

LIÊN HỆ GIỮA PHÉP CHIA VÀ PHÉP KHAI PHƯƠNG

A. Tóm tắt lý thuyết

1. Định lý: Với $A \geq 0, B > 0$ thì $\sqrt{\frac{A}{B}} = \frac{\sqrt{A}}{\sqrt{B}}$

2. Quy tắc khai phương một thương: Muốn khai phương $\frac{A}{B}$ (với $A \geq 0, B > 0$), ta khai phương A , khai phương B , rồi lấy thương của hai kết quả

Ta có: $\sqrt{\frac{A}{B}} = \frac{\sqrt{A}}{\sqrt{B}} (A \geq 0; B > 0)$

3. Quy tắc chia các căn bậc hai: Muốn chia căn bậc hai của số $A \geq 0$ cho căn bậc hai của số $B > 0$, ta có thể chia A cho B rồi khai phương kết quả đó

$\frac{\sqrt{A}}{\sqrt{B}} = \sqrt{\frac{A}{B}} (A \geq 0; B > 0)$

B. Bài tập và các dạng toán

Dạng 1: Thực hiện phép tính

Cách giải: Áp dụng công thức khai phương một thương

Bài 1: Tính

a) $\sqrt{1\frac{9}{16}}$

b) $\frac{\sqrt{12,5}}{\sqrt{0,5}}$

c) $\sqrt{\frac{25}{64}}$

d) $\frac{\sqrt{230}}{\sqrt{2,3}}$

Lời giải

a) Ta có: $\sqrt{1\frac{9}{16}} = \sqrt{\frac{25}{16}} = \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{16}} = \frac{5}{4}$

b) Ta có: $\frac{\sqrt{12,5}}{\sqrt{0,5}} = \sqrt{\frac{12,5}{0,5}} = \sqrt{25} = 5$

c) Ta có: $\sqrt{\frac{25}{64}} = \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{64}} = \frac{5}{8}$

d) Ta có: $\frac{\sqrt{230}}{\sqrt{2,3}} = \sqrt{\frac{230}{2,3}} = \sqrt{100} = 10$

Bài 2: Tính

$$\text{a) } \left(\sqrt{\frac{1}{7}} - \sqrt{\frac{16}{7}} + \sqrt{7} \right) : \sqrt{7}$$

$$\text{b) } \sqrt{36-12\sqrt{5}} : \sqrt{6}$$

$$\text{c) } \left(\sqrt{\frac{1}{3}} - \sqrt{\frac{4}{3}} + \sqrt{3} \right) : \sqrt{3}$$

$$\text{d) } \sqrt{3-\sqrt{5}} : \sqrt{2}$$

Lời giải

$$\text{a) Ta có: } \left(\sqrt{\frac{1}{7}} - \sqrt{\frac{16}{7}} + \sqrt{7} \right) : \sqrt{7} = \left(\frac{\sqrt{1}}{\sqrt{7}} - \frac{\sqrt{16}}{\sqrt{7}} + \sqrt{7} \right) \cdot \frac{1}{\sqrt{7}} = \frac{4}{7}$$

$$\text{b) Ta có: } \sqrt{36-12\sqrt{5}} : \sqrt{6} = \sqrt{6-2\sqrt{5}} = \sqrt{5}-1$$

$$\text{c) Ta có: } \left(\sqrt{\frac{1}{3}} - \sqrt{\frac{4}{3}} + \sqrt{3} \right) : \sqrt{3} = \frac{2}{3}$$

$$\text{d) Ta có: } \sqrt{3-\sqrt{5}} : \sqrt{2} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{3-\sqrt{5}} : 2 = \frac{\sqrt{6-2\sqrt{5}}}{2} = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$$

Bài 3: Tính

$$\text{a) } A = (\sqrt{12} + \sqrt{75} + \sqrt{27}) : \sqrt{15}$$

$$\text{b) } B = (12\sqrt{50} - 8\sqrt{200} + 7\sqrt{450}) : \sqrt{10}$$

Lời giải

$$\text{a) Ta có: } A = (\sqrt{12} + \sqrt{75} + \sqrt{27}) : \sqrt{15} = \sqrt{\frac{12}{15}} + \sqrt{\frac{75}{15}} + \sqrt{\frac{27}{15}} = \sqrt{\frac{4}{5}} + \sqrt{5} + \sqrt{\frac{9}{5}} = \frac{2}{\sqrt{5}} + \sqrt{5} + \frac{3}{\sqrt{5}} = \frac{5}{\sqrt{5}} + \sqrt{5} = 2\sqrt{5}$$

$$\text{b) Ta có: } B = (12\sqrt{50} - 8\sqrt{200} + 7\sqrt{450}) : \sqrt{10} = 12\sqrt{5} - 8\sqrt{20} + 7\sqrt{45} = 12\sqrt{5} - 16\sqrt{5} + 21\sqrt{5} = 17\sqrt{5}$$

Bài 4: Tính

$$\text{a) } A = (\sqrt{27} - \sqrt{12} + 2\sqrt{6}) : 3\sqrt{3}$$

$$\text{b) } B = (\sqrt{12} - 2\sqrt{18}) \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\text{c) } C = \left(\frac{1-\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}} - \frac{1+\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}} \right) : \sqrt{72}$$

$$\text{d) } D = \left(\frac{1}{\sqrt{3}-2} - \frac{1}{\sqrt{3}+2} \right) \cdot \frac{2-\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}}$$

Lời giải

$$\begin{aligned} \text{a) Cách 1: } A &= (\sqrt{27} - \sqrt{12} + 2\sqrt{6}) : 3\sqrt{3} = \frac{\sqrt{27}}{3\sqrt{3}} - \frac{\sqrt{12}}{3\sqrt{3}} + \frac{2\sqrt{6}}{3\sqrt{3}} = \frac{1}{3}\sqrt{\frac{27}{3}} - \frac{1}{3}\sqrt{\frac{12}{3}} + \frac{2}{3}\sqrt{\frac{6}{3}} = \frac{1}{3} \cdot 3 - \frac{1}{3} \cdot 2 + \frac{2}{3} \cdot \sqrt{2} \\ &= \frac{1}{3} + \frac{2}{3}\sqrt{2} \end{aligned}$$

Cách 2: $A = (\sqrt{27} - \sqrt{12} + 2\sqrt{6}) : 3\sqrt{3} = \frac{3\sqrt{3} - 2\sqrt{3} + 2\sqrt{3} \cdot \sqrt{2}}{3\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}(1 + 2\sqrt{2})}{3\sqrt{3}} = \frac{1 + 2\sqrt{2}}{3}$

b) Ta có: $B = (\sqrt{12} - 2\sqrt{18}) \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = (\sqrt{12} - 2\sqrt{18}) \cdot \frac{\sqrt{2}}{(\sqrt{2})^2} = \sqrt{\frac{12}{2}} - 2\sqrt{\frac{18}{2}} = \sqrt{6} - 2\sqrt{9} = \sqrt{6} - 6$

c) Ta có: $C = \left(\frac{1 - \sqrt{2}}{1 + \sqrt{2}} - \frac{1 + \sqrt{2}}{1 - \sqrt{2}} \right) : \sqrt{72} = \frac{(1 - \sqrt{2})^2 - (1 + \sqrt{2})^2}{(1 - \sqrt{2})(1 + \sqrt{2})} : \sqrt{72} = \frac{-2\sqrt{2} \cdot 2}{1 - 2} : \sqrt{72} = \frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{72}} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

d) Ta có: $D = \left(\frac{1}{\sqrt{3} - 2} - \frac{1}{\sqrt{3} + 2} \right) \cdot \frac{2 - \sqrt{2}}{1 - \sqrt{2}} = \frac{4}{3 - 4} \cdot \frac{2 - \sqrt{2}}{1 - \sqrt{2}} = \frac{4\sqrt{2}(\sqrt{2} - 1)}{\sqrt{2} - 1} = 4\sqrt{2}$

Bài 5: Tính

a) $\sqrt{2 + \sqrt{3}} - \sqrt{2 - \sqrt{3}}$

b) $\sqrt{3 + \sqrt{5}} - \sqrt{3 - \sqrt{5}} - \sqrt{2}$

c) $\sqrt{6,5 + \sqrt{12}} + \sqrt{6,5 - \sqrt{12}} + 2\sqrt{6}$

Lời giải

a) Ta có: $\sqrt{\frac{4 + 2\sqrt{3}}{2}} - \sqrt{\frac{4 - 2\sqrt{3}}{2}} = \frac{\sqrt{(\sqrt{3} + 1)^2}}{\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{(\sqrt{3} - 1)^2}}{\sqrt{2}} = \frac{|\sqrt{3} + 1|}{\sqrt{2}} - \frac{|\sqrt{3} - 1|}{\sqrt{2}} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$

b) Ta có: $\sqrt{3 + \sqrt{5}} - \sqrt{3 - \sqrt{5}} - \sqrt{2} = \sqrt{\frac{(\sqrt{5} + 1)^2}{2}} - \sqrt{\frac{(\sqrt{5} - 1)^2}{2}} - \sqrt{2} = \frac{\sqrt{5} + 1 - \sqrt{5} + 1}{\sqrt{2}} = 0$

c) Ta có: $\sqrt{6,5 + \sqrt{12}} + \sqrt{6,5 - \sqrt{12}} + 2\sqrt{6} = 4\sqrt{6}$

Bài 6:

Cho biểu thức $A = \frac{\sqrt{4x + 4 + \frac{1}{x}}}{\sqrt{x} \cdot |2x^2 - x - 1|}$. Tính giá trị của A , biết $x = (\sqrt{10} - \sqrt{6}) \cdot \sqrt{4 + \sqrt{15}}$

Lời giải

Ta có: $x = \sqrt{(\sqrt{10} - \sqrt{6})(\sqrt{10} - \sqrt{10})(4 + \sqrt{15})} = \sqrt{(\sqrt{10} - \sqrt{6})(\sqrt{10} + \sqrt{6})} = \sqrt{4} = 2 \Rightarrow A = \frac{1}{2}$

Vậy $A = \frac{1}{2}$

Dạng 2: Rút gọn biểu thức

Cách giải: Áp dụng quy tắc khai phương một thương

Bài 1: Rút gọn

a) $A = \frac{\sqrt{10} - \sqrt{15}}{\sqrt{8} - \sqrt{12}}$

b) $B = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{15}}{\sqrt{35} - \sqrt{14}}$

c) $C = \frac{5 + \sqrt{5}}{\sqrt{10} + \sqrt{2}}$

d) $D = \frac{\sqrt{15} - \sqrt{5}}{\sqrt{3} - 1} + \frac{5 - 2\sqrt{5}}{2\sqrt{5} - 4}$

Lời giải

a) Ta có: $A = \frac{\sqrt{10} - \sqrt{15}}{\sqrt{8} - \sqrt{12}} = \frac{\sqrt{5} \cdot \sqrt{2} - \sqrt{5} \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{4} \cdot \sqrt{2} - \sqrt{4} \cdot \sqrt{3}} \Rightarrow A = \frac{\sqrt{5}}{2}$

b) Ta có: $B = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{15}}{\sqrt{35} - \sqrt{14}} = \frac{-\sqrt{3}}{\sqrt{7}} = \frac{-\sqrt{21}}{7}$

c) Ta có: $C = \frac{5 + \sqrt{5}}{\sqrt{10} + \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{10}}{2}$

d) Ta có: $D = \frac{\sqrt{15} - \sqrt{5}}{\sqrt{3} - 1} + \frac{5 - 2\sqrt{5}}{2\sqrt{5} - 4} = \frac{\sqrt{5}(\sqrt{3} - 1)}{\sqrt{3} - 1} + \frac{\sqrt{5}(\sqrt{5} - 2)}{2(\sqrt{5} - 2)} = \sqrt{5} + \frac{\sqrt{5}}{2} = \frac{3\sqrt{5}}{2}$

Bài 2: Rút gọn các biểu thức

a) $P = xy^2 \sqrt{\frac{5}{x^2 y^4}}$ với $x < 0; y \neq 0$

b) $Q = \sqrt{\frac{36(a-4)^2}{144}}$ với $a < 4$

c) $H = (\sqrt{a^3 b} + \sqrt{ab^3} - ab) : \sqrt{ab}$

d) $E = \sqrt{\frac{9 - 6x + x^2}{(x-3)^2}}$ với $x > 3$

e) $F = (x - y) \sqrt{\frac{xy}{(x-y)^2}}$ với $x < y < 0$

f) $T = \sqrt{\frac{(x-1)^4}{(2-x)^2}} + \frac{x^2 - 2}{x - 2}$ với $x < 2$

Lời giải

a) Ta có: $P = xy^2 \sqrt{\frac{5}{x^2 y^4}} (x < 0; y \neq 0) = \frac{xy^2 \sqrt{5}}{|x| y^2} = \frac{xy^2 \sqrt{5}}{-xy^2} (|x| = -x) = -\sqrt{5}$

b) Ta có: $Q = \sqrt{\frac{36(a-4)^2}{144}} = \frac{6|a-4|}{12} = \frac{|a-4|}{2} = \frac{4-a}{2} (a < 4)$

c) Ta có:

$$H = (\sqrt{a^3b} + \sqrt{ab^3} - ab) : \sqrt{ab} = \sqrt{a^3b} : \sqrt{ab} + \sqrt{ab^3} : \sqrt{ab} - ab : \sqrt{ab} = \sqrt{a^2} + \sqrt{b^2} - \sqrt{ab} = a + b - \sqrt{ab}$$

$$\text{d) Ta có: } E = \sqrt{\frac{9-6x+x^2}{(x-3)^2}} = \sqrt{\frac{(3-x)^2}{(x-3)^2}} \text{ (} x > 3 \text{)} = \sqrt{\frac{[-(x-3)]^2}{(x-3)^2}} = \sqrt{\frac{(x-3)^2}{(x-3)^2}} = \sqrt{1} = 1$$

$$\text{e) Ta có: } F = (x-y) \sqrt{\frac{xy}{(x-y)^2}} = (x-y) \cdot \frac{\sqrt{xy}}{|x-y|}$$

$$\text{Vì } x < y \Rightarrow |x-y| = -(x-y) \Rightarrow F = (x-y) \frac{\sqrt{xy}}{-(x-y)} = -\sqrt{xy}$$

$$\text{f) Ta có: } T = \sqrt{\frac{(x-1)^4}{(2-x)^2}} + \frac{x^2-2}{x-2} \text{ (} x < 2 \text{)} = \frac{(x-1)^2}{|2-x|} + \frac{x^2-2}{x-2} = \frac{-(x^2-2x+1)+x^2-2}{x-2} = \frac{2x-3}{x-2}$$

Bài 3: Rút gọn các biểu thức rồi tính

$$\text{a) } A = \sqrt{\frac{\sqrt{a}-1}{\sqrt{b}+1}} : \sqrt{\frac{\sqrt{b}-1}{\sqrt{a}+1}} \text{ tại } a = 7,25; b = 3,25$$

$$\text{b) } B = \sqrt{15a^2 - 8a\sqrt{15} + 16} \text{ tại } a = \sqrt{\frac{3}{5}} + \sqrt{\frac{5}{3}} = \frac{8}{\sqrt{15}}$$

$$\text{c) } C = \frac{(x-6)^2}{|5-x|} - \frac{x^2-36}{x-5} \text{ (} x < 5 \text{) tại } x = 4$$

$$\text{d) } D = 5x - \sqrt{125} + \frac{\sqrt{x^3+5x^2}}{\sqrt{x+5}} \text{ (} x \geq 0 \text{) tại } x = \sqrt{5}$$

$$\text{e) } E = \sqrt{a^2 + 2\sqrt{a^2-1}} - \sqrt{a^2 - 2\sqrt{a^2-1}} \text{ tại } a = \sqrt{5}$$

Lời giải

$$\text{a) Ta có: } A = \sqrt{\frac{(\sqrt{a}-1)(\sqrt{a}+1)}{(\sqrt{b}-1)(\sqrt{b}+1)}} = \sqrt{\frac{a-1}{b-1}} = \frac{5}{3} \text{ (} a = 7,25, b = 3,25 \text{)}$$

$$\text{b) Ta có: } B = \sqrt{15a^2 - 8a\sqrt{15} + 16} = \sqrt{15 \cdot \left(\frac{8}{\sqrt{15}}\right)^2 - 8 \cdot \frac{8}{\sqrt{15}} \cdot \sqrt{15} + 16} = \sqrt{8^2 - 8^2 + 16} = \sqrt{16} = 4$$

$$\text{c) Do } x < 5 \Rightarrow 5-x > 0 \Rightarrow |5-x| = 5-x \Rightarrow C = \frac{(x-6)^2 + (x^2-36)}{5-x} = \frac{2x^2-12x}{5-x} = -16$$

$$\text{d) Ta có: } x \geq 0 \Rightarrow \sqrt{x^3+5x^2} \text{ và } \sqrt{x+5}. \text{ Vậy D luôn xác định}$$

$$D = 5x - \sqrt{125} + \frac{\sqrt{x^3 + 5x^2}}{\sqrt{x+5}} = 5x - \sqrt{125} + \frac{\sqrt{x^2} \cdot \sqrt{x+5}}{\sqrt{x+5}} = 5x - \sqrt{125} + |x| = 6x - 5\sqrt{5} (x \geq 0) \Rightarrow D = \sqrt{5}$$

e) Ta có: $E = \sqrt{a^2 + 2\sqrt{a^2 - 1}} - \sqrt{a^2 - 2\sqrt{a^2 - 1}} = \sqrt{(a^2 - 1) + 2\sqrt{a^2 - 1} + 1} - \sqrt{(a^2 - 1) - 2\sqrt{a^2 - 1} + 1}$

$$= \sqrt{(\sqrt{a^2 - 1} + 1)^2} - \sqrt{(\sqrt{a^2 - 1} - 1)^2} = \left| \sqrt{a^2 - 1} + 1 \right| - \left| \sqrt{a^2 - 1} - 1 \right| = \left| \sqrt{(\sqrt{5})^2 - 1} + 1 \right| - \left| \sqrt{(\sqrt{5})^2 - 1} - 1 \right|$$

$$= \left| \sqrt{4} + 1 \right| - \left| \sqrt{4} - 1 \right| = |2 + 1| - |2 - 1| = 2$$

Dạng 3: Giải phương trình

Cách giải: Khi giải phương trình chứa căn thức, luôn cần chú ý đến các điều kiện đi kèm.

$$+) \sqrt{A} = B \Leftrightarrow \begin{cases} B \geq 0 \\ A = B^2 \end{cases}$$

$$+) \sqrt{A} = \sqrt{B} \Leftrightarrow \begin{cases} B \geq 0 (\text{hoac } A \geq 0) \\ A = B \end{cases}$$

Bài 1: Giải các phương trình sau

a) $\sqrt{2x} - \sqrt{50} = 0$

b) $\sqrt{3x} - \sqrt{3} = \sqrt{12} + \sqrt{27}$

c) $\sqrt{3x^2} - \sqrt{12} = 0$

d) $\frac{x^2}{\sqrt{5}} - \sqrt{20} = 0$

e) $\sqrt{(x-3)^2} = 9$

d) $\sqrt{4x^2 + 4x + 1} = 6$

Lời giải

a) Ta có: $\sqrt{2x} - \sqrt{50} = 0 \Leftrightarrow \sqrt{2x} - \sqrt{2} \cdot \sqrt{25} = 0 \Leftrightarrow x - 5 = 0 \Leftrightarrow x = 5$

b) Ta có: $\sqrt{3x} - \sqrt{3} = \sqrt{12} + \sqrt{27} \Leftrightarrow \sqrt{3}(x-1) = 2\sqrt{3} + 3\sqrt{3} \Leftrightarrow x-1 = 5 \Leftrightarrow x = 6$

c) Ta có: $\sqrt{3x^2} - \sqrt{12} = 0 \Leftrightarrow \sqrt{3x^2} = \sqrt{12} \Leftrightarrow \sqrt{3x^2} = 2\sqrt{3} \Leftrightarrow x^2 = 2 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{2}$

d) Ta có: $\frac{x^2}{\sqrt{5}} - \sqrt{20} = 0 \Leftrightarrow x^2 = \sqrt{5} \cdot \sqrt{20} = \sqrt{100} = 10 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{10}$

e) Ta có: $\sqrt{(x-3)^2} = 9 \Leftrightarrow |x-3| = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x-3=3 \\ x-3=-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=6 \\ x=0 \end{cases}$

f) Ta có: $\sqrt{4x^2 + 4x + 1} = 6 \Leftrightarrow \sqrt{(2x+1)^2} = 6 \Leftrightarrow |2x+1| = 6 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+1=6 \\ 2x+1=-6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{5}{2} \\ x=-\frac{7}{2} \end{cases}$

Bài 2: Giải các phương trình sau

a) $1 + \sqrt{3x+1} = 3x$

b) $\sqrt{x^2 + 6x + 9} = 3x - 6$

c) $\sqrt{2 + \sqrt{3x-5}} = \sqrt{x+1}$

d) $\sqrt{\frac{5x+7}{x+3}} = 4$

Lời giải

$$\text{a) Điều kiện: } x \geq \frac{1}{3} \Rightarrow (1) \Leftrightarrow 3x-1 = \sqrt{3x+1} \Leftrightarrow (3x-1)^2 = 3x+1 \Leftrightarrow 9x(x-1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0(\text{loại}) \\ x=1(\text{tm}) \end{cases}$$

$$\text{b) } \sqrt{x^2+6x+9} = 3x-6 \Leftrightarrow \sqrt{(x+3)^2} = 3x-6 \Leftrightarrow |x+3| = 3x-6 \Leftrightarrow \begin{cases} 3x-6 \geq 0 \\ \begin{cases} x+3 = 3x-6 \\ x+3 = -3x+6 \end{cases} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ \begin{cases} x = \frac{9}{2}(\text{tm}) \\ x = \frac{3}{4}(\text{loại}) \end{cases} \end{cases}$$

$$\text{c) Điều kiện: } \begin{cases} 3x-5 \geq 0 \\ x+1 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq \frac{5}{3}$$

$$\sqrt{2+\sqrt{3x-5}} = \sqrt{x+1} \Leftrightarrow 2+\sqrt{3x-5} = x+1 \Leftrightarrow \sqrt{3x-5} = x-1 \Leftrightarrow 3x-5 = x^2-2x+1$$

$$\Leftrightarrow (x-3)(x-2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=2(\text{tm}) \\ x=3(\text{tm}) \end{cases}$$

$$\text{d) Điều kiện: } \frac{5x+7}{x+3} \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 5x+7 \geq 0 \\ x+3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{-7}{5} \\ x > -3 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{-7}{5} \leq x < -3$$

$$\text{Ta có: } \sqrt{\frac{5x+7}{x+3}} = 4 \Leftrightarrow \frac{5x+7}{x+3} = 16 \Leftrightarrow x = \frac{-41}{11} \text{ (thỏa mãn)}$$

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1: Khẳng định nào sau đây là sai ?

a. $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{27}} = \frac{1}{3}$

b. $\frac{\sqrt{15}}{\sqrt{735}} = \frac{1}{7}$

c. $\frac{\sqrt{480000}}{\sqrt{300}} = 4$

d. $\frac{\sqrt{12^5}}{\sqrt{2^3 \cdot 6^5}} = 2$

Lời giải

Chọn đáp án C

Giải thích:

A. $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{27}} = \sqrt{\frac{3}{27}} = \sqrt{\frac{1}{9}} = \frac{1}{3}$

B. $\frac{\sqrt{15}}{\sqrt{735}} = \sqrt{\frac{15}{735}} = \sqrt{\frac{1}{49}} = \frac{1}{7}$

C. $\frac{\sqrt{480000}}{\sqrt{300}} = \sqrt{\frac{480000}{300}} = \sqrt{1600} = 40$

D. $\frac{\sqrt{12^5}}{\sqrt{2^3 \cdot 6^5}} = \sqrt{\frac{12^5}{2^3 \cdot 6^5}} = \sqrt{\frac{2^5 \cdot 6^5}{2^3 \cdot 6^5}} = \sqrt{2^2} = 2$

Câu 2: Tính $M = \sqrt{1,69.1,38 - 1,69.0,74}$

a. $M = 1,04$

b. $M = 1,64$

c. $M = 2,08$

d. $M = 2,14$

Lời giải

Chọn đáp án A

Giải thích:

Ta có: $M = \sqrt{1,69.1,38 - 1,69.0,74} = \sqrt{1,69(1,38 - 0,74)} = \sqrt{1,69.0,64} = 1,3.0,8 = 1,04$

Câu 3: Tính $N = \sqrt{\frac{125^2 - 100}{400}}$

a. $N = \frac{15}{2}$

b. $N = \frac{1}{15}$

c. $N = \frac{5}{4}$

d. Một kết quả khác

Lời giải

Chọn đáp án D

Giải thích:

Ta có: $N = \sqrt{\frac{125^2 - 100}{400}} = \sqrt{\frac{(125+100)(125-100)}{20^2}} = \sqrt{\frac{225 \cdot 25}{20^2}} = \frac{15 \cdot 5}{20} = \frac{15}{4}$

Câu 4: Biểu thức rút gọn của số $\sqrt{2\frac{62}{361}}$ là số nào?

a. $\frac{26}{19}$

b. $\frac{27}{19}$

c. $\frac{28}{19}$

d. $\frac{29}{19}$

Lời giải

Chọn đáp án C

Giải thích:

Ta có: $\sqrt{2\frac{62}{361}} = \sqrt{\frac{784}{361}} = \sqrt{\frac{28^2}{19^2}} = \frac{28}{19}$

Câu 5: Mỗi khẳng định sau đúng hay sai

a. $0,01 = \sqrt{0,0001}$

b. $-0,5 = \sqrt{-0,25}$

c. $\sqrt{39} < 7$ và $\sqrt{39} > 6$

d. $(4 - \sqrt{13}) \cdot 2x < \sqrt{3}(4 - \sqrt{13}) \Leftrightarrow 2x < \sqrt{3}$

Lời giải

Chọn đáp án B

Giải thích:

Do $\sqrt{-0,25}$ không tồn tại

Câu 6: Thực hiện các phép tính và rút gọn $\frac{\sqrt{5,29}}{\sqrt{17,64}}$ ta được số nào

a. $\frac{23}{42}$

b. $\frac{23}{48}$

c. $\frac{23}{52}$

d. $\frac{23}{58}$

Lời giải

Chọn đáp án A

Giải thích:

Ta có: $\frac{\sqrt{5,29}}{\sqrt{17,64}} = \sqrt{\frac{529}{1764}} = \sqrt{\left(\frac{23}{42}\right)^2} = \frac{23}{42}$

Câu 7: Biểu thức $\frac{x+3}{2-\sqrt{y}} \cdot \sqrt{\frac{y-4\sqrt{y}+4}{(z+3)^4}}$ có giá trị bằng số nào khi $x=2$ và $y=16$

a. $\frac{1}{3}$

b. $\frac{-1}{3}$

c. $\frac{1}{5}$

d. $\frac{-1}{5}$

Lời giải

Chọn đáp án D

Giải thích:

Ta có: $\frac{x+3}{2-\sqrt{y}} \cdot \sqrt{\frac{y-4\sqrt{y}+4}{(z+3)^4}} = \frac{x+3}{2-\sqrt{y}} \cdot \sqrt{\frac{(\sqrt{y}-2)^2}{(x+4)^4}} = \frac{x+3}{2-\sqrt{y}} \cdot \frac{|\sqrt{y}-2|}{(x+3)^2} = \frac{|\sqrt{y}-2|}{(2-\sqrt{y})(x+3)}$

Thay $y=16, x=2$ vào biểu thức $\frac{|\sqrt{y}-2|}{(2-\sqrt{y})(x+3)}$, ta được: $\frac{|\sqrt{16}-2|}{(2-\sqrt{16})(2+3)} = \frac{|4-2|}{(2-4).5} = \frac{-1}{5}$.

Câu 8: Phương trình $\sqrt{5x} + \sqrt{125} = \sqrt{80} - \sqrt{245}$ có nghiệm là số nào

a. $\frac{1}{3}$

b. $\frac{-1}{3}$

c. $\frac{1}{5}$

d. $\frac{-1}{5}$

Lời giải

Chọn đáp án D

Giải thích:

Ta có: $\sqrt{5x} + \sqrt{125} = \sqrt{80} - \sqrt{245} \Leftrightarrow \sqrt{5x} + \sqrt{25} \cdot \sqrt{5} = \sqrt{16} \cdot \sqrt{5} - \sqrt{49} \cdot \sqrt{5} \Leftrightarrow \sqrt{5}(x + \sqrt{25}) = \sqrt{5}(\sqrt{16} - \sqrt{49})$
 $\Leftrightarrow x + 5 = 4 - 7 = -3 \Leftrightarrow x = -3 - 5 = -8$.

Câu 9: Tìm x biết: $\sqrt{4x^2 + 4x + 1} = 5$

a. $x=2$ hoặc $x=-3$

b. $x=-2$ hoặc $x=3$

c. $x=1$ hoặc $x=-4$

d. $x=4$ hoặc $x=-1$

Lời giải

Chọn đáp án A

Giải thích:

$$\text{Ta có: } \sqrt{4x^2 + 4x + 1} = 5 \Leftrightarrow \sqrt{(2x+1)^2} = 5 \Leftrightarrow |2x+1| = 5 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+1=5 \\ 2x+1=-5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ x=-3 \end{cases}$$

Câu 10: Tìm x biết: $(3-\sqrt{13}).3x > \sqrt{2}.(3-\sqrt{13})$

Để tìm x , bạn Tâm đã làm như sau: $(3-\sqrt{13}).3x > \sqrt{2}.(3-\sqrt{13})$

$$\text{Bước 1: } \Leftrightarrow 3x > \frac{\sqrt{2}(3-\sqrt{13})}{3-\sqrt{13}}$$

$$\text{Bước 2: } \Leftrightarrow 3x > \sqrt{2}$$

$$\text{Bước 3: } \Leftrightarrow x > \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Theo em bạn Tâm làm đúng hay sai, nếu sai thì sai ở bước nào?

A. Các bước đều đúng

B. Các bước đều sai

C. Sai từ bước 2

C. Sai từ bước 3

Lời giải

Chọn đáp án B

Giải thích:

$$\text{Ta có: } (3-\sqrt{13}).3x > \sqrt{2}.(3-\sqrt{13}) (*)$$

$$\text{Vì } 3 < \sqrt{13} \Rightarrow 3-\sqrt{13} < 0 \Rightarrow (*) \Leftrightarrow 3x < \frac{\sqrt{2}(3-\sqrt{13})}{3-\sqrt{13}} \Leftrightarrow x < \frac{\sqrt{2}}{3}$$

Bạn Tâm đã làm sai từ bước 1 vì khi chia hai vế của bất đẳng thức cho một số âm, bạn Tâm đã không đổi chiều của bất đẳng thức đó.

BÀI TẬP VỀ NHÀ

Bài 1: Thực hiện phép tính

a) $A = \sqrt{1,6} \cdot \sqrt{250} + \sqrt{19,6} : \sqrt{4,9}$

b) $B = \sqrt{1\frac{3}{4} \cdot 2\frac{2}{7} \cdot 5\frac{4}{9}}$

Lời giải

a) Ta có: $A = \sqrt{1,6} \cdot \sqrt{250} + \sqrt{19,6} : \sqrt{4,9} = 22$

b) Ta có: $B = \sqrt{1\frac{3}{4} \cdot 2\frac{2}{7} \cdot 5\frac{4}{9}} = \frac{14}{3}$

Bài 2: Thực hiện phép tính

a) $A = (20\sqrt{300} - 15\sqrt{675} + 5\sqrt{75}) : \sqrt{15}$

b) $B = (\sqrt{325} - \sqrt{117} + 2\sqrt{208}) : \sqrt{13}$

Lời giải

a) Ta có: $A = (20\sqrt{300} - 15\sqrt{675} + 5\sqrt{75}) : \sqrt{15} = 0$

b) Ta có: $B = (\sqrt{325} - \sqrt{117} + 2\sqrt{208}) : \sqrt{13} = 10$

Bài 3: Rút gọn các biểu thức sau

a) $A = \frac{2u + \sqrt{uv} - 3v}{2u - 5\sqrt{uv} + 3v} (u \geq 0; v \geq 0; u \neq \frac{9}{4}v)$

b) $B = \frac{x + \sqrt{5}}{x^2 + 2x\sqrt{5} + 5} (x \neq -\sqrt{5})$

c) $C = 0,2x^3y^3 \sqrt{\frac{16}{x^4y^8}} (x \neq 0; y \neq 0)$

d) $D = \frac{x-1}{\sqrt{y}-1} \sqrt{\frac{(y-2\sqrt{y}+1)^2}{(x-1)^4}}$

Lời giải

a) Ta có: $A = \frac{2u + \sqrt{uv} - 3v}{2u - 5\sqrt{uv} + 3v} (u \geq 0; v \geq 0; u \neq \frac{9}{4}v) = \frac{(\sqrt{u} - \sqrt{v})(2\sqrt{u} + 3\sqrt{v})}{(\sqrt{u} - \sqrt{v})(2\sqrt{u} - 3\sqrt{v})} = \frac{2\sqrt{u} + 3\sqrt{v}}{2\sqrt{u} - 3\sqrt{v}}$

b) Ta có: $B = \frac{x + \sqrt{5}}{x^2 + 2x\sqrt{5} + 5} (x \neq -\sqrt{5})$

c) Ta có: $C = 0,2x^3y^3 \sqrt{\frac{16}{x^4y^8}} (x \neq 0; y \neq 0) = 0,2x^3y^3 \cdot \frac{4}{x^2y^4} = 0,8 \frac{x}{y}$

d) Ta có: $D = \frac{x-1}{\sqrt{y}-1} \sqrt{\frac{(y-2\sqrt{y}+1)^2}{(x-1)^4}} = \frac{x-1}{\sqrt{y}-1} \cdot \frac{(\sqrt{y}-1)^2}{(x-1)^2} = \frac{\sqrt{y}-1}{x-1}.$

Bài 4: Rút gọn các biểu thức sau

a) $A = \frac{x^2 - 2x\sqrt{2} + 2}{x^2 - 2} (x \neq \pm\sqrt{2})$

b) $B = \frac{x + \sqrt{5}}{x^2 + 2x\sqrt{5} + 5} (x \neq -\sqrt{5})$

Lời giải

a) Ta có: $A = \frac{x^2 - 2x\sqrt{2} + 2}{x^2 - 2} (x \neq \pm\sqrt{2}) \Rightarrow A = \frac{(x - \sqrt{2})^2}{(x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2})} = \frac{x - \sqrt{2}}{x + \sqrt{2}}$

b) Ta có: $B = \frac{x + \sqrt{5}}{x^2 + 2x\sqrt{5} + 5} (x \neq -\sqrt{5}) = \frac{x + \sqrt{5}}{(x + \sqrt{5})^2} = \frac{1}{x + \sqrt{5}}$

Bài 5: Giải các phương trình sau

a) $\sqrt{2}x - \sqrt{50} = 0$

b) $\sqrt{3}x + \sqrt{3} = \sqrt{12} + \sqrt{27}$

c) $\sqrt{6}x^2 - \sqrt{216} = 0$

d) $\frac{\sqrt{7}}{x^2} = \sqrt{567} (x \neq 0)$

Hướng dẫn

a) Ta có: $\sqrt{2}x - \sqrt{50} = 0 \Leftrightarrow \sqrt{2}x = \sqrt{50} \Leftrightarrow \sqrt{2}x = 5\sqrt{2} \Leftrightarrow x = 5$

b) Ta có: $\sqrt{3}x + \sqrt{3} = \sqrt{12} + \sqrt{27} \Leftrightarrow \sqrt{3}(x+1) = \sqrt{3}(\sqrt{4} + \sqrt{9}) \Leftrightarrow x+1 = 5 \Leftrightarrow x = 4$

c) Ta có: $\sqrt{6}x^2 - \sqrt{216} = 0 \Leftrightarrow \sqrt{6}x^2 = \sqrt{216} \Leftrightarrow x^2 = \sqrt{\frac{216}{6}} \Leftrightarrow x^2 = 6 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{6}$

d) Ta có: $\frac{\sqrt{7}}{x^2} = \sqrt{567} \Leftrightarrow x^2 = \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{567}} \Leftrightarrow x^2 = \sqrt{\frac{1}{81}} \Leftrightarrow x = \pm\frac{1}{3}$

Bài 6:

Giải phương trình sau: $\sqrt{25t^2 - 9} = 2\sqrt{5t - 3}$

Hướng dẫn

Ta có: $\sqrt{25t^2 - 9} = 2\sqrt{5t - 3} \Leftrightarrow \sqrt{25t^2 - 9} = \sqrt{4(5t - 3)} \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{1}{5} \text{ (loại)} \\ t = \frac{3}{5} \text{ (tm)} \end{cases}$