

ĐƯỜNG KÍNH VÀ DÂY CỦA ĐƯỜNG TRÒN

A. Tóm tắt lý thuyết

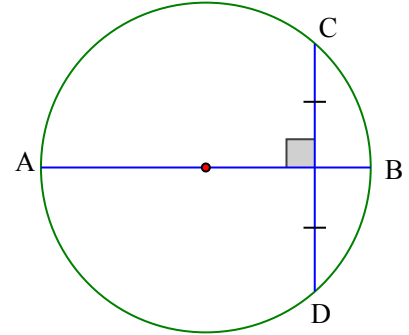
1. So sánh độ dài của đường kính và dây

Định lý 1: Trong các dây của đường tròn, dây lớn nhất là đường kính của đường tròn đó

2. Quan hệ vuông góc giữa đường kính và dây

Định lý 2: Trong một đường tròn, đường kính vuông góc với một dây thì đi qua trung điểm của dây ấy

Định lý 3: Trong một đường tròn, đường kính đi qua trung điểm của một dây không đi qua tâm thì vuông góc với dây ấy.



B. Bài tập và các dạng toán

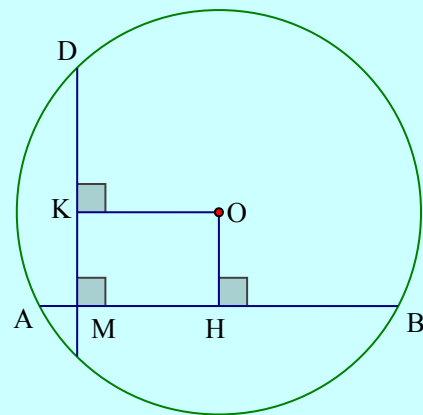
Dạng 1: Tính độ dài đoạn thẳng

Cách giải: Sử dụng các kiến thức sau đây

1. Trong một đường tròn đường kính vuông góc với một dây thì đi qua trung điểm của dây ấy
2. Trong một đường tròn, đường kính đi qua trung điểm của một dây không đi qua tâm thì vuông góc với dây ấy
3. Dùng định lý Pytago, hệ thức lượng trong tam giác vuông.

Bài 1:

Cho đường tròn tâm O , hai dây AB và CD vuông góc với nhau ở M . Biết $AB = 18cm$, $CD = 14cm$, $MC = 4cm$. Hãy tính khoảng cách từ tâm O đến mỗi dây AB và CD



Lời giải

Gọi H và K lần lượt là hình chiếu của O trên AB và CD

Ta có: $\begin{cases} OH \perp AB \Rightarrow HA = HB = 9cm \\ OK \perp CD \Rightarrow KD = KC = 7cm \end{cases}$

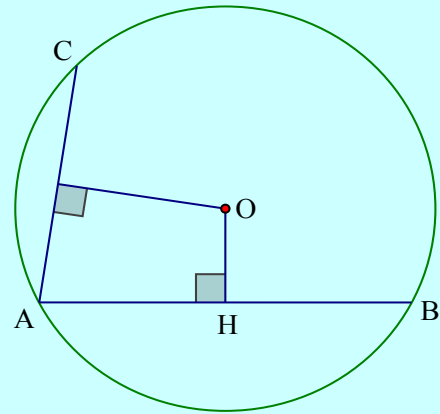
Mà: $KC = KM + MC \Rightarrow KM = KC - MC = 7 - 4 = 3cm \Rightarrow OH = MK = 3cm$

Xét $\triangle OHB (\hat{H} = 90^\circ) \Rightarrow OB^2 = OH^2 + HB^2 \Rightarrow OB = OD = 3\sqrt{10}(cm)$

Xét $\triangle OKD (\hat{K} = 90^\circ) \Rightarrow OD^2 = OK^2 + DK^2 \Rightarrow OK = \sqrt{41}(cm)$

Bài 2:

Cho đường tròn tâm O bán kính $3cm$ và hai dây AB và AC . Cho biết $AB = 5cm$ $AC = 2cm$, hãy tính khoảng cách từ O đến mỗi dây



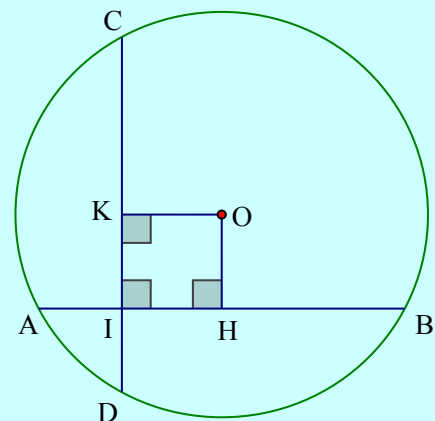
Lời giải

Gọi OH, OK lần lượt là khoảng cách từ O đến AB, AC

- Tính được: $OH = \frac{\sqrt{11}}{2}(cm); OK = 2\sqrt{2}(cm)$

Bài 3:

Cho đường tròn $(O; R)$ có hai dây AB, CD bằng nhau và vuông góc với nhau tại I . Giả sử $IA = 2cm, IB = 4cm$. Tính khoảng cách từ tâm O đến mỗi dây



Lời giải

Gọi OH, OK lần lượt là khoảng cách từ O đến AB, CD

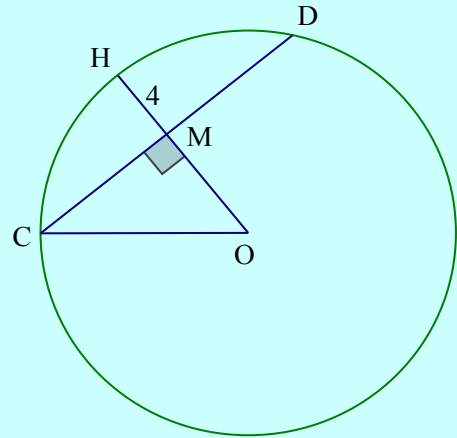
Ta có: $OH = OK = 1(cm)$

Bài 4:

Cho đường tròn (O) và dây CD . Từ O kẻ tia vuông góc với CD tại M , cắt (O) tại H .

Tính bán kính R của (O) biết:

$$CD = 16cm, MH = 4cm$$



Lời giải

Đặt $OH = x(cm)$. Ta có $OM = (x - 4)(cm)$

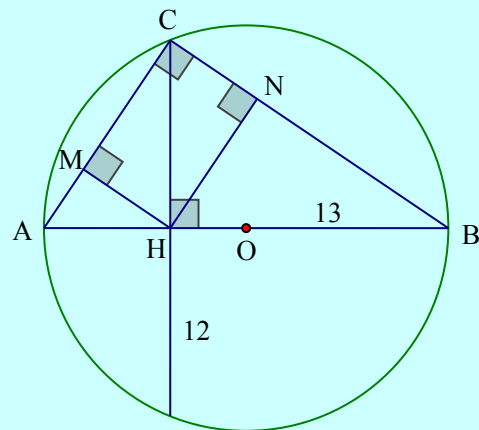
- Áp dụng định lý Pytago ta được: $x = 10(cm)$

Bài 5:

Cho đường tròn tâm (O) đường kính $AB = 13cm$, dây CD có độ dài $12cm$ vuông góc với AB tại H

a. Tính độ dài các đoạn thẳng HA, HB

b. Gọi M, N lần lượt là hình chiếu của H trên AC, BC . Tính diện tích tứ giác $CMHN$



Lời giải

a. Ta có $AB \perp CD \Rightarrow HC = HD = 6cm$

$$\text{Xét } \triangle ABC (\widehat{C} = 90^\circ) \Rightarrow \begin{cases} CH^2 = AH \cdot HA \\ HA + HB = 13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} HA \cdot HB = 36 \\ HA + HB = 13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} HA = 4cm \\ HB = 9cm \end{cases}$$

b. **Cách 1:** Tứ giác $CMHN$ là hình chữ nhật (có 3 góc vuông)

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông ta có :

$$\begin{cases} \frac{1}{HN^2} = \frac{1}{HC^2} + \frac{1}{HB^2} \\ \frac{1}{HM^2} = \frac{1}{HC^2} + \frac{1}{HA^2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} HN = \frac{12\sqrt{13}}{13} (cm) \\ HM = \frac{18\sqrt{13}}{13} (cm) \end{cases} \Rightarrow S_{CMHN} = \frac{216}{13} (cm^2)$$

Cách 2: Ta có :

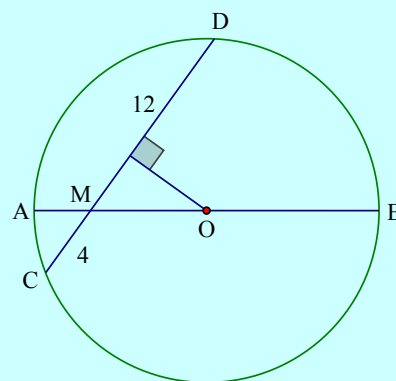
$$\Delta CHN \sim \Delta ABC \Rightarrow \frac{S_{CHN}}{S_{ABC}} = \left(\frac{CH}{AB}\right)^2 = \left(\frac{6}{13}\right)^2 = \frac{36}{169}; S_{ABC} = 39 \Rightarrow S_{CHN} = \frac{108}{13} \Rightarrow S_{CMHN} = \frac{216}{13} (cm^2)$$

Bài 6:

Cho đường tròn tâm O , đường kính AB . Dây CD cắt AB tại M , biết $MC = 4cm, MD = 12cm$.

$\widehat{BMD} = 30^\circ$. Hãy tính :

- Khoảng cách từ O đến CD
- Bán kính của (O)



Lời giải

a. Gọi OH là khoảng cách từ O đến $CD \Rightarrow OH \perp CD \Rightarrow CH = HD = 8 \Rightarrow MH = 4cm$

Xét $\Delta MHO (\widehat{H} = 90^\circ)$, $\tan 30^\circ = \frac{OH}{MH} \Rightarrow OH = \frac{4\sqrt{3}}{3} (cm)$

b. Bán kính của đường tròn (O) chính là đoạn OD

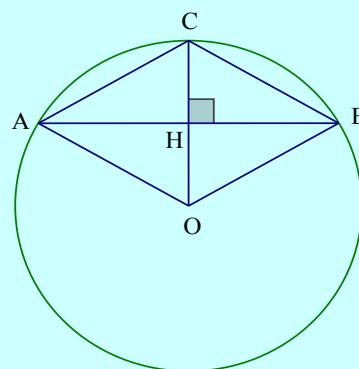
Ta đi tính độ dài đoạn thẳng OD dựa vào định lý pytago.

Xét $\Delta OHD (\widehat{H} = 90^\circ) \Rightarrow OD^2 = OH^2 + HD^2 (pytago) \Leftrightarrow OD^2 = 8^2 + \left(\frac{4\sqrt{3}}{3}\right)^2 \Rightarrow OD = \frac{4\sqrt{39}}{3} (cm)$

Bài 7:

Cho đường tròn tâm $(O; R)$, A và B di động trên đường tròn (O) thỏa mãn $\widehat{AOB} = 120^\circ$. Vẽ $OH \perp AB = H$

- Chứng minh H là trung điểm của AB
- Tính OH, AB và S_{OAB} theo R
- Tia OH cắt đường tròn $(O; R)$ tại C . Tứ



giác $OABC$ là hình gì? Vì sao

Lời giải

a) Ta có AB là dây cung của đường tròn (O) ; $OH \perp AB \Rightarrow H$ là trung điểm của đoạn thẳng AB

b) $\triangle OAB$ cân tại O ($OA = OB = R$) có: OH là đường trung tuyến nên cũng là đường phân giác

$$\Rightarrow \widehat{AOH} = \widehat{HOB} = \frac{1}{2} \widehat{AOB} = 60^\circ$$

$\triangle HAO$ vuông tại H , có $\widehat{AOH} = 60^\circ$ nên là nửa tam giác đều

$$\Rightarrow OH = \frac{1}{2} OA = \frac{1}{2} R; AH = \frac{\sqrt{3}}{2} OA = \frac{\sqrt{3}}{2} R; AB = 2AH = \sqrt{3}R$$

$$S_{OAB} = \frac{1}{2} OH \cdot AB = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} R \cdot \sqrt{3}R = \frac{\sqrt{3}}{4} R^2 \text{ (đvdt)}$$

$$\text{c) } HC = OC - OH = R - \frac{1}{2} R = \frac{1}{2} R$$

$\diamond OACB$ có $HA = HB; HO = HC = \frac{1}{2} R \Rightarrow \diamond OACB$ là hình bình hành

Mà: $OA = OB (= R) \Rightarrow \diamond OACB$ là hình thoi.

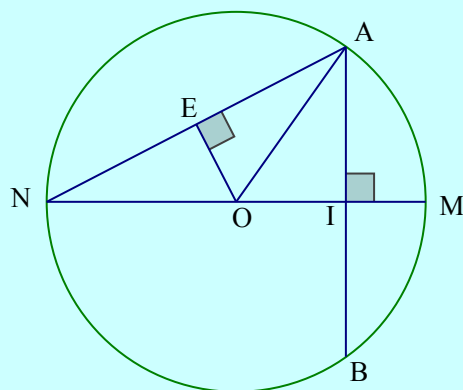
Bài 8:

Cho đường tròn tâm $(O; R)$ và một dây cung

AB . Gọi I là trung điểm của AB . Tia OI cắt cung AB tại M

a) Cho $R = 5\text{cm}, AB = 6\text{cm}$. Tính độ dài dây cung MA

b) Gọi N là điểm đối xứng của M qua O , giả sử $MA = 5\text{cm}, AB = 6\text{cm}$. Tính bán kính R



Lời giải

a) Vì I là trung điểm của dây AB nên: $IA = IB = \frac{AB}{2} = \frac{6}{2} = 3(\text{cm})$ và $OI \perp AB$

$$- \triangle OIA \left(\hat{I} = 90^\circ \right) \Rightarrow OI^2 = OA^2 - IA^2 = 5^2 - 3^2 = 4^2 \Rightarrow OI = 4\text{cm} \Rightarrow IM = 1\text{cm}$$

$$- \triangle AIM \left(\hat{I} = 90^\circ \right) \Rightarrow AM^2 = AI^2 + IM^2 = 3^2 + 1^2 = 10 \Rightarrow AM = \sqrt{10}$$

b) Gọi E là trung điểm của dây AN

Ta có: $OE \perp NA; NE = EA = 2,5cm$

- Xét $\triangle NEO \sim \triangle NIA (gg) \Rightarrow \frac{NE}{NI} = \frac{ON}{NA} \Rightarrow ON = \frac{NA \cdot NE}{NI} = \frac{2,5 \cdot 5}{4} = 3,125 (cm).$

Dạng 2: Chứng minh đẳng thức

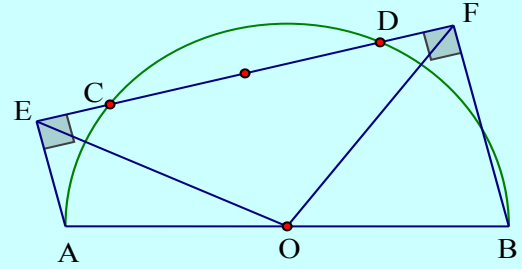
Cách giải

- Dùng phương pháp chứng minh hai tam giác bằng nhau, đồng dạng với nhau
- Dùng quan hệ giữa cạnh và góc trong tam giác, quan hệ cạnh huyền cạnh góc vuông
- Sử dụng tính đường trung bình của tam giác, tính chất tứ giác đặc biệt

Bài 1:

Cho nửa đường tròn (O) , đường kính AB và một dây cung CD . Kẻ AE và BF vuông góc với CD lần lượt tại E và F . Chứng minh:

- a) $CE = DF$
- b) E và F đều ở ngoài (O)



Lời giải

a) Gọi I là Trung điểm $CD \Rightarrow CI = ID$

Xét hình thang $AEFB$, I là trung điểm $EF \Rightarrow IE = IF \Rightarrow CE = DF$

b) Ta có $\widehat{EAB}$ và $\widehat{FBA}$ bù nhau nên có một góc tù và một góc nhọn

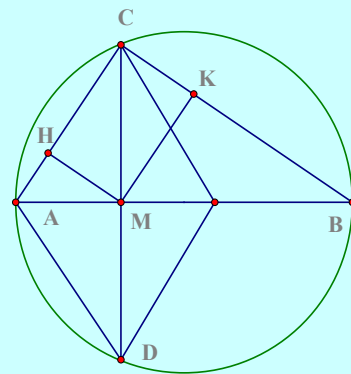
Giả sử $\widehat{EAB} > 90^\circ \Rightarrow \triangle EAO$ có $OE > OA = R \Rightarrow E$ ở ngoài đường tròn mà $OE = OF$

Nên F cũng ở ngoài đường tròn.

Bài 2:

Cho đường tròn $(O; R)$ đường kính AB . Gọi M là điểm nằm giữa A và B , qua điểm M vẽ dây CD vuông góc với AB . Lấy điểm E đối xứng với A qua M

- a) $\diamond ACED$ là hình gì? Vì sao
- b) Giả sử $R = 6,5\text{cm}$, $MA = 4\text{cm}$. Tính CD
- c) Gọi H và K lần lượt là hình chiếu của M trên CA, CB . Chứng minh rằng: $MH \cdot MK = \frac{MC^3}{2R}$



Lời giải

a. Ta có: $AB \perp CD \Rightarrow MC = MD$

mà $ME = MA \Rightarrow \diamond ACED$ là hình bình hành, lại có $AB \perp CD$

$\Rightarrow \diamond ACED$ là hình thoi.

b. Điểm C nằm trên đường tròn $(O; AB) \Rightarrow \widehat{ACB} = 90^\circ$

Xét $\triangle ACB (\widehat{C} = 90^\circ)$, có: $MC^2 = MA.MB = 36 \Rightarrow MC = 6 \Rightarrow CD = 12(cm)$

c) $\triangle MCA$ có: $MH.AC = MA.MC \Rightarrow MH = \frac{MA.MC}{AC}$

$\triangle MCB$ có: $MK.BC = MB.MC \Rightarrow MK = \frac{MB.MC}{BC} \Rightarrow MH.MK = \frac{MC^2.MA.MB}{AC.AB} = \frac{MC^2.MC^2}{MC.MA} = \frac{MC^3}{2R}$

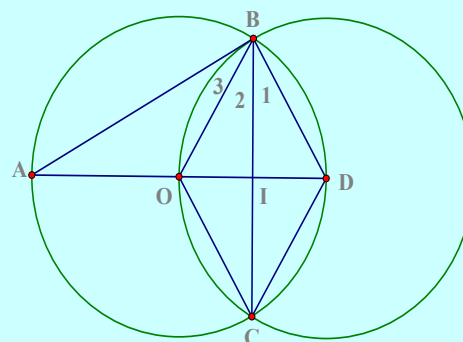
Bài 3:

Cho đường tròn (O) , đường kính $AD = R$. Vẽ cung tròn tâm D bán kính R cắt (O) ở B và C

a. Tứ giác $OBDC$ là gì? vì sao?

b. Tính số đo các góc $\widehat{CBD}; \widehat{CBO}; \widehat{OBA}$

c. Chứng minh rằng tam giác ABC là tam giác đều



Lời giải

a. Xét $\diamond OBDC$, có: $OB = OC = DC = R \Rightarrow \diamond OBDC$ là hình thoi

b. Xét $\triangle OBD$, có: $OB = OD = BD = R \Rightarrow \triangle OBD$ là tam giác đều

$\Rightarrow \widehat{OBD} = 60^\circ = \widehat{ODB} \Rightarrow BC$ là tia phân giác $\widehat{OBD}$

$\Rightarrow \widehat{B_1} = \widehat{B_2} = \frac{1}{2} \widehat{OBD} = 30^\circ$

Ta có $B \in (O) \Rightarrow \widehat{ABD} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{B_3} = 30^\circ$

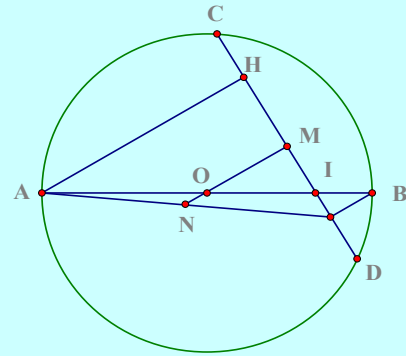
c. $\diamond OBDC$ là hình thoi $\Rightarrow OD \perp BC \equiv I; IB = IC$

Xét $\triangle ABC$, có AI là đường cao đồng thời là đường trung tuyến nên $\triangle ABC$ cân tại A

Mà $\widehat{ABC} = \widehat{B}_2 + \widehat{B}_3 = 60^\circ \Rightarrow \Delta ABC$ đều.

Bài 4:

Cho đường tròn (O) đường kính AB , dây CD cắt AB tại I . Gọi H, K theo thứ tự là chân đường vuông góc kẻ từ A và B đến CD . Chứng minh rằng: $CH = DK$



Lời giải

Ta kẻ OM vuông góc với CD tại $M \Rightarrow MC = MD$ (quan hệ vuông góc giữa đường kính và dây)

Gọi N là giao điểm của OM và AK

Xét $\Delta AKB \Rightarrow NA = NK$

Xét $\Delta AHK \Rightarrow MH = MK \Rightarrow MC - MH = MD - MH \Leftrightarrow CH = DK$

Bài 5:

Cho tam giác ABC ($AB < AC$) có hai đường cao BD và CE cắt nhau tại trực tâm H . Lấy I là trung điểm của BC

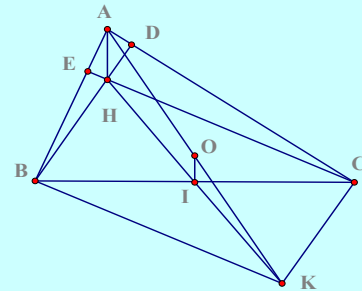
a. Gọi K là điểm đối xứng của H qua I .

Chứng minh tứ giác $BHCK$ là hình bình hành

b. Xác định tâm O của đường tròn qua các điểm A, B, K, C

c. Chứng minh: $OI \parallel CH$

d. Chứng minh rằng: $BE \cdot BA + CD \cdot CA = BC^2$



Lời giải

a. Xét $\diamond BHCK$ có: $\begin{cases} HI = IK(gt) \\ BI = IC(gt) \end{cases} \Rightarrow \diamond BHCK$ là hình bình hành

b. Ta có $\Delta AKB, \Delta ACK$ vuông tại B và C nên bốn điểm A, B, K, C nằm trên đường tròn đường kính AC tâm O .

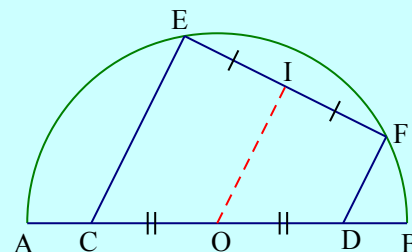
c. Xét $\triangle AHB$ có OI là đường trung bình $\Rightarrow OI \parallel AH$

d. Gọi M là giao điểm của AH và BC

Ta có $\begin{cases} \triangle BMA \sim \triangle BEC (gg) \Rightarrow BE.BA = BM.BC \\ \triangle CMA \sim \triangle CDB (gg) \Rightarrow CA.CD = CM.BC \end{cases} \Rightarrow BE.BA + CD.CA = (BM + CM).BC = BC^2 \text{ (đpcm)}$

Bài 6:

Cho nửa đường tròn tâm O đường kính AB .
Trên đoạn thẳng OA lấy điểm C và trên đoạn thẳng OB lấy điểm D sao cho $OC = OD$. Từ C và D kẻ hai tia song song cắt nửa đường tròn ở E và F . Gọi I là trung điểm của EF .
Chứng minh rằng: $S_{CEF} + S_{DEF} = EF.OI$



Lời giải

Vì I là trung điểm của EF nên $OI \perp EF$

Ta có: $CE \parallel DF$ và O là trung điểm của CD nên $\diamond CEFD$ là hình thang

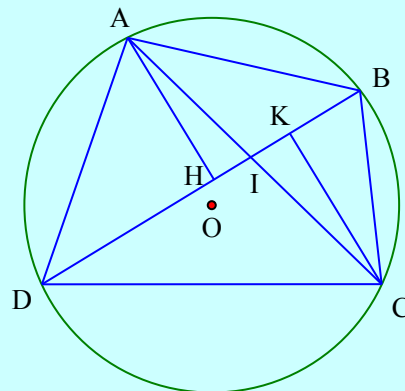
Lại có OI là đường trung bình của hình thang $\Rightarrow OI \parallel CE \parallel DF$

Mà $OI \perp EF \Rightarrow CE \perp EF; DF \perp EF \Rightarrow OI = \frac{1}{2}(CE + DF)$

$S_{CEF} = \frac{1}{2}CE.EF; S_{DEF} = \frac{1}{2}DE.EF \Rightarrow S_{CEF} + S_{DEF} = \frac{1}{2}CE.EF + \frac{1}{2}DE.EF = \frac{1}{2}EF(CE + DF) = EF.OI.$

Bài 7:

Cho đường tròn $(O; R)$. Các điểm A, B, C, D thuộc $(O; R)$. Tìm giá trị lớn nhất của diện tích tứ giác $ABCD$



Lời giải

Vẽ $AH \perp BD (H \in BD), CK \perp BD (K \in BD)$

Gọi I là giao điểm của AC, BD

Ta có: $AH \perp HI \Rightarrow AH \leq AI; CK \perp KI \Rightarrow CK \leq CI \Rightarrow AH + CK \leq AI + IC = AC$

Mà $AC, BD \leq 2R$ (AC, BD là các dây cung của đường tròn $(O; R)$)

Ta có : $S_{ABCD} = S_{ABD} + S_{BCD} = \frac{1}{2}BD.AH + \frac{1}{2}BD.CK = \frac{1}{2}BD(AH + CK) \leq \frac{1}{2}BD.AC$

Do vậy $S_{ABCD} \leq \frac{1}{2}2R.2R = 2R^2$

Dấu ‘=’ xảy ra khi và chỉ khi $\begin{cases} BD = 2R \\ AC = 2R \\ H \equiv I \equiv K \end{cases} \Leftrightarrow AC, BD$ là hai đường kính vuông góc nhau

Vậy giá trị lớn nhất của diện tích tứ giác $ABCD$ là $2R^2$.

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1: Xét đường tròn (O) đường kính AB vuông góc với dây CD tại I . Gọi E, F là hình chiếu của O trên $AC, AD (E \in AC)$. Khẳng định nào sau đây đúng

A) $\triangle ACD$ là tam giác cân

B) $OE = OF$

C) $EF = \frac{1}{2}CD$

D) Cả A, B, C đều đúng

Chọn đáp án B

Giải thích:

A) Ta có $AB \perp CD = I (1) \Rightarrow IC = ID (2)$

Từ (1)(2) $\Rightarrow AB$ là đường trung trực của CD

Do đó $AC = AD \Rightarrow \triangle ABC$ cân tại A

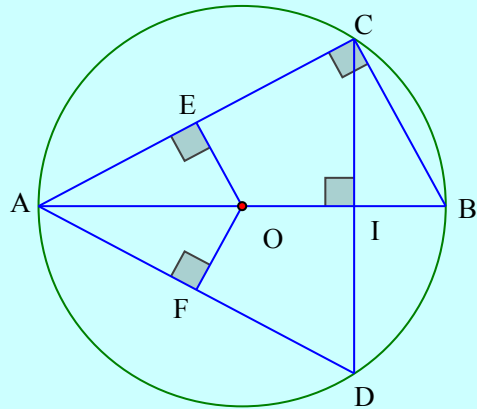
B) Ta có $AC = AD \Rightarrow OE = OF$ (hai dây bằng nhau thì cách đều tâm)

C) Ta có: $EA = EC (OE \perp AC) (3)$

$FA = FD (OF \perp AD) (4)$

Từ (3)(4) $\Rightarrow EF$ là đường trung bình của

$\triangle ACD \Rightarrow EF = \frac{1}{2}CD$



Câu 2: Cho đường tròn $(O; 34cm)$ có OI vuông góc với dây $MN (I \in MN)$ sao cho $OI = 30cm$ thì độ dài MN bằng?

A) $30(cm)$

B) $32(cm)$

C) $34(cm)$

D) $40(cm)$

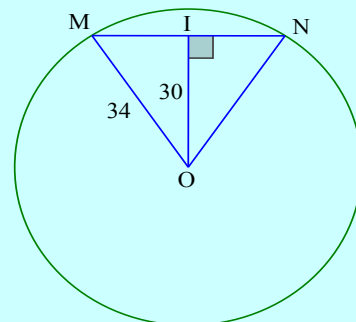
Chọn đáp án B

Giải thích:

Từ $\triangle OIM$ vuông tại I , ta có:

$$MI = \sqrt{OM^2 - OI^2} = \sqrt{34^2 - 30^2} = 16(cm)$$

Do $OI \perp MI \Rightarrow MI = IN \Rightarrow MN = 2MI = 32(cm)$



Câu 3: Cho đường tròn $(O; R)$ và dây $AB = 19,2(cm)$. Gọi H là hình chiếu của O trên AB .

Cho biết $OH = 7,2cm$. Độ dài bán kính R bằng?

A) $12(cm)$

B) $13(cm)$

C) $14,5(cm)$

D) $15,6(cm)$

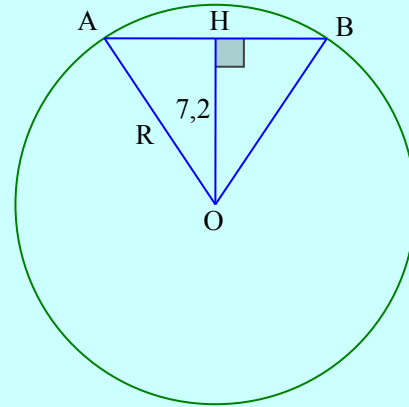
Chọn đáp án B

Giải thích:

Ta có $OH \perp AB \Rightarrow HA = HB = \frac{1}{2} AB = 9,6(cm)$

Từ $\triangle HOA$ vuông tại H ta có:

$$OA = \sqrt{OH^2 + HA^2} = \sqrt{7,2^2 + 9,6^2} = 12(cm)$$



Câu 4: Cho đường tròn (O) đường kính AB và dây CD vuông góc với OB tại trung điểm của OB . Tứ giác $OBCD$ là hình gì?

A) Hình thang cân

B) Hình chữ nhật

C) Hình thoi

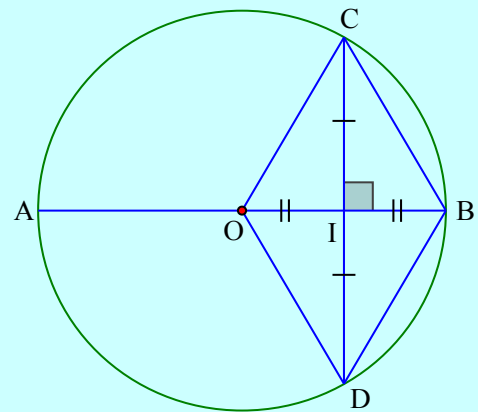
D) Hình vuông

Chọn đáp án B

Giải thích:

Ta có: $IO = IB; IC = ID; CD \perp OB$

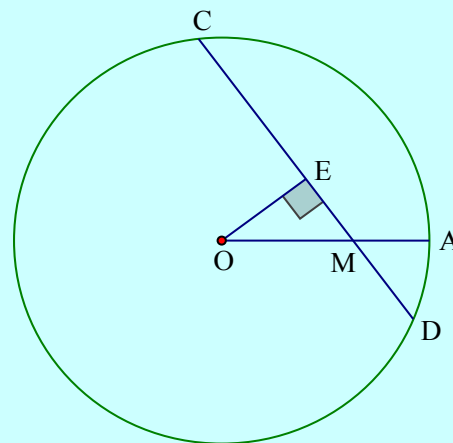
$\Rightarrow \diamond OBCD$ là hình thoi (tứ giác có hai đường chéo vuông góc với nhau tại trung điểm của mỗi đường)



BÀI TẬP VỀ NHÀ

Bài 1:

Cho đường tròn (O) bán kính $OA = 11\text{cm}$.
Điểm M thuộc bán kính AO và cách O khoảng 7cm . Qua M kẻ dây CD có độ dài 18cm . Tính độ dài các đoạn thẳng MC và MD



Lời giải

Kẻ $OE \perp CD, E \in CD$. Ta có $OC = 11\text{cm}, CE = 9\text{cm} \Rightarrow OE = 2\sqrt{10}\text{cm}$

$OM = 7\text{cm} \Rightarrow ME = 43\text{cm} \Rightarrow MC = 6\text{cm}, MD = 12\text{cm}$

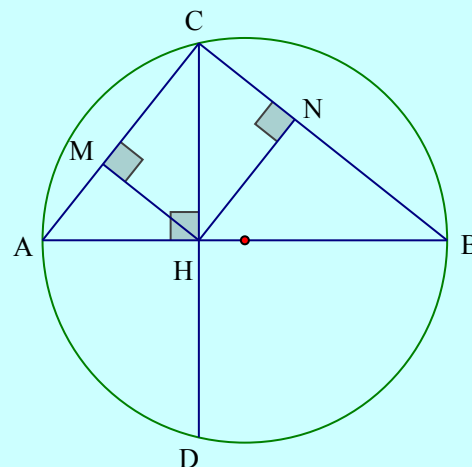
Hoặc: $MD = 6\text{cm}, MC = 12\text{cm}$

Bài 2:

Cho đường tròn (O) đường kính $AB = 13\text{cm}$,
dây CD có độ dài 12cm vuông góc với AB tại H

a) Tính độ dài các đoạn thẳng HA, HB

b) Gọi M, N lần lượt là hình chiếu của H trên AC, BC . Tính diện tích tứ giác $CMHN$



Lời giải

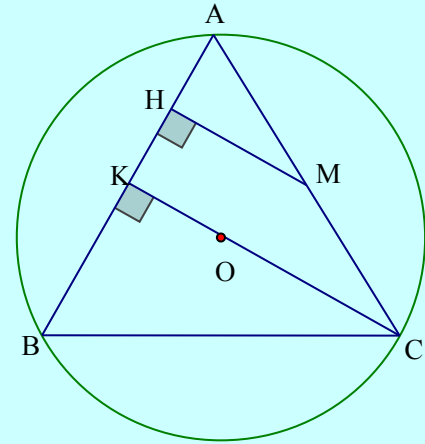
a) Tính được : $HA = 4\text{cm}, HB = 9\text{cm}$

b) Tính được: $HM = \frac{12\sqrt{13}}{13}(\text{cm}); HN = \frac{18\sqrt{13}}{13}(\text{cm}) \Rightarrow S_{CMHN} = \frac{216}{13}(\text{cm}^2)$

Bài 3:

Cho đường tròn (O) có các dây $AB = 24cm, AC = 20cm, \widehat{BAC} < 90^\circ$ và O nằm trong góc BAC . Gọi M là trung điểm của AC . Khoảng cách từ điểm M đến AB bằng $8cm$

a) Chứng minh tam giác ABC cân
b) Tính bán kính của (O)



Lời giải

a) Vẽ $MH \perp AB = H; CK \perp AB = K \Rightarrow MH$ là đường trung bình của

$$\triangle CAK \Rightarrow AM = 10cm; AH = 6cm \Rightarrow AK = 12cm \Rightarrow AK = \frac{1}{2} AB$$

Từ đó chứng minh được $\triangle ABC$ cân tại C

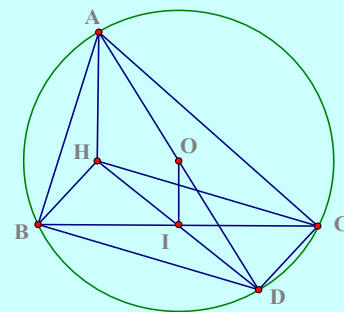
b) Ta có $CK = 2MH = 16cm$

$$\text{Đặt } OC = x \Rightarrow OK = 16 - x \Rightarrow CO = 12,5cm$$

Bài 4:

Cho tam giác ABC có trực tâm H và nội tiếp đường tròn (O) đường kính AD

a. Chứng minh $BHCD$ là hình bình hành
b. Kẻ đường kính OI vuông góc BC tại I . Chứng minh I, H, D thẳng hàng
c. Chứng minh $AH = 2OI$



Lời giải

a. Ta có : $\begin{cases} BD \parallel CH \\ BH \parallel CD \end{cases} \Rightarrow \diamond BHCD$ là hình bình hành

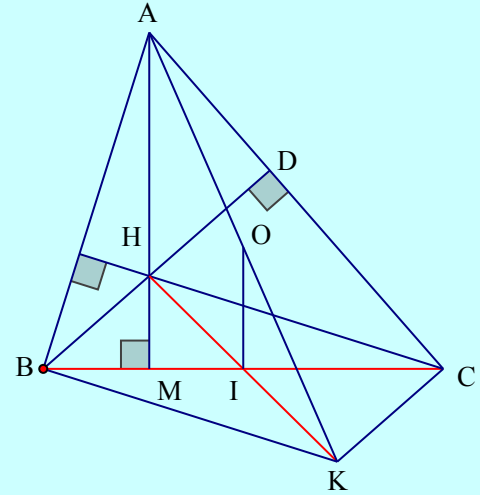
b. I là trung điểm của $BC \Rightarrow I$ là trung điểm của HD

c. Ta có OI là đường trung bình $\triangle AHD \Rightarrow AH = 2OI$

Bài 5:

Cho tam giác ABC ($AB < AC$) có hai đường cao BD và CE cắt nhau tại trực tâm H . Lấy I là trung điểm của BC

- Gọi K là điểm đối xứng của H qua I . Chứng minh tứ giác $BHCK$ là hình bình hành
- Xác định tâm O của đường tròn qua các điểm A, B, K, C
- Chứng minh: OI và AH song song
- Chứng minh: $BE.BA + CD.CA = BC^2$



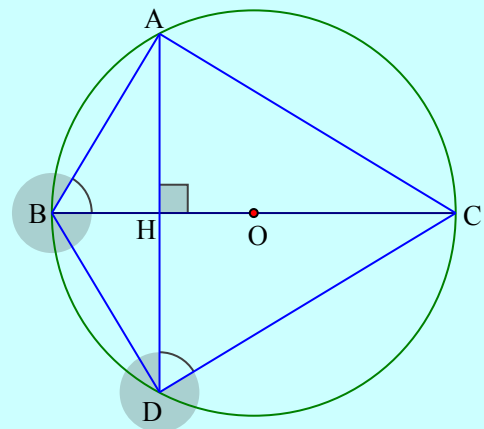
Lời giải

- $BHCK$ có I là trung điểm của hai đường chéo
- Ta có $\triangle ABK, \triangle ACK$ vuông tại B và C nên A, B, K, C nằm trên đường tròn đường kính AK
- Ta có OI là đường trung bình của $\triangle AHK \Rightarrow OI \parallel AH$
- Gọi AH cắt BC tại M . Ta có: $BE.BA = BM.BC; CA.CD = CM.BC$

Bài 6:

Cho điểm A nằm trên đường tròn (O) có BC là đường kính và $AB < AC$. Vẽ dây AD vuông góc với BC tại H . Chứng minh

- Tam giác ABC vuông tại A
- H là trung điểm của AD , $AC = CD$ và BC là tia phân giác $\widehat{ABD}$
- $\widehat{ABC} = \widehat{ADC}$



Lời giải

- Vì $OA = OB = OC \Rightarrow \triangle ABC$ vuông tại A
- Chứng minh $\widehat{ABC} = \widehat{CBD}; \widehat{CDH} = \widehat{CBD} \Rightarrow \widehat{ABC} = \widehat{CDH}$