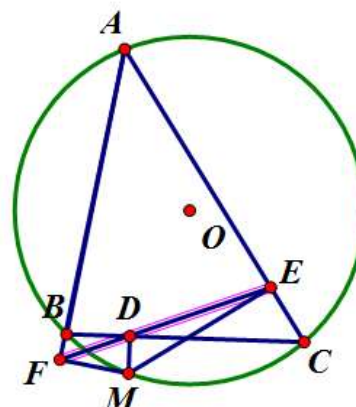
$$\frac{AC}{ME} + \frac{AB}{MF} = \frac{AE + EC}{ME} + \frac{AF - FC}{MF}$$

$$= \frac{AE}{ME} + \frac{EC}{ME} + \frac{AF}{MF} - \frac{FC}{MF}$$

$$= \tan \angle AME + \tan \angle EMC + \tan \angle AMF - \tan \angle BFM$$

Mà $\angle BMF = \angle EMC$ nên

$$\frac{AC}{ME} + \frac{AB}{MF} = \tan \angle AME + \tan \angle AMF$$



$$= \tan \angle BMD + \tan \angle MDC = \frac{BD}{MD} + \frac{DC}{MD} = \frac{BD + DC}{MD} = \frac{BC}{MD} \text{ (đpcm)}$$

Bài 4: Đề thi vào 10 Bình Dương 2017 – 2018

Cho tam giác AMB cân tại M nội tiếp đường tròn (O;R). Kẻ MH vuông góc với AB ($H \in AB$), MH cắt đường tròn tại N, trên tia đối của BA lấy điểm C. MC cắt đường tròn tại D, ND cắt AB tại E. Chứng minh tứ giác MDEH nội tiếp và chứng minh các hệ thức sau:

$$NB^2 = NE \cdot ND \text{ và } AC \cdot BE = BC \cdot AE$$

HƯỚNG DẪN GIẢI:

Ta có $MDN = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

$$MEH = 90^\circ (MH \perp AB)$$

$$\Rightarrow MDE + MHE = 180^\circ$$

Vậy tứ giác MDEH nội tiếp.

$\triangle NBE$ và $\triangle NDB$ có N chung

$\angle NBE = \angle NDB$ (cùng chắn hai cung bằng nhau là NA, NB - tính chất đường kính và dây cung)

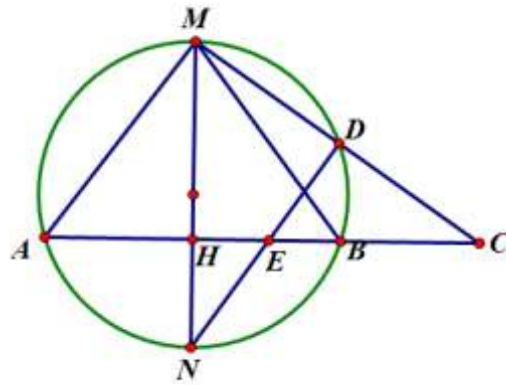
$$\Rightarrow \triangle NBE \sim \triangle NDB \Rightarrow \frac{NB}{ND} = \frac{NE}{NB}$$

$$\Rightarrow NB^2 = NE \cdot ND$$

Ta có $NA = NB$ (t/c đường kính và dây cung) $\Rightarrow \angle ADE = \angle EDB \Rightarrow DE$ là phân giác trong của $\triangle ABD$

Vì $ED \perp DC \Rightarrow DC$ là tia phân giác ngoài của $\triangle ABD$

$$\Rightarrow \frac{DA}{DB} = \frac{EA}{EB} = \frac{CA}{CB} \Rightarrow AC \cdot BE = BC \cdot AE$$



Bài 5: Đề thi vào 10 Bà Rịa – Vũng Tàu 2017 – 2018

Cho nửa đường tròn $(O; R)$ có đường kính AB . Trên tia OA lấy điểm H (H khác O , H khác A). Qua H dựng đường thẳng vuông góc với AB , đường thẳng này cắt nửa đường tròn tại C . Trên cung BC lấy điểm M (M khác B , M khác C). Dựng CK vuông góc với AM tại K . Gọi N là giao điểm của AM và CH . Tính theo R giá trị của biểu thức $P = AM \cdot AN + BC^2$

HƯỚNG DẪN GIẢI:

$$\Rightarrow \frac{NB}{NM} = \frac{NK}{NB} \Rightarrow NB^2 = NM \cdot NK$$

* **Chú ý:** Khi có tỉ lệ thức là đẳng thức ta đưa về chứng minh tam giác đồng dạng rồi suy ra tỉ lệ thức mong muốn.

Dạng 5: Chứng minh đường thẳng là tiếp tuyến của đường tròn

Phương pháp giải:

- +) Chứng minh đường thẳng và đường tròn có một điểm chung duy nhất
- +) Chứng minh đường thẳng vuông góc với bán kính đường tròn tại tiếp điểm

Bài 1: Đề thi vào 10 Cần Thơ 2017 – 2018 .

Cho tam giác ABC có 3 góc nhọn. Đường tròn O đường kính BC cắt cạnh AB, AC lần lượt tại D và E. Gọi H là giao điểm của hai đường thẳng CD và BE.

- a. Chứng minh tứ giác ADHE nội tiếp đường tròn. Xác định tâm I của đường tròn này
- b. Chứng minh ID là tiếp tuyến của đường tròn O.

HƯỚNG DẪN GIẢI:

a. Ta có $\angle ADH = \angle AEH = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn).

Xét tứ giác ADHE có

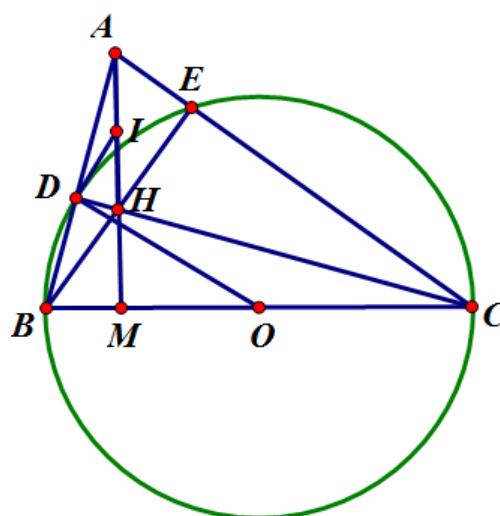
$$\angle ADH = \angle AEH = 90^\circ \text{ mà } ADH, AEH$$

ở hai vị trí đối nhau của tứ giác nên

ADHE nội tiếp đường tròn.

Gọi I là trung điểm của AH thì

$IH = IA = IE = IB$ nên I là tâm của đường tròn



b. Ta có $IDH = IHD$ ($\triangle IDH$ cân tại I)

$$IHD = MHC \text{ (hai góc đối đỉnh)}$$

$$ODC = OCD \text{ (}\triangle ODC \text{ cân tại } O \text{)}$$

$\Rightarrow IDH + HDO = MCH + MHC = 90^\circ$. Vậy ID là tiếp tuyến của đường tròn (O)

Bài 2: Đề thi vào 10 Đồng Nai 2017 – 2018

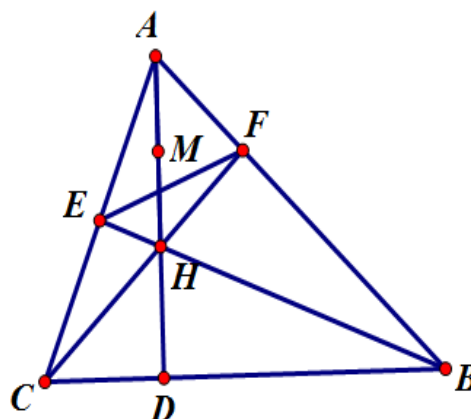
Cho tam giác ABC có 3 đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H. Biết 3 góc CAB, ABC, BCA . Gọi M là trung điểm của AH.

a, Chứng minh tứ giác AEHF nội tiếp đường tròn

b, Chứng minh EM là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác BEF

HƯỚNG DẪN GIẢI:

Ta có $EH \perp AE$, $HF \perp AF$. Xét tứ giác AEHF ta có $\angle AEH = \angle AFH = 90^\circ$ và $\angle AEH, \angle AFH$ ở hai vị trí đối nhau nên tứ giác AEHF nội tiếp đường tròn.



Bài 3: Cho tam giác cân ABC ($AB = AC$), các đường cao AD, BE, cắt nhau tại H. Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác AHE.

a. Chứng minh tứ giác CEHD nội tiếp.

b. Bốn điểm A, E, D, B cùng nằm trên một đường tròn.

c. Chứng minh $ED = \frac{1}{2} BC$.

d. Chứng minh DE là tiếp tuyến của đường tròn (O).

HƯỚNG DẪN GIẢI:

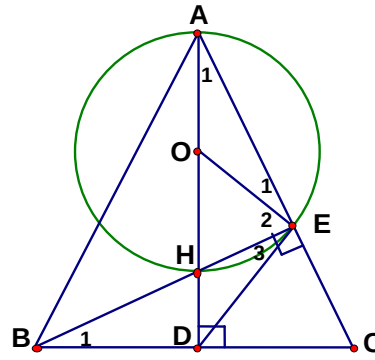
a. Xét tứ giác CEHD ta có:

$\angle CEH = 90^\circ$ (Vì BE là đ-ờng cao)

$\angle CDH = 90^\circ$ (Vì AD là đ-ờng cao)

$\Rightarrow \angle CEH + \angle CDH = 180^\circ$

Mà $\angle CEH$ và $\angle CDH$ là hai góc đối của tứ giác CEHD , Do đó CEHD là tứ giác nội



b, Theo giả thiết BE là đ-òng cao $\Rightarrow BE \perp AC \Rightarrow \angle BEA = 90^\circ$.

AD là đ- ờng cao $\Rightarrow AD \perp BC \Rightarrow \angle BDA = 90^\circ$.

Như vậy E và D cùng nhìn AB dưới một góc $90^\circ \Rightarrow$ E và D cùng nằm trên đường tròn đường kính AB.

Vậy bốn điểm A, E, D, B cùng nằm trên một đ- ờng tròn.

c, Theo giả thiết tam giác ABC cân tại A có AD là đường cao nên cũng là đường trung tuyến nên là trung điểm của BC. Theo trên ta có $\angle BEC = 90^\circ$.

Vậy tam giác BEC vuông tại E có ED là trung tuyến $\Rightarrow DE = \frac{1}{2} BC$.

d, Vì O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác AHE nên O là trung điểm của AH $\Rightarrow$ OA $\Rightarrow \angle E_3 = \angle B_1$ (2) $\Rightarrow$ OE $\Rightarrow$ tam giác , Theo tròn DE = $\frac{1}{2}$ BC $\Rightarrow$ tam giác DBE cân tại D. Mà $\angle B_1 = \angle A_1$ (vì cùng phụ với góc ACB) $\Rightarrow \angle E_1 = \angle E_3 \Rightarrow \angle E_1 + \angle E_2 = \angle E_2 + \angle E_3$, và $\angle E_1 + \angle E_2 = \angle BEA = 90^\circ \Rightarrow \angle E_2 + \angle E_3 = 90^\circ = \angle OED$

$\Rightarrow DE \perp OE$ tại E. Vậy DE là tiếp tuyến của đ-òng tròn (O) tại E.

BÀI TOÁN TỔNG HỢP

Bài 1: Cho đường tròn tâm O đường kính AB. Vẽ dây cung CD vuông góc với AB tại I (I nằm giữa A và O). Lấy điểm E trên cung nhỏ BC (E khác B và C), AE cắt CD tại F. Chứng minh:

a) BEFI là tứ giác nội tiếp đường tròn.

b) $AE \cdot AF = AC^2$.

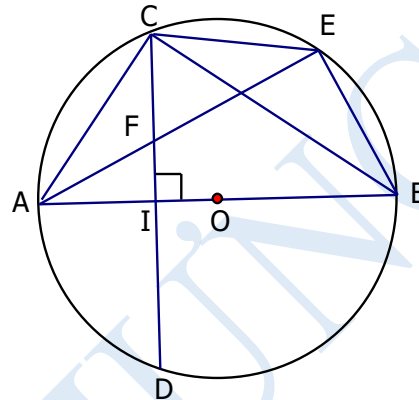
c) Khi E chạy trên cung nhỏ BC thì tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle CEF$ luôn thuộc một đường thẳng cố định.

HƯỚNG DẪN GIẢI:

a) Tứ giác BEFI có: $\widehat{BFI} = 90^\circ$ (gt) (gt)

$\text{BEF} = \text{BEA} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

Suy ra tứ giác BEFI nội tiếp đường tròn đường kính BF



b) Vì $AB \perp CD$ nên $AC = AD$,

şu y ra $ACF = AEC$.

Xét $\triangle ACF$ và $\triangle AEC$ có góc A chung và

$$\text{ACF} = \text{AEC} .$$

Suy ra: $\Delta ACF \sim$ với $\Delta AEC \Rightarrow \frac{AC}{AF} = \frac{AE}{AC}$

$$\Rightarrow \text{AE} \cdot \text{AF} = \text{AC}^2$$

c) Theo câu b) ta có $ACF = AEC$, suy ra AC là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp $\triangle CEF$ (1).

Mặt khác $\angle ACB = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn), suy ra $AC \perp CB$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra CB chứa đường kính của đường tròn ngoại tiếp $\triangle CEF$, mà CB cố định nên tâm của đường tròn ngoại tiếp $\triangle CEF$ thuộc CB cố định khi E thay đổi trên cung nhỏ BC.

Bài 2: Từ một điểm A nằm ngoài đường tròn (O;R) ta vẽ hai tiếp tuyến AB, AC với đường tròn (B, C là tiếp điểm). Trên cung nhỏ BC lấy một điểm M, vẽ $MI \perp AB$, $MK \perp AC$ ($I \in AB, K \in AC$)

a) Chứng minh: AIMK là tứ giác nội tiếp đường tròn.

b) Vẽ $MP \perp BC$ ($P \in BC$). Chứng minh: $MPK = MBC$.

c) Xác định vị trí của điểm M trên cung nhỏ BC để tích $MI \cdot MK \cdot MP$ đạt giá trị lớn nhất.

HƯỚNG DẪN GIẢI:

a) Ta có: $\angle AIM = \angle AKM = 90^\circ$ (gt), suy ra tứ giác AIMK nội tiếp đường tròn đường kính AM.

b) Tứ giác CPMK có $\angle MPC = \angle MKC = 90^\circ$ (gt). Do đó CPMK là tứ giác nội tiếp $\Rightarrow \angle MPK = \angle MCK$ (1). Vì KC là tiếp tuyến của (O) nên ta có: $\angle MCK = \angle MBC$ (cùng chắn MC) (2). Từ (1) và (2) suy ra $\angle MPK = \angle MBC$ (3)

c) Chứng minh tương tự câu b ta có BPMI là tứ giác nội tiếp.

Suy ra: $\angle MIP = \angle MBP$ (4). Từ (3) và (4) suy ra $\angle MPK = \angle MIP$.

Tương tự ta chứng minh được $\angle MKP = \angle MPI$.

$$\text{Suy ra: } \triangle MPK \sim \triangle MIP \Rightarrow \frac{MP}{MK} = \frac{MI}{MP}$$

$$\Rightarrow MI \cdot MK = MP^2 \Rightarrow MI \cdot MK \cdot MP = MP^3.$$

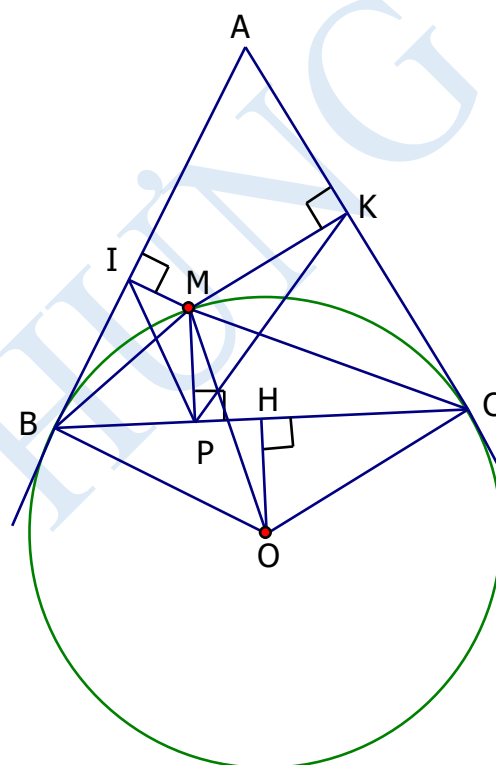
Do đó $MI \cdot MK \cdot MP$ lớn nhất khi và chỉ khi MP lớn nhất (4)

- Gọi H là hình chiếu của O trên BC, suy ra OH là hằng số (do BC cố định).

Lại có: $MP + OH \leq OM = R \Rightarrow MP \leq R - OH$. Do đó MP lớn nhất bằng $R - OH$ khi và chỉ khi O, H, M thẳng hàng hay M nằm chính giữa cung nhỏ BC (5). Từ (4) và (5) suy ra:

$$\text{Max } (MI \cdot MK \cdot MP) = (R - OH)^3$$

$\Leftrightarrow M$ nằm chính giữa cung nhỏ BC.



Bài 3: Cho tam giác ABC có ba góc nhọn nội tiếp trong đường tròn (O; R). Các đường cao BE và CF cắt nhau tại H.

a) Chứng minh: AEHF và BCEF là các tứ giác nội tiếp đường tròn.

b) Gọi M và N thứ tự là giao điểm thứ hai của đường tròn (O; R) với BE và CF. Chứng minh: $MN \parallel EF$.

c) Chứng minh rằng $OA \perp EF$.

HƯỚNG DẪN GIẢI:

a) Tứ giác AEHF có: $\angle AEH = \angle AFH = 90^\circ$ (gt). Suy ra AEHF là tứ giác nội tiếp.

- Tứ giác BCEF có: $\angle BEC = \angle BFC = 90^\circ$ (gt). Suy ra BCEF là tứ giác nội tiếp.

b) Tứ giác BCEF nội tiếp suy ra: $\angle BEF = \angle BCF$ (1). Mặt khác $\angle BMN = \angle BCN = \angle BCF$

(*góc nội tiếp cùng chắn BN*) (2). Từ (1) và (2) suy ra: $\angle BEF = \angle BMN \Rightarrow MN \parallel EF$.

c) Ta có: $\angle ABM = \angle ACN$ (do BCEF nội tiếp) $\Rightarrow AM = AN \Rightarrow \triangle AMN$ cân tại A, lại có $OM = ON$ nên suy ra OA là đường trung trực của MN $\Rightarrow OA \perp MN$, mà MN song song với EF nên suy ra $OA \perp EF$.

Bài 4: Cho hình vuông ABCD có hai đường chéo cắt nhau tại E. Lấy I thuộc cạnh AB, M thuộc cạnh BC sao cho: $\angle IEM = 90^\circ$ (I và M không trùng với các đỉnh của hình vuông).

a) Chứng minh rằng BIEM là tứ giác nội tiếp đường tròn.

b) Tính số đo của góc IME

c) Gọi N là giao điểm của tia AM và tia DC; K là giao điểm của BN và tia EM. Chứng minh $CK \perp BN$.

HƯỚNG DẪN GIẢI:

a) Tứ giác BIEM có: $\angle IBM = \angle IEM = 90^\circ$ (gt); suy ra tứ giác BIEM nội tiếp đường tròn đường kính IM.

b) Tứ giác BIEM nội tiếp suy ra: $\angle IME = \angle IBE = 45^\circ$ (do ABCD là hình vuông).

c) $\triangle EBI$ và $\triangle ECM$ có: $\angle IBE = \angle MCE = 45^\circ$,

$BE = CE$, $\angle BEI = \angle CEM$ (do $\angle IEM = \angle BEC = 90^\circ$)

$\Rightarrow \triangle EBI = \triangle ECM$ (g-c-g) $\Rightarrow MC = IB$;

suy ra $MB = IA$

Vì $CN \parallel BA$ nên theo định lý Thalet, ta có:

$$\frac{MA}{MN} = \frac{MB}{MC} = \frac{IA}{IB}.$$

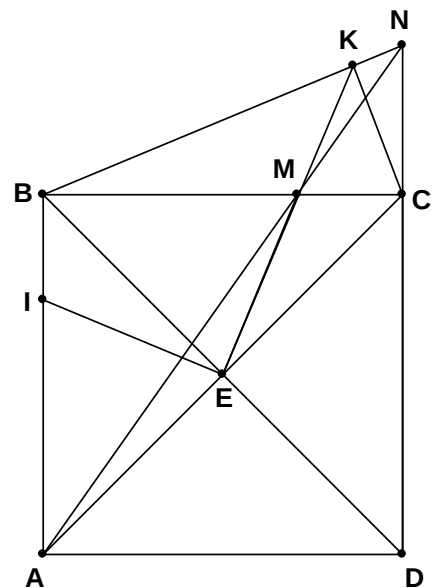
Suy ra IM song song với BN

(*định lý Thalet đảo*)

$\Rightarrow \angle BKE = \angle IME = 45^\circ$ (2). Lại có $\angle BCE = 45^\circ$ (do ABCD là hình vuông).

Suy ra $\angle BKE = \angle BCE \Rightarrow BKCE$ là tứ giác nội

tiếp. Suy ra: $\angle BKC + \angle BEC = 180^\circ$ mà $\angle BEC = 90^\circ$;



suy ra $\angle BKC = 90^\circ$; hay $CK \perp BN$.

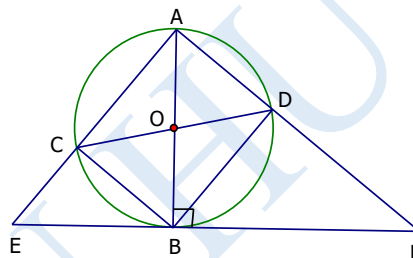
Bài 5: Cho đường tròn $(O;R)$; AB và CD là hai đường kính khác nhau của đường tròn. Tiếp tuyến tại B của đường tròn $(O;R)$ cắt các đường thẳng AC, AD thứ tự tại E và F.

- Chứng minh tứ giác ACBD là hình chữ nhật.
- Chứng minh $\triangle ACD \sim \triangle CBE$
- Chứng minh tứ giác CDFE nội tiếp được đường tròn.
- Gọi S, S_1, S_2 thứ tự là diện tích của $\triangle AEF, \triangle BCE$ và $\triangle BDF$. Chứng minh: $\sqrt{S_1} + \sqrt{S_2} = \sqrt{S}$.

HƯỚNG DẪN GIẢI:

a) Tứ giác ACBD có hai đường chéo AB và CD bằng nhau và cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường, suy ra ACBD là hình chữ nhật

b) Tứ giác ACBD là hình chữ nhật suy ra:



$\angle CAD = \angle BCE = 90^\circ$ (1). Lại có $\angle CBE = \frac{1}{2} \text{sđ} \widehat{BC}$ (góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung); $\angle ACD = \frac{1}{2} \text{sđ} \widehat{AD}$ (góc nội tiếp), mà $\widehat{BC} = \widehat{AD}$ (do $BC = AD$)

$\Rightarrow \angle CBE = \angle ACD$ (2). Từ (1) và (2) suy ra $\triangle ACD \sim \triangle CBE$.

c) Vì ACBD là hình chữ nhật nên CB song song với AF, suy ra: $\angle CBE = \angle DFE$ (3).

Từ (2) và (3) suy ra $\angle ACD = \angle DFE$ do đó tứ giác CDFE nội tiếp được đường tròn.

d) Do $CB \parallel AF$ nên $\triangle CBE \sim \triangle AFE$, suy ra: $\frac{S_1}{S} = \frac{EB^2}{EF^2}$

$\Rightarrow \sqrt{\frac{S_1}{S}} = \frac{EB}{EF}$. Tương tự ta có $\sqrt{\frac{S_2}{S}} = \frac{BF}{EF}$. Từ đó suy ra: $\sqrt{\frac{S_1}{S}} + \sqrt{\frac{S_2}{S}} = 1 \Rightarrow \sqrt{S_1} + \sqrt{S_2} = \sqrt{S}$.

Bài 6: Cho tam giác ABC vuông tại A, M là một điểm thuộc cạnh AC (M khác A và C). Đường tròn đường kính MC cắt BC tại N và cắt tia BM tại I. Chứng minh rằng:

- a) ABNM và ABCI là các tứ giác nội tiếp đường tròn.
b) NM là tia phân giác của góc ANI .
c) $BM.BI + CM.CA = AB^2 + AC^2$.

HƯỚNG DẪN GIẢI:

a) Ta có:

$\angle MAB = 90^\circ$ (gt)(1). $\angle MNC = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

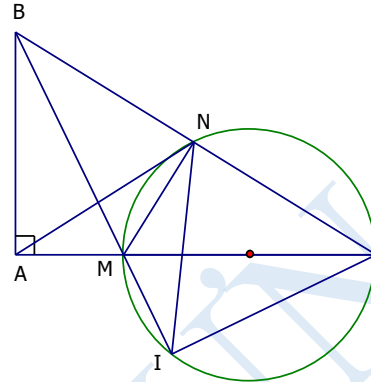
$$\Rightarrow \angle MNB = 90^\circ \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra ABNM là tứ giác nội tiếp.

Tương tự, tứ giác ABCI có:

$$\angle BAC = \angle BIC = 90^\circ$$

$\Rightarrow$ ABCI là tứ giác nội tiếp đường tròn.



b) Tứ giác ABNM nội tiếp suy ra $\angle MNA = \angle MBA$ (góc nội tiếp cùng chắn cung AM) (3).

Tứ giác MNCI nội tiếp suy ra $\angle MNI = \angle MCI$ (góc nội tiếp cùng chắn cung MI) (4).

Tứ giác ABCI nội tiếp suy ra $\angle MBA = \angle MCI$ (góc nội tiếp cùng chắn cung AI) (5).

Từ (3),(4),(5) suy ra $\angle MNI = \angle MNA \Rightarrow NM$ là tia phân giác của $\angle ANI$.

c) $\triangle BNM$ và $\triangle BIC$ có chung góc B và $\angle BNM = \angle BIC = 90^\circ \Rightarrow \triangle BNM \sim \triangle BIC$ (g.g)

$$\Rightarrow \frac{BN}{BM} = \frac{BI}{BC} \Rightarrow BM.BI = BN . BC .$$

Tương tự ta có: $CM.CA = CN.CB$.

Suy ra: $BM.BI + CM.CA = BC^2$ (6).

Áp dụng định lí Pitago cho tam giác ABC vuông tại A ta có:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 \quad (7).$$

Từ (6) và (7) suy ra điều phải chứng minh.

Bài 7: Cho đường tròn $(O; R)$ có đường kính AB . Vẽ dây cung CD vuông góc với AB (CD không đi qua tâm O). Trên tia đối của tia BA lấy điểm S ; SC cắt $(O; R)$ tại điểm thứ hai là M .

- Chứng minh ΔSMA đồng dạng với ΔSBC .
- Gọi H là giao điểm của MA và BC ; K là giao điểm của MD và AB . Chứng minh $BMHK$ là tứ giác nội tiếp và $HK \parallel CD$.
- Chứng minh: $OK \cdot OS = R^2$.

HƯỚNG DẪN GIẢI:

a) ΔSBC và ΔSMA có:

$$\angle BSC = \angle MSA, \angle SCB = \angle SAM$$

(góc nội tiếp cùng chắn MB).

$$\Rightarrow \Delta SBC \sim \Delta SMA.$$

b) Vì $AB \perp CD$ nên $AC = AD$.

Suy ra $\angle MHB = \angle MKB$ (vì cùng bằng

$$\frac{1}{2}(\text{sđ} AD + \text{sđ} MB) \Rightarrow \text{tứ giác } BMHK$$

nội tiếp được đường tròn

$$\Rightarrow \angle HMB + \angle HKB = 180^\circ (1).$$

Lại có: $\angle HMB = \angle AMB = 90^\circ (2)$

(góc nội tiếp chắn nửa đường tròn).

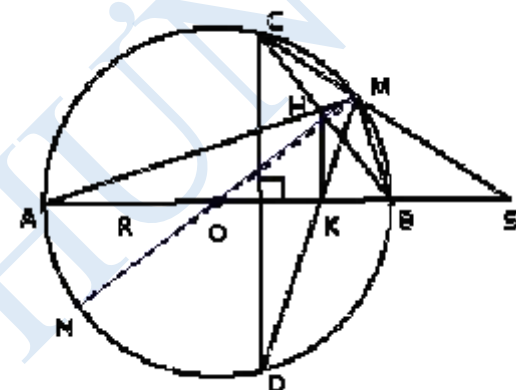
Từ (1) và (2) suy ra $\angle HKB = 90^\circ$, do đó $HK \parallel CD$ (cùng vuông góc với AB).

c) Vẽ đường kính MN , suy ra $MB = AN$.

$$\text{Ta có: } \angle OSM = \angle ASC = \frac{1}{2}(\text{sđ} AC - \text{sđ} BM); \quad \angle OMK = \angle NMD = \frac{1}{2} \text{sđ} ND = \frac{1}{2}(\text{sđ} AD - \text{sđ} AN);$$

mà $AC = AD$ và $MB = AN$ nên suy ra $\angle OSM = \angle OMK$

$$\Rightarrow \Delta OSM \sim \Delta OMK \text{ (g.g)} \Rightarrow \frac{OS}{OM} = \frac{OM}{OK} \Rightarrow OK \cdot OS = OM^2 = R^2.$$



Bài 8: Cho nửa đường tròn tâm O đường kính $AB = 2R$ và tia tiếp tuyến Ax cùng phía với nửa đường tròn đối với AB . Từ điểm M trên Ax kẻ tiếp tuyến thứ hai MC với nửa đường tròn (C là tiếp điểm). AC cắt OM tại E ; MB cắt nửa đường tròn (O) tại D (D khác B).

a) Chứng minh: $AMCO$ và $AMDE$ là các tứ giác nội tiếp đường tròn.

b) Chứng minh $\angle ADE = \angle ACO$.

c) Vẽ CH vuông góc với AB ($H \in AB$). Chứng minh rằng MB đi qua trung điểm của CH .

HƯỚNG DẪN GIẢI:

a) Vì MA, MC là tiếp tuyến nên:

$\angle MAO = \angle MCO = 90^\circ \Rightarrow AMCO$ là tứ giác nội tiếp đường tròn đường kính MO .

$\angle ADB = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) $\Rightarrow \angle ADM = 90^\circ$ (1)

Lại có: $OA = OC = R; MA = MC$ (tính chất tiếp tuyến). Suy ra OM là đường trung trực của AC

$\Rightarrow \angle AEM = 90^\circ$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra $AMDE$ là tứ giác nội tiếp đường tròn đường kính MA .

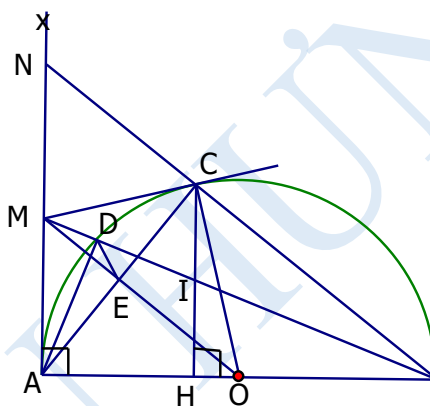
b) Tứ giác $AMDE$ nội tiếp suy ra: $\angle ADE = \angle AME = \angle AMO$ (góc nội tiếp cùng chắn cung AE) (3)

Tứ giác $AMCO$ nội tiếp suy ra: $\angle AMO = \angle ACO$ (góc nội tiếp cùng chắn cung AO) (4).

Từ (3) và (4) suy ra $\angle ADE = \angle ACO$

c) Tia BC cắt Ax tại N . Ta có $\angle ACB = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) $\Rightarrow \angle ACN = 90^\circ$, suy ra $\triangle ACN$ vuông tại C . Lại có $MC = MA$ nên suy ra được $MC = MN$, do đó $MA = MN$ (5).

Mặt khác ta có $CH \parallel NA$ (cùng vuông góc với AB) nên theo định lý Ta-lét thì $\frac{IC}{MN} = \frac{IH}{MA} \left(= \frac{BI}{BM} \right)$ (6). Từ (5) và (6) suy ra $IC = IH$ hay MB đi qua trung điểm của CH .



Bài 9: Cho nửa đường tròn tâm O đường kính AB. Lấy điểm M thuộc đoạn thẳng OA, điểm N thuộc nửa đường tròn (O). Từ A và B vẽ các tiếp tuyến Ax và By. Đường thẳng qua N và vuông góc với NM cắt Ax, By thứ tự tại C và D.

- Chứng minh ACNM và BDNM là các tứ giác nội tiếp đường tròn.
- Chứng minh $\triangle ANB$ đồng dạng với $\triangle CMD$.
- Gọi I là giao điểm của AN và CM, K là giao điểm của BN và DM. Chứng minh $IK \parallel AB$.

HƯỚNG DẪN GIẢI:

a) Tứ giác ACNM có: $\angle MNC = 90^\circ$ (gt) $\angle MAC = 90^\circ$ (tính chất tiếp tuyến).
 $\Rightarrow$ ACNM là tứ giác nội tiếp đường tròn đường kính MC. Tương tự tứ giác BDNM nội tiếp đường tròn đường kính MD.

b) $\triangle ANB$ và $\triangle CMD$ có:

$\angle ABN = \angle CDM$ (do tứ giác BDNM nội tiếp)

$\angle BAN = \angle DCM$ (do tứ giác ACNM nội tiếp) $\Rightarrow \triangle ANB \sim \triangle CMD$ (g.g)

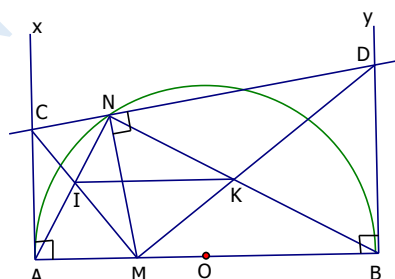
c) $\triangle ANB \sim \triangle CMD \Rightarrow \angle CMD = \angle ANB = 90^\circ$ (do $\angle ANB$ là góc nội tiếp chắn nửa đường tròn (O)).

Suy ra $\angle IMK = \angle INK = 90^\circ \Rightarrow$ IMKN là tứ giác nội tiếp đường tròn đường kính IK
 $\Rightarrow \angle IKN = \angle IMN$ (1).

Tứ giác ACNM nội tiếp $\Rightarrow \angle IMN = \angle NAC$ (góc nội tiếp cùng chắn cung NC) (2).

Lại có: $\angle NAC = \angle ABN = \left(\frac{1}{2} \text{ số đo } \widehat{AN}\right)$ (3).

Từ (1), (2), (3) suy ra $\angle IKN = \angle ABN \Rightarrow IK \parallel AB$ (đpcm).



Bài 10: Cho hai đường tròn (O) và (O') cắt nhau tại A và B. Vẽ AC, AD thứ tự là đường kính của hai đường tròn (O) và (O').

- Chứng minh ba điểm C, B, D thẳng hàng.
- Đường thẳng AC cắt đường tròn (O') tại E; đường thẳng AD cắt đường tròn (O) tại F (E, F khác A). Chứng minh 4 điểm C, D, E, F cùng nằm trên một đường tròn.

c) Một đường thẳng d thay đổi luôn đi qua A cắt (O) và (O') thứ tự tại M và N . Xác định vị trí của d để $CM + DN$ đạt giá trị lớn nhất.

HƯỚNG DẪN GIẢI:

a) Ta có ABC và ABD lần lượt là các góc nội tiếp chắn nửa đường tròn (O)

và $(O') \Rightarrow \angle ABC = \angle ABD = 90^\circ$

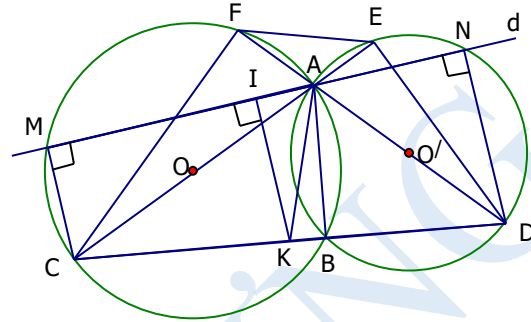
Suy ra C, B, D thẳng hàng.

b) Xét tứ giác $CDEF$ có:

$\angle CFD = \angle CFA = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn (O))

$\angle CED = \angle AED = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn (O'))

$\Rightarrow \angle CFD = \angle CED = 90^\circ$ suy ra $CDEF$ là tứ giác nội tiếp.



c) Ta có $\angle CMA = \angle DNA = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn); suy ra $CM \parallel DN$ hay $CMND$ là hình thang.

Gọi I, K thứ tự là trung điểm của MN và CD . Khi đó IK là đường trung bình của hình thang $CMND$. Suy ra $IK \parallel CM \parallel DN$ (1) và $CM + DN = 2.IK$ (2)

Từ (1) suy ra $IK \perp MN \Rightarrow IK \leq KA$ (3) (KA là hằng số do A và K cố định).

Từ (2) và (3) suy ra: $CM + DN \leq 2KA$. Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $IK = AK$

$\Leftrightarrow d \perp AK$ tại A. Vậy khi đường thẳng d vuông góc AK tại A thì $(CM + DN)$ đạt giá trị lớn nhất bằng $2KA$.

Bài 11: Cho đường tròn $(O; R)$, đường kính AB. Dây $BC = R$. Từ B kẻ tiếp tuyến Bx với đường tròn. Tia AC cắt Bx tại M. Gọi E là trung điểm của AC.

a) Chứng minh tứ giác OBME nội tiếp đường tròn.

b) Gọi I là giao điểm của BE với OM. Chứng minh: $IB \cdot IE = IM \cdot IO$.

HƯỚNG DẪN GIẢI:

a) Ta có E là trung điểm của AC $\Rightarrow OE$

$\perp AC$ hay $OEM = 90^\circ$.

Ta có $Bx \perp AB \Rightarrow ABx = 90^\circ$.

nên tứ giác CBME nội tiếp.

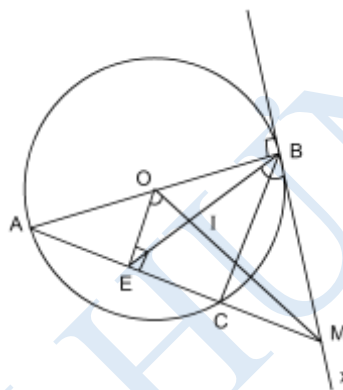
b) Vì tứ giác OEMB nội tiếp

$\Rightarrow \angle OMB = \angle OEB$ (cùng chắn OB),

$\angle EOM = \angle EBM$ (cùng chắn cung EM)

$\Rightarrow \triangle EIO \sim \triangle MIB$ (g.g)

$\Rightarrow IB \cdot IE = IM \cdot IO$



Bài 12: Cho tam giác ABC vuông ở A. Trên cạnh AC lấy 1 điểm M, dựng đường tròn tâm (O) có đường kính MC. Đường thẳng BM cắt đường tròn tâm (O) tại D, đường thẳng AD cắt đường tròn tâm (O) tại S.

a) Chứng minh tứ giác ABCD là tứ giác nội tiếp và CA là tia phân giác của góc BCS.

b) Gọi E là giao điểm của BC với đường tròn (O). Chứng minh các đường thẳng BA, EM, CD đồng quy.

c) Chứng minh M là tâm đường tròn nội tiếp tam giác ADE.

HƯỚNG DẪN GIẢI:

a) Ta có $\angle BAC = 90^\circ$ (gt)

$\angle MDC = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

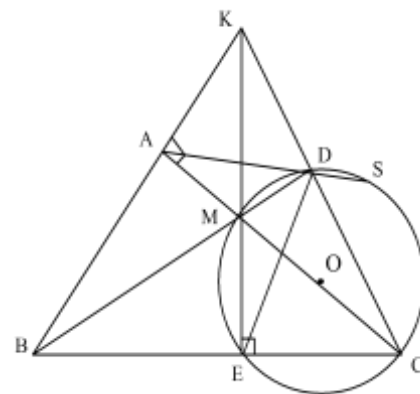
A, D nhìn BC dưới góc 90° , tứ giác ABCD nội tiếp

Vì tứ giác ABCD nội tiếp $\Rightarrow \angle ADB = \angle ACB$

(cùng chắn cung AB). (1)

Ta có tứ giác DMCS nội tiếp $\Rightarrow \angle ADB = \angle ACS$

(cùng bù với $\angle MDS$). (2)



Từ (1) và (2) $\Rightarrow$ $\widehat{BCA} = \widehat{ACS}$.

b) Giả sử BA cắt CD tại K. Ta có $BD \perp CK$, $CA \perp BK$.

$\Rightarrow$ M là trực tâm ΔKBC . Mặt khác $\widehat{MEC} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

$\Rightarrow$ K, M, E thẳng hàng, hay BA, EM, CD đồng quy tại K.

c) Vì tứ giác ABCD nội tiếp $\Rightarrow \widehat{DAC} = \widehat{DBC}$ (cùng chắn DC). (3)

Mặt khác tứ giác BAME nội tiếp $\Rightarrow \widehat{MAE} = \widehat{MBE}$ (cùng chắn ME). (4)

Từ (3) và (4) $\Rightarrow \widehat{DAM} = \widehat{MAE}$ hay AM là tia phân giác DAE.

Chứng minh tương tự: $\widehat{ADM} = \widehat{MDE}$ hay DM là tia phân giác ADE.

Vậy M là tâm đường tròn nội tiếp ΔADE .

Bài 13: Cho ΔABC cân tại A, I là tâm đường tròn nội tiếp, K là tâm đường tròn bàng tiếp góc A, O là trung điểm của IK.

- Chứng minh 4 điểm B, I, C, K cùng thuộc một đường tròn tâm O.
- Chứng minh AC là tiếp tuyến của đường tròn tâm (O).
- Tính bán kính của đường tròn (O), biết $AB = AC = 20\text{cm}$, $BC = 24\text{cm}$.

HƯỚNG DẪN GIẢI:

a) Theo giả thiết ta có:

$$B_1 = B_2, B_3 = B_4$$

$$\text{Mà } B_1 + B_2 + B_3 + B_4 = 180^\circ$$

$$B_2 + B_3 = 90^\circ$$

$$\text{Tương tự } C_2 + C_3 = 90^\circ$$

Xét tứ giác BICK có $B + C = 180^\circ$

$\Rightarrow$ 4 điểm B, I, C, K thuộc đường tròn tâm O đường kính IK.

b) Nối CK ta có $OI = OC = OK$

(vì ΔICK vuông tại C)

$$\Rightarrow \Delta IOC \text{ cân tại O}$$

$$\Rightarrow OIC = ICO. \quad (1)$$

Ta lại có $C_1 = C_2$ (gt).

Gọi H là giao điểm của AI với BC.

Ta có $AH \perp BC$. (Vì ΔABC cân tại A).

Trong ΔIHC có $HIC + ICH = 90^\circ \Rightarrow OCI + ICA = 90^\circ$.

Hay $ACO = 90^\circ$ hay AC là tiếp tuyến của đường tròn tâm (O).

c) Ta có $BH = CH = 12$ (cm).

Trong Δ vuông ACH có $AH^2 = AC^2 - CH^2 = 20^2 - 12^2 = 256 \Rightarrow AH = 16$

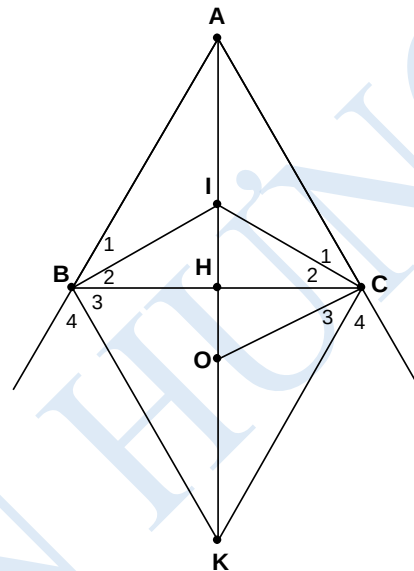
Trong tam giác ACH, CI là phân giác góc C ta có:

$$\frac{IA}{IH} = \frac{AC}{CH} \Rightarrow \frac{AH - IH}{IH} = \frac{AC}{CH} = \frac{20}{12} = \frac{5}{3} \Rightarrow (16 - IH) \cdot 3 = 5 \cdot IH \Rightarrow IH = 6$$

Trong Δ vuông ICH có $IC^2 = IH^2 + HC^2 = 6^2 + 12^2 = 180$

Trong Δ vuông ICK có $IC^2 = IH \cdot IK$

$$\Rightarrow IK = \frac{IC^2}{IH} = \frac{180}{6} = 30, \quad OI = OK = OC = 15 \text{ (cm)}$$



Bài 14: Cho tam giác ABC vuông ở A ($AB > AC$), đường cao AH. Trên nửa mặt phẳng bờ BC chứa điểm A, vẽ nửa đường tròn đường kính BH cắt AB tại E, nửa đường tròn đường kính HC cắt AC tại F. Chứng minh:

- Tứ giác AFHE là hình chữ nhật.
- Tứ giác BEFC là tứ giác nội tiếp đường tròn.
- EF là tiếp tuyến chung của 2 nửa đường tròn đường kính BH và HC.

HƯỚNG DẪN GIẢI:

a) Từ giả thiết suy ra

$\angle CFH = 90^\circ$, $\angle HEB = 90^\circ$. (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

Trong tứ giác AFHE có:

$$\angle A = \angle F = \angle E = 90^\circ \Rightarrow AFHE$$

là hình chữ nhật.

b) Vì AEHF là hình chữ nhật $\Rightarrow \angle AEF = \angle AHE$

(góc nội tiếp chắn AE) (1)

Ta lại có $\angle AHE = \angle ABH$ (góc có cạnh tương ứng $\perp$) (2)

Từ (1) và (2)

$$\Rightarrow \angle AFE = \angle ABH \text{ mà } \angle CFE + \angle AFE = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \angle CFE + \angle ABH = 180^\circ. \text{ Vậy tứ giác BEFC nội tiếp.}$$

c) Gọi O_1, O_2 lần lượt là tâm đường tròn đường kính HB và đường kính HC.

Gọi O là giao điểm AH và EF. Vì AFHE là hình chữ nhật. $\Rightarrow OF = OH \Rightarrow \triangle FOH$

cân tại O $\Rightarrow OFH = OHF$. Vì $\triangle CFH$ vuông tại F $\Rightarrow O_2C = O_2F = O_2H$

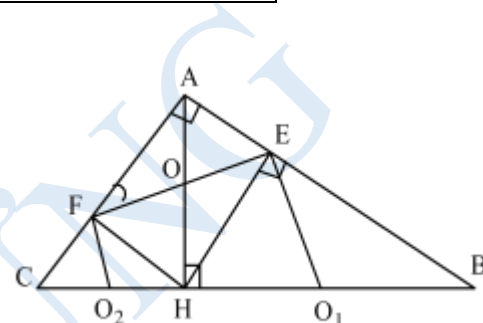
$$\Rightarrow \triangle HO_2F \text{ cân tại } O_2. \Rightarrow O_2FH = O_2HF \text{ mà } O_2HF + FHO = 90^\circ.$$

$$\Rightarrow O_2FH + HFO = 90^\circ.$$

Vậy EF là tiếp tuyến của đường tròn tâm O_2 .

Chứng minh tương tự EF là tiếp tuyến của đường tròn tâm O_1 .

Vậy EF là tiếp tuyến chung của 2 nửa đường tròn.



Bài 15: Cho đường tròn (O) đường kính $AB = 2R$. Điểm M thuộc đường tròn sao cho $MA < MB$. Tiếp tuyến tại B và M cắt nhau ở N, MN cắt AB tại K, tia MO cắt tia NB tại H.

a) Tứ giác OAMN là hình gì ?

b) Chứng minh $KH \parallel MB$.

HƯỚNG DẪN GIẢI:

a) $\angle AMB = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn (O))

$$\Rightarrow AM \perp MB \quad (1)$$

$MN = BN$ (t/c 2 tiếp tuyến cắt nhau), $OM = OB$

$\Rightarrow ON$ là đường trung trực của đoạn thẳng MB

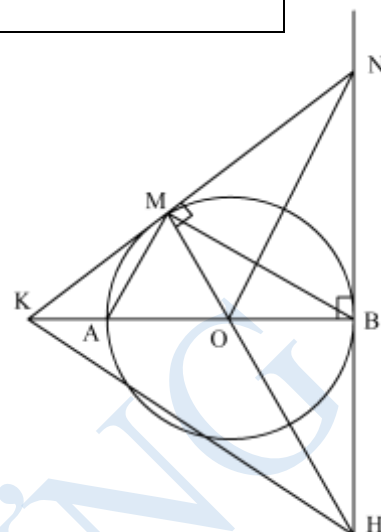
$$\Rightarrow ON \perp MB \quad (2)$$

Từ (1) và (2) $\Rightarrow AM \parallel ON \Rightarrow OAMN$ là hình thang.

b) $\triangle NHK$ có $HM \perp NK$; $KB \perp NH$.

suy ra O là trực tâm $\triangle NHK \Rightarrow ON \perp KH \quad (3)$

Từ (2) và (3) $\Rightarrow KH \parallel MB$



Bài 16: Cho đường tròn (O) với dây BC cố định và một điểm A thay đổi trên cung lớn BC sao cho $AC > AB$ và $AC > BC$. Gọi D là điểm chính giữa của cung nhỏ BC. Các tiếp tuyến của (O) tại D và C cắt nhau tại E. Gọi P, Q lần lượt là giao điểm của các cặp đường thẳng AB với CD; AD với CE.

a) Chứng minh rằng: $DE \parallel BC$

b) Chứng minh tứ giác PACQ nội tiếp đường tròn.

c) Gọi giao điểm của các dây AD và BC là F. Chứng minh hệ thức: $\frac{1}{CE} = \frac{1}{CQ} + \frac{1}{CF}$

HƯỚNG DẪN GIẢI:

$$a) \angle CDE = \frac{1}{2} \text{ số đo } \widehat{DC} = \frac{1}{2} \text{ số đo } \widehat{BD} = \angle BCD$$

$$\Rightarrow DE \parallel BC \quad (2 \text{ góc ở vị trí so le trong})$$

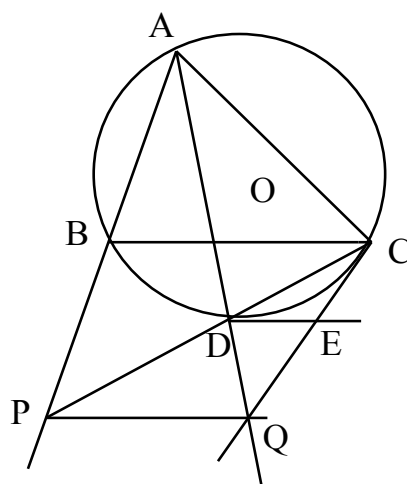
$$b) \angle APC = \frac{1}{2} \text{ số đo } (\widehat{AC} - \widehat{DC}) = \angle AQC$$

$\Rightarrow$ Tứ giác PACQ nội tiếp (vì $\angle APC = \angle AQC$)

c) Tứ giác APQC nội tiếp

$$\angle CPQ = \angle CAQ \quad (\text{cùng chắn } CQ)$$

$$\angle CAQ = \angle CDE \quad (\text{cùng chắn } DC)$$



Suy ra $CPQ = CDE \Rightarrow DE \parallel PQ$

Ta có: $\frac{DE}{PQ} = \frac{CE}{CQ}$ (vì $DE \parallel PQ$) (1), $\frac{DE}{FC} = \frac{QE}{QC}$ (vì $DE \parallel BC$) (2)

Cộng (1) và (2): $\frac{DE}{PQ} + \frac{DE}{FC} = \frac{CE + QE}{CQ} = \frac{CQ}{CQ} = 1 \Rightarrow \frac{1}{PQ} + \frac{1}{FC} = \frac{1}{DE}$ (3)

$ED = EC$ (t/c tiếp tuyến); từ (1) suy ra $PQ = CQ$

Thay vào (3) ta có: $\frac{1}{CQ} + \frac{1}{CF} = \frac{1}{CE}$

Bài 17: Cho 3 điểm A, B, C thẳng hàng (B nằm giữa A và C). Vẽ đường tròn tâm O đường kính BC; AT là tiếp tuyến vẽ từ A. Từ tiếp điểm T vẽ đường thẳng vuông góc với BC, đường thẳng này cắt BC tại H và cắt đường tròn tại K ($K \neq T$). Đặt $OB = R$.

- Chứng minh $OH.OA = R^2$.
- Chứng minh TB là phân giác của góc ATH.
- Từ B vẽ đường thẳng song song với TC. Gọi D, E lần lượt là giao điểm của đường thẳng vừa vẽ với TK và TA. Chứng minh rằng $\triangle TED$ cân.
- Chứng minh $\frac{HB}{HC} = \frac{AB}{AC}$

HƯỚNG DẪN GIẢI:

a) Trong tam giác vuông ATO có:

$R^2 = OT^2 = OA \cdot OH$ (Hệ thức lượng trong tam giác vuông)

b) Ta có $\angle ATB = \angle BCT$ (cùng chắn cung TB)

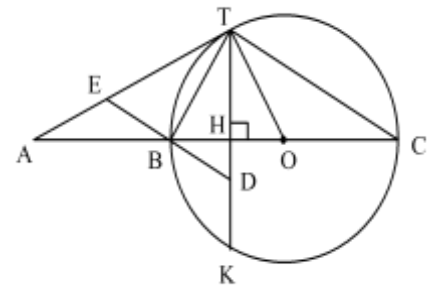
$\angle BCT = \angle BTH$ (góc nhọn có cạnh tương ứng vuông góc).

$\Rightarrow \angle ATB = \angle BTH$ hay TB là tia phân giác của góc ATH.

c) Ta có $ED \parallel TC$ mà $TC \perp TB$ nên $ED \perp TB$. $\triangle TED$ có TB vừa là đường cao vừa là đường phân giác nên $\triangle TED$ cân tại T.

d) $BD \parallel TC$ nên $\frac{HB}{HC} = \frac{BD}{TC} = \frac{BE}{TC}$ (vì $BD = BE$) (1)

$BE \parallel TC$ nên $\frac{BE}{TC} = \frac{AB}{AC}$ (2)



Từ (1) và (2) suy ra: $\frac{HB}{HC} = \frac{AB}{AC}$

Bài 18: Cho 2 đường tròn (O) và (O') cắt nhau tại hai điểm A, B phân biệt. Đường thẳng OA cắt (O), (O') lần lượt tại điểm thứ hai C, D. Đường thẳng O'A cắt (O), (O') lần lượt tại điểm thứ hai E, F.

- Chứng minh 3 đường thẳng AB, CE và DF đồng quy tại một điểm I.
- Chứng minh tứ giác BEIF nội tiếp được trong một đường tròn.
- Cho PQ là tiếp tuyến chung của (O) và (O') ($P \in (O)$, $Q \in (O')$). Chứng minh đường thẳng AB đi qua trung điểm của đoạn thẳng PQ.

HƯỚNG DẪN GIẢI:

a) Ta có: $\angle ABC = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

$\angle ABF = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)
nên B, C, F thẳng hàng. AB, CE và DF là 3 đường cao của tam giác ACF nên chúng đồng quy.

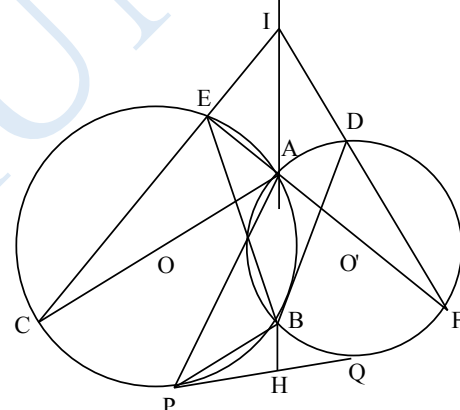
b) Do $\angle IEF = \angle IBF = 90^\circ$ suy ra BEIF nội tiếp đường tròn.

c) Gọi H là giao điểm của AB và PQ

Ta chứng minh được các tam giác AHP

$$\text{và PHB đồng dạng} \Rightarrow \frac{HP}{HB} = \frac{HA}{HP} \Rightarrow HP^2 = HA \cdot HB$$

Tương tự, $HQ^2 = HA \cdot HB$. Vậy $HP = HQ$ hay H là trung điểm PQ.



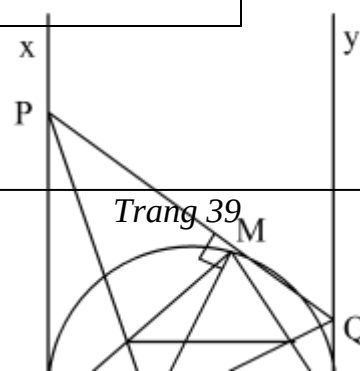
Bài 19: Cho nửa đường tròn (O) đường kính AB. Điểm M thuộc nửa đường tròn, điểm C thuộc đoạn OA. Trên nửa mặt phẳng bờ là đường thẳng AB chứa điểm M vẽ tiếp tuyến Ax, By. Đường thẳng qua M vuông góc với MC cắt Ax, By lần lượt tại P và Q; AM cắt CP tại E, BM cắt CQ tại F.

- Chứng minh tứ giác APMC nội tiếp đường tròn.
- Chứng minh góc $\angle PCQ = 90^\circ$.
- Chứng minh $AB \parallel EF$.

HƯỚNG DẪN GIẢI:

a) Ta có $\angle PAC = 90^\circ$ $\angle PAC + \angle PMC = 180^\circ$
nên tứ giác APMC nội tiếp

LUYỆN THI VÀO LỚP 10



b) Do tứ giác APMC nội tiếp nên $MPC = MAC$

(1)

Dễ thấy tứ giác BCMQ nội tiếp suy ra

$$MQC = MBC \quad (2)$$

Lại có $MAC + MBC = 90^\circ$ (3). Từ (1), (2), (3) ta có :

$$MPC + MBC = 90^\circ \Rightarrow PCQ = 90^\circ.$$

c) Ta có $BMQ = BCQ$

(Tứ giác BCMQ nội tiếp) $BMQ = AMC$

(Cùng phụ với BMC) $EMC = EFC$ (Tứ giác CEMF nội tiếp).

Nên $BCQ = EFC$ hay $AB \parallel EF$.

Bài 20: Cho đường tròn (O, R) và một điểm S ở ngoài đường tròn. Vẽ hai tiếp tuyến SA, SB (A, B là các tiếp điểm). Vẽ đường thẳng a đi qua S và cắt đường tròn (O) tại M và N , với M nằm giữa S và N (đường thẳng a không đi qua tâm O).

a) Chứng minh: $SO \perp AB$

b) Gọi H là giao điểm của SO và AB ; gọi I là trung điểm của MN . Hai đường thẳng OI và AB cắt nhau tại E . Chứng minh rằng $IHSE$ là tứ giác nội tiếp đường tròn.

c) Chứng minh $OI.OE = R^2$.

HƯỚNG DẪN GIẢI:

a) $\triangle SAB$ cân tại S (vì $SA = SB$ - theo t/c 2 tiếp tuyến cắt nhau)

nên tia phân giác SO cũng là đường cao $\Rightarrow SO \perp AB$

b) $\angle SHE = \angle SIE = 90^\circ \Rightarrow IHSE$ nội tiếp đường tròn đường kính SE .

$$c) \triangle SOI \sim \triangle EOH \text{ (g.g)} \Rightarrow \frac{OI}{OH} = \frac{SO}{OE}$$

$$\Rightarrow OI \cdot OE = OH \cdot OS = R^2 \text{ (hệ thức lượng trong tam giác vuông SOB)}$$

Bài 21: Cho đường tròn (O) có đường kính AB và điểm C thuộc đường tròn đó (C khác A, B). Lấy điểm D thuộc dây BC (D khác B, C). Tia AD cắt cung nhỏ BC tại điểm E , tia AC cắt tia BE tại điểm F .

a) Chứng minh rằng $FCDE$ là tứ giác nội tiếp đường tròn.

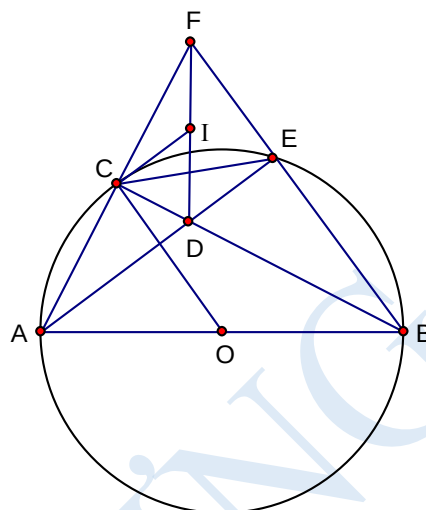
b) Chứng minh rằng $DA.DE = DB.DC$.

c) Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác $FCDE$, chứng minh rằng IC là tiếp tuyến của đường tròn (O) .

HƯỚNG DẪN GIẢI:

VŨ XUÂN HƯNG

a) Tứ giác FCDE có 2 góc đối : $\widehat{FED} = \widehat{FCD} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa



đường tròn). Suy ra tứ giác FCDE nội tiếp.

b) Xét hai tam giác ACD và BED có:

$\angle ACD = \angle BED = 90^\circ$, $\angle ADC = \angle BDE$ (đối đỉnh) nên $\triangle ACD \sim \triangle BED$. Từ đó ta có tỷ số:

$$\frac{DC}{DA} = \frac{DE}{DB} \Rightarrow DC \cdot DB = DA \cdot DE.$$

c) I là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác FCDE

$\Rightarrow$ tam giác ICD cân $\Rightarrow \angle ICD = \angle IDC = \angle FEC$

(chắn cung FC). Mặt khác tam giác OBC cân

nên $\angle OCB = \angle OBC = \angle DEC$ (chắn cung AC của (O)). Từ đó

$$\angle ICO = \angle ICD + \angle DCO = \angle FEC + \angle DEC = \angle FED = 90^\circ$$

$\Rightarrow IC \perp CO$ hay IC là tiếp tuyến của đường tròn (O).

Bài 22: Cho điểm C thuộc đoạn thẳng AB. Trên cùng một nửa mp bờ AB vẽ hai tia Ax, By vuông góc với AB. Trên tia Ax lấy một điểm I, tia vuông góc với CI tại C cắt tia By tại K. Đường tròn đường kính IC cắt IK tại P.

a) Chứng minh tứ giác CPKB nội tiếp đường tròn.

b) Chứng minh rằng $AI \cdot BK = AC \cdot BC$.

c) Tính $\angle APB$.

HƯỚNG DẪN GIẢI:

a) Ta có $\angle IPC = 90^\circ$ (vì góc nội tiếp

chắn nửa đường tròn) $\Rightarrow \angle CPK = 90^\circ$.

Xét tứ giác CPKB có: $\angle K + \angle B = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$

$\Rightarrow$ CPKB là tứ giác nội tiếp đường tròn (đpcm)

b) Xét $\triangle AIC$ và $\triangle BCK$ có $\angle A = \angle B = 90^\circ$;

$\angle ACI = \angle BKC$ (2 góc có cạnh tương ứng vuông góc)

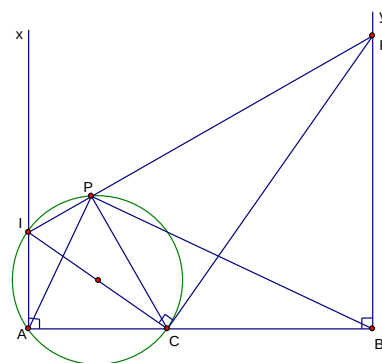
$$\Rightarrow \triangle AIC \sim \triangle BCK \text{ (g.g)} \Rightarrow \frac{AI}{BC} = \frac{AC}{BK}$$

$$\Rightarrow AI \cdot BK = AC \cdot BC.$$

c) Ta có: $\angle PAC = \angle PIC$ (vì 2 góc nội tiếp cùng chắn cung PC)

$\angle PBC = \angle PKC$ (vì 2 góc nội tiếp cùng chắn cung PC)

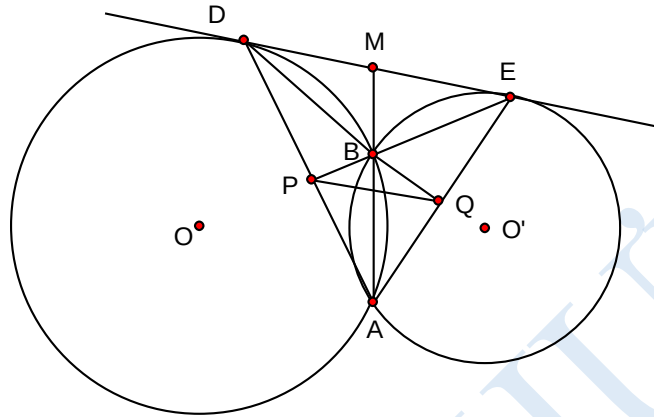
Suy ra $\angle PAC + \angle PBC = \angle PIC + \angle PKC = 90^\circ$ (vì $\triangle ICK$ vuông tại C) $\Rightarrow \angle APB = 90^\circ$.



Bài 23: Cho hai đường tròn (O, R) và (O', R') với $R > R'$ cắt nhau tại A và B. Kẻ tiếp tuyến chung DE của hai đường tròn với $D \in (O)$ và $E \in (O')$ sao cho B gần tiếp tuyến đó hơn so với A.

- a) Chứng minh rằng $DAB = BDE$.
 b) Tia AB cắt DE tại M. Chứng minh M là trung điểm của DE.
 c) Đường thẳng EB cắt DA tại P, đường thẳng DB cắt AE tại Q. Chứng minh rằng PQ song song với AB.

HƯỚNG DẪN GIẢI:



a) Ta có $DAB = \frac{1}{2} \text{sđ } DB$ (góc nội tiếp) và $BDE = \frac{1}{2} \text{sđ } DB$

(góc giữa tiếp tuyến và dây cung). Suy ra $DAB = BDE$.

b) Xét hai tam giác DMB và AMD có: DMA chung, $DAM = BDM$ nên $\triangle DMB \sim \triangle AMD \Rightarrow \frac{MD}{MB} = \frac{MA}{MD}$ hay $MD^2 = MA \cdot MB$.

Tương tự ta cũng có: $\triangle EMB \sim \triangle AEM \Rightarrow \frac{ME}{MB} = \frac{MA}{ME}$ hay $ME^2 = MA \cdot MB$.

Từ đó: $MD = ME$ hay M là trung điểm của DE.

c) Ta có $DAB = BDM$, $EAB = BEM$

$\Rightarrow PAQ + PBQ = DAB + EAB + PBQ = BDM + BEM + DBE = 180^\circ$

$\Rightarrow$ tứ giác APBQ nội tiếp $\Rightarrow PQB = PAB$. Kết hợp với $PAB = BDM$ suy ra $PQB = BDM$. Hai góc này ở vị trí so le trong nên PQ song song với AB.

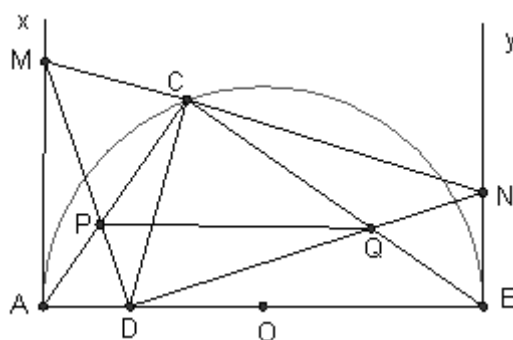
Bài 24: Cho nửa đường tròn tâm O đường kính AB. Lấy điểm C thuộc nửa đường tròn và điểm D nằm trên đoạn OA. Vẽ các tiếp tuyến Ax, By của nửa đường tròn. Đường thẳng qua C, vuông góc với CD cắt các tiếp tuyến Ax, By lần lượt tại M và N.

a) Chứng minh các tứ giác ADCM và BDCN nội tiếp được đường tròn.

b) Chứng minh rằng $MDN = 90^\circ$.

c) Gọi P là giao điểm của AC và DM, Q là giao điểm của BC và DN. Chứng minh rằng PQ song song với AB.

HƯỚNG DẪN GIẢI:



a) Ta có vì Ax là tiếp tuyến của nửa đường tròn nên $MAD = 90^\circ$. Mặt khác theo giả thiết $MCD = 90^\circ$ nên suy ra tứ giác ADCM nội tiếp. Tương tự, tứ giác BDCN cũng nội tiếp.

b) Theo câu trên vì các tứ giác ADCM và BDCN nội tiếp nên: $DMC = DAC$, $DNC = DBC$. Suy ra $DMC + DNC = DAC + DBC = 90^\circ$. Từ đó $MDN = 90^\circ$.

c) Vì $ACB = MDN = 90^\circ$ nên tứ giác CPDQ nội tiếp. Do đó $CPQ = CDQ = CDN$.

Mặt khác, tứ giác CDBN nội tiếp nên $CDN = CBN$. Hơn nữa ta có $CBN = CAB$, suy ra $CPQ = CAB$ hay PQ song song với AB.

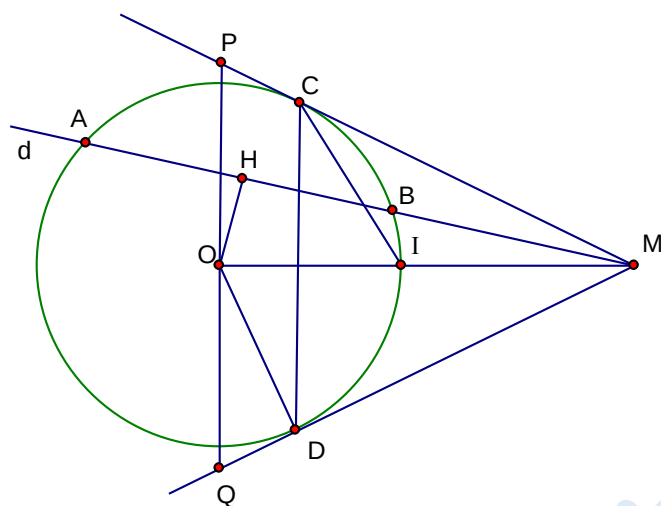
Bài 25: Cho đường tròn (O, R) và đường thẳng d không qua O cắt đường tròn tại hai điểm A, B . Lấy một điểm M trên tia đối của tia BA kẻ hai tiếp tuyến MC, MD với đường tròn (C, D là các tiếp điểm). Gọi H là trung điểm của AB .

a) Chứng minh rằng các điểm M, D, O, H cùng nằm trên một đường tròn.

b) Đoạn OM cắt đường tròn tại I . Chứng minh rằng I là tâm đường tròn nội tiếp tam giác MCD .

c) Đường thẳng qua O , vuông góc với OM cắt các tia MC, MD thứ tự tại P và Q . Tìm vị trí của điểm M trên d sao cho diện tích tam giác MPQ bé nhất.

HƯỚNG DẪN GIẢI:



a) Vì H là trung điểm của AB nên $OH \perp AB$ hay $OHM = 90^\circ$. Theo tính chất của tiếp tuyến ta lại có $OD \perp DM$ hay $ODM = 90^\circ$. Suy ra các điểm M, D, O, H cùng nằm trên một đường tròn.

b) Theo tính chất tiếp tuyến, ta có $MC = MD \Rightarrow \Delta MCD$ cân tại M $\Rightarrow MI$ là một đường phân giác của CMD . Mặt khác I là điểm chính giữa cung nhỏ CD nên $DCI = \frac{1}{2} \text{sđ } DI = \frac{1}{2} \text{sđ } CI = MCI \Rightarrow CI$ là phân giác của MCD .

Vậy I là tâm đường tròn nội tiếp tam giác MCD.

c) Ta có tam giác MPQ cân ở M, có MO là đường cao nên diện tích của nó được tính: $S = 2S_{OMQ} = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot OD \cdot QM = R(MD + DQ)$. Từ đó S nhỏ nhất $\Leftrightarrow MD +$

DQ nhỏ nhất. Mặt khác, theo hệ thức lượng trong tam giác vuông OMQ ta có $DM \cdot DQ = OD^2 = R^2$ không đổi nên $MD + DQ$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow DM = DQ = R$. Khi đó $OM = R\sqrt{2}$ hay M là giao điểm của d với đường tròn tâm O bán kính $R\sqrt{2}$.

Bài 26: Cho tứ giác ABCD có hai đỉnh B và C ở trên nửa đường tròn đường kính AD, tâm O. Hai đường chéo AC và BD cắt nhau tại E. Gọi H là hình chiếu vuông góc của E xuống AD và I là trung điểm của DE. Chứng minh rằng:

a) Các tứ giác ABEH, DCEH nội tiếp được đường tròn.

b) E là tâm đường tròn nội tiếp tam giác BCH.

c) Năm điểm B, C, I, O, H cùng thuộc một đường tròn.

HƯỚNG DẪN GIẢI:

a) Tứ giác ABEH có: $B = 90^\circ$ (góc nội tiếp trong nửa đường tròn); $H = 90^\circ$ (giả thiết)

nên tứ giác ABEH nội tiếp được.

Tương tự, tứ giác DCEH có $C = H = 90^\circ$, nên nội tiếp được.

b) Trong tứ giác nội tiếp ABEH,

ta có: $EBH = EAH$

(cùng chắn cung EH)

Trong (O) ta có: $EAH = CAD = CBD$

(cùng chắn cung CD).

Suy ra: $EBH = EBC$, nên BE là tia

phân giác của góc HBC.

Tương tự, ta có:

$ECH = BDA = BCE$, nên CE là tia

phân giác của góc BCH.

Vậy E là tâm đường tròn nội tiếp tam giác BCH.

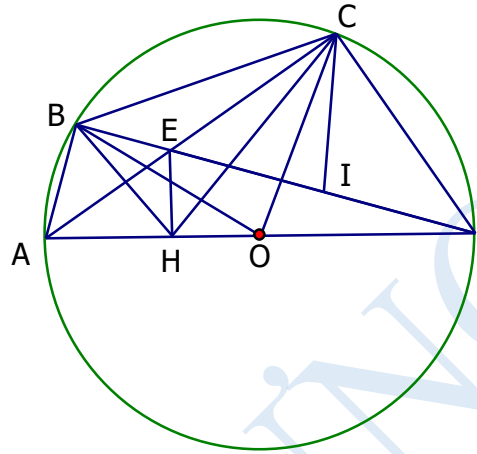
c) Ta có I là tâm của đường tròn ngoại tiếp tam giác vuông ECD,

nên $BIC = 2EDC$ (góc nội tiếp và góc ở tâm cùng chắn cung EC

). Mà $EDC = EHC$, suy ra $BIC = BHC$.

+ Trong (O), $BOC = 2BDC = BHC$ (góc nội tiếp và góc ở tâm cùng chắn cung BC).

+ Suy ra: H, O, I ở trên cùng chứa góc BHC dựng trên đoạn BC, hay 5 điểm B, C, H, O, I cùng nằm trên một đường tròn.



Bài 27: Cho nửa đường tròn tâm O đường kính AB. C là một điểm nằm giữa O và A. Đường thẳng vuông góc với AB tại C cắt nửa đường tròn trên tại I. K là một điểm bất kỳ nằm trên đoạn thẳng CI (K khác C và I), tia AK cắt nửa đường tròn (O) tại M, tia BM cắt tia CI tại D. Chứng minh:

a) ACMD là tứ giác nội tiếp đường tròn.

b) $\triangle ABD \sim \triangle MBC$

c) Tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác AKD nằm trên một đường thẳng cố định khi K di động trên đoạn thẳng CI.

HƯỚNG DẪN GIẢI:

c) Kéo dài BC cắt Ax tại N, ta có $\angle ACB = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) $\Rightarrow \angle ACN = 90^\circ$, suy ra $\triangle ACN$ vuông tại C. Lại có $MC = MA$ nên suy ra được $MC = MN$, do đó $MA = MN$ (5).

Mặt khác ta có $CH \parallel NA$ (cùng vuông góc với AB) nên theo định lý Ta-lét thì $\frac{IC}{MN} = \frac{IH}{MA} \left(= \frac{BI}{BM} \right)$ (6) với I là giao điểm của CH và MB.

Từ (5) và (6) suy ra $IC = IH$ hay MB đi qua trung điểm của CH.

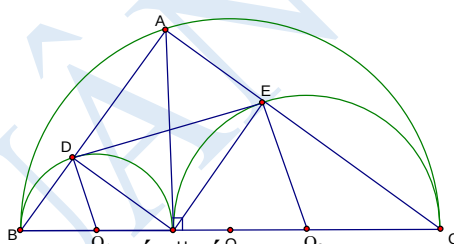
Bài 29: Cho nửa đường tròn đường kính $BC = 2R$. Từ điểm A trên nửa đường tròn vẽ $AH \perp BC$. Nửa đường tròn đường kính BH, CH lần lượt có tâm O_1 ; O_2 cắt AB, AC thứ tự tại D và E.

a) Chứng minh tứ giác ADHE là hình chữ nhật, từ đó tính DE biết $R = 25$ và $BH = 10$

b) Chứng minh tứ giác BDEC nội tiếp đường tròn.

c) Xác định vị trí điểm A để diện tích tứ giác DEO_1O_2 đạt giá trị lớn nhất. Tính giá trị đó.

HƯỚNG DẪN GIẢI:



a) Ta có $\angle BAC = 90^\circ$ (vì góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

Tương tự có $\angle BDH = \angle CEH = 90^\circ$

Xét tứ giác ADHE có $\angle A = \angle ADH = \angle AEH = 90^\circ \Rightarrow ADHE$ là hình chữ nhật.

Từ đó $DE = AH$ mà $AH^2 = BH \cdot CH$ (Hệ thức lượng trong tam giác vuông)

hay $AH^2 = 10 \cdot 40 = 20^2$ ($BH = 10$; $CH = 2.25 - 10 = 40$) $\Rightarrow DE = 20$

b) Ta có: $\angle BAH = \angle C$ (góc có cạnh tương ứng vuông góc) mà $\angle DAH = \angle ADE$ (1)

(Vì $ADHE$ là hình chữ nhật) $\Rightarrow \angle C = \angle ADE$ do $\angle C + \angle BDE = 180^\circ$ nên tứ giác BDEC nội tiếp đường tròn.

c) Vì $O_1D = O_1B \Rightarrow \triangle O_1BD$ cân tại $O_1 \Rightarrow \angle B = \angle BDO_1$ (2)

Từ (1), (2) $\Rightarrow \angle ADE + \angle BDO_1 = \angle B + \angle BAH = 90^\circ \Rightarrow O_1D \parallel O_2E$

Vậy DEO_2O_1 là hình thang vuông tại D và E.

$$Ta \quad \text{có} \quad S_{ht} = \frac{1}{2}(O_1D + O_2E) \cdot DE = \frac{1}{2}O_1O_2 \cdot DE \leq \frac{1}{2}O_1O_2^2 \quad (\text{Vì } O_1D + O_2E = O_1H + O_2H = O_1O_2 \text{ và } DE \leq O_1O_2)$$

$$S_{ht} \leq \frac{1}{2}O_1O_2^2 = \frac{BC^2}{8} = \frac{R^2}{2}. \text{ Dấu "=" xảy ra khi}$$

và chỉ khi $DE = O_1O_2 \Leftrightarrow DEO_2O_1$ là hình chữ nhật

$$\Leftrightarrow A \text{ là điểm chính giữa cung } BC. \text{ Khi đó } \max S_{DEO_2O_1} = \frac{R^2}{2}.$$

Bài 30: Cho tam giác vuông ABC nội tiếp trong đường tròn tâm O đường kính AB. Trên tia đối của tia CA lấy điểm D sao cho $CD = AC$.

a) Chứng minh tam giác ABD cân.

b) Đường thẳng vuông góc với AC tại A cắt đường tròn (O) tại E ($E \neq A$). Trên tia đối của tia EA lấy điểm F sao cho $EF = AE$. Chứng minh rằng ba điểm D, B, F cùng nằm trên một đường thẳng.

c) Chứng minh rằng đường tròn đi qua ba điểm A, D, F tiếp xúc với đường tròn (O).

HƯỚNG DẪN GIẢI:

a) Chứng minh $\triangle ABD$ cân

Xét $\triangle ABD$ có $BC \perp DA$ và $CA = CD$ nên BC vừa là đường cao vừa là trung tuyến của nó.

Vậy $\triangle ABD$ cân tại B

b) Chứng minh rằng ba điểm D, B, F cùng nằm trên một đường thẳng.

Vì $\angle CAE = 90^\circ$, nên CE là đường kính của (O).

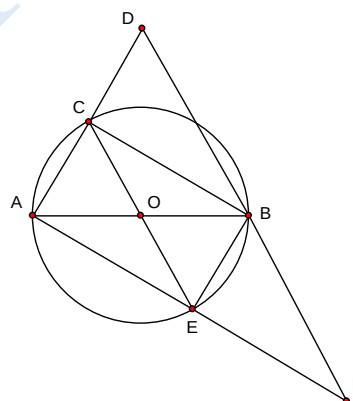
Ta có CO là đường trung bình của tam giác ABD

Suy ra $BD \parallel CO$ hay $BD \parallel CE$ (1)

Tương tự CE là đường trung bình của tam giác ADF.

Suy ra $DF \parallel CE$ (2). Từ (1) và (2) suy ra D, B, F cùng nằm trên một đường thẳng.

c) Chứng minh rằng đường tròn đi qua ba điểm A, D, F tiếp xúc với đường tròn (O).



Tam giác ADF vuông tại A và theo tính chất của đường trung bình $DB = CE = BF \Rightarrow B$ là trung điểm của DF. Do đó đường tròn qua ba điểm A, D, F nhận B làm tâm và AB làm bán kính. Hơn nữa, vì $OB = AB - OA$ nên đường tròn đi qua ba điểm A, D, F tiếp xúc trong với đường tròn (O) tại A.

Bài 31: Cho ba điểm A, B, C cố định thẳng hàng theo thứ tự đó. Vẽ đường tròn (O; R) bất kỳ đi qua B và C ($BC \neq 2R$). Từ A kẻ các tiếp tuyến AM, AN đến (O) (M, N là tiếp điểm). Gọi I, K lần lượt là trung điểm của BC và MN; MN cắt BC tại D. Chứng minh:

a) $AM^2 = AB.AC$

b) AMON; AMOI là các tứ giác nội tiếp đường tròn.

c) Khi đường tròn (O) thay đổi, tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle OID$ luôn thuộc một đường thẳng cố định.

HƯỚNG DẪN GIẢI:

a) Xét $\triangle ABM$ và $\triangle AMC$

Có góc A chung; $\angle AMB = \angle MCB$

($= \frac{1}{2}$ số cung MB)

$\Rightarrow \triangle ABM \sim \triangle AMC$ (g.g)

$$\Rightarrow \frac{AM}{AC} = \frac{AB}{AM} \Rightarrow AM^2 = AB.AC$$

b) Tứ giác AMON có $M + N = 180^\circ$

(Vì $M = N = 90^\circ$ tính chất tiếp tuyến)

$\Rightarrow$ AMON là tứ giác nội tiếp được

- Vì $OI \perp BC$ (định lý đường kính và dây cung)

Xét tứ giác AMOI có $M + \hat{I} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ \Rightarrow$ AMOI là tứ giác nội tiếp được

c) Ta có $OA \perp MN$ tại K (vì K trung điểm MN), MN cắt AC tại D.

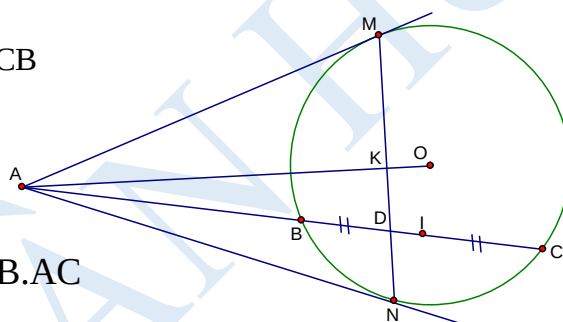
Xét tứ giác KOID có $K + \hat{I} = 180^\circ \Rightarrow$ tứ giác KOID nội tiếp đường tròn tâm O_1

$\Rightarrow O_1$ nằm trên đường trung trực của DI mà $AD.AI = AK.AO = AM^2 = AB.AC$ không đổi (Vì A, B, C, I cố định). Do AI không đổi $\Rightarrow AD$ không đổi $\Rightarrow D$ cố định.

Vậy O_1 tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle OIK$ luôn thuộc đường trung trực của DI cố định.

Bài 32: Qua điểm A cho trước nằm ngoài đường tròn (O) vẽ 2 tiếp tuyến AB, AC (B, C là các tiếp điểm), lấy điểm M trên cung nhỏ BC, vẽ $MH \perp BC$; $MI \perp AC$; $MK \perp AB$.

a) Chứng minh các tứ giác: BHKM, CHMI nội tiếp đường tròn.



b) Chứng minh $MH^2 = MI \cdot MK$

c) Qua M vẽ tiếp tuyến với đường tròn (O) cắt AB, AC tại P, Q. Chứng minh chu vi ΔAPQ không phụ thuộc vào vị trí điểm M.

HƯỚNG DẪN GIẢI:

a) Xét tứ giác BHKM: $H + K = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$

$\Rightarrow$ Tứ giác BHKM nội tiếp đường tròn.

CM tương tự có tứ giác CHMI cũng nội tiếp được.

b) Ta có $B + HMK = C + HMI = 180^\circ$

mà $B = C \Rightarrow HMK = HMI$ (1)

$KBM = BCM$, $KBM = KHM$ (vì 2 góc nội tiếp cùng chắn cung MK và góc tạo bởi tia tt ... và góc nội tiếp cùng chắn cung BM).

$HCM = HIM$ (góc tạo bởi tia tiếp tuyến và góc nội tiếp cùng chắn HM) $\Rightarrow KHM = HIM$ (2).

Từ (1), (2) $\Rightarrow \Delta HMK \sim \Delta IMH$ (g.g) $\Rightarrow \frac{MH}{MI} = \frac{MK}{MH} \Rightarrow MH^2 = MI \cdot MK$

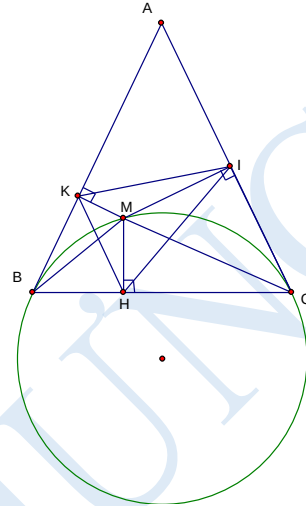
(đpcm)

c) Ta có $PB = PM$; $QC = QM$; $AB = AC$ (Theo t/c hai tiếp tuyến)

Xét chu vi $\Delta APQ = AP + AQ + PQ = AP + AQ + PM + QM$

$= (AP + PB) + (AQ + QC) = AB + AC = 2AB$ không đổi.

Vì A cố định và đường tròn (O) cho trước nên chu vi ΔAPQ không phụ thuộc vào vị trí của điểm M (đpcm).



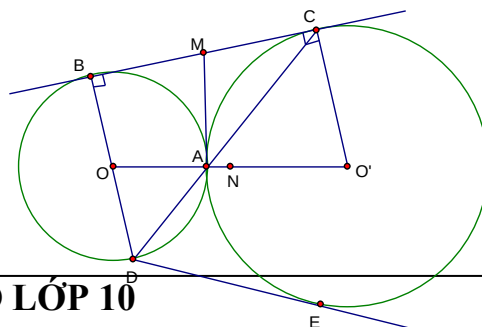
Bài 33: Cho hai đường tròn (O; R) và (O'; R') tiếp xúc ngoài tại A. Vẽ tiếp tuyến chung ngoài BC (B, C thứ tự là các tiếp điểm thuộc (O; R) và (O'; R')).

a) Chứng minh $\angle BAC = 90^\circ$.

b) Tính BC theo R, R'.

c) Gọi D là giao điểm của đường thẳng AC và đường tròn (O) ($D \neq A$), vẽ tiếp tuyến DE với đường tròn (O') ($E \in (O')$). Chứng minh $BD = DE$.

HƯỚNG DẪN GIẢI:



a) Qua A vẽ tiếp tuyến chung trong cắt BC tại M

Ta có $MB = MA = MC$ (t/c 2 tiếp tuyến cắt nhau)

$$\Rightarrow \angle A = 90^\circ.$$

b) Giả sử $R' > R$. Lấy N trung điểm của OO' .

Ta có MN là đường trung bình của hình thang vuông $OBCO'$ ($OB \parallel O'C$; $\angle B = \angle C = 90^\circ$) và tam giác AMN vuông tại A.

$$\text{Có } MN = \frac{R+R'}{2}; AN = \frac{R'-R}{2}. \text{ Khi đó } MA^2 = MN^2 - AN^2 = RR'$$

$$\Rightarrow MA = \sqrt{RR'} \text{ mà } BC = 2MA = 2\sqrt{RR'}$$

c) Ta có O, B, D thẳng hàng (vì $\angle BAD = 90^\circ$; $OA = OB = OD$)

$\triangle BDC$ có $\angle DBC = 90^\circ$, $BA \perp CD$, ta có: $BD^2 = DA \cdot DC$ (1)

$$\triangle ADE \sim \triangle EDC \text{ (g.g)} \Rightarrow \frac{DE}{DC} = \frac{DA}{DE} \Rightarrow DA \cdot DC = DE^2 \quad (2)$$

(1), (2) $\Rightarrow BD = DE$ (đpcm).

Bài 34: Cho đường tròn (O), đường kính AB, d_1, d_2 là các đường thẳng lần lượt qua A, B và cùng vuông góc với đường thẳng AB. M, N là các điểm lần lượt thuộc d_1, d_2 sao cho $\angle MON = 90^\circ$.

a) Chứng minh đường thẳng MN là tiếp tuyến của đường tròn (O).

$$\text{b) Chứng minh } AM \cdot AN = \frac{AB^2}{4}.$$

c) Xác định vị trí của M, N để diện tích tam giác MON đạt giá trị nhỏ nhất.

HƯỚNG DẪN GIẢI:

a) Gọi H là hình chiếu của O trên đường thẳng MN. Xét tứ giác OAMH

$$\angle A + \angle H = 180^\circ \text{ (do } \angle A = \angle H = 90^\circ)$$

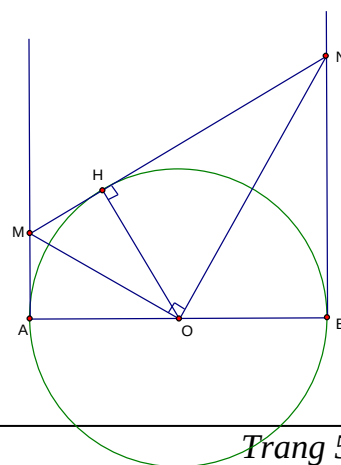
$\Rightarrow$ OAMH là tứ giác nội tiếp đường tròn.

Tương tự tứ giác OANH nội tiếp được

$$\Rightarrow \angle A_1 = \angle M_1, \angle B_1 = \angle N_1 \text{ (2 góc nội tiếp chắn 1 cung)}$$

$$\Rightarrow \angle A_1 + \angle B_1 = \angle M_1 + \angle N_1 = 90^\circ \Rightarrow \angle AHB = 90^\circ$$

$\Rightarrow$ MN là tiếp tuyến



b) Ta có $AM = MH$, $BN = NH$, theo hệ thức lượng trong tam vuông, ta có:

$$AM \cdot BN = MH \cdot NH = OH^2 = \frac{AB^2}{4} \text{ (đpcm)}$$

$$c) S_{\Delta MON} = \frac{1}{2} OH \cdot MN \geq \frac{1}{2} OH \cdot AB \text{ (Vì AMNB là hình thang vuông)}$$

Dấu “=” khi và chỉ khi $MN = AB$ hay H là điểm chính giữa của cung AB.

$$\Leftrightarrow M, N \text{ song song với } AB \Leftrightarrow AM = BN = \frac{AB}{2}.$$

Vậy $S_{\Delta MON}$ nhỏ nhất khi và chỉ khi $AM = BN = \frac{AB}{2}$.

Bài 35: Từ điểm M ở ngoài đường tròn (O; R) vẽ hai tiếp tuyến MA, MB (tiếp điểm A; B) và cát tuyến cắt đường tròn tại 2 điểm C và D không đi qua O. Gọi I là trung điểm của CD.

a) Chứng minh 5 điểm M, A, I, O, B cùng thuộc một đường tròn.

b) Chứng minh IM là phân giác của $\angle AIB$.

HƯỚNG DẪN GIẢI:

a) Vì MA, MB là tiếp tuyến của đường tròn (O)

Nên $MA \perp OA$; $MB \perp OB$; Mà $OI \perp CD$

(Theo định lý đường kính là dây cung).

Do đó $\angle MAO = \angle MBO = \angle MIO = 90^\circ \Rightarrow 3$ điểm

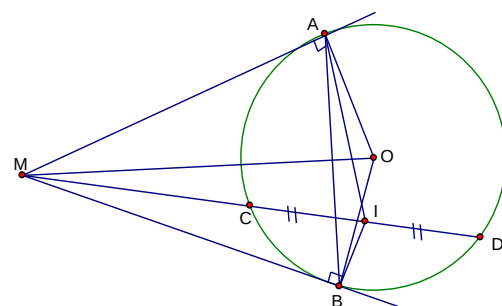
A, B, I

thuộc đường tròn đường kính MO hay 5

điểm M, A, I, O, B cùng thuộc một đường tròn.

b) Ta có: $\angle AIM = \angle AOM$ (vì 2 góc nội tiếp cùng chắn cung MA) $\angle BIM = \angle BOM$ (vì 2 góc nội tiếp cùng chắn cung MB) mà $\angle AOM = \angle BOM$ (tính chất hai tiếp tuyến)

$\Rightarrow \angle AIM = \angle BIM \Rightarrow IM$ là phân giác của góc AIB (đpcm).



Bài 36: Cho đường tròn (O), từ điểm A ngoài đường tròn vẽ đường thẳng AO cắt đường tròn (O) tại B, C ($AB < AC$). Qua A vẽ đường thẳng không đi qua (O) cắt đường tròn (O) tại D; E ($AD < AE$). Đường thẳng vuông góc với AB tại A cắt đường thẳng CE tại F.

a) Chứng minh tứ giác ABEF nội tiếp đường tròn.

b) Gọi M là giao điểm thứ hai của FB với đường tròn (O), chứng minh $DM \perp AC$.

c) Chứng minh: $CE \cdot CF + AD \cdot AE = AC^2$.

HƯỚNG DẪN GIẢI:

a) $\angle FAB = 90^\circ$ (vì $AF \perp AB$)

$\angle BEC = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

$\Rightarrow \angle BEF = 90^\circ$. Do đó $\angle FAB + \angle BEF = 180^\circ$

Vậy tứ giác ABEF nội tiếp đường tròn.

b) Ta có: $\angle AFB = \angle AEB = \left(\frac{1}{2} \text{ số cung AB}\right)$ (vì 2 góc

nội tiếp cùng chắn 1 cung)

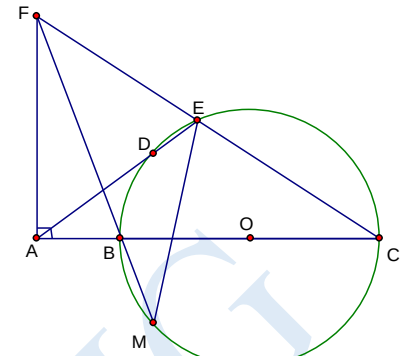
$\angle AEB = \angle BMD = \left(\frac{1}{2} \text{ số cung BD}\right)$ (vì 2 góc nội tiếp cùng chắn 1 cung)

Do đó $\angle AFB = \angle BMD \Rightarrow AF \parallel DM$ mà $FA \perp AC \Rightarrow DM \perp AC$

c) $\triangle ACF \sim \triangle ECB$ (g.g) $\Rightarrow \frac{AC}{CE} = \frac{CF}{BC} \Rightarrow CE \cdot CF = AC \cdot BC$ (1)

$\triangle ABD \sim \triangle AEC$ (g.g) $\Rightarrow \frac{AB}{AE} = \frac{AD}{AC} \Rightarrow AD \cdot AE = AC \cdot AB$ (2)

(1), (2) $\Rightarrow AD \cdot AE + CE \cdot CF = AC(AB + BC) = AC^2$ (đpcm)



Bài 37: Cho $\triangle ABC$ có 3 góc nhọn, trực tâm là H và nội tiếp đường tròn (O). Vẽ đường kính AK.

a) Chứng minh tứ giác BHCK là hình bình hành.

b) Vẽ $OM \perp BC$ ($M \in BC$). Chứng minh H, M, K thẳng hàng và $AH = 2 \cdot OM$.

c) Gọi A', B', C' là chân các đường cao thuộc các cạnh BC, CA, AB của $\triangle ABC$. Khi BC cố định hãy xác định vị trí điểm A để tổng $S = A'B' + B'C' + C'A'$ đạt giá trị lớn nhất.

HƯỚNG DẪN GIẢI:

a) Ta có $\angle ACK = 90^\circ$

(vì góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

Nên $CK \perp AC$ mà $BH \perp AC$ (vì H trực tâm)

$\Rightarrow CK \parallel BH$ tương tự có $CH \parallel BK$

$\Rightarrow$ Tứ giác BHCK là hbh (đpcm)

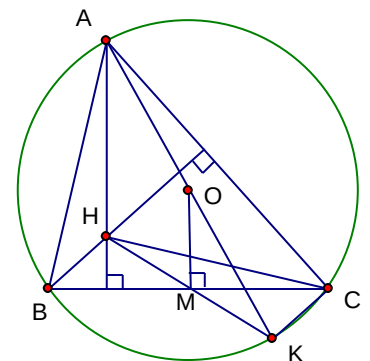
b) $OM \perp BC \Rightarrow M$ trung điểm của BC

(định lý đường kính và dây cung) $\Rightarrow M$ là trung

điểm của HK (vì BHCK là hình bình hành) $\Rightarrow$

đpcm $\triangle AHK$ có OM là đường trung bình $\Rightarrow AH$

$= 2 \cdot OM$



c) Ta có $AC'C = BB'C = 90^\circ \Rightarrow$ tứ giác $BC'B'C$ nội tiếp đường tròn $\Rightarrow AC'B' = ACB$ mà $ACB = BAx$ (Ax là tiếp tuyến tại A) $\Rightarrow Ax \parallel B'C'$

$OA \perp Ax \Rightarrow OA \perp B'C'$. Do đó $S_{AB'OC'} = \frac{1}{2} R \cdot B'C'$

Tương tự: $S_{BA'OC'} = \frac{1}{2} R \cdot A'C'$; $S_{CB'OA'} = \frac{1}{2} R \cdot A'B'$

$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} R(A'B' + B'C' + C'A') = \frac{1}{2} AA' \cdot BC \leq \frac{1}{2} (AO + OM) \cdot BC$

$\Rightarrow A'B' + B'C' + C'A'$, lớn nhất khi A, O, M thẳng hàng $\Leftrightarrow A$ là điểm chính giữa cung lớn BC .

Bài 38: Cho đường tròn (O) , đường kính AB cố định, điểm I nằm giữa A và O sao cho $AI = \frac{2}{3} AO$. Kẻ dây MN vuông góc với AB tại I , gọi C là điểm tùy ý thuộc cung lớn MN sao cho C không trùng với M, N và B . Nối AC cắt MN tại E .

a) Chứng minh tứ giác $IECB$ nội tiếp.

b) Chứng minh hệ thức: $AM^2 = AE \cdot AC$.

c) Hãy xác định vị trí của điểm C sao cho khoảng cách từ N đến tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác CME là nhỏ nhất.

HƯỚNG DẪN GIẢI:

a) Theo giả thiết $MN \perp AB$ tại I

$ACB = 90^\circ$ hay $ECB = 90^\circ$

$\Rightarrow \angle EIB + \angle ECB = 180^\circ$

mà đây là hai góc đối của tứ giác $IECB$ nên tứ giác $IECB$ là tứ giác nội tiếp.

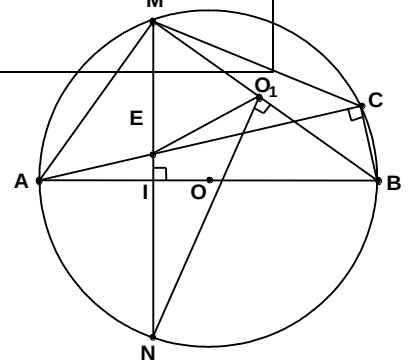
b) Theo giả thiết $MN \perp AB$, suy ra A là điểm

chính giữa của MN nên $AMN = ACM$ (hai

góc nội tiếp chắn hai cung bằng nhau) hay $\angle AME = \angle ACM$, lại có $\angle CAM$ là góc chung do đó tam giác AME đồng dạng với tam giác ACM

$\Rightarrow \frac{AM}{AC} = \frac{AE}{AM} \Rightarrow AM^2 = AE \cdot AC$.

c) Theo trên $AMN = ACM \Rightarrow AM$ là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp ΔECM . Nối MB ta có $\angle AMB = 90^\circ$, do đó tâm O_1 của đường tròn ngoại tiếp ΔECM phải nằm trên BM .



+ Ta thấy NO_1 nhỏ nhất khi NO_1 là khoảng cách từ N đến $BM \Rightarrow NO_1 \perp BM$.
Gọi O_1 là chân đường vuông góc kẻ từ N đến BM ta được O_1 là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle ECM$ có bán kính là O_1M .

+ Do đó để khoảng cách từ N đến tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle ECM$ là nhỏ nhất thì C phải là giao điểm của đường tròn (O_1) , bán kính O_1M với đường tròn (O) trong đó O_1 là hình chiếu vuông góc của N trên BM.

Bài 39: Bên trong hình vuông ABCD vẽ tam giác đều ABE. Vẽ tia Bx thuộc nửa mặt phẳng chứa điểm E, có bờ là đường thẳng AB sao cho Bx vuông góc với BE. Trên tia Bx lấy điểm F sao cho $BF = BE$.

- Tính số đo các góc của tam giác ADE.
- Chứng minh 3 điểm: D, E, F thẳng hàng.
- Đường tròn tâm O ngoại tiếp tam giác AEB cắt AD tại M. Chứng minh $ME \parallel BF$.

HƯỚNG DẪN GIẢI:

a) Tam giác ADE cân tại A vì

$AD = AE$. Lại có:

$$A_1 = DAB - EAB = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$$

Do

đó

$$ADE = AED = \frac{1}{2}(180^\circ - 30^\circ) = 75^\circ.$$

b) Từ giả thiết, dễ thấy tam giác BEF vuông cân tại B, nên

$$E_1 = 45^\circ.$$

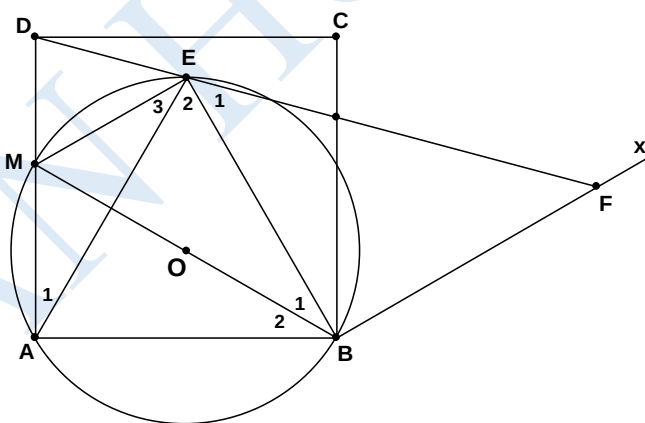
Từ đó ta có:

$DEF = DEA + E_2 + E_1 = 75^\circ + 60^\circ + 45^\circ = 180^\circ$ suy ra 3 điểm D, E, F thẳng hàng, đpcm.

c) Ta có: $B_1 = A_1$ (cùng chắn cung EM) suy ra $B_1 = 30^\circ$ nên $B_2 = 30^\circ$.

Mà $E_3 = B_2$ nên $E_3 = 30^\circ$.

Vậy $E_2 + E_3 = 60^\circ + 30^\circ = 90^\circ$ hay $ME \perp EB$. Mặt khác $BF \perp EB$ do đó $ME \parallel BF$.



Bài 40: Cho đường tròn $(O; R)$ có đường kính AB. Bán kính CO vuông góc với AB, M là một điểm bất kỳ trên cung nhỏ AC (M khác A, C); BM cắt AC tại H. Gọi K là hình chiếu của H trên AB.

- Chứng minh CBKH là tứ giác nội tiếp.
- Chứng minh $ACM = ACK$

Mà $CME + CEM + MCE = 180^\circ$ (Tính chất tổng ba góc trong tam giác) $\Rightarrow$
 $MCE = 90^\circ$ (2)

Từ (1), (2) $\Rightarrow$ tam giác MCE là tam giác vuông cân tại C (đpcm).

d) Gọi S là giao điểm của BM và đường thẳng (d), N là giao điểm của BP với HK.

Xét $\triangle PAM$ và $\triangle OBM$:

Theo giả thiết ta có $\frac{AP.MB}{MA} = R \Leftrightarrow \frac{AP}{MA} = \frac{OB}{MB}$ (vì có $R = OB$).

Mặt khác ta có $\angle PAM = \angle OBM$ (vì cùng chắn cung AM của (O))

$\Rightarrow \triangle PAM \sim \triangle OBM \Rightarrow \frac{AP}{PM} = \frac{OB}{OM} = 1 \Rightarrow PA = PM$ (do $OB = OM = R$) (3)

Vì $\angle AMB = 90^\circ$ (do chắn nửa đường tròn (O)) $\Rightarrow \angle AMS = 90^\circ$

$\Rightarrow$ tam giác AMS vuông tại M. $\Rightarrow \left. \begin{array}{l} \angle PAM + \angle PSM = 90^\circ \\ \text{và} \end{array} \right\} \angle PMA + \angle PMS = 90^\circ$

$\Rightarrow \angle PMS = \angle PSM \Rightarrow PS = PM$ (4)

Mà $PM = PA$ (cmt) nên $\angle PAM = \angle PMA$

Từ (3) và (4) $\Rightarrow PA = PS$ hay P là trung điểm của AS.

Vì $HK \parallel AS$ (cùng vuông góc AB) nên theo ĐL Ta-lét, ta có: $\frac{NK}{PA} = \frac{BN}{BP} = \frac{HN}{PS}$

hay $\frac{NK}{PA} = \frac{HN}{PS}$ mà $PA = PS$ (cmt) $\Rightarrow NK = HN$ hay BP đi qua trung điểm N của HK. (đpcm)

ĐỀ SỐ 01

KỲ THI THỬ TUYỂN SINH
VÀO LỚP 10 THPT, NĂM HỌC 2016 - 2017

Môn Toán

Thời gian làm bài: 120 phút

Đề thi có 01 trang

Câu 1 (2,0 điểm)

a) Cho biết $a = 2 + \sqrt{3}$ và $b = 2 - \sqrt{3}$. Tính giá trị biểu thức: $P = a + b - ab$.

b) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 3x + y = 5 \\ x - 2y = -3 \end{cases}$$

Câu 2 (2,0 điểm) Cho biểu thức $P = \left(\frac{1}{x - \sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x} - 1} \right) : \frac{\sqrt{x}}{x - 2\sqrt{x} + 1}$ (với $x > 0$, $x \neq 1$)

a) Rút gọn biểu thức P.

b) Tìm các giá trị của x để $P > \frac{1}{2}$.

Câu 3 (2,0 điểm)

Cho phương trình: $x^2 - 5x + m = 0$ (m là tham số).

a) Giải phương trình trên khi $m = 6$.

b) Tìm m để phương trình trên có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn: $|x_1 - x_2| = 3$.

Câu 4 (3,0 điểm)

Cho đường tròn tâm O đường kính AB. Vẽ dây cung CD vuông góc với AB tại I (I nằm giữa A và O). Lấy điểm E trên cung nhỏ BC (E khác B và C), AE cắt CD tại F. Chứng minh:

a) BEFI là tứ giác nội tiếp đường tròn.

b) $AE \cdot AF = AC^2$.

c) Khi E chạy trên cung nhỏ BC thì tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle CEF$ luôn thuộc một đường thẳng cố định.

Câu 5 (1,0 điểm) Cho hai số dương a, b thỏa mãn: $a + b \leq 2\sqrt{2}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$.

-----HẾT-----

Họ và tên thí sinh:SBD:

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

ĐỀ SỐ 02

**KỲ THI THỬ TUYỂN SINH
VÀO LỚP 10 THPT, NĂM HỌC 2016 - 2017**

Môn Toán

Thời gian làm bài: 120 phút

Đề thi có 01 trang

Câu 1 (2,0 điểm)

a) Rút gọn biểu thức: $\frac{1}{3-\sqrt{7}} - \frac{1}{3+\sqrt{7}}$.

b) Giải phương trình: $x^2 - 7x + 3 = 0$.

Câu 2 (2,0 điểm)

a) Tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng $d: y = -x + 2$ và Parabol (P): $y = x^2$.

b) Cho hệ phương trình:
$$\begin{cases} 4x + ay = b \\ x - by = a \end{cases}$$

Tìm a và b để hệ đã cho có nghiệm duy nhất $(x; y) = (2; -1)$.

Câu 3 (1,5 điểm)

Một xe lửa cần vận chuyển một lượng hàng. Người lái xe tính rằng nếu xếp mỗi toa 15 tấn hàng thì còn thừa lại 5 tấn, còn nếu xếp mỗi toa 16 tấn thì có thể chở thêm 3 tấn nữa. Hỏi xe lửa có mấy toa và phải chở bao nhiêu tấn hàng.

Câu 4 (3,5 điểm)

Từ một điểm A nằm ngoài đường tròn $(O; R)$ ta vẽ hai tiếp tuyến AB, AC với đường tròn (B, C là tiếp điểm). Trên cung nhỏ BC lấy một điểm M , vẽ $MI \perp AB, MK \perp AC$ ($I \in AB, K \in AC$)

- a) Chứng minh: AIMK là tứ giác nội tiếp đường tròn.
b) Vẽ $MP \perp BC$ ($P \in BC$). Chứng minh: $MPK = MBC$.
c) Xác định vị trí của điểm M trên cung nhỏ BC để tích $MI.MK.MP$ đạt giá trị MAX.

Câu 5 (1,0 điểm)

Giải phương trình: $\frac{\sqrt{x-2015}-1}{x-2015} + \frac{\sqrt{y-2016}-1}{y-2016} + \frac{\sqrt{z-2017}-1}{z-2017} = \frac{3}{4}$

-----**HẾT**-----

Họ và tên thí sinh:SBD:

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

ĐỀ SỐ 03

**KỲ THI THỬ TUYỂN SINH
VÀO LỚP 10 THPT, NĂM HỌC 2016 -
2017**

Môn Toán

Thời gian làm bài: 120 phút

Đề thi có 01 trang

Câu 1 (2,0 điểm) Giải phương trình và hệ phương trình sau:

a) $x^4 + 3x^2 - 4 = 0$

b) $\begin{cases} 2x + y = 1 \\ 3x + 4y = -1 \end{cases}$

Câu 2 (2,0 điểm) Rút gọn các biểu thức:

a) $A = \frac{\sqrt{3}-\sqrt{6}}{1-\sqrt{2}} - \frac{2+\sqrt{8}}{1+\sqrt{2}}$

b) $B = \left(\frac{1}{x-4} - \frac{1}{x+4\sqrt{x}+4} \right) \cdot \frac{x+2\sqrt{x}}{\sqrt{x}}$ (với $x > 0, x \neq 4$).

Câu 3 (2,0 điểm)

a) Vẽ đồ thị các hàm số $y = -x^2$ và $y = x - 2$ trên cùng một hệ trục tọa độ.

b) Tìm tọa độ giao điểm của các đồ thị đã vẽ ở trên bằng phép tính.

Câu 4 (3,0 điểm)

Cho tam giác ABC có ba góc nhọn nội tiếp trong đường tròn (O;R). Các đường cao BE và CF cắt nhau tại H.

a) Chứng minh: AEHF và BCEF là các tứ giác nội tiếp đường tròn.

b) Gọi M và N thứ tự là giao điểm thứ hai của đường tròn (O;R) với BE và CF. Chứng minh: $MN \parallel EF$.

c) Chứng minh rằng $OA \perp EF$.

Câu 5 (1,0 điểm)

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P = x^2 - x\sqrt{y} + x + y - \sqrt{y} + 1$

-----HẾT-----

Họ và tên thí sinh:SBD:

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

ĐỀ SỐ 04

**KỲ THI THỬ TUYỂN SINH
VÀO LỚP 10 THPT, NĂM HỌC 2016 -
2017**

Môn Toán

Thời gian làm bài: 120 phút

Đề thi có 01 trang

Câu 1 (2,0 điểm)

a) Trục căn thức ở mẫu của các biểu thức sau: $\frac{4}{\sqrt{3}}$; $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}-1}$.

b) Trong hệ trục tọa độ Oxy, biết đồ thị hàm số $y = ax^2$ đi qua điểm M $(-2; \frac{1}{4})$. Tìm hệ số a.

Câu 2 (2,0 điểm) Giải phương trình và hệ phương trình sau:

a) $\sqrt{2x+1} = 7-x$

b)
$$\begin{cases} 2x+3y=2 \\ x-y=\frac{1}{6} \end{cases}$$

Câu 3 (2,0 điểm) Cho phương trình ẩn x: $x^2 - 2mx + 4 = 0$ (1)

a) Giải phương trình đã cho khi $m = 3$.

b) Tìm giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn:

$$(x_1 + 1)^2 + (x_2 + 1)^2 = 2.$$

Câu 4 (3,0 điểm)

Cho hình vuông ABCD có hai đường chéo cắt nhau tại E. Lấy I thuộc cạnh AB, M thuộc cạnh BC sao cho: $\angle IEM = 90^\circ$ (I và M không trùng với các đỉnh của hình vuông).

a) Chứng minh rằng BIEM là tứ giác nội tiếp đường tròn.

b) Tính số đo của góc IME

c) Gọi N là giao điểm của tia AM và tia DC; K là giao điểm của BN và tia EM. Chứng minh $CK \perp BN$.

Câu 5 (1,0 điểm)

Cho a, b, c là độ dài 3 cạnh của một tam giác.

Chứng minh: $ab + bc + ca \leq a^2 + b^2 + c^2 < 2(ab + bc + ca)$.

-----**HẾT**-----

Họ và tên thí sinh:SBD:

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

TRÌ

KỲ THI THỬ TUYỂN SINH

ĐỀ SỐ 05

LUYỆN THI VÀO LỚP 10

Trang 64

VÀO LỚP 10 THPT, NĂM HỌC 2016 - 2017

Môn Toán

Thời gian làm bài: 120 phút

Đề thi có 01 trang

Câu 1 (2,0 điểm)

a) Thực hiện phép tính: $\left(\sqrt{\frac{3}{2}} - \sqrt{\frac{2}{3}}\right) \cdot \sqrt{6}$

b) Trong hệ trục tọa độ Oxy, biết đường thẳng $y = ax + b$ đi qua điểm $A(2; 3)$ và điểm $B(-2; 1)$. Tìm các hệ số a và b .

Câu 2 (2,0 điểm) Giải các phương trình sau:

a) $x^2 - 3x + 1 = 0$

b) $\frac{x}{x-1} + \frac{-2}{x+1} = \frac{4}{x^2-1}$

Câu 3 (1,0 điểm)

Hai ô tô khởi hành cùng một lúc trên quãng đường từ A đến B dài 120 km. Mỗi giờ ô tô thứ nhất chạy nhanh hơn ô tô thứ hai là 10 km nên đến B trước ô tô thứ hai là 0,4 giờ. Tính vận tốc của mỗi ô tô.

Câu 4 (4,0 điểm)

Cho đường tròn $(O; R)$; AB và CD là hai đường kính khác nhau của đường tròn. Tiếp tuyến tại B của đường tròn $(O; R)$ cắt các đường thẳng AC, AD thứ tự tại E và F.

a) Chứng minh tứ giác ACBD là hình chữ nhật.

b) Chứng minh $\triangle ACD \sim \triangle CBE$

c) Chứng minh tứ giác CDFE nội tiếp được đường tròn.

d) Gọi S, S_1, S_2 thứ tự là diện tích của $\triangle AEF, \triangle BCE$ và $\triangle BDF$. Chứng minh: $\sqrt{S_1} + \sqrt{S_2} = \sqrt{S}$.

Câu 5 (1,0 điểm) Giải phương trình: $10\sqrt{x^3 + 1} = 3(x^2 + 2)$

-----HẾT-----

Họ và tên thí sinh:SBD:

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

ĐỀ SỐ 06

**KỲ THI THỬ TUYỂN SINH
VÀO LỚP 10 THPT, NĂM HỌC 2016 -
2017**

Môn Toán

Thời gian làm bài: 120 phút

Đề thi có 01 trang

Câu 1 (2,0 điểm) Rút gọn các biểu thức sau:

a) $A = \left(2 + \frac{3 + \sqrt{3}}{\sqrt{3} + 1} \right) \cdot \left(2 - \frac{3 - \sqrt{3}}{\sqrt{3} - 1} \right)$

b) $B = \left(\frac{\sqrt{b}}{a - \sqrt{ab}} - \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{ab} - b} \right) \cdot (a\sqrt{b} - b\sqrt{a})$ (với $a > 0, b > 0, a \neq b$)

Câu 2 (2,0 điểm)

a) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x - y = -1 & (1) \\ \frac{2}{x} + \frac{3}{y} = 2 & (2) \end{cases}$$

b) Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình: $x^2 - x - 3 = 0$. Tính giá trị biểu thức: $P = x_1^2 + x_2^2$.

Câu 3 (2,0 điểm)

a) Biết đường thẳng $y = ax + b$ đi qua điểm $M \left(2; \frac{1}{2} \right)$ và song song với đường thẳng $2x + y = 3$. Tìm các hệ số a và b .

b) Tính các kích thước của một hình chữ nhật có diện tích bằng 40 cm^2 , biết rằng nếu tăng mỗi kích thước thêm 3 cm thì diện tích tăng thêm 48 cm^2 .

Câu 4 (3,0 điểm)

Cho tam giác ABC vuông tại A, M là một điểm thuộc cạnh AC (M khác A và C). Đường tròn đường kính MC cắt BC tại N và cắt tia BM tại I. Chứng minh rằng:

- a) ABNM và ABCI là các tứ giác nội tiếp đường tròn.
- b) NM là tia phân giác của góc ANI.
- c) $BM \cdot BI + CM \cdot CA = AB^2 + AC^2$.

Câu 5 (1,0 điểm)

Cho biểu thức $A = 2x - 2\sqrt{xy} + y - 2\sqrt{x} + 3$. Hỏi A có giá trị nhỏ nhất hay không? Vì sao?

-----**HẾT**-----

Họ và tên thí sinh:SBD:

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

ĐỀ SỐ 07

**KỲ THI THỬ TUYỂN SINH
VÀO LỚP 10 THPT, NĂM HỌC 2016 -
2017**

Môn Toán

Thời gian làm bài: 120 phút

Đề thi có 01 trang

Câu 1 (2,0 điểm)

a) Tìm điều kiện của x biểu thức sau có nghĩa: $A = \sqrt{x-1} + \sqrt{3-x}$

b) Tính: $\frac{1}{3-\sqrt{5}} - \frac{1}{\sqrt{5}+1}$

Câu 2 (2,0 điểm) Giải phương trình và bất phương trình sau:

a) $(x-3)^2 = 4$

b) $\frac{x-1}{2x+1} < \frac{1}{2}$

Câu 3 (2,0 điểm)

Cho phương trình ẩn x: $x^2 - 2mx - 1 = 0$ (1)

a) Chứng minh rằng phương trình đã cho luôn có hai nghiệm phân biệt x_1 và x_2 .

b) Tìm các giá trị của m để: $x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2 = 7$.

Câu 4 (3,0 điểm)

Cho đường tròn $(O;R)$ có đường kính AB. Vẽ dây cung CD vuông góc với AB (CD không đi qua tâm O). Trên tia đối của tia BA lấy điểm S; SC cắt $(O; R)$ tại điểm thứ hai là M.

a) Chứng minh ΔSMA đồng dạng với ΔSBC .

b) Gọi H là giao điểm của MA và BC; K là giao điểm của MD và AB. Chứng minh BMHK là tứ giác nội tiếp và $HK \parallel CD$.

c) Chứng minh: $OK.OS = R^2$.

Câu 5 (1,0 điểm) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x^3 + 1 = 2y \\ y^3 + 1 = 2x \end{cases}$$

-----HẾT-----

Họ và tên thí sinh:.....SBD:.....

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

ĐỀ SỐ 08

**KỲ THI THỬ TUYỂN SINH
VÀO LỚP 10 THPT, NĂM HỌC 2016 -
2017**

Môn Toán

Thời gian làm bài: 120 phút

Đề thi có 01 trang

Câu 1 (2,0 điểm)

a) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 2x + y = 5 \\ x - 3y = -1 \end{cases}$$

b) Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình: $3x^2 - x - 2 = 0$.

Tính giá trị biểu thức: $P = \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$.

Câu 2 (2,0 điểm) Cho biểu thức $A = \left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}-1} - \frac{\sqrt{a}}{a-\sqrt{a}} \right) : \frac{\sqrt{a}+1}{a-1}$ với $a > 0, a \neq 1$

a) Rút gọn biểu thức A.

b) Tìm các giá trị của a để $A < 0$.

Câu 3 (2,0 điểm) Cho phương trình ẩn x: $x^2 - x + 1 + m = 0$ (1)

a) Giải phương trình đã cho với $m = 0$.

b) Tìm các giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn: $x_1 x_2 (x_1 x_2 - 2) = 3(x_1 + x_2)$.

Câu 4 (3,0 điểm)

Cho nửa đường tròn tâm O đường kính $AB = 2R$ và tia tiếp tuyến Ax cùng phía với nửa đường tròn đối với AB. Từ điểm M trên Ax kẻ tiếp tuyến thứ hai MC với nửa đường tròn (C là tiếp điểm). AC cắt OM tại E; MB cắt nửa đường tròn (O) tại D (D khác B).

a) Chứng minh: AMCO và AMDE là các tứ giác nội tiếp đường tròn.

b) Chứng minh $\angle ADE = \angle ACO$.

c) Vẽ CH vuông góc với AB ($H \in AB$). Chứng minh rằng MB đi qua trung điểm của CH.

Câu 5 (1,0 điểm)

Cho các số $a, b, c \in [0; 1]$. Chứng minh rằng: $a + b^2 + c^3 - ab - bc - ca \leq 1$.

-----HẾT-----

Họ và tên thí sinh:SBD:

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

KỲ THI THỬ TUYỂN SINH

ĐỀ SỐ 09

LUYỆN THI VÀO LỚP 10

Trang 69

VÀO LỚP 10 THPT, NĂM HỌC 2016 -
2017

Môn Toán

Thời gian làm bài: 120 phút

Đề thi có 01 trang

Câu 1 (2,0 điểm)

a) Cho hàm số $y = (\sqrt{3} - 2)x + 1$. Tính giá trị của hàm số khi $x = \sqrt{3} + 2$.

b) Tìm m để đường thẳng $y = 2x - 1$ và đường thẳng $y = 3x + m$ cắt nhau tại một điểm nằm trên trục hoành.

Câu 2 (2,0 điểm)

a) Rút gọn biểu thức: $A = \left(\frac{3\sqrt{x}+6}{x-4} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} \right) : \frac{x-9}{\sqrt{x}-3}$ với

$x \geq 0, x \neq 4, x \neq 9$.

b) Giải phương trình: $\frac{x^2 - 3x + 5}{(x+2)(x-3)} = \frac{1}{x-3}$

Câu 3 (2,0 điểm) Cho hệ phương trình: $\begin{cases} 3x - y = 2m - 1 \\ x + 2y = 3m + 2 \end{cases} \quad (1)$

a) Giải hệ phương trình đã cho khi $m = 1$.

b) Tìm m để hệ (1) có nghiệm $(x; y)$ thỏa mãn: $x^2 + y^2 = 10$.

Câu 4 (3,0 điểm)

Cho nửa đường tròn tâm O đường kính AB. Lấy điểm M thuộc đoạn thẳng OA, điểm N thuộc nửa đường tròn (O). Từ A và B vẽ các tiếp tuyến Ax và By. Đường thẳng qua N và vuông góc với NM cắt Ax, By thứ tự tại C và D.

a) Chứng minh ACNM và BDNM là các tứ giác nội tiếp đường tròn.

b) Chứng minh $\triangle ANB$ đồng dạng với $\triangle CMD$.

c) Gọi I là giao điểm của AN và CM, K là giao điểm của BN và DM. Chứng minh $IK \parallel AB$.

Câu 5 (1,0 điểm)

Chứng minh rằng: $\frac{a+b}{\sqrt{a(3a+b)}+\sqrt{b(3b+a)}} \geq \frac{1}{2}$ với a, b là các số dương.

-----**HẾT**-----

Họ và tên thí sinh:SBD:

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

ĐỀ SỐ 10

**KỲ THI THỬ TUYỂN SINH
VÀO LỚP 10 THPT, NĂM HỌC 2016 -
2017**

Môn Toán

Thời gian làm bài: 120 phút

Đề thi có 01 trang

Câu 1 (2,0 điểm) Rút gọn các biểu thức:

a) $A = 3\sqrt{8} - \sqrt{50} - \sqrt{(\sqrt{2}-1)^2}$

b) $B = \frac{2}{x-1} \cdot \sqrt{\frac{x^2-2x+1}{4x^2}}$, với $0 < x < 1$

Câu 2 (2,0 điểm) Giải hệ phương trình và phương trình sau:

a)
$$\begin{cases} 2(x-1)+y=3 \\ x-3y=-8 \end{cases}$$

b) $x + 3\sqrt{x} - 4 = 0$

Câu 3 (1,5 điểm)

Một xí nghiệp sản xuất được 120 sản phẩm loại I và 120 sản phẩm loại II trong thời gian 7 giờ. Mỗi giờ sản xuất được số sản phẩm loại I ít hơn số sản phẩm loại II là 10 sản phẩm. Hỏi mỗi giờ xí nghiệp sản xuất được bao nhiêu sản phẩm mỗi loại.

Câu 4 (3,5 điểm) Cho hai đường tròn (O) và (O') cắt nhau tại A và B. Vẽ AC, AD thứ tự là đường kính của hai đường tròn (O) và (O').

a) Chứng minh ba điểm C, B, D thẳng hàng.

b) Đường thẳng AC cắt đường tròn(O') tại E; đường thẳng AD cắt đường tròn (O) tại F (E, F khác A). Chứng minh 4 điểm C, D, E, F cùng nằm trên một đường tròn.

c) Một đường thẳng d thay đổi luôn đi qua A cắt (O) và (O') thứ tự tại M và N. Xác định vị trí của d để $CM + DN$ đạt giá trị lớn nhất.

Câu 5 (1,0 điểm) Cho hai số x, y thỏa mãn đẳng thức:

$$(x + \sqrt{x^2 + 2011})(y + \sqrt{y^2 + 2011}) = 2011. \text{ Tính: } x + y$$

-----**HẾT**-----

Họ và tên thí sinh:SBD:

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

ĐỀ SỐ 11

**KỶ THI THỬ TUYỂN SINH
VÀO LỚP 10 THPT, NĂM HỌC 2016 -
2017**

Môn Toán

Thời gian làm bài: 120 phút

Đề thi có 01 trang

Câu 1 (2,0 điểm) Rút gọn biểu thức:

a) $A = \left(\frac{1 - a\sqrt{a}}{1 - \sqrt{a}} + \sqrt{a} \right) \left(\frac{1 - \sqrt{a}}{1 - a} \right)^2$ với $a \geq 0$ và $a \neq 1$.

b) Giải phương trình: $2x^2 - 5x + 3 = 0$

Câu 2 (2,0 điểm)

a) Với giá trị nào của k, hàm số $y = (3 - k)x + 2$ nghịch biến trên R.

b) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 4x + y = 5 \\ 3x - 2y = -12 \end{cases}$$

Câu 3 (2,0 điểm) Cho phương trình $x^2 - 6x + m = 0$.

- a) Với giá trị nào của m thì phương trình có 2 nghiệm trái dấu.
b) Tìm m để phương trình có 2 nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn điều kiện $x_1 - x_2 = 4$.

Câu 4 (3,0 điểm) Cho đường tròn $(O; R)$, đường kính AB . Dây $BC = R$. Từ B kẻ tiếp tuyến Bx với đường tròn. Tia AC cắt Bx tại M . Gọi E là trung điểm của AC .

- a) Chứng minh tứ giác $OBME$ nội tiếp đường tròn.
b) Gọi I là giao điểm của BE với OM . Chứng minh: $IB.IE = IM.IO$.

Câu 5 (1,0 điểm) Cho $x > 0, y > 0$ và $x + y \geq 6$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức :

$$P = 3x + 2y + \frac{6}{x} + \frac{8}{y}.$$

-----HẾT-----

Họ và tên thí sinh:.....SBD:.....

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

ĐỀ SỐ 12

**KỲ THI THỬ TUYỂN SINH
VÀO LỚP 10 THPT, NĂM HỌC 2016 -
2017**

Môn Toán

Thời gian làm bài: 120 phút

Đề thi có 01 trang

Câu 1 (2,0 điểm) Tính gọn biểu thức:

a) $A = \sqrt{20} - \sqrt{45} + 3\sqrt{18} + \sqrt{72}.$

b) $B = \left(1 + \frac{a + \sqrt{a}}{\sqrt{a} + 1}\right) \left(1 + \frac{a - \sqrt{a}}{1 - \sqrt{a}}\right)$ với $a \geq 0, a \neq 1.$

Câu 2 (2,0 điểm)

1. Cho hàm số $y = ax^2$, biết đồ thị hàm số đi qua điểm A (- 2 ; -12).
Tìm a.

2. Cho phương trình: $x^2 + 2(m + 1)x + m^2 = 0.$ (1)

a) Giải phương trình với $m = 5$

b) Tìm m để phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt, trong đó có 1 nghiệm bằng - 2.

Câu 3 (2,0 điểm)

Một thửa ruộng hình chữ nhật, nếu tăng chiều dài thêm 2m, chiều rộng thêm 3m thì diện tích tăng thêm 100m². Nếu giảm cả chiều dài và chiều rộng đi 2m thì diện tích giảm đi 68m². Tính diện tích thửa ruộng đó.

Câu 4 (3,0 điểm)

Cho tam giác ABC vuông ở A. Trên cạnh AC lấy 1 điểm M, dựng đường tròn tâm (O) có đường kính MC. Đường thẳng BM cắt đường tròn tâm (O) tại D, đường thẳng AD cắt đường tròn tâm (O) tại S.

a) Chứng minh tứ giác ABCD là tứ giác nội tiếp và CA là tia phân giác của góc BCS.

b) Gọi E là giao điểm của BC với đường tròn (O). Chứng minh các đường thẳng BA, EM, CD đồng quy.

c) Chứng minh M là tâm đường tròn nội tiếp tam giác ADE.

Câu 5 (1,0 điểm)

Giải phương trình: $\sqrt{x^2 - 3x + 2} + \sqrt{x + 3} = \sqrt{x - 2} + \sqrt{x^2 + 2x - 3}$

-----**HẾT**-----

Họ và tên thí sinh:.....SBD:.....

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

ĐỀ SỐ 13

KỲ THI THỬ TUYỂN SINH
VÀO LỚP 10 THPT, NĂM HỌC 2016 -
2017

Môn Toán

Thời gian làm bài: 120 phút

Đề thi có 01 trang

Câu 1 (2,0 điểm) Cho biểu thức: $P = \left(\frac{a\sqrt{a} - 1}{a - \sqrt{a}} - \frac{a\sqrt{a} + 1}{a + \sqrt{a}} \right) : \frac{a+2}{a-2}$ với $a > 0, a \neq 1, a \neq 2$.

a) Rút gọn P.

b) Tìm giá trị nguyên của a để P có giá trị nguyên.

Câu 2 (3,0 điểm)

1) Cho đường thẳng d có phương trình: $ax + (2a - 1)y + 3 = 0$

Tìm a để đường thẳng d đi qua điểm M (1, -1). Khi đó, hãy tìm hệ số góc của đường thẳng d.

2) Cho phương trình bậc 2: $(m - 1)x^2 - 2mx + m + 1 = 0$.

a) Tìm m, biết phương trình có nghiệm $x = 0$.

b) Xác định giá trị của m để phương trình có tích 2 nghiệm bằng 5, từ đó hãy tính tổng 2 nghiệm của phương trình.

Câu 3 (1,0 điểm)

Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 4x + 7y = 18 \\ 3x - y = 1 \end{cases}$$

Câu 4 (3,0 điểm)

Cho ΔABC cân tại A, I là tâm đường tròn nội tiếp, K là tâm đường tròn bàng tiếp góc A, O là trung điểm của IK.

a) Chứng minh 4 điểm B, I, C, K cùng thuộc một đường tròn tâm O.

b) Chứng minh AC là tiếp tuyến của đường tròn tâm (O).

c) Tính bán kính của đường tròn (O), biết $AB = AC = 20\text{cm}$, $BC = 24\text{cm}$.

Câu 5 (1,0 điểm) Giải phương trình: $x^2 + \sqrt{x + 2016} = 2016$.

-----HẾT-----

Họ và tên thí sinh:SBD:

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

ĐỀ SỐ 14

**KỲ THI THỬ TUYỂN SINH
VÀO LỚP 10 THPT, NĂM HỌC 2016 -
2017**

Môn Toán

Thời gian làm bài: 120 phút

Đề thi có 01 trang

Câu 1 (2,0 điểm) Cho biểu thức: $P = \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 2} + \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 2} + \frac{2 + 5\sqrt{x}}{4 - x}$ với $x \geq 0$,
 $x \neq 4$.

- a) Rút gọn P.
- b) Tìm x để $P = 2$.

Câu 2 (2,0 điểm)

Trong mặt phẳng, với hệ tọa độ Oxy, cho đường thẳng d có phương trình: $y = (m - 1)x + n$.

- a) Với giá trị nào của m và n thì d song song với trục Ox.
- b) Xác định phương trình của d, biết d đi qua điểm A(1; - 1) và có hệ số góc bằng -3.

Câu 3 (2,0 điểm) Cho phương trình: $x^2 - 2(m - 1)x - m - 3 = 0$ (1)

- a) Giải phương trình với $m = -3$
- b) Tìm m để phương trình (1) có 2 nghiệm thỏa mãn hệ thức $x_1^2 + x_2^2 = 10$.
- c) Tìm hệ thức liên hệ giữa các nghiệm không phụ thuộc giá trị của m.

Câu 4 (3,0 điểm)

Cho tam giác ABC vuông ở A ($AB > AC$), đường cao AH. Trên nửa mặt phẳng bờ BC chứa điểm A, vẽ nửa đường tròn đường kính BH cắt AB tại E, nửa đường tròn đường kính HC cắt AC tại F. Chứng minh:

- a) Tứ giác AFHE là hình chữ nhật.
- b) Tứ giác BEFC là tứ giác nội tiếp đường tròn.
- c) EF là tiếp tuyến chung của 2 nửa đường tròn đường kính BH và HC.

Câu 5 (1,0 điểm) Các số thực x, a, b, c thay đổi, thỏa mãn hệ:

$$\begin{cases} x + a + b + c = 7 & (1) \\ x^2 + a^2 + b^2 + c^2 = 13 & (2) \end{cases}$$

Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của x .

-----HẾT-----

Họ và tên thí sinh:SBD:

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

ĐỀ SỐ 15

**KỲ THI THỬ TUYỂN SINH
VÀO LỚP 10 THPT, NĂM HỌC 2016 -
2017**

Môn Toán

Thời gian làm bài: 120 phút

Đề thi có 01 trang

Câu 1 (2,0 điểm) Cho $M = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} - \frac{1}{x-\sqrt{x}} \right) : \left(\frac{1}{\sqrt{x}+1} + \frac{2}{x-1} \right)$ với

$x > 0, x \neq 1$.

- a) Rút gọn M.
- b) Tìm x sao cho $M > 0$.

Câu 2 (2,0 điểm)

Cho phương trình $x^2 - 2mx - 1 = 0$ (m là tham số)

- a) Chứng minh rằng phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt.
- b) Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình trên.

Tìm m để $x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2 = 7$

Câu 3 (2,0 điểm)

Một đoàn xe chở 480 tấn hàng. Khi sắp khởi hành có thêm 3 xe nữa nên mỗi xe chở ít hơn 8 tấn. Hỏi lúc đầu đoàn xe có bao nhiêu chiếc, biết rằng các xe chở khối lượng hàng bằng nhau.

Câu 4 (3,0 điểm) Cho đường tròn (O) đường kính $AB = 2R$. Điểm M thuộc đường tròn sao cho $MA < MB$. Tiếp tuyến tại B và M cắt nhau ở N , MN cắt AB tại K , tia MO cắt tia NB tại H .

- a) Tứ giác $OAMN$ là hình gì ?
- b) Chứng minh $KH \parallel MB$.

Câu 5 (1,0 điểm) Tìm x, y thỏa mãn $5x - 2\sqrt{x}(2 + y) + y^2 + 1 = 0$.

-----**HẾT**-----

Họ và tên thí sinh:SBD:

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

ĐỀ SỐ 16

**KỲ THI THỬ TUYỂN SINH
VÀO LỚP 10 THPT, NĂM HỌC 2016 -
2017**

Môn Toán

Thời gian làm bài: 120 phút

Đề thi có 01 trang

Câu 1 (2,0 điểm) Cho biểu thức: $K = \frac{x}{\sqrt{x}-1} - \frac{2x-\sqrt{x}}{x-\sqrt{x}}$ với $x > 0$ và $x \neq 1$

- a) Rút gọn biểu thức K
- b) Tìm giá trị của biểu thức K tại $x = 4 + 2\sqrt{3}$

Câu 2 (2,0 điểm)

a) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, đường thẳng $y = ax + b$ đi qua điểm M (-1; 2) và song song với đường thẳng $y = 3x + 1$. Tìm hệ số a và b.

b) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 3x + 2y = 6 \\ x - 3y = 2 \end{cases}$$

Câu 3 (2,0 điểm)

Một đội xe nhận vận chuyển 96 tấn hàng. Nhưng khi sắp khởi hành có thêm 3 xe nữa, nên mỗi xe chở ít hơn lúc đầu 1,6 tấn hàng. Hỏi lúc đầu đội xe có bao nhiêu chiếc.

Câu 4 (3,0 điểm)

Cho đường tròn (O) với dây BC cố định và một điểm A thay đổi trên cung lớn BC sao cho $AC > AB$ và $AC > BC$. Gọi D là điểm chính giữa của cung nhỏ BC. Các tiếp tuyến của (O) tại D và C cắt nhau tại E. Gọi P, Q lần lượt là giao điểm của các cặp đường thẳng AB với CD; AD với CE.

- a) Chứng minh rằng: $DE \parallel BC$
- b) Chứng minh tứ giác PACQ nội tiếp đường tròn.
- c) Gọi giao điểm của các dây AD và BC là F.

Chứng minh hệ thức:
$$\frac{1}{CE} = \frac{1}{CQ} + \frac{1}{CF}$$

Câu 5 (1,0 điểm) Cho các số dương a, b, c.

Chứng minh rằng:
$$1 < \frac{a}{a+b} + \frac{b}{b+c} + \frac{c}{c+a} < 2$$

-----**HẾT**-----

Họ và tên thí sinh:SBD:

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

ĐỀ SỐ 17

**KỲ THI THỬ TUYỂN SINH
VÀO LỚP 10 THPT, NĂM HỌC 2016 -
2017**

Môn Toán

Thời gian làm bài: 120 phút

Đề thi có 01 trang

Câu 1 (2,0 điểm)

Cho $x_1 = \sqrt{3 + \sqrt{5}}$ và $x_2 = \sqrt{3 - \sqrt{5}}$

Hãy tính: $A = x_1 \cdot x_2$; $B = x_1^2 + x_2^2$

Câu 2 (2,0 điểm)

Cho phương trình ẩn x : $x^2 - (2m + 1)x + m^2 + 5m = 0$

a) Giải phương trình với $m = -2$.

b) Tìm m để phương trình có hai nghiệm sao cho tích các nghiệm bằng 6.

Câu 3 (2,0 điểm)

Cho hai đường thẳng $(d): y = -x + m + 2$ và $(d'): y = (m^2 - 2)x + 1$

a) Khi $m = -2$, hãy tìm tọa độ giao điểm của chúng.

b) Tìm m để (d) song song với (d')

Câu 4 (3,0 điểm)

Cho 3 điểm A, B, C thẳng hàng (B nằm giữa A và C). Vẽ đường tròn tâm O đường kính BC; AT là tiếp tuyến vẽ từ A. Từ tiếp điểm T vẽ đường thẳng vuông góc với BC, đường thẳng này cắt BC tại H và cắt đường tròn tại K ($K \neq T$). Đặt $OB = R$.

a) Chứng minh $OH.OA = R^2$.

b) Chứng minh TB là phân giác của góc ATH.

c) Từ B vẽ đường thẳng song song với TC. Gọi D, E lần lượt là giao điểm của đường thẳng vừa vẽ với TK và TA. Chứng minh rằng ΔTED cân.

d) Chứng minh $\frac{HB}{HC} = \frac{AB}{AC}$

Câu 5 (1,0 điểm)

Cho x, y là hai số thực thoả mãn: $(x + y)^2 + 7(x + y) + y^2 + 10 = 0$

Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A = x + y + 1$

-----**HẾT**-----

Họ và tên thí sinh:.....SBD:.....

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

ĐỀ SỐ 18

**KỶ THI THỬ TUYỂN SINH
VÀO LỚP 10 THPT, NĂM HỌC 2016 -
2017**

Môn Toán

Thời gian làm bài: 120 phút

Đề thi có 01 trang

Câu 1 (2,0 điểm)

Rút gọn các biểu thức:

a) $\sqrt{45} + \sqrt{20} - \sqrt{5}$.

b) $\frac{x + \sqrt{x}}{\sqrt{x}} + \frac{x - 4}{\sqrt{x} + 2}$ với $x > 0$.

Câu 2 (2,0 điểm)

Một thửa vườn hình chữ nhật có chu vi bằng 72m. Nếu tăng chiều rộng lên gấp đôi và chiều dài lên gấp ba thì chu vi của thửa vườn mới là 194m. Hãy tìm diện tích của thửa vườn đã cho lúc ban đầu.

Câu 3 (2,0 điểm)

Cho phương trình: $x^2 - 4x + m + 1 = 0$ (1)

a) Giải phương trình (1) khi $m = 2$.

- b) Tìm giá trị của m để phương trình (1) có 2 nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn đẳng thức $x_1^2 + x_2^2 = 5(x_1 + x_2)$

Câu 4 (3,0 điểm)

Cho 2 đường tròn (O) và (O') cắt nhau tại hai điểm A, B phân biệt. Đường thẳng OA cắt (O), (O') lần lượt tại điểm thứ hai C, D. Đường thẳng O'A cắt (O), (O') lần lượt tại điểm thứ hai E, F.

- a) Chứng minh 3 đường thẳng AB, CE và DF đồng quy tại một điểm I.
b) Chứng minh tứ giác BEIF nội tiếp được trong một đường tròn.
c) Cho PQ là tiếp tuyến chung của (O) và (O') ($P \in (O), Q \in (O')$).

Chứng minh đường thẳng AB đi qua trung điểm của đoạn thẳng PQ.

Câu 5 (1,0 điểm) Giải phương trình: $\frac{1}{x} + \frac{1}{\sqrt{2-x^2}} = 2$

-----**HẾT**-----

Họ và tên thí sinh:SBD:

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

ĐỀ SỐ 19

**KỲ THI THỬ TUYỂN SINH
VÀO LỚP 10 THPT, NĂM HỌC 2016 -
2017**

Môn Toán

Thời gian làm bài: 120 phút

Đề thi có 01 trang

Câu 1 (2,0 điểm)

Cho các biểu thức $A = \frac{5+7\sqrt{5}}{\sqrt{5}} + \frac{11+\sqrt{11}}{1+\sqrt{11}}$, $B = \sqrt{5} : \frac{5}{5+\sqrt{55}}$

- a) Rút gọn biểu thức A.
b) Chứng minh: $A - B = 7$.

Câu 2 (2,5 điểm) Cho hệ phương trình
$$\begin{cases} 3x + my = 5 \\ mx - y = 1 \end{cases}$$

- a) Giải hệ khi $m = 2$
- b) Chứng minh hệ có nghiệm duy nhất với mọi m .

Câu 3 (1,5 điểm) Một tam giác vuông có cạnh huyền dài 10m. Hai cạnh góc vuông hơn kém nhau 2m. Tính các cạnh góc vuông.

Câu 4 (3,0 điểm)

Cho nửa đường tròn (O) đường kính AB. Điểm M thuộc nửa đường tròn, điểm C thuộc đoạn OA. Trên nửa mặt phẳng bờ là đường thẳng AB chứa điểm M vẽ tiếp tuyến Ax, By. Đường thẳng qua M vuông góc với MC cắt Ax, By lần lượt tại P và Q; AM cắt CP tại E, BM cắt CQ tại F.

- a) Chứng minh tứ giác APMC nội tiếp đường tròn.
- b) Chứng minh góc $PCQ = 90^\circ$.
- c) Chứng minh $AB \parallel EF$.

Câu 5 (2,0 điểm) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P = \frac{x^4 + 2x^2 + 2}{x^2 + 1}$.

-----HẾT-----

Họ và tên thí sinh:.....SBD:.....

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

ĐỀ SỐ 20

**KỲ THI THỬ TUYỂN SINH
VÀO LỚP 10 THPT, NĂM HỌC 2016 -
2017**

Môn Toán

Thời gian làm bài: 120 phút

Đề thi có 01 trang

Câu 1 (2,0 điểm) Rút gọn các biểu thức :

a) $A = \frac{2}{\sqrt{5}-2} - \frac{2}{\sqrt{5}+2}$

b) $B = \left(\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}} \right) : \left(\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}} + \frac{1-\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}} \right)$ với $x > 0, x \neq 1$.

Câu 2 (2,0 điểm) Cho phương trình $x^2 - (m+5)x - m + 6 = 0$ (1)

a) Giải phương trình với $m = 1$

b) Tìm các giá trị của m để phương trình (1) có một nghiệm $x = -2$

c) Tìm các giá trị của m để phương trình (1) có nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 x_2 + x_1 x_2^2 = 24$

Câu 3 (2,0 điểm)

Một phòng họp có 360 chỗ ngồi và được chia thành các dãy có số chỗ ngồi bằng nhau. nếu thêm cho mỗi dãy 4 chỗ ngồi và bớt đi 3 dãy thì số chỗ ngồi trong phòng không thay đổi. Hỏi ban đầu số chỗ ngồi trong phòng họp được chia thành bao nhiêu dãy.

Câu 4 (3,0 điểm)

Cho đường tròn (O,R) và một điểm S ở ngoài đường tròn. Vẽ hai tiếp tuyến SA, SB (A, B là các tiếp điểm). Vẽ đường thẳng a đi qua S và cắt đường tròn (O) tại M và N , với M nằm giữa S và N (đường thẳng a không đi qua tâm O).

a) Chứng minh: $SO \perp AB$

b) Gọi H là giao điểm của SO và AB ; gọi I là trung điểm của MN . Hai đường thẳng OI và AB cắt nhau tại E . Chứng minh rằng $IHSE$ là tứ giác nội tiếp đường tròn.

c) Chứng minh $OI.OE = R^2$.

Câu 5 (1,0 điểm) Tìm m để phương trình ẩn x sau đây có ba nghiệm phân biệt:

$$x^3 - 2mx^2 + (m^2 + 1)x - m = 0 \quad (1).$$

-----HẾT-----

Họ và tên thí sinh:SBD:

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

ĐỀ SỐ 21

**KỲ THI THỬ TUYỂN SINH
VÀO LỚP 10 THPT, NĂM HỌC 2016 -
2017**

Môn Toán

Thời gian làm bài: 120 phút

Đề thi có 01 trang

Câu 1 (2,0 điểm)

a) Trục căn thức ở mẫu số $\frac{2}{\sqrt{5}-1}$.

b) Giải hệ phương trình : $\begin{cases} x-y=4 \\ 2x+3=0 \end{cases}$.

Câu 2 (2,0 điểm)

Cho hai hàm số: $y = x^2$ và $y = x + 2$

a) Vẽ đồ thị của hai hàm số này trên cùng một hệ trục Oxy.

b) Tìm tọa độ các giao điểm M, N của hai đồ thị trên bằng phép tính.

Câu 3 (2,0 điểm)

Cho phương trình $2x^2 + (2m-1)x + m-1 = 0$ với m là tham số.

a) Giải phương trình khi $m = 2$.

b) Tìm m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn

$$4x_1^2 + 2x_1x_2 + 4x_2^2 = 1.$$

Câu 4 (3,0 điểm)

Cho đường tròn (O) có đường kính AB và điểm C thuộc đường tròn đó (C khác A, B). Lấy điểm D thuộc dây BC (D khác B, C). Tia AD cắt cung nhỏ BC tại điểm E, tia AC cắt tia BE tại điểm F.

a) Chứng minh rằng FCDE là tứ giác nội tiếp đường tròn.

b) Chứng minh rằng $DA.DE = DB.DC$.

c) Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác FCDE, chứng minh rằng IC là tiếp tuyến của đường tròn (O) .

Câu 5 (1,0 điểm) Tìm nghiệm dương của phương trình: $7x^2 + 7x = \sqrt{\frac{4x+9}{28}}$.

-----**HẾT**-----

Họ và tên thí sinh:SBD:

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

ĐỀ SỐ 22

**KỲ THI THỬ TUYỂN SINH
VÀO LỚP 10 THPT, NĂM HỌC 2016 -
2017**

Môn Toán

Thời gian làm bài: 120 phút

Đề thi có 01 trang

Câu 1 (2,0 điểm)

a) Giải phương trình: $x^2 - 2x - 15 = 0$

b) Trong hệ trục tọa độ Oxy, biết đường thẳng $y = ax - 1$ đi qua điểm M (- 1; 1). Tìm hệ số a.

Câu 2 (2,0 điểm)

Cho biểu thức: $P = \left(\frac{\sqrt{a}}{2} - \frac{1}{2\sqrt{a}} \right) \left(\frac{a - \sqrt{a}}{\sqrt{a} + 1} - \frac{a + \sqrt{a}}{\sqrt{a} - 1} \right)$ với $a > 0, a \neq 1$

a) Rút gọn biểu thức P

b) Tìm a để $P \geq - 2$

Câu 3 (2,0 điểm)

Tháng giêng hai tổ sản xuất được 900 chi tiết máy; tháng hai do cải tiến kỹ thuật tổ I vượt mức 15% và tổ II vượt mức 10% so với tháng giêng, vì vậy hai tổ đã sản xuất được 1010 chi tiết máy. Hỏi tháng giêng mỗi tổ sản xuất được bao nhiêu chi tiết máy?

Câu 4 (3,0 điểm)

Cho điểm C thuộc đoạn thẳng AB. Trên cùng một nửa mp bờ AB vẽ hai tia Ax, By vuông góc với AB. Trên tia Ax lấy một điểm I, tia vuông góc với CI tại C cắt tia By tại K. Đường tròn đường kính IC cắt IK tại P.

- a) Chứng minh tứ giác CPKB nội tiếp đường tròn.
- b) Chứng minh rằng $AI.BK = AC.BC$.
- c) Tính $\angle APB$.

Câu 5 (1,0 điểm) Tìm nghiệm nguyên của phương trình $x^2 + px + q = 0$ biết $p + q = 198$.

-----**HẾT**-----

Họ và tên thí sinh:SBD:

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

ĐỀ SỐ 23

**KỲ THI THỬ TUYỂN SINH
VÀO LỚP 10 THPT, NĂM HỌC 2016 -
2017**

Môn Toán

Thời gian làm bài: 120 phút

Đề thi có 01 trang

Câu 1 (2,0 điểm)

- a) Tính giá trị của $A = (\sqrt{20} - 3\sqrt{5} + \sqrt{80})\sqrt{5}$.
- b) Giải phương trình $4x^4 + 7x^2 - 2 = 0$.

Câu 2 (2,0 điểm)

- a) Tìm m để đường thẳng $y = -3x + 6$ và đường thẳng $y = \frac{5}{2}x - 2m + 1$ cắt nhau tại một điểm nằm trên trục hoành.

b) Một mảnh đất hình chữ nhật có độ dài đường chéo là 13m và chiều dài lớn hơn chiều rộng 7m. Tính diện tích của hình chữ nhật đó.

Câu 3 (2,0 điểm)

Cho phương trình $x^2 - 2x + m - 3 = 0$ với m là tham số.

a) Giải phương trình khi $m = 3$.

b) Tìm giá trị của m để phương trình trên có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn điều kiện: $x_1^2 - 2x_2 + x_1x_2 = -12$.

Câu 4 (3,0 điểm)

Cho hai đường tròn (O, R) và (O', R') với $R > R'$ cắt nhau tại A và B. Kẻ tiếp tuyến chung DE của hai đường tròn với $D \in (O)$ và $E \in (O')$ sao cho B gần tiếp tuyến đó hơn so với A.

a) Chứng minh rằng $DAB = BDE$.

b) Tia AB cắt DE tại M. Chứng minh M là trung điểm của DE.

c) Đường thẳng EB cắt DA tại P, đường thẳng DB cắt AE tại Q. Chứng minh rằng PQ song song với AB.

Câu 5 (1,0 điểm) Tìm các giá trị x để $\frac{4x+3}{x^2+1}$ là số nguyên âm.

-----HẾT-----

Họ và tên thí sinh:.....SBD:.....

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

ĐỀ SỐ 24

**KỶ THI THỬ TUYỂN SINH
VÀO LỚP 10 THPT, NĂM HỌC 2016 -
2017**

Môn Toán

Thời gian làm bài: 120 phút

Đề thi có 01 trang

Câu 1 (2,0 điểm) Rút gọn biểu thức:

LUYỆN THI VÀO LỚP 10

Trang 88

a) $A = (1 - \sqrt{5}) \cdot \frac{\sqrt{5} + 5}{2\sqrt{5}}.$

b) $B = \left(1 + \frac{x + \sqrt{x}}{1 + \sqrt{x}}\right) \left(1 + \frac{x - \sqrt{x}}{1 - \sqrt{x}}\right)$ với $0 \leq x \neq 1.$

Câu 2 (2,0 điểm) Cho phương trình $x^2 + (3 - m)x + 2(m - 5) = 0$ với m là tham số.

a) Chứng minh rằng với mọi giá trị của m phương trình luôn có nghiệm $x = 2$.

b) Tìm giá trị của m để phương trình trên có nghiệm $x = 5 - 2\sqrt{2}$.

Câu 3 (2,0 điểm)

Một xe ô tô cần chạy quãng đường 80km trong thời gian đã dự định. Vì trời mưa nên một phần tư quãng đường đầu xe phải chạy chậm hơn vận tốc dự định là 15km/h nên quãng đường còn lại xe phải chạy nhanh hơn vận tốc dự định là 10km/h. Tính thời gian dự định của xe ô tô đó.

Câu 4 (3,0 điểm) Cho nửa đường tròn tâm O đường kính AB. Lấy điểm C thuộc nửa đường tròn và điểm D nằm trên đoạn OA. Vẽ các tiếp tuyến Ax, By của nửa đường tròn. Đường thẳng qua C, vuông góc với CD cắt tiếp tuyến Ax, By lần lượt tại M và N.

a) Chứng minh các tứ giác ADCM và BDCN nội tiếp được đường tròn.

b) Chứng minh rằng $\angle MDN = 90^\circ$.

c) Gọi P là giao điểm của AC và DM, Q là giao điểm của BC và DN. Chứng minh rằng PQ song song với AB.

Câu 5 (1,0 điểm) Cho các số dương a, b, c.

Chứng minh bất đẳng thức: $\frac{a+b}{c} + \frac{b+c}{a} + \frac{c+a}{b} \geq 4 \left(\frac{a}{b+c} + \frac{b}{c+a} + \frac{c}{a+b} \right).$

-----**HẾT**-----

Họ và tên thí sinh:SBD:

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

ĐỀ SỐ 25

**KỲ THI THỬ TUYỂN SINH
VÀO LỚP 10 THPT, NĂM HỌC 2016 -
2017**

Môn Toán

Thời gian làm bài: 120 phút

Đề thi có 01 trang

Câu 1 (2,0 điểm) Cho biểu thức $A = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} - \frac{1}{x-\sqrt{x}} \right) : \left(\frac{1}{\sqrt{x}+1} + \frac{2}{x-1} \right)$ với $a > 0$,

$a \neq 1$

a) Rút gọn biểu thức A.

b) Tính giá trị của A khi $x = 2\sqrt{2} + 3$.

Câu 2 (2,0 điểm) Cho phương trình $x^2 + ax + b + 1 = 0$ với a, b là tham số.

a) Giải phương trình khi $a = 3$ và $b = -5$.

b) Tìm giá trị của a, b để phương trình trên có hai nghiệm phân biệt

x_1, x_2 thoả mãn điều kiện:
$$\begin{cases} x_1 - x_2 = 3 \\ x_1^3 - x_2^3 = 9 \end{cases}$$

Câu 3 (2,0 điểm)

Một chiếc thuyền chạy xuôi dòng từ bến sông A đến bến sông B cách nhau 24km. Cùng lúc đó, từ A một chiếc bè trôi về B với vận tốc dòng nước là 4 km/h. Khi về đến B thì chiếc thuyền quay lại ngay và gặp chiếc bè tại địa điểm C cách A là 8km. Tính vận tốc thực của chiếc thuyền.

Câu 4 (3,0 điểm)

Cho đường tròn (O, R) và đường thẳng d không qua O cắt đường tròn tại hai điểm A, B. Lấy một điểm M trên tia đối của tia BA kẻ hai tiếp tuyến MC, MD với đường tròn (C, D là các tiếp điểm). Gọi H là trung điểm của AB.

a) Chứng minh rằng các điểm M, D, O, H cùng nằm trên một đường tròn.

b) Đoạn OM cắt đường tròn tại I. Chứng minh rằng I là tâm đường tròn nội tiếp tam giác MCD.

c) Đường thẳng qua O, vuông góc với OM cắt các tia MC, MD thứ tự tại P và Q. Tìm vị trí của điểm M trên d sao cho diện tích tam giác MPQ bé nhất.

Câu 5 (1,0 điểm) Cho các số thực dương a, b, c thỏa mãn $a+b+c = \frac{1}{abc}$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = (a+b)(a+c)$.

-----**HẾT**-----

Họ và tên thí sinh:SBD:

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

ĐỀ SỐ 26

**KỲ THI THỬ TUYỂN SINH
VÀO LỚP 10 THPT, NĂM HỌC 2016 -
2017**

Môn Toán

Thời gian làm bài: 120 phút

Đề thi có 01 trang

Câu 1 (2,0 điểm)

a) Rút gọn biểu thức: $\frac{1}{2-\sqrt{5}} - \frac{1}{2+\sqrt{5}}$.

b) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 3x + y = 9 \\ x - 2y = -4 \end{cases}$.

Câu 2 (2,0 điểm)

Cho biểu thức $P = \left(\frac{1}{x + \sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x} + 1} \right) : \frac{\sqrt{x}}{x + 2\sqrt{x} + 1}$ với $x > 0$.

a) Rút gọn biểu thức P.

b) Tìm các giá trị của x để $P > \frac{1}{2}$.

Câu 3 (2,0 điểm)

Cho phương trình ẩn x: $x^2 - x + m = 0$ (1)

- a) Giải phương trình đã cho với $m = 1$.
- b) Tìm các giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn: $(x_1x_2 - 1)^2 = 9(x_1 + x_2)$.

Câu 4 (3,0 điểm)

Cho tứ giác ABCD có hai đỉnh B và C ở trên nửa đường tròn đường kính AD, tâm O. Hai đường chéo AC và BD cắt nhau tại E. Gọi H là hình chiếu vuông góc của E xuống AD và I là trung điểm của DE. Chứng minh rằng:

- a) Các tứ giác ABEH, DCEH nội tiếp được đường tròn.
- b) E là tâm đường tròn nội tiếp tam giác BCH.
- c) Năm điểm B, C, I, O, H cùng thuộc một đường tròn.

Câu 5 (1,0 điểm) Giải phương trình: $(\sqrt{x+8} - \sqrt{x+3})(\sqrt{x^2+11x+24}+1) = 5$.

-----**HẾT**-----

Họ và tên thí sinh:SBD:

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

ĐỀ SỐ 27

**KỲ THI THỬ TUYỂN SINH
VÀO LỚP 10 THPT, NĂM HỌC 2016 -
2017**

Môn Toán

Thời gian làm bài: 120 phút

Đề thi có 01 trang

Câu 1 (2,0 điểm) Rút gọn các biểu thức sau:

a) $A = \frac{1}{2}\sqrt{20} - \sqrt{80} + \frac{2}{3}\sqrt{45}$

b) $B = \left(2 + \frac{5-\sqrt{5}}{\sqrt{5}-1}\right) \cdot \left(2 - \frac{5+\sqrt{5}}{\sqrt{5}+1}\right)$

Câu 2 (2,0 điểm)

a) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 2x - y = 1 - 2y \\ 3x + y = 3 - x \end{cases}$$

b) Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình: $x^2 - x - 3 = 0$.

Tính giá trị biểu thức $P = \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$.

Câu 3 (2,0 điểm) Một xe lửa đi từ Huế ra Hà Nội. Sau đó 1 giờ 40 phút, một xe lửa khác đi từ Hà Nội vào Huế với vận tốc lớn hơn vận tốc của xe lửa thứ nhất là 5 km/h. Hai xe gặp nhau tại một ga cách Hà Nội 300 km. Tìm vận tốc của mỗi xe, giả thiết rằng quãng đường sắt Huế-Hà Nội dài 645km.

Câu 4 (3,0 điểm)

Cho nửa đường tròn tâm O đường kính AB. C là một điểm nằm giữa O và A. Đường thẳng vuông góc với AB tại C cắt nửa đường tròn trên tại I. K là một điểm bất kỳ nằm trên đoạn thẳng CI (K khác C và I), tia AK cắt nửa đường tròn (O) tại M, tia BM cắt tia CI tại D. Chứng minh:

a) ACMD là tứ giác nội tiếp đường tròn.

b) $\triangle ABD \sim \triangle MBC$

c) Tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác AKD nằm trên một đường thẳng cố định khi K di động trên đoạn thẳng CI.

Câu 5 (1,0 điểm) Cho hai số dương x, y thỏa mãn điều kiện $x + y = 1$.

Hãy tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $A = \frac{1}{x^2 + y^2} + \frac{1}{xy}$

-----HẾT-----

Họ và tên thí sinh:SBD:

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

ĐỀ SỐ 28

**KỲ THI THỬ TUYỂN SINH
VÀO LỚP 10 THPT, NĂM HỌC 2016 -
2017**

Môn Toán

Thời gian làm bài: 120 phút

Đề thi có 01 trang

Câu 1 (2,0 điểm)

a) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 2x + y = 7 \\ x - 3y = -7 \end{cases}$$

b) Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình: $3x^2 - x - 2 = 0$.

Tính giá trị biểu thức $P = x_1^2 + x_2^2$.

Câu 2 (2,0 điểm) Cho biểu thức $A = \left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}+1} - \frac{\sqrt{a}}{a+\sqrt{a}} \right) : \frac{\sqrt{a}-1}{a-1}$ với $a > 0, a \neq 1$.

a) Rút gọn biểu thức A.

b) Tìm các giá trị của a để $A < 0$.

Câu 3 (2,0 điểm) Cho phương trình ẩn x: $x^2 - 2mx - 1 = 0$ (1)

a) Chứng minh rằng phương trình đã cho luôn có hai nghiệm phân biệt x_1 và x_2 .

b) Tìm các giá trị của m để: $x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2 = 7$.

Câu 4 (3,0 điểm)

Cho nửa đường tròn tâm O đường kính $AB = 2R$ và tia tiếp tuyến Ax cùng phía với nửa đường tròn đối với AB. Từ điểm M trên Ax kẻ tiếp tuyến thứ hai MC với nửa đường tròn (C là tiếp điểm). AC cắt OM tại E; MB cắt nửa đường tròn (O) tại D (D khác B).

a) Chứng minh: AMDE là tứ giác nội tiếp đường tròn.

b) $MA^2 = MD \cdot MB$

c) Vẽ CH vuông góc với AB ($H \in AB$). Chứng minh rằng MB đi qua trung điểm của CH.

Câu 5 (1,0 điểm) Giải phương trình: $\frac{4}{x} + \sqrt{x - \frac{1}{x}} = x + \sqrt{2x - \frac{5}{x}}$

-----**HẾT**-----

Họ và tên thí sinh:SBD:

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

ĐỀ SỐ 29

KỲ THI THỬ TUYỂN SINH
VÀO LỚP 10 THPT, NĂM HỌC 2016 -
2017

Môn Toán

Thời gian làm bài: 120 phút

Đề thi có 01 trang

Câu 1 (2,0 điểm)

a) Cho đường thẳng d có phương trình: $y = mx + 2m - 4$. Tìm m để đồ thị hàm số đi qua gốc tọa độ.

b) Với những giá trị nào của m thì đồ thị hàm số $y = (m^2 - m)x^2$ đi qua điểm $A(-1; 2)$.

Câu 2 (2,0 điểm)

Cho biểu thức $P = \left(\frac{1}{\sqrt{a}-3} + \frac{1}{\sqrt{a}+3} \right) \left(1 - \frac{3}{\sqrt{a}} \right)$ với $a > 0$ và $a \neq 9$.

a) Rút gọn biểu thức P

b) Tìm các giá trị của a để $P > \frac{1}{2}$.

Câu 3 (2,0 điểm)

Hai người cùng làm chung một công việc thì hoàn thành trong 4 giờ. Nếu mỗi người làm riêng, để hoàn thành công việc thì thời gian người thứ nhất ít hơn thời gian người thứ hai là 6 giờ. Hỏi nếu làm riêng thì mỗi người phải làm trong bao lâu để hoàn thành công việc.

Câu 4 (3,0 điểm)

Cho nửa đường tròn đường kính $BC = 2R$. Từ điểm A trên nửa đường tròn vẽ $AH \perp BC$. Nửa đường tròn đường kính BH , CH lần lượt có tâm O_1 ; O_2 cắt AB , AC thứ tự tại D và E .

a) Chứng minh tứ giác $ADHE$ là hình chữ nhật, từ đó tính DE biết $R = 25$ và $BH = 10$

b) Chứng minh tứ giác $BDEC$ nội tiếp đường tròn.

c) Xác định vị trí điểm A để diện tích tứ giác DEO₁O₂ đạt giá trị lớn nhất. Tính giá trị đó.

Câu 5 (1,0 điểm) Giải phương trình: $x^3 + x^2 - x = -\frac{1}{3}$.

-----**HẾT**-----

Họ và tên thí sinh:SBD:

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

ĐỀ SỐ 30

**KỲ THI THỬ TUYỂN SINH
VÀO LỚP 10 THPT, NĂM HỌC 2016 -
2017**

Môn Toán

Thời gian làm bài: 120 phút

Đề thi có 01 trang

Câu 1 (2,0 điểm)

a) Giải phương trình: $\sqrt{3x} + \sqrt{75} = 0$.

b) Giải hệ phương trình $\begin{cases} 3x - 2y = 1 \\ 2x + y = -4 \end{cases}$.

Câu 2 (2,0 điểm)

Cho phương trình $2x^2 - (m+3)x + m = 0$ (1) với m là tham số.

a) Giải phương trình khi $m = 2$.

b) Chứng tỏ phương trình (1) có nghiệm với mọi giá trị của m . Gọi x_1, x_2 là các nghiệm của phương trình (1). Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức sau: $A = |x_1 - x_2|$.

Câu 3 (2,0 điểm)

a) Rút gọn biểu thức $P = \frac{9\sqrt{a} - \sqrt{25a} + \sqrt{4a^3}}{a^2 + 2a}$ với $a > 0$.

b) Khoảng cách giữa hai bến sông A và B là 48 km. Một canô xuôi dòng từ bến A đến bến B, rồi quay lại bến A. Thời gian cả đi và về là 5 giờ

(không tính thời gian nghỉ). Tính vận tốc của canô trong nước yên lặng, biết rằng vận tốc của dòng nước là 4 km/h.

Câu 4 (3,0 điểm)

Cho tam giác vuông ABC nội tiếp trong đường tròn tâm O đường kính AB. Trên tia đối của tia CA lấy điểm D sao cho $CD = AC$.

a) Chứng minh tam giác ABD cân.

b) Đường thẳng vuông góc với AC tại A cắt đường tròn (O) tại E ($E \neq A$). Trên tia đối của tia EA lấy điểm F sao cho $EF = AE$. Chứng minh rằng ba điểm D, B, F cùng nằm trên một đường thẳng.

c) Chứng minh rằng đường tròn đi qua ba điểm A, D, F tiếp xúc với đường tròn (O).

Câu 5 (1,0 điểm) Cho các số dương a, b, c .

Chứng minh bất đẳng thức: $\sqrt{\frac{a}{b+c}} + \sqrt{\frac{b}{c+a}} + \sqrt{\frac{c}{a+b}} > 2$.

-----**HẾT**-----

Họ và tên thí sinh:SBD:

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

ĐỀ SỐ 31

**KỲ THI THỬ TUYỂN SINH
VÀO LỚP 10 THPT, NĂM HỌC 2016 -
2017**

Môn Toán

Thời gian làm bài: 120 phút

Đề thi có 01 trang

Câu 1 (2,0 điểm) Tính:

a) $A = \sqrt{20} - 3\sqrt{18} - \sqrt{45} + \sqrt{72}$.

b) $B = \sqrt{4 + \sqrt{7}} + \sqrt{4 - \sqrt{7}}$.

c) $C = \sqrt{x + 2\sqrt{x-1}} + \sqrt{x - 2\sqrt{x-1}}$ với $x \geq 1$

Câu 2 (2,0 điểm) Cho hàm số $y = (2m - 1)x - m + 2$

a) Tìm m để hàm số nghịch biến trên R.

b) Tìm m để đồ thị hàm số đi qua A (1; 2)

Câu 3 (2,0 điểm)

Hai người thợ cùng làm công việc trong 16 giờ thì xong. Nếu người thứ nhất làm 3 giờ, người thứ hai làm 6 giờ thì họ làm được $\frac{1}{4}$ công việc.

Hỏi mỗi người làm một mình thì trong bao lâu làm xong công việc?

Câu 4 (3,0 điểm)

Cho ba điểm A, B, C cố định thẳng hàng theo thứ tự đó. Vẽ đường tròn (O; R) bất kỳ đi qua B và C ($BC \neq 2R$). Từ A kẻ các tiếp tuyến AM, AN đến (O) (M, N là tiếp điểm). Gọi I, K lần lượt là trung điểm của BC và MN; MN cắt BC tại D. Chứng minh:

a) $AM^2 = AB.AC$

b) AMON; AMOI là các tứ giác nội tiếp đường tròn.

c) Khi đường tròn (O) thay đổi, tâm đường tròn ngoại tiếp ΔOID luôn thuộc một đường thẳng cố định.

Câu 5 (1,0 điểm) Tìm các số nguyên x, y thỏa mãn phương trình: $(2x + 1).y = x + 1$.

-----**HẾT**-----

Họ và tên thí sinh:SBD:

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

ĐỀ SỐ 32

**KỶ THI THỬ TUYỂN SINH
VÀO LỚP 10 THPT, NĂM HỌC 2016 -
2017**

Môn Toán

Thời gian làm bài: 120 phút

Đề thi có 01 trang

Câu 1 (2,0 điểm)

a) Rút gọn biểu thức: $P = (\sqrt{7} + \sqrt{3} - 2)(\sqrt{7} - \sqrt{3} + 2)$.

b) Trong mp toạ độ Oxy, tìm m để đường thẳng (d): $y = (m^2 - 1)x + 1$ song song với đường thẳng (d'): $y = 3x + m - 1$.

Câu 2 (2,0 điểm) Cho phương trình $x^2 + (2m + 1)x + m^2 + 1 = 0$ (1)

a) Giải phương trình (1) khi $m = 1$

b) Tìm m để phương trình (1) có 2 nghiệm âm.

Câu 3 (2,0 điểm)

Cho a, b là các số dương thoả mãn $ab = 1$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $A = (a + b + 1)(a^2 + b^2) + \frac{4}{a + b}$.

Câu 4 (3,0 điểm)

Qua điểm A cho trước nằm ngoài đường tròn (O) vẽ 2 tiếp tuyến AB, AC (B, C là các tiếp điểm), lấy điểm M trên cung nhỏ BC, vẽ $MH \perp BC$; $MI \perp AC$; $MK \perp AB$.

a) Chứng minh các tứ giác: BHKM, CHMI nội tiếp đường tròn.

b) Chứng minh $MH^2 = MI \cdot MK$

c) Qua M vẽ tiếp tuyến với đường tròn (O) cắt AB, AC tại P, Q. Chứng minh chu vi ΔAPQ không phụ thuộc vào vị trí điểm M.

Câu 5 (1,0 điểm)

Chứng minh nếu $|a| > 2$ thì hệ phương trình:
$$\begin{cases} x^5 - 2y = a & (1) \\ x^2 + y^2 = 1 & (2) \end{cases}$$
 vô nghiệm.

-----HẾT-----

Họ và tên thí sinh:SBD:

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

ĐỀ SỐ 33

**KỲ THI THỬ TUYỂN SINH
VÀO LỚP 10 THPT, NĂM HỌC 2016 -
2017**

Môn Toán

Thời gian làm bài: 120 phút

Đề thi có 01 trang

Câu 1 (2,0 điểm)

a) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} -x + 3y = -10 \\ 2x + y = -1 \end{cases}.$$

b) Với giá trị nào của m thì hàm số $y = (m + 2)x - 3$ đồng biến trên tập xác định.

Câu 2 (2,0 điểm)

Cho biểu thức $A = \left(1 - \frac{2\sqrt{a}}{a+1}\right) : \left(\frac{1}{\sqrt{a}+1} - \frac{2\sqrt{a}}{a\sqrt{a} + \sqrt{a} + a+1}\right)$ với $a \geq 0, a \neq$

1

a) Rút gọn biểu thức A.

b) Tính giá trị của A khi $a = 2011 - 2\sqrt{2010}$.

Câu 3 (2,0 điểm) Cho phương trình: $k(x^2 - 4x + 3) + 2(x - 1) = 0$.

a) Giải phương trình với $k = -\frac{1}{2}$.

b) Chứng minh rằng phương trình luôn có nghiệm với mọi giá trị của k .

Câu 4 (3,0 điểm)

Cho hai đường tròn $(O; R)$ và $(O'; R')$ tiếp xúc ngoài tại A. Vẽ tiếp tuyến chung ngoài BC (B, C thứ tự là các tiếp điểm thuộc $(O; R)$ và $(O'; R')$).

a) Chứng minh $\angle BAC = 90^\circ$.

b) Tính BC theo R, R'.

c) Gọi D là giao điểm của đường thẳng AC và đường tròn (O) ($D \neq A$), vẽ tiếp tuyến DE với đường tròn (O') ($E \in (O')$). Chứng minh $BD = DE$.

Câu 5 (1,0 điểm)

Cho hai phương trình: $x^2 + a_1x + b_1 = 0$ (1) , $x^2 + a_2x + b_2 = 0$ (2)

Cho biết $a_1, a_2 \geq 2$ ($b_1 + b_2$) . Chứng minh ít nhất một trong hai phương trình đã cho có nghiệm.

-----HẾT-----

Họ và tên thí sinh:SBD:

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

ĐỀ SỐ 34

**KỲ THI THỬ TUYỂN SINH
VÀO LỚP 10 THPT, NĂM HỌC 2016 -
2017**

Môn Toán

Thời gian làm bài: **120 phút**

Đề thi có 01 trang

Câu 1 (2,0 điểm)

Rút gọn biểu thức: $P = \sqrt{(\sqrt{a-1}+1)^2} + \sqrt{(\sqrt{a-1}-1)^2}$ với $a \geq 1$

Câu 2 (2,0 điểm) Cho biểu thức: $Q = \left(\frac{\sqrt{x}}{2} - \frac{1}{2\sqrt{x}} \right)^2 \left(\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1} - \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1} \right)$.

a) Tìm tất cả các giá trị của x để Q có nghĩa. Rút gọn Q.

b) Tìm tất cả các giá trị của x để $Q = -3\sqrt{x} - 3$.

Câu 3 (2,0 điểm) Cho phương trình $x^2 + 2(m-1)|x| + m+1 = 0$ với m là tham số.

Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình có đúng 2 nghiệm phân biệt.

Câu 5 (2,0 điểm)

Cho đường tròn (O), đường kính AB, d_1, d_2 là các đường thẳng lần lượt qua A, B và cùng vuông góc với đường thẳng AB. M, N là các điểm lần lượt thuộc d_1, d_2 sao cho $\angle MON = 90^\circ$.

a) Chứng minh đường thẳng MN là tiếp tuyến của đường tròn (O).

b) Chứng minh $AM \cdot AN = \frac{AB^2}{4}$.

c) Xác định vị trí của M, N để diện tích tam giác MON đạt giá trị nhỏ nhất.

Câu 5 (1,0 điểm) Giải phương trình: $\sqrt{3x^2 - 6x + 19} + \sqrt{x^2 - 2x + 26} = 8 - x^2 + 2x$.

-----**HẾT**-----

Họ và tên thí sinh:SBD:

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

ĐỀ SỐ 35

**KỲ THI THỬ TUYỂN SINH
VÀO LỚP 10 THPT, NĂM HỌC 2016 -
2017**

Môn Toán

Thời gian làm bài: 120 phút

Đề thi có 01 trang

Câu 1 (2,0 điểm) Rút gọn $A = \frac{\sqrt{x^2 + 6x + 9}}{x + 3}$ với $x \neq -3$.

Câu 2 (2,0 điểm)

a) Giải phương trình $\sqrt{x^2 - 2x + 4} = 2$.

b) Viết phương trình đường thẳng (d) đi qua 2 điểm A(1; 2) và B(2; 0).

Câu 3 (2,0 điểm)

Cho phương trình: $(x^2 - x - m)(x - 1) = 0$ (1)

a) Giải phương trình khi $m = 2$.

b) Tìm m để phương trình có đúng 2 nghiệm phân biệt.

Câu 4 (3,0 điểm)

Từ điểm M ở ngoài đường tròn (O; R) vẽ hai tiếp tuyến MA, MB (tiếp điểm A; B) và cát tuyến cắt đường tròn tại 2 điểm C và D không đi qua O. Gọi I là trung điểm của CD.

a) Chứng minh 5 điểm M, A, I, O, B cùng thuộc một đường tròn.

b) Chứng minh IM là phân giác của $\angle AIB$.

Câu 5 (1,0 điểm) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x^4 + y^4 = 1 \\ x^3 + y^3 = x^2 + y^2 \end{cases}$$

-----**HẾT**-----

Họ và tên thí sinh:SBD:

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

ĐỀ SỐ 36

**KỲ THI THỬ TUYỂN SINH
VÀO LỚP 10 THPT, NĂM HỌC 2016 -
2017**

Môn Toán

Thời gian làm bài: 120 phút

Câu 1 (2,0 điểm)

a) Tính $\sqrt{(1+\sqrt{5})^2} + \sqrt{(1-\sqrt{5})^2}$.

b) Giải phương trình: $x^2 + 2x - 24 = 0$.

Câu 2 (2,0 điểm)

Cho biểu thức: $P = \frac{2\sqrt{a}}{\sqrt{a}+3} + \frac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}-3} + \frac{3+7\sqrt{a}}{9-a}$ với $a \geq 0, a \neq 9$.

a) Rút gọn.

b) Tìm a để $P < 1$.

Câu 3 (2,0 điểm)

Cho phương trình: $x^4 - 5x^2 + m = 0$ (1)

a) Giải phương trình khi $m = 4$.

b) Tìm m để phương trình (1) có đúng 2 nghiệm phân biệt.

Câu 4 (3,0 điểm)

Cho đường tròn (O), từ điểm A ngoài đường tròn vẽ đường thẳng AO cắt đường tròn (O) tại B, C ($AB < AC$). Qua A vẽ đường thẳng không đi qua (O) cắt đường tròn (O) tại D; E ($AD < AE$). Đường thẳng vuông góc với AB tại A cắt đường thẳng CE tại F.

a) Chứng minh tứ giác ABEF nội tiếp đường tròn.

b) Gọi M là giao điểm thứ hai của FB với đường tròn (O), chứng minh $DM \perp AC$.

c) Chứng minh: $CE \cdot CF + AD \cdot AE = AC^2$.

Câu 5 (1,0 điểm) Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số: $y = \frac{2}{1-x} + \frac{1}{x}$, với $0 < x < 1$

-----HẾT-----

Họ và tên thí sinh:SBD:

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

ĐỀ SỐ 37

**KỲ THI THỬ TUYỂN SINH
VÀO LỚP 10 THPT, NĂM HỌC 2016 -
2017**

Môn Toán

Thời gian làm bài: 120 phút

Đề thi có 01 trang

Câu 1 (2,0 điểm) Cho biểu thức: $M = \frac{x^2 - \sqrt{x}}{x + \sqrt{x} + 1} - \frac{x^2 + \sqrt{x}}{x - \sqrt{x} + 1} + x + 1$

Rút gọn biểu thức M với $x \geq 0$.

Câu 2 (2,0 điểm)

a) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 3x - 5y = -18 \\ x + 2y = 5 \end{cases}$$

b) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, với giá trị nào của a, b thì đường thẳng (d): $y = ax + 2 - b$ và đường thẳng (d'): $y = (3 - a)x + b$ song song với nhau.

Câu 3 (2,0 điểm)

Cho phương trình: $x^2 - 2x + m = 0$ (1)

a) Giải phương trình khi $m = -3$.

b) Tìm m để phương trình (1) có 2 nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn: $\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2} = 1$.

Câu 4 (3,0 điểm)

Cho ΔABC có 3 góc nhọn, trực tâm là H và nội tiếp đường tròn (O). Vẽ đường kính AK.

a) Chứng minh tứ giác BHCK là hình hình hành.

b) Vẽ $OM \perp BC$ ($M \in BC$). Chứng minh H, M, K thẳng hàng và $AH = 2.OM$.

c) Gọi A', B', C' là chân các đường cao thuộc các cạnh BC, CA, AB của ΔABC . Khi BC cố định hãy xác định vị trí điểm A để tổng $S = A'B' + B'C' + C'A'$ đạt giá trị lớn nhất.

Câu 5 (1,0 điểm) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $y = \frac{x^2 + x + 1}{x^2 + 2x + 2}$.

-----**HẾT**-----

Họ và tên thí sinh:SBD:

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

ĐỀ SỐ 38

**KỲ THI THỬ TUYỂN SINH
VÀO LỚP 10 THPT, NĂM HỌC 2016 -
2017**

Môn Toán

Thời gian làm bài: 120 phút

Đề thi có 01 trang

Câu 1 (2,0 điểm)

Cho biểu thức: $P = \frac{x^2 + \sqrt{x}}{x - \sqrt{x} + 1} + 1 - \frac{2x + \sqrt{x}}{\sqrt{x}}$ với $x > 0$.

a) Rút gọn biểu thức P .

b) Tìm x để $P = 0$.

Câu 2 (2,0 điểm)

a) Giải phương trình: $x + \sqrt{1 - x^2} = 1$

b) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 6x + 6y = 5xy \\ \frac{4}{x} - \frac{3}{y} = 1 \end{cases}$$

Câu 3 (2,0 điểm)

Cho phương trình: $x^2 - 2(m - 1)x + m + 1 = 0$. (1)

a) Giải phương trình khi $m = -1$.

b) Tìm m để phương trình (1) có 2 nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} = 4$.

Câu 4 (3,0 điểm)

Cho ΔABC cân tại A. Vẽ đường tròn $(O; R)$ tiếp xúc với AB, AC tại B, C. Đường thẳng qua điểm M trên BC vuông góc với OM cắt tia AB, AC tại D, E.

a) Chứng minh 4 điểm O, B, D, M cùng thuộc một đường tròn.

b) $MD = ME$.

Câu 5 (1,0 điểm) Giải phương trình: $x^2 + 3x + 1 = (x + 3)\sqrt{x^2 + 1}$

-----**HẾT**-----

Họ và tên thí sinh: SBD:

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

ĐỀ SỐ 39

**KỲ THI THỬ TUYỂN SINH
VÀO LỚP 10 THPT, NĂM HỌC 2016 -
2017**

Môn Toán

Thời gian làm bài: 120 phút

Đề thi có 01 trang

Câu 1 (2,0 điểm)

a) Tính: $\sqrt{48} - 2\sqrt{75} + \sqrt{108}$

b) Rút gọn biểu thức: $P = \left(\frac{1}{1-\sqrt{x}} - \frac{1}{1+\sqrt{x}} \right) \cdot \left(1 - \frac{1}{\sqrt{x}} \right)$ với $x \neq 1$ và $x > 0$

Câu 2 (2,0 điểm)

a) Trên hệ trục tọa độ Oxy, đường thẳng $y = ax + b$ đi qua 2 điểm M (3; 2) và N (4; -1). Tìm hệ số a và b.

b) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 2x + 5y = 7 \\ 3x - y = 2 \end{cases}$$

Câu 3 (2,0 điểm) Cho phương trình: $x^2 - 2mx - 6m = 0$ (1)

a) Giải phương trình (1) khi $m = 2$

b) Tìm m để phương trình (1) có 1 nghiệm gấp 2 lần nghiệm kia.

Câu 4 (3,0 điểm)

Cho đường tròn (O), đường kính AB cố định, điểm I nằm giữa A và O sao cho $AI = \frac{2}{3}AO$. Kẻ dây MN vuông góc với AB tại I, gọi C là điểm tùy ý thuộc cung lớn MN sao cho C không trùng với M, N và B. Nối AC cắt MN tại E.

a) Chứng minh tứ giác IECB nội tiếp .

b) Chứng minh hệ thức: $AM^2 = AE.AC$.

c) Hãy xác định vị trí của điểm C sao cho khoảng cách từ N đến tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác CME là nhỏ nhất.

Câu 5 (3,0 điểm)

Cho x và y là hai số thỏa mãn đồng thời : $x \geq 0$, $y \geq 0$, $2x + 3y \leq 6$ và $2x + y \leq 4$.

Tìm giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của biểu thức $K = x^2 - 2x - y$.

-----HẾT-----

Họ và tên thí sinh:SBD:

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

ĐỀ SỐ 40

**KỲ THI THỬ TUYỂN SINH
VÀO LỚP 10 THPT, NĂM HỌC 2016 -
2017**

Môn Toán

Thời gian làm bài: 120 phút

Câu 1 (2,0 điểm) Trong hệ trục tọa độ Oxy, cho đường thẳng d có phương trình: $3x + 4y = 2$.

a) Tìm hệ số góc của đường thẳng d.

b) Với giá trị nào của tham số m thì đường thẳng $d_1: y = (m^2 - 1)x + m$ song song với đường thẳng d.

Câu 2 (2,0 điểm)

Tìm a, b biết hệ phương trình $\begin{cases} ax + by = 3 \\ bx - ay = 11 \end{cases}$ có nghiệm $\begin{cases} x = 3 \\ y = -1 \end{cases}$.

Câu 3 (2,0 điểm)

Cho phương trình: $(1 + \sqrt{3})x^2 - 2x + 1 - \sqrt{3} = 0$ (1)

a) Chứng tỏ phương trình (1) luôn có 2 nghiệm phân biệt.

b) Gọi 2 nghiệm của phương trình (1) là x_1, x_2 . Lập một phương trình bậc 2 có 2 nghiệm là $\frac{1}{x_1}$ và $\frac{1}{x_2}$.

Câu 4 (3,0 điểm)

Bên trong hình vuông ABCD vẽ tam giác đều ABE. Vẽ tia Bx thuộc nửa mặt phẳng chứa điểm E, có bờ là đường thẳng AB sao cho Bx vuông góc với BE. Trên tia Bx lấy điểm F sao cho $BF = BE$.

a) Tính số đo các góc của tam giác ADE.

b) Chứng minh 3 điểm: D, E, F thẳng hàng.

c) Đường tròn tâm O ngoại tiếp tam giác AEB cắt AD tại M. Chứng minh $ME \parallel BF$.

Câu 5 (1,0 điểm)

Hai số thực x, y thỏa mãn hệ điều kiện : $\begin{cases} x^3 + 2y^2 - 4y + 3 = 0 & (1) \\ x^2 + x^2y^2 - 2y = 0 & (2) \end{cases}$.

Tính giá trị biểu thức $P = x^2 + y^2$.

-----HẾT-----

Họ và tên thí sinh:SBD:

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

ĐỀ SỐ 41

**KỲ THI THỬ TUYỂN SINH
VÀO LỚP 10 THPT, NĂM HỌC 2016 -
2017**

Môn Toán

Thời gian làm bài: 120 phút

Đề thi có 01 trang

Câu 1 (2,0 điểm) Cho biểu thức : $P = \frac{x}{x-1} + \frac{3}{x+1} - \frac{6x-4}{x^2-1}$

- a) Tìm điều kiện xác định của biểu thức P.
- b) Rút gọn P

Câu 2 (2,0 điểm) Cho hệ phương trình :
$$\begin{cases} 2x + ay = -4 \\ ax - 3y = 5 \end{cases}$$

- a) Giải hệ phương trình với $a = 1$
- b) Tìm a để hệ phương trình có nghiệm duy nhất.

Câu 3 (2,0 điểm) Một hình chữ nhật có chiều rộng bằng một nửa chiều dài. Biết rằng nếu giảm mỗi chiều đi 2m thì diện tích hình chữ nhật đã cho giảm đi một nửa. Tính chiều dài hình chữ nhật đã cho.

Câu 4 (3,0 điểm)

Cho đường tròn (O;R) (điểm O cố định, giá trị R không đổi) và điểm M nằm bên ngoài (O). Kẻ hai tiếp tuyến MB, MC (B,C là các tiếp điểm) của (O) và tia Mx nằm giữa hai tia MO và MC. Qua B kẻ đường thẳng song song với Mx, đường thẳng này cắt (O) tại điểm thứ hai là A. Vẽ đường kính BB' của (O). Qua O kẻ đường thẳng vuông góc với BB', đường thẳng này cắt MC và B'C lần lượt tại K và E. Chứng minh rằng:

- a) 4 điểm M,B,O,C cùng nằm trên một đường tròn.
- b) Đoạn thẳng ME = R.
- c) Khi điểm M di động mà OM = 2R thì điểm K di động trên một đường tròn cố định, chỉ rõ tâm và bán kính của đường tròn đó.

Câu 5 (1,0 điểm) Cho a,b,c là các số dương thỏa mãn $a + b + c = 4$.

Chứng minh rằng: $\sqrt[4]{a^3} + \sqrt[4]{b^3} + \sqrt[4]{c^3} > 2\sqrt{2}$

-----HẾT-----

Họ và tên thí sinh:SBD:

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

ĐỀ SỐ 42

**KỲ THI THỬ TUYỂN SINH
VÀO LỚP 10 THPT, NĂM HỌC 2016 -
2017**

Môn Toán

Thời gian làm bài: 120 phút

Đề thi có 01 trang

Câu 1 (2,0 điểm)

a) Giải phương trình $\frac{x-1}{3} = x+1$.

b) Giải hệ phương trình $\begin{cases} x\sqrt{3} - 3\sqrt{3} = 0 \\ 3x + 2y = 11 \end{cases}$.

Câu 2 (1,0 điểm)

Rút gọn biểu thức $P = \left(\frac{1}{2\sqrt{a}-a} + \frac{1}{2-\sqrt{a}} \right) : \frac{\sqrt{a}+1}{a-2\sqrt{a}}$ với $a > 0$ và $a \neq 4$.

Câu 3 (1,0 điểm) Một tam giác vuông có chu vi là 30 cm, độ dài hai cạnh góc vuông hơn kém nhau 7cm. Tính độ dài các cạnh của tam giác vuông đó.

Câu 4 (2,0 điểm)

Trong mặt phẳng Oxy, cho đường thẳng (d): $y = 2x - m + 1$ và parabol (P): $y = \frac{1}{2}x^2$.

a) Tìm m để đường thẳng (d) đi qua điểm A(-1; 3).

b) Tìm m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có tọa độ $(x_1; y_1)$ và $(x_2; y_2)$ sao cho $x_1x_2(y_1 + y_2) + 48 = 0$.

Câu 5 (3,0 điểm)

Cho đường tròn tâm O đường kính AB. Trên đường tròn lấy điểm C sao cho $AC < BC$ ($C \neq A$). Các tiếp tuyến tại B và C của (O) cắt nhau ở điểm D, AD cắt (O) tại E ($E \neq A$).

a) Chứng minh $BE^2 = AE.DE$.

b) Qua C kẻ đường thẳng song song với BD cắt AB tại H, DO cắt BC tại F. Chứng minh tứ giác CHOF nội tiếp.

- c) Gọi I là giao điểm của AD và CH. Chứng minh I là trung điểm của CH.

Câu 6 (1,0 điểm)

Cho 2 số dương a, b thỏa mãn $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 2$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$Q = \frac{1}{a^4 + b^2 + 2ab^2} + \frac{1}{b^4 + a^2 + 2ba^2}.$$

-----HẾT-----

Họ và tên thí sinh:SBD:

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

ĐỀ SỐ 43

**KỲ THI THỬ TUYỂN SINH
VÀO LỚP 10 THPT, NĂM HỌC 2016 -
2017**

Môn Toán

Thời gian làm bài: 120 phút

Đề thi có 01 trang

Bài 1 (2,5 điểm)

- a) Cho biểu thức $A = \frac{\sqrt{x} + 4}{\sqrt{x} + 2}$. Tính giá trị của A khi $x = 36$

- b) Rút gọn biểu thức $B = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 4} + \frac{4}{\sqrt{x} - 4} \right) : \frac{x + 16}{\sqrt{x} + 2}$ (với $x \geq 0; x \neq 16$)

- c) Với các của biểu thức A và B nói trên, hãy tìm các giá trị của x nguyên để giá trị của biểu thức $B(A - 1)$ là số nguyên

Bài 2 (2,0 điểm) Hai người cùng làm chung một công việc trong $\frac{12}{5}$ giờ thì xong. Nếu mỗi người làm một mình thì người thứ nhất hoàn thành công việc trong ít hơn người thứ hai là 2 giờ. Hỏi nếu làm một mình thì mỗi người phải làm trong bao nhiêu thời gian để xong công việc?

Bài 3 (1,5 điểm)

a) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{2}{x} + \frac{1}{y} = 2 \\ \frac{6}{x} - \frac{2}{y} = 1 \end{cases}$$

b) Cho phương trình: $x^2 - (4m - 1)x + 3m^2 - 2m = 0$ (ẩn x). Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn điều kiện: $x_1^2 + x_2^2 = 7$

Bài 4 (3,5 điểm) Cho đường tròn (O; R) có đường kính AB. Bán kính CO vuông góc với AB, M là một điểm bất kỳ trên cung nhỏ AC (M khác A, C); BM cắt AC tại H. Gọi K là hình chiếu của H trên AB.

a) Chứng minh CBKH là tứ giác nội tiếp.

b) Chứng minh $ACM = ACK$

c) Trên đoạn thẳng BM lấy điểm E sao cho $BE = AM$. Chứng minh tam giác ECM là tam giác vuông cân tại C

d) Gọi d là tiếp tuyến của (O) tại điểm A; cho P là điểm nằm trên d sao cho hai điểm P, C nằm trong cùng một nửa mặt phẳng bờ AB và $\frac{AP \cdot MB}{MA} = R$.

Chứng minh đường thẳng PB đi qua trung điểm của đoạn thẳng HK

Bài 5 (0,5 điểm). Với x, y là các số dương thỏa mãn điều kiện $x \geq 2y$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $M = \frac{x^2 + y^2}{xy}$

-----HẾT-----

Họ và tên thí sinh:SBD:

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

ĐỀ SỐ 44

**KỲ THI THỬ TUYỂN SINH
VÀO LỚP 10 THPT, NĂM HỌC 2016 -
2017**

Môn Toán

Thời gian làm bài: **120 phút**

Đề thi có 01 trang

Câu 1 (2,0 điểm) Cho biểu thức: $P = \left(\frac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}-1} - \frac{\sqrt{a}-1}{\sqrt{a}+1} + 4\sqrt{a} \right) \frac{1}{2a\sqrt{a}}$, (Với $a >$

$0, a \neq 1$)

a) Chứng minh rằng : $P = \frac{2}{a-1}$

b) Tìm giá trị của a để $P = a$

Câu 2 (2,0 điểm)

Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, cho Parabol (P) : $y = x^2$ và đường thẳng (d) : $y = 2x + 3$

a) Chứng minh rằng (d) và (P) có hai điểm chung phân biệt

b) Gọi A và B là các điểm chung của (d) và (P) . Tính diện tích tam giác OAB

(O là gốc toạ độ)

Câu 3 (2,0 điểm) Cho phương trình : $x^2 + 2mx + m^2 - 2m + 4 = 0$

a) Giải phương trình khi $m = 4$

b) Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt

Câu 4 (3,0 điểm)

Cho đường tròn (O) có đường kính AB cố định, M là một điểm thuộc (O) (M khác A và B) . Các tiếp tuyến của (O) tại A và M cắt nhau ở C. Đường tròn (I) đi qua M và tiếp xúc với đường thẳng AC tại C. CD là đường kính của (I). Chứng minh rằng: 1. Ba điểm O, M, D thẳng hàng

a) Tam giác COD là tam giác cân

b) Đường thẳng đi qua D và vuông góc với BC luôn đi qua một điểm cố định khi M di động trên đường tròn (O)

Câu 5 (1,0 điểm) Cho a,b,c là các số dương không âm thoả mãn : $a^2 + b^2 + c^2 = 3$

Chứng minh rằng : $\frac{a}{a^2+2b+3} + \frac{b}{b^2+2c+3} + \frac{c}{c^2+2a+3} \leq \frac{1}{2}$

-----HẾT-----

Họ và tên thí sinh:.....SBD:.....

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

ĐỀ SỐ 45

**KỲ THI THỬ TUYỂN SINH
VÀO LỚP 10 THPT, NĂM HỌC 2016 -
2017**

Môn Toán

Thời gian làm bài: 120 phút

Đề thi có 01 trang

Câu 1 (2,0 điểm) Giải các phương trình và hệ phương trình sau:

a) $2x^2 - x - 3 = 0$

b)
$$\begin{cases} 2x - 3y = 7 \\ 3x + 2y = 4 \end{cases}$$

c) $x^4 + x^2 - 12 = 0$

d) $x^2 - 2\sqrt{2}x - 7 = 0$

Câu 2 (1,5 điểm)

a) Vẽ đồ thị (P) của hàm số $y = \frac{1}{4}x^2$ và đường thẳng (D): $y = -\frac{1}{2}x + 2$ trên cùng một hệ trục tọa độ.

b) Tìm tọa độ các giao điểm của (P) và (D) ở câu trên bằng phép tính.

Câu 3 (1,5 điểm) Thu gọn các biểu thức sau:

$$A = \frac{1}{x + \sqrt{x}} + \frac{2\sqrt{x}}{x - 1} - \frac{1}{x - \sqrt{x}} \quad \text{với } x > 0; x \neq 1$$

$$B = (2 - \sqrt{3})\sqrt{26 + 15\sqrt{3}} - (2 + \sqrt{3})\sqrt{26 - 15\sqrt{3}}$$

Câu 4 (1,5 điểm) Cho phương trình $x^2 - 2mx + m - 2 = 0$ (x là ẩn số)

a) Chứng minh rằng phương trình luôn luôn có 2 nghiệm phân biệt với mọi m.

b) Gọi x_1, x_2 là các nghiệm của phương trình.

Tìm m để biểu thức $M = \frac{-24}{x_1^2 + x_2^2 - 6x_1x_2}$ đạt giá trị nhỏ nhất

Câu 5 (3,5 điểm) Cho đường tròn (O) có tâm O và điểm M nằm ngoài đường tròn (O). Đường thẳng MO cắt (O) tại E và F (ME < MF). Vẽ cát tuyến MAB và tiếp tuyến MC của (O) (C là tiếp điểm, A nằm giữa hai điểm M và B, A và C nằm khác phía đối với đường thẳng MO).

a) Chứng minh rằng $MA \cdot MB = ME \cdot MF$

b) Gọi H là hình chiếu vuông góc của điểm C lên đường thẳng MO. Chứng minh tứ giác AHOB nội tiếp.

c) Trên nửa mặt phẳng bờ OM có chứa điểm A, vẽ nửa đường tròn đường kính MF; nửa đường tròn này cắt tiếp tuyến tại E của (O) ở K. Gọi S là giao điểm của hai đường thẳng CO và KF. Chứng minh rằng đường thẳng MS vuông góc với đường thẳng KC.

d) Gọi P và Q lần lượt là tâm đường tròn ngoại tiếp các tam giác EFS và ABS và T là trung điểm của KS. Chứng minh ba điểm P, Q, T thẳng hàng.

-----HẾT-----

Họ và tên thí sinh:SBD:

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

ĐỀ SỐ 46

**KỲ THI THỬ TUYỂN SINH
VÀO LỚP 10 THPT, NĂM HỌC 2016 -
2017**

Môn Toán

Thời gian làm bài: 120 phút

Đề thi có 01 trang

Câu 1 (2,5 điểm)

1. Thực hiện phép tính:

a) $\sqrt[3]{2-10} - \sqrt{36+64}$

b) $\sqrt{(\sqrt{2}-3)^2} + \sqrt[3]{(\sqrt{2}-5)^3}$.

2. Cho biểu thức: $P = \frac{2a^2+4}{1-a^3} - \frac{1}{1+\sqrt{a}} - \frac{1}{1-\sqrt{a}}$

a) Tìm điều kiện của a để P xác định

b) Rút gọn biểu thức P.

Câu 2 (1,5 điểm)

1. Cho hai hàm số bậc nhất $y = -x + 2$ và $y = (m+3)x + 4$. Tìm các giá trị của m để đồ thị của hàm số đã cho là:

a) Hai đường thẳng cắt nhau

b) Hai đường thẳng song song.

2. Tìm các giá trị của a để đồ thị hàm số $y = ax^2$ ($a \neq 0$) đi qua điểm $M(-1; 2)$.

Câu 3 (1,5 điểm)

a) Giải phương trình $x^2 - 7x - 8 = 0$

b) Cho phương trình $x^2 - 2x + m - 3 = 0$ với m là tham số. Tìm các giá trị của m để phương trình có hai nghiệm $x_1; x_2$ thỏa mãn điều kiện $x_1^3 x_2 + x_1 x_2^3 = -6$

Câu 4 (1,5 điểm)

a) Giải hệ phương trình $\begin{cases} 3x - 2y = 1 \\ -x + 3y = 2 \end{cases}$.

b) Tìm m để hệ phương trình $\begin{cases} 2x - y = m - 1 \\ 3x + y = 4m + 1 \end{cases}$ có nghiệm $(x; y)$ thỏa mãn điều kiện $x + y > 1$.

Câu 5 (3,0 điểm) Cho nửa đường tròn tâm O đường kính $AB = 2R$ và tiếp tuyến Ax cùng phía với nửa đường tròn đối với AB . Từ điểm M trên Ax kẻ tiếp tuyến thứ hai MC với nửa đường tròn (C là tiếp điểm). AC cắt OM tại E ; MB cắt nửa đường tròn (O) tại D (D khác B).

- a) Chứng minh $AMOC$ là tứ giác nội tiếp đường tròn.
- b) Chứng minh $AMDE$ là tứ giác nội tiếp đường tròn.
- c) Chứng minh $ADE = ACO$

-----HẾT-----

Họ và tên thí sinh: SBD:

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

ĐỀ SỐ 47

**KỲ THI THỬ TUYỂN SINH
VÀO LỚP 10 THPT, NĂM HỌC 2016 -
2017**

Môn Toán

Thời gian làm bài: **120 phút**

Đề thi có 01 trang

Câu 1 (2,0 điểm) Cho biểu thức $Q = \left(\frac{\sqrt{x} + 2}{x + 2\sqrt{x} + 1} - \frac{\sqrt{x} - 2}{x - 1} \right) (x + \sqrt{x})$, với $x > 0, x \neq 1$

- a) Rút gọn biểu thức Q
- b) Tìm các giá trị nguyên của x để Q nhận giá trị nguyên.

Câu 2 (1,5 điểm) Cho phương trình $x^2 - 2(m + 1)x + m - 2 = 0$, với x là ẩn số, $m \in \mathbb{R}$

- a) Giải phương trình đã cho khi $m = -2$
- b) Giả sử phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt x_1 và x_2 . Tìm hệ thức liên hệ giữa x_1 và x_2 mà không phụ thuộc vào m .

Câu 3 (2,0 điểm) Cho hệ phương trình
$$\begin{cases} (m+1)x - (m+1)y = 4m \\ x + (m-2)y = 2 \end{cases}, \text{ với } m \in \mathbb{R}$$

a) Giải hệ đã cho khi $m = -3$

b) Tìm điều kiện của m để phương trình có nghiệm duy nhất.

Tìm nghiệm duy nhất đó.

Câu 4 (2,0 điểm) Cho hàm số $y = -x^2$ có đồ thị (P). Gọi d là đường thẳng đi qua điểm $M(0;1)$ và có hệ số góc k.

a) Viết phương trình của đường thẳng d

b) Tìm điều kiện của k để d cắt đồ thị (P) tại hai điểm phân biệt.

Câu 5 (2,5 điểm)

Cho tam giác nhọn ABC ($AB < AC < BC$) nội tiếp trong đường tròn (O). Gọi H là giao điểm của hai đường cao BD và CE của tam giác ABC ($D \in AC, E \in AB$)

a) Chứng minh tứ giác BCDE nội tiếp trong một đường tròn

b) Gọi I là điểm đối xứng với A qua O và J là trung điểm của BC. Chứng minh rằng ba điểm H, J, I thẳng hàng

c) Gọi K, M lần lượt là giao điểm của AI với ED và BD. Chứng minh rằng $\frac{1}{DK^2} = \frac{1}{DA^2} + \frac{1}{DM^2}$

-----HẾT-----

Họ và tên thí sinh:SBD:

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

ĐỀ SỐ 48

**KỲ THI THỬ TUYỂN SINH
VÀO LỚP 10 THPT, NĂM HỌC 2016 -
2017**

Môn Toán

Thời gian làm bài: 120 phút

Đề thi có 01 trang

Câu 1 (3,0 điểm) Học sinh không sử dụng máy tính bỏ túi

a) Giải phương trình: $2x - 5 = 0$

b) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} y - x = 2 \\ 5x - 3y = 10 \end{cases}$$

c) Rút gọn biểu thức $A = \frac{5\sqrt{a}-3}{\sqrt{a}-2} + \frac{3\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}+2} - \frac{a^2+2\sqrt{a}+8}{a-4}$ với $a \geq 0, a \neq 4$

d) Tính giá trị của biểu thức $B = \sqrt{4+2\sqrt{3}} + \sqrt{7-4\sqrt{3}}$

Câu 2 (2,0 điểm)

Cho parabol (P) và đường thẳng (d) có phương trình lần lượt là $y = mx^2$ và $y = (m-2)x + m-1$ (m là tham số, $m \neq 0$).

a) Với $m = -1$, tìm tọa độ giao điểm của (d) và (P).

b) Chứng minh rằng với mọi $m \neq 0$ đường thẳng (d) luôn cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt.

Câu 3 (2,0 điểm)

Quãng đường từ Việt Trì đến Hà Nội dài 100 km. Cùng một lúc, một xe máy khởi hành từ Việt Trì đi Hà Nội và một xe ô tô khởi hành từ Hà Nội đi Việt Trì. Sau khi hai xe gặp nhau, xe máy đi 1 giờ 30 phút nữa mới đến Hà Nội. Biết vận tốc hai xe không thay đổi trên suốt quãng đường đi và vận tốc của xe máy kém vận tốc xe ô tô là 20 km/h. Tính vận tốc mỗi xe.

Câu 4 (3,0 điểm)

Cho đường tròn tâm O đường kính $AB = 2R$. Gọi C là trung điểm của OA, qua C kẻ dây MN vuông góc với OA tại C. Gọi K là điểm tùy ý trên cung nhỏ BM, H là giao điểm của AK và MN.

a) Chứng minh tứ giác BCHK là tứ giác nội tiếp.

b) Chứng minh $AK.AH = R^2$

Trên KN lấy điểm I sao cho $KI = KM$, chứng minh $NI = KB$.

-----HẾT-----

Họ và tên thí sinh:SBD:

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

ĐỀ SỐ 49

**KỲ THI THỬ TUYỂN SINH
VÀO LỚP 10 THPT, NĂM HỌC 2016 -
2017
Môn Toán**

Thời gian làm bài: 120 phút

Đề thi có 01 trang

Câu 1 (2,0 điểm)

a) Tính $\frac{1}{\sqrt{2}-1} - \sqrt{2}$

b) Xác định giá trị của a, biết đồ thị hàm số $y = ax - 1$ đi qua điểm $M(1;5)$

Câu 2 (3,0 điểm)

a) Rút gọn biểu thức: $A = \left(\frac{1}{\sqrt{a}-2} - \frac{2}{a-2\sqrt{a}} \right) \cdot \left(\frac{a-3\sqrt{a}+2}{\sqrt{a}-2} + 1 \right)$ với $a > 0, a \neq 4$

b) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 2x - 5y = 9 \\ 3x + y = 5 \end{cases}$$

c) Chứng minh rằng pt: $x^2 + mx + m - 1 = 0$ luôn có nghiệm với mọi giá trị của m.

Giả sử x_1, x_2 là 2 nghiệm của pt đã cho, tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$B = x_1^2 + x_2^2 - 4.(x_1 + x_2)$$

Câu 3 (1,5 điểm) Một ô tô tải đi từ A đến B với vận tốc 40km/h. Sau 2 giờ 30 phút thì một ô tô taxi cũng xuất phát đi từ A đến B với vận tốc 60 km/h và đến B cùng lúc với xe ô tô tải. Tính độ dài quãng đường AB.

Câu 4 (3,0 điểm)

Cho đường tròn (O) và một điểm A sao cho $OA = 3R$. Qua A kẻ 2 tiếp tuyến AP và AQ của đường tròn (O), với P và Q là 2 tiếp điểm. Lấy M thuộc đường tròn (O) sao cho PM song song với AQ. Gọi N là giao điểm thứ 2 của đường thẳng AM và đường tròn (O). Tia PN cắt đường thẳng AQ tại K.

a) Chứng minh APOQ là tứ giác nội tiếp.

b) Chứng minh $KA^2 = KN.KP$

c) Kẻ đường kính QS của đường tròn (O). Chứng minh tia NS là tia phân giác của góc PNM.

d) Gọi G là giao điểm của 2 đường thẳng AO và PK. Tính độ dài đoạn thẳng AG theo bán kính R.

Câu 5 (0,5 điểm) Cho a, b, c là 3 số thực khác không và thỏa mãn:

$$\begin{cases} a^2(b+c) + b^2(c+a) + c^2(a+b) + 2abc = 0 \\ a^{2016} + b^{2016} + c^{2016} = 1 \end{cases}$$

Hãy tính giá trị của biểu thức $Q = \frac{1}{a^{2016}} + \frac{1}{b^{2016}} + \frac{1}{c^{2016}}$

-----HẾT-----

Họ và tên thí sinh:SBD:

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

ĐỀ SỐ 50

**KỲ THI THỬ TUYỂN SINH
VÀO LỚP 10 THPT, NĂM HỌC 2016 -
2017**

Môn Toán

Thời gian làm bài: 120 phút

Đề thi có 01 trang

Câu 1 (2,5 điểm)

a) Cho biểu thức $A = \frac{\sqrt{x} + 4}{\sqrt{x} + 2}$. Tính giá trị của A khi $x = 36$

b) Rút gọn biểu thức $B = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 4} + \frac{4}{\sqrt{x} - 4} \right) : \frac{x + 16}{\sqrt{x} + 2}$ (với $x \geq 0; x \neq 16$)

c) Với các của biểu thức A và B nói trên, hãy tìm các giá trị của x nguyên để giá trị của biểu thức $B(A - 1)$ là số nguyên

Câu 2 (2,0 điểm) Hai người cùng làm chung một công việc trong $\frac{12}{5}$ giờ thì xong. Nếu mỗi người làm một mình thì người thứ nhất hoàn thành công việc trong ít hơn người thứ hai là 2 giờ. Hỏi nếu làm một mình thì mỗi người phải làm trong bao nhiêu thời gian để xong công việc?

Câu 3 (1,5 điểm)

a) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{2}{x} + \frac{1}{y} = 2 \\ \frac{6}{x} - \frac{2}{y} = 1 \end{cases}$$

b) Cho phương trình: $x^2 - (4m - 1)x + 3m^2 - 2m = 0$ (ẩn x). Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn điều kiện: $x_1^2 + x_2^2 = 7$

Câu 4 (3,5 điểm) Cho đường tròn (O; R) có đường kính AB. Bán kính CO vuông góc với AB, M là một điểm bất kỳ trên cung nhỏ AC (M khác A, C); BM cắt AC tại H. Gọi K là hình chiếu của H trên AB.

a) Chứng minh CBKH là tứ giác nội tiếp.

b) Chứng minh $ACM = ACK$

c) Trên đoạn thẳng BM lấy điểm E sao cho $BE = AM$. Chứng minh tam giác ECM là tam giác vuông cân tại C

d) Gọi d là tiếp tuyến của (O) tại điểm A; cho P là điểm nằm trên d sao cho hai điểm P, C nằm trong cùng một nửa mặt phẳng bờ AB và $\frac{AP.MB}{MA} = R$. Chứng minh đường thẳng PB đi qua trung điểm của đoạn thẳng

HK

Câu 5 (0,5 điểm) Với x, y là các số dương thỏa mãn điều kiện $x \geq 2y$, tìm

giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $M = \frac{x^2 + y^2}{xy}$

-----**HẾT**-----

Họ và tên thí sinh:SBD:

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.