

PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO QUẬN BÌNH THẠNH
TRƯỜNG THCS ĐIỆN BIÊN
NHÓM: TOÁN
-----oOo-----

TÀI LIỆU HỌC TẬP

TOÁN 9

HỌC KỲ 2

NĂM HỌC: 2019 - 2020

Họ tên học sinh:Lớp:

LƯU HÀNH NỘI BỘ

LỚP 9

PHẦN ĐẠI SỐ

CHƯƠNG 3

HỆ HAI PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

§1. Khái niệm phương trình bậc nhất hai ẩn

1. Dạng của phương trình bậc nhất hai ẩn: $ax + by = c$.

Trong đó a, b, c là các số đã biết ($a \neq 0$ hoặc $b \neq 0$).

Ví dụ

Các phương trình sau là phương trình bậc nhất hai ẩn:

$$2x + 3y = 9; -x + 5y = 0; -4x + 0y = 0; 0x - 7y = 14 \dots$$

2. Nghiệm của phương trình bậc nhất hai ẩn $ax + by = c$.

Khi ta thay $x = x_0$ và $y = y_0$ ($x_0; y_0$ là các số nào đó), sẽ có hai trường hợp xảy ra:

- Nếu vế trái và vế phải của phương trình bằng nhau thì ta nói cặp số $(x_0; y_0)$ là ***nghiệm của phương trình $ax + by = c$*** . Ta cũng có thể viết $(x; y) = (x_0; y_0)$ là nghiệm của phương trình $ax + by = c$.
- Nếu vế trái và vế phải của phương trình khác nhau thì ta nói cặp số $(x_0; y_0)$ ***không là nghiệm của phương trình $ax + by = c$*** .

Ví dụ

Cho phương trình $-x + 5y = 4$, (1)

* $x = 0$ và $y = 0$ vào (1) thì $-0 + 5.0 \neq 4$. Hai vế không bằng nhau.

Vậy $(0; 0)$ không là một nghiệm của phương trình (1).

* $x = 6$ và $y = 2$ vào (1) thì $-6 + 5.2 = 4$. Hai vế bằng nhau.

Vậy $(6; 2)$ là một nghiệm của phương trình (1).

- **Chú ý:** Khi viết nghiệm ta phải luôn viết x trước, y sau.

3. Cách viết nghiệm tổng quát của phương trình $ax + by = c$.

Phương trình bậc nhất hai ẩn luôn có vô số nghiệm. Do vậy, để viết các nghiệm của nó người ta dùng dạng tổng quát. Có hai cách viết như sau:

3.1 Cách 1:
$$\begin{cases} x \in \mathbb{R} \\ y = -\frac{a}{b}x + \frac{c}{b} \end{cases} \quad (1)$$

Hệ thức (1) có được là do tính y theo x.

3.2 Cách 2:
$$\begin{cases} x = -\frac{b}{a}y + \frac{c}{a} \\ y \in \mathbb{R} \end{cases} \quad (2)$$

Hệ thức (2) có được là do tính x theo y.

Ví dụ

Viết nghiệm tổng quát của phương trình $-3x + 5y = 4$.

a) Cách 1:

Tính y theo x: $-3x + 5y = 4 \Leftrightarrow 5y = 3x + 4 \Leftrightarrow y = \frac{3}{5}x + \frac{4}{5}$.

Nghiệm tổng quát của phương trình trên là:
$$\begin{cases} x \in \mathbb{R} \\ y = \frac{3}{5}x + \frac{4}{5} \end{cases}$$

Bây giờ, nếu muốn ghi một nghiệm cụ thể, ta chỉ chọn một giá trị x rồi thay vào hệ thức

$y = \frac{3}{5}x + \frac{4}{5}$ để tính y. Chẳng hạn:

* $x = 1 \Rightarrow y = \frac{3}{5} \cdot 1 + \frac{4}{5} = \frac{7}{5}$. Vậy nghiệm là $\left(1; \frac{7}{5}\right)$.

* $x = -2 \Rightarrow y = \frac{3}{5} \cdot (-2) + \frac{4}{5} = -\frac{2}{5}$. Nghiệm là $\left(-2; -\frac{2}{5}\right)$.

b) Cách 2:

Tính x theo y: $-3x + 5y = 4 \Leftrightarrow -3x = -5y + 4 \Leftrightarrow x = \frac{5}{3}y - \frac{4}{3}$.

Nghiệm tổng quát của phương trình trên là:
$$\begin{cases} x = \frac{5}{3}y - \frac{4}{3} \\ y \in \mathbb{R} \end{cases}$$

Bây giờ, nếu muốn ghi một nghiệm cụ thể, ta chỉ chọn một giá trị y bất kỳ rồi thay vào hệ thức $x = \frac{5}{3}y - \frac{4}{3}$ để tính x. Chẳng hạn:

* $y = 0 \Rightarrow x = \frac{5}{3} \cdot 0 - \frac{4}{3} = -\frac{4}{3}$. Vậy nghiệm là $\left(-\frac{4}{3}; 0\right)$.

* $y = -1 \Rightarrow x = \frac{5}{3} \cdot (-1) - \frac{4}{3} = -3$. Nghiệm là $(-3; -1)$.

4. Tập nghiệm của phương trình bậc nhất hai ẩn $ax + by = c$

4.1 Biểu diễn tập nghiệm của phương trình $ax + by = c$

- Phương trình $ax + by = c$ có vô số nghiệm. Như vậy, ta có vô số cặp số $(x_0; y_0)$.

- Biểu diễn một cặp số $(x_0; y_0)$ lên mặt phẳng tọa độ Oxy, ta được một điểm. Như vậy, nếu biểu diễn tất cả các cặp số $(x_0; y_0)$ lên mặt phẳng tọa độ Oxy thì ta sẽ được một đường thẳng (d).
- Ta nói: “**Tập nghiệm của phương trình $ax + by = c$ được biểu diễn bởi đường thẳng (d)**” hay “**đường thẳng (d) được xác định bởi phương trình $ax + by = c$** ”.

4.2 Các trường hợp của đường thẳng (d) biểu diễn tập nghiệm của phương trình $ax + by = c$.

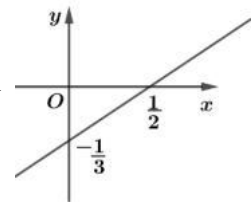
- **Trường hợp 1:** $a \neq 0$ và $b \neq 0$.

Đường thẳng (d) chính là đồ thị của hàm số $y = -\frac{a}{b}x + \frac{c}{a}$.

Ví dụ

Cho phương trình $2x - 3y = 1$.

Tập nghiệm của nó được biểu diễn bởi đường thẳng (d) là đồ thị của hàm số $y = \frac{2}{3}x - \frac{1}{3}$.



- **Trường hợp 2:** $a = 0$ và $b \neq 0$.

Phương trình trở thành $0x + by = c \Leftrightarrow by = c \Leftrightarrow y = \frac{c}{b}$.

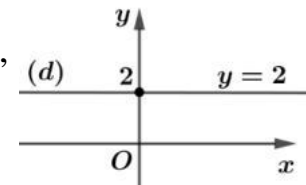
Đường thẳng (d) song song hoặc trùng với trục hoành Ox.

Ví dụ

Cho phương trình $0x + 2y = 4$

$$\Leftrightarrow y = 2.$$

Tập nghiệm của nó được biểu diễn bởi đường thẳng (d): $y = 2$, đường thẳng này song song với trục hoành.



- **Trường hợp 3:** $a \neq 0$ và $b = 0$.

Phương trình trở thành $ax + 0y = c \Leftrightarrow ax = c \Leftrightarrow x = \frac{c}{a}$.

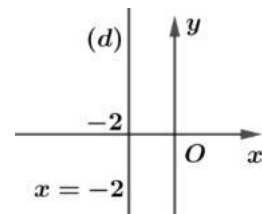
Đường thẳng (d) song song hoặc trùng với trục tung Oy.

Ví dụ

Cho phương trình $3x + 0y = -6$

$$\Leftrightarrow x = -2.$$

Tập nghiệm của nó được biểu diễn bởi đường thẳng (d): $x = -2$, đường thẳng này song song với trục tung.



§2. Khái niệm về hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn

1. Khái niệm về hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn

- Dạng:
$$\begin{cases} ax + by = c & (1) \\ a'x + b'y = c' & (2) \end{cases} \quad (\text{I})$$
- Nếu hai phương trình trên có nghiệm chung $(x_0; y_0)$ thì $(x_0; y_0)$ gọi là **một nghiệm** của hệ trên.
- Nếu hai phương trình ấy không có nghiệm chung thì ta nói **hệ vô nghiệm**.
- Giải hệ phương trình** là tìm tập nghiệm của nó.

2. Minh họa hình học tập nghiệm của hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn

Phương trình (1) của hệ (I) được biểu diễn bởi đường thẳng (d).

Phương trình (2) của hệ (I) được biểu diễn bởi đường thẳng (d').

- Nếu (d_1) cắt (d_2) thì hệ trên có một nghiệm duy nhất.
- Nếu $(d_1) \parallel (d_2)$ thì hệ trên vô nghiệm.
- Nếu $(d_1) \equiv (d_2)$ thì hệ trên có vô số nghiệm.

3. Hệ phương trình tương đương

Hai hệ phương trình gọi là **tương đương** nếu chúng có cùng tập nghiệm. Ta dùng ký hiệu: " $\Leftrightarrow$ " để chỉ sự tương đương đó.

$$\text{Chẳng hạn: } \begin{cases} 2x + 3y = 4 \\ -4x + 5y = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 3y = 4 \\ -2x + 8y = 16 \end{cases}$$

§3. Giải hệ phương trình bằng phương pháp thế

Để giải hệ trên ta làm theo các bước sau:

- Bước 1:**
 - * Từ một phương trình của hệ, ta biểu diễn một ẩn theo ẩn kia.
 - * Thay vào phương trình còn lại để được một phương trình mới (chỉ còn 1 ẩn).
- Bước 2:**
 - * Giải phương trình mới này để tìm được 1 ẩn x hay y.
 - * Thay ẩn vừa tìm được vào phương trình thứ nhất hoặc thứ hai hoặc phương trình mới có để tìm ẩn số còn lại.

Ví dụ

$$\text{Giải hệ phương trình } \begin{cases} 2x + 3y = 13 & (1) \\ -2x + 5y = 11 & (2) \end{cases}$$

Giải cách 1 (Tính ẩn x theo ẩn y)

Từ phương trình (1), ta có:

$$2x = -3y + 13 \Leftrightarrow x = \frac{-3y + 13}{2} \quad (3) \quad (\text{Tính ẩn } x \text{ theo ẩn } y).$$

Thế $x = \frac{-3y + 13}{2}$ vào phương trình (2), ta có:

$$-2x + 5y = 11 \Leftrightarrow -2 \cdot \frac{-3y + 13}{2} + 5y = 11$$

(Thay chữ x bởi $\frac{-3y + 13}{2}$. Phương trình mới chỉ còn ẩn số là y).

$$\Leftrightarrow -2(-3y + 13) + 10y = 22$$

$$\Leftrightarrow 16y = 48$$

$$\Leftrightarrow y = 3.$$

Thay $y = 3$ vào phương trình (3):

$$x = \frac{-3y + 13}{2} = \frac{-3 \cdot 3 + 13}{2} = 2 \quad (\text{Ta tìm được ẩn } x).$$

Vậy nghiệm là (2;3).

Giải cách 2 (Tính ẩn y theo ẩn x)

Từ phương trình (2), ta có:

$$5y = 2x + 11 \Leftrightarrow y = \frac{2x + 11}{5} \quad (3) \quad (\text{Tính ẩn } y \text{ theo ẩn } x).$$

Thế $y = \frac{2x + 11}{5}$ vào phương trình (1), ta có:

$$2x + 3y = 13 \Leftrightarrow 2x + 3 \cdot \frac{2x + 11}{5} = 13$$

(Thay chữ y bởi $\frac{2x + 11}{5}$. Phương trình mới chỉ còn ẩn số là x).

$$\Leftrightarrow 10x + 3(2x + 11) = 65$$

$$\Leftrightarrow 16x = 32$$

$$\Leftrightarrow x = 2.$$

Thay $x = 2$ vào phương trình (3):

$$y = \frac{2x + 11}{5} = \frac{2 \cdot 2 + 11}{5} = 3 \quad (\text{Ta tìm được ẩn } y).$$

Vậy nghiệm là (2;3).

§4. Giải hệ phương trình bằng phương pháp cộng

Để giải hệ trên ta làm theo các bước sau:

1. Bước 1:

a) Trường hợp 1:

- Làm cho các hệ số $a = a'$ hoặc $(b = b')$.
- Sau đó, trừ hai phương trình theo từng vế, ta được một phương trình mới chỉ còn một ẩn.
- Giải phương trình mới này ta tìm được một ẩn x hoặc y .

b) Trường hợp 2:

- Làm cho các hệ số a và a' đối nhau, tức là $a + a' = 0$ (hoặc các hệ số b và b' đối nhau).
- Sau đó, cộng hai phương trình theo từng vế, ta được một phương trình mới chỉ còn một ẩn.
- Giải phương trình mới này ta tìm được một ẩn x hoặc y .

2. Bước 2:

- Thay ẩn vừa tìm được vào phương trình (1) hoặc phương trình (2) để tìm ẩn số còn lại.

Ví dụ 1

$$\text{Giải hệ phương trình } \begin{cases} 2x + y = 3 & (1) \\ x - y = 6 & (2) \end{cases}$$

Giải

Nhận xét: các hệ số $b = 1$ và $b' = -1$ là hai số đối nhau.

Do vậy ta cộng hai phương trình theo từng vế:

$$2x + x + y - y = 3 + 6$$

$$\Leftrightarrow 3x = 9 \Leftrightarrow x = 3$$

(Phương trình mới chỉ còn ẩn x)

Thay $x = 3$ vào phương trình (2), ta có:

$$x - y = 6 \Leftrightarrow 3 - y = 6 \Leftrightarrow y = -3.$$

Vậy nghiệm là $(3; -3)$.

Ví dụ 2

$$\text{Giải hệ phương trình } \begin{cases} -2x - y = 4 & (1) \\ -2x + 5y = -8 & (2) \end{cases}$$

Giải

Nhận xét: các hệ số $a = a' = -2$.

Do vậy ta lấy phương trình (1) trừ phương trình (2) theo từng vế:

$$-2x - y - (-2x + 5y) = 4 - (-8)$$

$$\Leftrightarrow -2x - y + 2x - 5y = 4 + 8$$

$$\Leftrightarrow -6y = 12$$

(Phương trình mới chỉ còn ẩn số là y)

$$\Leftrightarrow y = -2.$$

Thay $y = -2$ vào phương trình (1), ta có:

$$-2x - y = 4 \Leftrightarrow -2x - (-2) = 4 \Leftrightarrow x = -1.$$

Vậy nghiệm là $(-1; -2)$.

Ví dụ 3

$$\text{Giải hệ phương trình } \begin{cases} 2x + y = 3 & (1) \\ -x + 5y = -18 & (2) \end{cases}$$

Giải cách 1

Nhận xét: Cặp hệ số $a; a'$ không bằng nhau cũng không đối nhau. Do vậy, ta sẽ làm cho chúng đối nhau.

Ta biến đổi hệ phương trình như sau:

$$\begin{cases} 2x + y = 3 \\ 2 \cdot (-x + 5y) = -18 \cdot 2 \end{cases} \quad (\text{Nhân 2 vế của phương trình (2) với 2})$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x + y = 3 \\ -2x + 10y = -36 \end{cases}$$

Ta cộng hai phương trình theo từng vế, (do $a = 2$ và $a' = -2$):

$$2x + y + (-2x + 10y) = 3 - 36$$

$$\Leftrightarrow 11y = -33 \quad (\text{Phương trình mới chỉ còn ẩn } y)$$

$$\Leftrightarrow y = -3, \text{ thay vào phương trình (1), ta được:}$$

$$2x - 3 = 3 \Leftrightarrow x = 3.$$

Vậy nghiệm là $(3; -3)$.

Giải cách 2

Nhận xét: Cặp hệ số $b; b'$ không bằng nhau cũng không đối nhau. Do vậy, ta sẽ làm cho chúng bằng nhau.

Ta biến đổi hệ phương trình như sau:

$$\begin{cases} 5(2x + y) = 3 \cdot 5 \\ -x + 5y = -18 \end{cases} \quad (\text{Nhân 2 vế của phương trình (1) với 5})$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 10x + 5y = 15 \\ -x + 5y = -18 \end{cases} \quad (\text{Lúc này, các hệ số } b = b' = 5)$$

Ta trừ hai phương trình theo từng vế:

$$\Leftrightarrow 10x + 5y - (-x + 5y) = 15 - (-18)$$

$$\Leftrightarrow 11x = 33 \quad (\text{Phương trình mới chỉ còn ẩn } x)$$

$$\Leftrightarrow x = 3, \text{ thay vào phương trình (1), ta được:}$$

$$2.3 + y = 3 \Leftrightarrow y = -3.$$

Vậy nghiệm là $(3; -3)$.

Ví dụ 4

$$\text{Giải hệ phương trình } \begin{cases} 2x + 6y = -2 & (1) \\ 3x - 4y = -3 & (2) \end{cases}$$

Giải cách 1

Nhận xét: Cặp hệ số $b; b'$ không bằng nhau cũng không đối nhau. Do vậy, ta sẽ làm cho chúng đối nhau.

Ta biến đổi hệ phương trình như sau:

$$\begin{cases} 4(2x + 6y) = -2.4 \\ 6(3x - 4y) = -3.6 \end{cases}$$

(Nhân 2 vế của phương trình (1) với 4, của phương trình (2) với 6)

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 8x + 24y = -8 \\ 18x - 24y = -18 \end{cases} \quad (\text{Hệ số } b = 24 \text{ và } b' = -24 \text{ là hai số đối nhau})$$

Ta cộng hai phương trình theo từng vế:

$$8x + 24y + (18x - 24y) = -8 - 18$$

$$\Leftrightarrow 26x = -26 \quad (\text{Phương trình mới chỉ còn ẩn } x)$$

$$\Leftrightarrow x = -1, \text{ thay vào phương trình (1), ta được:}$$

$$2.(-1) + 6y = -2 \Leftrightarrow y = 0.$$

Vậy nghiệm là $(-1; 0)$.

Giải cách 2

Nhận xét: Để làm cho cặp hệ số $b; b'$ bằng nhau, ta tìm BCNN(6;4)=12. Như vậy, ta chỉ cần nhân 2 vế của phương trình (1) với 2 và nhân 2 vế của phương trình (2) với 3.

Ta biến đổi hệ phương trình như sau:

$$\begin{cases} 2(2x + 6y) = -2.2 \\ 3(3x - 4y) = -3.3 \end{cases}$$

(Nhân 2 vế của phương trình (1) với 2, của phương trình (2) với 3)

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4x + 12y = -4 \\ 9x - 12y = -9 \end{cases}$$

(Lúc này, các hệ số $b = 12$ và $b' = -12$ là hai số đối nhau)

Ta giải hệ trên bằng cách cộng hai phương trình theo từng vế, như các ví dụ đã cho và cũng được nghiệm là $(-1; 0)$ như ở cách 1.

§5. Giải bài toán bằng cách lập hệ phương trình

Để giải bài toán bằng cách lập hệ phương trình ta thực hiện theo các bước sau:

- **Bước 1:**
 - * Chọn ẩn và đặt điều kiện thích hợp cho ẩn.
 - * Biểu diễn các đại lượng chưa biết theo ẩn và các đại lượng đã biết.
 - * Lập hệ phương trình.
- **Bước 2:** giải hệ phương trình vừa lập được ở bước 1.
- **Bước 3:** So sánh nghiệm tìm được với điều kiện đặt ra ban đầu. Sau đó kết luận.

Ví dụ

Em mua 5 cây viết và 10 quyển vở thì phải trả 110000 đồng. Nếu mua 7 cây viết và 15 quyển vở thì phải trả 162000 đồng. Hỏi giá tiền một quyển vở, một cây viết?

Giải

- * Chọn ẩn và đặt điều kiện thích hợp cho ẩn.
Gọi giá tiền 1 cây viết, 1 quyển vở lần lượt là x (đồng), y (đồng).
Điều kiện: $x, y > 0$.
- * Biểu diễn các đại lượng chưa biết theo ẩn và các đại lượng đã biết.
Giá tiền 5 cây viết, 10 quyển vở: $5x + 10y$.
Giá tiền 7 cây viết, 15 quyển vở: $7x + 15y$.
- * Lập hệ phương trình.
Theo đầu bài, ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} 5x + 10y = 110000 & (1) \\ 7x + 15y = 162000 & (2) \end{cases}$$
- * Giải hệ phương trình trên.
$$\begin{cases} 5x + 10y = 110000 & (1) \\ 7x + 15y = 162000 & (2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 35x + 70y = 770000 & (3) \\ 35x + 75y = 810000 & (4) \end{cases}$$

Lấy (4) trừ (3) theo vế, ta có:
 $5y = 40000 \Leftrightarrow y = 8000$, thay vào (1), tính được:
 $5x + 10.8000 = 110000 \Leftrightarrow x = 6000$.
- * So sánh nghiệm tìm được với điều kiện đặt ra ban đầu. Kết luận.
 $y = 8000 > 0$, $x = 6000 > 0$ (nhận).
Vậy giá tiền một quyển vở, một cây viết lần lượt là: 6000 đồng, 8000 đồng.

BÀI TẬP

DẠNG 1: GIẢI HỆ PHƯƠNG TRÌNH

- $$\begin{array}{llll}
 1) \begin{cases} 3x+4y=1 \\ x-4y=11 \end{cases} & 2) \begin{cases} 2x-5y=-2 \\ -4x+3y=7 \end{cases} & 3) \begin{cases} 7x+5y=9 \\ 3x+2y=-3 \end{cases} & 4) \begin{cases} 2x-11y=-7 \\ 10x+11y=31 \end{cases} \\
 5) \begin{cases} 4x+y=-5 \\ 3x-2y=-12 \end{cases} & 6) \begin{cases} 10x-9y=8 \\ 15x+21y=0,5 \end{cases} & 7) \begin{cases} 2x-y=3 \\ 3x+y=12 \end{cases} & 8) \begin{cases} 2x-y=3 \\ 3x-2y=5 \end{cases} \\
 9) \begin{cases} 3x+2y=-1 \\ 2x+3y=-4 \end{cases} & 10) \begin{cases} 4x+7y=16 \\ -4x+3y=24 \end{cases} & 11) \begin{cases} 4x+y=-5 \\ 3x-2y=-12 \end{cases} & 12) \begin{cases} 3x-4y=11 \\ 5x-6y=20 \end{cases} \\
 13) \begin{cases} 3x+2y=-1 \\ 2x+3y=-4 \end{cases} & 14) \begin{cases} -2x+3y=19 \\ -3x+2y=16 \end{cases} & 15) \begin{cases} -x+3y=10 \\ x-5y=16 \end{cases} & 16) \begin{cases} 3x+5y=1 \\ 2x-y=-8 \end{cases} \\
 17) \begin{cases} 2x+y=7 \\ -x+4y=10 \end{cases} & 18) \begin{cases} 3x+2y=8 \\ 4x-3y=-12 \end{cases} & 19) \begin{cases} 3x-4y=11 \\ 5x-6y=20 \end{cases} & 20) \begin{cases} x-0,5y=2 \\ 2x-y=4 \end{cases} \\
 21) \begin{cases} \frac{2x}{5} + \frac{3y}{7} = 12 \\ \frac{4x}{3} - \frac{7y}{2} = -29 \end{cases} & 22) \begin{cases} x+y=5 \\ \frac{2}{3}x - \frac{3}{2}y = -1 \end{cases} & 23) \begin{cases} -\frac{1}{2}x + \frac{1}{3}y = 0 \\ y-x=1 \end{cases} & 24) \begin{cases} x-y\sqrt{3}=1 \\ x\sqrt{3}+2y=\sqrt{3} \end{cases} \\
 25) \begin{cases} 2\sqrt{2}x-3\sqrt{3}y=-5 \\ \sqrt{2}x+\sqrt{3}y=5 \end{cases} & 26) \begin{cases} x\sqrt{2}-3y=-2\sqrt{2} \\ 2x+y\sqrt{2}=4 \end{cases} & 27) \begin{cases} x-y\sqrt{2}=6 \\ 2\sqrt{2}x-3y=8 \end{cases} & 28) \begin{cases} \sqrt{2}x+2\sqrt{3}y=11 \\ 3\sqrt{2}x-\sqrt{3}y=\frac{3}{2} \end{cases} \\
 29) \begin{cases} \sqrt{3}x-2\sqrt{2}y=7 \\ \sqrt{2}x+3\sqrt{3}y=-2\sqrt{6} \end{cases} & 30) \begin{cases} x-\frac{5x-3y}{3}=\frac{3x-2y}{5}-1 \\ 1-\frac{2x-3y}{3}=\frac{4x-3y}{2}-y \end{cases} & 31) \begin{cases} \frac{5x-3y}{3}-x=1-\frac{3x-2y}{5} \\ \frac{2x-3y}{3}-1=y-\frac{4x-3y}{2} \end{cases} \\
 32) \begin{cases} 2(x-3)-3(y-2)=1 \\ y(x+2)-x(y+1)=1 \end{cases} & 33) \begin{cases} x+y=-2(x-1) \\ 7x+3y=x+y+5 \end{cases} & 34) \begin{cases} (x-1)(y+1)=(x-3)(y-2)+50 \\ (x-5)(y-4)=(x-3)(y-2)-32 \end{cases} \\
 35) \begin{cases} (x-2)(6y+1)=(2x-3)(3y+1) \\ (2x+1)(12y-9)=(4x-1)(6y-5) \end{cases} & 36) \begin{cases} (2x-1)(3y+2)=(3x-1)(2y+3) \\ (4x+1)(3y-2)=(2x+1)(6y-5) \end{cases} \\
 37) \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 5 \\ \frac{3}{x} - \frac{4}{y} = 11 \end{cases} & 38) \begin{cases} \frac{1}{x+3} - \frac{1}{y-4} = 2 \\ \frac{3}{x-3} + \frac{2}{y-4} = -3 \end{cases} & 39) \begin{cases} \frac{3}{2x-y} - \frac{6}{x+y} = -1 \\ \frac{1}{2x-y} - \frac{1}{x+y} = 0 \end{cases} \\
 40) \begin{cases} \frac{1}{x+y} + \frac{1}{x-y} = \frac{5}{8} \\ \frac{1}{x+y} - \frac{1}{x-y} = \frac{-3}{8} \end{cases} & 41) \begin{cases} \frac{1}{x+y} - \frac{1}{x-y} = \frac{-2}{5} \\ \frac{1}{x+y} + \frac{1}{x-y} = \frac{3}{5} \end{cases}
 \end{array}$$

DANG 2: VIẾT PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG

1) Viết phương trình đường thẳng (D) biết (D) đi qua hai điểm:

a) A(2; 5) và B(-1; -1)

b) M(3; 2) và N(1; -2)

c) $I\left(\frac{1}{2}; \frac{2}{3}\right)$ và $K\left(\frac{-1}{2}; 5\right)$

2) Viết phương trình đường thẳng (AB) biết A(2;5) và B(1;-1)

3) Viết phương trình đường thẳng (AB) biết A(3;-1) và B(-3;2) .

4) Viết phương trình đường thẳng (AB) biết A(3;2) và B(1;-2) .

5) Viết phương trình đường thẳng (p) $y = ax + b$ biết (p) đi qua 2 điểm A(3; -1) và B(-3; 2).

6) Viết phương trình đường thẳng (q): $y = ax + b$ biết (q) đi qua 2 điểm: C (-3; 7) và D (6; -5).

DANG 3: TOÁN THỰC TẾ

Bài 1: Tính chu vi của một khu vườn hình chữ nhật biết: nếu tăng chiều dài 2m và giảm chiều rộng 1m thì diện tích giảm $3m^2$, nhưng nếu giảm chiều dài 3m và tăng chiều rộng 4m thì diện tích tăng $47m^2$.

Bài 2: Một miếng đất hình chữ nhật có chu vi 240m. Nếu tăng chiều rộng gấp 3 lần và giảm chiều dài đi 1 nửa thì chu vi tăng 100m. Tìm kích thước ban đầu của miếng đất?

Bài 3: Một khu vườn hình chữ nhật có chu vi là 100m. Nếu tăng chiều dài 2m và giảm chiều rộng 1m thì diện tích giảm đi $10m^2$. Tìm chiều dài, chiều rộng khu vườn hình chữ nhật ban đầu.

Bài 4: Một khu vườn hình chữ nhật có chu vi là 56m. Nếu tăng chiều dài 4m và giảm chiều rộng 2m thì diện tích tăng thêm $8m^2$. Tìm chiều dài, chiều rộng khu vườn hình chữ nhật ban đầu.

Bài 5: Một khu vườn hình chữ nhật có chu vi là 124m. Nếu tăng chiều dài 5m và tăng chiều rộng 3m thì diện tích tăng $225m^2$. Tìm chiều dài, chiều rộng khu vườn hình chữ nhật ban đầu.

Bài 6: Một khu vườn hình chữ nhật có chu vi là 108m. Nếu tăng chiều dài 4m và giảm chiều rộng 3m thì diện tích giảm $48m^2$. Tìm chiều dài, chiều rộng khu vườn hình chữ nhật ban đầu.

Bài 7: Cô giáo chủ nhiệm chia một số tập thành những phần quà cho các bạn học sinh giỏi. mỗi phần quà giảm 6 cuốn thì sẽ có thêm 5 phần quà nữa, nếu mỗi phần quà giảm 10 cuốn thì sẽ có thêm 10 phần quà nữa. Hỏi có tất cả bao nhiêu cuốn tập?

Bài 8: Cô giáo chủ nhiệm chia một số tập thành những phần quà cho các bạn học sinh giỏi. Nếu mỗi phần quà giảm 5 cuốn thì sẽ có thêm 4 phần quà nữa, nếu mỗi phần quà tăng 15 cuốn thì sẽ giảm đi 6 phần quà nữa. Hỏi có tất cả bao nhiêu cuốn tập?

Bài 9: Một xe ô tô dự định đi từ A đến B. Nếu xe chạy với vận tốc 40km/h thì đến B chậm hơn 1h so với dự định. Nếu xe chạy với vận tốc 60km/h thì đến B sớm hơn 3h so với dự định. Tính quãng đường AB và thời gian dự định đi từ A đến B.

Bài 10: Hai đội công nhân nếu làm chung một công việc thì mất 6 ngày. Nếu đội thứ nhất làm 3 ngày và đội thứ hai làm 7 ngày thì hoàn thành được $\frac{2}{3}$ công việc. Hỏi nếu làm riêng thì mỗi đội mất bao nhiêu ngày để hoàn thành công việc ?

Bài 11: Năm nay tuổi bà bằng 7 lần tuổi cháu cộng thêm 1

Bốn năm trước tuổi bà gấp 12 lần tuổi cháu

Hỏi năm nay mỗi người bao nhiêu tuổi?

Bài 12: Tổng của 2 số bằng 59. Hai lần của số này bé hơn ba lần của số kia là 7. Tìm hai số đó?

Bài 13: Có 45 người gồm bác sĩ và luật sư, tuổi trung bình của họ là 40. Tính số bác sĩ , số luật sư biết rằng tuổi trung bình của các bác sĩ là 35, tuổi trung bình của các luật sư là 50.

Bài 14: Bạn Thanh đem 16 tờ tiền giấy gồm hai loại 5000 đồng và 10000 đồng đến nhà sách mua một quyển sách trị giá 122000 đồng và được thối lại 3000 đồng. Hỏi bạn Thanh đem bao nhiêu tờ tiền mỗi loại?

MỘT SỐ ĐỀ KIỂM TRA 1 TIẾT THAM KHẢO

ĐỀ 1

Bài 1: Giải các hệ phương trình sau:

$$\begin{array}{lll} \text{a/} \begin{cases} 2x - 5y = -6 \\ 3x + 2y = 10 \end{cases} & \text{b/} \begin{cases} \frac{6}{x} + \frac{8}{y} = 5 \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{3}{4} \end{cases} & \text{c/} \begin{cases} (x-2)(y+1) = xy - 13 \\ (x+3)(y-2) = xy - 2 \end{cases} \end{array}$$

Bài 2: Viết phương trình đường thẳng qua 2 điểm: A(-3; 2) và B (-1; 2)

Bài 3: Tính các kích thước của một hình chữ nhật biết nếu tăng chiều dài 2m, giảm chiều rộng 1m thì diện tích hình chữ nhật giảm 2m^2 ; nếu giảm chiều dài 3m, tăng chiều rộng 4m thì diện tích hình chữ nhật tăng 13m^2 .

ĐỀ 2

Bài 1: Giải các hệ phương trình sau:

$$\begin{array}{lll} \text{a/} \begin{cases} 2x + 3y = 3 \\ 3x + 5y = 10 \end{cases} & \text{b/} \begin{cases} \frac{3}{x} + \frac{2}{y} = \frac{4}{5} \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{3}{10} \end{cases} & \text{c/} \begin{cases} (x-2)(y+1) = xy + 8 \\ (x+3)(y-1) = xy - 8 \end{cases} \end{array}$$

Bài 2: Viết phương trình đường thẳng qua 2 điểm : A(-4 ; 2) và B (3;-1)

Bài 3: Tính các kích thước của một hình chữ nhật biết nếu tăng chiều dài 3m, giảm chiều rộng 1m thì diện tích hình chữ nhật tăng 7m^2 ; nếu giảm chiều dài 2m, tăng chiều rộng 1m thì diện tích hình chữ nhật giảm 6m^2 .

ĐỀ 3

Bài 1: Giải các hệ phương trình sau:

$$\begin{array}{lll} \text{a/} \begin{cases} 3x + 2y = -1 \\ 2x + 3y = -4 \end{cases} & \text{b/} \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{12} \\ \frac{8}{x} + \frac{15}{y} = 1 \end{cases} & \text{c/} \begin{cases} (3x+2)(2y-3) = 6xy \\ (4x+5)(y-5) = 4xy \end{cases} \end{array}$$

Bài 2: Viết phương trình đường thẳng qua 2 điểm M(-4 ; 5) và N(2; 2)

Bài 3: Hôm qua mẹ Phương đi chợ mua 5 quả trứng gà và 5 quả trứng vịt hết 17.500 đồng. Hôm nay mẹ Phương đi chợ mua 3 quả trứng gà và 7 quả trứng vịt hết 16.500 đồng mà giá trứng vẫn như cũ . Hỏi giá một quả trứng mỗi loại là bao nhiêu?

ĐỀ 4**Bài 1:** Giải các hệ phương trình sau:

$$\begin{array}{lll}
 \text{a/} \begin{cases} 2x + 5y = 3 \\ 3x - 2y = 14 \end{cases} & \text{b/} \begin{cases} \frac{2y - 5x}{3} + 5 = \frac{y + 27}{4} - 2x \\ \frac{x + 1}{3} + y = \frac{6y - 5x}{7} \end{cases} & \text{c/} \begin{cases} 2(x + y) + 3(x - y) = 4 \\ (x + y) + 2(x - y) = 5 \end{cases}
 \end{array}$$

Bài 2: Viết phương trình đường thẳng qua 2 điểm C(0 ; 1) và D(-1 ; -2)**Bài 3:** Gia đình bạn An và Bo đi xem chương trình ca nhạc. Gia đình An mua 4 vé cho người lớn và 2 vé cho trẻ em hết 1,5 triệu, còn gia đình Nhi mua 2 vé cho người lớn và 3 vé cho trẻ em hết 1,05 triệu. Hỏi giá vé mỗi loại là bao nhiêu?**ĐỀ 5****Bài 1:** Giải các hệ phương trình sau:

$$\begin{array}{lll}
 \text{a/} \begin{cases} 4x + y = -5 \\ 3x - 2y = -12 \end{cases} & \text{b/} \begin{cases} \frac{x}{y} = \frac{2}{3} \\ x + y - 10 = 0 \end{cases} & \text{c/} \begin{cases} (x + 20)(y - 1) = xy \\ (x - 10)(y + 1) = xy \end{cases}
 \end{array}$$

Bài 2: Viết phương trình đường thẳng qua 2 điểm E(2 ; 7) và F(-1 ; -8)**Bài 3:** Sau khi xem bảng giá, mẹ bạn An đưa 350.000 đồng nhờ bạn mua 1 bàn ủi, 1 bộ lau nhà. Hôm nay đúng đợt khuyến mãi, bàn ủi giảm 10%, bộ lau nhà giảm 20% nên bạn chỉ trả 300.000 đồng. Hỏi giá tiền của bàn ủi, bộ lau nhà là bao nhiêu?

CHƯƠNG 4**HÀM SỐ BẬC HAI $y = ax^2$; ($a \neq 0$).****PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI MỘT ẨN****§1. Khái niệm hàm số bậc hai $y = ax^2$; ($a \neq 0$)****1. Khái niệm**

Hàm số cho bởi công thức $y = ax^2$; ($a \neq 0$), trong đó a, b là các số cho trước và $a \neq 0$ là một hàm số bậc hai.

2. Tính chất của hàm số bậc hai $y = ax^2$; ($a \neq 0$)**2.1 Sự đồng biến và nghịch biến**

- Hàm số $y = ax^2$; ($a \neq 0$) xác định với mọi giá trị x thuộc $\mathbb{R}$.
- Nếu $a > 0$:
 - * Hàm số nghịch biến khi $x < 0$.
 - * Hàm số đồng biến khi $x > 0$.
- Nếu $a < 0$:
 - * Hàm số đồng biến khi $x < 0$.
 - * Hàm số nghịch biến khi $x > 0$.

2.2 Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất

- Nếu $a > 0$:
 - * $y > 0$ với mọi $x \neq 0$.
 - * $y = 0$ với $x = 0$.

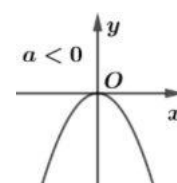
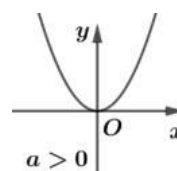
Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số là $y = 0$.

- Nếu $a < 0$:
 - * $y < 0$ với mọi $x \neq 0$.
 - * $y = 0$ với $x = 0$.

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số là $y = 0$.

§2. Đồ thị của hàm số bậc hai $y = ax^2$; ($a \neq 0$)**1. Tính chất của đồ thị**

- Đồ thị hàm số $y = ax^2$ ($a \neq 0$) là một đường cong đi qua gốc tọa độ và nhận trục Oy là trục đối xứng. đường cong đó được gọi là một parabol với đỉnh O.
- Nếu $a > 0$: (**Hình trên**)
 - * Đồ thị nằm phía trên trục hoành.



*Điểm $O(0;0)$ là điểm thấp nhất của đồ thị.

- Nếu $a < 0$: (**Hình dưới**)

*Đồ thị nằm phía dưới trục hoành.

*Điểm $O(0;0)$ là điểm cao nhất của đồ thị.

2. Cách vẽ đồ thị

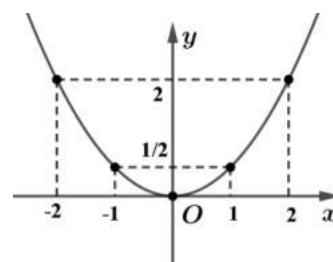
- **Bước 1:** Lập bảng giá trị. Ta nên lấy các giá trị x đối nhau.
- **Bước 2:** Vẽ đồ thị.

Ví dụ

Vẽ đồ thị hàm số $y = \frac{x^2}{2}$.

Bảng giá trị:

x	-2	-1	0	1	2
$y = \frac{x^2}{2}$	2	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	2



- **Chú ý:**

* Thông thường ta chỉ cần lập bảng với 5 giá trị của x , y . Tương ứng là 5 điểm trên hình vẽ.

* Với các giá trị x đối nhau thì giá trị y của chúng bằng nhau. Tức là

$f(-1) = f(1) = \frac{1}{2}$, $f(-2) = f(2) = 2$. Do vậy, ta chỉ tính các giá trị y bên phải số 0. Sau đó, ghi các giá trị y đó qua bên trái số 0 mà không cần tính. (Xem hình có mũi tên)

§3. Phương trình bậc hai một ẩn

1. Định nghĩa

Phương trình bậc hai một ẩn là pt có dạng: $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$.

2. Giải phương trình bằng công thức nghiệm

Ta tính biệt thức $\Delta = b^2 - 4ac$.

- Nếu $\Delta > 0$ thì phương trình có **hai nghiệm phân biệt**:

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}; \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}.$$

- Nếu $\Delta = 0$ thì phương trình có một nghiệm gọi là **nghiệm kép**:

$$x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a}.$$

- Nếu $\Delta < 0$ thì **phương trình vô nghiệm**.

3. Giải phương trình bằng công thức nghiệm thu gọn

Trường hợp hệ số b chia hết cho 2, ta đặt $b' = b : 2$. Sau đó, tính biệt thức $\Delta' = b'^2 - ac$.

- Nếu $\Delta' > 0$ thì phương trình có **hai nghiệm phân biệt**:

$$x_1 = \frac{-b' + \sqrt{\Delta'}}{a}; \quad x_2 = \frac{-b' - \sqrt{\Delta'}}{a}.$$

- Nếu $\Delta' = 0$ thì phương trình có một nghiệm gọi là **nghiệm kép**:

$$x_1 = x_2 = \frac{-b'}{a}.$$

- Nếu $\Delta' < 0$ thì **phương trình vô nghiệm**.

4. Các trường hợp đặc biệt**4.1 Phương trình khuyết c ($c = 0$)**

Ta giải bằng cách đưa về phương trình tích như sau:

$$ax^2 + bx = 0 \Leftrightarrow x(ax + b) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ ax + b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -\frac{b}{a} \end{cases}$$

* **Chú ý:** Ta cũng có thể dùng Δ để giải.

Ví dụ:

Giải phương trình $2x^2 - 5x = 0$.

Giải cách 1 (Đưa về phương trình tích)

$$\text{Ta có: } 2x^2 - 5x = 0 \Leftrightarrow x(2x - 5) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ 2x - 5 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{5}{2} \end{cases}$$

Giải cách 2 (Dùng Δ)

Ta có: $a = 2; b = -5; c = 0 \Rightarrow \Delta = (-5)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 0 = 25 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 5$.

Nghiệm là: $x_1 = \frac{-(-5) + 5}{4} = \frac{5}{2}; \quad x_2 = \frac{-(-5) - 5}{4} = 0$

4.2 Phương trình khuyết b ($b = 0$)

Ta giải bằng cách đưa về phương trình tích như sau:

$$ax^2 + c = 0 \Leftrightarrow x^2 + \frac{c}{a} = 0.$$

- Nếu $\frac{c}{a} > 0$:

$$\Rightarrow x^2 + \frac{c}{a} > 0; \forall x \in \mathbb{R}. \text{ Vậy phương trình vô nghiệm.}$$

- Nếu $\frac{c}{a} < 0$:

Phương trình thành: $x^2 - \left(-\frac{c}{a}\right) = 0$ (Chia 2 vế cho a)

$$\Leftrightarrow x^2 - \left(\sqrt{-\frac{c}{a}}\right)^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(x + \sqrt{-\frac{c}{a}}\right)\left(x - \sqrt{-\frac{c}{a}}\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = \pm \sqrt{-\frac{c}{a}}$$

* **Chú ý:** Ta cũng có thể dùng Δ để giải.

Ví dụ:

Giải phương trình $2x^2 - 7 = 0$.

Giải cách 1 (Đưa về phương trình tích)

Ta có: $2x^2 - 7 = 0 \Leftrightarrow x^2 - \frac{7}{2} = 0$ (Chia 2 vế cho 2)

$$\Leftrightarrow \left(x + \sqrt{\frac{7}{2}}\right)\left(x - \sqrt{\frac{7}{2}}\right) \Leftrightarrow x = \pm \sqrt{\frac{7}{2}} = \pm \frac{\sqrt{14}}{2}$$

Giải cách 2 (Dùng Δ)

Ta có: $a = 2; b = 0; c = -7 \Rightarrow \Delta = 0^2 - 4.2.(-7) = 56 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 2\sqrt{14}$.

$$\text{Nghiem là: } x_1 = \frac{-0 + \sqrt{14}}{2} = \frac{\sqrt{14}}{2}; \quad x_2 = \frac{-0 - \sqrt{14}}{2} = \frac{-\sqrt{14}}{2}$$

4.3 Phương trình có nghiệm là 1 hoặc -1

Cho phương trình $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$.

- Nếu $a + b + c = 0$ thì phương trình có một nghiệm là 1.
- Nếu $a - b + c = 0$ thì phương trình có một nghiệm là -1.

Ví dụ 1

Cho phương trình $2x^2 + 3x - 5 = 0$.

Ta thấy: $a + b + c = 2 + 3 - 5 = 0 \Rightarrow$ phương trình có nghiệm là 1.

Ví dụ 2

Cho phương trình $-x^2 + 5x + 6 = 0$.

Ta thấy: $a - b + c = -1 - (+5) + 6 = 0$

$\Rightarrow$ phương trình có nghiệm là -1.

§4. Hệ thức Vi-ét và ứng dụng**1. Nhận xét**

- Khi $\Delta > 0$ thì phương trình bậc hai có hai nghiệm phân biệt được viết dưới dạng:

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}; \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}.$$

- Khi $\Delta = 0$ thì phương trình bậc hai có nghiệm kép:

$$\sqrt{\Delta} = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-b + \sqrt{0}}{2a} = \frac{-b}{2a} \\ x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-b - \sqrt{0}}{2a} = \frac{-b}{2a}. \end{cases}$$

- **Tóm lại:**

Nếu phương trình bậc hai có hai nghiệm phân biệt hay nghiệm kép thì đều

viết được dưới dạng: $x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}; \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}.$

2. Hệ thức Vi-ét

Nếu phương trình bậc hai có nghiệm (phân biệt hoặc nghiệm kép) thì:

- Tổng hai nghiệm $S = x_1 + x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} + \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-2b}{2a} = -\frac{b}{a}.$
- Tích hai nghiệm $P = x_1 \cdot x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \cdot \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{(-b)^2 - (\sqrt{\Delta})^2}{4a^2}$

$$= \frac{b^2 - \Delta}{4a^2} = \frac{b^2 - (b^2 - 4ac)}{4a^2} = \frac{4ac}{4a^2} = \frac{c}{a}.$$

- **Tóm lại:**

$$S = x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}; \quad P = x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

3. Áp dụng hệ thức Vi-ét**Ví dụ**

Cho phương trình $3x^2 - 5x - 2 = 0.$

- Chứng tỏ: phương trình có một nghiệm là 2.
- Tìm nghiệm còn lại.

Giải

- Ta thấy: $3 \cdot 2^2 - 5 \cdot 2 - 2 = 0.$ Vậy phương trình có một nghiệm là 2.

- Theo Vi-ét: $S = x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = -\frac{-5}{3} = \frac{5}{3}$

$$\text{mà } x_1 = 2 \Rightarrow x_2 = S - x_1 = \frac{5}{3} - 2 = -\frac{1}{3}.$$

4. Tìm hai số khi biết tổng và tích của chúng

Nếu tổng của hai số là S và tích của chúng là P thì hai số đó là nghiệm của phương trình $x^2 - Sx + P = 0$.

Ví dụ

Tìm hai số, biết tổng của chúng $S = -5$ và tích của chúng $P = 6$.

Giải

Theo tính chất trên, hai số cần tìm là nghiệm của phương trình $x^2 - (-5)x + 6 = 0 \Leftrightarrow x^2 + 5x + 6 = 0 \Leftrightarrow x = -2$ hay $x = -3$.

Vậy hai số cần tìm là: $-2; -3$.

§5. Phương trình quy về phương trình bậc hai**1. Phương trình trùng phương $ax^4 + bx^2 + c = 0 (a \neq 0)$.****Cách giải:**

- Dùng phương pháp đặt ẩn phụ, đặt $x^2 = t (t \geq 0)$.
- Ta có phương trình bậc hai ẩn t : $at^2 + bt + c = 0$. Giải phương trình này, tìm được t .
- Giải phương trình $x^2 = t$ để tìm x .

Ví dụ

Giải phương trình $x^4 + 3x^2 - 4 = 0$.

Giải

Đặt $x^2 = t (t \geq 0)$, phương trình thành:

$$t^2 + 3t - 4 = 0$$

(Phương trình có ẩn là t)

$$\Leftrightarrow t = 1; t = -4$$

(Loại $t = -4 < 0$, do điều kiện $t \geq 0$).

$$t = 1 \Leftrightarrow x^2 = 1 \text{ (thay } t = x^2 \text{, ta được phương trình có ẩn là } x)$$

$$\Leftrightarrow x = \pm 1.$$

Vậy nghiệm là $x = \pm 1$.

2. Phương trình chứa ẩn ở mẫu**Các bước giải:**

- Tìm điều kiện xác định của phương trình.
- Quy đồng mẫu thức cả 2 vế của pt, rồi khử mẫu.
- Giải phương trình vừa nhận được.
- Kết luận: so sánh nghiệm tìm được với điều kiện xác định của phương trình.

Ví dụ

Giải phương trình $\frac{x^2 - 3x + 6}{x^2 - 9} = \frac{1}{x - 3}$.

Giải

Điều kiện: $x \neq \pm 3$.

Phương trình đã cho thành:

$$\frac{x^2 - 3x + 6}{(x-3)(x+3)} = \frac{1}{x-3} \Leftrightarrow x^2 - 3x + 6 = x + 3$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 1; x = 3.$$

Do điều kiện ta loại $x = 3$. Vậy nghiệm là $x = 1$.

3. Phương trình tích.

$$\text{Dạng tổng quát: } A.B = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} A = 0 \\ B = 0 \end{cases}$$

Ví dụ

Giải phương trình $x^3 + 3x^2 - 2x - 6 = 0$.

Giải

$$x^3 + 3x^2 - 2x - 6 = 0 \Leftrightarrow x^2(x+3) - 2(x+3)$$

$$\Leftrightarrow (x+3)(x^2 - 2) = 0 \quad (\text{Phương trình tích})$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+3=0 \\ x^2-2=0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=-3 \\ x=\pm\sqrt{2}. \end{cases}$$

BÀI TẬP

Bài 1: Giải các phương trình :

a) $(2x+1)^2 - (x+1)(x-1) = 9$

b) $4x^2(x^2-1) = 2(x^2+5)$

c) $(2x^2+3)^2 - 10x^3 - 15x = 0$

d) $(4x^2-5)^2 - 6(4x^2-5) + 8 = 0$

e) $(2x-1)^2 - (x+1)(x-1) = 1$

f) $3x^2(x^2+1) = 2(x^2+1)$

g) $(3x^2+2)^2 - 15x^3 - 10x = 0$

h) $(2x^2+1)^2 - 5(2x^2+1) - 36 = 0$

i) $x^2 - (\sqrt{2}-3)x - 3\sqrt{2} = 0$

j) $x^2 - (\sqrt{2}+1)x - \sqrt{2} = 0$

k) $\sqrt{2}x^2 - (\sqrt{2}-3)x - 3 = 0$

l) $\sqrt{2}x^2 - (2\sqrt{2}-1)x - 1 + \sqrt{2} = 0$

Bài 2: Cho hai hàm số $y = -x^2$ có đồ thị là (P) và $y = 2x$ có đồ thị là (D)

a) Vẽ (P) và (D) trên cùng một mặt phẳng tọa độ

b) Viết phương trình đường thẳng $(D_1) \parallel (D)$ và cắt (P) tại điểm có hoành độ bằng 2.

Bài 3: Cho hai hàm số $y = x^2$ có đồ thị là (P) và $y = -2x$ có đồ thị là (D)

- a) Vẽ (P) và (D) trên cùng một mặt phẳng tọa độ
- b) Viết phương trình đường thẳng $(D_1) \parallel (D)$ và cắt (P) tại điểm có hoành độ bằng 2.

Bài 4: Cho hàm số (P): $y = \frac{1}{2}x^2$ và hàm số (d): $y = \frac{1}{2}x + 1$

- a) Vẽ (P) và (d) trên cùng 1 mặt phẳng tọa độ.
- b) Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d) bằng phép toán.

Bài 5: Cho hàm số (P): $y = -\frac{1}{2}x^2$ và hàm số (d): $y = x - 4$

- a) Vẽ (P) và (d) trên cùng 1 mặt phẳng tọa độ.
- b) Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d) bằng phép toán.

Bài 6: Cho hàm số (P): $y = -\frac{1}{4}x^2$ và hàm số (d): $y = -\frac{1}{2}x - 2$

- a) Vẽ (P) và (d) trên cùng 1 mặt phẳng tọa độ.
- b) Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d) bằng phép toán.

Bài 7: Cho hàm số (P): $y = \frac{1}{4}x^2$ và hàm số (d): $y = -\frac{1}{4}x + 3$

- a) Vẽ (P) và (d) trên cùng 1 mặt phẳng tọa độ.
- b) Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d) bằng phép toán.

Bài 8: Cho phương trình $x^2 - 2(m+1)x + m - 5 = 0$ (x là ẩn số)

- a) Chứng tỏ phương trình luôn có 2 nghiệm phân biệt với mọi giá trị của m.
- b) Tìm giá trị của m để phương trình có 2 nghiệm x_1, x_2 thỏa $(x_1 + 1)^2 x_2 + (x_2 + 1)^2 x_1 + 16 = 0$

Bài 9: Cho phương trình $x^2 - (m+5)x + 2m + 6 = 0$ (x là ẩn số)

- a) Chứng tỏ phương trình luôn có 2 nghiệm với mọi giá trị của m.
- b) Tìm giá trị của m để phương trình có 2 nghiệm x_1, x_2 thỏa $(x_1 - 1)^2 x_2 + (x_2 - 1)^2 x_1 = 4$

Bài 10: Cho phương trình: $x^2 - 2mx + m^2 - 9 = 0$

- a) Chứng tỏ phương trình trên luôn có 2 nghiệm phân biệt $\forall m$.
- b) Tìm m để $x_1^2 + x_2^2 = 20$.

Bài 11: Cho phương trình: $x^2 - 2(m+1)x - 2m - 8 = 0$

- a) Tìm m để phương trình có 1 nghiệm là -2 . Tính nghiệm còn lại.
- b) Tìm m để $x_1^2 + x_2^2 = 20$.

MỘT SỐ ĐỀ KIỂM TRA 1 TIẾT THAM KHẢO**ĐỀ 1:****Bài 1:** (3 điểm) Cho (P): $y = \frac{-x^2}{2}$ và (D): $y = x - 4$

- a) Vẽ (P) và (D) trên cùng mặt phẳng tọa độ.
 b) Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (D) bằng phép toán.

Bài 2: Giải các phương trình sau (3 điểm)

- a) $(x+1)(x-3)+3x=-3$
 b) $x^4+x^2-12=0$

Bài 3: Cho phương trình $x^2+(m+2)x+m+1=0$ (m là tham số) (2 điểm)

- a) Chứng minh phương trình luôn có nghiệm với mọi giá trị của m.
 b) Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình. Tìm m để $x_1^2+x_2^2-3x_1x_2=1$

Bài 4: (2 điểm) Quãng đường s(m) và thời gian t(s) của một vật rơi tự do được tính theo công thức $s = 4,9 t^2$

- a) Tính quãng đường vật rơi tự do sau 4 giây.
 b) Nếu vật rơi ở độ cao 396,9 m so với mặt đất, hãy tính thời gian vật bắt đầu rơi đến khi chạm đất.

ĐỀ 2:**Bài 1:** (3 điểm) Cho (P): $y = \frac{x^2}{2}$ và (D): $y = -x + 4$

- a) Vẽ (P) và (D) trên cùng mặt phẳng tọa độ.
 b) Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (D) bằng phép toán.

Bài 2: Giải các phương trình sau (3 điểm)

- a) $(x+2)(x-4)+4x=-8$
 b) $x^4-x-6=0$

Bài 3: Cho phương trình $x^2-(m+3)x+m+2=0$ (m là tham số) (2 điểm)

- a) Chứng minh phương trình luôn có nghiệm với mọi giá trị của m.
 b) Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình. Tìm m để $x_1^2+x_2^2-x_1x_2=7$

Bài 4: (2 điểm) Quãng đường s(m) và thời gian t(s) của một vật rơi tự do được tính theo công thức $s = 4,9 t^2$

- a) Tính quãng đường vật rơi tự do sau 3 giây.
 b) Nếu vật rơi ở độ cao 122,5m so với mặt đất, hãy tính thời gian vật bắt đầu rơi đến khi chạm đất.

ĐỀ 3:**Bài 1:** (3 điểm) Cho (P): $y = \frac{-x^2}{2}$ và (D): $y = x - 4$

- a) Vẽ (P) và (D) trên cùng mặt phẳng tọa độ.
 b) Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (D) bằng phép toán.

Bài 2: Giải các phương trình sau (4 điểm)

- a) $2x^2 + 3x - 5 = 0$
 b) $(x+1)(x-3) + 3x = -3$
 c) $x^2 - (\sqrt{7} + \sqrt{2})x + \sqrt{14} = 0$

Bài 3: Cho phương trình $x^2 + (m+2)x + m + 1 = 0$ (m là tham số) (2 điểm)

- a) Chứng minh phương trình luôn có nghiệm với mọi giá trị của m.
 b) Tính tổng và tích hai nghiệm theo m.
 c) Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình. Tìm m để $x_1^2 + x_2^2 - 3x_1x_2 = 1$

Bài 4: (1 điểm) Một căn hộ hình chữ nhật có kích thước 8(m) x 12(m) gồm 1 phòng ngủ, 1 bếp ăn, 1 phòng khách, 1 toilet, Trong đó phòng ngủ được thiết kế theo kiểu hình vuông có cạnh là a.

- a) Hãy viết hàm số biểu thị diện tích phần còn lại của căn hộ
 b) Tính kích thước căn phòng? Biết diện tích phần còn lại của căn hộ là $60m^2$.

ĐỀ 4:**Bài 1:** (3 điểm) Cho (P): $y = \frac{x^2}{2}$ và (D): $y = -x + 4$

- a) Vẽ (P) và (D) trên cùng mặt phẳng tọa độ.
 b) Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (D) bằng phép toán.

Bài 2: Giải các phương trình sau (4 điểm)

- a) $5x^2 - 3x - 2 = 0$
 b) $(x+2)(x-4) + 4x = -8$
 c) $x^2 - (\sqrt{2} - \sqrt{3})x - \sqrt{6} = 0$

Bài 3: Cho phương trình $x^2 - (m+3)x + m + 2 = 0$ (m là tham số) (2 điểm)

- a) Chứng minh phương trình luôn có nghiệm với mọi giá trị của m.
 b) Tính tổng và tích hai nghiệm theo m.
 c) Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình. Tìm m để $x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2 = 7$

Bài 4: (1 điểm) Khi bạn An đi chuyển trên bãi cát thì người ta ước tính được khoảng cách giữa 2 gót chân liên tiếp (p) và số bước chân trong 1 phút (n) của bạn được biểu diễn qua hàm số $n = 140.p$

- a) Nếu bạn An đi được 70 bước thì khoảng cách 2 bước chân của bạn An là bao nhiêu ?
- b) An biết khoảng cách từ 2 đầu gót chân của mình là 0,8m. Tính vận tốc đi bộ của bạn An.

ĐỀ 5:

Bài 1: Cho (P) : $y = \frac{-x^2}{4}$ và (D) : $y = m x + 3$

a/ Vẽ (P) .

b/ Tìm m để (P) và (D) cắt nhau tại 1 điểm có hoành độ là -2.

Bài 2: Giải các phương trình sau :

a/ $(4x^2 - 5)^2 + 4(4x^2 - 5) + 12 = 0$

b/ $\frac{(x+1)^2}{4} + \frac{3x-2}{6} = \frac{x-1}{3}$

Bài 3: Cho phương trình : $x^2 - (2m - 1)x - m - m^2 = 0$ (1)

a/ Chứng minh : PT có 2 nghiệm phân biệt với mọi m.

b/ Tìm m để $x_1^2 + x_2^2 - x_1 - x_2 = x_1 \cdot x_2 + 8$

Bài 4: Lúc 7 giờ, một xe mô tô khởi hành đi từ A đến B cách nhau 155km với vận tốc 40 km/h. 30 phút sau một xe ô tô khởi hành đi từ B đến A với vận tốc 50km/h. Hỏi hai xe gặp nhau lúc mấy giờ?

ĐỀ 6

Bài 1: Cho (P) : $y = \frac{-x^2}{2}$ và (D) : $y = mx + 2$

a/ Vẽ (P) .

b/ Tìm m để (P) và (D) cắt nhau tại một điểm có hoành độ là 3.

Bài 2: Giải các phương trình sau :

a/ $(4x^2 - 5)^2 - 2(4x^2 - 5) + 8 = 0$

b/ $\frac{(x-1)^2}{3} - \frac{2x+1}{4} = \frac{x+1}{6}$

Bài 3: Cho phương trình : $x^2 - (2m + 1)x + m - m^2 = 0$ (1)

a/ Chứng minh : PT có 2 nghiệm phân biệt với mọi m.

b/ Tìm m để $x_1^2 + x_2^2 - x_1 - x_2 = x_1 \cdot x_2 + 6$

Bài 4: Lúc 6 giờ, một xe mô tô khởi hành đi từ A đến B cách nhau 200km với vận tốc 50 km/h. 20 phút sau một xe ô tô khởi hành đi từ B đến A với vận tốc 60km/h. Hỏi hai xe gặp nhau lúc mấy giờ?

LỚP 9

PHẦN HÌNH HỌC

CHƯƠNG III

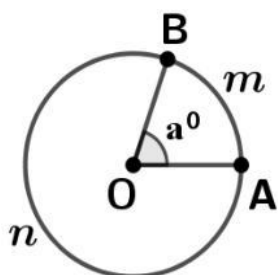
GÓC VỚI ĐƯỜNG TRÒN

Bài 1

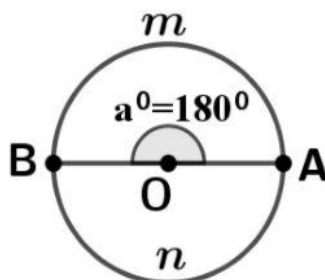
Góc ở tâm và số đo cung

1. Góc ở tâm

Định nghĩa:

Góc có đỉnh trùng với tâm đường tròn được gọi là **góc ở tâm**.

Hình 1



Hình 2

* Góc AOB là góc ở tâm. (Có đỉnh trùng với tâm O)

* **Kí hiệu** cung AB là $\widehat{AB}$.

2. Cung bị chắn (Hình trên)

* Cung $\widehat{AmB}$ nằm bên trong góc AOB gọi là **cung bị chắn** bởi góc AOB.* Nếu $0^\circ < a^\circ < 180^\circ$ thì cung $\widehat{AmB}$ gọi là **cung nhỏ**, cung $\widehat{AnB}$ gọi là **cung lớn** (Hình 1)* Nếu $a^\circ = 180^\circ$ thì mỗi cung là một nửa đường tròn. (Hình 2)* Góc bẹt **chắn** nửa đường tròn. (Hình 2)

3. Số đo cung

* Số đo của cung AB được kí hiệu là $sđ\widehat{AB}$.

* Số đo của cung nhỏ bằng số đo của góc ở tâm chắn cung đó.

* Số đo của cung lớn bằng 360° trừ số đo của cung nhỏ (có chung 2 đầu mút với cung lớn).

* Ở hình 1: • Số đo của cung nhỏ bằng số đo của góc ở tâm.)

• $Sđ AnB = 360^0 - a^0$.

* Ở hình 2: Số đo của nửa đường tròn bằng 180^0 . Cung cả đường tròn có số đo 360^0 .

* Cung không có số đo 0^0 (cung có 2 đầu trùng nhau).

4. So sánh hai cung

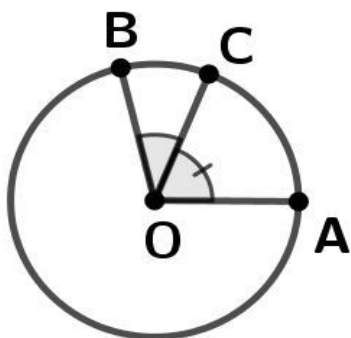
Định nghĩa:

Trong một đường tròn hay hai đường tròn bằng nhau:

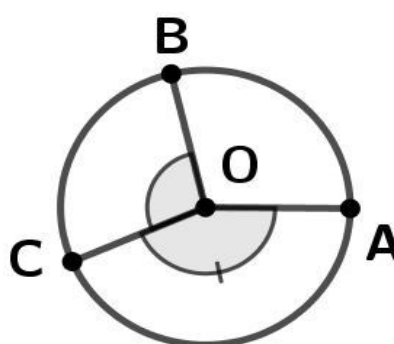
- * Hai cung được gọi là bằng nhau nếu chúng có số đo bằng nhau.
- * Trong hai cung, cung nào có số đo lớn hơn gọi là cung lớn hơn.

5. Định lý về cộng số đo hai cung

Nếu C là một điểm nằm trên cung AB thì $sđ AB = sđ AC + sđ CB$.



C nằm trên cung nhỏ AB



C nằm trên cung lớn AB

Bài 2

Liên hệ giữa cung và dây

1. Định lý 1

Trong một đường tròn:

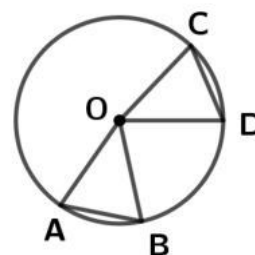
- a) Hai cung bằng nhau căng hai dây bằng nhau.
- b) Hai dây bằng nhau căng hai cung bằng nhau.

GT	- $AB = CD$.
KL	- $AB = CD$.

KL - $AB = CD$.

GT	- $AB = CD$.
KL	- $AB = CD$.

KL - $AB = CD$.

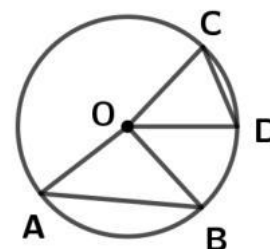


* **Chú ý:** Định lý trên vẫn đúng với trường hợp hai đường tròn bằng nhau.

2. Định lí 2

Trong một đường tròn:

- a) Cung lớn hơn căng dây lớn hơn.
- b) Dây lớn hơn căng cung lớn hơn.



a)	
GT	- $AB > CD$
KL	- $AB > CD$

b)	
GT	- $AB > CD$
KL	- $AB > CD$

* **Chú ý:** Định lý trên vẫn đúng với trường hợp hai đường tròn bằng nhau.

3. Một số tính chất hay gặp (Không phải là các định lý)

- Trong một đường tròn, hai cung bị chắn giữa hai dây song song thì bằng nhau.
- Trong một đường tròn, đường kính đi qua điểm chính giữa của một cung thì đi qua trung điểm của dây căng cung ấy.
- Trong một đường tròn, đường kính đi qua trung điểm của một dây (không đi qua tâm) thì đi qua điểm chính giữa của cung bị căng bởi dây ấy.
- Trong một đường tròn, đường kính đi qua điểm chính giữa của một cung thì vuông góc với dây căng cung ấy và ngược lại.

Bài 3

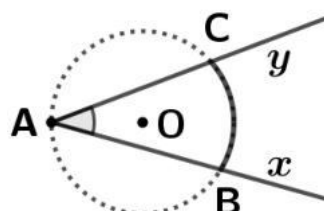
Góc nội tiếp

1. Định nghĩa

Góc nội tiếp là góc có đỉnh nằm trên đường tròn và hai cạnh chứa hai dây cung của đường tròn đó.

Cung nằm bên trong góc được gọi là **cung bị chắn**.

* BAC là góc nội tiếp chắn cung BC .

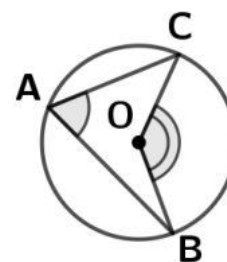


2. Định lí

Trong một đường tròn:

- a) Số đo của góc nội tiếp bằng nửa số đo của cung bị chắn.
- b) Góc nội tiếp (nhỏ hơn hoặc bằng 90°) có số đo bằng nửa số đo của góc ở tâm cùng chắn một cung.

GT	A là góc nội tiếp chắn cung BC.
-	O là góc ở tâm chắn cung BC.
KL	a) $A = \frac{1}{2} \text{sđ BC}$. b) $A = \frac{1}{2} O$.

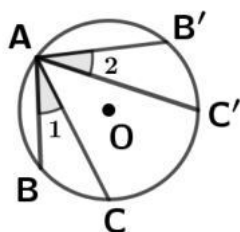


3. Hệ quả

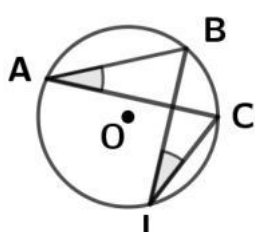
Trong một đường tròn:

- a) Các góc nội tiếp chắn các cung bằng nhau thì bằng nhau. Ngược lại, các cung bằng nhau thì các góc nội tiếp chắn chúng bằng nhau.
 b) Các góc nội tiếp cùng chắn một cung thì bằng nhau.
 c) Góc nội tiếp chắn nửa đường tròn là góc vuông.

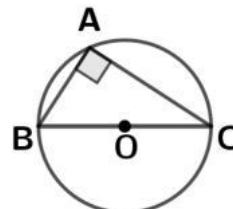
Hình a



Hình b



Hình c



a) * Nếu $BC = B'C'$ thì $A_1 = A_2$.

* Nếu $A_1 = A_2$ thì $BC = B'C'$.

GT	- A; $\hat{I}$ nội tiếp.
b)	- A; $\hat{I}$ chắn cung BC.
KL	- $A = \hat{I}$.

c)

GT	- A chắn nửa đường tròn.
KL	$A = 90^\circ$.

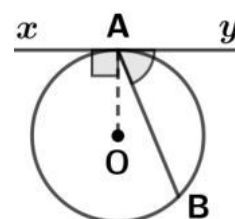
Bài 4

Góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung

1. Khái niệm

- * Góc BAy thỏa mãn các điều kiện sau:
- Đỉnh A nằm trên đường tròn (O).
 - AB là dây cung.
 - Ay nằm trên tiếp tuyến xy.

* Góc BAy là góc tạo bởi tiếp tuyến xy và dây cung AB.



2. Định lý

Số đo của góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung bằng nửa số đo của cung bị chắn.

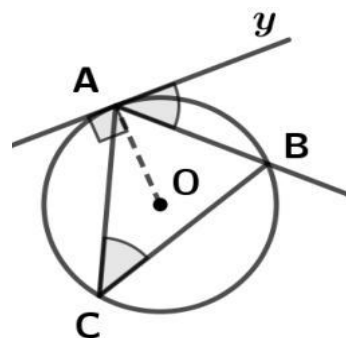
* Ở hình trên $\angle B Ay = \frac{1}{2} \text{sđ } AB$.

3. Hệ quả

Trong một đường tròn, góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung và góc nội tiếp cùng chắn một cung thì bằng nhau.

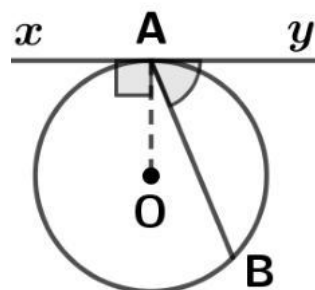
GT | - $\angle B Ay$ góc tạo bởi tiếp tuyến và dây AB .
 - $\angle C$ là góc nội tiếp chắn cung AB .

KL | $\angle B Ay = \angle C$.

**4. Định lý (bổ sung)**

Nếu góc $B Ax$ (với đỉnh A nằm trên đường tròn, một cạnh chứa dây cung AB), có số đo bằng nửa số đo của cung AB căng dây đó và cung này nằm bên trong góc đó thì cạnh Ax là một tia tiếp tuyến của đường tròn.

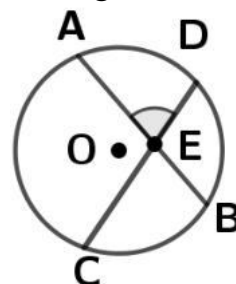
* Ở hình trên: nếu $\angle B Ax = \frac{1}{2} \text{sđ } AB$ thì xy là tiếp tuyến của (O) .

**Bài 5****Góc có đỉnh bên trong, bên ngoài đường tròn****1. Định lý 1**

Số đo của góc có đỉnh ở bên trong đường tròn bằng nửa tổng số đo hai cung bị chắn.

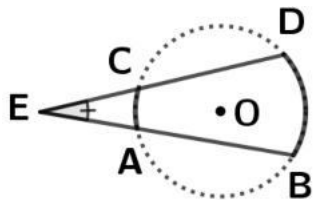
GT | $\angle CED$ là góc có đỉnh trong đường tròn (O) .

KL | $\angle CED = \frac{1}{2} (\text{sđ } AB + \text{sđ } CD)$.

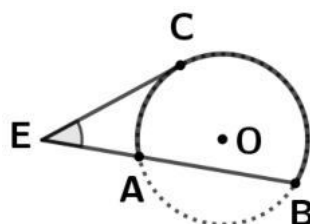


2. Định lý 2

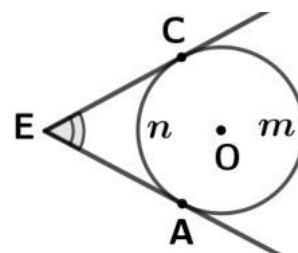
Số đo của góc có đỉnh ở bên ngoài đường tròn bằng nửa hiệu số đo hai cung bị chắn.



Hình 1



Hình 2



Hình 3

* Ở hình 1: $E = \frac{1}{2}(\text{sđ } BD - \text{sđ } AC)$.

* Ở hình 2: $E = \frac{1}{2}(\text{sđ } BC - \text{sđ } AC)$.

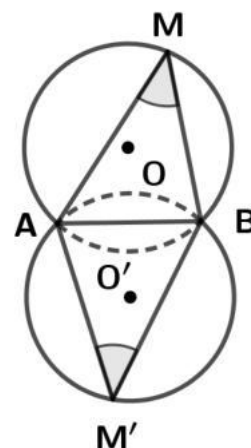
* Ở hình 3: $E = \frac{1}{2}(\text{sđ } AmC - \text{sđ } AnC)$.

Bài 6

Cung chứa góc

1. Quỹ tích cung chứa góc

Với đoạn thẳng AB và góc α ($0^\circ < \alpha < 180^\circ$) cho trước thì quỹ tích các điểm M thỏa mãn $\angle AMB = \alpha$ là hai cung chứa góc α dựng trên đoạn AB.



Chú ý:

- * Hai cung chứa góc α nói trên là hai cung tròn đối xứng nhau qua AB.
- * Hai điểm A, B được coi là thuộc quỹ tích.
- * **Đặc biệt:** Quỹ tích các điểm M nhìn đoạn thẳng AB cho trước dưới một góc vuông là đường tròn đường kính AB.

2. Cách vẽ cung chứa góc α

- * Vẽ đường trung trực d của đoạn thẳng AB .
- * Vẽ tia Ax tạo với AB một góc α .
- * Vẽ Ay vuông góc với Ax . Gọi O là giao điểm của Ay với d .
- * Vẽ cung AmB , tâm O , bán kính OA sao cho cung này nằm ở nửa mặt phẳng bờ AB không chứa tia Ax . Cung AmB là cung cần tìm.

3. Cách giải bài toán quỹ tích

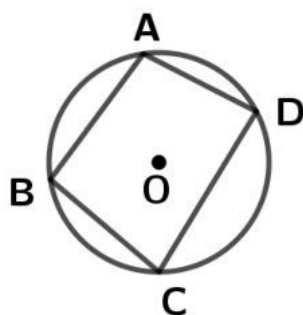
- * **Phần thuận:** Mọi điểm có tính chất T đều thuộc hình H .
- * **Phần đảo:** Mọi điểm thuộc hình H đều có tính chất T .
- * **Kết luận:** Quỹ tích các điểm M có tính chất T là hình H .

Bài 7

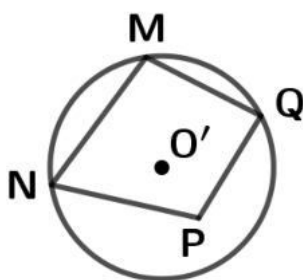
Tứ giác nội tiếp

1. Định nghĩa

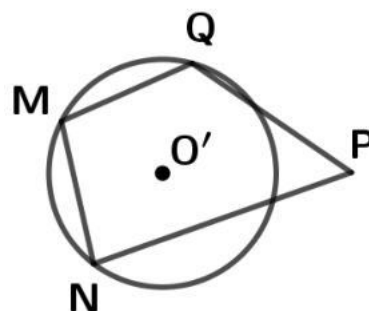
Một tứ giác có bốn đỉnh nằm trên một đường tròn gọi là **tứ giác nội tiếp** đường tròn. (**Hình 1**)



Hình 1



Hình 2



Hình 3

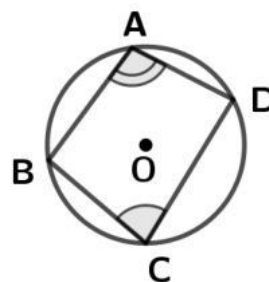
* $MNPQ$ không là tứ giác nội tiếp. (Hình 2,3)

2. Định lí 1 (Thuận)

Trong một tứ giác nội tiếp, tổng số đo hai góc đối diện bằng 180^0 .

GT - ABCD nội tiếp trong (O).

KL $A + C = 180^\circ$.(hay $D + B = 180^\circ$)

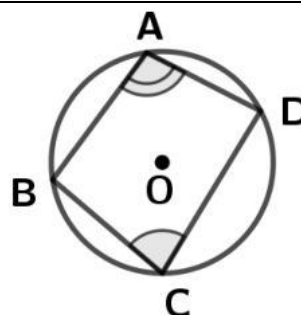


3. Định lí 2 (Đảo)

Nếu một tứ giác có tổng số đo hai góc đối diện bằng 180° thì tứ giác đó nội tiếp được đường tròn.

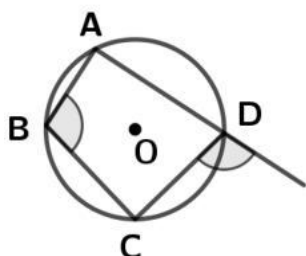
GT - $A + C = 180^\circ$.(hay $D + B = 180^\circ$).

KL - ABCD nội tiếp trong (O)

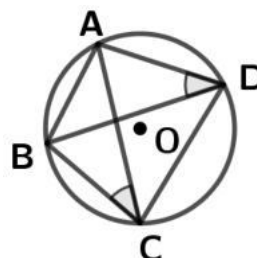


3. Cách chứng minh tứ giác nội tiếp

- * **Cách 1:** Tứ giác có bốn đỉnh nằm trên một đường tròn là tứ giác nội tiếp được trong đường tròn. (Dùng định nghĩa)
- * **Cách 2:** Tứ giác có tổng số đo hai góc đối diện bằng 180° thì tứ giác đó nội tiếp được đường tròn. (Dùng định lý đảo, hình trên)
- * **Cách 3:** Tứ giác có góc ngoài tại một đỉnh bằng góc trong tại đỉnh đối của đỉnh đó. (Hình 1)
- * **Cách 4:** Tứ giác ABCD có hai đỉnh C và D sao cho $\angle ACB = \angle ADB$ thì tứ đó nội tiếp được trong đường tròn. (Hình 2)



Hình 1



Hình 2

* **Chú ý:** Trong các tứ giác đã học thì hình chữ nhật, hình vuông, hình thang cân nội tiếp được trong đường tròn.

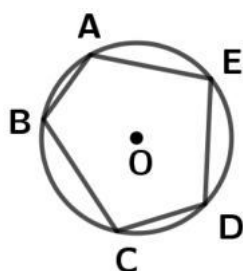
Bài 8

Đường tròn ngoại tiếp – Đường tròn nội tiếp

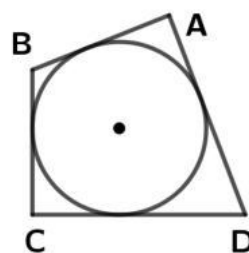
1. Định nghĩa

a) Đường tròn đi qua tất cả các đỉnh của một đa giác gọi là **đường tròn ngoại tiếp** đa giác và đa giác gọi là **đa giác nội tiếp** đường tròn. (Hình 1)

b) Đường tròn tiếp xúc với tất cả các cạnh của một đa giác gọi là **đường tròn nội tiếp** đa giác và đa giác gọi là **đa giác ngoại tiếp** đường tròn. (Hình 2)



Hình 1



Hình 2

2. Định lí (Đối với đa giác đều)

- Bất kì đa giác đều nào cũng có một và chỉ một đường tròn ngoại tiếp, một và chỉ một đường tròn nội tiếp.
- Tâm của hai đường tròn này trùng nhau và gọi là **tâm** của đa giác đều.
- Tâm này là giao điểm hai đường trung trực của hai cạnh hoặc là hai đường phân giác của hai góc.

Bài 9

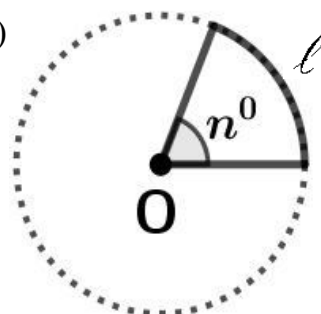
Công thức tính toán liên quan đến đường tròn

1. Chu vi đường tròn

$$C = 2\pi R \quad \text{hoặc} \quad C = \pi d \quad (d = 2R)$$

2. Độ dài ℓ cung tròn n° : $\ell = \frac{\pi R n}{180}$.

3. Diện tích hình tròn: $S = \pi R^2$



4. Diện tích hình quạt tròn: $S = \frac{\pi R^2 n}{360}$ hay $S = \frac{\ell R}{2}$ (Hình trên)

(ℓ là độ dài cung n° của hình quạt tròn).

BÀI TẬP

Bài 1: Cho $\triangle ABC$ nhọn nội tiếp $(O; R)$. Vẽ 3 đường cao AD ; BE ; CF . Gọi H là trực tâm của $\triangle ABC$.

- Chứng minh: Tứ giác BCEF nội tiếp.
- Chứng minh: $OA \perp EF$.
- Vẽ đường kính AM của $(O; R)$. Chứng minh: Tứ giác HBMC là hình bình hành.
- Gọi G là trọng tâm của $\triangle ABC$. Chứng minh: 3 điểm H ; G ; O thẳng hàng.

Bài 2: Cho $\triangle ABC$ nhọn nội tiếp $(O; R)$. Vẽ 3 đường cao AD ; BE ; CF . Gọi H là trực tâm của $\triangle ABC$.

- Chứng minh: . Tứ giác BCEF và tứ giác HDCE nội tiếp.
- BE và CF kéo dài cắt $(O; R)$ lần lượt tại M và N . Chứng minh: $OA \perp MN$.
- Chứng minh: $MN \parallel EF$.
- Vẽ đường kính AI của $(O; R)$. Chứng minh: $\angle BAD = \angle IAC$

Bài 3: Cho $\triangle ABC$ nhọn nội tiếp $(O; R)$. Vẽ đường tròn tâm I đường kính BC cắt AB và AC lần lượt tại F và E . BE cắt CF tại H .

- Chứng minh: Tứ giác AEHF nội tiếp. Xác định tâm J của đường tròn này.
- Chứng minh: $IJ \perp EF$
- Chứng minh: EJ là tiếp tuyến của đường tròn tâm I .
- AH kéo dài cắt $(O; R)$ tại N . Vẽ đường kính AM . Chứng minh: Tứ giác BCMN là hình thang cân.

Bài 4: Cho $\triangle ABC$ nhọn ($AB < AC$) nội tiếp (O, R) . Các đường cao AD ; BE ; CF cắt nhau tại H .

- Chứng minh: Tứ giác AFHE và BFEC nội tiếp?
- Vẽ đường kính AK của (O) . Chứng minh: $AB.AC = AD.AK$
- Gọi I là trung điểm của BC . Chứng minh tứ giác BHCK là hình bình hành và 3 điểm H, I, K thẳng hàng.
- Gọi M là điểm đối xứng với H qua BC . Chứng minh BMKC là hình thang cân.

Bài 5: Cho $\triangle ABC$ ($AB < AC$) có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn (O). Vẽ hai đường cao BD và CK cắt nhau tại H. Gọi I là giao điểm của AH và BC.

- Chứng minh: AI vuông góc với BC và tứ giác BKHI là tứ giác nội tiếp.
- Chứng minh: $AK \cdot AB = AD \cdot AC$
- Gọi F là điểm đối xứng của A qua O và E là trung điểm của BC. Chứng minh: Tứ giác BHCF là hình bình hành, từ đó suy ra ba điểm H, E, F thẳng hàng.
- Gọi M và T lần lượt là giao điểm của KD với BC và KD với AH. Chứng minh: $\frac{TK}{MK} = \frac{TD}{MD}$

Bài 6: Cho $\triangle ABC$ nhọn. Vẽ đường tròn tâm I đường kính BC cắt AB và AC lần lượt tại F và E. BE cắt CF tại H.

- Chứng minh: $AH \perp BC$.
- AH cắt BC tại D. Chứng minh tứ giác HDCE nội tiếp.
- Chứng minh EB là phân giác của FED
- Gọi M là trung điểm của AH. Chứng minh EI là tiếp tuyến của đường tròn tâm I đường kính BC

Bài 7: Cho $\triangle ABC$ nhọn. Vẽ 3 đường cao AD ; BE ; CF. Gọi H là trực tâm của $\triangle ABC$.

- Chứng minh: .Tứ giác AEHF nội tiếp.
- Chứng minh: . FC là phân giác của EFD
- Gọi K là điểm đối xứng của H qua BC. Chứng minh: Tứ giác ABKC nội tiếp.
- Vẽ $KM \perp AB$ tại M và $KN \perp AC$ tại N. Chứng minh: .3 điểm M ; D ; N thẳng hàng.

Bài 8: Cho $\triangle ABC$ nhọn ($AB < AC$). Vẽ đường tròn tâm O đường kính BC cắt cạnh AB, AC lần lượt tại F, E. Gọi H là giao điểm của BE và CF

- Chứng minh: Tứ giác AEHF nội tiếp. Xác định tâm K của đường tròn ngoại tiếp tứ giác AEHF
- Chứng minh: AH vuông góc với BC tại D
- Chứng minh: KE là tiếp tuyến của (O)
- Chứng minh: Tứ giác EFDO nội tiếp.

Bài 9: Cho $\triangle ABC$ ($AB < AC$) có ba góc nhọn. Vẽ đường tròn (O) đường kính BC cắt AB và AC lần lượt tại D và E, BE cắt CD tại H.

- Chứng minh: Tứ giác BDEC là tứ giác nội tiếp và $AH \perp BC$ tại F.
- Chứng minh: Tứ giác ADHE và ADFC là tứ giác nội tiếp.

c) Từ A vẽ hai tiếp tuyến AM và AN với (O) (M và N là hai tiếp điểm).

Chứng minh: $AM^2 = AD \cdot AB = AH \cdot AF$

d) Chứng minh: Tứ giác AMFN là tứ giác nội tiếp.

e) Chứng minh: M, H, N thẳng hàng.

Bài 10: Cho đường tròn (O,R). Từ một điểm A nằm ngoài đường tròn, vẽ hai tiếp tuyến AB, AC của đường tròn (B và C là các tiếp điểm). Vẽ cát tuyến AMN không qua O (M nằm giữa A và N). Gọi I là trung điểm MN

a) Chứng minh: 5 điểm O, I, B, A, C cùng nằm trên một đường tròn.

b) Chứng minh: $AB^2 = AM \cdot AN$

c) Gọi H là giao điểm của OA và BC. Chứng minh: MHON nội tiếp đường tròn và BC là đường phân giác của góc MHN

d) Cho $BC = R\sqrt{3}$. Tính diện tích phần tam giác ABC nằm ngoài (O) theo R

Bài 11: Cho điểm A nằm ngoài (O;R). Vẽ các tiếp tuyến AB, AC (B và C là các tiếp điểm), vẽ cát tuyến ADE không đi qua O và nằm trên nửa mặt phẳng bờ là đường thẳng OA có chứa điểm C (D nằm giữa A và E).

a) Chứng minh: Tứ giác ABOC là tứ giác nội tiếp và OA vuông góc với BC tại H.

b) Chứng minh: $\triangle ABD \sim \triangle AEB$ và $AB^2 = AD \cdot AE$

c) Chứng minh: Tứ giác DHOE là tứ giác nội tiếp

d) Gọi M là trung điểm của ED. Chứng minh: MA là tia phân giác của $\angle BMC$.

TOÁN THỰC TẾ:

Bài 1: Chân một đồng cát trên một nền phẳng nằm ngang là một hình tròn có chu vi là 10m.

a) Hỏi diện tích chân đồng cát.

b) Trên đường tròn chân đồng cát lấy 2 điểm A và B sao cho $AB = 5\text{cm}$ tính độ dài cung AB, Diện tích hình quạt tròn AOB.

(Tương tự giáo viên cho $AB = 5\sqrt{2}\text{cm}$ hoặc $AB = 5\sqrt{3}\text{cm}$)

Hoặc câu a có thể cho diện tích tính chu vi

Bài 2: Bạn An có một mảnh giấy hình vuông có chu vi 80cm. An gấp hình vuông lại và cắt được một hình tròn lớn nhất. Tính chu vi hình tròn đó.

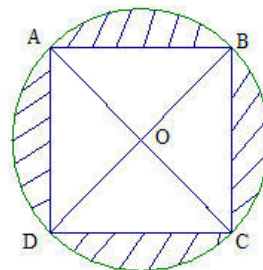
Nếu bạn An lại tiếp tục dùng mảnh giấy hình tròn đó để cắt một mảnh giấy hình vuông cạnh 16cm thì có cắt được không? Vì sao?

(Cả 2 bài đều làm tròn 2 chữ số thập phân)

MỘT SỐ ĐỀ KIỂM TRA 1 TIẾT THAM KHẢO

ĐỀ 1

Bài 1: Cho hình tròn tâm O và hình vuông ABCD có $AB = 6$ cm (Như hình vẽ). Tính diện tích phần gạch chéo.

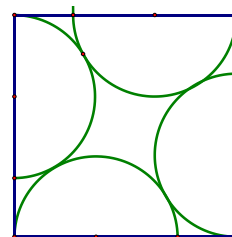


Bài 2: Cho đường tròn (O) và một điểm A ở ngoài đường tròn (O). Kẻ hai tiếp tuyến AB, AC với (O) (B, C là 2 tiếp điểm) và cát tuyến ADE. Gọi I là trung điểm của DE.

- Chứng minh : 5 điểm A, B, I, O, C cùng thuộc 1 đường tròn.
- BI kéo dài cắt (O) tại F. Chứng minh : $CF \parallel AE$.
- OA cắt BC tại H. Chứng minh : $AD \cdot AE = AH \cdot AO$ và EOHD nội tiếp.

ĐỀ 2

Bài 1: Bốn nửa đường tròn bằng nhau, có bán kính 2 cm, tiếp xúc với nhau từng đôi một, được đặt trong hình vuông (xem hình vẽ). Tìm diện tích hình vuông

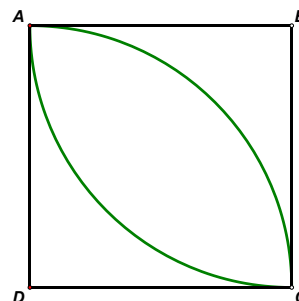


Bài 2: Cho $\triangle ABC$ nhọn nội tiếp (O; R). Vẽ 3 đường cao AD; BE; CF. Gọi H là trực tâm của $\triangle ABC$.

- Chứng minh: Tứ giác BCEF nội tiếp.
- Chứng minh: $OA \perp EF$.
- Vẽ đường kính AM của (O; R). Chứng minh: Tứ giác HBMC là hình bình hành.

ĐỀ 3

Bài 1: Hoa văn của một tấm bìa hình vuông ABCD cạnh 40cm là hai cung tròn tâm B và D bán kính 40cm có phần chung là hình quả trám như hình vẽ. Hãy tính diện tích phần chung này.

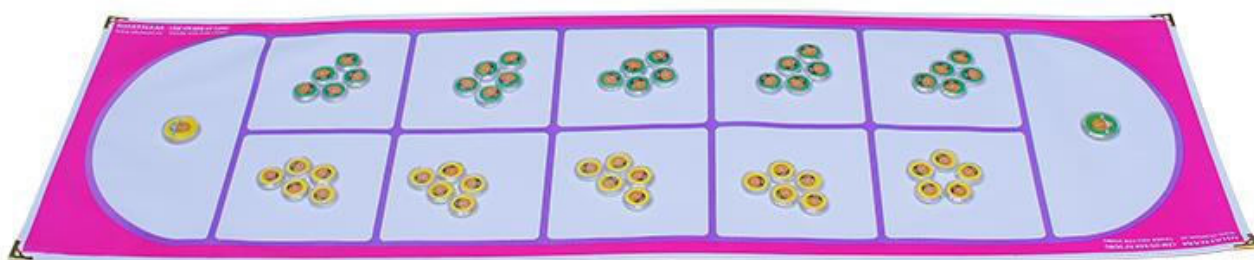


Bài 2: Từ điểm A ở ngoài (O; R) vẽ 2 tiếp tuyến AB, AC với đường tròn (B, C là tiếp điểm) và cát tuyến ADE (D nằm giữa A và E). Gọi N là trung điểm của DE.

- a/ Chứng minh: $AB^2 = AD \cdot AE$
 b/ Chứng minh: Tứ giác ABNC nội tiếp.
 c/ OA cắt BC tại H. Chứng minh: DHOE nội tiếp.

ĐỀ 4

Bài 1: “ Ô ăn quan” là một trò chơi vừa có tính giải trí vừa có tính tư duy. Một bàn cờ đơn giản gồm 10 hình vuông có kích thước bằng nhau và hai cung tròn bằng nhau như hình vẽ .Trong trường hợp cung tròn là nửa hình tròn và cạnh hình vuông là 20cm. Các em hãy tính diện tích bàn cờ “ Ô ăn quan” này .



Bài 2: Cho $\triangle ABC$ nhọn nội tiếp $(O; R)$. Vẽ đường tròn tâm I đường kính BC cắt AB và AC lần lượt tại F và E. BE cắt CF tại H.

- a) Chứng minh: Tứ giác AEHF nội tiếp. Xác định tâm J của đường tròn này.
 b) Chứng minh: $IJ \perp EF$
 c) Chứng minh: EJ là tiếp tuyến của đường tròn tâm I.

ĐỀ 5

Bài 1: Máy kéo nông nghiệp có hai bánh sau to hơn hai bánh trước. Khi bơm căng, bánh xe sau có đường kính 1,672m và bánh xe trước có đường kính là 88cm. Hỏi khi bánh xe sau lăn được 10 vòng thì bánh xe trước lăn được mấy vòng?

Bài 2:

Cho $\triangle ABC$ nhọn. Vẽ đường tròn tâm I đường kính BC cắt AB và AC lần lượt tại F và E. BE cắt CF tại H.

- a) Chứng minh: $AH \perp BC$.
 b) AH cắt BC tại D. Chứng minh tứ giác HDCE nội tiếp.
 c) Chứng minh EB là phân giác của FED

PHẦN HÌNH HỌC KHÔNG GIAN

CHƯƠNG I

HÌNH LĂNG TRỤ ĐỨNG – HÌNH CHÓP ĐỀU

Bài 1

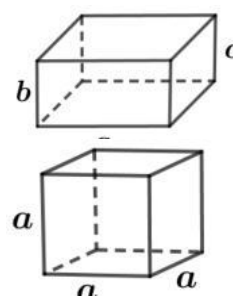
Hình lăng trụ đứng – Hình chóp đều

1. Hình hộp chữ nhật, hình lập phương

1.1 Định nghĩa

Hình hộp chữ nhật có 6 mặt đều là hình chữ nhật, 8 đỉnh, 12 cạnh. (Hình trên)

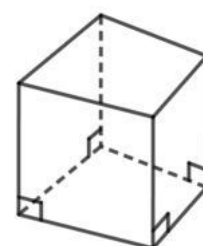
* **Hình lập phương** là hình hộp chữ nhật có 6 mặt đều là hình vuông. (Hình dưới)



1.2 Công thức (Hình 1)

* Thể tích hình hộp chữ nhật là: $V = abc$.

* Thể tích hình lập phương cạnh a là: $V = a^3$.



2. Hình lăng trụ đứng

2.1 Định nghĩa (Hình bên)

Hình lăng trụ đứng có:

- * Hai đáy là hai đa giác bằng nhau và nằm trên hai mặt phẳng song song.
- * Các cạnh bên song song, bằng nhau và vuông góc với hai mặt phẳng đáy. Độ dài cạnh bên gọi là chiều cao của hình lăng trụ đứng.
- * Các mặt bên là những hình chữ nhật và vuông góc với hai mặt phẳng đáy.

* **Chú ý :**

- * Hình hộp chữ nhật, hình lập phương là những hình lăng trụ đứng.
- * **Hình hộp đứng** là hình lăng trụ đứng có đáy là hình bình hành.

2.2 Công thức tính của hình lăng trụ đứng

- * Diện tích xung quanh bằng chu vi đáy nhân với chiều cao.

$$S_{xq} = 2ph \quad (p: \text{nửa chu vi đáy}, h: \text{chiều cao})$$

- * Diện tích toàn phần bằng diện tích xung quanh cộng diện tích hai đáy.

$$S_{tp} = S_{xq} + 2S \quad (S: \text{diện tích đáy})$$

* Thể tích bằng diện tích đáy nhân với chiều cao.

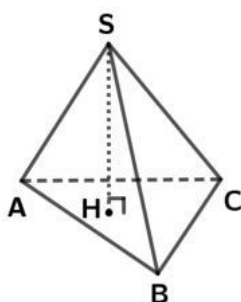
$$V = S.h \quad (S: \text{diện tích đáy}, h: \text{chiều cao})$$

3. Hình chóp

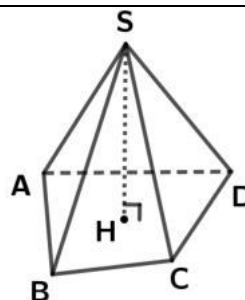
3.1 Khái niệm hình chóp

Hình chóp có:

- * Đáy là một đa giác, các mặt bên là những tam giác có chung một đỉnh.
- * Đường thẳng đi qua đỉnh và vuông góc với mặt phẳng đáy gọi là **đường cao**.



Hình chóp tam giác S.ABC
(có đáy là tam giác ABC)



Hình chóp tứ giác S.ABCD
(có đáy là tứ giác ABCD)

Trong các hình trên:

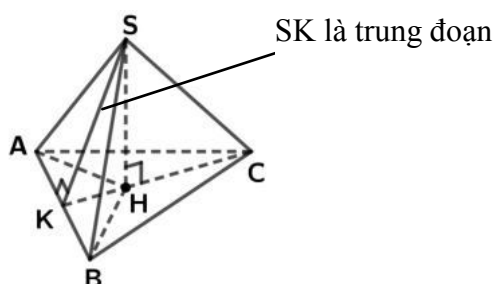
- * Đỉnh là: S.
- * Mặt đáy là: tam giác ABC, tứ giác ABCD.
- * Các mặt bên là: các tam giác SAB, SAC, SAD, SBC, SCD, SBD.
- * Các cạnh bên là: SA, SB, SC, SD.
- * Đường cao là: SH.

3.2 Định nghĩa hình chóp đều

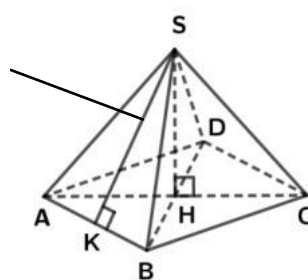
Hình chóp đều là hình chóp có đáy là một đa giác đều, các mặt bên là những tam giác cân bằng nhau và có chung đỉnh.

3.3 Đặc điểm hình chóp đều

- * Chân đường cao của hình chóp đều trùng với tâm của đường tròn đi qua các đỉnh của mặt đáy.
- * Đường cao vẽ từ đỉnh của mỗi mặt bên của hình chóp đều gọi là **trung đoạn** của hình chóp đó.



Hình chóp tam giác đều S.ABC
(có đáy ABC là tam giác đều)

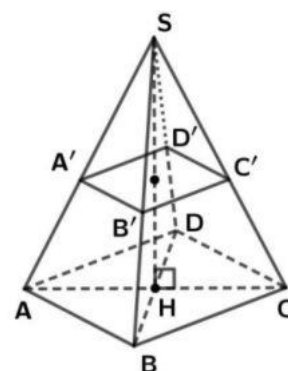


Hình chóp tứ giác đều S.ABCD
(có đáy ABCD là hình vuông)

3.4 Định nghĩa hình chóp cắt đều

Hình chóp cắt đều là phần hình chóp đều nằm giữa mặt phẳng đáy của hình chóp và mặt phẳng song song với đáy và cắt hình chóp.

*Mỗi mặt bên của hình chóp cắt đều là một hình thang cân.



3.5 Công thức tính toán trong hình chóp đều

- * Diện tích xung quanh của hình chóp đều bằng nửa chu vi đáy (p) nhân với trung đoạn (d): $S_{xq} = p.d$
- * Diện tích toàn phần của hình chóp bằng diện tích xung quanh cộng diện tích đáy (S): $S_{tp} = S_{xq} + S$
- * Thể tích của hình chóp bằng một phần ba của diện tích đáy (S) nhân với chiều cao (h): $V = \frac{1}{3} S.h$

CHƯƠNG II

HÌNH TRỤ - HÌNH NÓN – HÌNH CẦU

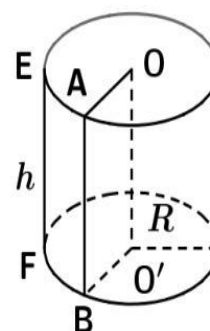
Bài 1

Hình trụ

1. Hình trụ

Khi quay hình chữ nhật $ABO'O$ một vòng quanh cạnh OO' cố định, ta được một **hình trụ**.

- * Hai hình tròn (O) và (O') bằng nhau và nằm trong hai mặt phẳng song song gọi là **hai đáy** của hình trụ.
- * Đường thẳng OO' gọi là **trục** của hình trụ.
- * Mỗi vị trí của AB gọi là một **đường sinh**. Các đường sinh vuông góc với hai mặt phẳng đáy. Độ dài của đường sinh là **chiều cao** của hình trụ.



2. Diện tích – Thể tích

Cho hình trụ có bán kính đáy R và chiều cao h .

- | | | |
|---|-----------------------|---------------------------------|
| * | Diện tích xung quanh: | $S_{xq} = 2\pi Rh$. |
| * | Diện tích toàn phần: | $S_{tp} = 2\pi Rh + 2\pi R^2$. |
| * | Thể tích: | $V = \pi R^2 h$. |

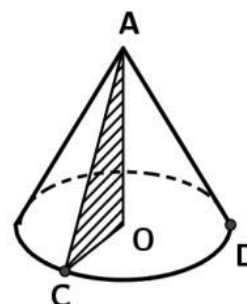
Bài 2

Hình nón – Hình nón cụt

1. Hình nón

Khi quay tam giác vuông AOC một vòng quanh cạnh OA cố định thì được một **hình nón**.

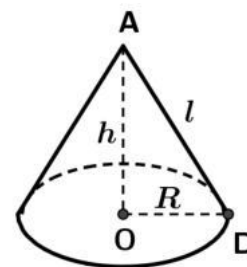
- * Điểm A gọi là **đỉnh** của hình nón.
- * Hình tròn (O) gọi là **đáy** của hình nón.
- * Mỗi vị trí của AD gọi là một **đường sinh**.
- * Đoạn AO gọi là **đường cao** của hình nón.



2. Diện tích – Thể tích hình nón

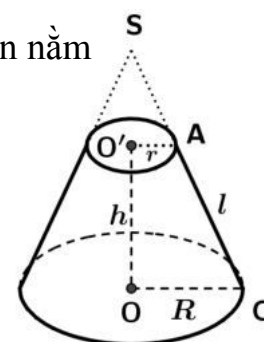
Cho hình nón có bán kính đáy R và đường sinh l , chiều cao h .

- * Diện tích xung quanh: $S_{xq} = \pi Rl$.
- * Diện tích toàn phần: $S_{tp} = \pi Rl + \pi R^2$.
- * Thể tích: $V = \frac{1}{3} \pi R^2 h$.

**3. Hình nón cụt**

Khi cắt hình nón bởi một **mặt phẳng song song với đáy** thì phần hình nón nằm giữa mặt phẳng nói trên và mặt phẳng đáy gọi là một **hình nón cụt**.

- * Hai hình tròn (O) và (O') gọi là **hai đáy**.
- * Đoạn OO' gọi là **trục**. OO' là **chiều cao**.
- * Đoạn AC gọi là **đường sinh**.

**4. Diện tích – Thể tích hình nón cụt**

Hình nón cụt có các bán kính đáy R và r , chiều cao h , đường sinh l .

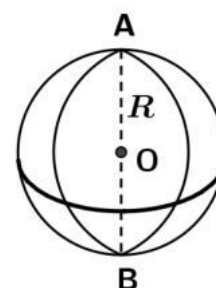
- * Diện tích xung quanh: $S_{xq} = \pi(R+r)l$.
- * Thể tích: $V = \frac{1}{3} \pi h(R^2 + Rr + r^2)$.

Bài 3
Hình cầu

1. Hình cầu

Khi quay nửa hình tròn tâm O, bán kính R một vòng quanh đường kính AB cố định thì được một **hình cầu**.

- * Nửa đường tròn trong phép quay nói trên tạo thành một **mặt cầu**.
- * Điểm O gọi là **tâm**, R là **bán kính** của hình cầu hay mặt cầu đó.

**2. Diện tích – Thể tích**

Cho hình cầu bán kính R .

- * Diện tích mặt cầu: $S = 4\pi R^2$.
- * Thể tích hình cầu: $V = \frac{4}{3} \pi R^3$.

ĐỀ KIỂM TRA HỌC KÌ II THAM KHẢO**ĐỀ 1**

1. Giải phương trình sau:

a) $3\sqrt{5}x^2 - 10x = 0$

b) $9x^4 = 16x^2 + 25$

2. Cho parabol (P): $y = \frac{x^2}{2}$ và đường thẳng (d): $y = -x + 4$

a) Vẽ (P) và (d) trên cùng hệ trục tọa độ.

b) Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d) bằng phép toán.

3. Cho phương trình: $6x^2 + 11x - 35 = 0$

a) Chứng tỏ phương trình có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 .

b) Không giải phương trình hãy tính giá trị của biểu thức sau:

$$A = 3x_1^2 + 3x_2^2 - 17$$

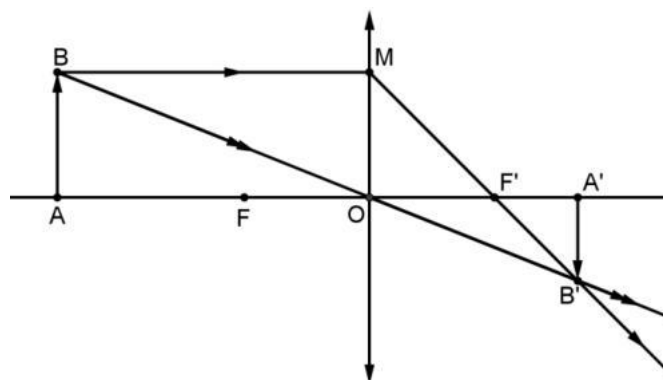
4. Một vật rơi tự do ở độ cao so với mặt đất là 320m. Quãng đường chuyển động S (mét) của vật rơi phụ thuộc vào thời gian t (giây) bởi công thức: $S = 5t^2$

a) Sau 3 giây vật cách mặt đất bao nhiêu mét?

b) Tính quãng đường vật đi được ở giây cuối cùng.

5. Vật kính của một máy ảnh có tiêu cự

$OF = OF' = 10\text{cm}$. Máy ảnh được dùng để chụp ảnh một học sinh cao 1,6m đứng cách máy 5m. Để tính chiều cao của ảnh trên phim và khoảng cách từ vật kính đến phim, ta biểu diễn học sinh bằng một mũi tên AB và ảnh của học sinh trên phim là mũi tên A'B'. Khi đó tính chiều cao của ảnh trên phim và khoảng cách từ vật kính đến phim chính là tính độ dài đoạn A'B' và OA'. Dựa vào hình ảnh được mô tả sau, em hãy tính chiều cao của ảnh trên phim và khoảng cách từ vật kính đến phim.



6. Một vật có khối lượng 279g và có thể tích 37ml là hợp kim của sắt và kẽm. Tính xem trong đó có bao nhiêu gam sắt và bao nhiêu gam kẽm? Biết khối lượng riêng của sắt là 7800kg/m^3 và khối lượng riêng của kẽm là 7000kg/m^3

7. Từ điểm A ở ngoài đường tròn (O;R) vẽ các tiếp tuyến AB, AC đến (O) với B, C là các tiếp điểm
- Chứng minh OA vuông góc BC tại H và tứ giác OBAC nội tiếp đường tròn.
 - Từ A vẽ cát tuyến ADE (không qua O) cắt (O) tại D và E (D nằm giữa A và E). Chứng minh: $AD \cdot AE = AB^2$.
 - Vẽ dây cung BM song song với DE. Gọi giao điểm của CM và DE là I. Chứng minh I trung điểm DE.

ĐỀ 2

Bài 1) (1,5 điểm). Giải các phương trình và hệ phương trình:

- $3x^2 + x - 10 = 0$
- $x^4 - 7x^2 + 12 = 0$

Bài 2) (1,5 điểm). Cho hàm số $y = \frac{1}{2}x^2$ có đồ thị là (P) và hàm số $y = \frac{5}{2}x - 3$ có đồ thị là (D).

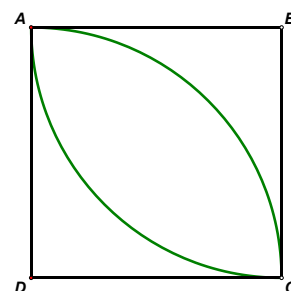
- Vẽ (P).
- Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (D).

Bài 3) (2 điểm). Cho phương trình: $x^2 - 2x + m - 3 = 0$ (x là ẩn)

- Tìm m để phương trình có nghiệm.
- Gọi x_1 và x_2 là hai nghiệm của phương trình trên. Tìm m để $x_1^2 + x_2^2 - x_1^2 \cdot x_2^2 = -2$

Bài 4) (1 điểm) Lớp 9¹ và 9² cùng nhau đóng góp sách tặng cho thư viện trường biết rằng số sách lớp 9² đóng góp ít hơn số sách lớp 9¹ là 25 quyển sách và 3 lần số lượng sách đóng góp của 9¹ ít hơn 4 lần số lượng sách đóng góp của 9² là 50 quyển. Hỏi tổng số sách 2 lớp đóng góp cho thư viện là bao nhiêu?

Bài 5) (1 điểm) Hoa vẽ của một tấm bìa hình vuông ABCD cạnh 40cm là hai cung tròn tâm B và D bán kính 40cm có phần chung là hình quả trám như hình vẽ. Hãy tính diện tích phần chung này.



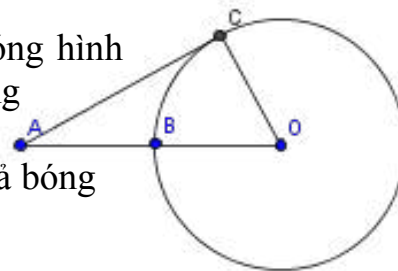
Bài 6) (3 điểm). Cho tam giác ABC nhọn ($AB < AC$). Đường tròn tâm O đường kính BC cắt AB, AC lần lượt tại F và E. Gọi H là giao điểm của BE và CF.

- Chứng minh các tứ giác AFHE nội tiếp được. Xác định tâm K của đường tròn này.
- Gọi M là giao điểm của FE và BC. Chứng minh: $ME \cdot MF = MO^2 - OB^2$
- Gọi N là giao điểm của AH và BC. Chứng minh: 5 điểm K, E, F, O, N cùng thuộc 1 đường tròn.

ĐỀ 3**Bài 1:** (1,5 điểm) Giải các phương trình sau:

a) $3(x^2 + 1) = 10x$

b) $\sqrt{3}x^4 - (3 - \sqrt{3})x^2 + 3 - 2\sqrt{3} = 0$

Bài 2: (1,5 điểm) Cho $(P): y = 2x^2$ và $(D): y = 4x - 2$ a) Vẽ (P) trên mặt phẳng tọa độ.b) Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (D) bằng phép toán.**Bài 3:** (2 điểm) Cho phương trình $3x^2 - 2(m-3)x + 8m - 72 = 0$ (1) (x là ẩn số).a) Chứng minh phương trình (1) luôn có hai nghiệm x_1, x_2 với mọi giá trị m .b) Tìm m để phương trình (1) luôn có 2 nghiệm x_1, x_2 thỏa $(x_1 + x_2)^2 + x_1x_2 = 4$.**Bài 4:** (1,5 điểm) Trong kho của một công ty xuất khẩu nông sản, có 2500 bao gạo và ngô, mỗi bao gạo nặng 20 kg, mỗi bao ngô nặng 15kg. Do thời tiết ẩm ướt, nên 15% số bao ngô đã bị hỏng không thể xuất khẩu. Vì thế, tổng khối lượng gạo và ngô có thể xuất khẩu lúc này là 35500 kg. Hỏi ban đầu có bao nhiêu bao gạo?**Bài 5:** (1 điểm) Bạn An tính bán kính của một quả bóng hình cầu như sau: Đặt quả bóng cách tâm nhìn A một khoảng là $AB = 20\text{cm}$, tầm nhìn xa nhất là đoạn thẳng AC (C là tiếp điểm của tiếp tuyến đi qua A). Tính bán kính quả bóng biết $AC = 40\text{cm}$.**Bài 6:** (2,5 điểm) Từ điểm A ngoài đường tròn (O) vẽ hai tiếp tuyến AB, AC (B, C là các tiếp điểm), trong góc OAC vẽ cát tuyến ADE (D nằm giữa A, E). Gọi F là trung điểm của DE.

a) Chứng minh: năm điểm A, B, F, O, C cùng thuộc một đường tròn. Xác định tâm I của đường tròn này.

b) Chứng minh: $AF^2 - DF^2 = AB^2$.c) Qua I kẻ đường thẳng vuông góc với AD tại H và cắt AC tại P. Chứng minh: $PF = PA$ và tứ giác IPCF nội tiếp.**ĐỀ 4****Câu 1 (1,5 điểm):** Giải các phương trình sau:

a) $x(x+3) = 15 - (3x-1)$

b) $x^4 - 5x^2 - 36 = 0$

Câu 2 (1,5 điểm):a) Vẽ đồ thị (P) của hàm số $y = -\frac{x^2}{4}$ và đường thẳng $(D): y = \frac{1}{2}x - 2$ trên cùng một hệ trục tọa độ.

b) Tìm tọa độ các giao điểm của (P) và (D) ở câu trên bằng phép tính.

Câu 3 (1,5 điểm):

Cho phương trình $x^2 - 4x + m + 1 = 0$ (1) (x là ẩn)

a) Định m để phương trình (1) có nghiệm.

b) Gọi x_1, x_2 là các nghiệm của (1). Tìm m để phương trình có

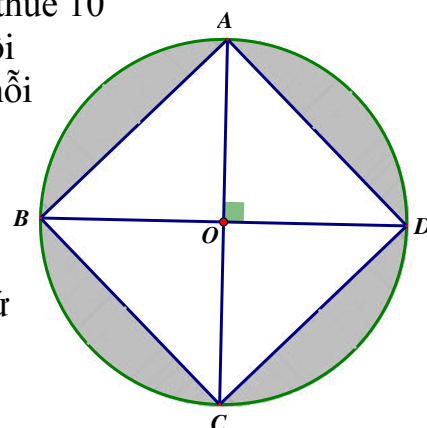
$$x_1^2 + x_2^2 = 5(x_1 + x_2).$$

Câu 4 (1,5 điểm):

Để tổ chức tham quan Khu di tích Địa đạo Củ Chi cho 395 người gồm học sinh khối lớp 9 và giáo viên phụ trách, nhà trường đã thuê 10 chiếc xe gồm hai loại : loại 50 chỗ ngồi và loại 15 chỗ ngồi (không kể tài xế). Hỏi nhà trường cần thuê bao nhiêu xe mỗi loại ? Biết rằng không có xe nào còn trống chỗ.

Câu 5 (1 điểm):

Với một tấm ván hình tròn có bán kính 1,2m, một người thợ mộc cắt bỏ phần tô màu như hình vẽ. Tính diện tích phần ván cắt bỏ đó (làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).



Câu 6 (3 điểm):

Cho (O) đường kính AB. Lấy C thuộc (O), gọi E là trung điểm BC. Tiếp tuyến tại C của (O) cắt OE ở D.

a) Chứng minh: $\triangle ACB$ vuông và OE vuông góc BC.

b) Chứng minh: DB là tiếp tuyến của (O).

c) Kẻ CH vuông góc AB. Chứng minh: $CB \cdot OC = OD \cdot HC$

ĐỀ 5

Bài 1(2 điểm). Giải các phương trình sau

a) $(x - 2)^2 - 2x(x - 3) = 1$

b) $x^2(x^2 + 3) - 2 = 5x^4 - 9$

Bài 2(1,5 điểm). Cho parabol (P): $y = \frac{x^2}{4}$ và đường thẳng (D): $y = -\frac{1}{4}x + 3$

a) Vẽ (P) và (D) trên cùng mặt phẳng tọa độ Oxy.

b) Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (D) bằng phép tính.

Bài 3(1,5 đ). Cho phương trình: $x^2 - (2m - 3)x + m^2 - 2m + 2 = 0$ (m là tham số)

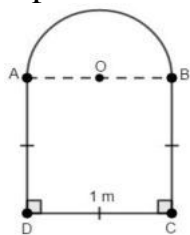
a) Tìm m để phương trình có nghiệm

b) Gọi x_1, x_2 là 2 nghiệm của phương trình. Tìm m để: $x_1(x_1 - 1) + x_2(x_2 - 1) = 8$

Bài 4(1 điểm). Ông Hai có một khu đất hình chữ nhật trước nhà có chiều dài gấp 4 lần chiều rộng. Ông cắt ra 1 phần hình chữ nhật có kích thước 4mx6m để

làm khoảng sân, phần còn lại để trồng rau và hoa có diện tích là 120m^2 . Tính kích thước của cả khu đất.

Bài 5(1 điểm). Cửa sổ của một ngôi nhà gồm 1 phần là hình vuông cạnh 1m và 1 phần là nửa hình tròn như hình vẽ. Tính chu vi của cửa sổ.



Bài 6(3 điểm). Cho $\triangle ABC$ nhọn ($AB < AC$) nội tiếp (O), ba đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H, vẽ đường kính AM của (O).

- Chứng minh tứ giác BFEC nội tiếp và $AE \cdot AD = AH \cdot AD$
- Chứng minh $OA \perp EF$ tại K
- Gọi N là giao điểm của AD và EF, I là giao điểm của AM và
- BC. Chứng minh: $HM \parallel NI$.

ĐỀ CHÍNH THỨC

Thời gian 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Bài 1) (1.5 điểm). Giải các phương trình sau:

a) $3(x^2 - 5) = 4x$

b) $4x^4 + 3x^2 - 1 = 0$

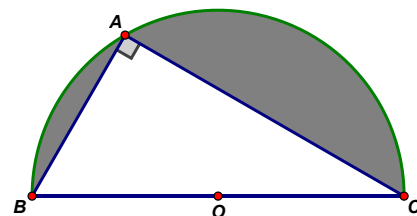
Bài 2) (1,5 điểm). Cho hàm số: $y = -\frac{1}{2}x^2$ có đồ thị là (P).

a) Vẽ (P).

b) Tìm các tọa độ giao điểm của (P) và đường thẳng (D): $y = x - 4$ bằng phép toán.**Bài 3)** (1,5 điểm). Một khu vườn hình chữ nhật có chu vi 70m. Tính diện tích khu vườn biết 2 lần chiều dài nhỏ hơn 3 lần chiều rộng 5m.**Bài 4)** (1 điểm). Một xí nghiệp may cần thanh lý 1410 bộ quần áo. Biết mỗi ngày xí nghiệp đó bán được 30 bộ quần áo. Gọi x là số ngày đã bán, y là số bộ quần áo còn lại sau x ngày bán.

a) Hãy lập công thức tính y theo x.

b) Xí nghiệp cần bao nhiêu ngày để bán hết số bộ quần áo cần thanh lý?

Bài 5) (1 điểm). Cho A là điểm thuộc nửa đường tròn (O) đường kính BC = 6cm và $\widehat{ACB} = 30^\circ$. Tính AB, AC và diện tích phần tô đậm.**Bài 6)** (1.5 điểm). Cho phương trình: $x^2 - 2x + m - 3 = 0$ (x là ẩn).a) Tìm m để phương trình có 2 nghiệm x_1 và x_2 .b) Gọi x_1 và x_2 là hai nghiệm của phương trình trên. Tìm m để $x_1^2 + x_2^2 + x_1^2 \cdot x_2^2 = 4$ **Bài 7)** (2 điểm). Cho $\triangle ABC$ nhọn ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn (O), các đường cao BE và CF cắt nhau tại H.

a) Chứng minh tứ giác AEHF và BCEF nội tiếp.

b) Hai đường thẳng EF và BC cắt nhau tại I. Vẽ tiếp tuyến ID với (O) (D là tiếp điểm, D thuộc cung nhỏ BC). Chứng minh $ID^2 = IB \cdot IC$.c) DE, DF cắt đường tròn (O) tại M và N. Chứng minh $NM \parallel EF$.

UBND QUẬN BÌNH THẠNH
PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

ĐỀ KIỂM TRA
HỌC KỲ 2 NĂM HỌC 2018 – 2019

MÔN TOÁN LỚP 9

ĐỀ CHÍNH THỨC

Thời gian 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Bài 1) (2 điểm). Giải các phương trình sau:

a) $3x + x(x - 4) = 12$

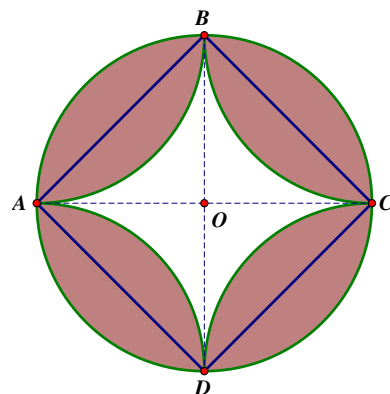
b) $4x^4 - 5x^2 - 9 = 0$

Bài 2) (1,5 điểm). Cho hàm số: $y = \frac{1}{4}x^2$ có đồ thị là (P).

a) Vẽ (P).

b) Tìm các tọa độ giao điểm của (P) và đường thẳng (D): $y = \frac{1}{2}x + 2$ bằng phép toán.**Bài 3)** (1,5 điểm). Cho phương trình: $x^2 - 4x + 2m = 0$ (x là ẩn).a) Tìm m để phương trình có 2 nghiệm x_1 và x_2 .b) Gọi x_1 và x_2 là hai nghiệm của phương trình trên. Tìm m để

$$x_1^2 + x_2^2 - x_1 - x_2 = 16$$

Bài 4) (1 điểm). Để tổ chức cho 345 người bao gồm học sinh khối lớp 9 và giáo viên phụ trách tham dự hội trại kỷ niệm 26/3 tại Phan Thiết, nhà trường đã thuê 9 chiếc xe gồm hai loại: loại 45 chỗ ngồi và loại 15 chỗ ngồi (không kể tài xế). Hỏi mỗi loại có bao nhiêu chiếc xe biết rằng không có xe nào còn trống chỗ.**Bài 5)** (1 điểm). Trong hình vẽ bên, ABCD là hình vuông nội tiếp đường tròn tâm O có bán kính bằng 4cm. Hãy tính độ dài cạnh hình vuông và diện tích phần được tô đậm trong hình vẽ (làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).**Bài 6)** (3 điểm). Cho $\triangle ABC$ nhọn ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn (O), các đường cao AD, BE và CF cắt nhau tại H.

a) Chứng minh tứ giác AEHF và BCEF nội tiếp.

b) Hai đường thẳng EF và BC cắt nhau tại M. Chứng minh $MB \cdot MC = ME \cdot MF$ c) AM cắt đường tròn (O) tại N. Đường thẳng qua B và song song với AC cắt AM tại I và cắt AH tại K. Chứng minh $AN \perp HN$ và $HI = HK$.