

ÔN TẬP ĐỒ THỊ HÀM SỐ $y = ax + b (a \neq 0)$

A. Tóm tắt lý thuyết

1. Đồ thị của hàm số bậc nhất

Hàm số bậc nhất $y = ax + b (a \neq 0)$ có đồ thị là một đường thẳng, kí hiệu: $(d): y = ax + b$

Trong đó: a là hệ số góc của đường thẳng

b gọi là tung độ gốc của đường thẳng

- Nếu $b = 0$ thì đường thẳng $y = ax$ đi qua gốc tọa độ

- Nếu $b \neq 0$ thì đường thẳng $y = ax + b$

+) Cắt trục tung Oy tại điểm $(0; b)$

+) Cắt trục hoành Ox tại điểm $\left(\frac{-b}{a}; 0\right)$

- Đường thẳng $y = ax + b$ song song với đường thẳng $y = ax$

2. Cách vẽ đồ thị hàm số bậc nhất $y = ax + b (a \neq 0)$

Xét đường thẳng $(d): y = ax + b (a \neq 0)$

- Nếu $b = 0$ ta có $y = ax$ đi qua gốc tọa độ $O(0; 0)$ và đi qua điểm $A(1; a)$

- Nếu $b \neq 0$ ta làm như sau

+) Cách 1: Cho $\begin{cases} x = 1 \Rightarrow y = a + b \\ x = -1 \Rightarrow y = -a + b \end{cases}$

+) Cách 2: Cho $\begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = b \\ y = 0 \Rightarrow x = \frac{-b}{a} \end{cases}$

3. Chú ý:

- Trục hoành là đường thẳng: $y = 0$

- Trục tung là đường thẳng: $x = 0$

B. Bài tập và các dạng toán

Dạng 1: Vẽ đồ thị hàm số bậc nhất

Cách giải: Có hai cách cơ bản

Xét đường thẳng $(d): y = ax + b (a \neq 0)$

- Nếu $b=0$ ta có $(d): y=ax$ đi qua gốc tọa độ $O(0;0)$ và đi qua điểm $A(1;a)$

- Nếu $b \neq 0$ thì ta làm như sau:

+) Cách 1: Cho $\begin{cases} x=1 \Rightarrow y=a+b \\ x=-1 \Rightarrow y=-a+b \end{cases}$

+) Cách 2: Cho $\begin{cases} x=0 \Rightarrow y=b \\ y=0 \Rightarrow x=-\frac{b}{a} \end{cases}$

Bài 1: Cho ba đường thẳng $y=-x+1; y=x+1; y=-1$

a) Vẽ ba đường thẳng trên cùng một hệ trục tọa độ Oxy

b) Gọi giao điểm của đường thẳng $y=-x+1$ và $y=x+1$ là A , giao điểm của $y=-1$ với hai đường thẳng $y=-x+1$ và $y=x+1$ theo thứ tự là B và C . Tìm tọa độ các điểm A, B, C

c) Tam giác A, B, C là tam giác gì? Tính diện tích ΔABC

Lời giải

b) Hai đường thẳng $y=x+1$ và $y=-x+1$ cắt nhau tại A nên tọa độ A nghiệm đúng hai phương trình: $y=-x+1$ và $y=x+1$

Ta có: $x+1=-x+1 \Leftrightarrow x=0 \Rightarrow y=1 \Rightarrow A(0;1)$

Tương tự ta có: $B(2;-1); C(-2;-1)$

c) Gọi H là giao điểm của BC với Oy , $BC \perp Oy$ và $HB=HC$

Tam giác ABC có AH vừa là đường cao, đường trung tuyến vậy ΔABC cân tại A

Ta có: $S_{ABC} = \frac{1}{2} BC \cdot AH = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 2 = 4 (cm^2)$

Bài 2:

a) Vẽ trên cùng một hệ trục tọa độ Oxy đồ thị các hàm số sau: $(d_1): y=x+4; (d_2): y=-x+2$

b) Tìm tọa độ giao điểm M của (d_1) và (d_2)

c) Gọi giao điểm của (d_1) với Ox, Oy theo thứ tự là A và B . Gọi giao điểm của (d_2) với Ox là C . Tính diện tích tam giác BMC

Lời giải

b) Xét phương trình hoành độ giao điểm của (d_1) và (d_2) :

$$x + 4 = -x + 2 \Leftrightarrow 2x = -2 \Leftrightarrow x = -1 \Rightarrow y = 3 \Rightarrow M(-1; 3)$$

c) Ta có: $S_{BMC} = S_{ABC} - S_{AMC} = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 4 - \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 3 = 3$ (đvdt)

Bài 3:

a) Vẽ trên cùng một hệ trục tọa độ Oxy đồ thị các hàm số sau: $(d_1): y = x + 2; (d_2): y = -\frac{1}{2}x + 1$

b) Gọi A là giao điểm của d_1 và d_2 . Tìm tọa độ điểm A

c) Gọi (d_3) là đường thẳng đi qua $K(0; 0,25)$ song song với trục hoành, (d_3) cắt (d_1) và (d_2) lần lượt tại B và C . Tìm tọa độ các điểm B và C

d) Tính S_{ABC}

Lời giải

b) Xét phương trình hoành độ giao điểm của d_1 và d_2 :

$$x + 2 = -\frac{1}{2}x + 1 \Leftrightarrow \frac{3}{2}x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{2}{3} \Rightarrow y = \frac{4}{3} \Rightarrow A\left(-\frac{2}{3}; \frac{4}{3}\right)$$

c) Xét phương trình hoành độ giao điểm của d_1 và d_3 :

$$x + 2 = \frac{5}{2} \Leftrightarrow x = \frac{1}{2} \Rightarrow B\left(\frac{1}{2}; \frac{5}{2}\right)$$

Xét phương trình hoành độ giao điểm của d_2 và d_3 :

$$-\frac{1}{2}x + 1 = \frac{5}{2} \Leftrightarrow x = -3 \Rightarrow C\left(-3; \frac{5}{2}\right)$$

d) Chiều cao $AH = \frac{5}{2} - \frac{4}{3} = \frac{7}{6}$ (cm); $BC = 3 + \frac{1}{2} = \frac{7}{2}$ (cm); $S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{7}{6} = \frac{49}{24}$ (cm²)

Dạng 2: Tìm tọa độ giao điểm của hai đường thẳng

Cách giải: Cho hai đường thẳng $d: y = ax + b$ và $d': y = a'x + b'$. Để tìm tọa độ giao điểm của d và d' , ta làm như sau:

Cách 1: Dùng phương pháp đồ thị (thường sử dụng trong trường hợp d và d' cắt nhau tại điểm có tọa độ nguyên)

- Vẽ d và d' trên cùng một hệ trục tọa độ
- Xác định tọa độ giao điểm trên hình vẽ
- Chứng tỏ tọa độ giao điểm đó cùng thuộc d và d'

Cách 2: Dùng phương pháp đại số

- Xét phương trình hoành độ giao điểm của d và d' : $ax + b = a'x + b'$
- Từ phương trình hoành độ giao điểm, tìm được x và thay vào phương trình của d (hoặc d') để tìm y
- Kết luận tọa độ giao điểm của d và d'

Bài 1:

Cho hai đường thẳng $d: y = 2x + 1$ và $d': y = x + 3$. Bằng phương pháp đồ thị, hãy tìm tọa độ giao điểm của d và d'

Lời giải

Từ đồ thị dự đoán được d và d' tại $I(2;5)$

Thay tọa độ I vào d và d' thấy thỏa mãn. Vậy I là tọa độ giao điểm của d và d'

Bài 2:

Tìm tọa độ giao điểm của các đường thẳng $d: y = \frac{1}{2}x - 3$ và $d': y = -2x + 2$ bằng cách vẽ đồ thị

Lời giải

Ta tìm được $A(2; -2)$ là tọa độ giao điểm của d và d'

Bài 3:

Cho các đường thẳng $d: y = x\sqrt{9-4\sqrt{2}}$ và $d': y = x\sqrt{3-2\sqrt{2}} - 2$ không vẽ đồ thị, tìm tọa độ giao điểm của d và d'

Lời giải

Xét phương trình hoành độ giao điểm của d và d' : $(2\sqrt{2}-1)x = (\sqrt{2}-1)x - 2 \Leftrightarrow x = -\sqrt{2}$

Thay $x = -\sqrt{2}$ vào d hoặc d' tìm được: $y = -4 + \sqrt{2} \Rightarrow d \cap d' = (-\sqrt{2}; -4 + \sqrt{2})$

Bài 4:

Không vẽ đồ thị, hãy tìm tọa độ giao điểm của các đường thẳng $d: y = \frac{3}{4}x + 1$ và $d': y = -x + 2$

Lời giải

Xét phương trình hoành độ giao điểm của d và d' ta được:

$$\frac{3}{4}x + 1 = -x + 2 \Leftrightarrow \frac{7}{4}x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{4}{7} \Rightarrow y = \frac{10}{7}$$

Vậy $\left(\frac{4}{7}; \frac{10}{7}\right)$ là tọa độ giao điểm của d và d'

Dạng 3: Xét tính đồng quy của ba đường thẳng

Cách giải:

Chú ý: Ba đường thẳng đồng quy là ba đường thẳng phân biệt và cùng đi qua 1 điểm

- Để xét tính đồng quy của ba đường thẳng (phân biệt) cho trước, ta làm như sau:

+) Tìm tọa độ giao điểm của 2 trong 3 đường thẳng đã cho

+) Kiểm tra xem nếu giao điểm vừa tìm được thuộc đường thẳng còn lại thì kết luận ba đường thẳng đó đồng quy.

Bài 1:

Cho ba đường thẳng $d_1 : y = 4x - 3, d_2 : y = 3x - 1, d_3 : y = x + 3$. Chứng minh ba đường thẳng trên đồng quy

Lời giải

Gọi giao điểm của hai đường thẳng d_1 và d_2 là I

Tìm được $I(2;5)$

Thay tọa độ $I(2;5)$ vào d_3 thấy thỏa mãn

Vậy ba đường thẳng d_1, d_2, d_3 đồng quy

Bài 2:

Ba đường thẳng $d_1 : 3x - y - 7 = 0, d_2 : y = -2x + 3, d_3 : 3x - 2y - 7 = 0$ có đồng quy hay không

Lời giải

Gọi giao điểm của hai đường thẳng d_1 và d_2 là I

Tìm được $I(2;-1)$

Thay tọa độ $I(2;-1)$ vào d_3 thấy không thỏa mãn

Vậy ba đường thẳng d_1, d_2, d_3 không đồng quy

Bài 3:

Cho ba đường thẳng $d_1 : y = x - 4, d_2 : y = 2x + 3, d_3 : y = mx + m + 1$. Tìm m để ba đường thẳng trên đồng quy

Lời giải

Gọi giao điểm của hai đường thẳng d_1 và d_2 là I

Tìm được $I(-7;-11)$

Thay tọa độ $I(2;5)$ vào d_3 ta tìm được $m=2 \Rightarrow d_3: y=2x+3 \equiv d_2$

Vậy không có giá trị nào của m thỏa mãn bài toán.

Bài 4:

Cho ba đường thẳng $d_1: y=x-2, d_2: y=2x-3, d_3: y=-x$

a) Chứng minh rằng ba đường thẳng trên đồng quy

b) Tìm m sao cho 4 đường thẳng d_1, d_2, d_3 và $d: y=mx+1$ đồng quy

Lời giải

a) Gọi I là giao điểm của d_1 và d_2 suy ra tọa độ I là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} y=x-2 \\ y=2x+3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=-1 \end{cases} \Rightarrow I(1;-1)$$

Ta đi chứng minh I thuộc vào d_3

Thật vậy thay tọa độ $I(1;-1)$ vào $(d_3): y=-x$ ta được $-1=-1$ (đúng)

b) Để 4 đường thẳng đồng quy thì $I(1;-1)$ phải thuộc vào $(d) \Leftrightarrow -1=m.1+1 \Leftrightarrow m=-2$

Bài 5:

Tìm m để ba đường thẳng sau đồng quy

a) $d_1: y=(m^2-1)x+(m^2-5)(m \neq \pm 1); d_2: y=x+1; d_3: y=-x+3$

b) $d_1: y=3x-8; d_2: y=-2x-3; d_3: y=3mx+2m+1$

Lời giải

a) Ta có: d_2 cắt d_3 tại $M(1;2)$

Để ba đường thẳng đồng quy thì $M(1;2)$ thuộc $(d_1) \Rightarrow m=\pm 2$

Thử lại với $m=\pm 2$ thì ta được d_1 không trùng với d_2, d_3

Vậy $m=\pm 2$

b) Ta tìm được: $m=\frac{-6}{5}$

Dạng 4: Tính khoảng cách từ gốc tọa độ O đến một đường thẳng không đi qua O

Cách giải: Để tính khoảng cách từ O đến đường thẳng d (không đi qua O) ta làm như sau:

Bước 1: Tìm A, B lần lượt là giao điểm của d với Ox và Oy

Bước 2: Gọi H là hình chiếu vuông góc của O trên d . Khi đó: $\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2}$

Bài 1:

Cho hàm số $y = ax + b$

a) Xác định a và b biết rằng đồ thị hàm số trên đi qua điểm $M(2;3)$

b) Vẽ đồ thị hàm số vừa tìm được ở câu a

c) Tính khoảng cách từ gốc tọa độ đến đường thẳng tìm được ở câu a

Lời giải

a) Ta có $M(2;3)$ thuộc đồ thị hàm số $\Rightarrow a = 3 \Rightarrow y = 6x - 9$

b) Gọi H là hình chiếu của O lên đường thẳng

Xét tam giác OAB vuông tại O

$$\text{Ta có: } \frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} \Leftrightarrow OH = \frac{OA \cdot OB}{\sqrt{OA^2 + OB^2}} = \frac{9}{\sqrt{37}}$$

Bài 2:

Trong hệ trục tọa độ Oxy cho đường thẳng $(d): y = 2x - 2$ và điểm $I(3; -2)$. Hãy tính khoảng cách

a) Từ O đến d

b) Từ I đến d

Lời giải

a) Gọi A, B lần lượt là giao điểm của d với Ox và Oy

$$\text{Ta có: } A(1;0); B(0;-2) \Rightarrow OA = 1; OB = 2$$

Gọi H là hình chiếu vuông góc của O trên $(d) \Rightarrow OH$ là khoảng cách từ O đến (d)

$$\text{Ta có: } \frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} \Rightarrow OH = \sqrt{5}$$

b) Qua I kẻ đường thẳng vuông góc với Ox, Oy cắt (d) lần lượt tại $C(3;4)$ và $B(0;-2)$

Gọi K là hình chiếu vuông góc của I trên $(d) \Rightarrow IK$ là khoảng cách từ I đến (d)

Sử dụng công thức: $\frac{1}{IK^2} = \frac{1}{IC^2} + \frac{1}{IB^2} \Rightarrow IK = \frac{6\sqrt{5}}{5}$

Bài 3:

Cho đường thẳng $\Delta: y = -2x + 1$ và $M = (-1; -3)$ trên hệ trục tọa độ Oxy . Hãy tính khoảng cách

a) Từ O đến Δ

b) Từ M đến Δ

Lời giải

a) Ta tính được khoảng cách từ O đến Δ là: $\frac{\sqrt{5}}{5}$

b) Ta tính được khoảng cách từ M đến Δ là: $\frac{6\sqrt{5}}{5}$

Dạng 5: Tìm điểm cố định mà hàm số luôn đi qua phụ thuộc vào tham số m

Cách giải:

1. **Khái niệm điểm cố định:** Điểm $M(x_0; y_0)$ là điểm cố định của $(d): y = ax + b$

(a, b phụ thuộc vào tham số $m, a \neq 0$) khi và chỉ khi điểm M luôn thuộc (d) với mọi điều kiện của tham số m

Hoặc tương đương với điều kiện: $y_0 = ax_0 + b$ với mọi điều kiện của tham số

2. Cách tìm điểm cố định

Gọi $I(x_0; y_0)$ là điểm cố định của $(d) \Rightarrow y_0 = ax_0 + b, \forall m$

- Biến đổi $y_0 = ax_0 + b$ về dạng $A(x_0; y_0)m + B(x_0; y_0) = 0$ hoặc

$$A(x_0; y_0)m^2 + B(x_0; y_0)m + C(x_0; y_0) = 0$$

$$+) \text{ Ta có: } A(x_0; y_0)m + B(x_0; y_0) = 0 \forall m \Leftrightarrow \begin{cases} A(x_0; y_0) = 0 \\ B(x_0; y_0) = 0 \end{cases}$$

$$+) \text{ Ta có: } A(x_0; y_0)m^2 + B(x_0; y_0)m + C(x_0; y_0) = 0, \forall m \Leftrightarrow \begin{cases} A(x_0; y_0) = 0 \\ B(x_0; y_0) = 0 \\ C(x_0; y_0) = 0 \end{cases}$$

Từ đó tìm được $x_0; y_0$ rồi kết luận

3. **Chú ý:** Cách tính khoảng cách từ $A(x_1; y_1)$ đến $B(x_2; y_2)$ trên hệ trục tọa độ Oxy

$$AB = \sqrt{(y_1 - y_2)^2 + (x_1 - x_2)^2}$$

Bài 1:

a) Chứng minh điểm $I\left(\frac{1}{2}; -3\right)$ là điểm cố định mà đường thẳng $(d): y = (1 - 2m)x + m - \frac{7}{2}$ luôn

đi qua với mọi giá trị của tham số m

b) Cho đường thẳng $(d): y = (2m + 1)x + m - 2$ với m là tham số. Tìm điểm cố định mà (d) luôn đi qua với mọi giá trị của m .

Lời giải

a) Thay $x = \frac{1}{2}; y = -3$ vào (d) thấy luôn thỏa mãn với mọi m , ta được (đpcm)

b) Gọi $I(x_0; y_0)$ là điểm cố định của (d)

$$\Rightarrow y_0 = (2m+1)x_0 + m - 2 \forall m \Rightarrow (2x_0+1)m + (x_0 - y_0 - 2) = 0 \forall m \Rightarrow \begin{cases} 2x_0+1=0 \\ x_0 - y_0 - 2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \left(\frac{-1}{2}; \frac{-5}{2}\right)$$

Là điểm cố định mà đường thẳng luôn đi qua.

Bài 2:

a) Cho đường thẳng $d: y = (2m+1)x - 3m + 1$ với tham số m . Điểm $K\left(\frac{3}{2}; \frac{-1}{2}\right)$ có là điểm mà (d) luôn đi qua với mọi giá trị của m hay không?

b) Chứng minh đường thẳng $d_1: y = (m-2)x + 3m + 1$ luôn đi qua điểm cố định với mọi giá trị của tham số m

Lời giải

a) Thay tọa độ điểm $K\left(\frac{3}{2}; \frac{-1}{2}\right)$ vào (d) không thỏa mãn. Vậy K không là điểm cố định của (d)

b) Tìm được $(-3; 7)$ là điểm cố định đường thẳng luôn đi qua.

Bài 3:

Cho hai đường thẳng $(d_1): y = 4mx - (m+5)$ với $m \neq 0$ và $(d_2): y = (3m^2+1)x + m^2 - 4$

a) Chứng minh rằng (d_1) đi qua điểm A cố định, (d_2) đi qua điểm B cố định

b) Tính khoảng cách AB

c) Tìm m để d_1 song song với d_2

Lời giải

a) Giả sử d_1 đi qua điểm $A(x_0; y_0)$ cố định $\Rightarrow y_0 = 4mx_0 - (m+5), \forall m$

$$\Rightarrow (4x_0 - 1)m = y_0 + 5 \Rightarrow \begin{cases} 4x_0 - 1 = 0 \\ y_0 + 5 = 0 \end{cases} \Rightarrow A\left(\frac{1}{4}; -5\right)$$

Tương tự: $B\left(\frac{-1}{3}; \frac{-13}{3}\right)$

b) Ta có: $AB = \sqrt{\left(\frac{1}{4} + \frac{3}{4}\right)^2 + \left(-5 + \frac{13}{3}\right)^2} = \frac{\sqrt{113}}{12}$

$$c) d_1 // d_2 \Leftrightarrow \begin{cases} a = a' \\ b \neq b' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3m^2 + 1 = 4m \\ m^2 - 4 \neq -(m + 5) \end{cases} \Leftrightarrow m \in \left\{1; \frac{1}{3}\right\}$$

Bài 4:

Cho ba đường thẳng $(d_1): y = (m^2 - 1)x - m^2 + 3; (d_2): y = x + 5; (d_3): y = -x + 1$

a) Chứng minh rằng với mọi giá trị của m thì (d_1) luôn đi qua 1 điểm cố định

b) Với giá trị nào của m thì $(d_1) // (d_2)$

c) Chứng minh rằng nếu $(d_1) // (d_3)$ thì $(d_1) \perp (d_2)$

d) Với giá trị nào của m thì ba đường thẳng $(d_1), (d_2), (d_3)$ đồng quy

Lời giải

a) Tìm được (d_1) luôn đi qua điểm $I(1; 2)$

b) $(d_1) // (d_2) \Leftrightarrow m = \pm\sqrt{2}$

c) Nếu $(d_1) // (d_3)$ thì $m = 0 \Rightarrow \begin{cases} (d_1): y = -x + 3 \\ (d_2): y = x + 5 \end{cases} \Rightarrow d_1 \perp d_2$

d) (d_2) và (d_3) cắt nhau tại $K(-2; 3)$

Để ba đường thẳng đồng quy khi $I \in (d_1) \Rightarrow m = \frac{\pm\sqrt{6}}{3}$

Dạng 6: Tìm tham số m sao cho khoảng cách từ gốc tọa độ đến đường thẳng cho trước là lớn nhất

Cách giải

Cho đường thẳng $(d): y = ax + b$ phụ thuộc tham số m . Muốn tìm m để khoảng cách từ O đến d là lớn nhất, ta có thể làm theo một trong hai cách sau

Cách 1: Phương pháp hình học

- Gọi A, B lần lượt là giao điểm của d với Ox và Oy ; H là hình chiếu vuông góc của O trên d

- Ta có khoảng cách từ O đến d là OH và được tính bởi công thức sau: $\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2}$

- Từ đó tìm điều kiện của m để OH đạt giá trị lớn nhất

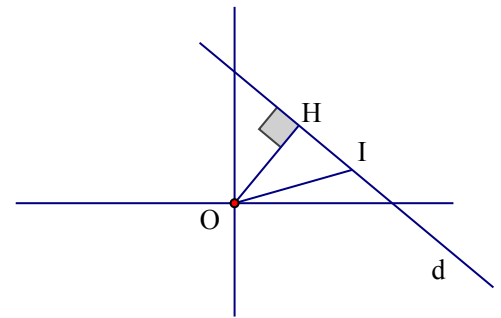
Cách 2: Dùng phương pháp điểm cố định

- Tìm được I là điểm cố định mà d luôn đi qua

- Gọi H là hình chiếu vuông góc của O trên $d \Rightarrow OH \leq OI = \text{hằng số}$

$d \Rightarrow OH \leq OI = \text{hằng số}$

- Ta có: $OH_{\max} = OI \Leftrightarrow d$ là đường thẳng qua I và vuông góc với OI . Từ đó tìm được tham số m



Bài 1:

Cho đường thẳng $(d): y = mx - 2m - 1$ với m là tham số. Tìm m sao cho khoảng cách từ O đến (d) đạt giá trị

a) Lớn nhất

b) Nhỏ nhất

Lời giải

a. Khoảng cách từ O đến d nhỏ nhất bằng 0 khi O thuộc vào (d) .

Từ đó tìm được $m = \frac{-1}{2}$

b) **Cách 1:** Xét hai trường hợp

Trường hợp 1: Nếu $m = 0 \Rightarrow (d): y = -1 \Rightarrow$ khoảng cách từ O đến (d) bằng 1

Trường hợp 2: Nếu $m \neq 0 \Rightarrow (d)$ cắt hai trục Ox, Oy lần lượt tại $A\left(\frac{2m+1}{m}; 0\right)$ và $B(0; -2m-1)$

Gọi H là hình chiếu vuông góc của O lên (d)

$$\text{Từ } \frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} \Rightarrow OH^2 = \frac{(2m+1)^2}{m^2+1}$$

$$\text{Lại có: } OH^2 - 5 = -\frac{(m-2)^2}{m^2+1} \leq 0 \Rightarrow OH \leq \sqrt{5} \forall m \neq 0$$

Kết hợp các trường hợp 1 và 2, ta được: $OH_{\max} = \sqrt{5} \Leftrightarrow m = 2$

Cách 2: Gọi I là điểm cố định của d . Ta tìm được $I(2; -1)$

Với mỗi m , gọi H là hình chiếu vuông góc của O trên $d \Rightarrow OH \leq OI = \sqrt{5}, \forall m$

$$\Rightarrow OH_{\max} = \sqrt{5} \Leftrightarrow d \perp OI \Rightarrow m = 2$$

Bài 2:

Tìm m để khoảng cách từ gốc tọa độ O đến đường thẳng $\Delta: y = (m+1)x + m + 2$ đạt giá trị

a) Nhỏ nhất

b) Lớn nhất

Lời giải

a) Khoảng cách từ O đến d có giá trị nhỏ nhất bằng 0, đạt được khi $O \in d$. Từ đó tìm được $m = -2$

b) **Cách 1:** Xét hai trường hợp

Trường hợp 1: Với $m = -1 \Rightarrow \Delta: y = 1 \Rightarrow d(O; \Delta) = 1$

Trường hợp 2: Với $m \neq -1 \Rightarrow \Delta$ cắt Δ lần lượt tại $A\left(-\frac{m+2}{m+1}; 0\right); B(0; m+2)$

Gọi H là hình chiếu vuông góc của O lên $\Delta \Rightarrow d(O; \Delta) = OH$

$$\text{Từ } \frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} \Rightarrow OH^2 = \frac{(m+2)^2}{m^2+2m+2} \leq 2 \forall m \neq -1 \Rightarrow OH_{\max} = \sqrt{2} \Leftrightarrow m = 0$$

Bài 3:

Cho đường thẳng $(d): y = mx + 2$ (m là tham số)

a) Tìm điểm cố định I mà d luôn đi qua với mọi m

b) Tìm m để khoảng cách từ O đến d là lớn nhất

c) Khi $m \neq 0$, tìm m để khoảng cách từ O đến d bằng $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

Lời giải

a) Tìm được điểm cố định $I(0;2)$

b) Gọi H là hình chiếu của O trên d , OH là khoảng cách từ O đến d

Ta có: $OH \leq OI = 2$, dấu " $=$ " $\Leftrightarrow H \equiv I(0;2) \Leftrightarrow d \perp Oy$ tại $I(0;2)$

$\Leftrightarrow (d)$ có dạng $y = 2 \Leftrightarrow m = 0$

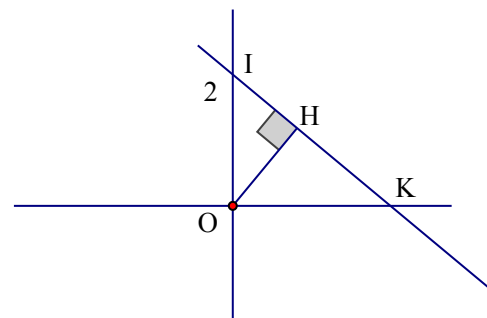
Vậy khoảng cách từ O đến d lớn nhất bằng $2 \Leftrightarrow m = 0$

c) Gọi K là giao điểm của d với $Ox \Rightarrow K\left(\frac{-2}{m}; 0\right)$

Xét $\triangle OIK$ vuông tại O , có: $OI = 2; OK = \sqrt{\left(\frac{-2}{m}\right)^2 + 0^2} = \left|\frac{-2}{m}\right| = \frac{2}{|m|}$

Ta có: $\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OK^2} + \frac{1}{OI^2} \Leftrightarrow \frac{5}{4} = \frac{m^2}{4} + \frac{1}{4} \Leftrightarrow m^2 = 4 \Leftrightarrow m = \pm 2$

Vậy $m = \pm 2$



BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1:

Đường thẳng nào dưới đây là đồ thị hàm số $y = -2x + 5$

A) (d_1)

B) (d_2)

C) (d_3)

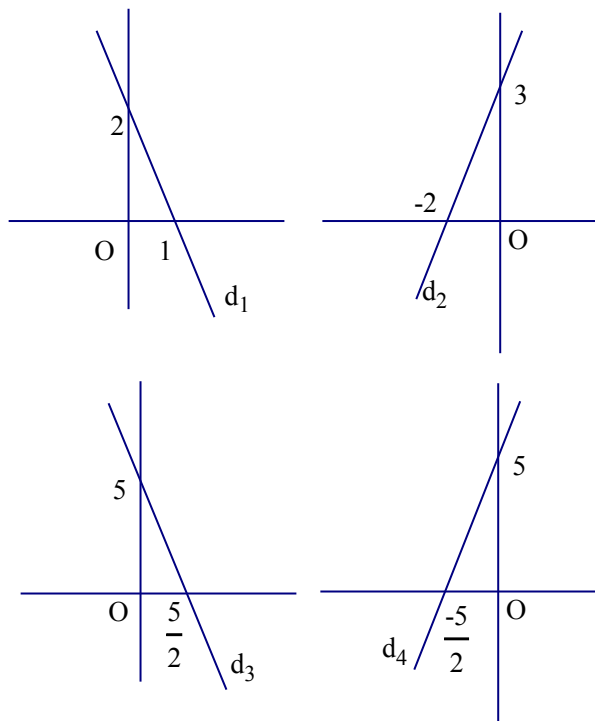
D) (d_4)

Lời giải

Chọn đáp án C

Giải thích:

Đồ thị của hàm số $y = -2x + 5$ là đường thẳng đi qua hai điểm $A(0; 5)$ và $B(\frac{5}{2}; 0)$



Câu 2:

Đường thẳng AB trong hình vẽ dưới đây là đồ thị hàm số nào

A) $y = \frac{-3}{2}x + 3$

B) $y = \frac{2}{3}x + 3$

C) $y = 2x + 6$

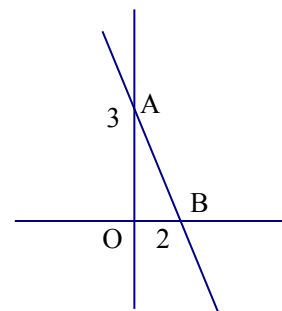
D) $y = -2x - 6$

Lời giải

Chọn đáp án A

Giải thích:

Đường thẳng AB là đồ thị của hàm số $y = ax + b$ (*)



Do đường thẳng AB đi qua hai điểm $A(0;3)$ và $B(2;0)$ nên tọa độ của A và B nghiệm đúng $y = ax + b$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} 3 = a \cdot 0 + b \\ 0 = a \cdot 2 + b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 3 \\ a = -\frac{3}{2} \end{cases}$$

Thay $a = -\frac{3}{2}, b = 3$ vào (*) ta được: $y = -\frac{3}{2}x + 3$

Câu 3:

Cho hàm số $y = -4x + 2$ có đồ thị là (d) . Khẳng định nào sau đây sai

- A) (d) cắt trục hoành tại $A\left(\frac{1}{2}; 0\right)$
- B) (d) cắt trục tung tại $B(0; 2)$
- C) (d) song song với đồ thị hàm số $y = 4x$
- D) (d) đi qua điểm $M(-1; 6)$

Lời giải

Chọn đáp án C

Giải thích: Ta có : $(d): y = -4x + 2$ (*)

A) Thay $x_A = \frac{1}{2}$ và $y_A = 0$ vào (*), ta được: $0 = -4 \cdot \frac{1}{2} + 2 \Rightarrow A \in (d)$ hay (d) cắt trục hoành tại $A\left(\frac{1}{2}; 0\right)$

B) Thay $x_B = 0$ và $y_B = 2$ vào (*), ta được: $2 = -4 \cdot 0 + 2 \Rightarrow B \in (d)$ hay (d) cắt trục tung tại $B(0; 2)$

C) Ta đã biết đồ thị của hàm số $y = ax + b (a \neq 0; b \neq 0)$ là đường thẳng song song với đường thẳng $y = ax$

Do đó đường thẳng $(d): y = -4x + 2$ song song với đường thẳng $y = -4x$

D) Thay $x_M = -1; y_M = 6$ vào (*) ta được: $6 = -4 \cdot (-1) + 2 \Rightarrow M \in (d)$ hay (d) đi qua M

Câu 4:

Đồ thị là (d) của hàm số $y = \frac{-1}{2}x + \frac{1}{5}$ cắt trục hoành tại E và cắt trục tung tại F . Tọa độ của E, F là:

A) $E\left(\frac{2}{5}; 0\right); F\left(0; \frac{1}{5}\right)$

B) $E\left(0; \frac{2}{5}\right); F\left(\frac{1}{5}; 0\right)$

C) $E\left(-\frac{2}{5}; 1\right); F\left(-\frac{1}{5}; 0\right)$

D) $E\left(0; -\frac{1}{5}\right); F\left(\frac{-2}{5}; 0\right)$

Lời giải

Chọn đáp án A

Giải thích:

Điểm E thuộc trục hoành nên có tung độ bằng 0 ($y_E = 0$)

Thay $y_E = 0$ vào $y = \frac{-1}{2}x + \frac{1}{5}$, ta được: $\frac{-1}{2}x + \frac{1}{5} = 0 \Leftrightarrow -5x_E + 2 = 0 \Leftrightarrow x_E = \frac{2}{5} \Rightarrow E\left(\frac{2}{5}; 0\right)$

Điểm F thuộc trục tung, nên có hoành độ bằng 0 ($x_F = 0$)

Thay $x_F = 0$ vào $y = \frac{-1}{2}x + \frac{1}{5}$, ta được: $y_F = -\frac{1}{2}.0 + \frac{1}{5} \Leftrightarrow y_F = \frac{1}{5} \Rightarrow F\left(0; \frac{1}{5}\right)$

Câu 5:

Giá trị nào của b dưới đây thì đồ thị (d) của hàm số $y = -2x + b$ đi qua điểm $P\left(\frac{1}{3}; 1\right)$

A) $b = \frac{1}{2}$

B) $b = -\frac{1}{3}$

C) $b = \frac{-4}{5}$

D) $b = 0$

Lời giải

Chọn đáp án B

Giải thích:

Thay $x_P = \frac{1}{3}; y_P = 1$ vào $y = -2x + b$, ta được: $1 = -2.\frac{1}{3} + b \Leftrightarrow b = -1 + \frac{2}{3} = -\frac{1}{3}$

Câu 6:

Giá trị nào của b dưới đây thì đồ thị (d) của hàm số $y = ax + b$ đi qua hai điểm $M(0; -5)$ và $N(1; -4)$

A) $a = 4; b = 2$

B) $a = -3; b = 4$

C) $a = 1; b = -5$

D) $a = -2; b = -5$

Lời giải

Chọn đáp án B

Giải thích:

Tọa độ của $M(0; -5)$ và $N(1; -4)$ nghiệm đúng $y = ax + b$, từ đó ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} -5 = a \cdot 0 + b \\ -4 = a \cdot 1 + b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -5 \\ a = 1 \end{cases} \Rightarrow (a; b) = (1; -5)$$

Câu 7:

Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , có các bộ ba điểm. Hỏi có một bộ 3 điểm nào không thẳng hàng

A) $A(-2; 9), B\left(-\frac{1}{2}; 6\right), C(0; 5)$

B) $M(-1; 7), N\left(\frac{1}{2}; -6\right), P(5; 0)$

C) $M(-1; 7), E\left(\frac{1}{2}; 4\right), F(1; 3)$

D) $A(-2; 9), F(1; 3), K\left(\frac{3}{2}; 2\right)$

Lời giải

Chọn đáp án B

Giải thích: Ta biểu diễn các bộ ba điểm lên hệ trục tọa độ và thấy rằng ba điểm M, N, P thẳng hàng

Câu 8:

Ba đường thẳng $y = -x + 4; y = 2x - 5; y = -3x + 10$ cùng đi qua một điểm (đồng quy). Điểm đó là điểm nào

A) $A(-3; -1)$

B) $B(3; 1)$

C) $C(-3; 1)$

D) $D(3; -1)$

Lời giải

Chọn đáp án B

Giải thích:

Thay tọa độ điểm $B(3;1)$ vào cả ba phương trình đường thẳng, ta có:
$$\begin{cases} 1 = -3 + 4 \\ 1 = 2.3 - 5 \quad (\text{đúng}) \\ 1 = -3.3 + 10 \end{cases}$$

Nên $B(3;1)$ thuộc cả ba đường thẳng.

Câu 9:

Cho hai điểm $M(2;2), N(-2;1)$. Trong các đường thẳng sau đây, đường thẳng nào đi qua M, N

A) $y = \frac{1}{4}x + \frac{3}{2}$

B) $\frac{3}{2}x + \frac{1}{4}$

C) $\frac{1}{4}x - \frac{3}{2}$

D) $-\frac{3}{2}x + \frac{1}{4}$

Lời giải

Chọn đáp án A

Giải thích:

Ta có $M, N \in (d): y = \frac{1}{4}x + \frac{3}{2} \Rightarrow$ đường thẳng đi qua hai điểm $M(2;2), N(-2;1)$ là: $y = \frac{1}{4}x + \frac{3}{2}$

BÀI TẬP VỀ NHÀ

Bài 1:

Cho hai đường thẳng $d_1: y = 2x - 3$ và $d_2: y = -3x + 7$

a) Vẽ d_1, d_2 trên cùng một hệ trục tọa độ

b) Tìm tọa độ giao điểm của d_1, d_2

Lời giải

b) Từ hình vẽ ta thấy $d_1 \cap d_2 = I(2;1)$

Thay tọa độ điểm I vào d_1, d_2 thấy thỏa mãn

Bài 2:

Cho hai đường thẳng $d: y = -3x + 1$ và $d': y = -x - 2$. Tìm tọa độ giao điểm của d, d'

Lời giải

Xét phương trình hoành độ giao điểm của d và $d' \Rightarrow x = \frac{-3}{2} \Rightarrow y = \frac{-7}{2} \Rightarrow d \cap d' = I\left(\frac{-3}{2}; \frac{-7}{2}\right)$

Bài 3:

Các đường thẳng sau đây có đồng quy hay không:

a) $d_1: y = 3x + 1; d_2: y = -x; d_3: y = x + \frac{1}{2}$

b) $d_1: x + y - 1 = 0; d_2: y = 3x + 5; d_3: x - \frac{1}{3}y + \frac{5}{3} = 0$

Lời giải

a) Các đường thẳng đồng quy tại điểm $\left(\frac{-1}{4}; \frac{1}{4}\right)$

b) Các đường thẳng không đồng quy vì $d_2 \equiv d_3$

Bài 4:

Tìm tham số m để ba đường thẳng sau đồng quy

a) $d_1: y = \frac{4}{3}x + 1; d_2: y = x - 1; d_3: y = mx + m + 3$

b) $d_1: y = x - m + 1; d_2: y = 2x; d_3: y = 2(2m - 1)x + \frac{1}{4}$

Lời giải

a) Tìm được $d_1 \cap d_2 = I(-6; -7)$

Thay tọa độ điểm I vào $d_3 \Rightarrow m = 2$

b) Tìm được $d_1 \cap d_2 = I(1-m; 2-2m)$

Thay tọa độ điểm I vào

$$d_3 \Rightarrow 16m^2 - 32m + 15 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{3}{4} \\ m = \frac{5}{4} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d_1 \equiv d_3 : y = x + \frac{1}{4} \Rightarrow \text{loại} \\ d_1 : y = x - \frac{1}{4}, d_2 : y = 2x, d_3 : y = 3x + \frac{1}{4} \end{cases}$$

Đôi một phân biệt nên thỏa mãn

Vậy điều kiện là: $m = \frac{5}{4}$

Bài 5:

Cho đường thẳng $d : y = -4x + 3$

a) Vẽ đồ thị hàm số đã cho

b) Tìm tọa độ giao điểm A, B của d với lần lượt hai trục tọa độ $Ox; Oy$

c) Tính khoảng cách từ gốc tọa độ đến d

d) Tính khoảng cách từ điểm $I(-1; -2)$ đến d

e) Tính diện tích tam giác OAB

Lời giải

b) Tìm được: $A\left(\frac{3}{4}; 0\right); B(0; 3)$

c) Tính được: $OA = \frac{3}{4}; OB = 3 \Rightarrow d(O; d) = OH = \frac{3\sqrt{17}}{17}$

d) Qua I , kẻ các đường thẳng lần lượt song song với $Ox; Oy$ cắt d lần lượt tại $M\left(\frac{5}{4}; -2\right); N(-1; 7)$

Tính được: $IM = \frac{9}{4}; IN = 9 \Rightarrow d(I; d) = \frac{9\sqrt{17}}{17}$

e) Tìm được: $S_{AOB} = \frac{1}{2}OA.OB = \frac{9}{8}$

Bài 6:

Cho đường thẳng $d: y = (m+2)x + m$ (với m là tham số)

a) Tìm điểm cố định mà d luôn đi qua với mọi m

b) Tìm m để d cắt Ox, Oy tại A và B sao cho diện tích tam giác OAB bằng $\frac{1}{2}$

Lời giải

a) Tìm được $I(-1; -2)$ là điểm cố định của d

b) Giao điểm của d với hai trục Ox, Oy lần lượt là: $A\left(\frac{-m}{m+2}; 0\right); B(0; m) \Rightarrow S_{AOB} = \frac{1}{2} \frac{m^2}{|m+2|}$

Từ $S = \frac{1}{2} \Rightarrow m = 2; m = -1$

Bài 7:

Cho đường thẳng $d: (2m-5)x + y - 1 + m = 0$. Tìm m sao cho khoảng cách từ O đến d là:

a) Nhỏ nhất

b) Lớn nhất

Lời giải

a) Tìm được $m = 1$

b) $OH_{\max} = \frac{\sqrt{10}}{2} \Leftrightarrow m = \frac{8}{3}$