

ÔN TẬP GIẢI HỆ PHƯƠNG TRÌNH BẰNG PHƯƠNG PHÁP CỘNG ĐẠI SỐ

A. Tóm tắt lý thuyết

Xét hệ phương trình: $\begin{cases} ax+by=c \\ a'x+b'y=c' \end{cases}$. Giả sử $a, a' \neq 0$, khi đó để làm mất x , ta nhân phương

trình thứ nhất của hệ với a' và nhân phương trình thứ hai với a ta được: $\begin{cases} a'ax+a'by=a'c \\ aa'x+ab'y=ac' \end{cases}$, trừ

theo vế hai phương trình của hệ ta được: $(ba'-ab')y=ca'-ac'$

Giải phương trình này ta tìm được y , sau đó thay vào hệ ta tìm được x

*) Giải và biện luận hệ phương trình $\begin{cases} ax+by=c \\ a'x+b'y=c' \end{cases}$

Bước 1: Tính các định thức $D = \begin{vmatrix} a & b \\ a' & b' \end{vmatrix} = ab' - a'b$ (gọi là định thức của hệ)

$D_x = \begin{vmatrix} c & b \\ c' & b' \end{vmatrix} = cb' - c'b$ (gọi là định thức của x)

$D_y = \begin{vmatrix} a & c \\ a' & c' \end{vmatrix} = ac' - a'c$ (gọi là định thức của y)

Bước 2: Biện luận

+ Nếu $D \neq 0$ thì hệ có nghiệm duy nhất $\begin{cases} x = \frac{D_x}{D} \\ y = \frac{D_y}{D} \end{cases}$

+ Nếu $D = 0$ và $D_x \neq 0$ hoặc $D_y \neq 0$ thì hệ vô nghiệm

+ Nếu $D = D_x = D_y = 0$ thì hệ có vô số nghiệm

*) Ý nghĩa hình học: Giải sử (d) là đường thẳng có phương trình $ax+by=c$ và (d') có phương trình $a'x+b'y=c'$. Khi đó

1) Hệ có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow (d)$ và (d') cắt nhau

2) Hệ vô nghiệm $\Leftrightarrow (d)$ và (d') song song với nhau

3) Hệ có vô số nghiệm $\Leftrightarrow (d)$ và (d') trùng nhau.

B. Bài tập và các dạng toán

Dạng 1: Giải hệ phương trình bằng phương pháp cộng đại số

Cách giải:

- Nếu hệ số của cùng một ẩn bằng nhau thì ta trừ vế với vế
- Nếu hệ số của cùng một ẩn đối nhau thì ta cộng vế với vế
- Nếu không có hệ số của ẩn nào bằng nhau hoặc đối nhau thì ta nhân hai vế của phương trình với số thích hợp rồi đưa về trường hợp thứ nhất.

Bài 1:

Giải các hệ phương trình sau:

$$a) \begin{cases} -2x + 3y = 5 \\ 4x - 3y = -1 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} x - 2y = 2 \\ 2x - 4y = 4 \end{cases}$$

Lời giải

$$a) \text{ Ta có } \begin{cases} -2x + 3y = 5 \\ 4x - 3y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2x + 3y = 5 \\ 2x = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2x + 3y = 5 \\ x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = (2; 3)$

b) Nhân cả hai vế của phương trình thứ nhất với 2 ta được phương trình tương đương

$$\begin{cases} x - 2y = 2 \\ 2x - 4y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 4y = 4 \\ 2x - 4y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0x = 0 \\ x - 2 = 2y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0x = 0 \\ y = \frac{1}{2}x - 1 \end{cases}$$

Do đó hệ phương trình có vô số nghiệm

Cụ thể, tập nghiệm của nó cũng là tập nghiệm của phương trình bậc nhất hai ẩn $y = \frac{1}{2}x - 1$

Do đó, hệ phương trình có nghiệm $(x; y)$ tính bởi công thức $\begin{cases} x \in R \\ y = \frac{1}{2}x - 1 \end{cases}$

Bài 2:

Giải các hệ phương trình sau

$$a) \begin{cases} x - \sqrt{3}y = 1 \\ \sqrt{3}x + 3y = 5\sqrt{3} \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} (\sqrt{2} - 1)x + \sqrt{2}y = 1 + \sqrt{2} \\ 3x - (1 + \sqrt{2})y = 1 - \sqrt{2} \end{cases}$$

Lời giải

a) Nhân cả hai vế của phương trình thứ nhất với $\sqrt{3}$ ta có hệ phương trình tương đương

$$\begin{cases} x - \sqrt{3}y = 1 \\ \sqrt{3}x + 3y = 5\sqrt{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\sqrt{3} - 3y = \sqrt{3} \\ x\sqrt{3} + 3y = 5\sqrt{3} \end{cases}$$

Cộng từng vế của hai phương trình của hệ mới tạo thành, ta được $2\sqrt{3}x = 6\sqrt{3}$

Ta có hệ phương trình $\begin{cases} x\sqrt{3} - 3y = \sqrt{3} \\ x\sqrt{3} + 3y = 5\sqrt{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2\sqrt{3}x = 6\sqrt{3} \\ x\sqrt{3} + 3y = 5\sqrt{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ 3y = -x\sqrt{3} + 5\sqrt{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = \frac{2\sqrt{3}}{3} \end{cases}$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = \left(3; \frac{2\sqrt{3}}{3}\right)$.

b) $\begin{cases} (\sqrt{2} - 1)x + \sqrt{2}y = 1 + \sqrt{2} \\ 3x - (1 + \sqrt{2})y = 1 - \sqrt{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3(\sqrt{2} - 1)x + 3\sqrt{2}y = 3 + 3\sqrt{2} \\ 3(\sqrt{2} - 1)x - y = -(\sqrt{2} - 1)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = \sqrt{2} \end{cases}$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = (1; \sqrt{2})$

Bài 3:

Giải các hệ phương trình sau

a) $\begin{cases} x + \sqrt{7}y = -2\sqrt{3} \\ -2x - 2\sqrt{7}y = \sqrt{11} \end{cases}$

b) $\begin{cases} 3\sqrt{5}x - 4y = 15 - 2\sqrt{7} \\ -2\sqrt{5}x + 8\sqrt{7}y = 18 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x\sqrt{2} + \frac{1}{2}y = 2 + 3\sqrt{2} \\ 3x + (1 - \sqrt{2})y = -1 \end{cases}$

Lời giải

a) $\begin{cases} x + \sqrt{7}y = -2\sqrt{3} \\ -2x - 2\sqrt{7}y = \sqrt{11} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 2\sqrt{7}y = -4\sqrt{3} \\ -2x - 2\sqrt{7}y = \sqrt{11} \end{cases} \Rightarrow \text{Hệ phương trình vô nghiệm}$

b) $\begin{cases} 3\sqrt{5}x - 4y = 15 - 2\sqrt{7} \\ -2\sqrt{5}x + 8\sqrt{7}y = 18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6\sqrt{35}x - 8\sqrt{7}y = 15 - 2\sqrt{7} \\ -2\sqrt{5}x + 8\sqrt{7}y = 18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \sqrt{5} \\ y = \frac{\sqrt{7}}{2} \end{cases}$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = \left(\sqrt{5}; \frac{\sqrt{7}}{2}\right)$

c) Nhân cả hai vế của phương trình thứ nhất với 2, nhân cả hai vế của phương trình thứ hai với $(1+\sqrt{2})$, ta được hệ phương trình tương đương

$$\begin{cases} x\sqrt{2} + \frac{1}{2}y = 2 + 3\sqrt{2} \\ 3x + (1-\sqrt{2})y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2\sqrt{2}x + y = 4 + 2\sqrt{6} \\ 3(1+\sqrt{2})x + (-1)x = -(1+\sqrt{2}) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2\sqrt{2}x + y = 4 + 2\sqrt{6} \\ x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 4 + 4\sqrt{2} \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = (1; 4 + 4\sqrt{2})$

Dạng 2: Giải hệ phương trình quy về hệ phương trình bậc nhất hai ẩn

Cách giải: Ta thực hiện theo các bước sau

Bước 1: Biến đổi hệ phương trình đã cho về hệ phương trình bậc nhất hai ẩn

Bước 2: Giải hệ phương trình bậc nhất hai ẩn bằng phương pháp cộng đại số

Bài 1:

Giải các hệ phương trình sau:

a.
$$\begin{cases} 2(x+y) - 5y = 3 \\ 4(x-1) - 2(y+1) = 4 \end{cases}$$

b.
$$\begin{cases} (x-3)(2y+5) = (2x+7)(y-1) \\ (4x+1)(3y-6) = (6x-1)(2y+3) \end{cases}$$

Lời giải

a) Ta có
$$\begin{cases} 2(x+y) - 5y = 3 \\ 4(x-1) - 2(y+1) = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 3y = 3 \\ 4(x-1) - 2(y+1) = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 3y = 3 \\ 4x - 6y = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = (3; 1)$.

b)
$$\begin{cases} (x-3)(2y+5) = (2x+7)(y-1) \\ (4x+1)(3y-6) = (6x-1)(2y+3) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{-79}{511} \\ y = \frac{-51}{73} \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = \left(\frac{-79}{511}; \frac{-51}{73}\right)$.

Bài 2:

Giải các hệ phương trình sau:

a.
$$\begin{cases} 2(x+y) + 3(x-y) = 4 \\ (x+y) + 2(x-y) = 5 \end{cases}$$

b.
$$\begin{cases} (x+y)(x-1) = (x-y)(x+1) + 2(xy+1) \\ (y-x)(y+1) = (y+x)(y-2) - 2xy \end{cases}$$

$$\text{c. } \begin{cases} \frac{3x+2}{3} + \frac{y-1}{2} = 1 \\ \frac{4x+y}{4} + \frac{y+1}{2} = -3 \end{cases}$$

$$\text{d. } \begin{cases} \frac{1}{2}x + \frac{2}{3}y = 7 \\ \frac{5}{3}x - \frac{3}{2}y = 1 \end{cases}$$

Lời giải

$$\text{a. } \begin{cases} 2(x+y) + 3(x-y) = 4 \\ (x+y) + 2(x-y) = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{-1}{2} \\ y = \frac{27}{2} \end{cases}.$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = \left(\frac{-1}{2}; \frac{27}{2}\right)$

$$\text{b. } \begin{cases} (x+y)(x-1) = (x-y)(x+1) + 2(xy+1) \\ (y-x)(y+1) = (y+x)(y-2) - 2xy \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = \frac{1}{3} \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = \left(-1; \frac{1}{3}\right)$

$$\text{c. } \begin{cases} \frac{3x+2}{3} + \frac{y-1}{2} = 1 \\ \frac{4x+y}{4} + \frac{y+1}{2} = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x+3y = 5 \\ 4x+3y = -14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{19}{2} \\ y = -14 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = \left(\frac{19}{2}; -14\right)$

$$\text{d. } \begin{cases} \frac{1}{2}x + \frac{2}{3}y = 7 \\ \frac{5}{3}x - \frac{3}{2}y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x+4y = 42 \\ 10x-9y = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6 \\ y = 6 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = (6; 6)$

Bài 3:

Giải các hệ phương trình sau:

$$\text{a. } \begin{cases} 5(x+2y) - 3(x-y) = 99 \\ x-3y = 7x-4y-17 \end{cases}$$

$$\text{b. } \begin{cases} x+y = \frac{4x-3}{5} \\ x+3y = \frac{15-9y}{14} \end{cases}$$

Lời giải

$$a) \begin{cases} 5(x+2y)-3(x-y)=99 \\ x-3y=7x-4y-17 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+13y=99 \\ 6x-y=17 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=4 \\ y=7 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = (4; 7)$

$$b) \begin{cases} x+y=\frac{4x-3}{5} \\ x+3y=\frac{15-9y}{14} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x+5y=4x-3 \\ 14x+42y=15-9y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=12 \\ y=-3 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = (12; -3)$

Bài 4:

Xác định các hệ số a và b , biết rằng hệ phương trình sau $\begin{cases} 4x+ay=6 \\ bx-2ay=8 \end{cases}$ có nghiệm là:

a) $(1; -1)$

b) $(-\sqrt{2}; 3)$

Lời giải

a) Vì $(1; -1)$ là một nghiệm của hệ phương trình, nên thay giá trị này vào hệ phương trình ta

được: $\begin{cases} 4-a=6 \\ b+2a=8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-2 \\ b=12 \end{cases}$

Vậy $a=-2; b=12$

b) Tương tự ta có $\begin{cases} 4(-\sqrt{2})+a.3=6 \\ b(-\sqrt{2})-2a.3=8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2+\frac{4\sqrt{2}}{3} \\ b=-10\sqrt{2}-8 \end{cases}$

Vậy $a=2+\frac{4\sqrt{2}}{3}; b=-10\sqrt{2}-8$

Bài 5:

Biết rằng đa thức $P(x)$ chia hết cho đa thức $x-a$ khi và chỉ khi $P(a)=0$. Hãy tìm các giá trị của m và n sao cho đa thức sau đồng thời chia hết cho $x+2$ và $x-1$.

$$P(x) = mx^3 + (m-5)x^2 - (2n+1)x + 3n$$

Lời giải

Theo giả thiết $P(x)$ đồng thời chia hết cho đa thức $x+2$ và $x-1$, do đó ta có $\begin{cases} P(-2)=0 \\ P(1)=0 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \cdot (-2)^3 + (m-5) \cdot (-2)^2 - (2n+1) \cdot (-2) + 3n = 0 \\ m \cdot 1^3 + (m-5) \cdot 1^2 - (2n+1) \cdot 1 + 3n \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{4}{3} \\ n = \frac{10}{3} \end{cases}$$

Vậy $m = \frac{4}{3}; n = \frac{10}{3}$

Bài 6:

Xác định đa thức $f(x)$ biết rằng ta có các điều kiện sau:

a) $f(x)$ chia cho $x-8$ dư 6

b) $f(x)$ chia cho $x-12$ dư 14

c) $f(x)$ chia cho $(x-8)(x-12)$ được thương là x và còn dư.

Lời giải

Từ c) ta có dạng của $f(x)$ là $f(x) = x(x-8)(x-12) + ax + b$

Chú ý rằng đa thức $f(x)$ chia cho $x-m$ dư $n \Rightarrow f(m) = n$

Từ a), ta có $f(8) = 6 \Leftrightarrow 8a + b = 6$ (1)

Từ b), ta có $f(12) = 14 \Leftrightarrow 12a + b = 14$ (2)

Từ (1)(2) ta tìm được $a = 2; b = -10$

Vậy đa thức $f(x)$ cần tìm là $f(x) = x(x-8)(x-12) + 2x - 10$

Bài 7:

Giải các hệ phương trình sau

a)
$$\begin{cases} y - 2|x| - 3 = 0 \\ -|y| + x + 3 = 0 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} |x + y| = 2 \\ |x| + |y| = 2 \end{cases}$$

c)
$$\begin{cases} |x+1| - |y-2| = 4 \\ |x+1| + 2 = 2y \end{cases}$$

Lời giải

a) Cộng từng vế hai phương trình của hệ ta được $(y - |y|) + (x - |x|) - |x| = 0$

Ta có $y \leq |y|; x \leq |x|; |x| \leq 0 \Rightarrow (y - |y|) + (x - |x|) - |x| \leq 0$

Do đó dấu “=” xảy ra, khi đó $x = 0; y > 0$

Thay vào hệ phương trình ta tìm được $y = 3$

Vậy hệ có nghiệm $(x; y) = (0; 3)$

$$\text{b) } \begin{cases} |x+y| = 2 \\ |x|+|y| = 2 \end{cases}$$

Ta chứng minh $|a|+|b| \geq |a+b|, \forall a, b \in \mathbb{R} \quad (*)$

Thật vậy, do 2 vế của (*) đều lớn hơn hoặc bằng 0, nên ta có thể bình phương cả 2 vế không làm đổi chiều BĐT:

$$(*) \Leftrightarrow (|a|+|b|)^2 \geq (a+b)^2 \Leftrightarrow a^2+b^2+2|a||b| \geq a^2+b^2+2ab$$

$$\Leftrightarrow 2|a||b| \geq 2ab \Leftrightarrow |ab| \geq ab, \text{ điều này luôn đúng, do đó } (*) \text{ được chứng minh}$$

$$\text{Dấu “=” xảy ra } \Leftrightarrow |ab| = ab \Leftrightarrow ab \geq 0$$

Áp dụng ta có:

Nếu $x < 0; y > 0$ hệ tương đương $-x-y=2$ vô số nghiệm $(x; y) = (x \in \mathbb{R}; y = -2-x)$

Nếu $x > 0; y > 0$ hệ tương đương $x+y=2$ vô số nghiệm $(x; y) = (x \in \mathbb{R}; y = 2-x)$

$$\text{c) } \begin{cases} |x+1|-|y-2|=4 & (1) \\ |x+1|+2=2y & (2) \end{cases}$$

Trừ từng vế của hai phương trình ta được $-|y+2|-2=4-2y \Leftrightarrow |y+2|=6-2y$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y+2=6-2y \\ y+2=2y-6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3y=4 \\ y=8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=\frac{4}{3} \text{ (TM)} \\ y=8 \text{ (L)} \end{cases}$$

$$\text{Với } y=\frac{4}{3} \Rightarrow |x+1|=2y-2=\frac{2}{3} \Leftrightarrow \begin{cases} x+1=\frac{2}{3} \\ x+1=-\frac{2}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-\frac{1}{3} \\ x=-\frac{5}{3} \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm $(x; y) \in \left\{ \left(-\frac{1}{3}; \frac{4}{3} \right), \left(-\frac{5}{3}; \frac{4}{3} \right) \right\}$

Dạng 3: Giải hệ phương trình bằng phương pháp đặt ẩn phụ

Cách giải: Ta thực hiện theo hai bước

- Chọn ẩn phụ cho các biểu thức của hệ phương trình đã cho để được hệ phương trình bậc nhất hai ẩn mới ở dạng cơ bản.
- Giải hệ phương trình bậc nhất hai ẩn bằng phương pháp cộng đại số, từ đó tìm nghiệm của hệ phương trình đã cho.

Bài 1:

Giải các hệ phương trình sau

a.
$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{2}{y} = 1 \\ \frac{3}{x} - \frac{1}{y} = \frac{5}{4} \end{cases}$$

b.
$$\begin{cases} \frac{2x}{x+2} - \frac{3y}{y+1} = -4 \\ \frac{x}{x+2} + \frac{2y}{y+1} = \frac{1}{3} \end{cases}$$

Lời giải

a) Đặt $\frac{1}{x} = a$ và $\frac{1}{y} = b$.

Hệ phương trình trở thành:
$$\begin{cases} a + 2b = 1 \\ 3a - b = \frac{5}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + 2b = 1 \\ 6a - 2b = \frac{5}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + 2b = 1 \\ 7a = \frac{7}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = \frac{1}{4} \end{cases}$$

Từ đó suy ra $x = 2$; $y = 4$

Thử lại thấy thỏa mãn. Vậy hệ phương trình có nghiệm $(x; y) = (2; 4)$

b) Đặt $\frac{x}{x+2} = a$; $\frac{y}{y+1} = b$

Hệ phương trình trở thành
$$\begin{cases} 2a - 3b = -4 \\ a + 2b = \frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a - 3b = -4 \\ 2a + 4b = \frac{2}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a - 3b = -4 \\ 7b = \frac{14}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = \frac{2}{3} \end{cases}$$

Với $a = -1 \Rightarrow \frac{x}{x+2} = -1 \Rightarrow x = -x - 2 \Rightarrow 2x = -2 \Rightarrow x = -1$

Với $b = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{y}{y+1} = \frac{2}{3} \Rightarrow 3y = 2y + 2 \Leftrightarrow y = 2$

Thử lại thấy thỏa mãn.

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y)$ là $(-1; 2)$

Bài 2:

Giải các hệ phương trình sau

$$a. \begin{cases} \frac{7}{x-y+2} - \frac{5}{x+y-1} = \frac{9}{2} \\ \frac{3}{x-y+2} + \frac{2}{x+y-1} = 4 \end{cases}$$

$$b. \begin{cases} \frac{15}{x} - \frac{7}{y} = 9 \\ \frac{4}{x} + \frac{9}{y} = 35 \end{cases}$$

Lời giải

a) Đặt $a = \frac{1}{x-y+2}; b = \frac{1}{x+y-1} \Rightarrow$ ta được:

$$\begin{cases} \frac{7}{x-y+2} - \frac{5}{x+y-1} = \frac{9}{2} \\ \frac{3}{x-y+2} + \frac{2}{x+y-1} = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7a - 5b = \frac{9}{2} \\ 3a + 2b = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 14a - 10b = 9 \\ 3a + 2b = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 14a - 10b = 9 \\ 15a + 10b = 20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = (1; 2)$

Bài 3:

Giải các hệ phương trình sau

$$a. \begin{cases} \frac{3}{4x-y} - \frac{10}{2x+3y} = -1 \\ \frac{4}{4x-y} + \frac{3}{2x+3y} = \frac{29}{15} \end{cases}$$

$$b. \begin{cases} \frac{2x-1}{3y+1} - \frac{4x-6}{3-2y} = -1 \\ \frac{2-4x}{3y+1} + \frac{3-2x}{3-2y} = -3 \end{cases}$$

Lời giải

$$a. \begin{cases} \frac{3}{4x-y} - \frac{10}{2x+3y} = -1 \\ \frac{4}{4x-y} + \frac{3}{2x+3y} = \frac{29}{15} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3a - 10b = -1 \\ 4a + 3b = \frac{29}{15} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}. \text{ Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất}$$

là: $(x; y) = (1; 1)$

$$b. \begin{cases} \frac{2x-1}{3y+1} - \frac{4x-6}{3-2y} = -1 \\ \frac{2-4x}{3y+1} + \frac{3-2x}{3-2y} = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a - 2b = -1 \\ -2a - b = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2x-1}{3y+1} = 1 \\ \frac{2x-3}{3-2y} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 3y = 2 \\ 2x + 2y = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{11}{5} \\ y = \frac{4}{5} \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất là: $(x; y) = \left(\frac{11}{5}; \frac{4}{5}\right)$

Bài 4:

Giải các hệ phương trình sau

a.
$$\begin{cases} 9x^2 - 5\sqrt{y} = 26 \\ 7x^2 + 2\sqrt{y} = 32 \end{cases}$$

b.
$$\begin{cases} 3\sqrt{x-1} + 2\sqrt{y} = 13 \\ 2\sqrt{x-1} - \sqrt{y} = 4 \end{cases}$$

Lời giải

a.
$$\begin{cases} 9x^2 - 5\sqrt{y} = 26 \\ 7x^2 + 2\sqrt{y} = 32 \end{cases} (y \geq 0) \Leftrightarrow \begin{cases} 9a - 5b = 26 \\ 7a + 2b = 32 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm 2 \\ y = 4 \end{cases} \Rightarrow (x; y) = (\pm 2; 4)$$

Vậy hệ phương trình có hai nghiệm là: $(x; y) = (\pm 2; 4)$

b.
$$\begin{cases} 3\sqrt{x-1} + 2\sqrt{y} = 13 \\ 2\sqrt{x-1} - \sqrt{y} = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3a + 2b = 13 \\ 2a - b = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3a + 2b = 13 \\ 4a - 2b = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 10 \\ y = 4 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có hai nghiệm là: $(x; y) = (10; 4)$.

Dạng 4: Tìm điều kiện của tham số để hệ phương trình thỏa mãn điều kiện cho trước

Cách giải: Ta thường sử dụng các kiến thức sau

- Hệ phương trình bậc nhất hai ẩn có nghiệm $(x_0; y_0) \Leftrightarrow \begin{cases} ax_0 + by_0 = c \\ a'x_0 + b'y_0 = c' \end{cases}$

- Đường thẳng $d: ax + by = c$ đi qua điểm $M(x_0; y_0) \Leftrightarrow ax_0 + by_0 = c$

Bài 1:

Cho đường thẳng $d: y = (2m+1)x + 3n - 1$

a. Tìm các giá trị của m và n để d đi qua $M(-1; -2)$ và cắt Ox tại điểm có hoành độ bằng 2

b. Cho biết m, n thỏa mãn $2m - n = 1$. Chứng minh d luôn đi qua một điểm cố định. Tìm điểm cố định đó.

Lời giải

a) Theo đầu bài ta có d đi qua $M(-1;-2)$ và cắt Ox tại $N(2;0)$. Từ đó thay tọa độ các điểm M ,

$$N \text{ vào } d \text{ ta tính được: } m = \frac{-1}{6}; n = \frac{-1}{9}$$

b) Từ $2m - n = 1 \Rightarrow n = 2m - 1 \Rightarrow d: y = (2m + 1)x + 6m - 4$

$$\text{Gọi } I(x_0; y_0) \text{ là điểm cố định của } d \Rightarrow (2x_0 + 6)m + (x_0 - y_0 - 4) = 0 \forall m \Leftrightarrow \begin{cases} 2x_0 + 6 = 0 \\ x_0 - y_0 - 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = -3 \\ y_0 = -7 \end{cases}$$

Vậy điểm cố định cần tìm là $I(-3; -7)$

Bài 2:

Cho hệ phương trình
$$\begin{cases} x + my = 1(1) \\ mx + 4y = 2(2) \end{cases}$$

a. Giải hệ phương trình khi $m = 1$

b. Tìm m để hệ phương trình có nghiệm duy nhất

c. Tìm m để hệ phương trình có nghiệm $(x; y)$ sao cho $x + y = 5$

d. Tìm m để hệ phương trình có nghiệm $(x; y)$ sao cho x, y thuộc $\mathbb{Z}$

Lời giải

a. Với $m = 1$ ta được:
$$\begin{cases} x = \frac{2}{3} \\ y = \frac{1}{3} \end{cases}$$

b. Từ (1) $\Rightarrow x = 1 - my$ thay vào (2) ta được: $m(1 - my) + 4y = 2 \Leftrightarrow (m^2 - 4)y = m - 2(3)$

Hệ phương trình có nghiệm duy nhất khi (3) có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow m^2 - 4 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq \pm 2$

$$(3) \Leftrightarrow y = \frac{m-2}{m^2-4} = \frac{1}{m+2} \Rightarrow x = 1 - \frac{m}{m+2} = \frac{2}{m+2}$$

Vậy $m \neq \pm 2$ thì hpt có nghiệm duy nhất $(x; y) = \left(\frac{2}{m+2}; \frac{1}{m+2} \right)$

c. Ta có: $x + y = 5 \Leftrightarrow \frac{2}{m+2} + \frac{1}{m+2} = 5 \Leftrightarrow m = \frac{-7}{5} (tm)$

d.
$$\begin{cases} x \in \mathbb{Z} \\ y \in \mathbb{Z} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m+2 \in U(2) \\ m+2 \in U(1) \end{cases} \Leftrightarrow m+2 \in U(1) \Rightarrow m \in \{-1; -3\}$$

Bài 3:

Cho hệ phương trình
$$\begin{cases} mx + 9y = 10(1) \\ x + my = 2(2) \end{cases}$$

- Giải hệ phương trình khi $m = 2$
- Tìm m để hpt có nghiệm duy nhất
- Tìm m để hpt có nghiệm $(x; y)$ sao cho $x - y = 2$
- Tìm m để hpt có nghiệm $(x; y)$ sao cho $x - 5y < 0$

Lời giải

a. Thay $m = 2$ vào hệ phương trình ta giải được:
$$\begin{cases} x = \frac{-2}{5} \\ y = \frac{6}{5} \end{cases}$$

b. $(2) \Leftrightarrow x = 2 - my$ thay vào (1) $(m^2 - 9)y = 2m - 10$ (3)

Hệ phương trình có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow m \neq \pm 3$

Khi đó: $(3) \Leftrightarrow y = \frac{2m - 10}{m^2 - 9} \Rightarrow x = \frac{10m - 18}{m^2 - 9}$

Vậy $m \neq \pm 3 \Rightarrow (x; y) = \left(\frac{10m - 18}{m^2 - 9}; \frac{2m - 10}{m^2 - 9}\right)$

c. $x - y = 2 \Leftrightarrow \frac{32}{m^2 - 9} = 2 \Leftrightarrow m = \pm 5$

d. $x - 5y < 0 \Leftrightarrow \frac{32}{m^2 - 9} < 0 \Leftrightarrow m^2 - 9 < 0 \Leftrightarrow -3 < m < 3$

Bài 4:

Cho hệ phương trình
$$\begin{cases} x + 2y = 5(1) \\ mx + y = 4(2) \end{cases}$$

- Tìm m để hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y)$ sao cho x, y trái dấu nhau
- Tìm m để hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y)$ sao cho $x = |y|$

Lời giải

$$a. \begin{cases} x+2y=5(1) \\ mx+y=4(2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=4-mx \\ (2m-1)x=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{3}{2m-1} \\ y=\frac{5m-4}{2m-1} \end{cases}.$$

Vậy HPT có nghiệm duy nhất khi $m \neq \frac{1}{2}$

$$a. \text{Ta có: } x.y < 0 \Leftrightarrow \frac{3(5m-4)}{(2m-1)^2} < 0 \Leftrightarrow 5m-4 < 0 \Leftrightarrow m < \frac{4}{5}.$$

Vậy $m < \frac{4}{5}$ và $m \neq \frac{1}{2}$ là các giá trị cần tìm.

$$b. \text{Ta có: } x=|y| \Leftrightarrow \frac{3}{2m-1} = \left| \frac{5m-4}{2m-1} \right| (1) \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{3}{2m-1} \geq 0 \\ \frac{3}{2m-1} = \frac{5m-4}{2m-1} \\ \frac{-3}{2m-1} = \frac{5m-4}{2m-1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > \frac{1}{2} \\ m = \frac{7}{5} (tm) \\ m = \frac{1}{5} (loai) \end{cases} \text{ . Vậy } m = \frac{7}{5}$$

Bài 5:

Cho hệ phương trình $\begin{cases} mx+y=2(1) \\ 4x+my=4(2) \end{cases}$

a. Tìm m để hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y)$ sao cho $x, y \in \mathbb{Z}$

b. Tìm m để hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y)$ sao cho $M(x; y)$ nằm trong góc phần tư thứ nhất của mặt phẳng Oxy

c. Tìm m để $x^2 + y^2 = 1$

Lời giải

a. Từ (1) $\Rightarrow y = 2 - mx(3)$ thay vào (2) ta được: $4x + m(2 - mx) = 4 \Leftrightarrow (m^2 - 4)x = 2m - 4$

Hệ có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow m \neq \pm 2 \Rightarrow (x; y) = \left(\frac{2}{m+2}; \frac{4}{m+2} \right)$

$$\begin{cases} x \in \mathbb{Z} \\ y \in \mathbb{Z} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m+2 \in U(2) \\ m+2 \in U(4) \end{cases} \Leftrightarrow m+2 \in U(2) \Rightarrow m \in \{-1; -3; -4; 0\}$$

$$b. \text{Điểm } M(x; y) \text{ nằm trong góc phần tư thứ nhất} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2}{m+2} > 0 \\ \frac{4}{m+2} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m+2 > 0 \Leftrightarrow m > -2$$

c. Ta có: $x^2 + y^2 = 1 \Leftrightarrow \frac{4}{(m+2)^2} + \frac{16}{(m+2)^2} = 1 \Leftrightarrow (m+2)^2 = 20 \Leftrightarrow \begin{cases} m+2 = 2\sqrt{5} \\ m+2 = -2\sqrt{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -2 + 2\sqrt{5} \\ m = -2 - 2\sqrt{5} \end{cases}$

Bài 6:

Cho hệ phương trình $\begin{cases} mx + y = m + 1 \\ x + my = 2 \end{cases}$

- Giải và biện luận hệ phương trình
- Tìm các giá trị nguyên của m để hệ phương trình có nghiệm nguyên
- Tìm m để hệ phương trình có nghiệm thỏa mãn $x > 2; y > 0$
- Tìm điều kiện của m để hệ phương trình có nghiệm thỏa mãn biểu thức sau đạt giá trị nhỏ nhất: $A = (x + y) \cdot \frac{1}{m+1}$

Lời giải

a) Ta tính các định thức $D = \begin{vmatrix} m & 1 \\ 1 & m \end{vmatrix} = m^2 - 1 = (m-1)(m+1)$

$$D_x = \begin{vmatrix} m+1 & 1 \\ 2 & m \end{vmatrix} = (m+1)m - 2 = (m-1)(m+2)$$

$$D_y = \begin{vmatrix} m & m+1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 2m - (m+1) = m-1$$

- Nếu $D \neq 0 \Leftrightarrow m \neq \pm 1$ thì hệ phương trình có nghiệm duy nhất $\begin{cases} x = \frac{D_x}{D} \\ y = \frac{D_y}{D} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{m+2}{m-1} \\ y = \frac{1}{m+1} \end{cases}$

- Nếu $D = 0 \Leftrightarrow m = \pm 1$

+) $m = 1$ ta có $D = D_x = D_y = 0$ do đó hệ có vô số nghiệm

+) $m = -1$ ta có $\begin{cases} D = 0 \\ D_x = -2 \neq 0 \end{cases}$

Khi đó hệ vô nghiệm

Kết luận:

+ Nếu $m \neq \pm 1$ hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = \left(\frac{m+2}{m-1}; \frac{1}{m+1} \right)$

+ Nếu $m=1$ hệ phương trình có vô số nghiệm

+ Nếu $m=-1$ hệ phương trình vô số nghiệm

b) Hệ phương trình có nghiệm nguyên khi và chỉ khi
$$\begin{cases} m \neq \pm 1 \\ \frac{m+2}{m+1} \in \mathbb{Z} \\ \frac{1}{m+1} \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

mặt khác ta có $\frac{m+2}{m+1} = 1 + \frac{1}{m+1}$, do đó ta suy ra $1:(m+1) \Rightarrow m \in \{-2; 0\}$

Thử lại thấy thỏa mãn.

Vậy giá trị của m để hệ phương trình có nghiệm nguyên là $m \in \{-2; 0\}$

c) Từ câu a), ta thấy để hệ có nghiệm thỏa mãn $x > 2; y > 0$ thì $m \neq \pm 1$

Khi đó $x = \frac{m+2}{m+1} > 2 \Leftrightarrow \frac{m+2}{m+1} - 2 > 0 \Leftrightarrow \frac{-m}{m+1} > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -m > 0, m+1 > 0 \\ -m < 0, m+1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < m < 0 (tm) \\ m > 0, m < -1 (loại) \end{cases}$

Với điều kiện $-1 < m < 0$ thỏa mãn $y > 0$

Vậy $-1 < m < 0$.

d) Đầu tiên ta thấy $m \neq \pm 1$, khi đó ta có: $A = (x+y) \cdot \frac{1}{m+1} = \frac{m+3}{(m+1)^2} = \frac{1}{m+1} + \frac{2}{(m+1)^2}$

Đặt $t = \frac{1}{m+1}$, biểu thức A trở thành: $A = 2t^2 + t = 2\left(t^2 + 2 \cdot \frac{1}{4}t + \frac{1}{4^2}\right) - \frac{1}{8} = 2\left(t + \frac{1}{4}\right)^2 - \frac{1}{8} \geq -\frac{1}{8}$

Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi: $t + \frac{1}{4} = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{m+1} + \frac{1}{4} = 0 \Leftrightarrow m = -5$ (thỏa mãn).

Vậy GTNN của A là $-\frac{1}{8}$, xảy ra khi $m = -5$.

Bài 7:

Cho hệ phương trình
$$\begin{cases} 2x + my = 1 & (1) \\ mx + 2y = 1 & (2) \end{cases}$$

a. Giải và biện luận hệ phương trình theo tham số m

b. Tìm số nguyên của m để hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y)$ với $x, y \in \mathbb{Z}$

c. Chứng minh rằng khi hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y)$, điểm $M(x; y)$ luôn chạy trên một đường thẳng cố định.

Lời giải

a) Trừ từng vế của phương trình (1) và phương trình (2) ta được:

$$(2-m)x + (m-2)y = 0 \Leftrightarrow (2-m)(x-y) = 0$$

Xét $m = 2$ thay vào hệ ta được $\begin{cases} 2x + 2y = 1 \\ 2x + 2y = 1 \end{cases}$

Dễ thấy hệ có vô số nghiệm

Xét $m \neq 2 \Rightarrow x = y$ thay vào (1) ta được: $(2+m)x = 1$ (*)

- Nếu $m = -2 \Rightarrow$ phương trình (*) trở thành $0x = 1$ (vô nghiệm)

Do đó hệ vô nghiệm

- Nếu $m \neq -2 \Rightarrow$ phương trình có nghiệm duy nhất $x = y = \frac{1}{m+2}$

b) Ta có $x, y \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow \frac{1}{m+2} \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow 1:(m+2) \Leftrightarrow m+2 \in \{-1; 1\} \Leftrightarrow m \in \{-3; -1\}$

c) Hệ phương trình có nghiệm duy nhất, khi đó $x = y = \frac{1}{m+2} \Rightarrow x - y = 0$ (d)

Như vậy điểm M luôn chạy trên đường thẳng (d) cố định.

BÀI TẬP VỀ NHÀ

Bài 1:

Giải các hệ phương trình sau

$$\text{a. } \begin{cases} \frac{x+y}{2} = \frac{x-y}{4} \\ \frac{x}{3} = \frac{y}{5} + 1 \end{cases}$$

$$\text{b. } \begin{cases} (x-1)(y+3) = xy + 27 \\ (x-2)(y+1) = xy + 8 \end{cases}$$

Hướng dẫn giải

$$\text{a. } \begin{cases} \frac{x+y}{2} = \frac{x-y}{4} \\ \frac{x}{3} = \frac{y}{5} + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x+4y=2x-2y \\ 5x=3y+15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+6y=0 \\ 5x-3y=15 \end{cases} \Leftrightarrow (x; y) = \left(\frac{5}{2}; -\frac{5}{6}\right)$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = \left(\frac{5}{2}; -\frac{5}{6}\right)$

$$\text{b. } \begin{cases} (x-1)(y+3) = xy + 27 \\ (x-2)(y+1) = xy + 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} xy+3x-y-3 = xy+27 \\ xy+x-2y-2 = xy+8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x-y=30 \\ x-2y=10 \end{cases} \Leftrightarrow (x; y) = (10; 0)$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = (10; 0)$

Bài 2:

Giải các hệ phương trình sau

$$\text{a. } \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = -1 \\ \frac{3}{x} - \frac{2}{y} = 7 \end{cases}$$

$$\text{b. } \begin{cases} \frac{7}{\sqrt{x}-7} - \frac{4}{\sqrt{y}+6} = \frac{5}{3} \\ \frac{5}{\sqrt{x}-7} + \frac{3}{\sqrt{y}+6} = 2\frac{1}{6} \end{cases}$$

Hướng dẫn giải

a) Điều kiện $x, y \neq 0$

$$\text{Đặt } \frac{1}{x} = a; \frac{1}{y} = b \Rightarrow \begin{cases} a+b=-1 \\ 3a-2b=7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=-2 \end{cases} \Leftrightarrow (x; y) = \left(1; -\frac{1}{2}\right)$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = \left(1; -\frac{1}{2}\right)$

b) Điều kiện $x \geq 0; x \neq 49; y \geq 0$

$$\text{Đặt } \frac{1}{\sqrt{x}-7} = a; \frac{1}{\sqrt{y}+6} = b \Rightarrow \begin{cases} 7a-4b = \frac{5}{3} \\ 5a+3b = \frac{13}{6} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 21a-12b = 5 \\ 30a+18b = 13 \end{cases} \Leftrightarrow (x; y) = (100; 0)$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = (100; 0)$

Bài 3:

Tìm các tham số m để nghiệm của hệ phương trình
$$\begin{cases} \frac{2x+1}{3} - \frac{y+1}{4} = \frac{4x-2y+2}{5} \\ \frac{2x-3}{4} - \frac{y-4}{3} = -2x+2y-2 \end{cases}$$

Cũng là nghiệm của phương trình $6mx - 5y = 2m - 4$

Hướng dẫn giải

Nghiệm của hpt là: $(x; y) = (\frac{11}{2}; 7)$ thay vào phương trình ta được $m = 1$

Bài 4:

Cho hệ phương trình
$$\begin{cases} mx + 4y = 9 \\ x + my = 8 \end{cases}$$

Với giá trị nào của m thì hệ phương trình có nghiệm $(x; y)$ thỏa mãn: $2x + y + \frac{38}{m^2 - 4} = 3(*)$

Hướng dẫn giải

$$\begin{cases} mx + 4y = 9 \\ x + my = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 8 - my \\ m(8 - my) + 4y = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 8 - my \\ (4 - m^2)y = 9 - 8m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{9m - 32}{m^2 - 4} \\ y = \frac{9 - 8m}{4 - m^2} \end{cases} (m \neq \pm 2)$$

Thay vào (*): $3m^2 - 26m + 23 = 0 \Leftrightarrow (m - 1)(3m - 23) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = \frac{23}{3} \end{cases} (tm)$

Bài 5:

Cho hệ phương trình
$$\begin{cases} x + by = -2 \\ bx - ay = -3 \end{cases}$$
. Xác định các hệ số a và b biết rằng hệ phương trình:

a) Có nghiệm là $(1; -2)$

b) Có nghiệm là $(\sqrt{2} - 1; \sqrt{2})$

Hướng dẫn giải

a) Thay $x = 1; y = -2$ vào hệ phương trình ta được:
$$\begin{cases} 1 - 2b = -2 \\ b + 2a = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{-9}{4} \\ b = \frac{3}{2} \end{cases}$$