

VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI GIỮA HAI ĐƯỜNG THẲNG

A. Tóm tắt lý thuyết

1. Vị trí tương đối giữa hai đường thẳng

Trường hợp 1: Cho hai đường thẳng $(d_1): y = a_1x + b_1$ ($a_1 \neq 0$) và $(d_2): y = a_2x + b_2$ ($a_2 \neq 0$)

Mối quan hệ	Kí hiệu	Điều kiện
Cắt nhau	$(d_1) \cap (d_2)$	$a_1 \neq a_2$
Song song	$(d_1) // (d_2)$	$\begin{cases} a_1 = a_2 \\ b_1 \neq b_2 \end{cases}$
Trùng nhau	$(d_1) \equiv (d_2)$	$\begin{cases} a_1 = a_2 \\ b_1 = b_2 \end{cases}$
Vuông góc	$(d_1) \perp (d_2)$	$a_1 \cdot a_2 = -1$

Trường hợp 2: Cho hai đường thẳng $(d_1): a_1x + b_1y = c_1$ ($a_1; b_1; c_1 \neq 0$) và

$(d_2): a_2x + b_2y = c_2$ ($a_2; b_2; c_2 \neq 0$)

Mối quan hệ	Kí hiệu	Điều kiện
Cắt nhau	$(d_1) \cap (d_2)$	$\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$
Song song	$(d_1) // (d_2)$	$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$
Trùng nhau	$(d_1) \equiv (d_2)$	$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$
Vuông góc	$(d_1) \perp (d_2)$	$a_1 \cdot a_2 + b_1 \cdot b_2 = 0$

***) Chú ý:** Khi $\begin{cases} a_1 \neq a_2 \\ b_1 = b_2 \end{cases}$ thì hai đường thẳng có cùng tung độ gốc, do đó chúng cắt nhau tại một

điểm trên trục tung có tung độ bằng b (hay b').

2. Đường thẳng đi qua điểm cố định

Giả sử đường thẳng $y = ax + b$ đi qua điểm cố định $M(x_0; y_0)$ khi đó phương trình: $y_0 = ax_0 + b$ nghiệm đúng với mọi a, b

3. Ba đường thẳng đồng quy

Cho ba đường thẳng: $(d_1): y = a_1x + b_1; (d_2): y = a_2x + b_2; (d_3): y = a_3x + b_3$

Gọi M là giao điểm của d_1 và d_2 khi đó ba đường thẳng đồng quy khi và chỉ khi d_3 cũng đi qua M .

B. Bài tập và các dạng toán

Dạng 1: Xét vị trí tương đối của hai đường thẳng

Cách giải: Cho hai đường thẳng: $(d): y = ax + b$ và $(d'): y = a'x + b' (a, a' \neq 0)$

Khi đó ta có:

$$a) (d) // (d') \Leftrightarrow \begin{cases} a = a' \\ b \neq b' \end{cases}$$

$$b) (d) \equiv (d') \Leftrightarrow \begin{cases} a = a' \\ b = b' \end{cases}$$

$$c) (d) \cap (d') \Leftrightarrow a \neq a'$$

$$d) (d) \perp (d') \Leftrightarrow a \cdot a' = -1$$

Bài 1: Hãy nhận xét về vị trí tương đối hai đường thẳng d và d' trong các trường hợp sau

a) $d: y = 2x - 3$ và $d': y = 2x + 5$

b) $d: y = \frac{2}{3}x + \frac{1}{4}$ và $d': y = \frac{3}{2}x - \frac{1}{4}$

c) $d: y = -2x + 1$ và $d': y = \frac{1}{2}x - 2$

d) $d: 3y = -x + 1$ và $d': y = \frac{-1}{3}x + \frac{1}{3}$

Lời giải

a) Ta có: $d // d'$ vì $a = a'; b \neq b'$

b) Ta có: d cắt d' vì $a \neq a'$

c) Ta có: $d \perp d'$ vì $a \cdot a' = -1$

d) Ta có: $d \equiv d'$ vì $a = a'; b = b'$

Bài 2:

Cho các đường thẳng $d_1: y = 3x - 1, d_2: y = -x, d_3: x + y + 1 = 0, d_4: y = x + \frac{4}{5}$ và

$d_5: y = 3x + 7, d_6: y = \frac{x}{3} - 3$. Trong các đường thẳng trên, hãy chỉ ra các cặp đường thẳng

a) Song song

b) Vuông góc

Lời giải

a) Các cặp đường thẳng song song là: $d_1 // d_3; d_2 // d_3$

b) Các cặp đường thẳng vuông góc là: $d_2 \perp d_4; d_3 \perp d_4$

Bài 3:

Cho hai thẳng $d: mx + (m-1)y - 2(m+2) = 0$ và $d': 3mx - (3m+1)y - (5m+4) = 0$. Tìm m để hai đường thẳng trên

a) Song song

b) Cắt nhau

c) Vuông góc

Lời giải

a) Ta có: $d: y = \frac{-m}{m-1}x + \frac{2(m+2)}{m-1} (m \neq 1)$ và $d': y = \frac{3m}{3m+1}x - \frac{5m+4}{3m+1} (m \neq -\frac{1}{3})$

$$d // d' \Leftrightarrow \begin{cases} a = a' \\ b \neq b' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{-m}{m-1} = \frac{3m}{3m+1} \\ \frac{2(m+2)}{m-1} \neq \frac{-(5m+4)}{3m+1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = \frac{1}{3} \\ m \neq 0 \\ m \neq \frac{-13}{11} \end{cases} \Rightarrow m = \frac{1}{3}$$

$$b) (d) \text{ và } (d') \text{ cắt nhau} \Leftrightarrow a \neq a' \Leftrightarrow \frac{-m}{m-1} \neq \frac{3m}{3m+1} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ m \neq \frac{1}{3} \end{cases} \Rightarrow m \neq 0; 1; \frac{1}{3}; \frac{-1}{3}$$

$$c) (d) \text{ và } (d') \text{ vuông góc} \Leftrightarrow a.a' = -1 \Leftrightarrow \frac{-m}{m-1} \cdot \frac{3m}{3m+1} = -1 \Leftrightarrow m = \frac{-1}{2}$$

Bài 4: Cho thẳng $d: y = (m^2 - 2)x + m - 1$ với m là tham số. Tìm m để:

a) (d) song song với $(d_1): y = 2x - 3$

b) (d) trùng với $(d_2): y = -x - 2$

c) (d) cắt $(d_3): y = 3x - 2$ tại điểm có hoành độ $x = -1$

d) (d) vuông góc với $(d_4): y = \frac{4}{5}x - \frac{1}{2}$

Lời giải

$$a) d // d_1 \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 2 = 2 \\ m - 1 \neq -3 \end{cases} \Leftrightarrow m = 2$$

$$b) d \equiv d_2 \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 2 = -1 \\ m - 1 = -2 \end{cases} \Leftrightarrow m = -1$$

c) Thay $x = -1$ vào (d_3) ta được: $y = -5$

Thay $x = -1$ và $y = -5$ vào (d) ta được: $m = -2$ và $m = 3$ (thỏa mãn)

$$d) (d) \perp (d_4) \Leftrightarrow (m^2 - 2) \cdot \frac{4}{5} = -1 \Leftrightarrow m = \frac{\pm\sqrt{3}}{2}$$

Bài 5: Cho các đường thẳng $(d): y = (m-3)x + 4m - 1; (d_1): y = 5mx - 2 + 3m; (d_2): y = -2m^2x + 2m - 4$

và $d_3: y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}, d_4: y = \frac{1}{2}(3m-4)x + 5$. Tìm m để:

a) (d) song song với (d_1)

b) (d) trùng với (d_2)

c) (d) cắt (d_3) tại điểm K có $y_K = \frac{1}{2}$

d) (d) vuông góc với (d_4)

Lời giải

$$a) (d) \text{ song song với } (d_1) \Leftrightarrow m = \frac{-3}{4}$$

$$b) (d) \text{ trùng với } (d_2) \Leftrightarrow m = \frac{-3}{2}$$

$$c) (d) \text{ cắt } (d_3) \text{ tại điểm } K \text{ có } y_K = \frac{1}{2} \Leftrightarrow m = \frac{-9}{4}$$

$$d) (d) \text{ vuông góc với } (d_4) \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m = \frac{7}{3} \end{cases}$$

Bài 6:

Tìm giá trị của m để hai đường thẳng $(d_1): y = (m-2)x + m - 2$ và $(d_2): y = \frac{2m}{3}x + m + 1$ cắt nhau

tại $M(-3; -2)$

Lời giải

Do $(d_1) \cap (d_2) = M$ nên tọa độ điểm M là nghiệm của hệ phương trình:
$$\begin{cases} -2 = (m-2) \cdot (-3) + m - 2 \\ -2 = \frac{2m}{3} \cdot (-3) + m + 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -2m + 6 = 0 \\ -m = -3 \end{cases} \Leftrightarrow m = 3$$

Vậy $m = 3$ thì $(d_1) \cap (d_2) = M(-3; -2)$

Bài 7:

Tìm tất cả các giá trị của m để hai đường thẳng $(d_1): y = mx + m + 2$ và $(d_2): y = (m+3)x - m + 4$ cắt nhau tại điểm có tung độ bằng 2

Lời giải

Điều kiện để hai đường thẳng cắt nhau: $m \neq m+3 \Leftrightarrow 0 \neq 3$ (luôn đúng) (1)

Giả sử $M(x_M; 2)$ là giao điểm của hai đường thẳng, khi đó:

$$\begin{cases} M(x_M; 2) \in (d_1) \\ M(x_M; 2) \in (d_2) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2 = m \cdot x_M + m + 2 \\ 2 = (m+3) \cdot x_M - m + 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} mx_M + m = 0 \\ (m+3) \cdot x_M - m + 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = -1 \\ m = -\frac{1}{2} \end{cases} \quad (2)$$

$$\text{Từ (1)(2)} \Rightarrow m = -\frac{1}{2}$$

Bài 8:

Tìm tất cả các giá trị của m để hai đường thẳng $(d_1): y = (m+1)x + m + 3$ và $(d_2): y = (2m+1)x - m + 3$ cắt nhau tại điểm thuộc góc phần tư thứ I

Lời giải

Điều kiện để hai đường thẳng cắt nhau: $m+1 \neq 2m+1 \Leftrightarrow m \neq 0$ (1)

Giả sử $M(x_M; y_M)$ là giao điểm của hai đường thẳng, khi đó:

$$\begin{cases} M(x_M; y_M) \in (d_1) \\ M(x_M; y_M) \in (d_2) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y_M = (m+1)x_M + m + 3 \\ y_M = (2m+1)x_M - m + 3 \end{cases} \Rightarrow (m+1)x_M + m + 3 = (2m+1)x_M - m + 3 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 (\text{loại}) \\ x_M = 2 \end{cases}$$

$$\text{Với } x_M = 2 \Rightarrow y_M = (m+1) \cdot 2 + m + 3 = 3m + 5 \Rightarrow M(2; 3m+5)$$

$$\text{Để điểm } M(2; 3m+5) \text{ thuộc góc phần tư thứ nhất thì } \begin{cases} 2 > 0 \\ 3m+5 > 0 \end{cases} \Rightarrow m > -\frac{5}{3} \quad (2)$$

$$\text{Từ (1)(2)} \Rightarrow -\frac{5}{3} < m \neq 0$$

Bài 9:

Tìm tất cả các giá trị của m để hai đường thẳng $(d_1): y = mx + 1$ và $(d_2): y = 2x + 3$ cắt nhau tại điểm có tọa độ nguyên

Lời giải

Điều kiện để hai đường thẳng cắt nhau: $m \neq 2$ (1)

Giả sử $M(x_M; y_M)$ là giao điểm của hai đường thẳng, khi đó:

$$\begin{cases} M(x_M; y_M) \in (d_1) \\ M(x_M; y_M) \in (d_2) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y_M = mx_M + 1 \\ y_M = 2x_M + 3 \end{cases} \Rightarrow mx_M + 1 = 2x_M + 3 \Leftrightarrow x_M = \frac{-2}{m}$$

$$\text{Với } x_M = \frac{-2}{m} \Rightarrow y_M = m \cdot \left(\frac{-2}{m}\right) + 1 = -1 \Rightarrow M\left(\frac{-2}{m}; -1\right)$$

$$\text{Để điểm } M\left(\frac{-2}{m}; -1\right) \text{ có tọa độ nguyên thì } \begin{cases} \frac{-2}{m} \in \mathbb{Z} \\ -1 \in \mathbb{Z} \end{cases} \Leftrightarrow \frac{-2}{m} \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in U_{(2)} \Rightarrow m = \{-2; -1; 1; 2\} \quad (2)$$

$$\text{Từ (1)(2)} \Rightarrow m = \{-2; -1; 1\}$$

Dạng 2: Xác định phương trình đường thẳng

Cách giải: Để xác định phương trình đường thẳng ta thường làm như sau

Bước 1: gọi $(d): y = ax + b$ là phương trình đường thẳng cần tìm (a, b là hằng số)

Bước 2: Từ giả thiết của đề bài, tìm được a, b từ đó đi đến kết luận.

Bài 1: Viết phương trình đường thẳng d trong các trường hợp sau

a) (d) đi qua $M(-2;5)$ và vuông góc với $(d_1): y = -\frac{1}{2}x + 2$

b) (d) song song với đường thẳng $(d_1): y = -3x + 4$ và đi qua giao điểm hai đường thẳng $(d_2): y = 2x - 3$ và $(d_3): y = 3x - \frac{7}{2}$

c) (d) đi qua hai điểm $M(-2;7)$ và $N(1;2)$

Lời giải

Gọi $(d): y = ax + b$ với a, b là hằng số

a) Ta có: $d \perp d_1 \Rightarrow a = 2$, d đi qua $M \Rightarrow -2a + b = 5 \Rightarrow b = 9 \Rightarrow y = 2x + 9$

b) $d // d_1 \Rightarrow a = -3; b \neq 4$; $d_2 \cap d_3 \equiv I\left(\frac{1}{2}; -2\right)$, vì d_2 đi qua I nên: $\frac{1}{2}a + b = -2 \Rightarrow (d): y = -3x - \frac{1}{2}$

c) (d) đi qua hai điểm $M(-2;7)$ và $N(1;2) \Rightarrow \begin{cases} -2a + b = 7 \\ a + b = 2 \end{cases} \Rightarrow y = \frac{-5}{3}x + \frac{11}{3}$

Bài 2: Xác định hàm số $y = ax + b$, biết rằng

a) Khi $a = -2$ đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng $\sqrt{2}$

b) Khi $a = -4$ đồ thị hàm số đi qua điểm $A(-2;2)$

c) (d) cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 5 và cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng -2

d) (d) đi qua 2 điểm $A(1;-3)$ và $B(2;1)$

Lời giải

a) Thay $a = -2; y = \sqrt{2}$ vào $y = ax + b$ ta được: $b = \sqrt{2} \Rightarrow y = -2x + \sqrt{2}$

b) Với $a = -4$ ta được $y = -4x + b$

Thay $x = -4; y = 2$ ta được $b = 6$

c) Vì (d) cắt Oy tại điểm có tung độ bằng 5 nên (d) đi qua điểm $(0;5)$ từ đó tìm được $b = 5$

Tương tự (d) cắt Ox tại điểm có hoành độ bằng -1 nên (d) đi qua điểm $(-2;0)$ từ đó tìm được $a = \frac{5}{2} \Rightarrow y = \frac{5}{2}x + 5$

Bài 3: Cho đường thẳng $d: y = ax + b$ (a, b là hằng số). Tìm a và b biết:

a) (d) đi qua điểm A nằm trên Ox có hoành độ bằng -1 và song song với đường thẳng

$$(d_1): x + y + 2 = 0$$

b) (d) vuông góc với đường thẳng $d_2: y = \frac{-1}{3}x + 2017$ và đi qua giao điểm của $d_3: y = x - 2$ với trục tung

Lời giải

a) Tìm được $(d): y = -x - 1$

b) Tìm được $(d): y = 3x - 2$

Bài 4: Cho đường thẳng $d: y = ax + b$ (a, b là hằng số). Tìm a và b biết:

a) (d) cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 5 và cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng -2

b) (d) đi qua hai điểm A và B với $A(1; -3)$ và $B(2; 1)$

Lời giải

a) Gọi $(d): y = ax + b$, với a, b là hằng số

Vì (d) cắt Oy tại điểm có tung độ bằng 5 nên (d) đi qua điểm $(0;5) \Rightarrow b = 5$

Tương tự (d) cắt Ox tại điểm có hoành độ bằng -1 nên (d) đi qua điểm $(-2;0)$

Từ đó tìm được: $a = \frac{5}{2} \Rightarrow d: y = \frac{5}{2}x + 5$

b) Gọi $(d): y = ax + b$, với a, b là hằng số

Thay tọa độ điểm A, B vào (d) ta được: $\begin{cases} a + b = -3 \\ 2a + b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = -7 \end{cases} \Rightarrow d: y = 4x - 7$

Bài 5: Tìm các số a và b để đường thẳng $d: y = ax + b$

a) Cắt $d_1: y = 3x - 6$ tại một điểm nằm trên trục Ox và cắt $d_2: y = 2x - 1$ tại một điểm nằm trên trục Oy

b) Đi qua hai điểm I, K với $I(1; -2), K(4; 2)$

Lời giải

a) Tìm được đường thẳng $(d): y = \frac{1}{2}x - 1$

b) Tìm được đường thẳng $d: y = \frac{4}{3}x - \frac{10}{3}$

Bài 6: Cho hai đường thẳng $(d_1): y = 2x + 1$ và $(d_2): y = x + 1$

a) Chứng tỏ rằng hai đường thẳng (d_1) và (d_2) cắt nhau. Xác định tọa độ giao điểm I của chúng và vẽ hai đường thẳng này trên cùng một hệ trục tọa độ

b) Lập phương trình đường thẳng (d) đi qua I và song song với đường thẳng $y = -4x + 1$

c) Lập phương trình đường thẳng (d') đi qua I và song song với đường thẳng $y = \frac{1}{2}x + 9$

Lời giải

a) Nhận xét rằng đường thẳng (d_1) có $a_1 = 2; b_1 = 1$ và đường thẳng (d_2) có $a_2 = 1; b_2 = 1$

$$\Rightarrow a_1 \neq a_2; b_1 = b_2 \Rightarrow (d_1) \cap (d_2) = I \in Oy$$

Giả sử giao điểm của hai đường thẳng có tọa độ $I(0; y_0)$, vì $I \in (d_1)$ hoặc (d_2) , nên:

$$y_0 = 2 \cdot 0 + 1 \Leftrightarrow y_0 = 1 \Rightarrow I(0; 1)$$

b) Đường thẳng (d) song song với đường thẳng $y = -4x + 1$ có phương trình $(d): y = -4x + b$

$$\text{Vì } I \in (d) \Rightarrow 1 = -4 \cdot 0 + b \Leftrightarrow b = 1 \Rightarrow (d): y = -4x + 1$$

c) Đường thẳng (d') song song với đường thẳng $y = \frac{1}{2}x + 9$ có phương trình

$$(d'): y = \frac{1}{2}x + b (b \neq 9). \text{ Vì } I \in (d') \Rightarrow 1 = \frac{1}{2} \cdot 0 + b \Leftrightarrow b = 1 \Rightarrow (d'): y = \frac{1}{2}x + 1$$

*) Nhận xét: Trong lời giải của bài toán trên

- Ở câu a, dựa trên nhận xét $(d_1); (d_2)$ cắt nhau tại I trên Oy nên ta giả sử $I(0; y_0)$

Trong trường hợp tổng quát, với hai đường thẳng: $(d_1): y = a_1x + b_1; (d_2): y = a_2x + b_2 (a_1 \neq a_2)$

Ta giả sử tọa độ giao điểm $I(0; y_0)$, rồi nhận xét

$$\left. \begin{array}{l} I \in (d_1) \Rightarrow y_0 = a_1x_0 + b_1 \quad (1) \\ I \in (d_2) \Rightarrow y_0 = a_2x_0 + b_2 \quad (2) \end{array} \right\} \Rightarrow a_1x_0 + b_1 = a_2x_0 + b_2 \Leftrightarrow x_0 = \frac{b_2 - b_1}{a_1 - a_2}$$

Thay x_0 vào (1) hoặc (2) ta nhận được giá trị của y_0 , từ đó suy ra tọa độ điểm I

Bài 7:

Cho đường thẳng $(\Delta): y = x + 6$. Lập phương trình đường thẳng (d) song song với Δ và

b) Đi qua điểm $M(1;2)$

c) Khoảng cách từ O đến (d) bằng $2\sqrt{2}$

Lời giải

a) Đường thẳng (d) song song với (Δ) có phương trình $(d): y = x + b$

Vì $M(1;2) \in (d) \Rightarrow 2 = 1 + b \Leftrightarrow b = 1 \Rightarrow (d): y = x + 1$

b) Gọi A, B lần lượt là giao điểm của (d) với Oy, Ox ta được:

- Với điểm $A: x = 0 \Rightarrow y = 0 + b = b \Rightarrow A(0; b)$

- Với điểm $B: y = 0 \Rightarrow 0 = x + b \Leftrightarrow x = -b \Rightarrow B(-b; 0)$

Gọi H là hình chiếu vuông góc của O lên đường thẳng (d)

Trong tam giác AOB vuông tại O , ta có:

$$\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} \Leftrightarrow OH = \frac{OA \cdot OB}{\sqrt{OA^2 + OB^2}} \Leftrightarrow 2\sqrt{2} = \frac{|b| \cdot |-b|}{\sqrt{b^2 + (-b)^2}} = \frac{|b|}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow |b| = 4 \Leftrightarrow b = \pm 4$$

Khi đó :

- Với $b = 4 \Rightarrow (d_3): y = x + 4$

- Với $b = -4 \Rightarrow (d_4): y = x - 4$

Vậy tồn tại hai đường thẳng (d_3) và (d_4) thỏa mãn điều kiện đầu bài.

Bài 8:

Cho họ đường thẳng (d_m) có phương trình: $(d_m): y = -\frac{m-1}{2m-3}x + \frac{m+1}{2m-3}$

1) Xác định m để:

a) (d_m) đi qua $A(2;1)$

b) (d_m) có hướng đi lên (hàm số đồng biến)

c) (d_m) song song với đường thẳng $(\Delta): x - 2y + 12 = 0$

2) Tìm điểm cố định mà họ (d_m) luôn đi qua.

Lời giải

Viết lại phương trình đường thẳng (d_m) dưới dạng: $(d_m): (m-1)x + (2m-3)y - m - 1 = 0$

1) Ta lần lượt có:

a) (d_m) đi qua $A(2;1)$ khi và chỉ khi: $2(m-1) + (2m-3) - m - 1 = 0 \Leftrightarrow 3m - 6 = 0 \Leftrightarrow m = 2$

b) (d_m) có hướng đi lên khi và chỉ khi nó có hệ số góc dương

$$\Leftrightarrow -\frac{m-1}{2m-3} > 0 \Leftrightarrow \frac{m-1}{2m-3} < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m-1 > 0 \\ 2m-3 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ m < \frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow 1 < m < \frac{3}{2}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} m-1 < 0 \\ 2m-3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 1 \\ m > \frac{3}{2} \end{cases}$$

c) (d_m) song song với đường thẳng $(\Delta): x - 2y + 12 = 0 \Leftrightarrow -\frac{m-1}{2m-3} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow m = \frac{5}{4}$

2) Giả sử $M(x_0; y_0)$ là điểm cố định mà (d_m) luôn đi qua, khi đó ta có:

$$(m-1)x_0 + (2m-3)y_0 - m - 1 = 0 \forall m \Leftrightarrow (x_0 + 2y_0 - 1)m - x_0 - 3y_0 - 1 = 0 \forall m$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_0 + 2y_0 - 1 = 0 \\ x_0 + 3y_0 + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 5 \\ y_0 = -2 \end{cases}$$

Vậy (d_m) luôn đi qua điểm cố định.

Bài 9:

Gọi (Δ) là đường thẳng có phương trình $y = \frac{x}{2} + 2$. Tồn tại duy nhất một đường thẳng (Δ') đối xứng với (Δ) qua trục hoành Ox . Tìm đường thẳng (Δ') đó

Lời giải

(Δ) cắt trục Ox tại $M(-4;0)$, cắt trục Oy tại $N(0;2)$

Điểm đối xứng với điểm N qua Ox là $N'(0;-2)$

Suy ra đường thẳng (Δ') có tung độ gốc $b = -2$

Phương trình đường thẳng (Δ') có dạng $y = ax - 2$

Vì (Δ') đi qua $M \Leftrightarrow 0 = a \cdot (-4) - 2 \Leftrightarrow a = -\frac{1}{2} \Rightarrow (\Delta'): y = \frac{-x}{2} - 2$

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1:

Cho các đường thẳng $(d_1): y = -x + 1; (d_2): y = x; (d_3): y = -x + 5; (d_4): y = 3x - 4$. Khẳng định nào sau đây đúng

- A) $(d_1) \perp (d_2)$ B) $(d_1) // (d_3)$
C) (d_1) cắt (d_4) D) Cả A, B, C đều đúng

Lời giải

Chọn đáp án D

Giải thích: Ta có

- $(d_1) \perp (d_2)$ vì có $a.a' = (-1).1 = -1$
- $(d_1) // (d_3)$ vì có $a = a' = -1$ và $b \neq b' (1 \neq 5)$
- (d_1) cắt (d_4) vì có $a \neq a' (-1 \neq 3)$

Câu 2:

Với giá trị nào của m dưới đây thì hai đường thẳng $(d_1): y = (3-m)x - 1$ và $(d_2): y = -4x + 2$ cắt nhau

- A) $m \neq 5$ B) $m = 7$
C) $m \neq -6$ D) $m \neq 7$

Lời giải

Chọn đáp án D

Giải thích:

Ta có : $(d_1): y = (3-m)x - 1$ với $(a = 3-m; b = -1)$ và $(d_2): y = -4x + 2$ với $(a' = -4; b' = 2)$

Nếu (d_1) cắt (d_2) thì $a \neq a' \Leftrightarrow 3-m \neq -4 \Leftrightarrow m \neq 7$

Câu 3:

Cho hai đường thẳng $(d_1): y = \left(\frac{1}{3}m + 1\right)x$ và $(d_2): y = \frac{-1}{4}x + 3$. Với giá trị nào của m thì $(d_1) // (d_2)$

$$A) m = \frac{-15}{4}$$

$$B) m = \frac{-13}{4}$$

$$C) m = \frac{11}{3}$$

$$D) m = \frac{14}{5}$$

Lời giải

Chọn đáp án A

Giải thích:

Ta có: $(d_1): y = \left(\frac{1}{3}m + 1\right)x$ với $\left(a = \frac{1}{3}m + 1; b = 0\right)$ và $(d_2): y = \frac{-1}{4}x + 3$ với $\left(a' = -\frac{1}{4}; b' = 3\right)$

Nếu $(d_1) // (d_2)$ thì $\begin{cases} b \neq b' \\ a = a' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{3}m + 1 = \frac{-1}{4} \\ b = 0 \end{cases} \Rightarrow 4m + 12 = -3 \Leftrightarrow 4m = -15 \Leftrightarrow m = \frac{-15}{4}$

Vậy $m = \frac{-15}{4}$ thì $(d_1) // (d_2)$

Câu 4:

Cho hai đường thẳng $(d_1): y = x\sqrt{m+5} + 8$ và $(d_2): y = 2x - n + 1$. Khẳng định nào sau đây sai

A) Nếu $(d_1) // (d_2)$ thì $m = -1; n \neq -7$

B) Nếu (d_1) cắt (d_2) thì $m \neq -1$ và $m > -5$

C) Nếu $(d_1) \equiv (d_2)$ thì $m = -1; n = -7$

D) Nếu $(d_1) \perp (d_2)$ thì $m = -\frac{79}{16}$

Lời giải

Chọn đáp án D

Giải thích:

Ta có: $(d_1): y = \sqrt{m+5}x + 8$ ($a = \sqrt{m+5}; b = 8$) và $(d_2): y = 2x - n + 1$ ($a = 2; b = -n + 1$)

A) Ta có: $(d_1) // (d_2) \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{m+5} = 2 \\ 8 \neq -n + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \\ n \neq -7 \end{cases}$

B) Ta có: (d_1) cắt (d_2) khi và chỉ khi $\sqrt{m+5} \neq 2 \Leftrightarrow m \neq 1$ (1)

Đồng thời để (d_1) là hàm bậc nhất khi và chỉ khi $m + 5 > 0 \Leftrightarrow m > -5$ (2)

Từ (1)(2) $\Rightarrow m > -5$ và $m \neq 1$

C) Ta có $(d_1) \equiv (d_2) \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{m+5} = 2 \\ 8 = -n+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \\ n = -7 \end{cases}$

D) Ta có $(d_1) \perp (d_2) \Leftrightarrow a.a' = -1 \Leftrightarrow \sqrt{m+5}.2 = -1 \Leftrightarrow \sqrt{m+5} = -\frac{1}{2}$ (vô lý). Vậy không tồn tại m.

Câu 5:

Tọa độ giao điểm M của hai đường thẳng $(d_1): y = -3x + 5$ và $(d_2): y = x + 4$ là

A) $M\left(0; \frac{-1}{2}\right)$

B) $M\left(\frac{1}{3}; \frac{13}{4}\right)$

C) $M\left(\frac{1}{4}; \frac{17}{7}\right)$

D) $M\left(-2; \frac{13}{17}\right)$

Lời giải

Chọn đáp án C

Giải thích:

Ta có phương trình hoành độ giao điểm của (d_1) và (d_2) là: $-3x + 5 = x + 4 \Leftrightarrow x = \frac{1}{4} \Rightarrow y = \frac{17}{4}$

Vậy $M\left(\frac{1}{4}; \frac{17}{7}\right)$

Câu 6:

Tọa độ giao điểm N của hai đường thẳng $(d_1): y = \frac{1}{4}x + \frac{2}{3}$ và $(d_2): y = \frac{2}{3}x - 1$ là

A) $N\left(-4; \frac{3}{5}\right)$

B) $N\left(4; \frac{5}{3}\right)$

C) $N\left(\frac{4}{5}; -5\right)$

D) $N\left(-2; \frac{1}{3}\right)$

Lời giải

Chọn đáp án B

Giải thích:

Ta có: $(d_1): y = \frac{1}{4}x + \frac{2}{3}$ (1) và $(d_2): y = \frac{2}{3}x - 1$ (2)

Từ (1)(2) $\Rightarrow \frac{1}{4}x + \frac{2}{3} = \frac{2}{3}x - 1 \Leftrightarrow x = 4$

Thay $x = 4$ vào (1) ta được: $y = \frac{1}{4} \cdot 4 + \frac{2}{3} = \frac{5}{3} \Rightarrow N\left(4; \frac{5}{3}\right)$

Câu 7:

Cho ba đường thẳng $(d_1): y = 3x; (d_2): y = -x + 8; (d_3): y = -2x + 10$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A) $(d_1), (d_2), (d_3)$ cắt nhau tại 3 điểm phân biệt
- B) $(d_1), (d_2), (d_3)$ cắt nhau tại một điểm
- C) $(d_1) // (d_2) // (d_3)$
- D) A đúng; B và C sai

Lời giải

Chọn đáp án B

Giải thích:

Bước 1: Tìm tọa độ giao điểm A của (d_1) và (d_2)

Bước 2: Xét xem tọa độ A có nghiệm đúng phương trình (d_3) hay không. Nếu tọa độ A nghiệm đúng của (d_3) thì (d_3) đi qua A

Ta có: $(d_1): y = 3x$ (1); $(d_2): y = -x + 8$ (2); $(d_3): y = -2x + 10$ (3)

Tức là $(d_1), (d_2), (d_3)$ đồng quy tại A

Gọi A là giao điểm của (d_1) và (d_2)

Từ (1)(2) $\Rightarrow 3x = -x + 8 \Leftrightarrow x = 2$

Thay $x = 2$ vào (1) ta được $y = 3 \cdot 2 = 6$

Vậy tọa độ điểm $A(2; 6)$ (*)

Gọi B là giao điểm của (d_2) và (d_3)

Từ (2)(3) $\Rightarrow -x + 8 = -2x + 10 \Leftrightarrow x = 2$

Thay $x = 2$ vào (2) ta được: $y = -2 + 8 = 6$ (**)

Từ (*), (**) $\Rightarrow A \equiv B$

Vậy $(d_1), (d_2), (d_3)$ đồng quy tại A

Câu 8:

Với giá trị nào của m dưới đây thì đường thẳng $(d_1): y = 3x + \frac{1}{2}; (d_2): y = 2x + \frac{3}{4}$

$(d_3): y = (m-4)x + 4$ đồng quy tại một điểm.

A) $m = -7$

B) $m = 8$

C) $m = -8$

D) $m = -\frac{7}{4}$

Lời giải

Chọn đáp án A

Giải thích: Ta có: $(d_1): y = 3x + \frac{1}{2}$ (1); $(d_2): y = 2x + \frac{3}{4}$ (2); $(d_3): y = (m-4)x + 4$ (3)

Gọi M là giao điểm của (d_1) và (d_2)

$$\text{Từ (1)(2)} \Rightarrow 3x + \frac{1}{2} = 2x + \frac{3}{4} \Leftrightarrow x = \frac{3}{4} - \frac{1}{2} = \frac{1}{4} \Rightarrow y = \frac{5}{4} \Rightarrow M\left(\frac{1}{4}; \frac{5}{4}\right)$$

Vì $(d_1), (d_2), (d_3)$ đồng quy tại một điểm nên M thuộc (d_3)

$$\text{Do đó tọa độ điểm } M \text{ nghiệm đúng phương trình } (d_3), \text{ từ (3)} \Rightarrow \frac{5}{4} = (m-4) \cdot \frac{1}{4} + 4 \Leftrightarrow m = -7$$

Câu 9:

Để hai đường thẳng $y = (2k+1)x + 2$ và $y = \frac{-4}{5}x + 1$ song song với nhau thì giá trị cần tìm của k là số nào?

A) $k = -0,6$

B) $k = -0,7$

C) $k = -0,8$

D) $k = -0,9$

Lời giải

Chọn đáp án D

Giải thích:

Đường thẳng $y = (2k+1)x + 2$ song song với đường thẳng $y = \frac{-4}{5}x + 1$ khi và chỉ khi:

$$2k+1 = -\frac{4}{5} \Leftrightarrow 2k = -\frac{4}{5} - 1 = -\frac{9}{5} \Leftrightarrow k = \frac{-9}{10} = -0,9$$

Câu 10:

Cho hàm số $y = (3 - 2a)x + 4$ có đồ thị là đường thẳng (d) và hàm số $y = -x + 8$ có đồ thị là đường thẳng (Δ) cắt nhau tại điểm có hoành độ bằng -2 , giá trị của a là số nào?

A) $a = 2$

B) $a = -2$

C) $a = 3$

D) $a = -3$

Lời giải

Chọn đáp án C

Giải thích:

Thay $x = -2$ vào $y = -x + 8$ ta được $y = 10$

Thay $x = -2$ vào $y = (3 - 2a)x + 4$ ta được $10 = (3 - 2a) \cdot (-2) + 4 \Leftrightarrow a = 3$

Câu 11:

Hai đường thẳng $y = -\frac{4}{3}x + 22$ và $y = \frac{5}{2}x - 1$ cắt nhau tại điểm nào?

A) $A(-6; 14)$

B) $B(6; -14)$

C) $C(6; -14)$

D) $D(6; 14)$

Lời giải

Chọn đáp án D

Giải thích:

Ta có khi hai đường thẳng $y = -\frac{4}{3}x + 22$ và $y = \frac{5}{2}x - 1$ cắt nhau tại giao điểm, ta có:

$$-\frac{4}{3}x + 22 = \frac{5}{2}x - 1 \Leftrightarrow x = 6$$

Thay $x = 6$ vào $y = \frac{5}{2}x - 1$ ta được: $y = 14$

Vậy $y = -\frac{4}{3}x + 22$ cắt $y = \frac{5}{2}x - 1$ tại điểm $D(6; 14)$

Câu 12:

Để hai đường thẳng $y = (a + 1)x - 5$ và $y = -2x + 3$ cắt nhau tại điểm có tung độ bằng 7 thì giá trị thích hợp của số a là?

A) $a = -3$

B) $a = -5$

C) $a = -7$

D) $a = -9$

Lời giải**Chọn đáp án C****Giải thích:**

Nếu tung độ của giao điểm là $y = 7$ thì hoành độ giao điểm sẽ thỏa mãn phương trình:

$$7 = -2x + 3 \Leftrightarrow x = -2$$

Thay $x = -2$ vào $y = (a+1)x - 5$ ta được: $a = -7$

Câu 13:

Gọi (d) là đồ thị của hàm số $y = \frac{3}{2}x + 3$ tồn tại duy nhất một đường thẳng (d') đối xứng với (d) qua trục tung Oy . (d') là đường thẳng nào?

A) $y = -\frac{3}{2}x + 3$

B) $y = -\frac{3}{2}x - 3$

C) $y = -\frac{2}{3}x + 3$

D) $y = -\frac{2}{3}x - 3$

Lời giải**Chọn đáp án A****Giải thích:**

Đường thẳng (d') đối xứng với đường thẳng (d) qua trục Oy nên có cùng tung độ gốc với (d) . Vậy phương trình (d') dạng $y = ax + 3$

Đường thẳng (d) cắt trục Ox tại $A(-2; 0)$. Điểm đối xứng của A qua trục tung là $A'(2; 0)$

Đường thẳng (d') đi qua A' , nên ta có: $0 = a.2 + 3 \Leftrightarrow a = -\frac{3}{2}$

Vậy phương trình (d') : $y = -\frac{3}{2}x + 3$

Câu 14:

Hai đường thẳng $y = -\frac{1}{2}x + 4$ và $y = x - 2$ cắt nhau tại A . Cắt trục tung Oy lần lượt tại B và C . Giả sử mỗi độ chia trên mỗi trục tọa độ là $1(\text{cm})$ thì diện tích của tam giác ABC là số nào?

A) $19(cm^2)$

B) $11(cm^2)$

C) $12(cm^2)$

D) $13(cm^2)$

Lời giải**Chọn đáp án C****Giải thích:** Ta có

Đường thẳng $y = -\frac{1}{2}x + 4$ cắt trục Oy tại $B(0;4)$, đường thẳng $y = x - 2$ cắt trục Oy tại $C(0;-2)$. Khi đó $BC = 6(cm)$

Hai đường thẳng $y = -\frac{1}{2}x + 4$ và $y = x - 2$ cắt nhau tại $A(4;2) \Rightarrow AH = 4(cm)$ (độ dài AH bằng hoành độ giao điểm của A)

Diện tích tam giác ABC là: $S_{ABC} = \frac{1}{2}BC.AH = \frac{1}{2}.6.4 = 12(cm^2)$.

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1:

Cho các đường thẳng $(d_1): y = (2m+1)x - (2m+3); (d_2): y = (m-1)x + m$. Tìm m để

a) (d_1) cắt (d_2)

b) $(d_1) // (d_2)$

c) $(d_1) \equiv (d_2)$

d) $(d_1) \perp (d_2)$

Hướng dẫn giải

a) (d_1) cắt (d_2) khi và chỉ khi $m \neq -2$

b) $(d_1) // (d_2) \Leftrightarrow m = -2$

c) Không tồn tại m để $(d_1) \equiv (d_2)$

$$\text{d) } (d_1) \perp (d_2) \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = \frac{1}{2} \end{cases}$$

Bài 2:

Cho đường thẳng $d: y = (m^2 + 2m)x + m + 1$ (m là tham số). Tìm m để

a) (d) song song với $d_1: y = (m+6)x - 2$

b) (d) vuông góc với $d_2: y = \frac{-1}{3}x - 3$

c) (d) trùng với $d_3 : y = -mx^2 + 1$

d) (d) đi qua giao điểm của các đường thẳng $(d_4): y = 2x - 3$ và $(d_5): y = -3x - 8$

Hướng dẫn giải

a) (d) song song với $d_1: y = (m+6)x - 2$ khi và chỉ khi $m = 2$

b) (d) vuông góc với $d_2: y = \frac{-1}{3}x - 3$ khi và chỉ khi $m = -3$ và $m = 1$

c) (d) trùng với $d_3: y = -mx^2 + 1$ khi và chỉ khi $m = 0$ ($m = -1$ loại vì khi đó $d // d_3$)

d) Ta có (d_3) cắt (d_4) tại $I(-1; -5)$, thay tọa độ điểm I vào (d) tìm được $m = -3$ hoặc $m = 2$

Bài 3:

Viết phương trình đường thẳng d trong các trường hợp sau

- a) (d) đi qua $M(1;-2)$ và song song với $d_1: x+2y=1$
- b) (d) cắt đường thẳng $d_2: x-y+1=0$ tại điểm có tung độ bằng 2 và vuông góc với đường thẳng $d_3: y=3-x$
- c) (d) đi qua gốc tọa độ và giao điểm của hai đường thẳng $d_4: y=4x-3, d_5: y=-x+3$
- d) (d) cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 5 và đi qua điểm $M(2;3)$

Hướng dẫn giải

- a) Đưa (d_1) về dạng $(d_1): y = \frac{-1}{2}x + \frac{1}{2} \Rightarrow y = \frac{-1}{2}x - \frac{3}{2}$
- b) (d) đi qua $A(1;2)$ và vuông góc với $(d_3) \Rightarrow y = x+1$
- c) (d) đi qua $O(0;0)$ và $B\left(\frac{6}{5}; \frac{9}{5}\right) \Rightarrow y = \frac{3}{2}x$
- d) (d) đi qua $N(5;0)$ và $M(2;3) \Rightarrow y = -x+5$

Bài 4:

Cho các đường thẳng $(d_1): y = 2mx - (m+3); (d_2): y = (1-3n)x + n$

- a) Tìm điểm cố định mà (d_1) luôn đi qua với mọi m
- b) Gọi I là điểm cố định mà (d_1) luôn đi qua. Tìm n để (d_2) đi qua I
- c) Tìm m để (d_1) đi qua điểm cố định của (d_2)
- d) Tìm m và n để (d_1) và (d_2) trùng nhau.

Hướng dẫn giải

- a) (d_1) luôn đi qua điểm cố định $I\left(\frac{1}{2}; -5\right)$
- b) Thay tọa độ điểm $I\left(\frac{1}{2}; -5\right)$ vào d_2 tìm được $n=11$
- c) (d_2) luôn đi qua điểm cố định $K\left(\frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right)$, thay tọa độ điểm $K\left(\frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right)$ vào (d_1) ta tìm được $m=-16$
- d) Tìm được $m=-16; n=11$