

# TÀI LIỆU LUYỆN THI TN-THPT 2022

Q<sub>1</sub>

- ▶ VÍ DỤ CỤ THỂ
- ▶ PHÂN DẠNG ĐẦY ĐỦ
- ▶ BÀI TẬP RÈN LUYỆN CUỐI BÀI

TRẦN THANH HIẾU  
BIÊN SOẠN VÀ GIẢNG DẠY

## PHẦN 1: GIẢI TÍCH

## Chương 1: Ứng dụng đạo hàm khảo sát và vẽ đồ thị hàm số

|                                                                                                              |           |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>Bài 1: Sự đồng biến – nghịch biến của hàm số</b>                                                          | <b>1</b>  |
| A. Lý thuyết cơ bản cần nhớ                                                                                  | 1         |
| B. Thuật toán của một số dạng toán thường gặp                                                                |           |
| 1. Tìm khoảng đơn điệu của hàm số cho bằng công thức                                                         | 1         |
| 2. Tìm khoảng đơn điệu của hàm số cho bằng bảng biến thiên đồ thị                                            | 3         |
| 3. Tìm $m$ để hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ đồng biến – nghịch biến trên $\mathbb{R}$                    | 4         |
| 4. Biện luận tính đồng biến – nghịch biến của hàm số trên khoảng, đoạn cho trước là tập con của $\mathbb{R}$ | 5         |
| 5. Biện luận tính đồng biến – nghịch biến của hàm phân thức $y = \frac{ax+b}{cx+d}$                          | 6         |
| 6. Đồng biến – nghịch biến của hàm hợp                                                                       | 8         |
| C. Phiếu học tập                                                                                             |           |
| Phiếu học tập số 1                                                                                           | 10        |
| Phiếu học tập số 2                                                                                           | 13        |
| <b>Bài 2: Cực trị của hàm số</b>                                                                             | <b>17</b> |
| A. Lý thuyết cơ bản cần nhớ                                                                                  | 17        |
| B. Thuật toán của một số dạng toán thường gặp                                                                |           |
| 1. Tìm cực trị của hàm số cho bằng công thức                                                                 | 18        |
| 2. Xác định cực trị hàm số cho bằng bảng biến thiên, đồ thị                                                  | 19        |
| 3. Tìm $m$ để hàm số đạt cực trị tại điểm $x_0$                                                              | 20        |
| 4. Biện luận cực trị của hàm số bậc ba                                                                       | 21        |
| 5. Biện luận cực trị của hàm số trùng phương                                                                 | 23        |
| 6. Cực trị của hàm chứa dấu trị tuyệt đối, hàm hợp                                                           | 24        |
| C. Phiếu học tập                                                                                             |           |
| Phiếu học tập số 1                                                                                           | 27        |
| Phiếu học tập số 2                                                                                           | 30        |
| <b>Bài 3: Giá trị lớn nhất – giá trị nhỏ nhất</b>                                                            | <b>33</b> |
| A. Lý thuyết cơ bản cần nhớ                                                                                  | 33        |
| B. Thuật toán của một số dạng toán thường gặp                                                                |           |
| 1. Max – min của hàm số cho bằng công thức                                                                   | 34        |
| 2. Max – min của hàm số cho bằng bảng biến thiên, đồ thị                                                     | 34        |
| 3. Tìm tham số $m$ theo yêu cầu max – min                                                                    | 36        |
| 4. Max – min của hàm hợp                                                                                     | 37        |
| 5. Bài toán ứng dụng max – min                                                                               | 39        |
| C. Phiếu học tập                                                                                             |           |
| Phiếu học tập số 1                                                                                           | 41        |
| Phiếu học tập số 2                                                                                           | 44        |
| <b>Bài 4: Đường tiệm cận của đồ thị hàm số</b>                                                               | <b>48</b> |

|                                                                                                |           |
|------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>A. Lý thuyết cơ bản cần nhớ</b>                                                             | 48        |
| <b>B. Thuật toán của một số dạng toán thường gặp</b>                                           |           |
| 1. Tìm tiệm cận đứng – tiệm cận ngang của hàm số hữu tỉ                                        | 50        |
| 2. Đường tiệm cận cho bởi bảng biến thiên, đồ thị                                              | 51        |
| 3. Tìm $m$ theo yêu cầu về tiệm cận của bài toán                                               | 52        |
| 4. Tiệm cận của hàm hợp                                                                        | 53        |
| <b>C. Phiếu học tập</b>                                                                        |           |
| Phiếu học tập số 1                                                                             | 55        |
| Phiếu học tập số 2                                                                             | 58        |
| <b>Bài 5: Đồ thị các hàm số thường gặp</b>                                                     | <b>62</b> |
| <b>A. Lý thuyết cơ bản cần nhớ</b>                                                             | 62        |
| <b>B. Thuật toán của một số dạng toán thường gặp</b>                                           |           |
| 1. Nhận dạng đồ thị hàm số bậc ba                                                              | 64        |
| 2. Nhận dạng đồ thị hàm số trùng phương                                                        | 65        |
| 3. Nhận dạng đồ thị hàm số nhất biến                                                           | 67        |
| <b>C. Phiếu học tập</b>                                                                        |           |
| Phiếu học tập số 1                                                                             | 69        |
| Phiếu học tập số 2                                                                             | 73        |
| <b>Bài 6: Sự tương giao của đồ thị hàm số</b>                                                  | <b>77</b> |
| <b>A. Lý thuyết cơ bản cần nhớ</b>                                                             | 77        |
| <b>B. Thuật toán của một số dạng toán thường gặp</b>                                           |           |
| 1. Giải, biện luận phương trình bằng bảng biến thiên đồ thị                                    | 78        |
| 2. Xác định, biện luận giao điểm của đồ thị hàm số bậc ba<br>và đường cong (đường thẳng)       | 79        |
| 3. Xác định, biện luận giao điểm của đồ thị hàm số trùng<br>phương và đường cong (đường thẳng) | 80        |
| 4. Xác định, biện luận giao điểm của đồ thị hàm số nhất<br>biến và đường cong (đường thẳng)    | 82        |
| 5. Ứng dụng đồ thị biện luận nghiệm bất phương trình                                           | 83        |
| 6. Tương giao hàm hợp, hàm chứa dấu trị tuyệt đối                                              | 85        |
| <b>C. Phiếu học tập</b>                                                                        |           |
| Phiếu học tập số 1                                                                             | 87        |
| Phiếu học tập số 2                                                                             | 90        |
| <b>Bài 7: Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số</b>                                        | <b>94</b> |
| <b>A. Lý thuyết cơ bản cần nhớ</b>                                                             | 94        |
| <b>B. Thuật toán của một số dạng toán thường gặp</b>                                           |           |
| 1. Phương trình tiếp tuyến biết $x_0$ hoặc điểm $M(x_0; y_0)$                                  | 94        |
| 2. Phương trình tiếp tuyến biết tung độ $y_0$                                                  | 95        |
| 3. Phương trình tiếp tuyến biết hệ số góc $k$                                                  | 96        |
| 4. Phương trình tiếp tuyến đi qua điểm $A(x; y)$ không thuộc đồ thị hàm số                     | 98        |

|                                                                |            |
|----------------------------------------------------------------|------------|
| <b>C. Phiếu học tập</b>                                        |            |
| Phiếu học tập số 1 .....                                       | 100        |
| <b>Đề Ôn Tập Cuối Chương</b>                                   |            |
| ĐỀ SỐ 01 .....                                                 | 103        |
| ĐỀ SỐ 02 .....                                                 | 106        |
| <b>Chương 2: Hàm số lũy thừa – hàm số mũ – hàm số logarit</b>  |            |
| <b>Bài 1: Lũy thừa .....</b>                                   | <b>109</b> |
| A. Lý thuyết cơ bản cần nhớ .....                              | 109        |
| B. Thuật toán của một số dạng toán thường gặp                  |            |
| 1. Tính giá trị biểu thức .....                                | 110        |
| 2. Rút gọn biểu thức .....                                     | 111        |
| 3. So sánh lũy thừa .....                                      | 112        |
| C. Phiếu học tập                                               |            |
| Phiếu học tập số 1 .....                                       | 113        |
| <b>Bài 2: Hàm số lũy thừa .....</b>                            | <b>116</b> |
| A. Lý thuyết cơ bản cần nhớ .....                              | 116        |
| B. Thuật toán của một số dạng toán thường gặp                  |            |
| 1. Tập xác định của hàm số lũy thừa .....                      | 117        |
| 2. Đạo hàm của hàm số lũy thừa .....                           | 118        |
| 3. Nhận dạng đồ thị hàm số lũy thừa .....                      | 119        |
| C. Phiếu học tập                                               |            |
| Phiếu học tập số 1 .....                                       | 121        |
| <b>Bài 3: Logarit .....</b>                                    | <b>124</b> |
| A. Lý thuyết cơ bản cần nhớ .....                              | 124        |
| B. Thuật toán của một số dạng toán thường gặp                  |            |
| 1. Tính giá trị, rút gọn biểu thức logarit .....               | 125        |
| 2. So sánh logarit .....                                       | 126        |
| 3. Phân tích, biểu diễn logarit theo các logarit đã biết ..... | 126        |
| 4. Biến đổi logarit tổng hợp .....                             | 128        |
| C. Phiếu học tập                                               |            |
| Phiếu học tập số 1 .....                                       | 130        |
| <b>Bài 4: Hàm số mũ – hàm số logarit .....</b>                 | <b>133</b> |
| A. Lý thuyết cơ bản cần nhớ .....                              | 133        |
| B. Thuật toán của một số dạng toán thường gặp                  |            |
| 1. Tập xác định hàm số mũ – logarit .....                      | 135        |
| 2. Đạo hàm hàm số mũ – logarit .....                           | 136        |
| 3. Nhận dạng đồ thị hàm số mũ – logarit .....                  | 137        |
| C. Phiếu học tập                                               |            |
| Phiếu học tập số 1 .....                                       | 139        |
| <b>Bài 5: Phương trình mũ – Phương trình logarit .....</b>     | <b>142</b> |
| A. Lý thuyết cơ bản cần nhớ .....                              | 142        |

|                                                                     |            |
|---------------------------------------------------------------------|------------|
| <b>B. Thuật toán của một số dạng toán thường gặp</b>                |            |
| 1. Phương trình mũ – logarit cơ bản .....                           | 143        |
| 2. Phương trình bậc hai, quy về bậc hai mũ – logarit .....          | 144        |
| 3. Phương trình mũ – logarit biến đổi tổng hợp .....                | 146        |
| 4. Phương trình mũ – logarit giải bằng phương pháp hàm số .....     | 147        |
| 5. Phương trình mũ – logarit có tham số $m$ .....                   | 150        |
| <b>C. Phiếu học tập</b>                                             |            |
| Phiếu học tập số 1 .....                                            | 152        |
| Phiếu học tập số 2 .....                                            | 154        |
| <b>Bài 6: Bất phương trình mũ – bất phương trình logarit .....</b>  | <b>157</b> |
| <b>A. Lý thuyết cơ bản cần nhớ .....</b>                            | <b>157</b> |
| <b>B. Thuật toán của một số dạng toán thường gặp</b>                |            |
| 1. Bất phương trình mũ – logarit cơ bản .....                       | 158        |
| 2. Bất phương trình bậc hai, quy về bậc hai mũ – logarit .....      | 160        |
| 3. Bất phương trình mũ – logarit biến đổi tổng hợp .....            | 161        |
| 4. Bất phương trình mũ – logarit giải bằng phương pháp hàm số ..... | 163        |
| 5. Bất phương trình mũ – logarit có tham số $m$ .....               | 165        |
| <b>C. Phiếu học tập</b>                                             |            |
| Phiếu học tập số 1 .....                                            | 168        |
| Phiếu học tập số 2 .....                                            | 171        |
| <b>Bài 7: Ứng dụng và bài toán Max – Min .....</b>                  | <b>174</b> |
| <b>A. Lý thuyết cơ bản cần nhớ .....</b>                            | <b>174</b> |
| <b>B. Thuật toán của một số dạng toán thường gặp</b>                |            |
| 1. Bài toán lãi suất – tăng trưởng .....                            | 176        |
| 2. Max – min, bài toán tổng hợp nhiều biến .....                    | 177        |
| <b>C. Phiếu học tập</b>                                             |            |
| Phiếu học tập số 1 .....                                            | 179        |
| <b>Đề Ôn Tập Cuối Chương</b>                                        |            |
| ĐỀ SỐ 01 .....                                                      | 182        |
| ĐỀ SỐ 01 .....                                                      | 185        |

## PHẦN 2: HÌNH HỌC

### Chương 1: Khối Đa Diện

|                                                      |            |
|------------------------------------------------------|------------|
| <b>Bài 1: Khái niệm về khối đa diện .....</b>        | <b>188</b> |
| <b>A. Lý thuyết cơ bản cần nắm .....</b>             | <b>188</b> |
| <b>B. Thuật toán của một số dạng toán thường gặp</b> |            |
| 1. Nhận dạng hình đa diện .....                      | 189        |
| 2. Số cạnh, số mặt, số đỉnh của hình đa diện .....   | 189        |
| 3. Phân chia, lắp ghép khối đa diện .....            | 190        |
| <b>C. Phiếu học tập</b>                              |            |
| Phiếu học tập số 1 .....                             | 192        |

**Bài 2: Khối đa diện lồi và khối đa diện đều ..... 194****A. Lý thuyết cơ bản cần nắm ..... 194****B. Thuật toán của một số dạng toán thường gặp**

1. Nhận dạng khối đa diện lồi – đa diện đều ..... 195

2. Mặt phẳng đối xứng của khối đa diện ..... 196

**C. Phiếu học tập**

Phiếu học tập số 1 ..... 197

**Bài 3: Thể tích khối chóp ..... 198****A. Lý thuyết cơ bản cần nắm ..... 198****B. Thuật toán của một số dạng toán thường gặp**

1. Khối chóp có cạnh bên vuông góc với mặt đáy ..... 201

2. Khối chóp có mặt bên vuông góc với mặt đáy ..... 202

3. Khối chóp đều ..... 203

4. Góc, khoảng cách liên quan đến khối chóp ..... 205

**C. Phiếu học tập**

Phiếu học tập số 1 ..... 207

Phiếu học tập số 2 ..... 210

**Bài 4: Thể tích khối lăng trụ ..... 214****A. Lý thuyết cơ bản cần nắm ..... 214****B. Thuật toán của một số dạng toán thường gặp**

1. Khối lăng trụ đứng tam giác ..... 215

2. Khối lăng trụ đứng tứ giác (lập phương, hộp chữ nhật) ..... 216

3. Khối lăng trụ xuyên ..... 218

4. Góc, khoảng cách liên quan đến khối lăng trụ ..... 219

**C. Phiếu học tập**

Phiếu học tập số 1 ..... 221

Phiếu học tập số 2 ..... 224

**Đề Ôn Tập Cuối Chương****ĐỀ SỐ 01 ..... 228****ĐỀ SỐ 02 ..... 231****Chương 2: Mặt nón - Mặt trụ - Mặt Cầu****Bài 1: Mặt nón – Khối nón ..... 234****A. Lý thuyết cơ bản cần nắm ..... 234****B. Thuật toán của một số dạng toán thường gặp**

1. Các yếu tố cơ bản của hình nón ..... 235

2. Quay tạo thành hình nón ..... 235

3. Thiết diện qua trục, góc ở đỉnh ..... 237

4. Thiết diện không qua trục ..... 238

5. Ngoại tiếp – nội tiếp của hình nón ..... 239

**C. Phiếu học tập**

Phiếu học tập số 1 ..... 242

|                                                             |            |
|-------------------------------------------------------------|------------|
| Phiếu học tập số 2 .....                                    | 245        |
| <b>Bài 2: Mặt trụ - Khối trụ .....</b>                      | <b>249</b> |
| <b>A. Lý thuyết cơ bản cần nắm .....</b>                    | <b>249</b> |
| <b>B. Thuật toán của một số dạng toán thường gặp</b>        |            |
| 1. Các yếu tố cơ bản của hình trụ .....                     | 249        |
| 2. Quay tạo thành hình trụ .....                            | 250        |
| 3. Thiết diện qua trục .....                                | 251        |
| 4. Thiết diện không qua trục .....                          | 252        |
| 5. Ngoại tiếp – nội tiếp của hình trụ .....                 | 253        |
| 6. Toán tổng hợp hình trụ - khối trụ .....                  | 255        |
| <b>C. Phiếu học tập</b>                                     |            |
| Phiếu học tập số 1 .....                                    | 257        |
| Phiếu học tập số 2 .....                                    | 260        |
| <b>Bài 3: Mặt cầu – Khối cầu .....</b>                      | <b>263</b> |
| <b>A. Lý thuyết cơ bản cần nắm .....</b>                    | <b>263</b> |
| <b>B. Thuật toán của một số dạng toán thường gặp</b>        |            |
| 1. Các yếu tố cơ bản của khối cầu .....                     | 264        |
| 2. Ngoại tiếp hình chóp .....                               | 264        |
| 3. Ngoại tiếp lăng trụ đứng, lập phương, hộp chữ nhật ..... | 267        |
| 4. Ngoại tiếp hình nón – hình trụ .....                     | 268        |
| 5. Mặt phẳng cắt mặt cầu .....                              | 269        |
| <b>C. Phiếu học tập</b>                                     |            |
| Phiếu học tập số 1 .....                                    | 271        |
| Phiếu học tập số 2 .....                                    | 274        |
| <b>Đề Ôn Tập Cuối Chương</b>                                |            |
| <b>ĐỀ SỐ 01 .....</b>                                       | <b>277</b> |
| <b>ĐỀ SỐ 02 .....</b>                                       | <b>280</b> |



## CHƯƠNG 1: ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM KHẢO SÁT VÀ VẼ ĐỒ THỊ HÀM SỐ

### BÀI 1: SỰ ĐỒNG BIẾN – NGHỊCH BIẾN CỦA HÀM SỐ

#### A. LÝ THUYẾT CƠ BẢN CẦN NHỚ

##### 1. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $(a; b)$

- Hàm số đồng biến trên  $(a; b)$  nếu

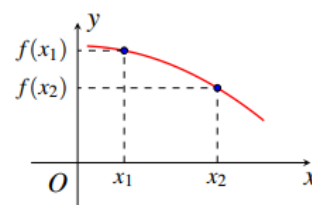
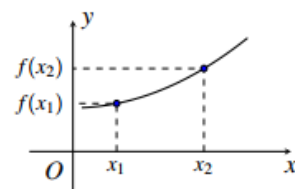
$$\forall x_1, x_2 \in (a; b): x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$$

- ❖ Trên khoảng  $(a; b)$ , đồ thị của hàm số là đường “đi LÊN”.

- Hàm số nghịch biến trên  $(a; b)$  nếu

$$\forall x_1, x_2 \in (a; b): x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$$

- ❖ Trên khoảng  $(a; b)$ , đồ thị của hàm số là đường “đi XUỐNG”.



##### 2. Mối liên hệ giữa đạo hàm và tính đồng biến – nghịch biến

Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm trên khoảng  $(a; b)$

- Nếu  $y' \geq 0, \forall x \in (a; b)$  thì  $y = f(x)$  đồng biến trên  $(a; b)$

- Nếu  $y' \leq 0, \forall x \in (a; b)$  thì  $y = f(x)$  nghịch biến trên  $(a; b)$

- ❖ **Chú ý:** Dấu “=” chỉ xảy ra tại hữu hạn điểm.

|      |     |     |
|------|-----|-----|
| $x$  | $a$ | $b$ |
| $y'$ |     | +   |

|      |     |     |
|------|-----|-----|
| $x$  | $a$ | $b$ |
| $y'$ |     | -   |

#### B. THUẬT TOÁN CỦA MỘT SỐ DẠNG TOÁN THƯỜNG GẶP

##### 1. Thuật toán xác định khoảng đồng biến – nghịch biến của một hàm số cho bằng công thức

Hàm số cho bằng công thức ta thực hiện các bước sau

- Tìm tập xác định  $D$  của hàm số.
- Tính  $y'$ , giải phương trình  $y' = 0$  tìm các nghiệm  $x_i$  (nếu có).
- Lập bảng xét dấu. Từ dấu  $y'$  suy ra tính đơn điệu của hàm số.
  - $y'$  có dấu + : Hàm số đồng biến.
  - $y'$  có dấu - : Hàm số nghịch biến.

- ❖ **Chú ý:** *Bậc hai:* (hai nghiệm phân biệt) “trong trái - ngoài cùng”

*Bậc ba:* bên phải cùng dấu với hệ số  $a$ , qua “nghiệm” đổi dấu

**Ví dụ 1: [MINH HỌA BGD-L1-2017]** Hàm số  $y = 2x^4 + 1$  đồng biến trên khoảng nào?

- Ⓐ  $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right)$ .      Ⓑ  $(0; +\infty)$ .      Ⓒ  $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$ .      Ⓓ  $(-\infty; 0)$ .

**Hướng dẫn giải:**

|       |       |
|-------|-------|
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |

**Ví dụ 2: [MÃ ĐỀ 101 BGD-2017]** Cho hàm số  $y = x^3 + 3x + 2$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- Ⓐ Hàm số đồng biến trên khoảng  $(-\infty; 0)$  và nghịch biến trên khoảng  $(0; +\infty)$ .  
 Ⓑ Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(-\infty; +\infty)$ .  
 Ⓒ Hàm số đồng biến trên khoảng  $(-\infty; +\infty)$ .  
 Ⓓ Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(-\infty; 0)$  và đồng biến trên khoảng  $(0; +\infty)$ .

**Hướng dẫn giải:**

|       |       |
|-------|-------|
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |

**Ví dụ 3: [MINH HỌA BGD-L3-2017]** Cho hàm số  $y = \frac{x-2}{x+1}$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- Ⓐ Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(-\infty; -1)$ .  
 Ⓑ Hàm số đồng biến trên khoảng  $(-\infty; -1)$ .  
 Ⓒ Hàm số đồng biến trên khoảng  $(-\infty; +\infty)$ .  
 Ⓓ Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(-1; +\infty)$ .

**Hướng dẫn giải:**

|       |       |
|-------|-------|
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |

## 2. Thuật toán xác định khoảng đồng biến – nghịch biến của hàm số cho bằng đồ thị hoặc bảng biến thiên

1. Đề bài cho đồ thị  $y = f(x)$ , ta nhìn vào khoảng đồ thị “đi LÊN” hoặc “đi XUỐNG”
  - Đồ thị “đi LÊN”: hàm số đồng biến.
  - Đồ thị “đi XUỐNG”: hàm số nghịch biến.
2. Đề bài cho đồ thị  $y = f'(x)$ . Lập bảng biến thiên của hàm số  $y = f(x)$  theo các bước
  - Tìm nghiệm  $f'(x) = 0$  (là giao điểm với trục hoành (trục  $Ox$ ))
  - Xét dấu  $f'(x)$  (phần trên trục  $Ox$  mang dấu +; phần dưới trục  $Ox$  mang dấu -)
  - Nhìn bảng biến thiên kết luận khoảng đồng biến – nghịch biến.
3. Đề bài cho bảng biến thiên
  - Nhìn dòng  $y = f(x)$  thì thực hiện như 1.
  - Nhìn dòng  $y' = f'(x)$  thì thực hiện như 2.

**Ví dụ 1: [MÃ ĐỀ 102 BGD-2018]** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau

|      |           |      |      |           |     |
|------|-----------|------|------|-----------|-----|
| $x$  | $-\infty$ | $-1$ | $1$  | $+\infty$ |     |
| $y'$ | $+$       | $0$  | $-$  | $0$       | $+$ |
| $y$  | $-\infty$ | $3$  | $-2$ | $+\infty$ |     |

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

Ⓐ  $(-1; +\infty)$ .

Ⓑ  $(1; +\infty)$ .

Ⓒ  $(-1; 1)$ .

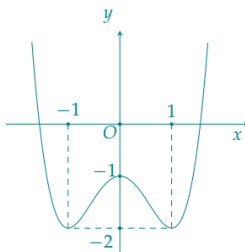
Ⓓ  $(-\infty; 1)$ .

Hướng dẫn giải:

.....

.....

**Ví dụ 2: [MINH HỌA BGD-2019]** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ.



Hàm số đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

Ⓐ  $(0; 1)$ .

Ⓑ  $(-\infty; -1)$ .

Ⓒ  $(-1; 1)$ .

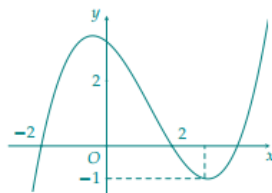
Ⓓ  $(-1; 0)$ .

Hướng dẫn giải:

.....

.....

**Ví dụ 3:** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục và có đạo hàm trên  $\mathbb{R}$ . Biết  $y = f'(x)$  có đồ thị như hình bên. Hàm số  $y = f(x)$  đồng biến trên khoảng nào?



Ⓐ  $(-\infty; -2)$ .

Ⓑ  $(-2; 2)$ .

Ⓒ  $(2; +\infty)$ .

Ⓓ  $(0; +\infty)$ .

**Hướng dẫn giải:**

.....

.....

### 3. Thuật toán xác định $m$ để hàm số bậc ba $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ đồng biến – nghịch biến trên $\mathbb{R}$

1. Hàm số đồng biến trên  $\mathbb{R}$  khi  $\begin{cases} a > 0 \\ y' = 0 \text{ có nghiệm kép hoặc vô nghiệm} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ b^2 - 3ac \leq 0 \end{cases}$
2. Hàm số nghịch biến trên  $\mathbb{R}$  khi  $\begin{cases} a < 0 \\ y' = 0 \text{ có nghiệm kép hoặc vô nghiệm} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ b^2 - 3ac \leq 0 \end{cases}$

❖ **Chú ý:** Khi tham số  $m$  nằm ở hệ số  $a$  ta xét thêm trường hợp  $a = 0$

- Khi hàm số trở thành bậc nhất mới đồng biến – nghịch biến trên  $\mathbb{R}$

**Ví dụ 1:** [MÃ ĐỀ 101 BGD-2017] Cho hàm số  $y = -x^3 - mx^2 + (4m + 9)x + 5$  với  $m$  là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của  $m$  để hàm số nghịch biến  $(-\infty; +\infty)$ .

Ⓐ 7.

Ⓑ 4.

Ⓒ 6.

Ⓓ 5.

**Hướng dẫn giải:**

.....

.....

.....

.....

**Ví dụ 2:** [MINH HỌA BGD-2017] Hỏi có bao nhiêu số nguyên  $m$  để hàm số  $y = (m^2 - 1)x^3 + (m - 1)x^2 - x + 4$  nghịch biến trên khoảng  $(-\infty; +\infty)$ ?

Ⓐ 0.

Ⓑ 1.

Ⓒ 2.

Ⓓ 3.

Hướng dẫn giải:

|       |       |
|-------|-------|
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |

**Ví dụ 3:** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để hàm số  $y = \frac{m}{3}x^3 - (m+1)x^2 + (m-2)x - 3m$  nghịch biến trên khoảng  $(-\infty; +\infty)$ .

Ⓐ  $-\frac{1}{4} \leq m < 0$ .

Ⓑ  $m \leq -\frac{1}{4}$ .

Ⓒ  $m < 0$ .

Ⓓ  $m > 0$ .

Hướng dẫn giải:

|       |       |
|-------|-------|
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |

#### 4. Thuật toán xác định $m$ để hàm số đồng biến – nghịch biến trên khoảng, đoạn cho trước là tập con của $\mathbb{R}$

1. Tìm điều kiện  $m$  để hàm số  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$  đồng biến nghịch biến trên khoảng

- Nếu phương trình  $y' = 0$  có nghiệm đẹp thì ta lập bảng xét dấu của  $y'$ . Từ đó “ép” khoảng theo yêu cầu đề bài.
- Nếu phương trình  $y' = 0$  có nghiệm xấu ta có thể dùng cách sau:
  - Cô lập  $m$ , dùng đồ thị để xác định yêu cầu bài toán. (xét rõ hơn trong ví dụ)
  - Dùng định lý về so sánh nghiệm (xét rõ hơn trong các ví dụ)

2. Tìm điều kiện  $m$  để hàm số  $y = ax^4 + bx^2 + c$  đồng biến – nghịch biến trên khoảng.

- Giải phương trình  $y' = 0$ , tìm nghiệm. Lập bảng xét dấu của  $y'$ . Từ đó “ép” theo yêu cầu đề bài
- Cô lập  $m$  như trên.

❖ **Chú ý:** Hàm số *bậc ba* đồng biến, nghịch biến trên khoảng có độ dài bằng  $l$

$$l^2 = \left( \frac{-2b}{3a} \right)^2 - \frac{4c}{3a}$$

**Ví dụ 1:** Gọi  $S$  là tập hợp các giá trị nguyên dương của  $m$  để hàm số  $y = x^3 - 3(2m+1)x^2 + (12m+5)x + 2$  đồng biến trên khoảng  $(2; +\infty)$ . Số phần tử của  $S$  bằng

Ⓐ 2.

Ⓑ 3.

Ⓒ 0.

Ⓓ 1.

Hướng dẫn giải:

|       |       |
|-------|-------|
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |

**Ví dụ 2:** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để hàm số  $y = x^4 - 2(m-1)x^2 + m - 2$  đồng biến trên khoảng  $(1;3)$ ?

Ⓐ  $[-5;2)$ .

Ⓑ  $(2;+\infty)$ .

Ⓒ  $(-\infty;2]$ .

Ⓓ  $(-\infty;-5)$ .

Hướng dẫn giải:

|       |       |
|-------|-------|
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |

**Ví dụ 3:** Có bao nhiêu giá trị không âm của tham số  $m$  sao cho hàm số  $y = -x^4 + (2m-3)x^2 + m$  nghịch biến trên khoảng  $(0;1)$ ?

Ⓐ 0.

Ⓑ 1.

Ⓒ 2.

Ⓓ 3.

Hướng dẫn giải:

|       |       |
|-------|-------|
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |

**5. Thuật toán xác định  $m$  để hàm phân thức  $y = \frac{ax+b}{cx+d}$  (nhất biến) đồng biến - nghịch biến trên từng khoảng xác định, khoảng cho trước**

1. Điều kiện để hàm số  $y = \frac{ax+b}{cx+d}$  đồng biến - nghịch biến trên từng khoảng xác định

➤ Tính  $y' = \frac{ad-bc}{(cx+d)^2}$  (huyền - sắc)

➤ Hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định khi  $y' > 0 \Leftrightarrow ad-bc > 0$

➤ Hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định khi  $y' < 0 \Leftrightarrow ad-bc < 0$

2. Điều kiện để hàm số  $y = \frac{ax+b}{cx+d}$  đồng biến – nghịch biến trên khoảng  $(e; f) \subset \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{d}{c}\right\}$

➤ Tính  $y' = \frac{ad-bc}{(cx+d)^2}$

➤ Hàm số đồng biến trên  $(e; f) \Leftrightarrow \begin{cases} y' > 0 \\ -\frac{d}{c} \notin (e; f) \end{cases}$

➤ Hàm số nghịch biến trên  $(e; f) \Leftrightarrow \begin{cases} y' < 0 \\ -\frac{d}{c} \notin (e; f) \end{cases}$

**Ví dụ 1: [MÃ ĐỀ 103 BGD-2017]** Cho hàm số  $y = \frac{mx-2m-3}{x-m}$  với  $m$  là tham số. Gọi  $S$  là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của  $m$  để hàm số đồng biến trên các khoảng xác định. Tìm số phần tử của  $S$ .

(A) 4.

(B) 3.

(C) Vô số.

(D) 5.

**Hướng dẫn giải:**

**Ví dụ 2: [MÃ ĐỀ 102 BGD-2018]** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  để hàm số  $y = \frac{x+6}{x+5m}$  nghịch biến trên khoảng  $(10; +\infty)$ ?

(A) 3.

(B) 4.

(C) 5.

(D) Vô số.

**Hướng dẫn giải:**

**Ví dụ 3: [MÃ ĐỀ 101 BGD-2020]** Tập hợp tất cả các giá trị của tham số  $m$  để hàm số  $y = \frac{x+4}{x+m}$  đồng biến trên khoảng  $(-\infty; -7)$  là?

(A)  $[4; 7)$ .

(B)  $(4; 7)$ .

(C)  $(4; +\infty)$ .

(D)  $(4; 7]$ .

**Hướng dẫn giải:**

**6. Thuật toán xác định tính đồng biến – nghịch biến của hàm hợp**

1. Cho đồ thị  $y = f'(x)$ , hỏi tính đồng biến – nghịch biến của hàm số  $y = f(u)$

➤ Tính  $y' = u' \cdot f'(u)$

➤ Giải phương trình  $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} u' = 0 \\ f'(u) = 0 \end{cases}$

➤ Lập bảng biến thiên của hàm số  $y = f(u)$ , suy ra yêu cầu đề bài.

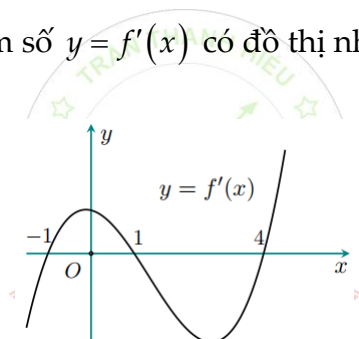
2. Cho đồ thị  $y = f'(x)$ , hỏi tính đồng biến – nghịch biến của hàm số  $y = g(x)$ , trong đó  $g(x)$  có liên hệ với  $f(x)$ .

➤ Tính  $y' = g'(x)$

➤ Giải  $g'(x) = 0$  (thường dẫn đến việc giải phương trình liên quan đến  $f'(x)$ )

➤ Lập bảng biến thiên của hàm số  $y = g(x)$ , suy ra yêu cầu bài toán.

**Ví dụ 1:** Cho hàm số  $y = f(x)$ . Hàm số  $y = f'(x)$  có đồ thị như hình vẽ. Hàm số  $y = f(x^2)$  nghịch biến trên khoảng nào?



Ⓐ  $(-\infty; 0)$ .

Ⓑ  $(2; +\infty)$ .

Ⓒ  $(1; 2)$ .

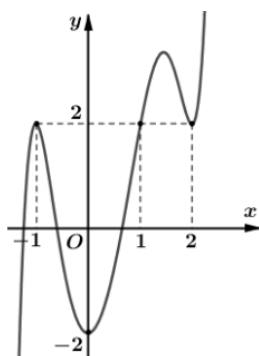
Ⓓ  $(-2; 0)$ .

**Hướng dẫn giải:**

.....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....

.....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....

**Ví dụ 2:** Cho hàm số  $y = f(x)$ , đồ thị hàm số  $y = f'(x)$  là đường cong như hình vẽ. Khi đó hàm số  $g(x) = f(2x+1) - 4x - 3$  đồng biến trên khoảng nào?



Ⓐ  $(0; +\infty)$ .

Ⓑ  $(-\infty; +\infty)$ .

Ⓒ  $(-\infty; 0)$ .

Ⓓ  $(-1; 0)$ .

Hướng dẫn giải:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

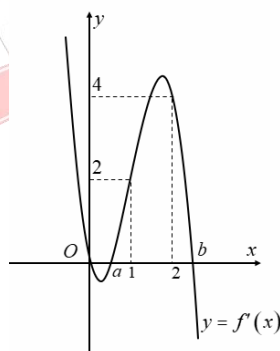
.....

.....

.....

.....

**Ví dụ 3:** Cho hàm số  $f(x)$  có đồ thị hàm số  $y = f'(x)$  là đường cong như hình vẽ. Hàm số  $g(x) = f(1-x) - x^2 + 2x$  đồng biến trên khoảng nào sau đây?



Ⓐ  $(-1; 0)$ .

Ⓑ  $(-\infty; -1)$ .

Ⓒ  $(2; +\infty)$ .

Ⓓ  $(-1; 1)$ .

Hướng dẫn giải:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

## C. PHIẾU HỌC TẬP

## PHIẾU HỌC TẬP SỐ 1

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
|   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |

**Câu 1.** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định và có đạo hàm trên K. Khẳng định nào sau đây là sai?

- Ⓐ Nếu hàm số  $y = f(x)$  đồng biến trên khoảng K thì  $f'(x) \geq 0, \forall x \in K$ .  
 Ⓑ Nếu  $f'(x) > 0, \forall x \in K$  thì hàm số  $f(x)$  đồng biến trên K.  
 Ⓒ Nếu  $f'(x) \geq 0, \forall x \in K$  thì hàm số  $f(x)$  đồng biến trên K.  
 Ⓓ Nếu  $f'(x) \geq 0, \forall x \in K$  và  $f'(x) = 0$  chỉ một số hữu hạn điểm thì hàm số đồng biến trên K

**Câu 2.** Cho hàm số  $f(x)$  xác định trên  $(a; b)$ , với  $x_1, x_2$  bất kỳ thuộc  $(a; b)$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- Ⓐ Hàm số  $f(x)$  đồng biến trên  $(a; b)$  khi và chỉ khi  $x_1 < x_2 \Leftrightarrow f(x_1) > f(x_2)$ .  
 Ⓑ Hàm số  $f(x)$  nghịch biến trên  $(a; b)$  khi và chỉ khi  $x_1 < x_2 \Leftrightarrow f(x_1) = f(x_2)$ .  
 Ⓒ Hàm số  $f(x)$  đồng biến trên  $(a; b)$  khi và chỉ khi  $x_1 > x_2 \Leftrightarrow f(x_1) < f(x_2)$ .  
 Ⓓ Hàm số  $f(x)$  nghịch biến trên  $(a; b)$  khi và chỉ khi  $x_1 > x_2 \Leftrightarrow f(x_1) < f(x_2)$ .

**Câu 3:** Cho hàm số  $y = -x^3 + 3x^2 - 4$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

- Ⓐ Hàm số đồng biến trên các khoảng  $(0; 2)$ . Ⓑ Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(-\infty; 2)$ .  
 Ⓒ Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(0; 2)$ . Ⓓ Hàm số đồng biến trên khoảng  $(0; +\infty)$ .

**Câu 4:** Tìm tất cả các khoảng đồng biến của hàm số  $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x - 1$ .

- Ⓐ  $(-\infty; 3)$ . Ⓑ  $(1; +\infty)$ . Ⓒ  $(1; 3)$ . Ⓓ  $(-\infty; 1)$  và  $(3; +\infty)$ .

**Câu 5:** Hàm số  $y = -x^3 + 3x - 5$  đồng biến trên khoảng nào sau đây?

- Ⓐ  $(-\infty; -1)$ . Ⓑ  $(-1; 1)$ . Ⓒ  $(-\infty; 1)$ . Ⓓ  $(1; +\infty)$ .

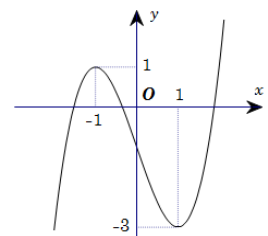
**Câu 6:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như hình vẽ. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào?

- Ⓐ  $(-\infty; 3)$ . Ⓑ  $(-1; 1)$ .  
 Ⓒ  $(1; +\infty)$ . Ⓓ  $(-5; +\infty)$ .

|         |           |      |     |           |      |           |
|---------|-----------|------|-----|-----------|------|-----------|
| $x$     | $-\infty$ | $-1$ | $1$ | $+\infty$ |      |           |
| $f'(x)$ |           | $+$  | $0$ | $-$       | $0$  | $+$       |
| $f(x)$  |           |      |     |           |      |           |
|         | $-\infty$ |      | $3$ |           | $-5$ | $+\infty$ |

**Câu 7:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị là đường cong như hình vẽ. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào?

- Ⓐ  $(-\infty; -1)$ . Ⓑ  $(-3; 1)$ .  
 Ⓒ  $(-3; +\infty)$ . Ⓓ  $(-1; 1)$ .



**Câu 8:** Hàm số  $y = x^4 - 2x^2 + 1$ . Khẳng định nào sau đây đúng ?

- Ⓐ Đồng biến trên  $(1; +\infty)$ . Ⓑ Đồng biến trên  $(-\infty; 0)$ .  
 Ⓒ Nghịch biến trên  $(-1; 1)$ . Ⓓ Nghịch biến trên  $(-1; 0)$ .

**Câu 9:** Hàm số  $y = -x^4 - 2x^2 + 3$  nghịch biến trên khoảng nào ?

- Ⓐ  $(-\infty; 0)$ . Ⓑ  $(-\infty; -1)$  và  $(0; 1)$ . Ⓒ  $\mathbb{R}$ . Ⓓ  $(0; +\infty)$ .

**Câu 10:** Hàm số  $y = 2x^4 + 1$  đồng biến trên khoảng nào?

- Ⓐ  $(-\infty; -\frac{1}{2})$ . Ⓑ  $(0; +\infty)$ . Ⓒ  $(-\frac{1}{2}; +\infty)$ . Ⓓ  $(-\infty; 0)$ .

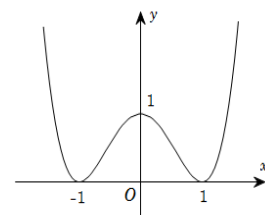
**Câu 11:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như hình vẽ. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào?

- Ⓐ  $(-\infty; 3)$ . Ⓑ  $(0; 1)$ .  
 Ⓒ  $(1; 3)$ . Ⓓ  $(-1; 1)$ .

|         |           |      |     |     |           |
|---------|-----------|------|-----|-----|-----------|
| $x$     | $-\infty$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $+\infty$ |
| $f'(x)$ | $+$       | $0$  | $-$ | $0$ | $-$       |
| $f(x)$  | $-\infty$ | $3$  | $1$ | $3$ | $-\infty$ |

**Câu 12:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị là đường cong hình bên. hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây

- Ⓐ  $(-1; 0)$ . Ⓑ  $(1; +\infty)$ .  
 Ⓒ  $(-1; 1)$ . Ⓓ  $(-\infty; -1)$



**Câu 13:** Kết luận nào sau đây về tính đơn điệu của hàm số  $y = \frac{2x-3}{x+1}$  là đúng ?

- Ⓐ Hàm số nghịch biến trên các khoảng  $(-\infty; -1)$  và  $(-1; +\infty)$ .  
 Ⓑ Hàm số luôn đồng biến trên  $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ .  
 Ⓒ Hàm số đồng biến trên các khoảng  $(-\infty; -1)$  và  $(-1; +\infty)$ .  
 Ⓓ Hàm số luôn nghịch biến trên  $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ .

**Câu 14:** Các khoảng nghịch biến của hàm số  $y = \frac{2x+1}{x-1}$  là:

- Ⓐ  $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ . Ⓑ  $(-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$ . Ⓒ  $(-\infty; 1)$  và  $(1; +\infty)$ . Ⓓ  $(-\infty; +\infty)$ .

**Câu 15:** Hàm số  $y = \frac{-x^2 + 2x - 1}{x + 2}$  đồng biến trên khoảng nào?

- Ⓐ  $(-5; -2)$ . Ⓑ  $(-\infty; -5)$ . Ⓒ  $(1; +\infty)$ . Ⓓ  $(-5; 1)$ .

**Câu 16:** Hàm số  $y = \frac{x}{x^2 + 1}$  đồng biến trên khoảng nào?

- Ⓐ  $(-\infty; -1)$ . Ⓑ  $(1; +\infty)$ . Ⓒ  $(-\infty; -1)$  và  $(1; +\infty)$ . Ⓓ  $(-1; 1)$ .

**Câu 17:** Khoảng đồng biến của hàm số  $y = \sqrt{2x - x^2}$  là

- Ⓐ  $(-\infty; 1)$ . Ⓑ  $(0; 1)$ . Ⓒ  $(1; 2)$ . Ⓓ  $(1; +\infty)$ .

**Câu 18:** Hàm số  $y = \frac{x^2 + 3x + 1}{x + 1}$  đồng biến trên

- (A)  $(-\infty - 1); (-1; +\infty)$ . (B)  $\mathbb{R}$ . (C)  $(-1; 1)$ . (D)  $(-\infty; +\infty)$ .

**Câu 19:** Cho hàm số  $y = \sqrt{1 - x^2}$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- (A) Hàm số đã cho đồng biến trên  $(0; 1)$   
 (B) Hàm số đã cho đồng biến trên toàn tập xác định  
 (C) Hàm số đã cho nghịch biến trên  $(0; 1)$   
 (D) Hàm số đã cho nghịch biến trên toàn tập xác định.

**Câu 20:** Cho hàm số  $y = \sqrt{x - 1} + \sqrt{4 - x}$ . Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- (A) Hàm số đã cho nghịch biến trên  $(1; 4)$ . (B) Hàm số đã cho nghịch biến trên  $\left(1; \frac{5}{2}\right)$ .  
 (C) Hàm số đã cho nghịch biến trên  $\left(\frac{5}{2}; 4\right)$ . (D) Hàm số đã cho nghịch biến trên  $\mathbb{R}$ .

**Câu 21:** Hàm số nào sau đây nghịch biến trên mỗi khoảng xác định của nó?

- (A)  $y = \frac{x - 2}{x + 2}$ . (B)  $y = \frac{-x + 2}{x + 2}$ . (C)  $y = \frac{x - 2}{-x + 2}$ . (D)  $y = \frac{x + 2}{-x + 2}$ .

**Câu 22:** Hàm số nào sau đây nghịch biến trên  $\mathbb{R}$ ?

- (A)  $y = x^3 + 3x^2 - 4$ . (B)  $y = -x^3 + x^2 - 2x - 1$ . (C)  $y = -x^4 + 2x^2 - 2$ . (D)  $y = x^4 - 3x^2 + 2$ .

**Câu 23:** Hàm số nào sau đây đồng biến trên  $\mathbb{R}$ ?

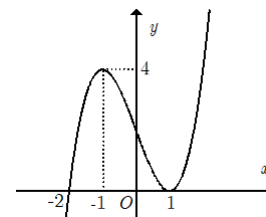
- (A)  $y = \frac{2x - 1}{x + 1}$ . (B)  $y = 2x - \cos 2x - 5$ . (C)  $y = x^3 - 2x^2 + x + 1$ . (D)  $y = \sqrt{x^2 - x + 1}$ .

**Câu 24:** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  có  $y' = (x - 1)(x - 2)^2(x - 3)^3$ . Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào?

- (A)  $(-1; 2)$ . (B)  $(1; 3)$ . (C)  $(3; +\infty)$ . (D)  $(2; 3)$ .

**Câu 25:** Cho hàm số  $y = f(x)$ , biết đồ thị hàm số  $y = f'(x)$  là đường cong như hình vẽ. Hàm số  $y = f(x)$  nghịch biến trên khoảng nào?

- (A)  $(-1; 1)$ . (B)  $(-\infty; -2)$ .  
 (C)  $(1; 4)$ . (D)  $(-2; +\infty)$ .



----- HẾT -----

PHIẾU HỌC TẬP SỐ 2

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 |
|   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |

**Câu 1:** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để hàm số  $y = x^3 + 3x^2 + mx + m$  đồng biến trên tập xác định.

- (A)  $m \leq 1$ . (B)  $m \geq 3$ . (C)  $-1 \leq m \leq 3$ . (D)  $m < 3$ .

**Câu 2:** Cho hàm số  $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (4m-3)x + 2022$ . Tìm giá trị lớn nhất của tham số thực  $m$  để hàm số đã cho đồng biến trên  $\mathbb{R}$ .

- (A)  $m = 1$ . (B)  $m = 2$ . (C)  $m = 4$ . (D)  $m = 3$ .

**Câu 3:** Cho hàm số  $y = (m+2)\frac{x^3}{3} - (m+2)x^2 + (m-8)x + m^2 - 1$ . Tìm tất cả các giá trị của tham số thực  $m$  để hàm số nghịch biến trên  $\mathbb{R}$ .

- (A)  $m < -2$ . (B)  $m > -2$ . (C)  $m \leq -2$ . (D)  $m \geq -2$ .

**Câu 4:** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số thực  $m$  thuộc khoảng  $(-1000; 1000)$  để hàm số  $y = 2x^3 - 3(2m+1)x^2 + 6m(m+1)x + 1$  đồng biến trên khoảng  $(2; +\infty)$ ?

- (A) 999. (B) 1001. (C) 998. (D) 1998.

**Câu 5:** Cho hàm số  $y = -\frac{1}{3}x^3 + (m-1)x^2 + (m+3)x - 4$ . Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để hàm số đã cho đồng biến trên khoảng  $(0; 3)$ .

- (A)  $m \geq \frac{12}{7}$ . (B)  $m \leq \frac{12}{7}$ . (C)  $m \geq 1$ . (D)  $1 \leq m \leq \frac{12}{7}$ .

**Câu 6:** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để hàm số  $y = x^3 + 3x^2 + mx + m$  nghịch biến trên đoạn có độ dài bằng 1.

- (A)  $m = -\frac{9}{4}$ . (B)  $m = 3$ . (C)  $m = -3$ . (D)  $m = \frac{9}{4}$ .

**Câu 7:** Cho hàm số  $y = x^4 - 2(m-1)x^2 + m - 2$  với  $m$  là tham số thực. Tìm tất cả các giá trị  $m$  để hàm số đồng biến trên khoảng  $(1; 3)$ .

- (A)  $1 < m \leq 2$ . (B)  $m \leq 2$ . (C)  $m \leq 1$ . (D)  $1 < m < 2$ .

**Câu 8:** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để hàm số  $y = x^4 - 2mx^2$  nghịch biến trên  $(-\infty; 0)$

- (A)  $m \leq 0$ . (B)  $m = 1$ . (C)  $m > 0$ . (D)  $m \neq 0$ .

**Câu 9:** Cho hàm số  $y = (m^2 - 2m)x^4 + (4m - m^2)x^2 - 4$ . Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  để hàm số đồng biến trên khoảng  $(0; +\infty)$ .

- (A) 0. (B) Vô số. (C) 2. (D) 3.

**Câu 10:** Tìm tất cả các giá trị của tham số  $m$  để hàm số  $y = \frac{x-1}{x-m}$  nghịch biến trên khoảng  $(-\infty; 2)$

- (A)  $m > 2$ . (B)  $m \geq 1$ . (C)  $m \geq 2$ . (D)  $m > 1$ .

**Câu 11:** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để hàm số  $y = \frac{x-m}{x+2}$  nghịch biến trên từng khoảng xác định.

- Ⓐ  $m < -2$ .      Ⓑ  $m \geq -2$ .      Ⓒ  $m > -2$ .      Ⓓ  $m \leq -2$ .

**Câu 12:** Cho hàm số  $y = \frac{mx-2m-3}{x-m}$  với  $m$  là tham số thực. Gọi  $S$  là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của  $m$  để hàm số đồng biến trên các khoảng xác định. Tìm số phần tử của  $S$ .

- Ⓐ 5.      Ⓑ 4.      Ⓒ Vô số.      Ⓓ 3.

**Câu 13:** Gọi  $S$  là tập hợp các số nguyên  $m$  để hàm số  $y = \frac{x+2m-3}{x-3m+2}$  đồng biến trên khoảng  $(-\infty; -14)$ . Tính tổng  $T$  của các phần tử trong  $S$ .

- Ⓐ  $T = -9$ .      Ⓑ  $T = -5$ .      Ⓒ  $T = -6$ .      Ⓓ  $T = -10$ .

**Câu 14:** Tìm tất cả các giá trị thực của  $m$  để hàm số  $y = \frac{\sin x + m}{\sin x - 1}$  nghịch biến trên khoảng  $\left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$ .

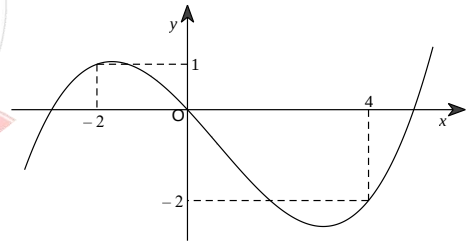
- Ⓐ  $m \geq -1$ .      Ⓑ  $m > -1$ .      Ⓒ  $m < -1$ .      Ⓓ  $m \leq -1$ .

**Câu 15:** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để hàm số  $y = \frac{x^2 - mx - 1}{1 - x}$  nghịch biến trên các khoảng xác định.

- Ⓐ  $m < 0$ .      Ⓑ  $m \geq 0$ .      Ⓒ  $m = 0$ .      Ⓓ  $m \in \mathbb{R}$ .

**Câu 16:** Cho hàm số  $f(x)$ . Hàm số  $y = f'(x)$  có đồ thị như hình bên. Hàm số  $g(x) = f(1-2x) + x^2 - x$  nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- Ⓐ  $\left(1; \frac{3}{2}\right)$ .      Ⓑ  $\left(0; \frac{1}{2}\right)$ .  
Ⓒ  $(-2; -1)$ .      Ⓓ  $(2; 3)$ .



**Câu 17:** Cho hàm số  $f(x)$ , bảng xét dấu của  $f'(x)$  như sau. Hàm số  $y = f(3-2x)$  nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

|         |           |      |      |     |           |   |   |
|---------|-----------|------|------|-----|-----------|---|---|
| $x$     | $-\infty$ | $-3$ | $-1$ | $1$ | $+\infty$ |   |   |
| $f'(x)$ | -         | 0    | +    | 0   | -         | 0 | + |

- Ⓐ  $(4; +\infty)$ .      Ⓑ  $(-2; 1)$ .      Ⓒ  $(2; 4)$ .      Ⓓ  $(1; 2)$ .

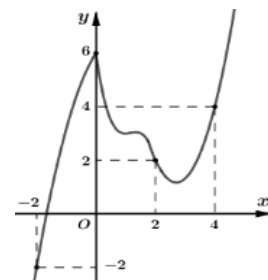
**Câu 18:** Cho hàm số  $f(x)$  có bảng xét dấu của đạo hàm như sau. Hàm số  $y = 3f(x+2) - x^3 + 3x$  đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

| $x$     | $-\infty$ | 1 | 2 | 3 | 4 | $+\infty$ |   |   |   |
|---------|-----------|---|---|---|---|-----------|---|---|---|
| $f'(x)$ | -         | 0 | + | 0 | + | 0         | - | 0 | + |

- Ⓐ  $(1; +\infty)$ .      Ⓑ  $(-\infty; -1)$ .      Ⓒ  $(-1; 0)$ .      Ⓓ  $(0; 2)$ .

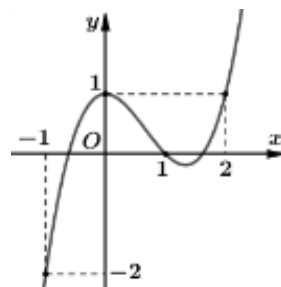
**Câu 19:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm liên tục trên  $\mathbb{R}$ . Đồ thị hàm số  $y = f'(x)$  như hình bên. Hàm số  $g(x) = 2f(x) - x^2$  đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau đây?

- Ⓐ  $(-\infty; -2)$ . Ⓑ  $(-2; 2)$ .  
Ⓒ  $(2; 4)$ . Ⓓ  $(2; +\infty)$ .



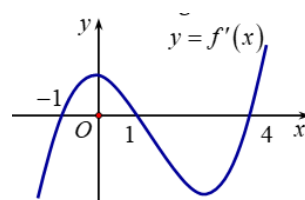
**Câu 20:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm trên  $\mathbb{R}$ . Đồ thị hàm số  $y = f'(x)$  như hình vẽ bên dưới. Hàm số  $g(x) = f(x) - \frac{x^3}{3} + x^2 - x + 2$  đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

- Ⓐ  $(-1; 0)$ . Ⓑ  $(0; 2)$ .  
Ⓒ  $(1; 2)$ . Ⓓ  $(0; 1)$ .



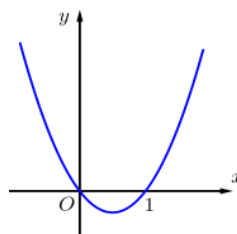
**Câu 21:** Cho hàm số  $y = f(x)$ . Hàm số  $y = f'(x)$  có đồ thị như hình bên. Hàm số  $y = f(2 - x)$  đồng biến trên khoảng:

- Ⓐ  $(1; 3)$ . Ⓑ  $(2; +\infty)$ .  
Ⓒ  $(-2; 1)$ . Ⓓ  $(-\infty; 2)$ .



**Câu 22:** Cho hàm số bậc ba  $y = f(x)$ , hàm số  $y = f'(x)$  có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số  $g(x) = f(-x - x^2)$  nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

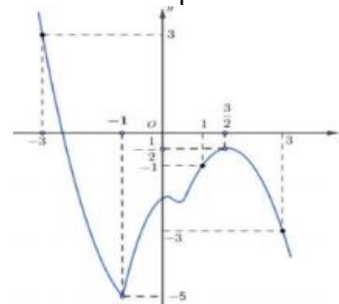
- Ⓐ  $(-2; -1)$ . Ⓑ  $(1; 2)$ .  
Ⓒ  $(-1; 0)$ . Ⓓ  $(-\frac{1}{2}; 0)$ .



**Câu 23:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị  $f'(x)$  như hình vẽ bên.

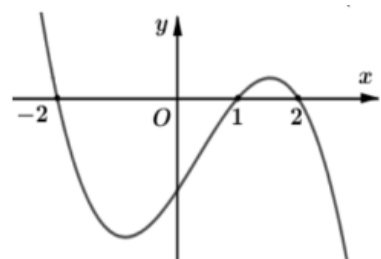
Hàm số  $y = f(1 - x) + \frac{x^2}{2} - x$  nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

- Ⓐ  $(-2; 0)$ . Ⓑ  $(-3; 1)$ .  
Ⓒ  $(3; +\infty)$ . Ⓓ  $(1; 3)$ .



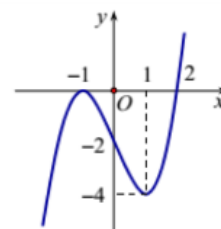
**Câu 24:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm trên  $\mathbb{R}$ . Hàm số  $y = f'(3x - 1)$  có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số  $y = f(x)$  đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- Ⓐ  $(2; 6)$ . Ⓑ  $(-\infty; -7)$ .  
Ⓒ  $(-\infty; -6)$ . Ⓓ  $(-\infty; -\frac{1}{3})$ .



**Câu 25:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có liên tục trên  $\mathbb{R}$ . Hàm số  $y = f(3-4x)$  đồng  
thị như bên. Hàm số  $y = f(x)$  nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- Ⓐ  $(-7;1)$ .                      Ⓑ  $(-\infty;-1)$ .  
Ⓒ  $(7;+\infty)$ .                    Ⓓ  $(-1;6)$ .



----- HẾT -----



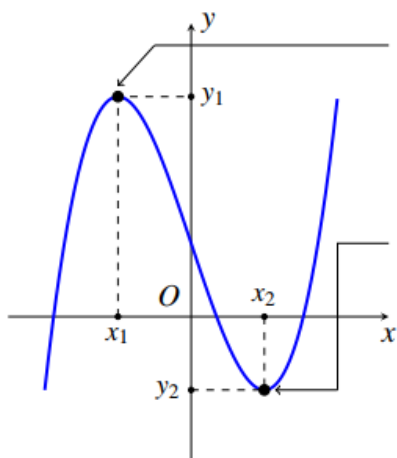
**BÀI 2: CỰC TRỊ CỦA HÀM SỐ**

**A. LÝ THUYẾT CƠ BẢN CẦN NHỚ**

**1. Hàm số đạt cực trị tại  $x_0$**

- Hàm số đạt cực trị tại  $x_0$  thì  $x_0$  là nghiệm của phương trình  $y' = 0$  và  $y'$  đổi dấu khi đi qua  $x_0$  hoặc  $x_0$  là điểm mà tại đó đạo hàm không xác định và  $y'$  đổi dấu khi qua  $x_0$ .
- Cực trị hàm số thông qua  $y''$ 
  - Nếu  $\begin{cases} y'(x_0) = 0 \\ y''(x_0) < 0 \end{cases}$  thì hàm số đạt cực đại tại  $x_0$ .
  - Nếu  $\begin{cases} y'(x_0) = 0 \\ y''(x_0) > 0 \end{cases}$  thì hàm số đạt cực tiểu tại  $x_0$ .

**2. Tên gọi - dấu hiệu nhận biết cực trị.**



$(x_1; y_1)$  là điểm cực đại của **đồ thị** hàm số.

- $x_1$  là điểm cực đại của hàm số.
- $y_1$  là giá trị cực đại của hàm số.

$(x_2; y_2)$  là điểm cực tiểu của **đồ thị** hàm số.

- $x_2$  là điểm cực tiểu của hàm số.
- $y_2$  là giá trị cực tiểu của hàm số.

| $x$  | $x_{CT}$ |   |   |
|------|----------|---|---|
| $y'$ | -        | 0 | + |
| $y$  | $y_{CT}$ |   |   |

| $x$  | $x_{CD}$ |   |   |
|------|----------|---|---|
| $y'$ | +        | 0 | - |
| $y$  | $y_{CD}$ |   |   |

❖ **Chú ý:** Tại vị trí  $x$  cực trị  $y'$  có thể không xác định.

## B. THUẬT TOÁN CỦA MỘT SỐ DẠNG TOÁN THƯỜNG GẶP

### 1. Thuật toán xác định cực trị của hàm số cho bằng công thức

Hàm số cho bằng công thức ta thực hiện các bước sau

- Tìm Tập xác định.
- Tính  $y'$
- Giải phương trình  $y' = 0$  tìm các nghiệm  $x_i$  và các điểm  $x_j$  mà đạo hàm không xác định.
- Lập bảng biến thiên của hàm số  $y = f(x)$  và nhìn các “điểm dừng”
  - “Dừng” trên cao tại điểm  $(x_1; y_1)$  thì  $x_1$  là điểm cực đại của hàm số;  $y_1$  là giá trị cực đại của hàm số.
  - “Dừng” dưới thấp tại điểm  $(x_2; y_2)$  thì  $x_2$  là điểm cực tiểu của hàm số;  $y_2$  là giá trị cực tiểu của hàm số.

Ví dụ 1: [MINH HỌA BGD-2017] Tìm giá trị cực đại của hàm số  $y = x^3 - 3x + 2$

(A) 4.

(B) 0.

(C) 1.

(D) -1.

Hướng dẫn giải:

Ví dụ 2: [MÃ ĐỀ 103 BGD-2019] Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = x(x-1)^2, \forall x \in \mathbb{R}$ . Số điểm cực trị của hàm số đã cho là?

(A) 2.

(B) 0.

(C) 1.

(D) 3.

Hướng dẫn giải:

Ví dụ 3: Điểm cực đại của hàm số  $y = x^4 - 2x^2 + 8$  là?

(A)  $x = -1$ .

(B)  $x = 1$ .

(C)  $x = 0$ .

(D)  $x = 8$ .

Hướng dẫn giải:

## 2. Thuật toán xác định cực trị của hàm số cho đồ thị hoặc bảng biến thiên

### 1. Cho đồ thị $y = f(x)$ hoặc bảng biến thiên

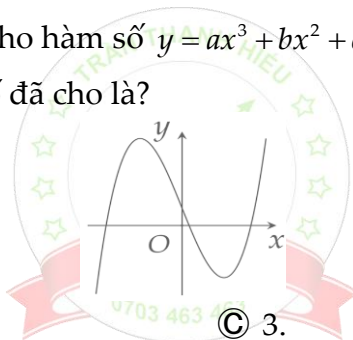
➤ Ta nhìn các “Điểm dừng”.

- “Dừng” trên cao tại điểm  $(x_1; y_1)$  thì  $x_1$  là điểm cực đại của hàm số;  $y_1$  là giá trị cực đại của hàm số.
- “Dừng” dưới thấp tại điểm  $(x_2; y_2)$  thì  $x_2$  là điểm cực tiểu của hàm số;  $y_2$  là giá trị cực tiểu của hàm số.

### 2. Cho đồ thị $y = f'(x)$

- Nhìn đồ thị tìm các điểm đồ thị cắt trục  $Ox$  ta được các  $x_i$ .
- Lập bảng biến thiên
  - Phần phía trên trục  $Ox$  thì  $y'$  mang dấu +
  - Phần phía dưới trục  $Ox$  thì  $y'$  mang dấu -
- Kết luận cực đại – cực tiểu.

**Ví dụ 1: [MÃ ĐỀ 101 BGD-2018]** Cho hàm số  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$  ( $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ ) và có đồ thị như hình vẽ. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là?



Ⓐ 2.

Ⓑ 0.

Ⓒ 3.

Ⓓ 1.

Hướng dẫn giải:

.....

.....

**Ví dụ 2: [MINH HỌA BGD-2019]** Hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như hình vẽ sau.

|      |           |     |     |           |           |
|------|-----------|-----|-----|-----------|-----------|
| $x$  | $-\infty$ | $0$ | $2$ | $+\infty$ |           |
| $y'$ | $-$       | $0$ | $+$ | $0$       | $-$       |
| $y$  | $+\infty$ |     | $1$ | $5$       | $-\infty$ |

$\swarrow$        $\nearrow$        $\searrow$   
 $1$                        $-\infty$

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng?

Ⓐ 1.

Ⓑ 2.

Ⓒ 0.

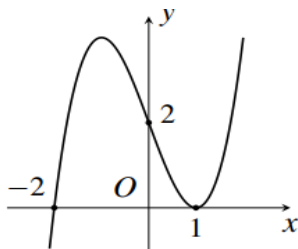
Ⓓ 5.

Hướng dẫn giải:

.....

.....

**Ví dụ 3:** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định và có đạo hàm trên  $\mathbb{R}$ . Biết hàm số  $y = f'(x)$  có đồ thị như hình vẽ.



Hàm số đã cho có bao nhiêu cực trị?

(A) 1.

(B) 3.

(C) 2.

(D) 0.

**Hướng dẫn giải:**

|       |       |
|-------|-------|
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |

### 3. Thuật toán tìm $m$ để hàm số đạt cực trị tại điểm $x_0$ cho trước

- Giải phương trình  $y'(x_0) = 0$ , tìm các giá trị  $m$ .
- Thử lại với  $m$  vừa tìm được bằng một trong hai cách sau:
  - **Cách 1:** Lập bảng biến thiên với  $m$  vừa tìm được. Xem giá trị  $m$  nào thỏa yêu cầu bài toán.
  - **Cách 2:** Tính  $y''$ . Thử  $y''(x_0) < 0$  thì  $x_0$  là điểm cực đại;  $y''(x_0) > 0$  thì  $x_0$  là điểm cực tiểu.

**Ví dụ 1:** [MÃ ĐỀ 102 BGD-2017] Tìm giá trị thực của tham số  $m$  để hàm số

$$y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m^2 - 4)x + 3 \text{ đạt cực đại tại } x = 3.$$

(A)  $m = 1$ .

(B)  $m = 5$ .

(C)  $m = -1$ .

(D)  $m = -7$ .

**Hướng dẫn giải:**

|       |       |
|-------|-------|
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |

**Ví dụ 2:** [MÃ ĐỀ 101 BGD-2018] Có tất cả bao nhiêu số nguyên của  $m$  để hàm số

$$y = x^8 + (m - 2)x^5 - (m^2 - 4)x^4 + 1 \text{ đạt cực tiểu tại } x = 0?$$

(A) 3.

(B) Vô số.

(C) 5.

(D) 4.

Hướng dẫn giải:

|       |       |
|-------|-------|
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |

**Ví dụ 3:** Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số  $m$  để hàm số  $y = x^4 - 2mx^2 - 4$  đạt cực tiểu tại  $x = -1$ .

Ⓐ  $m = 1$ .

Ⓑ  $m = -1$ .

Ⓒ  $m \in \emptyset$ .

Ⓓ  $m = 1, m = -1$ .

Hướng dẫn giải:

|       |       |
|-------|-------|
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |

**4. Thuật toán xác định  $m$  để hàm số bậc ba  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ , ( $a \neq 0$ ) thỏa mãn yêu cầu về cực trị**

1. Biện luận nghiệm phương trình  $y' = 0$  (phương trình bậc hai)

- Hàm số có **Hai** điểm cực trị khi  $\Delta > 0$
- Hàm số **Không** có cực trị khi  $\Delta \leq 0$

2. Áp dụng công thức tính nhanh (lấy trực tiếp từ hàm số, không lấy đạo hàm)

- Hàm số có **Hai** điểm cực trị khi  $b^2 - 3ac > 0$
- Hàm số **Không** có cực trị khi  $b^2 - 3ac \leq 0$

3. Một số công thức thường gặp

3.1. Phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị

○ Chuyển máy tính về: **MENU** **2** nhập:  $y - \frac{y' \cdot y''}{18a}$  CALC: i **CALC** **ENG**

○  $y = -\frac{2}{9a}(b^2 - 3ac)x + d - \frac{bc}{9a}$

3.2. Định lý Vi-et (lấy hệ số trực tiếp từ hàm số)

○  $x_1 + x_2 = -\frac{2b}{3a}$  và  $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{3a}$

○  $x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 \cdot x_2 = \frac{4b^2}{9a^2} - \frac{2c}{3a}$

○  $(x_1 - x_2)^2 = (x_1 + x_2)^2 - 4x_1 \cdot x_2 = \frac{4b^2}{9a^2} - \frac{4c}{3a}$

**Ví dụ 1:** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  để hàm số  $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + (m^2 - 9)x + m^2 + 1$  có đúng hai cực trị.

(A) 4.

(B) 8.

(C) 7.

(D) 5.

**Hướng dẫn giải:**

|       |       |
|-------|-------|
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |

**Ví dụ 2:** Tìm tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để hàm số

$y = \frac{1}{3}x^3 + (m-2)x^2 + (5m+4)x + m^2 + 1$  đạt cực tiểu tại  $x_1, x_2$  thỏa mãn  $x_1 < -1 < x_2 < 2$ .

(A)  $m > -3$

(B)  $m < -3$ .

(C)  $m \leq -3$ .

(D)  $m \geq -3$ .

**Hướng dẫn giải:**

|       |       |
|-------|-------|
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |

**Ví dụ 3: [MÃ ĐỀ 101 BGD-2017]** Đồ thị hàm số  $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 1$  có hai điểm cực trị  $A$  và  $B$ . Điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng  $AB$ .

(A)  $N(1; -10)$ .

(B)  $M(0; -1)$ .

(C)  $Q(-1; 10)$ .

(D)  $P(1; 0)$ .

**Hướng dẫn giải:**

|       |       |
|-------|-------|
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |

**5. Thuật toán xác định  $m$  để hàm số trùng phương  $y = ax^4 + bx^2$ , ( $a \neq 0$ ) thỏa mãn yêu cầu về cực trị**

1. Biện luận số nghiệm của phương trình  $y' = 0$  với  $y' = 4ax^3 - 2bx^2 = 2x(2ax^2 + b)$

$$\text{➤ } y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ 2ax^2 + b = 0 \end{cases}$$

- $y' = 0$  có một nghiệm ( $x = 0$ ) thì hàm số có một cực trị.
- $y' = 0$  có ba nghiệm thì hàm số có ba cực trị.

2. Quan sát hàm số kết luận nhanh

- Nếu hệ số  $a, b$  cùng dấu với nhau thì hàm số có **Một** cực trị  
 $\Leftrightarrow a.b \geq 0$  thì hàm số có **Một** cực trị.
- Nếu hệ số  $a, b$  trái dấu với nhau thì hàm số có **Ba** cực trị  
 $\Leftrightarrow a.b < 0$  thì hàm số có **Ba** cực trị

3. Một số công thức tính nhanh

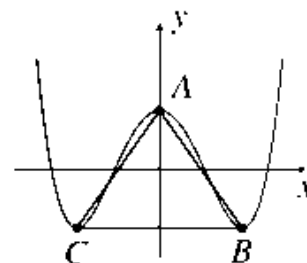
3.1.  $\cos A = \frac{b^3 + 8a}{b^3 - 8a}$

- Ba cực trị tạo thành tam giác đều  $\Leftrightarrow b^3 + 24a = 0$
- Ba cực trị tạo thành tam giác vuông (cân)  $\Leftrightarrow b^3 + 8a = 0$

3.2. Diện tích tam giác có đỉnh là ba cực trị:  $S_{\Delta ABC}^2 = -\frac{b^5}{32a^3}$

3.3. Tam giác  $ABC$  có  $BC = m_0 \Leftrightarrow am_0^2 + 2b = 0$

3.4. Tam giác  $ABC$  nhận  $O$  làm trọng tâm  $\Leftrightarrow b^2 = 6ac$



**Ví dụ 1:** Tìm tất cả các giá trị của  $m$  để hàm số  $y = mx^4 - (m+1)x^2 + 2m - 1$  có 3 điểm cực trị?

- Ⓐ  $\begin{cases} m < -1 \\ m > 0 \end{cases}$       Ⓑ  $m < -1$       Ⓒ  $-1 < m < 0$       Ⓓ  $m > -1$

**Hướng dẫn giải:**

|  |  |
|--|--|
|  |  |
|  |  |

**Ví dụ 2: [MINH HỌA BGD-2017]** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  sao cho đồ thị của hàm số  $y = x^4 + 2mx^2 + 1$  có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác vuông cân.

- Ⓐ  $m = -\frac{1}{\sqrt[3]{9}}$       Ⓑ  $m = -1$       Ⓒ  $m = \frac{1}{\sqrt[3]{9}}$       Ⓓ  $m = 1$

**Hướng dẫn giải:**

|  |  |
|--|--|
|  |  |
|  |  |

**Ví dụ 3:** Cho hàm số  $y = x^4 - 2mx^2 + 2m^2 - 4$  với  $m$  là tham số. Biết đồ thị của hàm số có ba điểm cực trị lập thành tam giác có diện tích bằng 1. Khi đó giá trị  $m$  nằm trong khoảng nào?

Ⓐ (1;3).

Ⓑ (0;2).

Ⓒ (3;4).

Ⓓ (4;6).

Hướng dẫn giải:

|       |       |
|-------|-------|
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |

## 6. Thuật toán tìm cực trị của hàm số có chứa dấu trị tuyệt đối, hàm hợp.

### 1. Số cực trị của hàm số $y = |f(x)|$

➤ Tính số cực trị của hàm số  $y = f(x)$  là  $n$

➤ Tính số nghiệm đơn, bội lẻ của phương trình  $f(x) = 0$  là  $m$

Khi đó số cực trị của hàm số  $y = |f(x)| = m + n$

### 2. Số cực trị của hàm số $y = f(|x|)$

➤ Tìm số cực trị dương của hàm số  $y = f(x) = m$

➤ Số cực trị của hàm số  $y = f(|x|) = 2a + 1$

### 3. Cho hàm số $f(x)$ bằng công thức hoặc bảng biến thiên hoặc đồ thị. Tìm số cực trị của hàm số $g(x)$ có mối liên hệ với $f(x)$ .

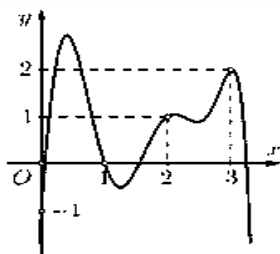
➤ Tính đạo hàm  $g'(x)$

➤ Giải phương trình  $g(x) = 0$  (thông thường sẽ liên quan đến phương trình  $f'(x) = 0$  và nhìn đồ thị).

➤ Lập bảng biến thiên hàm số  $g(x)$  và kết luận.

**Ví dụ 1:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị  $y = f'(x)$  như hình vẽ. Đồ thị hàm số

$g(x) = |2f(x) - (x-1)^2|$  có tối đa bao nhiêu điểm cực trị?



Ⓐ 4.

Ⓑ 7.

Ⓒ 5.

Ⓓ 3.

Hướng dẫn giải:

|  |  |
|--|--|
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

**Ví dụ 2:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng xét dấu của  $f'(x)$  như sau:

|         |           |      |     |     |           |
|---------|-----------|------|-----|-----|-----------|
| $x$     | $-\infty$ | $-2$ | $2$ | $5$ | $+\infty$ |
| $f'(x)$ | $-$       | $0$  | $+$ | $0$ | $-$       |

Hỏi hàm số  $g(x) = f(1-x) + \frac{x^3}{3} - x^2 - 3x$  đạt cực tiểu tại điểm nào dưới đây?

Ⓐ  $x = -3$ .

Ⓑ  $x = 3$ .

Ⓒ  $x = 2$ .

Ⓓ  $x = -1$ .

Hướng dẫn giải:

|  |  |
|--|--|
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

**Ví dụ 3:** [MÃ ĐỀ 101 BGD-2020] Cho hàm số bậc bốn  $f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

|         |           |      |     |      |           |
|---------|-----------|------|-----|------|-----------|
| $x$     | $-\infty$ | $-1$ | $0$ | $1$  | $+\infty$ |
| $f'(x)$ | $-$       | $0$  | $+$ | $0$  | $-$       |
| $f(x)$  | $+\infty$ | $-2$ | $3$ | $-2$ | $+\infty$ |

Số điểm cực trị của hàm số  $g(x) = x^4 [f(x+1)]^2$  là?

Ⓐ 11.

Ⓑ 5.

Ⓒ 9.

Ⓓ 7.

Hướng dẫn giải:

|       |       |
|-------|-------|
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |



## C. PHIẾU HỌC TẬP

### PHIẾU HỌC TẬP SỐ 1

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 |
|   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |

**Câu 1:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau. Hàm số đạt cực tiểu tại điểm nào?

- (A)  $x_0 = 5$                       (B)  $x_0 = 0$   
 (C)  $x_0 = 1$                       (D)  $x_0 = 2$

|      |           |   |   |           |   |   |           |
|------|-----------|---|---|-----------|---|---|-----------|
| $x$  | $-\infty$ | 0 | 2 | $+\infty$ |   |   |           |
| $y'$ |           | - | 0 | +         | 0 | - |           |
| $y$  | $+\infty$ |   | 1 |           | 5 |   | $-\infty$ |

**Câu 2:** Hàm số  $y = 2x^3 - x^2 + 5$  có điểm cực đại là:

- (A)  $x = \frac{1}{3}$ .                      (B)  $x = 5$ .                      (C)  $x = 3$ .                      (D)  $x = 0$ .

**Câu 3:** Cho hàm số  $y = \frac{x^3}{3} - x - 11$ . Giá trị cực tiểu của hàm số là

- (A) 1.                      (B)  $-\frac{31}{3}$ .                      (C)  $-\frac{35}{3}$ .                      (D) -1.

**Câu 4:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau.

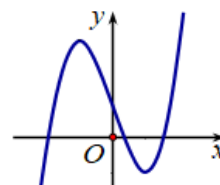
Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

- (A) 2.                      (B) 3.  
 (C) 0.                      (D) -4.

|         |           |   |   |           |    |   |           |
|---------|-----------|---|---|-----------|----|---|-----------|
| $x$     | $-\infty$ | 0 | 3 | $+\infty$ |    |   |           |
| $f'(x)$ |           | + | 0 | -         | 0  | + |           |
| $f(x)$  |           |   | 2 |           | -4 |   | $+\infty$ |
|         | $-\infty$ |   |   |           |    |   |           |

**Câu 5:** Cho hàm số  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$  ( $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ ) có đồ thị như hình vẽ bên. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- (A) 2.                      (B) 0.  
 (C) 3.                      (D) 1.



**Câu 6:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau

Hàm số đạt cực đại tại điểm

- (A)  $x = 1$                       (B)  $x = 0$   
 (C)  $x = 5$                       (D)  $x = 2$

|      |           |   |   |   |   |   |           |
|------|-----------|---|---|---|---|---|-----------|
| $x$  | $-\infty$ |   | 0 |   | 2 |   | $+\infty$ |
| $y'$ |           | - | 0 | + | 0 | - |           |
| $y$  | $+\infty$ |   |   |   |   | 5 |           |
|      |           |   | 1 |   |   |   | $-\infty$ |

**Câu 7:** Gọi  $x_1, x_2$  là hai điểm cực trị của hàm số  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 3x^2 - 2x$ . Giá trị của  $x_1^2 + x_2^2$  bằng

- (A) 6.                      (B) 32.                      (C) 4.                      (D) 40.

**Câu 8:** Hàm số  $y = -x^4 - x^2 + 1$  có mấy điểm cực trị?

- (A) 3.                      (B) 0.                      (C) 1.                      (D) 2.

**Câu 9:** Cho hàm số  $f(x)$  có bảng biến thiên như sau.

Điểm cực đại của hàm số đã cho là

- (A)  $x = 3$ .                      (B)  $x = -1$ .  
 (C)  $x = 2$ .                      (D)  $x = -3$ .

|         |           |      |      |           |     |     |           |
|---------|-----------|------|------|-----------|-----|-----|-----------|
| $x$     | $-\infty$ | $-1$ | $3$  | $+\infty$ |     |     |           |
| $f'(x)$ |           | $-$  | $0$  | $+$       | $0$ | $-$ |           |
| $f(x)$  | $+\infty$ |      | $-3$ |           | $2$ |     | $-\infty$ |

**Câu 10:** Cho hàm  $f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

- (A) 3. (B) -5.  
(C) 0. (D) 2.

|         |           |   |    |           |   |
|---------|-----------|---|----|-----------|---|
| $x$     | $-\infty$ | 0 | 3  | $+\infty$ |   |
| $f'(x)$ | +         | 0 | -  | 0         | + |
| $f(x)$  | $-\infty$ | 2 | -5 | $+\infty$ |   |

**Câu 11:** Cho hàm số  $f(x)$  có bảng biến thiên như sau

Hàm số đã cho đạt cực đại tại

- (A)  $x = -2$ . (B)  $x = 2$ .  
(C)  $x = 1$ . (D)  $x = -1$ .

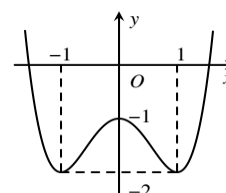
|         |           |      |      |           |     |
|---------|-----------|------|------|-----------|-----|
| $x$     | $-\infty$ | $-1$ | $2$  | $+\infty$ |     |
| $f'(x)$ | $+$       | $0$  | $-$  | $0$       | $+$ |
| $f(x)$  | $-\infty$ | $1$  | $-2$ | $+\infty$ |     |

**Câu 12:** Hàm số  $y = x^4 - 2x^2 + 3$  có mấy điểm cực trị?

- (A) 3. (B) 1. (C) 2. (D) 0.

**Câu 13:** Cho hàm số có đồ thị như hình vẽ. Giá trị cực đại của hàm số bằng

- (A) -1. (B) -2.  
(C) 1. (D) 0.



**Câu 14:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên sau

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

- (A) 1. (B) -1.  
(C) 0. (D)  $-\frac{5}{2}$ .

|      |           |    |                |   |           |
|------|-----------|----|----------------|---|-----------|
| $x$  | $-\infty$ | -1 | 0              | 1 | $+\infty$ |
| $y'$ | +         | 0  | -              | 0 | +         |
| $y$  | $-\infty$ | 0  | $-\frac{5}{2}$ | 0 | $-\infty$ |

**Câu 15:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau.

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

- (A) 1. (B) 2.  
(C) 0. (D) 5.

|      |           |   |   |           |   |
|------|-----------|---|---|-----------|---|
| $x$  | $-\infty$ | 0 | 2 | $+\infty$ |   |
| $y'$ | -         | 0 | + | 0         | - |
| $y$  | $+\infty$ |   |   |           |   |
|      |           | 1 | 5 |           |   |

**Câu 16:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau.

Hàm số đạt cực đại tại điểm  $x_0$  bằng:

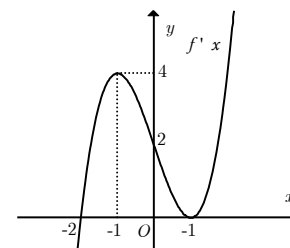
- (A) 0. (B) -4.  
(C) 1. (D) -3.

|      |           |    |    |    |           |
|------|-----------|----|----|----|-----------|
| $x$  | $-\infty$ | -1 | 0  | 1  | $+\infty$ |
| $y'$ | -         | 0  | +  | 0  | -         |
| $y$  | $+\infty$ | -4 | -3 | -4 | $+\infty$ |

**Câu 17:** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có đồ thị  $y = f'(x)$  như

hình vẽ. Số điểm cực trị của hàm số đã cho bằng

- (A) 2. (B) 1.  
(C) 0. (D) 3.



**Câu 18:** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có bảng xét dấu của

$f'(x)$  như sau. Tìm số cực trị của hàm số  $y = f(x)$

- (A) 2. (B) 1.  
(C) 3. (D) 0.

|         |           |      |     |     |           |     |
|---------|-----------|------|-----|-----|-----------|-----|
| $x$     | $-\infty$ | $-2$ | $1$ | $5$ | $+\infty$ |     |
| $f'(x)$ | $+$       | $-$  | $0$ | $-$ | $0$       | $+$ |

**Câu 19:** Hàm số  $y = \frac{2x+3}{x+1}$  có bao nhiêu điểm cực trị?

- (A) 3. (B) 0. (C) 2. (D) 1.

**Câu 20:** Cho hàm số  $f(x)$  có bảng xét dấu của  $f'(x)$  như sau. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

|         |           |     |      |     |     |     |     |     |           |
|---------|-----------|-----|------|-----|-----|-----|-----|-----|-----------|
| $x$     | $-\infty$ |     | $-2$ |     | $0$ |     | $2$ |     | $+\infty$ |
| $f'(x)$ |           | $+$ | $0$  | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $+$ |           |

- (A) 3.                      (B) 0.  
 (C) 2.                      (D) 1.

**Câu 21:** Cho hàm số  $f(x)$  có  $f'(x) = x(x+1)(x-4)^3$ ,  $\forall x \in \mathbb{R}$ . Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho.

- (A) 4.                      (B) 3.                      (C) 1.                      (D) 2.

**Câu 22:** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = x(x-1)(x+4)^3$ ,  $\forall x \in \mathbb{R}$ . Số điểm cực đại của hàm số đã cho là

- (A) 3.                      (B) 4.                      (C) 2.                      (D) 1.

**Câu 23:** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có bảng xét dấu của  $f'(x)$  như sau. Số điểm cực đại của hàm số đã cho là

|         |           |      |     |     |     |           |
|---------|-----------|------|-----|-----|-----|-----------|
| $x$     | $-\infty$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ | $+\infty$ |
| $f'(x)$ |           | $+$  | $0$ | $-$ | $0$ | $+$       |

- (A) 4.                      (B) 1.                      (C) 2.                      (D) 3.

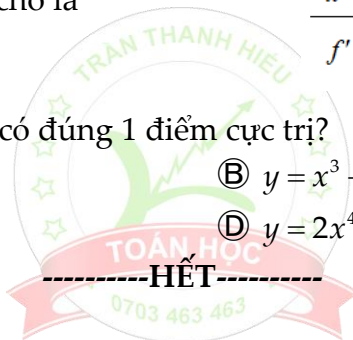
**Câu 24:** Cho hàm số  $f(x)$ , bảng xét dấu của  $f'(x)$  như sau. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

|         |           |      |     |     |           |     |
|---------|-----------|------|-----|-----|-----------|-----|
| $x$     | $-\infty$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $+\infty$ |     |
| $f'(x)$ |           | $+$  | $0$ | $-$ | $0$       | $+$ |

- (A) 0.                      (B) 2.  
 (C) 1.                      (D) 3.

**Câu 25:** Đồ thị hàm số nào sau đây có đúng 1 điểm cực trị?

- (A)  $y = -x^4 - 3x^2 + 4$ .                      (B)  $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 5$ .  
 (C)  $y = x^3 - 3x^2 + 3x - 5$ .                      (D)  $y = 2x^4 - 4x^2 + 1$ .



## PHIẾU HỌC TẬP SỐ 2

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 |
|   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |

**Câu 1:** Tìm tất cả các giá trị của tham số  $m$  để hàm số  $y = x^3 - 3mx^2 + 6mx + m$  có hai điểm cực trị

- (A)  $m \in (0; 2)$ . (B)  $m \in (-\infty; 0) \cup (8; +\infty)$ .  
 (C)  $m \in (-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$ . (D)  $m \in (0; 8)$ .

**Câu 2:** Tìm các giá trị của tham số  $m$  để hàm số  $y = (m-3)x^3 - 2mx^2 + 3$  không có cực trị.

- (A)  $m = 3$ . (B)  $m = 0, m = 3$ . (C)  $m = 0$ . (D)  $m \neq 3$ .

**Câu 3:** Cho hàm số  $y = \frac{x^3}{3} - (m+1)x^2 + (m^2-3)x + 1$  với  $m$  là tham số thực. Tìm tất cả các giá trị của  $m$  để hàm số đạt cực trị tại  $x = -1$ .

- (A)  $m = 0$ . (B)  $m = -2$ . (C)  $m = 0, m = -2$ . (D)  $m = 0, m = 2$ .

**Câu 4:** Cho hàm số  $y = x^3 - 3mx^2 + 3(m^2-1)x - 3m^2 + 5$  với  $m$  là tham số thực. Tìm tất cả các giá trị của  $m$  để hàm số đạt cực đại tại  $x = 1$ .

- (A)  $m = 0, m = 2$ . (B)  $m = 2$ . (C)  $m = 1$ . (D)  $m = 0$ .

**Câu 5:** Gọi  $x_1, x_2$  là hai điểm cực trị của hàm số  $y = x^3 - 3mx^2 + 3(m^2-1)x - m^3 + m$ . Tìm các giá trị của tham số  $m$  để  $x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2 = 7$ .

- (A)  $m = 0$ . (B)  $m = \pm \frac{9}{2}$ . (C)  $m = \pm \frac{1}{2}$ . (D)  $m = \pm 2$ .

**Câu 6:** Gọi  $x_1, x_2$  là hai điểm cực trị của hàm số  $y = 4x^3 + mx^2 - 3x$ . Tìm các giá trị thực của tham số  $m$  để  $x_1 + 4x_2 = 0$ .

- (A)  $m = \pm \frac{9}{2}$ . (B)  $m = \pm \frac{3}{2}$ . (C)  $m = 0$ . (D)  $m = \pm \frac{1}{2}$ .

**Câu 7:** Cho hàm số  $y = 2x^3 + mx^2 - 12x - 13$  với  $m$  là tham số thực. Tìm tất cả các giá trị của  $m$  để đồ thị hàm số có hai điểm cực trị cách đều trục tung.

- (A)  $m = 2$ . (B)  $m = -1$ . (C)  $m = 1$ . (D)  $m = 0$ .

**Câu 8:** Cho hàm số  $y = 2x^3 - 3(m+1)x^2 + 6mx + m^3$  với  $m$  là tham số thực. Tìm tất cả các giá trị của  $m$  để đồ thị hàm số có hai điểm cực trị  $A, B$  thỏa mãn  $AB = \sqrt{2}$ .

- (A)  $m = 0$ . (B)  $m = 0$  hoặc  $m = 2$ . (C)  $m = 1$ . (D)  $m = 2$ .

**Câu 9:** Tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để hàm số  $y = x^4 + 2mx^2 + m^2 + m$  có ba điểm cực trị.

- (A)  $m = 0$ . (B)  $m > 0$ . (C)  $m < 0$ . (D)  $m \neq 0$ .

**Câu 10:** Tìm tất cả các giá trị của tham số  $m$  để hàm số  $y = mx^4 + (m-1)x^2 + 1 - 2m$  có đúng một điểm cực trị.

- (A)  $m \in [1; +\infty)$ . (B)  $m \in (-\infty; 0]$ . (C)  $m \in [0; 1]$ . (D)  $m \in (-\infty; 0] \cup [1; +\infty)$ .

**Câu 11:** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để đồ thị hàm số  $y = x^4 - 2mx^2 + 1$  có ba điểm cực trị  $A(0;1)$ ,  $B$ ,  $C$  thỏa mãn  $BC = 4$ .

- (A)  $m = \pm 4$ . (B)  $m = \sqrt{2}$ . (C)  $m = 4$ . (D)  $m = \pm\sqrt{2}$ .

**Câu 12:** Cho hàm số  $y = \frac{9}{8}x^4 + 3(m-3)x^2 + 4m + 2022$  với  $m$  là tham số thực. © Tìm giá trị của  $m$  để đồ thị hàm số có ba điểm cực trị tạo thành tam giác đều.

- (A)  $m = -2$ . (B)  $m = 2$ . (C)  $m = 3$ . (D)  $m = 2022$ .

**Câu 13:** Tìm tất cả các giá trị của tham số thực  $m$  để hàm số  $y = mx^4 + (m+1)x^2 + 1$  có một điểm cực tiểu.

- (A)  $m > 0$ . (B)  $m \geq 0$ . (C)  $-1 < m < 0$ . (D)  $m > -1$ .

**Câu 14:** Biết rằng đồ thị hàm số  $y = x^4 - 3x^2 + ax + b$  có điểm cực tiểu là  $A(2; -2)$ . Tính tổng  $S = a + b$ .

- (A)  $S = -14$ . (B)  $S = 14$ . (C)  $S = -20$ . (D)  $S = 34$ .

**Câu 15:** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để hàm số  $y = \frac{x^2 + mx - 1}{x - 1}$  có cực đại và cực tiểu.

- (A)  $m < 0$ . (B)  $m = 0$ . (C)  $m \in \mathbb{R}$ . (D)  $m > 0$ .

**Câu 16:** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để hàm số  $y = \frac{x^2 + mx + 1}{x + m}$  đạt cực đại tại  $x = 2$ .

- (A)  $m = -1$ . (B)  $m = -3$ . (C)  $m = 1$ . (D)  $m = 3$ .

**Câu 17:** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để đồ thị của hàm số  $y = x^3 - 3mx^2 + 4m^3$  có hai điểm cực trị  $A$  và  $B$  sao cho tam giác  $OAB$  có diện tích bằng 4 với  $O$  là gốc tọa độ.

- (A)  $m = -\frac{1}{\sqrt{2}}; m = \frac{1}{\sqrt{2}}$  (B)  $m = -1; m = 1$  (C)  $m = 1$  (D)  $m \neq 0$

**Câu 18:** Tìm giá trị thực của tham số  $m$  để đường thẳng  $d: y = (2m-1)x + 3 + m$  vuông góc với đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số  $y = x^3 - 3x^2 + 1$ .

- (A)  $m = \frac{3}{2}$ . (B)  $m = \frac{3}{4}$ . (C)  $m = -\frac{1}{2}$ . (D)  $m = \frac{1}{4}$ .

**Câu 19:** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  để hàm số  $y = |3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + m|$  có 7 điểm cực trị?

- (A) 3. (B) 5. (C) 6. (D) 4.

**Câu 20:** Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của  $m$  để hàm số  $y = x^8 + (m-2)x^5 - (m^2-4)x^4 + 1$  đạt cực tiểu tại  $x = 0$ .

- (A) 3. (B) 5. (C) 4. (D) Vô số.

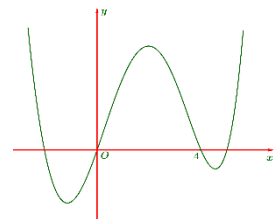
**Câu 21:** Cho hàm số  $y = f(x)$ , bảng biến thiên của hàm số  $f'(x)$  như sau. Số điểm cực trị của hàm số  $y = f(x^2 - 2x)$  là

- (A) 9. (B) 3.  
(C) 7. (D) 5.

|         |           |      |     |      |           |
|---------|-----------|------|-----|------|-----------|
| $x$     | $-\infty$ | $-1$ | $0$ | $1$  | $+\infty$ |
| $f'(x)$ | $+\infty$ | $-3$ | $2$ | $-1$ | $+\infty$ |

**Câu 22:** Cho hàm số bậc bốn  $y = f(x)$  có đồ thị như hình bên. Số điểm cực trị của hàm số  $g(x) = f(x^3 + 3x^2)$  là

- Ⓐ 5.                      Ⓑ 3.  
Ⓒ 7.                      Ⓓ 11.



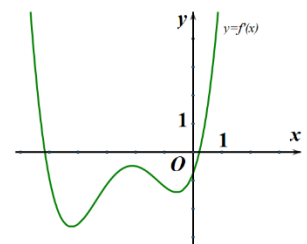
**Câu 23:** Cho hàm số bậc bốn  $f(x)$  có bảng biến thiên như sau. Số điểm cực trị của hàm số  $g(x) = x^4 [f(x+1)]^2$  là

- Ⓐ 11.                      Ⓑ 9.  
Ⓒ 7.                      Ⓓ 5.

|         |           |      |     |     |           |     |
|---------|-----------|------|-----|-----|-----------|-----|
| $x$     | $-\infty$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $+\infty$ |     |
| $f'(x)$ | $-$       | $0$  | $+$ | $-$ | $0$       | $+$ |
| $f(x)$  | $+\infty$ |      | $3$ |     | $+\infty$ |     |

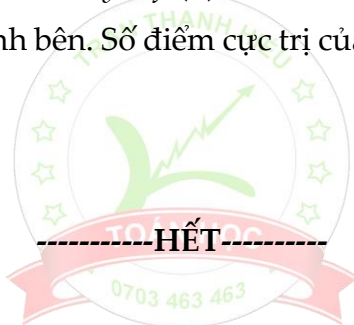
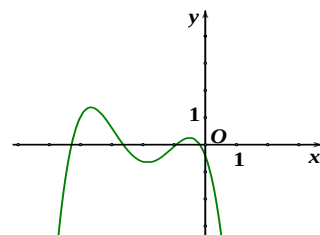
**Câu 24:** Cho hàm số  $f(x)$  có  $f(0) = 0$ . Biết  $y = f'(x)$  là hàm số bậc bốn và có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số điểm cực trị của hàm số  $g(x) = |f(x^3) - x|$  là

- Ⓐ 5.                      Ⓑ 4.  
Ⓒ 6.                      Ⓓ 3.



**Câu 25:** Cho hàm số  $f(x)$  có  $f(0) = 0$ . Biết  $y = f'(x)$  là hàm số bậc bốn và có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số điểm cực trị của hàm số  $g(x) = |f(x^4) + x^2|$  là

- Ⓐ 3.                      Ⓑ 6.  
Ⓒ 5.                      Ⓓ 4.



**BÀI 3: GIÁ TRỊ LỚN NHẤT – GIÁ TRỊ NHỎ NHẤT**

**A. LÝ THUYẾT CƠ BẢN CẦN NHỚ**

**1. Nhận dạng giá trị lớn nhất – giá trị nhỏ nhất**

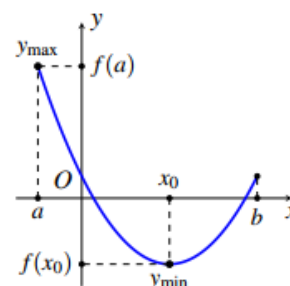
Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định trên tập  $D$ .

- $M$  là giá trị lớn nhất của hàm số nếu  $\begin{cases} f(x) \leq M, \forall x \in D \\ \exists x_0 \in D : f(x_0) = M \end{cases}$

○ Kí hiệu:  $\max_{x \in D} f(x) = M$

- $m$  là giá trị nhỏ nhất của hàm số nếu  $\begin{cases} f(x) \geq m, \forall x \in D \\ \exists x_0 \in D : f(x_0) = m \end{cases}$

○ Kí hiệu:  $\min_{x \in D} f(x) = m$



**2. Phương pháp để tìm max – min thường dùng**

- Dùng đạo hàm (so sánh giá trị), lập bảng biến thiên (đối với hàm một biến).

- Dùng bất đẳng thức và kiểm tra dấu bằng.

- Bất đẳng thức Cauchy: Với  $a_1; a_2; \dots; a_n$  là các số thực không âm, ta có

$$a_1 + a_2 + \dots + a_n \geq n \sqrt[n]{a_1 a_2 \dots a_n}$$

- Dấu "=" xảy ra khi  $a_1 = a_2 = \dots = a_n$ .

- Bất đẳng thức Bu-nhia-cốp-xki: Với hai bộ số  $a_1; a_2; \dots; a_n$  và  $b_1; b_2; \dots; b_n$ , ta có

$$(a_1 b_1 + a_2 b_2 + \dots + a_n b_n) \leq (a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2)(b_1^2 + b_2^2 + \dots + b_n^2)$$

- Dấu "=" xảy ra khi  $\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \dots = \frac{a_n}{b_n}$

**3. Sử dụng máy tính tìm max – min sử dụng MENU 8**

- Tìm Max – Min trên đoạn  $[a; b]$

- Nhập  $f(x)$  là hàm số cần tìm max – min.

- Bắt đầu (Star): nhập  $a$

- Kết thúc (End): nhập  $b$

- Bước nhảy (Step): Tùy vào độ dài của đoạn cần tra

- Đại số: ta có thể lấy Step là 0,1; 0,2 hoặc 0,25; 0,5 (số nguyên lấy 1)

- Lượng giác: ta lấy Step là  $\frac{\pi}{12}$ ;  $\frac{\pi}{24}$  hoặc  $\frac{\pi}{48}$

- Trường hợp không xác định được ta lấy Step:  $\frac{b-a}{40}$

- Nếu không cho đoạn  $[a; b]$  ta tìm theo tập xác định hàm số, (lượng giác từ  $0 \rightarrow 2\pi$ )

**B. THUẬT TOÁN CHO MỘT SỐ DẠNG TOÁN THƯỜNG GẶP****1. Thuật toán xác định Max – Min của hàm số cho bằng công thức**

- Tính  $y'$ .
- Giải phương trình  $y' = 0$  tìm ra các giá trị  $x_i$
- Tính các giá trị  $f(x_i)$  và các  $f(a), f(b)$  nếu xét trên đoạn  $[a; b]$
- So sánh và kết luận max – min

**Ví dụ 1: [MÃ ĐỀ 101 BGD-2019]** Giá trị lớn nhất của hàm số  $f(x) = x^3 - 3x + 2$  trên đoạn  $[-3; 3]$

Ⓐ -16.

Ⓑ 20.

Ⓒ 0.

Ⓓ 4.

**Hướng dẫn giải:**

|       |       |
|-------|-------|
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |

**Ví dụ 2: [MÃ ĐỀ 101 BGD-2020]** Giá trị nhỏ nhất của hàm số  $f(x) = x^3 - 24x$  trên đoạn  $[2; 19]$

Ⓐ  $32\sqrt{2}$ .

Ⓑ -40.

Ⓒ  $-32\sqrt{2}$ .

Ⓓ -45.

**Hướng dẫn giải:**

|       |       |
|-------|-------|
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |

**Ví dụ 3: [MINH HỌA BGD-2020]** Giá trị nhỏ nhất của hàm số  $f(x) = x^4 - 10x^2 + 2$  trên đoạn  $[-1; 2]$  bằng

Ⓐ 2.

Ⓑ -23.

Ⓒ -22.

Ⓓ -7.

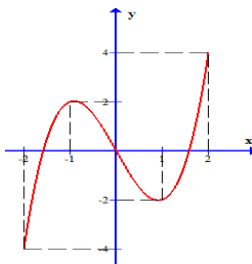
**Hướng dẫn giải:**

|       |       |
|-------|-------|
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |

**2. Thuật toán xác định Max–Min của hàm số cho bằng đồ thị hoặc bảng biến thiên**

- Chú ý xem đề bài yêu cầu trên đoạn, khoảng hay toàn tập xác định.
- Nhìn trực  $O_y$  (hoặc hàng  $y$  cuối cùng của bảng biến thiên) “cao nhất” là giá trị lớn nhất và “thấp nhất” là giá trị nhỏ nhất.

**Ví dụ 1:** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có đồ thị như hình vẽ



Giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn  $[-2; 2]$  bằng

(A) 2.

(B) -4.

(C) -1.

(D) 4.

Hướng dẫn giải:

.....

.....

**Ví dụ 2:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như hình vẽ

|      |           |   |   |   |   |   |           |
|------|-----------|---|---|---|---|---|-----------|
| $x$  | $-\infty$ |   | 0 |   | 1 |   | $+\infty$ |
| $y'$ |           | - | 0 | + | 0 | - |           |
| $y$  | $+\infty$ |   |   |   | 5 |   | $-\infty$ |

$\swarrow$  4       $\nearrow$

Giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = f(x)$  trong đoạn  $[-1; 1]$  bằng

(A) 5.

(B) 0.

(C) 1.

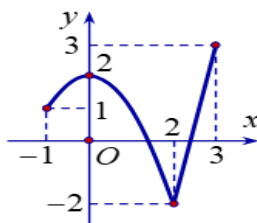
(D) 4.

Hướng dẫn giải:

.....

.....

**Ví dụ 3: [MINH HÒA BGD-2019]** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên đoạn  $[-1; 3]$  và có đồ thị như hình bên.



Gọi  $M$  và  $m$  lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn  $[-1; 3]$ . Giá trị của  $M - m$  bằng

(A) 0.

(B) 1.

(C) 4.

(D) 5.

Hướng dẫn giải:

.....

.....

### 3. Thuật toán xác định $m$ thỏa mãn điều kiện về Max – Min

➤ Tính đạo hàm  $y' = f'(x)$

○ Nếu  $f'(x) \geq 0$  trên đoạn  $[a; b]$  thì  $\max_{[a; b]} f(x) = f(b)$ ;  $\min_{[a; b]} f(x) = f(a)$

○ Nếu  $f'(x) \leq 0$  trên đoạn  $[a; b]$  thì  $\max_{[a; b]} f(x) = f(a)$ ;  $\min_{[a; b]} f(x) = f(b)$

○ Nếu  $f'(x)$  không đơn điệu trên đoạn  $[a; b]$  (có lúc  $> 0$ , có lúc  $< 0$ ) thì ta giải phương trình  $f'(x) = 0$  sau đó lập bảng biến thiên và suy ra max – min của hàm số.

➤ Kết hợp với yêu cầu đề bài ta tìm ra các giá trị  $m$  thỏa mãn.

**Ví dụ 1:** Cho hàm số  $y = \frac{x-m}{x+8}$  với  $m$  là tham số. Tìm giá trị của  $m$  để hàm số có giá trị nhỏ nhất trên đoạn  $[0; 3]$  bằng  $-2$ .

Ⓐ  $m = -4$ .

Ⓑ  $m = -16$ .

Ⓒ  $m = 16$ .

Ⓓ  $m = 4$ .

Hướng dẫn giải:

|       |       |
|-------|-------|
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |

**Ví dụ 2:** [MINH HỌA BGD-L2-2020] Cho hàm số  $f(x) = \frac{x+m}{x+1}$  ( $m$  là tham số thực). Gọi  $S$  là tập hợp tất cả các giá trị của  $m$  sao cho  $\max_{[0;1]} |f(x)| + \min_{[0;1]} |f(x)| = 2$ . Số phần tử của  $S$  là

Ⓐ 6.

Ⓑ 2.

Ⓒ 1.

Ⓓ 4.

Hướng dẫn giải:

|       |       |
|-------|-------|
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |

**Ví dụ 3: [MÃ ĐỀ 101 BGD-2018]** Gọi  $S$  là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  sao cho giá trị lớn nhất của hàm số  $f(x) = |x^3 - 3x + m|$  trên đoạn  $[0; 3]$  bằng 16. Tổng tất cả các phần tử của  $S$  là:

Ⓐ -16.

Ⓑ 16.

Ⓒ -12.

Ⓓ -2.

Hướng dẫn giải:

|       |       |
|-------|-------|
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |

#### 4. Thuật toán xác định Max – Min của hàm hợp

1. Tìm max – min hàm  $y = f(u)$

➤ Tính đạo hàm  $y' = u' \cdot f'(u)$

➤ Giải phương trình  $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} u' = 0 \\ f'(u) = 0 \end{cases}$  tìm ra các giá trị  $x_i$

Lập bảng biến thiên hàm số  $g(x)$ , so sánh kết luận theo yêu cầu bài toán.

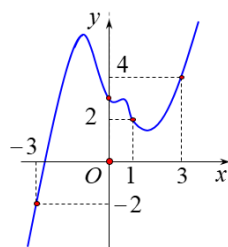
2. Tìm max – min hàm số  $y = g(x)$  có mối liên hệ với hàm số  $y = f'(x)$ .

➤ Tính đạo hàm  $g'(x)$ .

➤ Giải phương trình  $g'(x) = 0$  (thường sẽ có sự liên quan đến phương trình  $f'(x) = 0$ )

➤ Lập bảng biến thiên hàm số  $y = g(x)$  từ đó kết luận yêu cầu bài toán.

**Ví dụ 1:** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ . Đồ thị của hàm số  $y = f'(x)$  như hình vẽ.



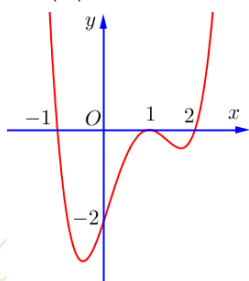
Xét hàm số  $g(x) = 2f(x) - (x+1)^2$ . Mệnh đề nào sau đây là đúng?

Ⓐ  $\min_{[-3;3]} g(x) = g(1)$ .    Ⓑ  $\max_{[-3;3]} g(x) = g(1)$ .    Ⓒ  $\max_{[-3;3]} g(x) = g(3)$ .    Ⓓ  $\max_{[-3;3]} g(x) = g(-3)$ .

Hướng dẫn giải:

|       |       |
|-------|-------|
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |

**Ví dụ 2:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị  $f'(x)$  như hình vẽ



Giá trị nhỏ nhất của hàm số  $g(x) = f(x) + \frac{1}{3}x^3 - x$  trên đoạn  $[-1; 2]$  bằng

Ⓐ  $f(2) + \frac{2}{3}$ .

Ⓑ  $f(-1) + \frac{2}{3}$ .

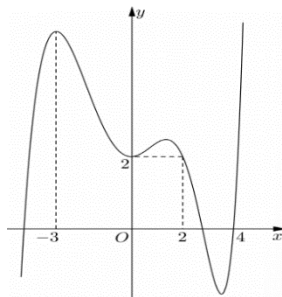
Ⓒ  $\frac{2}{3}$ .

Ⓓ  $f(1) - \frac{2}{3}$ .

Hướng dẫn giải:

|       |       |
|-------|-------|
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |

**Ví dụ 3: [MÃ ĐỀ 101 BGD-2020]** Cho hàm số  $f(x)$ , đồ thị của hàm số  $y = f'(x)$  là đường cong trong hình bên.



Giá trị lớn nhất của hàm số  $g(x) = f(2x) - 4x$  trên đoạn  $\left[-\frac{3}{2}; 2\right]$  bằng

- Ⓐ  $f(0)$ .      Ⓑ  $f(-3) + 6$ .      Ⓒ  $f(2) - 4$ .      Ⓓ  $f(4) - 8$ .

**Hướng dẫn giải:**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

## 5. Thuật toán giải quyết một số bài toán vận dụng thường gặp

### 1. Bài toán chuyển động

- Gọi  $s(t)$  là hàm quãng đường,  $v(t)$  là hàm vận tốc,  $a(t)$  là hàm gia tốc
- Ta có:  $s'(t) = v(t)$ ;  $v'(t) = a(t)$

### 2. Bài toán thực tế - tối ưu

- Biểu diễn điều kiện yêu cầu bài toán cần đạt max – min về một hàm  $f(x)$
- Khảo sát hàm  $f(x)$  trên miền xác định và suy ra kết quả.

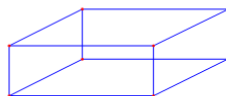
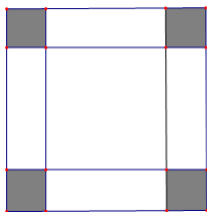
**Ví dụ 1: [MÃ ĐỀ 104 BGD-2017]** Một vật chuyển động theo quy luật  $s = -\frac{1}{3}t^3 + 6t^2$  với  $t$  (giây) là khoảng thời gian tính từ khi vật bắt đầu chuyển động và  $s$  (mét) là quãng đường vật di chuyển được trong khoảng thời gian đó. Hỏi trong khoảng thời gian 9 giây kể từ khi bắt đầu chuyển động, vận tốc lớn nhất của vật đạt được bằng bao nhiêu ?

- Ⓐ 144 (m/s)      Ⓑ 36 (m/s)      Ⓒ 243 (m/s)      Ⓓ 27 (m/s)

## Hướng dẫn giải:

|       |       |
|-------|-------|
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |

**Ví dụ 2: [MINH HỌA BGD-2017]** Cho một tấm nhôm hình vuông cạnh 12 cm. Người ta cắt ở bốn góc của tấm nhôm đó bốn hình vuông bằng nhau, mỗi hình vuông có cạnh bằng  $x$  (cm), rồi gấp tấm nhôm lại như hình vẽ dưới đây để được một cái hộp không nắp. Tìm  $x$  để hộp nhận được có thể tích lớn nhất.



Ⓐ  $x = 6$

Ⓑ  $x = 3$

Ⓒ  $x = 2$

Ⓓ  $x = 4$

## Hướng dẫn giải:

|       |       |
|-------|-------|
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |

**Ví dụ 3: [MÃ ĐỀ 101 BGD-2018]** Ông A dự định sử dụng hết  $6,5 \text{ m}^2$  kính để làm một bể cá bằng kính có dạng hình hộp chữ nhật không nắp, chiều dài gấp đôi chiều rộng (các mối ghép có kích thước không đáng kể). Bể cá có dung tích lớn nhất bằng bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

Ⓐ  $2,26 \text{ m}^3$ .

Ⓑ  $1,61 \text{ m}^3$ .

Ⓒ  $1,33 \text{ m}^3$ .

Ⓓ  $1,50 \text{ m}^3$ .

## Hướng dẫn giải:

|       |       |
|-------|-------|
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |

## C. PHIẾU HỌC TẬP

### PHIẾU HỌC TẬP SỐ 1

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
|   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |

**Câu 1:** Gọi  $M, N$  lần lượt là GTLN, GTNN của hàm số  $y = x^3 - 3x^2 + 1$  trên  $[1; 2]$ . Khi đó tổng  $M + N$  bằng

- (A) 2. (B) -2. (C) -4. (D) 0.

**Câu 2:** Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = x^3 + 2x^2 - 4x + 3$  trên đoạn  $[-4; 0]$  lần lượt là  $M$  và  $m$ . Giá trị của tổng  $M + m$  bằng bao nhiêu?

- (A)  $M + m = -2$ . (B)  $M + m = -24$ . (C)  $M + m = -4$ . (D)  $M + m = -10$ .

**Câu 3:** Giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = x^3 + 3x^2$  trên đoạn  $[-4; -1]$  bằng.

- (A) 0. (B) -16. (C) 4. (D) -4.

**Câu 4:** Giá trị nhỏ nhất của hàm số  $f(x) = x^4 - 10x^2 - 4$  trên  $[0; 9]$  bằng

- (A) -28. (B) -4. (C) -13. (D) -29.

**Câu 5:** Giá trị lớn nhất của hàm số  $f(x) = -x^4 + 12x^2 + 1$  trên đoạn  $[-1; 2]$  bằng

- (A) 1. (B) 37. (C) 33. (D) 12.

**Câu 6:** Giá trị lớn nhất của hàm số  $f(x) = x^4 - 4x^2 + 5$  trên đoạn  $[-2; 3]$  bằng

- (A) 50. (B) 5. (C) 1. (D) 122.

**Câu 7:** Giá trị lớn nhất của hàm số  $y = \frac{3x+2}{x+1}$  trên  $[0; 2]$  bằng

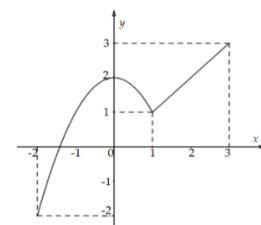
- (A) 2. (B)  $\frac{8}{3}$ . (C)  $\frac{10}{3}$ . (D) 3.

**Câu 8:** Giá trị lớn nhất của hàm số  $y = \frac{x+5}{x-7}$  trên đoạn  $[8; 12]$  là

- (A) 15. (B)  $\frac{17}{5}$ . (C) 13. (D)  $\frac{13}{2}$ .

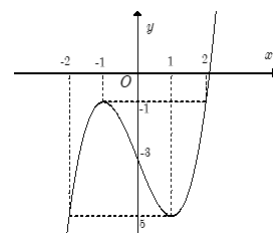
**Câu 9:** Cho hàm số  $y = f(x), x \in [-2; 3]$  có đồ thị như hình vẽ. Gọi  $M, m$  lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số  $f(x)$  trên đoạn  $[-2; 3]$ . Giá trị  $M + m$  là

- (A) 6. (B) 1. (C) 5. (D) 3.



**Câu 10:** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ , có đồ thị như hình bên. Gọi  $m, M$  lần lượt là GTNN - GTLN của hàm số  $y = f(x)$  trên đoạn  $[-2; 2]$ .

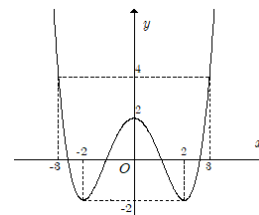
- (A)  $m = -5, M = 0$ . (B)  $m = -5, M = -1$ . (C)  $m = -1, M = 0$ . (D)  $m = -2, M = 2$ .



**Câu 11:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình bên.

Giá trị lớn nhất của hàm số này trên đoạn  $[-2; 3]$  bằng

- Ⓐ 2. Ⓑ 3.  
Ⓒ 4. Ⓓ 5.



**Câu 12:** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên đoạn  $[-3; 2]$  và có bảng biến thiên như sau. Gọi  $M, m$  lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = f(x)$  trên đoạn  $[-1; 2]$ . Tính  $M + m$ .

|        |    |    |   |   |   |
|--------|----|----|---|---|---|
| $x$    | -3 | -1 | 0 | 1 | 2 |
| $f(x)$ | -2 | 3  | 0 | 2 | 1 |

- Ⓐ 3. Ⓑ 2. Ⓒ 1. Ⓓ 4.

**Câu 13:** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định trên  $[-\sqrt{3}; \sqrt{5}]$  và có bảng biến thiên như sau. Khẳng định nào sau đây là đúng?

|    |             |    |    |             |   |
|----|-------------|----|----|-------------|---|
| x  | $-\sqrt{3}$ | -1 | 1  | $\sqrt{5}$  |   |
| y' | +           | 0  | -  | 0           | + |
| y  | 0           | 2  | -2 | $2\sqrt{5}$ |   |

- Ⓐ  $\min_{[-\sqrt{3}; \sqrt{5}]} y = 0$ . Ⓑ  $\max_{[-\sqrt{3}; \sqrt{5}]} y = 2\sqrt{5}$ .  
Ⓒ  $\max_{[-\sqrt{3}; \sqrt{5}]} y = 2$ . Ⓓ  $\min_{[-\sqrt{3}; \sqrt{5}]} y = -2$ .

**Câu 14:** Giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = x + \frac{9}{x}$  trên đoạn  $[2; 4]$  là:

- Ⓐ  $\min_{[2; 4]} y = 6$ . Ⓑ  $\min_{[2; 4]} y = \frac{13}{2}$ . Ⓒ  $\min_{[2; 4]} y = \frac{25}{4}$ . Ⓓ  $\min_{[2; 4]} y = -6$ .

**Câu 15:** Gọi  $M, m$  lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số  $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$  trên đoạn  $[3; 5]$ . Khi đó  $M - m$  bằng

- Ⓐ 2 Ⓑ  $\frac{3}{8}$  Ⓒ  $\frac{7}{2}$  Ⓓ  $\frac{1}{2}$

**Câu 16:** Tìm giá trị lớn nhất của hàm số  $y = x + 1 + \frac{4}{x+2}$  trên đoạn  $[-1; 5]$ .

- Ⓐ  $\max_{[-1; 5]} y = 3$ . Ⓑ  $\max_{[-1; 5]} y = 4$ . Ⓒ  $\max_{[-1; 5]} y = -5$ . Ⓓ  $\max_{[-1; 5]} y = \frac{46}{7}$ .

**Câu 17:** Giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của hàm số  $y = \frac{2x^2 + x - 2}{2 - x}$  trên đoạn  $[-2; 1]$  lần lượt bằng

- Ⓐ 1 và -1. Ⓑ 2 và 0. Ⓒ 0 và -2. Ⓓ 1 và -2.

**Câu 18:** Tìm tập giá trị  $T$  của hàm số  $y = x + \sqrt{4 - x^2}$

- Ⓐ  $T = [-2; 2]$ . Ⓑ  $T = [0; 2]$ . Ⓒ  $T = [0; 2\sqrt{2}]$ . Ⓓ  $T = [-2; 2\sqrt{2}]$ .

**Câu 19:**  $M, m$  lần lượt là GTLN, GTNN của hàm số  $f(x) = x + 1 + \sqrt{2 - x^2}$ . Tính  $M - m$ ?

- Ⓐ  $M - m = 2\sqrt{2}$ . Ⓑ  $M - m = 2 - \sqrt{2}$ . Ⓒ  $M - m = 4 - \sqrt{2}$ . Ⓓ  $M - m = 2 + \sqrt{2}$ .

**Câu 20:** Tìm giá trị nhỏ nhất  $m$  của hàm số  $y = x^2 + \frac{2}{x}$  trên đoạn  $\left[\frac{1}{2}; 2\right]$ .

- Ⓐ  $m = \frac{17}{4}$ .      Ⓑ  $m = 10$ .      Ⓒ  $m = 5$ .      Ⓓ  $m = 3$ .

**Câu 21:** Hàm số  $y = \sqrt{x+2} + \sqrt{6-x}$  đạt giá trị lớn nhất tại?

- Ⓐ  $x = 2$ .      Ⓑ  $x = 0$ .      Ⓒ  $x = -2$ .      Ⓓ  $x = 4$ .

**Câu 22:** Giá trị lớn nhất của hàm số  $y = \sqrt{x+1} + \sqrt{7-x}$  là

- Ⓐ 4.      Ⓑ 2.      Ⓒ  $\frac{1}{2}$ .      Ⓓ 6.

**Câu 23:** Giá trị lớn nhất của hàm số  $y = \cos^4 x - \cos^2 x + 4$  bằng

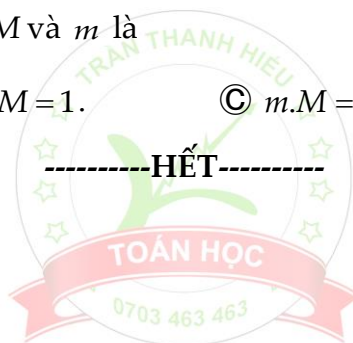
- Ⓐ 5.      Ⓑ  $\frac{1}{2}$ .      Ⓒ 4.      Ⓓ  $\frac{17}{4}$ .

**Câu 24:** Gọi  $M, m$  lần lượt là giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của hàm số  $y = \sin^3 x - 3\sin x + 1$  trên  $[0; \pi]$

- Ⓐ  $M = 3, m = -1$ .      Ⓑ  $M = 1, m = 0$ .      Ⓒ  $M = 1, m = -1$       Ⓓ  $M = 1, m = -3$

**Câu 25:** Gọi  $m$  và  $M$  lần lượt là các giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số  $f(x) = e^{2-3x}$  trên đoạn  $[0; 2]$ . Mối liên hệ giữa  $M$  và  $m$  là

- Ⓐ  $M - m = e$ .      Ⓑ  $m + M = 1$ .      Ⓒ  $m.M = \frac{1}{e^2}$ .      Ⓓ  $\frac{M}{m} = e^2$ .



## PHIẾU HỌC TẬP SỐ 2

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
|   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |

**Câu 1:** Tìm tất cả các giá trị của tham số  $m$  để hàm số  $y = x^3 - 3x^2 + m$  có giá trị nhỏ nhất trên  $[-1;1]$  bằng  $\sqrt{2}$ .

- (A)  $m = 2 + \sqrt{2}$ .      (B)  $m = 4 + \sqrt{2}$ .      (C)  $\begin{cases} m = 2 + \sqrt{2} \\ m = 4 + \sqrt{2} \end{cases}$ .      (D)  $m = \sqrt{2}$ .

**Câu 2:** Cho hàm số  $y = \frac{x+m}{x+1}$  thỏa mãn  $\min_{[1;2]} y + \max_{[1;2]} y = \frac{16}{3}$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- (A)  $m \leq 0$ .      (B)  $m > 4$ .      (C)  $0 < m \leq 2$ .      (D)  $2 < m \leq 4$ .

**Câu 3:** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = \frac{x+2m^2-m}{x-3}$  trên đoạn  $[0;1]$  bằng  $-2$ .

- (A)  $m = -1$  hoặc  $m = \frac{3}{2}$ .      (B)  $m = 2$  hoặc  $m = -\frac{3}{2}$ .  
 (C)  $m = 1$  hoặc  $m = -\frac{1}{2}$ .      (D)  $m = 3$  hoặc  $m = -\frac{5}{2}$ .

**Câu 4:** Hàm số  $f(x) = \frac{mx+5}{x-m}$  có giá trị nhỏ nhất trên đoạn  $[0;1]$  bằng  $-7$  khi

- (A)  $m = \frac{5}{7}$ .      (B)  $m = 0$ .      (C)  $m = 1$ .      (D)  $m = 2$ .

**Câu 5:** Có bao nhiêu giá trị của tham số  $m$  để giá trị lớn nhất của hàm số  $y = \frac{x-m^2-2}{x-m}$  trên đoạn  $[0;4]$  bằng  $-1$ .

- (A) 0.      (B) 2.      (C) 3.      (D) 1.

**Câu 6:** Cho hàm số  $y = \frac{x+m}{x}$  thỏa  $\min_{[1;2]} y + \max_{[1;2]} y = 8$ , với  $m$  là tham số thực. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- (A)  $m > 4$ .      (B)  $0 < m \leq 2$ .      (C)  $2 < m \leq 4$ .      (D)  $m \leq 0$ .

**Câu 7:** Cho hàm số  $f(x) = \frac{x-m^2}{x+8}$ , với  $m$  là tham số. Giá trị lớn nhất của  $m$  để  $\min_{[0;3]} f(x) = -2$  là

- (A)  $m = 5$ .      (B)  $m = 6$ .      (C)  $m = 4$ .      (D)  $m = 3$ .

**Câu 8:** Gọi  $A, B$  là giá trị nhỏ nhất, giá trị lớn nhất của hàm số  $y = \frac{x+m^2+m}{x-1}$  trên đoạn  $[2;3]$ .

Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để  $A+B = \frac{13}{2}$ .

- (A)  $m = 1; m = -2$ .      (B)  $m = -2$ .      (C)  $m = \pm 2$ .      (D)  $m = -1; m = 2$ .

**Câu 9:** Cho hàm số  $y = x^3 - 3x^2 - 9x + m$  có giá trị lớn nhất trên đoạn  $[-2; 0]$  bằng 2, với  $m$  là tham số thực. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- (A)  $m = -3$ . (B)  $m = 4$ . (C)  $m = 2$ . (D)  $m = 3$ .

**Câu 10:** Tìm giá trị lớn nhất  $M$  của hàm số  $f(x) = |x^2 - 3x + 2| - x$  trên đoạn  $[-4; 4]$ .

- (A)  $M = 2$ . (B)  $M = 17$ . (C)  $M = 34$ . (D)  $M = 68$ .

**Câu 11:** Cho hàm số  $y = |x^2 + 2x + m - 4|$ . Tìm  $m$  để giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn  $[-2; 1]$  đạt giá trị nhỏ nhất?

- (A)  $m = 1$ . (B)  $m = 2$ . (C)  $m = 0$ . (D)  $m = 3$ .

**Câu 12:** Biết rằng giá trị lớn nhất của hàm số  $y = |x^2 + 2x + m - 4|$  trên đoạn  $[-2; 1]$  đạt giá trị nhỏ nhất, giá trị của tham số  $m$  bằng

- (A) 1. (B) 3. (C) 4. (D) 5.

**Câu 13:** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có đồ thị như hình vẽ bên.

Xét hàm số  $g(x) = f(2x^3 + x - 1) + m$ . Tìm  $m$  để  $\max_{[0;1]} g(x) = -10$ .

- (A)  $m = -13$ . (B)  $m = 5$ .  
(C)  $m = 3$ . (D)  $m = -1$ .

**Câu 14:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình bên.

Khi đó hàm số  $y = f(2 - x^2)$  đạt giá trị lớn nhất trên  $[0; \sqrt{2}]$  bằng

- (A)  $f(1)$ . (B)  $f(\sqrt{2})$ .  
(C)  $f(0)$ . (D)  $f(2)$ .

**Câu 15:** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có đồ thị như hình bên.

Gọi  $M, n$  lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = f[2(\cos^4 x + \sin^4 x)]$ . Giá trị  $M - 3n$  bằng

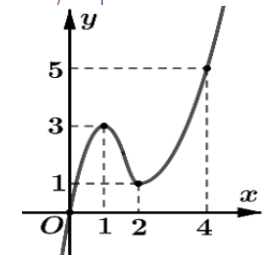
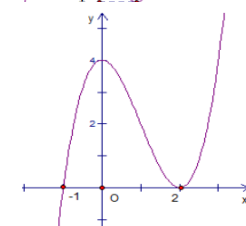
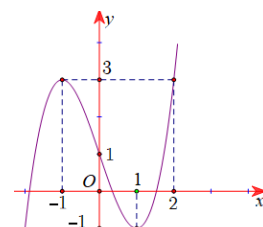
- (A) 0. (B) 6.  
(C) 4. (D) 3.

**Câu 16:** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có bảng biến thiên như sau. Giá trị lớn nhất của hàm số  $g(x) = f(3 - x)$  bằng

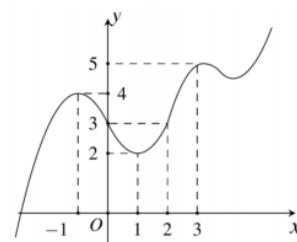
- (A)  $f(3)$ . (B)  $f(1)$ .  
(C)  $f(2)$ . (D)  $f(0)$ .

**Câu 17:** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có đồ thị như hình bên. Gọi  $M, m$  lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = f(|x - 2|)$  trên đoạn  $[-1; 5]$ . Khi đó giá trị  $M - 2m$  bằng.

- (A) -1. (B) 9.  
(C) 1. (D) -8.



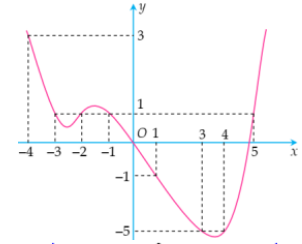
|      |           |      |     |           |
|------|-----------|------|-----|-----------|
| $x$  | $-\infty$ | $-1$ | $2$ | $+\infty$ |
| $f'$ |           | $-$  | $+$ | $-$       |
| $f$  | $+\infty$ |      |     | $-\infty$ |



**Câu 18:** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có đồ thị như hình bên

. Giá trị lớn nhất của hàm số  $y = f\left(3 - 2\sqrt{6x - 9x^2}\right)$  bằng

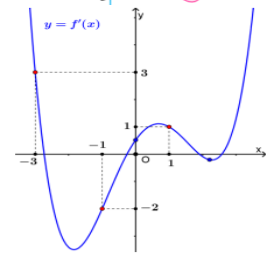
- (A) -5. (B) 1.  
(C) 3. (D) -1.



**Câu 19:** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có đồ thị  $y = f'(x)$  như

hình bên. Giá trị nhỏ nhất của hàm số  $g(x) = f(x) - \frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{4}x^2 + \frac{3}{2}x + 2022$

- (A)  $\min_{[-3;1]} g(x) = g(-3)$ . (B)  $\min_{[-3;1]} g(x) = g(-1)$ .  
(C)  $\min_{[-3;1]} g(x) = g(3)$ . (D)  $\min_{[-3;1]} g(x) = g(2)$ .

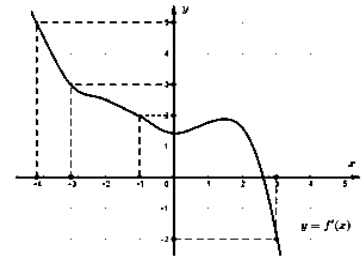


**Câu 20:** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ . Biết hàm số

$y = f'(x)$  có đồ thị như hình bên. Hàm số  $g(x) = 2f(x) + (1-x)^2$

đạt giá trị nhỏ nhất trên đoạn  $[-4; 3]$  tại điểm

- (A)  $x = -1$ . (B)  $x = -3$ .  
(C)  $x = -4$ . (D)  $x = 3$ .

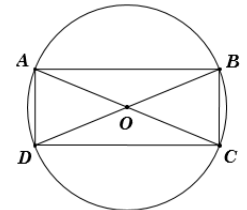


**Câu 21:** Tính diện tích lớn nhất  $S_{\max}$  của hình chữ nhật nội tiếp trong nửa đường tròn có bán kính 10cm, biết một cạnh của hình chữ nhật nằm dọc theo đường kính của đường tròn.

- (A)  $S_{\max} = 80\text{cm}^2$ . (B)  $S_{\max} = 100\text{cm}^2$ . (C)  $S_{\max} = 160\text{cm}^2$ . (D)  $S_{\max} = 200\text{cm}^2$ .

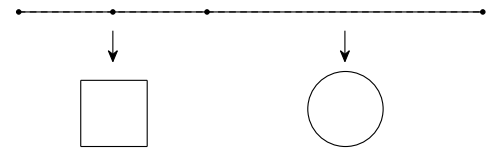
**Câu 22:** Một mảnh vườn hình chữ nhật có diện tích  $961\text{m}^2$ , người ta muốn mở rộng thêm 4 phần đất sao cho tạo thành hình tròn ngoại tiếp mảnh vườn.

Biết tâm hình tròn trùng với tâm của hình chữ nhật (xem hình minh họa). Tính diện tích nhỏ nhất  $S_{\min}$  của 4 phần đất được mở rộng.



- (A)  $S_{\min} = 961\pi - 961(\text{m}^2)$ . (B)  $S_{\min} = 1922\pi - 961(\text{m}^2)$ .  
(C)  $S_{\min} = 1892\pi - 946(\text{m}^2)$ . (D)  $S_{\min} = 480,5\pi - 961(\text{m}^2)$ .

**Câu 23:** Một sợi dây kim loại dài 60cm được cắt thành hai đoạn. Đoạn dây thứ nhất uốn thành hình vuông cạnh  $a$ , đoạn dây thứ hai uốn thành đường tròn bán kính  $r$ . Để tổng diện tích của hình vuông và hình tròn nhỏ nhất thì tỉ số  $\frac{a}{r}$  bằng

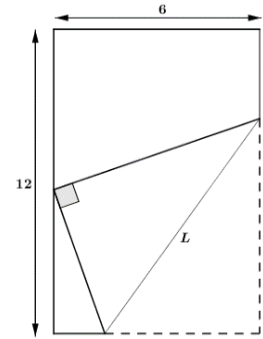


- (A)  $\frac{a}{r} = 1$ . (B)  $\frac{a}{r} = 2$ . (C)  $\frac{a}{r} = 3$ . (D)  $\frac{a}{r} = 4$ .

**Câu 24:** Một ngọn hải đăng đặt ở vị trí A cách bờ biển một khoảng  $AB = 5\text{km}$ . Trên bờ biển có một cái kho ở vị trí C cách B một khoảng là 7km. Người canh hải đăng có thể chèo đò từ A đến vị trí M trên bờ biển với vận tốc 4km/h rồi đi bộ đến C với vận tốc 6km/h. Vị trí của điểm M cách B một khoảng gần nhất với giá trị nào sau đây để người đó đến kho nhanh nhất?

- (A) 3,0km. (B) 7,0km. (C) 4,5km. (D) 2,1km.

**Câu 25:** Một mảnh giấy hình chữ nhật có chiều dài 12cm và chiều rộng 6cm. Thực hiện thao tác gấp góc dưới bên phải sao cho đỉnh được gấp nằm trên cạnh chiều dài còn lại. Hỏi chiều dài  $L$  tối thiểu của nếp gấp là bao nhiêu?



- Ⓐ  $\min L = 6\sqrt{2}$  cm.    Ⓑ  $\min L = \frac{9\sqrt{3}}{2}$  cm.  
 Ⓒ  $\min L = \frac{7\sqrt{3}}{2}$  cm.    Ⓓ  $\min L = 9\sqrt{2}$  cm.

-----HẾT-----



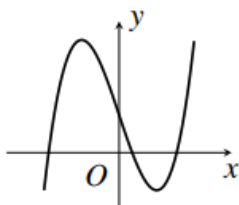
## BÀI 4: ĐƯỜNG TIỆM CẬN CỦA ĐỒ THỊ HÀM SỐ

### A. LÝ THUYẾT CƠ BẢN CẦN NHỚ

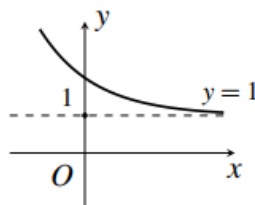
#### 1. Đường tiệm cận ngang (TCN).

- Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định trên khoảng vô hạn  $(-\infty; a); (a; +\infty); (-\infty; +\infty)$ . Đường thẳng  $y = y_0$  là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số  $y = f(x)$  nếu  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = y_0$  hoặc

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = y_0$$



Không có TCN

Có TCN  $y = 1$ 

- Các bước tìm đường tiệm cận ngang.

- Tính  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  và  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ .

- Xem giới hạn ở “vị trí” nào ra kết quả hữu hạn thì ta kết luận tiệm cận ngang ở “vị trí” đó.

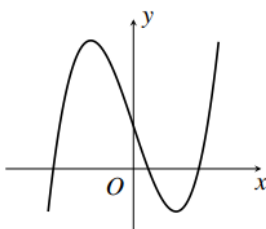
- Tìm đường tiệm cận ngang bằng CASIO

- Nhập hàm số  $f(x)$  vào máy tính (nhập đề bài vào máy tính)
- Bấm CALC  $X = 10^9$  để kiểm tra  $x \rightarrow +\infty$  nếu ra giá trị hữu hạn  $y_0$  (số nhỏ; gần số 0) nhận.
- Bấm CALC  $X = -10^9$  để kiểm tra  $x \rightarrow -\infty$  nếu ra giá trị hữu hạn  $y_0$  (số nhỏ; gần số 0) nhận.

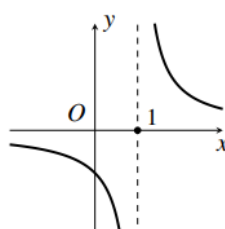
#### 2. Đường tiệm cận đứng (TCD)

- Đường thẳng  $x = x_0$  là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số  $y = f(x)$  nếu  $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = \pm\infty$  hoặc

$$\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = \pm\infty$$



Không có TCD

Có TCD  $x = 1$

### ➤ Các bước tìm đường tiệm cận đứng.

- Cho mẫu số bằng 0, tìm các nghiệm  $x = x_0$
- Tính giới hạn một bên tại  $x_0$ . Nếu xảy ra  $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = \pm\infty$  hoặc  $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = \pm\infty$  thì ta kết luận  $x = x_0$  là đường tiệm cận đứng

### ➤ Tìm đường tiệm cận đứng bằng CASIO

- Nhập hàm số  $f(x)$  vào máy tính (nhập đề bài vào máy tính).
- Bấm CALC  $X = x_0 + 0.000001$  để kiểm tra  $x \rightarrow x_0^+$  nếu xảy ra kết quả là vô cực (giá trị lớn) thì ta nhận.
- Bấm CALC  $X = x_0 - 0.000001$  để kiểm tra  $x \rightarrow x_0^-$  nếu xảy ra kết quả là vô cực (giá trị lớn) thì ta nhận.

### ❖ Chú ý: Ta cũng có thể sử dụng cách sau để kiểm tra tiệm cận đứng của một đồ thị hàm số.

- Giải phương trình mẫu số bằng 0 để tìm các nghiệm  $x = x_0$
- Lần lượt thay  $x = x_0$  vào tử số
  - Nếu ra kết quả tử số  $= 0$  thì ta loại  $x_0$
  - Nếu ra kết quả tử số  $\neq 0$  thì ta nhận  $x = x_0$  làm tiệm cận đứng.



**B. THUẬT TOÁN CỦA MỘT SỐ DẠNG TOÁN THƯỜNG GẶP****1. Thuật toán xác định tiệm cận đứng – tiệm cận ngang của hàm số hữu tỉ**

1. Đồ thị hàm số dạng  $y = \frac{a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots}{b_m x^m + b_{m-1} x^{m-1} + \dots}$

- Đường tiệm cận ngang ta tính giới hạn  $x \rightarrow \pm\infty$ . Thường gặp (nhận biết được ngay)
  - Bậc tử > bậc mẫu: thì kết quả  $= \infty$ . Không có tiệm cận ngang.
  - bậc tử = bậc mẫu: thì kết quả  $= \frac{a_n}{b_m}$ . Tiệm cận ngang  $y = \frac{a_n}{b_m}$ .
  - Bậc tử < bậc mẫu: thì kết quả  $= 0$ . Tiệm cận ngang  $y = 0$ .
- Đường tiệm cận đứng ta tìm nghiệm  $x_0$  của mẫu số
  - Nếu  $x_0$  không là nghiệm của tử số (thay vào tử số ra  $\neq 0$ ) thì ta có TCD  $x = x_0$ .
  - Nếu  $x_0$  là nghiệm của tử số (thay vào tử số ra  $= 0$ ) thì ta kiểm tra lại bằng máy tính rồi mới đưa ra kết luận.
  - Nếu  $x_0$  không xác định đối với tử số thì loại  $x = x_0$ .

2. Đồ thị hàm số  $y = \frac{ax+b}{cx+d}$  luôn có 2 đường tiệm cận

- TCD:  $x = -\frac{d}{c}$  (mẫu số  $= 0$ )
- TCN:  $y = \frac{a}{c}$  (hệ số  $x$  trên chia hệ số  $x$  dưới)

**Ví dụ 1: [MÃ ĐỀ 101 BGD-2021]** Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số  $y = \frac{2x-1}{x-1}$  là đường thẳng có phương trình

- Ⓐ  $x = 1$ .                      Ⓑ  $x = -1$ .                      Ⓒ  $x = -\frac{1}{4}$ .                      Ⓓ  $x = \frac{1}{2}$ .

**Hướng dẫn giải:**

.....

**Ví dụ 2: [MINH HỌA BGD-2020]** Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số

$y = \frac{5x^2 - 4x - 1}{x^2 - 1}$  là

- Ⓐ 0.                      Ⓑ 1.                      Ⓒ 2.                      Ⓓ 3.

**Hướng dẫn giải:**

.....

**Ví dụ 3: [MÃ ĐỀ 101 BGD-2018]** Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số  $y = \frac{\sqrt{x+9}-3}{x^2+x}$  là

(A) 3.

(B) 2.

(C) 0.

(D) 1.

**Hướng dẫn giải:**

|       |       |
|-------|-------|
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |

**2. Thuật toán xác định tiệm cận đứng – tiệm cận ngang của đồ thị hàm số cho bằng bảng biến thiên hoặc đồ thị.**

**1. Cho bảng biến thiên.**

- Xác định đường tiệm cận ngang nhìn vào “vị trí”  $\pm\infty$ 
  - Nếu “vị trí” nào có kết quả hữu hạn (số) thì vị trí đó có TCN
  - Nếu “vị trí” nào không tồn tại hoặc có kết quả  $\infty$  thì vị trí không có TCN
- Xác định đường tiệm cận đứng nhìn vào “vị trí có hai gạch sọc”
  - Nếu “vị trí có hai gạch sọc” xuất hiện  $\infty$  (chỉ cần xuất hiện một bên) thì vị trí đó là TCD.
  - Nếu “vị trí có hai gạch sọc” không xuất hiện  $\infty$  ở cả hai bên thì vị trí đó không phải là TCD.

**2. Cho đồ thị hàm số (loại này ít gặp hơn)**

- Đường tiệm cận ngang là đường thẳng “nằm ngang” trên đồ thị, không cắt đồ thị (chỉ gần như “dính”); song song hoặc trùng với trục  $Ox$ .
- Đường tiệm cận đứng là đường thẳng “đứng” trên đồ thị, không cắt đồ thị (chỉ gần như “dính”); song song hoặc trùng với trục  $Oy$ .

**Ví dụ 1: [MÃ ĐỀ 101 BGD-2019]** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

|      |           |           |       |           |
|------|-----------|-----------|-------|-----------|
| $x$  | $-\infty$ | 0         | 1     | $+\infty$ |
| $y'$ | -         |           | - 0 + |           |
| $y$  | 2         | $+\infty$ | -2    | $+\infty$ |

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là:

(A) 4.

(B) 1.

(C) 3.

(D) 2.

**Hướng dẫn giải:**

|       |       |
|-------|-------|
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |

**Ví dụ 2: [MINH HỌA BGD-2019]** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau

|     |           |   |   |   |           |
|-----|-----------|---|---|---|-----------|
| $x$ | $-\infty$ |   | 1 |   | $+\infty$ |
| $y$ |           | 2 |   | 3 | 5         |

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

(A) 4.

(B) 1.

(C) 3.

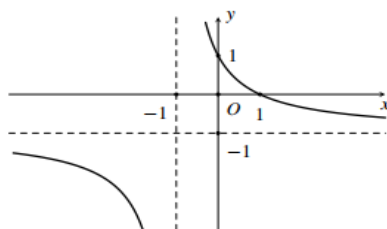
(D) 2.

**Hướng dẫn giải:**

.....

.....

**Ví dụ 3:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ



Gọi  $I$  là giao điểm của hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số. Tọa độ của điểm  $I$  là?

(A)  $I(-1; 1)$ .(B)  $I(0; -1)$ .(C)  $I(-1; -1)$ .(D)  $I(1; 1)$ .

**Hướng dẫn giải:**

.....

.....

.....

### 3. Thuật toán xác định $m$ thỏa mãn yêu cầu về tiệm cận.

Để tìm tham số  $m$  theo yêu cầu (đường tiệm cận) của bài toán ta làm như sau

- Tìm điều kiện của tham số  $m$  để hàm số không suy biến.
- Tìm các đường tiệm cận theo yêu cầu bài toán (đứng hoặc ngang, về số lượng...) theo thuật toán I; II.
- Giải theo điều kiện của bài toán để tìm tham số  $m$  và kết luận.

**Ví dụ 1: [MINH HỌA BGD-2017]** Tìm tất cả các giá trị của tham số  $m$  sao cho đồ thị hàm số

$$y = \frac{x+1}{\sqrt{mx^2+1}}$$
 có 2 tiệm cận ngang

(A)  $m < 0$ .(B)  $m = 0$ .(C)  $m > 0$ .(D) Không tồn tại  $m$ .

Hướng dẫn giải:

|       |       |
|-------|-------|
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |

**Ví dụ 2:** Tìm tất cả các giá trị của tham số  $m$  để đồ thị hàm số  $y = \frac{2x^2 - 3x + 1}{x - m}$  có tiệm cận đứng.

- Ⓐ  $m = 1$ .                      Ⓑ  $m \in \mathbb{R}$ .                      Ⓒ  $m \neq 1$ .                      Ⓓ  $m \neq 1; m \neq \frac{1}{2}$ .

Hướng dẫn giải:

|       |       |
|-------|-------|
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |

**Ví dụ 3:** Cho hàm số  $y = \frac{x-1}{mx^2 - 2x + 3}$ . Có tất cả bao nhiêu giá trị của tham số  $m$  để đồ thị hàm số có đúng hai đường tiệm cận.

- Ⓐ 0.                      Ⓑ 1.                      Ⓒ 2.                      Ⓓ 3.

Hướng dẫn giải:

|       |       |
|-------|-------|
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |

#### 4. Thuật toán xác định tiệm cận của hàm hợp.

Xác định tiệm cận của đồ thị hàm số  $y = \frac{A}{g(x)}$  với  $g(x)$  xác định theo  $f(x)$

##### 1. Xác định tiệm cận ngang

- Nhìn vào nhánh “vô tận” của đồ thị hoặc chỗ “ $\infty$ ” của bảng biến thiên để xác định.
- Từ đó kết tiệm cận ngang cho đồ thị hàm hợp.

##### 2. Xác định tiệm cận đứng

- Số tiệm cận đứng là số nghiệm của phương trình  $g(x) = 0$  (kiểm tra lại theo lý thuyết nếu tử số là một hàm chứa biến).
- Dựa vào đồ thị hoặc bảng biến thiên để kết luận số nghiệm phương trình  $g(x) = 0$ .
- Xác định số đường tiệm cận đứng theo hàm hợp được xét.

**Ví dụ 1:** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có bảng biến thiên như sau

|      |           |    |           |
|------|-----------|----|-----------|
| $x$  | $-\infty$ | 1  | $+\infty$ |
| $y'$ | -         | 0  | +         |
| $y$  | 1         | -2 | 3         |

Tổng số đường tiệm cận của đồ thị hàm số  $y = \frac{1}{f(x)+1}$  là?

Ⓐ 1.

Ⓑ 3.

Ⓒ 4.

Ⓓ 2.

**Hướng dẫn giải:**

.....

.....

**Ví dụ 2:** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định, liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có bảng biến thiên như hình bên dưới

|        |           |   |   |           |
|--------|-----------|---|---|-----------|
| $x$    | $-\infty$ | 1 | 2 | $+\infty$ |
| $f(x)$ | $-\infty$ | 3 | 0 | $+\infty$ |

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số  $y = \frac{1}{2f(x)-1}$  là?

Ⓐ 4.

Ⓑ 1.

Ⓒ 3.

Ⓓ 2.

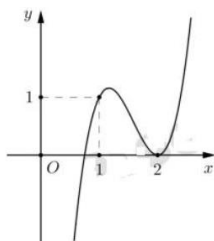
**Hướng dẫn giải:**

.....

.....

.....

**Ví dụ 3:** Cho hàm số bậc ba  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  có đồ thị như hình vẽ



Đồ thị hàm số  $y = \frac{(x^2 - 3x + 2)\sqrt{x-1}}{x[f^2(x) - f(x)]}$  có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

Ⓐ 3.

Ⓑ 4.

Ⓒ 6.

Ⓓ 5.

**Hướng dẫn giải:**

.....

.....

## C. PHIẾU HỌC TẬP

### PHIẾU HỌC TẬP SỐ 1

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
|   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |

**Câu 1:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$  và  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$ . Mệnh đề nào đúng?

- Ⓐ Đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.
- Ⓑ Đồ thị hàm số có đúng một tiệm cận ngang.
- Ⓒ Đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng  $y = 1$  và  $y = -1$
- Ⓓ Đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng  $x = 1$  và  $x = -1$ .

**Câu 2:** Cho hàm số  $f(x)$  có tập xác định là  $D = (-3; 3) \setminus \{-1; 1\}$ , liên tục trên các khoảng của  $D$  và

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow (-3)^+} f(x) = -\infty; \quad \lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x) = -\infty; \quad \lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) = -\infty; \\ \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = +\infty; \quad \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = +\infty; \quad \lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = +\infty. \end{aligned}$$

Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- Ⓐ Đồ thị hàm số có đúng hai TCD là các đường thẳng  $x = -3$  và  $x = 3$ .
- Ⓑ Đồ thị hàm số có đúng hai TCD là các đường thẳng  $x = -1$  và  $x = 1$ .
- Ⓒ Đồ thị hàm số có đúng bốn TCD là các đường thẳng  $x = \pm 1$  và  $x = \pm 3$ .
- Ⓓ Đồ thị hàm số có sáu TCD.

**Câu 3:** Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số  $y = \frac{x+1}{x+3}$  là

- Ⓐ  $x = -1$ .
- Ⓑ  $x = 1$ .
- Ⓒ  $x = -3$ .
- Ⓓ  $x = 3$ .

**Câu 4:** Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số  $y = \frac{2x+2}{x-1}$  là

- Ⓐ  $x = 2$ .
- Ⓑ  $x = -2$ .
- Ⓒ  $x = 1$ .
- Ⓓ  $x = -1$ .

**Câu 5:** Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số  $y = \frac{4x+1}{x-1}$  là

- Ⓐ  $y = \frac{1}{4}$ .
- Ⓑ  $y = 4$ .
- Ⓒ  $y = 1$ .
- Ⓓ  $y = -1$ .

**Câu 6:** Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số  $y = \frac{x-2}{x+1}$  là

- Ⓐ  $y = -2$ .
- Ⓑ  $y = 1$ .
- Ⓒ  $x = -1$ .
- Ⓓ  $x = 2$

**Câu 7:** Tìm tọa độ giao điểm của đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số  $y = \frac{x-2}{x+2}$ .

- Ⓐ  $(-2; 2)$ .
- Ⓑ  $(2; 1)$ .
- Ⓒ  $(-2; -2)$ .
- Ⓓ  $(-2; 1)$ .

**Câu 8:** Đường thẳng  $y = \frac{1}{3}$  là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số nào dưới đây?

- Ⓐ  $y = \frac{3x+1}{x-3}$
- Ⓑ  $y = \frac{x+1}{3x-3}$
- Ⓒ  $y = \frac{2x+1}{3x-1}$
- Ⓓ  $y = \frac{-x+1}{3x-1}$

**Câu 9:** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định và liên tục trên  $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ , có bảng biến thiên như sau. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

|      |           |           |           |
|------|-----------|-----------|-----------|
| $x$  | $-\infty$ | $-2$      | $-\infty$ |
| $y'$ |           | +         | +         |
| $y$  | $-2$      | $+\infty$ | $-\infty$ |

- (B) Đồ thị hàm số có duy nhất một tiệm cận.  
 (C) Đồ thị hàm số có ba tiệm cận.  
 (A) Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng  $y = -2$  và tiệm cận ngang  $x = -2$ .  
 (D) Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng  $x = -2$  và tiệm cận ngang  $y = -2$ .

**Câu 10:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau.

Hỏi đồ thị hàm số đã cho có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận?

|      |           |      |           |           |
|------|-----------|------|-----------|-----------|
| $x$  | $-\infty$ | $-2$ | $1$       | $+\infty$ |
| $y'$ |           | -    | +         |           |
| $y$  | $+\infty$ | $2$  | $-\infty$ | $+\infty$ |

- (A) 1.  
 (B) 2.  
 (C) 3.  
 (D) 4.

**Câu 11:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên dưới đây.

Hỏi đồ thị hàm số  $y = f(x)$  có bao nhiêu đường tiệm cận?

|      |           |      |     |           |
|------|-----------|------|-----|-----------|
| $x$  | $-\infty$ | $0$  | $1$ | $+\infty$ |
| $y'$ |           | -    | +   | -         |
| $y$  | $+\infty$ | $-1$ | $2$ | $-\infty$ |

- (A) 1.  
 (B) 2.  
 (C) 3.  
 (D) 0.

**Câu 12:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

Mệnh đề nào sau đây là sai?

|      |           |           |           |           |
|------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| $x$  | $-\infty$ | $-3$      | $3$       | $+\infty$ |
| $y'$ |           | +         | +         | +         |
| $y$  | $0$       | $+\infty$ | $-\infty$ | $0$       |

- (A) Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là  $x = -3$ .  
 (B) Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là  $x = 3$ .  
 (C) Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là  $y = 0$ .  
 (D) Đồ thị hàm số có tất cả hai đường tiệm cận.

**Câu 13:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau.

Hỏi đồ thị hàm số đã cho có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận?

|      |           |      |     |           |
|------|-----------|------|-----|-----------|
| $x$  | $-\infty$ | $-2$ | $0$ | $+\infty$ |
| $y'$ |           | +    | -   |           |
| $y$  | $+\infty$ | $1$  | $0$ | $-\infty$ |

- (A) 1.  
 (B) 2.  
 (C) 3.  
 (D) 4.

**Câu 14:** Đồ thị hàm số nào trong các hàm số dưới đây có tiệm cận đứng?

- (A)  $y = \frac{1}{\sqrt{x}}$ .  
 (B)  $y = \frac{1}{x^4 + 1}$ .  
 (C)  $y = \frac{1}{x^2 + 1}$ .  
 (D)  $y = \frac{1}{x^2 + x + 1}$ .

**Câu 15:** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có tiệm cận đứng?

- (A)  $y = \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 1}$   
 (B)  $y = \frac{x^2}{x^2 + 1}$   
 (C)  $y = \sqrt{x^2 - 1}$   
 (D)  $y = \frac{x}{x + 1}$

**Câu 16:** Đồ thị hàm số nào sau đây có đúng hai tiệm cận ngang?

- (A)  $y = \frac{\sqrt{x^2 - x}}{|x| + 2}$ .  
 (B)  $y = \frac{|x| - 2}{x + 1}$ .  
 (C)  $y = \frac{\sqrt{4 - x^2}}{x + 1}$ .  
 (D)  $y = \frac{\sqrt{x + 2}}{|x| - 2}$ .

**Câu 17:** Đồ thị hàm số  $y = \frac{x - 2}{x^2 - 4}$  có mấy tiệm cận?

- (A) 0.  
 (B) 3.  
 (C) 1.  
 (D) 2.

**Câu 18:** Đồ thị hàm số  $y = \frac{x-2}{x^2-9}$  có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận?

- (A) 1. (B) 2. (C) 3. (D) 4.

**Câu 19:** Tìm số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số  $y = \frac{x^2-3x-4}{x^2-16}$ .

- (A) 2. (B) 3. (C) 0. (D) 1.

**Câu 20:** Đồ thị hàm số  $y = \frac{x+1}{\sqrt{4x^2+2x+1}}$  có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận?

- (A) 1. (B) 2. (C) 3. (D) 4.

**Câu 21:** Đồ thị hàm số  $y = \frac{\sqrt{x+1}}{x^2-1}$  có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận?

- (A) 1. (B) 2. (C) 3. (D) 0.

**Câu 22:** Đồ thị hàm số  $y = \frac{\sqrt{2-x^2}-1}{x^2-3x+2}$  có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận?

- (A) 0. (B) 1. (C) 2. (D) 3.

**Câu 23:** Đồ thị hàm số  $y = \sqrt{x^2+2x+3} - x$  có bao nhiêu đường tiệm cận ngang?

- (A) 0. (B) 2. (C) 1. (D) 3.

**Câu 24:** Đồ thị hàm số  $y = \frac{x+1}{\sqrt{x^2-1}}$  có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận?

- (A) 4. (B) 2. (C) 3. (D) 1.

**Câu 25:** Đồ thị hàm số  $y = \frac{x+3}{\sqrt{9-x^2}}$  có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận?

- (A) 0. (B) 1. (C) 2. (D) 3.

-----HẾT-----

## PHIẾU HỌC TẬP SỐ 2

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 |
|   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |

**Câu 1:** Các đường tiệm cận của đồ thị hàm số  $y = \frac{2x-3}{x-4}$  tạo với hai trục tọa độ một hình chữ nhật có chu vi bằng

- Ⓐ 6.                                      Ⓑ 12.                                      Ⓒ 8.                                      Ⓓ 16.

**Câu 2:** Các đường tiệm cận của đồ thị hàm số  $y = \frac{4x+3}{x-2}$  tạo với hai trục tọa độ một hình chữ nhật có diện tích bằng

- Ⓐ 3.                                      Ⓑ 12.                                      Ⓒ 8.                                      Ⓓ 6.

**Câu 3:** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số  $y = \frac{4x-5}{x-m}$  đi qua điểm  $A(-3;1)$ .

- Ⓐ  $m = -3$ .                                      Ⓑ  $m = -4$ .                                      Ⓒ  $m = 5$ .                                      Ⓓ  $m = 4$ .

**Câu 4:** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số  $y = \frac{(m+2)x-3}{4-x}$  đi qua điểm  $A(-1;2)$ .

- Ⓐ  $m = -2$ .                                      Ⓑ  $m = 1$ .                                      Ⓒ  $m = -4$ .                                      Ⓓ  $m = 2$ .

**Câu 5:** Tìm điểm  $M$  thuộc đồ thị hàm số  $y = \frac{x-1}{x+1}$  sao cho khoảng cách từ  $M$  đến tiệm cận ngang bằng khoảng cách từ  $M$  đến trục tung.

- Ⓐ  $M\left(2; \frac{1}{3}\right)$ .                                      Ⓑ  $M(2;1), M(4;3)$ .                                      Ⓒ  $M(1;0), M(-2;3)$ .                                      Ⓓ  $M(0;1), M(-2;3)$ .

**Câu 6:** Cho hàm số  $y = \frac{1-3x}{3-x}$  có đồ thị  $(C)$ . Điểm  $M$  nằm trên  $(C)$  sao cho khoảng cách từ  $M$  đến tiệm cận đứng gấp hai lần khoảng cách từ  $M$  đến tiệm cận ngang của  $(C)$ . Khoảng cách từ  $M$  đến giao điểm hai đường tiệm cận của  $(C)$  bằng

- Ⓐ  $3\sqrt{2}$ .                                      Ⓑ 4.                                      Ⓒ 5.                                      Ⓓ  $2\sqrt{5}$ .

**Câu 7:** Tìm giá trị  $m$  để đồ thị  $(C)$   $y = \frac{mx-1}{2x+m}$  có đường tiệm cận đứng đi qua điểm  $M(-1;\sqrt{2})$ .

- Ⓐ  $m = 2$ .                                      Ⓑ  $m = 0$ .                                      Ⓒ  $m = \frac{1}{2}$ .                                      Ⓓ  $m = \frac{\sqrt{2}}{2}$ .

**Câu 8:** Biết rằng đồ thị hàm số  $y = \frac{(m-2n-3)x+5}{x-m-n}$  nhận hai trục tọa độ làm hai đường tiệm cận.

Tính tổng  $S = m^2 + n^2 - 2$ .

- Ⓐ  $S = 2$ .                                      Ⓑ  $S = 0$ .                                      Ⓒ  $S = -1$ .                                      Ⓓ  $S = -1$ .

**Câu 9:** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  thuộc đoạn  $[-2022; 2022]$  để đồ thị hàm số

$$y = \frac{x+1}{x^2 - mx + 4} \text{ có 3 đường tiệm cận?}$$

- (A) 4035. (B) 4034. (C) 2018. (D) 2017.

**Câu 10:** Số các giá trị của tham số  $m$  để đồ thị hàm số  $y = \frac{x+m}{mx-2}$  có hai đường tiệm cận, đồng thời hai tiệm cận này tạo với hai trục tọa độ một hình chữ nhật có diện tích bằng 18 là

- (A) 0. (B) 1. (C) 2. (D) 3.

**Câu 11:** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để đồ thị hàm số  $y = \frac{x+2}{x^2 - 4x + m}$  có đúng một tiệm cận ngang và đúng một tiệm cận đứng.

- (A)  $m < 4$ . (B)  $m > 4$ . (C)  $m = 4, m = -12$ . (D)  $m \neq 4$ .

**Câu 12:** Tìm tất cả các giá trị của tham số  $m$  để đồ thị hàm số  $y = \frac{x+2}{x^2 - 4x + m}$  có tiệm cận ngang mà không có tiệm cận đứng.

- (A)  $m = -12$ . (B)  $m > 4$ . (C)  $m = -12, m > 4$ . (D)  $m \neq 4$ .

**Câu 13:** Tìm tất cả các giá trị của  $m$  để đồ thị của hàm số  $y = \frac{x+1}{\sqrt{mx^2 + 1}}$  có hai tiệm cận ngang.

- (A) Không tồn tại  $m$ . (B)  $m < 0$ . (C)  $m = 0$ . (D)  $m > 0$ .

**Câu 14:** Tìm tất cả các giá trị của tham số  $m$  để đồ thị hàm số  $y = \frac{2x^2 - 3x + m}{x - m}$  không có tiệm cận đứng

- (A)  $m = 0$ . (B)  $m = 1, m = 2$ . (C)  $m = 0, m = 1$ . (D)  $m = 1$ .

**Câu 15:** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để đồ thị hàm số  $y = \frac{2m^2x - 5}{x + 3}$  nhận đường thẳng  $y = 8$  làm tiệm cận ngang.

- (A)  $m = 2$ . (B)  $m = -2$ . (C)  $m = \pm 2$ . (D)  $m = 0$ .

**Câu 16:** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để đồ thị hàm số  $y = \frac{x+1}{x^2 - 2mx + 4}$  có ba đường tiệm cận.

- (A)  $m \in (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$ . (B)  $m \in \left(-\infty; -\frac{5}{2}\right) \cup \left(-\frac{5}{2}; -2\right)$ .  
(C)  $m \in \left(-\infty; -\frac{5}{2}\right) \cup \left(-\frac{5}{2}; -2\right) \cup (2; +\infty)$ . (D)  $m \in (2; +\infty)$ .

**Câu 17:** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để đồ thị hàm số  $y = \frac{x^2 + 1}{3x^2 - 2mx + m}$  có đúng một tiệm cận đứng.

- (A)  $m = \pm \sqrt{\frac{3}{2}}$ . (B)  $m = 0, m = 3$ . (C)  $m = 1, m = 2$ . (D)  $m = \pm 2$ .

**Câu 18:** Tìm trên đồ thị hàm số  $y = \frac{2x+1}{x-1}$  những điểm  $M$  sao cho khoảng cách từ  $M$  đến tiệm cận đứng bằng ba lần khoảng cách từ  $M$  đến tiệm cận ngang của đồ thị.

Ⓐ  $M\left(-4; \frac{7}{5}\right)$  hoặc  $M(2;5)$ .

Ⓑ  $M(4;3)$  hoặc  $M(-2;1)$ .

Ⓒ  $M(4;3)$  hoặc  $M(2;5)$ .

Ⓓ  $M\left(-4; \frac{7}{5}\right)$  hoặc  $M(-2;1)$ .

**Câu 19:** Cho hàm số  $y = \frac{2x-3}{x-2}$  (C). Gọi  $M$  là điểm bất kỳ trên (C),  $d$  là tổng khoảng cách từ  $M$  đến hai đường tiệm cận của đồ thị (C). Giá trị nhỏ nhất của  $d$  là

Ⓐ 5.

Ⓑ 10.

Ⓒ 6.

Ⓓ 2

**Câu 20:** Cho hàm số  $y = \frac{x-m}{x+1}$  (C) với  $m$  là tham số thực. Gọi  $M$  là điểm thuộc (C) sao cho tổng khoảng cách từ  $M$  đến hai đường tiệm cận của (C) nhỏ nhất. Tìm tất cả các giá trị của  $m$  để giá trị nhỏ nhất đó bằng 2.

Ⓐ  $m=0$ .

Ⓑ  $m=2$ .

Ⓒ  $m=-2, m=0$ .

Ⓓ  $m=1$ .

**Câu 21:** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R} \setminus \{1\}$  và có bảng biến thiên như sau. Đồ thị hàm số  $y = \frac{1}{2f(x)+3}$  có bao nhiêu đường tiệm cận đúng?

|         |           |    |           |           |
|---------|-----------|----|-----------|-----------|
| $x$     | $-\infty$ | 0  | 1         | $+\infty$ |
| $f'(x)$ | +         | 0  | -         | -         |
| $f(x)$  | $-\infty$ | -1 | $+\infty$ | 0         |

Ⓐ 3.

Ⓑ 4.

Ⓒ 2.

Ⓓ 1.

**Câu 22:** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R} \setminus \{1\}$  và có bảng biến thiên như sau. Đồ thị hàm số  $y = \frac{2021}{f^2(x)+2f(x)-3}$  có bao nhiêu đường tiệm cận?

|      |           |      |           |           |           |           |
|------|-----------|------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| $x$  | $-\infty$ | $-2$ | $1$       | $2$       | $+\infty$ |           |
| $y'$ | $-$       | $0$  | $+$       | $+$       | $0$       | $-$       |
| $y$  | $+\infty$ |      | $+\infty$ |           | $3$       |           |
|      |           | $2$  |           | $-\infty$ |           | $-\infty$ |

Ⓐ 2.

Ⓑ 4.

Ⓒ 3.

Ⓓ 5.

**Câu 23:** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định trên  $\mathbb{R} \setminus \{0\}$  và có bảng biến thiên như sau. Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên dương của  $m$  để đồ thị hàm số  $y = g(x) = \frac{f^2(x)}{f(x)-m}$  có đúng 3 tiệm cận đúng.

|         |           |           |   |           |
|---------|-----------|-----------|---|-----------|
| $x$     | $-\infty$ | 0         | 1 | $+\infty$ |
| $f'(x)$ | +         | +         | 0 | +         |
| $f(x)$  | $-\infty$ | $+\infty$ | 2 | $-\infty$ |

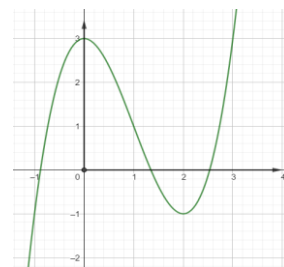
Ⓐ 1.

Ⓑ 2.

Ⓒ 3.

Ⓓ 4.

**Câu 24:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ. Tìm các giá trị của  $m$  để đồ thị hàm số  $g(x) = \frac{2}{f(f(x)) - m}$  có số đường tiệm cận đứng nhiều nhất.



- (A)  $-1 \leq m \leq 3$ .      (B)  $-1 < m < 3$ .  
 (C)  $0 < m < 3$ .      (D)  $-1 \leq m < 3$ .

**Câu 25:** Đồ thị của hàm số  $y = \frac{ax^2 + x - 3}{4x^2 + bx + 1}$  có một đường tiệm cận ngang là  $y = c$  và chỉ có một đường tiệm cận đứng. Tính  $\frac{a}{bc}$  biết rằng  $a$  là số thực dương và  $ab = 4$ ?

- (A)  $\frac{a}{bc} = \frac{1}{4}$ .      (B)  $\frac{a}{bc} = 1$ .      (C)  $\frac{a}{bc} = 4$ .      (D)  $\frac{a}{bc} = 2$ .

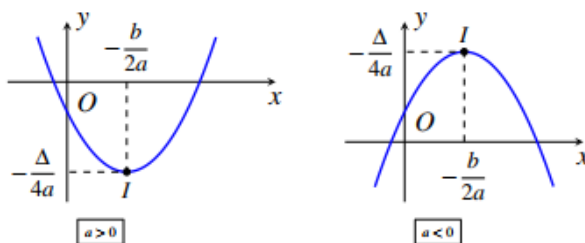
-----HẾT-----



## BÀI 5: ĐỒ THỊ CÁC HÀM SỐ THƯỜNG GẶP

### A. LÝ THUYẾT CƠ BẢN CẦN NHỚ

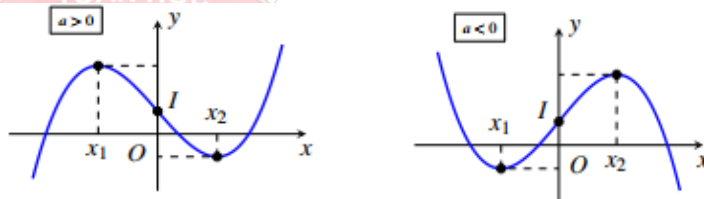
#### 1. Hàm số bậc hai $y = ax^2 + bx + c$



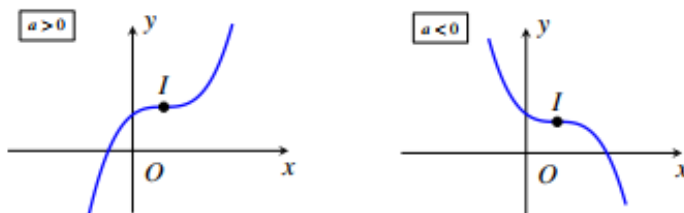
- Tọa độ đỉnh  $I\left(-\frac{b}{2a}; -\frac{\Delta}{4a}\right)$
- Đỉnh nằm trên trục  $Oy$  thì hệ số  $b = 0$ .
- Cách nhớ hình dạng đồ thị
  - Hệ số  $a > 0$  bề lõm hướng lên (nét cuối cùng đi lên).
  - Hệ số  $a < 0$  bề lõm hướng xuống (nét cuối cùng đi xuống)

#### 2. Hàm số bậc ba $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$

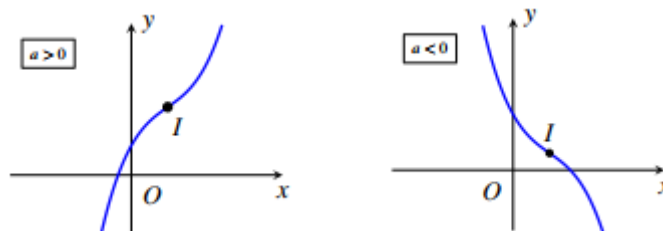
$y' = 0$  có hai nghiệm phân biệt  
 $\Leftrightarrow b^2 - 3ac > 0$ .



$y' = 0$  có nghiệm kép  
 $\Leftrightarrow b^2 - 3ac = 0$ .



$y' = 0$  vô nghiệm  
 $\Leftrightarrow b^2 - 3ac < 0$ .



➤ Hàm số có 2 hoặc 0 điểm cực trị

- 2 điểm cực trị  $\Leftrightarrow b^2 - 3ac > 0$
- 0 điểm cực trị  $\Leftrightarrow b^2 - 3ac \leq 0$

➤ Hoành độ điểm uốn (điểm đối xứng của đồ thị hàm số) là nghiệm  $y'' = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{b}{3a}$

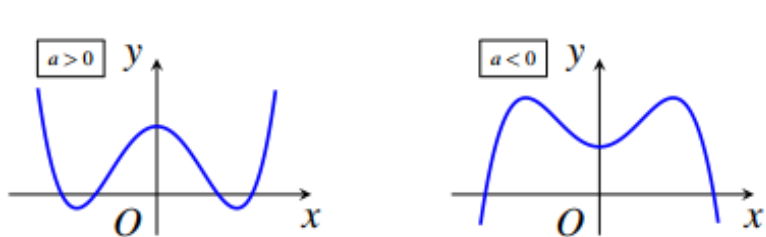
➤ Tiếp tuyến tại điểm uốn  $I(x_0; y_0)$

- Có hệ số góc lớn nhất khi  $a > 0$ .
- Có hệ số góc nhỏ nhất khi  $a < 0$ .

### 3. Hàm số trùng phương $y = ax^4 + bx^2 + c$

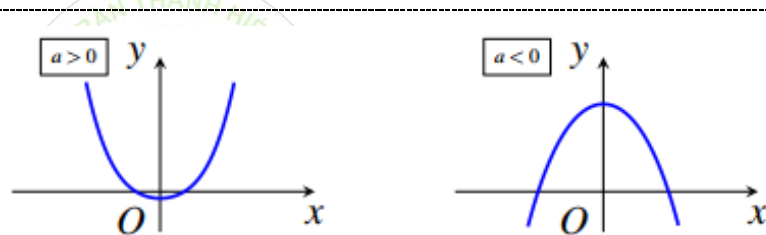
$a, b$  trái dấu  $\Leftrightarrow a.b < 0$ .

$y' = 0$  có ba nghiệm phân biệt.



$a, b$  cùng dấu  $\Leftrightarrow a.b \geq 0$ .

$y' = 0$  có một nghiệm.

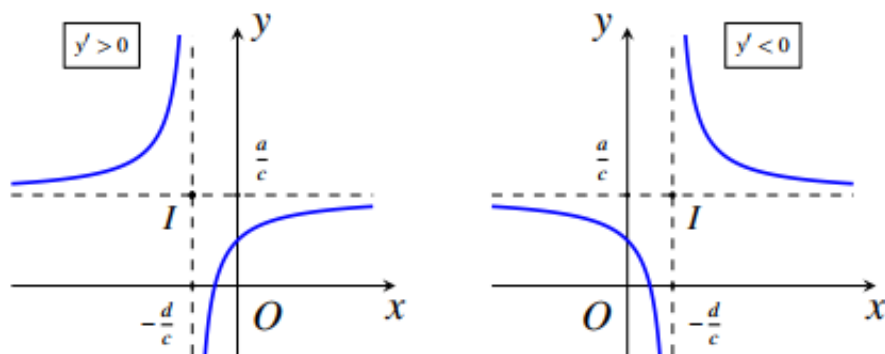


➤ Hàm số có 3 hoặc 1 điểm cực trị

- 3 điểm cực trị  $a, b$  trái dấu nghĩa là  $a.b < 0$ .
- 1 điểm cực trị  $a, b$  cùng dấu nghĩa là  $a.b \geq 0$

➤ Hàm số chẵn, đối xứng qua trục  $Oy$ .

### 4. Hàm số nhất biến $y = \frac{ax+b}{cx+d}$



➤ Tập xác định:  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{d}{c} \right\}$

- Đồ thị hàm số luôn có 2 tiệm cận (1 tiệm cận ngang; 1 tiệm cận đứng)
  - Tiệm cận ngang  $y = \frac{a}{c}$  (hệ số  $x$  trên chia hệ số  $x$  dưới).
  - Tiệm cận đứng  $x = -\frac{d}{c}$  (mẫu số bằng 0).
- Tâm đối xứng của đồ thị hàm số là giao điểm  $I$  của hai đường tiệm cận.

## B. THUẬT TOÁN CỦA MỘT SỐ DẠNG TOÁN THƯỜNG GẶP

### 1. Thuật toán nhận dạng đồ thị hàm số bậc ba

#### 1. Nhìn hình dạng của đồ thị

- Nét cuối cùng “đi lên” thì  $a > 0$ .
- Nét cuối cùng “đi xuống” thì  $a < 0$ .

#### 2. Nhìn điểm thuộc đồ thị

- Cắt trục  $Oy$  tại đâu thì giá trị  $d$  bằng “điểm” đó, nghĩa là  $(0; d)$
- Điểm thuộc đồ thị là thay vào hàm số phải thỏa mãn.
- Điểm cắt trục  $Ox$  thì có tọa độ  $(x; 0)$ , ( $x$  là một số cụ thể theo hình).

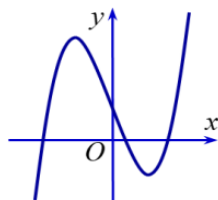
#### 3. Nhìn cực trị

- Điểm “dừng” ở trên là điểm cực đại.
- Điểm “dừng” ở dưới là điểm cực tiểu.
- Mối liên hệ “dấu” của hệ số  $a, b, c$  và hai điểm cực trị  $x_1$  và  $x_2$ .

- $x_1 + x_2$  dấu như  $-\frac{b}{a}$

- $x_1 \cdot x_2$  dấu như  $\frac{c}{a}$

**Ví dụ 1:** [MÃ ĐỀ 103 BGD-2021] Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?

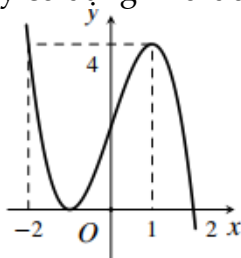


Ⓐ  $y = -x^3 - 2x + \frac{1}{2}$ .    Ⓑ  $y = x^3 - 2x + \frac{1}{2}$ .    Ⓒ  $y = -x^4 + 2x^2 + \frac{1}{2}$ .    Ⓓ  $y = x^4 + 2x^2 + \frac{1}{2}$ .

**Hướng dẫn giải:**

|  |  |
|--|--|
|  |  |
|  |  |

**Ví dụ 2:** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên



- Ⓐ  $y = -x^3 + 3x + 2$ .    Ⓑ  $y = x^3 - 3x - 2$ .    Ⓒ  $y = -x^3 - 3x - 2$ .    Ⓓ  $y = x^3 - 3x + 2$

**Hướng dẫn giải:**

|  |  |
|--|--|
|  |  |
|  |  |

**Ví dụ 3:** [MÃ ĐỀ 101 BGD-2020] Cho hàm số  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  ( $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ ) có bảng biến thiên như sau:

|         |           |   |   |   |    |   |           |
|---------|-----------|---|---|---|----|---|-----------|
| $x$     | $-\infty$ |   | 0 |   | 4  |   | $+\infty$ |
| $f'(x)$ |           | + | 0 | - | 0  | + |           |
| $f(x)$  | $-\infty$ |   | 3 |   | -5 |   | $+\infty$ |

Có bao nhiêu số dương trong các số  $a, b, c, d$ ?

- Ⓐ 2.    Ⓑ 4.    Ⓒ 1.    Ⓓ 3.

**Hướng dẫn giải:**

|  |  |
|--|--|
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

## 2. Thuật toán nhận dạng đồ thị hàm số trùng phương.

### 1. Nhìn hình dạng đồ thị

- Nét cuối cùng “đi lên” thì  $a > 0$ .
- Nét cuối cùng “đi xuống” thì  $a < 0$ .

### 2. Nhìn điểm thuộc đồ thị

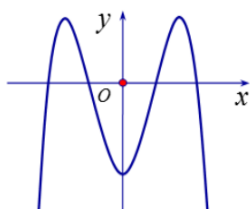
- Cắt trục Oy tại đâu thì giá trị  $c$  bằng “điểm” đó, nghĩa là  $(0; c)$ .
- Điểm thuộc đồ thị là thay vào hàm số phải thỏa mãn.
- Cắt trục Ox thì điểm có tọa độ  $(x; 0)$ , ( $x$  là số cụ thể tùy theo hình).

### 3. Nhìn điểm cực trị

- Điểm “dừng” ở trên là điểm cực đại.

- Điểm “dừng” ở dưới là điểm cực tiểu.
- Đồ thị có 3 điểm cực trị thì  $a.b < 0$  (nghĩa là  $a$  với  $b$  trái dấu).
- Đồ thị có 1 điểm cực trị thì  $a.b \geq 0$ . (nghĩa là  $a$  với  $b$  cùng dấu).

**Ví dụ 1: [MÃ ĐỀ 101 BGD-2021]** Đồ thị hàm số cho bởi đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây



- Ⓐ  $y = -2x^4 + 4x^2 - 1$ .   Ⓑ  $y = -x^3 + 3x - 1$ .   Ⓒ  $y = 2x^4 - 4x^2 - 1$ .   Ⓓ  $y = x^3 - 3x - 1$ .

**Hướng dẫn giải:**

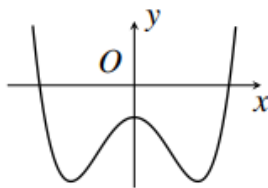
**Ví dụ 2:** Bảng biến thiên ở hình bên là một trong bốn hàm số sau đây. Hỏi đó là hàm số nào?

|      |           |             |     |            |           |           |     |     |
|------|-----------|-------------|-----|------------|-----------|-----------|-----|-----|
| $x$  | $-\infty$ | $-\sqrt{3}$ | $0$ | $\sqrt{3}$ | $+\infty$ |           |     |     |
| $y'$ |           | $-$         | $0$ | $+$        | $0$       | $-$       | $0$ | $+$ |
| $y$  | $-\infty$ |             |     | $2$        |           | $-\infty$ |     |     |
|      |           | $-7$        |     |            | $-7$      |           |     |     |

- Ⓐ  $y = x^4 - 8x^2 + 2$ .   Ⓑ  $y = -x^4 + 8x^2 + 2$ .   Ⓒ  $y = x^4 + 6x^2 + 2$ .   Ⓓ  $y = x^4 - 6x^2 + 2$ .

**Hướng dẫn giải:**

**Ví dụ 3:** Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số  $y = ax^4 + bx^2 + c$ .



Mệnh đề nào sau đây đúng?

- Ⓐ  $a > 0, b < 0, c < 0$ .   Ⓑ  $a < 0, b > 0, c > 0$ .   Ⓒ  $a < 0, b < 0, c < 0$ .   Ⓓ  $a > 0, b < 0, c > 0$ .

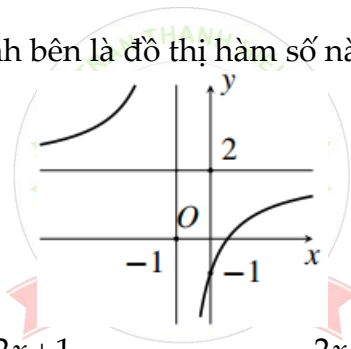
**Hướng dẫn giải:**

### 3. Thuật toán nhận dạng hàm số nhất biến

Ta chú ý đến “bốn thông số” đặc trưng sau

1. **Tiệm cận đứng**  $x = -\frac{d}{c}$ , (mẫu số bằng 0)
2. **Tiệm cận ngang**  $y = \frac{a}{c}$ , (hệ số  $x$  trên chia hệ số  $x$  dưới).
3. **Đạo hàm**
  - $y' < 0$  đồ thị đi xuống.
  - $y' > 0$  đồ thị đi lên.
4. **Điểm thuộc đồ thị**
  - Điểm thuộc đồ thị thay vào hàm số phải thỏa mãn.
  - Cắt trục  $Ox$  thì  $y = 0 \Rightarrow x = -\frac{b}{a}$ .
  - Cắt trục  $Oy$  thì  $x = 0 \Rightarrow y = \frac{b}{d}$ .

**Ví dụ 1:** Đồ thị là đường cong ở hình bên là đồ thị hàm số nào dưới đây?



Ⓐ  $y = \frac{1-2x}{x+1}$ .

Ⓑ  $y = \frac{2x+1}{x-1}$ .

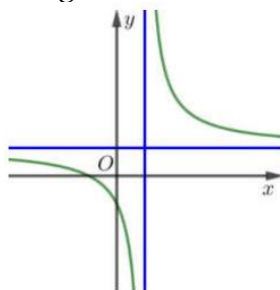
Ⓒ  $y = \frac{2x-1}{x+1}$ .

Ⓓ  $y = \frac{2x+1}{x+1}$ .

Hướng dẫn giải:

|  |  |
|--|--|
|  |  |
|  |  |

**Ví dụ 2:** [MÃ ĐỀ 104 BGD-2021] Biết hàm số  $y = \frac{x+a}{x-1}$  ( $a$  là số thực cho trước,  $a \neq -1$ ) có đồ thị như hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



Ⓐ  $y' < 0, \forall x \in \mathbb{R}$ .

Ⓑ  $y' < 0, \forall x \neq 1$ .

Ⓒ  $y' > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ .

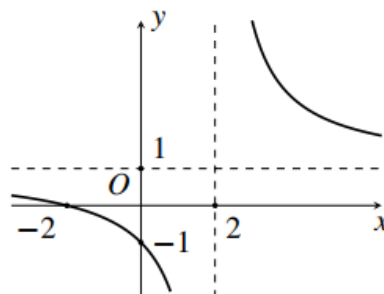
Ⓓ  $y' > 0, \forall x \neq 1$ .

Hướng dẫn giải:

.....

.....

**Ví dụ 3:** Xác định  $a, b$  để hàm số  $y = \frac{-ax+2}{x+b}$  có đồ thị như hình vẽ



Ⓐ  $a=1; b=-2.$

Ⓑ  $a=b=-2.$

Ⓒ  $a=b=2.$

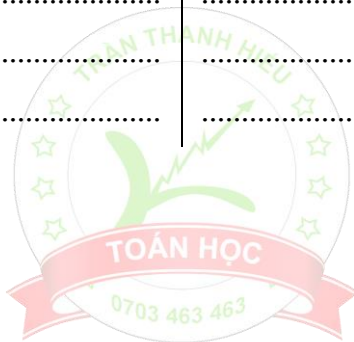
Ⓓ  $a=-1; b=-2.$

Hướng dẫn giải:

.....

.....

.....



## C. PHIẾU HỌC TẬP

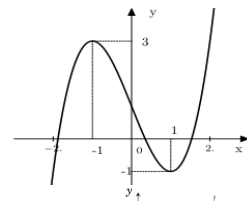
### PHIẾU HỌC TẬP SỐ 1

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
|   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |

**Câu 1:** Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số.

Ⓐ  $y = x^4 + 2x^2 - 1$ .      Ⓑ  $y = -x^3 + 3x^2 + 1$ .

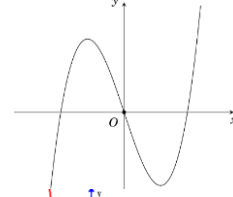
Ⓒ  $y = x^3 - 3x + 1$ .      Ⓓ  $y = -x^2 - 3x - 1$ .



**Câu 2:** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?

Ⓐ  $y = x^4 + 2x^2$ .      Ⓑ  $y = -x^3 - 3x$ .

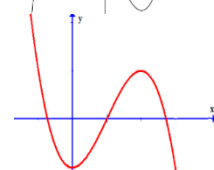
Ⓒ  $y = x^3 - 3x$ .      Ⓓ  $y = -x^4 + 2x^2$ .



**Câu 3:** Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?

Ⓐ  $y = x^4 - 2x^2 - 2$ .      Ⓑ  $y = -x^3 + 2x^2 - 2$ .

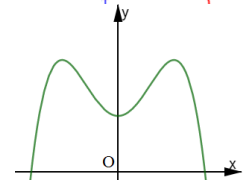
Ⓒ  $y = x^3 - 3x^2 - 2$ .      Ⓓ  $y = -x^4 + 2x^2 - 2$ .



**Câu 4:** Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?

Ⓐ  $y = x^3 - 3x^2 + 1$ .      Ⓑ  $y = -x^3 + 3x^2 + 1$ .

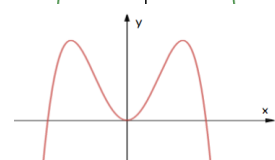
Ⓒ  $y = -x^4 + 2x^2 + 1$ .      Ⓓ  $y = x^4 - 2x^2 + 1$ .



**Câu 5:** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?

Ⓐ  $y = -x^4 + 2x^2$ .      Ⓑ  $y = x^4 - 2x^2$ .

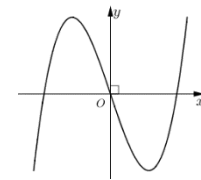
Ⓒ  $y = x^3 - 3x^2$ .      Ⓓ  $y = -x^3 + 3x^2$ .



**Câu 6:** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?

Ⓐ  $y = x^3 - 3x$ .      Ⓑ  $y = -x^3 + 3x$ .

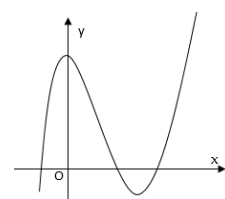
Ⓒ  $y = x^4 - 2x^2$ .      Ⓓ  $y = -x^4 + 2x^2$ .



**Câu 7:** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ bên?

Ⓐ  $y = x^3 - 3x^2 + 3$ .      Ⓑ  $y = -x^3 + 3x^2 + 3$ .

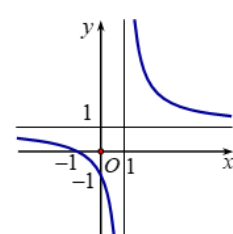
Ⓒ  $y = x^4 - 2x^2 + 3$ .      Ⓓ  $y = -x^4 + 2x^2 + 3$ .



**Câu 8:** Đường cong trong hình vẽ bên dưới là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

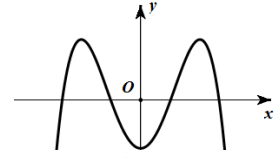
Ⓐ  $y = \frac{2x-1}{x-1}$ .      Ⓑ  $y = \frac{x+1}{x-1}$ .

Ⓒ  $y = x^4 + x^2 + 1$ .      Ⓓ  $y = x^3 - 3x - 1$ .



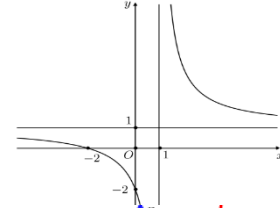
**Câu 9:** Đường cong trong hình vẽ bên là của hàm số nào dưới đây

- Ⓐ  $y = x^4 - 3x^2 - 1$ . Ⓑ  $y = x^3 - 3x^2 - 1$ .  
 Ⓒ  $y = -x^3 + 3x^2 - 1$ . Ⓓ  $y = -x^4 + 3x^2 - 1$



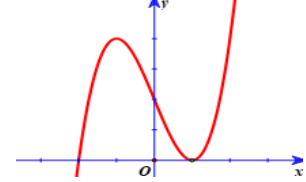
**Câu 10:** Hình vẽ dưới đây là đồ thị của một trong bốn hàm số nào?

- Ⓐ  $y = \frac{x+2}{x+1}$ . Ⓑ  $y = \frac{x-2}{x-1}$ .  
 Ⓒ  $y = \frac{x-2}{x+1}$ . Ⓓ  $y = \frac{x+2}{x-1}$



**Câu 11:** Đường cong hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?

- Ⓐ  $y = x^3 - 3x + 2$ . Ⓑ  $y = x^4 - x^2 + 1$ .  
 Ⓒ  $y = x^4 + x^2 + 1$ . Ⓓ  $y = -x^3 + 3x + 2$ .



**Câu 12:** Trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hàm số nào có bảng biến thiên như sau?

- Ⓐ  $y = -x^3 + 3x^2 + 9x - 2$ .  
 Ⓑ  $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 3x - \frac{2}{3}$ .  
 Ⓒ  $y = x^3 - 3x^2 - 9x - 2$ .  
 Ⓓ  $y = -\frac{1}{3}x^3 + x^2 + 3x + \frac{2}{3}$ .

|      |           |   |    |   |   |                 |           |
|------|-----------|---|----|---|---|-----------------|-----------|
| $x$  | $-\infty$ |   | -1 |   | 3 |                 | $+\infty$ |
| $y'$ |           | + | 0  | - | 0 | +               |           |
| $y$  |           |   |    |   |   |                 | $+\infty$ |
|      | $-\infty$ |   |    | 1 |   | $-\frac{29}{3}$ |           |

**Câu 13:** Trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hàm số nào có bảng biến thiên như sau?

- Ⓐ  $y = 2x^3 - 6x$ . Ⓑ  $y = -2x^3 + 6x - 8$ .  
 Ⓒ  $y = -2x^3 + 6x$ . Ⓓ  $y = 2x^3 - 6x + 8$ .

|      |           |      |     |     |           |           |
|------|-----------|------|-----|-----|-----------|-----------|
| $x$  | $-\infty$ | $-1$ |     | $1$ | $+\infty$ |           |
| $y'$ |           | $+$  | $0$ | $-$ | $0$       | $+$       |
| $y$  | $-\infty$ |      | $4$ |     | $-4$      | $+\infty$ |

**Câu 14:** Trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hàm số nào có bảng biến thiên như sau?

- Ⓐ  $y = x^3 - x^2 + 2x$ . Ⓑ  $y = -x^3 + 3x^2 - 3x + 1$ .  
 Ⓒ  $y = x^3 - 3x^2 + 3x + 2$ . Ⓓ  $y = -x^3 + 3x^2 - 3x + 2$ .

|      |           |   |   |           |
|------|-----------|---|---|-----------|
| $x$  | $-\infty$ |   | 1 | $+\infty$ |
| $y'$ |           | - | 0 | -         |
| $y$  | $+\infty$ |   | 1 | $-\infty$ |

**Câu 15:** Trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hàm số nào có bảng biến thiên như sau?

- Ⓐ  $y = x^4 - 2x^2 + 1$ . Ⓑ  $y = -x^4 + 2x^2 + 1$ .  
 Ⓒ  $y = x^4 - 2x^2 + 2$ . Ⓓ  $y = -x^4 + 2x^2 + 2$ .

|      |           |      |     |     |           |     |     |           |
|------|-----------|------|-----|-----|-----------|-----|-----|-----------|
| $x$  | $-\infty$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $+\infty$ |     |     |           |
| $y'$ |           | $+$  | $0$ | $-$ | $0$       | $+$ | $0$ | $-$       |
| $y$  | $-\infty$ |      | $3$ |     | $2$       |     | $3$ | $-\infty$ |

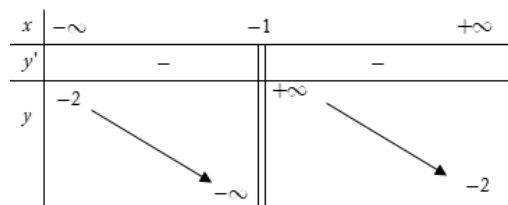
**Câu 16:** Trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hàm số nào có bảng biến thiên như sau?

- Ⓐ  $y = \frac{-x+2}{x+1}$ . Ⓑ  $y = \frac{-x-2}{x+1}$ .  
 Ⓒ  $y = \frac{-x-2}{x-1}$ . Ⓓ  $y = \frac{-x+2}{x-1}$ .

|      |           |   |           |           |
|------|-----------|---|-----------|-----------|
| $x$  | $-\infty$ |   | -1        | $+\infty$ |
| $y'$ |           | + | +         | +         |
| $y$  | -1        |   | $+\infty$ | -1        |

**Câu 17:** Trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hàm số nào có bảng biến thiên sau?

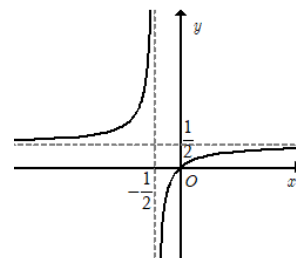
- (A)  $y = \frac{x-1}{x-1}$ .      (B)  $y = \frac{-2x}{x-1}$ .  
 (C)  $y = \frac{1-2x}{x+1}$ .      (D)  $y = \frac{2x-1}{x+1}$ .



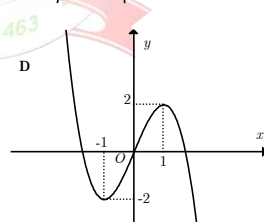
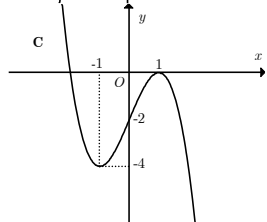
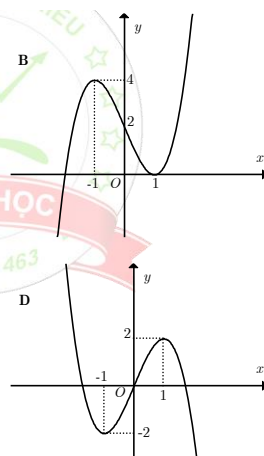
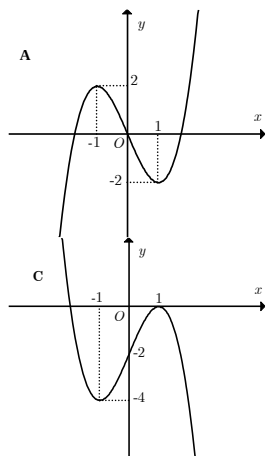
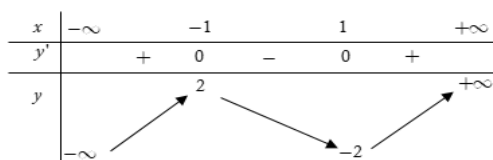
**Câu 18:** Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây.

Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

- (A)  $y = \frac{x+1}{2x+1}$ .      (B)  $y = \frac{x+3}{2x+1}$ .  
 (C)  $y = \frac{x}{2x+1}$ .      (D)  $y = \frac{x-1}{2x+1}$ .



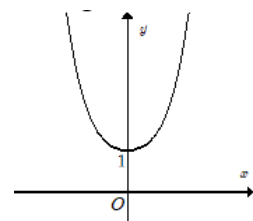
**Câu 19:** Cho hàm số  $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  có bảng biến thiên sau:



**Câu 20:** Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây.

Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

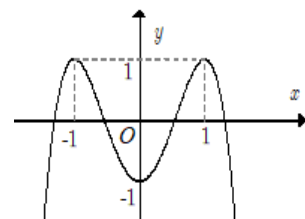
- (A)  $y = x^4 + x^2 + 2$ .      (B)  $y = x^4 - x^2 + 2$ .  
 (C)  $y = x^4 - x^2 + 1$ .      (D)  $y = x^4 + x^2 + 1$ .



**Câu 21:** Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây.

Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

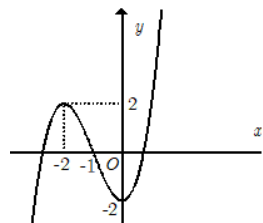
- (A)  $y = x^4 - 2x^2 - 1$ .      (B)  $y = -2x^4 + 4x^2 - 1$ .  
 (C)  $y = -x^4 + 2x^2 - 1$ .      (D)  $y = -x^4 + 2x^2 + 1$ .



**Câu 22:** Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây.

Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

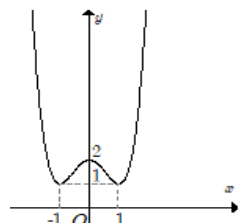
- Ⓐ  $y = -x^3 - 3x^2 - 2$ .    Ⓑ  $y = x^3 + 3x^2 - 2$ .  
 Ⓒ  $y = x^3 - 3x^2 - 2$ .    Ⓓ  $y = -x^3 + 3x^2 - 2$ .



**Câu 23:** Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây.

Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

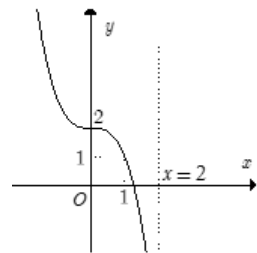
- Ⓐ  $y = -x^4 + 2x^2 + 2$ .    Ⓑ  $y = x^4 - 2x^2 + 2$ .  
 Ⓒ  $y = x^4 - 4x^2 + 2$ .    Ⓓ  $y = x^4 - 2x^2 + 3$ .



**Câu 24:** Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây.

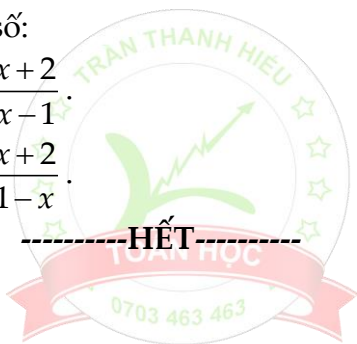
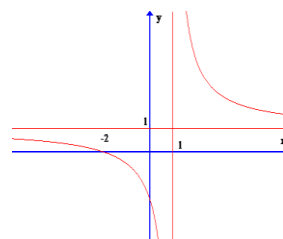
Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

- Ⓐ  $y = -x^3 - x + 2$ .    Ⓑ  $y = -x^3 + 3x + 2$ .  
 Ⓒ  $y = -x^3 + 3x^2 - 3x + 2$ .    Ⓓ  $y = -x^3 + 2$ .



**Câu 25:** Đồ thị sau đây là của hàm số:

- Ⓐ  $y = \frac{x+1}{x-1}$ .    Ⓑ  $y = \frac{x+2}{x-1}$ .  
 Ⓒ  $y = \frac{2x+2}{2x-1}$ .    Ⓓ  $y = \frac{x+2}{1-x}$ .



PHIẾU HỌC TẬP SỐ 2

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
|   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |

**Câu 1:** Cho hàm số  $y = ax^4 + bx^2 + c$  có đồ thị như hình vẽ bên.

Khẳng định nào sau đây **đúng** ?

- (A)  $a > 0, b > 0, c > 0$ . (B)  $a > 0, b < 0, c < 0$ .  
(C)  $a > 0, b < 0, c > 0$ . (D)  $a < 0, b > 0, c > 0$ .

**Câu 2:** Cho hàm số  $y = \frac{ax+b}{cx+d}$  có đồ thị như hình vẽ.

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- (A)  $ab < 0, cd < 0$ . (B)  $bd < 0, ad > 0$ .  
(C)  $bc > 0, ad < 0$ . (D)  $ac > 0, bd > 0$ .

**Câu 3:** Xác định  $a, b$  để hàm số  $y = \frac{a-x}{x+b}$  có đồ thị như hình vẽ

- (A)  $a = 2; b = 1$ . (B)  $a = 1; b = 2$ .  
(C)  $a = -1; b = 2$ . (D)  $a = -2; b = -1$ .

**Câu 4:** Cho hàm số  $y = f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$  có bảng biến thiên như hình vẽ sau. Tính giá trị của biểu thức  $P = a + b + 3c$ .

- (A)  $P = -3$ . (B)  $P = -9$ .  
(C)  $P = 3$ . (D)  $P = 9$ .

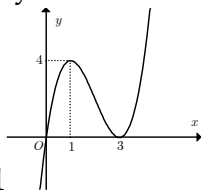
**Câu 5:** Cho hàm số  $y = f(x) = ax^4 + bx^2 + c$  ( $a \neq 0$ ) có bảng biến thiên dưới đây. Tính  $P = a^2 + b^2 + c^2$ .

- (A)  $P = 4$ . (B)  $P = 6$ .  
(C)  $P = 8$ . (D)  $P = 2$ .

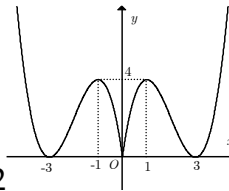
**Câu 6:** Cho hàm số  $y = f(x) = ax^4 + bx^2$  có bảng biến thiên như hình vẽ sau. Tính giá trị của  $a$  và  $b$ .

- (A)  $a = 1$  và  $b = -2$ . (B)  $a = 2$  và  $b = -3$ .  
(C)  $a = \frac{1}{2}$  và  $b = -\frac{3}{2}$ . (D)  $a = \frac{3}{2}$  và  $b = -\frac{5}{2}$ .

**Câu 7:** Cho hàm số  $y = x^3 - 6x^2 + 9x$  có đồ thị như Hình 1. Đồ thị Hình 2 là của hàm số nào trong bốn đáp án A, B, C, D dưới đây?



Hình 1



Hình 2

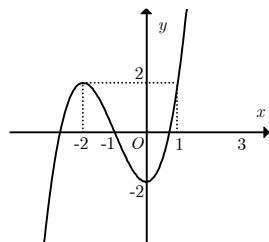
(A)  $y = -x^3 + 6x^2 - 9x$ .

(B)  $y = |x|^3 + 6|x|^2 + 9|x|$ .

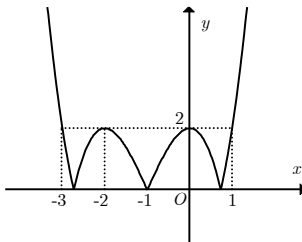
(C)  $y = |x^3 - 6x^2 + 9x|$

(D)  $y = |x|^3 - 6x^2 + 9|x|$ .

**Câu 8:** Cho hàm số  $y = x^3 + 3x^2 - 2$  có đồ thị như Hình 1. Đồ thị Hình 2 là của hàm số nào dưới đây?



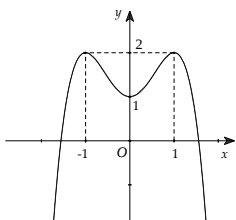
Hình 1



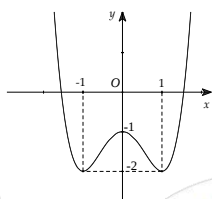
Hình 2

- Ⓐ  $y = |x|^3 + 3|x|^2 - 2$ . Ⓑ  $y = |x^3 + 3x^2 - 2|$ . Ⓒ  $y = ||x|^3 + 3x^2 - 2|$ . Ⓓ  $y = -x^3 - 3x^2 + 2$ .

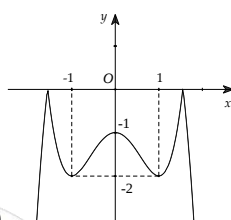
**Câu 9:** Trong các đồ thị hàm số sau, đồ thị nào là đồ thị của hàm số  $y = |2x^2 - x^4 + 1|$ ?



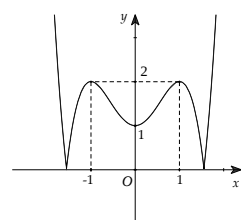
Ⓐ



Ⓑ

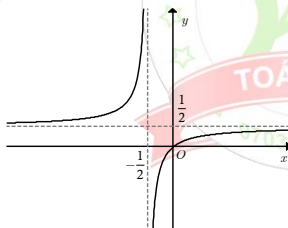


Ⓒ

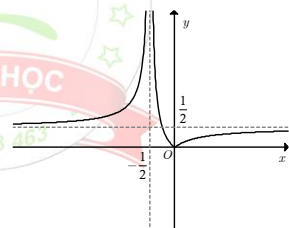


Ⓓ

**Câu 10:** Cho hàm số  $y = \frac{x}{2x+1}$  có đồ thị như Hình 1. Đồ thị Hình 2 là của hàm số nào trong các đáp án A, B, C, D dưới đây?



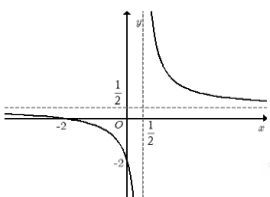
Hình 1



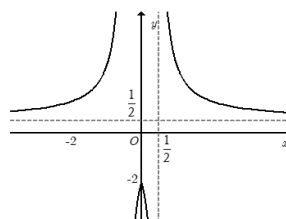
Hình 2

- Ⓐ  $y = \left| \frac{x}{2x+1} \right|$ . Ⓑ  $y = \frac{|x|}{2|x|+1}$ . Ⓒ  $y = \frac{x}{2|x|+1}$ . Ⓓ  $y = \left| \frac{|x|}{2|x|+1} \right|$ .

**Câu 11:** Cho hàm số  $y = \frac{x+2}{2x-1}$  có đồ thị như Hình 1. Đồ thị Hình 2 là của hàm số nào trong các đáp án A, B, C, D dưới đây?



Hình 1



Hình 2

- Ⓐ  $y = -\left( \frac{x+2}{2x-1} \right)$ . Ⓑ  $y = \frac{|x|+2}{2|x|-1}$ . Ⓒ  $y = \left| \frac{x+2}{2x-1} \right|$ . Ⓓ  $y = \frac{|x|+2}{2x-1}$ .

**Câu 12:** Hàm số  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$  có đồ thị như hình vẽ bên.

Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- (A)  $a > 0, b > 0, c < 0, d > 0$ .  
 (B)  $a < 0, b < 0, c < 0, d < 0$ .  
 (C)  $a > 0, b < 0, c < 0, d > 0$ .  
 (D)  $a > 0, b > 0, c > 0, d < 0$ .

**Câu 13:** Hàm số  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$  có đồ thị như hình vẽ bên.

Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- (A)  $a < 0, b > 0, c > 0, d > 0$ .  
 (B)  $a < 0, b < 0, c < 0, d > 0$ .  
 (C)  $a < 0, b < 0, c > 0, d > 0$ .  
 (D)  $a < 0, b > 0, c < 0, d > 0$ .

**Câu 14:** Hàm số  $y = ax^4 + bx^2 + c$  có đồ thị như hình vẽ bên.

Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- (A)  $a > 0, b > 0, c < 0$ . (B)  $a > 0, b < 0, c < 0$ .  
 (C)  $a > 0, b < 0, c > 0$ . (D)  $a < 0, b > 0, c < 0$ .

**Câu 15:** Hàm số  $y = ax^4 + bx^2 + c$  có đồ thị như hình vẽ bên.

Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- (A)  $a < 0, b > 0, c > 0$ . (B)  $a < 0, b > 0, c < 0$ .  
 (C)  $a < 0, b < 0, c > 0$ . (D)  $a < 0, b < 0, c < 0$ .

**Câu 16:** Hàm số  $y = ax^4 + bx^2 + c$  ( $a \neq 0$ ) có đồ thị như hình vẽ bên.

Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- (A)  $a > 0, b \geq 0, c < 0$ . (B)  $a > 0, b < 0, c \leq 0$ .  
 (C)  $a > 0, b \geq 0, c > 0$ . (D)  $a < 0, b < 0, c < 0$ .

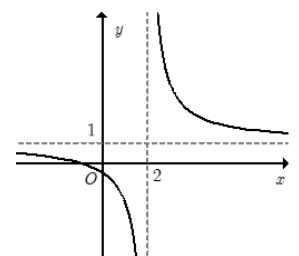
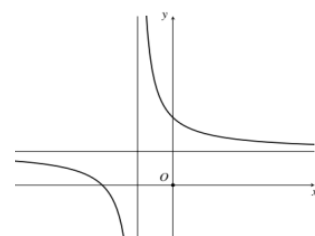
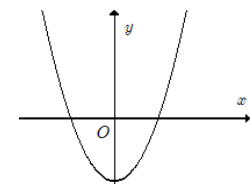
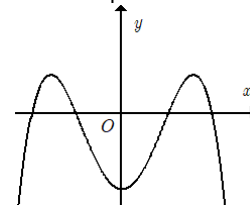
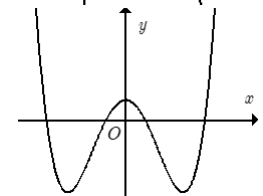
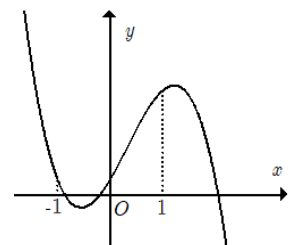
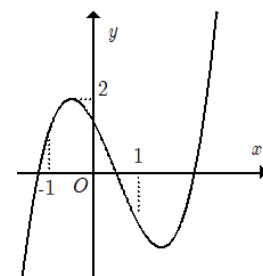
**Câu 17:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ. Khẳng định nào sau đây đúng?

- (A)  $y' > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ . (B)  $y' < 0, \forall x \neq -1$ .  
 (C)  $y' < 0, \forall x \in \mathbb{R}$ . (D)  $y' > 0, \forall x \neq -1$

**Câu 18:** Đường cong ở hình bên là đồ thị hàm số  $y = \frac{ax+b}{cx+d}$  với  $a, b, c, d$

là các số thực. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- (A)  $y' < 0, \forall x \neq 1$ . (B)  $y' < 0, \forall x \neq 2$ .  
 (C)  $y' > 0, \forall x \neq 1$ . (D)  $y' > 0, \forall x \neq 2$ .



**Câu 19:** Hàm số  $y = \frac{ax+b}{cx+d}$  với  $a > 0$  có đồ thị như hình vẽ bên.

Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- (A)  $b > 0, c > 0, d < 0$ . (B)  $b > 0, c < 0, d < 0$ .  
(C)  $b < 0, c < 0, d < 0$ . (D)  $b < 0, c > 0, d < 0$ .

**Câu 20:** Hàm số  $y = \frac{bx-c}{x-a}$  ( $a \neq 0; a, b, c \in \mathbb{R}$ ) có đồ thị như hình vẽ bên.

Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- (A)  $a > 0, b > 0, c - ab < 0$ .  
(B)  $a > 0, b > 0, c - ab > 0$ .  
(C)  $a > 0, b > 0, c - ab = 0$ .  
(D)  $a > 0, b < 0, c - ab < 0$ .

**Câu 21:** Cho hàm số bậc ba  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$  có đồ thị như hình vẽ.

Giá trị biểu thức  $P = 2a + b + c$  bằng

- (A) -1. (B) 1.  
(C) -2. (D) 2.

**Câu 22:** Cho hàm số  $y = ax^4 + bx^2 + c$  có đồ thị như hình vẽ. Giá trị biểu thức  $P = a + b + c$  bằng

- (A)  $P = -1$ . (B)  $P = 2$ .  
(C)  $P = 1$ . (D)  $P = -2$ .

**Câu 23:** Cho hàm số  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$  có đồ thị như hình vẽ.

Giá trị biểu thức  $P = a - b + c - d$  bằng

- (A)  $P = 0$ . (B)  $P = -1$ .  
(C)  $P = 1$ . (D)  $P = -4$ .

**Câu 24:** Cho hàm số  $y = ax^4 + bx^2 + c$  có đồ thị như hình vẽ.

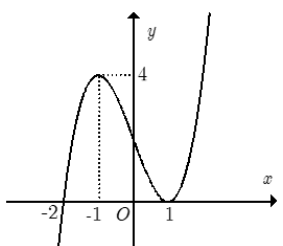
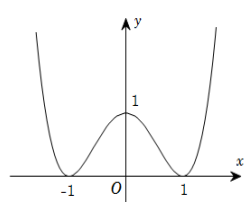
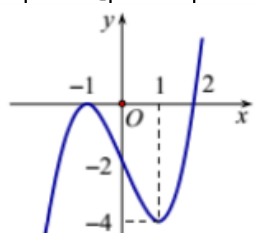
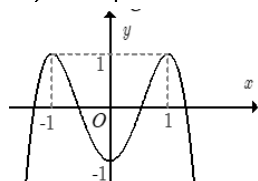
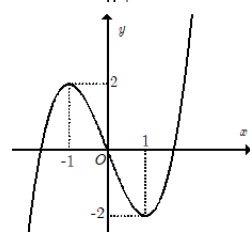
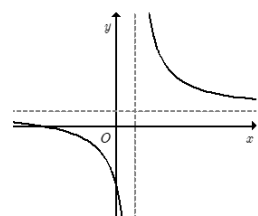
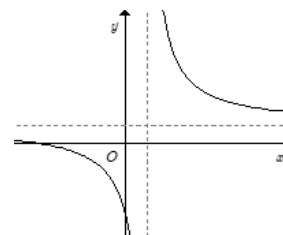
Giá trị biểu thức  $a + b + c$  bằng

- (A)  $P = 1$ . (B)  $P = 3$ .  
(C)  $P = 0$ . (D)  $P = 2$ .

**Câu 25:** Cho hàm số  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$  có đồ thị như hình vẽ.

Khẳng định nào sau đây đúng?

- (A)  $a > 0, b > 0, c < 0, d > 0$ .  
(B)  $a > 0, b = 0, c < 0, d < 0$ .  
(C)  $a > 0, b = 0, c < 0, d > 0$ .  
(D)  $a > 0, b = 0, c < 0, d > 0$ .



-----HẾT-----

**BÀI 6: SỰ TƯƠNG GIAO CỦA HAI ĐỒ THỊ HÀM SỐ**

**A. LÝ THUYẾT CƠ BẢN CẦN NHỚ**

**1. Phương pháp đại số**

- Xác định tọa độ giao điểm của hai đồ thị  $y = f(x)$  và  $y = g(x)$ , ta thực hiện các bước
  - Giải phương trình hoành độ giao điểm  $f(x) = g(x)$ . Tìm các nghiệm  $x_0$  thuộc tập xác định.
  - Với  $x_0$  vừa tìm được, ta thay vào 1 trong 2 hàm số ban đầu để tìm  $y_0$ .
  - Kết luận giao điểm  $(x_0; y_0)$ .
- Xác định số giao điểm của hai đồ thị  $y = f(x)$  và  $y = g(x)$ , ta thực hiện các bước
  - Giải phương trình hoành độ giao điểm  $f(x) = g(x)$ . Tìm các nghiệm  $x_0$  thuộc tập xác định.
  - Số nghiệm  $x_0$  vừa tìm được là số giao điểm cần tìm.

**2. Phương pháp đồ thị**

- Nếu đề cho đồ thị hàm số  $y = f(x)$  và  $y = g(x)$  ta có thể nhìn “trực tiếp” để vẽ tìm giao điểm trực tiếp trên hình.
- Số nghiệm của phương trình  $f(x) = m$  chính bằng số giao điểm của đồ thị  $y = f(x)$  và đường thẳng nằm ngang  $y = m$ . (kẻ song song với trục  $Ox$ )

## B. THUẬT TOÁN CỦA MỘT SỐ DẠNG TOÁN THƯỜNG GẶP

### 1. Thuật toán xác định, biện luận số giao điểm và nghiệm phương trình bằng đồ thị hoặc bảng biến thiên

1. Bài toán cho đồ thị  $y = f(x)$  hoặc bảng biến thiên của hàm số  $y = f(x)$

- Chuyển phương trình về dạng  $f(x) = m$ ,  $m$  có thể là tam số hoặc hằng số (để hàm số về trái, phần còn lại chuyển sang về phải)
- Kẻ đường thẳng nằm ngang  $y = m$  song song với trục  $Ox$  (di chuyển lên xuống).
- Số giao điểm của đường thẳng vừa kẻ với đồ thị là số nghiệm phương trình đã cho

**Ví dụ 1:** [MÃ ĐỀ 101 BGD-2020] Cho hàm số bậc ba  $y = f(x)$  có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực của phương trình  $f(x) = -1$  là:

Ⓐ 3.

Ⓑ 1.

Ⓒ 0.

Ⓓ 2.

**Hướng dẫn giải:**

**Ví dụ 2:** [MÃ ĐỀ 101 BGD-2019] Cho hàm số  $f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

|         |           |      |     |     |           |   |   |   |
|---------|-----------|------|-----|-----|-----------|---|---|---|
| $x$     | $-\infty$ | $-2$ | $0$ | $2$ | $+\infty$ |   |   |   |
| $f'(x)$ |           | +    | 0   | -   | 0         | + | 0 | - |
| $f(x)$  |           |      |     |     |           |   |   |   |
|         |           |      |     |     |           |   |   |   |
|         |           |      |     |     |           |   |   |   |
|         |           |      |     |     |           |   |   |   |
|         |           |      |     |     |           |   |   |   |
|         |           |      |     |     |           |   |   |   |
|         |           |      |     |     |           |   |   |   |
|         |           |      |     |     |           |   |   |   |
|         |           |      |     |     |           |   |   |   |
|         |           |      |     |     |           |   |   |   |
|         |           |      |     |     |           |   |   |   |
|         |           |      |     |     |           |   |   |   |
|         |           |      |     |     |           |   |   |   |
|         |           |      |     |     |           |   |   |   |
|         |           |      |     |     |           |   |   |   |
|         |           |      |     |     |           |   |   |   |
|         |           |      |     |     |           |   |   |   |
|         |           |      |     |     |           |   |   |   |
|         |           |      |     |     |           |   |   |   |
|         |           |      |     |     |           |   |   |   |
|         |           |      |     |     |           |   |   |   |
|         |           |      |     |     |           |   |   |   |
|         |           |      |     |     |           |   |   |   |
|         |           |      |     |     |           |   |   |   |
|         |           |      |     |     |           |   |   |   |
|         |           |      |     |     |           |   |   |   |
|         |           |      |     |     |           |   |   |   |
|         |           |      |     |     |           |   |   |   |
|         |           |      |     |     |           |   |   |   |
|         |           |      |     |     |           |   |   |   |
|         |           |      |     |     |           |   |   |   |
|         |           |      |     |     |           |   |   |   |
|         |           |      |     |     |           |   |   |   |
|         |           |      |     |     |           |   |   |   |
|         |           |      |     |     |           |   |   |   |
|         |           |      |     |     |           |   |   |   |
|         |           |      |     |     |           |   |   |   |
|         |           |      |     |     |           |   |   |   |
|         |           |      |     |     |           |   |   |   |
|         |           |      |     |     |           |   |   |   |
|         |           |      |     |     |           |   |   |   |
|         |           |      |     |     |           |   |   |   |
|         |           |      |     |     |           |   |   |   |
|         |           |      |     |     |           |   |   |   |
|         |           |      |     |     |           |   |   |   |
|         |           |      |     |     |           |   |   |   |
|         |           |      |     |     |           |   |   |   |
|         |           |      |     |     |           |   |   |   |
|         |           |      |     |     |           |   |   |   |
|         |           |      |     |     |           |   |   |   |
|         |           |      |     |     |           |   |   |   |
|         |           |      |     |     |           |   |   |   |
|         |           |      |     |     |           |   |   |   |
|         |           |      |     |     |           |   |   |   |
|         |           |      |     |     |           |   |   |   |
|         |           |      |     |     |           |   |   |   |
|         |           |      |     |     |           |   |   |   |
|         |           |      |     |     |           |   |   |   |
|         |           |      |     |     |           |   |   |   |
|         |           |      |     |     |           |   |   |   |
|         |           |      |     |     |           |   |   |   |
|         |           |      |     |     |           |   |   |   |
|         |           |      |     |     |           |   |   |   |
|         |           |      |     |     |           |   |   |   |
|         |           |      |     |     |           |   |   |   |
|         |           |      |     |     |           |   |   |   |
|         |           |      |     |     |           |   |   |   |
|         |           |      |     |     |           |   |   |   |
|         |           |      |     |     |           |   |   |   |
|         |           |      |     |     |           |   |   |   |
|         |           |      |     |     |           |   |   |   |
|         |           |      |     |     |           |   |   |   |
|         |           |      |     |     |           |   |   |   |
|         |           |      |     |     |           |   |   |   |
|         |           |      |     |     |           |   |   |   |
|         |           |      |     |     |           |   |   |   |
|         |           |      |     |     |           |   |   |   |
|         |           |      |     |     |           |   |   |   |
|         |           |      |     |     |           |   |   |   |
|         |           |      |     |     |           |   |   |   |
|         |           |      |     |     |           |   |   |   |
|         |           |      |     |     |           |   |   |   |
|         |           |      |     |     |           |   |   |   |
|         |           |      |     |     |           |   |   |   |
|         |           |      |     |     |           |   |   |   |
|         |           |      |     |     |           |   |   |   |
|         |           |      |     |     |           |   |   |   |
|         |           |      |     |     |           |   |   |   |
|         |           |      |     |     |           |   |   |   |
|         |           |      |     |     |           |   |   |   |
|         |           |      |     |     |           |   |   |   |
|         |           |      |     |     |           |   |   |   |
|         |           |      |     |     |           |   |   |   |
|         |           |      |     |     |           |   |   |   |
|         |           |      |     |     |           |   |   |   |
|         |           |      |     |     |           |   |   |   |
|         |           |      |     |     |           |   |   |   |
|         |           |      |     |     |           |   |   |   |
|         |           |      |     |     |           |   |   |   |
|         |           |      |     |     |           |   |   |   |
|         |           |      |     |     |           |   |   |   |
|         |           |      |     |     |           |   |   |   |
|         |           |      |     |     |           |   |   |   |
|         |           |      |     |     |           |   |   |   |
|         |           |      |     |     |           |   |   |   |
|         |           |      |     |     |           |   |   |   |
|         |           |      |     |     |           |   |   |   |
|         |           |      |     |     |           |   |   |   |
|         |           |      |     |     |           |   |   |   |
|         |           |      |     |     |           |   |   |   |
|         |           |      |     |     |           |   |   |   |
|         |           |      |     |     |           |   |   |   |
|         |           |      |     |     |           |   |   |   |
|         |           |      |     |     |           |   |   |   |
|         |           |      |     |     |           |   |   |   |
|         |           |      |     |     |           |   |   |   |
|         |           |      |     |     |           |   |   |   |
|         |           |      |     |     |           |   |   |   |
|         |           |      |     |     |           |   |   |   |
|         |           |      |     |     |           |   |   |   |
|         |           |      |     |     |           |   |   |   |
|         |           |      |     |     |           |   |   |   |
|         |           |      |     |     |           |   |   |   |
|         |           |      |     |     |           |   |   |   |
|         |           |      |     |     |           |   |   |   |
|         |           |      |     |     |           |   |   |   |
|         |           |      |     |     |           |   |   |   |
|         |           |      |     |     |           |   |   |   |
|         |           |      |     |     |           |   |   |   |
|         |           |      |     |     |           |   |   |   |
|         |           |      |     |     |           |   |   |   |
|         |           |      |     |     |           |   |   |   |
|         |           |      |     |     |           |   |   |   |
|         |           |      |     |     |           |   |   |   |
|         |           |      |     |     |           |   |   |   |
|         |           |      |     |     |           |   |   |   |
|         |           |      |     |     |           |   |   |   |
|         |           |      |     |     |           |   |   |   |

Số nghiệm thực của phương trình  $2f(x) - 3 = 0$  là

Ⓐ 2.

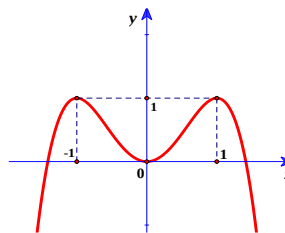
Ⓑ 1.

Ⓒ 4.

Ⓓ 3.

**Hướng dẫn giải:**

**Ví dụ 3: [MÃ ĐỀ 104 BGD-2017]** Cho hàm số  $y = -x^4 + 2x^2$  có đồ thị như hình bên. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để phương trình  $-x^4 + 2x^2 = m$  có bốn nghiệm thực phân biệt.



Ⓐ  $m > 0$ .

Ⓑ  $0 \leq m \leq 1$ .

Ⓒ  $0 < m < 1$ .

Ⓓ  $m < 0$ .

Hướng dẫn giải:

|  |  |
|--|--|
|  |  |
|  |  |

## 2. Thuật toán xác định, biện luận giao điểm của đường thẳng (đường cong) và đồ thị hàm số bậc ba

Xét hàm số bậc ba  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d, (a \neq 0)$  có đồ thị  $(C)$  và đường thẳng  $d: y = kx + e$

- Lập phương trình hoành độ giao điểm của  $(C)$  và  $d$
- Sử dụng máy tính để giải nghiệm phương trình (nếu bài toán hỏi về số lượng giao điểm và không có tham số  $m$ ).
- Nếu bài toán có tham số  $m$  và nghiệm đẹp thì ta có thể làm như sau:
  - Dò nghiệm đẹp  $x_0$  ta đưa phương trình về phương trình tích
 
$$(x - x_0)(Ax^2 + Bx + C) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = x_0 \\ Ax^2 + Bx + C = 0 \end{cases}$$
  - Tiếp tục giải phương trình bậc hai  $Ax^2 + Bx + C = 0$  để kết luận theo yêu cầu bài toán.
- Nếu bài toán có tham số  $m$  nhưng không có nghiệm đẹp ta làm như sau:
  - Cô lập  $m$  (chuyển  $m$  ở một vế, phần còn lại ở vế còn lại) đưa về dạng  $f(x) = m$
  - Lập bảng biến thiên hàm số  $f(x)$  sau đó thực hiện tương tự như thuật toán I.

❖ **Chú ý:**

- Trục tung (trục  $Oy$ ):  $x = 0$ .
- Trục hoành (trục  $Ox$ ):  $y = 0$ .

**Ví dụ 1: [MINH HÒA 2021 BGD-2021]** Đồ thị của hàm số  $y = x^3 - 3x + 2$  cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng

Ⓐ 0.

Ⓑ 1.

Ⓒ 2.

Ⓓ -2.

Hướng dẫn giải:

.....

.....

**Ví dụ 2:** [MÃ ĐỀ 101 BGD-2020] Số giao điểm của đồ thị hàm số  $y = x^3 + 3x^2$  và đồ thị hàm số  $y = 3x^2 + 3x$  là

Ⓐ 3.

Ⓑ 1.

Ⓒ 2.

Ⓓ 0.

Hướng dẫn giải:

.....

.....

**Ví dụ 3:** Đồ thị hàm số  $y = x^3 - 4x^2 + 2x - 1$  cắt đồ thị hàm số  $y = 1 - 3x$  tại hai điểm phân biệt  $A, B$ . Tính độ dài  $AB$ .

Ⓐ  $AB = 1$ .

Ⓑ  $AB = 2\sqrt{2}$ .

Ⓒ  $AB = 3$ .

Ⓓ  $AB = 2$ .

Hướng dẫn giải:

.....

.....

.....

### 3. Thuật toán xác định, biện luận giao điểm của đường thẳng (đường cong) và đồ thị hàm số trùng phương

Cho hàm số  $y = ax^4 + bx^2 + c, (a \neq 0)$  có đồ thị  $(C)$  và đường thẳng  $y = k$  có đồ thị  $d$

- Lập phương trình hoành độ giao điểm của  $(C)$  và  $d$   $ax^4 + bx^2 + c = k$  (1)
- Nếu có tham số  $m$  có thể cô lập được  $m$  thì ta làm tương tự thuật toán B 2.
- Nếu không cô lập được  $m$  ta làm như sau:
  - Đặt  $t = x^2, t \geq 0$  để đưa về phương trình bậc hai là  $At^2 + Bt + C = 0$  (2).
  - Phương trình (1) có 4 nghiệm  $\Leftrightarrow$  phương trình (2) có 2 nghiệm dương phân biệt  $\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ P > 0 \\ S > 0 \end{cases}$
  - Phương trình (1) có 3 nghiệm  $\Leftrightarrow$  phương trình (2) có 2 nghiệm phân biệt, trong đó có một nghiệm dương và một nghiệm  $= 0$ .
  - Phương trình (1) có 2 nghiệm  $\Leftrightarrow$  phương trình (2) có 1 nghiệm kép dương hoặc 2 nghiệm trái dấu

- Phương trình (1) có 1 nghiệm  $\Leftrightarrow$  phương trình (2) có nghiệm âm và nghiệm  $= 0$ .
- Phương trình (1) có vô nghiệm  $\Leftrightarrow$  phương trình (2) chỉ có nghiệm âm hoặc vô nghiệm

❖ **Chú ý:** Nếu có thể vẽ đồ thị hoặc lập được bảng biến thiên ta có thể đưa về tương tự thuật toán **B 1. B 2.**

**Ví dụ 1:** Số giao điểm của đồ thị hàm số  $y = x^4 - 2x^2 + 1$  với trục hoành?

Ⓐ 2.

Ⓑ 3.

Ⓒ 4.

Ⓓ 1.

**Hướng dẫn giải:**

|  |  |
|--|--|
|  |  |
|  |  |

**Ví dụ 2:** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để đường thẳng  $y = m$  cắt đồ thị hàm số  $y = x^4 - 2x^2 - 3$  tại bốn điểm phân biệt.

Ⓐ  $m < -4$ .

Ⓑ  $m > -1$ .

Ⓒ  $-4 < m < -3$ .

Ⓓ  $-1 < m < 1$ .

**Hướng dẫn giải:**

|  |  |
|--|--|
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

**Ví dụ 3:** Gọi  $S$  là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số  $m$  để phương trình  $x^4 - (2m - 1)x^2 + 2m - 2 = 0$  có bốn nghiệm phân biệt nhỏ hơn 3. Số phần tử của tập  $S$  bằng

Ⓐ 4.

Ⓑ 1.

Ⓒ 2.

Ⓓ 3.

**Hướng dẫn giải:**

|  |  |
|--|--|
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

#### 4. Thuật toán xác định, biện luận giao điểm của đường thẳng (đường cong) và đồ thị hàm số nhất biến $y = \frac{ax+b}{cx+d}$

Cho hàm số  $y = \frac{ax+b}{cx+d}$  có đồ thị (C) và đường thẳng  $d: y = kx + e$

➤ Lập phương trình hoành độ giao điểm của (C) và d:

$$\frac{ax+b}{cx+d} = kx + e \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -\frac{d}{c} = x_0 \\ Ax^2 + Bx + C = 0 \quad (1) \end{cases}$$

➤ Một số trường hợp thường gặp

- (C) và d có 2 điểm chung  $\Leftrightarrow (1)$  có 2 nghiệm phân biệt khác  $x_0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ Ax_0^2 + Bx_0 + C \neq 0 \end{cases}$$

- (C) cắt d tại hai điểm phân biệt  $M(x_1; kx_1 + e), N(x_2; kx_2 + e)$ . Khi đó

$$MN = \sqrt{k^2 + 1} \cdot \sqrt{\frac{\Delta}{A^2}}$$

**Ví dụ 1:** Gọi M, N là hai giao điểm của đồ thị hàm số  $y = \frac{2x+4}{x-1}$  và đường thẳng  $y = x + 1$ . Khi đó hoành độ trung điểm I của MN là?

Ⓐ 1.

Ⓑ -2.

Ⓒ 2.

Ⓓ -1.

**Hướng dẫn giải:**

|       |       |
|-------|-------|
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |

**Ví dụ 2:** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đường thẳng  $y = x - 1 + m$  cắt đồ thị hàm số  $y = \frac{2x+1}{x+1}$  tại hai điểm phân biệt A, B sao cho  $AB = 2\sqrt{3}$ .

Ⓐ  $m = 2 \pm \sqrt{3}$ .

Ⓑ  $m = 2 \pm \sqrt{10}$ .

Ⓒ  $m = 4 \pm \sqrt{3}$ .

Ⓓ  $m = 4 \pm \sqrt{10}$

**Hướng dẫn giải:**

|       |       |
|-------|-------|
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |

**Ví dụ 3:** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  thuộc đoạn  $[-14;14]$  sao cho đường thẳng  $y = mx + 3$  cắt đồ thị hàm số  $y = \frac{2x+1}{x-1}$  tại hai điểm phân biệt.

Ⓐ 14.

Ⓑ 19.

Ⓒ 15.

Ⓓ 16.

**Hướng dẫn giải:**

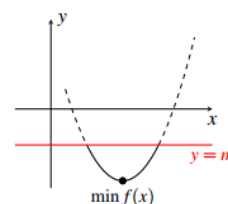
|       |       |
|-------|-------|
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |

### 5. Thuật toán ứng dụng đồ thị để biện luận nghiệm bất phương trình

Bài toán bất phương trình  $f(x) < m$  (1),  $m$  là tham số.

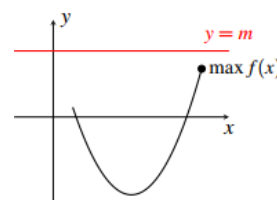
**1. Yêu cầu 1:** Tìm điều kiện của tham số  $m$  để (1) có nghiệm trên miền  $K$ . Khi đó ta tìm điều kiện để đồ thị  $y = f(x)$  có phần nằm phía dưới đường thẳng  $y = m$ .

- Cô lập  $m$ .
- Vẽ đồ thị hoặc bảng biến thiên hàm số  $y = f(x)$
- Từ đồ thị hoặc bảng biến thiên kết luận theo yêu cầu bài toán.
- Hình ảnh minh họa cho yêu cầu 1

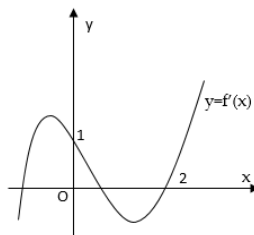


**2. Yêu cầu 2:** Tìm điều kiện của tham số  $m$  để (1) nghiệm đúng với mọi  $x$  trên miền  $K$ . Khi đó ta tìm điều kiện để đồ thị  $y = f(x)$  nằm hoàn toàn phía dưới đường thẳng  $y = m$

- Các bước tương tự như yêu cầu 1
- Hình ảnh minh họa cho Yêu cầu 2



**Ví dụ 1:** [MÃ ĐỀ 101 BGD-2019] Cho hàm số  $y = f(x)$ , hàm số  $y = f'(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có đồ thị như hình vẽ bên dưới



Bất phương trình  $f(x) < x + m$  ( $m$  là tham số thực) nghiệm đúng với mọi  $x \in (0;2)$  khi

Ⓐ  $m \geq f(2) - 2$ .

Ⓑ  $m \geq f(0)$ .

Ⓒ  $m > f(2) - 2$ .

Ⓓ  $m > f(0)$ .

Hướng dẫn giải:

|       |       |
|-------|-------|
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |

**Ví dụ 2: [MINH HỌA BGD-2019]** Cho hàm số  $f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

|         |           |      |      |      |           |
|---------|-----------|------|------|------|-----------|
| $x$     | $-\infty$ | $-4$ | $-2$ | $0$  | $+\infty$ |
| $f'(x)$ | $-$       | $0$  | $+$  | $0$  | $+$       |
| $f(x)$  | $+\infty$ | $-2$ | $2$  | $-3$ | $+\infty$ |

Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  để phương trình  $5f(x^2 - 4x) = m$  có ít nhất 3 nghiệm phân biệt thuộc khoảng  $(0; +\infty)$

Ⓐ 24.

Ⓑ 21.

Ⓒ 25.

Ⓓ 20.

Hướng dẫn giải:

|       |       |
|-------|-------|
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |

**Ví dụ 3:** Gọi  $S$  là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số  $m$  thuộc đoạn  $[0; 2021]$  để bất

phương trình  $x^2 - m + \sqrt{(1-x^2)^3} \leq 0$  đúng với mọi  $x \in [-1; 1]$ . Số phần tử của  $S$  là?

Ⓐ 4.

Ⓑ 2021.

Ⓒ 3.

Ⓓ 2022.

Hướng dẫn giải:

|       |       |
|-------|-------|
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |

## 6. Thuật toán xác định tương giao hàm hợp

Đối với bài toán hàm hợp tùy vào yêu cầu đề bài ta sẽ có các cách giải khác nhau có thể như sau:

### 1. Đối với yêu cầu bài toán không cần tính đạo hàm.

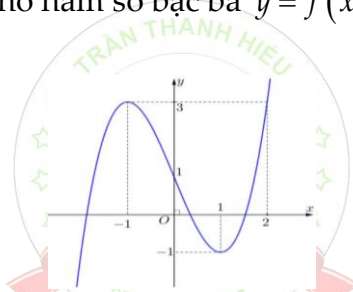
- Ta đặt ẩn phụ  $t$  cho bài toán.
- Xét hàm số mới theo ẩn phụ đã đặt (chú ý đến điều kiện, đoạn kháng).
- Biện luận hàm số theo yêu cầu bài toán, thông thường sẽ liên quan đến hàm số gốc  $y = f(x)$ .

- Cho hàm số  $f(t) = 0$  giải ra  $t$  (có thể nhìn đồ thị hoặc bảng biến thiên).
- Tiếp tục giải ẩn đã đặt bằng giá trị  $t$  vừa tìm được ©

### 2. Đối với yêu cầu bài toán cần tính đạo hàm.

- Ta có  $y = f(u) \Rightarrow y' = u' \cdot f'(u)$ .
- Áp dụng các kiến thức liên quan để tìm theo yêu cầu bài toán (tương tự như 1).

**Ví dụ 1: [MÃ ĐỀ 101 BGD-2021]** Cho hàm số bậc ba  $y = f(x)$  có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Số nghiệm thực phân biệt của phương trình  $f(f(x)) = 1$  là?

Ⓐ 9.

Ⓑ 3.

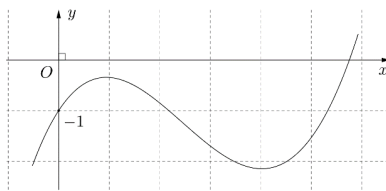
Ⓒ 6.

Ⓓ 7.

**Hướng dẫn giải:**

|  |  |
|--|--|
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

**Ví dụ 2: [MÃ ĐỀ 101 BGD-2020]** Cho hàm số bậc ba  $y = f(x)$  có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực phân biệt của phương trình  $f(x^3 f(x)) + 1 = 0$  là



Ⓐ 8.

Ⓑ 5.

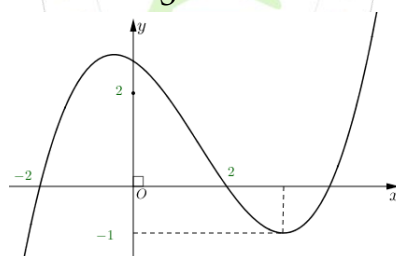
Ⓒ 6.

Ⓓ 4.

Hướng dẫn giải:

|       |       |
|-------|-------|
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |

Ví dụ 3: [MÃ ĐỀ 101 BGD-2019] Cho hàm số bậc ba  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ bên. Số nghiệm thực của phương trình  $|f(x^3 - 3x)| = \frac{4}{3}$  là



Ⓐ 3.

Ⓑ 8.

Ⓒ 7.

Ⓓ 4.

Hướng dẫn giải:

|       |       |
|-------|-------|
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |

## C. PHIẾU HỌC TẬP

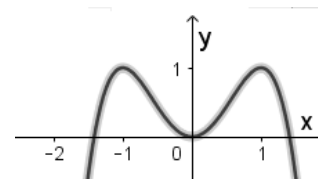
### PHIẾU HỌC TẬP SỐ 1

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 |
|   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |

**Câu 1:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị là đường cong trong hình bên.

Số nghiệm thực của phương trình  $f(x) = \frac{1}{2}$  là

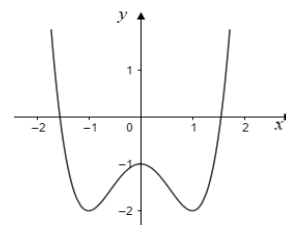
- (A) 4. (B) 2.  
(C) 1. (D) 3.



**Câu 2:** Cho hàm số bậc bốn  $y = f(x)$  có đồ thị là đường cong trong hình

bên. Số nghiệm của phương trình  $f(x) = -\frac{1}{2}$  là

- (A) 3. (B) 4.  
(C) 2. (D)  $x = 1$ .



**Câu 3:** Số giao điểm của đồ thị hàm số  $y = -x^3 + 6x$  với trục hoành là

- (A) 2. (B) 3. (C) 1. (D) 0.

**Câu 4:** Cho hàm số  $f(x)$  có bảng biến thiên như sau.

Số nghiệm của phương trình  $3f(x) - 2 = 0$  là

- (A) 2. (B) 0.  
(C) 3. (D) 1.

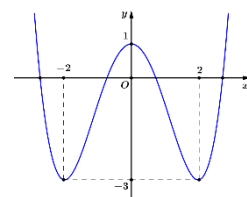
|         |           |   |   |           |   |   |
|---------|-----------|---|---|-----------|---|---|
| $x$     | $-\infty$ | 2 | 3 | $+\infty$ |   |   |
| $f'(x)$ |           | + | 0 | -         | 0 | + |
| $f(x)$  |           |   |   |           |   |   |

</

**Câu 5:** Cho hàm số bậc bốn  $y = f(x)$  có đồ thị trong hình bên.

Số nghiệm của phương trình  $f(x) = -1$  là

- (A) 3. (B) 2.  
(C) 1. (D) 4.



**Câu 6:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên sau

Số nghiệm của phương trình  $2f(x) + 3 = 0$  là

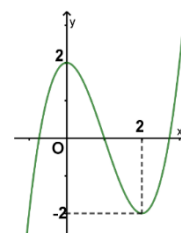
- (A) 4. (B) 3.  
(C) 2. (D) 1.

|      |           |      |     |      |           |     |
|------|-----------|------|-----|------|-----------|-----|
| $x$  | $-\infty$ | $-2$ | $0$ | $2$  | $+\infty$ |     |
| $y'$ | $-$       | $0$  | $+$ | $0$  | $-$       | $+$ |
| $y$  | $+\infty$ | $-2$ | $1$ | $-2$ | $+\infty$ |     |

**Câu 7:** Cho hàm số  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  ( $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ ). Đồ thị của hàm số

$y = f(x)$  như hình. Số nghiệm thực của phương trình  $3f(x) + 4 = 0$  là

- (A) 3. (B) 0.  
(C) 1. (D) 2.



**Câu 8:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau.

Số nghiệm của phương trình  $f(x) - 2 = 0$  là:

- (A) 0 (B) 3.  
(C) 1 (D) 2

|      |           |    |   |           |    |   |
|------|-----------|----|---|-----------|----|---|
| $x$  | $-\infty$ | -1 | 3 | $+\infty$ |    |   |
| $y'$ |           | +  | 0 | -         | 0  | + |
| $y$  |           |    | 4 |           | -2 |   |

**Câu 9:** Biết rằng đường thẳng  $y = -2x + 2$  cắt đồ thị hàm số  $y = x^3 + x + 2$  tại điểm duy nhất có tọa độ  $(x_0; y_0)$ . Tìm  $y_0$ .

Ⓐ  $y_0 = 4$ .

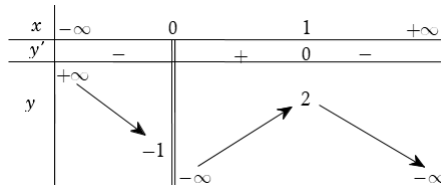
Ⓑ  $y_0 = 0$ .

Ⓒ  $y_0 = 2$ .

Ⓓ  $y_0 = -1$ .

**Câu 10:** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định trên  $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ , liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau.

Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  sao cho phương trình  $f(x) = m$  có đúng hai nghiệm.



Ⓐ  $m < 2$ .

Ⓑ  $m < -1, m = 2$ .

Ⓒ  $m \leq 2$ .

Ⓓ  $m \leq -1, m = 2$ .

**Câu 11:** Tìm tọa độ giao điểm  $M$  của đồ thị hàm số  $y = \frac{x-2022}{2x+1}$  với trục tung.

Ⓐ  $M(0; 0)$ .

Ⓑ  $M(0; -2022)$ .

Ⓒ  $M(2022; 0)$ .

Ⓓ  $M(2022; -2022)$ .

**Câu 12:** Biết rằng đồ thị hàm số  $y = \frac{2x+1}{x}$  và đồ thị hàm số  $y = x$  cắt nhau tại hai điểm. Kí hiệu  $(x_1; y_1), (x_2; y_2)$  là tọa độ của hai điểm đó. Tìm  $y_1 + y_2$ .

Ⓐ  $y_1 + y_2 = -2$

Ⓑ  $y_1 + y_2 = 6$ .

Ⓒ  $y_1 + y_2 = 0$ .

Ⓓ  $y_1 + y_2 = 2$ .

**Câu 13:** Đường thẳng  $y = 2x + 2016$  và đồ thị hàm số  $y = \frac{2x+1}{x-1}$  có tất cả bao nhiêu điểm chung?

Ⓐ 0.

Ⓑ 1.

Ⓒ 2.

Ⓓ 3.

**Câu 14:** Gọi  $M, N$  là giao điểm của đường thẳng  $d: y = x + 1$  và đồ thị  $(C): y = \frac{2x+4}{x-1}$ . Tìm hoành độ trung điểm  $x_I$  của đoạn thẳng  $MN$ .

Ⓐ  $x_I = \frac{5}{2}$ .

Ⓑ  $x_I = 2$ .

Ⓒ  $x_I = 1$ .

Ⓓ  $x_I = -\frac{5}{2}$ .

**Câu 15:** Biết rằng đồ thị hàm số  $y = x^3 - 3x^2 + 2x - 1$  cắt đồ thị hàm số  $y = x^2 - 3x + 1$  tại hai điểm phân biệt  $A$  và  $B$ . Tính độ dài đoạn thẳng  $AB$ .

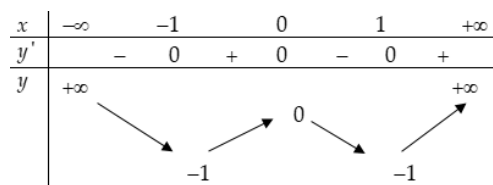
Ⓐ  $AB = 3$ .

Ⓑ  $AB = 2\sqrt{2}$ .

Ⓒ  $AB = 2$ .

Ⓓ  $AB = 1$ .

**Câu 16:** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định, liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có bảng biến thiên sau. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để phương trình  $f(x) - 1 = m$  có đúng hai nghiệm.



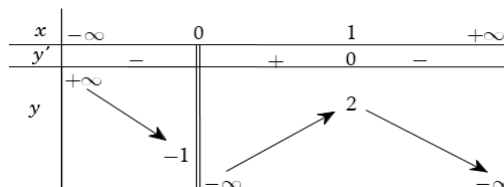
Ⓐ  $-2 < m < -1$ .

Ⓑ  $m > 0, m = -1$ .

Ⓒ  $m = -2, m > -1$ .

Ⓓ  $m = -2, m \geq -1$ .

**Câu 17:** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định trên  $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ , liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau. Tìm tất cả các giá trị thực của  $m$  sao cho phương trình  $f(x) = m$  có ba nghiệm phân biệt.



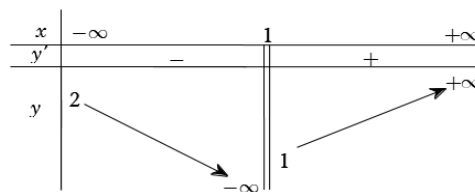
Ⓐ  $-1 \leq m \leq 2$ .

Ⓑ  $-1 < m < 2$ .

Ⓒ  $-1 < m \leq 2$ .

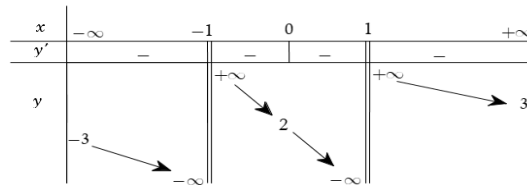
Ⓓ  $m \leq 2$ .

**Câu 18:** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định trên  $\mathbb{R} \setminus \{1\}$  và liên tục trên từng khoảng xác định, có bảng biến thiên như sau. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để đồ thị hàm số  $y = f(x)$  cắt đường thẳng  $y = 2m - 1$  tại hai điểm phân biệt.



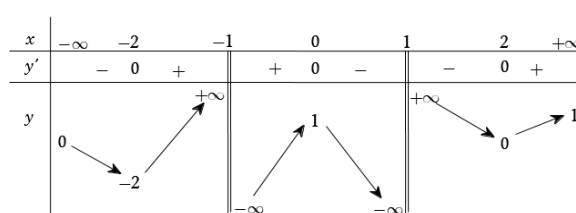
- (A)  $1 \leq m < \frac{3}{2}$ . (B)  $1 < m < 2$ . (C)  $1 \leq m \leq \frac{3}{2}$ . (D)  $1 < m < \frac{3}{2}$ .

**Câu 19:** Cho hàm số  $y = f(x)$ , xác định trên  $\mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$ , liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên sau. Tìm tất cả các giá trị của  $m$  sao cho đường thẳng  $y = 2m + 1$  cắt đồ thị hàm số đã cho tại hai điểm phân biệt.



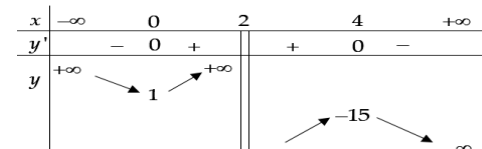
- (A)  $m \leq -2$ . (B)  $m \geq 1$ . (C)  $m \leq -2, m \geq 1$ . (D)  $m < -2, m > 1$ .

**Câu 20:** Giả sử tồn tại hàm số  $y = f(x)$  xác định trên  $\mathbb{R} \setminus \{\pm 1\}$ , liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để phương trình  $f(x) = m$  có bốn nghiệm.



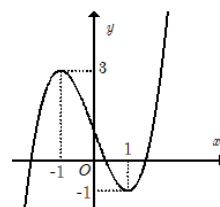
- (A)  $-2 \leq m \leq 0$ . (B)  $-2 < m < 0, m = 1$ . (C)  $-2 < m \leq 0$ . (D)  $-2 < m < 0$ .

**Câu 21:** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định trên  $\mathbb{R} \setminus \{2\}$ , liên tục mỗi khoảng xác định, có bảng biến thiên sau. Tìm tất cả giá trị  $m$  để phương trình  $f(x) + m = 0$  có nhiều nghiệm nhất.



- (A)  $m \in (-\infty; -1] \cup [15; +\infty)$ . (B)  $m \in (-\infty; -15) \cup (1; +\infty)$ .  
(C)  $m \in (-\infty; -1) \cup (15; +\infty)$ . (D)  $m \in (-\infty; -15] \cup [1; +\infty)$ .

**Câu 22:** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định trên  $\mathbb{R}$  và có đồ thị như hình. Tìm tất cả các giá trị của  $m$  để phương trình  $f(x) + m - 2022 = 0$  có một nghiệm.



- (A)  $m = 2019, m = 2023$ . (B)  $2019 < m < 2023$ .  
(C)  $m < 2019, m > 2023$ . (D)  $m \leq 2019, m \geq 2023$ .

**Câu 23:** Đồ thị hàm số  $y = -x^4 + 2x^2$  có bao nhiêu điểm chung với trục hoành?

- (A) 0. (B) 2. (C) 3. (D) 4.

**Câu 24:** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để đồ thị hàm số  $y = x^3 - 3x^2$  cắt đường thẳng  $y = m$  tại ba điểm phân biệt.

- (A)  $m \in (-4; 0)$ . (B)  $m \in (0; +\infty)$ .  
(C)  $m \in (-\infty; -4)$ . (D)  $m \in (-\infty; -4) \cup (0; +\infty)$ .

**Câu 25:** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để phương trình  $2x^3 - 3x^2 = 2m + 1$  có đúng hai nghiệm phân biệt

- (A)  $m = -\frac{1}{2}, m = -1$ . (B)  $m = -\frac{1}{2}, m = -\frac{5}{2}$ . (C)  $m = \frac{1}{2}, m = \frac{5}{2}$ . (D)  $m = 1, m = -\frac{5}{2}$ .

## PHIẾU HỌC TẬP SỐ 2

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 |
|   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |

**Câu 1:** Tìm tất cả các giá trị của tham số  $m$  để đồ thị hàm số  $y = (x-1)(x^2 + mx + m)$  cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt.

Ⓐ  $m \in (4; +\infty)$ .

Ⓑ  $m \in \left(-\infty; -\frac{1}{2}\right) \cup \left(-\frac{1}{2}; 0\right)$ .

Ⓒ  $m \in (0; 4)$ .

Ⓓ  $m \in \left(-\infty; -\frac{1}{2}\right) \cup \left(-\frac{1}{2}; 0\right) \cup (4; +\infty)$ .

**Câu 2:** Tìm tất cả các giá trị của tham số  $m$  để phương trình  $x^3 - 3x^2 + 3m - 1 = 0$  có ba nghiệm phân biệt trong đó có đúng hai nghiệm lớn hơn 1.

Ⓐ  $\frac{1}{3} < m < \frac{5}{3}$ .

Ⓑ  $1 < m < \frac{5}{3}$ .

Ⓒ  $2 < m < \frac{7}{3}$ .

Ⓓ  $-2 < m < \frac{4}{3}$ .

**Câu 3:** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để phương trình  $x^3 - 3mx + 2 = 0$  có một nghiệm duy nhất.

Ⓐ  $0 < m < 1$ .

Ⓑ  $m < 1$ .

Ⓒ  $m \leq 0$ .

Ⓓ  $m > 1$ .

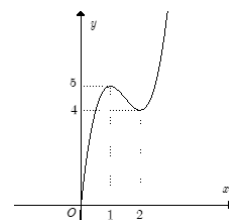
**Câu 4:** Hàm số  $y = 2x^3 - 9x^2 + 12x$  có đồ thị như hình vẽ bên. Tìm tất cả các giá trị của tham số  $m$  để phương trình  $2|x|^3 - 9x^2 + 12|x| + m = 0$  có sáu nghiệm phân biệt.

Ⓐ  $m < -5$ .

Ⓑ  $-5 < m < -4$ .

Ⓒ  $4 < m < 5$ .

Ⓓ  $m > -4$ .



**Câu 5:** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định trên  $\mathbb{R}$  và có đồ thị như hình bên.

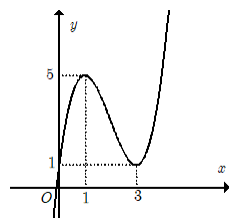
Hỏi với những giá trị nào của tham số thực  $m$  thì phương trình  $|f(x)| = m$  có đúng hai nghiệm phân biệt.

Ⓐ  $0 < m < 1$ .

Ⓑ  $m > 5$ .

Ⓒ  $m = 1, m = 5$ .

Ⓓ  $0 < m < 1, m > 5$ .



**Câu 6:** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định trên  $\mathbb{R}$  và có đồ thị như hình bên.

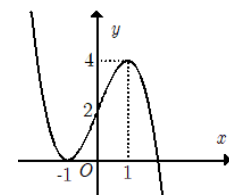
Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để phương trình  $2|f(x)| - m = 0$  có đúng bốn nghiệm phân biệt.

Ⓐ  $0 < m < 8$ .

Ⓑ  $0 < m < 4$ .

Ⓒ  $m < 0, m > 8$ .

Ⓓ  $-2 < m < 8$ .



**Câu 7:** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để đồ thị hàm số  $y = x^3 - 3x^2 + 2$  (C) cắt đường thẳng  $d: y = m(x-1)$  tại ba điểm phân biệt có hoành độ  $x_1, x_2, x_3$  thỏa mãn  $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 5$ .

Ⓐ  $m > -3$ .

Ⓑ  $m = -3$ .

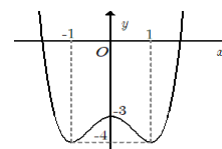
Ⓒ  $m > -2$ .

Ⓓ  $m = -2$ .

**Câu 8:** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để đồ thị hàm số  $y = x^3 - 3mx^2 + 6mx - 8$  cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt có hoành độ lập thành cấp số cộng.

- (A)  $m = 1$ . (B)  $m = 2, m = -1$ . (C)  $m = -1$ . (D)  $m = 2$ .

**Câu 9:** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định trên  $\mathbb{R}$  và có đồ thị như hình bên.



Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để phương trình  $|f(x)| = m$  có sáu nghiệm phân biệt.

- (A)  $0 < m < 4$ . (B)  $0 < m < 3$ . (C)  $3 < m < 4$ . (D)  $-4 < m < -3$ .

**Câu 10:** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để đường thẳng  $d: y = 2mx + m + 1$  cắt đồ thị hàm số  $y = \frac{2x-2}{2x+1}$  (C) tại hai điểm phân biệt.

- (A)  $m = 1$ . (B)  $m = 0$ . (C)  $m > 1$ . (D)  $m < 0$ .

**Câu 11:** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để đường thẳng  $d: y = x - 2m$  cắt đồ thị hàm số  $y = \frac{x-3}{x+1}$  (C) tại hai điểm phân biệt có hoành độ dương.

- (A)  $0 < m < 1$ . (B)  $m < -2, m > 5$ . (C)  $1 < m < \frac{3}{2}$ . (D)  $0 < m < \frac{1}{3}$ .

**Câu 12:** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để đường thẳng  $d: y = -x + m$  cắt đồ thị hàm số  $y = \frac{-2x+1}{x+1}$  (C) tại hai điểm  $A, B$  sao cho  $AB = 2\sqrt{2}$ .

- (A)  $m = -2, m = 1$ . (B)  $m = -7, m = 1$ . (C)  $m = -7, m = 5$ . (D)  $m = -1, m = 1$ .

**Câu 13:** Tìm giá trị thực của tham số  $m$  để đường thẳng  $d: y = x - m + 2$  cắt đồ thị hàm số  $y = \frac{2x}{x-1}$  (C) tại hai điểm phân biệt  $A$  và  $B$  sao cho độ dài  $AB$  ngắn nhất.

- (A)  $m = -3$ . (B)  $m = -1$ . (C)  $m = 3$ . (D)  $m = 1$ .

**Câu 14:** Tìm giá trị thực của tham số  $m$  để đường thẳng  $d: y = x + m$  cắt đồ thị hàm số  $y = \frac{2x-1}{x-1}$  (C) tại hai điểm phân biệt  $A, B$  sao cho tam giác  $OAB$  vuông tại  $O$ , với  $O$  là gốc tọa độ.

- (A)  $m = -2$ . (B)  $m = -\frac{1}{2}$ . (C)  $m = 0$ . (D)  $m = 1$ .

**Câu 15:** Cho hàm số  $y = x^4 - (2m+4)x^2 + m^2$  với  $m$  là tham số thực. Tìm tất cả các giá trị của  $m$  để đồ thị hàm số đã cho cắt trục hoành tại bốn điểm phân biệt có hoành độ lập thành một cấp số cộng.

- (A)  $m = 1$ . (B)  $m = \frac{3}{4}$ . (C)  $m = -\frac{3}{4}, m = 3$ . (D)  $m = 3$ .

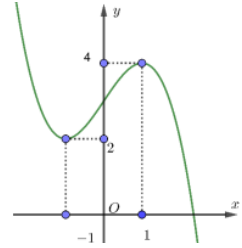
**Câu 16:** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định trên  $\mathbb{R} \setminus \{0\}$  có bảng biến thiên như sau. Số nghiệm phương trình  $2f(3x-5) - 7 = 0$ .

| $x$     | $-\infty$ | 0         | 1  | $+\infty$ |
|---------|-----------|-----------|----|-----------|
| $f'(x)$ | -         | -         | 0  | +         |
| $f(x)$  | $+\infty$ | $+\infty$ | -2 | $+\infty$ |

- (A) 4. (B) 1. (C) 3. (D) 2.

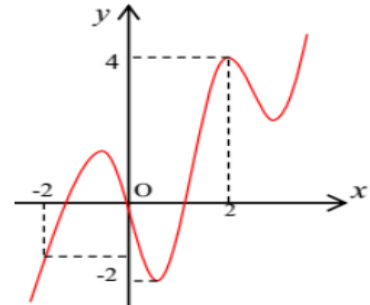
**Câu 17:** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có đồ thị là đường cong như hình vẽ. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số  $m$  để phương trình  $f(x^2 - 4x + 5) + 1 = m$  có nghiệm?

- (A) 4. (B) 6.  
(C) 5. (D) 7.



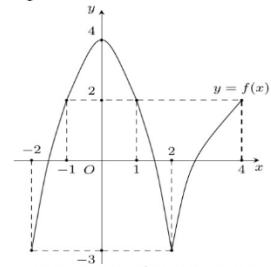
**Câu 18:** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có đồ thị như hình vẽ. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để phương trình  $f(x^3 - 3x^2 + 2) = m^2 - 3m$  có nghiệm trên nửa khoảng  $[1; 3)$  là

- (A)  $[-1; 1) \cup (2; 4]$ . (B)  $(1; 2) \cup [4; +\infty)$ .  
(C)  $(-\infty; -1] \cup (2; 4)$ . (D)  $(-1; 1] \cup [2; 4)$ .



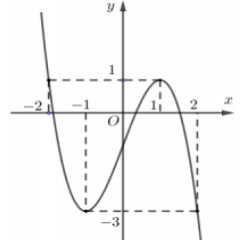
**Câu 19:** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên đoạn  $[-2; 4]$  và có đồ thị như hình vẽ. Tìm tất cả các giá trị của tham số  $m$  để phương trình  $f(3 - x) = f(m)$  có hai nghiệm thuộc đoạn  $[-1; 5]$ .

- (A) 5. (B) 0.  
(C) 2. (D) 3.



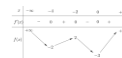
**Câu 20:** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có đồ thị như hình vẽ. Phương trình  $f(1 - f(x)) = 0$  có tất cả bao nhiêu nghiệm phân biệt?

- (A) 5. (B) 6.  
(C) 7. (D) 8.



**Câu 21:** Cho hàm số  $f(x)$  có bảng biến thiên như sau. Có bao nhiêu giá trị nguyên của  $m$  để phương trình  $4f(x^2 - 4x) = m$  có ít nhất 3 nghiệm thực phân biệt thuộc khoảng  $(0; +\infty)$ ?

- (A) 16. (B) 19.  
(C) 20. (D) 17.



| $x$     | $-\infty$ | -1 | 0  | 1  | $+\infty$ |
|---------|-----------|----|----|----|-----------|
| $f'(x)$ | -         | 0  | +  | 0  | -         |
| $f(x)$  | $+\infty$ | -2 | -1 | -2 | $+\infty$ |

**Câu 22:** Cho hàm số  $f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

Số nghiệm thuộc đoạn  $[-\pi; 2\pi]$  của phương trình  $2f(\sin x) + 3 = 0$  là

- (A) 4. (B) 6. (C) 3.

**Câu 23:** Cho hàm số  $f(x)$  có bảng biến thiên như sau. Số nghiệm thuộc đoạn  $\left[0; \frac{5\pi}{2}\right]$  của phương trình  $f(\sin x) = 1$  là

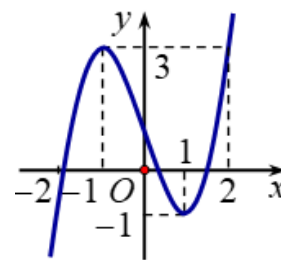
- (A) 7. (B) 4.  
(C) 5. (D) 6.

| $x$     | $-\infty$ | -1 | 0 | 1 | $+\infty$ |
|---------|-----------|----|---|---|-----------|
| $f'(x)$ | +         | 0  | - | 0 | -         |
| $f(x)$  | $-\infty$ | 2  | 0 | 2 | $+\infty$ |

**Câu 24:** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có đồ thị như hình bên.

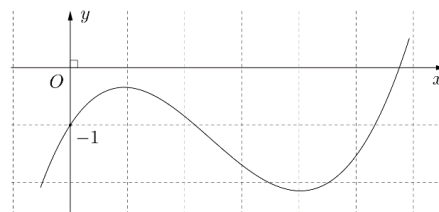
Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để phương trình  $f(\sin x) = m$  có nghiệm thuộc khoảng  $(0; \pi)$  là

- Ⓐ  $[-1; 3)$ .                      Ⓑ  $(-1; 1)$ .  
 Ⓒ  $(-1; 3)$ .                      Ⓓ  $[-1; 1)$ .



**Câu 25:** Cho hàm số bậc ba  $y = f(x)$  có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực phân biệt của phương trình  $f(x^3 f(x)) + 1 = 0$  là

- Ⓐ 8.                                      Ⓑ 5.  
 Ⓒ 6.                                      Ⓓ 4.



-----HẾT-----



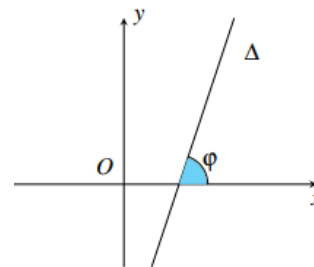
## BÀI 7: PHƯƠNG TRÌNH TIẾP TUYẾN CỦA ĐỒ THỊ HÀM SỐ

### A. LÝ THUYẾT CƠ BẢN CẦN NHỚ

#### 1. Kiến thức về đường thẳng

Đường thẳng đi qua điểm  $M(x_0; y_0)$  có hệ số góc  $k$  có phương trình  $y = k(x - x_0) + y_0$

- $k = \tan \varphi$ , với  $\varphi$  là góc hợp bởi đường thẳng  $\Delta$  với chiều dương của trục  $Ox$  và  $\varphi \neq 90^\circ$
- Cho hai đường thẳng  $\Delta_1 : y = k_1x + e_1$  và  $\Delta_2 : y = k_2x + e_2$ 
  - $\Delta_1 \parallel \Delta_2 \Leftrightarrow k_1 = k_2$  và  $e_1 \neq e_2$
  - $\Delta_1 \perp \Delta_2 \Leftrightarrow k_1 \cdot k_2 = -1 \Leftrightarrow k_1 = -\frac{1}{k_2}$



#### 2. Phương trình tiếp tuyến tại điểm $M(x_0; y_0)$

Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị  $(C)$ . Tiếp tuyến  $d$  của đồ thị hàm số tại điểm  $M(x_0; y_0)$  có phương trình là  $y = k(x - x_0) + y_0$ .

- $x_0$  gọi là hoành độ tiếp điểm.
- $y_0$  gọi là tung độ tiếp điểm và  $y_0 = f(x_0)$
- $k$  gọi là hệ số góc của tiếp tuyến và  $k = f'(x_0)$

### B. THUẬT TOÁN CỦA MỘT SỐ BÀI TOÁN THƯỜNG GẶP

#### 1. Thuật toán viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại điểm $M(x_0; y_0)$ thuộc đồ thị.

##### 1. Trường hợp cho đầy đủ $x_0$ và $y_0$

- Tính đạo hàm  $y' = f'(x)$
- Tính  $f'(x_0)$
- Thay vào công thức  $y = k(x - x_0) + y_0$

✓ **Chú ý:** Ta có thể tính trực tiếp  $f'(x_0)$  bằng máy tính như sau:  $\left. \frac{d}{dx}(f(x)) \right|_{x=x_0}$

##### 2. Trường hợp chỉ cho $x_0$

- Tính  $y_0$  bằng cách thay  $x_0$  vào đề bài (nghĩa là tính  $f(x_0)$ )
- Tiếp tục làm như 1.

**Ví dụ 1:** Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số  $y = \frac{2x+1}{x-1}$  tại điểm thuộc đồ thị và có hoành độ bằng  $-1$ .

Ⓐ  $y = -\frac{3}{4}x - \frac{1}{4}$ .

Ⓑ  $y = -\frac{3}{4}x + \frac{1}{4}$ .

Ⓒ  $y = \frac{3}{4}x - \frac{1}{4}$ .

Ⓓ  $y = +\frac{3}{4}x + \frac{1}{4}$ .

Hướng dẫn giải:

|       |       |
|-------|-------|
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |

**Ví dụ 2:** Cho hàm số  $y = x^4 - 4x^2 + 4$  có đồ thị (C). Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm  $M(1;1)$

Ⓐ  $y = -2x + 3$ .

Ⓑ  $y = -3x + 4$ .

Ⓒ  $y = -4x + 5$ .

Ⓓ  $y = -x + 2$ .

Hướng dẫn giải:

|       |       |
|-------|-------|
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |

**Ví dụ 3:** Tiếp tuyến của đồ thị hàm số  $y = x^3 - 3x + 4$  tại giao điểm của đồ thị hàm số với trục tung là?

Ⓐ  $y = -3x - 4$ .

Ⓑ  $y = 3x - 4$ .

Ⓒ  $y = -3x + 4$ .

Ⓓ  $y = 3x + 4$ .

Hướng dẫn giải:

|       |       |
|-------|-------|
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |

## 2. Thuật toán viết phương trình tiếp tuyến khi biết tung độ tiếp điểm $y_0$

Khi biết tung độ tiếp điểm  $y_0$  ta làm như sau:

- Giải phương trình  $y = y_0$  (cho đề bài bằng  $y_0$ ) để tìm ra các giá trị  $x_0$
- Khi đã có các giá trị  $x_0$  ta làm như I.
- ✓ **Chú ý:** Trục hoành  $\Rightarrow y = 0$ .

**Ví dụ 1:** Hệ số góc của phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số  $y = \frac{3-4x}{x-2}$  tại điểm có tung độ

$y = -\frac{7}{3}$  bằng

Ⓐ  $-\frac{5}{9}$ .

Ⓑ  $\frac{9}{5}$ .

Ⓒ  $-10$ .

Ⓓ  $\frac{5}{9}$ .

Hướng dẫn giải:

|       |       |
|-------|-------|
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |

**Ví dụ 2:** Tiếp tuyến của đồ thị hàm số  $y = -x^3 - 3x^2 + 4$  tại giao điểm với trục hoành là

- Ⓐ  $y = 9x - 9; y = 0$     Ⓑ  $y = -9x - 9$ .    Ⓒ  $y = 9x + 9$ .    Ⓓ  $y = -9x + 9; y = 0$

Hướng dẫn giải:

|       |       |
|-------|-------|
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |

**Ví dụ 3:** Cho hàm số  $y = -\frac{x^4}{2} + x^2 + \frac{3}{2}$  có đồ thị (C). Viết phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm có tung độ bằng  $-\frac{5}{2}$ .

Ⓐ  $y = -12x + \frac{43}{2}; y = 12x - \frac{43}{2}$ .

Ⓑ  $y = -12x - \frac{43}{2}; y = 12x - \frac{43}{2}$

Ⓒ  $y = 12x + \frac{43}{2}; y = 12x - \frac{43}{2}$ .

Ⓓ  $y = -12x + \frac{43}{2}; y = 12x + \frac{43}{2}$

Hướng dẫn giải:

|       |       |
|-------|-------|
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |

### 3. Thuật toán viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số khi biết hệ số góc k

Khi biết hệ số góc k ta làm như sau:

- Tính  $f'(x)$ .
- Giải phương trình  $f'(x_0) = k$ , (cho  $y' = k$  giải ra) tìm nghiệm  $x_0$
- Thay  $x_0$  vào  $y$  để tìm  $y_0$  (tiếp tục làm tương tự như I)
- Một số trường hợp thường gặp:
  - Biết tiếp tuyến song song với  $\Delta: y = ax + b$ . Khi đó  $k = a$

- Biết tiếp tuyến vuông góc với  $\Delta: y = ax + b$ . Khi đó  $k = -\frac{1}{a}$
- Biết tiếp tuyến tạo với  $Ox$  một góc  $\varphi$  thì  $k = \pm \tan \varphi$
- Biết tiếp tuyến cắt  $Ox, Oy$  lần lượt tại hai điểm  $A, B$  thỏa  $OA = m.OB$  thì  $k = \pm \frac{OB}{OA} = \pm \frac{1}{m}$
- Biết tiếp tuyến có hệ số góc nhỏ nhất (hoặc lớn nhất) thì  $k = \min f'(x)$  (hoặc  $k = \max f'(x)$ ).

**Ví dụ 1:** Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số  $y = -x^4 - x^2 + 6$  khi biết hệ số góc của tiếp tuyến  $k = 6$ .

Ⓐ  $y = 6x + 6$ .

Ⓑ  $y = 6x + 1$ .

Ⓒ  $y = 6x + 10$ .

Ⓓ  $y = 6x - 10$ .

**Hướng dẫn giải:**

|       |       |
|-------|-------|
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |

**Ví dụ 2:** Cho hàm số  $y = \frac{x+3}{x-1}$  có đồ thị (C). Viết phương trình tiếp tuyến của (C) biết tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng  $x - y + 10 = 0$ .

Ⓐ  $y = -x + 2; y = -x - 6$

Ⓑ  $y = x + 2; y = x - 4$

Ⓒ  $y = -x + 6; y = -x - 2$ .

Ⓓ  $y = x + 1; y = x - 8$ .

**Hướng dẫn giải:**

|       |       |
|-------|-------|
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |

**Ví dụ 3:** Cho hàm số  $y = -x^3 - 3x^2 + 9x + 5$  có đồ thị (C). Phương trình tiếp tuyến của (C) có hệ số góc lớn nhất là?

Ⓐ  $y = 4x + 4$ .

Ⓑ  $y = 12x + 18$ .

Ⓒ  $y = 12x + 6$ .

Ⓓ  $y = 9x - 9$ .

**Hướng dẫn giải:**

|       |       |
|-------|-------|
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |

#### 4. Thuật toán viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số biết tiếp tuyến qua điểm $M(x_M; y_M)$ không thuộc đồ thị hàm số

Biết tiếp tuyến qua điểm  $M(x_M; y_M)$  ta làm như sau:

- $d$  đi qua điểm  $M(x_M; y_M)$  và có hệ số góc  $k$   $d: y = k(x - x_M) + y_M$  (1)
- $d$  là tiếp tuyến khi  $\begin{cases} f(x) = k(x - x_M) + y_M \\ f'(x) = k \end{cases}$  (2) có nghiệm  $x$
- Giải hệ phương trình (2) tìm  $x$  và  $k$
- Thay  $x, k$  vào (1) ta có phương trình tiếp tuyến.

**Ví dụ 1:** Cho hàm số  $y = x^3 - 9x^2 + 17x + 2$  có đồ thị  $(C)$ . Qua điểm  $M(-2; 5)$  kẻ được bao nhiêu tiếp tuyến đến  $(C)$

Ⓐ 0.

Ⓑ 2.

Ⓒ 3.

Ⓓ 1.

**Hướng dẫn giải:**

|  |  |
|--|--|
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

**Ví dụ 2:** Tiếp tuyến của đồ thị hàm số  $y = \frac{2x-1}{x+1}$  đi qua điểm  $A(-1; 4)$  có phương trình là?

Ⓐ  $y = \frac{1}{3}x - \frac{13}{3}$ .

Ⓑ  $y = -\frac{1}{3}x + \frac{13}{3}$ .

Ⓒ  $y = \frac{1}{3}x + \frac{13}{3}$ .

Ⓓ  $y = -\frac{1}{3}x - \frac{13}{3}$ .

**Hướng dẫn giải:**

|  |  |
|--|--|
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

**Ví dụ 3: [MÃ ĐỀ 101 BGD-2018]** Cho hàm số  $y = \frac{1}{4}x^4 - \frac{7}{2}x^2$  có đồ thị  $(C)$ . Có bao nhiêu điểm

$A$  thuộc  $(C)$  sao cho tiếp tuyến của  $(C)$  tại  $A$  cắt  $(C)$  tại hai điểm phân biệt

$M(x_1; y_1), N(x_2; y_2)$  ( $M, N$  khác  $A$ ) thỏa mãn  $y_1 - y_2 = 6(x_1 - x_2)$ ?

Ⓐ 1.

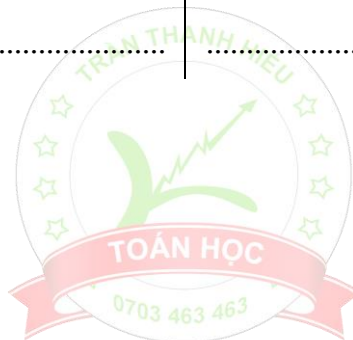
Ⓑ 2.

Ⓒ 0.

Ⓓ 3.

**Hướng dẫn giải:**

|       |       |
|-------|-------|
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |



## C. PHIẾU HỌC TẬP

## PHIẾU HỌC TẬP SỐ 1

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
|   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |

**Câu 1:** Tiếp tuyến của đồ thị hàm số  $y = \frac{4}{x-1}$  tại điểm có hoành độ  $x_0 = -1$  có phương trình là:

- Ⓐ  $y = -x - 3$       Ⓑ  $y = -x + 2$       Ⓒ  $y = x - 1$       Ⓓ  $y = x + 2$ .

**Câu 2:** Cho đường cong  $(C): y = \frac{x^2 - x + 1}{x - 1}$  và điểm  $A \in (C)$  có hoành độ  $x = 3$ . Lập phương trình tiếp tuyến của  $(C)$  tại điểm  $A$ ?

- Ⓐ  $y = \frac{1}{4}x + \frac{5}{4}$ .      Ⓑ  $y = \frac{3}{4}x - \frac{5}{4}$ .      Ⓒ  $y = \frac{3}{4}x + \frac{5}{4}$ .      Ⓓ  $y = 3x + 5$ .

**Câu 3:** Hệ số góc của tiếp tuyến của đồ thị hàm số  $y = \frac{x^4}{4} + \frac{x^2}{2} - 1$  tại điểm có hoành độ  $x_0 = -1$  bằng

- Ⓐ  $-2$ .      Ⓑ  $2$ .      Ⓒ  $0$ .      Ⓓ Đáp số khác.

**Câu 4:** Tiếp tuyến của đồ thị hàm số  $y = \frac{1}{\sqrt{2x}}$  tại điểm  $A\left(\frac{1}{2}; 1\right)$  có phương trình

- Ⓐ  $2x - 2y = -1$ .      Ⓑ  $2x - 2y = 1$ .      Ⓒ  $2x + 2y = 3$ .      Ⓓ  $2x + 2y = -3$ .

**Câu 5:** Tiếp tuyến của đồ thị hàm số  $y = \frac{x^2 - 3x + 1}{2x - 1}$  tại giao điểm của đồ thị hàm số với trục tung có phương trình

- Ⓐ  $y = x - 1$ .      Ⓑ  $y = x + 1$ .      Ⓒ  $y = x$ .      Ⓓ  $y = -x$ .

**Câu 6:** Cho hàm số  $y = \frac{2x - 4}{x - 3}$  có đồ thị là  $(H)$ . Phương trình tiếp tuyến tại giao điểm của  $(H)$  với trục hoành là:

- Ⓐ  $y = 2x - 4$ .      Ⓑ  $y = -3x + 1$ .      Ⓒ  $y = -2x + 4$ .      Ⓓ  $y = 2x$ .

**Câu 7:** Cho hàm số  $y = x^3 + 3x^2 + 3x + 1$  có đồ thị  $(C)$ . Phương trình tiếp tuyến của  $(C)$  tại giao điểm của  $(C)$  với trục tung là

- Ⓐ  $y = 8x + 1$ .      Ⓑ  $y = 3x + 1$ .      Ⓒ  $y = -8x + 1$ .      Ⓓ  $y = 3x - 1$ .

**Câu 8:** Cho hàm số  $y = \frac{1}{3}x^3 + x^2 - 2$ . đồ thị  $(C)$ . Phương trình tiếp tuyến của  $(C)$  tại điểm có hoành độ là nghiệm của phương trình  $y'' = 0$  là

- Ⓐ  $y = -x - \frac{7}{3}$ .      Ⓑ  $y = x - \frac{7}{3}$ .      Ⓒ  $y = -x + \frac{7}{3}$ .      Ⓓ  $y = \frac{7}{3}x$ .

**Câu 9:** Cho đường cong  $(H): y = \frac{x+2}{x-1}$  và điểm  $A \in (H)$  có tung độ  $y = 4$ . Phương trình tiếp tuyến của  $(H)$  tại điểm  $A$ ?

- Ⓐ  $y = x - 2$ .      Ⓑ  $y = -3x + 10$ .      Ⓒ  $y = -3x - 11$ .      Ⓓ A, B, C đều sai

**Câu 10:** Cho hàm số  $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x + 1$ . Tiếp tuyến tại tâm đối xứng của đồ thị hàm số có phương trình

- Ⓐ  $y = -x + \frac{11}{3}$ .      Ⓑ  $y = -x - \frac{1}{3}$ .      Ⓒ  $y = x + \frac{11}{3}$ .      Ⓓ  $y = x + \frac{1}{3}$ .

**Câu 11:** Lập phương trình tiếp tuyến của đồ thị  $(H): y = \frac{x-1}{x+2}$  tại giao điểm của  $(H)$  và trục hoành

- Ⓐ  $y = 3x$ .      Ⓑ  $y = 3x - 3$ .      Ⓒ  $y = x - 3$ .      Ⓓ  $y = \frac{1}{3}x - \frac{1}{3}$ .

**Câu 12:** Hệ số góc của tiếp tuyến của đồ thị hàm số  $y = \frac{x-1}{x+1}$  tại giao điểm với trục tung bằng

- Ⓐ  $-2$ .      Ⓑ  $2$ .      Ⓒ  $1$ .      Ⓓ  $-1$ .

**Câu 13:** Tiếp tuyến của đồ thị hàm số  $y = \frac{x+1}{x-5}$  tại điểm  $A(-1;0)$  có hệ số góc bằng

- Ⓐ  $\frac{1}{6}$ .      Ⓑ  $-\frac{1}{6}$ .      Ⓒ  $\frac{6}{25}$ .      Ⓓ  $-\frac{6}{25}$ .

**Câu 14:** Phương trình tiếp tuyến của đường cong  $(C): y = x^3 + 3x^2 - 8x + 1$ , biết tiếp tuyến đó song song với đường thẳng  $\Delta: y = x + 2022$ ?

- Ⓐ  $y = x - 4$ .      Ⓑ  $y = x + 28$ .      Ⓒ  $y = x + 2022$ .      Ⓓ A, B, đều đúng

**Câu 15:** Tiếp tuyến của đồ thị hàm số  $y = \frac{x^3}{3} + 3x^2 - 2$  có hệ số góc  $k = -9$ , có phương trình là

- Ⓐ  $y = -9x - 25$ .      Ⓑ  $y = -9x - 11$ .      Ⓒ  $y = -9x - 43$ .      Ⓓ  $y = -9x - 27$ .

**Câu 16:** Gọi  $(C)$  là đồ thị của hàm số  $y = \frac{x^3}{3} - 2x^2 + x + 2$ . Có hai tiếp tuyến của  $(C)$  cùng song song với đường thẳng  $y = -2x + 5$ . Hai tiếp tuyến đó là

- Ⓐ  $y = -2x - 2$  và  $y = -2x + 2$ .      Ⓑ  $y = -2x + 4$  và  $y = -2x - 2$ .  
Ⓒ  $y = -2x - \frac{4}{3}$  và  $y = -2x - 2$ .      Ⓓ  $y = -2x + 3$  và  $y = -2x - 1$ .

**Câu 17:** Phương trình tiếp tuyến với đồ thị hàm số  $y = \frac{x+1}{x-1}$  song song với đường thẳng  $\Delta: 2x + y - 1 = 0$  là

- Ⓐ  $2x + y - 7 = 0$ .      Ⓑ  $2x + y + 7 = 0$ .      Ⓒ  $2x + y = 0$ .      Ⓓ  $-2x - y + 1 = 0$ .

**Câu 18:** Cho hàm số  $y = -x^3 + 3x^2 - 3$  có đồ thị  $(C)$ . Số tiếp tuyến của  $(C)$  vuông góc với đường thẳng  $y = \frac{1}{9}x + 2022$  là

- (A) 1.                      (B) 2.                      (C) 3.                      (D) 0.

**Câu 19:** Cho hàm số  $y = -x^3 + 3x^2 - 2$  có đồ thị  $(C)$ . Số tiếp tuyến của  $(C)$  song song với đường thẳng  $y = -9x$  là

- (A) 1.                      (B) 3.                      (C) 4.                      (D) 2.

**Câu 20:** Cho hàm số  $y = x^3 - 2x^2 + 2x$  có đồ thị  $(C)$ . Gọi  $x_1, x_2$  là hoành độ các điểm  $M, N$  trên  $(C)$ , mà tại đó tiếp tuyến của  $(C)$  vuông góc với đường thẳng  $y = -x + 2$ . Khi đó  $x_1 + x_2$  bằng

- (A)  $\frac{4}{3}$ .                      (B)  $-\frac{4}{3}$ .                      (C)  $\frac{1}{3}$ .                      (D)  $-1$ .

**Câu 21:** Đường thẳng  $y = 3x + m$  là tiếp tuyến của đường cong  $y = x^3 + 2$  khi  $m$  bằng

- (A) 1 hoặc  $-1$ .                      (B) 4 hoặc 0.                      (C) 2 hoặc  $-2$ .                      (D) 3 hoặc  $-3$ .

**Câu 22:** Tiếp tuyến của parabol  $4 - x^2$  tại điểm  $(1; 3)$  tạo với hai trục tọa độ một tam giác vuông. Diện tích tam giác vuông đó bằng

- (A)  $\frac{25}{4}$ .                      (B)  $\frac{5}{4}$ .                      (C)  $\frac{25}{2}$ .                      (D)  $\frac{5}{2}$ .

**Câu 23:** Cho hàm số  $y = x^3 - 3x^2 + 2$   $(C)$ . Đường thẳng nào sau đây là tiếp tuyến của  $(C)$  và có hệ số góc nhỏ nhất

- (A)  $y = 0$ .                      (B)  $y = -3x + 3$ .                      (C)  $y = -3x$ .                      (D)  $y = -3x - 3$ .

**Câu 24:** Cho hàm số  $y = x^3 - 3x^2 + 2$   $(C)$ . Tìm phương trình tiếp tuyến của đồ thị  $(C)$ , biết tiếp tuyến đó đi qua  $A(-1; -2)$ .

- (A)  $y = 9x + 7; y = -2$ .                      (B)  $y = 2x + 7; y = -2x - 4$ .  
(C)  $y = x - 1; y = 3x + 2$ .                      (D)  $y = 3x + 1; y = 4x + 2$ .

**Câu 25:** Cho hàm số  $y = \frac{2x-3}{x-2}$  có đồ thị  $(C)$ . Tìm trên  $(C)$  những điểm  $M$  sao cho tiếp tuyến tại  $M$  của  $(C)$  cắt hai tiệm cận của  $(C)$  tại  $A, B$  sao cho  $AB$  ngắn nhất.

- (A)  $M\left(0; \frac{3}{2}\right); M(1; -1)$ .                      (B)  $M\left(-1; \frac{5}{3}\right); M(3; 3)$ .  
(C)  $M(3; 3); M(1; 1)$ .                      (D)  $M\left(4; \frac{5}{2}\right); M(3; 3)$ .

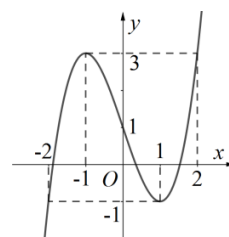
-----HẾT-----

ĐỀ ÔN TẬP SỐ 1

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
|   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |

**Câu 1:** Đường cong ở hình bên dưới là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?

- (A)  $y = x^4 - 2x^2 + 1$ .      (B)  $y = x^3 - 3x^2 + 1$ .  
 (C)  $y = x^3 - 3x + 1$ .      (D)  $y = -x^3 + 3x + 1$ .



**Câu 2:** Cho hàm số  $y = x^3 - 3x^2 + 2$ . Đồ thị hàm số có điểm cực đại là

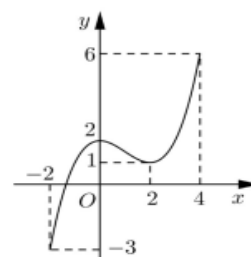
- (A)  $(2; 2)$ .      (B)  $(2; -2)$ .      (C)  $(0; 2)$ .      (D)  $(0; -2)$ .

**Câu 3:** Cho hàm số  $y = \frac{mx^3}{3} - x^2 + 2x + 1 - m$ . Tập hợp các giá trị thực của  $m$  để hàm số nghịch biến trên  $\mathbb{R}$  là

- (A)  $\{0\}$ .      (B)  $\emptyset$ .      (C)  $\left[\frac{1}{2}; +\infty\right)$ .      (D)  $(-\infty; 0)$ .

**Câu 4:** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên đoạn  $[-2; 4]$  và có đồ thị như hình vẽ bên. Số nghiệm thực của phương trình  $3f(x) - 4 = 0$  trên đoạn  $[-2; 4]$  là:

- (A) 2.      (B) 3.  
 (C) 0.      (D) 1



**Câu 5:** Hàm số  $y = \frac{2x-5}{x+1}$  có bao nhiêu điểm cực trị?

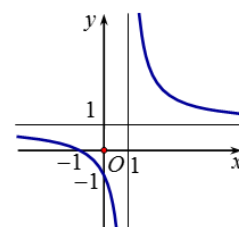
- (A) 0.      (B) 1.      (C) 3.      (D) 2.

**Câu 6:** Hàm số  $y = x^4 - 2x^2$  đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

- (A)  $(-1; 0)$ .      (B)  $(0; 1)$ .      (C)  $(0; +\infty)$ .      (D)  $(-\infty; -1)$ .

**Câu 7:** Đường cong trong hình dưới đây là đồ thị của hàm số nào?

- (A)  $y = \frac{-x}{1-x}$ .      (B)  $y = \frac{2x+1}{2x-2}$ .  
 (C)  $y = \frac{x-1}{x+1}$ .      (D)  $y = \frac{x+1}{x-1}$ .



**Câu 8:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau. Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

- (A) 0.      (B) 5.  
 (C) 3.      (D) -1.

|      |           |   |    |           |   |
|------|-----------|---|----|-----------|---|
| $x$  | $-\infty$ | 0 | 3  | $+\infty$ |   |
| $y'$ | +         | 0 | -  | 0         | + |
| $y$  | $-\infty$ | 5 | -1 | $+\infty$ |   |

**Câu 9:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên sau:

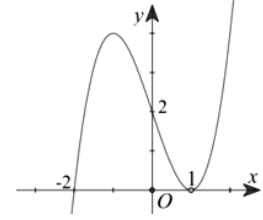
Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

- (A) 4.      (B) 2.  
 (C) 3.      (D) -2.

|      |           |   |   |           |    |   |           |
|------|-----------|---|---|-----------|----|---|-----------|
| $x$  | $-\infty$ | 2 | 4 | $+\infty$ |    |   |           |
| $y'$ |           | + | 0 | -         | 0  | + |           |
| $y$  | $-\infty$ |   | 3 |           | -2 |   | $+\infty$ |

**Câu 10:** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong hình vẽ.

- (A)  $y = x^3 - 3x + 2$ . (B)  $y = x^4 - 2x^2 + 3$ .  
(C)  $y = x^3 + 3x + 3$ . (D)  $y = x^3 - 2x^2 + 2$ .



**Câu 11:** Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số  $y = \frac{x-1}{-3x+2}$  là?

- (A)  $y = \frac{2}{3}$ . (B)  $y = -\frac{1}{3}$ . (C)  $x = -\frac{1}{3}$ . (D)  $x = \frac{2}{3}$ .

**Câu 12:** Bảng biến thiên dưới đây là của hàm số nào sau đây?

- (A)  $y = \frac{x+2}{x+1}$ . (B)  $y = \frac{-x+2}{x+1}$ .  
(C)  $y = \frac{x+2}{x-1}$ . (D)  $y = \frac{x-3}{x-1}$ .

|      |           |           |           |
|------|-----------|-----------|-----------|
| $x$  | $-\infty$ | $-1$      | $+\infty$ |
| $y'$ |           | -         | -         |
| $y$  | $1$       | $+\infty$ | $1$       |

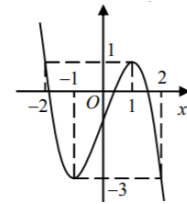
**Câu 13:** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = (x+1)^2(x-2)^3(2x+3)$ ,  $\forall x \in \mathbb{R}$ . Số điểm cực trị của hàm số đã cho là:

- (A) 6. (B) 1. (C) 3. (D) 2.

**Câu 14:** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  có đồ thị như hình vẽ.

Phương trình  $f(1-f(x)) = 1$  có tất cả bao nhiêu nghiệm thực phân biệt?

- (A) 4. (B) 3.  
(C) 5. (D) 6.



**Câu 15:** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để hàm số  $y = \frac{mx+4}{x+m}$  nghịch biến trên khoảng  $(0; +\infty)$ .

- (A)  $0 \leq m < 2$ . (B)  $0 < m < 2$ . (C)  $0 \leq m \leq 2$ . (D)  $-2 < m < 2$ .

**Câu 16:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như hình vẽ.

Hàm số  $y = f(1-x)$  nghịch biến trên khoảng nào?

- (A)  $(-1; 1)$ . (B)  $(-2; 0)$ .  
(C)  $(-3; 2)$ . (D)  $(-1; 3)$ .

|      |           |      |      |           |     |     |
|------|-----------|------|------|-----------|-----|-----|
| $x$  | $-\infty$ | $-1$ | $1$  | $+\infty$ |     |     |
| $y'$ |           | $+$  | $0$  | $-$       | $0$ | $+$ |
| $y$  | $-\infty$ | $3$  | $-1$ | $+\infty$ |     |     |

**Câu 17:** Số các giá trị nguyên của  $m$  để hàm số  $y = \frac{m}{3}x^3 + m^2x^2 - 3x - 4m + 3$  đạt cực tiểu tại  $x = 1$

- (A) 5. (B) 2. (C) 0. (D) 1.

**Câu 18:** Cho hàm số  $y = \frac{x+m-1}{x-1}$  ( $m$  là tham số thực) thỏa mãn  $\min_{[2;4]} y = 3$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- (A)  $m > 4$ . (B)  $m < -1$ . (C)  $3 < m \leq 4$ . (D)  $1 \leq m < 3$ .

**Câu 19:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như hình bên. Có bao nhiêu số nguyên dương của  $m$  để bất phương trình  $\frac{1}{3}f\left(\frac{x}{2}+1\right)+x \geq m$  có nghiệm  $x \in [-2, 2]$ .

|      |           |      |      |     |           |
|------|-----------|------|------|-----|-----------|
| $x$  | $-\infty$ | $-2$ | $0$  | $2$ | $+\infty$ |
| $y'$ | $+$       | $0$  | $-$  | $0$ | $-$       |
| $y$  | $-\infty$ | $-2$ | $-4$ | $6$ | $-\infty$ |

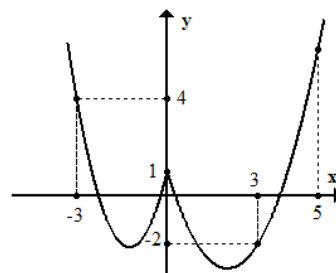
(A) 9.

(B) 4.

(C) 8.

(D) 6.

**Câu 20:** Cho hàm số  $f(x)$  có đồ thị hàm số  $y = f'(x)$  được cho như hình vẽ bên. Hàm số  $y = \left| f(x) + \frac{1}{2}(x-1)^2 - f(1) \right|$  có nhiều nhất bao nhiêu điểm cực tiểu trong khoảng  $(-3; 5)$ ?



(A) 2.

(B) 1.

(C) 5.

(D) 3.

**Câu 21:** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  thuộc đoạn  $[-10; 10]$  để hàm số  $y = x^3 - 3x^2 + 3mx + 2022$  nghịch biến trên khoảng  $(1; 2)$ ?

(A) 11.

(B) 10.

(C) 21.

(D) 20.

**Câu 22:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ dưới đây.

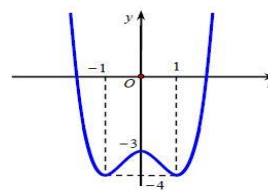
Tìm  $m$  để phương trình  $f(x) = m$  có hai nghiệm phân biệt

(A)  $m = -4$  và  $m > -3$ .

(B)  $m \geq -4$ .

(C)  $-4 < m < -3$ .

(D)  $m > -4$ .



**Câu 23:** Gọi  $M, m$  là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số  $y = \frac{1}{3}x^3 - x + 7$  trên đoạn  $[-3; 0]$ . Tổng  $3M + m$  bằng

(A) 24.

(B) 7.

(C) 8.

(D)  $\frac{23}{3}$ .

**Câu 24:** Hàm số nào sau đây đồng biến trên khoảng  $(-\infty; +\infty)$ .

(A)  $y = x^4 + 1$ .

(B)  $y = \frac{x-2}{x-1}$ .

(C)  $y = -2x^3 - 3x + 1$ .

(D)  $y = 2x^3 + x + 1$ .

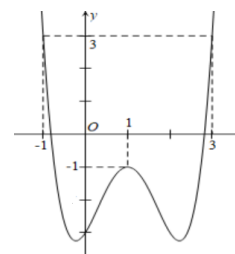
**Câu 25:** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ . Hàm số  $y = f'(x)$  có đồ thị như hình bên. Xác định tất cả các giá trị  $m$  để phương trình  $3f(x) = x^3 - 3x^2 + m + 4$  có nghiệm  $x \in (-1; 3)$ .

(A)  $3f(3) - 4 < m < 3f(-1)$ .

(B)  $m > 3f(-1)$ .

(C)  $m > 3f(3)$ .

(D)  $3f(3) < m \leq 3f(1) + 2$ .



-----HẾT-----

### ĐỀ ÔN TẬP SỐ 2

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
|   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |

**Câu 1:** Hàm số  $y = x^3 - 3x$  nghịch biến trên khoảng nào?

- Ⓐ  $(-\infty; -1)$ .      Ⓑ  $(-1; 1)$ .      Ⓒ  $(-\infty; +\infty)$ .      Ⓓ  $(0; +\infty)$ .

**Câu 2:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau.

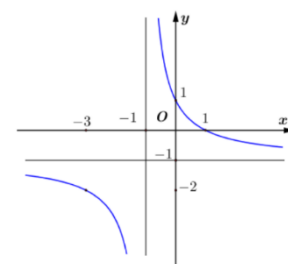
Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- Ⓐ  $(1; +\infty)$ .      Ⓑ  $(0; 3)$ .  
Ⓒ  $(-\infty; +\infty)$ .      Ⓓ  $(2; +\infty)$ .

| $x$     | $-\infty$ |   | 2         |   | $+\infty$ |
|---------|-----------|---|-----------|---|-----------|
| $f'(x)$ |           | + |           | + |           |
| $f(x)$  | 1         |   | $+\infty$ |   | 1         |

**Câu 3:** Đồ thị hình dưới đây là của hàm số nào?

- Ⓐ  $y = \frac{-x}{x+1}$ .      Ⓑ  $y = \frac{-x+1}{x+1}$ .  
Ⓒ  $y = \frac{-2x+1}{2x+1}$ .      Ⓓ  $y = \frac{-x+2}{x+1}$ .

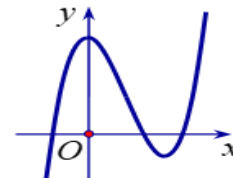


**Câu 4:** Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số  $y = \frac{2x-4}{x+2}$  là

- Ⓐ  $y = 2$ .      Ⓑ  $x = 2$ .      Ⓒ  $x = -2$ .      Ⓓ  $y = -2$ .

**Câu 5:** Đường cong ở hình vẽ là đồ thị của một trong bốn hàm số ở dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?

- Ⓐ  $y = -x^4 + 2x^2 + 1$ .      Ⓑ  $y = x^3 - 3x^2 + 3$ .  
Ⓒ  $y = x^4 - 2x^2 + 1$ .      Ⓓ  $y = -x^3 + 3x^2 + 1$ .



**Câu 6:** Cho hàm số  $y = (m+1)x^4 - mx^2 + 3$ . Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để hàm số có ba điểm cực trị.

- Ⓐ  $m \in (-\infty; -1) \cup [0; +\infty)$ .      Ⓑ  $m \in (-1; 0)$ .  
Ⓒ  $m \in (-\infty; -1] \cup [0; +\infty)$ .      Ⓓ  $m \in (-\infty; -1) \cup (0; +\infty)$ .

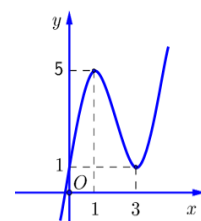
**Câu 7:** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = \frac{x+2m^2-m}{x-3}$  trên đoạn  $[0; 1]$  bằng  $-2$ .

- Ⓐ  $m = 1$  hoặc  $m = -\frac{1}{2}$ .      Ⓑ  $m = 3$  hoặc  $m = -\frac{5}{2}$ .  
Ⓒ  $m = -1$  hoặc  $m = \frac{3}{2}$ .      Ⓓ  $m = 2$  hoặc  $m = -\frac{3}{2}$ .

**Câu 8:** Cho hàm số  $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  có đồ thị như hình vẽ ở bên.

Mệnh đề nào sau đây đúng?

- Ⓐ  $a < 0, b < 0, c > 0, d < 0$ .      Ⓑ  $a > 0, b < 0, c > 0, d > 0$ .  
Ⓒ  $a > 0, b > 0, c < 0, d > 0$ .      Ⓓ  $a > 0, b > 0, c > 0, d > 0$ .



**Câu 9:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = x^2(x-1)(13x-15)^3$ . Khi đó số điểm cực trị của hàm số  $y = f\left(\frac{5x}{x^2+4}\right)$  là

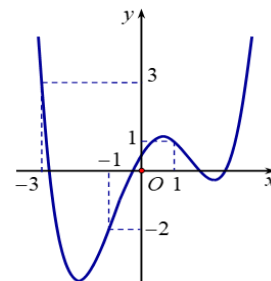
- (A) 2. (B) 5. (C) 6. (D) 3.

**Câu 10:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị  $y = f'(x)$  như hình vẽ. Xét hàm

số  $g(x) = f(x) - \frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{4}x^2 + \frac{3}{2}x + 2018$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

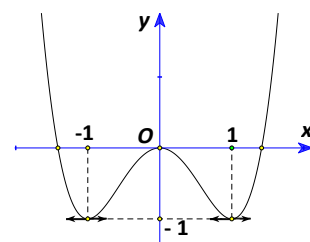
- (A)  $\min_{[-3;1]} g(x) = g(1)$ . (B)  $\min_{[-3;1]} g(x) = g(-1)$ .

- (C)  $\min_{[-3;1]} g(x) = g(-3)$ . (D)  $\min_{[-3;1]} g(x) = \frac{g(-3) + g(1)}{2}$ .



**Câu 11:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm và liên tục trên  $\mathbb{R}$ . Biết rằng đồ thị hàm số  $y = f'(x)$  như hình vẽ dưới đây. Tìm tất cả các giá trị của  $m$  để hàm số  $g(x) = 2f(x) - mx + 2022$  đồng biến trên  $\mathbb{R}$ .

- (A)  $-1 < m < 1$ . (B)  $m \leq -2$ .  
(C)  $0 < m < 1$ . (D)  $-1 < m < 0$ .



**Câu 12:** Tìm số giao điểm của đồ thị hàm số  $y = x^4 + 2x^2$  và trục hoành.

- (A) 3. (B) 4. (C) 1. (D) 2.

**Câu 13:** Giá trị lớn nhất của hàm số  $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 1$  trên  $[-2; 4]$  là:

- (A) 6. (B) 10. (C) -1. (D) 4.

**Câu 14:** Cho hàm số  $y = \frac{1}{3}x^3 - (m+1)x^2 + (m^2+2m)x + 1$  ( $m$  là tham số). Giá trị của tham số  $m$  để hàm số đạt cực tiểu tại  $x = 2$  là:

- (A)  $m = 3$ . (B)  $m = 2$ . (C)  $m = 1$ . (D)  $m = 0$ .

**Câu 15:** Cho hàm số  $y = \frac{1}{3}(m-1)x^3 - mx^2 + 4x + 1$ , để hàm số đồng biến trên  $\mathbb{R}$  thì giá trị của  $m$  là

- (A)  $m = 2$ . (B)  $m = -2$ . (C)  $m > 2$ . (D)  $m \geq 2$ .

**Câu 16:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như hình bên dưới. Giá trị cực tiểu của hàm số là

- (A) -4. (B) -2.  
(C) 2. (D) 4.

|      |           |            |      |            |           |            |     |            |           |
|------|-----------|------------|------|------------|-----------|------------|-----|------------|-----------|
| $x$  | $-\infty$ | $-2$       | $0$  | $2$        | $+\infty$ |            |     |            |           |
| $y'$ | $+$       | $0$        | $-$  | $-$        | $0$       | $+$        |     |            |           |
| $y$  | $-\infty$ | $\nearrow$ | $-4$ | $\searrow$ | $+\infty$ | $\nearrow$ | $4$ | $\searrow$ | $+\infty$ |

**Câu 17:** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định, liên tục trên

$\mathbb{R} \setminus \{1\}$  và có bảng biến thiên như sau. Tìm điều kiện của  $m$  để phương trình  $f(x) = m$  có 3 nghiệm phân biệt.

- (A)  $m < 0$ . (B)  $m > 0$ .  
(C)  $0 < m < \frac{27}{4}$ . (D)  $m > \frac{27}{4}$ .

|      |           |   |           |           |                |           |
|------|-----------|---|-----------|-----------|----------------|-----------|
| $x$  | $-\infty$ | 0 | 1         | 3         | $+\infty$      |           |
| $y'$ |           | + | 0         | +         |                |           |
|      |           |   |           | -         | 0              | +         |
| $y$  |           |   |           |           |                |           |
|      | $-\infty$ |   | $+\infty$ | $+\infty$ | $\frac{27}{4}$ | $+\infty$ |

**Câu 18:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm là  $f'(x) = x^2(x-1)^2(x+2)^3$  với mọi  $x \in \mathbb{R}$ . Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- (A) 7. (B) 1. (C) 2. (D) 3.

**Câu 19:** Biết rằng đồ thị hàm số  $y = \frac{x+3}{x-1}$  và đường thẳng  $y = x-2$  cắt nhau tại hai điểm phân biệt  $A(x_A; y_A)$  và  $B(x_B; y_B)$ . Tính  $y_A + y_B$ .

- (A)  $y_A + y_B = -2$ . (B)  $y_A + y_B = 2$ . (C)  $y_A + y_B = 4$ . (D)  $y_A + y_B = 8$ .

**Câu 20:** Cho hàm số  $y = x^4 + 2x^2 + 1$  có đồ thị (C). Phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại  $M(1; 4)$  là

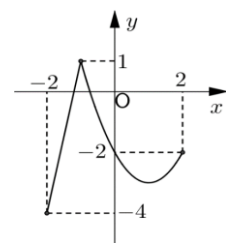
- (A)  $y = 8x - 4$ . (B)  $y = 8x + 4$ . (C)  $y = -8x + 12$ . (D)  $y = x + 3$ .

**Câu 21:** Trong các hàm số sau hàm số nào đồng biến trên  $\mathbb{R}$ ?

- (A)  $y = \frac{x-1}{x+2}$ . (B)  $y = -x^3 - x$ . (C)  $y = \frac{2x-1}{x-1}$ . (D)  $y = x^3 + 3x$ .

**Câu 22:** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên đoạn  $[-2; 2]$  và có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi  $M, m$  lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn  $[-2; 2]$ . Tính  $M + m$ .

- (A) -4. (B) -3. (C) 5. (D) -5.

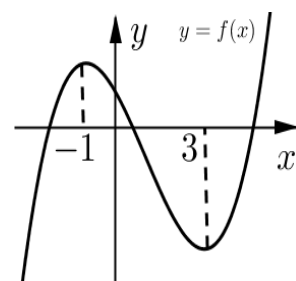


**Câu 23:** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  thuộc đoạn  $[-20; 20]$  để hàm số  $y = \frac{mx-16}{x-m}$  nghịch biến trên khoảng  $(-\infty; 8)$ .

- (A) 11. (B) 12. (C) 14. (D) 13.

**Câu 24:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số  $y = f(3-2x)$  đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

- (A)  $\left(-1; \frac{1}{2}\right)$ . (B)  $\left(0; \frac{3}{2}\right)$ . (C)  $\left(\frac{1}{2}; \frac{5}{2}\right)$ . (D)  $(2; 3)$ .



**Câu 25:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm trên  $\mathbb{R}$  và có bảng xét dấu  $y'$  như sau. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  thuộc đoạn  $[-5; 5]$  để hàm số  $y = f(x^2 - 2x - m)$  có 5 điểm cực trị.

|      |           |      |     |           |     |
|------|-----------|------|-----|-----------|-----|
| $x$  | $-\infty$ | $-2$ | $1$ | $+\infty$ |     |
| $y'$ | $-$       | $0$  | $+$ | $0$       | $-$ |

- (A) 4. (B) 3. (C) 5. (D) 6.

-----HẾT-----

## CHƯƠNG 2: HÀM SỐ LŨY THỪA – HÀM SỐ MŨ – HÀM SỐ LOGARIT

### BÀI 1: LŨY THỪA

#### A. LÝ THUYẾT CƠ BẢN CẦN NHỚ

##### 1. Lũy thừa với số mũ nguyên

- Lũy thừa với số mũ nguyên dương:  $a^n = \underbrace{a.a.a\dots a}_n$  với mọi  $a \in \mathbb{R}, n \in \mathbb{N}^*$
- Lũy thừa với số mũ nguyên âm:  $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$  với  $a \neq 0, n \in \mathbb{N}^*$
- Với  $a \neq 0$ , ta có  $a^0 = 1$ .
- $0^0$  và  $0^{-n}$  (với  $n \in \mathbb{N}^*$ ) **không** có nghĩa

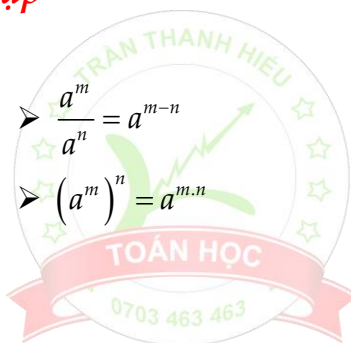
##### 2. Công thức biến đổi thường gặp

Với  $a > 0; b > 0$  ta có

$$\text{➤ } a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$

$$\text{➤ } a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

$$\text{➤ } \sqrt{a} = a^{\frac{1}{2}}; \sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$$



$$\text{➤ } (ab)^n = a^n \cdot b^n$$

$$\text{➤ } \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

##### 3. So sánh lũy thừa

Cho  $a, b > 0; x, y \in \mathbb{R}$ . Ta có

- Nếu  $a > 1$  thì  $a^x > a^y \Leftrightarrow x > y$  (khi cơ số  $> 1$  lũy thừa cùng chiều)
- Nếu  $0 < a < 1$  thì  $a^x > a^y \Leftrightarrow x < y$  (khi cơ số  $> 0$  và  $< 1$  lũy thừa đổi chiều)
- Nếu  $0 < a < b, m \in \mathbb{R}$  ta có:
  - $a^m < b^m \Leftrightarrow m > 0$
  - $a^m > b^m \Leftrightarrow m < 0$

## B. THUẬT TOÁN CỦA MỘT SỐ DẠNG TOÁN THƯỜNG GẶP

## 1. Thuật toán tính giá trị biểu thức

1. Áp dụng các công thức phần A 2.

➤ Biến đổi, gom lũy thừa

2. Tính bằng máy tính.

➤ Không có ẩn: nhập số như đề bài.

➤ Có ẩn: thay ẩn bằng một số tùy ý (3, 5...) theo yêu cầu rồi nhập bình thường.

Ví dụ 1: Tính giá trị biểu thức  $P = \frac{6^{3+\sqrt{5}}}{2^{2+\sqrt{5}} \cdot 3^{1+\sqrt{5}}}$

Ⓐ 1.

Ⓑ 18.

Ⓒ 6.

Ⓓ  $6^{\sqrt{5}}$ .

Hướng dẫn giải:

.....

.....

.....

Ví dụ 2: Cho  $9^x + 9^{-x} = 14$ . Khi đó giá trị biểu thức  $P = \frac{6+3(3^x+3^{-x})}{2-3^{x+1}-3^{1-x}}$  bằng

Ⓐ  $P = \frac{9}{5}$ .

Ⓑ  $P = -\frac{5}{9}$ .

Ⓒ  $P = -\frac{9}{5}$ .

Ⓓ  $P = \frac{5}{9}$ .

Hướng dẫn giải:

.....

.....

.....

Ví dụ 3: Cho  $2^x = 3$ . Giá trị của biểu thức  $A = \frac{4^{x+1}-3}{2^{2x+3}-27}$  bằng

Ⓐ  $A = \frac{11}{15}$ .

Ⓑ  $A = \frac{12}{15}$ .

Ⓒ  $A = \frac{15}{11}$ .

Ⓓ  $A = \frac{15}{12}$ .

Hướng dẫn giải:

.....

.....

.....

## 2. Thuật toán rút gọn biểu thức

### 1. Áp dụng các công thức ở phần A 2.

- Biến đổi, gom lũy thừa
- Tìm lũy thừa, kết luận yêu cầu bài toán.

### 2. Sử dụng máy tính để tìm lũy thừa theo công thức

- Công thức:  $\log_a a^n = n$  (thay  $a$  bằng một số tùy ý 3, 5, ... để tìm lũy thừa  $n$ )
- Kết luận theo yêu cầu bài toán.

### 3. Kiểm tra đáp án

- Thay ẩn của đề bài bằng một số tùy ý (3; 5; ...). Ghi lại kết quả.
- Thay ẩn ở đáp án đúng bằng số đã thay vào đề bài.
  - Nếu kết quả đáp án ra **bằng** đề bài thì đáp án đó **Đúng**.
  - Nếu kết quả đáp án ra **khác** đề bài thì đáp án đó **Sai**.

**Ví dụ 1: [MINH HỌA BDG-2021]** Với  $a$  là số thực dương tùy ý,  $\sqrt{a^3}$  bằng

- Ⓐ  $a^6$ .                      Ⓑ  $a^{\frac{3}{2}}$ .                      Ⓒ  $a^{\frac{2}{3}}$ .                      Ⓓ  $a^{\frac{1}{6}}$ .

Hướng dẫn giải:

.....

.....

**Ví dụ 2:** Rút gọn:  $\frac{(\sqrt[4]{a^3 \cdot b^2})^4}{\sqrt[3]{\sqrt{a^{12} \cdot b^6}}}$  ta được

- Ⓐ  $a^2b$ .                      Ⓑ  $ab$ .                      Ⓒ  $a^2b^2$                       Ⓓ  $ab^2$ .

Hướng dẫn giải:

.....

.....

.....

**Ví dụ 3:** Biết biểu thức  $\sqrt{a\sqrt{a\sqrt{a\sqrt{a}}}} : a^{\frac{11}{16}} = a^n, (a > 0)$  và  $\sqrt{b\sqrt{b\sqrt{b\sqrt{b}}}} \cdot b^{\frac{11}{16}} = b^m, (b > 0)$ . Khi đó giá trị biểu thức  $T = m + n$  bằng.

- Ⓐ  $T = \frac{15}{8}$ .                      Ⓑ  $T = \frac{15}{2}$ .                      Ⓒ  $T = \frac{15}{4}$ .                      Ⓓ  $T = \frac{15}{6}$ .

Hướng dẫn giải:

.....

.....

**3. Thuật toán so sánh lũy thừa****1. Cùng cơ số  $a$ .**

- Nếu cơ số  $a > 1$  thì giá trị lũy thừa cùng chiều với bài toán.
- Nếu cơ số  $0 < a < 1$  thì giá trị lũy thừa ngược chiều với bài toán.

**2. Cùng lũy thừa  $m$ .**

- Nếu giá trị lũy thừa  $m > 0$  thì giá trị cơ số cùng chiều với bài toán.
- Nếu giá trị lũy thừa  $m < 0$  thì giá trị cơ số ngược chiều với bài toán.

**3. Nếu không cùng cơ số, không cùng lũy thừa.**

- Biến đổi về dạng cùng cơ số hoặc cùng lũy thừa.
- Sử dụng máy tính kiểm tra kết quả từng vế và kết luận.
  - Giá trị 2 vế đúng với dấu của bài toán thì **Đúng**.
  - Giá trị 2 vế sai với dấu của bài toán là **Sai**.

**Ví dụ 1:** Cho  $a, b$  là các số thực thỏa mãn  $\left(\frac{4}{5}\right)^a > \left(\frac{5}{6}\right)^a$  và  $b^{\frac{6}{5}} > b^{\frac{5}{4}}$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- Ⓐ  $a > 0$  và  $0 < b < 1$ .    Ⓑ  $a < 0$  và  $0 < b < 1$ .    Ⓒ  $a > 0$  và  $b > 1$ .    Ⓓ  $a < 0$  và  $b > 1$ .

**Hướng dẫn giải:**

.....

.....

.....

.....

**Ví dụ 2:** Khẳng định nào sau đây đúng?

- Ⓐ  $\left(\frac{3}{7}\right)^{\sqrt{3}} > \left(\frac{5}{8}\right)^{\sqrt{3}}$     Ⓑ  $\left(\frac{1}{2}\right)^{-\pi} < \left(\frac{1}{3}\right)^{-\pi}$     Ⓒ  $3^{-\sqrt{2}} < \left(\frac{1}{5}\right)^{\sqrt{2}}$     Ⓓ  $\left(\frac{1}{4}\right)^{-4} < (\sqrt{2})^8$

**Hướng dẫn giải:**

.....

.....

**Ví dụ 3:** Cho  $P = \sqrt{x^2 + \sqrt[3]{x^4 y^2}} + \sqrt{y^2 + \sqrt[3]{x^2 y^4}}$  và  $Q = 2 \cdot \sqrt{\left(\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{y^2}\right)^3}$  với  $x, y$  là các số thực khác 0. Khẳng định nào sau đây đúng?

- Ⓐ  $P = Q$ .    Ⓑ  $P > Q$ .    Ⓒ  $P < Q$ .    Ⓓ  $P = Q^2$ .

**Hướng dẫn giải:**

.....

.....

## C. PHIẾU HỌC TẬP

### PHIẾU HỌC TẬP SỐ 1

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
|   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |

**Câu 1:** Cho  $x, y$  là hai số thực dương và  $m, n$  là hai số thực tùy ý. Đẳng thức nào sau đây là sai ?

- Ⓐ  $x^m \cdot x^n = x^{m+n}$ .      Ⓑ  $(xy)^n = x^n \cdot y^n$ .      Ⓒ  $(x^n)^m = x^{nm}$ .      Ⓓ  $x^m \cdot y^n = (xy)^{m+n}$ .

**Câu 2:** Nếu  $m$  là số nguyên dương, biểu thức nào theo sau đây không bằng với  $(2^4)^m$  ?

- Ⓐ  $4^{2m}$       Ⓑ  $2^m \cdot (2^{3m})$       Ⓒ  $4^m \cdot (2^m)$       Ⓓ  $2^{4m}$

**Câu 3:** Giá trị của biểu thức  $A = 9^{2+3\sqrt{3}} : 27^{2\sqrt{3}}$  là:

- Ⓐ 9.      Ⓑ  $3^{4+5\sqrt{3}}$ .      Ⓒ 81.      Ⓓ  $3^{4+12\sqrt{3}}$ .

**Câu 4:** Giá trị của biểu thức  $A = \frac{(2^{2\sqrt{3}} - 1)(2^{\sqrt{3}} + 2^{2\sqrt{3}} + 2^{3\sqrt{3}})}{2^{4\sqrt{3}} - 2^{\sqrt{3}}}$  là

- Ⓐ 1.      Ⓑ  $2^{\sqrt{3}} + 1$ .      Ⓒ  $2^{\sqrt{3}} - 1$ .      Ⓓ -1.

**Câu 5:** Rút gọn :  $\left(a^{\frac{2}{3}} + 1\right) \left(a^{\frac{4}{9}} + a^{\frac{2}{9}} + 1\right) \left(a^{\frac{2}{9}} - 1\right)$  ta được :

- Ⓐ  $a^{\frac{1}{3}} + 1$ .      Ⓑ  $a^{\frac{4}{3}} + 1$ .      Ⓒ  $a^{\frac{4}{3}} - 1$ .      Ⓓ  $a^{\frac{1}{3}} - 1$ .

**Câu 6:** Rút gọn :  $a^{-2\sqrt{2}} \cdot \left(\frac{1}{a^{-\sqrt{2}-1}}\right)^{\sqrt{2}+1}$  ta được :

- Ⓐ  $a^3$ .      Ⓑ  $a^2$ .      Ⓒ  $a$ .      Ⓓ  $a^4$ .

**Câu 7:** Rút gọn biểu thức  $T = \left(\frac{a+b}{\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b}} - \sqrt[3]{ab}\right) : (\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{b})^2$

- Ⓐ 2.      Ⓑ 1.      Ⓒ 3.      Ⓓ -1.

**Câu 8:** Rút gọn  $A = \frac{a^{\frac{4}{3}} - 8a^{\frac{1}{3}}b}{a^{\frac{2}{3}} + 2\sqrt[3]{ab} + 4b^{\frac{2}{3}}} \cdot \left(1 - 2\sqrt[3]{\frac{b}{a}}\right)^{-1} - a^{\frac{2}{3}}$  được kết quả:

- Ⓐ 1.      Ⓑ  $a+b$ .      Ⓒ 0.      Ⓓ  $2a-b$ .

**Câu 9:** Giả sử với biểu thức  $A$  có nghĩa, giá trị của biểu thức  $A = \left(\frac{a^{\frac{3}{2}} + b^{\frac{3}{2}}}{a-b} - \frac{a-b}{a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}}}\right) \cdot \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{\sqrt{ab}}$  là

- Ⓐ 1.      Ⓑ -1.      Ⓒ 2.      Ⓓ -3.

**Câu 10:** Giả sử với biểu thức  $B$  có nghĩa, Rút gọn biểu thức  $B = \frac{a^{\frac{1}{4}} - a^{\frac{9}{4}}}{a^{\frac{1}{4}} - a^{\frac{5}{4}}} - \frac{b^{-\frac{1}{2}} - b^{\frac{3}{2}}}{b^{\frac{1}{2}} + b^{-\frac{1}{2}}}$  ta được

- Ⓐ 2.      Ⓑ  $a-b$ .      Ⓒ  $a+b$ .      Ⓓ  $a^2 + b^2$ .

**Câu 11:** Cho hai số thực  $a > 0, b > 0, a \neq 1, b \neq 1$ , Rút gọn biểu thức  $B = \frac{a^{\frac{7}{3}} - a^{\frac{1}{3}}}{a^{\frac{4}{3}} + a^{\frac{1}{3}}} - \frac{b^{\frac{5}{3}} - b^{\frac{-1}{3}}}{b^{\frac{2}{3}} + b^{\frac{-1}{3}}}$  ta được:

Ⓐ 2.                      Ⓑ  $a - b$ .                      Ⓒ  $a + b$ .                      Ⓓ  $a^2 + b^2$ .

**Câu 12:** Cho biểu thức  $T = \frac{1}{5^{-x-1}} + 3 \cdot \sqrt{5^{2x}} - 25^{\frac{x-1}{2}}$ . Khi  $2^x = \sqrt{7}$  thì giá trị của biểu thức  $T$  là

- Ⓐ  $\frac{9\sqrt{7}}{2}$ .                      Ⓑ  $\frac{5\sqrt{7}}{2}$ .                      Ⓒ  $\frac{9}{2}$ .                      Ⓓ  $3\sqrt{7}$ .

**Câu 13:** Rút gọn biểu thức  $P = (\sqrt{x} - \sqrt[4]{x} + 1)(\sqrt{x} + \sqrt[4]{x} + 1)(x - \sqrt{x} + 1)$  ta được

- Ⓐ  $x^2 + 1$ .                      Ⓑ  $x^2 + x + 1$ .                      Ⓒ  $x^2 - x + 1$ .                      Ⓓ  $x^2 - 1$ .

**Câu 14:** Rút gọn biểu thức  $M = \left( \frac{a^{\frac{1}{2}} + 2}{a + 2a^{\frac{1}{2}} + 1} - \frac{a^{\frac{1}{2}} - 2}{a - 1} \right) \cdot \frac{a^{\frac{1}{2}} + 1}{a^{\frac{1}{2}}}$  (với điều kiện  $M$  có nghĩa) ta được

- Ⓐ  $3\sqrt{a}$ .                      Ⓑ  $\frac{a-1}{2}$ .                      Ⓒ  $\frac{2}{a-1}$ .                      Ⓓ  $3(\sqrt{a} - 1)$ .

**Câu 15:** Rút gọn biểu thức  $x^{\pi} \sqrt[4]{x^2} : x^{4\pi}$  ( $x > 0$ ), ta được:

- Ⓐ  $\sqrt[4]{x}$ .                      Ⓑ  $\sqrt[3]{x}$ .                      Ⓒ  $\sqrt{x}$ .                      Ⓓ  $x^{\frac{\pi}{2}}$ .

**Câu 16:** Với giá trị thực nào của  $a$  thì  $\sqrt{a} \cdot \sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[4]{a} = \sqrt[24]{2^5} \cdot \frac{1}{\sqrt{2^{-1}}}$

- Ⓐ  $a = 0$ .                      Ⓑ  $a = 1$ .                      Ⓒ  $a = 2$ .                      Ⓓ  $a = 3$ .

**Câu 17:** Biểu thức  $\sqrt{x} \sqrt{x} \sqrt{x} \sqrt{x} \sqrt{x}$  ( $x > 0$ ) được viết dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ là

- Ⓐ  $x^{\frac{31}{32}}$ .                      Ⓑ  $x^{\frac{15}{8}}$ .                      Ⓒ  $x^{\frac{7}{8}}$ .                      Ⓓ  $x^{\frac{15}{16}}$ .

**Câu 18:** Rút gọn biểu thức:  $A = \sqrt{x} \sqrt{x} \sqrt{x} \sqrt{x} : x^{\frac{11}{16}}, (x > 0)$  ta được:

- Ⓐ  $\sqrt[8]{x}$ .                      Ⓑ  $\sqrt[6]{x}$ .                      Ⓒ  $\sqrt[4]{x}$ .                      Ⓓ  $\sqrt{x}$ .

**Câu 19:** Cho  $f(x) = \frac{\sqrt{x} \sqrt[3]{x^2}}{\sqrt[6]{x}}$ . Khi đó  $f\left(\frac{13}{10}\right)$  bằng

- Ⓐ 1.                      Ⓑ  $\frac{11}{10}$ .                      Ⓒ  $\frac{13}{10}$ .                      Ⓓ 4.

**Câu 20:** Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- Ⓐ  $(\sqrt{3} - \sqrt{2})^4 < (\sqrt{3} - \sqrt{2})^5$ .                      Ⓑ  $(\sqrt{11} - \sqrt{2})^6 > (\sqrt{11} - \sqrt{2})^7$ .  
Ⓒ  $(2 - \sqrt{2})^3 < (2 - \sqrt{2})^4$ .                      Ⓓ  $(4 - \sqrt{2})^3 < (4 - \sqrt{2})^4$ .

**Câu 21:** Cho  $a > 1$ . Mệnh đề nào sau đây là đúng ?

- Ⓐ  $a^{-\sqrt{3}} > \frac{1}{a^{\sqrt{5}}}$ .      Ⓑ  $a^{\frac{1}{3}} > \sqrt{a}$ .      Ⓒ  $\frac{1}{a^{2016}} < \frac{1}{a^{2017}}$ .      Ⓓ  $\frac{\sqrt[3]{a^2}}{a} > 1$ .

**Câu 22:** Cho  $a, b > 0$  thỏa mãn  $a^{\frac{1}{2}} > a^{\frac{1}{3}}$ ,  $b^{\frac{2}{3}} > b^{\frac{3}{4}}$ . Khi đó:

- Ⓐ  $a > 1, b > 1$ .      Ⓑ  $a > 1, 0 < b < 1$ .      Ⓒ  $0 < a < 1, b > 1$ .      Ⓓ  $0 < a < 1, 0 < b < 1$ .

**Câu 23:** Biết  $(a-1)^{-2\sqrt{3}} > (a-1)^{-3\sqrt{2}}$ . Khi đó ta có thể kết luận về  $a$  là

- Ⓐ  $a > 2$ .      Ⓑ  $a > 1$ .      Ⓒ  $1 < a < 2$ .      Ⓓ  $0 < a < 1$ .

**Câu 24:** Cho 2 số thực  $a, b$  thỏa mãn  $a > 0, a \neq 1, b > 0, b \neq 1$ . Chọn đáp án đúng.

- Ⓐ  $a^m > a^n \Leftrightarrow m > n$ .      Ⓑ  $a^m < a^n \Leftrightarrow m < n$ .      Ⓒ  $\begin{cases} a < b \\ n > 0 \end{cases} \Rightarrow a^n < b^n$ .      Ⓓ  $\begin{cases} a < b \\ n < 0 \end{cases} \Rightarrow a^n < b^n$ .

**Câu 25:** Biết  $2^{-x} + 2^x = m$  với  $m \geq 2$ . Tính giá trị của  $M = 4^x + 4^{-x}$ :

- Ⓐ  $M = m + 2$ .      Ⓑ  $M = m - 2$ .      Ⓒ  $M = m^2 - 2$ .      Ⓓ  $M = m^2 + 2$ .

-----HẾT-----



## BÀI 2: HÀM SỐ LŨY THỪA

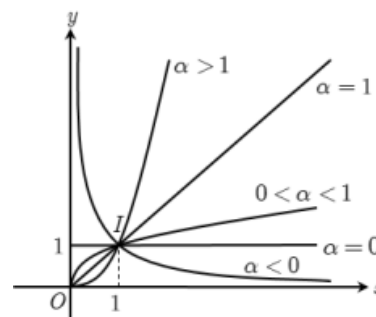
### A. LÝ THUYẾT CƠ BẢN CẦN NHỚ

#### 1. Các khái niệm

- Hàm số  $y = x^\alpha$  với  $\alpha \in \mathbb{R}$  được gọi là hàm số lũy thừa
- Tập xác định của hàm số  $y = x^\alpha$ 
  - $\alpha$  nguyên dương thì  $D = \mathbb{R}$
  - $\alpha$  nguyên âm thì  $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$
  - $\alpha$  không nguyên  $D = (0; +\infty)$
- ❖ Mở rộng cho hàm số  $y = f(x)^\alpha$ 
  - $\alpha$  **nguyên dương** thì điều kiện  $f(x)$  xác định  $D = \mathbb{R}$
  - $\alpha$  **nguyên âm** thì điều kiện  $f(x) \neq 0$  suy ra tập xác định.
  - $\alpha$  **không nguyên** thì điều kiện  $f(x) > 0$  suy ra tập xác định.
- Công thức đạo hàm
  - $(x^\alpha)' = \alpha \cdot x^{\alpha-1}$
  - $(u^\alpha)' = u' \cdot \alpha \cdot u^{\alpha-1}$  với  $u = u(x)$  là hàm hợp theo biến  $x$ .

#### 2. Đồ thị và tính chất

- Đồ thị hàm số  $y = x^\alpha$  luôn đi qua điểm cố định  $I(1;1)$ .
- Với  $\alpha > 0$  hàm số đồng biến (đồ thị hàm số “đi lên”).
  - Đồ thị hàm số  $y = x^\alpha$ , ( $\alpha > 0$ ) không có tiệm cận.
- Với  $\alpha < 0$  hàm số nghịch biến (đồ thị hàm số “đi xuống”).
  - Đồ thị hàm số  $y = x^\alpha$ , ( $\alpha < 0$ ) nhận trục  $Ox$  làm tiệm cận ngang và trục  $Oy$  làm tiệm cận đứng.



## B. THUẬT TOÁN CỦA MỘT SỐ DẠNG TOÁN THƯỜNG GẶP

### 1. Thuật toán tìm tập xác định của hàm số lũy thừa

1. Đối với hàm số  $y = x^\alpha$

- Xác định giá trị  $\alpha$  là số nguyên dương, nguyên âm hay không nguyên
- Theo lý thuyết kết luận tập xác định.

2. Đối với hàm số  $y = f(x)^\alpha$ .

- Xác định giá trị  $\alpha$  là số nguyên dương, nguyên âm hay không nguyên
- Giải điều kiện của  $f(x)$  theo  $\alpha$  đã xác định.
- Kết luận tập xác định.

Ví dụ 1: Tập xác định của hàm số  $y = x^{\frac{1}{3}}$  là

- Ⓐ  $D = \mathbb{R}$ .      Ⓑ  $D = (0; +\infty)$ .      Ⓒ  $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$ .      Ⓓ  $D = [0; +\infty)$ .

Hướng dẫn giải:

|  |  |
|--|--|
|  |  |
|  |  |

Ví dụ 2: Tập xác định  $D$  của hàm số  $y = (3x - 5)^{\frac{\pi}{3}}$  là

- Ⓐ  $(2; +\infty)$ .      Ⓑ  $\left(\frac{5}{3}; +\infty\right)$ .      Ⓒ  $\left[\frac{5}{3}; +\infty\right)$ .      Ⓓ  $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{5}{3}\right\}$ .

Hướng dẫn giải:

|  |  |
|--|--|
|  |  |
|  |  |

Ví dụ 3: Tập xác định  $D$  của hàm số  $y = (x^2 - 3x - 4)^{-3}$  là

- Ⓐ  $D = \mathbb{R} \setminus \{-1, 4\}$ .      Ⓑ  $D = (-\infty; -1) \cup (4; +\infty)$ .  
 Ⓒ  $D = [-1; 4]$ .      Ⓓ  $D = (-1; 4)$ .

Hướng dẫn giải:

|  |  |
|--|--|
|  |  |
|  |  |

**2. Thuật toán tìm đạo hàm của hàm số lũy thừa****1. Áp dụng các công thức trực tiếp**

1.  $(x^\alpha)' = \alpha \cdot x^{\alpha-1}.$

2.  $(u^\alpha)' = u' \cdot \alpha \cdot u^{\alpha-1}.$

3.  $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}.$

4.  $(\sqrt[3]{x^2})' = \frac{2}{3\sqrt[3]{x}}.$

**2. Sử dụng máy tính**

➤ Công thức:  $\left. \frac{d}{dx}(y = f(x)) \right|_{x=x_0}$  CALC: một số (như 3;5;7;...-3;-5)

○ Kết quả ra = 1 là **Đúng**.

○ Kết quả ra  $\neq 1$  hoặc báo lỗi (không ra) là **Sai**.

**3. Đạo hàm tại điểm  $x = x_0$** 

➤ Tính tay.

○ Tính đạo hàm  $y'$ .

○ Thay  $x = x_0$  vào  $y'$  ta ra được kết quả.

➤ Sử dụng máy tính:

○ công thức  $\left. \frac{d}{dx}(y) \right|_{x=x_0}$  (= ra được kết quả)

**Ví dụ 1:** Hàm số  $y = \sqrt[3]{(x^2+1)^2}$  có đạo hàm là:

Ⓐ  $y' = \frac{4x}{3\sqrt[3]{x^2+1}}.$

Ⓑ  $y' = \frac{4x}{3\sqrt[3]{(x^2+1)^2}}.$

Ⓒ  $y' = 2x\sqrt[3]{x^2+1}.$

Ⓓ  $y' = 4x\sqrt[3]{(x^2+1)^2}.$

**Hướng dẫn giải:**

|       |       |
|-------|-------|
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |

**Ví dụ 2:** Đạo hàm của hàm số  $y = \frac{1}{\sqrt[3]{(1+x-x^2)^{-5}}}$  tại điểm  $x=1$  bằng

Ⓐ  $y'(1) = -\frac{5}{3}$

Ⓑ  $y'(1) = \frac{5}{3}$

Ⓒ  $y'(1) = 1$

Ⓓ  $y'(1) = -1$

**Hướng dẫn giải:**

|       |       |
|-------|-------|
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |

**Ví dụ 3:** Đạo hàm của hàm số  $y = \sqrt[7]{\cos x}$  là

Ⓐ  $\frac{-\sin x}{7\sqrt[7]{\sin^8 x}}$

Ⓑ  $\frac{\sin x}{7\sqrt[7]{\sin^6 x}}$

Ⓒ  $\frac{1}{7\sqrt[7]{\sin^6 x}}$

Ⓓ  $\frac{-\sin x}{7\sqrt[7]{\sin^6 x}}$

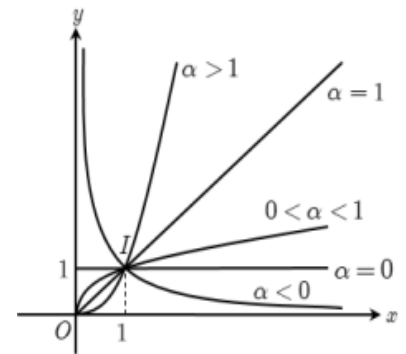
**Hướng dẫn giải:**

|       |       |
|-------|-------|
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |

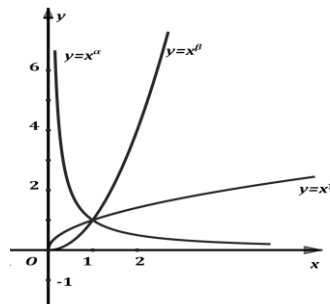
### 3. Thuật toán nhận dạng đồ thị hàm số lũy thừa

**Xét lũy thừa  $\alpha$**

- $\alpha > 0$  đồ thị hàm số “đi lên”
  - Đi lên càng nhanh  $\alpha$  càng lớn (đi lên nhanh hơn thì  $\alpha$  lớn hơn)
- $\alpha < 0$  đồ thị hàm số “đi xuống”
- $\alpha = 0$  đồ thị hàm số là đường thẳng  $x = 1$  (song song với trục  $Ox$ )
- $\alpha = 1$  đồ thị hàm số  $y = x$  là đường phân giác (đường thẳng “xéo” ở giữa)
  - Có thể kẻ đường thẳng “xéo”. Nếu  $\alpha > 1$  (nằm trên) hoặc  $0 < \alpha < 1$  (nằm dưới)



**Ví dụ 1:** Cho các hàm số lũy thừa  $y = x^\alpha, y = x^\beta, y = x^\gamma$  có đồ thị như hình vẽ.



Khẳng định nào sau đây đúng?

Ⓐ  $\alpha > \beta > \gamma$ .

Ⓑ  $\beta > \alpha > \gamma$ .

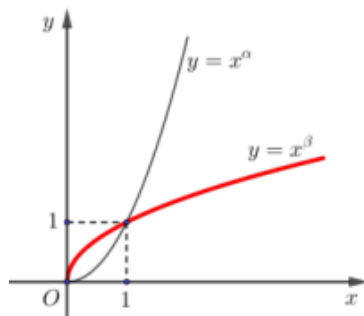
Ⓒ  $\beta > \gamma > \alpha$ .

Ⓓ  $\gamma > \beta > \alpha$ .

**Hướng dẫn giải:**

|       |       |
|-------|-------|
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |

**Ví dụ 2:** Cho các số thực  $\alpha, \beta$ . Đồ thị các hàm số  $y = x^\alpha, y = x^\beta$  trên khoảng  $(0; +\infty)$  như hình vẽ bên.



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

Ⓐ  $0 < \beta < \alpha < 1$ .

Ⓑ  $0 < \beta < 1 < \alpha$ .

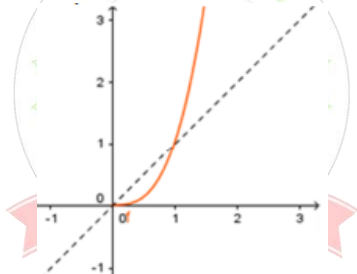
Ⓒ  $0 < \alpha < \beta < 1$ .

Ⓓ  $0 < \alpha < 1 < \beta$ .

Hướng dẫn giải:

|       |       |
|-------|-------|
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |

**Ví dụ 3:** Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào?



Ⓐ  $y = x^{\frac{1}{3}}$ .

Ⓑ  $y = x^{-3}$ .

Ⓒ  $y = x^{\frac{\pi}{2}}$ .

Ⓓ  $y = x^{\frac{e}{3}}$ .

Hướng dẫn giải:

|       |       |
|-------|-------|
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |

## C. PHIẾU HỌC TẬP

### PHIẾU HỌC TẬP SỐ 1

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
|   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |

**Câu 1:** Hàm số  $y = (4x^2 - 1)^{-4}$  có tập xác định là

- Ⓐ  $\mathbb{R}$ .                      Ⓑ  $(0; +\infty)$ .                      Ⓒ  $\mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right\}$ .                      Ⓓ  $\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$ .

**Câu 2:** Hàm số  $y = x^\pi + (x^2 - 1)^e$  có tập xác định là

- Ⓐ  $\mathbb{R}$ .                      Ⓑ  $(1; +\infty)$ .                      Ⓒ  $(-1; 1)$                       Ⓓ  $\mathbb{R} \setminus \{1; -1\}$ .

**Câu 3:** Tập xác định  $D$  của hàm số  $y = (x^3 - 3x^2 + 2x)^{\frac{1}{4}}$

- Ⓐ  $(0; 1) \cup (2; +\infty)$ .                      Ⓑ  $\mathbb{R} \setminus \{0, 1, 2\}$ .                      Ⓒ  $(-\infty; 0) \cup (1; 2)$ .                      Ⓓ  $(-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$ .

**Câu 4:** Gọi  $D$  là tập xác định của hàm số  $y = (6 - x - x^2)^{-\frac{1}{3}}$ . Chọn đáp án đúng:

- Ⓐ  $\{3\} \in D$ .                      Ⓑ  $\{-3\} \in D$ .                      Ⓒ  $(-3; 2) \subset D$ .                      Ⓓ  $D \subset (-2; 3)$ .

**Câu 5:** Hàm số nào sau đây có tập xác định là  $\mathbb{R}$  ?

- Ⓐ  $y = (x^2 + 4)^{\frac{1}{10}}$ .                      Ⓑ  $y = (x + 4)^{\frac{1}{2}}$ .                      Ⓒ  $y = \left(\frac{x+2}{x}\right)^3$ .                      Ⓓ  $y = (x^2 + 2x - 3)^{-2}$ .

**Câu 6:** Tập xác định  $D$  của hàm số  $y = (2x^2 - x - 6)^{-5}$  là:

- Ⓐ  $D = \mathbb{R}$ .                      Ⓑ  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{2; -\frac{3}{2}\right\}$ .  
 Ⓒ  $D = \left(-\frac{3}{2}; 2\right)$ .                      Ⓓ  $D = \left(-\infty; -\frac{3}{2}\right) \cup (2; +\infty)$ .

**Câu 7:** Cho hàm số  $y = (3x^2 - 2)^{-2}$ , tập xác định  $D$  của hàm số là

- Ⓐ  $D = \left(-\infty; -\frac{2}{3}\right] \cup \left[\sqrt{\frac{2}{3}}; +\infty\right)$ .                      Ⓑ  $D = \left(-\infty; -\sqrt{\frac{2}{3}}\right] \cup \left[\sqrt{\frac{2}{3}}; +\infty\right)$ .  
 Ⓒ  $D = \left[-\sqrt{\frac{2}{3}}; \sqrt{\frac{2}{3}}\right]$ .                      Ⓓ  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\pm\sqrt{\frac{2}{3}}\right\}$ .

**Câu 8:** Tập xác định của hàm số  $y = (2 - x)^{\sqrt{3}}$  là

- Ⓐ  $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$ .                      Ⓑ  $D = (2; +\infty)$ .                      Ⓒ  $D = (-\infty; 2)$ .                      Ⓓ  $D = (-\infty; 2]$ .

**Câu 9:** Trong các hàm số sau đây, hàm số nào đồng biến trên các khoảng xác định?

- Ⓐ  $y = x^{-4}$ .                      Ⓑ  $y = x^{\frac{3}{4}}$ .                      Ⓒ  $y = x^4$ .                      Ⓓ  $y = \sqrt[3]{x}$

**Câu 10:** Hàm số  $y = (4 - x^2)^{\frac{3}{5}}$  có tập xác định là

- Ⓐ  $[-2; 2]$ . Ⓑ  $(-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$ . Ⓒ  $\mathbb{R}$ . Ⓓ  $\mathbb{R} \setminus \{-2; 2\}$ .

**Câu 11:** Hàm số nào sau đây đồng biến trên  $\mathbb{R}$

- Ⓐ  $y = x^{\frac{1}{7}}$ . Ⓑ  $y = x^2$ . Ⓒ  $y = \sqrt[5]{x}$ . Ⓓ  $y = x^{\frac{3}{2}}$

**Câu 12:** Đạo hàm của hàm số  $y = \sqrt[5]{x^3 + 8}$  là

- Ⓐ  $y' = \frac{3x^2}{5\sqrt[5]{(x^3 + 8)^6}}$ . Ⓑ  $y' = \frac{3x^3}{2\sqrt[5]{x^3 + 8}}$ . Ⓒ  $y' = \frac{3x^2}{5\sqrt[5]{x^3 + 8}}$ . Ⓓ  $y' = \frac{3x^2}{5\sqrt[5]{(x^3 + 8)^4}}$ .

**Câu 13:** Đạo hàm của hàm số  $y = \sqrt[3]{x^2 \cdot \sqrt{x^3}}$  là

- Ⓐ  $y' = \sqrt[9]{x}$ . Ⓑ  $y' = \frac{7}{6}\sqrt[6]{x}$ . Ⓒ  $y' = \frac{4}{3}\sqrt[3]{x}$ . Ⓓ  $y' = \frac{6}{7\sqrt[7]{x}}$ .

**Câu 14:** Đạo hàm của hàm số  $y = \frac{1}{x \cdot \sqrt[4]{x}}$  là

- Ⓐ  $y' = -\frac{5}{4\sqrt[4]{x^9}}$ . Ⓑ  $y' = \frac{1}{x^2 \cdot \sqrt[4]{x}}$ . Ⓒ  $y' = \frac{5}{4}\sqrt[4]{x}$ . Ⓓ  $y' = -\frac{1}{4\sqrt[4]{x^5}}$ .

**Câu 15:** Đạo hàm của hàm số  $y = \sqrt[5]{2x^3 - 5x + 2}$  là

- Ⓐ  $y' = \frac{6x^2 - 5}{5\sqrt[5]{(2x^3 - 5x + 2)^4}}$ . Ⓑ  $y' = \frac{6x^2}{5\sqrt[5]{2x^3 - 5x + 2}}$ .  
Ⓒ  $y' = \frac{6x^2 - 5}{5\sqrt[5]{2x^3 - 5x + 2}}$ . Ⓓ  $y' = \frac{6x^2 - 5}{2\sqrt[5]{2x^3 - 5x + 2}}$ .

**Câu 16:** Hàm số  $y = \sqrt[3]{a + bx^3}$  có đạo hàm là

- Ⓐ  $y' = \frac{bx}{3\sqrt[3]{a + bx^3}}$ . Ⓑ  $y' = \frac{bx^2}{\sqrt[3]{(a + bx^3)^2}}$ . Ⓒ  $y' = 3bx^2\sqrt[3]{a + bx^3}$ . Ⓓ  $y' = \frac{3bx^2}{2\sqrt[3]{a + bx^3}}$ .

**Câu 17:** Cho  $f(x) = \sqrt[3]{\frac{x-2}{x+1}}$ . Giá trị  $f'(0)$  bằng

- Ⓐ 1. Ⓑ  $\frac{1}{\sqrt[3]{4}}$ . Ⓒ  $\sqrt[3]{2}$ . Ⓓ 4.

**Câu 18:** Cho hàm số  $f(x) = \sqrt[5]{\frac{x-1}{x+1}}$ . Giá trị  $f'(0)$  là

- Ⓐ  $f'(0) = \frac{1}{5}$ . Ⓑ  $f'(0) = -\frac{1}{5}$ . Ⓒ  $f'(0) = \frac{2}{5}$ . Ⓓ  $f'(0) = -\frac{2}{5}$ .

**Câu 19:** Cho  $f(x) = x^2 \sqrt[3]{x^2}$ . Giá trị  $f'(1)$  bằng

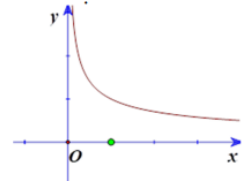
- Ⓐ  $\frac{3}{8}$ . Ⓑ  $\frac{8}{3}$ . Ⓒ 2. Ⓓ 4.

**Câu 20:** Cho  $f(x) = \sqrt[3]{\frac{x-2}{x+1}}$ . Giá trị  $f'(0)$  bằng

- Ⓐ 1.                      Ⓑ  $\frac{1}{\sqrt[3]{4}}$ .                      Ⓒ  $\sqrt[3]{2}$ .                      Ⓓ 4.

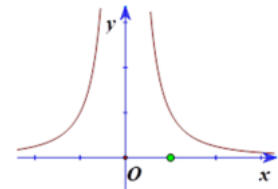
**Câu 21:** Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào?

- Ⓐ  $y = x^{\frac{1}{3}}$ .                      Ⓑ  $y = x^{-\frac{1}{3}}$ .  
Ⓒ  $y = x^2$ .                      Ⓓ  $y = x^3$



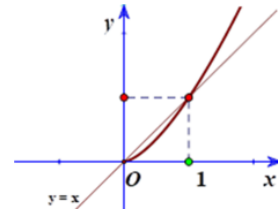
**Câu 22:** Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào?

- Ⓐ  $y = x^{\frac{1}{2}}$ .                      Ⓑ  $y = x^{-\frac{1}{2}}$ .  
Ⓒ  $y = x^2$ .                      Ⓓ  $y = x^{-2}$ .



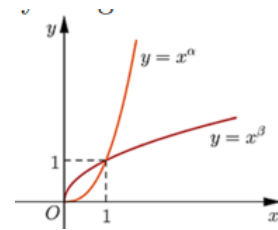
**Câu 23:** Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào?

- Ⓐ  $y = x^{\frac{1}{2}}$ .                      Ⓑ  $y = x^{-\frac{1}{2}}$ .  
Ⓒ  $y = x^{\frac{1}{3}}$ .                      Ⓓ  $y = x^{\frac{3}{2}}$ .



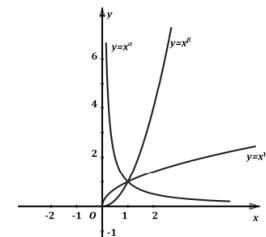
**Câu 24:** Cho  $\alpha, \beta$  là các số thực. Đồ thị các hàm số  $y = x^\alpha; y = x^\beta$  trên khoảng  $(0; +\infty)$  được cho bằng hình vẽ. Khẳng định nào sau đây đúng?

- Ⓐ  $0 < \beta < 1 < \alpha$ .                      Ⓑ  $\beta < 0 < 1 < \alpha$ .  
Ⓒ  $0 < \alpha < 1 < \beta$ .                      Ⓓ  $\alpha < 0 < 1 < \beta$ .



**Câu 25:** Cho các hàm số lũy thừa  $y = x^\alpha; y = x^\beta; y = x^\gamma$  có đồ thị như hình bên. Khẳng định nào sau đây đúng?

- Ⓐ  $\alpha > \beta > \gamma$ .                      Ⓑ  $\beta > \alpha > \gamma$ .  
Ⓒ  $\beta > \gamma > \alpha$ .                      Ⓓ  $\gamma > \beta > \alpha$ .



-----HẾT-----

**BÀI 3: LOGARIT****A. LÝ THUYẾT CƠ BẢN CẦN NHỚ****1. Các khái niệm**

➤ Cho hai số thực dương  $a, b$  với  $a \neq 1$ . Số  $\alpha$  thỏa mãn  $a^\alpha = b$  được gọi là logarit cơ số  $a$  của  $b$  và kí hiệu  $\log_a b$ .

$$\circ \log_a b = \alpha \Leftrightarrow a^\alpha = b.$$

➤ Một số công thức

$$\circ \log_a 1 = 0$$

$$\circ \log_a a = 1$$

$$\circ \log_a a^b = b$$

$$\circ a^{\log_a b} = b$$

**2. Công thức biến đổi thường gặp.**

Với  $a, b, c > 0$  và  $a \neq 1$  ta có

➤ Logarit tích thương.

$$\circ \log_a (b \cdot c) = \log_a b + \log_a c.$$

$$\circ \log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c.$$

➤ Đổi cơ số.

$$\circ \log_a b = \frac{1}{\log_b a} \text{ (với } b \neq 1).$$

$$\circ \log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a} \text{ (với } c \neq 1)$$

➤ Logarit lũy thừa

$$\circ \log_{a^\alpha} b = \frac{1}{\alpha} \log_a b.$$

$$\circ \log_a b^\beta = \beta \log_a b.$$

➤ Đặc biệt

$$\circ \log_a \frac{1}{b} = -\log_a b.$$

$$\circ \log_a \sqrt[n]{b} = \frac{1}{n} \log_a b.$$

**3. Logarit tự nhiên và logarit thập phân**

➤ Logarit tự nhiên (còn gọi là logarit Nepe) là logarit cơ số  $e$ , viết như sau:  $\log_e b = \ln b$

➤ Logarit thập phân là logarit cơ số 10, viết như sau:  $\log_{10} b = \log b = \lg b$

**4. So sánh hai logarit cùng cơ số**

Cho  $a, b, c > 0$ ;  $a \neq 1$ . Ta có

➤ Nếu  $a > 1$  thì  $\log_a b > \log_a c \Leftrightarrow b > c$  (khi cơ số  $> 1 \Rightarrow$  cùng chiều)

➤ Nếu  $0 < a < 1$  thì  $\log_a b > \log_a c \Leftrightarrow b < c$  (khi cơ số  $> 0$  và  $< 1 \Rightarrow$  đổi chiều)

➤ Nếu  $\log_a b = \log_a c \Leftrightarrow b = c$ .

## B. THUẬT TOÁN CỦA MỘT SỐ DẠNG TOÁN THƯỜNG GẶP

### 1. Thuật toán tính giá trị, rút biểu thức logarit.

#### 1. Tính giá trị biểu thức

- Áp dụng các công thức ở phần A 2.3.4. biến đổi, tính giá trị.
- Nhập vào máy tính.
  - Không có ẩn số, ta nhập như đề bài.
  - Có ẩn số ta thay ẩn bằng một số cụ thể  $(3; 5; \dots)$  rồi nhập vào máy tính.

#### 2. Rút gọn biểu thức

- Áp dụng các công thức ở phần A 2.3.4.
- Biến đổi, rút gọn, kết luận yêu cầu bài toán.

#### 3. Kiểm tra đáp án.

- Thay ẩn của đề bài bằng một số cụ thể  $(3; 5; \dots)$ . Ghi lại kết quả.
- Thay ẩn ở đáp án đúng bằng số đã thay vào đề bài.
  - Nếu kết quả đáp án ra **bằng** đề bài thì đáp án đó **Đúng**.
  - Nếu kết quả đáp án ra **khác** đề bài thì đáp án đó **Sai**.

Ví dụ 1: [MÃ ĐỀ 101 BGD-2021] Cho  $a > 0$  và  $a \neq 1$ , khi đó  $\log_a \sqrt[4]{a}$  bằng

- Ⓐ 4.                      Ⓑ  $\frac{1}{4}$ .                      Ⓒ  $-\frac{1}{4}$ .                      Ⓓ -4.

Hướng dẫn giải:

Ví dụ 2: [MÃ ĐỀ 101 BGD-L2-2020] Với  $a, b$  là các số thực dương tùy ý thỏa mãn  $\log_2 a - 2\log_4 b = 3$ , mệnh đề nào dưới đây đúng?

- Ⓐ  $a = 8b^2$ .                      Ⓑ  $a = 8b$ .                      Ⓒ  $a = 6b$ .                      Ⓓ  $a = 8b^4$ .

Hướng dẫn giải:

Ví dụ 3: [MÃ ĐỀ 101 BGD-2019] Cho  $a$  và  $b$  là hai số thực dương thỏa mãn  $a^4 b = 16$ . Giá trị của  $4\log_2 a + \log_2 b$  bằng

- Ⓐ 4.                      Ⓑ 2.                      Ⓒ 16.                      Ⓓ 8.

Hướng dẫn giải:

**2. Thuật toán so sánh lũy hai logarit.****1. Cùng cơ số  $a$ .**

- Nếu cơ số  $a > 1$  thì giá logarit cùng chiều với bài toán.
- Nếu cơ số  $0 < a < 1$  thì giá trị logarit ngược chiều với bài toán.

**2. Nếu không cùng cơ số, không cùng lũy thừa**

- Biến đổi về dạng cùng cơ số hoặc cùng lũy thừa
- Sử dụng máy tính kiểm tra kết quả từng vế và kết luận.
  - Giá trị 2 vế đúng với dấu của bài toán thì **Đúng**.
  - Giá trị 2 vế sai với dấu của bài toán là **Sai**.

**Ví dụ 1:** Cho 3 số thực  $a, b, c$  thỏa mãn  $a > 0, a \neq 1, b > 0, c > 0$ . Chọn đáp án đúng.

- (A)  $\log_a b > \log_a c \Leftrightarrow b > c$       (B)  $\log_a b < \log_a c \Leftrightarrow b < c$   
 (C)  $\log_a b = \log_a c \Leftrightarrow b = c$       (D)  $\log_a b < \log_a c \Leftrightarrow b \leq c$ .

**Hướng dẫn giải:**

**Ví dụ 2:** [MINH HỌA BGD-L1-2017] Cho hai số thực  $a$  và  $b$ , với  $1 < a < b$ . Khẳng định nào dưới đây là khẳng định đúng?

- (A)  $\log_a b < 1 < \log_b a$ .    (B)  $1 < \log_a b < \log_b a$ .    (C)  $\log_b a < \log_a b < 1$ .    (D)  $\log_b a < 1 < \log_a b$ .

**Hướng dẫn giải:**

**Ví dụ 3:** Cho các số thực  $a, b$  thỏa mãn  $a > b > 1$ . Khẳng định nào sau đây **sai**?

- (A)  $\log_a b > \log_b a$ .    (B)  $\ln a > \ln b$ .    (C)  $\log_{\frac{1}{3}}(ab) < 0$ .    (D)  $\log a < \log b$ .

**Hướng dẫn giải:**

**3. Thuật toán phân logarit theo các logarit đã biết.****1. Biến đổi tay.**

- Sử dụng các công thức ở phần A 2.3.4.
- Chú ý đến công thức đổi cơ số.

2. Sử dụng máy tính.

- Gán (tìm) các giá trị của đề bài vào máy tính.
- Thay vào biểu thức cần biểu diễn ở đề bài nếu có ẩn (không có ẩn số thì ta tính trực tiếp bằng cách nhập vào máy tính). Ghi lại kết quả
- Thay vào các đáp án.
  - Nếu giá trị thu được **bằng** đề bài là đáp án **Đúng**.
  - Nếu giá trị thu được **khác** đề bài là đáp án **Sai**.

Ví dụ 1: [MINH HỌA BGD-2019] Đặt  $a = \log_3 2$ , khi đó  $\log_{16} 27$  bằng

- Ⓐ  $\frac{3a}{4}$ .      Ⓑ  $\frac{3}{4a}$ .      Ⓒ  $\frac{4}{3a}$ .      Ⓓ  $\frac{4a}{3}$ .

Hướng dẫn giải:

|                                  |                                  |
|----------------------------------|----------------------------------|
| .....<br>.....<br>.....<br>..... | .....<br>.....<br>.....<br>..... |
|----------------------------------|----------------------------------|

Ví dụ 2: [MINH HỌA BGD-L1-2017] Đặt  $a = \log_2 3, b = \log_5 3$ . Biểu diễn  $\log_6 45$  theo  $a$  và  $b$ .

- Ⓐ  $\log_6 45 = \frac{a+2ab}{ab}$ .      Ⓑ  $\log_6 45 = \frac{2a^2-2ab}{ab}$ .      Ⓒ  $\log_6 45 = \frac{a+2ab}{ab+b}$ .      Ⓓ  $\log_6 45 = \frac{2a^2-2ab}{ab+b}$ .

Hướng dẫn giải:

|                                  |                                  |
|----------------------------------|----------------------------------|
| .....<br>.....<br>.....<br>..... | .....<br>.....<br>.....<br>..... |
|----------------------------------|----------------------------------|

Ví dụ 3: Cho  $\log_{27} 5 = a, \log_8 7 = b, \log_2 3 = c$ . Tính  $\log_{12} 35$  bằng:

- Ⓐ  $\frac{3b+3ac}{c+2}$ .      Ⓑ  $\frac{3b+2ac}{c+2}$ .      Ⓒ  $\frac{3b+2ac}{c+3}$ .      Ⓓ  $\frac{3b+3ac}{c+1}$ .

Hướng dẫn giải:

|                                                    |                                                    |
|----------------------------------------------------|----------------------------------------------------|
| .....<br>.....<br>.....<br>.....<br>.....<br>..... | .....<br>.....<br>.....<br>.....<br>.....<br>..... |
|----------------------------------------------------|----------------------------------------------------|

**4. Thuật toán dạng toán biến đổi logarit tổng hợp**

1. Nếu điều kiện một phương trình 2 ẩn (biến) số, (2 ẩn số và 1 dấu =)
  - Biến đổi để tìm giá trị ẩn này theo ẩn kia
    - Biến đổi tay: ta biểu diễn một ẩn theo ẩn còn lại.
    - Máy tính: thay một ẩn bằng số cụ thể *shift solve* tìm ẩn còn lại.
  - Thay vào đề bài và tiếp tục làm như các dạng đã biết.
2. Nếu điều kiện hai phương trình 2 ẩn (biến) số, (2 ẩn số và 2 dấu =), dạng hệ hai phương trình hai ẩn.
  - Biến đổi tìm kết quả cả hai ẩn.
    - Biến đổi tay: Ta tìm ra giá trị của cả hai ẩn từ việc giải hệ phương trình.
    - Máy tính: Do số lượng ẩn bằng với số dấu =, nên ta biểu diễn ẩn này theo ẩn kia như 1. Sau đó thay vào phương trình còn lại *shift sole* lần lượt tìm cả hai ẩn.
  - Thay vào đề bài và tiếp tục làm như dạng đã biết.
3. Tương tự cho bài toán nhiều ẩn số.
  - Ta có thể sử dụng máy tính bằng cách:
    - Chọn số cụ thể cho ẩn, (số lượng ẩn chọn = số ẩn – số dấu bằng).
    - Tìm các ẩn số còn lại theo ẩn đã chọn.
    - Thay vào đề (đáp án) theo yêu cầu bài toán.

**Ví dụ 1: [MÃ ĐỀ 104 BGD-2017]** Với mọi  $a, b, x$  là các số thực dương thỏa mãn  $\log_2 x = 5\log_2 a + 3\log_2 b$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- Ⓐ  $x = 3a + 5b$ .      Ⓑ  $x = 5a + 3b$ .      Ⓒ  $x = a^5 + b^3$ .      Ⓓ  $x = a^5 b^3$ .

**Hướng dẫn giải:**

|       |       |
|-------|-------|
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |

**Ví dụ 2: [MINH HỌA BGD-L1-2020]** Cho  $x, y$  là các số thực dương thỏa mãn

$\log_9 x = \log_6 y = \log_4 (2x + y)$ . Giá trị của  $\frac{x}{y}$  bằng

- Ⓐ 2.      Ⓑ  $\frac{1}{2}$ .      Ⓒ  $\log_2 \left( \frac{3}{2} \right)$ .      Ⓓ  $\log_{\frac{3}{2}} 2$ .

**Hướng dẫn giải:**

|       |       |
|-------|-------|
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |

**Ví dụ 3:** Cho ba số thực dương  $a, b, c$  theo thứ tự lập thành cấp số nhân và  $a + b + c = 64$ . Giá trị của biểu thức  $Q = 3\log_2(ab + bc + ca) - \log_2(abc)$  bằng

Ⓐ 6.

Ⓑ 18.

Ⓒ 9.

Ⓓ 24.

**Hướng dẫn giải:**

|       |       |
|-------|-------|
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |



## C. PHIẾU HỌC TẬP

## PHIẾU HỌC TẬP SỐ 1

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
|   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |

**Câu 1:** Với  $a$  là số thực dương tùy ý,  $\log_4(4a)$  bằng

- Ⓐ  $1 + \log_4 a$ .      Ⓑ  $4 - \log_4 a$       Ⓒ  $4 + \log_4 a$ .      Ⓓ  $1 - \log_4 a$ .

**Câu 2:** Với  $a, b$  là các số thực dương tùy ý và  $a \neq 1$ ,  $\log_{a^5} b$  bằng:

- Ⓐ  $5 \log_a b$ .      Ⓑ  $\frac{1}{5} + \log_a b$ .      Ⓒ  $5 + \log_a b$ .      Ⓓ  $\frac{1}{5} \log_a b$ .

**Câu 3:** Cho  $a$  và  $b$  là hai số thực dương thỏa mãn  $4^{\log_2(a^2b)} = 3a^3$ . Giá trị của  $ab^2$  bằng

- Ⓐ 3.      Ⓑ 6.      Ⓒ 12.      Ⓓ 2.

**Câu 4:** Với  $a$  là số thực dương tùy ý, bằng  $\log_5 a^2$

- Ⓐ  $2 \log_5 a$ .      Ⓑ  $2 + \log_5 a$ .      Ⓒ  $\frac{1}{2} + \log_5 a$ .      Ⓓ  $\frac{1}{2} \log_5 a$ .

**Câu 5:** Với  $a$  là số thực dương tùy ý,  $\ln(5a) - \ln(3a)$  bằng

- Ⓐ  $\frac{\ln(5a)}{\ln(3a)}$ .      Ⓑ  $\ln(2a)$ .      Ⓒ  $\ln \frac{5}{3}$ .      Ⓓ  $\frac{\ln 5}{\ln 3}$ .

**Câu 6:** Với  $a$  là số thực dương tùy ý,  $\log_2 a^2$  bằng:

- Ⓐ  $2 + \log_2 a$ .      Ⓑ  $\frac{1}{2} + \log_2 a$ .      Ⓒ  $2 \log_2 a$ .      Ⓓ  $\frac{1}{2} \log_2 a$ .

**Câu 7:** Xét tất cả các số dương  $a$  và  $b$  thỏa mãn  $\log_2 a = \log_8(ab)$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- Ⓐ  $a = b^2$ .      Ⓑ  $a^3 = b$ .      Ⓒ  $a = b$ .      Ⓓ  $a^2 = b$ .

**Câu 8:** Với  $a$  và  $b$  là hai số thực dương tùy ý,  $\log(ab^2)$  bằng

- Ⓐ  $2 \log a + \log b$ .      Ⓑ  $\log a + 2 \log b$ .      Ⓒ  $2(\log a + \log b)$ .      Ⓓ  $\log a + \frac{1}{2} \log b$ .

**Câu 9:** Với  $a$  là số thực dương bất kì, mệnh đề nào dưới đây đúng?

- Ⓐ  $\log(3a) = 3 \log a$       Ⓑ  $\log a^3 = \frac{1}{3} \log a$       Ⓒ  $\log a^3 = 3 \log a$       Ⓓ  $\log(3a) = \frac{1}{3} \log a$

**Câu 10:** Cho các số thực dương  $a, b$  với  $a \neq 1$ . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- Ⓐ  $\log_{a^2}(ab) = \frac{1}{2} \log_a b$       Ⓑ  $\log_{a^2}(ab) = 2 + 2 \log_a b$   
 Ⓒ  $\log_{a^2}(ab) = \frac{1}{4} \log_a b$       Ⓓ  $\log_{a^2}(ab) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \log_a b$

**Câu 11:** Giá trị của  $\log_a a^{\sqrt[5]{a^3 \sqrt{a}}}$  là

- Ⓐ  $\frac{3}{10}$       Ⓑ  $\frac{13}{10}$       Ⓒ  $\frac{1}{2}$       Ⓓ  $\frac{1}{4}$

**Câu 12:** Cho ba số thực dương  $a, b, c \neq 1$  thỏa  $\log_a b + \log_c b = \log_a 2022 \cdot \log_c b$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- (A)  $ab = 2022$  (B)  $bc = 2022$  (C)  $abc = 2022$  (D)  $ac = 2022$

**Câu 13:** Nếu  $\log_a x = \frac{1}{2} \log_a 9 - \log_a 5 + \log_a 2$  ( $a > 0, a \neq 1$ ) thì  $x$  bằng:

- (A)  $\frac{2}{5}$ . (B)  $\frac{3}{5}$ . (C)  $\frac{6}{5}$ . (D) 3.

**Câu 14:** Nếu  $\log_7 x = 8 \log_7 ab^2 - 2 \log_7 a^3 b$  ( $a, b > 0$ ) thì  $x$  bằng:

- (A)  $a^4 b^6$ . (B)  $a^2 b^{14}$ . (C)  $a^6 b^{12}$ . (D)  $a^8 b^{14}$ .

**Câu 15:** Cho  $\log_2 5 = a$ . Khi đó  $\log_4 500$  tính theo  $a$  bằng

- (A)  $3a + 2$ . (B)  $\frac{1}{2}(3a + 2)$ . (C)  $10a + 8$ . (D)  $2(3a - 1)$ .

**Câu 16:** Nếu  $\log_{12} 6 = a$ ;  $\log_{12} 7 = b$  thì  $\log_3 7$  bằng

- (A)  $\frac{-3a+1}{ab-1}$ . (B)  $\frac{3a-1}{ab-b}$ . (C)  $\frac{b}{a-1}$ . (D)  $\frac{b}{2a-1}$ .

**Câu 17:** Cho  $\log_7 25 = a$  và  $\log_2 5 = b$ . Biểu diễn  $\log_{\sqrt[3]{5}} \frac{49}{8}$  theo  $a$  và  $b$

- (A)  $\frac{12b+9a}{ab}$ . (B)  $\frac{12b-9a}{ab}$ . (C)  $12b-9a+ab$ . (D)  $\frac{4b-3a}{3ab}$ .

**Câu 18:** Cho  $\log_2 5 = a$ ,  $\log_3 5 = b$ . Khi đó  $\log_6 5$  tính theo  $a$  và  $b$  bằng

- (A)  $\frac{1}{a+b}$ . (B)  $\frac{ab}{a+b}$ . (C)  $a+b$ . (D)  $a^2 + b^2$ .

**Câu 19:** Cho  $\log_a x = 2$ ,  $\log_b x = 3$ ,  $\log_c x = 4$ . Tính giá trị của  $\log_{a^2 b \sqrt{c}} x$  bằng

- (A)  $\frac{6}{13}$ . (B)  $\frac{24}{35}$ . (C)  $\frac{1}{9}$ . (D)  $\frac{12}{13}$ .

**Câu 20:** Cho  $x^2 + 4y^2 = 12xy$ ,  $x > 0$ ,  $y > 0$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

- (A)  $\log x + \log y = \log 12$  (B)  $\log(x+2y) - 2 \log 2 = \frac{1}{2}(\log x + \log y)$   
(C)  $\log x^2 + \log y^2 = \log(12xy)$  (D)  $2 \log x + 2 \log y = \log 12 + \log xy$

**Câu 21:** Cho  $a > 0$ ;  $b > 0$  và  $a^2 + b^2 = 7ab$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

- (A)  $\log_7 \frac{a+b}{3} = \frac{1}{2}(\log_7 a + \log_7 b)$  (B)  $\log_3 \frac{a+b}{2} = \frac{1}{7}(\log_3 a + \log_3 b)$   
(C)  $\log_3 \frac{a+b}{7} = \frac{1}{2}(\log_3 a + \log_3 b)$  (D)  $\log_7 \frac{a+b}{2} = \frac{1}{3}(\log_7 a + \log_7 b)$

**Câu 22:** Cho  $\log_{0,2} x > \log_{0,2} y$ . Chọn khẳng định đúng

- (A)  $y > x \geq 0$ . (B)  $x > y > 0$ . (C)  $x > y \geq 0$ . (D)  $y > x > 0$ .

**Câu 23:** Nếu  $a^{\frac{17}{3}} < a^{\frac{15}{8}}$  và  $\log_b(\sqrt{2} + \sqrt{5}) < \log_b(\sqrt{2} + \sqrt{3})$  thì

- (A)  $a > 1, b > 1$  (B)  $0 < a < 1, b > 1$  (C)  $a > 1, 0 < b < 1$  (D)  $0 < a < 1, 0 < b < 1$

**Câu 24:** Chọn khẳng định đúng.

Ⓐ  $\ln x > 0 \Leftrightarrow x > 1$

Ⓑ  $\log_{\frac{1}{2}} b > \log_{\frac{1}{2}} c \Leftrightarrow 0 < b < c$

Ⓒ  $\log_2 x > 0 \Leftrightarrow 0 < x < 1$

Ⓓ  $\log b = \log c \Leftrightarrow b = c$

**Câu 25:** Cho hai biểu thức  $M = \log_2 \left( 2 \sin \frac{\pi}{12} \right) + \log_2 \left( \cos \frac{\pi}{12} \right)$ ,  $N = \log_{\frac{1}{4}} (\log_3 4 \cdot \log_2 3)$ . Giá trị biểu

thức  $T = \frac{M}{N}$  bằng

Ⓐ  $T = \frac{3}{2}$ .

Ⓑ  $T = 2$ .

Ⓒ  $T = 3$ .

Ⓓ  $T = -1$ .

-----HẾT-----



**BÀI 4: HÀM SỐ MŨ, HÀM SỐ LOGARIT**

**A. LÝ THUYẾT CƠ BẢN CẦN NHỚ**

**1. Hàm số mũ.**

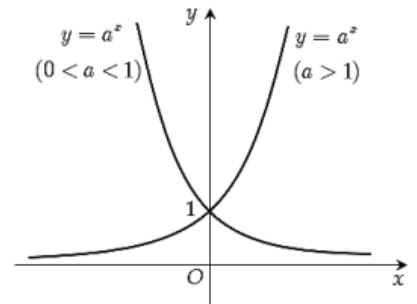
**1.1. Các khái niệm**

- Hàm số  $y = a^x$  với  $a > 0, a \neq 1$  được gọi là hàm số mũ với cơ số  $a$ .
- Tập xác định, tập giá trị của hàm số  $y = a^x$ 
  - Tập xác định:  $D = \mathbb{R}$
  - Tập giá trị  $T = (0; +\infty)$ .
- Công thức đạo hàm

$$\begin{aligned} \circ (a^x)' &= a^x \cdot \ln a & \circ (a^u)' &= u' \cdot a^u \cdot \ln a \text{ với } u = u(x) \text{ là hàm hợp} \\ \circ (e^x)' &= e^x & \circ (e^u)' &= u' \cdot e^u \text{ với } u = u(x) \text{ là hàm hợp} & \circ (\sqrt[n]{u})' &= \frac{u'}{n \cdot \sqrt[n]{u^{n-1}}} \end{aligned}$$

**1.2. Đồ thị và tính chất**

- Đồ thị hàm số  $y = a^x$  luôn đi qua điểm cố định  $I(0; 1)$ .
- Đồ thị hàm số  $y = a^x$  có tiệm cận ngang là trục  $Ox$  ( $y = 0$ )
  - Đồ thị hàm số nằm phía trên trục hoành ( $Ox$ )
- Với  $a > 1$  hàm số đồng biến (đồ thị hàm số “đi lên”).
  - $a^{f(x)} > a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) > g(x)$
- Với  $0 < a < 1$  hàm số nghịch biến (đồ thị hàm số “đi xuống”)
  - $a^{f(x)} > a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) < g(x)$



**2. Hàm số logarit**

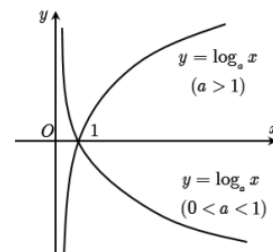
**2.1. Các khái niệm.**

- Hàm số  $y = \log_a x$  với  $a > 0, a \neq 1$  được gọi là hàm số logarit với cơ số  $a$ .
- Tập xác định, tập giá trị của hàm số  $y = \log_a x$ 
  - Tập xác định:  $D = (0; +\infty)$ .
  - Tập giá trị  $T = \mathbb{R}$ .
- Công thức đạo hàm

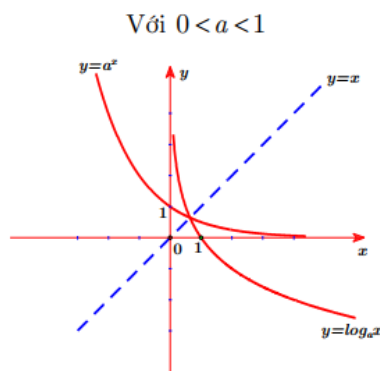
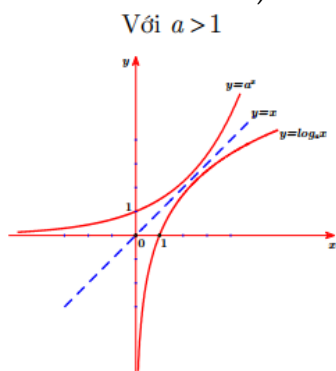
$$\begin{aligned} \circ (\ln x)' &= \frac{1}{x} \text{ với } x > 0. & \circ (\ln |u|)' &= \frac{u'}{u} \text{ với } u = u(x) \text{ là hàm hợp} \\ \circ (\log_a x)' &= \frac{1}{x \cdot \ln a} \text{ với } x > 0. & \circ (\log_a |u|)' &= \frac{u'}{u \cdot \ln a} \text{ với } u = u(x) \text{ là hàm hợp} \end{aligned}$$

**2.2. Đồ thị và tính chất.**

- Đồ thị hàm số  $y = \log_a x$  luôn đi qua điểm cố định  $I(1;0)$ .
- Đồ thị hàm số  $y = \log_a x$  có tiệm cận đứng là trục  $Oy$  ( $x=0$ )
  - Đồ thị hàm số nằm phía bên phải trục tung ( $Oy$ )
- Với  $a > 1$  hàm số đồng biến (đồ thị hàm số “đi lên”).
  - $\log_a f(x) > \log_a g(x) \Leftrightarrow f(x) > g(x)$
- Với  $0 < a < 1$  hàm số nghịch biến (đồ thị hàm số “đi xuống”)
  - $\log_a f(x) > \log_a g(x) \Leftrightarrow f(x) < g(x)$

**❖ Mối liên hệ giữa hàm số mũ và hàm số logarit.**

Điểm chung của đồ thị hàm số  $y = a^x$  và  $y = \log_a x$  khi vẽ trên cùng hệ trục tọa độ: (cùng cơ số  $a$ ) hai đồ thị hàm số đối xứng với nhau qua đường thẳng  $y = x$  (đường phân giác của góc phần tư thứ nhất và thứ 3)



## B. THUẬT TOÁN CỦA MỘT SỐ DẠNG TOÁN THƯỜNG GẶP

### 1. Thuật toán tìm tập xác định của hàm số mũ – hàm số logarit

#### 1. Đối với hàm số mũ

- Hàm số  $y = a^x$  tập xác định  $D = \mathbb{R}$ .
- Hàm số  $y = a^{f(x)}$  ta chỉ cần xét điều kiện  $f(x)$  có nghĩa

#### 2. Đối với hàm số logarit

- Hàm số  $y = \log_a x$  tập xác định  $D = (0; +\infty)$
- Hàm số  $y = \log_a f(x)$  điều kiện:  $f(x) > 0$ . Nếu cơ số  $a$  có ẩn ta giải thêm điều kiện  $a > 0, a \neq 1$ .

Ví dụ 1: [MÃ ĐỀ 101 BGD-L2-2020] Tập xác định của hàm số  $y = 4^x$  là

- Ⓐ  $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ .      Ⓑ  $[0; +\infty)$ .      Ⓒ  $(0; +\infty)$ .      Ⓓ  $\mathbb{R}$ .

Hướng dẫn giải:

|  |  |
|--|--|
|  |  |
|  |  |

Ví dụ 2: [MINH HỌA BGD-L1-2017] Tìm tập xác định  $D$  của hàm số  $y = \log_2(x^2 - 2x - 3)$

- Ⓐ  $D = (-\infty; -1] \cup [3; +\infty)$       Ⓑ  $D = [-1; 3]$   
 Ⓒ  $D = (-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$       Ⓓ  $D = (-1; 3)$

Hướng dẫn giải:

|  |  |
|--|--|
|  |  |
|  |  |

Ví dụ 3: [MÃ ĐỀ 104 BGD-2017] Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để hàm số  $y = \ln(x^2 - 2x + m + 1)$  có tập xác định là  $\mathbb{R}$ .

- Ⓐ  $m = 0$       Ⓑ  $0 < m < 3$       Ⓒ  $m < -1$  hoặc  $m > 0$       Ⓓ  $m > 0$

Hướng dẫn giải:

|  |  |
|--|--|
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

## 2. Thuật toán xác định đạo hàm của hàm số mũ – hàm số logarit

### 1. Áp dụng các công thức trực tiếp.

- $(a^x)' = a^x \cdot \ln a$       ○  $(a^u)' = u' \cdot a^u \cdot \ln a$  với  $u = u(x)$  là hàm hợp
- $(e^x)' = e^x$       ○  $(e^u)' = u' \cdot e^u$  với  $u = u(x)$  là hàm hợp      ○  $(\sqrt[n]{u})' = \frac{u'}{n \cdot \sqrt[n]{u^{n-1}}}$
- $(\ln x)' = \frac{1}{x}$  với  $x > 0$       ○  $(\ln |u|)' = \frac{u'}{u}$  với  $u = u(x)$  là hàm hợp
- $(\log_a x)' = \frac{1}{x \cdot \ln a}$  với  $x > 0$       ○  $(\log_a |u|)' = \frac{u'}{u \cdot \ln a}$  với  $u = u(x)$  là hàm hợp

### 2. Sử dụng máy tính

- Công thức:  $\frac{d}{dx}(y = f(x)) \Big|_{x=x}$  CALC: một số (như 3;5;7;... -3;-5)
- Kết quả ra = 1 là **Đúng**.
  - Kết quả ra  $\neq 1$  hoặc báo lỗi (không ra) là **Sai**.

### 3. Đạo hàm tại điểm $x = x_0$

- Tính tay.
- Tính đạo hàm  $y'$ .
  - Thay  $x = x_0$  vào  $y'$  ta ra được kết quả.
- Sử dụng máy tính:
- công thức  $\frac{d}{dx}(y) \Big|_{x=x_0}$  (= ra được kết quả)

**Ví dụ 1: [MINH HỌA BGD-2021]** Đạo hàm của hàm số  $y = 2^x$  là

- Ⓐ  $y' = 2^x \ln 2$ .      Ⓑ  $y' = 2^x$ .      Ⓒ  $y' = \frac{2^x}{\ln 2}$ .      Ⓓ  $y' = x \cdot 2^{x-1}$ .

**Hướng dẫn giải:**

|  |  |
|--|--|
|  |  |
|  |  |

**Ví dụ 2:** Đạo hàm của hàm số  $y = \log_5(x^2 + x + 1)$  là

- Ⓐ  $\frac{2x+1}{(x^2+x+1)\ln 5}$       Ⓑ  $\frac{1}{(x^2+x+1)\ln 5}$       Ⓒ  $\frac{2x+1}{x^2+x+1}$       Ⓓ  $\frac{1}{x^2+x+1}$

**Hướng dẫn giải:**

|  |  |
|--|--|
|  |  |
|  |  |

**Ví dụ 3:** Cho hàm số  $f(x) = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$ . Giá trị của  $f'(0)$  bằng

Ⓐ 0.

Ⓑ 1.

Ⓒ 2.

Ⓓ 3

**Hướng dẫn giải:**

|       |       |
|-------|-------|
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |

### 3. Thuật toán nhận dạng đồ thị hàm số mũ - logarit

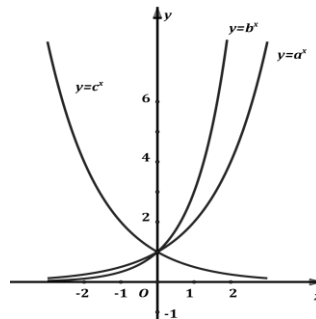
#### 1. Đồ thị hàm số mũ $y = a^x$

- Với  $a > 1$  hàm số đồng biến (đồ thị hàm số “đi lên”).
  - Đi lên “càng nhanh” thì cơ số  $a$  càng lớn.
- Với  $0 < a < 1$  hàm số nghịch biến (đồ thị hàm số “đi xuống”).
  - Đi xuống “càng nhanh” thì cơ số  $a$  càng nhỏ

#### 2. Đồ thị hàm số logarit $y = \log_a x$

- Với  $a > 1$  hàm số “đi lên”
- Với  $a < 1$  hàm số “đi xuống”
- ❖ Đối với sth hàm số logarit ta có thể kẻ đường nằm ngang (song song với  $Ox$ ) để xác định cơ số  $a$  của các đồ thị “đi lên”, “đi xuống”
  - “Đụng” đồ thị hàm số nào trước thì cơ số nhỏ. (“đụng” sau lớn hơn)

**Ví dụ 1:** Cho đồ thị của các hàm số  $y = a^x, y = b^x, y = c^x$  ( $a, b, c$  dương và khác 1).



Khẳng định nào sau đây đúng?

Ⓐ  $a > b > c$

Ⓑ  $b > c > a$

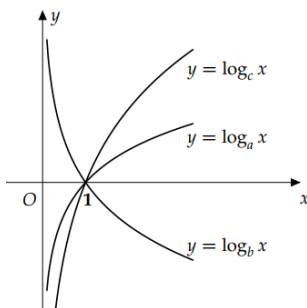
Ⓒ  $b > a > c$

Ⓓ  $c > b > a$

**Hướng dẫn giải:**

|       |       |
|-------|-------|
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |

**Ví dụ 2:** Cho ba số thực  $a, b, c$  dương, khác 1. Đồ thị các hàm số  $y = \log_a x$ ,  $y = \log_b x$ ,  $y = \log_c x$  như hình vẽ.



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

Ⓐ  $c > a > 1 > b$ .

Ⓑ  $a > c > 1 > b$ .

Ⓒ  $c > a > b > 1$ .

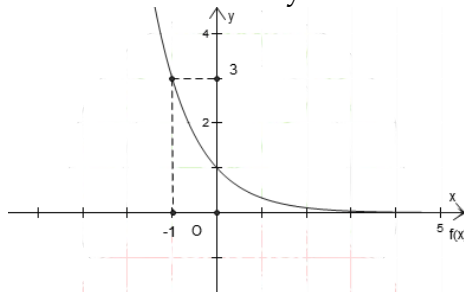
Ⓓ  $a > c > b > 1$ .

**Hướng dẫn giải:**

.....

.....

**Ví dụ 3:** Hàm số nào có đồ thị như hình vẽ ở bên đây?



Ⓐ  $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$

Ⓑ  $y = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^x$

Ⓒ  $y = 3^x$

Ⓓ  $y = (\sqrt{2})^x$

**Hướng dẫn giải:**

.....

.....

.....

**Ví dụ 4:** Hàm số nào sau đây đồng biến trên  $\mathbb{R}$ .

Ⓐ  $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ .

Ⓑ  $y = \log_3 x$ .

Ⓒ  $y = \left(\frac{\pi}{3}\right)^x$ .

Ⓓ  $y = \log_{\frac{1}{2}} x$ .

**Hướng dẫn giải:**

.....

.....

.....

## C. PHIẾU HỌC TẬP

### PHIẾU HỌC TẬP SỐ 1

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
|   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |

**Câu 1:** Tìm phát biểu sai?

- Ⓐ Đồ thị hàm số  $y = a^x$  ( $a > 0, a \neq 1$ ) nằm hoàn toàn phía trên  $Ox$ .
- Ⓑ Đồ thị hàm số  $y = a^x$  ( $a > 0, a \neq 1$ ) luôn đi qua điểm  $A(0;1)$
- Ⓒ Đồ thị hàm số  $y = a^x, y = \left(\frac{1}{a}\right)^x, (0 < a \neq 1)$  đối xứng nhau qua trục  $Ox$ .
- Ⓓ Đồ thị hàm số  $y = a^x, y = \left(\frac{1}{a}\right)^x, (0 < a \neq 1)$  đối xứng nhau qua trục  $Oy$ .

**Câu 2:** Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

- Ⓐ Hàm số  $y = a^x$  với  $0 < a < 1$  là một hàm số đồng biến trên  $(-\infty; +\infty)$
- Ⓑ Hàm số  $y = a^x$  với  $a > 1$  là một hàm số nghịch biến trên  $(-\infty; +\infty)$
- Ⓒ Đồ thị hàm số  $y = a^x, (0 < a \neq 1)$  luôn đi qua điểm  $(0;1)$
- Ⓓ Đồ thị các hàm số  $y = a^x$  và  $y = \left(\frac{1}{a}\right)^x, (0 < a \neq 1)$  đối xứng với nhau qua trục tung.

**Câu 3:** Tập xác định của hàm số  $y = \log_5 x$  là

- Ⓐ  $[0; +\infty)$ . Ⓑ  $(-\infty; 0)$ . Ⓒ  $(0; +\infty)$ . Ⓓ  $(-\infty; +\infty)$ .

**Câu 4:** Tập xác định của hàm số  $y = 3^x$

- Ⓐ  $D = \mathbb{R}$ . Ⓑ  $D = (0; +\infty)$ . Ⓒ  $D = [0; +\infty)$ . Ⓓ  $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$

**Câu 5:** Hàm số  $y = \log_5(4x - x^2)$  có tập xác định là

- Ⓐ  $(2; 6)$  Ⓑ  $(0; 4)$  Ⓒ  $(0; +\infty)$  Ⓓ  $\mathbb{R}$

**Câu 6:** Tập xác định  $D$  của hàm số  $y = \log_2(x^2 - 2x - 3)$

- Ⓐ  $D = (-1; 3)$  Ⓑ  $D = (-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$
- Ⓒ  $D = [-1; 3]$  Ⓓ  $D = (-\infty; -1] \cup [3; +\infty)$

**Câu 7:** Hàm số  $y = \log_{\sqrt{5}} \frac{1}{6-x}$  có tập xác định là

- Ⓐ  $(6; +\infty)$ . Ⓑ  $(0; +\infty)$ . Ⓒ  $(-\infty; 6)$ . Ⓓ  $\mathbb{R}$ .

**Câu 8:** Hàm số  $y = \ln(-x^2 + 5x - 6)$  có tập xác định là

- Ⓐ  $(0; +\infty)$ . Ⓑ  $(-\infty; 0)$ . Ⓒ  $(2; 3)$ . Ⓓ  $(-\infty; 2) \cup (3; +\infty)$ .

**Câu 9:** Tập xác định  $D$  của hàm số  $y = \log_{x-1} \frac{x}{2-x}$  là:

- Ⓐ  $D = (1; +\infty)$ .      Ⓑ  $D = (0; 1)$ .      Ⓒ  $D = (2; +\infty)$ .      Ⓓ  $D = (1; 2)$ .

**Câu 10:** Tập xác định  $D$  của hàm số  $y = \frac{\sqrt{2^x - 1}}{3^x - 9}$

- Ⓐ  $D = (0; +\infty) \setminus \{2\}$ .      Ⓑ  $D \subset (1; +\infty) \setminus \{2\}$ .      Ⓒ  $D \subset [0; +\infty) \setminus \{2\}$ .      Ⓓ  $D \subset [1; +\infty) \setminus \{2\}$ .

**Câu 11:** Hàm số nào dưới đây đồng biến trên tập xác định của nó?

- Ⓐ  $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ .      Ⓑ  $y = \left(\frac{2}{3}\right)^x$ .      Ⓒ  $y = (\sqrt{2})^x$ .      Ⓓ  $y = \left(\frac{e}{\pi}\right)^x$

**Câu 12:** Hàm số nào dưới đây thì nghịch biến trên tập xác định của nó?

- Ⓐ  $y = \log_2 x$ .      Ⓑ  $y = \log_{\sqrt{3}} x$       Ⓒ  $y = \log_{\frac{e}{\pi}} x$       Ⓓ  $y \log_{\pi} x$

**Câu 13:** Với điều kiện nào của  $a$  để hàm số  $y = (a^2 - a + 1)^x$  đồng biến trên  $\mathbb{R}$

- Ⓐ  $a \in (0; 1)$ .      Ⓑ  $a \in (-\infty; 0) \cup (1; +\infty)$       Ⓒ  $a \neq 0; a \neq 1$ .      Ⓓ  $a$  tùy ý.

**Câu 14:** Với điều kiện nào của  $a$  để hàm số  $y = \frac{1}{(1+a)^x}$  nghịch biến trên  $\mathbb{R}$

- Ⓐ  $a \in (0; 1)$ .      Ⓑ  $a \in (-1; +\infty)$ .      Ⓒ  $(0; +\infty)$ .      Ⓓ  $a \neq -1$ .

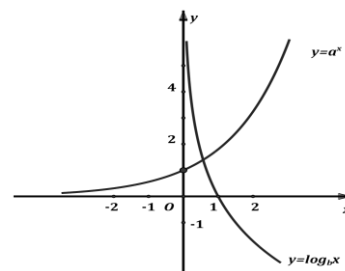
**Câu 15:** Xác định  $a$  để hàm số  $y = \log_{2a-3} x$  nghịch biến trên  $(0; +\infty)$ .

- Ⓐ  $a > \frac{3}{2}$ .      Ⓑ  $\frac{3}{2} < a < 2$ .      Ⓒ  $a > 2$ .      Ⓓ  $a < \frac{3}{2}$ .

**Câu 16:** Cho đồ thị hai hàm số  $y = a^x$  và  $y = \log_b x$  như hình vẽ:

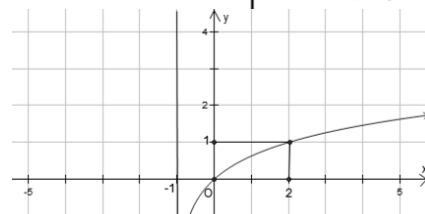
Nhận xét nào đúng?

- Ⓐ  $a > 1, b > 1$ .      Ⓑ  $a > 1, 0 < b < 1$ .  
Ⓒ  $0 < a < 1, 0 < b < 1$ .      Ⓓ  $0 < a < 1, b > 1$ .



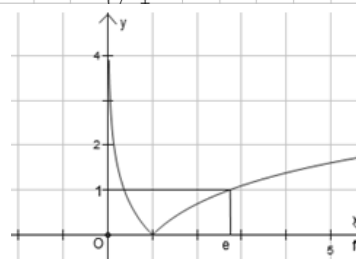
**Câu 17:** Đồ thị hình bên là của hàm số nào ?

- Ⓐ  $y = \log_2 x + 1$   
Ⓑ  $y = \log_2(x+1)$   
Ⓒ  $y = \log_3 x$   
Ⓓ  $y = \log_3(x+1)$



**Câu 18:** Đồ thị hình bên là của hàm số nào?

- Ⓐ  $y = |\ln x|$ .  
Ⓑ  $y = \ln|x|$ .  
Ⓒ  $y = |\ln(x+1)|$ .  
Ⓓ  $y = \ln|x+1|$ .



**Câu 19:** Cho  $a > 1$ . Tìm mệnh đề sai trong các mệnh đề sau:

- Ⓐ  $a^x > 1$  khi  $x > 0$

Ⓑ  $0 < a^x < 1$  khi  $x < 0$

Ⓒ Nếu  $x_1 < x_2$  thì  $a^{x_1} < a^{x_2}$ .

Ⓓ Trục tung là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số  $y = a^x$

**Câu 20:** Cho hàm số:  $f(x) = x.e^x$  ta có  $f'(1)$  là

Ⓐ 1.

Ⓑ  $e$ .

Ⓒ  $2e$ .

Ⓓ  $e+1$ .

**Câu 21:** Đạo hàm của hàm  $y = e^{x^2+x}$  là

Ⓐ  $(2x+1)e^{x^2+x}$ .

Ⓑ  $(2x+1)e^x$ .

Ⓒ  $(x^2+x)e^{2x+1}$ .

Ⓓ  $(2x+1)e^{2x+1}$ .

**Câu 22:** Đạo hàm của hàm số  $y = e^{\sin^2 x}$  là

Ⓐ  $\cos^2 x e^{\sin^2 x}$ .

Ⓑ  $\cos 2x e^{\sin^2 x}$ .

Ⓒ  $\sin 2x e^{\sin^2 x}$ .

Ⓓ  $\sin^2 x e^{\sin^2 x-1}$ .

**Câu 23:** Đạo hàm của hàm  $y = \frac{e^x}{x+1}$  là

Ⓐ  $\frac{(x+2)e^x}{(x+1)^2}$ .

Ⓑ  $\frac{xe^x}{(x+1)^2}$ .

Ⓒ  $\frac{(x-1)e^x}{(x+1)^2}$ .

Ⓓ  $\frac{e^x}{x+1}$ .

**Câu 24:** Đạo hàm của hàm số  $y = \ln \frac{x-1}{x+1}$  là:

Ⓐ  $\frac{1}{2(x+1)^2}$ .

Ⓑ  $\frac{x+1}{x-1}$ .

Ⓒ  $\frac{2}{x^2+1}$ .

Ⓓ  $\frac{2}{x^2-1}$ .

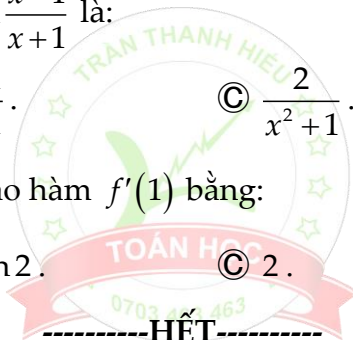
**Câu 25:** Cho  $f(x) = \log_2(x^2+1)$ . Đạo hàm  $f'(1)$  bằng:

Ⓐ  $\frac{1}{\ln 2}$ .

Ⓑ  $1+\ln 2$ .

Ⓒ 2.

Ⓓ  $4\ln 2$ .



## BÀI 5: PHƯƠNG TRÌNH MŨ, PHƯƠNG TRÌNH LOGARIT

### A. LÝ THUYẾT CƠ BẢN CẦN NHỚ

#### 1. Công thức nghiệm của phương trình mũ cơ bản

- Dạng:  $a^x = b \Leftrightarrow x = \log_a b$ 
  - Trường hợp  $b \leq 0$  phương trình vô nghiệm.
- Dạng:  $a^{f(x)} = a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) = g(x)$

#### 2. Công thức nghiệm của phương trình logarit cơ bản

- Dạng:  $\log_a x = b \Leftrightarrow x = a^b$
- Dạng:  $\log_a f(x) = \log_a g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) > 0, g(x) > 0 \\ f(x) = g(x) \end{cases}$

#### 3. Một số tính chất quan trọng trong giải phương trình mũ – logarit bằng phương pháp hàm số

- **Tính chất 1:** Nếu hàm số  $y = f(x)$  luôn đồng biến (hoặc luôn nghịch biến) trên  $(a; b)$ 
  - Phương trình  $f(x) = k$  có tối đa 1 nghiệm.
  - $f(u) = f(v) \Leftrightarrow u = v, \forall u, v \in (a; b)$
- **Tính chất 2:** Nếu hàm số  $y = f(x)$  liên tục và luôn đồng biến (hoặc luôn nghịch biến) trên  $D$ ; hàm số  $g(x)$  liên tục và luôn nghịch biến (hoặc luôn đồng biến) trên  $D$  thì phương trình  $f(x) = g(x)$  có tối đa 1 nghiệm.
- **Tính chất 3:**
  - Nếu hàm số  $f(x)$  có  $f'(x)$  và  $f''(x)$  mà  $f''(x) > 0, \forall x \in K$  hoặc  $f''(x) < 0, \forall x \in K$  thì phương trình  $f'(x) = 0$  có tối đa 1 nghiệm. Suy ra phương trình  $f(x) = 0$  có tối đa 2 nghiệm.
  - Mở rộng tính chất 3 cho đạo hàm cấp  $n$ 
    - $\begin{cases} f^{(3)}(x) > 0 \\ f^{(3)}(x) < 0 \end{cases} \forall x \in K \Rightarrow f''(x) = 0$  có tối đa 2 nghiệm  $\Rightarrow f'(x) = 0$  có tối đa 2 nghiệm  $\Rightarrow f(x) = 0$  có tối đa 3 nghiệm.

## B. THUẬT TOÁN CỦA MỘT SỐ DẠNG TOÁN THƯỜNG GẶP

### 1. Thuật toán giải phương trình mũ – phương trình logarit cơ bản

#### 1. Phương trình mũ

➤ Áp dụng công thức

○  $a^x = b \Leftrightarrow x = \log_a b$  (Chú ý  $b \leq 0$  phương trình vô nghiệm)

○  $a^{f(x)} = a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) = g(x)$

➤ Sử dụng máy tính:

○ Chuyển vế (sang trái) nhập vế trái vào máy tính.

○ CALC đáp án ra bằng 0 (bằng vế phải) là **Đúng**. (hoặc Shift Solve đáp án)

#### 2. Phương trình logarit

➤ Áp dụng công thức

○  $\log_a x = b \Leftrightarrow x = a^b$  (Chú ý  $b \leq 0$  phương trình vô nghiệm)

○  $\log_a f(x) = \log_a g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) > 0, g(x) > 0 \\ f(x) = g(x) \end{cases}$  (dòng đầu là điều kiện, ta có thể

giải dòng hai rồi thay lại để kiểm tra đk.)

➤ Sử dụng máy tính:

○ Chuyển vế (sang trái) nhập vế trái vào máy tính.

○ CALC đáp án ra bằng 0 (bằng vế phải) là **Đúng**. (hoặc Shift Solve ra đáp án)

Ví dụ 1: [MÃ ĐỀ 101 BGD-2021] Nghiệm của phương trình  $\log_3(5x) = 2$  là

Ⓐ  $x = \frac{8}{5}$ .

Ⓑ  $x = 9$ .

Ⓒ  $x = \frac{9}{5}$ .

Ⓓ  $x = 8$ .

Hướng dẫn giải:

|       |       |
|-------|-------|
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |

Ví dụ 2: [MÃ ĐỀ 101 BGD-2019] Nghiệm của phương trình:  $3^{2x-1} = 27$  là

Ⓐ  $x = 5$ .

Ⓑ  $x = 1$ .

Ⓒ  $x = 2$ .

Ⓓ  $x = 4$ .

Hướng dẫn giải:

|       |       |
|-------|-------|
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |

Ví dụ 3: [MÃ ĐỀ 101 BGD-L2-2020] Nghiệm của phương trình  $2^{2x-3} = 2^x$  là

Ⓐ  $x = 8$ .

Ⓑ  $x = -8$ .

Ⓒ  $x = 3$ .

Ⓓ  $x = -3$ .

Hướng dẫn giải:

|       |       |
|-------|-------|
| ..... | ..... |
|-------|-------|

**Ví dụ 4: [MÃ ĐỀ 101 BGD-2019]** Nghiệm của phương trình  $\log_3(x+1)+1=\log_3(4x+1)$

Ⓐ  $x=3$ .

Ⓑ  $x=-3$ .

Ⓒ  $x=4$ .

Ⓓ  $x=2$ .

**Hướng dẫn giải:**

|       |       |
|-------|-------|
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |

## 2. Phương trình bậc hai và quy về bậc hai mũ – logarit không có tham số

### 1. Phương trình mũ

➤ Dạng 1:  $m.a^{2f(x)}+n.a^{f(x)}+p=0$  (1)

- Đặt  $t=a^{f(x)}, t>0$  phương trình (1)  $\Rightarrow m.t^2+n.t+p=0$ .
- Giải phương trình tìm  $t$  và kiểm tra điều kiện  $t>0$ .
- Thay vào phương trình  $a^{f(x)}=t$  tìm  $x$ .

➤ Dạng 2:  $m.a^{f(x)}+n.b^{f(x)}+p=0$  (2) với  $a.b=1$

- Đặt  $t=a^{f(x)}, t>0$  suy ra  $b^{f(x)}=\frac{1}{t}$  phương trình (2)  $\Rightarrow m.t+\frac{n}{t}+p=0$
- $\Rightarrow m.t^2+p.t+n=0$  giải phương trình tìm  $t$  và kiểm tra điều kiện  $t>0$
- Thay vào phương trình  $a^{f(x)}=t$  tìm  $x$ .

➤ Dạng 3:  $m.a^{2f(x)}+n.(a.b)^{f(x)}+p.b^{2f(x)}=0$  (3)

- Chia hai vế phương trình cho  $b^{2f(x)}$  và đặt  $t=\left(\frac{a}{b}\right)^{f(x)}, t>0$
- Phương trình (3)  $\Rightarrow m.t^2+n.t+p=0$ , giải tìm  $t$  và kiểm tra điều kiện  $t>0$
- Thay vào phương trình  $\left(\frac{a}{b}\right)^{f(x)}=t$  tìm  $x$

### 2. Phương trình logarit

➤ Dạng 1:  $m.\log_a^2 f(x)+n.\log_a f(x)+p=0$  (1). **Điều kiện:**  $f(x)>0$

- Đặt  $t=\log_a f(x)$  phương trình (1)  $\Rightarrow m.t^2+n.t+p=0$ .
- Giải phương trình tìm  $t$ .
- Thay vào phương trình  $\log_a f(x)=t$  giải tìm  $x$  và so với điều kiện.

➤ Dạng 2:  $m.\log_a f(x)+n.\log_{f(x)} a+p=0$  (2). **Điều kiện:**  $f(x)>0; f(x)\neq 1$

- Đặt  $t=\log_a f(x)$  suy ra  $\log_{f(x)} a=\frac{1}{t}$  phương trình (2)  $\Rightarrow m.t+\frac{n}{t}+p=0$

- $\Rightarrow m.t^2 + p.t + n = 0$  giải phương trình tìm  $t$ .
- Thay vào phương trình  $\log_a f(x) = t$  tìm  $x$  và so với điều kiện.

### 3. Sử dụng máy tính

- Chuyển vế để đưa về dạng  $VT = 0$
- Nhập  $VT$  vào máy tính.
  - CALC đáp án ra **bằng** 0 (bằng  $VP$ ) là **Đúng**. Hoặc **Shift Solve** tìm nghiệm rồi thực hiện theo yêu cầu bài toán.
  - CALC đáp án ra **khác** 0 (khác  $VP$ ) là **Sai**.
- ❖ Phương pháp **Shift Solve** nhiều nghiệm của phương trình  $VT = 0$ .
  - Nhập  $VT$  **Shift Solve** nghiệm ra  $x_1$  là một nghiệm.
  - Nhập  $(VT):(x - x_1)$  **Shift Solve** để tiếp tục tìm  $x_2$
  - Nhập  $(VT):(x - x_1)(x - x_2)$  **Shift Solve** để tiếp tục tìm  $x_3$

**Ví dụ 1:** Số nghiệm của phương trình  $7^x - 7^{1-x} = 6$ .

- Ⓐ 0.                      Ⓑ 2.                      Ⓒ 3.                      Ⓓ 1.

Hướng dẫn giải:

|       |       |
|-------|-------|
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |

**Ví dụ 2:** Nghiệm của phương trình  $\log_2^2(4x) - \log_{\sqrt{2}}(2x) = 5$  là?

- Ⓐ  $x = 2, x = \frac{1}{8}$ .                      Ⓑ  $x = 2, x = 8$ .                      Ⓒ  $x = \frac{1}{8}$ .                      Ⓓ  $x = -2, x = \frac{1}{8}$ .

Hướng dẫn giải:

|       |       |
|-------|-------|
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |

**Ví dụ 3:** Gọi  $x_1, x_2$  là hai nghiệm của phương trình  $2\log_2 x + 3\log_x 2 - 7 = 0$ . Biết  $x_1 < x_2$ , khi đó giá trị của biểu thức  $x_1^2 + x_2$  bằng

- Ⓐ 12.                      Ⓑ 10.                      Ⓒ 6.                      Ⓓ  $64 + \sqrt{2}$

Hướng dẫn giải:

|       |       |
|-------|-------|
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |

**Ví dụ 4:** Gọi  $x_1, x_2$  là hai nghiệm của phương trình  $6.4^x - 13.6^x + 6.9^x = 0$ . Tích  $x_1.x_2$  bằng

Ⓐ 0.

Ⓑ 1.

Ⓒ 2.

Ⓓ -1.

Hướng dẫn giải:

|       |       |
|-------|-------|
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |

### 3. Thuật toán giải phương trình mũ – logarit biến bằng cách đổi tổng hợp.

#### 1. Phương trình mũ

➤ Sử dụng các công thức biến đổi để đưa về **cùng cơ số** hoặc các dạng toán quen thuộc đã biết.

➤ Chú ý một số công thức sau:

$$\circ a^{2f(x)} = (a^2)^{f(x)} = (a^{f(x)})^2$$

$$\circ a^{-f(x)} = \frac{1}{a^{f(x)}}$$

#### 2. Phương trình logarit

➤ Sử dụng công thức biến đổi đưa về **cùng cơ số** hoặc các dạng toán quen thuộc đã biết.

➤ Chú ý một số công thức sau:

$$\circ \log_a b = \frac{1}{\log_b a}$$

$$\circ \log_{a^\alpha} f(x) = \frac{1}{\alpha} \log_a f(x)$$

$$\circ \log_a f(x)^\beta = \beta \log_a f(x)$$

$$\circ \log_a f(x) \cdot \log_{f(x)} b = \log_a b$$

#### 3. Sử dụng máy tính

➤ Chuyển vế để đưa về dạng  $VT = 0$

➤ Nhập VT vào máy tính.

○ CALC đáp án ra **bằng 0** (bằng VP) là **Đúng**. Hoặc **Shift Solve** tìm nghiệm rồi thực hiện theo yêu cầu bài toán.

○ CALC đáp án ra **khác 0** (khác VP) là **Sai**.

**Ví dụ 1: [MINH HỌA BGD-2018]** Tổng giá trị tất cả các nghiệm của phương trình

$$\log_3 x \cdot \log_9 x \cdot \log_{27} x \cdot \log_{81} x = \frac{2}{3} \text{ bằng}$$

Ⓐ  $\frac{82}{9}$ .

Ⓑ  $\frac{80}{9}$ .

Ⓒ 9.

Ⓓ 0.

Hướng dẫn giải:

|       |       |
|-------|-------|
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |

**Ví dụ 2:** Nghiệm của phương trình  $2^x + 2^{x+1} = 3^x + 3^{x+1}$  là

- Ⓐ  $x = 1$ .                      Ⓑ  $x = \log_{\frac{3}{2}} \frac{3}{4}$ .                      Ⓒ  $x = 0$ .                      Ⓓ  $x = \log_{\frac{3}{4}} \frac{3}{2}$ .

**Hướng dẫn giải:**

|       |       |
|-------|-------|
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |

**Ví dụ 3:** Gọi  $x_1, x_2$  là hai nghiệm của phương trình  $\log_2(\log_4 x) \cdot \log_4(\log_2 x) = 3$ . Khi đó giá trị biểu thức  $P = \log_2(x_1) \cdot \log_2(x_2)$  bằng

- Ⓐ  $P = 2$                       Ⓑ  $P = -6$                       Ⓒ  $P = 1$                       Ⓓ  $P = 4$

**Hướng dẫn giải:**

|       |       |
|-------|-------|
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |

**Ví dụ 4:** Nghiệm của phương trình  $12 \cdot 3^x + 3 \cdot 15^x - 5^{x+1} = 20$  là.

- Ⓐ  $x = \log_3 5 - 1$ .                      Ⓑ  $x = \log_3 5 + 1$ .                      Ⓒ  $x = \log_5 3 + 1$ .                      Ⓓ  $x = \log_5 3 - 1$ .

**Hướng dẫn giải:**

|       |       |
|-------|-------|
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |

#### 4. Thuật toán giải phương trình mũ – logarit bằng phương pháp hàm số.

**1. Dạng 1:**  $a^{f(x)} = g(x)$  hoặc  $\log_a f(x) = g(x)$

- Đoán (nhẩm) nghiệm.
- Xét tính đơn điệu của hai hàm số  $f(x)$  và  $g(x)$
- Kết luận nghiệm (thường gặp có 1 đến 2 nghiệm).

**2. Dạng 2:**  $a^{f(x)} + b^{f(x)} = c^{f(x)}$

- Chia cả hai vế cho  $c^{f(x)}$

- Đoán (nhảm nghiệm).
- Xét tính đơn điệu của hai hàm số ở hai vế phương trình.
- Kết luận nghiệm.

3. **Dạng 3:**  $a^{f(x)} + b^{f(x)} = g(x)$

- Đoán (nhảm) nghiệm.
- Xét tính đơn điệu hàm số  $y = a^{f(x)} + b^{f(x)}$  và  $y = g(x)$
- Kết luận nghiệm (thông thường có 1 đến 2 nghiệm)

4. **Dạng 4:**  $\log_a \frac{f(x)}{g(x)} = h(x)$  hoặc  $a^{f(x)} - b^{g(x)} = h(x)$  với  $h(x) = g(x) - f(x)$

- Biến đổi về dạng  $\log_a f(x) + f(x) = \log_a g(x) + g(x)$
- Xét hàm đặc trưng  $y = \log_a t + t$
- Chứng minh hàm đặc trưng đơn điệu nên suy ra  $f(x) = g(x)$
- Giải và kết luận.

**Ví dụ 1:** Số nghiệm của phương trình  $(3 + 5^x)(x + 1) = 8$  bằng

(A) 1.

(B) 3.

(C) 2.

(D) 0.

**Hướng dẫn giải:**

|  |  |
|--|--|
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

**Ví dụ 2:** Gọi  $S$  là tập hợp tất cả các nghiệm thực của phương trình  $2^{x^2-3x+2} - 2^{x^2-x-2} = 2x - 4$ . Số phần tử của tập  $S$  là

(A) 0.

(B) 1.

(C) 3.

(D) 2.

**Hướng dẫn giải:**

|  |  |
|--|--|
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

**Ví dụ 3:** Gọi  $S$  là tập tất cả các nghiệm của phương trình  $2^{\sin^2 x} + 3^{\cos^2 x} = 4.3^{\sin^2 x}$  thuộc  $[-2022; 2022]$ . Số phần tử của tập  $S$  bằng

(A) 1286

(B) 4043

(C) 1287.

(D) 4042

**Hướng dẫn giải:**

|       |       |
|-------|-------|
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |

**Ví dụ 4:** Cho phương trình  $\log_3 \left( \frac{x^2 - 2x + 1}{3x} \right) + x^2 = 3x - 2$ . Gọi  $x_1, x_2$  là hai nghiệm của phương trình thỏa mãn  $x_1 < x_2$  và  $4x_1 - 2x_2 = a + b\sqrt{5}$ , với  $a, b$  là các số nguyên. Tính giá trị biểu thức  $P = a + b$

(A) 0.

(B) 6.

(C) -6.

(D) 3.

**Hướng dẫn giải:**

|       |       |
|-------|-------|
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |

## 5. Thuật toán giải phương trình mũ – logarit có tham số $m$

Tùy bài toán có tham số  $m$  sẽ có cách giải khác nhau. Thông thường ta làm như sau

➤ Đặt ẩn phụ.

➤ Sử dụng lý thuyết Vi-ét khi đưa về được phương trình:  $a.t^2 + b.t + c = 0$

$$\circ S = x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$$

$$\circ P = x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

$$\circ \text{ Có hai nghiệm dương phân biệt: } \begin{cases} \Delta > 0 \\ P > 0 \\ S > 0 \end{cases}$$

$$\circ \text{ Có hai nghiệm âm phân biệt: } \begin{cases} \Delta > 0 \\ P > 0 \\ S < 0 \end{cases}$$

○ Có hai nghiệm trái dấu:  $a.c < 0$

➤ Cô lập  $m$  xét tính đơn điệu của hàm số  $f(t)$  rồi sử dụng tính chất.

○ **Tính chất:** Nếu hàm số  $y = f(t)$  luôn đơn điệu trên đoạn  $[a; b]$

• Đồng biến:  $\min_{[a;b]} = f(a)$  và  $\max_{[a;b]} = f(b)$

• Nghịch biến:  $\min_{[a;b]} = f(b)$  và  $\max_{[a;b]} = f(a)$

○ Dạng  $f(t) = m$  thì số nghiệm là số giao điểm của đồ thị hàm số  $y = f(t)$  và  $y = m$

❖ **Chú ý** về nghiệm.

○ Dạng  $f(t) = m$  có nghiệm  $t \in D$  thì  $\min_D \leq m < \max_D$ .

**Ví dụ 1: [MÃ ĐỀ 101 BGD-2019]** Cho phương trình  $\log_9 x^2 - \log_3(3x-1) = -\log_3 m$  ( $m$  là tham số thực). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  để phương trình đã cho có nghiệm?

(A) 2.

(B) 4.

(C) 3.

(D) Vô số.

**Hướng dẫn giải:**

|       |       |
|-------|-------|
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |

**Ví dụ 2: [MÃ ĐỀ 104 BGD-2017]** Tìm giá trị thực của tham số  $m$  để phương trình

$$9^x - 2 \cdot 3^{x+1} + m = 0 \text{ có hai nghiệm thực } x_1, x_2 \text{ thỏa mãn } x_1 + x_2 = 1.$$

Ⓐ  $m = 6$ .

Ⓑ  $m = -3$ .

Ⓒ  $m = 3$ .

Ⓓ  $m = 1$ .

**Hướng dẫn giải:**

|       |       |
|-------|-------|
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |

**Ví dụ 3:** Cho phương trình  $\log_2^2(9x) - (m+5)\log_2 x + 3m + 10 = 0$ . Số giá trị nguyên của tham số  $m$  để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt thuộc đoạn  $[1; 81]$  là

Ⓐ 2.

Ⓑ 4.

Ⓒ 3.

Ⓓ 5.

**Hướng dẫn giải:**

|       |       |
|-------|-------|
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |

**Ví dụ 4:** Cho phương trình  $\log_9 x^2 - \log_3(5x-1) + \log_3 m = 0$ . Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  để phương trình đã cho có nghiệm?

Ⓐ 5.

Ⓑ 3.

Ⓒ 4.

Ⓓ 6.

**Hướng dẫn giải:**

|       |       |
|-------|-------|
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |

## C. PHIẾU HỌC TẬP

## PHIẾU HỌC TẬP SỐ 1

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
|   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |

**Câu 1:** Nghiệm của phương trình  $3^{x-1} = 9$  là:

- (A)  $x = -2$ . (B)  $x = 3$ . (C)  $x = 2$ . (D)  $x = -3$ .

**Câu 2:** Nghiệm của phương trình  $\log_3(x-1) = 2$  là

- (A)  $x = 8$ . (B)  $x = 9$ . (C)  $x = 7$ . (D)  $x = 10$ .

**Câu 3:** Phương trình  $2^{2x+1} = 32$  có nghiệm là

- (A)  $x = \frac{5}{2}$ . (B)  $x = 2$ . (C)  $x = \frac{3}{2}$ . (D)  $x = 3$ .

**Câu 4:** Tìm nghiệm của phương trình  $\log_2(x-5) = 4$ .

- (A)  $x = 21$  (B)  $x = 3$  (C)  $x = 11$  (D)  $x = 13$

**Câu 5:** Nghiệm của phương trình  $5^{2x-4} = 25$  là

- (A)  $x = 3$ . (B)  $x = 2$ . (C)  $x = 1$ . (D)  $x = -1$ .

**Câu 6:** Nghiệm của phương trình  $\log_2(3x) = 3$  là:

- (A)  $x = 3$ . (B)  $x = 2$ . (C)  $x = \frac{8}{3}$ . (D)  $x = \frac{1}{2}$ .

**Câu 7:** Nghiệm của phương trình  $\log_3(2x-1) = 2$  là:

- (A)  $x = 3$ . (B)  $x = 5$ . (C)  $x = \frac{9}{2}$ . (D)  $x = \frac{7}{2}$ .

**Câu 8:** Tập nghiệm của phương trình  $\log_2(x^2 - x + 2) = 1$  là

- (A)  $\{0\}$ . (B)  $\{0; 1\}$ . (C)  $\{-1; 0\}$ . (D)  $\{1\}$ .

**Câu 9:** Nghiệm của phương trình  $\log_2(x+8) = 5$  bằng

- (A)  $x = 17$ . (B)  $x = 24$ . (C)  $x = 2$ . (D)  $x = 40$ .

**Câu 10:** Tìm tất cả các giá trị thực của  $m$  để phương trình  $3^x = m$  có nghiệm thực

- (A)  $m \geq 1$  (B)  $m \geq 0$  (C)  $m > 0$  (D)  $m \neq 0$

**Câu 11:** Tổng tất cả các nghiệm của phương trình  $\log_3(7-3^x) = 2-x$  bằng

- (A) 2. (B) 1. (C) 7. (D) 3.

**Câu 12:** Số nghiệm của phương trình  $2^{2+x} - 2^{2-x} = 15$  là

- (A) 3. (B) 2. (C) 1. (D) 0.

**Câu 13:** Phương trình  $3 \cdot 2^x - 4^{x-1} - 8 = 0$  có 2 nghiệm  $x_1, x_2$ . Tổng  $x_1 + x_2$  bằng

- (A) 2. (B) 3. (C) 4. (D) 5.

**Câu 14:** Phương trình  $9^x - 3 \cdot 3^x + 2 = 0$  có hai nghiệm  $x_1 < x_2$ . Giá trị  $P = 2x_1 + 3x_2$  bằng

- (A)  $4 \log_2 3$ . (B) 2. (C) 0. (D)  $3 \log_3 2$ .

**Câu 15:** Số nghiệm của phương trình  $9^x - 4 \cdot 3^x - 45 = 0$  là

- (A) 0. (B) 1. (C) 2. (D) 3.

**Câu 16:** Tích các nghiệm của phương trình  $(2 + \sqrt{3})^x + (2 - \sqrt{3})^x = 14$  là

- (A) 2. (B) -2. (C) 4. (D) -4.

**Câu 17:** Giải phương trình  $(7 + 4\sqrt{3})^x - 3(2 + \sqrt{3})^x + 2 = 0$ . Tích các nghiệm bằng

- (A)  $\log_{2-\sqrt{3}} \frac{1}{2}$ . (B) 1. (C) 0. (D)  $2\log_{2-\sqrt{3}} \frac{1}{2}$ .

**Câu 18:** Số nghiệm của phương trình  $9^x - 25 \cdot 3^x - 54 = 0$  bằng

- (A) 3. (B) 0. (C) 2. (D) 1.

**Câu 19:** Tích các nghiệm của phương trình  $3^{2+x} + 3^{2-x} = 30$  bằng

- (A) 2. (B) -2. (C) 1. (D) -1.

**Câu 20:** Số nghiệm của phương trình  $\log_3(x^2 - 6) = \log_3(x - 2) + 1$

- (A) 3. (B) 2. (C) 1. (D) 0.

**Câu 21:** Cho phương trình  $\log_2^2 x - 3 \cdot \log_2 x + 2 = 0$ . Tổng các nghiệm của phương trình bằng

- (A) 6. (B) 3. (C)  $\frac{5}{2}$ . (D)  $\frac{9}{2}$ .

**Câu 22:** Phương trình  $\ln(x+1) + \ln(x+3) = \ln(x+7)$  có mấy nghiệm?

- (A) 0. (B) 1. (C) 2. (D) 3.

**Câu 23:** Phương trình  $2\log_3^2 x + \log_3(9x) + 3 = 0$  có tích các nghiệm bằng

- (A)  $\frac{27\sqrt{5}}{5}$ . (B) 7. (C)  $27\sqrt{3}$ . (D)  $9\sqrt{3}$ .

**Câu 24:** Cho phương trình  $\log_3 x + \log_x 9 = 3$ . Tích các nghiệm của phương trình bằng

- (A) 3. (B) 1. (C) 2. (D) 27.

**Câu 25:** Phương trình  $\log_2 x + \log_4 x + \log_8 x = 11$  có nghiệm  $x_0$  duy nhất. Tính tổng tất cả các chữ số của  $x_0$

- (A) 6. (B) 9. (C) 10. (D) 11.

-----HẾT-----

## PHIẾU HỌC TẬP SỐ 2

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 |
|   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |

**Câu 1:** Gọi  $S$  là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số  $m$  sao cho phương trình  $16^x - m \cdot 4^{x+1} + 5m^2 - 45 = 0$  có hai nghiệm phân biệt. Hỏi  $S$  có bao nhiêu phần tử?

- (A) 13. (B) 3. (C) 6. (D) 4.

**Câu 2:** Tìm  $m$  để phương trình  $4^{x^2} - 2^{x^2+2} + 6 = m$  có đúng 3 nghiệm thực phân biệt.

- (A)  $m > 3$ . (B)  $m = 3$ . (C)  $2 < m < 3$ . (D)  $m = 2$ .

**Câu 3:** Cho phương trình  $4^{x^2} - 2^{x^2+2} + 6 = m$ . Tìm tất cả giá trị  $m$  để phương trình có đúng 3 nghiệm.

- (A)  $m = 3$ . (B)  $2 < m < 3$ .  
(C)  $m = 2$ . (D) Không có giá trị  $m$  thỏa yêu cầu bài toán.

**Câu 4:** Phương trình  $4^{x+1} - 2 \cdot 6^x + m \cdot 9^x = 0$  có hai nghiệm thực phân biệt khi đó tập hợp tất cả các giá trị của tham số  $m$  là

- (A)  $m < 0$ . (B)  $0 < m < \frac{1}{4}$ . (C)  $m > 0$ . (D)  $m < \frac{1}{4}$ .

**Câu 5:** Với giá trị nào của tham số  $m$  thì phương trình  $(2 + \sqrt{3})^x + (2 - \sqrt{3})^x = m$  có hai nghiệm phân biệt?

- (A)  $m > 2$ . (B)  $m < 2$ . (C)  $m = 2$ . (D)  $m \leq 2$ .

**Câu 6:** Giá trị của tham số  $m$  để phương trình  $4^x - 2m \cdot 2^x + 2m = 0$  có hai nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$  sao cho  $x_1 + x_2 = 3$  là:

- (A)  $m = -1$ . (B)  $m = 3$ . (C)  $m = 4$ . (D)  $m = -2$ .

**Câu 7:** Tập tất cả các giá trị  $m$  để phương trình  $4^x + m \cdot 2^{x+1} + m^2 - 1 = 0$  có 2 nghiệm  $x_1, x_2$  thỏa mãn  $x_1 + x_2 > 3$  là

- (A)  $m < 0$ . (B)  $m > 3$ . (C)  $m < -3$ . (D)  $\begin{cases} m > 3 \\ m < -3 \end{cases}$ .

**Câu 8:** Phương trình  $9^x - 2 \cdot 6^x + m^2 4^x = 0$  có hai nghiệm trái dấu khi:

- (A)  $m \leq 1$ . (B)  $m < -1$  hoặc  $m > 1$ . (C)  $m \in (-1; 0) \cup (0; 1)$ . (D)  $m \geq -1$ .

**Câu 9:** Phương trình  $(3 + \sqrt{5})^x + (3 - \sqrt{5})^x = 3 \cdot 2^x$  có tổng các nghiệm là

- (A) 0. (B) 1. (C) -1. (D) 2.

**Câu 10:** Số nghiệm của phương trình  $\log_2(x^3 + 1) - \log_2(x^2 - x + 1) - 2\log_2 x = 0$  là

- (A) 0. (B) 2. (C) 3. (D) 1.

**Câu 11:** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để phương trình  $\log_3 x - \log_3(x - 2) = \log_{\sqrt{3}} m$  có nghiệm?

- (A)  $m > 1$ . (B)  $m \geq 1$ . (C)  $m < 1$ . (D)  $m \leq 1$ .

**Câu 12:** Số các giá trị nguyên của tham số  $m$  để phương trình  $\log_{\sqrt{2}}(x-1) = \log_2(mx-8)$  có hai nghiệm thực phân biệt là:

- (A) 4. (B) 3. (C) 5. (D) vô số.

**Câu 13:** Phương trình  $\log_5^2(2x-1) - 8\log_5 \sqrt{2x-1} + 3 = 0$  có tập nghiệm là:

- (A)  $\{-1; -3\}$ . (B)  $\{1; 3\}$ . (C)  $\{3; 63\}$ . (D)  $\{1; 2\}$ .

**Câu 14:** Tìm tất cả các giá trị của tham số  $m$  để phương trình  $\log_2^2 x + 2\log_2 x - m = 0$  có nghiệm  $x > 2$ .

- (A)  $m < -1$ . (B)  $m \geq 3$ . (C)  $m < 3$ . (D)  $m > 3$ .

**Câu 15:** Tìm tất cả các giá trị của tham số  $m$  để phương trình  $\log_3^2 x - \log_3 x^2 + 2 - m = 0$  có nghiệm  $x \in [1; 9]$ .

- (A)  $0 \leq m \leq 1$ . (B)  $1 \leq m \leq 2$ . (C)  $m \leq 1$ . (D)  $m \geq 2$ .

**Câu 16:** Tìm  $m$  để phương trình  $\log_2^2 x - \log_2 x^2 + 3 = m$  có nghiệm  $x \in [1; 8]$ .

- (A)  $3 \leq m \leq 6$ . (B)  $6 \leq m \leq 9$ . (C)  $2 \leq m \leq 6$ . (D)  $2 \leq m \leq 3$ .

**Câu 17:** Tìm tất cả giá trị của  $m$  để phương trình  $\log_3^2 x - (m+2) \cdot \log_3 x + 3m - 1 = 0$  có hai nghiệm  $x_1, x_2$  sao cho  $x_1 \cdot x_2 = 27$ .

- (A)  $m = 1$ . (B)  $m = \frac{4}{3}$ . (C)  $m = 25$ . (D)  $m = \frac{28}{3}$ .

**Câu 18:** Cho phương trình  $\log_2^2(2x) - (m+2) \log_2 x + m - 2 = 0$  ( $m$  là tham số thực). Tập hợp tất cả các giá trị của  $m$  để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt thuộc đoạn  $[1; 2]$  là

- (A)  $(1; 2)$ . (B)  $[1; 2]$ . (C)  $[1; 2)$ . (D)  $[2; +\infty)$ .

**Câu 19:** Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực  $m$  để phương trình  $(m-1) \log_{\frac{1}{2}}^2(x-2) + 4(m-5) \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{x-2} + 4m - 4 = 0$  có nghiệm thực trong đoạn  $\left[\frac{5}{4}; 4\right]$ :

- (A)  $m < -3$ . (B)  $-3 \leq m \leq \frac{7}{3}$ . (C)  $m > \frac{7}{3}$ . (D)  $-3 < m < \frac{7}{3}$ .

**Câu 20:** Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực  $m$  để phương trình  $\log_2(5^x - 1) \cdot \log_4(2 \cdot 5^x - 2) = m$  có nghiệm  $x \geq 1$ .

- (A)  $\left[\frac{1}{2}; +\infty\right)$ . (B)  $\left[-\frac{1}{4}; +\infty\right)$ . (C)  $[1; +\infty)$ . (D)  $[3; +\infty)$ .

**Câu 21:** Biết phương trình  $9^x - 2^{\frac{x+1}{2}} = 2^{\frac{x+3}{2}} - 3^{2x-1}$  có nghiệm là  $a$ . Tính giá trị biểu thức  $P = a + \frac{1}{2} \log_{\frac{9}{2}} 2$ .

- (A)  $P = \frac{1}{2}$ . (B)  $P = 1 - \log_{\frac{9}{2}} 2$ . (C)  $P = 1$ . (D)  $P = 1 - \frac{1}{2} \log_{\frac{9}{2}} 2$ .

**Câu 22:** Cho phương trình  $\log_3 \frac{x^2 - 2x + 1}{x} + x^2 + 1 = 3x$  có tổng tất cả các nghiệm bằng

- Ⓐ 5.                      Ⓑ 3.                      Ⓒ  $\sqrt{5}$ .                      Ⓓ 2.

**Câu 23:** Biết rằng phương trình  $2^{x^2-1} = 3^{x+1}$  có 2 nghiệm là  $a, b$ . Khi đó  $a+b+ab$  có giá trị bằng

- Ⓐ  $-1+2\log_2 3$ .                      Ⓑ  $1+\log_2 3$ .                      Ⓒ  $-1$ .                      Ⓓ  $1+2\log_2 3$ .

**Câu 24:** Cho phương trình  $5^x + m = \log_5(x-m)$  với  $m$  là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của  $m \in (-20; 20)$  để phương trình đã cho có nghiệm?

- Ⓐ 20.                      Ⓑ 19.                      Ⓒ 9.                      Ⓓ 21.

**Câu 25:** Cho phương trình  $(4\log_2^2 x + \log_2 x - 5)\sqrt{7^x - m} = 0$  ( $m$  là tham số thực). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên dương của  $m$  để phương trình đã cho có đúng hai nghiệm phân biệt?

- Ⓐ 49.                      Ⓑ 47.                      Ⓒ Vô số.                      Ⓓ 48.

-----HẾT-----



**BÀI 6: BẤT PHƯƠNG TRÌNH MŨ, BẤT PHƯƠNG TRÌNH**

**A. LÝ THUYẾT CƠ BẢN CẦN NHỚ**

**1. Bất phương trình mũ**

- **Dạng:**  $a^x > b$  (hoặc  $a^x \geq b$ ;  $a^x < b$ ;  $a^x \leq b$ ) với  $a > 0$ ;  $a \neq 1$ 
  - Nếu  $b \leq 0$  thì phương trình  $a^x > b$  có tập nghiệm  $S = \mathbb{R}$ .
  - Nếu  $a > 1$  thì  $a^x > b \Leftrightarrow x > \log_a b$  (bất phương trình cùng chiều).
  - Nếu  $0 < a < 1$  thì  $a^x > b \Leftrightarrow x < \log_a b$  (bất phương trình đối chiều)
- **Dạng:**  $a^{f(x)} > a^{g(x)}$  (hoặc  $a^{f(x)} \geq a^{g(x)}$ ;  $a^{f(x)} < a^{g(x)}$ ;  $a^{f(x)} \leq a^{g(x)}$ )
  - Nếu  $a > 1$  thì  $a^{f(x)} > a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) > g(x)$  (bất phương trình cùng chiều).
  - Nếu  $0 < a < 1$  thì  $a^{f(x)} > a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) < g(x)$  (bất phương trình đối chiều)

**2. Bất phương trình logarit.**

- **Dạng:**  $\log_a x > b$  (hoặc  $\log_a x \geq b$ ;  $\log_a x < b$ ;  $\log_a x \leq b$ ) với  $a > 0$ ;  $a \neq 1$ 
  - Nếu  $a > 1$  thì  $\log_a x > b \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 & (\text{dk}) \\ x > \log_a b \end{cases}$  (bất phương trình cùng chiều).
  - Nếu  $0 < a < 1$  thì  $\log_a x > b \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 & (\text{dk}) \\ x < \log_a b \end{cases}$  (bất phương trình đối chiều)
- **Dạng:**  $\log_a f(x) > \log_a g(x)$   
(hoặc  $\log_a f(x) \geq \log_a g(x)$ ;  $\log_a f(x) < \log_a g(x)$ ;  $\log_a f(x) \leq \log_a g(x)$ )
  - Nếu  $a > 1$  thì  $\log_a f(x) > \log_a g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) > 0; g(x) > 0 & (\text{dk}) \\ f(x) > g(x) \end{cases}$
  - Nếu  $0 < a < 1$  thì  $\log_a f(x) > \log_a g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) > 0; g(x) > 0 & (\text{dk}) \\ f(x) < g(x) \end{cases}$

**3. Một số tính chất liên quan đến phương pháp hàm số, đánh giá.**

- **Tính chất 1:** Nếu hàm số  $y = f(x)$  luôn đơn điệu trên  $(a; b)$  thì  $\forall u, v \in (a; b)$  ta có.
  - Đồng biến:  $f(u) > f(v) \Leftrightarrow u > v$ .
  - Nghịch biến:  $f(u) > f(v) \Leftrightarrow u < v$
- **Tính chất 2:** Nếu hàm số  $y = f(x)$  luôn đơn điệu trên đoạn  $[a; b]$ 
  - Đồng biến:  $\min_{[a; b]} = f(a)$  và  $\max_{[a; b]} = f(b)$
  - Nghịch biến:  $\min_{[a; b]} = f(b)$  và  $\max_{[a; b]} = f(a)$

## B. THUẬT TOÁN CỦA MỘT SỐ DẠNG TOÁN THƯỜNG GẶP

### 1. Thuật toán giải bất phương trình mũ – phương trình logarit cơ bản

#### 1. Bất phương trình mũ

➤ Áp dụng công thức

- $a^x > b$ 
  - Nếu  $a > 1$  thì  $a^x > b \Leftrightarrow x > \log_a b$
  - Nếu  $0 < a < 1$  thì  $a^x > b \Leftrightarrow x < \log_a b$
- $a^{f(x)} > a^{g(x)}$ 
  - Nếu  $a > 1$  thì  $a^{f(x)} > a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) > g(x)$
  - Nếu  $0 < a < 1$  thì  $a^{f(x)} > a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) < g(x)$

❖ Khi cơ số lớn hơn 1 bất phương trình cùng chiều – Khi cơ số nhỏ hơn 1 bất phương trình đổi chiều.

#### 2. Bất phương trình logarit

➤ Áp dụng công thức

- $\log_a x > b$ 
  - Nếu  $a > 1$  thì  $\log_a x > b \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x > \log_a b \end{cases} \quad (\text{dk})$
  - Nếu  $0 < a < 1$  thì  $\log_a x > b \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x < \log_a b \end{cases} \quad (\text{dk})$
- $\log_a f(x) > \log_a g(x)$ 
  - $a > 1$  thì  $\log_a x > b \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x > \log_a b \end{cases} \quad (\text{dk})$
  - Nếu  $0 < a < 1$  thì  $\log_a x > b \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x < \log_a b \end{cases} \quad (\text{dk})$
- $\log_a f(x) > \log_a g(x)$ 
  - Nếu  $a > 1$  thì  $\log_a f(x) > \log_a g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) > 0; g(x) > 0 \\ f(x) > g(x) \end{cases} \quad (\text{dk})$
  - Nếu  $0 < a < 1$  thì  $\log_a f(x) > \log_a g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) > 0; g(x) > 0 \\ f(x) < g(x) \end{cases} \quad (\text{dk})$

3. Sử dụng máy tính

- Chuyển vế (sang trái) nhập vế trái vào máy tính.
- CALC **đáp án loại trừ**
  - Ra bằng đúng theo yêu cầu bài toán (Nếu BPT là  $> 0$  thì ra số lớn hơn 0) là **Đúng**.
  - Ra khác yêu cầu bài toán là **Sai**.

Ví dụ 1: [MÃ ĐỀ 101 BGD-L2-2020] Tập nghiệm của bất phương trình  $\log_3(18 - x^2) \geq 2$  là

- Ⓐ  $(-\infty; 3]$ .      Ⓑ  $(0; 3]$ .      Ⓒ  $[-3; 3]$ .      Ⓓ  $(-\infty; -3] \cup [3; +\infty)$ .

Hướng dẫn giải:

|       |       |
|-------|-------|
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |

Ví dụ 2: [MÃ ĐỀ 101 BGD-L1-2020] Tập nghiệm của bất phương trình  $3^{x^2-13} < 27$  là

- Ⓐ  $(4; +\infty)$ .      Ⓑ  $(-4; 4)$ .      Ⓒ  $(-\infty; 4)$ .      Ⓓ  $(0; 4)$ .

Hướng dẫn giải:

|       |       |
|-------|-------|
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |

Ví dụ 3: [MINH HỌA BGD-L1-2020] Tập nghiệm của bất phương trình  $5^{x-1} \geq 5^{x^2-x-9}$  là

- Ⓐ  $[-2; 4]$ .      Ⓑ  $[-4; 2]$ .      Ⓒ  $(-\infty; -2] \cup [4; +\infty)$ .      Ⓓ  $(-\infty; -4] \cup [2; +\infty)$ .

Hướng dẫn giải:

|       |       |
|-------|-------|
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |

Ví dụ 4: Bất phương trình:  $\log_4(x+7) > \log_2(x+1)$  có tập nghiệm là

- Ⓐ  $(1; 4)$ .      Ⓑ  $(5; +\infty)$ .      Ⓒ  $(-1; 2)$ .      Ⓓ  $(-\infty; 2)$ .

Hướng dẫn giải:

|       |       |
|-------|-------|
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |

## 2. Thuật toán giải bất phương trình bậc hai và quy về bậc hai mũ – logarit không có tham số

### 1. Bất phương trình mũ – Bất phương trình logarit

- Các dạng và phương pháp giải tương tự như phương trình mũ – phương trình logarit như bài 4 phần B II đã hướng dẫn.
- Chú ý về cơ sở để biết bất phương trình có đổi chiều hay không khi đã đưa về bất phương trình cơ bản.

### 2. Sử dụng máy tính

- Chuyển vế để đưa về dạng  $VT > 0$  hoặc  $VT \geq 0$ ;  $VT < 0$ ;  $VT \leq 0$
- Nhập VT vào máy tính.
  - CALC đáp án loại trừ ra **đúng** yêu cầu bài toán (nếu  $>0$  thì phải ra số dương) là **Đúng**.
  - Mỗi lần CALC ta loại được các đáp án Sai.
  - Khi còn 2 đáp án, ta chọn số sao cho chỉ thuộc 1 đáp án.

**Ví dụ 1:** Tập nghiệm của bất phương trình  $e^{2x} + e^x - 6 < 0$  là

- Ⓐ  $(-\infty; 2)$ .      Ⓑ  $(-3; 2)$ .      Ⓒ  $(\ln 2; +\infty)$       Ⓓ  $(-\infty; \ln 2)$

Hướng dẫn giải:

|       |       |
|-------|-------|
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |

**Ví dụ 2:** Tập nghiệm  $S$  của bất phương trình  $\log_2^2 x - 5\log_2 x + 4 \geq 0$  là?

- Ⓐ  $S = (-\infty; 2] \cup [16; +\infty)$ .      Ⓑ  $S = (-\infty; 1] \cup [4; +\infty)$ .  
 Ⓒ  $S = (0; 2] \cup [16; +\infty)$ .      Ⓓ  $S = [2; 16]$ .

Hướng dẫn giải:

|       |       |
|-------|-------|
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |

**Ví dụ 3:** Biết rằng tập nghiệm của bất phương trình  $4^x - 8 \cdot 6^x + 12 \cdot 9^x < 0$  là khoảng  $(a; b)$ . Giá trị của biểu thức  $b - 2a$  bằng

- Ⓐ  $\log_{\frac{2}{3}} 16$ .      Ⓑ  $-\log_{\frac{2}{3}} 18$ .      Ⓒ  $-\log_{\frac{2}{3}} 16$ .      Ⓓ  $\log_{\frac{2}{3}} 18$

Hướng dẫn giải:

|       |       |
|-------|-------|
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |

**Ví dụ 4:** Gọi  $S$  là tập nghiệm của bất phương trình  $\frac{\log_2 \frac{x}{2}}{\log_2 x} - \frac{\log_2 x^2}{\log_2 x - 1} - 1 \leq 0$ . Khi đó  $S$  chứa bao nhiêu số nguyên dương.

Ⓐ 9.

Ⓑ 6.

Ⓒ 7.

Ⓓ 8.

Hướng dẫn giải:

|       |       |
|-------|-------|
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |

### 3. Thuật toán giải phương trình mũ – logarit biến đổi tổng hợp.

#### 1. Bất phương trình mũ

➤ Sử dụng các công thức biến đổi để đưa về cùng cơ số hoặc các dạng toán quen thuộc đã biết.

➤ Chú ý một số công thức sau:

$$\circ a^{2f(x)} = (a^2)^{f(x)} = (a^{f(x)})^2$$

$$\circ a^{-f(x)} = \frac{1}{a^{f(x)}}$$

#### 2. Bất phương trình logarit

➤ Sử dụng công thức biến đổi đưa về cùng cơ số hoặc các dạng toán quen thuộc đã biết.

➤ Chú ý một số công thức sau:

$$\circ \log_a b = \frac{1}{\log_b a}$$

$$\circ \log_{a^\alpha} f(x) = \frac{1}{\alpha} \log_a f(x)$$

$$\circ \log_a f(x)^\beta = \beta \log_a f(x)$$

$$\circ \log_a f(x) \cdot \log_{f(x)} b = \log_a b.$$

❖ **Chú ý:** Khi bỏ cơ số:

- Đối với cơ số  $a > 1$  khi bỏ cơ số thì bất phương trình giữ nguyên chiều.
- Đối với cơ số  $0 < a < 1$  khi bỏ cơ số thì bất phương trình đổi chiều

**3. Sử dụng máy tính**

- Chuyển về để đưa về dạng  $VT > 0$  hoặc  $VT \geq 0$ ;  $VT > 0$ ;  $VT \leq 0$
- Nhập  $VT$  vào máy tính.
  - CALC đáp án loại trừ ra **đúng** yêu cầu bài toán (nếu  $>0$  thì phải ra số dương) là **Đúng**.
  - Mỗi lần CALC ta loại được các đáp án Sai.
  - Khi còn 2 đáp án, ta chọn số sao cho chỉ thuộc 1 đáp án.

**Ví dụ 1:** Tập nghiệm  $S$  của bất phương trình  $\log_{\frac{1}{2}} \left[ \log_2 (2 - x^2) \right] > 0$  là

- Ⓐ  $S = (-1; 0) \cup (0; 1)$ .    Ⓑ  $S = (-1; 0)$ .    Ⓒ  $S = (-\infty; -1)$ .    Ⓓ  $S = (-1; 1)$ .

**Hướng dẫn giải:**

|  |  |
|--|--|
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

**Ví dụ 2:** Biết tập nghiệm của bất phương trình  $2^{x^2 + \sqrt{x-1} - 1} + 2 \leq 2^{x^2} + 2^{\sqrt{x-1}}$  có dạng  $[a; b]$ . Khi đó giá trị biểu thức  $a + 2b$  bằng

- Ⓐ 3.    Ⓑ 4.    Ⓒ 5.    Ⓓ 2.

**Hướng dẫn giải:**

|  |  |
|--|--|
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

**Ví dụ 3:** Biết tập nghiệm của bất phương trình  $2^x + 4.5^x - 4 < 10^x$  có dạng  $(a; b]$ . Khi đó giá trị biểu thức  $P = a + b$  bằng

- Ⓐ  $P = 0$     Ⓑ  $P = 2$     Ⓒ  $P = 1$     Ⓓ  $P = 3$

**Hướng dẫn giải:**

|  |  |
|--|--|
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

**Ví dụ 4: [MÃ ĐỀ 101 BGD-2021]** Có bao nhiêu số nguyên  $x$  thỏa mãn

$$(3^{x^2} - 9^x) [\log_3(x+25) - 3] \leq 0$$

Ⓐ 24.

Ⓑ Vô số.

Ⓒ 26.

Ⓓ 25.

**Hướng dẫn giải:**

|       |       |
|-------|-------|
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |

#### 4. Thuật toán giải phương trình mũ – logarit bằng phương pháp hàm số

Giải bất phương trình mũ – logarit bằng pp hàm số ta thực hiện như bài toán giải phương trình mũ – logarit bằng pp hàm số và lưu ý thêm hai tính chất như ở phần A.

➤ **Tính chất 1:** Nếu hàm số  $y = f(x)$  luôn đơn điệu trên  $(a; b)$  thì  $\forall u, v \in (a; b)$  ta có.

○ Đồng biến:  $f(u) > f(v) \Leftrightarrow u > v$ .

○ Nghịch biến:  $f(u) > f(v) \Leftrightarrow u < v$

➤ **Tính chất 2:** Nếu hàm số  $y = f(x)$  luôn đơn điệu trên đoạn  $[a; b]$

○ Đồng biến:  $\min_{[a; b]} = f(a)$  và  $\max_{[a; b]} = f(b)$

○ Nghịch biến:  $\min_{[a; b]} = f(b)$  và  $\max_{[a; b]} = f(a)$

**Ví dụ 1:** Cho đồ thị hàm số  $f(x) = x^3 - 15x^2 - 1$ . Tập nghiệm  $S$  của bất phương trình

$$f(\sqrt{81-9^x}) \leq f(3^x + 1)$$

Ⓐ  $S = \left[ \frac{-1 - \sqrt{161}}{2}; \frac{-1 + \sqrt{161}}{2} \right]$ .

Ⓑ  $S = \left( -\infty; \frac{-1 - \sqrt{161}}{2} \right]$ .

Ⓒ  $S = \left[ \frac{-1 + \sqrt{161}}{2}; +\infty \right)$ .

Ⓓ  $S = \left( \frac{-1 - \sqrt{161}}{2}; \frac{-1 + \sqrt{161}}{2} \right)$

[illegible]

Ⓐ  $S = (-\infty; 2)$ .

Ⓑ  $S = (2; +\infty)$ .

©  $S = (-2; 2)$ .

Ⓓ  $S = \mathbb{R}$ .

[illegible]

**Ví dụ 3:** Tập nghiệm  $S$  của bất phương trình  $\log_3 \frac{x^2+x+3}{2x^2+4x+5} > x^2+3x+2$  có dạng  $(a;b)$ . Khi đó giá trị biểu thức  $P=a+b$  bằng

Ⓐ 3.

Ⓑ -2.

Ⓒ 2.

Ⓓ -3.

**Hướng dẫn giải:**

|       |       |
|-------|-------|
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |

### 5. Thuật toán giải phương trình mũ – logarit có tham số $m$

Tùy bài toán có tham số  $m$  sẽ có cách giải khác nhau. Thông thường ta làm như sau

➤ Đặt ẩn phụ.

➤ Sử dụng lý thuyết vi ét khi đã đưa về được hàm bậc hai:  $a.x^2 + b.x + c$

○  $S = x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$

○  $P = x_1.x_2 = \frac{c}{a}$

➤ Cô lập  $m$  xét tính đơn điệu của hàm số  $f(t)$  rồi sử dụng tính chất.

○ **Tính chất:** Nếu hàm số  $y = f(x)$  luôn đơn điệu trên đoạn  $[a;b]$

• Đồng biến:  $\min_{[a;b]} = f(a)$  và  $\max_{[a;b]} = f(b)$

• Nghịch biến:  $\min_{[a;b]} = f(b)$  và  $\max_{[a;b]} = f(a)$

❖ Khi bài toán chuyển về dạng  $m \geq f(x)$  (hoặc  $m \leq f(x)$ ) **nghiệm đúng** với mọi  $x \in D$  thì  $m \geq \max_D f(x)$  (hoặc  $m \leq \min_D f(x)$ ).

❖ Khi bài toán chuyển về dạng  $m \geq f(x)$  (hoặc  $m \leq f(x)$ ) **có nghiệm** thì  $m \geq \min_D f(x)$  (hoặc  $m \leq \max_D f(x)$ )



**Ví dụ 3:** Cho bất phương trình  $\log_2^2 2x - 2(m+1)\log_2 x - 2 < 0$  (1). Tìm tất cả các giá trị của tham số  $m$  để bất phương trình (1) có nghiệm thuộc khoảng  $(\sqrt{2}; +\infty)$

- Ⓐ  $m \in \left(-\frac{3}{4}; 0\right)$ .      Ⓑ  $m \in (0; +\infty)$ .      Ⓒ  $m \in (-\infty; 0)$ .      Ⓓ  $m \in \left(-\frac{3}{4}; +\infty\right)$ .

**Hướng dẫn giải:**

|       |       |
|-------|-------|
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |

**Ví dụ 4:** Có bao nhiêu số nguyên của tham số  $m$  thuộc đoạn  $[-2021; 2021]$  sao cho bất phương trình  $(10x)^{m+\frac{\log_2 x}{10}} \geq 10^{\frac{11}{10}\log x}$  đúng với mọi  $x \in (1; 100)$ .

- Ⓐ 2020.      Ⓑ 2021.      Ⓒ 4043.      Ⓓ 4042.

**Hướng dẫn giải:**

|       |       |
|-------|-------|
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |

## C. PHIẾU HỌC TẬP

## PHIẾU HỌC TẬP SỐ 1

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
|   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |

**Câu 1:** Tập nghiệm của bất phương trình  $2^x > 3^{x+1}$  là

- Ⓐ  $(-\infty; \log_2 3]$ .      Ⓑ  $(-\infty; \log_{\frac{2}{3}} 3)$ .      Ⓒ  $\emptyset$ .      Ⓓ  $(\log_{\frac{2}{3}} 3; +\infty)$ .

**Câu 2:** Giải bất phương trình  $\frac{1}{9} \cdot 3^{3x} > 1$ .

- Ⓐ  $x > \frac{2}{3}$ .      Ⓑ  $x < \frac{2}{3}$ .      Ⓒ  $x > \frac{3}{2}$ .      Ⓓ  $x < \frac{3}{2}$ .

**Câu 3:** Nghiệm của bất phương trình  $3^{x+2} \geq \frac{1}{9}$  là:

- Ⓐ  $x \geq -4$ .      Ⓑ  $x < 0$ .      Ⓒ  $x > 0$ .      Ⓓ  $x < 4$ .

**Câu 4:** Tìm tập nghiệm  $S$  của bất phương trình  $2^{x-1} > \left(\frac{1}{16}\right)^{\frac{1}{x}}$ .

- Ⓐ  $S = (2; +\infty)$ .      Ⓑ  $S = (-\infty; 0)$ .      Ⓒ  $S = (0; +\infty)$ .      Ⓓ  $S = (-\infty; +\infty)$ .

**Câu 5:** Tìm số nghiệm nguyên dương của bất phương trình  $\left(\frac{1}{5}\right)^{x^2-2x} \geq \frac{1}{125}$ .

- Ⓐ 3.      Ⓑ 4.      Ⓒ 5.      Ⓓ 6.

**Câu 6:** Giải bất phương trình  $\left(\frac{1}{3}\right)^{-3x^2} < 3^{2x+1}$  ta được tập nghiệm:

- Ⓐ  $(-\infty; -\frac{1}{3})$ .      Ⓑ  $(1; +\infty)$ .      Ⓒ  $(-\frac{1}{3}; 1)$ .      Ⓓ  $(-\infty; -\frac{1}{3}) \cup (1; +\infty)$ .

**Câu 7:** Tìm tập nghiệm  $S$  của bất phương trình  $\left(\frac{1}{2}\right)^{2x+1} < \left(\frac{1}{2}\right)^{3x-2}$ .

- Ⓐ  $S = (-\infty; 3)$ .      Ⓑ  $S = (3; +\infty)$ .      Ⓒ  $S = (-\infty; -3)$ .      Ⓓ  $S = \left(-\frac{1}{2}; 3\right)$ .

**Câu 8:** Tập các số  $x$  thỏa mãn  $\left(\frac{3}{2}\right)^{4x} \leq \left(\frac{3}{2}\right)^{2-x}$  là

- Ⓐ  $(-\infty; \frac{2}{3}]$ .      Ⓑ  $[-\frac{2}{3}; +\infty)$ .      Ⓒ  $(-\infty; \frac{2}{5}]$ .      Ⓓ  $[\frac{2}{5}; +\infty)$ .

**Câu 9:** Nghiệm nguyên dương lớn nhất của bất phương trình  $4^{x-1} - 2^{x-2} \leq 3$  bằng

- Ⓐ 1.      Ⓑ 2.      Ⓒ 3.      Ⓓ 4.

**Câu 10:** Tập nghiệm của bất phương trình:  $3^{2x+1} - 10 \cdot 3^x + 3 \leq 0$  là

- Ⓐ  $[-1; 0]$ . Ⓑ  $(-1; 1)$ . Ⓒ  $(0; 1]$ . Ⓓ  $[-1; 1]$ .

**Câu 11:** Tập hợp nghiệm của bất phương trình  $3^{3x-2} + \frac{1}{27^x} \leq \frac{2}{3}$  là

- Ⓐ  $(0; 1)$ . Ⓑ  $(1; 2)$ . Ⓒ  $\left\{\frac{1}{3}\right\}$ . Ⓓ  $\left(\frac{1}{3}; 2\right)$ .

**Câu 12:** Nghiệm của bất phương trình  $9^{x-1} - 36 \cdot 3^{x-3} + 3 \leq 0$  là

- Ⓐ  $x \geq 1$ . Ⓑ  $x \leq 3$ . Ⓒ  $1 \leq x \leq 3$ . Ⓓ  $1 \leq x \leq 2$ .

**Câu 13:** Tập nghiệm của bất phương trình  $\frac{1}{3^x + 5} \leq \frac{1}{3^{x+1} - 1}$  là:

- Ⓐ  $-1 < x \leq 1$ . Ⓑ  $x \leq -1$ . Ⓒ  $x > 1$ . Ⓓ  $1 < x < 2$ .

**Câu 14:** Tập nghiệm  $S$  của phương trình  $\log_x 3 - \log_{\frac{x}{3}} 3 < 0$  là

- Ⓐ  $S = \left(0; \frac{1}{2}\right) \cup (2; +\infty)$ . Ⓑ  $S = \left(0; \frac{1}{2}\right)$ . Ⓒ  $S = (0; 2)$ . Ⓓ  $S = (-\infty; 0) \cup \left(\frac{1}{2}; 2\right)$ .

**Câu 15:** Bất phương trình  $\log_2(x^2 - 2x + 3) > 1$  có tập nghiệm là

- Ⓐ  $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ . Ⓑ  $\mathbb{R}$ . Ⓒ  $\{1\}$ . Ⓓ  $\emptyset$ .

**Câu 16:** Tìm tập nghiệm  $S$  của bất phương trình  $\log_{0,5}(2x - 1) > -2$

- Ⓐ  $S = \left(\frac{1}{2}; \frac{5}{2}\right)$ . Ⓑ  $S = \left[\frac{1}{2}; \frac{5}{2}\right)$ . Ⓒ  $S = \left(-\infty; \frac{5}{2}\right)$ . Ⓓ  $S = \left(\frac{5}{2}; +\infty\right)$ .

**Câu 17:** Tìm tập nghiệm của bất phương trình  $\log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 3x + 2) \geq -1$ .

- Ⓐ  $(-\infty; 1)$ . Ⓑ  $[0; 1) \cup (2; 3]$ . Ⓒ  $[0; 2) \cup (3; 7]$ . Ⓓ  $[0; 2)$ .

**Câu 18:** Nghiệm nguyên nhỏ nhất của bất phương trình  $\log_{0,2} x - \log_5(x - 2) < \log_{0,2} 3$  là:

- Ⓐ  $x = 6$ . Ⓑ  $x = 3$ . Ⓒ  $x = 5$ . Ⓓ  $x = 4$ .

**Câu 19:** Bất phương trình  $\log_{\frac{3}{4}}(2x + 1) \geq \log_{\frac{3}{4}}(x + 2)$  có tập nghiệm  $S$  là

- Ⓐ  $S = \left[-\frac{1}{2}; 1\right]$ . Ⓑ  $S = (-2; 1)$ . Ⓒ  $S = \left[-\frac{1}{2}; 1\right]$ . Ⓓ  $S = \left(-\frac{1}{2}; 1\right)$ .

**Câu 20:** Tìm tập nghiệm  $S$  của bất phương trình  $\log_{\frac{1}{2}}(x + 1) < \log_{\frac{1}{2}}(2x - 1)$

- Ⓐ  $S = (2; +\infty)$ . Ⓑ  $S = (-\infty; 2)$ . Ⓒ  $S = \left(\frac{1}{2}; 2\right)$ . Ⓓ  $S = (-1; 2)$ .

**Câu 21:** Tập nghiệm của bất phương trình  $\log_3\left(\log_{\frac{1}{2}} x\right) < 1$  là

- Ⓐ  $(0; 1)$ . Ⓑ  $\left(\frac{1}{8}; 1\right)$ . Ⓒ  $(1; 8)$ . Ⓓ  $\left(\frac{1}{8}; 3\right)$ .

**Câu 22:** Bất phương trình  $\log_{0,2}^2 x - 5\log_{0,2} x < -6$  có tập nghiệm là:

- Ⓐ  $S = \left(\frac{1}{125}; \frac{1}{25}\right)$ .      Ⓑ  $S = (2; 3)$ .      Ⓒ  $S = \left(0; \frac{1}{25}\right)$ .      Ⓓ  $S = (0; 3)$ .

**Câu 23:** Xác định tập nghiệm  $S$  của bất phương trình  $\log_2^2 x + \log_2 2x - 3 > 0$

- Ⓐ  $S = \left(0; \frac{1}{4}\right) \cup (2; +\infty)$ .      Ⓑ  $S = (2; +\infty)$ .  
 Ⓒ  $S = \left(-\infty; \frac{1}{4}\right) \cup (2; +\infty)$ .      Ⓓ  $S = (1; +\infty)$ .

**Câu 24:** Cho bất phương trình  $\frac{1 - \log_9 x}{1 + \log_3 x} \leq \frac{1}{2}$ . Nếu đặt  $t = \log_3 x$  thì bất phương trình trở thành:

- Ⓐ  $2(1 - 2t) \leq 1 + t$ .      Ⓑ  $\frac{1 - 2t}{1 + t} \leq \frac{1}{2}$ .      Ⓒ  $1 - \frac{1}{2}t \leq \frac{1}{2}(1 + t)$ .      Ⓓ  $\frac{2t - 1}{1 + t} \geq 0$ .

**Câu 25:** Nghiệm nguyên nhỏ nhất của bất phương trình  $\log_x 3 - \log_{\frac{x}{3}} 3 < 0$  là:

- Ⓐ  $x = 3$ .      Ⓑ  $x = 1$ .      Ⓒ  $x = 2$ .      Ⓓ  $x = 4$ .



PHIẾU HỌC TẬP SỐ 2

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 |
|   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |

**Câu 1:** Tập nghiệm của bất phương trình  $\log_{\frac{1}{2}}(\log_2(2x-1)) > 0$  là:

- Ⓐ  $S = \left(1; \frac{3}{2}\right)$ .      Ⓑ  $S = \left(0; \frac{3}{2}\right)$ .      Ⓒ  $S = (0; 1)$ .      Ⓓ  $S = \left(\frac{3}{2}; 2\right)$ .

**Câu 2:** Tập nghiệm của bất phương trình  $(2^{x^2-4} - 1) \cdot \ln x^2 < 0$  là

- Ⓐ  $[1; 2]$ .      Ⓑ  $(-2; -1) \cup (1; 2)$ .      Ⓒ  $\{1; 2\}$ .      Ⓓ  $(1; 2)$ .

**Câu 3:** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để bất phương trình  $\log_2(7x^2 + 7) \geq \log_2(mx^2 + 4x + m)$ ,  $\forall x \in \mathbb{R}$ .

- Ⓐ  $m \in (2; 5]$ .      Ⓑ  $m \in (-2; 5]$ .      Ⓒ  $m \in [2; 5)$ .      Ⓓ  $m \in [-2; 5)$ .

**Câu 4:** Tìm  $m$  để bất phương trình  $1 + \log_5(x^2 + 1) \geq \log_5(mx^2 + 4x + m)$  thỏa mãn với mọi  $x \in \mathbb{R}$ .

- Ⓐ  $-1 < m \leq 0$ .      Ⓑ  $-1 < m < 0$ .      Ⓒ  $2 < m \leq 3$ .      Ⓓ  $2 < m < 3$ .

**Câu 5:** Số giá trị nguyên của tham số  $m$  sao cho bất phương trình:  $\log 5 + \log(x^2 + 1) \geq \log(mx^2 + 4x + m)$  nghiệm đúng với mọi  $x$  thuộc  $\mathbb{R}$ .

- Ⓐ 0.      Ⓑ  $\forall m \in \mathbb{Z}$  và  $m \leq 3$ .      Ⓒ 1.      Ⓓ 2.

**Câu 6:** Tìm tập nghiệm của bất phương trình  $\frac{16 \log_2 x}{\log_2 x^2 + 3} - \frac{3 \log_2 x^2}{\log_2 x + 1} < 0$ .

- Ⓐ  $(0; 1) \cup (\sqrt{2}; +\infty)$       Ⓑ  $\left(\frac{1}{2\sqrt{2}}; \frac{1}{2}\right) \cup (1; +\infty)$   
 Ⓒ  $\left(\frac{1}{2\sqrt{2}}; \frac{1}{2}\right) \cup (1; \sqrt{2})$       Ⓓ  $\left(\frac{1}{2\sqrt{2}}; 1\right) \cup (\sqrt{2}; +\infty)$

**Câu 7:** Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên của  $m$  để bất phương trình  $\log_2^2 x + m \log_2 x - m \geq 0$  nghiệm đúng với mọi giá trị của  $x \in (0; +\infty)$ .

- Ⓐ 4.      Ⓑ 5.      Ⓒ 6.      Ⓓ 7.

**Câu 8:** Nghiệm nguyên lớn nhất của bất phương trình  $\log_3(4 \cdot 3^{x-1}) > 2x - 1$  là:

- Ⓐ  $x = 3$ .      Ⓑ  $x = 2$ .      Ⓒ  $x = 1$ .      Ⓓ  $x = -1$ .

**Câu 9:** Tất cả các giá trị của  $m$  để bất phương trình  $(3m+1)12^x + (2-m)6^x + 3^x < 0$  có nghiệm đúng  $\forall x > 0$  là:

- Ⓐ  $(-2; +\infty)$ .      Ⓑ  $(-\infty; -2]$ .      Ⓒ  $\left(-\infty; -\frac{1}{3}\right)$ .      Ⓓ  $\left(-2; -\frac{1}{3}\right)$ .

**Câu 10:** Tìm  $m$  để bất phương trình  $m \cdot 9^x - (2m+1) \cdot 6^x + m \cdot 4^x \leq 0$  nghiệm đúng với mọi  $x \in (0; 1)$ .

- Ⓐ  $0 \leq m \leq 6$ .      Ⓑ  $m \leq 6$ .      Ⓒ  $m \geq 6$ .      Ⓓ  $m \leq 0$ .

**Câu 11:** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để bất phương trình  $9^x - 2(m+1).3^x - 3 - 2m > 0$  nghiệm đúng với mọi  $x \in \mathbb{R}$ .

- (A)  $m$  tùy ý.      (B)  $m \neq -\frac{4}{3}$ .      (C)  $m < -\frac{3}{2}$ .      (D)  $m \leq -\frac{3}{2}$ .

**Câu 12:** Cho bất phương trình:  $\frac{1}{5^{x+1}-1} \geq \frac{1}{5-5^x}$ . Tìm tập nghiệm của bất phương trình.

- (A)  $S = (-1; 0] \cup (1; +\infty)$ .      (B)  $S = (-1; 0] \cap (1; +\infty)$ .  
 (C)  $S = (-\infty; 0]$ .      (D)  $S = (-\infty; 0)$ .

**Câu 13:** Số các giá trị nguyên dương để bất phương trình  $3^{\cos^2 x} + 2^{\sin^2 x} \geq m.3^{\sin^2 x}$  có nghiệm là

- (A) 1.      (B) 2.      (C) 3.      (D) 4.

**Câu 14:** Tập nghiệm của bất phương trình  $2^x + 4.5^x - 4 < 10^x$  là:

- (A)  $\begin{cases} x < 0 \\ x > 2 \end{cases}$ .      (B)  $x < 0$ .      (C)  $x > 2$ .      (D)  $0 < x < 2$ .

**Câu 15:** Nghiệm của bất phương trình  $e^x + e^{-x} < \frac{5}{2}$  là

- (A)  $x < \frac{1}{2}$  hoặc  $x > 2$ .      (B)  $\frac{1}{2} < x < 2$ .  
 (C)  $-\ln 2 < x < \ln 2$ .      (D)  $x < -\ln 2$  hoặc  $x > \ln 2$ .

**Câu 16:** Tìm tập  $S$  của bất phương trình:  $3^x.5^{x^2} < 1$ .

- (A)  $(-\log_5 3; 0]$ .      (B)  $[\log_3 5; 0)$ .      (C)  $(-\log_5 3; 0)$ .      (D)  $(\log_3 5; 0)$ .

**Câu 17:** Tập nghiệm của bất phương trình  $\log_2(x^2 - 4x + 16) - \log_2(x) \leq -5x^2 + 40x - 74$  là:

- (A)  $(-4; 4)$ .      (B)  $(4; +\infty)$ .      (C)  $\{4\}$ .      (D)  $(-\infty; 4)$ .

**Câu 18:** Tập nghiệm của bất phương trình  $3^{\sqrt{2x+1}} - 3^{x+1} \leq x^2 - 2x$  là

- (A)  $[0; +\infty)$       (B)  $[0; 2]$ .      (C)  $[2; +\infty)$ .      (D)  $[2; +\infty) \cup \{0\}$ .

**Câu 19:** Tìm tập nghiệm của bất phương trình  $7^x \geq 10 - 3x$ .

- (A)  $(-\infty; 1]$ .      (B)  $(1; +\infty)$ .      (C)  $[1; +\infty)$ .      (D)  $\emptyset$ .

**Câu 20:** Nghiệm của bất phương trình  $5^{2\sqrt{x}} + 5 < 5^{1+\sqrt{x}} + 5^{\sqrt{x}}$  là

- (A)  $0 \leq x < 1$ .      (B)  $0 < x \leq 1$ .      (C)  $0 < x < 1$ .      (D)  $0 \leq x \leq 1$ .

**Câu 21:** Giải bất phương trình  $2^{\frac{4x-1}{2x+1}} < 2^{\frac{2-2x}{2x+1}} + 1$ .

- (A)  $\begin{cases} x < -\frac{1}{2} \\ x > 1 \end{cases}$ .      (B)  $-\frac{1}{2} < x < 1$ .      (C)  $x > 1$       (D)  $x < -\frac{1}{2}$ .

**Câu 22:** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để bất phương trình  $\log_2(5^x - 1) \leq m$  có nghiệm  $x \geq 1$ ?

- (A)  $m \geq 2$ .      (B)  $m > 2$ .      (C)  $m \leq 2$ .      (D)  $m < 2$ .

**Câu 23:** Bất phương trình  $2.5^{x+2} + 5.2^{x+2} \leq 133.\sqrt{10^x}$  có tập nghiệm là  $S = [a; b]$  thì  $b - 2a$  bằng  
 Ⓐ 6. Ⓑ 10. Ⓒ 12. Ⓓ 16.

**Câu 24:** Bất phương trình  $\log_x (\log_3 (9^x - 72)) \leq 1$  có tập nghiệm là:

Ⓐ  $S = [\log_3 \sqrt{73}; 2]$ . Ⓑ  $S = (\log_3 \sqrt{72}; 2]$ . Ⓒ  $S = (\log_3 \sqrt{73}; 2]$ . Ⓓ  $S = (-\infty; 2]$ .

**Câu 25:** Trong tất cả các cặp  $(x; y)$  thỏa mãn  $\log_{x^2+y^2+2} (4x+4y-4) \geq 1$ . Tìm  $m$  để tồn tại duy nhất cặp  $(x; y)$  sao cho  $x^2 + y^2 + 2x - 2y + 2 - m = 0$ .

Ⓐ  $(\sqrt{10} - \sqrt{2})^2$ . Ⓑ  $\sqrt{10} - \sqrt{2}$  và  $\sqrt{10} + \sqrt{2}$ .  
 Ⓒ  $(\sqrt{10} - \sqrt{2})^2$  và  $(\sqrt{10} + \sqrt{2})^2$ . Ⓓ  $\sqrt{10} - \sqrt{2}$ .

-----HẾT-----



**BÀI 7: BÀI TOÁN MAX – MIN VÀ ỨNG DỤNG THỰC TẾ****A. LÝ THUYẾT CƠ BẢN CẦN NHỚ****1. Các bài toán ứng dụng**

- **Bài toán theo hình thức lãi kép:** Gửi  $S_0$  đồng, lãi suất  $r$  một kì theo hình thức lãi kép.

Tính số tiền thu về sau  $n$  kì:

○ Công thức tính nhanh:  $S_n = S_0(1+r)^n$

- **Bài toán gửi ngân hàng hàng tháng:** đầu mỗi kì gửi  $a$  đồng, lãi suất  $r$  một kì. Tính số tiền thu được sau  $n$  kì (gồm cả gốc và lãi).

○ Công thức tính nhanh:  $A_n = a(1+r) \frac{(1+r)^n - 1}{r}$

- **Bài toán gửi ngân hàng và rút ra hàng tháng:** Gửi  $a$  đồng vào tài khoản tiết kiệm, lãi suất  $r$  một kì. Sau đúng một kì lấy ra  $m$  đồng và các kì sau cũng vậy. Hỏi số tiền còn lại trong tài khoản sau  $n$  kì.

○ Công thức tính nhanh:  $A_n = a(1+r)^n - m \frac{(1+r)^n - 1}{r}$

- **Bài toán vay vốn trả góp:** Vay  $A$  đồng, lãi suất  $r$ , trả nợ đều mỗi kì số tiền  $m$  đồng. Hỏi sau  $n$  kì thì trả hết nợ cả gốc lẫn lãi.

○ Công thức tính nhanh:  $m = \frac{Ar(1+r)^n}{(1+r)^n - 1}$

- **Bài toán lãi kép liên tục (bài toán dân số, tăng trưởng mũ):** Ban đầu có  $A$  người, tăng trưởng mỗi năm là  $r$  theo tăng trưởng mũ. Số người khi qua  $n$  năm.

○ Công thức tính nhanh:  $A_n = Ae^{n.r}$

**2. Các bài toán max – min, bài toán tổng hợp nhiều biến liên quan đến mũ – logarit**

- **Dạng 1: Đặt ẩn phụ để biến đổi.**

- **Cách 1:** Với bài toán dạng  $f(\log_a b, \log_b a)$  thì ta có thể đặt ẩn phụ

$t = \log_a b \Leftrightarrow b = a^t$  biến đổi đa thức một biến theo biến  $t$ .

- **Cách 2:** Với bài toán dạng  $a^u = b^v = (a.b)^p$  thì ta có thể đặt  $t = \log_a b$

$\Rightarrow u = p(1+t), v = p\left(1 + \frac{1}{t}\right)$  từ đó biến đổi về hàm đa thức một biến theo  $t$ .

- **Cách 3:** Với bài toán có dạng  $a^u = b^v = c^p = (a.b.c)^q$  thì ta đặt  $a^u = b^v = c^p = (a.b.c)^q = t$

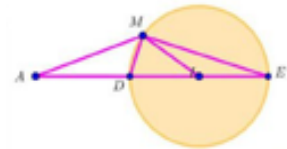
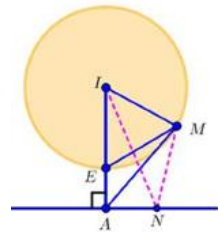
$\Rightarrow u = \log_a t; v = \log_b t; p = \log_c t; q = \log_{abc} t$  và rút ra được  $\frac{1}{u} + \frac{1}{v} + \frac{1}{p} = \log_t abc = \frac{1}{q}$

➤ **Dạng 2: Sử dụng bất đẳng thức cổ điển.**

- **Bất đẳng thức Cauchy:**  $a \geq 0; b \geq 0$  thì  $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$  trong đó tích  $a.b$  không đổi.
- **Bất đẳng thức Cauchy Schwarz:**  $(a^2 + b^2 + c^2)(x^2 + y^2 + z^2) \geq (ax + by + cz)^2$  trong đó  $ax + by + cz$  có giá trị không đổi.
  - Trong dạng này, từ giải thuyết bài toán ta thường thấy xuất hiện dạng biểu thức dạng hàm đặc trưng:
    - $\log_a \left( \frac{u}{v} \right) = u - v \Leftrightarrow u + \log_a u = v + \log_a v \Leftrightarrow u = v$
    - $\log_a u + u \leq \log_a v + v \Leftrightarrow u \leq v$  (hoặc  $u \geq v$ )
    - $a^u + u = a^v + v \Leftrightarrow u = v$

➤ **Dạng 3: Cực trị hình học**

- **Cách 1:**  $d: ax + by + c = 0$  và  $(C): (x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = R^2$ . Khi đó  $d$  và  $(C)$  có điểm chung khi  $d(I; d) \leq R$ 
  - ❖ **Mở rộng:** Trong không gian  $(P): ax + by + cz + d = 0$  và  $(S): (x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 = R^2$ . Khi đó  $(P)$  và  $(S)$  có điểm chung khi  $d(I; (P)) \leq R$
- **Cách 2:**  $d: ax + by + c = 0$  và  $(C): (x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = R^2$  sao cho  $d(I; d) > R$  khi đó  $M \in (C), N \in d$  thì  $MN \geq d(I; d) - R$  dấu bằng xảy ra khi  $M \equiv E, N \equiv A$
- **Cách 3:** Điểm  $A(a; b)$  và  $(C): (x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = R^2$  sao cho  $IA > R$  khi đó  $M \in (C)$  thì  $IA - R \leq AM \leq IA + R$  dấu bằng xảy ra khi  $M \equiv D$  hoặc  $M \equiv E$



**B. THUẬT TOÁN CỦA MỘT SỐ DẠNG TOÁN THƯỜNG GẶP****1. Thuật toán tính bài toán lãi suất, tăng trưởng**

- Nhận dạng toán để lựa chọn công thức tính nhanh ở phần A
- Xác định các yếu tố.
- Thay vào công thức tìm theo yêu cầu bài toán.
- ❖ **Chú ý:** Thời gian chỉ làm tròn lên.

**Ví dụ 1: [MINH HOA BGD-2018]** Một người gửi 100 triệu đồng vào ngân hàng với lãi suất 0,4% / tháng. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi tháng, số tiền lãi sẽ được lập vào vốn ban đầu để tính lãi cho tháng tiếp theo. Hỏi sau 6 tháng, người đó được lĩnh số tiền ( cả vốn ban đầu và lãi) gần nhất với số tiền nào dưới đây, nếu trong khoảng thời gian này người đó không rút tiền ra và lãi suất không thay đổi?

- (A) 102.424.000 đồng    (B) 102.423.000 đồng    (C) 102.16.000 đồng    (D) 102.017.000 đồng

**Hướng dẫn giải:**

|  |  |
|--|--|
|  |  |
|  |  |
|  |  |

**Ví dụ 2: [MÃ ĐỀ 101 BGD-L1-2020]** Trong năm 2019, diện tích rừng trồng mới của tỉnh A là 600 ha. Giả sử diện tích rừng trồng mới của tỉnh A mỗi năm tiếp theo đều tăng 6% so với diện tích rừng trồng mới của năm liền trước. Kể từ sau năm 2019, năm nào dưới đây là năm đầu tiên tỉnh A có diện tích rừng trồng mới trong năm đó đạt trên 1000 ha?

- (A) Năm 2028.    (B) Năm 2047.    (C) Năm 2027.    (D) Năm 2046.

**Hướng dẫn giải:**

|  |  |
|--|--|
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

**Ví dụ 3: [MÃ ĐỀ 101 BGD-2018]** Một người gửi tiết kiệm vào ngân hàng với lãi suất 7,5% / năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn để tính lãi cho năm tiếp theo. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm người đó thu được (cả số tiền gửi ban đầu và lãi) gấp đôi số tiền đã gửi, giả định trong khoảng thời gian này lãi suất không thay đổi và người đó không rút tiền ra?

- (A) 11 năm.    (B) 9 năm.    (C) 10 năm.    (D) 12 năm.

Hướng dẫn giải:

|       |       |
|-------|-------|
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |

## 2. Thuật toán bài toán max – min, bài toán tổng hợp nhiều biến

- Áp dụng các kiến thức ở phần A
- Tùy vào giả thuyết từng bài toán cụ thể ta có thể sử dụng kết hợp các phương pháp đã học như
  - Phương pháp hàm số
  - Phương pháp hàm đặc trưng.
  - Phương pháp bất đẳng thức
  - Phương pháp biến đổi tổng hợp.
  - Phương pháp đánh giá

**Ví dụ 1:** Cho  $a, b$  là các số thực dương thỏa mãn  $b > 1$  và  $\sqrt{a} \leq b < a$ . Giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $P = \log_{\frac{a}{b}} a + 2 \log_{\sqrt{b}} \left( \frac{a}{b} \right)$  bằng

Ⓐ 6.

Ⓑ 5.

Ⓒ 7.

Ⓓ 4

Hướng dẫn giải:

|       |       |
|-------|-------|
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |

**Ví dụ 2:** Cho 2 số thực dương  $x, y$  thỏa mãn  $\log_3 \left[ (x+1)(y+1) \right]^{y+1} = 9 - (x-1)(y+1)$ . Giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $P = x + 4y$  bằng

Ⓐ  $P_{\min} = 19$ .

Ⓑ  $P_{\min} = 1$ .

Ⓒ  $P_{\min} = 7$ .

Ⓓ  $P_{\min} = 1$ .

Hướng dẫn giải:

|       |       |
|-------|-------|
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |

**Ví dụ 3:** Với các số thực dương  $x, y$  thay đổi sao cho  $\log_2 \left( \frac{x+2y+2}{x^2+y^2} \right) = x(x-2) + y(y-4) - 5$ .

Xác định giá trị lớn nhất của biểu thức  $P = \frac{x+2y+1}{x+y+4}$

Ⓐ  $\frac{15+\sqrt{394}}{31}$ .

Ⓑ  $\frac{15+\sqrt{473}}{31}$ .

Ⓒ  $\frac{15+\sqrt{39}}{31}$ .

Ⓓ  $\frac{15+6\sqrt{14}}{31}$ .

**Hướng dẫn giải:**

|       |       |
|-------|-------|
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |

**Ví dụ 4:** [MINH HÒA BGD-L1-2020] Có bao nhiêu cặp số nguyên  $(x; y)$  thỏa mãn  $0 \leq x \leq 2020$  và  $\log_3(3x+3) + x = 2y + 9^y$ ?

Ⓐ 2019.

Ⓑ 6.

Ⓒ 2020.

Ⓓ 4.

**Hướng dẫn giải:**

|       |       |
|-------|-------|
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |

## C. PHIẾU HỌC TẬP

### PHIẾU HỌC TẬP SỐ 1

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
|   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |

**Câu 1:** Một người gửi ngân hàng theo hình thức lãi kép (lãi không rút ra sẽ được nhập vào vốn tiếp tục tính lãi) số tiền 10 triệu đồng với lãi suất 0,5% một tháng. Hỏi sau 3 người này thu về được số tiền (cả gốc lẫn lãi) là bao nhiêu?

- (A) 11,967 triệu. (B) 11,669 triệu. (C) 10,967 triệu. (D) 11,669 triệu.

**Câu 2:** Một người gửi ngân hàng 15 triệu đồng theo hình thức lãi kép với lãi suất 6%/ năm. Hỏi ít nhất bao nhiêu năm thì người đó thu về ít nhất được 19 triệu đồng.

- (A) 4 năm. (B) 6 năm. (C) 5 năm. (D) 3 năm.

**Câu 3:** Ông A gửi tiền vào ngân hàng 10 triệu vào đầu mỗi tháng với hình thức lãi kép, lãi suất là 0,5%/tháng. Hỏi sau 2 năm ông A rút được số tiền bao nhiêu?

- (A) 255,320 triệu. (B) 254,591 triệu. (C) 254,320 triệu. (D) 255,591 triệu.

**Câu 4:** Một người gửi tiền ngân hàng vào đầu mỗi tháng theo hình thức lãi kép với số tiền là  $m$  triệu đồng. Biết lãi suất kì hạn 1 tháng là 0,5% thì sau 2 năm số tiền người này thu về là 100 triệu đồng. Số tiền  $m$  gửi mỗi tháng của người này là?

- (A)  $\frac{100}{202(1,005^{24} - 1)}$ . (B)  $\frac{100}{201(1,005^{24} - 1)}$ . (C)  $\frac{100}{2012(1,005^{25} - 1)}$ . (D)  $\frac{1}{2(1,005^{24} - 1)}$

**Câu 5:** Anh A vay ngân hàng 100 triệu đồng để phục vụ cơ sở kinh doanh cá nhân với lãi suất 1%/ tháng. Anh A trả nợ ngân hàng đều đặn vào mỗi tháng với số tiền 4 triệu đồng. Hỏi nhanh nhất là bao lâu thì anh A trả hết số nợ.

- (A) 2 năm 4 tháng. (B) 2 năm 3 tháng. (C) 2 năm 6 tháng. (D) 2 năm 5 tháng.

**Câu 6:** Một người đi làm với mức lương khởi điểm là 7 triệu đồng một tháng. Cứ sau 3 năm mức lương được tăng thêm 7% so với năm trươsc. Hỏi sau 36 năm, tổng số tiền lương mà người này nhận được là bao nhiêu? Làm tròn hai chữ số thập phân.

- (A) 3024 triệu. (B) 3235,68 triệu. (C) 4507,89 triệu. (D) 3977,47 triệu.

**Câu 7:** Đầu năm 2022, ông A thành lập công ty. Tổng số tiền trả lương nhân viên trong năm 2022 là 1 tỷ đồng. Biết rằng năm sau số tiền ông A trả lương cho nhân viên tăng 20% so với năm trướ (C) Hỏi năm đầu tiên công ty ông A tốn 5 tỷ trả lương cho nhân viên là?

- (A) 2029. (B) 2030. (C) 2031. (D) 2028

**Câu 8:** Theo thống kê tại tỉnh X người ta biết rằng nếu diện tích rừng bị khai thác không đổi thì sau 50 năm nữa tỉnh X sẽ hết rừng khai thác Nhưng trên thực tế thì diện tích rừng bị khai thác mỗi năm tăng thêm 6%. Hỏi sau bao lâu thì tỉnh X hết rừng khai thác. Giả thuyết rằng rừng không được trồng thêm.

- (A) 23. (B) 24. (C) 21. (D) 22.

**Câu 9:** Cho hai số thực  $x, y$  thỏa mãn  $\log_{x^2+y^2}(x+y) \geq 1$ . Giá trị lớn nhất của  $S = x + 2y$ .

- (A) 3. (B)  $\sqrt{5}$ . (C)  $\frac{3+\sqrt{10}}{2}$ . (D)  $\frac{5+\sqrt{10}}{2}$ .

**Câu 10:** Cho hai số thực dương  $x, y$  thỏa mãn  $5^{x+2y} + \frac{3}{3^{xy}} + x + 1 = \frac{5^{xy}}{5} + 3^{-x-2y} + y(x-2)$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $P = x + 2y$ .

- (A)  $P = 6 - 2\sqrt{3}$ . (B)  $P = 4 + 2\sqrt{6}$ . (C)  $P = 4 - 2\sqrt{6}$ . (D)  $P = 6 + 2\sqrt{3}$ .

**Câu 11:** Cho hai số thực dương  $x, y$  thỏa mãn  $\log_2 \frac{y}{2\sqrt{1+x}} = -y^2 + 3y + x - 3\sqrt{1+x}$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $P = x - 100y$ .

- (A) -2499. (B) -2501. (C) -2500. (D) -2490.

**Câu 12:** Cho hai số thực  $x, y$  thay đổi thỏa mãn  $xy = 4, x \geq \frac{1}{2}, y \geq 1$ . Gọi  $M, m$  lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $P = \log_2^2 x + (\log_2 y - 1)^2$ . Tính  $S = M + 2m$ .

- (A)  $S = 6$ . (B)  $S = 11$ . (C)  $S = \frac{21}{2}$ . (D)  $S = \frac{11}{2}$ .

**Câu 13:** Cho hai số thực  $x, y$  thay đổi thỏa mãn  $e^{x-4y+\sqrt{1-x^2}} - e^{y^2+\sqrt{1-x^2}} - y = \frac{y^2-x}{4}$ . Biết giá trị lớn nhất của biểu thức  $P = x^3 + 2y^2 - 2x^2 + 8y - x + 2$  là  $\frac{a}{b}$  với  $a, b$  là các số nguyên dương và  $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản. Tính  $S = a + b$ .

- (A)  $S = 85$ . (B)  $S = 31$ . (C)  $S = 75$ . (D)  $S = 41$ .

**Câu 14:** Cho hai số thực dương  $x, y$  thay đổi thỏa mãn  $3^{xy-1} - \left(\frac{1}{3}\right)^{x+2y} = 2 - 2xy - 2x - 4y$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $P = 2x + 3y$ .

- (A)  $6\sqrt{2} - 7$ . (B)  $\frac{10\sqrt{2}+1}{10}$ . (C)  $15\sqrt{2} - 20$ . (D)  $\frac{3\sqrt{2}-4}{2}$ .

**Câu 15:** Xét các số thực không âm  $x$  và  $y$  thỏa mãn  $2x + y \cdot 4^{x+y-1} \geq 3$ . Giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $P = x^2 + y^2 + 4x + 6y$  bằng

- (A)  $\frac{33}{4}$ . (B)  $\frac{65}{8}$ . (C)  $\frac{49}{8}$ . (D)  $\frac{57}{8}$ .

**Câu 16:** Cho hai số thực  $x, y$  thỏa mãn  $\log_{x^2+y^2+2}(x+y+3) \geq 1$ . Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức  $S = 3x + 4y - 6$ .

- (A)  $\frac{5\sqrt{6}-9}{2}$ . (B)  $\frac{5\sqrt{6}-3}{2}$ . (C)  $\frac{5\sqrt{3}-5}{2}$ . (D)  $\frac{5\sqrt{6}-5}{2}$ .

**Câu 17:** Cho hai số thực dương  $a, b$  thỏa mãn  $a^2 + b^2 > 1$  và  $\log_{a^2+b^2}(a+b) \geq 1$ . Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức  $P = 2a + 4b - 3$ .

- (A)  $\frac{\sqrt{10}}{2}$ . (B)  $\sqrt{10}$ . (C)  $\frac{2\sqrt{10}}{2}$ . (D)  $\frac{1}{\sqrt{10}}$ .

**Câu 18:** Trong các nghiệm  $(x; y)$  thỏa mãn bất phương trình  $\log_{x^2+2y^2}(2x+y) \geq 1$ . Giá trị lớn nhất của biểu thức  $T = 2x + y$  bằng:

- Ⓐ  $\frac{9}{4}$ .                      Ⓑ  $\frac{9}{2}$ .                      Ⓒ  $\frac{9}{8}$ .                      Ⓓ 9.

**Câu 19:** Cho hai số thực  $x, y$  thỏa mãn  $\log_{x^2+2y^2}(2x+y) \geq 1$ . Biết giá trị lớn nhất của biểu thức  $P = 2x + y$  là  $\frac{a}{b}$  với  $a, b$  là các số nguyên dương và  $\frac{a}{b}$  tối giản. Tính  $S = a + b$ .

- Ⓐ 17.                      Ⓑ 13.                      Ⓒ 11.                      Ⓓ 15.

**Câu 20:** Cho hai số thực  $x, y$  thỏa mãn  $4 + 3^{x^2-2y+2} = (4 + 9^{x^2-2y})7^{2y-x^2+2}$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $S = x + 2y$ .

- Ⓐ  $-\frac{9}{4}$ .                      Ⓑ  $\frac{7}{4}$ .                      Ⓒ  $-\frac{33}{8}$ .                      Ⓓ  $-\frac{1}{4}$ .

**Câu 21:** Cho hai số thực dương  $x, y$  thỏa mãn  $3 + \ln \frac{x+y+1}{3xy} = 9xy - 3x - 3y$ . Giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $P = xy$ .

- Ⓐ  $P = \frac{1}{9}$ .                      Ⓑ  $P = \frac{1}{3}$ .                      Ⓒ  $P = 9$ .                      Ⓓ  $P = 1$ .

**Câu 22:** Cho các số thực dương  $a, b$  thỏa mãn  $\log_3 \frac{2-ab}{a+b} = 3ab + a + b - 7$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $S = a + 5b$

- Ⓐ  $\frac{2\sqrt{95}-6}{3}$ .                      Ⓑ  $\frac{4\sqrt{95}+15}{12}$ .                      Ⓒ  $\frac{3\sqrt{95}-16}{3}$ .                      Ⓓ  $\frac{5\sqrt{95}-21}{6}$ .

**Câu 23:** Cho hai số thực  $x, y$  thay đổi thỏa mãn  $\ln(x^2+x) - 2^{x+y} = \ln(y+x) - 2^{x^2+x}$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $P = y^2 - 4xy + 8x$ .

- Ⓐ -4.                      Ⓑ 0.                      Ⓒ 5.                      Ⓓ -3.

**Câu 24:** Cho các số thực  $a, b, c, d$  thỏa mãn  $\log_{a^2+b^2+2}(4a+6b-7) = 1$  và  $27^c \cdot 81^d = 6c + 8d + 1$ . Giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $P = (a-c)^2 + (b-d)^2$ .

- Ⓐ  $\frac{8}{5}$ .                      Ⓑ  $\frac{49}{25}$ .                      Ⓒ  $\frac{64}{25}$ .                      Ⓓ  $\frac{7}{5}$ .

**Câu 25:** Có bao nhiêu số nguyên  $y$  sao cho tồn tại  $x \in \left(\frac{1}{3}; 3\right)$  thỏa mãn  $27^{3x^2+xy} = (1+xy) \cdot 27^x$

- Ⓐ 27.                      Ⓑ 9.                      Ⓒ 11.                      Ⓓ 12.

-----HẾT-----

### ĐỀ ÔN TẬP SỐ 1

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
|   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |

**Câu 1:** Cho  $a$  là số thực dương. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

- (A)  $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$       (B)  $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{n}{m}}$       (C)  $a^m \cdot a^n = a^{m \cdot n}$       (D)  $a^{m-n} = a^m - a^n$

**Câu 2:** Cho số thực  $a, b, c$  thỏa mãn  $a > 0, a \neq 1, b, c > 0$ . Khẳng định nào sau đây **sai**?

- (A)  $\log_a bc = \log_a b + \log_a c$       (B)  $\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$   
 (C)  $\log_{a^\alpha} b = \alpha \log_a b$       (D)  $\log_a b^\alpha = \alpha \log_a b$

**Câu 3:** Đạo hàm của hàm số  $y = 2022^x$  là:

- (A)  $y' = 2022^x$       (B)  $y' = x \cdot 2022^{x-1}$       (C)  $y' = 2022^x \cdot \ln 2022$       (D)  $y' = \frac{2022^x}{\ln 2022}$

**Câu 4:** Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên khoảng  $(0; +\infty)$

- (A)  $y = \log_{\frac{1}{3}} x$       (B)  $y = \log_{\frac{\sqrt{5}}{2}} x$       (C)  $y = \log_{\frac{\pi}{4}} x$       (D)  $y = \log_{\frac{e}{3}} x$

**Câu 5:** Phương trình  $\log_3(x^3 + 2x) = 1$  có nghiệm là:

- (A)  $x_1 = 1; x_2 = -3$       (B)  $x = 1$       (C)  $x_1 = -1; x_2 = 3$       (D) Vô nghiệm

**Câu 6:** Biểu thức  $\sqrt[3]{x^2 \sqrt{x \sqrt[5]{x^3}}} \ (x > 0)$  viết dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ là:

- (A)  $x^{\frac{6}{5}}$       (B)  $x^{\frac{31}{30}}$       (C)  $x^{\frac{11}{10}}$       (D)  $x^{\frac{14}{15}}$

**Câu 7:** Tập xác định của hàm số  $y = (1 - x^2)^{-2022}$  là:

- (A)  $D = (-1; 1)$       (B)  $D = \mathbb{R} \setminus \{\pm 1\}$   
 (C)  $D = \mathbb{R}$       (D)  $D = (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$

**Câu 8:** Gọi  $x_1, x_2$  là hai nghiệm của phương trình  $5 \cdot 4^x + 2 \cdot 5^{2x} = 7 \cdot 10^x$ . Tính tổng  $x_1 + x_2$

- (A) 4.      (B) 3.      (C) 2.      (D) 1.

**Câu 9:** Số giá trị nguyên của  $m$  để phương trình  $9^{1+\sqrt{1-x^2}} - 2 \cdot 3^{1+\sqrt{1-x^2}} - m(3^{1+\sqrt{1-x^2}} - 2) + 1 = 0$  có nghiệm là:

- (A) 5.      (B) 7.      (C) 6.      (D) 4.

**Câu 10:** Ông A vay ngân hàng 200.000.000 đồng theo hình thức trả góp hàng tháng trong 48 tháng. Lãi suất ngân hàng cố định 0,8%/ tháng. Mỗi tháng ông A phải trả (lần đầu tiên phải trả là 1 tháng sau khi vay) số tiền gốc là số tiền vay ban đầu chia cho 48 và số tiền lãi sinh ra từ số tiền gốc còn nợ ngân hàng. Tổng số tiền lãi người đó đã trả trong toàn bộ quá trình nợ là bao nhiêu?

- (A) 36.800.000 đồng.      (B) 39.200.000 đồng.      (C) 37.451.777 đồng.      (D) 38.400.000 đồng.

**Câu 11:** Tìm tất cả các giá trị của tham số  $m$  để bất phương trình  $9^x - 2 \cdot 6^x + m \cdot 4^x = 0$  có hai nghiệm trái dấu.

- (A)  $m \leq 1$ .      (B)  $m < -1$  hoặc  $m > 1$ .      (C)  $0 < m < 1$ .      (D)  $m \geq -1$ .

**Câu 12:** Số nghiệm nguyên của bất phương trình  $3^x + 9 \cdot 3^{-x} < 10$  là

- (A) Vô số. (B) 0. (C) 1. (D) 2.

**Câu 13:** Tập xác định của hàm số  $y = \log_3(4 - x)$  là

- (A)  $(-\infty; 4]$ . (B)  $(-\infty; 4)$ . (C)  $[4; +\infty)$ . (D)  $(4; +\infty)$ .

**Câu 14:** Bất phương trình  $\log_{\frac{1}{2}}(2x-3) < \log_{\frac{1}{2}}(5-2x)$  có tập nghiệm là  $(a; b)$ . Tính giá trị của  $S = a + b$ .

- (A)  $S = \frac{7}{2}$ . (B)  $S = \frac{11}{2}$ . (C)  $S = \frac{13}{2}$ . (D)  $S = \frac{9}{2}$ .

**Câu 15:** Đặt  $\log_2 6 = m$ . Hãy biểu diễn  $\log_9 6$  theo  $m$

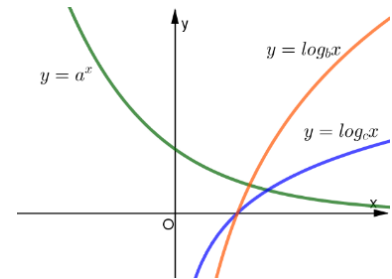
- (A)  $\frac{m}{2(m-1)}$ . (B)  $\frac{m}{2(m+1)}$ . (C)  $\frac{m}{m+1}$ . (D)  $\frac{m}{m-1}$ .

**Câu 16:** Cho phương trình  $4^{x^2-2x} + 2^{x^2-2x+3} - 3 = 0$ . Khi đặt  $t = 2^{x^2-2x}$ , ta được phương trình nào dưới đây?

- (A)  $4t - 3 = 0$ . (B)  $2t^2 - 3 = 0$ . (C)  $t^2 + 8t - 3 = 0$ . (D)  $t^2 + 2t - 3 = 0$ .

**Câu 17:** Cho các hàm số  $y = a^x$ ,  $y = \log_b x$ ,  $y = \log_c x$  có đồ thị như hình vẽ. Chọn khẳng định đúng.

- (A)  $a > b > c$ .  
(B)  $c > b > a$ .  
(C)  $b > a > c$ .  
(D)  $b > c > a$ .



**Câu 18:** Tìm tập nghiệm  $S$  của bất phương trình  $9^x - 4 \cdot 3^x + 3 \leq 0$ .

- (A)  $S = (0; 1)$ . (B)  $S = (-\infty; 1]$ . (C)  $S = [0; 1]$ . (D)  $S = [1; 3]$ .

**Câu 19:** Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên  $\mathbb{R}$ ?

- (A)  $y = \left(\frac{e+1}{\pi}\right)^x$ . (B)  $y = \left(\frac{\pi}{4}\right)^x$ . (C)  $y = \left(\frac{2}{\sqrt{3}+1}\right)^x$ . (D)  $y = \left(\frac{2}{e}\right)^x$ .

**Câu 20:** Số nghiệm nguyên của bất phương trình  $2^x + 8 \cdot 2^{-x} \leq 9$  là:

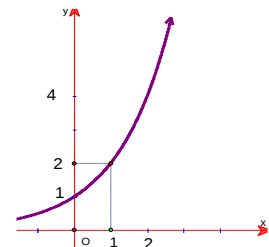
- (A) 2. (B) 3. (C) 4. (D) 1.

**Câu 21:** Cho  $\log_3 5 = a$ ;  $\log_2 5 = b$ . Tính  $\log_6 5$  theo  $a$  và  $b$  được kết quả là

- (A)  $\frac{a-b}{ab}$ . (B)  $\frac{a+b}{ab}$ . (C)  $\frac{ab}{a+b}$ . (D)  $\frac{a-b}{a+b}$ .

**Câu 22:** Đồ thị sau là của hàm số nào dưới đây?

- (A)  $y = 2^x$   
(B)  $y = \log_2 x$   
(C)  $y = 4^x$   
(D)  $y = \ln x$



**Câu 23:** Tổng các nghiệm của phương trình:  $25^x - 6 \cdot 5^x + 5 = 0$  là:

- (A) 1. (B) 2. (C) 6. (D) 3.

**Câu 24:** Tìm tập hợp các giá trị của tham số  $m$  để phương trình  $3^x + 3 = m\sqrt{9^x + 1}$  có đúng 1 nghiệm.

- Ⓐ  $[1;3)$ .                      Ⓑ  $(3;\sqrt{10})$ .                      Ⓒ  $\{\sqrt{10}\}$ .                      Ⓓ  $(1;3] \cup \{\sqrt{10}\}$ .

**Câu 25:** Gọi  $S$  là tập hợp tất cả các giá trị của tham số  $m$  để trong tất cả các cặp  $(x;y)$  thỏa mãn  $\log_{x^2+y^2+2}(4x+4y-4) \geq 1$  đồng thời tồn tại duy nhất cặp  $(x;y)$  sao cho  $3x-4y+m=0$ . Tính tổng các giá trị của  $S$ .

- Ⓐ 20.                      Ⓑ 4.                      Ⓒ 12.                      Ⓓ 8.

-----HẾT-----



ĐỀ ÔN TẬP SỐ 2

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 |
|   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |

**Câu 1:** Với  $a; b$  là các số thực dương và  $m; n$  là các số nguyên, mệnh đề nào sau đây **sai**?

- (A)  $\log a - \log b = \log \frac{a}{b}$ .  
 (B)  $(a.b)^n = a^n.b^n$ .  
 (C)  $a^m.a^n = a^{m+n}$ .  
 (D)  $\log a + \log b = \log a.\log b$ .

**Câu 2:** Biểu thức  $\sqrt{a}\sqrt{a}, (a > 0)$  được viết dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ là:

- (A)  $a^{\frac{3}{4}}$ .  
 (B)  $a^{\frac{3}{2}}$ .  
 (C)  $a^{\frac{1}{2}}$ .  
 (D)  $a^{\frac{2}{3}}$ .

**Câu 3:** Tìm tập xác định  $D$  với của hàm số  $y = (x^2 + 2x - 3)^e$ .

- (A)  $D = (-\infty; -3) \cup (1; +\infty)$ .  
 (B)  $D = (0; +\infty)$ .  
 (C)  $D = \mathbb{R} \setminus \{-3; 1\}$ .  
 (D)  $D = \mathbb{R}$ .

**Câu 4:** Tập nghiệm của phương trình  $\log_2(1-x) = 0$ .

- (A)  $S = \{2\}$ .  
 (B)  $S = \{0\}$ .  
 (C)  $S = \mathbb{R}$ .  
 (D)  $S = \emptyset$ .

**Câu 5:** Rút gọn biểu thức  $P = \frac{a^{\sqrt{3}+1}.a^{2-\sqrt{3}}}{(a^{\sqrt{2}-2})^{\sqrt{2}+2}}$ , với  $a > 0$ .

- (A)  $P = a^5$ .  
 (B)  $P = a^4$ .  
 (C)  $P = a$ .  
 (D)  $P = a^3$ .

**Câu 6:** Tập nghiệm của phương trình  $\log_2(4-2^x) = 2-x$  là:

- (A)  $S = \emptyset$ .  
 (B)  $S = \mathbb{R}$ .  
 (C)  $S = \{1\}$ .  
 (D)  $S = (-\infty; 1)$ .

**Câu 7:** Nghiệm nguyên dương lớn nhất của bất phương trình:  $4^{x-1} - 2^{x-2} \leq 3$  thuộc khoảng nào sau đây?

- (A)  $(-\infty; -1)$ .  
 (B)  $[-1; 2)$ .  
 (C)  $[2; 4)$ .  
 (D)  $[4; +\infty)$ .

**Câu 8:** Để chuẩn bị tiền sau 3 năm nữa cho con lựa chọn học nghề với các gói học phí như sau: gói 1: 150 triệu đồng, gói 2: 200 triệu đồng, gói 3: 250 triệu đồng, gói 4: 300 triệu đồng. Ông A đã gửi số tiền là 1 tỉ đồng vào một ngân hàng với lãi suất 8% trên một năm. Hỏi sau 3 năm với số tiền lãi của ông A lĩnh được, con ông A có thể chọn được tối đa bao nhiêu nguyện vọng phù hợp với gói học phí đã nêu?

- (A) 1.  
 (B) 2.  
 (C) 3.  
 (D) 4.

**Câu 9:** Tìm  $m$  để phương trình  $\log^2 x + \log x - m = 0$  có hai nghiệm phân biệt thuộc khoảng  $(0; 1)$

- (A)  $m > 0$   
 (B)  $m \geq \frac{3}{4}$   
 (C)  $\frac{-1}{4} \leq m < 0$   
 (D)  $\frac{-1}{4} < m < 0$

**Câu 10:** Hàm số  $y = (2x-1)^\pi$  có đạo hàm là

- (A)  $y' = \pi(2x-1)^{\pi-1}$   
 (B)  $y' = 2\pi(2x-1)^{\pi-1}$   
 (C)  $y' = 2(2x-1)^{\pi-1}$   
 (D)  $y' = 2\pi(2x-1)^\pi$

**Câu 11:** Cho  $\log_2 14 = a$ . Tính  $\log_{49} 32$  theo  $a$  được kết quả là

- Ⓐ  $\frac{5}{2(a-1)}$       Ⓑ  $\frac{2}{(a-1)}$       Ⓒ  $\frac{5}{(a-1)}$       Ⓓ  $\frac{5}{2(a+1)}$

**Câu 12:** Cho  $a, b$  là hai số thực dương. Rút gọn biểu thức  $A = \frac{(\sqrt[3]{a^3 \cdot b^2})^6}{\sqrt[4]{a^{16} \cdot b^8}}$  ta được:

- Ⓐ  $A = a^3 b^3$       Ⓑ  $A = a^2 b$       Ⓒ  $A = ab^2$       Ⓓ  $A = a^4 b^3$

**Câu 13:** Phương trình  $3 \cdot 2^x - 4^{x-1} - 8 = 0$  có 2 nghiệm  $x_1, x_2$ . Khi đó  $|x_1 - x_2|$  bằng:

- Ⓐ 2.      Ⓑ 1.      Ⓒ 3.      Ⓓ 4.

**Câu 14:** Tập xác định của hàm số  $y = \ln x(1-x)$  là:

- Ⓐ  $(-\infty; 0)$       Ⓑ  $(0; 1)$       Ⓒ  $[0; 1]$       Ⓓ  $(-\infty; 0] \cup [1; +\infty)$

**Câu 15:** Tập nghiệm của phương trình  $\log_2(x-2) = 3$  là:

- Ⓐ  $S = \{8\}$ .      Ⓑ  $S = \{7\}$ .      Ⓒ  $S = \{12\}$ .      Ⓓ  $S = \{10\}$

**Câu 16:** Tập các giá trị của tham số  $M$  để phương trình  $\log_3^2 x + \sqrt{\log_3^2 x + 1} - 2m - 1 = 0$  có nghiệm trên đoạn  $[1; 3^{\sqrt{3}}]$  là

- Ⓐ  $m \in (-\infty; 0] \cup [2; +\infty)$ .      Ⓑ  $m \in (-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$ .  
Ⓒ  $m \in (0; 2)$ .      Ⓓ  $m \in [0; 2]$ .

**Câu 17:** Tính đạo hàm của hàm số  $y = (x^4 - 3x^2 - 1)^{\frac{3}{7}}$ .

- Ⓐ  $y' = \frac{3}{7}(x^4 - 3x^2 - 1)^{\frac{4}{7}}(4x^3 - 6x)$ .      Ⓑ  $y' = \frac{3}{7}(x^4 - 3x^2 - 1)^{\frac{4}{7}}$ .  
Ⓒ  $y' = \frac{3}{7}(x^4 - 3x^2 - 1)^{\frac{3}{7}}(4x^3 - 6x)$ .      Ⓓ  $y' = \frac{2}{5}(x^4 - 3x^2 - 1)^{\frac{3}{7}}(4x^3 - 6x)$ .

**Câu 18:** Tập nghiệm  $S$  của bất phương trình  $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-4x} < 8$  là:

- Ⓐ  $S = (-\infty; 3)$ .      Ⓑ  $S = (1; 3)$ .      Ⓒ  $S = (-\infty; 1) \cup (3; +\infty)$ .      Ⓓ  $S = (1; +\infty)$ .

**Câu 19:** Cho  $\log_2 3 = m; \log_5 3 = n$ , biểu diễn  $\log_6 45$  theo  $m, n$  ta được:

- Ⓐ  $\log_6 45 = \frac{m+2mn}{mn+n}$ .      Ⓑ  $\log_6 45 = \frac{m+2mn}{mn}$ .  
Ⓒ  $\log_6 45 = \frac{2m^2-2mn}{mn}$ .      Ⓓ  $\log_6 45 = \frac{2m^2-2mn}{mn+m}$ .

**Câu 20:** Số giá trị nguyên của  $m$  để phương trình  $\log_3^2 x + 2m(2 + \log_3 x) + 4 = m(1 + \log_3 x)$  có nghiệm  $x \in [1; 27]$  là:

- Ⓐ 1      Ⓑ 2.      Ⓒ 3      Ⓓ 4.

**Câu 21:** Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên khoảng  $(0; +\infty)$

Ⓐ  $y = \log_{\frac{1}{3}} x$

Ⓑ  $y = \log_{\frac{\sqrt{5}}{2}} x$

Ⓒ  $y = \log_{\frac{\pi}{4}} x$

Ⓓ  $y = \log_{\frac{e}{3}} x$

**Câu 22:** Số nghiệm của phương trình  $\log_3(x^3 - 3x) = \frac{1}{2}$

Ⓐ 2.

Ⓑ 3.

Ⓒ 0.

Ⓓ 1.

**Câu 23:** Cho  $0 < a \neq 1$  và  $x, y$  là hai số dương. Phát biểu nào sau là đúng

Ⓐ  $\log_a(xy) = \log_a x \cdot \log_a y$

Ⓑ  $\log_a(x+y) = \log_a x \cdot \log_a y$

Ⓒ  $\log_a(xy) = \log_a x + \log_a y$

Ⓓ  $\log_a(x+y) = \log_a x + \log_a y$

**Câu 24:** Giải bất phương trình  $\log_2 \left( \log_{\frac{1}{2}} \left( 2^x - \frac{15}{16} \right) \right) \leq 2$ .

Ⓐ  $x \geq 0$

Ⓑ  $\log_2 \frac{15}{16} < x < \log_2 \frac{31}{16}$

Ⓒ  $0 \leq x < \log_2 \frac{31}{16}$

Ⓓ  $\log_2 \frac{15}{16} < x \leq 0$

**Câu 25:** Cho  $x, y$  là các số thực dương thỏa mãn  $1 - \frac{1}{2} \log_2(x - y + 2) = \log_2 \left( \frac{x+1}{y} + 1 \right)$ . Tìm giá trị

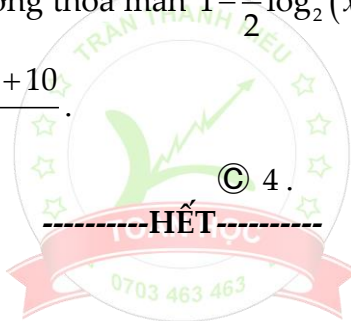
nhỏ nhất của biểu thức  $P = \frac{x(1+y)+10}{y}$ .

Ⓐ 8.

Ⓑ 6.

Ⓒ 4.

Ⓓ 5.



## CHƯƠNG 1: KHỐI ĐA DIỆN

### BÀI 1: KHÁI NIỆM VỀ KHỐI ĐA DIỆN

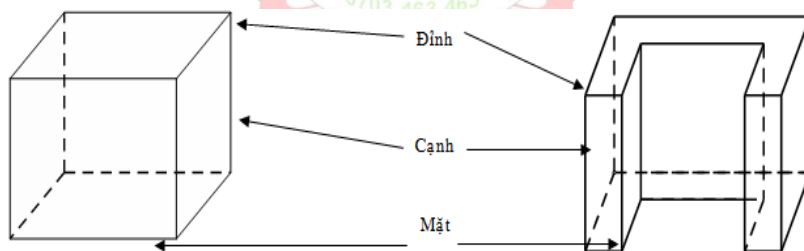
#### A. LÝ THUYẾT CƠ BẢN CẦN NHỚ

##### 1. Khái niệm

- Hình đa diện (gọi tắt là đa diện) là hình được tạo bởi một số hữu hạn các đa giác thỏa mãn hai tính chất:
  - Hai đa giác phân biệt chỉ có thể hoặc không có điểm chung, hoặc chỉ có một đỉnh chung, hoặc chỉ có một cạnh chung.
  - Mỗi cạnh của đa giác nào cũng là cạnh chung của đúng hai đa giác.
- Mỗi đa giác gọi là một mặt của hình đa diện. Các đỉnh, cạnh của các đa giác ấy theo thứ tự được gọi là các đỉnh, cạnh của hình đa diện.
- Khối đa diện là phần không gian được giới hạn bởi một hình đa diện, kể cả hình đa diện đó (các đường viền biên)

##### 2. Các yếu tố cần nắm rõ

- Khi cho một khối đa diện ta cần xác định các yếu tố
  - Đỉnh, mặt; điểm thuộc, điểm trong, điểm ngoài.
  - Mặt bên, cạnh bên; mặt đáy, cạnh đáy.



- Các khối đa diện cần nhớ rõ tính chất.
  - Khối tứ diện đều; khối chóp.
  - Khối lăng trụ; khối hộp chữ nhật; khối lập phương.

## B. THUẬT TOÁN CỦA MỘT SỐ BÀI TOÁN THƯỜNG GẶP

## 1. Thuật toán nhận dạng hình đa diện

Hình đa diện là hình được tạo thành bởi một số hữu hạn các đa giác thỏa mãn hai tính chất:

1. Hai đa giác phân biệt chỉ có thể hoặc không có điểm chung, hoặc chỉ có một đỉnh chung, hoặc chỉ có một cạnh chung.
2. Mỗi cạnh của đa giác là cạnh chung của đúng hai đa giác

**Ví dụ 1:** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng? Số đỉnh hoặc số mặt của hình đa diện tùy ý

- A** lớn hơn 4.  
**B** lớn hơn hoặc bằng 5.  
**C** lớn hơn 5.  
**D** lớn hơn hoặc bằng 4.

### Hướng dẫn giải:

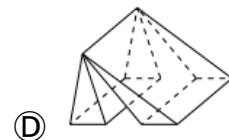
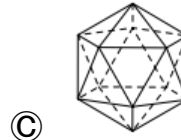
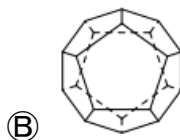
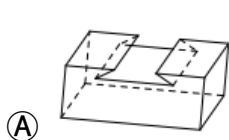
[illegible]

**Ví dụ 2:** Mỗi đỉnh của một đa diện là đỉnh chung của ít nhất bao nhiêu mặt?

- Ⓐ 3 măt.      Ⓑ 4 măt.      Ⓒ 2 măt.      Ⓓ 5 măt.

**Hướng dẫn giải:**

**Ví dụ 3:** Vật thể nào trong các hình sau đây không phải là khối đa diện?



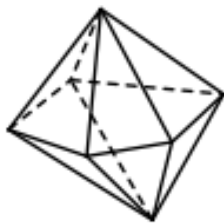
**Hướng dẫn giải:**

|                           |                           |
|---------------------------|---------------------------|
| <p>.....</p> <p>.....</p> | <p>.....</p> <p>.....</p> |
|---------------------------|---------------------------|

**2. Thuật toán đếm số cạnh, số mặt, số đỉnh của hình đa diện.**

1. Số cạnh của hình chóp (cạnh bên, cạnh đáy) bằng 2 lần số đỉnh của mặt đáy.
2. Số cạnh của hình lăng trụ (cạnh bên, cạnh đáy) bằng 3 lần số đỉnh của một mặt đáy.
3. Số cạnh (C), số đỉnh (Đ) và số mặt (M) trong đa diện lồi liên hệ bởi công thức
 
$$(Đ) + (M) = (C) + 2$$

**Ví dụ 1:** Hình đa diện trong hình vẽ bên có bao nhiêu mặt?



Ⓐ 10.

Ⓑ 8.

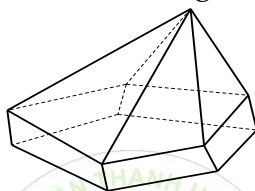
Ⓒ 15.

Ⓓ 6.

**Hướng dẫn giải:**

.....  
 .....

**Ví dụ 2:** [MINH HỌA BGD 2017] Hình đa diện trong hình vẽ bên có bao nhiêu mặt?



Ⓐ 6.

Ⓑ 10.

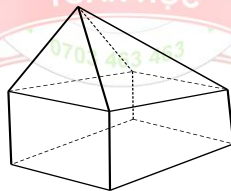
Ⓒ 11.

Ⓓ 12.

**Hướng dẫn giải:**

.....

**Ví dụ 3:** Hình đa diện trong hình vẽ bên có bao nhiêu cạnh?



Ⓐ 8.

Ⓑ 9.

Ⓒ 12.

Ⓓ 16.

**Hướng dẫn giải:**

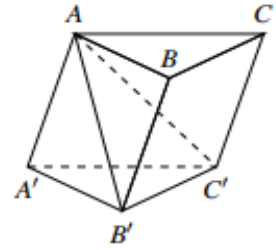
.....

### 3. Thuật toán phân chia, lắp ghép khối đa diện

Chọn mặt phẳng thích hợp để phân chia khối đa diện. Trong nhiều trường hợp, để chứng minh rằng có thể lắp ghép các khối đa diện  $(H_1); (H_1); \dots; (H_n)$  thành khối đa diện  $(H)$  ta cần đảm bảo các yêu cầu sau:

- Hai khối đa diện  $(H_i)$  và  $(H_j)$  với  $i \neq j$  không có điểm trong chung.
- Hợp của các khối đa diện  $(H_1); (H_1); \dots; (H_n)$  là khối đa diện  $(H)$ .

**Ví dụ 1:** Mặt phẳng  $(AB'C')$  chia khối lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  thành các khối đa diện nào? (hình minh họa)



- Ⓐ Hai khối chóp tứ giác.
- Ⓑ Một khối chóp tam giác, một khối chóp tứ giác.
- Ⓒ Hai khối chóp tam giác.
- Ⓓ Một khối chóp tam giác và một khối chóp ngũ giác.

**Hướng dẫn giải:**

|  |  |
|--|--|
|  |  |
|  |  |

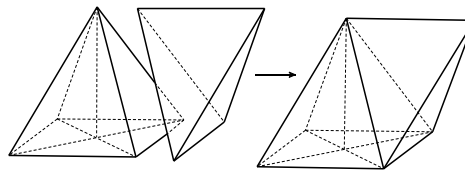
**Ví dụ 2:** Cho khối lập phương  $(H)$ . Có thể chia  $(H)$  thành bao nhiêu khối tứ diện bằng nhau?

- Ⓐ 2.
- Ⓑ 4.
- Ⓒ 8.
- Ⓓ 6.

**Hướng dẫn giải:**

|  |  |
|--|--|
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

**Ví dụ 3:** Lắp ghép hai khối đa diện  $(H_1); (H_2)$  để tạo thành khối đa diện  $(H)$ , trong đó  $(H_1)$  là khối chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng  $a$ ,  $(H_2)$  là khối tứ diện đều cạnh  $a$  sao cho một mặt của  $(H_1)$  trùng với một mặt của  $(H_2)$  như hình vẽ. Hỏi khối đa diện  $(H)$  có tất cả bao nhiêu mặt?



- Ⓐ 5.
- Ⓑ 7.
- Ⓒ 8.
- Ⓓ 9.

**Hướng dẫn giải:**

|  |  |
|--|--|
|  |  |
|  |  |
|  |  |

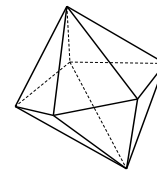
## C. PHIẾU HỌC TẬP

## PHIẾU HỌC TẬP SỐ 1

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
|   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |

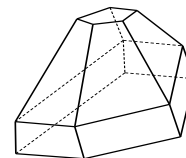
**Câu 1:** Hình đa diện trong hình vẽ bên có bao nhiêu mặt?

- (A) 8. (B) 10.  
(C) 11. (D) 12.

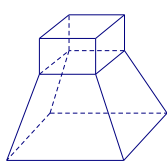


**Câu 2:** Hình đa diện trong hình vẽ bên có bao nhiêu mặt?

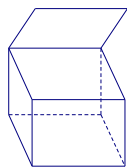
- (A) 11. (B) 12.  
(C) 13. (D) 14.



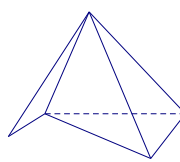
**Câu 3:** Cho các hình sau:



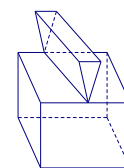
Hình 1



Hình 2



Hình 3

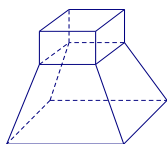


Hình 4

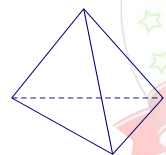
Mỗi hình trên gồm một số hữu hạn đa giác phẳng (kể cả các điểm trong của nó), hình đa diện là:

- (A) Hình 1. (B) Hình 2. (C) Hình 3. (D) Hình 4.

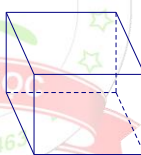
**Câu 4:** Cho các hình sau:



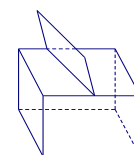
Hình 1



Hình 2



Hình 3

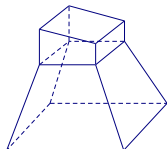


Hình 4

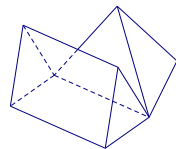
Mỗi hình trên gồm một số hữu hạn đa giác phẳng (kể cả các điểm trong của nó), hình không phải đa diện là:

- (A) Hình 1. (B) Hình 2. (C) Hình 3. (D) Hình 4.

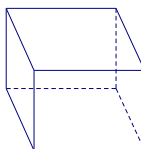
**Câu 5:** Cho các hình sau:



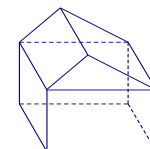
Hình 1



Hình 2



Hình 3

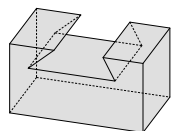


Hình 4

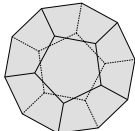
Mỗi hình trên gồm một số hữu hạn đa giác phẳng (kể cả các điểm trong của nó), số hình đa diện

- (A) 1. (B) 2. (C) 3. (D) 4.

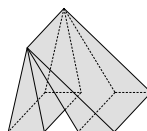
**Câu 6:** Vật thể nào trong các vật thể sau không phải là khối đa diện?



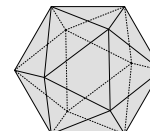
(A)



(B)

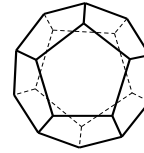
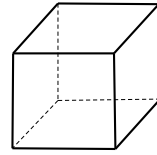
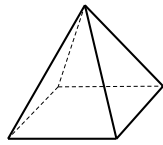
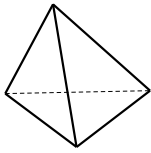


(C)



(D)

**Câu 7:** Khối đa diện nào sau đây có số mặt nhỏ nhất?



- Ⓐ Khối tứ diện đều. Ⓑ Khối chóp tứ giác. Ⓒ Khối lập phương. Ⓓ Khối 12 mặt đều.

**Câu 8:** Cho một hình đa diện. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

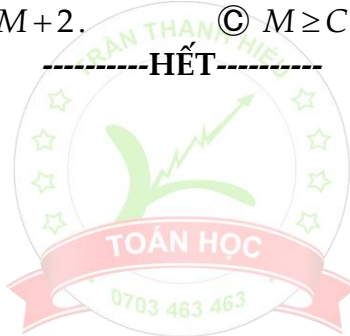
- Ⓐ Mỗi đỉnh là đỉnh chung của ít nhất ba cạnh.  
 Ⓑ Mỗi mặt có ít nhất ba cạnh.  
 Ⓒ Mỗi cạnh là cạnh chung của ít nhất ba mặt.  
 Ⓓ Mỗi đỉnh là đỉnh chung của ít nhất ba mặt

**Câu 9:** Gọi  $D$  là số các đỉnh,  $M$  là số các mặt,  $C$  là số các cạnh của một hình đa diện bất kỳ. mệnh đề nào sau đây là đúng?

- Ⓐ  $D > 4, M > 4, C > 6$ . Ⓑ  $D > 5, M > 5, C > 7$ .  
 Ⓒ  $D \geq 4, M \geq 4, C \geq 6$ . Ⓓ  $D \geq 5, M \geq 5, C \geq 7$ .

**Câu 10:** Một hình đa diện có các mặt là những tam giác. Gọi  $M$  là tổng số mặt và  $C$  là tổng số cạnh  $C$  của đa diện đó. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- Ⓐ  $3C = 2M$ . Ⓑ  $C = M + 2$ . Ⓒ  $M \geq C$ . Ⓓ  $3M = 2C$ .

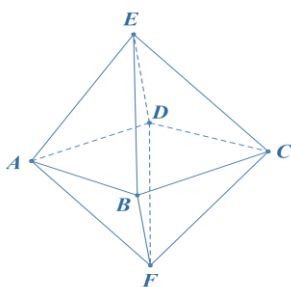


## BÀI 2: KHỐI ĐA DIỆN LỖI VÀ KHỐI ĐA DIỆN ĐỀU

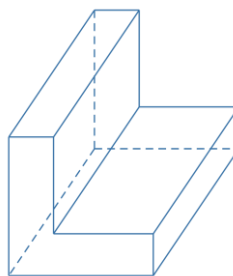
### A. LÝ THUYẾT CƠ BẢN CẦN NHỚ

#### 1. Khối đa diện lồi

- Khối đa diện ( $H$ ) là khối đa diện lồi nếu đoạn nối hai điểm bất kì thuộc ( $H$ ) thì luôn thuộc ( $H$ ) (đoạn đó nằm trên mặt hoặc nằm trong ( $H$ ))



*Khối đa diện lồi*

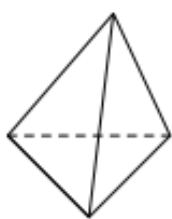


*Khối đa diện không lồi*

#### 2. Khối đa diện đều

- Mỗi mặt của nó là một đa giác đều  $p$  cạnh.  
 ➤ Mỗi đỉnh của nó là đỉnh chung của  $q$  mặt.  
 ➤ Khối đa diện đều như vậy được kí hiệu loại:  $(p; q)$

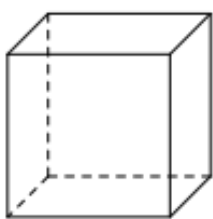
#### 3. Hình năm khối đa diện đều và các thông tin



Khối tứ diện đều

Loại  $\{3;3\}$

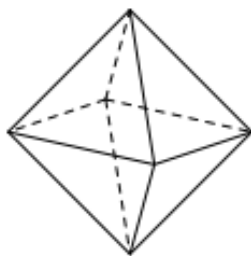
Đ, C, M: 4, 6, 4



Khối lập phương

Loại  $\{4;3\}$

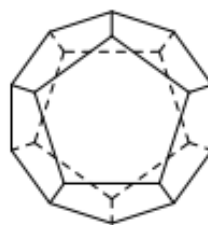
Đ, C, M: 8, 12, 6



Khối bát diện đều

Loại  $\{3;4\}$

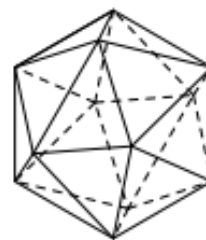
Đ, C, M: 6, 12, 8



Khối 12 mặt đều

Loại  $\{5;3\}$

Đ, C, M: 20, 30, 12



Khối 20 mặt đều

Loại  $\{3;5\}$

Đ, C, M: 12, 30, 20

- Cho một khối tứ diện đều. Khi đó:
- Các trọng tâm của các mặt của nó là các đỉnh của một khối tứ diện đều;
  - Các trung điểm của các cạnh của nó là các đỉnh của một khối bát diện đều (khối tám mặt đều).
- Tâm của các mặt của một khối lập phương là các đỉnh của một khối bát diện đều.
- Tâm của các mặt của một khối bát diện đều là các đỉnh của một khối lập phương.

## B. THUẬT TOÁN CỦA MỘT SỐ DẠNG TOÁN THƯỜNG GẶP

### 1. Thuật toán nhận dạng khối đa diện lồi, khối đa diện đều

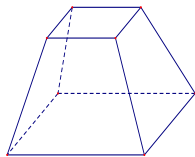
1. **Khối đa diện lồi:** ta có thể nhận diện như sau:

- Khi “mở rộng” mặt bất kì của khối đa diện thì miền trong của nó nằm *một phía*
- Khi “kéo dài” một cạnh bất kì của khối đa diện thì nó “không đâm” vào hình.

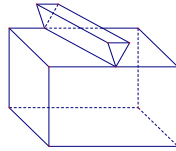
2. **Khối đa diện đều:** loại  $\{p; q\}$  ta luôn có công thức:

$$pM = 2C = qD \text{ hoặc } M - C + D = 2$$

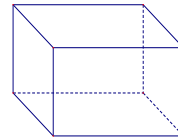
**Ví dụ 1:** Cho các khối hình sau:



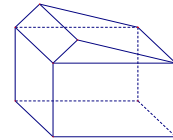
Hình 1



Hình 2



Hình 3



Hình 4

Mỗi hình trên gồm một số hữu hạn đa giác phẳng (kể cả các điểm trong của nó), hình không phải đa diện lồi là

Ⓐ Hình 1.

Ⓑ Hình 2.

Ⓒ Hình 3.

Ⓓ Hình 4.

**Hướng dẫn giải:**

**Ví dụ 2:** Tâm tất cả các mặt của một hình lập phương là các đỉnh của hình nào trong các hình sau đây?

Ⓐ Bát diện đều.

Ⓑ Tứ diện đều.

Ⓒ Lục giác đều.

Ⓓ Ngũ giác đều.

**Hướng dẫn giải:**

**Ví dụ 3:** Khối mười hai mặt đều thuộc loại khối đa diện nào sau đây?

Ⓐ  $\{3; 4\}$ .

Ⓑ  $\{4; 3\}$ .

Ⓒ  $\{5; 3\}$ .

Ⓓ  $\{3; 5\}$ .

**Hướng dẫn giải:**

**2. Thuật toán tính số mặt phẳng đối xứng của hình đa diện**

Hình đa diện có số mặt phẳng đối xứng thường gặp như sau:

- Hình hộp có đáy là hình thoi có 3 mặt phẳng đối xứng.
- Hình hộp chữ nhật các kích thước khác nhau có 3 mặt phẳng đối xứng.
- Hình chóp tứ giác đều có 4 mặt phẳng đối xứng.
- Hình **bát diện đều** có 9 mặt phẳng đối xứng.
- Hình **lập phương** có 9 mặt phẳng đối xứng.

**Ví dụ 1:** Hình lăng trụ tam giác đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

(A) 5.

(B) 4.

(C) 3.

(D) 6.

**Hướng dẫn giải:**

.....

.....

**Ví dụ 2:** Hình hộp chữ nhật có ba kích thước khác nhau có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

(A) 4.

(B) 3.

(C) 5.

(D) 6.

**Hướng dẫn giải:**

.....

.....

**Ví dụ 3:** Hình bát diện đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

(A) 6.

(B) 4

(C) 9.

(D) 3.

**Hướng dẫn giải:**

.....

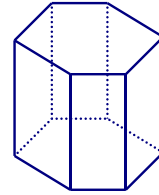
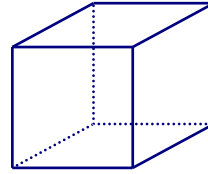
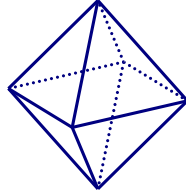
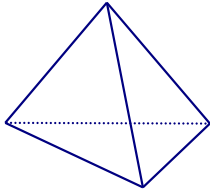
.....

## C. PHIẾU HỌC TẬP

### PHIẾU HỌC TẬP SỐ 1

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
|   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |

**Câu 1:** Hình đa diện nào dưới đây không có tâm đối xứng?



(A) Tứ diện đều.

(C) Hình lập phương.

(B) Bát diện đều.

(D) Lăng trụ lục giác đều.

**Câu 2:** Gọi  $n_1$ ,  $n_2$ ,  $n_3$  lần lượt là số trục đối xứng của khối tứ diện đều, khối chóp tứ giác đều và khối lập phương. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

(A)  $n_1 = 0$ ,  $n_2 = 0$ ,  $n_3 = 6$ .

(B)  $n_1 = 0$ ,  $n_2 = 1$ ,  $n_3 = 9$ .

(C)  $n_1 = 3$ ,  $n_2 = 1$ ,  $n_3 = 9$ .

(D)  $n_1 = 0$ ,  $n_2 = 1$ ,  $n_3 = 3$ .

**Câu 3:** Hình chóp tứ giác đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

(A) 4 mặt phẳng.

(B) 1 mặt phẳng.

(C) 2 mặt phẳng.

(D) 3 mặt phẳng.

**Câu 4:** Số mặt phẳng đối xứng của hình tứ diện đều là:

(A) 4 mặt phẳng.

(B) 6 mặt phẳng.

(C) 8 mặt phẳng.

(D) 10 mặt phẳng.

**Câu 5:** Hình lăng trụ tam giác đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

(A) 4 mặt phẳng.

(B) 1 mặt phẳng.

(C) 2 mặt phẳng.

(D) 3 mặt phẳng.

**Câu 6:** Hình hộp chữ nhật có ba kích thước đôi một khác nhau có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

(A) 4 mặt phẳng.

(B) 6 mặt phẳng.

(C) 9 mặt phẳng.

(D) 3 mặt phẳng.

**Câu 7:** Một hình hộp đứng có đáy là hình thoi (không phải là hình vuông) có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

(A) 4 mặt phẳng.

(B) 1 mặt phẳng.

(C) 2 mặt phẳng.

(D) 3 mặt phẳng.

**Câu 8:** Hình lập phương có tất cả bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

(A) 8 mặt phẳng.

(B) 9 mặt phẳng.

(C) 10 mặt phẳng.

(D) 12 mặt phẳng.

**Câu 9:** Số mặt phẳng đối xứng của hình bát diện đều là:

(A) 4 mặt phẳng.

(B) 9 mặt phẳng.

(C) 6 mặt phẳng.

(D) 12 mặt phẳng.

**Câu 10:** Có tất cả bao nhiêu mặt phẳng cách đều bốn đỉnh của một tứ diện?

(A) 1 mặt phẳng.

(B) 4 mặt phẳng.

(C) 7 mặt phẳng.

(D) Có vô số mặt phẳng.

-----HẾT-----

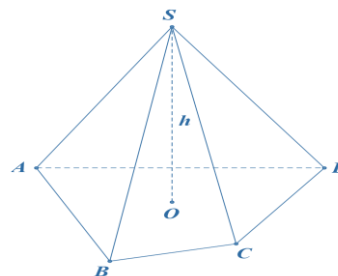
### BÀI 3: THỂ TÍCH KHỐI CHÓP

#### A. LÝ THUYẾT CƠ BẢN CẦN NHỚ

Thể tích khối chóp:  $V = \frac{1}{3} B.h$

Với  $B$ : diện tích đáy.

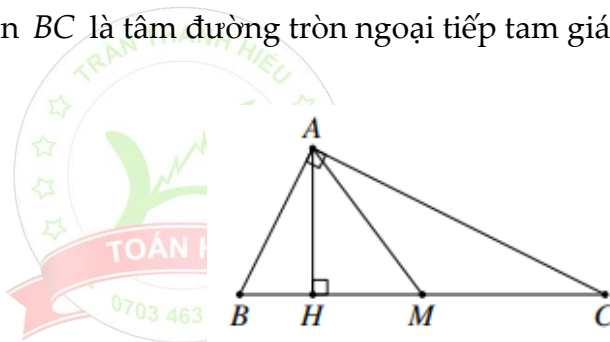
$h$ : chiều cao khối chóp.



#### 1. Công thức tính diện tích – độ dài – tỉ lệ thức trong hình phẳng đặc biệt

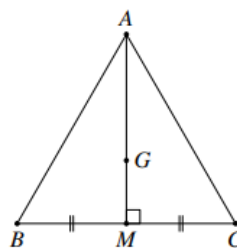
##### 1.1. Tam giác ABC vuông tại A

- Diện tích  $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB.AC$
- Pi – ta – go :  $BC^2 = AB^2 + AC^2$
- $M$  là trung điểm cạnh huyền  $BC$  là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác và  $AM = \frac{1}{2} BC$
- Các hệ thức thường gặp:
  - $AC^2 = CH.CB$
  - $AB^2 = BH.BC$
  - $AH^2 = HB.HC$
  - $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2}$
  - $AH.BC = AB.AC$



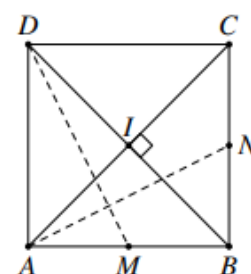
##### 1.2. Tam giác đều ABC

- Diện tích  $S_{\triangle ABC} = \frac{(\text{cạnh})^2 \cdot \sqrt{3}}{4}$
- Đường cao  $AH = \frac{(\text{cạnh}) \cdot \sqrt{3}}{2}$
- $G$  là trọng tâm tam giác cũng là tâm đường tròn ngoại tiếp, nội tiếp của tam giác
  - Bán kính đường tròn ngoại tiếp:  $R = GA = \frac{2}{3} AH = \frac{(\text{cạnh}) \cdot \sqrt{3}}{3}$
  - Bán kính đường tròn nội tiếp:  $r = GM = \frac{1}{3} AH = \frac{(\text{cạnh}) \cdot \sqrt{3}}{6}$



##### 1.3. Hình vuông ABCD

- Diện tích  $S_{ABCD} = (\text{cạnh})^2$
- Đường chéo  $AC = BD = (\text{cạnh}) \cdot \sqrt{2}$



➤  $I$  là tâm đường tròn nội tiếp, ngoại tiếp là giao của hai đường chéo

○ Bán kính đường tròn ngoại tiếp  $R = \frac{dc}{2} = \frac{\text{canh} \cdot \sqrt{2}}{2}$

○ Bán kính đường tròn nội tiếp  $r = \frac{\text{canh}}{2}$

➤ Hai đường chéo vuông góc với nhau:  $AC \perp BD$

➤ Với  $M, N$  là trung điểm của hai cạnh ta có:  $AN \perp DM$

#### 1.4. Hình chữ nhật $ABCD$

➤ Diện tích  $S_{ABCD} = \text{dai} \cdot \text{rong}$

➤ Đường chéo  $AC = BD = \sqrt{(\text{dai})^2 + (\text{rong})^2}$

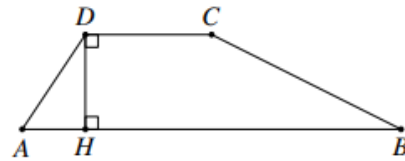
➤  $I$  là tâm đường tròn ngoại tiếp hình chữ nhật là giao điểm của hai đường chéo

○ Bán kính đường tròn ngoại tiếp hình chữ nhật  $R = \frac{AC}{2}$

#### 1.5. Hình thang $ABCD$ có hai đáy là $AB$ và $CD$

➤  $DH$  là chiều cao hình thng  $ABCD$

➤ Diện tích  $S_{ABCD} = \frac{AB + CD}{2} \cdot DH$



#### 1.6. Hình thoi $ABCD$

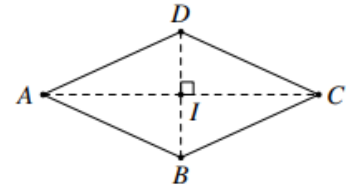
➤ Các cạnh của hình thoi bằng nhau.

➤ Diện tích  $S_{ABCD} = \frac{1}{2} AC \cdot BD$

➤ Nếu hình thoi có một góc  $60^\circ$  hoặc  $120^\circ$  thì hình thoi đã cho là ghép của hai hình tam giác đều nên diện tích

$$S_{ABCD} = 2 \cdot \frac{(\text{canh})^2 \cdot \sqrt{3}}{4} = \frac{(\text{canh})^2 \cdot \sqrt{3}}{2}$$

➤ Đường chéo hình thoi vuông góc với nhau:  $AC \perp BD$



## 2. Các công thức trong tam giác thường

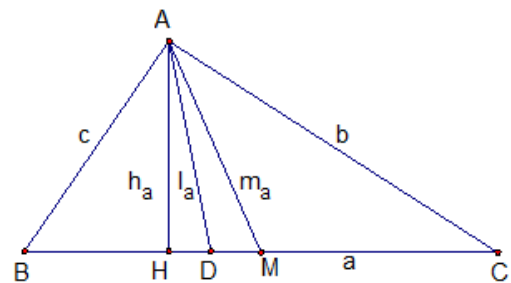
### 2.1. Hệ thức lượng

➤ Định lí Cô-sin:  $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$

➤ Tính góc:  $\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$

➤ Định lí sin  $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$

➤ Tính đường trung tuyến:  $m_a^2 = \frac{b^2 + c^2}{2} - \frac{a^2}{4}$

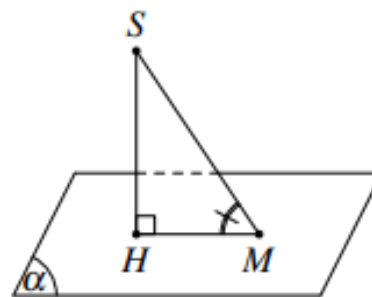


**2.2. Diện tích tam giác**

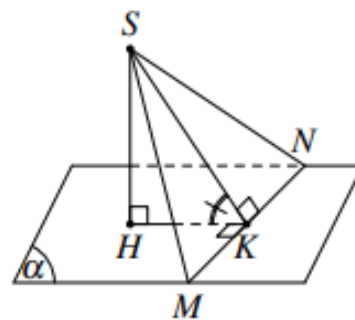
- $S = \frac{1}{2} a.h_a$
- $S = \frac{1}{2} b.c.\sin A$
- $S = \frac{a.b.c}{4R}$ ;  $S = p.r$  với  $R$  bán kính đường tròn ngoại tiếp;  $r$  bán kính đường tròn nội tiếp;  $p$  nửa chu vi.
- $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$  với  $p = \frac{a+b+c}{2}$

**2.3. Độ dài đường phân giác:  $l_a = \frac{2bc}{b+c} \cdot \cos \frac{A}{2}$** **3. Cách xác định góc trong không gian****3.1. Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng**

- Tìm điểm chung giữa mặt phẳng và đường thẳng (điểm  $M$ ).
- Tình hình chiếu (vuông góc) của điểm xuống mặt phẳng (điểm  $H$ ).
- Góc cần tìm là  $SMH$

**3.2. Góc giữa hai mặt phẳng.**

- Xác định “cạnh chung”  $MN$
- Từ một mặt kẻ đường vuông góc với “cạnh chung”,  $HK \perp MN$
- Từ  $K$  kẻ lên mặt phẳng còn lại  $KS \perp MN$
- Góc cần tìm là  $SKH$



## B. THUẬT TOÁN CỦA MỘT SỐ DẠNG TOÁN THƯỜNG GẶP

### 1. Thuật toán tính thể tích khối chóp có cạnh bên vuông góc với mặt đáy

Tính thể tích của hình chóp ta có thể làm trình tự như sau (có thể bỏ qua bước nếu đề bài đã cho)

- Vẽ hình, vẽ đáy trước rồi tới đường cao (cạnh là đường cao nên vẽ thẳng đứng)
- Xác định, tính diện tích đáy (bằng các công thức ở trên phần A)
- Xác định, tính độ dài đường cao.
- Thay vào công thức thể tích khối chóp  $V_{\text{chóp}} = \frac{1}{3}Bh$

**Ví dụ 1:** Cho hình chóp tứ giác  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông cạnh  $2a$ , cạnh bên  $SA$  vuông góc với mặt đáy và  $SA = a\sqrt{3}$ . Thể tích  $V$  khối chóp  $S.ABCD$

- Ⓐ  $V = \frac{4a^3}{3}$ .      Ⓑ  $V = \frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$ .      Ⓒ  $V = \frac{4\sqrt{3}a^3}{3}$ .      Ⓓ  $V = 4\sqrt{3}a^3$ .

Hướng dẫn giải:

.....

.....

.....

.....

.....

**Ví dụ 2:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình chữ nhật  $AB = 3a, AC = 5a$ . Biết  $SA$  vuông góc với mặt đáy và  $SC$  tạo với mặt đáy một góc  $60^\circ$ . Tính thể tích  $V$  của khối chóp đã cho.

- Ⓐ  $V = 20\sqrt{3}a^3$ .      Ⓑ  $V = 25\sqrt{3}a^3$ .      Ⓒ  $V = 60\sqrt{3}a^3$ .      Ⓓ  $V = 75\sqrt{3}a^3$ .

Hướng dẫn giải:

.....

.....

.....

.....

.....

**Ví dụ 3:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy là tam giác đều cạnh  $a$ , cạnh bên  $SA$  vuông góc với mặt đáy. Biết góc tạo bởi mặt phẳng  $(SBC)$  và mặt đáy bằng  $60^\circ$ . Tính thể tích  $V$  của khối chóp?

- Ⓐ  $V = \frac{\sqrt{3}}{3}a^3$ .      Ⓑ  $V = \frac{3\sqrt{3}}{8}a^3$ .      Ⓒ  $V = \frac{\sqrt{3}}{8}a^3$ .      Ⓓ  $V = \frac{3}{8}a^3$ .

## Hướng dẫn giải:

|       |       |
|-------|-------|
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |

**2. Thuật toán thể tích khối chóp có mặt bên vuông góc với mặt đáy**

Tính thể tích của hình chóp ta có thể làm trình tự như sau (có thể bỏ qua bước nếu đề bài đã cho)

- Vẽ hình, vẽ đáy trước rồi tới đường cao.
  - Đường cao của mặt bên vuông góc với mặt đáy là đường cao của khối chóp
- Xác định, tính diện tích đáy (bằng các công thức ở trên phần A)
- Xác định, tính độ dài đường cao (theo đường cao của mặt bên vuông góc).
- Thay vào công thức thể tích khối chóp  $V_{\text{chóp}} = \frac{1}{3} Bh$

**Ví dụ 1:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông cạnh  $a$ . Tam giác  $SAB$  là tam giác đều nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính thể tích  $V$  của khối chóp.

Ⓐ  $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{2}$ .

Ⓑ  $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{6}$ .

Ⓒ  $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{12}$ .

Ⓓ  $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{4}$ .

## Hướng dẫn giải:

|       |       |
|-------|-------|
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |

**Ví dụ 2:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy là tam giác đều cạnh  $a$ . Tam giác  $SAB$  cân tại  $S$  và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy. Góc tạo bởi  $SC$  và mặt phẳng đáy bằng  $30^\circ$ . Tính thể tích khối chóp đã cho.

Ⓐ  $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{24}$ .

Ⓑ  $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{8}$ .

Ⓒ  $V = \frac{a^3}{24}$ .

Ⓓ  $V = \frac{a^3}{8}$ .

Hướng dẫn giải:

|       |       |
|-------|-------|
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |

**Ví dụ 3:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình chữ nhật  $ABCD$ . Tam giác  $SAB$  là tam giác đều cạnh  $a$  nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy. Biết góc tạo bởi mặt  $(SCD)$  và mặt đáy bằng  $45^\circ$ . Tính thể tích  $V$  của khối chóp đã cho.

Ⓐ  $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{4}$ .

Ⓑ  $V = \frac{3\sqrt{3}a^3}{4}$ .

Ⓒ  $V = \frac{3a^3}{4}$ .

Ⓓ  $V = \frac{a^3}{4}$ .

Hướng dẫn giải:

|       |       |
|-------|-------|
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |

**3. Thuật toán tính thể tích khối chóp đều**

**1. Hình chóp tam giác đều  $S.ABC$**

➤ Đáy là tam giác đều; các cạnh bên bằng nhau.

➤  $SG$  là đường cao,  $G$  là trọng tâm tam giác  $ABC$

○  $AN = \frac{\text{cạnh} \cdot \sqrt{3}}{2}; AG = \frac{2}{3} AN = \frac{\text{cạnh} \cdot \sqrt{3}}{3}; GN = \frac{1}{3} AN = \frac{\text{cạnh} \cdot \sqrt{3}}{6}$

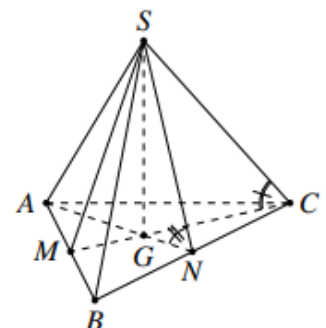
➤ Diện tích đáy là diện tích tam giác đều:  $S = \frac{(\text{cạnh})^2 \cdot \sqrt{3}}{4}$

➤ Góc giữa cạnh bên và mặt đáy:  $SCG$

➤ Góc giữa mặt bên và mặt đáy:  $SNG$  hoặc  $SMG$

➤ Công thức tính thể tích nhanh với cạnh bên bằng  $b$  và cạnh đáy bằng  $a$

○  $V_{S.ABCD} = \frac{a^2 \sqrt{3b^2 - a^2}}{12}$

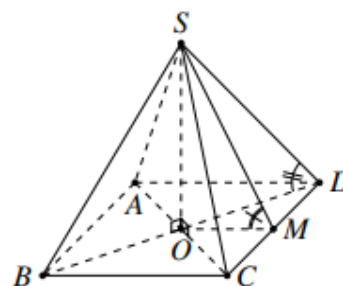


- $V_{S.ABC} = \frac{a^3 \cdot \tan SCG}{12}$
- $V_{S.ABC} = \frac{a^3 \cdot \tan SNG}{24}$
- Tứ diện đều  $V_{S.ABC} = \frac{(\text{canh})^3 \cdot \sqrt{2}}{12}$

## 2. Khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$

- Đáy là hình vuông; các cạnh bên bằng nhau.
- $SO$  là đường cao của khối chóp ( $O$  là tâm hình vuông)
- $AC = BD = \text{canh} \cdot \sqrt{2}$ ;  $OA = OB = OC = OD = \frac{\text{canh} \cdot \sqrt{2}}{2}$
- Diện tích đáy là diện tích hình vuông  $S_{ABCD} = (\text{canh})^2$
- Góc giữa cạnh bên với mặt đáy là:  $SDO$
- Góc giữa mặt bên với mặt đáy là:  $SMO$
- Công thức tính thể tích nhanh với cạnh bên bằng  $b$  và cạnh đáy bằng  $a$

- $V_{S.ABCD} = \frac{a^2 \sqrt{4b^2 - 2a^2}}{6}$
- $V_{S.ABCD} = \frac{a^3 \cdot \tan SMO}{6}$
- Hình chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng nhau  $V_{S.ABCD} = \frac{(\text{canh})^3 \cdot \sqrt{2}}{6}$



**Ví dụ 1:** Thể tích  $V$  của tứ diện đều cạnh  $2a$  bằng?

- Ⓐ  $V = \frac{3\sqrt{3}a^3}{3}$ .      Ⓑ  $V = \frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$ .      Ⓒ  $V = \frac{2\sqrt{2}a^3}{3}$ .      Ⓓ  $V = \frac{4\sqrt{2}a^3}{3}$ .

**Hướng dẫn giải:**

|                                                     |                                                     |
|-----------------------------------------------------|-----------------------------------------------------|
| <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> | <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> |
|-----------------------------------------------------|-----------------------------------------------------|

**Ví dụ 2:** Cho hình chóp tứ giác đều  $S.ABCD$  có cạnh đáy bằng  $a$ , mặt bên tạo với đáy một góc bằng  $60^\circ$ . Tính thể tích khối chóp  $S.ABCD$

- Ⓐ  $\frac{\sqrt{3}a^3}{2}$ .      Ⓑ  $\frac{\sqrt{2}a^3}{6}$ .      Ⓒ  $\frac{\sqrt{6}a^3}{2}$ .      Ⓓ  $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$ .

Hướng dẫn giải:

|       |       |
|-------|-------|
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |

**Ví dụ 3:** Cho hình chóp tam giác đều  $S.ABC$  có cạnh đáy  $AB = a$  và cạnh bên  $SB = 2a$ . Tính thể tích  $V$  của khối chóp.

Ⓐ  $V = \frac{\sqrt{11}a^3}{4}$ .

Ⓑ  $V = \frac{\sqrt{11}a^3}{12}$ .

Ⓒ  $V = \frac{\sqrt{11}a^3}{6}$ .

Ⓓ  $V = \frac{\sqrt{11}a^3}{3}$ .

Hướng dẫn giải:

|       |       |
|-------|-------|
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |

#### 4. Thuật toán tính góc, đường cao, khoảng cách từ điểm đến mặt phẳng liên hệ khối chóp

##### 1. Tính góc

- Xác định góc theo lý thuyết phần A
- Áp dụng tính góc thông qua  $\tan \alpha = \frac{D}{K}$ ;  $\cos \alpha = \frac{K}{H}$ ;  $\sin \alpha = \frac{D}{H}$

##### 2. Tính đường cao hoặc khoảng cách ta có thể áp dụng

- Xác định khoảng cách theo lý thuyết (khoảng cách là đoạn hạ vuông góc xuống mặt phẳng)
- $h = \frac{3V}{B}$
- $d(A; (BCD)) = \frac{3V_{ABCD}}{S_{\triangle BCD}}$

**Ví dụ 1:** [MÃ ĐỀ 101 BGD-2021] Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy là tam giác vuông cân tại  $B$ ,  $AB = 2a$  và  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách từ  $C$  đến mặt phẳng  $(SAB)$  bằng?

Ⓐ  $\sqrt{2}a$ .

Ⓑ  $2a$

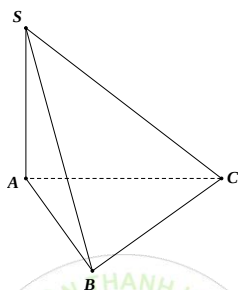
Ⓒ  $a$ .

Ⓓ  $2\sqrt{2}a$ .

Hướng dẫn giải:

|       |       |
|-------|-------|
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |

**Ví dụ 2: [MÃ ĐỀ 101 BGD-2020]** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $B$ ,  $AB = a$ ,  $BC = 2a$ ,  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy và  $SA = \sqrt{15}a$  (tham khảo hình bên).



Góc giữa đường thẳng  $SC$  và mặt phẳng đáy bằng

Ⓐ  $45^\circ$ .

Ⓑ  $30^\circ$ .

Ⓒ  $60^\circ$ .

Ⓓ  $90^\circ$ .

Hướng dẫn giải:

|       |       |
|-------|-------|
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |

**Ví dụ 3: [MÃ ĐỀ 101 BGD-2019]** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông cạnh  $a$ , mặt bên  $SAB$  là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách từ  $A$  đến mặt phẳng  $(SBD)$  bằng

Ⓐ  $\frac{\sqrt{21}a}{14}$ .

Ⓑ  $\frac{\sqrt{21}a}{7}$ .

Ⓒ  $\frac{\sqrt{2}a}{2}$ .

Ⓓ  $\frac{\sqrt{21}a}{28}$ .

Hướng dẫn giải:

|       |       |
|-------|-------|
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |

## C. PHIẾU HỌC TẬP

### PHIẾU HỌC TẬP SỐ 1

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
|   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |

**Câu 1:** Cho khối chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$ . Biết  $SA$  vuông góc với  $(ABCD)$  và  $SA = a\sqrt{3}$ . Thể tích của khối chóp  $S.ABCD$  là:

- Ⓐ  $\frac{a^3}{4}$ .      Ⓑ  $a^3\sqrt{3}$ .      Ⓒ  $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ .      Ⓓ 3.

**Câu 2:** Hình chóp  $S.ABCD$  đáy là hình chữ nhật có  $AB = 2a\sqrt{3}$ ;  $AD = 2a$ . Mặt bên  $(SAB)$  là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Thể tích khối chóp  $S.ABD$  là:

- Ⓐ  $\frac{2\sqrt{3}}{3}a^3$ .      Ⓑ  $4\sqrt{3}a^3$ .      Ⓒ  $4a^3$ .      Ⓓ  $2\sqrt{3}a^3$ .

**Câu 3:** Cho khối chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$ . Biết  $SA$  vuông góc với  $(ABCD)$  và  $SA = a\sqrt{3}$ . Thể tích của khối chóp  $S.ABCD$  là:

- Ⓐ  $\frac{a^3}{4}$ .      Ⓑ  $a^3\sqrt{3}$ .      Ⓒ  $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ .      Ⓓ 3.

**Câu 4:** Cho khối tứ diện đều  $ABCD$  cạnh bằng  $a$ ,  $M$  là trung điểm  $BC$ . Thể tích  $V$  của khối chóp  $M.ABC$  bằng bao nhiêu?

- Ⓐ  $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{24}$ .      Ⓑ  $V = \frac{a^3}{2}$ .      Ⓒ  $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{12}$ .      Ⓓ  $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{24}$ .

**Câu 5:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông cạnh  $a$ ; hình chiếu của  $S$  trên  $(ABCD)$  trùng với trung điểm của cạnh  $AB$ ; cạnh bên  $SD = \frac{3a}{2}$ . Thể tích của khối chóp  $S.ABCD$  tính theo  $a$  bằng:

- Ⓐ  $\frac{a^3\sqrt{5}}{3}$ .      Ⓑ  $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ .      Ⓒ  $\frac{a^3\sqrt{7}}{3}$ .      Ⓓ  $\frac{a^3}{3}$ .

**Câu 6:** Cho hình chóp tứ giác  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$ , cạnh bên  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy và  $SA = \sqrt{2}a$ . Tính thể tích  $V$  của khối chóp  $S.ABCD$ .

- Ⓐ  $V = \sqrt{2}a^3$ .      Ⓑ  $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{4}$ .      Ⓒ  $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{6}$ .      Ⓓ  $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{3}$ .

**Câu 7:** Cho hình chóp đều  $S.ABCD$  có cạnh đáy bằng  $a$  và cạnh bên tạo với đáy một góc  $60^\circ$ . Thể tích của hình chóp đều đó là:

- Ⓐ  $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$ .      Ⓑ  $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ .      Ⓒ  $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$ .      Ⓓ  $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$ .

**Câu 8:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy hình vuông cạnh  $a$ ;  $SA$  vuông góc mặt đáy; Góc giữa  $SC$  và mặt đáy của hình chóp bằng  $60^\circ$ . Thể tích khối chóp  $S.ABCD$  là:

- Ⓐ  $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$       Ⓑ  $\frac{a^3}{3}$       Ⓒ  $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$       Ⓓ  $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$

**Câu 9:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$ ,  $(SAD) \perp (ABCD)$ ,  $SA = SD$ . Tính thể tích  $V$  của khối chóp  $S.ABCD$  biết  $SC = \frac{a\sqrt{21}}{2}$ .

- Ⓐ  $V = \frac{a^3\sqrt{7}}{2}$ .      Ⓑ  $V = 2a^3$ .      Ⓒ  $V = \frac{a^3\sqrt{7}}{6}$ .      Ⓓ  $V = \frac{2a^3}{3}$ .

**Câu 10:** Thể tích hình tứ diện đều có cạnh bằng  $a$  là:

- Ⓐ  $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$ .      Ⓑ  $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$ .      Ⓒ  $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$ .      Ⓓ  $\frac{5a^3\sqrt{2}}{12}$ .

**Câu 11:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  đáy  $ABCD$  là hình vuông có cạnh  $a$  và  $SA$  vuông góc đáy  $ABCD$  và mặt bên  $(SCD)$  hợp với đáy một góc  $60^\circ$ . Tính thể tích hình chóp  $S.ABCD$ .

- Ⓐ  $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ .      Ⓑ  $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ .      Ⓒ  $a^3\sqrt{3}$ .      Ⓓ  $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$ .

**Câu 12:** Cho tứ diện  $ABCD$  có  $ABC$  là tam giác vuông cân tại  $C$  và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng  $(ABD)$ , tam giác  $ABD$  là tam giác đều và có cạnh bằng  $2a$ . Tính thể tích của khối tứ diện  $ABCD$ .

- Ⓐ  $a^3\sqrt{2}$ .      Ⓑ  $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ .      Ⓒ  $a^3\sqrt{3}$ .      Ⓓ  $\frac{a^3\sqrt{3}}{9}$ .

**Câu 13:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $SA$  vuông góc với đáy. Tam giác  $ABC$  vuông cân tại  $B$ , biết  $SA = AC = 2a$ . Tính thể tích khối chóp  $S.ABC$ .

- Ⓐ  $\frac{2}{3}a^3$ .      Ⓑ  $\frac{1}{3}a^3$ .      Ⓒ  $\frac{2\sqrt{2}}{3}a^3$ .      Ⓓ  $\frac{4}{3}a^3$ .

**Câu 14:** Cho khối chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng  $a$ , cạnh bên gấp hai lần cạnh đáy. Tính thể tích  $V$  của khối chóp tứ giác đã cho.

- Ⓐ  $\frac{\sqrt{2}a^3}{2}$ .      Ⓑ  $\frac{\sqrt{2}a^3}{6}$ .      Ⓒ  $\frac{\sqrt{14}a^3}{6}$ .      Ⓓ  $\frac{\sqrt{14}a^3}{2}$ .

**Câu 15:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác đều cạnh  $a$ .  $SA$  vuông góc với đáy và tạo với đường thẳng  $SB$  một góc  $45^\circ$ . Tính thể tích khối chóp  $S.ABC$ .

- Ⓐ  $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$ .      Ⓑ  $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$ .      Ⓒ  $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$ .      Ⓓ  $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ .

**Câu 16:** Cho hình chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng nhau, đường cao của một mặt bên là  $a\sqrt{3}$ . Thể tích  $V$  của khối chóp đó là:

- Ⓐ  $V = \frac{\sqrt{2}}{6}a^3$ .      Ⓑ  $V = \frac{\sqrt{2}}{9}a^3$ .      Ⓒ  $V = \frac{2\sqrt{2}}{3}a^3$ .      Ⓓ  $V = \frac{4\sqrt{2}}{3}a^3$ .

**Câu 17:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông cạnh  $a$ , mặt bên  $(SAB)$  là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mp đáy. Thể tích khối chóp  $S.ABCD$  là:

- Ⓐ  $V_{S.ABCD} = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$ .      Ⓑ  $V_{S.ABCD} = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ .      Ⓒ  $V_{S.ABCD} = \frac{a^3}{3}$ .      Ⓓ  $V_{S.ABCD} = a^3\sqrt{3}$ .

**Câu 18:** Cho khối chóp đều  $S.ABC$  có cạnh bên bằng  $a$  và các mặt bên hợp với đáy một góc  $45^\circ$ . Tính thể tích của khối chóp  $S.ABC$  theo  $a$ .

- Ⓐ  $\frac{a^3\sqrt{15}}{25}$ .      Ⓑ  $\frac{a^3\sqrt{5}}{25}$ .      Ⓒ  $\frac{a^3}{3}$ .      Ⓓ  $\frac{a^3\sqrt{15}}{5}$ .

**Câu 19:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$ , hai mặt phẳng  $(SAB)$  và  $(SAD)$  cùng vuông góc với mặt phẳng  $(ABCD)$ ; góc giữa đường thẳng  $SC$  và mặt phẳng  $(ABCD)$  bằng  $60^\circ$ . Tính theo  $a$  thể tích khối chóp  $S.ABCD$ .

- Ⓐ  $\frac{a^3\sqrt{6}}{9}$ .      Ⓑ  $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$ .      Ⓒ  $3\sqrt{2}a^3$ .      Ⓓ  $3a^3$ .

**Câu 20:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật với  $AB = 2a$ ,  $AD = a\sqrt{2}$ . Tam giác  $SAB$  đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Thể tích  $V$  của hình chóp  $S.ABCD$

- Ⓐ  $V = \frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$ .      Ⓑ  $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{3}$ .      Ⓒ  $V = \frac{2a^3\sqrt{6}}{3}$ .      Ⓓ  $V = \frac{3a^3\sqrt{2}}{4}$ .

**Câu 21:** Cho khối chóp  $S.ABC$  có  $SA \perp (ABC)$ , tam giác  $ABC$  vuông tại  $B$ ,  $AB = a$ ,  $AC = a\sqrt{3}$ . Tính thể tích khối chóp  $S.ABC$ , biết rằng  $SB = a\sqrt{5}$ .

- Ⓐ  $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$ .      Ⓑ  $\frac{a^3\sqrt{15}}{6}$ .      Ⓒ  $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$ .      Ⓓ  $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$ .

**Câu 22:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có  $SA$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABCD)$ , đáy  $ABCD$  là hình thang vuông tại  $A$  và  $B$  có  $AB = a$ ,  $AD = 3a$ ,  $BC = a$ . Biết  $SA = a\sqrt{3}$ , tính thể tích khối chóp  $S.BCD$  theo  $a$ .

- Ⓐ  $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$ .      Ⓑ  $\frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$ .      Ⓒ  $\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$ .      Ⓓ  $2\sqrt{3}a^3$ .

**Câu 23:** Cho khối chóp  $S.ABCD$  có  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $3a$ . Tam giác  $SAB$  cân tại  $S$  và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính thể tích khối chóp  $S.ABCD$  biết góc giữa  $SC$  và  $(ABCD)$  bằng  $60^\circ$ .

- Ⓐ  $V_{S.ABCD} = 18a^3\sqrt{3}$ .      Ⓑ  $V_{S.ABCD} = 9a^3\sqrt{15}$ .      Ⓒ  $V_{S.ABCD} = \frac{9a^3\sqrt{15}}{2}$ .      Ⓓ  $V_{S.ABCD} = 18a^3\sqrt{3}$ .

**Câu 24:** Cho hình chóp có tam giác  $SAB$  đều cạnh  $a$ , tam giác  $ABC$  cân tại  $C$ . Hình chiếu của  $S$  lên  $(ABC)$  là trung điểm của cạnh  $AB$ ; góc hợp bởi cạnh  $SC$  và mặt đáy là  $30^\circ$ . Thể tích khối chóp  $S.ABC$  tính theo  $a$  là

- Ⓐ  $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$ .      Ⓑ  $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}$ .      Ⓒ  $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{8}$ .      Ⓓ  $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$ .

**Câu 25:** Tính thể tích khối chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng  $a$ .

- Ⓐ  $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$ .      Ⓑ  $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$ .      Ⓒ  $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$ .      Ⓓ  $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$ .

-----HẾT-----

## PHIẾU HỌC TẬP SỐ 2

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
|   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |

**Câu 1:** Cho hình chóp tứ giác đều  $S.ABCD$  có thể tích  $V = \frac{\sqrt{2}}{6}$ . Gọi  $M$  là trung điểm của cạnh  $SD$ . Nếu  $SB \perp SD$  thì khoảng cách từ  $B$  đến mặt phẳng (MAC) bằng:

- Ⓐ  $\frac{3}{4}$ .                      Ⓑ  $\frac{1}{\sqrt{2}}$ .                      Ⓒ  $\frac{2}{\sqrt{3}}$ .                      Ⓓ  $\frac{1}{2}$ .

**Câu 2:** Cho khối tứ diện  $OABC$  với  $OA, OB, OC$  vuông góc từng đôi một và  $OA = a$ ,  $OB = 2a$ ,  $OC = 3a$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của hai cạnh  $AC, BC$ . Thể tích của khối tứ diện  $OCMN$  tính theo  $a$  bằng

- Ⓐ  $\frac{a^3}{4}$ .                      Ⓑ  $\frac{3a^3}{4}$ .                      Ⓒ  $a^3$ .                      Ⓓ  $\frac{2a^3}{3}$ .

**Câu 3:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật, biết  $AB = a$ ;  $AD = a\sqrt{3}$ . Hình chiếu của  $S$  lên mặt phẳng đáy là trung điểm  $H$  của cạnh  $AB$ ; góc tạo bởi  $SD$  và mặt phẳng đáy là  $60^\circ$ . Thể tích của khối chóp là

- Ⓐ  $\frac{3a^3\sqrt{13}}{2}$ .                      Ⓑ  $\frac{a^3\sqrt{13}}{4}$ .                      Ⓒ  $\frac{a^3\sqrt{13}}{2}$ .                      Ⓓ  $\frac{3a^3\sqrt{13}}{4}$ .

**Câu 4:** Cho hình chóp tứ giác đều  $S.ABCD$  có cạnh đáy bằng  $a$ , cạnh bên hợp với đáy một góc  $60^\circ$ . Thể tích  $V$  của khối chóp  $S.ABCD$  bằng

- Ⓐ  $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$ .                      Ⓑ  $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ .                      Ⓒ  $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}$ .                      Ⓓ  $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{3}$ .

**Câu 5:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành.  $M$  là trung điểm  $SC$ , mặt phẳng  $(P)$  chứa  $AM$  và song song với  $BD$ , cắt  $SB$  và  $SD$  lần lượt tại  $B'$  và  $D'$ . Tỷ số  $\frac{V_{S.AB'MD'}}{V_{S.ABCD}}$  là

- Ⓐ  $\frac{3}{4}$ .                      Ⓑ  $\frac{2}{3}$ .                      Ⓒ  $\frac{1}{6}$ .                      Ⓓ  $\frac{1}{3}$ .

**Câu 6:** Tính thể tích khối chóp  $S.ABC$  có  $AB = a$ ,  $AC = 2a$ ,  $BAC = 120^\circ$ ,  $SA \perp (ABC)$ , góc giữa  $(SBC)$  và  $(ABC)$  là  $60^\circ$ .

- Ⓐ  $\frac{\sqrt{7}a^3}{7}$ .                      Ⓑ  $\frac{\sqrt{21}a^3}{14}$ .                      Ⓒ  $\frac{\sqrt{7}a^3}{14}$ .                      Ⓓ  $\frac{3\sqrt{21}a^3}{14}$ .

**Câu 7:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có  $SA \perp (ABCD)$ ,  $ABCD$  là hình chữ nhật,  $SA = a$ ,  $AB = 2a$ ,  $BC = 4a$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $BC, CD$ . Thể tích của khối chóp  $S.MNC$  là

- Ⓐ  $\frac{a^3}{5}$ .                      Ⓑ  $\frac{a^3}{2}$ .                      Ⓒ  $\frac{a^3}{4}$ .                      Ⓓ  $\frac{a^3}{3}$ .

**Câu 8:** Cho hình chóp tam giác đều cạnh đáy bằng  $a$  và các mặt bên đều tạo với mặt phẳng đáy một góc  $60^\circ$ . Tính thể tích  $V$  của khối chóp.

- Ⓐ  $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{24}$ .      Ⓑ  $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$ .      Ⓒ  $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$ .      Ⓓ  $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}$ .

**Câu 9:** Cho khối chóp  $S.ABC$  có  $SA \perp (ABC)$ ,  $\triangle ABC$  vuông tại  $B$ ,  $SB = 2a$ ,  $SC = a\sqrt{5}$ . Thể tích khối chóp  $S.ABC$  bằng  $a^3$ . Khoảng cách từ  $A$  đến  $(SBC)$  là:

- Ⓐ  $2a$ .      Ⓑ  $3a$ .      Ⓒ  $\sqrt{3}a$ .      Ⓓ  $6a$ .

**Câu 10:** Cho khối chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác đều cạnh  $a$ , mặt bên  $SAB$  là tam giác cân tại  $S$  và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Biết rằng góc giữa  $(SBC)$  và  $(ABC)$  bằng  $60^\circ$ . Tính theo  $a$  thể tích của khối chóp  $S.ABC$ .

- Ⓐ  $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$ .      Ⓑ  $\frac{3a^3\sqrt{3}}{16}$ .      Ⓒ  $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$ .      Ⓓ  $\frac{a^3\sqrt{3}}{16}$ .

**Câu 11:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông cạnh  $a$ . Cạnh bên  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy, cạnh bên  $SC$  tạo với mặt phẳng  $(SAB)$  một góc  $30^\circ$ . Thể tích của khối chóp  $S.ABCD$  bằng:

- Ⓐ  $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$ .      Ⓑ  $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$ .      Ⓒ  $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$ .      Ⓓ  $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ .

**Câu 12:** Cho khối chóp  $S.ABCD$  có thể tích là  $a^3$ . Gọi  $M, N, P, Q$  theo thứ tự là trung điểm của  $SA, SB, SC, SD$ . Thể tích khối chóp  $S.MNPQ$  là:

- Ⓐ  $\frac{a^3}{16}$       Ⓑ  $\frac{a^3}{8}$       Ⓒ  $\frac{a^2}{4}$       Ⓓ  $\frac{a^3}{6}$

**Câu 13:** Cho hình chóp tứ giác đều  $S.ABCD$  có cạnh đáy bằng  $a$ . Gọi điểm  $O$  là giao điểm của  $AC$  và  $BD$ . Biết khoảng cách từ  $O$  đến  $SC$  bằng  $\frac{a}{\sqrt{6}}$ . Tính thể tích khối chóp  $S.ABCD$ .

- Ⓐ  $\frac{a^3}{6}$ .      Ⓑ  $\frac{a^3}{4}$ .      Ⓒ  $\frac{a^3}{8}$ .      Ⓓ  $\frac{a^3}{12}$ .

**Câu 14:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình thoi cạnh  $a$  và góc  $BAD = 60^\circ$ ,  $SA \perp (ABCD)$ . Biết rằng khoảng cách từ  $A$  đến cạnh  $SC$  bằng  $a$ . Thể tích khối chóp  $S.ABCD$  là

- Ⓐ  $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$ .      Ⓑ  $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$ .      Ⓒ  $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ .      Ⓓ  $a^3\sqrt{3}$ .

**Câu 15:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật,  $AB = a$ ,  $AD = a\sqrt{3}$ , tam giác  $SAB$  cân tại  $S$  và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, khoảng cách giữa  $AB$  và  $SC$  bằng  $\frac{3a}{2}$ . Tính thể tích  $V$  của khối chóp  $S.ABCD$ .

- Ⓐ  $V = \frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$ .      Ⓑ  $V = 3a^3\sqrt{3}$ .      Ⓒ  $V = a^3\sqrt{3}$ .      Ⓓ  $V = 2a^3\sqrt{3}$ .

**Câu 16:** Cho hình chóp đều  $S.ABCD$  có  $AC = 2a$ , mặt bên  $(SBC)$  tạo với đáy  $(ABCD)$  một góc  $45^\circ$ . Tính thể tích  $V$  của khối chóp  $S.ABCD$ .

- Ⓐ  $V = \frac{a^3}{2}$ .      Ⓑ  $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$ .      Ⓒ  $V = \frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$ .      Ⓓ  $V = a^3\sqrt{2}$ .

**Câu 17:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có  $SA \perp (ABCD)$ ,  $ABCD$  là hình chữ nhật.  $SA = AD = 2a$ . Góc giữa  $(SBC)$  và mặt đáy  $(ABCD)$  là  $60^\circ$ . Gọi  $G$  là trọng tâm tam giác  $SBC$ . Tính thể tích khối chóp  $S.AGD$  là

- Ⓐ  $\frac{16a^3}{9\sqrt{3}}$ .      Ⓑ  $\frac{32a^3\sqrt{3}}{27}$ .      Ⓒ  $\frac{8a^3\sqrt{3}}{27}$ .      Ⓓ  $\frac{4a^3\sqrt{3}}{9}$ .

**Câu 18:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có  $SA \perp (ABCD)$ ,  $ABCD$  là hình chữ nhật.  $SA = AD = 2a$ . Góc giữa  $(SBC)$  và mặt đáy  $(ABCD)$  là  $60^\circ$ . Gọi  $G$  là trọng tâm tam giác  $SBC$ . Tính thể tích khối chóp  $S.AGD$  là

- Ⓐ  $\frac{32a^3\sqrt{3}}{27}$ .      Ⓑ  $\frac{8a^3\sqrt{3}}{27}$ .      Ⓒ  $\frac{4a^3\sqrt{3}}{9}$ .      Ⓓ  $\frac{16a^3}{9\sqrt{3}}$ .

**Câu 19:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình chữ nhật  $ABCD$  với  $AB = 2a$ ,  $BC = a$ . Các cạnh bên của hình chóp bằng nhau và bằng  $a\sqrt{2}$ . Khoảng cách từ  $A$  đến mặt phẳng  $(SCD)$  bằng

- Ⓐ  $a\sqrt{2}$ .      Ⓑ  $\frac{a\sqrt{21}}{7}$ .      Ⓒ  $2a$ .      Ⓓ  $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ .

**Câu 20:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$ ,  $SA$  vuông góc với đáy,  $SA = a\sqrt{2}$ . Gọi  $B'$ ,  $D'$  là hình chiếu của  $A$  lần lượt lên  $SB$ ,  $SD$ . Mặt phẳng  $(AB'D')$  cắt  $SC$  tại  $C'$ . Thể tích khối chóp  $SAB'C'D'$  là:

- Ⓐ  $V = \frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$ .      Ⓑ  $V = \frac{2a^3\sqrt{3}}{9}$ .      Ⓒ  $V = \frac{2a^3\sqrt{2}}{3}$ .      Ⓓ  $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{9}$ .

**Câu 21:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông tâm  $O$ , mặt bên  $(SAB)$  là tam giác vuông cân tại  $S$  và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Biết thể tích của khối chóp  $S.OCD$  bằng  $\frac{a^3}{3}$ . Tính khoảng cách  $h$  từ  $A$  đến mặt phẳng  $(SBD)$  ?

- Ⓐ  $h = \frac{2\sqrt{6}a}{3}$ .      Ⓑ  $h = \frac{a\sqrt{3}}{3}$ .      Ⓒ  $h = \frac{2\sqrt{3}a}{3}$ .      Ⓓ  $h = 2\sqrt{3}a$ .

**Câu 22:** Cho hình chóp tứ giác đều  $S.ABCD$ , đáy  $ABCD$  có diện tích  $16\text{ cm}^2$ , diện tích một mặt bên là  $8\sqrt{3}\text{ cm}^2$ . Tính thể tích  $V$  của khối chóp  $S.ABCD$ .

- Ⓐ  $V = \frac{32\sqrt{2}}{3}\text{ cm}^3$ .      Ⓑ  $V = \frac{32\sqrt{13}}{3}\text{ cm}^3$ .      Ⓒ  $V = \frac{32\sqrt{11}}{3}\text{ cm}^3$ .      Ⓓ  $V = \frac{32\sqrt{15}}{3}\text{ cm}^3$ .

**Câu 23:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình thoi cạnh  $a$ ,  $ABC = 120^\circ$ ,  $SA \perp (ABCD)$ . Biết góc giữa hai mặt phẳng  $(SBC)$  và  $(SCD)$  bằng  $60^\circ$ . Tính  $SA$

- Ⓐ  $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$       Ⓑ  $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$       Ⓒ  $a^3\sqrt{6}$       Ⓓ  $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$

**Câu 24:** Cho hình chóp tứ giác đều có độ dài cạnh bên và cạnh đáy cùng bằng  $a$ . Khi đó, khoảng cách  $h$  giữa đường thẳng  $AD$  và mặt phẳng  $(SBC)$  là:

- Ⓐ  $h = \frac{a\sqrt{6}}{3}$       Ⓑ  $h = \frac{a}{2}$       Ⓒ  $h = \frac{a\sqrt{2}}{2}$       Ⓓ  $h = \frac{2a\sqrt{5}}{5}$

**Câu 25:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy là tam giác  $ABC$  vuông tại  $B$ ,  $AB = a$ ,  $BC = 2a$ . Tam giác  $SAB$  cân tại  $S$  và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi  $G$  là trọng tâm tam giác  $ABC$ , mặt phẳng  $(SAG)$  tạo với đáy một góc  $60^\circ$ . Thể tích khối tứ diện  $ACGS$  bằng

- Ⓐ  $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{27}$       Ⓑ  $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{12}$       Ⓒ  $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{36}$       Ⓓ  $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{18}$

-----HẾT-----



**BÀI 4: THỂ TÍCH KHỐI LĂNG TRỤ****A. LÝ THUYẾT CƠ BẢN CẦN NHỚ**

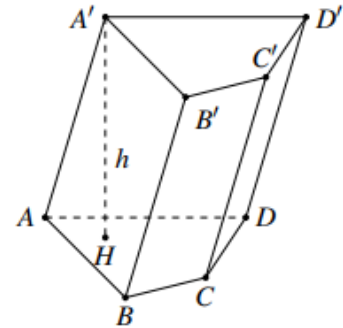
**Thể tích khối lăng trụ:**  $V = B.h$

Với  $B$ : diện tích đáy.

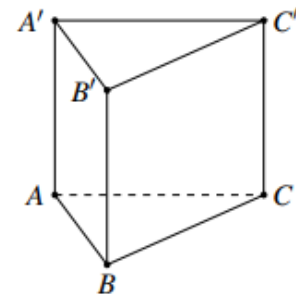
$h$ : chiều cao khối lăng trụ.

**1. Hình lăng trụ**

- Hai đáy song song và là hai đa giác bằng nhau.
- Các cạnh bên song song và bằng nhau.
- Các mặt bên là các hình bình hành.

**2. Lăng trụ đứng**

- Hai đáy song song và là hai đa giác bằng nhau.
- Các cạnh bên song song, bằng nhau và *vuông góc* với mặt đáy.
- Các mặt bên là các hình chữ nhật.
- Đường cao là cạnh bên.
- Một số khối lăng trụ đứng thường gặp:
  - Lăng trụ tam giác đều
  - Lăng trụ đứng tứ giác
  - Hình hộp chữ nhật
  - Hình lập phương



## B. THUẬT TOÁN CỦA MỘT SỐ BÀI TOÁN THƯỜNG GẶP

### 1. Thuật toán tính thể tích khối lăng trụ tam giác

#### 1. Lăng trụ tam giác đều

➤ Đáy là tam giác đều; chiều cao  $h$  là cạnh bên  $AA'$

➤ Diện tích đáy  $B = S_{\triangle ABC} = \frac{(\text{cạnh})^2 \cdot \sqrt{3}}{4}$

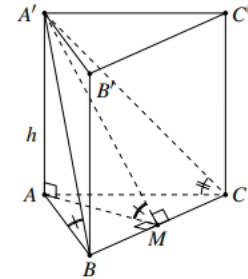
➤ Tính đường cao khối lăng trụ

➤ Thay vào công thức  $V = B.h$

➤ Một số trường hợp thường gặp

- Góc giữa  $A'B$  với đáy là  $A'BA$ ; góc giữa  $A'C$  với đáy là  $A'AC$
- Góc giữa  $(A'BC)$  với  $(ABC)$  là  $A'MA$  với  $M$  là trung điểm  $BC$

➤ Thể tích khối lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh bằng nhau:  $V = \frac{(\text{cạnh})^3 \sqrt{3}}{4}$



#### 2. Lăng trụ đứng tam giác

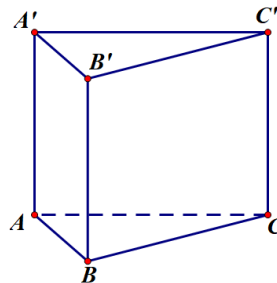
➤ Đáy là tam giác (vuông, cân, vuông cân,...)

➤ Xác định và tính diện tích đáy (tính diện tích tam giác).

➤ Đường cao khối lăng trụ là độ dài cạnh bên.

➤ Thay vào công thức  $V = B.h$

**Ví dụ 1: [MÃ ĐỀ 101 BGD-2019]** Cho khối lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có đáy là tam giác đều cạnh  $a$  và  $AA' = \sqrt{3}a$  (minh họa hình vẽ bên).



Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng.

Ⓐ  $\frac{3a^3}{4}$ .

Ⓑ  $\frac{3a^3}{2}$ .

Ⓒ  $\frac{a^3}{4}$ .

Ⓓ  $\frac{a^3}{2}$ .

Hướng dẫn giải:

|       |       |
|-------|-------|
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |

**Ví dụ 2: [MÃ ĐỀ 104 BGD-2017]** Cho khối lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có đáy  $ABC$  là tam giác cân với  $AB = AC = a$ ,  $BAC = 120^\circ$ . Mặt phẳng  $(AB'C')$  tạo với đáy một góc  $60^\circ$ . Tính thể tích  $V$  của khối lăng trụ đã cho.

Ⓐ  $V = \frac{3a^3}{8}$

Ⓑ  $V = \frac{9a^3}{8}$

Ⓒ  $V = \frac{a^3}{8}$

Ⓓ  $V = \frac{3a^3}{4}$

Hướng dẫn giải:

|       |       |
|-------|-------|
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |

**Ví dụ 3:** Cho lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $B$  và  $BA = BC = 1$ . Cạnh  $A'B$  tạo với mặt đáy  $(ABC)$  góc  $60^\circ$ . Tính thể tích  $V$  của khối lăng trụ đã cho.

Ⓐ  $V = \sqrt{3}$ .

Ⓑ  $V = \frac{\sqrt{3}}{6}$ .

Ⓒ  $V = \frac{\sqrt{3}}{2}$ .

Ⓓ  $V = \frac{1}{2}$ .

Hướng dẫn giải:

|       |       |
|-------|-------|
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |

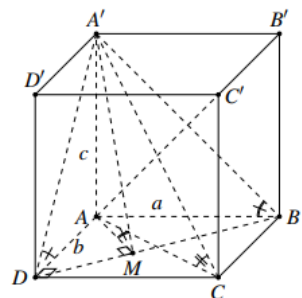
## 2. Thuật toán tính thể tích khối lăng trụ đứng tứ giác (khối hộp chữ nhật, khối lập phương)

### 1. Khối lăng trụ tứ giác

- Xác định, tính diện tích đáy.
- Đường cao là độ dài cạnh bên, tính độ dài đường cao.
- Thay vào công thức  $V = B.h$

### 2. Khối hộp chữ nhật.

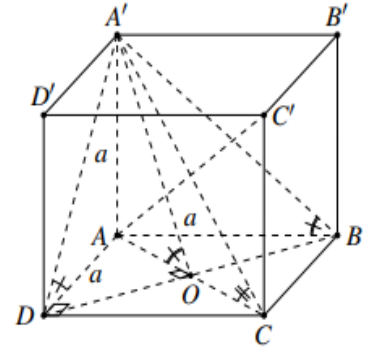
- Các mặt đáy và mặt bên là hình chữ nhật.
- Thể tích  $V = AB.AD.AA' = a.b.c$  (thể tích  $V = \text{dài} \cdot \text{rộng} \cdot \text{cao}$ )
- Độ dài đường chéo  $A'C = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$   
(đường chéo  $= \sqrt{(\text{dài})^2 + (\text{rộng})^2 + (\text{cao})^2}$ )



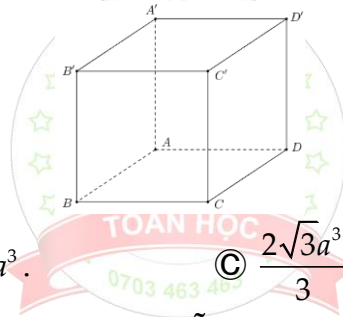
- Góc giữa  $(A'BD)$  và  $(ABCD)$  là  $A'MA$
- Trường hợp đáy  $ABCD$  là hình vuông thì ta gọi  $ABCD.A'B'C'D'$  là lăng trụ tứ giác đều.

### 3. Khối lập phương

- Các mặt của hình lập phương là hình vuông.
- Thể tích  $V = (\text{cạnh})^3$
- Đường chéo  $AC' = A'C = \text{cạnh} \cdot \sqrt{3}$
- Góc giữa  $A'B$  với mặt  $(ABCD)$  là  $A'BA$
- Góc giữa  $A'C$  với mặt  $(ABCD)$  là  $A'CA$
- Góc giữa  $A'D$  với mặt  $(ABCD)$  là  $A'DA$
- Góc giữa  $(A'BD)$  và  $(ABCD)$  là  $A'OA$



**Ví dụ 1: [MINH HỌA BGD-2020]** Cho khối lăng trụ đứng  $ABCD.A'B'C'D'$  có đáy là hình thoi cạnh  $a$ ,  $BD = a\sqrt{3}$  và  $AA' = 4a$  (minh họa như hình bên). Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng



Ⓐ  $2\sqrt{3}a^3$ .

Ⓑ  $4\sqrt{3}a^3$ .

Ⓒ  $\frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$ .

Ⓓ  $\frac{4\sqrt{3}a^3}{3}$ .

Hướng dẫn giải:

|       |       |
|-------|-------|
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |

**Ví dụ 2: [MÃ ĐỀ 101 BGD-2021]** Cho khối hộp chữ nhật  $ABCD.A'B'C'D'$  có đáy là hình vuông,  $BD = 2a$ , góc giữa hai mặt phẳng  $(A'BD)$  và  $(ABCD)$  bằng  $30^\circ$ . Thể tích của khối hộp chữ nhật đã cho bằng.

Ⓐ  $6\sqrt{3}a^3$ .

Ⓑ  $2\sqrt{3}a^3$ .

Ⓒ  $\frac{2\sqrt{3}}{9}a^3$ .

Ⓓ  $\frac{2\sqrt{3}}{3}a^3$ .

Hướng dẫn giải:

|       |       |
|-------|-------|
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |

**Ví dụ 3:** Cho hình hộp chữ nhật  $ABCD.A'B'C'D'$  có  $AB = AA' = a$ , đường chéo  $A'C$  hợp với mặt đáy ( $ABCD$ ) một góc  $\alpha$  thỏa mãn  $\cot \alpha = \sqrt{5}$ . Tính theo  $a$  thể tích khối hộp đã cho.

- Ⓐ  $V = 2a^3$ .      Ⓑ  $V = \frac{2a^3}{3}$ .      Ⓒ  $V = \sqrt{5}a^3$ .      Ⓓ  $V = \frac{\sqrt{5}a^3}{5}$ .

**Hướng dẫn giải:**

|       |       |
|-------|-------|
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |

### 3. Thuật toán tính thể tích lăng trụ xiên

**Lăng trụ xiên** là hình lăng trụ mà đường cao của nó không phải là cạnh bên.

- Xác định, tính diện tích đáy.
- Xác định đường cao (theo giả thuyết bài toán), tính độ dài đường cao.
- Thay vào công thức  $V = B.h$

**Ví dụ 1:** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$  có tất cả các cạnh đều bằng  $2a$ , đáy  $ABCD$  là hình vuông. Hình chiếu vuông góc của đỉnh  $A'$  trên mặt phẳng đáy trùng với tâm của đáy. Tính theo  $a$  thể tích  $V$  của khối hộp đã cho.

- Ⓐ  $V = \frac{4a^3\sqrt{2}}{3}$ .      Ⓑ  $V = \frac{8a^3}{3}$ .      Ⓒ  $V = 8a^3$ .      Ⓓ  $V = 4a^3\sqrt{2}$ .

**Hướng dẫn giải:**

|       |       |
|-------|-------|
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |

**Ví dụ 2:** Cho hình lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  có đáy là tam giác đều cạnh  $a$ . Hình chiếu vuông góc của  $A'$  xuống mặt phẳng ( $ABC$ ) là trung điểm của  $AB$ . Mặt bên ( $AA'C'C$ ) hợp với đáy một góc bằng  $45^\circ$ . Tính thể tích  $V$  khối lăng trụ đã cho.

- Ⓐ  $V = \frac{3a^3}{16}$ .      Ⓑ  $V = \frac{a^3}{16}$ .      Ⓒ  $V = \frac{3a^3}{8}$ .      Ⓓ  $V = \frac{9a^3}{16}$ .

Hướng dẫn giải:

|       |       |
|-------|-------|
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |

**Ví dụ 3:** Cho hình lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  có đáy là tam giác đều cạnh  $2a\sqrt{2}$  và  $A'A = a\sqrt{3}$ . Hình chiếu vuông góc của điểm  $A'$  trên mặt phẳng  $(ABC)$  trùng với trọng tâm  $G$  của tam giác  $ABC$ . Tính thể tích  $V$  của khối lăng trụ đã cho.

Ⓐ  $V = \frac{a^3}{2}$ .

Ⓑ  $V = \frac{2a^3}{3}$ .

Ⓒ  $V = \frac{a^3}{6}$ .

Ⓓ  $V = 2a^3$ .

Hướng dẫn giải:

|       |       |
|-------|-------|
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |

#### 4. Thuật toán tính góc, đường cao, khoảng cách liên quan đến hình trụ

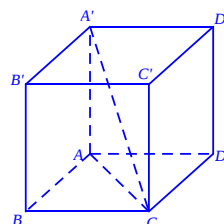
##### 1. Tính góc

- Xác định góc theo lý thuyết phần A (khối chóp).
- Áp dụng tính góc thông qua  $\tan \alpha = \frac{D}{K}$ ;  $\cos \alpha = \frac{K}{H}$ ;  $\sin \alpha = \frac{D}{H}$

##### 2. khoảng cách ta có thể áp dụng

- Xác định khoảng cách theo lý thuyết (khoảng cách là đoạn hạ vuông góc xuống mặt phẳng, hoặc đoạn vuông góc chung)
- Phân chia khối lăng trụ để đưa về dạng khối chóp và áp dụng công thức như khối chóp đã học

**Ví dụ 1:** [MÃ ĐỀ 101 BGD-2020] Cho hình hộp chữ nhật  $ABCD.A'B'C'D'$  có  $AB = BC = a$ ,  $AA' = \sqrt{6}a$  (tham khảo hình dưới). Góc giữa đường thẳng  $A'C$  và mặt phẳng  $(ABCD)$  bằng



Ⓐ  $60^\circ$ .

Ⓑ  $90^\circ$ .

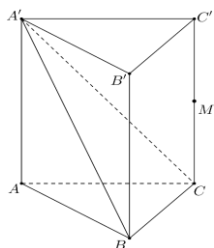
Ⓒ  $30^\circ$ .

Ⓓ  $45^\circ$ .

Hướng dẫn giải:

|       |       |
|-------|-------|
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |

**Ví dụ 2: [MÃ ĐỀ 101 BGD-2020]** Cho hình lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có tất cả các cạnh bằng  $a$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $CC'$  (tham khảo hình bên). Khoảng cách từ  $M$  đến mặt phẳng  $(A'BC)$



Ⓐ  $\frac{\sqrt{21}a}{14}$ .

Ⓑ  $\frac{\sqrt{2}a}{2}$ .

Ⓒ  $\frac{\sqrt{21}a}{7}$ .

Ⓓ  $\frac{\sqrt{2}a}{4}$ .

Hướng dẫn giải:

|       |       |
|-------|-------|
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |

**Ví dụ 3: [MÃ ĐỀ 101 BGD-2021]** Cho hình lăng trụ đứng có tất cả các cạnh bằng nhau. Góc giữa hai đường thẳng  $AA'$  và  $BC'$  bằng

Ⓐ  $30^\circ$ .

Ⓑ  $90^\circ$ .

Ⓒ  $45^\circ$ .

Ⓓ  $60^\circ$ .

Hướng dẫn giải:

|       |       |
|-------|-------|
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |

## C. PHIẾU HỌC TẬP

### PHIẾU HỌC TẬP SỐ 1

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
|   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |

**Câu 1:** Cho hình lăng trụ đứng có diện tích đáy là  $\sqrt{3}a^2$ . Độ dài cạnh bên là  $a\sqrt{2}$ . Khi đó thể tích của khối lăng trụ là:

- Ⓐ  $\sqrt{6}a^3$ .      Ⓑ  $\sqrt{3}a^3$ .      Ⓒ  $\sqrt{2}a^3$ .      Ⓓ  $\frac{\sqrt{6}a^3}{3}$ .

**Câu 2:** Lăng trụ tam giác đều có độ dài tất cả các cạnh bằng 3. Thể tích khối lăng trụ bằng

- Ⓐ  $\frac{9\sqrt{3}}{4}$ .      Ⓑ  $\frac{27\sqrt{3}}{4}$ .      Ⓒ  $\frac{27\sqrt{3}}{2}$ .      Ⓓ  $\frac{9\sqrt{3}}{2}$ .

**Câu 3:** Tính thể tích  $V$  của khối lăng trụ đều  $ABC.A'B'C'$  biết  $AB = a$  và  $AA' = 2a$ .

- Ⓐ  $V = \frac{3a^3}{4}$ .      Ⓑ  $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$ .      Ⓒ  $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$ .      Ⓓ  $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$ .

**Câu 4:** Cho lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông cân tại  $A$ ,  $BC = 2a$ ,  $AA' = 3a$ . Thể tích của khối lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  bằng?

- Ⓐ  $2a^3$ .      Ⓑ  $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$ .      Ⓒ  $6a^3$ .      Ⓓ  $a^3\sqrt{7}$ .

**Câu 5:** Cho hình hộp đứng  $ABCD.A'B'C'D'$  có đáy là hình vuông, cạnh bên  $AA' = 3a$  và đường chéo  $AC' = 5a$ . Tính thể tích  $V$  của khối hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ .

- Ⓐ  $V = 4a^3$ .      Ⓑ  $V = a^3$ .      Ⓒ  $V = 24a^3$ .      Ⓓ  $V = 8a^3$ .

**Câu 6:** Cho lăng trụ đứng tam giác  $ABC.A'B'C'$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông cân tại  $B$ . Biết  $AC = a\sqrt{2}$ ,  $AA' = a\sqrt{3}$ . Tính thể tích khối lăng trụ  $ABC.A'B'C'$ .

- Ⓐ  $\frac{a^3}{2}$ .      Ⓑ  $\frac{a^3}{6}$ .      Ⓒ  $\frac{2a^3}{3}$ .      Ⓓ  $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$ .

**Câu 7:** Tính thể tích  $V$  của khối hộp chữ nhật có đáy là hình vuông cạnh bằng 6 và chiều cao bằng 5.

- Ⓐ  $V = 50$ .      Ⓑ  $V = 150$ .      Ⓒ  $V = 60$ .      Ⓓ  $V = 180$ .

**Câu 8:** Thể tích khối lập phương có cạnh bằng  $a$  là:

- Ⓐ  $V = \frac{1}{2}a^3$ .      Ⓑ  $V = a^3$ .      Ⓒ  $V = \sqrt{3}a^3$ .      Ⓓ  $V = \frac{1}{3}a^3$ .

**Câu 9:** Cho hình lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông với  $AB = AC = a$ , góc giữa  $BC'$  và  $(ABC)$  bằng  $45^\circ$ . Tính thể tích khối lăng trụ.

- Ⓐ  $a^3\sqrt{2}$ .      Ⓑ  $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$ .      Ⓒ  $\frac{a^3\sqrt{2}}{8}$ .      Ⓓ  $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$ .

**Câu 10:** Độ dài đường chéo của một hình lập phương bằng  $3a$ . Tính thể tích  $V$  của khối lập phương.

- Ⓐ  $V = a^3\sqrt{3}$ .      Ⓑ  $V = a^3$ .      Ⓒ  $V = 8a^3$ .      Ⓓ  $V = 3\sqrt{3}a^3$ .

**Câu 11:** Cho lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có đáy  $ABC$  là tam giác đều cạnh  $a$ , góc tạo bởi hai mặt phẳng  $(ABC)$ ,  $(A'BC)$  bằng  $60^\circ$ . Tính thể tích khối lăng trụ  $ABC.A'B'C'$ .

- Ⓐ  $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$ .      Ⓑ  $\frac{3a^3\sqrt{3}}{4}$ .      Ⓒ  $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ .      Ⓓ  $\frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$ .

**Câu 12:** Cho hình lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có đáy  $ABC$  đều cạnh bằng  $a$  và chu vi của mặt bên  $ABB'A'$  bằng  $6a$ . Thể tích của khối lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  bằng

- Ⓐ  $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$ .      Ⓑ  $a^3\sqrt{3}$ .      Ⓒ  $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ .      Ⓓ  $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ .

**Câu 13:** Tính thể tích  $V$  của khối lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $C$ ,  $AB = 2a$ ,  $AC = a$  và  $BC' = 2a$ .

- Ⓐ  $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$ .      Ⓑ  $V = 4a^3$ .      Ⓒ  $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ .      Ⓓ  $V = \frac{4a^3}{3}$ .

**Câu 14:** Kí hiệu  $V$  là thể tích khối hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ ;  $V_1$  là thể tích khối tứ diện  $BDA'C'$ . Tỉ số  $\frac{V_1}{V}$

- Ⓐ  $\frac{V_1}{V} = \frac{1}{2}$ .      Ⓑ  $\frac{V_1}{V} = \frac{1}{3}$ .      Ⓒ  $\frac{V_1}{V} = 3$ .      Ⓓ  $\frac{V_1}{V} = \frac{2}{3}$ .

**Câu 15:** Cho lăng trụ đứng tam giác  $ABC.A'B'C'$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông cân tại  $B$  với  $BA = BC = a$ , biết  $A'B$  hợp với mặt phẳng  $(ABC)$  một góc  $60^\circ$ . Thể tích lăng trụ là:

- Ⓐ  $a^3\sqrt{3}$ .      Ⓑ  $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$ .      Ⓒ  $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ .      Ⓓ  $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$ .

**Câu 16:** Cho hình lập phương có thể tích bằng 8. Diện tích toàn phần của hình lập phương là

- Ⓐ 36.      Ⓑ 48.      Ⓒ 16.      Ⓓ 24.

**Câu 17:** Khối hộp đứng  $ABCD.A'B'C'D'$  đáy là hình thoi cạnh  $a$ ,  $BAC = 60^\circ$ , cạnh  $AA' = a\sqrt{3}$  có thể tích là.

- Ⓐ  $\frac{3a^3}{2}$ .      Ⓑ  $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$ .      Ⓒ  $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$ .      Ⓓ  $\frac{3a^3}{4}$ .

**Câu 18:** Cho khối lăng trụ tam giác đều  $ABC.A'B'C'$  có cạnh đáy bằng 2, diện tích tam giác  $A'BC$  bằng 3. Tính thể tích của khối lăng trụ.

- Ⓐ  $3\sqrt{2}$ .      Ⓑ  $\frac{2\sqrt{5}}{3}$ .      Ⓒ  $2\sqrt{5}$ .      Ⓓ  $\sqrt{2}$ .

**Câu 19:** Cho lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $A$ ;  $BC = 2a$ ;  $\angle ABC = 30^\circ$ . Biết cạnh bên của lăng trụ bằng  $2a\sqrt{3}$ . Thể tích khối lăng trụ là.

- Ⓐ  $2a^3\sqrt{3}$ .      Ⓑ  $3a^3$ .      Ⓒ  $3a^3$ .      Ⓓ  $6a^3$ .

**Câu 20:** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  có diện tích tam giác  $ACD'$  bằng  $a^2\sqrt{3}$ . Tính thể tích  $V$  của hình lập phương.

- Ⓐ  $V = 3\sqrt{3}a^3$ .      Ⓑ  $V = 2\sqrt{2}a^3$ .      Ⓒ  $V = a^3$ .      Ⓓ  $V = 8a^3$ .

**Câu 21:** Cho khối lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có  $BB' = a$ , đáy  $ABC$  là tam giác vuông cân tại  $B$  và  $AC = a\sqrt{2}$ . Tính thể tích  $V$  của khối lăng trụ đã cho.

- Ⓐ  $V = \frac{a^3}{3}$ .      Ⓑ  $V = \frac{a^3}{2}$ .      Ⓒ  $V = a^3$ .      Ⓓ  $V = \frac{a^3}{6}$ .

**Câu 22:** Cho lăng trụ đều  $ABC.A'B'C'$  có cạnh đáy bằng  $a$ . Gọi  $I$  là trung điểm cạnh  $BC$ . Nếu góc giữa đường thẳng  $A'I$  và mặt phẳng  $(ABC)$  bằng  $60^\circ$  thì thể tích của lăng trụ đó là

- Ⓐ  $\frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$ .      Ⓑ  $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$ .      Ⓒ  $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$ .      Ⓓ  $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$ .

**Câu 23:** Cho lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có đáy là tam giác vuông tại  $A$ ,  $AC = a$ ,  $ACB = 60^\circ$ . Đường chéo  $BC'$  của mặt bên  $(BCC'B')$  tạo với mặt phẳng  $(AA'C'C)$  một góc  $30^\circ$ . Thể tích của khối lăng trụ theo  $a$  là.

- Ⓐ  $\frac{2\sqrt{6}a^3}{3}$ .      Ⓑ  $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$ .      Ⓒ  $a^3\sqrt{6}$ .      Ⓓ  $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$ .

**Câu 24:** Cho hình lăng trụ tứ giác đều  $ABCD.A'B'C'D'$  có cạnh đáy  $4\sqrt{3}(m)$ . Biết mặt phẳng  $(D'BC)$  hợp với đáy một góc  $60^\circ$ . Thể tích khối lăng trụ là.

- Ⓐ  $325m^3$ .      Ⓑ  $648m^3$ .      Ⓒ  $478m^3$ .      Ⓓ  $576m^3$ .

**Câu 25:** Cho hình hộp chữ nhật  $ABCD.A'B'C'D'$  có diện tích các mặt  $ABCD$ ,  $BCC'B'$ ,  $CDD'C'$  lần lượt là  $2a^2$ ,  $3a^2$ ,  $6a^2$ . Tính thể tích khối hộp chữ nhật  $ABCD.A'B'C'D'$ .

- Ⓐ  $36a^6$ .      Ⓑ  $6a^2$ .      Ⓒ  $36a^3$ .      Ⓓ  $6a^3$ .

HẾT

## PHIẾU HỌC TẬP SỐ 2

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
|   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |

**Câu 1:** Cho lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có đáy là tam giác cân tại  $A$ ,  $AB = AC = 2a$ ;  $CAB = 120^\circ$ . Góc giữa  $(A'BC)$  và  $(ABC)$  là  $45^\circ$ . Thể tích khối lăng trụ là.

- Ⓐ  $a^3\sqrt{3}$ .      Ⓑ  $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ .      Ⓒ  $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$ .      Ⓓ  $2a^3\sqrt{3}$ .

**Câu 2:** Cho lăng trụ tam giác đều  $ABC.A'B'C'$  có cạnh đáy bằng  $4\text{cm}$ , diện tích tam giác  $A'BC$  bằng  $12\text{cm}^2$ . Thể tích khối lăng trụ đó là:

- Ⓐ  $V = 8\sqrt{2}\text{cm}^3$ .      Ⓑ  $V = 24\sqrt{3}\text{cm}^3$ .      Ⓒ  $V = 24\text{cm}^3$ .      Ⓓ  $V = 24\sqrt{2}\text{cm}^3$ .

**Câu 3:** Cho lăng trụ tam giác  $ABC.A'B'C'$  có đáy là tam giác đều cạnh  $a$ . Độ dài cạnh bên bằng  $4a$ . Mặt phẳng  $(BCC'B')$  vuông góc với đáy và  $B'BC = 30^\circ$ . Thể tích khối chóp  $A.CC'B'$  là:

- Ⓐ  $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ .      Ⓑ  $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$ .      Ⓒ  $\frac{a^3\sqrt{3}}{18}$ .      Ⓓ  $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$ .

**Câu 4:** Cho khối trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có đáy là tam giác đều. Mặt phẳng  $(A'BC)$  tạo với đáy một góc  $30^\circ$  và tam giác  $A'BC$  có diện tích bằng  $8a^2$ . Tính thể tích  $V$  của khối lăng trụ đã cho.

- Ⓐ  $V = 16\sqrt{3}a^3$ .      Ⓑ  $V = 2\sqrt{3}a^3$ .      Ⓒ  $V = 64\sqrt{3}a^3$ .      Ⓓ  $V = 8\sqrt{3}a^3$ .

**Câu 5:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác đều cạnh  $a$ , cạnh bên  $SA$  vuông góc với đáy. Biết hình chóp  $S.ABC$  có thể tích bằng  $a^3$ . Tính khoảng cách  $d$  từ điểm  $A$  đến mặt phẳng  $(SBC)$ .

- Ⓐ  $d = \frac{6a\sqrt{195}}{65}$ .      Ⓑ  $d = \frac{4a\sqrt{195}}{65}$ .      Ⓒ  $d = \frac{4a\sqrt{195}}{195}$ .      Ⓓ  $d = \frac{8a\sqrt{195}}{195}$ .

**Câu 6:** Cho lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $A$ ,  $ABC = 30^\circ$ . Điểm  $M$  là trung điểm cạnh  $AB$ , tam giác  $MA'C$  đều cạnh  $2a\sqrt{3}$  và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Thể tích khối lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  là

- Ⓐ  $\frac{72\sqrt{2}a^3}{7}$ .      Ⓑ  $\frac{24\sqrt{3}a^3}{7}$ .      Ⓒ  $\frac{72\sqrt{3}a^3}{7}$ .      Ⓓ  $\frac{24\sqrt{2}a^3}{7}$ .

**Câu 7:** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ . Góc tạo bởi đường thẳng  $AC$  và  $A'B$  bằng

- Ⓐ  $45^\circ$ .      Ⓑ  $60^\circ$ .      Ⓒ  $90^\circ$ .      Ⓓ  $30^\circ$ .

**Câu 8:** Cho hình lăng trụ tứ giác đều  $ABCD.A'B'C'D'$  có cạnh đáy bằng  $a$ , khoảng cách từ  $A$  đến mặt phẳng  $(A'BC)$  bằng  $\frac{a}{3}$ . Tính thể tích lăng trụ.

- Ⓐ  $\frac{\sqrt{2}a^3}{4}$ .      Ⓑ  $3\sqrt{3}a^3$ .      Ⓒ  $\frac{3a^3}{4}$ .      Ⓓ  $\frac{\sqrt{3}a^3}{2}$ .

**Câu 9:** Cho lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có đáy là tam giác vuông tại  $A$ ,  $AC = a$ ,  $\angle ACB = 60^\circ$  góc giữa  $BC'$  và  $(AA'C)$  bằng  $30^\circ$ . Tính thể tích  $V$  của khối lăng trụ  $ABC.A'B'C'$ .

- Ⓐ  $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{2}$ .      Ⓑ  $V = \frac{2a^3}{\sqrt{6}}$ .      Ⓒ  $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ .      Ⓓ  $V = a^3\sqrt{6}$ .

**Câu 10:** Cho hình lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  có đáy là tam giác đều cạnh  $3a$ , hình chiếu của  $A'$  trên mặt phẳng  $(ABC)$  trùng với tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác  $ABC$ . Cạnh  $AA'$  hợp với mặt phẳng đáy một góc  $45^\circ$ . Thể tích của khối lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  tính theo  $a$  bằng.

- Ⓐ  $\frac{9a^3}{4}$ .      Ⓑ  $\frac{27a^3}{4}$ .      Ⓒ  $\frac{3a^3}{4}$ .      Ⓓ  $\frac{27a^3}{6}$ .

**Câu 11:** Cho lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có thể tích  $V$ . Điểm  $M$  là trung điểm cạnh  $AA'$ . Tính theo  $V$  thể tích khối chóp  $M.BCC'B'$ .

- Ⓐ  $\frac{V}{2}$ .      Ⓑ  $\frac{3V}{4}$ .      Ⓒ  $\frac{V}{3}$ .      Ⓓ  $\frac{2V}{3}$ .

**Câu 12:** Cho hình lăng trụ tam giác đều  $ABC.A'B'C'$  có  $AB = a$ , đường thẳng  $AB'$  tạo với mặt phẳng  $(BCC'B')$  một góc  $30^\circ$ . Tính thể tích  $V$  của khối lăng trụ đã cho.

- Ⓐ  $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$ .      Ⓑ  $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{4}$ .      Ⓒ  $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{12}$ .      Ⓓ  $V = \frac{3a^3}{4}$ .

**Câu 13:** Hình lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có diện tích đáy bằng 4, diện tích ba mặt bên lần lượt là 9, 18 và 10. Thể tích khối lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  bằng

- Ⓐ  $\sqrt[4]{11951}$ .      Ⓑ  $\frac{\sqrt[4]{11951}}{2}$ .      Ⓒ  $\sqrt{11951}$ .      Ⓓ  $\frac{\sqrt{11951}}{2}$ .

**Câu 14:** Cho hình lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $A$ ,  $AC = a$ ;  $\angle ACB = 60^\circ$ . Đường chéo  $BC'$  của mặt bên  $(BB'C'C)$  tạo với mặt phẳng  $mp(AA'C'C)$  một góc  $30^\circ$ . Tính thể tích của mỗi khối lăng trụ theo  $a$  là:

- Ⓐ  $V = \frac{\sqrt{6}}{3}a^3$ .      Ⓑ  $V = \frac{2\sqrt{6}}{3}a^3$ .      Ⓒ  $V = \frac{2\sqrt{6}}{3}a^3$ .      Ⓓ  $V = \frac{4\sqrt{6}}{3}a^3$ .

**Câu 15:** Cho khối lăng trụ tam giác đều  $ABC.A'B'C'$  có cạnh đáy là  $a$  và khoảng cách từ  $A$  đến mặt phẳng  $(A'BC)$  bằng  $\frac{a}{2}$ . Tính thể tích của khối lăng trụ  $ABC.A'B'C'$ .

- Ⓐ  $\frac{3\sqrt{2}a^3}{12}$ .      Ⓑ  $\frac{3a^3\sqrt{2}}{16}$ .      Ⓒ  $\frac{3a^3\sqrt{2}}{48}$ .      Ⓓ  $\frac{\sqrt{2}a^3}{16}$ .

**Câu 16:** Cho hình lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  có đáy  $ABC$  là tam giác đều cạnh  $a$ ,  $AA' = \frac{3a}{2}$ . Biết rằng hình chiếu vuông góc của  $A'$  lên  $(ABC)$  là trung điểm  $BC$ . Tính thể tích  $V$  của khối lăng trụ đó.

- Ⓐ  $V = a^3$ .      Ⓑ  $V = \frac{2a^3}{3}$ .      Ⓒ  $V = \frac{3a^3}{4\sqrt{2}}$ .      Ⓓ  $V = a^3\sqrt{\frac{3}{2}}$ .

**Câu 17:** Cho hình lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $A$ ,  $AC = a$ ,  $\angle ACB = 60^\circ$ . Đường thẳng  $BC'$  tạo với  $(ACC'A')$  một góc  $30^\circ$ . Tính thể tích  $V$  của khối trụ  $ABC.A'B'C'$ .

- Ⓐ  $V = a^3\sqrt{6}$ .      Ⓑ  $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ .      Ⓒ  $V = 3a^3$ .      Ⓓ  $V = a^3\sqrt{3}$ .

**Câu 18:** Cho lăng trụ  $ABCD.A_1B_1C_1D_1$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật.  $AB = a$ ,  $AD = a\sqrt{3}$ . Hình chiếu vuông góc của điểm  $A_1$  trên mặt phẳng  $(ABCD)$  trùng với giao điểm  $AC$  và  $BD$ . Góc giữa hai mặt phẳng  $(ADD_1A_1)$  và  $(ABCD)$  bằng  $60^\circ$ . Tính khoảng cách từ điểm  $B_1$  đến mặt phẳng  $(A_1BD)$  theo  $a$ .

- Ⓐ  $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ .      Ⓑ  $\frac{a\sqrt{3}}{6}$ .      Ⓒ  $\frac{a\sqrt{3}}{4}$ .      Ⓓ  $\frac{a\sqrt{3}}{3}$ .

**Câu 19:** Cho hình lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có đáy là tam giác vuông cân đỉnh  $A$ , mặt bên là  $BCC'B'$  là hình vuông, khoảng cách giữa  $AB'$  và  $CC'$  bằng  $a$ . Thể tích của khối lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  là

- Ⓐ  $\sqrt{2}a^3$ .      Ⓑ  $\frac{\sqrt{2}a^3}{2}$ .      Ⓒ  $a^3$ .      Ⓓ  $\frac{\sqrt{2}a^3}{3}$ .

**Câu 20:** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  có cạnh bằng 1. Khoảng cách từ điểm  $B'$  đến mặt phẳng  $(A'BD)$  bằng

- Ⓐ  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .      Ⓑ 3.      Ⓒ  $\frac{\sqrt{3}}{3}$ .      Ⓓ  $\sqrt{3}$ .

**Câu 21:** Cho hình lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có đáy  $ABC$  là tam giác đều cạnh  $a$ . Khoảng cách từ tâm  $O$  của tam giác  $ABC$  đến mặt phẳng  $(A'BC)$  bằng  $BCD$ . Thể tích khối lăng trụ bằng

- Ⓐ  $\frac{3a^3\sqrt{2}}{28}$       Ⓑ  $\frac{3a^3\sqrt{2}}{16}$       Ⓒ  $\frac{3a^3\sqrt{2}}{4}$       Ⓓ  $\frac{3a^3\sqrt{2}}{8}$

**Câu 22:** Khối lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  có đáy là tam giác đều,  $a$  là độ dài cạnh đáy. Góc giữa cạnh bên và đáy là  $30^\circ$ . Hình chiếu vuông góc của  $A'$  trên mặt  $(ABC)$  trùng với trung điểm của  $BC$ . Thể tích của khối lăng trụ đã cho là

- Ⓐ  $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$ .      Ⓑ  $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ .      Ⓒ  $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$ .      Ⓓ  $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$ .

**Câu 23:** Cho hình lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$ , biết đáy  $ABC$  là tam giác đều cạnh  $a$ . Khoảng cách từ tâm  $O$  của tam giác  $ABC$  đến mặt phẳng  $(A'BC)$  bằng  $\frac{a}{6}$ . Tính thể tích khối lăng trụ  $ABC.A'B'C'$ .

- Ⓐ  $\frac{3a^3\sqrt{2}}{8}$ .      Ⓑ  $\frac{3a^3\sqrt{2}}{28}$ .      Ⓒ  $\frac{3a^3\sqrt{2}}{4}$ .      Ⓓ  $\frac{3a^3\sqrt{2}}{16}$ .

**Câu 24:** Cho lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  có đáy là tam giác đều cạnh  $a$ . Hình chiếu vuông góc của điểm  $A'$  lên mặt phẳng  $(ABC)$  trùng với trọng tâm tam giác  $ABC$ . Biết thể tích của khối lăng trụ là  $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$ . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng  $AA'$  và  $BC$ .

- Ⓐ  $\frac{4a}{3}$ .                      Ⓑ  $\frac{3a}{4}$ .                      Ⓒ  $\frac{3a}{2}$ .                      Ⓓ  $\frac{2a}{3}$ .

**Câu 25:** Cho hình lăng trụ tam giác  $ABC.A'B'C'$  có đáy  $ABC$  là tam giác đều cạnh  $2a$ , hình chiếu của  $A'$  trên mặt phẳng  $(ABC)$  là trung điểm cạnh  $BC$ . Biết góc giữa hai mặt phẳng  $(ABA')$  và  $(ABC)$  bằng  $45^\circ$ . Tính thể tích  $V$  của khối chóp  $A.BCC'B'$ .

- Ⓐ  $\frac{3}{2}a^3$ .                      Ⓑ  $V = a^3$ .                      Ⓒ  $a^3\sqrt{3}$ .                      Ⓓ  $\frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$ .

-----HẾT-----



## ĐỀ ÔN TẬP SỐ 1

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 |
|   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |

**Câu 1:** Tính thể tích của một khối lăng trụ biết khối lăng trụ đó có đường cao bằng  $3a$ , diện tích mặt đáy bằng  $4a^2$ .

- (A)  $12a^2$ . (B)  $4a^2$ . (C)  $12a^3$ . (D)  $4a^3$ .

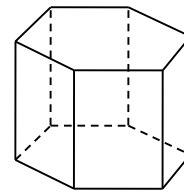
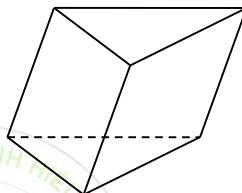
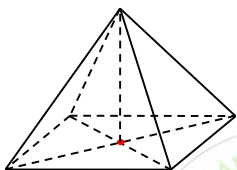
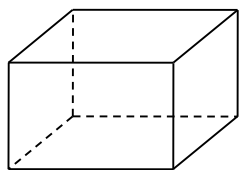
**Câu 2:** Trong một hình đa diện, mỗi cạnh là cạnh chung của đúng bao nhiêu mặt?

- (A) Không có mặt nào. (B) 3 mặt. (C) 4 mặt. (D) 2 mặt.

**Câu 3:** Tính thể tích  $V$  của khối lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  biết  $AC' = a\sqrt{3}$ .

- (A)  $V = a^3$ . (B)  $V = \frac{a^3}{4}$ . (C)  $V = 3\sqrt{3}a^3$ . (D)  $V = \frac{3\sqrt{6}a^3}{4}$ .

**Câu 4:** Hình đa diện nào sau đây không có mặt phẳng đối xứng?



- (A) Hình lăng trụ lục giác đều. (B) Hình chóp tứ giác đều.  
(C) Hình lăng trụ tam giác. (D) Hình lập phương.

**Câu 5:** Bát diện đều có bao nhiêu cạnh?

- (A) 6. (B) 8. (C) 12. (D) 16.

**Câu 6:** Công thức tính thể tích khối lăng trụ là:

- (A)  $V = B.h$ . (B)  $V = \frac{1}{3}B.h$ . (C)  $V = \frac{1}{2}B.h$ . (D)  $V = \frac{1}{6}B.h$ .

**Câu 7:** Cho lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $A$ ;  $BC = 2a$ ;  $\angle ABC = 30^\circ$ . Biết cạnh bên của lăng trụ bằng  $2a\sqrt{3}$ . Thể tích khối lăng trụ là

- (A)  $3a^3$ . (B)  $2a^3\sqrt{3}$ . (C)  $6a^3$ . (D)  $\frac{a^3}{3}$ .

**Câu 8:** Cho khối chóp có thể tích  $V = 36(\text{cm}^3)$  và diện tích mặt đáy  $B = 6(\text{cm}^2)$ . Chiều cao của khối chóp là:

- (A)  $h = 18(\text{cm})$ . (B)  $h = 6(\text{cm})$ . (C)  $h = \frac{1}{2}(\text{cm})$ . (D)  $h = 72(\text{cm})$ .

**Câu 9:** Lăng trụ tam giác đều  $ABC.A'B'C'$  có góc giữa hai mặt phẳng  $(A'BC)$  và  $(ABC)$  bằng  $60^\circ$ ; cạnh  $AB = a$ . Tính thể tích khối đa diện  $ABCC'B'$ .

- (A)  $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$ . (B)  $\frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$ . (C)  $\frac{3a^3}{4}$ . (D)  $a^3\sqrt{3}$

**Câu 10:** Khối tứ diện đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

- (A) 1 (B) 2. (C) 3. (D) 6

**Câu 11:** Cho hình chóp đều  $S.ABC$  có cạnh đáy bằng  $a$ , góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng  $60^\circ$ . Tính thể tích khối chóp  $S.ABC$ .

- Ⓐ  $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$ .      Ⓑ  $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ .      Ⓒ  $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$ .      Ⓓ  $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$ .

**Câu 12:** Tính thể tích tứ diện đều cạnh  $a$ .

- Ⓐ  $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$ .      Ⓑ  $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$ .      Ⓒ  $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$ .      Ⓓ  $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$ .

**Câu 13:** Các đường chéo của các mặt một hình hộp chữ nhật bằng  $\sqrt{5}$ ,  $\sqrt{10}$ ,  $\sqrt{13}$ . Tính thể tích  $V$  của khối hộp chữ nhật đó.

- Ⓐ  $V = 6$ .      Ⓑ  $V = 5\sqrt{26}$ .      Ⓒ  $V = 2$ .      Ⓓ  $V = \frac{5\sqrt{26}}{3}$ .

**Câu 14:** Cho khối chóp  $S.ABC$ , trên ba cạnh  $SA$ ,  $SB$ ,  $SC$  lần lượt lấy ba điểm  $A'$ ,  $B'$ ,  $C'$  sao cho  $SA' = \frac{1}{2}SA$ ,  $SB' = \frac{1}{3}SB$ ,  $SC' = \frac{1}{4}SC$ . Gọi  $V$  và  $V'$  lần lượt là thể tích của các khối chóp  $S.ABC$  và  $S.A'B'C'$ . Khi đó tỉ số  $\frac{V'}{V}$  là:

- Ⓐ  $\frac{1}{12}$ .      Ⓑ 24.      Ⓒ 12.      Ⓓ  $\frac{1}{24}$ .

**Câu 15:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông cạnh  $a$ ,  $SA = a\sqrt{3}$  và vuông góc với đáy. Tính thể tích khối chóp  $S.ABCD$ .

- Ⓐ  $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$ .      Ⓑ  $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ .      Ⓒ  $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$ .      Ⓓ  $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ .

**Câu 16:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $A$ ,  $AB = a$ ,  $AC = a\sqrt{2}$ . Biết thể tích khối chóp bằng  $\frac{a^3}{2}$ . Khoảng cách từ điểm  $S$  đến mặt phẳng  $(ABC)$  bằng

- Ⓐ  $\frac{3a\sqrt{2}}{4}$ .      Ⓑ  $\frac{a3\sqrt{2}}{5}$ .      Ⓒ  $\frac{3a\sqrt{2}}{2}$ .      Ⓓ  $\frac{a\sqrt{2}}{6}$ .

**Câu 17:** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  cạnh  $a$ . Gọi  $O$  là tâm hình vuông  $ABCD$ . Tính thể tích khối chóp  $O.A'B'C'D'$

- Ⓐ  $a^3$ .      Ⓑ  $\frac{a^3}{3}$ .      Ⓒ  $\frac{a^3}{4}$ .      Ⓓ  $\frac{a^3}{6}$ .

**Câu 18:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$ , hai mặt phẳng  $(SAB)$  và  $(SAD)$  cùng vuông góc với mặt phẳng  $(ABCD)$ ; góc giữa đường thẳng  $SC$  và mặt phẳng  $(ABCD)$  bằng  $60^\circ$ . Tính theo  $a$  thể tích khối chóp  $S.ABCD$ .

- Ⓐ  $3\sqrt{2}a^3$ .      Ⓑ  $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$ .      Ⓒ  $\frac{a^3\sqrt{6}}{9}$ .      Ⓓ  $3a^3$ .

**Câu 19:** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ . Góc giữa hai đường thẳng  $A'C'$  và  $BD$  bằng.

- Ⓐ  $60^\circ$ .      Ⓑ  $30^\circ$ .      Ⓒ  $45^\circ$ .      Ⓓ  $90^\circ$ .

**Câu 20:** Cho  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$ . Biết  $SA \perp (ABCD)$  và  $SC = a\sqrt{3}$ . Tính thể tích của khối chóp  $S.ABCD$ .

- Ⓐ  $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$ .      Ⓑ  $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ .      Ⓒ  $V = \frac{a^3}{3}$ .      Ⓓ  $V = \frac{3a^3}{2}$ .

**Câu 21:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật,  $AB = a, AD = SA = 2a$  và  $SA \perp (ABCD)$ . Tính tang của góc giữa hai mặt phẳng  $(SBD)$  và  $(ABCD)$ .

- Ⓐ  $\sqrt{5}$ .      Ⓑ  $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ .      Ⓒ  $\frac{\sqrt{5}}{2}$ .      Ⓓ  $\frac{\sqrt{5}}{5}$ .

**Câu 22:** Cho lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có đáy là tam giác đều cạnh  $a$ . Mặt phẳng  $(AB'C')$  tạo với mặt đáy góc  $60^\circ$ . Tính theo  $a$  thể tích khối lăng trụ  $ABC.A'B'C'$ .

- Ⓐ  $V = \frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$ .      Ⓑ  $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$ .      Ⓒ  $V = \frac{3a^3\sqrt{3}}{4}$ .      Ⓓ  $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}$ .

**Câu 23:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông cạnh  $a\sqrt{3}$ ,  $SA \perp (ABCD)$ , cạnh bên  $SC$  tạo với mặt phẳng đáy một góc  $45^\circ$ . Tính thể tích khối chóp  $S.ABCD$

- Ⓐ  $a^3\sqrt{6}$       Ⓑ  $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$       Ⓒ  $a^3\sqrt{2}$       Ⓓ  $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$

**Câu 24:** Cho khối chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng  $a$ , cạnh bên bằng  $3a$ . Tính thể tích  $V$  của khối chóp đã cho.

- Ⓐ  $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{2}$ .      Ⓑ  $V = \frac{\sqrt{34}a^3}{2}$ .      Ⓒ  $V = \frac{\sqrt{34}a^3}{6}$ .      Ⓓ  $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{6}$ .

**Câu 25:** Cho hình chóp tam giác đều  $S.ABC$  có  $SA = 2a$ ,  $AB = 3a$ . Gọi  $M$  là trung điểm  $SC$ . Tính khoảng cách từ  $M$  đến mặt phẳng  $(SAB)$ .

- Ⓐ  $\frac{3\sqrt{3}}{4}a$ .      Ⓑ  $\frac{3\sqrt{21}}{14}a$ .      Ⓒ  $\frac{3\sqrt{21}}{7}a$ .      Ⓓ  $\frac{3\sqrt{3}}{2}a$ .

-----HẾT-----

ĐỀ ÔN TẬP SỐ 2

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 |
|   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |

**Câu 1:** Khối tứ diện đều thuộc loại

- Ⓐ  $\{3;4\}$ .                      Ⓑ  $\{3;3\}$ .                      Ⓒ  $\{3;5\}$ .                      Ⓓ  $\{4;3\}$ .

**Câu 2:** Cho hình chóp tứ giác  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$ ,  $SA \perp (ABCD)$  và  $SA = a\sqrt{6}$ . Thể tích của khối chóp  $S.ABCD$  bằng

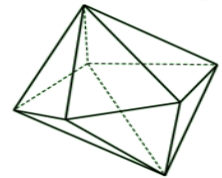
- Ⓐ  $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$ .                      Ⓑ  $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$ .                      Ⓒ  $a^3\sqrt{6}$ .                      Ⓓ  $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$ .

**Câu 3:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình chữ nhật có chiều rộng  $2a$ , chiều dài  $3a$ , chiều cao khối chóp bằng  $4a$ . Thể tích khối chóp theo  $a$  là:

- Ⓐ  $V = 9a^3$ .                      Ⓑ  $V = 8a^3$ .                      Ⓒ  $V = 40a^3$ .                      Ⓓ  $V = 24a^3$ .

**Câu 4:** Hình đa diện bên có bao nhiêu mặt?

- Ⓐ 10.                      Ⓑ 11.  
Ⓒ 12.                      Ⓓ 7.



**Câu 5:** Cho hình lăng trụ đứng có diện tích đáy là  $3a^2$ , độ dài cạnh bên bằng  $2a$ . Thể tích khối lăng trụ này bằng

- Ⓐ  $6a^3$ .                      Ⓑ  $2a^3$ .                      Ⓒ  $3a^3$ .                      Ⓓ  $a^3$ .

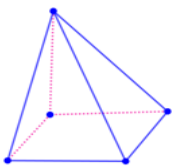
**Câu 6:** Khi tăng độ dài tất cả các cạnh của một khối hộp chữ nhật lên gấp đôi thì thể tích khối hộp tương ứng sẽ:

- Ⓐ Tăng 2 lần.                      Ⓑ Tăng 4 lần.                      Ⓒ Tăng 8 lần.                      Ⓓ Tăng 6 lần.

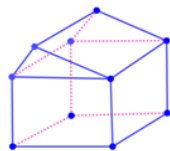
**Câu 7:** Khối tứ diện đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

- Ⓐ 6.                      Ⓑ 3.                      Ⓒ 2.                      Ⓓ 1.

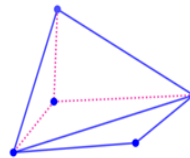
**Câu 8:** Hình nào dưới đây không phải là hình đa diện?



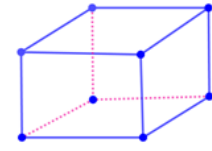
Hình 1



Hình 2



Hình 3



Hình 4

Hình nào dưới đây không phải là hình đa diện?

- Ⓐ Hình 1.                      Ⓑ Hình 2.                      Ⓒ Hình 3.                      Ⓓ Hình 4.

**Câu 9:** Khối bát diện đều là khối đa diện đều loại nào?

- Ⓐ  $\{4;3\}$ .                      Ⓑ  $\{5;3\}$ .                      Ⓒ  $\{3;5\}$ .                      Ⓓ  $\{3;4\}$ .

**Câu 10:** Hình chóp tam giác đều  $S.ABC$  có cạnh đáy bằng  $3a$ , cạnh bên bằng  $3a$ . Tính khoảng cách  $h$  từ đỉnh  $S$  tới mặt phẳng đáy  $(ABC)$ ?

- Ⓐ  $h = a$ .                      Ⓑ  $h = a\sqrt{6}$ .                      Ⓒ  $h = \frac{3a}{2}$ .                      Ⓓ  $h = a\sqrt{3}$ .

**Câu 11:** Cho khối chóp  $S.ABC$  Gọi  $A', B', C'$  là trung điểm của  $SA, SB, SC$ . Tỉ số thể tích  $\frac{V_{S.A'B'C'}}{V_{S.ABC}}$  bằng bao nhiêu?

- Ⓐ  $\frac{1}{8}$ .                      Ⓑ  $\frac{1}{16}$ .                      Ⓒ  $\frac{1}{6}$ .                      Ⓓ  $\frac{3}{8}$ .

**Câu 12:** Tính thể tích của khối tứ diện đều có tất cả các cạnh đều bằng 1.

- Ⓐ  $\frac{\sqrt{2}}{12}$ .                      Ⓑ  $\frac{\sqrt{3}}{12}$ .                      Ⓒ  $\frac{\sqrt{2}}{4}$ .                      Ⓓ  $\frac{\sqrt{3}}{4}$ .

**Câu 13:** Cho hình hộp chữ nhật  $ABCD.A'B'C'D'$  có  $AB = 2$  cm,  $AD = 3$  cm,  $AA' = 7$  cm. Tính thể tích khối hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ .

- Ⓐ  $12 \text{ cm}^3$ .                      Ⓑ  $42 \text{ cm}^3$ .                      Ⓒ  $24 \text{ cm}^3$ .                      Ⓓ  $36 \text{ cm}^3$ .

**Câu 14:** Tính thể tích khối lăng trụ tam giác đều  $ABC.A'B'C'$  biết tất cả các cạnh của lăng trụ đều bằng  $a$ .

- Ⓐ  $a^3$ .                      Ⓑ  $\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$ .                      Ⓒ  $\frac{a^3}{3}$ .                      Ⓓ  $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$ .

**Câu 15:** Cho khối lăng trụ tam giác  $ABC.A'B'C'$  có thể tích bằng 1. Tính thể tích  $V$  của khối chóp  $A.A'B'C'$ .

- Ⓐ  $V = 3$ .                      Ⓑ  $V = \frac{1}{4}$ .                      Ⓒ  $V = \frac{1}{3}$ .                      Ⓓ  $V = \frac{1}{2}$ .

**Câu 16:** Cho hình lăng trụ đều  $ABC.A'B'C'$  có cạnh đáy bằng  $a$ ,  $A'C$  hợp với mặt đáy một góc  $60^\circ$ . Thể tích của khối lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  tính theo  $a$  bằng:

- Ⓐ  $\frac{2a^3}{3}$ .                      Ⓑ  $\frac{3a^3}{4}$ .                      Ⓒ  $\frac{a^3}{4}$ .                      Ⓓ  $\frac{3a^3}{8}$ .

**Câu 17:** Tính thể tích bát diện đều cạnh  $a$ .

- Ⓐ  $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$ .                      Ⓑ  $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$ .                      Ⓒ  $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$ .                      Ⓓ  $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$ .

**Câu 18:** Cho khối chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình chữ nhật  $AB = a$ ,  $AD = a\sqrt{3}$ ,  $SA$  vuông góc với đáy và  $SC$  tạo với mặt phẳng  $(SAB)$  một góc  $30^\circ$ . Tính thể tích  $V$  của khối chóp đã cho.

- Ⓐ  $V = \frac{2a^3\sqrt{6}}{3}$ .                      Ⓑ  $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{3}$ .                      Ⓒ  $V = 2\sqrt{6}a^3$ .                      Ⓓ  $V = \frac{4a^3}{3}$ .

**Câu 19:** Khối chóp tam giác đều  $S.ABC$  có cạnh đáy bằng  $a$ , cạnh bên bằng  $a\sqrt{3}$ . Thể tích của khối chóp đó bằng

- Ⓐ  $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$ .                      Ⓑ  $\frac{a^3}{3}$ .                      Ⓒ  $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$ .                      Ⓓ  $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$ .

**Câu 20:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông cạnh  $a$ , tam giác  $SAB$  đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính thể tích khối chóp  $S.ABCD$ .

- Ⓐ  $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$ .                      Ⓑ  $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ .                      Ⓒ  $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$ .                      Ⓓ  $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$ .

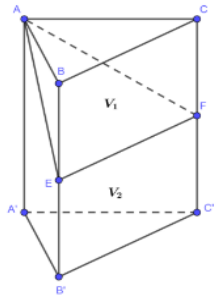
**Câu 21:** Cho hình lăng trụ  $ABC.A'B'C'$ ,  $M$  là trung điểm của  $BB'$ . Cho  $A'B = 4$ ,  $CM = \sqrt{2}$ , góc giữa  $A'B$  và  $CM$  bằng  $30^\circ$  và khoảng cách giữa  $A'B$  và  $CM$  bằng 1. Tính thể tích của khối lăng trụ  $ABC.A'B'C'$

- Ⓐ  $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ .      Ⓑ  $6\sqrt{2}$       Ⓒ  $2\sqrt{2}$ .      Ⓓ  $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

**Câu 22:** Cho hình lăng trụ  $ABC.A'B'C'$ . Gọi  $E, F$  lần lượt là trung điểm của  $BB'$  và  $CC'$ . Mặt phẳng  $(AEF)$  chia khối lăng trụ thành 2 phần có thể tích

$V_1$  và  $V_2$  như hình vẽ. Tính  $\frac{V_1}{V_2}$ .

- Ⓐ 1.      Ⓑ  $\frac{1}{4}$ .  
Ⓒ  $\frac{1}{3}$ .      Ⓓ  $\frac{1}{2}$ .



**Câu 23:** Cho lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có đáy là tam giác vuông cân tại  $A$ ,  $AB = AC = a\sqrt{2}$ . Biết  $A'B$  tạo với đáy góc  $60^\circ$ . Thể tích khối lăng trụ là

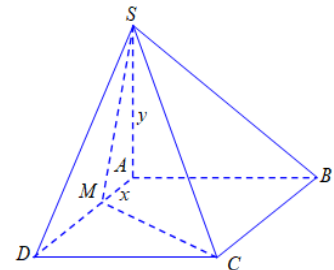
- Ⓐ  $\frac{5a^3}{3}$ .      Ⓑ  $\frac{3a^3\sqrt{3}}{2}$ .      Ⓒ  $4a^3\sqrt{6}$ .      Ⓓ  $a^3\sqrt{6}$ .

**Câu 24:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật. Tam giác  $SAB$  đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy  $(ABCD)$ . Biết  $SD = 2a\sqrt{3}$  và góc tạo bởi đường thẳng  $SC$  và mặt phẳng  $(ABCD)$  bằng  $30^\circ$ . Tính thể tích  $V$  của khối chóp  $S.ABCD$ .

- Ⓐ  $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$ .      Ⓑ  $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{13}$ .      Ⓒ  $V = \frac{4a^3\sqrt{6}}{3}$ .      Ⓓ  $V = \frac{2a^3\sqrt{3}}{7}$ .

**Câu 25:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh bằng  $a$ . Cạnh  $SA$  vuông góc với đáy và  $SA = y$ . Trên cạnh  $AD$  lấy điểm  $M$  sao cho  $AM = x$ . Biết rằng  $x^2 + y^2 = a^2$ . Tìm giá trị lớn nhất của thể tích khối chóp  $S.ABCM$ .

- Ⓐ  $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$ .      Ⓑ  $\frac{a^3}{8}$ .  
Ⓒ  $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$ .      Ⓓ  $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$ .



-----HẾT-----

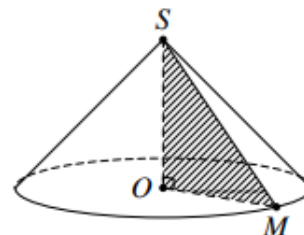
## CHƯƠNG 2: MẶT NÓN - MẶT TRỤ - MẶT CẦU

### BÀI 1: MẶT NÓN – KHỐI NÓN

#### A. LÝ THUYẾT CƠ BẢN CẦN NHỚ

##### 1. Mặt nón, hình nón, khối nón

- Khi quay đường thẳng  $SM$  quanh trục cố định  $SO$ , ta được **mặt nón**.
- Khi quay đường gấp khúc  $SMO$  quanh trục cố định  $SO$ , ta được **hình nón**.
- Hình nón và phần không gian bên trong nó tạo thành **khối nón**.

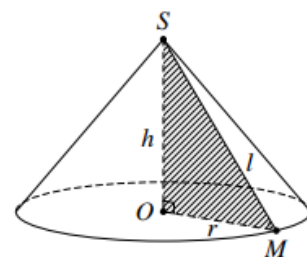
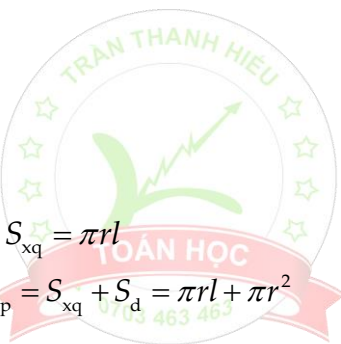


##### 2. Các công thức

- Các đại lượng cần nhớ
  - $SM = l$ : đường sinh
  - $SO = h$ : đường cao
  - $OM = r$ : bán kính đáy

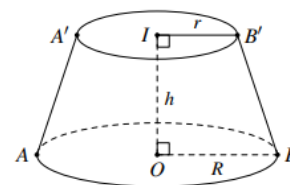
- Công thức

- Diện tích xung quanh:  $S_{xq} = \pi rl$
- Diện tích toàn phần:  $S_{tp} = S_{xq} + S_d = \pi rl + \pi r^2$
- Thể tích:  $V_{\text{nón}} = \frac{1}{3} \pi r^2 h$
- Mối liên hệ:  $l^2 = r^2 + h^2$



##### 3. Hình nón cụt

- $OI = h$ : đường cao.
- $OB = R$ : bán kính đáy lớn.
- $OB' = r$ : bán kính đáy nhỏ.
- Thể tích nón cụt:  $V_{\text{nón cụt}} = \frac{1}{3} \pi (R^2 + r^2 + R.r).h$



## B. THUẬT TOÁN CỦA MỘT SỐ BÀI TOÁN THƯỜNG GẶP

### 1. Thuật toán xác định các yếu tố cơ bản trong hình nón

- Xác định, các yếu tố cần tìm (yếu tố đề bài đã cho, còn thiếu).
- Áp dụng công thức phần A tìm các yếu tố còn thiếu.
- Thay vào công thức theo yêu cầu bài toán.

**Ví dụ 1: [MINH HỌA BGD-2021]** Công thức tính thể tích  $V$  của khối nón có bán kính đáy  $r$  và chiều cao  $h$  là

- (A)  $V = \pi rh.$                       (B)  $V = \pi r^2 h.$                       (C)  $V = \frac{1}{3} \pi rh.$                       (D)  $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h.$

Hướng dẫn giải:

|  |  |
|--|--|
|  |  |
|  |  |

**Ví dụ 2: [MINH HỌA BGD-2019]** Cho khối nón có độ dài đường sinh bằng  $2a$  và bán kính đáy bằng  $a$ . Thể tích của khối nón đã cho bằng

- (A)  $\frac{\sqrt{3}\pi a^3}{3}.$                       (B)  $\frac{\sqrt{3}\pi a^3}{2}.$                       (C)  $\frac{2\pi a^3}{3}.$                       (D)  $\frac{\pi a^3}{3}.$

Hướng dẫn giải:

|  |  |
|--|--|
|  |  |
|  |  |

**Ví dụ 3: [MINH HỌA BGD-2018]** Cho hình nón có diện tích xung quanh bằng  $3\pi a^2$  và có bán kính đáy bằng  $a$ . Độ dài đường sinh của hình nón đã cho bằng:

- (A)  $2\sqrt{2}a$                       (B)  $3a$                       (C)  $2a$                       (D)  $\frac{3a}{2}$

Hướng dẫn giải:

|  |  |
|--|--|
|  |  |
|  |  |

### 2. Thuật toán quay tạo ra hình nón

- Đối với bài toán qua đường gấp khúc (quay cạnh của một tam giác) ta chú ý:
  - Quay quanh cạnh nào thì vẽ cạnh đó thẳng đứng.
  - Xác định, tính các yếu tố liên quan.
  - Thay vào công thức theo yêu cầu bài toán

**Ví dụ 1:** Cho tam giác  $AOB$  vuông tại  $O$ , có  $OAB = 30^\circ$  và  $AB = a$ . Quay tam giác  $AOB$  quanh trục  $AO$  ta được một hình nón. Tính diện tích xung quanh  $S_{xq}$  của hình nón đó.

Ⓐ  $S_{xq} = \frac{\pi a^2}{2}$ .

Ⓑ  $S_{xq} = \pi a^2$ .

Ⓒ  $S_{xq} = \frac{\pi a^2}{4}$ .

Ⓓ  $S_{xq} = 2\pi a^2$ .

Hướng dẫn giải:

|       |       |
|-------|-------|
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |

**Ví dụ 2:** Tam giác  $ABC$  vuông cân đỉnh  $A$  có cạnh huyền là  $2$ . Quay tam giác  $ABC$  quanh trục  $BC$  thì được khối tròn xoay có thể tích là

Ⓐ  $\frac{2\sqrt{2}}{3}\pi$ .

Ⓑ  $\frac{4}{3}\pi$ .

Ⓒ  $\frac{2}{3}\pi$ .

Ⓓ  $\frac{1}{3}\pi$ .

Hướng dẫn giải:

|       |       |
|-------|-------|
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |

**Ví dụ 3:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình chữ nhật  $AB = a$ ;  $AD = 2a$ . Cạnh bên  $SA$  vuông góc với mặt đáy,  $SA = 3a$ . Khi tam giác  $SAC$  quay quanh cạnh  $SA$  thì đường gấp khúc  $SAC$  tạo thành một hình nón tròn xoay. Thể tích  $V$  của khối tròn xoay tạo thành bằng

Ⓐ  $V = \frac{5\pi a^3}{3}$ .

Ⓑ  $V = \frac{\pi a^3}{3}$ .

Ⓒ  $V = 5\pi a^3$ .

Ⓓ  $V = 5a^3$ .

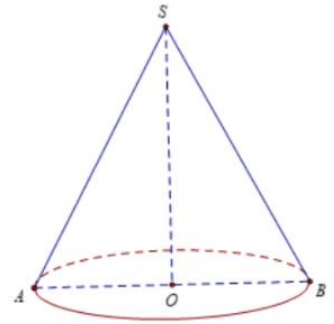
Hướng dẫn giải:

|       |       |
|-------|-------|
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |

### 3. Thuật toán bài toán biết góc ở đỉnh và thiết diện trục

#### 1. Biết góc ở đỉnh.

- Vẽ hình nón, xác định góc ở đỉnh là góc  $ASB = \alpha$
- Khi đó tam giác vuông  $OSB$  có góc  $S = \frac{\alpha}{2}$ 
  - Góc giữa đường sinh và mặt đáy là góc  $SBO$
- Áp dụng công thức phần A, tính các yếu tố cần thiết
- Thay vào công thức theo yêu cầu bài toán.



#### 2. Biết thiết diện qua trục.

- Thiết diện qua trục của khối nón là tam giác  $SAB$  cân tại  $S$ .
- Các trường hợp đặc biệt của thiết diện qua trục
  - Thiết diện là tam giác đều
    - $l = 2r$
    - $h = r\sqrt{3}$
  - Thiết diện là tam giác vuông (vuông cân)
    - $h = r$
    - $l = r\sqrt{2}$

**Ví dụ 1: [MÃ ĐỀ 101 BGD-2020]** Cho hình nón có bán kính đáy bằng 2 và góc ở đỉnh bằng  $60^\circ$ . Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

- (A)  $8\pi$ .      (B)  $\frac{16\sqrt{3}\pi}{3}$ .      (C)  $\frac{8\sqrt{3}\pi}{3}$ .      (D)  $16\pi$ .

**Hướng dẫn giải:**

|  |  |
|--|--|
|  |  |
|  |  |
|  |  |

**Ví dụ 2:** Thiết diện qua trục của hình nón ( $N$ ) là tam giác vuông cân có cạnh góc vuông bằng  $a$ . Tính diện tích toàn phần của hình nón ( $N$ ) ?

- (A)  $S_{tp} = \frac{\pi a^2 (2 + \sqrt{2})}{2}$ .      (B)  $S_{tp} = \frac{\pi a^2 (\sqrt{2} + 1)}{2}$ .      (C)  $S_{tp} = \pi a^2 (\sqrt{2} + 1)$ .      (D)  $S_{tp} = \frac{\pi a^2 (1 + 2\sqrt{2})}{2}$ .

**Hướng dẫn giải:**

|  |  |
|--|--|
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

**Ví dụ 3:** Cho hình nón tròn xoay có đỉnh là  $S$ ,  $O$  là tâm của đường tròn đáy, đường sinh bằng  $a\sqrt{2}$  và góc giữa đường sinh và mặt phẳng đáy bằng  $60^\circ$ . Diện tích xung quanh  $S_{xq}$  của hình nón và thể tích  $V$  của khối nón tương ứng là

Ⓐ  $S_{xq} = \pi a^2, V = \frac{\pi a^3 \sqrt{6}}{12}$ .

Ⓑ  $S_{xq} = \frac{\pi a^2}{2}, V = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{12}$ .

Ⓒ  $S_{xq} = \pi a^2 \sqrt{2}, V = \frac{\pi a^3 \sqrt{6}}{4}$ .

Ⓓ  $S_{xq} = \pi a^2, V = \frac{\pi a^3 \sqrt{6}}{4}$ .

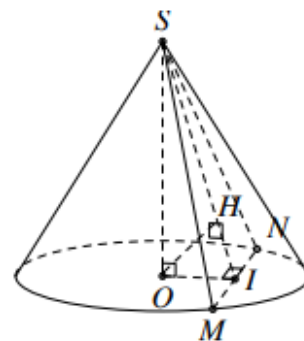
Hướng dẫn giải:

|       |       |
|-------|-------|
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |

### 3. Thuật toán bài toán thiết diện KHÔNG qua trục của khối nón

1. Thiết diện không qua trục bài toán thường kèm các dữ liệu sau

- Góc hợp với mặt đáy.
  - Xác định được góc giữa thiết diện và mặt đáy là góc  $SIO$ , với  $I$  là trung điểm  $MN$
  - Áp dụng công thức tính theo yêu cầu bài toán.
- Khoảng cách từ tâm đến thiết diện
  - Xác định được khoảng cách từ tâm mặt đáy đến thiết diện là đoạn  $OH$ ,  $OH \perp SI$
  - Áp dụng công thức tính theo yêu cầu bài toán.



2. Bài toán tổng hợp.

- Ta áp dụng các kiến thức của phần A, B 1. 2. 3. và B 4.1 để giải quyết bài toán.

**Ví dụ 1:** [MÃ ĐỀ 101 BGD-2021] Cắt hình nón ( $N$ ) bởi mặt phẳng đi qua đỉnh và tạo với mặt phẳng đáy một góc  $60^\circ$  ta được thiết diện là tam giác đều cạnh  $4a$ . Diện tích xung quanh của ( $N$ ) bằng

Ⓐ  $8\sqrt{7}\pi a^2$ .

Ⓑ  $4\sqrt{13}\pi a^2$ .

Ⓒ  $8\sqrt{13}\pi a^2$ .

Ⓓ  $4\sqrt{7}\pi a^2$ .

Hướng dẫn giải:

|       |       |
|-------|-------|
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |

**Ví dụ 2:** Cho hình nón tròn xoay có chiều cao  $h = 20(\text{cm})$ , bán kính đáy  $r = 25(\text{cm})$ . Một thiết diện đi qua đỉnh của hình nón có khoảng cách từ tâm đáy đến mặt phẳng chứa thiết diện là  $12(\text{cm})$ . Tính diện tích của thiết diện đó.

- Ⓐ  $S = 500(\text{cm}^2)$ .      Ⓑ  $S = 400(\text{cm}^2)$ .      Ⓒ  $S = 300(\text{cm}^2)$ .      Ⓓ  $S = 406(\text{cm}^2)$ .

**Hướng dẫn giải:**

**Ví dụ 3:** Cho khối nón ( $N$ ) có chiều cao bằng 5. Thiết diện song song và cách mặt đáy một đoạn bằng  $2a$ , có diện tích bằng  $9\pi a^2$ . Khi đó, diện tích xung quanh  $S$  của khối nón ( $N$ ) bằng

- Ⓐ  $S = 25\sqrt{3}\pi a^2$ .      Ⓑ  $S = 5\sqrt{2}\pi a^2$ .      Ⓒ  $S = 50\sqrt{2}\pi a^2$ .      Ⓓ  $S = 25\sqrt{2}\pi a^2$ .

**Hướng dẫn giải:**

**5. Thuật toán bài toán hình nón ngoại tiếp – nội tiếp****1. Hình nón nội tiếp hình (H)**

- Chiều cao hình nón là chiều cao hình (H).
- Đáy hình nón là đường tròn nội tiếp đáy hình (H)

**2. Hình nón ngoại tiếp hình (H)**

- Chiều cao hình nón là chiều cao hình (H).
- Đáy hình nón là đường tròn ngoại tiếp đáy hình (H)
- Hình nón ngoại tiếp hình chóp thì đường sinh của hình nón là cạnh bên của hình chóp.

**3. Một số công thức tính bán kính đường tròn ngoại tiếp, nội tiếp.**

- Đường tròn ngoại tiếp

○ Ngoại tiếp hình vuông:  $r = \frac{\text{canh} \cdot \sqrt{2}}{2}$ ; Ngoại tiếp hình chữ nhật  $r = \frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{2}$

○ Ngoại tiếp  $\Delta$  đều  $r = \frac{\text{canh} \cdot \sqrt{3}}{3}$ ; Ngoại tiếp  $\Delta$  vuông:  $r = \frac{\text{canh huyền}}{2}$

- Đường tròn nội tiếp

○ Nội tiếp hình vuông:  $r = \frac{\text{canh}}{2}$

○ Nội tiếp tam giác đều:  $r = \frac{\text{canh} \cdot \sqrt{3}}{6}$

**Ví dụ 1:** Cho hình chóp tứ giác đều  $S.ABCD$  có cạnh đáy bằng  $a$ . Tam giác  $SAB$  có diện tích bằng  $2a^2$ . Thể tích của khối nón có đỉnh  $S$  và đường tròn đáy nội tiếp tứ giác  $ABCD$ .

Ⓐ  $\frac{\pi a^3 \sqrt{7}}{8}$ .

Ⓑ  $\frac{\pi a^3 \sqrt{7}}{7}$ .

Ⓒ  $\frac{\pi a^3 \sqrt{7}}{4}$ .

Ⓓ  $\frac{\pi a^3 \sqrt{15}}{24}$ .

**Hướng dẫn giải:**

|       |       |
|-------|-------|
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |

**Ví dụ 2:** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  có cạnh bằng  $a$ . Một hình nón có đỉnh là tâm hình vuông  $A'B'C'D'$  và có đường tròn đáy ngoại tiếp hình vuông  $ABCD$ . Gọi  $S$  là diện tích xung quanh của hình nón đó. Tính  $S$ .

Ⓐ  $S = \pi \frac{\sqrt{3}}{3} a^2$ .

Ⓑ  $S = \pi \frac{\sqrt{2}}{2} a^2$ .

Ⓒ  $S = \pi \frac{\sqrt{3}}{2} a^2$ .

Ⓓ  $S = \pi \frac{\sqrt{6}}{2} a^2$ .

Hướng dẫn giải:

|       |       |
|-------|-------|
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |

**Ví dụ 3:** Diện tích xung quanh của hình nón ngoại tiếp tam giác đều  $S.ABC$  có cạnh đáy bằng  $a$  và chiều cao bằng  $2a$ .

Ⓐ  $\frac{2\sqrt{3}\pi a^2}{3}$ .

Ⓑ  $\frac{\sqrt{3}\pi a^2}{3}$ .

Ⓒ  $\frac{4\sqrt{3}\pi a^2}{3}$ .

Ⓓ  $\frac{2\pi a^2}{3}$ .

Hướng dẫn giải:

|       |       |
|-------|-------|
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |

## C. PHIẾU HỌC TẬP

## PHIẾU HỌC TẬP SỐ 1

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
|   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |

**Câu 1:** Cho khối nón có bán kính đáy  $r = 5$  và chiều cao  $h = 2$ . Thể tích khối nón đã cho bằng:

- (A)  $\frac{10\pi}{3}$ . (B)  $10\pi$ . (C)  $\frac{50\pi}{3}$ . (D)  $50\pi$ .

**Câu 2:** Cho hình nón có bán kính đáy  $r = 2$  và độ dài đường sinh  $l = 5$ . Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

- (A)  $20\pi$ . (B)  $\frac{20\pi}{3}$ . (C)  $10\pi$ . (D)  $\frac{10\pi}{3}$ .

**Câu 3:** Cho khối nón có bán kính đáy  $r = \sqrt{3}$  và chiều cao  $h = 4$ . Tính thể tích  $V$  của khối nón.

- (A)  $V = 16\pi\sqrt{3}$ . (B)  $V = 12\pi$ . (C)  $V = 4$ . (D)  $V = 4\pi$ .

**Câu 4:** Cho hình nón có độ dài đường sinh  $l = 4a$  và bán kính đáy  $r = a\sqrt{3}$ . Diện tích xung quanh của hình nón bằng

- (A)  $2\pi a^2\sqrt{3}$ . (B)  $\frac{4\pi a^2\sqrt{3}}{3}$ . (C)  $8\pi a^2\sqrt{3}$ . (D)  $4\pi a^2\sqrt{3}$ .

**Câu 5:** Cho khối nón có chiều cao bằng 24 cm, độ dài đường sinh bằng 26 cm. Tính thể tích  $V$  của khối nón tương ứng.

- (A)  $V = 800\pi \text{ cm}^3$ . (B)  $V = 1600\pi \text{ cm}^3$ . (C)  $V = \frac{1600\pi}{3} \text{ cm}^3$ . (D)  $V = \frac{800\pi}{3} \text{ cm}^3$ .

**Câu 6:** Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ . Khi quay tam giác  $ABC$  (kể cả các điểm trong) quanh cạnh  $AC$  ta được

- (A) Khối nón. (B) Mặt nón. (C) Khối trụ. (D) Khối cầu

**Câu 7:** Trong không gian cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ ,  $AB = a$  và  $AC = a\sqrt{3}$ . Tính độ dài đường sinh  $l$  của hình nón có được khi quay tam giác  $ABC$  xung quanh trục  $AB$ .

- (A)  $l = a$ . (B)  $l = 2a$ . (C)  $l = \sqrt{3}a$ . (D)  $l = \sqrt{2}a$ .

**Câu 8:** Cho hình nón có bán kính đáy là  $r = \sqrt{3}$  và độ dài đường sinh  $l = 4$ . Diện tích xung quanh của hình nón đã cho là

- (A)  $S = 24\pi$ . (B)  $S = 8\sqrt{3}\pi$ . (C)  $S = 16\sqrt{3}\pi$ . (D)  $S = 4\sqrt{3}\pi$ .

**Câu 9:** Thiết diện qua trục của một khối nón ( $N$ ) là một tam giác vuông cân và có diện tích bằng  $a^2$ . Tính thể tích  $V$  của khối nón ( $N$ ).

- (A)  $V = \frac{\pi a^3}{3}$ . (B)  $V = \frac{4\pi a^3}{2}$ . (C)  $V = \frac{2\pi a^3}{3}$ . (D)  $V = \frac{a^3}{3}$ .

**Câu 10:** Cho khối nón có bán kính đáy  $r = 2$ , chiều cao  $h = \sqrt{3}$ . Thể tích của khối nón là

- (A)  $\frac{4\pi}{3}$ . (B)  $\frac{2\pi\sqrt{3}}{3}$ . (C)  $4\pi\sqrt{3}$ . (D)  $\frac{4\pi\sqrt{3}}{3}$ .

**Câu 11:** Nếu tăng bán kính đáy của một hình nón lên 4 lần và giảm chiều cao của hình nón đó đi 8 lần, thì thể tích khối nón tăng hay giảm bao nhiêu lần?

- Ⓐ tăng 2 lần.      Ⓑ tăng 16 lần.      Ⓒ giảm 16 lần.      Ⓓ giảm 2 lần.

**Câu 12:** Khối nón có bán kính đáy bằng 2, chiều cao bằng  $2\sqrt{3}$  thì có đường sinh bằng:

- Ⓐ 2.      Ⓑ 3.      Ⓒ 16.      Ⓓ 4.

**Câu 13:** Tính thể tích  $V$  của khối nón có đáy là hình tròn bán kính bằng 2, diện tích xung quanh của nón là  $12\pi$ .

- Ⓐ  $V = \frac{16\sqrt{2}\pi}{3}$ .      Ⓑ  $V = \frac{16\sqrt{2}\pi}{9}$ .      Ⓒ  $V = 16\sqrt{2}\pi$ .      Ⓓ  $V = \frac{4\sqrt{2}\pi}{3}$ .

**Câu 14:** Cho hình nón có diện tích xung quanh bằng  $3\pi a^2$  và bán kính đáy bằng  $a$ . Độ dài đường sinh của hình nón đã cho bằng

- Ⓐ  $2\sqrt{2}a$ .      Ⓑ  $3a$ .      Ⓒ  $2a$ .      Ⓓ  $\frac{3a}{2}$ .

**Câu 15:** Cho tam giác  $ABC$  có  $AB=3$ ,  $AC=4$ ,  $BC=5$ . Tính thể tích vật thể tròn xoay khi quay tam giác  $ABC$  quanh cạnh  $AC$ .

- Ⓐ  $V=12\pi$ .      Ⓑ  $V=36\pi$ .      Ⓒ  $V=16\pi$ .      Ⓓ  $V=48\pi$ .

**Câu 16:** Tính thể tích khối nón có bán kính đáy 3 cm và độ dài đường sinh 5 cm.

- Ⓐ  $12\pi \text{ (cm}^3\text{)}$ .      Ⓑ  $15\pi \text{ (cm}^3\text{)}$ .      Ⓒ  $36\pi \text{ (cm}^3\text{)}$ .      Ⓓ  $45\pi \text{ (cm}^3\text{)}$ .

**Câu 17:** Cho hình nón có chiều cao  $a\sqrt{3}$  và bán kính đáy  $a$ . Tính diện tích xung quanh  $S_{xq}$  của hình nón.

- Ⓐ  $S_{xq} = \pi a^2$ .      Ⓑ  $S_{xq} = 2\pi a^2$ .      Ⓒ  $S_{xq} = \frac{\pi a^2}{2}$ .      Ⓓ  $S_{xq} = \pi a^2$ .

**Câu 18:** Cho hình nón có bán kính đáy bằng 3 và chiều cao bằng 4. Tính diện tích xung quanh của hình nón.

- Ⓐ  $12\pi$ .      Ⓑ  $9\pi$ .      Ⓒ  $30\pi$ .      Ⓓ  $15\pi$ .

**Câu 19:** Cho tam giác  $SOA$  vuông tại  $O$  có  $OA=3 \text{ cm}$ ,  $SA=5 \text{ cm}$ , quay tam giác  $SOA$  xung quanh cạnh  $SO$  được hình nón. Thể tích của khối nón tương ứng là:

- Ⓐ  $12\pi \text{ (cm}^3\text{)}$ .      Ⓑ  $15\pi \text{ (cm}^3\text{)}$ .      Ⓒ  $\frac{80\pi}{3} \text{ (cm}^3\text{)}$ .      Ⓓ  $36\pi \text{ (cm}^3\text{)}$ .

**Câu 20:** Thể tích khối nón có chiều cao  $h$ , bán kính đường tròn đáy  $r$  là

- Ⓐ  $V = \frac{1}{2}\pi r^2 h$ .      Ⓑ  $V = \pi r^2 h$ .      Ⓒ  $V = \frac{4}{3}\pi r^2 h$ .      Ⓓ  $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$ .

**Câu 21:** Thiết diện qua trục của một hình nón là một tam giác vuông cân có cạnh huyền là  $2\sqrt{3}$ . Thể tích của khối nón này bằng

- Ⓐ  $3\pi$ .      Ⓑ  $3\pi\sqrt{2}$ .      Ⓒ  $\pi\sqrt{3}$ .      Ⓓ  $3\pi\sqrt{3}$ .

**Câu 22:** Cho hình nón có đường sinh  $l=5$ , bán kính đáy  $r=3$ . Diện tích toàn phần của hình nón đó là:

- Ⓐ  $S_{tp} = 15\pi$ .      Ⓑ  $S_{tp} = 20\pi$ .      Ⓒ  $S_{tp} = 22\pi$ .      Ⓓ  $S_{tp} = 24\pi$ .

**Câu 23:** Cho hình nón có chiều cao bằng 3 (cm), góc giữa trục và đường sinh bằng  $60^\circ$ . Thể tích khối nón bằng

- Ⓐ  $V = 9\pi \text{ (cm}^3\text{)}$ .      Ⓑ  $V = 54\pi \text{ (cm}^3\text{)}$ .      Ⓒ  $V = 18\pi \text{ (cm}^3\text{)}$ .      Ⓓ  $V = 27\pi \text{ (cm}^3\text{)}$ .

**Câu 24:** Diện tích xung quanh của hình nón được sinh ra khi quay tam giác đều  $ABC$  cạnh  $a$  xung quanh đường cao  $AH$  là

- Ⓐ  $\pi a^2$ .      Ⓑ  $\frac{\pi a^2}{2}$ .      Ⓒ  $2\pi a^2$ .      Ⓓ  $\frac{\pi a^2 \sqrt{3}}{2}$ .

**Câu 25:** Trong không gian cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$  có  $AB = \sqrt{3}$  và  $\angle ACB = 30^\circ$ . Tính thể tích  $V$  của khối nón nhận được khi quay tam giác  $ABC$  quanh cạnh  $AC$ .

- Ⓐ  $V = 5\pi$ .      Ⓑ  $V = 9\pi$ .      Ⓒ  $V = 3\pi$ .      Ⓓ  $V = 2\pi$ .

-----HẾT-----



PHIẾU HỌC TẬP SỐ 2

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 |
|   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |

**Câu 1:** Cho khối nón đỉnh  $S$  số độ dài đường sinh là  $a$ , góc giữa đường sinh và mặt đáy là  $60^\circ$ . Thể tích khối nón là

- (A)  $V = \frac{3\pi a^3}{8}$ .      (B)  $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{8}$ .      (C)  $V = \frac{\pi a^3}{8}$ .      (D)  $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{24}$ .

**Câu 2:** Trong không gian cho tam giác  $OIM$  vuông tại  $I$ , góc  $IOM = 45^\circ$  và cạnh  $IM = a$ . Khi quay tam giác  $OIM$  quanh cạnh góc vuông  $OI$  thì đường gấp khúc  $OMI$  tạo thành một hình nón tròn xoay. Khi đó, diện tích xung quanh của hình nón tròn xoay đó bằng

- (A)  $\pi a^2 \sqrt{3}$ .      (B)  $\pi a^2$ .      (C)  $\pi a^2 \sqrt{2}$ .      (D)  $\frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{2}$ .

**Câu 3:** Cho hình nón đỉnh  $S$ , đáy là hình tròn tâm  $O$ . Thiết diện qua trục của hình nón là tam giác có một góc bằng  $120^\circ$ , thiết diện qua đỉnh  $S$  cắt mặt phẳng đáy theo dây cung  $AB = 4a$  và là một tam giác vuông. Diện tích xung quanh của hình nón bằng

- (A)  $\pi \sqrt{3} a^2$ .      (B)  $\pi 8 \sqrt{3} a^2$ .      (C)  $\pi 2 \sqrt{3} a^2$ .      (D)  $\pi 4 \sqrt{3} a^2$ .

**Câu 4:** Cho hình chóp đều  $S.ABCD$  có cạnh đáy bằng  $a$ , diện tích mỗi mặt bên bằng  $a^2$ . Thể tích khối nón có đỉnh  $S$  và đường tròn đáy nội tiếp hình vuông  $ABCD$  bằng

- (A)  $\frac{\pi a^3 \sqrt{15}}{24}$ .      (B)  $\frac{\pi a^3 \sqrt{15}}{8}$ .      (C)  $\frac{\pi a^3 \sqrt{15}}{12}$ .      (D)  $\frac{\pi a^3 \sqrt{15}}{18}$ .

**Câu 5:** Cho hình chóp tam giác đều  $S.ABC$  có cạnh  $AB = a$ , góc tạo bởi  $(SAB)$  và  $(ABC)$  bằng  $60^\circ$ . Diện tích xung quanh của hình nón đỉnh  $S$  và có đường tròn đáy ngoại tiếp tam giác  $ABC$  bằng

- (A)  $\frac{\sqrt{7} \pi a^2}{3}$ .      (B)  $\frac{\sqrt{7} \pi a^2}{6}$ .      (C)  $\frac{\sqrt{3} \pi a^2}{2}$ .      (D)  $\frac{\sqrt{3} \pi a^2}{6}$ .

**Câu 6:** Một tứ diện đều cạnh  $a$  có một đỉnh trùng với đỉnh hình nón, ba đỉnh còn lại nằm trên đường tròn đáy của hình nón. Khi đó diện tích xung quanh của hình nón bằng

- (A)  $\frac{\sqrt{3}}{2} \pi a^2$ .      (B)  $\frac{2\sqrt{3}}{3} \pi a^2$ .      (C)  $\frac{\sqrt{3}}{3} \pi a^2$ .      (D)  $\sqrt{3} \pi a^2$ .

**Câu 7:** Cho hình chóp tứ giác đều  $S.ABCD$  có cạnh đáy bằng  $a$ , cạnh bên hợp với đáy một góc  $60^\circ$ . Hình nón có đỉnh là  $S$ , đáy là đường tròn nội tiếp tứ giác  $ABCD$  có diện tích xung quanh

- (A)  $S = \frac{3}{2} \pi a^2$ .      (B)  $S = \pi a^2$ .      (C)  $S = \frac{\pi a^2 (\sqrt{7} + 1)}{4}$ .      (D)  $S = \frac{\pi a^2 \sqrt{7}}{4}$ .

**Câu 8:** Mặt phẳng trung trực của đường cao của một khối nón chia nó ra thành hai phần. Tỉ số thể tích của chúng là:

- (A)  $\frac{1}{5}$ .      (B)  $\frac{1}{7}$ .      (C)  $\frac{1}{4}$ .      (D)  $\frac{1}{8}$ .

**Câu 9:** Cho hình nón đỉnh  $S$ , góc ở đỉnh bằng  $120^\circ$ , đáy là hình tròn  $(O; 3R)$ . Cắt hình nón bởi mặt phẳng qua  $S$  và tạo với đáy góc  $60^\circ$ . Diện tích thiết diện là

- Ⓐ  $2\sqrt{2}R^2$ .      Ⓑ  $4\sqrt{2}R^2$ .      Ⓒ  $6\sqrt{2}R^2$ .      Ⓓ  $8\sqrt{2}R^2$ .

**Câu 10:** Cho hình chóp tứ giác đều  $S.ABCD$  có tất cả các cạnh bằng 3. Tính diện tích xung quanh của hình nón có đáy là đường tròn ngoại tiếp tứ giác  $ABCD$  và chiều cao bằng chiều cao của hình chóp.

- Ⓐ  $S_{xq} = \frac{9\pi}{2}$ .      Ⓑ  $S_{xq} = \frac{9\sqrt{2}\pi}{4}$ .      Ⓒ  $S_{xq} = 9\pi$ .      Ⓓ  $S_{xq} = \frac{9\sqrt{2}\pi}{2}$ .

**Câu 11:** Cho hai khối nón  $(N_1)$ ,  $(N_2)$ . Chiều cao khối nón  $(N_2)$  bằng hai lần chiều cao khối nón  $(N_1)$  và đường sinh khối nón  $(N_2)$  bằng hai lần đường sinh khối nón  $(N_1)$ . Gọi  $V_1$ ,  $V_2$  lần lượt là thể tích hai khối nón  $(N_1)$ ,  $(N_2)$ . Tỉ số  $\frac{V_1}{V_2}$  bằng

- Ⓐ  $\frac{1}{6}$ .      Ⓑ  $\frac{1}{8}$ .      Ⓒ  $\frac{1}{16}$ .      Ⓓ  $\frac{1}{4}$ .

**Câu 12:** Cho hình chóp tam giác đều  $S.ABC$ . Hình nón có đỉnh  $S$  và có đường tròn đáy là đường tròn nội tiếp tam giác  $ABC$  gọi là hình nón nội tiếp hình chóp  $S.ABC$ , hình nón có đỉnh  $S$  và có đường tròn đáy là đường tròn ngoại tiếp tam giác  $ABC$  gọi là hình nón ngoại tiếp hình chóp  $S.ABC$ . Tỉ số thể tích của hình nón nội tiếp và hình nón ngoại tiếp hình chóp đã cho là

- Ⓐ  $\frac{1}{2}$ .      Ⓑ  $\frac{1}{4}$ .      Ⓒ  $\frac{2}{3}$ .      Ⓓ  $\frac{1}{3}$ .

**Câu 13:** Cho một hình nón đỉnh  $S$  có chiều cao bằng 8 cm, bán kính đáy bằng 6 cm. Cắt hình nón đã cho bởi một mặt phẳng song song với mặt phẳng chứa đáy được một hình nón  $(N)$  đỉnh  $S$  có đường sinh bằng 4 cm. Tính thể tích của khối nón  $(N)$ .

- Ⓐ  $V = \frac{768}{125}\pi \text{ cm}^3$ .      Ⓑ  $V = \frac{786}{125}\pi \text{ cm}^3$ .      Ⓒ  $V = \frac{2304}{125}\pi \text{ cm}^3$ .      Ⓓ  $V = \frac{2358}{125}\pi \text{ cm}^3$ .

**Câu 14:** Cho hình nón  $N_1$  có chiều cao bằng 40 cm. Người ta cắt hình nón  $N_1$  bằng một mặt phẳng song song với mặt đáy của nó để được một hình nón nhỏ  $N_2$  có thể tích bằng  $\frac{1}{8}$  thể tích  $N_1$ . Tính chiều cao  $h$  của hình nón  $N_2$ ?

- Ⓐ 40 cm.      Ⓑ 10 cm.      Ⓒ 20 cm.      Ⓓ 5 cm.

**Câu 15:** Khi quay một tam giác đều cạnh bằng  $a$  (bao gồm cả điểm trong tam giác) quanh một cạnh của nó ta được một khối tròn xoay. Tính thể tích  $V$  của khối tròn xoay đó theo  $a$ .

- Ⓐ  $\frac{\pi a^3}{4}$ .      Ⓑ  $\frac{\pi\sqrt{3}a^3}{8}$ .      Ⓒ  $\frac{3\pi a^3}{4}$ .      Ⓓ  $\frac{\pi\sqrt{3}a^3}{24}$ .

**Câu 16:** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  có cạnh bằng  $2a$ . Tính thể tích khối nón tròn xoay có đỉnh là tâm hình vuông  $A'B'C'D'$  và đáy là đường tròn nội tiếp hình vuông  $ABCD$ .

- Ⓐ  $V = \frac{2}{3}\pi a^3$ .      Ⓑ  $V = \frac{1}{3}\pi a^3$ .      Ⓒ  $V = \frac{4}{3}\pi a^3$ .      Ⓓ  $V = 2\pi a^3$ .

**Câu 17:** Cho hình nón tròn xoay có chiều cao  $h = 20$  cm, bán kính đáy  $r = 25$  cm. Mặt phẳng  $(\alpha)$  đi qua đỉnh của hình nón cách tâm của đáy 12 cm. Tính diện tích thiết diện của hình nón cắt bởi mp  $(\alpha)$ .

- Ⓐ  $S = 400$  (cm<sup>2</sup>).      Ⓑ  $S = 406$  (cm<sup>2</sup>).      Ⓒ  $S = 300$  (cm<sup>2</sup>).      Ⓓ  $S = 500$  (cm<sup>2</sup>).

**Câu 18:** Cho một khối nón có bán kính đáy là 9cm, góc giữa đường sinh và mặt đáy là  $30^\circ$ . Tính diện tích thiết diện của khối nón cắt bởi mặt phẳng đi qua hai đường sinh vuông góc với nhau.

- Ⓐ  $27$  (cm<sup>2</sup>).      Ⓑ  $162$  (cm<sup>2</sup>).      Ⓒ  $\frac{27}{2}$  (cm<sup>2</sup>).      Ⓓ  $54$  (cm<sup>2</sup>).

**Câu 19:** Cho hình nón đỉnh  $S$ , đáy là hình tròn tâm  $O$ , bán kính,  $R = 3$  cm, góc ở đỉnh hình nón là  $\varphi = 120^\circ$ . Cắt hình nón bởi mặt phẳng qua đỉnh  $S$  tạo thành tam giác đều  $SAB$ , trong đó  $A, B$  thuộc đường tròn đáy. Diện tích tam giác  $SAB$  bằng

- Ⓐ  $3\sqrt{3}$  cm<sup>2</sup>.      Ⓑ  $6\sqrt{3}$  cm<sup>2</sup>.      Ⓒ  $6$  cm<sup>2</sup>.      Ⓓ  $3$  cm<sup>2</sup>.

**Câu 20:** Cho tam giác  $ABC$  có  $\angle ABC = 45^\circ$ ,  $\angle ACB = 30^\circ$ ,  $AB = \frac{\sqrt{2}}{2}$ . Quay tam giác  $ABC$  xung quanh cạnh  $BC$  ta được khối tròn xoay có thể tích  $V$  bằng:

- Ⓐ  $V = \frac{\pi\sqrt{3}(1+\sqrt{3})}{2}$ .      Ⓑ  $V = \frac{\pi(1+\sqrt{3})}{24}$ .      Ⓒ  $V = \frac{\pi(1+\sqrt{3})}{8}$ .      Ⓓ  $V = \frac{\pi(1+\sqrt{3})}{3}$ .

**Câu 21:** Một hình nón có đường sinh bằng  $a$  và góc ở đỉnh bằng  $90^\circ$ . Cắt hình nón bằng một mặt phẳng  $(\alpha)$  sao cho góc giữa  $(\alpha)$  và mặt đáy hình nón bằng  $60^\circ$ . Khi đó diện tích thiết diện là

- Ⓐ  $\frac{\sqrt{2}}{3}a^2$ .      Ⓑ  $\frac{3}{2}a^2$ .      Ⓒ  $\frac{\sqrt{3}}{2}a^2$ .      Ⓓ  $\frac{2}{3}a^2$ .

**Câu 22:** Cho hình thang  $ABCD$  vuông tại  $A$  và  $B$  với  $AB = BC = \frac{AD}{2} = a$ . Quay hình thang và miền trong của nó quanh đường thẳng chứa cạnh  $BC$ . Tính thể tích  $V$  của khối tròn xoay được tạo thành

- Ⓐ  $V = \frac{4\pi a^3}{3}$ .      Ⓑ  $V = \frac{5\pi a^3}{3}$ .      Ⓒ  $V = \pi a^3$ .      Ⓓ  $\frac{7\pi a^3}{3}$ .

**Câu 23:** Diện tích xung quanh của hình nón ngoại tiếp hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng  $a$  và cạnh bên bằng  $4a$  là

- Ⓐ  $S = 2\sqrt{2}\pi a^2$ .      Ⓑ  $S = 4\pi a^2$ .      Ⓒ  $S = \sqrt{3}\pi a^2$ .      Ⓓ  $S = \sqrt{2}\pi a^2$ .

**Câu 24:** Cho hình nón ( $N$ ) có bán kính đáy bằng  $a$  và diện tích xung quanh  $S_{xp} = 2\pi a^2$ . Tính thể tích  $V$  của khối chóp tứ giác đều  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  nội tiếp đáy của khối nón ( $N$ ) và đỉnh  $S$  trùng với đỉnh của khối nón ( $N$ ).

Ⓐ  $V = \frac{2\sqrt{5}a^3}{3}$ .      Ⓑ  $V = \frac{2\sqrt{2}a^3}{3}$ .      Ⓒ  $V = 2\sqrt{3}a^3$ .      Ⓓ  $V = \frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$ .

**Câu 25:** Cho một đồng hồ cát (gồm 2 hình nón chung đỉnh khếp lại), trong đó đường sinh bất kỳ của hình nón hợp với đáy một góc  $60^\circ$ . Biết rằng chiều cao của đồng hồ là 30 cm và tổng thể tích của đồng hồ là  $1000\pi \text{ cm}^3$ . Hỏi nếu cho đầy lượng cát vào phần trên thì khi chảy hết xuống dưới, tỉ lệ thể tích lượng cát chiếm chỗ và thể tích phần bên dưới là bao nhiêu?

Ⓐ  $\frac{1}{8}$ .      Ⓑ  $\frac{1}{27}$ .      Ⓒ  $\frac{1}{3\sqrt{3}}$ .      Ⓓ  $\frac{1}{64}$ .

-----HẾT-----

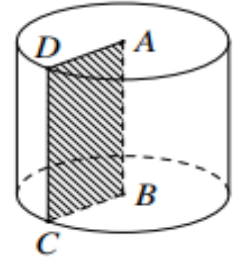


**BÀI 2: MẶT TRỤ – KHỐI TRỤ**

**A. LÝ THUYẾT CƠ BẢN CẦN NHỚ**

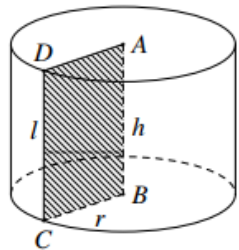
**1. Mặt trụ, hình trụ, khối trụ**

- Khi quay đường  $CD$  quanh  $AB$  ta được **mặt trụ**.
- Khi quay đường gấp khúc  $ABCD$  quanh trục cố định  $AB$ , ta được **hình trụ**.
- Hình trụ và phần không gian bên trong nó tạo thành **khối trụ**.



**2. Công thức**

- Các đại lượng cần nhớ
  - $CD = l$ : đường sinh
  - $AB = h$ : đường cao; ( $h = l$ )
  - $AD = BC = r$ : bán kính đáy
- Công thức:
  - Diện tích xung quanh:  $S_{xq} = 2\pi rl$
  - Diện tích toàn phần:  $S_{tp} = S_{xq} + 2.S_d = \pi rl + 2\pi r^2$
  - Thể tích:  $V_{tru} = \pi r^2 h$



**B. THUẬT TOÁN CỦA MỘT SỐ DẠNG TOÁN THƯỜNG GẶP**

**1. Thuật toán về bài toán có các yếu tố cơ bản của hình trụ**

- Xác định, các yếu tố cần tìm (yếu tố đề bài đã cho, còn thiếu).
- Áp dụng công thức phần A tìm các yếu tố còn thiếu.
- Thay vào công thức theo yêu cầu bài toán.

**Ví dụ 1: [MÃ ĐỀ 101 BGD-2021]** Cho khối trụ có bán kính đáy  $r = 6$  và chiều cao  $h = 3$ . Thể tích khối trụ đã cho bằng

- Ⓐ  $V = 108\pi$ .      Ⓑ  $V = 36\pi$ .      Ⓒ  $V = 18\pi$ .      Ⓓ  $V = 54\pi$ .

**Hướng dẫn giải:**

|       |       |
|-------|-------|
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |

**Ví dụ 2: [MINH HỌA BGD-2021]** Một hình trụ có bán kính đáy  $r = 4\text{ cm}$  và có độ dài đường sinh  $l = 3\text{ cm}$ . Diện tích xung quanh của hình trụ đó bằng

- (A)  $12\pi\text{ cm}^2$ .      (B)  $48\pi\text{ cm}^2$ .      (C)  $24\pi\text{ cm}^2$ .      (D)  $36\pi\text{ cm}^2$ .

**Hướng dẫn giải:**

|       |       |
|-------|-------|
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |

**Ví dụ 3:** Cho một khối trụ có diện tích xung quanh của khối trụ bằng  $80\pi$ . Tính thể tích của khối trụ biết khoảng cách giữa hai đáy bằng 10.

- (A)  $160\pi$ .      (B)  $400\pi$ .      (C)  $40\pi$ .      (D)  $64\pi$ .

**Hướng dẫn giải:**

|       |       |
|-------|-------|
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |

## 2. Thuật toán quay tạo ra hình trụ

Đối với bài toán qua đường gấp khúc (quay cạnh của một tứ giác) ta chú ý:

- Quay quanh cạnh nào thì vẽ cạnh đó thẳng đứng.
- Xác định, tính các yếu tố liên quan.
- Thay vào công thức theo yêu cầu bài toán

**Ví dụ 1: [MINH HỌA BGD-2017]** Trong không gian, cho hình chữ nhật  $ABCD$  có  $AB = 1$  và  $AD = 2$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $AD$  và  $BC$ . Quay hình chữ nhật  $ABCD$  xung quanh trục  $MN$ , ta được một hình trụ. Tính diện tích toàn phần  $S_{\text{tp}}$  của hình trụ đó.

- (A)  $S_{\text{tp}} = 4\pi$ .      (B)  $S_{\text{tp}} = 8\pi$ .      (C)  $S_{\text{tp}} = 6\pi$ .      (D)  $S_{\text{tp}} = 10\pi$ .

**Hướng dẫn giải:**

|       |       |
|-------|-------|
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |

**Ví dụ 2:** Cho hình chữ nhật  $ABCD$  có  $AB = a$ ,  $AD = 2a$ . Thể tích của khối trụ tạo thành khi quay hình chữ nhật  $ABCD$  quanh cạnh  $AB$  bằng

- (A)  $4\pi a^3$ .      (B)  $\pi a^3$ .      (C)  $2a^3$ .      (D)  $a^3$ .

**Hướng dẫn giải:**

|       |       |
|-------|-------|
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |

**Ví dụ 3:** Cho hình thang vuông  $ABCD$  có đáy nhỏ  $AB = \frac{CD}{2} = a$ . Đường cao  $AD = a$ , cho hình thang quay xung quanh cạnh  $CD$ , ta có khối tròn xoay có thể tích bằng

- Ⓐ  $V = \frac{4\pi a^3}{3}$ .      Ⓑ  $V = \frac{4a^3}{3}$ .      Ⓒ  $V = 2\pi a^3$ .      Ⓓ  $V = 4\pi a^3$

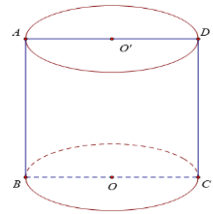
Hướng dẫn giải:

|       |       |
|-------|-------|
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |

### 3. Thuật toán xác định các yếu tố liên quan thiết diện qua trục và góc

**Biết thiết diện qua trục**

- Vẽ hình, xác định thiết diện qua trục của khối trụ
- Thiết diện qua trục của khối trụ là hình chữ nhật  $ABCD$ .
- Trường hợp đặc biệt của thiết diện qua trục
  - Thiết diện là hình vuông ta có:  $l = h = 2r$



**Ví dụ 1: [MINH HỌA BGD-2020]** Cho hình trụ có bán kính đáy bằng 3. Biết rằng khi cắt hình trụ đã cho bởi một mặt phẳng qua trục, thiết diện thu được là một hình vuông. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

- Ⓐ  $18\pi$ .      Ⓑ  $36\pi$ .      Ⓒ  $54\pi$ .      Ⓓ  $27\pi$ .

Hướng dẫn giải:

|       |       |
|-------|-------|
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |

**Ví dụ 2:** Cắt khối trụ bằng mặt phẳng qua trục ta được thiết diện là hình chữ nhật  $ABCD$  có  $AB$  và  $CD$  thuộc hai đáy của khối trụ. Biết  $AD = 12$  và góc  $ACD = 60^\circ$ . Tính thể tích của khối trụ.

- Ⓐ  $V = 48\pi$ .      Ⓑ  $V = 144\pi$ .      Ⓒ  $V = 36\pi$ .      Ⓓ  $V = 24\sqrt{3}\pi$ .

Hướng dẫn giải:

|       |       |
|-------|-------|
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |

**Ví dụ 3:** Cho hình trụ có thiết diện qua trục là hình vuông  $ABCD$  với  $AB, CD$  thuộc hai đáy khối trụ. Điểm  $M$  thuộc đường tròn đáy chứa  $A, B$  sao cho  $MB = \sqrt{3}$  và góc  $MBA = 60^\circ$ . Thể tích  $V$  của khối trụ bằng

Ⓐ  $V = 6\sqrt{3}\pi a^3$ .

Ⓑ  $V = 2\sqrt{3}\pi a^3$ .

Ⓒ  $V = 4\sqrt{3}\pi a^3$

Ⓓ  $V = 12\sqrt{3}\pi a^3$

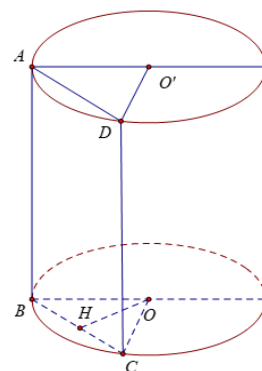
Hướng dẫn giải:

|       |       |
|-------|-------|
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |

#### 4. Thuật toán bài toán thiết diện KHÔNG qua trục của khối trụ

**Thiết diện không qua trục** bài toán thường kèm các dữ liệu sau

- Song song và cách trục một khoảng.
  - Xác định thiết diện là hình chữ nhật  $ABCD$
  - Khoảng cách cách trụ là độ dài đoạn  $OH$  với  $OH \perp BC$ .
  - Xác định, tính các yếu tố theo yêu cầu
- Song song với trục và có dây cung chắn cung một góc  $\alpha$ 
  - Xác định thiết diện là hình chữ nhật  $ABCD$
  - Góc dây cung  $BC$  chắn bằng góc  $\alpha = \angle BOC$ .
  - Xác định, tính các yếu tố theo yêu cầu



**Ví dụ 1:** [MÃ ĐỀ 101 BGD-2019] Cho hình trụ có chiều cao bằng  $5\sqrt{3}$ . Cắt hình trụ đã cho bởi mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng 1, thiết diện thu được có diện tích bằng 30. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

Ⓐ  $10\sqrt{3}\pi$ .

Ⓑ  $5\sqrt{39}\pi$ .

Ⓒ  $20\sqrt{3}\pi$ .

Ⓓ  $10\sqrt{39}\pi$ .

Hướng dẫn giải:

|       |       |
|-------|-------|
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |

**Ví dụ 2: [MINH HỌA BGD-2020]** Cho hình trụ có chiều cao bằng  $6a$ . Biết rằng khi cắt hình trụ đã cho bởi một mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng  $3a$ , thiết diện thu được là một hình vuông. Thể tích của khối trụ được giới hạn bởi hình trụ đã cho bằng

- (A)  $216\pi a^3$ .      (B)  $150\pi a^3$ .      (C)  $54\pi a^3$ .      (D)  $108\pi a^3$ .

**Hướng dẫn giải:**

|       |       |
|-------|-------|
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |

**Ví dụ 3:** Một hình trụ có diện tích xung quanh bằng  $4\pi$ , thiết diện qua trục là một hình hình vuông. Mặt phẳng  $(\alpha)$  song song với trục, cắt hình trụ theo thiết diện là hình chữ nhật  $ABCD$ , biết một cạnh của thiết diện là một dây của đường tròn đáy hình trụ chắn cung  $120^\circ$ . Tính diện tích thiết diện  $ABCD$ .

- (A)  $5\sqrt{3}$ .      (B)  $3\sqrt{2}$ .      (C)  $6\sqrt{3}$ .      (D)  $2\sqrt{3}$ .

**Hướng dẫn giải:**

|       |       |
|-------|-------|
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |

## 5. Thuật toán bài toán hình trụ ngoại tiếp – nội tiếp

### 1. Hình trụ nội tiếp hình $(H)$

- Chiều cao hình trụ là chiều cao hình  $(H)$ .
- Đáy hình trụ là đường tròn nội tiếp đáy hình  $(H)$

### 2. Hình trụ ngoại tiếp hình $(H)$

- Chiều cao hình trụ là chiều cao hình  $(H)$ .
- Đáy hình trụ là đường tròn ngoại tiếp đáy hình  $(H)$
- Hình nón ngoại tiếp hình lăng trụ thì đường sinh (cao) của hình trụ là cạnh bên của hình lăng trụ.

## 3. Một số công thức tính bán kính đường tròn ngoại tiếp, nội tiếp

## ➤ Đường tròn ngoại tiếp

$$\circ \text{ Ngoại tiếp hình vuông: } r = \frac{\text{cạnh} \cdot \sqrt{2}}{2}; \text{ Ngoại tiếp hình chữ nhật } r = \frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{2}$$

$$\circ \text{ Ngoại tiếp } \Delta \text{ đều } r = \frac{\text{cạnh} \cdot \sqrt{3}}{3}; \text{ Ngoại tiếp } \Delta \text{ vuông: } r = \frac{\text{cạnh huyền}}{2}$$

## ➤ Đường tròn nội tiếp

$$\circ \text{ Nội tiếp hình vuông: } r = \frac{\text{cạnh}}{2}$$

$$\circ \text{ Nội tiếp tam giác đều: } r = \frac{\text{cạnh} \cdot \sqrt{3}}{6}$$

**Ví dụ 1: [MÃ ĐỀ 104 BGD-2017]** Cho hình hộp chữ nhật  $ABCD.A'B'C'D'$  có  $AD=8$ ,  $CD=6$ ,  $AC'=12$ . Tính diện tích toàn phần  $S_{tp}$  của hình trụ có hai đường tròn đáy là hai đường tròn ngoại tiếp hình chữ nhật  $ABCD$  và  $A'B'C'D'$ .

Ⓐ  $S_{tp} = 576\pi$ .

Ⓑ  $S_{tp} = 10(2\sqrt{11} + 5)\pi$ .

Ⓒ  $S_{tp} = 26\pi$ .

Ⓓ  $S_{tp} = 5(4\sqrt{11} + 4)\pi$ .

**Hướng dẫn giải:**

**Ví dụ 2: [MINH HỌA BGD-2017]** Cho hình lăng trụ tam giác đều  $ABC.A'B'C'$  có độ dài cạnh đáy bằng  $a$  và chiều cao bằng  $h$ . Tính thể tích  $V$  của khối trụ ngoại tiếp lăng trụ đã cho.

Ⓐ  $V = \frac{\pi a^2 h}{9}$ .

Ⓑ  $V = \frac{\pi a^2 h}{3}$ .

Ⓒ  $V = 3\pi a^2 h$ .

Ⓓ  $V = \pi a^2 h$ .

**Hướng dẫn giải:**

**Ví dụ 3: [MINH HỌA BGD-2018]** Cho tứ diện đều  $ABCD$  có cạnh bằng 4. Tính diện tích xung quanh  $S_{xq}$  của hình trụ có một đường tròn đáy là đường tròn nội tiếp tam giác  $BCD$  và chiều cao bằng chiều cao của tứ diện  $ABCD$ .

Ⓐ  $S_{xq} = \frac{16\sqrt{2}\pi}{3}$ .

Ⓑ  $S_{xq} = 8\sqrt{2}\pi$ .

Ⓒ  $S_{xq} = \frac{16\sqrt{3}\pi}{3}$ .

Ⓓ  $S_{xq} = 8\sqrt{3}\pi$ .

**Hướng dẫn giải:**

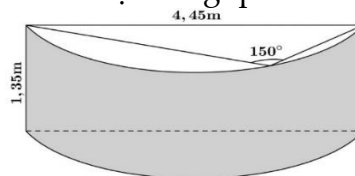
|       |       |
|-------|-------|
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |

## 6. Thuật toán các bài toán tổng hợp liên hệ với hình trụ

Các bài toán tổng hợp liên quan đến nhiều kiến thức

- Áp dụng các công thức của phần A, phần B 1. 2. 3. 4. 5.
- Áp dụng các tỉ lệ thức
- Áp dụng công thức góc nội tiếp chắn cung trong đường tròn:  $AB = 2r \cdot \sin \alpha$  với  $AB$  là dây cung;  $r$  bán kính đường tròn;  $\alpha$ : góc nội tiếp chắn cung  $AB$ .

**Ví dụ 1: [MINH HỌA BGD-2021]** Ông Bình làm lan can ban công ngôi nhà của mình bằng tấm cường lực. Tấm kính đó là một phần của mặt xung quanh của một hình trụ như hình bên.



Biết giá tiền của  $1 \text{ m}^2$  kính như trên là 1.500.000 đồng. Hỏi số tiền (làm tròn đến hàng nghìn) mà ông Bình mua tấm kính trên là bao nhiêu?

Ⓐ 23.591.000 đồng.

Ⓑ 36.173.000 đồng.

Ⓒ 9.437.000 đồng.

Ⓓ 4.718.000 đồng.

**Hướng dẫn giải:**

|       |       |
|-------|-------|
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |

**Ví dụ 2: [MÃ ĐỀ 101 BGD-2019]** Một cơ sở sản xuất có hai bể nước hình trụ có chiều cao bằng nhau, bán kính đáy lần lượt bằng  $1m$  và  $1,2m$ . Chủ cơ sở dự định làm một bể nước mới, hình trụ, có cùng chiều cao và có thể tích bằng tổng thể tích của hai bể nước trên. Bán kính đáy của bể nước dự định làm gần nhất với kết quả nào dưới đây?

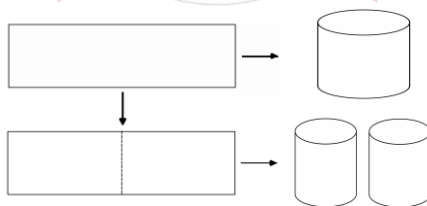
Ⓐ  $1,8m$ .Ⓑ  $1,4m$ .Ⓒ  $2,2m$ .Ⓓ  $1,6m$ .**Hướng dẫn giải:**

|       |       |
|-------|-------|
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |

**Ví dụ 3: [MINH HỌA BGD-2017]** Từ một tấm tôn hình chữ nhật kích thước  $50cm$  và  $240cm$ , người ta làm các thùng đựng nước hình trụ có chiều cao bằng  $50cm$ , theo hai cách sau (xem hình minh họa dưới đây):

- Cách 1: Gò tấm tôn ban đầu thành mặt xung quanh của thùng.
- Cách 2: Cắt tấm tôn ban đầu thành hai tấm bằng nhau, rồi gò mỗi tấm đó thành mặt xung quanh của một thùng.

Kí hiệu  $V_1$  là thể tích của thùng gò được theo cách 1 và  $V_2$  là tổng thể tích của hai thùng gò được theo cách 2. Tính tỉ số  $\frac{V_1}{V_2}$ .

Ⓐ  $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{2}$ .Ⓑ  $\frac{V_1}{V_2} = 1$ .Ⓒ  $\frac{V_1}{V_2} = 2$ .Ⓓ  $\frac{V_1}{V_2} = 4$ .**Hướng dẫn giải:**

|       |       |
|-------|-------|
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |

## C. PHIẾU HỌC TẬP

### PHIẾU HỌC TẬP SỐ 1

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
|   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |

**Câu 1:** Cho hình trụ có bán kính đáy  $R=8$  và độ dài đường sinh  $l=3$ . Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

- (A)  $24\pi$ . (B)  $192\pi$ . (C)  $48\pi$ . (D)  $64\pi$ .

**Câu 2:** Tính thể tích  $V$  của khối trụ có bán kính đáy và chiều cao đều bằng 2.

- (A)  $V=4\pi$ . (B)  $V=12\pi$ . (C)  $V=16\pi$ . (D)  $V=8\pi$ .

**Câu 3:** Một hình trụ có bán kính đáy bằng  $a$ , mặt phẳng qua trục cắt hình trụ theo một thiết diện có diện tích bằng  $8a^2$ . Tính diện tích xung quanh của hình trụ?

- (A)  $4\pi a^2$ . (B)  $8\pi a^2$ . (C)  $16\pi a^2$ . (D)  $2\pi a^2$ .

**Câu 4:** Cho hình trụ có bán kính đáy bằng 3 cm, độ dài đường cao bằng 4 cm. Tính diện tích xung quanh của hình trụ?

- (A)  $24\pi(\text{cm}^2)$ . (B)  $22\pi(\text{cm}^2)$ . (C)  $26\pi(\text{cm}^2)$ . (D)  $20\pi(\text{cm}^2)$ .

**Câu 5:** Cho hình trụ có bán kính đáy bằng  $2a$ . Một mặt phẳng đi qua trục của hình trụ và cắt hình trụ theo thiết diện là hình vuông. Tính thể tích khối trụ đã cho.

- (A)  $18\pi a^3$ . (B)  $4\pi a^3$ . (C)  $8\pi a^3$ . (D)  $16\pi a^3$ .

**Câu 6:** Khối trụ tròn xoay có đường kính đáy là  $2a$ , chiều cao là  $h=2a$  có thể tích là:

- (A)  $V=\pi a^3$ . (B)  $V=2\pi a^2 h$ . (C)  $V=2\pi a^2$ . (D)  $V=2\pi a^3$ .

**Câu 7:** Gọi  $l$ ,  $h$ ,  $R$  lần lượt là độ dài đường sinh, chiều cao và bán kính đáy của hình trụ. Đẳng thức luôn đúng là

- (A)  $l=h$ . (B)  $R=h$ . (C)  $l^2=h^2+R^2$ . (D)  $R^2=h^2+l^2$ .

**Câu 8:** Cho hình trụ có thiết diện qua trục là một hình vuông, diện tích mỗi mặt đáy bằng  $S=9\pi(\text{cm}^2)$ . Tính diện tích xung quanh hình trụ đó.

- (A)  $S_{xq}=36\pi(\text{cm}^2)$ . (B)  $S_{xq}=18\pi(\text{cm}^2)$ . (C)  $S_{xq}=72\pi(\text{cm}^2)$ . (D)  $S_{xq}=9\pi(\text{cm}^2)$ .

**Câu 9:** Cho hình trụ có chiều cao  $h$  và bán kính đáy  $R$  công thức thể tích của khối trụ đó là.

- (A)  $\pi R h^2$ . (B)  $\pi R^2 h$ . (C)  $\frac{1}{3}\pi R h^2$ . (D)  $\frac{1}{3}\pi R^2 h$ .

**Câu 10:** Cho hình trụ có diện tích xung quanh bằng  $16\pi a^2$  và độ dài đường sinh bằng  $2a$ . Tính bán kính  $r$  của đường tròn đáy của hình trụ đã cho.

- (A)  $r=4a$ . (B)  $r=6a$ . (C)  $r=4\pi$ . (D)  $r=8a$ .

**Câu 11:** Cho hình trụ có diện tích xung quang bằng  $8\pi a^2$  và bán kính đáy bằng  $a$ . Độ dài đường sinh của hình trụ bằng

- (A)  $4a$ . (B)  $8a$ . (C)  $2a$ . (D)  $6a$ .

**Câu 12:** Một hình trụ có chiều cao bằng 3, chu vi đáy bằng  $4\pi$ . Tính thể tích của khối trụ?

- (A)  $18\pi$ . (B)  $10\pi$ . (C)  $12\pi$ . (D)  $40\pi$ .

**Câu 13:** Cho hình trụ có bán kính đáy  $r = 5(\text{cm})$  và khoảng cách giữa hai đáy bằng  $7(\text{cm})$ . Diện tích xung quanh của hình trụ là

- (A)  $35\pi(\text{cm}^2)$ . (B)  $70\pi(\text{cm}^2)$ . (C)  $120\pi(\text{cm}^2)$ . (D)  $60\pi(\text{cm}^2)$ .

**Câu 14:** Cho hình trụ có diện tích xung quanh bằng  $3\pi a^2$  và bán kính đáy bằng  $a$ . Chiều cao của hình trụ đã cho bằng

- (A)  $3a$ . (B)  $2a$ . (C)  $\frac{3}{2}a$ . (D)  $\frac{2}{3}a$ .

**Câu 15:** Cắt khối trụ bởi một mặt phẳng qua trục ta được thiết diện là hình chữ nhật  $ABCD$  có  $AB$  và  $CD$  thuộc hai đáy của hình trụ,  $AB = 4a$ ,  $AC = 5a$ . Tính thể tích khối trụ.

- (A)  $V = 16\pi a^3$ . (B)  $V = 12\pi a^3$ . (C)  $V = 4\pi a^3$ . (D)  $V = 8\pi a^3$ .

**Câu 16:** Trong không gian, cho hình chữ nhật  $ABCD$  có  $AB = 1$  và  $AD = 2$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $AD$  và  $BC$ . Quay hình chữ nhật đó xung quanh trục  $MN$ , ta được một hình trụ. Tính diện tích toàn phần  $S_{tp}$  của hình trụ đó.

- (A)  $S_{tp} = \frac{4\pi}{3}$ . (B)  $S_{tp} = 4\pi$ . (C)  $S_{tp} = 6\pi$ . (D)  $S_{tp} = 3\pi$ .

**Câu 17:** Khi quay một hình chữ nhật và các điểm trong của nó quanh trục là một đường trung bình của hình chữ nhật đó, ta nhận được hình gì.

- (A) Khối chóp. (B) Khối nón. (C) Khối cầu. (D) Khối trụ.

**Câu 18:** Cho một khối trụ có độ dài đường sinh bằng  $10\text{ cm}$ . Biết thể tích khối trụ bằng  $90\pi\text{ cm}^3$ . Tính diện tích xung quanh của khối trụ.

- (A)  $81\pi\text{ cm}^2$ . (B)  $60\pi\text{ cm}^2$ . (C)  $78\pi\text{ cm}^2$ . (D)  $36\pi\text{ cm}^2$ .

**Câu 19:** Cắt một hình trụ bởi một mặt phẳng qua trục của nó, ta được thiết diện là một hình vuông có cạnh bằng  $3a$ . Tính diện tích toàn phần của hình trụ đã cho.

- (A)  $9a^2\pi$ . (B)  $\frac{9\pi a^2}{2}$ . (C)  $\frac{13\pi a^2}{6}$ . (D)  $\frac{27\pi a^2}{2}$ .

**Câu 20:** Xét hình trụ  $T$  có thiết diện qua trục của hình trụ là hình vuông có cạnh bằng  $a$ . Tính diện tích toàn phần  $S$  của hình trụ.

- (A)  $S = 4\pi a^2$ . (B)  $S = \frac{\pi a^2}{2}$ . (C)  $S = \frac{3\pi a^2}{2}$ . (D)  $S = \pi a^2$ .

**Câu 21:** Một hình trụ có bán kính đáy bằng  $a$ , chu vi thiết diện qua trục bằng  $10a$ . Thể tích của khối trụ đã cho bằng:

- (A)  $\pi a^3$ . (B)  $5\pi a^3$ . (C)  $4\pi a^3$ . (D)  $3\pi a^3$ .

**Câu 22:** Cắt một khối trụ bởi một mặt phẳng qua trục ta được thiết diện là hình chữ nhật  $ABCD$  có cạnh  $AB$  và cạnh  $CD$  nằm trên hai đáy của khối trụ. Biết  $AC = a\sqrt{2}$ ,  $DCA = 30^\circ$ . Tính thể tích khối trụ.

- (A)  $\frac{3\sqrt{2}}{16}\pi a^3$ . (B)  $\frac{3\sqrt{6}}{16}\pi a^3$ . (C)  $n = 8$ . (D)  $\frac{3\sqrt{2}}{48}\pi a^3$ .

**Câu 23:** Cho hình trụ có bán kính bằng  $a$ . Một mặt phẳng đi qua các tâm của hai đáy và cắt hình trụ theo thiết diện là hình vuông. Thể tích của hình trụ bằng

- Ⓐ  $2a^3$ .                      Ⓑ  $\pi a^3$ .                      Ⓒ  $2\pi a^3$ .                      Ⓓ  $\frac{2\pi a^3}{3}$ .

**Câu 24:** Thể tích khối trụ tròn xoay sinh ra khi quay hình chữ nhật  $ABCD$  quay quanh cạnh  $AD$  biết  $AB = 3$ ,  $AD = 4$  là

- Ⓐ  $48\pi$ .                      Ⓑ  $36\pi$ .                      Ⓒ  $12\pi$ .                      Ⓓ  $72\pi$ .

**Câu 25:** Một hình trụ có bán kính đáy bằng  $r$  và khoảng cách giữa hai đáy bằng  $r\sqrt{3}$ . Một hình nón có đỉnh là tâm mặt đáy này và đáy trùng với mặt đáy kia của hình trụ. Tính tỉ số diện tích xung quanh của hình trụ và hình nón.

- Ⓐ  $\sqrt{3}$ .                      Ⓑ  $\frac{1}{\sqrt{3}}$ .                      Ⓒ  $\frac{1}{3}$ .                      Ⓓ 3.

-----HẾT-----



## PHIẾU HỌC TẬP SỐ 2

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
|   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |

**Câu 1:** Cho một hình trụ có bán kính đáy bằng  $a$  và chiều cao bằng  $2a$ . Một hình nón có đáy trùng với một đáy của hình trụ và đỉnh trùng với tâm của đường tròn đáy thứ hai của hình trụ. Độ dài đường sinh của hình nón là

- (A)  $a\sqrt{5}$ . (B)  $a$ . (C)  $a$ . (D)  $3a$ .

**Câu 2:** Cho hình lập phương có cạnh bằng 40 cm và một hình trụ có hai đáy là hai hình tròn nội tiếp hai mặt đối diện của hình lập phương. Gọi  $S_1, S_2$  lần lượt là diện tích toàn phần của hình lập phương và diện tích toàn phần của hình trụ. Tính  $S = S_1 + S_2$  (cm<sup>2</sup>).

- (A)  $S = 4(2400 + \pi)$ . (B)  $S = 2400(4 + \pi)$ . (C)  $S = 2400(4 + 3\pi)$ . (D)  $S = 4(2400 + 3\pi)$ .

**Câu 3:** Tính thể tích  $V$  của khối trụ ngoại tiếp hình lập phương có cạnh bằng  $a$ .

- (A)  $V = \frac{\pi a^3}{4}$  (B)  $V = \pi a^3$  (C)  $V = \frac{\pi a^3}{6}$  (D)  $V = \frac{\pi a^3}{2}$

**Câu 4:** Cắt một khối trụ cho trước thành hai phần thì được hai khối trụ mới có tổng diện tích toàn phần nhiều hơn diện tích toàn phần của khối trụ ban đầu  $32\pi$  dm<sup>2</sup>. Biết chiều cao của khối trụ ban đầu là 7 dm, tính tổng diện tích toàn phần  $S$  của hai khối trụ mới.

- (A)  $S = 120\pi$  (dm<sup>2</sup>). (B)  $S = 144\pi$  (dm<sup>2</sup>). (C)  $S = 288\pi$  (dm<sup>2</sup>). (D)  $S = 256\pi$  (dm<sup>2</sup>).

**Câu 5:** Một khối trụ có hai đáy là hai hình tròn ngoại tiếp hai mặt của một hình lập phương cạnh  $a$ . Tính theo  $a$  thể tích  $V$  của khối trụ đó.

- (A)  $V = \frac{\pi a^3}{2}$ . (B)  $V = \frac{\pi a^3}{4}$ . (C)  $V = \pi a^3$ . (D)  $V = 2\pi a^3$ .

**Câu 6:** Cho hình lăng trụ tam giác đều  $ABC.A'B'C'$  có độ dài cạnh đáy bằng  $a$  và chiều cao bằng  $h$ . Tính thể tích  $V$  của khối trụ ngoại tiếp lăng trụ đã cho.

- (A)  $V = \frac{\pi a^2 h}{9}$ . (B)  $V = \frac{\pi a^2 h}{9}$ . (C)  $V = \frac{\pi a^2 h}{3}$ . (D)  $V = 3\pi a^2 h$ .

**Câu 7:** Một khối trụ có thể tích bằng  $16\pi$ . Nếu chiều cao khối trụ tăng lên hai lần và giữ nguyên bán kính đáy thì được khối trụ mới có diện tích xung quanh bằng  $16\pi$ . Bán kính đáy của khối trụ ban đầu là

- (A)  $r = 1$ . (B)  $r = 4$ . (C)  $r = 3$ . (D)  $r = 8$ .

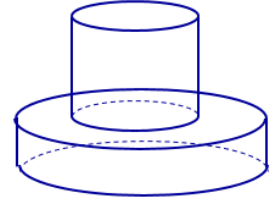
**Câu 8:** Cho hình trụ có hai đáy là hai hình tròn  $(O)$  và  $(O')$ , chiều cao  $2R$  và bán kính đáy  $R$ . Một mặt phẳng  $(\alpha)$  đi qua trung điểm của  $OO'$  và tạo với  $OO'$  một góc  $30^\circ$ . Hỏi  $(\alpha)$  cắt đường tròn đáy theo một dây cung có độ dài bằng bao nhiêu?

- (A)  $\frac{2R\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$ . (B)  $\frac{4R}{3\sqrt{3}}$ . (C)  $\frac{2R}{3}$ . (D)  $\frac{2R}{\sqrt{3}}$ .

**Câu 9:** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  có  $O$  và  $O'$  lần lượt là tâm của hình vuông  $ABCD$  và  $A'B'C'D'$ . Gọi  $V_1$  là thể tích khối nón tròn xoay có đỉnh là trung điểm của  $OO'$  và đáy là đường tròn ngoại tiếp hình vuông  $ABCD$ ;  $V_2$  là thể tích khối trụ tròn xoay có hai đáy là hai đường tròn nội tiếp hình vuông  $ABCD$  và  $A'B'C'D'$ . Tỉ số thể tích  $\frac{V_1}{V_2}$  là

- Ⓐ  $\frac{1}{2}$ .                      Ⓑ  $\frac{1}{4}$ .                      Ⓒ  $\frac{1}{6}$ .                      Ⓓ  $\frac{1}{3}$ .

**Câu 10:** Một khối đồ chơi gồm hai khối trụ  $(H_1), (H_2)$  xếp chồng lên nhau, lần lượt có bán kính đáy và chiều cao tương ứng là  $r_1, h_1, r_2, h_2$  thỏa mãn  $r_2 = \frac{1}{2}r_1, h_2 = 2h_1$  (tham khảo hình vẽ). Biết rằng thể tích của toàn bộ khối đồ chơi bằng  $30 \text{ (cm}^3\text{)}$ , thể tích khối trụ  $(H_1)$  bằng



- Ⓐ  $24 \text{ (cm}^3\text{)}$ .                      Ⓑ  $15 \text{ (cm}^3\text{)}$ .                      Ⓒ  $20 \text{ (cm}^3\text{)}$ .                      Ⓓ  $10 \text{ (cm}^3\text{)}$ .

**Câu 11:** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  có cạnh bằng  $2a$ . Thể tích khối trụ ngoại tiếp hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  bằng

- Ⓐ  $\frac{\pi a^3}{2}$ .                      Ⓑ  $8\pi a^3$ .                      Ⓒ  $4\pi a^3$ .                      Ⓓ  $2\pi a^3$ .

**Câu 12:** Cho lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có độ dài cạnh bên bằng  $2a$ , đáy  $ABC$  là tam giác vuông cân tại  $A$ , góc giữa  $AC'$  và mặt phẳng  $(BCC'B')$  bằng  $30^\circ$  (tham khảo hình vẽ). Thể tích của khối trụ ngoại tiếp lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  bằng

- Ⓐ  $\pi a^3$ .                      Ⓑ  $2\pi a^3$ .                      Ⓒ  $4\pi a^3$ .                      Ⓓ  $3\pi a^3$ .

**Câu 13:** Một hình trụ có bán kính đáy bằng 5 và khoảng cách giữa hai đáy bằng 7. Cắt khối trụ bởi một mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng 3. Tính diện tích  $S$  của thiết diện được tạo thành.

- Ⓐ  $S = 56$ .                      Ⓑ  $S = 28$ .                      Ⓒ  $S = 7\sqrt{34}$ .                      Ⓓ  $S = 14\sqrt{34}$ .

**Câu 14:** Cho hình trụ có thiết diện qua trục là hình vuông cạnh  $2a$ . Mặt phẳng  $(P)$  song song với trục và cách trục một khoảng  $\frac{a}{2}$ . Tính diện tích thiết diện của hình trụ cắt bởi mặt phẳng  $(P)$ .

- Ⓐ  $2\sqrt{3}a^2$ .                      Ⓑ  $a^2$ .                      Ⓒ  $4a^2$ .                      Ⓓ  $\pi a^2$ .

**Câu 15:** Một hình trụ có đường cao 10 (cm) và bán kính đáy bằng 5 (cm). Gọi  $(P)$  là mặt phẳng song song với trục của hình trụ và cách trục 4 (cm). Tính diện tích thiết diện của hình trụ khi cắt bởi  $(P)$ .

- Ⓐ  $60 \text{ (cm}^2\text{)}$ .                      Ⓑ  $40 \text{ (cm}^2\text{)}$ .                      Ⓒ  $30 \text{ (cm}^2\text{)}$ .                      Ⓓ  $80 \text{ (cm}^2\text{)}$ .

**Câu 16:** Hình trụ có hai đường tròn đáy ngoại tiếp hai mặt của một hình lập phương cạnh  $a$  thì có diện tích xung quanh bằng bao nhiêu?

- Ⓐ  $2\pi a^2$ .                      Ⓑ  $\sqrt{2}\pi a^2$ .                      Ⓒ  $2\sqrt{2}\pi a^2$ .                      Ⓓ  $\pi a^2$ .

**Câu 17:** Một hình trụ có diện tích xung quanh bằng  $4\pi$ , thiết diện qua trục là hình vuông. Một mặt phẳng  $(\alpha)$  song song với trục, cắt hình trụ theo thiết diện là tứ giác  $ABB'A'$ , biết một cạnh của thiết diện là một dây cung của đường tròn đáy của hình trụ và căng một cung  $120^\circ$ . Tính diện tích thiết diện  $ABB'A'$ .

- Ⓐ  $3\sqrt{2}$ .                      Ⓑ  $\sqrt{3}$ .                      Ⓒ  $2\sqrt{3}$ .                      Ⓓ  $2\sqrt{2}$ .

**Câu 18:** Cho hình trụ có bán kính đáy bằng 5 cm và khoảng cách giữa hai đáy là 7 cm. Cắt khối trụ bởi một mặt phẳng song song với trục và cách trục 3 cm. Tính diện tích  $S$  của thiết diện được tạo thành.

- Ⓐ  $55\text{cm}^2$ .                      Ⓑ  $56\text{cm}^2$ .                      Ⓒ  $53\text{cm}^2$ .                      Ⓓ  $46\text{cm}^2$ .

**Câu 19:** Hình trụ  $(T)$  được sinh ra khi quay hình chữ nhật  $ABCD$  quanh cạnh  $AB$ . Biết  $AC = 2a\sqrt{2}$ ,  $ACB = 45^\circ$ . Diện tích toàn phần của hình trụ  $(T)$  là:

- Ⓐ  $S_{TP} = 16\pi a^2$ .                      Ⓑ  $S_{TP} = 10\pi a^2$ .                      Ⓒ  $S_{TP} = 12\pi a^2$ .                      Ⓓ  $S_{TP} = 8\pi a^2$ .

**Câu 20:** Cho hình trụ có chiều cao bằng  $4\sqrt{2}$ . Cắt hình trụ đã cho bởi một mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng  $\sqrt{2}$ , thiết diện thu được có diện tích bằng 16. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

- Ⓐ  $24\sqrt{2}\pi$ .                      Ⓑ  $8\sqrt{2}\pi$ .                      Ⓒ  $12\sqrt{2}\pi$ .                      Ⓓ  $16\sqrt{2}\pi$ .

**Câu 21:** Một hình trụ có bán kính đáy bằng  $R$  và thiết diện đi qua trục là hình vuông. Tính thể tích  $V$  của khối lăng trụ tứ giác đều nội tiếp hình trụ.

- Ⓐ  $V = 2R^3$ .                      Ⓑ  $V = 5R^3$ .                      Ⓒ  $V = 3R^3$ .                      Ⓓ  $V = 4R^3$ .

**Câu 22:** Cho hình lăng trụ tam giác đều  $ABC.A'B'C'$  có độ dài cạnh đáy bằng  $a$  và chiều cao bằng  $h$ . Tính thể tích  $V$  của khối trụ ngoại tiếp lăng trụ đã cho.

- Ⓐ  $V = \frac{\pi a^2 h}{9}$ .                      Ⓑ  $V = \frac{\pi a^2 h}{3}$ .                      Ⓒ  $V = 3\pi a^2 h$ .                      Ⓓ  $V = \frac{\pi a^2 h}{9}$ .

**Câu 23:** Một hình trụ có thiết diện qua trục là hình vuông, diện tích xung quanh bằng  $36\pi a^2$ . Tính thể tích  $V$  của lăng trụ lục giác đều nội tiếp hình trụ.

- Ⓐ  $V = 24\sqrt{3}a^3$ .                      Ⓑ  $V = 36\sqrt{3}a^3$ .                      Ⓒ  $V = 27\sqrt{3}a^3$ .                      Ⓓ  $V = 81\sqrt{3}a^3$ .

**Câu 24:** Cho hình lăng trụ đều  $ABC.A'B'C'$ , biết góc giữa hai mặt phẳng  $(A'BC)$  và  $(ABC)$  bằng  $45^\circ$ , diện tích tam giác  $A'BC$  bằng  $a^2\sqrt{6}$ . Tính diện tích xung quanh của hình trụ ngoại tiếp hình lăng trụ  $ABC.A'B'C'$ .

- Ⓐ  $\frac{8\pi a^2 \sqrt{3}}{3}$ .                      Ⓑ  $\frac{4\pi a^2 \sqrt{3}}{3}$ .                      Ⓒ  $2\pi a^2$ .                      Ⓓ  $4\pi a^2$ .

**Câu 25:** Cho hình trụ có chiều cao bằng  $6\sqrt{2}\text{ cm}$ . Biết rằng một mặt phẳng không vuông góc với đáy và cắt hai mặt đáy theo hai dây cung song song  $AB$ ,  $A'B'$  mà  $AB = A'B' = 6\text{ cm}$ , diện tích tứ giác  $ABB'A'$  bằng  $60\text{ cm}^2$ . Tính bán kính đáy của hình trụ.

- Ⓐ  $5\sqrt{2}\text{ cm}$                       Ⓑ  $5\text{ cm}$                       Ⓒ  $3\sqrt{2}\text{ cm}$                       Ⓓ  $4\text{ cm}$

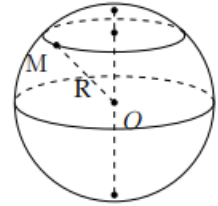
-----HẾT-----

**BÀI 3: MẶT CẦU – KHỐI CẦU**

**A. LÝ THUYẾT CƠ BẢN CẦN NHỚ**

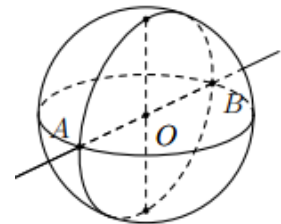
**1. Mặt cầu, khối cầu**

- Tập hợp các điểm  $M$  trong không gian cách đều điểm  $O$  cố định một khoảng không đổi ta được **mặt cầu**.
- Mặt cầu và phần không gian bên trong nó tạo thành **khối cầu**.



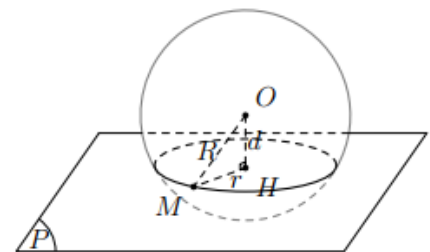
**2. Công thức**

- Các đại lượng cần nhớ
  - $O$ : Tâm của mặt cầu.
  - $OA = OB = R$ : bán kính mặt cầu.
  - $AB = 2R$ : đường kính mặt cầu.
- Công thức:
  - Diện tích mặt cầu:  $S_{mc} = 4\pi R^2$
  - Thể tích khối cầu:  $V_{kcau} = \frac{4}{3}\pi R^3$



**3. Mặt phẳng cắt mặt cầu theo giao tuyến là đường tròn**

- Công thức:  $R^2 = r^2 + d^2$ 
  - $R$ : bán kính mặt cầu.
  - $r$ : bán kính đường tròn giao tuyến.
  - $d$ : khoảng cách từ tâm mặt cầu đến mặt phẳng.
- Trường hợp  $d = R$  mặt phẳng tiếp xúc với mặt cầu.
- Trường hợp  $d > R$  mặt phẳng không cắt mặt cầu.



## B. THUẬT TOÁN CỦA MỘT SỐ DẠNG TOÁN THƯỜNG GẶP

### 1. Thuật toán về bài toán có các yếu tố cơ bản của khối cầu.

- Xác định, các yếu tố cần tìm (yếu tố đề bài đã cho, còn thiếu).
- Áp dụng công thức phần A tìm các yếu tố còn thiếu.
- Thay vào công thức theo yêu cầu bài toán.

**Ví dụ 1:** [MÃ ĐỀ 101 BGD-2020] Cho khối cầu có bán kính  $r = 4$ . Thể tích của khối cầu đã cho bằng

- Ⓐ  $\frac{256\pi}{3}$ .      Ⓑ  $64\pi$ .      Ⓒ  $\frac{64\pi}{3}$ .      Ⓓ  $256\pi$ .

Hướng dẫn giải:

**Ví dụ 2:** Cho mặt cầu có diện tích bằng  $72\pi$  (cm<sup>2</sup>). Bán kính  $R$  của khối cầu bằng

- Ⓐ  $R = 6$  (cm).      Ⓑ  $R = \sqrt{6}$  (cm).      Ⓒ  $R = 3$  (cm).      Ⓓ  $R = 3\sqrt{2}$  (cm).

Hướng dẫn giải:

**Ví dụ 3:** Thể tích của khối cầu có diện tích mặt ngoài bằng  $36\pi$ .

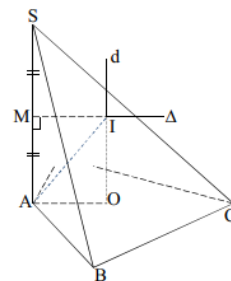
- Ⓐ  $9\pi$ .      Ⓑ  $36\pi$ .      Ⓒ  $\frac{\pi}{9}$ .      Ⓓ  $\frac{\pi}{3}$ .

Hướng dẫn giải:

### 2. Thuật toán bài toán khối cầu ngoại tiếp hình chóp

#### 1. Khối cầu ngoại tiếp hình chóp có CẠNH bên vuông góc với mặt đáy.

- Cách xác định tâm mặt cầu.
  - Xác định tâm  $O$  của mặt đáy, dựng  $d$  vuông góc với mặt đáy tại  $O$  (trục của mặt phẳng).
  - Xác định trung điểm  $M$  của cạnh  $SA$  vuông góc với mặt đáy. Dựng  $\Delta$  trung trực của  $SA$ ,  $\Delta \cap d = I$ .
  - $I$  là tâm mặt cầu ngoại tiếp cần tìm.
  - Bán kính mặt cầu  $R = IS = IA = IB = IC = \dots$



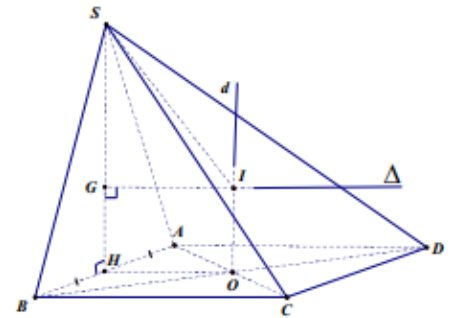
➤ Công thức tính nhanh bán kính:  $R_c = \sqrt{R_d^2 + \left(\frac{h}{2}\right)^2}$

- $R_d$  : bán kính đường tròn ngoại tiếp của mặt đáy.
- $h$  : đường cao của hình chóp.

## 2. Khối cầu ngoại tiếp hình chóp có MẶT bên vuông góc với mặt đáy

➤ Cách xác định tâm mặt cầu.

- Xác định tâm  $O$  của mặt đáy, dựng  $d$  vuông góc với mặt đáy tại  $O$ .
- Dựng trục  $\Delta$  của mặt bên (mặt phẳng vuông góc với mặt đáy)
- $\Delta \cap d = I$ ;  $I$  là tâm mặt cầu cần tìm.
- Bán kính mặt cầu  $R = IS = IA = IB = IC = \dots$



➤ Công thức tính nhanh bán kính:

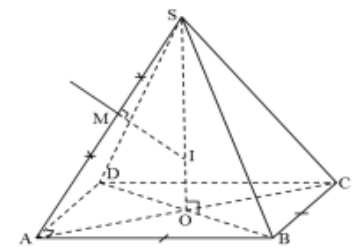
$$R_c = \sqrt{R_d^2 + R_b^2 - \frac{C^2}{4}}$$

- $R_d$  : bán kính đường tròn ngoại tiếp của mặt đáy.
- $R_b$  : bán kính đường tròn ngoại tiếp của mặt bên.
- $C$  : độ dài đoạn giao tuyến của mặt bên và mặt đáy.

## 3. Khối cầu ngoại tiếp hình chóp ĐỀU.

➤ Cách xác định tâm mặt cầu.

- Xác định  $O$  là tâm mặt đáy;  $SO$  là trục của mặt đáy
- Dựng đường trung trực  $d$  cạnh bên của hình chóp cắt  $SO$  tại  $I$
- $I$  là tâm mặt cầu cần tìm.
- Bán kính mặt cầu  $R = IS = IA = IB = IC = \dots$



➤ Công thức tính nhanh bán kính:  $R_c = \frac{(\text{cạnh bên})^2}{2h}$

## 4. Một số công thức tính nhanh bán kính mặt cầu thường gặp

➤ Bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện vuông  $OABC$  (có các cạnh đôi một vuông góc)

$$R = \frac{\sqrt{OA^2 + OB^2 + OC^2}}{2}$$

➤ Khối tứ diện gần đều  $ABCD$  có  $AB = CD = a$ ;  $AC = BD = b$ ;  $AD = BC = c$

$$R = \sqrt{\frac{a^2 + b^2 + c^2}{8}}$$

**Ví dụ 1: [MÃ ĐỀ 101 BGD-2020]** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy là tam giác đều cạnh  $4a$ ,  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa mặt phẳng  $(SBC)$  và mặt phẳng đáy bằng  $60^\circ$ . Diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp  $S.ABC$  bằng

Ⓐ  $\frac{172\pi a^2}{3}$ .

Ⓑ  $\frac{76\pi a^2}{3}$ .

Ⓒ  $84\pi a^2$ .

Ⓓ  $\frac{172\pi a^2}{9}$ .

**Hướng dẫn giải:**

|       |       |
|-------|-------|
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |

**Ví dụ 2: [MINH HỌA BGD-L1-2017]** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác đều cạnh bằng 1, mặt bên  $SAB$  là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính thể tích  $V$  của khối cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho.

Ⓐ  $V = \frac{5\sqrt{15}\pi}{18}$ .

Ⓑ  $V = \frac{5\sqrt{15}\pi}{54}$ .

Ⓒ  $V = \frac{4\sqrt{3}\pi}{27}$ .

Ⓓ  $V = \frac{5\pi}{3}$ .

**Hướng dẫn giải:**

|       |       |
|-------|-------|
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |

**Ví dụ 3: [MINH HỌA BGD-L3-2017]** Cho hình chóp tứ giác đều  $S.ABCD$  có cạnh đáy bằng  $3\sqrt{2}a$ , cạnh bên bằng  $5a$ . Tính bán kính  $R$  của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp  $S.ABCD$ .

Ⓐ  $R = \sqrt{3}a$ .

Ⓑ  $R = \sqrt{2}a$ .

Ⓒ  $R = \frac{25a}{8}$ .

Ⓓ  $R = 2a$ .

**Hướng dẫn giải:**

|       |       |
|-------|-------|
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |

### 3. Thuật toán tìm bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ đứng, hình lập phương, hình hộp chữ nhật

#### 1. Mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ đứng

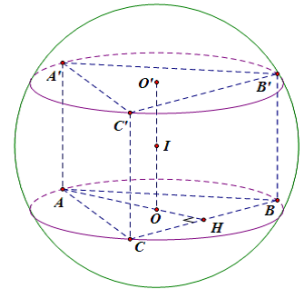
- Tâm  $I$  của mặt cầu là trung điểm đoạn nối tâm của hai đáy  $OO'$  hình lăng trụ.
- Bán kính mặt cầu  $R = IA = IB = IC = \dots$
- Công thức tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp lăng trụ đứng thường gặp.

- đáy hình lăng trụ là tam giác đều:

$$R = \sqrt{\left(\frac{h}{2}\right)^2 + \left(\frac{c\sqrt{3}}{3}\right)^2} \text{ với } h : \text{chiều cao hình lăng trụ; } c : \text{cạnh tam giác đều.}$$

- đáy hình lăng trụ là tam giác vuông:

$$R = \sqrt{\left(\frac{h}{2}\right)^2 + \left(\frac{b}{2}\right)^2} \text{ với } h : \text{chiều cao hình lăng trụ; } b : \text{cạnh huyền.}$$

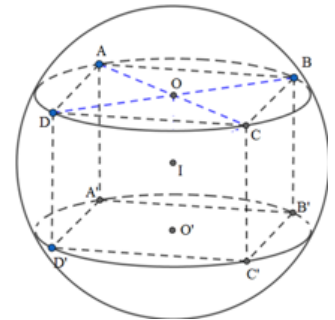


#### 2. Mặt cầu ngoại tiếp – nội tiếp hình lập phương

- Tâm  $I$  của mặt cầu ngoại tiếp (nội tiếp) là trung điểm của đoạn nối tâm hai đáy của hình lập phương; trung điểm đường chéo của hình lập phương; giao điểm hai đường chéo.

- Độ dài bán kính ngoại tiếp  $R_{ng.t} = \frac{\text{cạnh} \cdot \sqrt{3}}{2}$

- Độ dài bán kính nội tiếp  $r_{n.t} = \frac{\text{cạnh}}{2}$



#### 3. Mặt cầu ngoại tiếp hình hộp chữ nhật

- Tâm  $I$  là giao điểm hai đường chéo; trung điểm đường chéo; trung điểm đoạn nối tâm của hai mặt đáy của hình hộp chữ nhật.

- Bán kính:  $R = IA = IB = IC = ID = \dots$

- Độ dài bán kính:  $R = \frac{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}{2}$  với  $a, b, c$  là ba kích thước của hình hộp chữ nhật

**Ví dụ 1:** Cho hình lăng trụ tam giác đều  $ABC.A'B'C'$  có tất cả các cạnh bằng nhau và bằng  $2a$ . Tính diện tích  $S$  của mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ đã cho.

Ⓐ  $S = \frac{28\pi a^2}{9}$ .

Ⓑ  $S = \frac{7\pi a^2}{9}$ .

Ⓒ  $S = \frac{28\pi a^2}{3}$ .

Ⓓ  $S = \frac{7\pi a^2}{3}$ .

Hướng dẫn giải:

|       |       |
|-------|-------|
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |

**Ví dụ 2:** Tính đường kính mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương có cạnh bằng  $a\sqrt{3}$

Ⓐ  $6a$ .

Ⓑ  $\frac{3a}{2}$ .

Ⓒ  $a\sqrt{3}$ .

Ⓓ  $3a$ .

**Hướng dẫn giải:**

**Ví dụ 3:** Cho mặt cầu bán kính  $R$  ngoại tiếp một hình hộp chữ nhật có các kích thước  $a, 2a, 3a$ . Độ dài bán kính  $R$  bằng

Ⓐ  $R = \sqrt{14}a$ .

Ⓑ  $R = \sqrt{5}a$ .

Ⓒ  $R = a$ .

Ⓓ  $R = \frac{\sqrt{14}a}{2}$ .

**Hướng dẫn giải:**

#### 4. Thuật toán mặt cầu ngoại tiếp hình nón – hình trụ

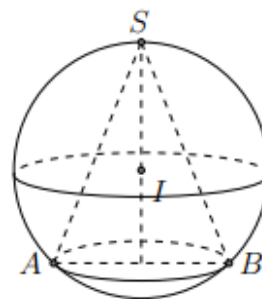
##### 1. Mặt cầu ngoại tiếp hình nón

➤ Xác định tâm.

- Xác định thiết diện qua trục của hình nón là  $\triangle SAB$
- Tâm  $I$  của tam giác  $SAB$  là tâm mặt cầu ngoại tiếp.

➤ **Bán kính:**  $R = IS = \frac{l^2}{2r}$

- $l$ : đường sinh hình nón.
- $r$ : bán kính đáy của hình nón.



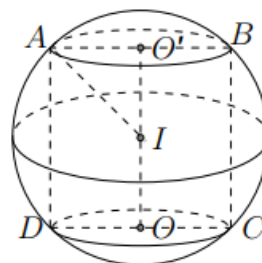
##### 2. mặt cầu ngoại tiếp hình trụ

➤ Xác định tâm.

- Xác định đoạn nối tâm  $OO'$  của hình trụ
- Tâm  $I$  của mặt cầu là trung điểm của  $OO'$

➤ **Bán kính:**  $R = IA = \sqrt{r^2 + \left(\frac{h}{2}\right)^2}$

- $r$ : bán kính đáy của hình trụ.
- $h$ : đường cao của hình trụ.



**Ví dụ 1:** Cho hình nón có đường sinh  $l = 2a$  và chiều cao  $h = a\sqrt{3}$ . Diện tích  $S$  mặt cầu ngoại tiếp hình nón đã cho bằng

- Ⓐ  $S = 4\pi a^2$ .      Ⓑ  $S = 3\pi a^2$ .      Ⓒ  $S = \pi a^2$ .      Ⓓ  $S = 3a^2$ .

**Hướng dẫn giải:**

|       |       |
|-------|-------|
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |

**Ví dụ 2:** Một hình trụ có trục  $OO'$  chứa tâm của một mặt cầu, các đường tròn đáy của hình trụ đều thuộc mặt cầu trên, biết đường cao của hình trụ bằng  $a$  và bán kính đáy bằng  $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ . Tính thể tích  $V$  của khối cầu?

- Ⓐ  $V = \frac{3\pi a^3}{4}$ .      Ⓑ  $V = 4\pi a^3$ .      Ⓒ  $V = \frac{\pi a^3}{4}$ .      Ⓓ  $V = \frac{\pi a^3}{3}$ .

**Hướng dẫn giải:**

|       |       |
|-------|-------|
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |

**Ví dụ 3:** Cho hình trụ có bán kính đáy  $r = 3$ . Biết thiết diện qua trục của hình trụ là hình vuông. Diện tích  $S$  của mặt cầu ngoại tiếp hình trụ đã cho bằng

- Ⓐ  $S = 72\pi$ .      Ⓑ  $S = 24\pi$       Ⓒ  $S = 72$       Ⓓ  $S = 216\sqrt{2}\pi$

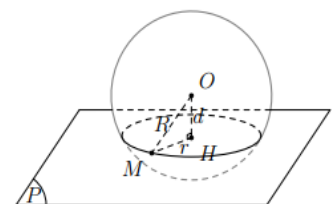
**Hướng dẫn giải:**

|       |       |
|-------|-------|
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |

## 5. Thuật toán liên quan mặt phẳng cắt mặt cầu

Mặt phẳng  $(P)$  cắt mặt cầu tâm  $O$  theo giao tuyến là một đường tròn khi đó:  $R^2 = r^2 + d^2$

- $R$ : bán kính mặt cầu.
- $r$ : bán kính đường tròn giao tuyến.
- $d$ : khoảng cách từ tâm mặt cầu đến mặt phẳng.



**Ví dụ 1:** Cho mặt cầu đường kính  $2a\sqrt{3}$ . Mặt phẳng  $(P)$  cắt mặt cầu theo thiết diện là hình tròn có bán kính bằng  $a\sqrt{2}$ . Tính khoảng cách từ tâm mặt cầu đến mặt phẳng  $(P)$ .

Ⓐ  $a$ .

Ⓑ  $\frac{a}{2}$ .

Ⓒ  $a\sqrt{10}$ .

Ⓓ  $\frac{a\sqrt{10}}{2}$ .

Hướng dẫn giải:

|       |       |
|-------|-------|
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |

**Ví dụ 2:** Cho mặt cầu có bán kính bằng  $5a$ . Mặt phẳng  $(Q)$  cách mặt cầu theo thiết diện là hình tròn. Biết khoảng cách từ tâm mặt cầu đến mặt phẳng bằng  $4a$ . Tính diện tích của thiết diện.

Ⓐ  $12\pi a^2$ .

Ⓑ  $36\pi a^2$ .

Ⓒ  $3\pi a^2$ .

Ⓓ  $9\pi a^2$ .

Hướng dẫn giải:

|       |       |
|-------|-------|
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |

**Ví dụ 3:** [MÃ ĐỀ 104 BGD-2017] Cho mặt cầu  $(S)$  tâm  $O$ , bán kính  $R=3$ . Mặt phẳng  $(P)$  cách  $O$  một khoảng bằng 1 và cắt  $(S)$  theo giao tuyến là đường tròn  $(C)$  có tâm  $H$ . Gọi  $T$  là giao điểm của tia  $HO$  với  $(S)$ , tính thể tích  $V$  của khối nón có đỉnh  $T$  và đáy là hình tròn  $(C)$ .

Ⓐ  $V = \frac{32\pi}{3}$

Ⓑ  $V = 16\pi$

Ⓒ  $V = \frac{16\pi}{3}$

Ⓓ  $V = 32\pi$

Hướng dẫn giải:

|       |       |
|-------|-------|
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |
| ..... | ..... |

## C. PHIẾU HỌC TẬP

### PHIẾU HỌC TẬP SỐ 1

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
|   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |

**Câu 1:** Cho mặt cầu có bán kính  $r = 4$ . Diện tích của mặt cầu đã cho bằng

- (A)  $\frac{256\pi}{3}$ . (B)  $\frac{64\pi}{3}$ . (C)  $16\pi$ . (D)  $64\pi$ .

**Câu 2:** Diện tích mặt cầu bán kính  $R$  bằng

- (A)  $\frac{4}{3}\pi R^2$ . (B)  $2\pi R^2$ . (C)  $4\pi R^2$ . (D)  $\pi R^2$ .

**Câu 3:** Thể tích khối cầu bán kính  $a$  bằng

- (A)  $\frac{4\pi a^3}{3}$ . (B)  $4\pi a^3$ . (C)  $\frac{\pi a^3}{3}$ . (D)  $2\pi a^3$ .

**Câu 4:** Một hình cầu có bán kính bằng 2 (m). Hỏi diện tích của mặt cầu bằng bao nhiêu?

- (A)  $4\pi$  (m<sup>2</sup>). (B)  $16\pi$  (m<sup>2</sup>). (C)  $8\pi$  (m<sup>2</sup>). (D)  $\pi$  (m<sup>2</sup>).

**Câu 5:** Cho mặt cầu có diện tích bằng  $\frac{8\pi a^2}{3}$ . Bán kính mặt cầu bằng

- (A)  $\frac{a\sqrt{6}}{3}$ . (B)  $\frac{a\sqrt{3}}{3}$ . (C)  $\frac{a\sqrt{6}}{2}$ . (D)  $\frac{a\sqrt{2}}{3}$ .

**Câu 6:** Thể tích của một khối cầu có bán kính  $R$  là

- (A)  $V = \frac{4}{3}\pi R^3$ . (B)  $V = \frac{4}{3}\pi R^2$ . (C)  $V = \frac{1}{3}\pi R^3$ . (D)  $V = 4\pi R^3$ .

**Câu 7:** Nếu điểm  $M$  trong không gian luôn nhìn đoạn thẳng  $AB$  cố định dưới một góc vuông thì  $M$  thuộc

- (A) Một mặt cầu cố định. (B) Một khối cầu cố định.  
(C) Một đường tròn cố định. (D) Một hình tròn cố định.

**Câu 8:** Một mặt cầu có diện tích  $16\pi$  thì bán kính mặt cầu bằng

- (A) 2. (B)  $4\sqrt{2}$ . (C)  $2\sqrt{2}$ . (D) 4.

**Câu 9:** Một khối cầu có thể tích bằng  $\frac{32\pi}{3}$ . Bán kính  $R$  của khối cầu đó là

- (A)  $R = 2$ . (B)  $R = 32$ . (C)  $R = 4$ . (D)  $R = \frac{2\sqrt{2}}{3}$ .

**Câu 10:** Khối cầu bán kính  $R = 2a$  có thể tích là:

- (A)  $\frac{32\pi a^3}{3}$ . (B)  $6\pi a^3$ . (C)  $\frac{8\pi a^3}{3}$ . (D)  $16\pi a^2$ .

**Câu 11:** Cho mặt cầu  $(S_1)$  có bán kính  $R_1$ , mặt cầu  $(S_2)$  có bán kính  $R_2 = 2R_1$ . Tính tỉ số diện tích của mặt cầu  $(S_2)$  và  $(S_1)$ .

- (A) 2. (B) 4. (C)  $\frac{1}{2}$ . (D) 3.

**Câu 13:** Hình trụ bán kính đáy  $r$ . Gọi  $O$  và  $O'$  là tâm của hai đường tròn đáy với  $OO' = 2r$ . Một mặt cầu tiếp xúc với hai đáy của hình trụ tại  $O$  và  $O'$ . Gọi  $V_C$  và  $V_T$  lần lượt là thể tích của khối cầu và khối trụ. Khi đó  $\frac{V_C}{V_T}$  là

- Ⓐ  $\frac{1}{2}$ .                      Ⓑ  $\frac{3}{4}$ .                      Ⓒ  $\frac{2}{3}$ .                      Ⓓ  $\frac{3}{5}$ .

**Câu 14:** Diện tích  $S$  của mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương cạnh bằng 2 là

- Ⓐ  $48\pi$ .                      Ⓑ  $2\pi\sqrt{3}$ .                      Ⓒ  $8\pi\sqrt{3}$ .                      Ⓓ  $12\pi$ .

**Câu 15:** Mặt cầu  $(S)$  có diện tích bằng  $20\pi$ , thể tích khối cầu  $(S)$  bằng

- Ⓐ  $\frac{20\pi\sqrt{5}}{3}$ .                      Ⓑ  $20\pi\sqrt{5}$ .                      Ⓒ  $\frac{20\pi}{3}$ .                      Ⓓ  $\frac{4\pi\sqrt{5}}{3}$ .

**Câu 16:** Mặt cầu  $(S)$  có diện tích bằng  $100\pi$  ( $\text{cm}^2$ ) thì có bán kính là

- Ⓐ 3 cm.                      Ⓑ  $\sqrt{5}$  cm.                      Ⓒ 4 cm.                      Ⓓ 5 cm.

**Câu 17:** Cho hình lập phương có cạnh bằng 1. Diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương đó bằng

- Ⓐ  $3\pi$ .                      Ⓑ  $12\pi$ .                      Ⓒ  $\pi$ .                      Ⓓ  $6\pi$ .

**Câu 18:** Cho hình lập phương có thể tích bằng  $64a^3$ . Thể tích của khối cầu nội tiếp của hình lập phương đó bằng

- Ⓐ  $V = \frac{16\pi a^3}{3}$ .                      Ⓑ  $V = \frac{64\pi a^3}{3}$ .                      Ⓒ  $V = \frac{32\pi a^3}{3}$ .                      Ⓓ  $V = \frac{8\pi a^3}{3}$ .

**Câu 19:** Tính bán kính  $R$  của mặt cầu ngoại tiếp một hình lập phương có cạnh  $2a$ .

- Ⓐ  $R = a$ .                      Ⓑ  $R = 2a\sqrt{3}$ .                      Ⓒ  $R = \frac{\sqrt{3}a}{3}$ .                      Ⓓ  $R = \sqrt{3}a$ .

**Câu 20:** Cho hình lập phương có cạnh bằng 2. Diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương đó bằng

- Ⓐ  $6\pi$ .                      Ⓑ  $4\sqrt{3}\pi$ .                      Ⓒ  $8\pi$ .                      Ⓓ  $12\pi$ .

**Câu 21:** Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp một hình lăng trụ tam giác đều có các cạnh đều bằng  $a$

- Ⓐ  $\frac{7\pi a^2}{3}$ .                      Ⓑ  $\frac{7\pi a^2}{6}$ .                      Ⓒ  $\frac{7\pi a^2}{5}$ .                      Ⓓ  $\frac{3\pi a^2}{7}$ .

**Câu 22:** Một hình trụ có trục  $OO'$  chứa tâm của một mặt cầu bán kính  $R$ , các đường tròn đáy của hình trụ đều thuộc mặt cầu trên, đường cao của hình trụ đúng bằng  $R$ . Tính thể tích  $V$  của khối trụ?

- Ⓐ  $V = \frac{3\pi R^3}{4}$ .                      Ⓑ  $V = \pi R^3$ .                      Ⓒ  $V = \frac{\pi R^3}{4}$ .                      Ⓓ  $V = \frac{\pi R^3}{3}$ .

**Câu 23:** Một cái bồn gồm hai nửa hình cầu đường kính 18 dm, và một hình trụ có chiều cao 36 dm. Tính thể tích  $V$  của cái bồn đó.

- Ⓐ  $V = 9216\pi \text{ dm}^3$ .                      Ⓑ  $V = \frac{1024\pi}{9} \text{ dm}^3$ .                      Ⓒ  $V = \frac{16\pi}{243} \text{ dm}^3$ .                      Ⓓ  $V = 3888\pi \text{ dm}^3$ .

**Câu 24:** Cho hình lăng trụ tam giác đều  $ABC.A'B'C'$  có độ dài cạnh đáy bằng  $a$  và chiều cao bằng  $2a$ . Tính thể tích  $V$  của khối cầu ngoại tiếp hình lăng trụ  $ABC.A'B'C'$ .

- Ⓐ  $V = \frac{32\sqrt{3}\pi a^3}{27}$ .      Ⓑ  $V = \frac{32\sqrt{3}\pi a^3}{9}$ .      Ⓒ  $V = \frac{8\sqrt{3}\pi a^3}{27}$ .      Ⓓ  $V = \frac{32\sqrt{3}\pi a^3}{81}$ .

**Câu 25:** Cho hình hộp chữ nhật  $ABCD.A'B'C'D'$  có  $AB = a$ ,  $AC = 2a$ ,  $AA' = 3a$  nội tiếp mặt cầu  $(S)$ . Tính diện tích mặt cầu.

- Ⓐ  $13\pi a^2$ .      Ⓑ  $6\pi a^2$ .      Ⓒ  $56\pi a^2$ .      Ⓓ  $\frac{7}{2}\pi a^2$ .

-----HẾT-----



## PHIẾU HỌC TẬP SỐ 2

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 |
|   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |

**Câu 1:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy là tam giác đều cạnh  $2a$ ,  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa mặt phẳng  $(SBC)$  và mặt phẳng đáy bằng  $30^\circ$ . Diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp  $S.ABC$  bằng

- Ⓐ  $\frac{43\pi a^2}{3}$ .      Ⓑ  $\frac{19\pi a^2}{3}$ .      Ⓒ  $\frac{19\pi a^2}{9}$ .      Ⓓ  $13\pi a^2$ .

**Câu 2:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình chữ nhật với  $AB=3a$ ,  $BC=4a$ ,  $SA=12a$  và  $SA$  vuông góc với đáy. Tính bán kính  $R$  của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp  $S.ABCD$ .

- Ⓐ  $R=\frac{5a}{2}$       Ⓑ  $R=\frac{17a}{2}$       Ⓒ  $R=\frac{13a}{2}$       Ⓓ  $R=6a$

**Câu 3:** Cho hình hộp chữ nhật  $ABCD.A'B'C'D'$  có  $AB=a$ ,  $AD=2a$  và  $AA'=2a$ . Tính bán kính  $R$  của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện  $ABB'C'$ .

- Ⓐ  $R=3a$       Ⓑ  $R=\frac{3a}{4}$       Ⓒ  $R=\frac{3a}{2}$       Ⓓ  $R=2a$

**Câu 4:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật,  $SA$  vuông góc với đáy,  $I$  là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- Ⓐ  $I$  là trung điểm  $SC$ .      Ⓑ  $I$  là tâm đường tròn ngoại tiếp  $\triangle SBD$   
 Ⓒ  $I$  là giao điểm của  $AC$  và  $BD$ .      Ⓓ  $I$  là trung điểm  $SA$ .

**Câu 5:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có tam giác  $ABC$  vuông tại  $B$ ,  $SA$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABC)$ .  $SA=5$ ,  $AB=3$ ,  $BC=4$ . Tính bán kính  $R$  của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp  $S.ABC$ .

- Ⓐ  $R=\frac{5\sqrt{2}}{2}$ .      Ⓑ  $R=\frac{5\sqrt{2}}{3}$ .      Ⓒ  $R=\frac{5\sqrt{3}}{3}$ .      Ⓓ  $R=\frac{5\sqrt{3}}{2}$ .

**Câu 6:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình thang vuông tại  $A, B$ . Biết  $SA \perp (ABCD)$ ,  $AB=BC=a$ ,  $AD=2a$ ,  $SA=a\sqrt{2}$ . Gọi  $E$  là trung điểm của  $AD$ . Tính bán kính mặt cầu đi qua các điểm  $S, A, B, C, E$ .

- Ⓐ  $\frac{a\sqrt{30}}{6}$ .      Ⓑ  $\frac{a\sqrt{6}}{3}$ .      Ⓒ  $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ .      Ⓓ  $a$ .

**Câu 7:** Cho hình lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có đáy là tam giác vuông cân tại  $A$ ,  $AB=AC=a$ ,  $AA'=\sqrt{2}a$ . Thể tích khối cầu ngoại tiếp hình tứ diện  $AB'A'C$  là

- Ⓐ  $\pi a^3$ .      Ⓑ  $\frac{4\pi a^3}{3}$ .      Ⓒ  $\frac{\pi a^3}{3}$ .      Ⓓ  $4\pi a^3$ .

**Câu 8:** Cho hình lăng trụ lục giác đều có cạnh đáy bằng  $a\sqrt{2}$ , cạnh bên bằng  $2a\sqrt{2}$ . Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ đã cho.

- Ⓐ  $16\pi a^2$ .      Ⓑ  $8\pi a^2$ .      Ⓒ  $4\pi a^2$ .      Ⓓ  $2\pi a^2$ .

**Câu 9:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật với độ dài đường chéo bằng  $\sqrt{2}a$ , cạnh  $SA$  có độ dài bằng  $2a$  và vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp  $S.ABCD$  ?

- Ⓐ  $\frac{a\sqrt{6}}{2}$ .      Ⓑ  $\frac{2a\sqrt{6}}{3}$ .      Ⓒ  $\frac{a\sqrt{6}}{12}$ .      Ⓓ  $\frac{a\sqrt{6}}{4}$ .

**Câu 10:** Hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông cạnh  $a$ ,  $SA$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABCD)$  và  $SA = 2a$ . Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp  $S.ABCD$  bằng:

- Ⓐ  $2\pi a^2$ .      Ⓑ  $\pi a^2$ .      Ⓒ  $3\pi a^2$ .      Ⓓ  $6\pi a^2$ .

**Câu 11:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình chữ nhật. Biết  $SA = AB = a$ ,  $AD = 2a$ ,  $SA \perp (ABCD)$ . Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp  $S.ABCD$ .

- Ⓐ  $\frac{2a\sqrt{39}}{13}$ .      Ⓑ  $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ .      Ⓒ  $\frac{3a\sqrt{3}}{4}$ .      Ⓓ  $\frac{a\sqrt{6}}{2}$ .

**Câu 12:** Tính theo  $a$  bán kính của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp tam giác đều  $S.ABC$ , biết các cạnh đáy có độ dài bằng  $a$ , cạnh bên  $SA = a\sqrt{3}$ .

- Ⓐ  $\frac{3a\sqrt{6}}{8}$ .      Ⓑ  $\frac{3a\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$ .      Ⓒ  $\frac{2a\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$ .      Ⓓ  $\frac{a\sqrt{3}}{8}$ .

**Câu 13:** Cho khối tứ diện  $OABC$  với  $OA, OB, OC$  từng đôi một vuông góc và  $OA = OB = OC = 6$ . Tính bán kính  $R$  của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện  $OABC$ .

- Ⓐ  $R = 4\sqrt{2}$ .      Ⓑ  $R = 2$ .      Ⓒ  $R = 3$ .      Ⓓ  $R = 3\sqrt{3}$ .

**Câu 14:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $B$  và  $BA = BC = a$ . Cạnh bên  $SA = 2a$  và vuông góc với mặt phẳng  $(ABC)$ . Bán kính mặt cầu ngoại tiếp khối chóp  $S.ABC$  là:

- Ⓐ  $3a$ .      Ⓑ  $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ .      Ⓒ  $a\sqrt{6}$ .      Ⓓ  $\frac{a\sqrt{6}}{2}$ .

**Câu 15:** Cho hình lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $A$ . Biết  $AB = AA' = a$ ,  $AC = 2a$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $AC$ . Diện tích mặt cầu ngoại tiếp tứ diện  $MA'B'C'$  bằng

- Ⓐ  $4\pi a^2$ .      Ⓑ  $2\pi a^2$ .      Ⓒ  $5\pi a^2$ .      Ⓓ  $3\pi a^2$ .

**Câu 16:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có cạnh bên  $SA$  vuông góc với đáy,  $AB = a\sqrt{2}$ ,  $BC = a$ ,  $SC = 2a$  và  $\angle SCA = 30^\circ$ . Tính bán kính  $R$  của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện  $S.ABC$ .

- Ⓐ  $R = a\sqrt{3}$ .      Ⓑ  $2$ .      Ⓒ  $R = a$ .      Ⓓ  $R = \frac{a}{2}$ .

**Câu 17:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  đều có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$ , cạnh bên hợp với đáy một góc bằng  $60^\circ$ . Gọi  $(S)$  là mặt cầu ngoại tiếp hình chóp  $S.ABCD$ . Tính thể tích  $V$  của khối cầu  $(S)$ .

- Ⓐ  $V = \frac{8\sqrt{6}\pi a^3}{27}$ .      Ⓑ  $V = \frac{4\sqrt{6}\pi a^3}{9}$ .      Ⓒ  $V = \frac{4\sqrt{3}\pi a^3}{27}$ .      Ⓓ  $V = \frac{8\sqrt{6}\pi a^3}{9}$ .

**Câu 18:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  đều có  $AB=2$  và  $SA=3\sqrt{2}$ . Bán kính của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho bằng

- (A)  $\frac{\sqrt{33}}{4}$ . (B)  $\frac{7}{4}$ . (C) 2. (D)  $\frac{9}{4}$ .

**Câu 19:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $B$  với  $AB=a$ ,  $BC=a\sqrt{3}$ . Cạnh  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy và  $SA=2a\sqrt{3}$ . Tính bán kính  $R$  của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp  $S.ABC$ .

- (A)  $R=a$ . (B)  $R=3a$ . (C)  $R=4a$ . (D)  $R=2a$ .

**Câu 20:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật,  $AB=3$ ,  $AD=4$  và các cạnh bên của hình chóp tạo với đáy một góc  $60^\circ$ . Tính thể tích của khối cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho.

- (A)  $V=\frac{250\sqrt{3}}{3}\pi$ . (B)  $V=\frac{125\sqrt{3}}{6}\pi$ . (C)  $V=\frac{500\sqrt{3}}{27}\pi$ . (D)  $V=\frac{50\sqrt{3}}{27}\pi$ .

**Câu 21:** Tính diện tích  $S$  của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp  $S.ABC$  có  $SA=6$ ,  $SB=8$ ,  $SC=10$  và  $SA$ ,  $SB$ ,  $SC$  đôi một vuông góc

- (A)  $S=100\pi$ . (B)  $S=400\pi$ . (C)  $S=200\pi$ . (D)  $S=150\pi$ .

**Câu 22:** Cho hình chóp tam giác đều  $S.ABC$  có đáy bằng  $3a$ , góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng  $45^\circ$ . Thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp  $S.ABC$  bằng.

- (A)  $\frac{4\pi a^3\sqrt{2}}{3}$ . (B)  $4\pi a^3\sqrt{2}$ . (C)  $\frac{4\pi a^3\sqrt{3}}{3}$ . (D)  $4\pi a^3\sqrt{3}$ .

**Câu 23:** Cho hình chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng  $a$ , góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng  $45^\circ$ . Mặt cầu ngoại tiếp hình chóp có bán kính là

- (A)  $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ . (B)  $\frac{a\sqrt{3}}{3}$ . (C)  $\frac{a\sqrt{3}}{4}$ . (D)  $\frac{a\sqrt{3}}{5}$ .

**Câu 24:** Cho hình chóp đều  $S.ABCD$  có cạnh đáy bằng  $a\sqrt{2}$ , góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng  $45^\circ$ . Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp bằng

- (A)  $\frac{4\pi a^2}{3}$ . (B)  $\frac{16\pi a^2}{3}$ . (C)  $6\pi a^2$ . (D)  $4\pi a^2$ .

**Câu 25:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $SA=SB=SC=a$  và  $ASB=90^\circ$ ,  $BSC=60^\circ$ ,  $CSA=120^\circ$ . Diện tích mặt cầu ngoại tiếp của hình chóp  $S.ABC$  là.

- (A)  $4\pi a^2$ . (B)  $2\pi a^2$ . (C)  $\pi a^2$ . (D)  $\frac{4}{3}\pi a^3$ .

-----HẾT-----

ĐỀ ÔN TẬP SỐ 1

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 |
|   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |

**Câu 1:** Gọi  $l, h, r$  lần lượt là độ dài đường sinh, chiều cao và bán kính mặt đáy của hình nón. Diện tích xung quanh  $S_{xq}$  của hình nón là

- (A)  $S_{xq} = \pi rh$ .      (B)  $S_{xq} = 2\pi rl$ .      (C)  $S_{xq} = \pi rl$ .      (D)  $S_{xq} = \frac{1}{3}\pi r^2 h$ .

**Câu 2:** Diện tích xung quanh của mặt trụ có bán kính đáy  $R$ , chiều cao  $h$  là

- (A)  $S_{xq} = \pi Rh$ .      (B)  $S_{xq} = 3\pi Rh$ .      (C)  $S_{xq} = 4\pi Rh$ .      (D)  $S_{xq} = 2\pi Rh$ .

**Câu 3:** Cho hình chóp tam giác đều  $S.ABC$  có cạnh đáy bằng  $a$  và mỗi cạnh bên bằng  $a\sqrt{2}$ . Khi đó bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp  $S.ABC$  là:

- (A)  $\frac{a\sqrt{15}}{5}$ .      (B)  $\frac{3a}{5}$ .      (C)  $\frac{a\sqrt{3}}{5}$ .      (D)  $\frac{a\sqrt{6}}{4}$ .

**Câu 4:** Tính diện tích xung quanh của một hình trụ có chiều cao 20 m, chu vi đáy bằng 5 m.

- (A)  $50 \text{ m}^2$ .      (B)  $50\pi \text{ m}^2$ .      (C)  $100\pi \text{ m}^2$ .      (D)  $100 \text{ m}^2$ .

**Câu 5:** Cho khối nón có bán kính đáy  $r = \sqrt{3}$  và chiều cao  $h = 4$ . Tính thể tích  $V$  của khối nón.

- (A)  $V = \frac{16\pi\sqrt{3}}{3}$ .      (B)  $V = 4\pi$ .      (C)  $V = 16\pi\sqrt{3}$ .      (D)  $V = 12\pi$ .

**Câu 6:** Cho tứ diện  $ABCD$  có  $AD$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABC)$ , tam giác  $ABC$  vuông cân tại  $A$ ,  $AD = 2a$ ,  $AB = a$ . Bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện  $ABCD$  bằng.

- (A)  $\frac{a\sqrt{6}}{3}$ .      (B)  $\frac{a\sqrt{6}}{2}$ .      (C)  $\frac{a\sqrt{6}}{4}$ .      (D)  $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ .

**Câu 7:** Tính bán kính  $r$  của khối cầu có thể tích là  $V = 36\pi (\text{cm}^3)$ .

- (A)  $r = 3 (\text{cm})$ .      (B)  $r = 6 (\text{cm})$ .      (C)  $r = 4 (\text{cm})$ .      (D)  $r = 9 (\text{cm})$ .

**Câu 8:** Một hình nón có bán kính mặt đáy bằng 3 cm, độ dài đường sinh bằng 5 cm. Tính thể tích  $V$  của khối nón được giới hạn bởi hình nón.

- (A)  $V = 12\pi \text{ cm}^3$ .      (B)  $V = 16\pi \text{ cm}^3$ .      (C)  $V = 75\pi \text{ cm}^3$ .      (D)  $V = 45\pi \text{ cm}^3$ .

**Câu 9:** Trong không gian cho hình chữ nhật  $ABCD$  có  $AB = a$  và  $AD = 2a$ . Gọi  $H, K$  lần lượt là trung điểm của  $AD$  và  $BC$ . Quay hình chữ nhật đó quanh trục  $HK$ , ta được một hình trụ. Diện tích toàn phần của hình trụ là:

- (A)  $S_{tp} = 8\pi$ .      (B)  $S_{tp} = 8a^2\pi$ .      (C)  $S_{tp} = 4a^2\pi$ .      (D)  $S_{tp} = 4\pi$ .

**Câu 10:** Thể tích  $V$  của khối cầu có bán kính  $R = 4$  bằng

- (A)  $V = 64\pi$ .      (B)  $V = 48\pi$ .      (C)  $V = 36\pi$ .      (D)  $V = \frac{256\pi}{3}$ .

**Câu 11:** Diện tích xung quanh của hình trụ có bán kính đáy  $R = 2$  và đường sinh  $l = 3$  bằng:

- (A)  $12\pi$ .      (B)  $6\pi$ .      (C)  $4\pi$ .      (D)  $24\pi$ .

**Câu 12:** Cho hình chữ nhật  $ABCD$  có  $AB = 4$  và  $AD = 3$ . Thể tích của khối trụ được tạo thành khi quay hình chữ nhật  $ABCD$  quanh cạnh  $AB$  bằng

- (A)  $48\pi$ . (B)  $36\pi$ . (C)  $12\pi$ . (D)  $24\pi$ .

**Câu 13:** Một hình trụ có hai đáy là hai hình tròn nội tiếp hai mặt của một hình lập phương cạnh bằng 1. Tính thể tích của khối trụ đó.

- (A)  $\frac{\pi}{2}$ . (B)  $\frac{\pi}{4}$ . (C)  $\frac{\pi}{3}$ . (D)  $\pi$ .

**Câu 14:** Một hình nón có thiết diện qua trục là một tam giác vuông cân có cạnh góc vuông bằng  $a$ . Diện tích xung quanh của hình nón bằng

- (A)  $\frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{4}$ . (B)  $\frac{2\pi a^2 \sqrt{2}}{3}$ . (C)  $\frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{2}$ . (D)  $\pi a^2 \sqrt{2}$ .

**Câu 15:** Một hình trụ có diện tích xung quanh bằng  $4\pi a^2$  và bán kính đáy là  $a$ . Tính độ dài đường cao của hình trụ đó.

- (A)  $3a$ . (B)  $4a$ . (C)  $2a$ . (D)  $a$ .

**Câu 16:** Cho hình chóp đều  $S.ABCD$  có cạnh đáy  $2a$  và cạnh bên  $a\sqrt{6}$ . Tính diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp  $S.ABCD$ .

- (A)  $18\pi a^2$ . (B)  $18a^2$ . (C)  $9a^2$ . (D)  $9\pi a^2$ .

**Câu 17:** Một hình trụ có bán kính đáy là  $2(\text{cm})$ . Một mặt phẳng đi qua trục của hình trụ, cắt hình trụ theo thiết diện là một hình vuông. Tính thể tích khối trụ đó.

- (A)  $4\pi(\text{cm}^3)$ . (B)  $8\pi(\text{cm}^3)$ . (C)  $16\pi(\text{cm}^3)$ . (D)  $32\pi(\text{cm}^3)$ .

**Câu 18:** Cho Hình nón ( $N$ ) có bán kính đáy bằng 3 và diện tích xung quanh bằng  $15\pi$ . Tính thể tích  $V$  của khối nón ( $N$ ) là:

- (A)  $12\pi$ . (B)  $20\pi$ . (C)  $30\pi$ . (D)  $60\pi$ .

**Câu 19:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông,  $BD = 2a$ . Tam giác  $SAC$  vuông cân tại  $S$  và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Thể tích của khối cầu ngoại tiếp hình chóp đó là

- (A)  $\frac{4\pi a^3}{3}$ . (B)  $4\pi a^3 \sqrt{3}$ . (C)  $\pi a^3$ . (D)  $4\pi a^3$ .

**Câu 20:** Cho hình trụ có bán kính đáy bằng  $R$ , chiều cao bằng  $h$ . Biết rằng hình trụ đó có diện tích toàn phần gấp đôi diện tích xung quanh. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- (A)  $R = h$ . (B)  $R = 2h$ . (C)  $h = 2R$ . (D)  $h = \sqrt{2}R$ .

**Câu 21:** Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau?

- (A) Hình có đáy là hình bình hành thì có mặt cầu ngoại tiếp.  
 (B) Hình có đáy là hình tứ giác thì có mặt cầu ngoại tiếp.  
 (C) Hình có đáy là hình thang thì có mặt cầu ngoại tiếp.  
 (D) Hình có đáy là hình thang cân thì có mặt cầu ngoại tiếp.

**Câu 22:** Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ ,  $AB = 6\text{cm}$ ,  $AC = 8\text{cm}$ . Gọi  $V_1$  là thể tích khối nón tạo thành khi quay tam giác  $ABC$  quanh cạnh  $AB$  và  $V_2$  là thể tích khối nón tạo thành khi quay tam giác  $ABC$  quanh cạnh  $AC$ . Khi đó, tỷ số  $\frac{V_1}{V_2}$  bằng:

- Ⓐ  $\frac{16}{9}$ .                      Ⓑ  $\frac{4}{3}$ .                      Ⓒ  $\frac{3}{4}$ .                      Ⓓ  $\frac{9}{16}$ .

**Câu 23:** Cho khối chóp  $S.ABC$  có  $SA$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABC)$  và  $SA = a$ . Đáy  $ABC$  nội tiếp trong đường tròn tâm  $I$  có bán kính bằng  $2a$  (tham khảo hình vẽ). Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp khối chóp  $S.ABC$ .

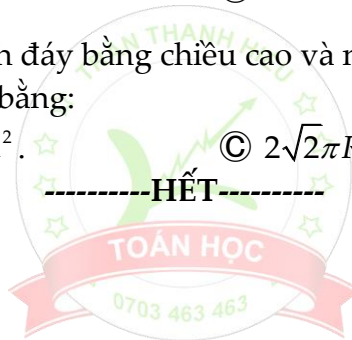
- Ⓐ  $\frac{a\sqrt{5}}{2}$ .                      Ⓑ  $\frac{a\sqrt{17}}{2}$ .                      Ⓒ  $a\sqrt{5}$ .                      Ⓓ  $\frac{a\sqrt{5}}{3}$ .

**Câu 24:** Cho hình nón có góc ở đỉnh bằng  $60^\circ$ , diện tích xung quanh bằng  $6\pi a^2$ . Tính thể tích  $V$  của khối nón đã cho.

- Ⓐ  $V = \frac{3\pi a^3 \sqrt{2}}{4}$ .                      Ⓑ  $V = \pi a^3$ .                      Ⓒ  $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{2}}{4}$ .                      Ⓓ  $V = 3\pi a^3$ .

**Câu 25:** Một hình trụ có đường kính đáy bằng chiều cao và nội tiếp trong mặt cầu bán kính  $R$ . Diện tích xung quanh của hình trụ bằng:

- Ⓐ  $2\pi R^2$ .                      Ⓑ  $4\pi R^2$ .                      Ⓒ  $2\sqrt{2}\pi R^2$ .                      Ⓓ  $\sqrt{2}\pi R^2$ .



## ĐỀ ÔN TẬP SỐ 2

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 |
|   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |

**Câu 1:** Cho hình trụ có bán kính đáy bằng  $a$ , diện tích toàn phần bằng  $8\pi a^2$ . Chiều cao của hình trụ bằng

- (A)  $4a$ . (B)  $3a$ . (C)  $2a$ . (D)  $8a$ .

**Câu 2:** Cho hình nón có bán kính đáy bằng 2 (cm), góc ở đỉnh bằng  $60^\circ$ . Thể tích khối nón là

- (A)  $V = \frac{8\pi\sqrt{3}}{9}(\text{cm}^3)$ . (B)  $V = \frac{8\pi\sqrt{3}}{2}(\text{cm}^3)$ . (C)  $V = 8\pi\sqrt{3}(\text{cm}^3)$ . (D)  $V = \frac{8\pi\sqrt{3}}{3}(\text{cm}^3)$ .

**Câu 3:** Thể tích của khối nón có độ dài đường sinh bằng  $2a$  và diện tích xung quanh bằng  $2\pi a^2$

- (A)  $\pi a^3\sqrt{3}$ . (B)  $\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{3}$ . (C)  $\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{6}$ . (D)  $\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{2}$ .

**Câu 4:** Cắt một khối trụ bởi một mặt phẳng qua trục ta được thiết diện là hình chữ nhật  $ABCD$  có cạnh  $AB$  và cạnh  $CD$  nằm trên hai đáy của khối trụ. Biết  $BD = a\sqrt{2}$ ,  $DAC = 60^\circ$ . Tính thể tích khối trụ.

- (A)  $\frac{3\sqrt{6}}{16}\pi a^3$ . (B)  $\frac{3\sqrt{2}}{16}\pi a^3$ . (C)  $\frac{3\sqrt{2}}{32}\pi a^3$ . (D)  $\frac{3\sqrt{2}}{48}\pi a^3$ .

**Câu 5:** Cho hình nón có thiết diện qua trục là tam giác vuông có cạnh huyền bằng  $a\sqrt{2}$ . Tính diện tích xung quanh  $S_{xq}$  của hình nón đó.

- (A)  $S_{xq} = \frac{\pi a^2\sqrt{3}}{3}$ . (B)  $S_{xq} = \frac{\pi a^2\sqrt{2}}{2}$ . (C)  $S_{xq} = \frac{\pi a^2\sqrt{2}}{6}$ . (D)  $S_{xq} = \frac{\pi a^2\sqrt{2}}{3}$ .

**Câu 6:** Công thức tính diện tích mặt cầu bán kính  $R$  là

- (A)  $S = \pi R^2$ . (B)  $S = \frac{4}{3}\pi R^3$ . (C)  $S = \frac{3}{4}\pi R^2$ . (D)  $S = 4\pi R^2$ .

**Câu 7:** Một hình trụ có bán kính đáy  $a$ , có thiết diện qua trục là một hình vuông. Tính theo  $a$  diện tích xung quanh của hình trụ.

- (A)  $\pi a^2$ . (B)  $2\pi a^2$ . (C)  $3\pi a^2$ . (D)  $4\pi a^2$ .

**Câu 8:** Tính thể tích của khối trụ biết bán kính đáy của hình trụ đó bằng  $a$  và thiết diện đi qua trục là một hình vuông.

- (A)  $2\pi a^3$ . (B)  $\frac{2}{3}\pi a^3$ . (C)  $4\pi a^3$ . (D)  $\pi a^3$ .

**Câu 9:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $SA = SB = SC = 4$ ,  $AB = BC = CA = 3$ . Tính thể tích khối nón giới hạn bởi hình nón có đỉnh là  $S$  và đáy là đường tròn ngoại tiếp  $\triangle ABC$ .

- (A)  $3\pi$ . (B)  $\sqrt{13}\pi$ . (C)  $4\pi$ . (D)  $2\sqrt{2}\pi$ .

**Câu 10:** Cho khối cầu ( $S$ ) có thể tích bằng  $36\pi$  ( $\text{cm}^3$ ). Diện tích mặt cầu ( $S$ ) bằng bao nhiêu?

- (A) 4. (B)  $18\pi$  ( $\text{cm}^2$ ). (C)  $36\pi$  ( $\text{cm}^2$ ). (D)  $27\pi$  ( $\text{cm}^2$ ).

**Câu 11:** Cho hình nón có đường sinh bằng đường kính đáy và bằng 2. Bán kính của mặt cầu ngoại tiếp hình nón đó là:

- Ⓐ  $R = \frac{3\sqrt{3}}{2}$ .      Ⓑ  $R = \frac{2\sqrt{3}}{3}$ .      Ⓒ  $R = \frac{\sqrt{3}}{3}$ .      Ⓓ  $R = 2\sqrt{3}$ .

**Câu 12:** Cho hình lăng trụ tam giác đều  $ABC.A'B'C'$  có độ dài cạnh đáy bằng  $a$ , chiều cao là  $h$ . Tính thể tích  $V$  của khối trụ ngoại tiếp hình lăng trụ.

- Ⓐ  $V = \frac{\pi a^2 h}{9}$ .      Ⓑ  $V = \frac{\pi a^2 h}{3}$ .      Ⓒ  $V = 3\pi a^2 h$ .      Ⓓ  $V = \pi a^2 h$ .

**Câu 13:** Cho tam giác  $ABC$  vuông cân tại  $A$ ,  $AB = 2a$ . Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay tam giác  $ABC$  quanh cạnh  $AB$  bằng

- Ⓐ  $\frac{\pi a^3}{3}$ .      Ⓑ  $\frac{8\pi a^3}{3}$ .      Ⓒ  $\frac{4\pi a^3}{3}$ .      Ⓓ  $\frac{8\pi a^3 \sqrt{2}}{3}$ .

**Câu 14:** Cho lăng trụ tam giác đều có cạnh đáy bằng  $a$  cạnh bên bằng  $b$ . Tính thể tích của khối cầu đi qua các đỉnh của lăng trụ.

- Ⓐ  $\frac{1}{18\sqrt{3}} \sqrt{(4a^2 + 3b^2)^3}$ .      Ⓑ  $\frac{\pi}{18\sqrt{3}} \sqrt{(4a^2 + 3b^2)^3}$ .  
Ⓒ  $\frac{\pi}{18\sqrt{3}} \sqrt{(4a^2 + b^2)^3}$ .      Ⓓ  $\frac{\pi}{18\sqrt{2}} \sqrt{(4a^2 + 3b^2)^3}$ .

**Câu 15:** Cho hình nón có bán kính đường tròn đáy bằng  $a$ . Thiết diện qua trục hình nón là một tam giác cân có góc ở đáy bằng  $45^\circ$ . Tính thể tích khối cầu ngoại tiếp hình nón.

- Ⓐ  $\frac{1}{3} \pi a^3$ .      Ⓑ  $\frac{8}{3} \pi a^3$ .      Ⓒ  $\frac{4}{3} \pi a^3$ .      Ⓓ  $4\pi a^3$ .

**Câu 16:** Cho khối cầu có thể tích  $V = 4\pi a^3$  ( $a > 0$ ). Tính theo  $a$  bán kính  $R$  của khối cầu.

- Ⓐ  $R = a\sqrt[3]{3}$ .      Ⓑ  $R = a\sqrt[3]{2}$ .      Ⓒ  $R = a\sqrt[3]{4}$ .      Ⓓ  $R = a$ .

**Câu 17:** Thiết diện qua trục của một hình nón là tam giác đều cạnh  $2a$ . Đường cao của hình nón

- Ⓐ  $h = 2a$ .      Ⓑ  $h = a$ .      Ⓒ  $h = a\sqrt{3}$ .      Ⓓ  $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ .

**Câu 18:** Một khối trụ có thể tích bằng  $25\pi$ . Nếu chiều cao khối trụ tăng lên năm lần và giữ nguyên bán kính đáy thì được khối trụ mới có diện tích xung quanh bằng  $25\pi$ . Bán kính đáy của khối trụ ban đầu là

- Ⓐ  $r = 10$ .      Ⓑ  $r = 5$ .      Ⓒ  $r = 2$ .      Ⓓ  $r = 15$ .

**Câu 19:** Cho mặt cầu  $(S)$  có bán kính bằng 10. Mặt phẳng  $(P)$  cách tâm mặt cầu  $(S)$  một khoảng bằng 8. Tính diện tích thiết diện cắt bởi mặt phẳng.

- Ⓐ  $16\pi$ .      Ⓑ  $36\pi$ .      Ⓒ  $64\pi$ .      Ⓓ  $16\pi$ .

**Câu 20:** Cho hình chữ nhật  $ABCD$  có  $AB = a$ ,  $AD = 2a$ . Gọi  $M$ ,  $N$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $BC$  và  $AD$ . Khi quay hình chữ nhật trên (kể cả các điểm bên trong của nó) quanh đường thẳng  $MN$  ta nhận được một khối tròn xoay  $(T)$ . Tính thể tích của  $(T)$  theo  $a$ .

- Ⓐ  $\frac{4\pi a^3}{3}$ .      Ⓑ  $\frac{\pi a^3}{3}$ .      Ⓒ  $\pi a^3$ .      Ⓓ  $4\pi a^3$ .

**Câu 21:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $\triangle ABC$  vuông tại  $B$ ,  $BA = a$ ,  $BC = a\sqrt{3}$ . Cạnh bên  $SA$  vuông góc với đáy và  $SA = a$ . Tính bán kính của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp  $S.ABC$ .

- Ⓐ  $R = \frac{a\sqrt{5}}{2}$ .      Ⓑ  $R = \frac{a\sqrt{5}}{4}$ .      Ⓒ  $R = 2a\sqrt{5}$ .      Ⓓ  $R = a\sqrt{5}$ .

**Câu 22:** Cho hình trụ có thiết diện qua trục là hình vuông  $ABCD$  cạnh bằng  $2\sqrt{3}$  (cm) với  $AB$  là đường kính của đường tròn đáy tâm  $O$ . Gọi  $M$  là điểm thuộc cung  $AB$  của đường tròn đáy sao cho  $ABM = 60^\circ$ . Thể tích của khối tứ diện  $ACDM$  là:

- Ⓐ  $V = 3(\text{cm}^3)$ .      Ⓑ  $V = 4(\text{cm}^3)$ .      Ⓒ  $V = 6(\text{cm}^3)$ .      Ⓓ  $V = 7(\text{cm}^3)$ .

**Câu 23:** Cho khối trụ  $(T)$  có chiều cao bằng 2 và thể tích bằng  $8\pi$ . Tính diện tích xung quanh của hình trụ  $(T)$ .

- Ⓐ  $S_{xq} = 32\pi$ .      Ⓑ  $S_{xq} = 8\pi$ .      Ⓒ  $S_{xq} = 16\pi$ .      Ⓓ  $S_{xq} = 4\pi$ .

**Câu 24:** Cho hình trụ có hai đáy là hai hình tròn tâm  $O$ ,  $O'$ , bán kính đáy bằng chiều cao và bằng  $a$ , trên đường tròn đáy tâm  $O$  lấy điểm  $A$ , trên đường tròn đáy tâm  $O'$  lấy điểm  $B$  sao cho  $AB = 2a$ . Thể tích tứ diện  $OO'AB$  là

- Ⓐ  $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{24}$ .      Ⓑ  $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ .      Ⓒ  $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$ .      Ⓓ  $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ .

**Câu 25:** Cho khối chóp  $S.ABC$  có đáy là tam giác vuông tại  $B$ ,  $AB = 1$ ,  $BC = \sqrt{2}$ , cạnh bên  $SA$  vuông góc với đáy và  $SA = \sqrt{3}$ . Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp  $S.ABC$  bằng

- Ⓐ  $6\pi$ .      Ⓑ  $\frac{3\pi}{2}$ .      Ⓒ  $12\pi$ .      Ⓓ  $2\pi$ .

