

GIẢI BÀI TOÁN BẰNG CÁCH LẬP HỆ PHƯƠNG TRÌNH

A. Kiến thức

Các bước giải bài toán bằng cách lập hệ phương trình:

Bước 1: Lập hệ phương trình

- Chọn các ẩn số và đặt điều kiện, đơn vị thích hợp cho các ẩn số
- Biểu diễn các đại lượng chưa biết theo các ẩn và các đại lượng đã biết
- Lập hệ phương trình biểu thị sự tương quan giữa các đại lượng

Bước 2: Giải hệ phương trình vừa tìm được

Bước 3: Kết luận

- Kiểm tra xem trong các nghiệm của hệ phương trình, nghiệm nào thỏa mãn điều kiện của ẩn
- Kết luận bài toán.

B. Các dạng toán

Dạng 1: Toán về quan hệ giữa các số

Cách giải:

- Biểu diễn số có hai chữ số: $\overline{ab} = 10a + b (0 < a \leq 9)$
- Biểu diễn số có ba chữ số: $\overline{abc} = 100a + 10b + c (0 < a \leq 9)$
- Tổng nghịch đảo hai số x, y là: $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$

Bài 1:

Tổng các chữ số của 1 số có hai chữ số là 9. Nếu thêm vào số đó 63 đơn vị thì số thu được cũng viết bằng hai chữ số đó nhưng theo thứ tự ngược lại. Hãy tìm số đó?

Lời giải

Gọi chữ số hàng chục là x ($0 < x \leq 9; x \in N$)

Gọi chữ số hàng đơn vị là y ($0 < y \leq 9; y \in N$)

Vì tổng hai chữ số là 9 nên: $x + y = 9(1)$

Số cần tìm là: $\overline{xy} = 10x + y \Rightarrow \overline{yx} = 10y + x$

Ta có: $\overline{xy} + 63 = \overline{yx} \Rightarrow 10x + y + 63 = 10y + x(2) \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 8 \end{cases} \Rightarrow \overline{xy} = 18$

Vậy số cần tìm là 18

Bài 2:

Tìm hai số tự nhiên liên tiếp có tổng các bình phương của nó bằng 85

Lời giải

Gọi số bé là x ($x \in \mathbb{N}; x < 85$).

Gọi số lớn là y ($y \in \mathbb{N}; y < 85$)

Theo bài ra ta có: $\begin{cases} x+1=y \\ x^2+y^2=85 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=6 \\ y=7 \end{cases}$

Vậy hai số tự nhiên cần tìm là 6 và 7

Bài 3:

Tìm một số tự nhiên có hai chữ số, tổng các chữ số của nó bằng 11, nếu đổi chỗ hai chữ số hàng chục và hàng đơn vị cho nhau thì số đó tăng thêm 27 đơn vị

Lời giải

Gọi số có hai chữ số là: $\overline{ab}$ ($a, b > 0; a, b \leq 9; a + b = 11$)

$$\Rightarrow \begin{cases} a+b=11 \\ 10b+a-(10a+b)=27 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=4 \\ b=7 \end{cases}$$

Vậy số tự nhiên cần tìm là 47

Bài 4:

Tìm một số tự nhiên có ba chữ số, tổng các chữ số bằng 17, chữ số hàng chục là 4, nếu đổi chỗ các chữ số hàng trăm và hàng đơn vị cho nhau thì số đó giảm 99 đơn vị.

Lời giải

$$\text{Gọi số cần tìm là: } \overline{x4y} \Rightarrow \begin{cases} x+y=13 \\ 100x+40+y-(100y+40+x)=99 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=6 \\ y=7 \end{cases} \Rightarrow 647$$

Vậy số tự nhiên cần tìm là 647

Bài 5:

Tìm tất cả các số tự nhiên có hai chữ số, biết rằng chữ số hàng đơn vị nhỏ hơn chữ số hàng chục là 2 và tích của hai chữ số đó của nó luôn lớn hơn tổng hai chữ số của nó là 34

Lời giải

Gọi chữ số phải tìm là: $\overline{ab}(0 \leq a, b \leq 9; a \neq 0) \Rightarrow \begin{cases} a - b = 2 \\ ab - (a + b) = 34 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 8 \\ b = 6 \end{cases}$

Vậy số cần tìm là 86.

Bài 6:

Cho một số có hai chữ số. Nếu đổi chỗ hai chữ số của nó thì được số mới lớn hơn số đã cho là 63. Tổng của số đã cho và số mới tạo thành bằng 99. Tìm số đã cho

Lời giải

Gọi số có hai chữ số là: $\overline{xy}(x, y \neq 0; x, y \in N)$

Số ngược lại là: $\overline{yx}$

Theo bài ta có: $\begin{cases} \overline{yx} - \overline{xy} = 63 \\ \overline{yx} + \overline{xy} = 99 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 8 \end{cases}$

Vậy số cần tìm là 18

Bài 7:

Trong một phòng học có 1 số bàn, xếp mỗi bàn 3 học sinh thì 6 học sinh không có chỗ ngồi, nếu xếp mỗi bàn 4 học sinh thì thừa 1 bàn. Hỏi lớp đó có bao nhiêu bàn và bao nhiêu học sinh

Lời giải

- Gọi số bàn là $x (x \in Z^+)$

- Gọi số học sinh là $y (y \in Z^+)$

- Nếu xếp mỗi bàn 3 học sinh thì số học sinh là $3x$

Còn 6 học sinh không có chỗ nên số học sinh là $3x + 6$

$$\Rightarrow 3x + 6 = y \quad (1)$$

- Nếu xếp mỗi bàn 4 học sinh thì thừa 1 bàn nên số học sinh là: $4(x - 1) \Rightarrow 4(x - 1) = y \quad (2)$

$$\text{Từ (1)(2)} \Rightarrow x = 10; y = 36$$

Vậy lớp đó có 10 bàn và 36 học sinh

Bài 8:

Đem một số có hai chữ số nhân với tổng các chữ số của nó thì được 405. Nếu lấy số được viết bởi hai chữ số ấy nhưng theo thứ tự ngược lại nhân với tổng các chữ số của nó thì được 486. Hãy tìm số có hai chữ số đó

Lời giải

Gọi chữ số hàng chục là x , chữ số hàng đơn vị là y ($x, y \in \mathbb{N}; 0 < x, y \leq 9$)

$$\Rightarrow \begin{cases} (10x + y)(x + y) = 405 \\ (10y + x)(x + y) = 486 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = 4 \end{cases}$$

Vậy số cần tìm là 54

Bài 9:

Tìm một số có hai chữ số, biết rằng nếu lấy bình phương của số đó trừ đi bình phương của số gồm chính hai chữ số của số phải tìm viết theo thứ tự ngược lại thì được một số chính phương

Lời giải

Gọi số phải tìm là: $\overline{xy}$ ($x, y, n \in \mathbb{N}; 0 \leq y < x \leq 9$) $\Rightarrow \overline{xy}^2 - \overline{yx}^2 = n^2$ (1)

$$VT(1) = (10x + y)^2 - (10y + x)^2 = 99x^2 - 99y^2 = 3^2 \cdot 11 \cdot (x + y)(x - y)$$

$$\text{Để tích trên là số chính phương thì } (x + y)(x - y) : 11 \Rightarrow \begin{cases} x + y : 11 \\ x - y : 11 \end{cases}$$

Do $0 \leq y < x \leq 9 \Rightarrow 1 \leq x - y \leq 9; 1 \leq x + y \leq 17 \Rightarrow$ thừa số chia hết cho 11 là: $x = y$

Khi đó (1) trở thành: $3^2 \cdot 11^2 \cdot (x - y) = n^2 \Rightarrow x - y$ cũng là số chính phương

Mà: $1 \leq x - y \leq 9 \Rightarrow x - y \in \{1; 4; 9\}$

$$+) \begin{cases} x - y = 1 \\ x + y = 11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6 \\ y = 5 \end{cases}$$

Thử lại: $65^2 - 56^2 = 33^2$

+) Hai trường hợp còn lại bị loại

Bài 10: Tuyển sinh Bắc Giang, 2013

Tìm hai số tự nhiên hơn kém nhau 12 đơn vị biết tích của chúng bằng 20 lần số lớn cộng với 6 lần số bé.

Lời giải

Cách 1: giải bằng cách lập phương trình

Gọi số bé là $x (x \in N)$

Khi đó số lớn là $x+12$

Vì tích của chúng bằng 20 lần số lớn cộng với 6 lần số bé nên ta có phương trình:

$$x.(x+12) = 20(x+12) + 6x \Leftrightarrow x = 24$$

Vậy số bé là 24; số lớn là 36.

Cách 2: giải bằng cách lập hệ phương trình

Gọi số lớn là x

Gọi số bé là $y (x, y \in N; x > y)$

$$\text{Ta có hệ phương trình } \begin{cases} x - y = 12 \\ xy = 20x + 6y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 24 \\ y = 36 \end{cases}$$

Dạng 2: Chuyển động trên sông nước

Phương pháp: Nhớ vững công thức sau

- Nếu gọi quãng đường là S ; Vận tốc là v ; Thời gian là t , ta có các công thức sau:

$$S = vt; v = \frac{S}{t}; t = \frac{S}{v}$$

- Gọi vận tốc thực của canô là v_1 ; vận tốc dòng nước là v_2 , khi đó ta có:

+ Vận tốc canô xuôi dòng là $v_1 + v_2$

+ Vận tốc canô ngược dòng là $v_1 - v_2$

Từ đó ta có $v_{xuôi} + v_{ngược} = 2.v_{thuc}$.

Bài 1:

Hai ca nô cùng khởi hành từ A đến B cách nhau $85km$ và đi ngược chiều nhau. Sau 1 giờ 40 phút thì gặp nhau. Tính vận tốc thật của mỗi ca nô, biết rằng vận tốc ca nô đi xuôi dòng lớn hơn vận tốc ca nô đi ngược dòng nước là $3km/h$. (vận tốc thật của ca nô không đổi).

Lời giải

Gọi vận tốc thật của ca nô đi xuôi dòng là $x(km/h)$ ($x > 0$)

Vận tốc thật của ca nô đi ngược dòng là $y(km/h)$ ($y > 3$)

Vận tốc ca nô xuôi dòng là $x + 3(km/h)$

Vận tốc ca nô ngược dòng là $y - 3(km/h) \Rightarrow (x + 3) - (y - 3) = 9$ (1)

Quãng đường ca nô xuôi dòng là $\frac{5}{3}(x + 3)(km)$

Quãng đường ca nô ngược dòng là $\frac{5}{3}(y - 3) \Rightarrow \frac{5}{3}(x + 3) + \frac{5}{3}(y - 3) = 85$ (2)

Từ (1)(2) $\Rightarrow x = 27; y = 24$

Bài 2:

Một ca nô chạy xuôi dòng một khúc sông dài $72(km)$, rồi chạy ngược dòng khúc sông ấy $64(km)$ hết tất cả $7h$. Nếu ca nô chạy xuôi dòng $120(km)$ rồi chạy ngược dòng $32(km)$ cũng hết $7h$. Tính vận tốc riêng của ca nô và vận tốc của nước.

Lời giải

Gọi vận tốc riêng của ca nô là $x(km/h)$

Gọi vận tốc của nước là $y(km/h)(x, y > 0)$

Vận tốc ca nô khi xuôi dòng là $x + y \Rightarrow t_{xuôi} = \frac{72}{x + y}(h)$

Vận tốc ca nô khi ngược dòng là $x - y \Rightarrow t_{ngược} = \frac{64}{x - y}(h)$

Ta có hệ phương trình
$$\begin{cases} \frac{72}{x + y} + \frac{64}{x - y} = 7 \\ \frac{120}{x + y} + \frac{32}{x - y} = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 20 \\ y = 4 \end{cases}$$

Vậy vận tốc riêng của ca nô là $20(km/h)$ và vận tốc của dòng nước là $4(km/h)$

Bài 3: Tuyển sinh Hà Nội, năm 2015 - 2016

Một tàu tuần tra chạy ngược dòng $6km$. Sau đó chạy xuôi dòng $48km$ trên cùng một dòng sông có vận tốc của dòng nước là $2(km/h)$. Tính vận tốc của tàu tuần tra khi nước yên lặng, biết thời gian xuôi dòng ít hơn thời gian ngược dòng 1 giờ.

Lời giải

Cách 1:

Gọi vận tốc của tàu khi nước yên lặng là $x(km/h)(x > 2)$

Vận tốc xuôi dòng là $x + 2(km/h) \Rightarrow$ thời

gian xuôi dòng là $\frac{48}{x + 2}(h)$

Vận tốc ngược dòng là $x - 2(km/h) \Rightarrow$ thời

gian ngược dòng là $\frac{60}{x - 2}(h)$

Theo đầu bài ta có phương trình:

$$\frac{48}{x + 2} + 1 = \frac{60}{x - 2} \Leftrightarrow x = 22 \text{ (thỏa mãn)}$$

Vậy vận tốc của tàu tuần tra khi nước yên lặng là $22(km/h)$

Cách 2:

Gọi thời gian tàu chạy xuôi dòng là $t_1(h)$

Gọi thời gian tàu chạy ngược dòng là $t_2(h)$

Gọi V là vận tốc của tàu khi nước yên lặng, ta có: $t_1 + 1 = t_2$ (1)

Vận tốc xuôi dòng là: $V_{xuôi} = \frac{48}{t_1}$

Vận tốc ngược dòng là: $V_{ngược} = \frac{60}{t_2}$

Ta có: $V_{xuôi} = V_{thuc} + 2 \Leftrightarrow \frac{48}{t_1} = V + 2$

$\Leftrightarrow \frac{48}{t_1} = V + 2; V_{nguc} = V_{thuc} - 2 \Leftrightarrow \frac{60}{t_2} = V - 2$

$$\Rightarrow \frac{60}{t_2} + 2 = \frac{48}{t_1} - 2 \Leftrightarrow \frac{60}{t_2} - \frac{48}{t_1} = -4(2) \Rightarrow \begin{cases} \frac{60}{t_2} - \frac{48}{t_1} = -4 \\ t_2 - t_1 = 1 \end{cases} \Rightarrow 4t_1^2 + 16t_1^2 - 48 = 0 \Rightarrow \begin{cases} t_1 = -6 \\ t_1 = 2 \end{cases} \Rightarrow V = 22(km / h)$$

Bài 4: Tuyển sinh Hà Nội, năm 2000

Một ca nô chạy trên sông trong 8 giờ, xuôi dòng 81 km và ngược dòng 105 km. Một lần khác cũng chạy trên khúc sông đó, ca nô này chạy trong 4 giờ, xuôi dòng 54 km và ngược dòng 42 km. Hãy tính vận tốc khi xuôi dòng và ngược dòng của ca nô, biết vận tốc của dòng nước và vận tốc riêng của ca nô không đổi.

Lời giải

Gọi x là vận tốc xuôi dòng ($x > 0$)

Gọi y là vận tốc ngược dòng ($y > 0$)

Ta có hệ phương trình $\begin{cases} \frac{81}{x} + \frac{105}{y} = 8 \\ \frac{54}{x} + \frac{42}{y} = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 27 \\ y = 21 \end{cases}$ (thỏa mãn).

Bài 5:

Một chiếc thuyền xuôi dòng và ngược dòng trên khúc sông dài 40km hết 4 giờ 30 phút. Biết thời gian thuyền xuôi dòng 5km bằng thời gian ngược dòng 4km. Tính vận tốc của dòng nước?

Lời giải

Gọi x là vận tốc của thuyền trong nước yên lặng ($x > 0$)

y là vận tốc của dòng nước ($y > 0$)

Thời gian xuôi dòng 40km là $\frac{40}{x+y}$ và ngược dòng là $\frac{40}{x-y}$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{40}{x+y} + \frac{40}{x-y} = \frac{9}{2} \\ \frac{5}{x+y} = \frac{4}{x-y} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \\ y = \end{cases}$$

Dạng 3: Chuyển động trên đường bộ

Cách giải: Áp dụng công thức: $S = v.t \Rightarrow v = \frac{S}{t}; t = \frac{S}{v}$

Bài 1: Tuyển sinh Nghệ An năm 2014 - 2015

Một ô tô và một xe máy ở hai địa điểm A và B cách nhau 180km, khởi hành cùng một lúc đi ngược chiều nhau và gặp nhau sau 2 giờ. Biết vận tốc của ô tô lớn hơn vận tốc của xe máy là 10km/h. Tính vận tốc của mỗi xe?

Lời giải

Gọi vận tốc của ô tô là $x(km/h)$ ($x > 10$)

Gọi vận tốc của xe máy là $y(km/h)$ ($0 < y < 10$)

Ta có phương trình: $x - y = 10$ (1)

Sau 2 giờ ô tô đi được: $2x(km)$

Sau 2 giờ ô tô đi được: $2y(km)$

Theo đầu bài ta có phương trình $2x + 2y = 180$ (2)

Từ (1)(2) ta được $x = 50; y = 40(km/h)$.

Bài 2: Tuyển sinh Quảng Ninh năm 2015

Hằng ngày, Nam đạp xe đi học với vận tốc không đổi trên quãng đường dài 10km. Nam tính toán và thấy rằng nếu đạp xe với vận tốc lớn nhất thì thời gian đi học sẽ rút ngắn 10 phút so với đạp xe với vận tốc hằng ngày. Tuy nhiên, thực tế sáng nay lại khác dự kiến. Nam chỉ đạp xe với vận tốc lớn nhất trên nửa quãng đường (dài 5km), nửa quãng đường còn lại đường phố đông đúc nên Nam đã đạp xe với vận tốc hằng ngày. Vì vậy, thời gian đạp xe đi học sáng nay của Nam là 35 phút. Hãy tính vận tốc đạp xe hằng ngày và vận tốc xe đạp lớn nhất của Nam (lấy đơn vị vận tốc là km/h).

Lời giải

Gọi vận tốc đạp xe hằng ngày của Nam là $x(km/h)$ ($x > 0$)

Vận tốc xe đạp lớn nhất của Nam là $y(km/h)$ ($y > 0$)

Thời gian Nam đi học khi đạp xe với vận tốc hằng ngày là $\frac{10}{x}(h)$

Thời gian Nam đi học nếu đạp xe với vận tốc lớn nhất là $\frac{10}{y}(h)$

Thời gian đạp xe đến trường theo dự kiến ít hơn thời gian đạp xe đến trường hằng ngày là 10 phút $= \frac{1}{6}(h)$ nên ta có: $\frac{10}{x} - \frac{10}{y} = \frac{1}{6}$

Thời gian đạp xe thực tế hôm nay là 35 phút $= \frac{7}{12}(h)$ nên ta có: $\frac{5}{x} - \frac{5}{y} = \frac{7}{12}$

Ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{10}{x} - \frac{10}{y} = \frac{1}{6} \\ \frac{5}{x} - \frac{5}{y} = \frac{7}{12} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 15 \\ y = 20 \end{cases}$$

Vậy vận tốc đạp xe hằng ngày là 15 (km/h)

Vận tốc đạp xe lớn nhất là 20 (km/h)

Bài 3:

Một ô tô đi quãng đường AB với vận tốc 50km/h rồi đi tiếp quãng đường BC với vận tốc 45km/h. Biết quãng đường tổng cộng dài 165km và thời gian ô tô đi trên quãng đường AB ít hơn thời gian đi trên quãng đường BC là 30 phút. Tính thời gian ô tô đi trên mỗi quãng đường?

Lời giải

Gọi thời gian ô tô đi trên quãng đường AB là $x(h)(x > 0) \Rightarrow S_{AB} = 50x$

Gọi thời gian ô tô đi trên quãng đường BC là $y(h)(y > 0) \Rightarrow S_{BC} = 45y$

$$\Rightarrow \begin{cases} 50x + 45y = 165 \\ x + 0,5 = y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \\ y = \end{cases}$$

Bài 4:

Một ô tô và một mô tô cùng đi từ A đến B dài 120km. Xe ô tô đến sớm hơn xe mô tô là 1 giờ. Lúc trở về xe mô tô tăng vận tốc thêm 5km/h mỗi giờ, xe ô tô vẫn giữ nguyên vận tốc nhưng dừng lại nghỉ ở một địa điểm trên đường hết 40 phút, sau đó về đến A cùng một lúc với xe mô tô. Tính vận tốc ban đầu của mỗi xe, biết khi đi hay về hai xe đều xuất phát cùng một lúc

Lời giải

Gọi vận tốc xe ô tô và mô tô lần lượt là x và y ($x, y > 0$)

$$\Rightarrow \frac{120}{x} + 1 = \frac{120}{y} \quad (1)$$

Lại có tiếp: $\frac{120}{y+5} = \frac{120}{x} + \frac{2}{3} \quad (2)$

Từ (1)(2) ta có $x = 60$; $y = 40(km / h)$

Dạng 4: Toán có nội dung hình học

Cách giải:

- Ghi nhớ công thức tính chu vi và diện tích của các loại hình sau

+) Chu vi tam giác: Bằng tổng độ dài ba cạnh

+) Chu vi hình chữ nhật: $(a + b).2$

- Diện tích các hình: Tam giác, hình chữ nhật, tam giác vuông, hình vuông, hình thang

Bài 1:

Một hình thang có diện tích là 140cm^2 , chiều cao 8cm . Tính độ dài các đáy của hình thang, biết chúng hơn kém nhau 5cm .

Lời giải

$$\text{Ta có: } \begin{cases} \frac{(x+y).8}{2} = 140 \\ x - y = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + y = 35 \\ x - y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 20 \\ y = 15 \end{cases}$$

Vậy độ dài hai đáy của hình thang lần lượt là 20 và 15cm .

Bài 2: Tuyển sinh vào 10 Bắc Ninh, năm học 2012 - 2012

Một mảnh vườn hình chữ nhật có chu vi bằng 34m . Nếu tăng thêm chiều dài 3m và chiều rộng 2m thì diện tích tăng thêm 45m^2 . Hãy tính chiều dài và chiều rộng của mảnh vườn?

Lời giải

Gọi chiều dài mảnh vườn là $x(\text{m})$

Gọi chiều rộng là $y(\text{m}) (0 < x, y < 17)$

$$\text{Theo bài ra ta có hệ phương trình } \begin{cases} x + y = 17 \\ (x+3)(y+2) = xy + 45 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 12 \\ y = 5 \end{cases}$$

Vậy chiều dài là $12(\text{m})$; chiều rộng là $5(\text{m})$

Bài 3: Tuyển sinh vào 10 Bắc Ninh, năm học 2015

Một mảnh đất hình chữ nhật có chu vi bằng 28m . Đường chéo của hình chữ nhật dài 10 . Tính chiều dài và chiều rộng của mảnh đất hình chữ nhật đó.

Lời giải

Gọi chiều dài là $x(\text{m}) (0 < x < 28)$

Gọi chiều rộng của hình chữ nhật là $y(m)$ ($x > y > 0$)

Chu vi của hình chữ nhật là 28m nên $x + y = 14$

Đường chéo của hình chữ nhật là 10m nên $x^2 + y^2 = 100$

Vậy ta có hệ phương trình
$$\begin{cases} x + y = 14 \\ x^2 + y^2 = 100 \end{cases}$$

Giải hệ phương trình ta nhận được $(x; y) = (6; 8)$

Bài 5: Tuyển sinh vào 10 Hải Dương, năm học 2014

Một sân trường hình chữ nhật có chiều dài hơn chiều rộng 16 mét. Hai lần chiều dài kém 5 lần chiều rộng 28 mét. Tính chiều dài và chiều rộng của sân trường?

Lời giải

Gọi chiều dài và chiều rộng của sân trường hình chữ nhật lần lượt là $x(m), y(m)$ ($x > y > 16$)

Theo bài ra ta có hệ
$$\begin{cases} x - y = 16 \\ 2x - 5y = -28 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 36 \\ y = 20 \end{cases}$$

Vậy chiều dài là $36(m)$ và chiều rộng là $20(m)$.

Bài 6: Tuyển sinh vào 10 Thái Bình, năm học 2015 - 2016

Một mảnh vườn hình chữ nhật có diện tích là $168 m^2$. Nếu giảm chiều dài đi 1m và tăng chiều rộng thêm 1m thì mảnh vườn đó trở thành hình vuông. Tính chiều dài, chiều rộng của mảnh vườn.

Lời giải

Gọi chiều dài và chiều rộng lần lượt là $x, y(m)$ ($x > y > 0$)

Diện tích mảnh vườn là $168m^2 \Rightarrow xy = 168$ (1)

Giảm chiều dài 1m và tăng chiều rộng 1m thì mảnh vườn là hình vuông nên ta có $x - 1 = y + 1$

$\Rightarrow x = y + 2$ (2)

Thế 2 vào 1 ta được: $y^2 + 2y - 168 = 0 \Leftrightarrow y = 12 \Rightarrow x = 14$

Vậy chiều dài là 14m, chiều rộng là 12m.

Bài 7: Tuyển sinh vào 10 Bắc Giang, năm học 2015

Nhà bạn Dũng được ông bà Nội cho một mảnh đất hình chữ nhật. Khi bạn Nam đến nhà bạn Dũng chơi, Dũng đó Nam tìm ra kích thước của mảnh đất khi cho biết: mảnh đất đó có chiều dài gấp bốn lần chiều rộng và nếu giảm chiều rộng đi 2m, tăng chiều dài lên gấp đôi thì diện tích mảnh đất đó sẽ tăng thêm 20m^2 . Các em hãy giúp Nam tìm ra chiều dài và chiều rộng của mảnh đất nhà bạn Dũng.

Lời giải

Cách 1: Giải bằng cách lập phương trình

Gọi chiều rộng của mảnh đất là $x(m)$ ($x > 2$)

Vậy chiều dài là: $4x(m)$

Diện tích mảnh đất là: $4x^2(m^2)$

Diện tích mảnh đất sau khi giảm chiều rộng $2m$ và tăng chiều dài lên gấp đôi là: $8x(x-2)$

Theo bài ra ta có phương trình: $8x(x-2) - 4x^2 = 20 \Leftrightarrow x = 5$

Vậy chiều rộng là $5(m)$; chiều dài là $20(m)$

Cách 2: Giải bằng cách lập hệ phương trình

Gọi chiều dài là $x(m)$

Gọi chiều rộng là $y(m)$

$$\Rightarrow x = 4y \Rightarrow S = x.y = 4y^2$$

Diện tích mới là: $2x.(y-2) = 4y^2 + 20 \Leftrightarrow y^2 - 4y - 5 = 0 \Leftrightarrow y = 5 \Rightarrow x = 20$

Vậy chiều rộng là $5(m)$; chiều dài là $20(m)$.

Dạng 5: Toán làm chung công việc

Cách giải:

- Nếu một đội (người) làm xong công việc trong x (đơn vị thời gian: Ngày, giờ, phút,...) thì một đơn vị thời gian đội (người) đó làm được $\frac{1}{x}$ công việc (xem toàn bộ công việc là 1)
- Nếu một vòi nước chảy đầy bể trong x (đơn vị thời gian: Ngày, giờ, phút,...) thì một đơn vị thời gian vòi nước đó chảy được $\frac{1}{x}$ (bể)
- Ta thường xem toàn bộ công việc là 1

Bài 1:

Hai công nhân cùng làm chung một công việc trong 16 giờ thì xong. Nếu người thứ nhất làm trong 3 giờ, người thứ hai làm trong 6 giờ thì họ làm được $\frac{1}{4}$ công việc. Hỏi mỗi công nhân làm một mình thì trong bao lâu xong công việc.

Lời giải

Gọi thời gian người thứ nhất làm xong công việc là $x(h)$ ($x > 0$)

Gọi thời gian người thứ hai làm xong công việc là $y(h)$ ($y > 0$)

Trong 1(h) người thứ nhất làm được $\frac{1}{x}$ công việc

Trong 1(h) người thứ hai làm được $\frac{1}{y}$ công việc

$$\text{Ta có hệ phương trình } \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{16} \\ \frac{3}{x} + \frac{6}{y} = \frac{1}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 24 \\ y = 48 \end{cases}$$

Vậy thời gian người thứ nhất hoàn làm xong công việc là $24(h)$

thời gian người thứ hai hoàn làm xong công việc là $48(h)$.

Bài 2:

Hai vòi nước cùng chảy vào 1 cái bể không có nước trong 6(h) thì đầy bể. Nếu mỗi vòi chảy riêng cho đầy bể thì vòi thứ hai cần nhiều hơn vòi thứ nhất là 5 giờ. Hỏi nếu chảy riêng thì mỗi vòi chảy đầy bể trong bao lâu?

Lời giải

Ta có hệ phương trình
$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{6} \\ y - x = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 10 \\ y = 15 \end{cases}$$

Vậy vòi thứ nhất chảy trong 10 giờ

Vòi thứ hai chảy trong 15 giờ thì đầy bể.

Bài 3:

Hai tổ công nhân cùng làm chung một công việc và dự định hoàn thành công việc trong 6 giờ. Nhưng khi làm chung được 5 giờ thì tổ 2 được điều động đi làm việc khác. Do cải tiến cách làm năng suất của tổ 1 tăng 1,5 lần nên tổ 1 đã hoàn thành nốt phần công việc còn lại trong 2 giờ. Hỏi với năng suất ban đầu, nếu mỗi tổ làm một mình thì sau bao lâu mới xong công việc?

Lời giải

Gọi thời gian để một mình tổ 1 làm xong công việc là $x(h)$

Thời gian một mình tổ 2 làm xong công việc là $y(h) (x > 6; y > 6)$

Trong 1 giờ tổ 1 làm được $\frac{1}{x}$ công việc

Trong 1(h) người thứ hai làm được $\frac{1}{y}$ công việc $\Rightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{6}$ (1)

Trong 5 giờ cùng làm cả hai tổ làm được $5\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right)$

Trong 2(h) tổ 1 làm với năng suất 1,5 lần nên được: $2 \cdot \frac{1,5}{x} = \frac{3}{x}$ công việc

$\Rightarrow 5\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) + \frac{3}{x} = 1(2) \Rightarrow \begin{cases} x = 18(h) \\ y = 9(h) \end{cases}$

Vậy thời gian tổ một một mình làm xong công việc là 18(h)

Vậy thời gian tổ một một mình làm xong công việc là $9(h)$

Bài 4:

Hai máy cày có công suất khác nhau cùng làm việc đã cày được $\frac{1}{6}$ cánh đồng trong 15 giờ.

Nếu máy 1 cày trong 12 giờ, máy 2 cày trong 20 giờ thì cả hai máy cày được 20% cánh đồng.

Hỏi nếu mỗi máy làm việc riêng thì sẽ cày xong cánh đồng trong bao lâu?

Lời giải

Gọi $x(h)$, $y(h)$ là thời gian để máy thứ nhất, thứ hai cày xong cánh đồng ($x, y > 90$)

$$\text{Ta có hệ phương trình } \begin{cases} \frac{15}{x} + \frac{15}{y} = \frac{1}{6} \\ \frac{12}{x} + \frac{20}{y} = \frac{1}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 300 \\ y = 200 \end{cases}$$

Bài 5:

Hai máy bơm nước vào ruộng. Nếu cho máy thứ nhất bơm suốt trong 8 giờ mới mở máy thứ hai cùng bơm thêm 4 giờ nữa mới đầy bể. Nếu cho máy bơm thứ nhất bơm suốt trong 16 giờ 30 phút mới mở máy thứ hai cùng bơm thêm 3 giờ nữa thì mới đầy ruộng. Nếu dùng một máy bơm thì phải bơm trong bao lâu nước mới đầy ruộng?

Lời giải

Gọi thời gian máy 1 bơm đầy bể là $x(h)$

Gọi thời gian máy 2 bơm đầy bể là $y(h)$ ($x > y > 1$)

$$\text{Ta có hệ phương trình } \begin{cases} \frac{8}{x} + 4\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) = 1 \\ \frac{21}{2x} + 3\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 18 \\ y = 12 \end{cases}$$

Vậy thời gian máy 1 bơm đầy bể là $18(h)$

thời gian máy 2 bơm đầy bể là $12(h)$.

Dạng 6: Toán về tỉ số phần trăm

Cách giải:

- Chú ý rằng: $a\% = \frac{a}{100}$

- Tỉ số của hai số a và b là $\frac{a}{b}$

Bài 1:

Hai tổ sản xuất được giao làm 800 sản phẩm trong 1 thời gian quy định, nhờ tăng năng suất lao động, tổ 1 vượt mức 10%, tổ hai vượt mức 20% nên cả hai tổ đã làm được 910 sản phẩm. Tính số sản phẩm phải làm theo kế hoạch của mỗi tổ?

Lời giải

Gọi số sản phẩm tổ 1,2 là theo kế hoạch là x, y ($x, y \in \mathbb{N}^*; x, y < 800$)

$$\Rightarrow x + y = 800 \quad (1)$$

Nhờ tăng năng suất lao động, tổ 1 vượt mức 10% tức là: $\frac{10}{100} \cdot x$

Nhờ tăng năng suất lao động, tổ 2 vượt mức 10% tức là: $\frac{20}{100} \cdot y$

Vì cả hai tổ làm được 910 sản phẩm nên: $(x + \frac{10}{100} \cdot x) + (y + \frac{20}{100} \cdot y) = 910 \quad (2)$

$$\text{Từ (1)(2)} \Rightarrow \begin{cases} x + y = 800 \\ 2 + 2y = 910 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 500 \\ y = 300 \end{cases}$$

Vậy số sản phẩm tổ 1 làm được là 500 (sản phẩm)

số sản phẩm tổ 2 làm được là 300 (sản phẩm)

Bài 2:

Hai trường A và B có 420 học sinh đỗ vào 10 đạt tỷ lệ 84%. Riêng trường A tỷ lệ đỗ 80%, trường B tỷ lệ đỗ là 90%. Tính số học sinh dự thi của mỗi trường

Lời giải

Gọi số học sinh dự thi của trường A, B là x, y ($x, y > 0$)

Ta có hệ phương trình
$$\begin{cases} x + y = 420 \cdot \frac{100}{4} \\ \frac{80}{100} \cdot x + \frac{90}{100} \cdot y = 420 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \\ y = \end{cases}$$

Bài 3:

Trong tháng đầu, hai tổ công nhân sản xuất được 800 chi tiết máy, sang tháng thứ hai, tổ 1 vượt mức 15% và tổ 2 vượt mức 20%, do đó cuối tháng cả hai tổ sản xuất được 945 chi tiết máy. Hỏi trong tháng một mỗi tổ công nhân sản xuất được bao nhiêu chi tiết máy?

	2 tổ	Tổ 1	Tổ 2
Tháng 1	800	x	y
Tháng 2	945	$115\%.x$	$120\%.y$
Phương trình	$\begin{cases} x + y = 800 \\ 115\%.x + 120\%.y = 945 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 300 \\ y = 500 \end{cases}$		