

GIẢI HỆ PHƯƠNG TRÌNH BẰNG PHƯƠNG PHÁP THẾ

A. Tóm tắt lý thuyết

1. Quy tắc thế

- Từ 1 phương trình của hpt đã cho (coi như phương trình thứ nhất), ta biểu diễn 1 ẩn theo ẩn kia rồi thế vào phương trình thứ hai để được 1 phương trình mới (chỉ còn 1 ẩn)
- Dùng phương trình mới ấy để thay thế cho phương trình thứ hai trong hệ phương trình và giữ nguyên pt thứ nhất, ta được hệ phương trình mới tương đương với hệ phương trình đã cho.

2. Giải và biện luận phương trình: $ax + b = 0$

- Nếu $a \neq 0 \Rightarrow x = \frac{-b}{a}$
- Nếu $a \neq 0$ và $b \neq 0$ thì phương trình vô nghiệm
- Nếu $a = 0$ và $b = 0$ thì phương trình có vô số nghiệm.

B. Bài tập và các dạng toán

Dạng 1: Giải hệ phương trình bằng phương pháp thế

Cách giải: Căn cứ vào quy tắc thế để giải hpt bậc nhất hai ẩn bằng phương pháp thế ta làm như sau

- Từ 1 phương trình của hệ phương trình đã cho (coi như pt thứ nhất), ta biểu diễn 1 ẩn theo ẩn kia rồi thế vào phương trình thứ hai để được 1 phương trình mới (chỉ còn 1 ẩn).
- Dùng phương trình mới ấy để thay thế cho phương trình thứ hai trong hệ phương trình và giữ nguyên phương trình thứ nhất, ta được hpt mới tương đương với hệ phương trình đã cho.

***) Chú ý:** Ta thường chọn phương trình có các hệ số có giá trị tuyệt đối không quá lớn thường là 1 và -1

Bài 1: Giải các hệ phương trình sau

a.
$$\begin{cases} x + y = 5 \\ 4x - 3y = -1 \end{cases}$$

b.
$$\begin{cases} x - 2y = 2 \\ 2x - 4y = 4 \end{cases}$$

Lời giải

a) **Cách 1:** Thế y theo x ở phương trình thứ nhất

Ta có $\begin{cases} x+y=5 \\ 4x-3y=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=5-x \\ 4x-3(5-x)=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=5-x \\ 7x=14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=3 \end{cases}$

Cách 2: Thế x theo y ở phương trình thứ nhất

Ta có $\begin{cases} x+y=5 \\ 4x-3y=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=5-y \\ 4(5-y)-3y=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=5-y \\ -7y=-21 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=3 \end{cases}$

Vậy phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = (2; 3)$

b) **Cách 1:** Ta có $\begin{cases} x-2y=2 \\ 2x-4y=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2+2y \\ 2(2+2y)-4y=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2+2y \\ 0y=0 \end{cases}$

Ta thấy rằng $0y=0$ có nghiệm đúng với mọi $y \in R$

Do đó hệ phương trình vô số nghiệm.

Cụ thể, tập nghiệm của nó cũng là tập nghiệm của phương trình bậc nhất hai ẩn $x=2+2y$

Do đó, hệ phương trình có nghiệm $(x; y)$ tính bởi công thức $\Leftrightarrow \begin{cases} x=2+2y \\ y \in R \end{cases}$

Cách 2: Ta có $\begin{cases} x-2y=2 \\ 2x-4y=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=\frac{1}{2}x-1 \\ 2x-4\left(\frac{1}{2}x-1\right)=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=\frac{1}{2}x-1 \\ 0x=0 \end{cases}$

Ta thấy rằng $0x=0$ có nghiệm đúng với mọi $x \in R$

Do đó hệ phương trình vô số nghiệm.

Cụ thể, tập nghiệm của nó cũng là tập nghiệm của phương trình bậc nhất hai ẩn $y=\frac{1}{2}x-1$

Do đó, hệ phương trình có nghiệm $(x; y)$ tính bởi công thức $\Leftrightarrow \begin{cases} y=\frac{1}{2}x-1 \\ x \in R \end{cases}$

Bài 2: Giải các hệ phương trình sau

a. $\begin{cases} 8x-2y=10 \\ -4x+y=3 \end{cases}$

b. $\begin{cases} 3x-4y+2=0 \\ 5x+2y=14 \end{cases}$

Lời giải

a) **Cách 1:** Ta có $\begin{cases} 8x-2y=10 \\ -4x+y=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8x-2(3+4x)=10 \\ y=3+4x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0x=16 \\ y=3+4x \end{cases}$

Ta thấy phương trình $Ox=16$ vô nghiệm với mọi $x \in R$

Do đó hệ phương trình vô nghiệm.

Cách 2: Ta có
$$\begin{cases} 8x-2y=10 \\ -4x+y=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8\left(\frac{1}{4}y-\frac{3}{4}\right)-2y=10 \\ y-3=4x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0y=16 \\ x=\frac{1}{4}y-\frac{3}{4} \end{cases}$$

Ta thấy phương trình $Oy=16$ vô nghiệm với mọi $y \in R$

Do đó hệ phương trình vô nghiệm.

b)
$$\begin{cases} 3x-4y+2=0 \\ 5x+2y=14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x-4y=-2 \\ 5x+2y=14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{4y-2}{3} \\ 5\left(\frac{4y-2}{3}\right)+2y=14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{4y-2}{3} \\ 26y=52 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=2 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = (2; 2)$

Bài 3: Giải các hệ phương trình sau

a.
$$\begin{cases} \frac{x}{y} = \frac{2}{3} \\ x+y-1=0 \end{cases}$$

b.
$$\begin{cases} \frac{3x}{2} + 2y = 0 \\ \frac{x+y}{2} - \frac{2y}{3} = \frac{5}{2} \end{cases}$$

Lời giải

a) Điều kiện $x \neq 0; y \neq 0$

$$\begin{cases} \frac{x}{y} = \frac{2}{3} \\ x+y-1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x-2y=0 \\ x=-y+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3(-y+1)-2y=0 \\ x=-y+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{2}{5} \\ y=\frac{3}{5} \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = \left(\frac{2}{5}; \frac{3}{5}\right)$

b)
$$\begin{cases} \frac{3x}{2} + 2y = 0 \\ \frac{x+y}{2} - \frac{2y}{3} = \frac{5}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x+4y=0 \\ 3(x+y)-4y=15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=4 \\ y=-3 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = (4; -3)$

Bài 4: Giải các hệ phương trình sau

$$\text{a) } \begin{cases} (\sqrt{2}-1)x - y = \sqrt{2} \\ x + (\sqrt{2}+1)y = 1 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} -x - \sqrt{2}y = \sqrt{3} \\ \sqrt{2}x + 2y = -\sqrt{6} \end{cases}$$

Lời giải

$$\text{a) } \begin{cases} (\sqrt{2}-1)x - y = \sqrt{2} \\ x + (\sqrt{2}+1)y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = (\sqrt{2}-1)x - \sqrt{2} \\ x + (\sqrt{2}+1)y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = (\sqrt{2}-1)x - \sqrt{2} \\ x + (\sqrt{2}+1) \cdot [(\sqrt{2}-1)x - \sqrt{2}] = 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = (\sqrt{2}-1)x - \sqrt{2} \\ x + (\sqrt{2}+1) \cdot [(\sqrt{2}-1)x - \sqrt{2}] = 1 \quad (*) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\sqrt{2}+3}{2} \\ y = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$(*) \Leftrightarrow x + x - \sqrt{2}(\sqrt{2}+1) = 1 \Leftrightarrow 2x = 2 + \sqrt{2} + 1 \Leftrightarrow 2x = 3 + \sqrt{2} \Leftrightarrow x = \frac{3+\sqrt{2}}{2}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = \left(\frac{\sqrt{2}+3}{2}; -\frac{1}{2} \right)$

$$\text{b) } \begin{cases} -x - \sqrt{2}y = \sqrt{3} \\ \sqrt{2}x + 2y = -\sqrt{6} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\sqrt{2}y - \sqrt{3} \\ \sqrt{2}(-\sqrt{2}y - \sqrt{3}) + 2y = -\sqrt{6} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\sqrt{2}y - \sqrt{3} \\ -2y - \sqrt{6} + 2y = -\sqrt{6} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\sqrt{2}y - \sqrt{3} \\ -\sqrt{6} = -\sqrt{6} \end{cases}$$

(luôn đúng)

Vậy hệ phương trình có vô số nghiệm.

Bài 5: Giải các hệ phương trình sau

$$\text{a) } \begin{cases} x - y\sqrt{2} = 0 \\ x\sqrt{2} + 3y = 5\sqrt{2} \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} x\sqrt{5} + y = 6 + \sqrt{5} \\ \frac{3}{\sqrt{5}}x + (1 - \sqrt{5})y = -1 \end{cases}$$

Lời giải

$$\text{a) Cách 1: Ta có } \begin{cases} x - y\sqrt{2} = 0 \\ x\sqrt{2} + 3y = 5\sqrt{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y\sqrt{2} \\ y\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} + 3y = 5\sqrt{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y\sqrt{2} \\ 5y = 5\sqrt{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = \sqrt{2} \end{cases}$$

$$\text{Cách 2: Ta có } \begin{cases} x - y\sqrt{2} = 0 \\ x\sqrt{2} + 3y = 5\sqrt{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{1}{\sqrt{2}}x \\ x\sqrt{2} + 3 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}x = 5\sqrt{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{1}{\sqrt{2}}x \\ \frac{5}{\sqrt{2}}x = 5\sqrt{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = \sqrt{2} \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = (2; \sqrt{2})$

b) **Cách 1:** Ta có
$$\begin{cases} x\sqrt{5} + y = 6 + \sqrt{5} \\ \frac{3}{\sqrt{5}}x + (1 - \sqrt{5})y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 6 + \sqrt{5} - x\sqrt{5} \\ \frac{3}{\sqrt{5}}x + (1 - \sqrt{5})(6 + \sqrt{5} - x\sqrt{5}) = -1 \end{cases} \quad (*)$$

Giải riêng phương trình (*):

$$(*) \Leftrightarrow \left[\frac{3}{\sqrt{5}} - (1 - \sqrt{5})\sqrt{5} \right] x = -1 - (6 + \sqrt{5})(1 - \sqrt{5}) \Leftrightarrow \left(-1 + \frac{2}{\sqrt{5}} \right) x = -2 + 5\sqrt{5} \Leftrightarrow x = \sqrt{5}$$

Khi đó $y = 6 + \sqrt{5} - \sqrt{5} \cdot \sqrt{5} = 1 + \sqrt{5}$

Cách 2: Ta có:

$$\begin{cases} x\sqrt{5} + y = 6 + \sqrt{5} \\ \frac{3}{\sqrt{5}}x + (1 - \sqrt{5})y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\sqrt{5} = 6 + \sqrt{5} - y \\ \frac{3}{\sqrt{5}}x + (1 - \sqrt{5})y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{6}{\sqrt{5}} + 1 - \frac{1}{\sqrt{5}}y \\ \frac{3}{\sqrt{5}} \cdot \left(\frac{6}{\sqrt{5}} + 1 - \frac{1}{\sqrt{5}}y \right) + (1 - \sqrt{5})y = -1 \end{cases} \quad (**)$$

Giải riêng phương trình (**) ta được:

$$(**) \Leftrightarrow \left(1 - \sqrt{5} - \frac{3}{5} \right) y = -1 - \frac{3}{\sqrt{5}} - \frac{18}{5} \Leftrightarrow \frac{2 - 5\sqrt{5}}{5} y = \frac{-23 - 3\sqrt{5}}{5} \Leftrightarrow y = 1 + \sqrt{5}$$

Khi đó $x = \frac{6}{\sqrt{5}} + 1 - \frac{1}{\sqrt{5}}(1 + \sqrt{5}) = \sqrt{5}$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = (\sqrt{5}; 1 + \sqrt{5})$.

Dạng 2: Giải hệ phương trình quy về hệ phương trình bậc nhất hai ẩn

Cách giải:

- Biến đổi hệ phương trình đã cho về hệ phương trình bậc nhất hai ẩn
- Giải hệ phương trình bậc nhất hai ẩn tìm được.

Bài 1: Giải các hệ phương trình sau

$$\text{a. } \begin{cases} 5(x+2y)-3(x-y)=99 \\ x-3y=7x-4y-17 \end{cases} \qquad \text{b. } \begin{cases} (x+1)(y-1)=xy-1 \\ (x-3)(y-3)=xy-3 \end{cases}$$

Lời giải

$$\text{a. } \begin{cases} 5(x+2y)-3(x-y)=99 \\ x-3y=7x-4y-17 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x+10y-3x+3y=99 \\ x-3y-7x+4y=-17 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+13y=99 \\ -6x+y=-17 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=4 \\ y=7 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = (4; 7)$

$$\text{b. } \begin{cases} (x+1)(y-1)=xy-1 \\ (x-3)(y-3)=xy-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} xy-x+y-1=xy-1 \\ xy-3x-3y+9=xy-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -x+y=0 \\ -3x-3y=-12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=y \\ x=y=2 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = (2; 2)$

Bài 2: Giải các hệ phương trình sau

$$\text{a. } \begin{cases} 3(y-5)+2(x-3)=0 \\ 7(x-4)+3(x+y-1)-14=0 \end{cases} \qquad \text{b. } \begin{cases} (x+1)(y-1)=(x-2)(y+1)-1 \\ 2(x-2)y-x=2xy-3 \end{cases}$$

Lời giải

$$\text{a. } \begin{cases} 3(y-5)+2(x-3)=0 \\ 7(x-4)+3(x+y-1)-14=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+3y=21 \\ 10x+3y=45 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=5 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = (3; 5)$

$$\text{b. } \begin{cases} (x+1)(y-1)=(x-2)(y+1)-1 \\ 2(x-2)y-x=2xy-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-3y=2 \\ x+4y=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{17}{11} \\ y=\frac{4}{11} \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = \left(\frac{17}{11}; \frac{4}{11}\right)$

Bài 3: Giải các hệ phương trình sau

$$\text{a. } \begin{cases} \frac{2x+3}{3y-2} = 1 \\ 3(3y+2) - 4(x+2y) = 0 \end{cases}$$

$$\text{b. } \begin{cases} (x-2)(6y+1) = (2x-3)(3y+1) \\ (2x+1)(12y-9) = (4x-1)(6y-5) \end{cases}$$

Lời giải

$$\text{a) } \begin{cases} \frac{2x+3}{3y-2} = 1 \\ 3(3y+2) - 4(x+2y) = 0 \end{cases} \quad (3y-2 \neq 0 \Leftrightarrow y \neq \frac{2}{3}) \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+3 = 3y-2 \\ 9y+6-4x-8y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2,3 \\ y = 3,2 \end{cases} (tm)$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = (2, 3; 3, 2)$

$$\text{b) } \begin{cases} (x-2)(6y+1) = (2x-3)(3y+1) \\ (2x+1)(12y-9) = (4x-1)(6y-5) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6xy+x-12y = 6xy+2x-9y-3 \\ 24xy-18x+12y-9 = 24xy-20x-6y+5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = 1 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = (-2; 1)$

Bài 4: Giải hệ phương trình sau

$$\begin{cases} \frac{2x-3y}{4} - \frac{x+y-1}{5} = 2x-y-1 \\ \frac{4x+y-2}{4} = \frac{2x-y-3}{6} - \frac{x-y-1}{3} \end{cases}$$

Lời giải

$$\text{Ta có: } \begin{cases} \frac{2x-3y}{4} - \frac{x+y-1}{5} = 2x-y-1 \\ \frac{4x+y-2}{4} = \frac{2x-y-3}{6} - \frac{x-y-1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5(2x-3y) - 4(x+y-1) = 20(2x-y-1) \\ 3(4x+y-2) = 2(2x-y-3) - 4(x-y-1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{2}{3} \\ y = \frac{-4}{3} \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = \left(\frac{2}{3}; \frac{-4}{3}\right)$

Bài 5: Giải các hệ phương trình sau

$$\text{a. } \begin{cases} \sqrt{2}x - 2\sqrt{3}y = -14 \\ 3\sqrt{3}x + 2y = \sqrt{3}(4 - 3\sqrt{2}) \end{cases}$$

$$\text{b. } \begin{cases} (\sqrt{3}-1)x - y = \sqrt{3} \\ x + (\sqrt{3}+1)y = 1 \end{cases}$$

Lời giải

$$\text{a) } \begin{cases} \sqrt{2}x - 2\sqrt{3}y = -14 \\ 3\sqrt{3}x + 2y = \sqrt{3}(4 - 3\sqrt{2}) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{4\sqrt{3} - 3\sqrt{6} - 3\sqrt{3}x}{2} \\ \sqrt{2}x - 2\sqrt{3}\left(\frac{4\sqrt{3} - 3\sqrt{6} - 3\sqrt{3}x}{2}\right) = -14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x(9 + \sqrt{2}) = -9\sqrt{2} - 2 \\ y = 2\sqrt{3} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -\sqrt{2} \\ y = 2\sqrt{3} \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = (-\sqrt{2}; 2\sqrt{3})$

$$b. \begin{cases} (\sqrt{3}-1)x - y = \sqrt{3} \\ x + (\sqrt{3}+1)y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = (\sqrt{3}-1)x - \sqrt{3} \\ x + (\sqrt{3}+1).x[(\sqrt{3}-1)x - \sqrt{3}] = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = (\sqrt{3}-1)x - \sqrt{3} \\ 3x = 4 + \sqrt{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{4+\sqrt{3}}{3} \\ y = \frac{-1}{3} \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = \left(\frac{4+\sqrt{3}}{3}; \frac{-1}{3}\right)$

Bài 6: Giải các hệ phương trình sau

$$a. \begin{cases} -2\sqrt{3}x + 3\sqrt{5}y = -21 \\ 4x - 2\sqrt{3}y = 2\sqrt{3}(2 + \sqrt{5}) \end{cases} \quad b. \begin{cases} (x-1)^2 + (y-2)^2 = (x+1)^2 + 1 + (y+1)^2 \\ (x-y-3)^2 = (x-y-1)^2 \end{cases}$$

Lời giải

$$a) \begin{cases} -2\sqrt{3}x + 3\sqrt{5}y = -21 \\ 4x - 2\sqrt{3}y = 2\sqrt{3}(2 + \sqrt{5}) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2\sqrt{3}\left(\frac{4\sqrt{3} + 2\sqrt{15} + 2\sqrt{3}y}{4}\right) + 3\sqrt{5}y = -21 \\ x = \frac{4\sqrt{3} + 2\sqrt{15} + 2\sqrt{3}y}{y} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \sqrt{3} \\ y = -\sqrt{5} \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = (\sqrt{3}; -\sqrt{5})$

$$b) \begin{cases} (x-1)^2 + (y-2)^2 = (x+1)^2 + 1 + (y+1)^2 \\ (x-y-3)^2 = (x-y-1)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1,5 \\ y = -0,5 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = (1,5; -0,5)$

Dạng 3: Giải hệ phương trình bằng phương pháp đặt ẩn phụ

Cách giải: Ta thực hiện theo các bước sau

Bước 1: Chọn ẩn phụ cho các biểu thức của hệ phương trình đã cho để được hệ phương trình bậc nhất hai ẩn mới ở dạng cơ bản (tìm điều kiện của ẩn phụ nếu có).

Bước 2: Giải hệ phương trình bậc nhất hai ẩn bằng phương pháp thế, từ đó tìm nghiệm của hệ phương trình đã cho.

Bài 1: Giải các hệ phương trình sau

a.
$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{12} \\ \frac{8}{x} + \frac{15}{y} = 1 \end{cases}$$

b.
$$\begin{cases} \frac{2}{x+2y} + \frac{1}{y+2x} = 3 \\ \frac{4}{x+2y} - \frac{3}{y+2x} = 1 \end{cases}$$

Lời giải

a. Điều kiện $x, y \neq 0$. Đặt $\frac{1}{x} = a; \frac{1}{y} = b \Rightarrow \begin{cases} a + b = \frac{1}{12} \\ 8a + 15b = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8a + 8b = \frac{2}{3} \\ 8a + 15b = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{28} \\ b = \frac{1}{21} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 28 \\ y = 21 \end{cases}$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = (28; 21)$.

b.
$$\begin{cases} \frac{2}{x+2y} + \frac{1}{y+2x} = 3 \\ \frac{4}{x+2y} - \frac{3}{y+2x} = 1 \end{cases} \quad (x \neq -2y; y \neq -2x) \Leftrightarrow \begin{cases} a + b = 3 \\ 4a - 3b = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{10}{7} \\ b = \frac{11}{7} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{3} \\ y = \frac{1}{3} \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $x = y = \frac{1}{3}$

Bài 2: Giải hệ phương trình sau

$$\begin{cases} \frac{5}{x+y-3} - \frac{2}{x-y+1} = 8 \\ \frac{3}{x+y-3} + \frac{1}{x-y+1} = \frac{3}{2} \end{cases}$$

Lời giải

Ta có:
$$\begin{cases} \frac{5}{x+y-3} - \frac{2}{x-y+1} = 8 \\ \frac{3}{x+y-3} + \frac{1}{x-y+1} = \frac{3}{2} \end{cases} \quad (x+y \neq 3; x-y \neq -1) \Leftrightarrow \begin{cases} 5u - 2v = 8 \\ 3u + v = 1,5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u = 1 \\ v = -\frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{x+y-3} = 1 \\ \frac{1}{x-y+1} = -\frac{3}{2} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+y-3=1 \\ 3(x-y+1)=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1\frac{1}{6} \\ y=2\frac{5}{6} \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = \left(1\frac{1}{6}; 2\frac{5}{6}\right)$

Bài 3: Giải các hệ phương trình sau

$$a. \begin{cases} \frac{4}{x+y-1} - \frac{5}{2x-y+3} = \frac{5}{2} \\ \frac{3}{x+y-1} + \frac{1}{2x-y+3} = \frac{7}{5} \end{cases}$$

$$b. \begin{cases} \frac{3}{5x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{10} \\ \frac{3}{4x} + \frac{3}{4y} = \frac{1}{12} \end{cases}$$

Lời giải

$$a. \begin{cases} \frac{4}{x+y-1} - \frac{5}{2x-y+3} = \frac{5}{2} \\ \frac{3}{x+y-1} + \frac{1}{2x-y+3} = \frac{7}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4u-5v = \frac{5}{2} \\ 3u+v = \frac{7}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8u-10v = 5 \\ 15u+5v = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \dots \begin{cases} x = \frac{-10}{3} \\ y = \frac{19}{3} \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = \left(\frac{-10}{3}; \frac{19}{3}\right)$

$$b. \begin{cases} \frac{3}{5x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{10} \\ \frac{3}{4x} + \frac{3}{4y} = \frac{1}{12} \end{cases} (x, y \neq 0) \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{3}{5}u+v = \frac{1}{10} \\ \frac{3}{4}u + \frac{3}{4}v = \frac{1}{12} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u = \frac{1}{36} \\ v = \frac{1}{12} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 36 \\ y = 12 \end{cases} (tm)$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = (36; 12)$

Bài 4: Giải các hệ phương trình sau

$$a. \begin{cases} \sqrt{x-1} - 3\sqrt{y+2} = 2 \\ 2\sqrt{x-1} + 5\sqrt{y+2} = 15 \end{cases} (x \geq 1; y \geq -2)$$

$$b. \begin{cases} 4\sqrt{x+3} - 9\sqrt{y+1} = 2 \\ 5\sqrt{x+3} + 3\sqrt{y+1} = 31 \end{cases} (x \geq -3; y \geq -1)$$

$$c. \begin{cases} 2(x^2 - 2x) + \sqrt{y+1} = 0 \\ 3(x^2 - 2x) + (-2\sqrt{y+1}) = -7 \end{cases} (y \geq -1)$$

Lời giải

$$a. \begin{cases} \sqrt{x-1} - 3\sqrt{y+2} = 2 \\ 2\sqrt{x-1} + 5\sqrt{y+2} = 15 \end{cases} (x \geq 1; y \geq -2) \Leftrightarrow \begin{cases} u-3v = 2 \\ 2u+5v = 15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u = 5 \\ v = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x-1} = 5 \\ \sqrt{y+2} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 26 \\ y = -1 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = (26; -1)$

$$b. \begin{cases} 4\sqrt{x+3} - 9\sqrt{y+1} = 2 \\ 5\sqrt{x+3} + 3\sqrt{y+1} = 31 \end{cases} (x \geq -3; y \geq -1) \Leftrightarrow \begin{cases} x = 22 \\ y = 3 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = (22; 3)$

Bài 5: Giải các hệ phương trình sau

$$\begin{cases} 2(x^2 - 2x) + \sqrt{y+1} = 0 \\ 3(x^2 - 2x) + (-2\sqrt{y+1}) = -7 \end{cases} (y \geq -1)$$

Lời giải

$$\text{Ta có: } \begin{cases} 2(x^2 - 2x) + \sqrt{y+1} = 0 \\ 3(x^2 - 2x) + (-2\sqrt{y+1}) = -7 \end{cases} (y \geq -1) \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 2x = -1 \\ \sqrt{y+1} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 3 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = (1; 3)$

Bài 6: Giải các hệ phương trình sau

$$a. \begin{cases} \frac{7}{\sqrt{x-7}} - \frac{4}{\sqrt{y+6}} = \frac{5}{3} \\ \frac{5}{\sqrt{x-7}} + \frac{3}{\sqrt{y+6}} = \frac{13}{6} \end{cases} (x > 7; y > -6)$$

$$b. \begin{cases} 5|x-1| - 3|y+2| = 7 \\ 2\sqrt{4x^2 - 8x + 4} + 5\sqrt{y^2 + 4y + 4} = 13 \end{cases} \left(DK : \begin{cases} 4x^2 - 8x + 4 \geq 0 \\ y^2 + 4y + 4 \geq 0 \end{cases} \right)$$

Lời giải

$$a. \begin{cases} \frac{7}{\sqrt{x-7}} - \frac{4}{\sqrt{y+6}} = \frac{5}{3} \\ \frac{5}{\sqrt{x-7}} + \frac{3}{\sqrt{y+6}} = \frac{13}{6} \end{cases} (x > 7; y > -6) \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{x-7}} = \frac{1}{3} \\ \frac{1}{\sqrt{y+6}} = \frac{1}{6} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x-7} = 3 \\ \sqrt{y+6} = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 16 \\ y = 30 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = (16; 30)$

$$b. \begin{cases} 5|x-1| - 3|y+2| = 7 \\ 2\sqrt{4x^2 - 8x + 4} + 5\sqrt{y^2 + 4y + 4} = 13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5|x-1| - 3|y+2| = 7 \\ 4|x-1| + 5|y+2| = 13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5u - 3v = 7 \\ 4u + 5v = 13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |x-1| = 2 \\ |y+2| = 1 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có 4 nghiệm: $(3; -1); (3; -3); (-1; -1); (-1; -3)$

Bài 7: Giải các hệ phương trình sau

a.
$$\begin{cases} 7x^2 + 13y = -39 \\ 5x^2 - 11y = 33 \end{cases}$$

b.
$$\begin{cases} 2x^2 + y^2 = 10 \\ x^2 - 2y^2 = 5 \end{cases}$$

c.
$$\begin{cases} (x+3)^2 - 2y^3 = 6 \\ 3(x+2)^2 + 5y^3 = 7 \end{cases}$$

Lời giải

a. Đặt $x^2 = u \geq 0; y = v \Rightarrow \begin{cases} 7u - 13v = -39 \\ 5u - 11v = 33 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = -3 \end{cases}$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = (0; -3)$

b. Đặt $\begin{cases} x^2 = u \geq 0 \\ y^2 = v \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2u + v = 10 \\ u - 2v = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u = 5 \\ v = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm 5 \\ y = 0 \end{cases}$

Vậy hệ phương trình có hai nghiệm $(x; y) = (5; 0); (-5; 0)$

c. Đặt $\begin{cases} (x+3)^2 = u \geq 0 \\ v = y^3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u - 2v = 6 \\ 3u + 5v = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u = 4 \\ v = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x+3)^2 = 4 \\ y^3 = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = -5 \\ v = -1 \end{cases}$

Vậy hệ phương trình có hai nghiệm $(x; y) = (-1; -1); (-5; -1)$

Bài 8: Giải các hệ phương trình sau

a.
$$\begin{cases} 2(x-1)^2 - 3y^3 = 7 \\ 5(x-1)^2 + 6y^3 = 4 \end{cases}$$

b.
$$\begin{cases} x^2 + 2(y^2 + 2y) = 10 \\ 3x^2 - (y^2 + 2y) = 9 \end{cases}$$

Lời giải

b) Đặt $\begin{cases} u = x^2 \geq 0 \\ v = y^2 + 2y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u + 2v = 10 \\ 6u - 2v = 18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u = 4 \\ v = 3 \end{cases} \Rightarrow (x; y) \in \{(2; 1); (2; -3); (-2; 1); (-2; -3)\}$

Vậy hệ phương trình có 4 nghiệm $(x; y) \in \{(2; 1), (2; -3), (-2; 1), (-2; -3)\}$

Dạng 4: Tìm điều kiện của tham số để hệ phương trình thỏa mãn điều kiện cho trước

Cách giải: Ta thường sử dụng các kiến thức sau

- Hệ phương trình bậc nhất hai ẩn có nghiệm $(x_0; y_0) \Leftrightarrow \begin{cases} ax_0 + by_0 = c \\ a'x_0 + b'y_0 = c' \end{cases}$

- Đường thẳng $d: ax + by = c$ đi qua điểm $M(x_0; y_0) \Leftrightarrow ax_0 + by_0 = c$

Bài 1:

Xác định các hệ số a và b , biết rằng hệ phương trình sau: $(I) \begin{cases} 4x + ay = 6 \\ bx - 2ay = 8 \end{cases}$ có nghiệm là:

a) $(1; -1)$

b) $(-\sqrt{2}; 3)$

Lời giải

a) Vì $(1; -1)$ là một nghiệm của phương trình (I), nên thay giá trị này vào hệ phương trình (I)

$$\text{ta được: } \begin{cases} 4.1 + a.(-1) = 6 \\ b.1 - 2a.(-1) = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4 - a = 6 \\ b + 2a = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = 8 - 2a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = 12 \end{cases}$$

Vậy $a = -2; b = 12$

$$\text{b) Tương tự ta có: } \begin{cases} 4.(-\sqrt{2}) + a.3 = 6 \\ b.(-\sqrt{2}) - 2a.3 = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 + \frac{4\sqrt{2}}{3} \\ b.(-\sqrt{2}) = 2a.3 + 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 + \frac{4\sqrt{2}}{3} \\ b.(-\sqrt{2}) = 6. \left(2 + \frac{4\sqrt{2}}{3} \right) + 8 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 + \frac{4\sqrt{2}}{3} \\ b = -10\sqrt{2} - 8 \end{cases} \text{ . Vậy } a = 2 + \frac{4\sqrt{2}}{3}; b = -10\sqrt{2} - 8$$

Bài 2:

Cho hệ phương trình: $\begin{cases} (3a + b)x + (4a - b + 1)y = 35 \\ bx + 4ay = 29 \end{cases}$. Tìm các giá trị của a, b để hệ phương trình

có nghiệm $(1; -3)$

Lời giải

Thay $x = 1; y = -3$ vào hệ phương trình ta được:

$$\begin{cases} (3a+b).1+(4a-b+1).(-3)=35 \\ b.1+4a.(-3)=29 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3a+b-12a+3b-3=35 \\ b-12a=29 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -9a+4b=38 \\ b-12a=29 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-2 \\ b=5 \end{cases}$$

Vậy $a=-2; b=5$

Bài 3:

Biết rằng: Đa thức $P(x)$ chia hết cho đa thức $x-a$ khi và chỉ khi $P(a)=0$

Hãy tìm các giá trị của m và n sao cho đa thức sau đồng thời chia hết cho $x+2$ và $x-1$:

$$P(x) = mx^3 + (m-5)x^2 - (2n+1)x + 3n$$

Lời giải

Theo giả thiết $P(x)$ đồng thời chia hết cho đa thức $x+2$ và $x-1$, do đó ta có:

$$\begin{aligned} \begin{cases} P(-2)=0 \\ P(1)=0 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} m.(-2)^3 + (m-5).(-2)^2 - (2n+1).(-2) + 3n = 0 \\ m.1^3 + (m-5).1^2 - (2n+1).1 + 3n = 0 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} -4m + 7n = 18 \\ 2m + n = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4m + 7(6-2m) = 18 \\ n = 6-2m \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} -18m = -24 \\ n = 6-2m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{4}{3} \\ n = \frac{10}{3} \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy $m = \frac{4}{3}$ và $n = \frac{10}{3}$.

Bài 4:

Cho hai đường thẳng $(d_1): mx - 2(3n+2)y = 6; (d_2): (3m-1)x + 2ny = 56$.

Tìm các giá trị của tham số m và n để d_1, d_2 cắt nhau tại điểm $I(2; -5)$

Lời giải

$$\text{Vì } d_1, d_2 \text{ cắt nhau tại điểm } I(2; -5) \text{ nên } \begin{cases} I \in d_1 \\ I \in d_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2m - 2(3n+2).(-5) = 6 \\ (3m-1).2 + 2n.(-5) = 56 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m = 8 \\ n = -1 \end{cases}$$

Vậy $m=8; n=-1$ là các giá trị cần tìm.

Bài 5: Tuyển sinh vào 10, Bắc Ninh năm 2011 - 2012

Cho hệ phương trình: $\begin{cases} 2x + y = 5m - 1 \\ x - 2y = 2 \end{cases}$, m là tham số

a. Giải hệ phương trình khi $m=1$

b. Tìm m để hệ có nghiệm x, y thỏa mãn $x^2 - 2y^2 = 1$

Lời giải

$$\text{Hệ phương trình tương đương} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + y = 5m - 1 \\ x - 2y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2m \\ y = m - 1 \end{cases}$$

a. Với $m = 1$ ta được: $\begin{cases} x = 2 \\ y = 0 \end{cases}$

b. Hệ có nghiệm (x, y) thỏa mãn $x^2 - 2y^2 = 1$ khi và chỉ khi:

$$4m^2 - 2(m-1)^2 = 1 \Leftrightarrow 2m^2 + 4m - 3 = 0 \Leftrightarrow m = \frac{-2 \pm \sqrt{10}}{2}$$

Vậy $m = \frac{-2 \pm \sqrt{10}}{2}$ là các giá trị cần tìm.

Bài 6:

Cho hệ phương trình: $\begin{cases} (m-1)x + y = m(1) \\ x + (m-1)y = 2(2) \end{cases}$, m là tham số, giả sử hệ có nghiệm duy nhất (x, y)

a. Tìm đẳng thức liên hệ giữa x và y không phụ thuộc vào m

b. Tìm giá trị của m thỏa mãn $2x^2 - 7y = 1$

c. Tìm các giá trị nguyên của m để biểu thức $\frac{2x-3y}{x+y}$ nhận giá trị nguyên.

Lời giải

a. Từ (1) ta có: $y = m - (m-1)x$, thay vào phương trình (2) ta được:

$$x + (m-1)[m - (m-1)x] = 2 \Leftrightarrow (m^2 - 2m)x = m^2 - m - 2 \Leftrightarrow m(m-2)x = (m-2)(m+1)$$

$$\text{Hệ phương trình có nghiệm duy nhất} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ m \neq 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{m+1}{m} \\ y = \frac{1}{m} \end{cases}$$

Ta có: $\begin{cases} x = \frac{m+1}{m} \\ y = \frac{1}{m} \end{cases} \Rightarrow x - y = 1$ là hệ thức liên hệ giữa x và y không phụ thuộc vào m .

b. Ta có: $x - y = 1 \Rightarrow x = y + 1; 2(y+1)^2 - 7y = 1 \Leftrightarrow 2y^2 - 3y + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 \\ y = \frac{1}{2} \end{cases}$

+) Với $y = 1 \Rightarrow \frac{1}{m} = 1 \Leftrightarrow m = 1$

+) Với $y = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{m} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow m = 2(\text{loại})$

Vậy $m = 1$ là giá trị cần tìm.

c. Ta có $\frac{2x-3y}{x+y} = \frac{2(y+1)-3y}{2y+1} = \frac{2-y}{2y+1} = \frac{2m-1}{m+2} = 2 - \frac{5}{m+2} \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow \frac{5}{m+2} \in \mathbb{Z}$

$\Leftrightarrow m+2 \in \{\pm 1; \pm 5\} \Rightarrow m \in \{-1; -3; 3; -7\}$

Vậy $m \in \{-1; -3; 3; -7\}$

Bài 7:

Cho hệ phương trình:
$$\begin{cases} (2m+1)x - 3y = 3m - 2 & (1) \\ (m+3)x - (m+1)y = 2m & (2) \end{cases}$$

a. Tìm m để hệ phương trình có nghiệm

b. Tìm m để hệ có nghiệm duy nhất $(x; y)$ thỏa mãn $x \geq 2y$

c. Tìm m để hệ có nghiệm duy nhất $(x; y)$ sao cho $P = x^2 + 3y^2$ đạt giá trị nhỏ nhất

Lời giải

Từ (1) $\Rightarrow y = \frac{(2m+1)x - 3m + 2}{3}$ thay vào phương trình (2) ta được:

$$(m+3)x - \frac{(m+1)[(2m+1)x - 3m + 2]}{3} = 2m \Leftrightarrow 3(m+3)x - (m+1)(2m+1)x + (m+1)(3m-2) = 6m$$

$\Leftrightarrow 2(m^2 - 4)x = 3m^2 - 5m - 2 \quad (*)$

a. Hệ có nghiệm khi và chỉ khi $(*)$ có nghiệm $\Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 4 = 0 \\ 3m^2 - 5m - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m \neq \pm 2 \end{cases}$

Vậy điều kiện: $m \neq 2$.

b. Hệ có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow m^2 - 4 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq \pm 2$

Khi đó: $(*) \Leftrightarrow x = \frac{(3m+1)(m-2)}{2(m-2)(m+2)} = \frac{3m+1}{2(m+2)} \Rightarrow y = \frac{\frac{(2m+1)(3m+1)}{2(m+2)} - 3m + 2}{3} = \frac{3-m}{2(m+2)}$

$$\text{Do đó: } x \geq 2y \Leftrightarrow \frac{3m+1}{2(m+2)} \geq \frac{2(3-m)}{2(m+2)} \Leftrightarrow \frac{5m-5}{2(m+2)} \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m-1 \geq 0 \\ m+2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 1 \\ m < -2 \end{cases}$$

Vậy $m > 2$ hoặc $1 \leq m < 2$ hoặc $m < -2$ là các giá trị cần tìm.

c. Hệ có nghiệm duy nhất khi $m \neq \pm 2$, khi đó nghiệm của hệ là:

$$\begin{cases} x = \frac{3m+1}{2(m+2)} \\ y = \frac{3-m}{2(m+2)} \end{cases} \Rightarrow P = \frac{(3m+1)^2}{4(m+2)^2} + \frac{3(3-m)^2}{4(m+2)^2} = \frac{3m^2 - 3m + 7}{m^2 + 4m + 4}$$

$$P - \frac{3}{4} = \frac{(3m-4)^2}{(m+2)^2} \geq 0 \Rightarrow P \geq \frac{3}{4} \Leftrightarrow m = \frac{4}{3}.$$

BÀI TẬP VỀ NHÀ

Bài 1: Giải các hệ phương trình sau

$$\text{a. } \begin{cases} x - y = 3 \\ 3x - 4y = 2 \end{cases} \qquad \text{b. } \begin{cases} \frac{x}{2} - \frac{y}{3} = 1 \\ 5x - 8y = 3 \end{cases}$$

Hướng dẫn

$$\text{a) } \begin{cases} x - y = 3 \\ 3x - 4y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 10 \\ y = 7 \end{cases} \qquad \text{b) } \begin{cases} \frac{x}{2} - \frac{y}{3} = 1 \\ 5x - 8y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = \frac{3}{2} \end{cases}$$

Bài 2: Giải các hệ phương trình sau

$$\text{a. } \begin{cases} 2(x + y) + 3(x - y) = 4 \\ (x + y) + 2(x - y) = 5 \end{cases} \qquad \text{b. } \begin{cases} (x + 1)(y - 1) = xy - 1 \\ (x - 3)(y + 3) = xy - 3 \end{cases}$$

Hướng dẫn

$$\text{a) } \begin{cases} 2(x + y) + 3(x - y) = 4 \\ (x + y) + 2(x - y) = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{-1}{2} \\ y = \frac{-13}{2} \end{cases} \qquad \text{b) } \begin{cases} (x + 1)(y - 1) = xy - 1 \\ (x - 3)(y + 3) = xy - 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \emptyset \\ y = \emptyset \end{cases}$$

Bài 3: Giải các hệ phương trình sau

$$\text{a. } \begin{cases} \frac{1}{x-2} + \frac{1}{2y-1} = 2 \\ \frac{2}{x-2} - \frac{3}{2y-1} = 1 \end{cases} \qquad \text{b. } \begin{cases} \frac{1}{2x+y} + \frac{1}{x-2y} = \frac{5}{8} \\ \frac{1}{2x+y} - \frac{1}{x-2y} = \frac{-3}{8} \end{cases}$$

Hướng dẫn

$$\text{a) } \begin{cases} \frac{1}{x-2} + \frac{1}{2y-1} = 2 \\ \frac{2}{x-2} - \frac{3}{2y-1} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{19}{7} \\ y = \frac{4}{3} \end{cases} \Rightarrow (x; y) = \left(\frac{19}{7}; \frac{4}{3} \right)$$

$$\text{b) } \begin{cases} \frac{1}{2x+y} + \frac{1}{x-2y} = \frac{5}{8} \\ \frac{1}{2x+y} - \frac{1}{x-2y} = \frac{-3}{8} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{18}{5} \\ y = \frac{4}{5} \end{cases} \Rightarrow (x; y) = \left(\frac{18}{5}; \frac{4}{5} \right)$$

Bài 4:

Cho hệ phương trình $\begin{cases} (3a-2)x + 2(2b+1)y = 30 \\ (a+2)x - 2(3b-1)y = -20 \end{cases}$. Tìm các giá trị của a, b để hệ phương trình có nghiệm là $(3; -1)$

Hướng dẫn

Thay $x = 3; y = -1$ vào hệ phương trình ta được $a = 2; b = -5$