

MỘT SỐ HỆ THỨC VỀ CẠNH VÀ GÓC TRONG TAM GIÁC VUÔNG

A. Tóm tắt lý thuyết

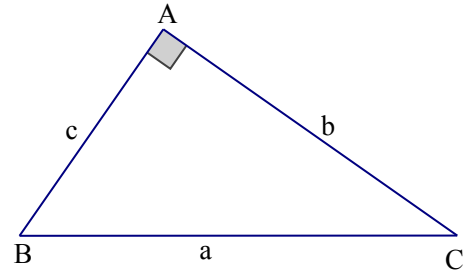
1. Cho $\triangle ABC$ vuông tại A , có $BC = a, AB = c, AC = b$, ta có:

$$+ b = a \cdot \sin \hat{B} = a \cdot \cos \hat{C}$$

$$+ b = c \cdot \tan \hat{B} = c \cdot \cos \hat{C}$$

$$+ c = a \cdot \sin \hat{C} = a \cdot \cos \hat{B}$$

$$+ c = b \cdot \tan \hat{C} = b \cdot \cot \hat{B}$$



2. Giải tam giác vuông

Trong một tam giác vuông, nếu biết trước hai yếu tố (trong đó có ít nhất một yếu tố về cạnh và không kể góc vuông) thì ta sẽ tìm được tất cả các yếu tố còn lại của tam giác vuông đó.

(Bài toán này gọi là bài toán: Giải tam giác vuông)

B. Bài tập và các dạng toán

Dạng 1: Giải tam giác vuông

Cách giải: Để giải tam giác vuông ta dùng hệ thức giữa cạnh và các góc trong tam giác vuông

- Chú ý: Các bài toán về giải tam giác vuông bao gồm:

+) Giải tam giác vuông khi biết độ dài 1 cạnh và số đo 1 góc nhọn

+) Giải tam giác vuông khi biết độ dài 2 cạnh

Bài 1:

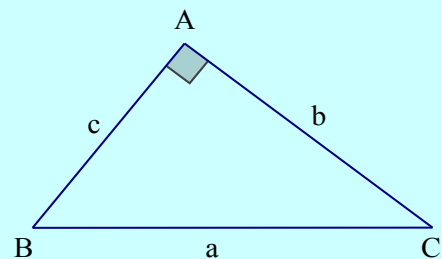
Cho tam giác $\triangle ABC$ vuông tại A . Gọi $BC = a$

$AC = b, AB = c$. Giải tam giác $\triangle ABC$, biết

a) $b = 10(\text{cm}); \hat{C} = 30^\circ$

b) $a = 20\text{cm}, \hat{B} = 35^\circ$

c) $a = 15\text{cm}, b = 10\text{cm}$



Lời giải

a) Sử dụng tỉ số $\cos \hat{C}, \sin \hat{C} \Rightarrow a = \frac{20\sqrt{3}}{3}(\text{cm}); c = \frac{10\sqrt{3}}{3}(\text{cm}); \hat{B} = 60^\circ$

b) Ta có: $b = 20.\sin 35^\circ \approx 11,47(cm)$; $c = 20.\cos 35^\circ \approx 16,38(cm)$

c) Ta có: $c = 5\sqrt{5}(cm)$; $\sin \hat{B} = \frac{10}{15} \Rightarrow \hat{B} \approx 41,8^\circ, \hat{C} = 48,2^\circ$

d) Ta có: $a = \sqrt{193}(cm)$, $\tan \hat{B} = \frac{12}{7} \Rightarrow \hat{B} \approx 59,7^\circ, \hat{C} \approx 30,3^\circ$.

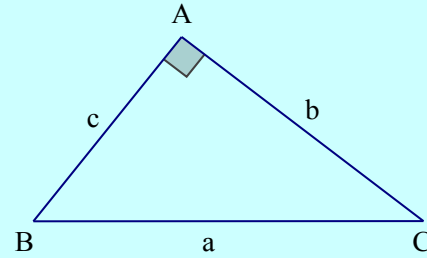
Bài 2:

Cho tam giác $\triangle ABC$ vuông tại A . Gọi

$BC = a, AC = b, AB = c$. Giải $\triangle ABC$, biết:

a) $c = 3,8cm; \hat{B} = 51^\circ$

b) $a = 11cm, \hat{C} = 60^\circ$



Lời giải

a) Xét tam giác $\triangle ABC$ vuông tại A . Áp dụng hệ thức giữa cạnh và góc trong tam giác vuông,

ta có: $\cos \hat{B} = \frac{AB}{BC} \Leftrightarrow \cos 51^\circ = \frac{3,8}{BC} \Rightarrow BC = 6cm; AC = 4,6cm$

b) Ta có: $\hat{C} = 60^\circ \Rightarrow \hat{B} = 30^\circ \Rightarrow AB = \sin 60^\circ . 11 = 8,6cm; AC = 4,3cm$

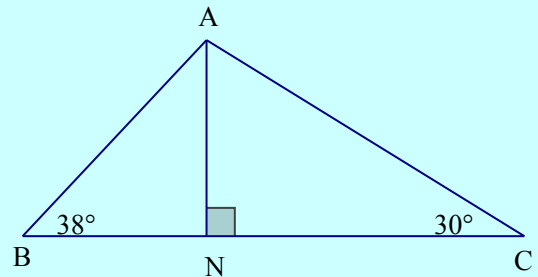
Dạng 2: Tính cạnh và góc của tam giác

Cách giải: Làm xuất hiện tam giác vuông để áp dụng các hệ thức trên bằng cách kẻ thêm đường cao.

Bài 1:

Cho tam giác $\triangle ABC$ có $\widehat{B} = 38^\circ, \widehat{C} = 30^\circ$,
 $BC = 11\text{cm}$. Gọi N là chân đường vuông góc
hạ từ A xuống cạnh BC . Hãy tính

- a) Độ dài đoạn thẳng AN
- b) Độ dài đoạn thẳng AC



Lời giải

a) **Cách 1:** Sử dụng các tỉ số lượng giác trong các tam giác vuông NAB và NAC , ta có:

$$BN \cdot \tan B = NC \cdot \tan C$$

Chú ý: $BN + NC = BC \Rightarrow BN \approx 4,67\text{cm}; AN \approx 3,65\text{cm}$

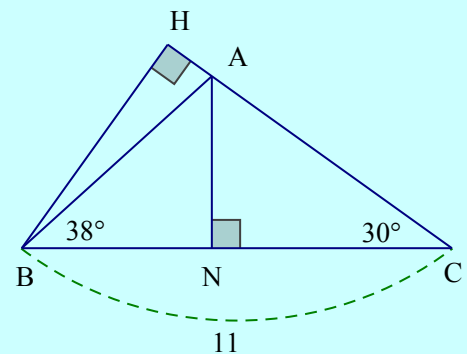
Cách 2: Gọi ý: Kẻ $CH \perp AB = H$

b) Xét tam giác ANC vuông, có $AC = \frac{AN}{\sin C} \Rightarrow AC \approx 7,3\text{cm}$

Bài 2:

Cho tam giác $\triangle ABC$ có $BC = 11\text{cm}$,
 $\widehat{B} = 38^\circ, \widehat{C} = 30^\circ$. Gọi N là chân đường vuông
góc hạ từ A xuống cạnh BC . Hãy tính

- a) Độ dài đoạn thẳng AN
- b) Độ dài cạnh AC
- c) Tính diện tích tam giác ABC



Lời giải

Kẻ $BH \perp AC \Rightarrow \triangle BHC$ vuông tại $H \Rightarrow \widehat{HBC} = 60^\circ; \widehat{HBA} = 60^\circ - 38^\circ = 22^\circ$

Do đó $BH = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2} \cdot 11 = 5,5(\text{cm})$ (trong tam giác vuông cạnh đối diện với góc 30° bằng nửa cạnh huyền)

a) Tam giác BHA vuông tại H , cạnh huyền BA và cạnh $BH = 5,5\text{cm}$ kề với

$$\hat{B} = 22^\circ \Rightarrow \cos 22^\circ = \frac{BH}{AB} \Rightarrow AB = \frac{5,5}{\cos 22^\circ} \approx 5,932(\text{cm})$$

Kẻ $AN \perp BC$

Trong tam giác vuông ABN vuông tại N có AN đối diện với góc 38° nên $\sin 38^\circ = \frac{AN}{AB}$

$$\Rightarrow AN = AB \cdot \sin 38^\circ = 5,932 \cdot \sin 38^\circ \approx 3,652(\text{cm})$$

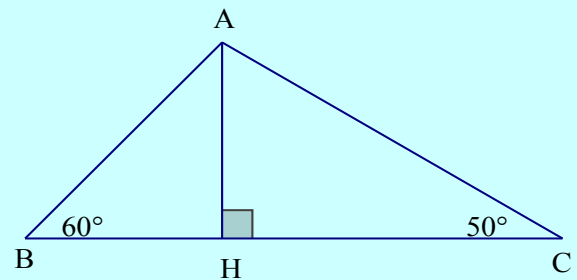
$$\text{b) Tam giác } ANC \text{ vuông tại } N, \hat{C} = 30^\circ \Rightarrow AC = \frac{AN}{\sin 30^\circ} \approx \frac{3,652}{0,5} = 7,304(\text{cm})$$

$$\text{c) Ta có: } S_{ABC} = \frac{1}{2} AN \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot 3,652 \cdot 11 = 20,086(\text{cm}^2).$$

Bài 3:

Cho tam giác ABC có $\hat{B} = 60^\circ$, $\hat{C} = 50^\circ$, $AC = 35\text{cm}$.

Tính diện tích tam giác ABC



Lời giải

Xét tam giác ABC , có: $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ \Rightarrow \hat{A} = 70^\circ$

Vẽ đường cao AH ($H \in BC$)

$$\text{Ta có: } \sin \hat{C} = \frac{AH}{AC} \Rightarrow AH = \sin \hat{C} \cdot AC = \sin 50^\circ \cdot AC = 26,8(\text{cm})$$

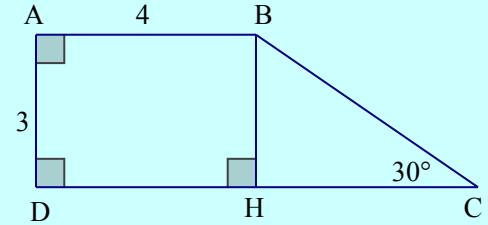
$$\sin \hat{B} = \frac{26,8}{AB} \Rightarrow AB = \frac{26,8}{\sin 60^\circ} = 38,5(\text{cm})$$

Xét tam giác ABH vuông tại H , có: $BH = 15,8(\text{cm}) \Rightarrow CH = 22,7(\text{cm}) \Rightarrow BC \approx 38,5(\text{cm})$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot BC \cdot AH = \frac{1}{2} \cdot 26,8 \cdot 38,5 = 510(\text{cm}^2)$$

Bài 4:

Cho tứ giác $ABCD$, có: $\widehat{A} = \widehat{D} = 90^\circ, \widehat{C} = 40^\circ$
 $AB = 4cm, AD = 3cm. S_{ABCD} = ?$



Lời giải

Kẻ $BH \perp CD (H \in CD)$, ta có tứ giác $ABHD$ là hình chữ nhật (tứ giác có 3 góc vuông)

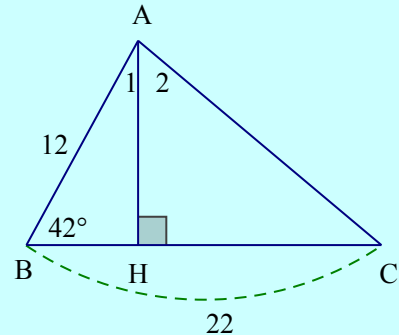
$$\Rightarrow BH = 3cm, DH = 4cm$$

Xét tam giác BHC vuông tại H , có: $\tan \widehat{C} = \tan 40^\circ = \frac{BH}{HC} \Rightarrow HC = \frac{3}{0,839} = 3,58(cm)$

$$S_{ABCD} = \frac{(AB + CD) \cdot AD}{2} = \frac{(4 + 7,58) \cdot 3}{2} = 17,37(cm^2)$$

Bài 5:

Cho tam giác ABC , đường cao $AH (H \in BC)$,
 $\widehat{B} = 42^\circ, AB = 12cm, BC = 22cm$. Tính các cạnh và các góc của tam giác ABC .



Lời giải

Xét tam giác ABH vuông tại H , có: $\widehat{B} = 42^\circ \Rightarrow \widehat{A_1} = 48^\circ$

Áp dụng hệ thức giữa cạnh và góc trong tam giác vuông, ta có: $AH = AB \cdot \sin \widehat{B} = 12 \cdot \sin 42^\circ = 8cm$

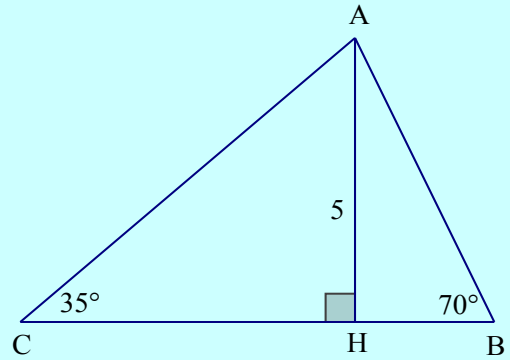
$$BH = AB \cdot \cos \widehat{B} = 8,916(cm) \Rightarrow HC = 13(cm)$$

Ta lại có: $\tan \widehat{C} = \frac{AH}{HC} = 0,614 \Rightarrow \widehat{C} = 31^\circ 30' \Rightarrow \widehat{A_2} = 58^\circ 30' \Rightarrow \widehat{BAC} = 106^\circ 30'$

$$AH = AC \cdot \sin \widehat{C} \Rightarrow AC = \frac{AH}{\sin \widehat{C}} = 15,350(cm)$$

Bài 6:

Cho tam giác ABC , đường cao $AH = 5(\text{cm})$,
 $\hat{B} = 70^\circ, \hat{C} = 35^\circ$. Tính các cạnh của $\triangle ABC$



Lời giải

Tam giác AHB vuông tại $H \Rightarrow AH = AB \cdot \sin \hat{B} \Rightarrow AB = \frac{AH}{\sin \hat{B}} = \frac{5}{\sin 70^\circ} \approx 5,32(\text{cm})$

Tam giác AHC vuông tại $H \Rightarrow AH = AC \cdot \sin \hat{C} \Rightarrow AC = \frac{AH}{\sin \hat{C}} = \frac{5}{\sin 35^\circ} \approx 8,72(\text{cm})$

Ta lại có: $BH = AH \cdot \cot \hat{B} = AH \cdot \cot 70^\circ \approx 5,0,3640 \approx 1,82(\text{cm})$

$CH = AH \cdot \cot \hat{C} = AH \cdot \cot 35^\circ \approx 5,1,4281 \approx 7,14(\text{cm})$

Vậy $BC = BH + HC = 1,82 + 7,14 = 8,96(\text{cm})$

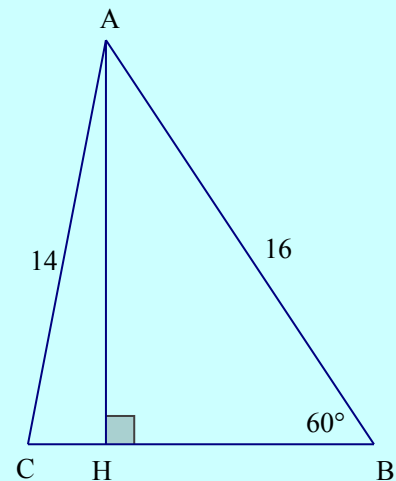
Bài 7:

Cho tam giác ABC , có $AB = 16\text{cm}, AC = 14\text{cm}$

$\hat{B} = 60^\circ$

a) Tính BC

b) Tính S_{ABC}



Lời giải

a) Trong tam giác vuông AHB , ta có: $BH = AB.\cos\hat{B} = 16.\cos 60^\circ = 16.0,5 = 8(cm)$

Trong hai tam giác vuông AHB và AHC , theo định lý pytago ta có:

$$AH^2 = AB^2 - HB^2; AH^2 = AC^2 - HC^2 \Rightarrow AB^2 - HB^2 = AC^2 - HC^2$$

$$\text{Hay } 16^2 - 8^2 = 14^2 - HC^2 \Rightarrow HC^2 = 4 \Rightarrow HC = 2(cm)$$

$$\text{Vậy } BC = BH + HC = 8 + 2 = 10(cm)$$

b) **Cách 1:** Ta có $S_{ABC} = \frac{1}{2}BA.BC.\sin\hat{B} = \frac{1}{2}.16.10.\sin 60^\circ \approx 69,28(cm^2)$

Cách 2: Trong tam giác vuông AHB , ta có: $AH = AB.\sin\hat{B} = 16.\sin 60^\circ \approx 69,28(cm^2)$.

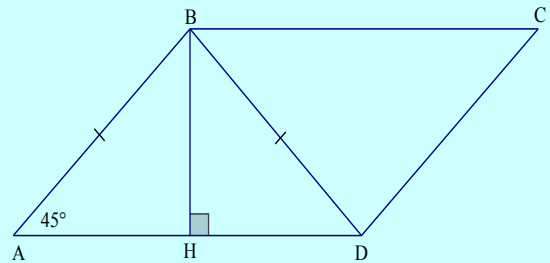
Bài 8:

Cho hình bình hành $ABCD$, có: $\hat{A} = 45^\circ$,

$$AB = BD = 18(cm)$$

a) Tính AB

b) Tính S_{ABCD}



Lời giải

a) Xét tam giác ABD , có $AB = AD$ nên tam giác ABD cân tại B

Kẻ $BH \perp AD \Rightarrow H$ là trung điểm của AD

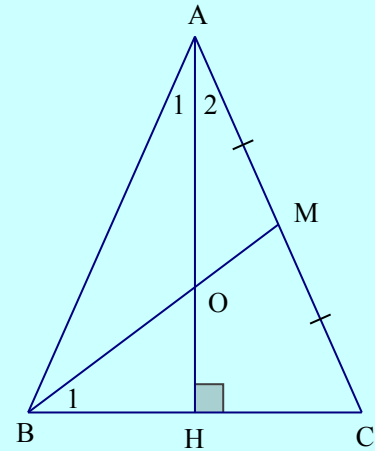
Xét tam giác AHB vuông tại H . Áp dụng hệ thức liên hệ giữa cạnh và góc trong tam giác vuông ta có:

$$\begin{cases} BH = AB.\sin\hat{A} = 45^\circ = 9\sqrt{2}(cm) \\ AH = AB.\cos\hat{A} = 9\sqrt{2}(cm) \end{cases} \Rightarrow AD = 2AH = 18\sqrt{2}(cm)$$

b) $S_{ABCD} = 2.S_{ABD} = 2.\frac{1}{2}.AD.BH = 342(cm^2)$

Bài 9:

Cho $\triangle ABC$ cân tại A có $\widehat{A} = 30^\circ$, đường trung tuyến BM . Tính góc $\widehat{CBM}$ (làm tròn kết quả đến độ)



Lời giải

Vẽ đường cao AH của $\triangle ABC$ cắt BM tại O

Do $\triangle ABC$ cân tại A nên AH cũng là đường trung tuyến, đồng thời là đường phân giác của $\widehat{A}$
 $\Rightarrow O$ là trọng tâm $\triangle ABC$ và $\widehat{A_1} = \widehat{A_2} = 15^\circ$

Trong $\triangle AHB$ vuông tại H ta có: $\tan \widehat{A_1} = \frac{BH}{AH}$ (1)

Trong $\triangle OHB$ vuông tại H ta có: $\tan \widehat{B_1} = \frac{OH}{BH}$ (2)

Nhân (1) và (2) vế theo vế ta được: $\tan \widehat{A_1} \cdot \tan \widehat{B_1} = \frac{BH}{AH} \cdot \frac{OH}{BH} = \frac{OH}{AH} = \frac{1}{3}$ (vì O là trọng tâm)

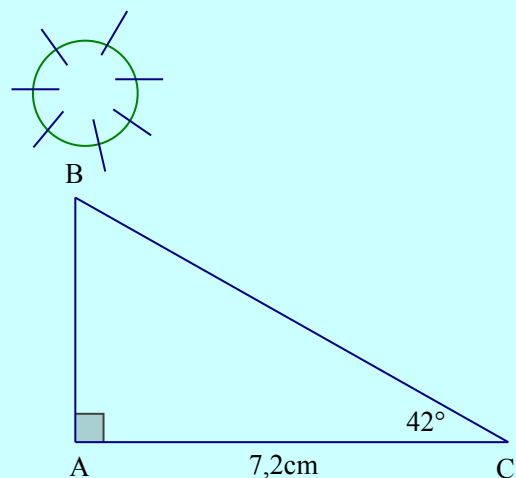
$\Rightarrow \tan \widehat{B_1} = \frac{1}{3 \cdot \tan \widehat{A_1}} = \frac{1}{3 \cdot \tan 15^\circ} = \frac{1}{3 \cdot 0.2679} = 1.2442 \Rightarrow \widehat{B_1} = 51^\circ$.

Dạng 3: Toán ứng dụng thực tế

Cách giải: Dùng hệ thức giữa cạnh và góc trong tam giác vuông để giải quyết tình huống trong thực tế

Bài 1:

Một cột đèn có bóng trên mặt đất dài 7,5cm. Các tia nắng mặt trời tạo với mặt đất một góc xấp xỉ 42° . Tính chiều cao của cột đèn?



Lời giải

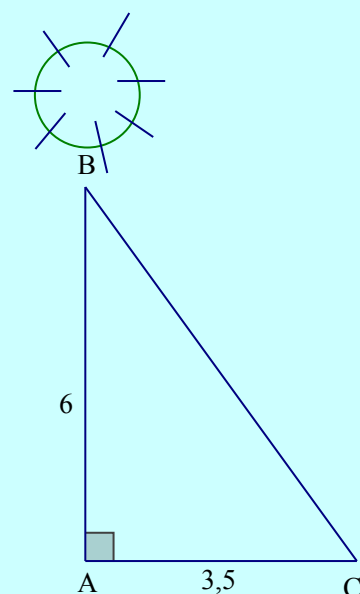
Gọi chiều cao của cột đèn là AB , bóng của cột đèn trên mặt đất là AC

Áp dụng hệ thức giữa cạnh và đường cao trong tam giác ABC vuông tại A , ta tính được:

$$AB \approx 6,75\text{cm}$$

Bài 2:

Một cột đèn điện AB cao 6m có bóng in trên mặt đất là AC dài 3,5m. Hãy tính $\widehat{BCA}$ (làm tròn đến phút) mà tia nắng mặt trời tạo với mặt đất



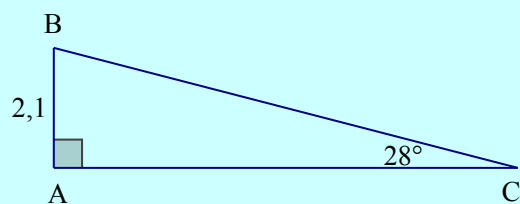
Lời giải

Áp dụng hệ thức giữa cạnh và góc trong tam giác vuông ABC , ta có:

$$\tan \hat{C} = \frac{6}{3,5} \Rightarrow \hat{C} = \dots$$

Bài 3:

Một cầu trượt trong công viên có độ dốc là 28° và có độ cao là $2,1m$. Tính độ dài của mặt cầu trượt (làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất)



Lời giải

Ta có độ dài cầu trượt là: $\frac{2,1}{\sin 28^\circ} \approx 4,5m$

Dạng 4: Toán tổng hợp

Cách giải: Vận dụng linh hoạt một số hệ thức giữa cạnh và góc trong một tam giác vuông để giải toán.

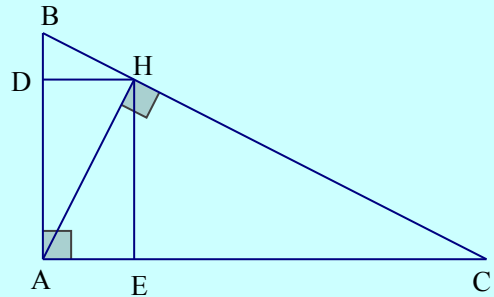
Bài 1:

Cho tam giác ABC vuông tại A , có: $AC > AB$ và đường cao AH . Gọi D, E lần lượt là hình chiếu của H trên AB, AC

a. Chứng minh rằng $AD \cdot AB = AE \cdot AC$ và tam giác ABC đồng dạng tam giác AED

b. Cho $BH = 2\text{cm}, CH = 4,5\text{cm}$

- Tính độ dài đoạn thẳng DE
- Tính số đo góc ABC (làm tròn đến độ)
- Tính diện tích tam giác ADE



Lời giải

a) Áp dụng hệ thức giữa cạnh và góc trong tam giác vuông AHC và AHB , ta có:

$$AE \cdot AC = AH^2 = AD \cdot AB \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle AED (c.g.c)$$

b) Áp dụng hệ thức giữa cạnh và góc trong tam giác vuông ABC , ta có: $AH = 3\text{cm} \Rightarrow DE = 3\text{cm}$

+) Xét tam giác AHB vuông tại H , có:

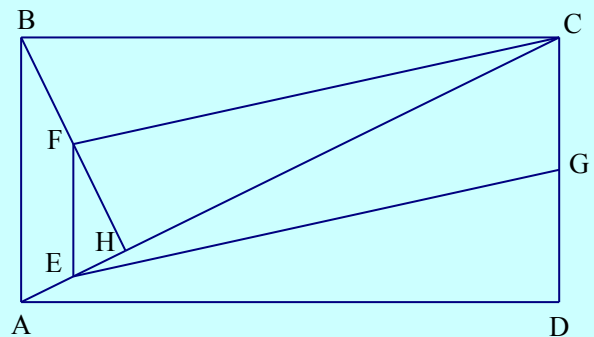
$$\tan \widehat{ABC} = \frac{AH}{HB} \Rightarrow \widehat{ABC} \approx 56^\circ \Rightarrow S_{ADE} = \frac{27}{13} (\text{cm}^2)$$

Bài 2:

Cho hình chữ nhật $ABCD$. Qua B kẻ đường thẳng vuông góc với đường chéo AC tại H . Gọi E, F, G theo thứ tự là trung điểm của AH, BH, CD

a. Chứng minh tứ giác $EFCG$ là hình bình hành

b. Chứng minh $\widehat{BEG} = 90^\circ$



c. Cho biết $BH = 4\text{cm}$; $\widehat{BAC} = 30^\circ$.

Tính S_{ABCD}, S_{EFCG}

Lời giải

a) Xét tam giác ABH , có EF là đường trung bình của tam giác
 $\Rightarrow EF \parallel AB \Rightarrow EF \parallel CG \Rightarrow \diamond EFCG$ là hình bình hành.

b. Xét tam giác BEC , có: $BH \perp EC; FE \perp BC \Rightarrow F$ là trực tâm của tam giác BEC
 $CF \perp BE \Rightarrow EG \perp BE \Rightarrow \widehat{BEG} = 90^\circ$

c) Xét tam giác vuông ABH vuông tại H , có:

$$\sin \hat{A} = \frac{BH}{BA} \Rightarrow BA = \frac{4}{\sin 30^\circ} = 8(\text{cm}); \tan \hat{A} = \frac{BH}{AH} \Rightarrow AH = \frac{BH}{\tan 30^\circ} = 6,9(\text{cm})$$

$$+ \text{Xét } \triangle ABC \text{ vuông tại } B, \text{ có } \tan 30^\circ = \frac{BC}{AB} \Rightarrow BC = 8 \cdot \tan 30^\circ = 4,6(\text{cm})$$

$$+) S_{ABCD} = AB \cdot BC = 8 \cdot 4,6 = 36,8(\text{cm}^2)$$

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1: Giải tam giác ABC vuông tại A . Cho biết $AB = 14\text{cm}$, $\widehat{C} = 30^\circ$

a) $AC = 15\text{cm}$, $BC = 26\text{cm}$, $\widehat{B} = 60^\circ$

b) $AC = 12\sqrt{3}\text{cm}$, $BC = 14\sqrt{3}\text{cm}$, $\widehat{B} = 60^\circ$

c) $AC = 14\sqrt{3}\text{cm}$, $BC = 28\text{cm}$, $\widehat{B} = 60^\circ$

d) $AC = \frac{14\sqrt{3}}{3}\text{cm}$, $BC = 14\text{cm}$, $\widehat{B} = 60^\circ$

Chọn đáp án C

Giải thích:

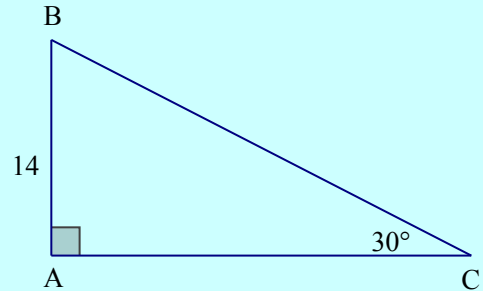
Ta có ABC vuông tại $A \Rightarrow \widehat{B} + \widehat{C} = 90^\circ$

Mà $\widehat{C} = 30^\circ \Rightarrow \widehat{B} = 60^\circ$

+ $AC = AB \cdot \tan \widehat{B} = 14 \cdot \tan 60^\circ \Rightarrow AC = 14\sqrt{3}(\text{cm})$

+ $\cos \widehat{B} = \frac{AB}{BC} \Rightarrow BC = \frac{AB}{\cos \widehat{B}} = \frac{AB}{0,5} = 28(\text{cm})$

Vậy $\widehat{B} = 60^\circ$; $AC = 14\sqrt{3}(\text{cm})$; $BC = 28(\text{cm})$



Câu 2: Giải tam giác ABC vuông tại B . Cho biết $AC = 15\text{cm}$, $\widehat{A} = 52^\circ$ (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất)

a) $\widehat{C} = 38^\circ$, $AB = 8,4\text{cm}$, $BC = 10,5\text{cm}$

b) $\widehat{C} = 38^\circ$, $AB = 9,2\text{cm}$, $BC = 11,8\text{cm}$

c) $\widehat{C} = 38^\circ$, $AB = 9,8\text{cm}$, $BC = 12,4\text{cm}$

d) Một kết quả khác

Chọn đáp án B

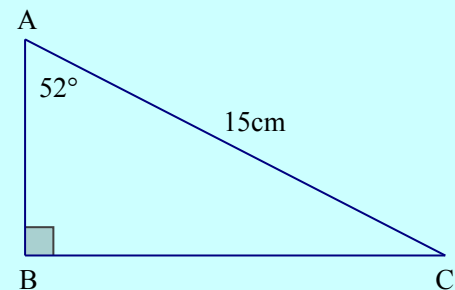
Giải thích:

Ta có ABC vuông tại $B \Rightarrow \widehat{A} + \widehat{C} = 90^\circ$

Mà $\widehat{A} = 52^\circ \Rightarrow \widehat{C} = 38^\circ$

+ $AB = AC \cdot \sin \widehat{C} = 15 \cdot \sin 38^\circ \approx 9,2\text{cm}$

+ $BC = AC \cdot \sin \widehat{A} = 15 \cdot \sin 52^\circ \approx 11,8\text{cm}$



Câu 3: Giải tam giác ABC vuông tại A . Cho biết $AB = 7\sqrt{2}\text{cm}$, $AC = 11\text{cm}$ (cạnh làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai, góc làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai, góc làm tròn đến độ)

a) $\widehat{B} = 48^\circ$, $\widehat{C} = 42^\circ$, $BC = 14,08\text{cm}$

b) $\widehat{B} = 51^\circ$, $\widehat{C} = 39^\circ$, $BC = 14,08\text{cm}$

c) $\widehat{B} = 53^\circ$, $\widehat{C} = 37^\circ$, $BC = 16,09\text{cm}$

d) A, B, C đều sai

Chọn đáp án A*Giải thích:*

Ta có: $\tan \hat{B} = \frac{AC}{AB} = \frac{11}{7\sqrt{2}} = 1,1145 \Rightarrow \hat{B} = 48^\circ$

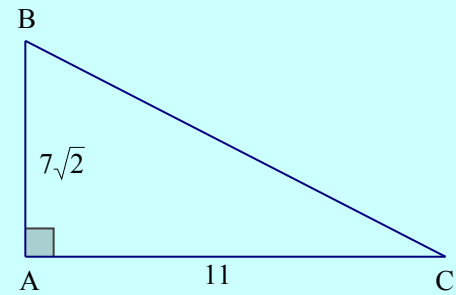
Lại có: $\hat{B} + \hat{C} = 90^\circ \Rightarrow \hat{C} = 42^\circ$

Áp dụng định lí Pytago vào tam giác vuông

ABC , ta có:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 = (7\sqrt{2})^2 + 11^2 = 219$$

$$\Rightarrow BC = \sqrt{219} \approx 14,80 (cm).$$



Câu 4: Giải tam giác MNP có $\hat{N} = 70^\circ$; $\hat{P} = 38^\circ$, đường cao $MI = 8cm$. Diện tích ΔMNP bằng?
(làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai)

a) $42,65cm^2$

b) $48,08cm^2$

c) $51,54cm^2$

d) $52,68cm^2$

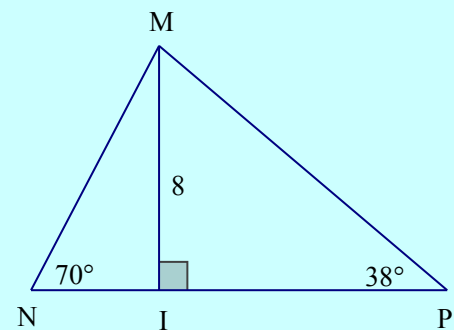
Chọn đáp án D*Giải thích:*

Ta có: $NI = MI \cdot \cot \hat{N} = 8 \cdot \cot 70^\circ = 2,91 (cm)$

$$+ PI = MI \cdot \cot \hat{P} = 8 \cdot \cot 38^\circ = 8 \cdot \frac{1}{0,78} = 10,26 (cm)$$

$$\Rightarrow NP = NI + IP = 2,91 + 10,26 = 13,17 (cm)$$

$$\Rightarrow S_{MNP} = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 13,17 = 52,68 (cm^2)$$



Câu 5: Giải tam giác ABC có $AB = 12cm$, $AC = 12cm$, $BC = 20cm$. Tính các góc của tam giác ABC (làm tròn đến độ)

a) $\hat{A} = 80^\circ$; $\hat{B} = 62^\circ$; $\hat{C} = 38^\circ$

b) $\hat{A} = 90^\circ$; $\hat{B} = 53^\circ$; $\hat{C} = 37^\circ$

c) $\hat{A} = 90^\circ$; $\hat{B} = 58^\circ$; $\hat{C} = 32^\circ$

d) Một kết quả khác

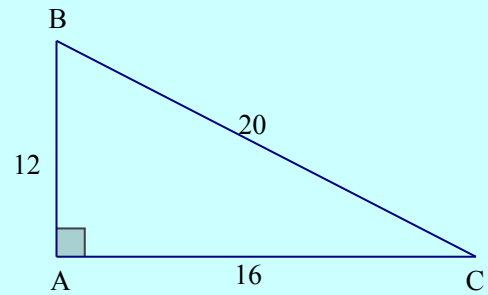
Chọn đáp án B*Giải thích:*

$$\text{Ta có } \begin{cases} AB^2 + AC^2 = 12^2 + 16^2 = 400 & (1) \\ BC^2 = 20^2 = 400 & (2) \end{cases}$$

 $\Rightarrow \triangle ABC$ vuông tại A

$$\Rightarrow \sin \hat{A} = \frac{AC}{BC} = \frac{16}{20} = 0,8 \Rightarrow \hat{B} = 53^\circ$$

$$\text{Ta có: } \hat{C} = 90^\circ - \hat{B} = 90^\circ - 53^\circ = 37^\circ.$$



Câu 6: Cho hình thang $ABCD$ sao cho $AB = AD = 10\text{cm}$, $BC = 14\text{cm}$, $\hat{A} = 120^\circ$, BC vuông góc với đường chéo BD . Chu vi của $ABCD$ bằng

a) 48cm b) 54cm c) 62cm d) 68cm **Chọn đáp án C***Giải thích:*Ta có: $\triangle ABD$ cân tại A ($AB = AD = 10\text{cm}$)

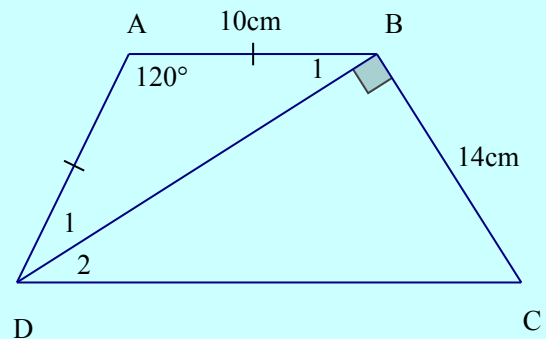
$$\Rightarrow \hat{B}_1 = \hat{D}_1 = \frac{180^\circ - \hat{A}_1}{2} = \frac{180^\circ - 120^\circ}{2} = 30^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{D}_2 = \hat{B}_1 = 30^\circ \text{ (so le trong)}$$

 $\triangle BCD$ vuông tại B, có:

$$\sin \hat{D}_2 = \frac{BC}{CD} \Rightarrow CD = \frac{BC}{\sin \hat{D}_2} = \frac{14}{0,5} = 28(\text{cm})$$

$$\text{Do đó } P_{ABCD} = AB + BC + CD + DA = 62(\text{cm})$$



Câu 7: Hình vẽ cho biết $\triangle ABC$ là tam giác đều cạnh 8cm và $\widehat{AMB} = 42^\circ$. Tính AM (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai)

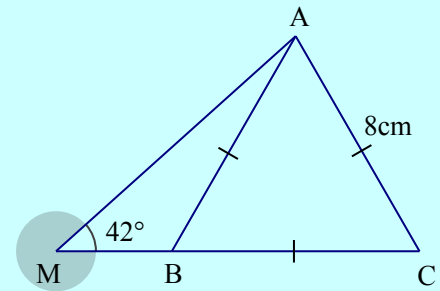
a) $AM = 10,34\text{cm}$ b) $AM = 10,83\text{cm}$ c) $AM = 11,05\text{cm}$ d) $AM = 12,43\text{cm}$

Chọn đáp án A*Giải thích:*Vẽ đường cao $AH (H \in BC)$ Do $\triangle ABC$ đều nên AH cũng là đường trung tuyến $\Rightarrow HB = HC = 4\text{cm}$ Từ $\triangle ABH$ vuông tại H , ta có:

$$AH^2 = AB^2 - BH^2 = 8^2 - 4^2 = 48 \Rightarrow AH = 4\sqrt{3}(\text{cm})$$

Từ $\triangle AHM$ vuông tại H , ta có:

$$\sin \widehat{M} = \frac{AH}{AM} \Rightarrow AM = \frac{AH}{\sin \widehat{M}} = \frac{4\sqrt{3}}{0,669} \approx 10,34(\text{cm})$$



Câu 8: Với hình vẽ đã cho. Tính diện tích tam giác OMN (làm tròn kết quả đến chữ số hàng đơn vị)

a) $S_{OMN} = 7\text{cm}^2$

b) $S_{OMN} = 8\text{cm}^2$

c) $S_{OMN} = 9\text{cm}^2$

d) $S_{OMN} = 11\text{cm}^2$

Chọn đáp án D*Giải thích:* $\triangle OPN$ vuông tại P nên ta có:

$$+ OP = ON \cdot \sin \widehat{N} = 9 \cdot \sin 38^\circ \approx 5,54(\text{cm})$$

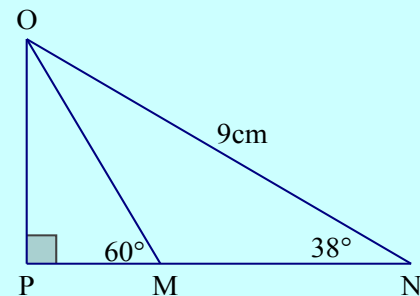
$$+ NP = ON \cdot \cos \widehat{N} = 9 \cdot \cos 38^\circ \approx 7,09(\text{cm})$$

 $\triangle OPM$ vuông tại P nên ta có:

$$+ MP = \frac{OP}{\tan \widehat{M}} = \frac{5,54}{\tan 60^\circ} = \frac{5,54}{\sqrt{3}} \approx 3,2(\text{cm})$$

$$\text{Ta có: } MN = NP - MP = 7,09 - 3,2 = 3,89(\text{cm})$$

$$\text{Do đó } S_{OMN} = \frac{1}{2} OP \cdot MN = \frac{1}{2} \cdot 5,54 \cdot 3,89 \approx 11(\text{cm}^2)$$



Câu 9: Cho $\triangle ABC$ cân tại A có $\widehat{A} = 30^\circ$, đường trung tuyến BM . Tính số đo $\widehat{CBM}$ (làm tròn kết quả đến độ)

a) 45°

b) 51°

c) 58°

d) 60°

Chọn đáp án D

Giải thích:

Vẽ đường cao AH của $\triangle ABC$ cắt BM tại O

Do $\triangle ABC$ cân tại A nên AH cũng là đường trung tuyến, đường phân giác

$\Rightarrow O$ là trọng tâm của $\triangle ABC$ và $\widehat{A_1} = \widehat{A_2} = 15^\circ$

$\triangle ABH$ vuông tại H , ta có $\tan \widehat{A_1} = \frac{BH}{AH}$ (1)

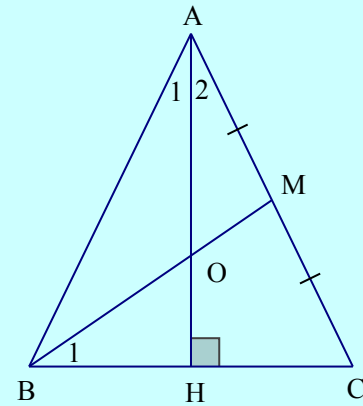
$\triangle OHB$ vuông tại H , ta có $\tan \widehat{B_1} = \frac{OH}{BH}$ (2)

Nhân (1) và (2) vế với vế, ta được:

$$\tan \widehat{A_1} \cdot \tan \widehat{B_1} = \frac{BH}{AH} \cdot \frac{OH}{BH} = \frac{OH}{AH} = \frac{1}{2} \quad (\text{O là trọng tâm của } \triangle ABC)$$

$$\Rightarrow \tan \widehat{B_1} = \frac{1}{3 \cdot \tan \widehat{A_1}} = \frac{1}{3 \cdot \tan 15^\circ} = \frac{1}{3 \cdot 0,2679} = 1,2442$$

$$\Rightarrow \widehat{B_1} = 51^\circ 12' \approx 51^\circ$$



Câu 10: Cho $\triangle ABC$ vuông tại A có $AB = c, AC = b, BC = a$. Tia phân giác của $\widehat{B}$ cắt AC tại D .

Tính $\tan \frac{\widehat{B}}{2}$

a) $\tan \frac{\widehat{B}}{2} = \frac{a+b}{b-c}$

b) $\tan \frac{\widehat{B}}{2} = \frac{b}{a-c}$

c) $\tan \frac{\widehat{B}}{2} = \frac{b}{a+c}$

d) $\tan \frac{\widehat{B}}{2} = \frac{b}{a-c}$

Chọn đáp án D

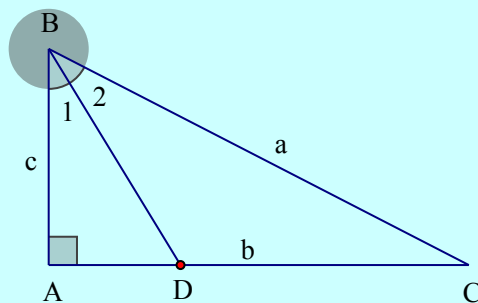
Giải thích:

Ta có: BD là phân giác của $\widehat{B}$, ta có:

$$\frac{AD}{DC} = \frac{AB}{BC} = \frac{c}{a} \Rightarrow \frac{AD}{\underbrace{DC + AD}_{AC}} = \frac{c}{c + a} \Rightarrow AD = \frac{bc}{a + c}$$

$\triangle ABD$ vuông tại A , ta có:

$$\tan \widehat{B}_1 = \frac{AD}{AB} = \frac{\frac{bc}{a + c}}{c} = \frac{b}{a + c} \Rightarrow \tan \frac{\widehat{B}}{2} = \frac{b}{a + c}.$$



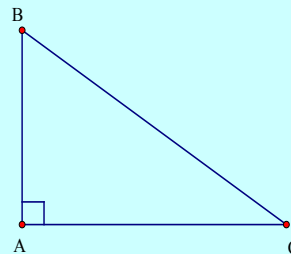
BÀI TẬP VỀ NHÀ

Bài 1:

Cho tam giác ABC vuông tại A , có $BC = a, AC = b, AB = c$. Hãy giải tam giác ABC , biết:

a) $b = 5,4\text{cm}; \hat{C} = 30^\circ$

b) $c = 10\text{cm}; \hat{C} = 45^\circ$



Lời giải

a) Xét tam giác ABC vuông tại A , có: $\tan \hat{C} = \frac{AB}{AC} \Rightarrow \tan 30^\circ = \frac{AB}{5} \Rightarrow AB \Rightarrow BC \Rightarrow \hat{B}$

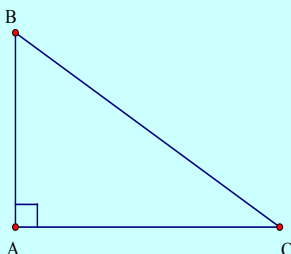
b) Xét tam giác ABC vuông tại A , có: $\tan \hat{C} = \frac{AB}{AC} \Rightarrow \tan 45^\circ = \frac{3}{AC} \Rightarrow AC \Rightarrow AB \Rightarrow \hat{B}$

Bài 2:

Cho tam giác ABC vuông tại A , có $BC = a, AC = b, AB = c$. Hãy giải tam giác ABC , biết:

a) $a = 15\text{cm}, b = 10\text{cm}$

b) $b = 12\text{cm}, c = 7\text{cm}$



Lời giải

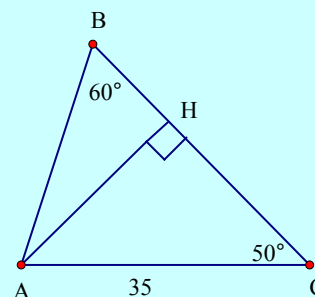
a) Dùng định lý pytago tính được $AB \Rightarrow \hat{B} \Rightarrow \hat{C}$

b) Dùng định lý pytago tính được $BC \Rightarrow \hat{B} \Rightarrow \hat{C}$

Bài 3:

Cho tam giác ABC có $\hat{B} = 60^\circ; \hat{C} = 50^\circ; AC = 35$

Tính S_{ABC}



Lời giải

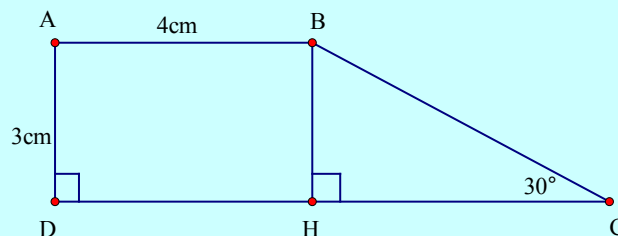
- Kẻ đường cao AH ($H \in BC$)

$$\Rightarrow S_{ABC} = 509,08 \text{ cm}^2$$

Bài 4:

Cho tứ giác $ABCD$ có $\hat{A} = \hat{D} = 90^\circ$; $\hat{C} = 30^\circ$

$AB = 4 \text{ cm}$, $AD = 3 \text{ cm}$. Tính S_{ABCD}



Lời giải

- Kẻ $BH \perp CD = H$

- Chú ý diện tích đa giác $ABCD$ bằng tổng diện tích hai đa giác $ABHD$ và BHC

Bài 5:

Cho tam giác ABC vuông tại A , có đường cao AH , $HB = 9 \text{ cm}$, $HC = 16 \text{ cm}$

a) Tính AB , AC , AH

b) Gọi D và E lần lượt là hình chiếu vuông góc của H trên AB và AC . Tứ giác $ADHE$ là hình gì?

c) Tính chu vi và diện tích của tứ giác $ADHE$

d) Tính chu vi và diện tích tứ giác $BDEC$

Lời giải

a) $HB = 9$, $HC = 16 \Rightarrow AH \Rightarrow AB \Rightarrow AC$

b) Tứ giác $ADHE$ là hình chữ nhật vì có ba góc vuông

c) - Tính AD dựa vào tam giác AHD vuông tại D

- Tính HD dựa vào tam giác vuông AHD

$$+) P_{ADHE} = (AD + DH) \cdot 2$$

$$+) S_{ADHE} = AD \cdot DH$$

d) $P_{BDEC} = BD + DE + EC + BC; S_{BDEC} = S_{ABC} - S_{ADE}$

Bài 6:

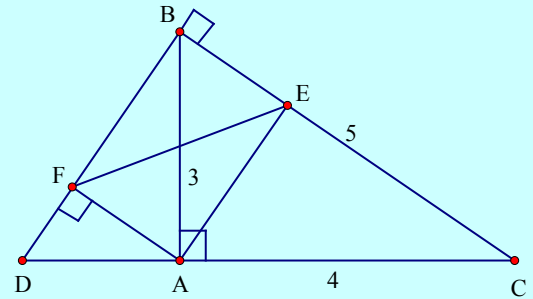
Cho tam giác ABC vuông tại A , biết

$AB = 3cm, BC = 5cm$

a) Giải tam giác ABC (số đo góc làm tròn đến độ)

b) Từ B kẻ đường thẳng vuông góc với BC , đường thẳng này cắt đường thẳng AC tại D . Tính độ dài các đoạn thẳng AD, BD

c) Gọi E, F lần lượt là hình chiếu của A trên BC và BD . Chứng minh $\triangle BEF \sim \triangle BDC$



Lời giải

a) Dùng định lý Pytago tính được $AC = 4cm$

$\Rightarrow$ các góc của tam giác ABC

b) Xét tam giác vuông BCD vuông tại B , tính được AD

- Dùng định lý Pytago vào tam giác vuông ABD tính được BD

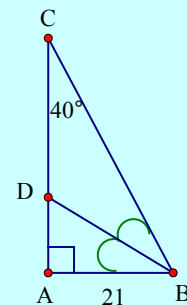
c) Chứng minh được $\triangle BEF \sim \triangle BDC$ (cgc)

Bài 7:

Cho tam giác ABC vuông tại A , biết

$AB = 21cm, \hat{C} = 40^\circ$. Tính độ dài đường phân

giác BD của $\widehat{ABC}$, với D nằm trên cạnh AC



Lời giải

$\widehat{ABD} = 25^\circ$. Áp dụng tỉ số lượng giác trong tam giác vuông ABD ta có:

$$BD = \frac{21}{\cos 25^\circ} \approx 21,19(cm)$$