

MỤC LỤC

I ĐẠI SỐ

1

§1 – Mở đầu về phương trình	2
(A) Tóm tắt lý thuyết.....	2
(B) Bài tập và các dạng toán.....	2
Dạng 1. Xét xem một số cho trước có là nghiệm của phương trình hay không?.....	2
Dạng 2. Xét sự tương đương của hai phương trình.....	4
(C) Bài tập về nhà.....	5
§2 – Phương trình bậc nhất một ẩn và cách giải	7
(A) Tóm tắt lý thuyết.....	7
(B) Bài tập và các dạng toán.....	7
Dạng 1. Nhận dạng phương trình bậc nhất một ẩn.....	7
Dạng 2. Tìm điều kiện của tham số để phương trình là phương trình bậc nhất một ẩn.....	8
Dạng 3. Cách giải phương trình bậc nhất một ẩn.....	8
(C) Bài tập về nhà.....	11
§3 – Phương trình đưa được về dạng $ax + b = 0$	14
(A) Tóm tắt lý thuyết.....	14
(B) Bài tập và các dạng toán.....	14
Dạng 1. Sử dụng các phép biến đổi thường gặp để giải một số phương trình đơn giản.....	14
Dạng 2. Phương trình có chứa tham số.....	18
Dạng 3. Tìm điều kiện để biểu thức chứa ẩn ở mẫu xác định.....	19
(C) Bài tập về nhà.....	19
§4 – Phương trình tích	22
(A) TÓM TẮT LÝ THUYẾT.....	22
(B) BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN.....	22
Dạng 1. Giải phương trình tích.....	22
Dạng 2. Giải phương trình đưa về phương trình tích.....	24
(C) BÀI TẬP VỀ NHÀ.....	28
§5 – Phương trình chứa ẩn ở mẫu	30
(A) TÓM TẮT LÝ THUYẾT.....	30
(B) BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN.....	31
Dạng 1. Tìm điều kiện xác định của biểu thức.....	31
Dạng 2. Giải phương trình chứa ẩn ở mẫu.....	32

(C)	BÀI TẬP VỀ NHÀ.....	36
§6 –	Giải bài toán bằng cách lập phương trình	38
(A)	TÓM TẮT LÝ THUYẾT.....	38
(B)	BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN.....	38
📁	Dạng 1. Bài toán liên quan đến tìm số.....	38
📁	Dạng 2. Bài toán liên quan đến tỉ số phần trăm.....	39
📁	Dạng 3. Bài toán liên quan đến tỉ số phần trăm.....	40
📁	Dạng 4. Bài toán liên quan đến công việc làm chung, làm riêng.....	41
📁	Dạng 5. Bài toán liên quan đến tính tuổi.....	42
(C)	BÀI TẬP VỀ NHÀ.....	43
§7 –	ÔN TẬP CHƯƠNG III	45
(A)	KIẾN THỨC TRỌNG TÂM.....	45
(B)	CÁC DẠNG TOÁN.....	45
§8 –	Liên hệ giữa thứ tự và phép cộng	51
(A)	Tóm tắt lý thuyết.....	51
(B)	Bài tập và các dạng toán.....	52
📁	Dạng 1. Sắp xếp thứ tự các số trên trục số. Biểu diễn mối quan hệ giữa các tập số.....	52
📁	Dạng 2. Xét tính đúng sai của khẳng định cho trước.....	53
📁	Dạng 3. So sánh.....	54
(C)	Bài tập về nhà.....	54
§9 –	Liên hệ giữa thứ tự và phép nhân	56
(A)	Tóm tắt lý thuyết.....	56
(B)	Bài tập và các dạng toán.....	56
📁	Dạng 1. Xét tính đúng sai của khẳng định cho trước.....	56
📁	Dạng 2. So sánh.....	57
(C)	Bài tập về nhà.....	58
§10 –	Bất phương trình một ẩn	59
(A)	Tóm tắt lý thuyết.....	59
(B)	Bài tập và các dạng toán.....	60
📁	Dạng 1. Kiểm tra $x = a$ có là nghiệm của bất phương trình hay không?.....	60
📁	Dạng 2. Viết bằng kí hiệu tập hợp và biểu diễn tập nghiệm của bất phương trình trên trục số.....	61
(C)	Bài tập về nhà.....	62
§11 –	Bất phương trình bậc nhất một ẩn	63
(A)	TÓM TẮT LÝ THUYẾT.....	63
(B)	BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN.....	63
📁	Dạng 1. Nhận dạng bất phương trình bậc nhất một ẩn.....	63
📁	Dạng 2. Giải bất phương trình.....	64

Dạng 3. Biểu diễn tập nghiệm trên trục số.....	67
Dạng 4. Bất phương trình tương đương.....	69
Dạng 5. Giải bài toán bằng cách lập phương trình.....	70
C Bài tập về nhà.....	71
§12 – Phương trình chứa dấu giá trị tuyệt đối	75
A TÓM TẮT LÝ THUYẾT.....	75
B BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN.....	75
Dạng 1. Rút gọn biểu thức chứa dấu giá trị tuyệt đối.....	75
Dạng 2. Giải các phương trình chứa giá trị tuyệt đối.....	76
C BÀI TẬP VỀ NHÀ.....	85
§13 – ÔN TẬP CHƯƠNG IV	88
A Trọng tâm kiến thức.....	88
B Các dạng bài tập và phương pháp giải.....	88
Dạng 1. Chứng minh bất đẳng thức.....	88
Dạng 2. Tìm giá trị nhỏ nhất, giá trị lớn nhất của biểu thức $f(x)$	89
Dạng 3. Giải bất phương trình.....	90
Dạng 4. Giải phương trình chứa dấu giá trị tuyệt đối.....	92
C BÀI TẬP VỀ NHÀ.....	103
§14 – Định lý Ta-lét	105
A Tóm tắt lý thuyết.....	105
B Bài tập và các dạng toán.....	106
Dạng 1. Viết tỉ số các cặp đoạn thẳng hoặc tính tỉ số của hai đoạn thẳng.....	106
Dạng 2. Sử dụng định lý Ta-lét để tính độ dài đoạn thẳng hoặc chứng minh đoạn thẳng tỉ lệ.....	107
C Bài tập về nhà.....	109
D BÀI TẬP TỰ LUYỆN.....	110
§15 – Định lý đảo và hệ quả của định lý Ta-lét	111
A Tóm tắt lý thuyết.....	111
B Bài tập và các dạng toán.....	112
Dạng 1. Sử dụng hệ quả của định lý Ta-lét để tính độ dài đoạn thẳng.....	112
Dạng 2. Sử dụng định lý Ta-lét đảo để chứng minh các đường thẳng song song.....	113
Dạng 3. Sử dụng hệ quả định lý Ta-lét để chứng minh các hệ thức, các đoạn thẳng bằng nhau.....	114
C Bài tập về nhà.....	115
D BÀI TẬP TỰ LUYỆN.....	117
§16 – Tính chất của đường phân giác của tam giác	120
A Tóm tắt lý thuyết.....	120
B Bài tập và các dạng toán.....	121

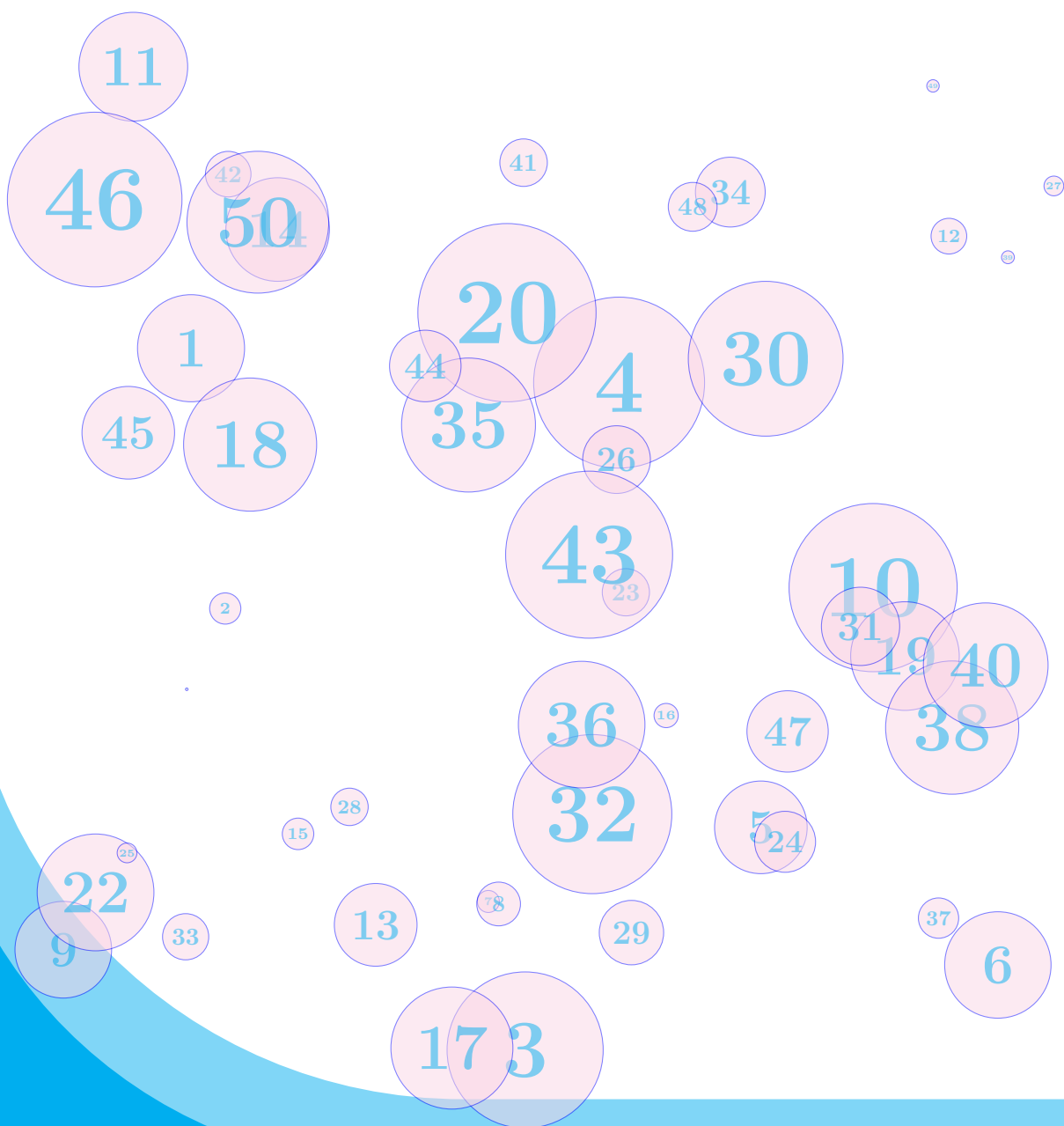
📁 Dạng 1. Sử dụng tính chất đường phân giác của tam giác để tính độ dài đoạn thẳng	121
📁 Dạng 2. Sử dụng tính chất đường phân giác của tam giác để tính tỉ số, chứng minh các hệ thức, các đoạn thẳng bằng nhau, các đường thẳng song song	122
(C) Bài tập về nhà	124
(D) BÀI TẬP TỰ LUYỆN	126
§17 – Khái niệm hai tam giác đồng dạng	128
(A) Tóm tắt lý thuyết	128
(B) Bài tập và các dạng toán	129
📁 Dạng 1. Chứng minh hai tam giác đồng dạng	129
📁 Dạng 2. Tìm tỉ số đồng dạng, tính độ dài cạnh, chứng minh đẳng thức cạnh thông qua tam giác đồng dạng	130
(C) Bài tập về nhà	131
(D) BÀI TẬP TỰ LUYỆN	133
§18 – Trường hợp đồng dạng thứ nhất	135
(A) Tóm tắt lý thuyết	135
(B) Bài tập và các dạng toán	135
📁 Dạng 1. Chứng minh hai tam giác đồng dạng	135
📁 Dạng 2. Sử dụng trường hợp đồng dạng thứ nhất để tính độ dài các cạnh hoặc chứng minh các góc bằng nhau	136
(C) Bài tập về nhà	137
(D) BÀI TẬP TỰ LUYỆN	138
§19 – Trường hợp đồng dạng thứ hai	139
(A) Tóm tắt lý thuyết	139
(B) Bài tập và các dạng toán	140
📁 Dạng 1. Chứng minh hai tam giác đồng dạng	140
📁 Dạng 2. Sử dụng trường hợp đồng dạng thứ hai để tính độ dài cạnh hoặc chứng minh các góc bằng nhau	141
(C) Bài tập về nhà	142
(D) BÀI TẬP TỰ LUYỆN	144
§20 – Trường hợp đồng dạng thứ ba	146
(A) Tóm tắt lý thuyết	146
(B) Bài tập và các dạng toán	146
📁 Dạng 1. Chứng minh hai tam giác đồng dạng	146
📁 Dạng 2. Sử dụng trường hợp đồng dạng thứ ba để tính độ dài các cạnh, chứng minh hệ thức cạnh, hoặc chứng minh các góc bằng nhau	147
(C) Bài tập về nhà	148
(D) BÀI TẬP TỰ LUYỆN	149

§21 – Các trường hợp đồng dạng của tam giác vuông	151
(A) Tóm tắt lý thuyết.....	151
(B) Bài tập và các dạng toán.....	152
Dạng 1. Chứng minh hai tam giác vuông đồng dạng.....	152
Dạng 2. Sử dụng trường hợp đồng dạng của tam giác vuông tính độ dài cạnh, chứng minh hệ thức cạnh hoặc chứng minh các góc bằng nhau.....	153
Dạng 3. Tỷ số diện tích của hai tam giác đồng dạng.....	154
(C) Bài tập về nhà.....	155
(D) BÀI TẬP TỰ LUYỆN.....	156
§22 – ÔN TẬP CHƯƠNG III	158
(A) Tóm tắt lý thuyết.....	158
(B) Bài tập và các dạng toán.....	158
(C) Bài tập về nhà.....	161
(D) Đề kiểm tra chương III.....	163
§23 – Hình hộp chữ nhật	167
(A) Tóm tắt lý thuyết.....	167
(B) Bài tập và các dạng toán.....	168
Dạng 1. Nhận biết các đỉnh, các cạnh và các mặt của hình hộp chữ nhật.....	168
Dạng 2. Nhận biết vị trí tương đối của hai đường thẳng, của đường thẳng với mặt phẳng và của hai mặt phẳng của hình hộp chữ nhật.....	170
Dạng 3. Tính toán các số liệu liên quan đến cạnh, mặt của hình hộp chữ nhật.....	171
(C) Bài tập về nhà.....	173
§24 – Thể tích của hình hộp chữ nhật	175
(A) Tóm tắt lý thuyết.....	175
(B) Bài tập và các dạng toán.....	175
Dạng 1. Nhận biết quan hệ vuông góc giữa đường thẳng và mặt phẳng trong hình hộp chữ nhật.....	175
Dạng 2. Tính thể tích hình hộp chữ nhật và các bài toán liên quan đến cạnh và mặt của hình hộp chữ nhật.....	176
(C) Bài tập về nhà.....	178
§25 – Hình lăng trụ đứng	179
(A) Tóm tắt lý thuyết.....	179
(B) Bài tập và các dạng toán.....	180
Dạng 1. Xác định các đỉnh, các cạnh, các mặt và mối quan hệ giữa các cạnh với nhau của hình lăng trụ đứng.....	180
Dạng 2. Tính độ dài các cạnh và các đoạn thẳng khác trong hình lăng trụ đứng....	183
(C) Bài tập về nhà.....	184

§26 – Diện tích xung quanh và thể tích hình lăng trụ đứng	187
(A) Tóm tắt lý thuyết.....	187
(B) Bài tập và các dạng toán.....	187
📁 Dạng 1. Tính diện tích xung quanh, diện tích toàn phần và thể tích của hình lăng trụ đứng.....	187
📁 Dạng 2. Một số bài toán thực tế trong cuộc sống liên quan đến lăng trụ đứng.....	189
(C) Bài tập về nhà.....	190
§27 – Hình chóp đều và hình chóp cụt đều	193
(A) Tóm tắt lý thuyết.....	193
(B) Bài tập và các dạng toán.....	195
📁 Dạng 1. Nhận biết các kiến thức cơ bản hình chóp đều.....	195
📁 Dạng 2. Tính độ dài các cạnh của hình chóp đều.....	196
(C) Bài tập về nhà.....	197
§28 – Diện tích xung quanh và thể tích của hình chóp đều	198
(A) Tóm tắt lý thuyết.....	198
(B) Bài tập và các dạng toán.....	199
📁 Dạng 1. Các bài toán về diện tích xung quanh, diện tích toàn phần và thể tích của hình chóp đều.....	199
📁 Dạng 2. Các bài toán cơ bản về mối quan hệ giữa hình lập phương, hình hộp chữ nhật với hình chóp đều.....	201
(C) Bài tập về nhà.....	202
§29 – Ôn tập chương 4	203
(A) Tóm tắt lý thuyết.....	203
(B) Bài tập và các dạng toán.....	203
(C) Bài tập về nhà.....	206
§30 – Đề kiểm tra chương 4	207
(A) Đề số 1.....	207
(B) Đề số 2.....	210

PHẦN ĐẠI SỐ

I



BÀI 1. MỞ ĐẦU VỀ PHƯƠNG TRÌNH

A – TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Khái niệm phương trình một ẩn

- ☑ Phương trình một ẩn x là phương trình có dạng $A(x) = B(x)$, trong đó $A(x)$ và $B(x)$ là các biểu thức của biến x .

2. Các khái niệm khác liên quan

- ☑ Giá trị x_0 được gọi là *ng nghiệm* của phương trình $A(x) = B(x)$ nếu đẳng thức $A(x_0) = B(x_0)$ đúng.
- ☑ *Giải phương trình* là đi tìm tất cả các nghiệm của phương trình đó.
- ☑ Tập nghiệm của phương trình là tập hợp tất cả các nghiệm của phương trình đó.
- ☑ Hai phương trình được gọi là *tương đương* nếu chúng có *cùng tập nghiệm*.
- ⚠ Hai phương trình cùng vô nghiệm tương đương nhau.

B – BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. Xét xem một số cho trước có là nghiệm của phương trình hay không?

Để xem số thực x_0 có là nghiệm của phương trình $A(x) = B(x)$ hay không, ta thay x_0 vào phương trình để kiểm tra:

- ☑ Nếu $A(x_0) = B(x_0)$ đúng, ta nói x_0 là *ng nghiệm* của phương trình đã cho.
- ☑ Nếu $A(x_0) \neq B(x_0)$, ta nói x_0 *không* là *ng nghiệm* của phương trình đã cho.

🔗 **Ví dụ 1.** Hãy xét xem $x = 1$ có là nghiệm của mỗi phương trình sau hay không?

a) $x^2 + x + 1 = x + 2$;

b) $3(x^2 + 1) - 2 = 3x + 1$.

💬 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

🔗 **Ví dụ 2.** Hãy xét xem $x = 2$ có là nghiệm của mỗi phương trình sau hay không?

a) $x^2 - x + 1 = -x + 3$;

b) $5x - 3 + 2(x - 1) = 10$.

💬 **Lời giải.**

Dạng 2. Xét sự tương đương của hai phương trình

Thông thường ta thực hiện theo các bước sau đây:

- ☑ *Bước 1.* Tìm các tập nghiệm S_1, S_2 lần lượt của hai phương trình đã cho;
 - ☑ *Bước 2.* Nếu $S_1 = S_2$ ta kết luận hai phương trình tương đương, nếu $S_1 \neq S_2$ ta kết luận hai phương trình không tương đương.
-  *Nếu chỉ ra được một nghiệm của phương trình này mà không là nghiệm của phương trình kia thì hai phương trình không tương đương.*

🔗 **Ví dụ 7.** Xét xem hai phương trình sau có tương đương không? Vì sao?

a) $x = -3$ và $2x = -6$;

b) $-2x = 3x - 1$ và $x = -1$.

 **Lời giải.**

🔗 **Ví dụ 8.** Xét xem hai phương trình sau có tương đương không? Vì sao?

a) $x = -4$ và $\frac{x}{4} + 1 = 0$;

b) $x(x - 3) + 3x = 1$ và $x^3 = 1$.

 **Lời giải.**

🔗 **Ví dụ 9.** Cho hai phương trình $x^2 - 5x + 6 = 0$ (1) và $x + (x - 2)(2x + 1) = 2$ (2).

- a) Chứng minh hai phương trình có nghiệm chung là $x = 2$.
- b) Chứng minh $x = 3$ là nghiệm của phương trình (1) nhưng không là nghiệm của phương trình (2).
- c) Hai phương trình đã cho có tương đương với nhau không? Tại sao?

 **Lời giải.**

❖ **Ví dụ 10.** Cho hai phương trình $x^2 - 6x + 8 = 0$ (1) và $(x - 2)(x - 4) = 0$ (2).

- Chứng minh hai phương trình có nghiệm chung là $x = 4$.
- Chứng minh $x = 2$ là nghiệm của phương trình (1).
- Hai phương trình đã cho có tương đương với nhau hay không biết mỗi phương trình đều có hai nghiệm?

💬 **Lời giải.**

C – BÀI TẬP VỀ NHÀ

Bài 1. Hãy xét xem số $x = -1$ có là nghiệm của mỗi phương trình sau hay không?

- $x^3 - 2(x^2 + 1) = 3(x - 2) + 4$.
- $3\left(x + \frac{1}{3}\right) - 2(x^2 + 1) = 6(x - 1)$.

💬 **Lời giải.**

Bài 2. Cho phương trình ẩn x : $x(x-4) - x^2 + 3mx = 2mx^2$. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình có nghiệm $x = 1$.

 **Lời giải.**

Bài 3. Tìm tất cả các giá trị của m sao cho phương trình $2(x-2m)+3=\frac{1}{2}x+1$ nhận $x=\frac{1}{2}$ làm nghiệm.

 **Lời giải.**

Bài 4. Cho hai phương trình $\frac{2}{3}(1-x)=2\left(\frac{-1}{6}+\frac{2}{3}x\right)$ (1) và $(2x-1)(x+1)=0$ (2).

- Chứng minh $x=\frac{1}{2}$ là nghiệm chung của hai phương trình.
- Chứng minh $x=-1$ là nghiệm của phương trình (2) nhưng không phải là nghiệm của phương trình (1).
- Hai phương trình đã cho có tương đương với nhau không? Vì sao?

 **Lời giải.**

Bài 5. Chứng minh tập nghiệm của phương trình $2(x-3)=3(x+1)-(x+9)$ là tập số thực $\mathbb{R}$.

 **Lời giải.**

BÀI 2. PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT MỘT ẨN VÀ CÁCH GIẢI

A – TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Khái niệm

Phương trình dạng $ax + b = 0$, với a, b là các số đã cho và $a \neq 0$ được gọi là phương trình bậc nhất một ẩn.

2. Hai quy tắc cơ bản biến đổi phương trình

a) *Quy tắc chuyển vế:*

Trong một phương trình, khi chuyển một hạng tử từ vế này sang vế kia cần đổi dấu hạng tử đó.

b) *Quy tắc nhân (hoặc chia) với một số khác 0:*

Trong cùng một phương trình, ta có thể nhân (hoặc chia) hai vế với cùng một số khác 0.

3. Cách giải phương trình bậc nhất

☑ Từ một phương trình, khi sử dụng quy tắc chuyển vế hay quy tắc nhân (hoặc chia) hai vế với một số khác 0, ta thu được một phương trình mới tương đương với phương trình đã cho.

☑ Tổng quát cách giải phương trình bậc nhất dạng $ax + b = 0$ ($a \neq 0$):

$$ax + b = 0 \Leftrightarrow ax = -b \Leftrightarrow x = -\frac{b}{a}.$$

B – BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. Nhận dạng phương trình bậc nhất một ẩn

Dựa vào định nghĩa phương trình bậc nhất một ẩn.

🔗 **Ví dụ 1.** Trong các phương trình sau, phương trình nào là phương trình bậc nhất một ẩn. Hãy chỉ ra hệ số a và b tương ứng.

a) $x + 2 = 0$;

b) $x - 2x^2 = 1$;

c) $\frac{1}{5x} + 1 = 0$;

d) $3y = 0$;

e) $1 - 3y = 0$;

f) $0 \cdot x - 1 = 0$.

💬 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Dạng 2. Tìm điều kiện của tham số để phương trình là phương trình bậc nhất một ẩn.

Phương trình $ax + b = 0$ là phương trình bậc nhất một ẩn x khi $a \neq 0$.

🔗 **Ví dụ 2.** Tìm điều kiện của m để các phương trình sau là phương trình bậc nhất một ẩn x :

a) $(m - 2)x + 1 = 0$;

b) $(m^2 - 4)x - 2 = 0$;

c) $mx - 2x + 1 = 0$;

d) $(m^2 - 4)x^2 - (m + 2)x - 4 = 0$.

 **Lời giải.**

Dạng 3. Cách giải phương trình bậc nhất một ẩn.

Xem cách giải phương trình bậc nhất một ẩn trong phần *Tóm tắt lý thuyết*.



🕒 Nếu phương trình thu gọn có dạng $0 \cdot x = 0$ thì phương trình có vô số nghiệm hay $S = \mathbb{R}$.

🕒 Nếu phương trình thu gọn có dạng $0 \cdot x = m$ với $m \neq 0$ thì phương trình vô nghiệm hay $S = \emptyset$.

🔗 **Ví dụ 3.** Giải các phương trình sau:

a) $3x + 9 = 0$;

b) $3x - 2 = 0$;

c) $4 - 2x = 0$;

d) $-2x + 6 = 0$;

e) $0,5x - 1 = 0$;

f) $3,6 - 0,6x = 0$;

g) $\frac{2}{3}x - 1 = \frac{1}{3}$;

h) $-\frac{1}{3}x + 1 = \frac{2}{3}x - 3$;

i) $4x - 3 = 2x + 1$;

j) $-\frac{1}{2}(x + 1) + 1 = 2x + \frac{1}{3}$.

 **Lời giải.**

❖ Ví dụ 4. Giải các phương trình sau:

a) $2x - 4 = 0$;

b) $2x - 5 = 0$;

c) $6 - 2x = 0$;

d) $-3x - 9 = 0$;

e) $0,25x - 1 = 0$;

f) $4,9 - 0,7x = 0$;

g) $\frac{2}{5}x + 1 = \frac{4}{5}$;

h) $-\frac{1}{2}x + 2 = \frac{5}{2}x - 1$;

i) $3x + 2 = 2x - 3$;

j) $-\frac{1}{2}(2x + 1) + \frac{1}{2} = x - 1$.

💬 Lời giải.

❖ Ví dụ 5. Chứng minh các phương trình sau đây vô nghiệm:

a) $2(x + 3) - 4 = 2x - 5$;

b) $2(1 - 4x) - 7 = -8x$;

c) $2(1 - 1,5x) = 1 - 3x$;

d) $2|x| = -1$.

💬 Lời giải.

❖ Ví dụ 6. Giải các phương trình sau:

a) $(m - 2)x = 3$ khi $m = 3$;

b) $(2m - 1)x - 3 = x + 2m - 5$ khi $m = -1$;

c) $(m^2 - 4m + 9)x = x - 4$ khi $m = 2$.

💬 Lời giải.

❖ Ví dụ 7. Tìm giá trị của m sao cho phương trình:

a) $(m - 2)x = 3$ nhận $x = 1$ làm nghiệm;

b) $4x - m = 3x + 5$ nhận $x = -2$ làm nghiệm.

💬 Lời giải.

C – BÀI TẬP VỀ NHÀ

Bài 1. Trong các phương trình sau, phương trình nào là phương trình bậc nhất một ẩn. Hãy chỉ ra hệ số a và b tương ứng.

a) $2x - 1 = 0;$

b) $-x + x^2 = 2;$

c) $\frac{1}{x} - 3 = 0;$

d) $5y = 0;$

e) $3 - 2y = 0;$

f) $0 \cdot x = -1.$

 **Lời giải.**

Bài 2. Tìm điều kiện của m để các phương trình sau là phương trình bậc nhất một ẩn x :

a) $(m + 1)x + 1 = 0;$

b) $(m^2 - 9)x + 3 = 0;$

c) $mx + x + 1 = 0;$

d) $(m^2 - 9)x^2 - (m - 3)x + 1 = 0.$

 **Lời giải.**

Bài 3. Giải các phương trình sau:

a) $2x - 8 = 0;$

b) $2x - 7 = 0;$

c) $9 - 3x = 0;$

d) $-2x - 4 = 0;$

e) $0,25x - 2 = 0;$

f) $8,1 - 0,9x = 0;$

g) $\frac{1}{4}x + 2 = \frac{3}{4};$

h) $\frac{1}{2}x + 2 = \frac{5}{2}x - 1;$

i) $-2x + 3 = x + 2;$

j) $-\frac{1}{4}(x + 4) + 1 = \frac{x}{4} + \frac{1}{2}.$

 Lời giải.

Bài 4. Chứng minh các phương trình sau đây vô nghiệm:

a) $x - 4 = x + 3$;

b) $3(1 - x) + 1 = -3x$;

c) $2(1 + 2,5x) = 3 + 5x;$

d) $|x| = -6$.

 Lời giải.

Bài 5. Giải các phương trình sau:

a) $(m - 1)x = 2$ khi $m = 2$;

b) $mx + 1 = 2 + x$ khi $m = -1$;

c) $(m^2 - 1)x = x + 3$ khi $m = 2$.

 Lời giải.

Bài 6. Tìm giá trị của m sao cho phương trình:

- a) $(m + 3)x = 3$ nhận $x = 1$ là nghiệm;
 b) $x + m = 2x - 5$ nhận $x = 2$ là nghiệm.

 **Lời giải.**

Bài 7. Tìm giá trị của k sao cho nghiệm của phương trình (1) cũng là nghiệm của phương trình (2):

$$2x + 1 = 3(x - 2) \quad (1) \text{ và } (k - 1)x = 2x - 3k + 5 \quad (2).$$

 **Lời giải.**

Bài 8. Tìm giá trị của k biết rằng một trong hai phương trình $2x = 8$ và $kx - 3 = 9$ nhận $x = 4$ làm nghiệm, phương trình còn lại nhận $x = 6$ làm nghiệm.

 **Lời giải.**

Bài 9. Cho phương trình $(4m^2 - 1)x - 1 = 2m$. Giải phương trình trong mỗi trường hợp sau:

- a) $m = \frac{1}{2}$; b) $m = -\frac{1}{2}$; c) $m = 1$.

 **Lời giải.**

BÀI 3. PHƯƠNG TRÌNH ĐƯA ĐƯỢC VỀ DẠNG $AX + B = 0$

A – TÓM TẮT LÝ THUYẾT

Sử dụng các quy tắc trong bài học trước để đưa phương trình đã cho về dạng $ax + b = 0$.
Chú ý đến các kiến thức liên quan, bao gồm:

- ☑ Các hằng đẳng thức đáng nhớ;
- ☑ Cách giải phương trình chứa dấu giá trị tuyệt đối cơ bản;
- ☑ Quy tắc chuyển vế, quy tắc nhân, chia với số khác 0.
- ☑ ...

B – BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. Sử dụng các phép biến đổi thường gặp để giải một số phương trình đơn giản

Các bước để giải phương trình:

Bước 1. Thực hiện phép tính để bỏ dấu ngoặc hoặc quy đồng mẫu thức rồi khử mẫu;

Bước 2. Chuyển các hạng tử chứa ẩn sang một vế, các hằng số sang một vế;

Bước 3. Thu gọn, giải phương trình tìm được.

 Để hai biểu thức A và B bằng nhau ta cho $A = B$ và giải phương trình tìm được.

🔗 **Ví dụ 1.** Giải các phương trình sau:

a) $5 + 3x = 4x - 9$;

b) $3,2x - 5(x - 0,2) = 5 + 0,2x$;

c) $1,5 - (x + 2) = -3(x + 0,1)$;

d) $(x - 1) - (2x - 1) = x + 4$;

e) $\frac{2}{3} - \frac{1}{2}(x + 2) = -x + 1$;

f) $3t - 4 + 13 + 2(t + 2) = -3t$.

 **Lời giải.**

❖ **Ví dụ 2.** Giải các phương trình sau:

a) $4 - 2x = x - 2;$

b) $-3(x - 2) - (x + 1) = 5x - 4;$

c) $x - 4x + 2x - 29 = 4x + 1;$

d) $(2x - 1) - (4x - 1) = x + 6;$

e) $\frac{4}{5} + \left(x - \frac{3}{4}\right) = \frac{1}{2}(x + 1);$

f) $3u - 4 + 2u - 3 = u - 2.$

💬 **Lời giải.**

❖ Ví dụ 3. Giải các phương trình sau:

$$\text{a) } \frac{2(x-3)}{4} - \frac{1}{2} = \frac{6x+9}{3} - 2;$$

$$\text{b) } \frac{2(3x+1)+1}{4} - 5 = \frac{2(3x-1)}{5} - \frac{3x+2}{10};$$

$$\text{c) } \frac{x}{3} + \frac{x-2}{4} = 0,5x - 2,5;$$

$$\text{d) } \frac{2x-4}{3} - 2x = -\frac{6x+3}{5} + \frac{1}{15}.$$

💬 Lời giải.

❖ Ví dụ 4. Giải các phương trình sau:

$$\text{a) } \frac{5x-3}{2} - 3 = \frac{2+5x}{4};$$

$$\text{b) } \frac{3(x+3)}{4} + \frac{1}{2} = \frac{5x+9}{3} - \frac{7x-9}{4};$$

$$\text{c) } 2(0,2 - 1,3x) = \frac{5x-6}{3} + 4;$$

$$\text{d) } \frac{7-3x}{12} + \frac{3}{4} = 2(x-2) + \frac{5(5-2x)}{6}.$$

💬 Lời giải.

❖ **Ví dụ 5.** Tìm các giá trị của x sao cho hai biểu thức A và B sau đây có giá trị bằng nhau:

- a) $A = 2(x - 3) + 5x(x - 1)$ và $B = 5x^2$;
- b) $A = 5x(x + 1)$ và $B = 5x^2 + 3(x - 2)$;
- c) $A = (x - 3)(x + 3) + 3x^2$ và $B = (2x - 1)^2 + x$;
- d) $A = (x + 2)^3 - (x - 6)^3$ và $B = 6(2x - 1)(2x + 1)$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Ví dụ 6.** Tìm các giá trị của x sao cho hai biểu thức A và B sau đây có giá trị bằng nhau:

- a) $A = 2x(x + 5)$ và $B = (x + 3)^2 + (x - 1)^2 + 20$;
- b) $A = (x - 2)(x + 3) + 2x$ và $B = (x - 2)^2 + 4$;
- c) $A = (2x - 1)(2x + 1) - x^2$ và $B = x(3x + 4) + x - 2$;
- d) $A = (x + 3)^3 - (x - 1)^3$ và $B = 3(2x - 3)(2x + 3)$.

 Lời giải.

Dạng 2. Phương trình có chứa tham số

- ☑ Thực hiện quy tắc chuyển vế đổi dấu, quy tắc nhân, hằng đẳng thức, quy đồng mẫu rồi khử mẫu,... để biến đổi phương trình về dạng $ax + b = 0$.
- ☑ Nếu giá trị x_0 là nghiệm của phương trình $A(x) = B(x)$ thì $A(x_0) = B(x_0)$.

🔗 **Ví dụ 7.** Cho phương trình $3(a - 2)x + 2a(x - 1) = 4a + 3$ (1).

- a) Giải phương trình (1) với $a = -2$.
- b) Tìm a để phương trình (1) có nghiệm $x = 1$.

 Lời giải.

🔗 **Ví dụ 8.** Cho phương trình $2ax - 3(a + 1)x = a - 2$ (1).

- a) Giải phương trình (1) với $a = 3$.
- b) Tìm a để phương trình (1) có nghiệm $x = -2$.

 Lời giải.

Dạng 3. Tìm điều kiện để biểu thức chứa ẩn ở mẫu xác định

$\frac{A(x)}{B(x)}$ xác định khi và chỉ khi $B(x) \neq 0$.

✎ **Ví dụ 9.** Tìm điều kiện của x để giá trị mỗi phân thức sau xác định

a) $\frac{4x}{5(2x+1)}$;

b) $\frac{3}{(x-2)(x+3)}$.

 **Lời giải.**

✎ **Ví dụ 10.** Tìm điều kiện của x để giá trị mỗi phân thức sau xác định

a) $\frac{1}{-3(x-3)}$;

b) $\frac{4x-2}{2(x-1)}$.

 **Lời giải.**

C – BÀI TẬP VỀ NHÀ

Bài 1. Giải các phương trình sau

a) $2 + 3x = 5x - 3$;

b) $(3x - 5) - 2(2x + 1) = x + 2$;

c) $x + 2x - 3x - 9 = 2x + 3$;

d) $(5x + 2) - 4(3x + 1) = -2x + 8$;

e) $\frac{3}{2} + \frac{4}{3} \left(3x - \frac{1}{2} \right) = \frac{1}{3}x + 2$;

f) $u + 2 - 2u + 3 = 3u - 4$.

 **Lời giải.**

Bài 2. Giải các phương trình sau

a) $\frac{3x+2}{2} - \frac{3x+1}{6} = \frac{5}{3} + 2x;$

b) $\frac{x+2}{3} - \frac{3x-1}{5} = -2;$

c) $\frac{x}{20} - \frac{x-10}{25} = -2;$

d) $\frac{x+1}{11} - \frac{2x-5}{15} = \frac{3x-47}{17} - \frac{4x-59}{19}.$

 **Lời giải.**

Bài 3. Tìm các giá trị của x sao cho hai biểu thức A và B sau đây có giá trị bằng nhau

- a) $A = 2x(x - 5) - (x + 3)^2$ và $B = -2x - x(5 - x)$;
- b) $A = 2(26 - x) - 4x(x + 5)$ và $B = 2x + 1 - (2x - 1)^2$;
- c) $A = (x + 1)^2 + (x - 1)^2$ và $B = 2x(x + 1) - 6$.

 **Lời giải.**

Bài 4. Cho phương trình $(a - 4)x + a(x + 3) = a + 1$ (1).

- a) Giải phương trình (1) với $a = 3$;
- b) Tìm a để phương trình (1) có nghiệm $x = -2$.

 **Lời giải.**

BÀI 4. PHƯƠNG TRÌNH TÍCH

A – TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Phương trình tích dạng $A(x) \cdot B(x) = 0$

Giải phương trình dạng $A(x) \cdot B(x) = 0$ ta sử dụng công thức

$$A(x) \cdot B(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} A(x) = 0 \\ B(x) = 0. \end{cases}$$

Ví dụ: Phương trình $(2x - 1)(x + 3) = 0$ được gọi là một phương trình tích. Ta có:

$$(2x - 1)(x + 3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 1 = 0 \\ x + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ x = -3. \end{cases}$$

2. Mở rộng với phương trình tích:

$$A(x) \cdot B(x) \cdots M(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} A(x) = 0 \\ B(x) = 0 \\ \dots \\ M(x) = 0. \end{cases}$$

B – BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. Giải phương trình tích

☑ *Bước 1.* Áp dụng công thức $A(x) \cdot B(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} A(x) = 0 \\ B(x) = 0. \end{cases}$

☑ *Bước 2.* Lấy tất cả các nghiệm rồi kết luận.

🔗 **Ví dụ 1.** Giải các phương trình sau

a) $(x - 2)(x + 3) = 0;$

b) $(2x - 3)(x^2 + 1) = 0;$

c) $(x + 2) \left(\frac{x+1}{2} - \frac{1}{3} \right) = 0;$

d) $(x + 1)(2x - 1)(x - 2) = 0.$

 Lời giải.

🔗 **Ví dụ 2.** Giải các phương trình sau

a) $(x - 1)(x + 8) = 0$;

b) $(x - 5)(4 + x^2) = 0$;

c) $(x - 3) \left(\frac{2x}{3} + 1 \right) = 0;$

d) $(x + 1)(x + 4)(x - 1) = 0$.

 Lời giải.

Dạng 2. Giải phương trình đưa về phương trình tích

🕒 *Bước 1.* Biến đổi phương trình đã cho về phương trình tích;

🕒 *Bước 2.* Áp dụng công thức:

$$A(x) \cdot B(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} A(x) = 0 \\ B(x) = 0; \end{cases}$$

🕒 *Bước 3.* Kết luận.

🔗 **Ví dụ 3.** Giải các phương trình sau

- a) $3x(x - 2) + 4(x - 2) = 0;$
- b) $x^2 - 9 + (x + 3)(5 - 2x) = 0;$
- c) $4x(3 - 2x) - 15 + 10x = 0;$
- d) $(3x - 4)^2 - (x - 3)^2 = 0.$

 **Lời giải.**

🔗 **Ví dụ 4.** Giải các phương trình sau

- a) $2(x + 6) + x(x + 6) = 0;$
- b) $x^2 - 1 - (x - 1)(1 - 2x) = 0;$
- c) $3x(x - 2) + 4x - 8 = 0;$
- d) $(3x + 1)^2 - (1 + 2x)^2 = 0.$



a) $x(x - 1) = 2x(x - 2)$;

b) $\frac{x}{3}(2x + 5) = (2x + 5)(x - 1);$

c) $2x + 6 = 4x(x + 3)$;

d) $\frac{2}{5}x - 2 = 3x(x - 5).$

❖ **Ví dụ 6.** Giải các phương trình sau

a) $x(x - 2) = x(2x + 1);$

b) $\frac{x}{2}(x - 2) = (x - 2)(3x + 1);$

c) $3x(x - 2) = 4x - 8;$

d) $\frac{x}{3} - 1 = x(x - 3).$

💬 **Lời giải.**

❖ **Ví dụ 7.** Giải các phương trình bậc hai sau bằng cách đưa về dạng phương trình tích:

a) $(x^2 + 4x + 4) - 16 = 0;$

b) $x^2 + x = 2x + 2;$

c) $x^2 + 3x + 2 = 0$;

d) $2x^2 + 7x - 9 = 0$.

 Lời giải.

✧ Ví dụ 8. Giải các phương trình bậc hai sau bằng cách đưa về dạng phương trình tích:

a) $(x^2 + 2x + 1) - 9 = 0$;

b) $x^2 - 2x = 4x - 8$;

c) $x^2 - 7x + 6 = 0$;

d) $2x^2 - 3x - 5 = 0$.

 Lời giải.

C- BÀI TẬP VỀ NHÀ

Bài 1. Giải các phương trình sau:

a) $(3x - 1)(2x + 5) = 0$;

b) $(3 - 4x)(x^2 + 2) = 0$;

c) $(x+1)\left(\frac{2}{5} + \frac{2-x}{4}\right) = 0;$

d) $(3 - x)(x - 4)(2x + 7) = 0$.

 **Lời giải.**

Bài 2. Giải các phương trình sau:

Bài 4. Giải các phương trình bậc hai sau bằng cách đưa về dạng phương trình tích:

a) $(x^2 - 4x + 4) - 25 = 0;$

b) $x^2 + 3x = 5x + 15;$

c) $x^2 - 9x + 8 = 0;$

d) $4x^2 - 12x + 5 = 0.$

 **Lời giải.**

BÀI 5. PHƯƠNG TRÌNH CHỨA ẨN Ở MẪU

A – TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1.

- ✔ *Bước 1.* Tìm điều kiện xác định của phương trình;
- ✔ *Bước 2.* Quy đồng mẫu hai vế của phương trình rồi khử mẫu;
- ✔ *Bước 3.* Giải phương trình vừa nhận được;
- ✔ *Bước 4* (Kết luận). Trong các giá trị của ẩn tìm được ở bước 3, các giá trị thoả mãn điều kiện xác định chính là nghiệm của phương trình đã cho.

Lưu ý: Khi giải phương trình chứa ẩn ở mẫu, ta cần đặc biệt chú ý đến *điều kiện xác định* (ĐKXD) là tất cả các mẫu thức phải khác 0.

B – BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. Tìm điều kiện xác định của biểu thức

Biểu thức $\frac{A(x)}{B(x)}$ [với $A(x), B(x)$ là các đa thức] xác định khi và chỉ khi $B(x)$ khác 0.

🔗 **Ví dụ 1.** Tìm điều kiện xác định của biểu thức

a) $A = \frac{3x+2}{x-1} + \frac{2}{1-x};$

$$\text{b) } B = \frac{-2x + 3}{x^2 - 4x + 3} + \frac{1}{x - 3};$$

c) $C = \frac{x+2}{x^2-x+1} + \frac{1-x}{2};$

d) $D = \frac{x-2}{x^3-1} + \frac{3x+2}{x^2+x+1}.$

 **Lời giải.**

❖ Ví dụ 2. Tìm điều kiện xác định của biểu thức

$$\text{a) } A = \frac{x}{x-4} + \frac{-2}{3-x};$$

$$\text{b) } B = \frac{9x+3}{4x+8} + \frac{1}{2x};$$

$$\text{c) } C = \frac{x-1}{x^2+x+1} + \frac{3-x}{5};$$

$$\text{d) } D = \frac{x+2}{x^3-8} + \frac{3x-1}{x^2+2x+4}.$$

💬 Lời giải.

📁 Dạng 2. Giải phương trình chứa ẩn ở mẫu

Áp dụng các bước giải trong phần *Tóm tắt lý thuyết*

❖ Ví dụ 3. Giải các phương trình sau

$$\text{a) } \frac{1}{x-2} + 3 = \frac{3-x}{x-2};$$

$$\text{b) } \frac{3}{1-4x} = \frac{2}{4x+1} - \frac{8+6x}{16x^2-1};$$

💬 Lời giải.

✧ Ví dụ 4. Giải các phương trình sau

a) $\frac{x+3}{2-x} - \frac{1}{2} = -2;$

b) $\frac{3x+2}{3x-2} - \frac{6}{2+3x} = \frac{9x^2+4}{9x^2-4}.$

💬 Lời giải.

✧ Ví dụ 5. Giải các phương trình sau

a) $\frac{1}{x-1} + \frac{2}{x^2+x+1} = \frac{3x^2}{x^3-1};$

b) $\frac{x-1}{x-2} - \frac{5}{x^2-4} = \frac{12}{x^2-4} + 1.$

💬 Lời giải.

✧ Ví dụ 6. Giải các phương trình sau

a) $\frac{2}{x-1} + \frac{2x+3}{x^2+x+1} = \frac{(2x-1)(2x+1)}{x^3-1};$

b) $5 + \frac{96}{x^2-16} = \frac{2x-1}{x+4} - \frac{3x-1}{4-x}.$

 Lời giải.

✎ **Ví dụ 7.** Giải các phương trình chứa ẩn ở mẫu sau

$$\text{a) } \frac{x}{2(x-3)} + \frac{x}{2x+2} = \frac{2x}{(x+1)(x-3)};$$

$$\text{b) } \frac{3x}{x^2-2x+4} = \frac{3}{x+2} + \frac{72}{x^3+8}.$$

 Lời giải.

✎ **Ví dụ 8.** Giải các phương trình chứa ẩn ở mẫu sau

$$\text{a) } 1 + \frac{1}{x-1} + \frac{3x}{3x^2-6x+3} = 0;$$

$$\text{b) } \frac{-2}{x-1} = \frac{2x^2-5}{x^3-1} = 4 + \frac{4}{x^2+x+1}.$$

 Lời giải.

❖ **Ví dụ 9.** Cho phương trình ẩn x : $\frac{2x+m}{2-x} + \frac{2x-m}{2+x} = \frac{4}{4-x^2}$.

- Giải phương trình với $m = -1$;
- Tìm các giá trị của tham số m để phương trình có nghiệm $x = 1$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Ví dụ 10.** Cho phương trình ẩn x : $\frac{x+m}{x+3} + \frac{x-3}{x-1} = 2$.

- Giải phương trình với $m = 1$;
- Tìm các giá trị của tham số m để phương trình có nghiệm $x = 2$.

💬 **Lời giải.**

C- BÀI TẬP VỀ NHÀ

Bài 1. Tìm điều kiện xác định của các biểu thức sau:

a) $\frac{2x+1}{x^2+7x+10};$

b) $\frac{3-2x}{x^2-4} + \frac{x}{2-x}$.

 **Lời giải.**

Bài 2. Giải các phương trình sau:

$$\text{a) } \frac{1}{4x^2 - 12x + 9} - \frac{3}{9 - 4x^2} = \frac{-2}{4x^2 + 12x + 9};$$

$$\text{b) } 1 + \frac{14}{(x-4)^2} = \frac{-9}{x-4};$$

c) $\frac{1+8x}{1+2x} - \frac{2x}{2x-1} + \frac{12x^2-9}{1-4x^2} = 0;$

d) $\frac{1}{2x-6} - \frac{3x-5}{x^2-4x+3} = \frac{1}{2}.$

 **Lời giải.**

Bài 3. Cho phương trình ẩn x : $\frac{x+2}{x-m} + \frac{x+m}{x-2} = 2$.

- a) Giải phương trình với $m = 1$;
- b) Tìm các giá trị của tham số m để phương trình có nghiệm $x = 0$.

 **Lời giải.**

BÀI 6. GIẢI BÀI TOÁN BẰNG CÁCH LẬP PHƯƠNG TRÌNH

A – TÓM TẮT LÝ THUYẾT

Các bước để giải bài toán bằng cách lập phương trình

- ☑ *Bước 1.* Lập phương trình:
 - Đặt ẩn số và điều kiện thích hợp cho ẩn số;
 - Biểu diễn các dữ kiện bài toán chưa biết thông qua ẩn và các đại lượng đã biết;
 - Lập phương trình biểu diễn mối quan hệ giữa các đại lượng;
- ☑ *Bước 2.* Giải phương trình đã lập;
- ☑ *Bước 3.* Kiểm tra điều kiện và đưa ra kết luận của bài toán.

B – BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. Bài toán liên quan đến tìm số

Từ các dữ kiện đề bài ta cần thiết lập phương trình của ẩn đã đặt. Lưu ý thêm về biểu diễn các số:

$$\overline{ab} = 10a + b; \overline{abc} = 100a + 10b + c.$$

trong đó các chữ số $a, b, c \in \mathbb{N}; 0 < a \leq 9; 0 \leq b \leq 9; 0 \leq c \leq 9$.

🔗 **Ví dụ 1.** Cho một phân số có tử nhỏ hơn mẫu là 8, nếu tăng tử lên 2 đơn vị và giảm mẫu đi 3 đơn vị thì được một phân số bằng $\frac{3}{4}$. Tìm phân số đó.

 **Lời giải.**

🔗 **Ví dụ 2.** Cho hai số nguyên dương có hiệu là 8, tỉ số giữa chúng bằng $\frac{2}{3}$. Tìm hai số đó.

 Lời giải.

✎ Ví dụ 3. Cho một số tự nhiên có hai chữ số, chữ số hàng đơn vị gấp đôi chữ số hàng chục và nếu xen thêm chữ số 2 vào giữa hai chữ số ấy thì được số mới lớn hơn số ban đầu là 200. Tìm số đó.

 Lời giải.

✎ Ví dụ 4. Cho một số tự nhiên có hai chữ số, nếu lấy chữ số hàng đơn vị chia cho chữ số hàng chục thì được thương là 2 dư 1. Nếu viết thêm chữ số 1 vào bên trái số đó ta được một số mới gấp 5 lần chữ số ban đầu. Tìm số đã cho.

 Lời giải.

 Dạng 2. Bài toán liên quan đến tỉ số phần trăm

Chú ý đổi các số liệu phần trăm trong bài toán ra phân số $a\% = \frac{a}{100}$.

✎ Ví dụ 5. Hai tổ công nhân trong một công xưởng, sản xuất được 600 sản phẩm trong tháng đầu. Sang tháng thứ hai, tổ I làm vượt mức 25%, tổ II vượt mức 15% do đó cuối tháng cả hai tổ sản xuất được 725 sản phẩm. Hỏi trong tháng đầu mỗi tổ sản xuất được bao nhiêu sản phẩm?

 Lời giải.

✎ **Ví dụ 6.** Năm ngoái, tổng số dân của tỉnh A và B là 6 triệu người. Năm nay dân số của tỉnh A tăng 1,5%, dân số tỉnh B tăng 1,2%. Do đó tổng dân số hai tỉnh năm nay tăng thêm 83400 người. Tính số dân năm ngoái của mỗi tỉnh.

💬 **Lời giải.**

Dạng 3. Bài toán liên quan đến tỉ số phần trăm

Ta sử dụng công thức $A = N.t$ với A là khối lượng công việc, N là năng suất và t là thời gian.

✎ **Ví dụ 7.** Một công xưởng sản xuất một lượng hàng, theo kế hoạch mỗi ngày phải sản xuất được 380 sản phẩm. Nhưng khi thực hiện, do cải tiến kĩ thuật mỗi ngày công xưởng sản xuất được 480 sản phẩm. Do đó, công xưởng đã hoàn thành kế hoạch trước 1 ngày và còn vượt mức 20 sản phẩm. Hỏi theo kế hoạch, công xưởng phải sản xuất bao nhiêu sản phẩm?

💬 **Lời giải.**

❖ **Ví dụ 8.** Một đội xe tải mỗi ngày theo kế hoạch phải chở 3 tấn hàng. Khi thực hiện, mỗi ngày đội chở thêm 0,5 tấn. Do đó, đội không chỉ hoàn thành kế hoạch trước 2 ngày mà còn vượt mức 2 tấn hàng. Hỏi theo kế hoạch, đội phải chở được bao nhiêu tấn hàng?

💬 **Lời giải.**

📁 Dạng 4. Bài toán liên quan đến công việc làm chung, làm riêng

Ta coi công việc là 1 đơn vị, biểu diễn khối lượng của mỗi đội theo cùng 1 đơn vị thời gian (ngày, giờ, ...).

Ví dụ: Một người hoàn thành công việc một mình trong x giờ thì mỗi giờ người đó làm được $\frac{1}{x}$ công việc.

❖ **Ví dụ 9.** Hai tổ công nhân cùng làm thì sau 4 giờ sẽ hoàn thành công việc. Nếu tổ I làm công việc trong 3 giờ rồi đi làm việc khác, tổ II làm tiếp công việc trong 1 giờ nữa thì sẽ hoàn thành được $\frac{7}{12}$ công việc. Tính thời gian mỗi tổ làm riêng để hoàn thành công việc.

💬 **Lời giải.**

❖ **Ví dụ 10.** Hai vòi nước cùng chảy vào một bể sau 2 giờ 24 phút thì đầy bể. Mỗi giờ lượng nước vòi II chảy được gấp 1,5 lần lượng nước chảy của vòi I. Hỏi mỗi vòi chảy một mình trong bao lâu thì đầy bể?

💬 **Lời giải.**

📁 Dạng 5. Bài toán liên quan đến tính tuổi

Ta vận dụng các dữ liệu của đề bài để lập phương trình với chú ý rằng sau mỗi năm thì tuổi của mỗi người tăng lên 1.

❖ **Ví dụ 11.** Năm nay tuổi bố gấp 5 lần tuổi con. Biết sau 15 năm nữa tuổi bố chỉ gấp 3 lần tuổi con. Tính tuổi của hai bố con hiện nay.

💬 **Lời giải.**

❖ **Ví dụ 12.** Tổng số tuổi của hai anh em hiện nay là 24. Biết rằng cách đây 3 năm tuổi em bằng một nửa tuổi anh. Tính tuổi mỗi người hiện nay.

💬 **Lời giải.**

C – BÀI TẬP VỀ NHÀ

Bài 1. Cho một phân số có tử nhỏ hơn mẫu là 10, nếu tăng tử lên 3 đơn vị và giảm mẫu đi 4 đơn vị thì được một phân số bằng $\frac{4}{5}$. Tìm phân số đó.

 **Lời giải.**

Bài 2. Trong tháng đầu hai tổ công nhân sản xuất được 420 chi tiết máy. Sang tháng thứ hai, tổ I sản xuất vượt mức 15%, tổ II vượt mức 10%. Do đó cuối tháng cả hai tổ sản xuất được 473 chi tiết máy. Hỏi rằng trong tháng đầu mỗi tổ sản xuất được bao nhiêu chi tiết máy?

 **Lời giải.**

Bài 3. Một đội thợ mỏ theo kế hoạch cần khai thác 30 tấn than mỗi ngày. Do cải tiến kĩ thuật nên trên thực tế đội đã khai thác được 42 tấn mỗi ngày, do đó đội không những hoàn thành trước 12 tiếng mà còn làm vượt chỉ tiêu thêm 3 tấn nữa. Hỏi kế hoạch đội cần khai thác bao nhiêu tấn than?

 **Lời giải.**

Bài 4. Hai người công nhân cùng làm một công việc trong 12 giờ thì xong. Nếu người thứ nhất làm trong 3 giờ rồi và người thứ hai làm trong 8 giờ thì được $\frac{1}{3}$ công việc. Hỏi mỗi người làm một mình công việc đó trong mấy giờ thì xong?

 **Lời giải.**

Bài 5. Tuổi mẹ hiện nay gấp 3 lần tuổi con. Biết sau 3 năm trước đây tuổi mẹ gấp $\frac{10}{3}$ lần tuổi con. Hỏi tuổi mẹ và tuổi con hiện nay là bao nhiêu?

 Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

BÀI 7. ÔN TẬP CHƯƠNG III

A – KIẾN THỨC TRỌNG TÂM

Các dạng toán cơ bản:

- ✔ Giải phương trình bậc nhất: $ax + b = 0$.
- ✔ Giải phương trình đưa được về phương trình dạng $ax + b = 0$.
- ✔ Giải bài toán bằng cách lập phương trình.

B – CÁC DẠNG TOÁN

1. PHẦN TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Phương trình nào sau đây là phương trình bậc nhất một ẩn?

- ☐ A $5y - 1 = 0$.
 ☐ B $\sqrt{2y} + 3 = 0$.
 ☐ C $\frac{1}{x-1} = 3$.
 ☐ D $\frac{1}{2} - 4x$.

Câu 2. $x = \frac{1}{2}$ là nghiệm của phương trình:

- ☐ A $2x + 1 = 0$.
 ☐ B $3x - 2 = x - 1$.
 ☐ C $2x - 1 = x$.
 ☐ D $x^2 = 1$.

Câu 3. Phương trình $\frac{x+9}{6} - \frac{2(x+9)}{3} = \frac{x+9}{7}$ có tập nghiệm là:

- ☐ A $S = \{6\}$.
 ☐ B $S = \{3\}$.
 ☐ C $S = \{-7\}$.
 ☐ D $S = \{-9\}$.

Câu 4. Điền vào chỗ (...) trống để có mệnh đề đúng:

- ☐ A Phương trình $-5x - 1 = 0$ có tập nghiệm là
☐ B Phương trình $9x^2 + 16 = 0$ có tập nghiệm là
☐ C Phương trình $2(x - 1) = 2(x + 1)$ có tập nghiệm là
☐ D Phương trình $(x + 2)^2 = x^2 + 4x + 4$ có tập nghiệm là

- a) **Câu 5.** Nối phương trình với những giá trị nghiệm của nó:

Phương trình			Nghiệm
$9x^2 - 4 = 0$	(A)	(1)	$x = 0$
$x(2x - 1) = 2x$	(B)	(2)	$x = -1$
$x^2 - 3x + 2 = 0$	(C)	(3)	$x = 1$
$2(x + 1) = 3x(x + 1)$	(D)	(4)	$x = \frac{2}{3}$
		(5)	$x = -\frac{3}{2}$
		(6)	$x = 2$

định tương ứng:

Phương trình			ĐKXĐ
$\frac{x-5}{x} = \frac{5x+2}{5x-2}$	(A)	(1)	$x \neq 1$ và $x \neq -\frac{2}{5}$
$\frac{x+1}{x-2} = \frac{x}{x+1}$	(B)	(2)	$x \neq 0$ và $x \neq \frac{2}{5}$
$\frac{x^2-9}{x-2} - \frac{x+1}{x+3} = 2$	(C)	(3)	$x \neq 1$ và $x \neq \frac{2}{3}$
$4 - \frac{4x}{x-6} = \frac{3}{5x-2}$	(D)	(4)	$x \neq 3$ và $x \neq -\frac{2}{5}$
		(5)	$x \neq 6$ và $x \neq \frac{2}{5}$

Câu 6. Phương trình $|x - 3| = 9$ có tập nghiệm là

- (A) $\{-12\}$. (B) $\{6\}$. (C) $\{-6; 12\}$. (D) $\{12\}$.

Câu 7. Điều kiện xác định của phương trình $\frac{x}{x-3} - \frac{x-1}{x} = 1$ là

- (A) $x \neq 0$. (B) $x \neq 3$. (C) $x \neq 0$ và $x \neq 3$. (D) $x \neq 0$ và $x \neq -3$.

Câu 8. Tập nghiệm của phương trình $\left(x - \frac{5}{6}\right)\left(x + \frac{1}{2}\right) = 0$ là

- (A) $\left\{\frac{5}{6}\right\}$. (B) $\left\{-\frac{1}{2}\right\}$. (C) $\left\{\frac{5}{6}; -\frac{1}{2}\right\}$. (D) $\left\{-\frac{5}{6}; \frac{1}{2}\right\}$.

Câu 9. Phương trình $2x + 1 = x - 3$ có nghiệm là

- (A) -1 . (B) -2 . (C) -3 . (D) -4 .

Câu 10. Điều kiện xác định của phương trình $\frac{-2}{x+1} - \frac{x}{x-1} = 2$ là

- (A) $x \neq 1$. (B) $x \neq -1$. (C) $x \neq \pm 1$. (D) $x \neq 0$ và $x \neq 1$.

Câu 11. Phương trình nào sau đây là phương trình bậc nhất một ẩn?

- (A) $2x + \frac{1}{x} = 0$. (B) $-3x^2 + 1 = 0$. (C) $x^2 + \frac{3}{2}x - 1 = x^2$. (D) $0x + 5 = 0$.

Câu 12. Phương trình $|x| = x$ có tập nghiệm là

- (A) $\{0\}$. (B) $\{x|x \in \mathbb{Q}\}$. (C) $\{x|x \in \mathbb{Z}\}$. (D) $\{x|x \geq 0\}$.

Câu 13. Trong các phương trình sau, phương trình nào là phương trình bậc nhất một ẩn?

- (A) $6x - 5 = 0$. (B) $3x^2 = 0$. (C) $8x - 5 + 2x^2 = 0$. (D) $x^3 + 1 = 0$.

Câu 14. Nghiệm của phương trình $2x + 7 = x - 2$ là

- (A) $x = 9$. (B) $x = 3$. (C) $x = -3$. (D) $x = -9$.

Câu 15. Điều kiện xác định của phương trình $\frac{6}{x} + \frac{5}{x-1} = 2$ là

- (A) $x \neq 0$. (B) $x \neq 1$. (C) $x \neq 2$. (D) $x \neq 0$ và $x \neq 1$.

Câu 16. $x = 2$ là nghiệm của phương trình nào sau đây?

- (A) $7x - 3 = 2 - 3x$. (B) $5x^2 - x = 18$. (C) $3 + x = 1 - 3x$. (D) $|x| = \frac{1}{2}$.

Câu 17. Phương trình nào sau đây là phương trình bậc nhất một ẩn?

- (A) $x^2 + 2 = 0$. (B) $(\sqrt{4} - 2)x + 3 = 0$. (C) $-3x - 1 = 0$. (D) $\frac{1}{2x} + 1 = 0$.

Câu 18. Phương trình $3x - 1 = 2$ tương đương với phương trình nào?

- (A) $x^2 - x = 0$. (B) $x^2 - 1 = 0$. (C) $\frac{x}{2} - \frac{1}{2} = 0$. (D) $|x| = 0$.

Câu 19. Với $m = 1$ thì phương trình $(m^2 - 1)x = m + 1$

- (A) Vô nghiệm. (B) Có nghiệm duy nhất $x = m - 1$.
(C) Có nghiệm duy nhất $x = \frac{1}{m - 1}$. (D) Vô số nghiệm.

Câu 20. Trong các phương trình sau, phương trình nào là phương trình bậc nhất ẩn y ?

- (A) $2x + 5 = 3x - 9$. (B) $5y \geq 9y + 8$. (C) $y - 5 = 0$. (D) $10x + y = 11$.

Câu 21. Điều kiện xác định của phương trình $\frac{90}{x^2 - 25} = \frac{14}{x + 5} - \frac{9}{5 - x}$ là

- (A) $x \neq 0$. (B) $x \neq 5$. (C) $x \neq -5$. (D) $x \neq \pm 5$.

Câu 22. Phương trình nào là phương trình bậc nhất một ẩn?

- (A) $x(2x - 3) = 0$. (B) $5x - 7y = 0$. (C) $\frac{x}{4} - \frac{2}{3} = 0$. (D) $0x - 3 = -3$.

Câu 23. Hai phương trình tương đương nhau khi và chỉ khi:

- (A) Có cùng tập nghiệm. (B) Có cùng điều kiện xác định.
(C) Có cùng dạng phương trình. (D) Tất cả đều đúng.

Câu 24. Phương trình $3 - mx = 2$ nhận $x = 1$ là nghiệm khi và chỉ khi

- (A) $m = 0$. (B) $m = 1$. (C) $m = -1$. (D) $m = 2$.

Câu 25. Giá trị $x = \frac{1}{2}$ là nghiệm của phương trình:

- (A) $7x - 2 = 3 + 2x$. (B) $5x - 1 = 7 + x$. (C) $3x - 1 = -3 - x$. (D) $7x - 3 = 2 - 3x$.

Câu 26. Tập nghiệm của phương trình $2x(3x - 1) = 0$ là

- (A) $S = \{0; 1\}$. (B) $S = \left\{-2; \frac{1}{3}\right\}$. (C) $S = \left\{0; \frac{1}{3}\right\}$. (D) $S = \left\{0; -\frac{1}{3}\right\}$.

Câu 27. Phương trình

- ☑ $2x^2 + 4 = 0$ có tập nghiệm $S_1 = \emptyset$;
☑ $7x^2 = -2$ có tập nghiệm $S_2 = \emptyset$;
☑ $x^2 = 1$ có tập nghiệm $S_3 = \{1; -1\}$;
☑ $x^2 - x + 1 = 0$ có tập nghiệm $S_4 = \emptyset$.

Có bao nhiêu phương trình tương đương nhau?

- (A) 0. (B) 1. (C) 2. (D) 3.

Câu 28. Có bao nhiêu phương trình bậc nhất một ẩn trong các phương trình sau:

- a) $0x + 4 = 0$; b) $3y - 2 = 0$; c) $x + 2 = 0$; d) $t - 2 = 0$.

- (A) 1. (B) 2. (C) 3. (D) 4.

Câu 29. Lúc cô giáo đang giảng bài, bạn An đang nói chuyện nên được cô mời bạn lên bảng giải phương trình $2x - (3 - 5x) = 4(x + 3)$ (1). Rất bối rối, nhưng An vẫn cố gắng làm với lời giải như sau:

- a) Bước 1: $(1) \Leftrightarrow 2x - 3 + 5x = 4x + 12$; b) Bước 2: $\Leftrightarrow 2x + 5x + 4x = 12 + 3$;
c) Bước 3: $\Leftrightarrow 11x = 15$; d) Bước 4: $\Leftrightarrow x = \frac{15}{11}$.

Sau đó, bạn An được cô giáo “thưởng” cho một roi và mời về chỗ vì đã giải sai ở bước:

- (A) Bước 1. (B) Bước 2. (C) Bước 3. (D) Bước 4.

Câu 30. Phương trình $\frac{5x-2}{3} + x = \frac{9x}{4}$ có mẫu số chung là

- (A) 3. (B) 4. (C) 7. (D) 12.

Câu 31. Điều kiện xác định của phương trình $\frac{4-x}{x^2} + \frac{3}{x(x+1)} = x-2$ là

- (A) $x \neq 0; x \neq 1$. (B) $x \neq 0; x \neq -1$. (C) $x \neq -1$. (D) $x \neq 2; x \neq -1$.

Câu 32. Phương trình $\frac{5x-1}{4x+2} - \frac{x+3}{x-2} = 0$ có điều kiện xác định là

- (A) $x \neq \frac{1}{2}; x \neq 2$. (B) $x \neq -\frac{1}{2}; x \neq 2$. (C) $x \neq \frac{1}{2}; x \neq -2$. (D) $x \neq -\frac{1}{2}; x \neq -2$.

Câu 33. Mẫu số chung của phương trình $\frac{7x-1}{6} + 2x = \frac{16-x}{5}$ là

- (A) 6. (B) 1. (C) 5. (D) 30.

Câu 34. Phương trình $(x-1) - (2x-1) = 9-x$:

- (A) Có nghiệm $x=0$. (B) Có nghiệm $x=1$. (C) Có nghiệm $x=3$. (D) Vô nghiệm.

Câu 35. Nghiệm của phương trình $8x-3=5x+12$ là

- (A) $x=-3$. (B) $x=5$. (C) $x=15$. (D) $x=3$.

Câu 36. Tập nghiệm của phương trình $\left(x - \frac{3}{2}\right)(x+1) = 0$ là

- (A) $S = \left\{\frac{3}{2}\right\}$. (B) $S = \{-1\}$. (C) $S = \left\{\frac{3}{2}; -1\right\}$. (D) $S = \left\{\frac{3}{2}; 1\right\}$.

Câu 37. Điều kiện xác định của phương trình $\frac{5x+1}{4x-2} + \frac{x-3}{1+x} = 0$ là

- (A) $x \neq \frac{1}{2}$. (B) $x \neq 1$ và $x \neq \frac{1}{2}$.
(C) $x \neq -1$ và $x \neq -\frac{1}{2}$. (D) $x \neq -1$.

Câu 38. Phương trình $5x+4=3x$ có nghiệm là

- (A) -2. (B) 2. (C) 4. (D) -4.

Câu 39. Phương trình $(x^2-1)(2x-1)=0$ có mấy nghiệm?

- (A) 1. (B) 2. (C) 3. (D) 0.

Câu 40. Tập hợp $S = \{-3\}$ là tập nghiệm của phương trình nào?

- (A) $2x+6=0$. (B) $2x-6=0$. (C) $x^2-9=0$. (D) $3x+3=0$.

Câu 41. Tập nghiệm của phương trình $|2x-3|=5$ là

- (A) $\{-4; 1\}$. (B) $\{4; 1\}$. (C) $\{-4; -1\}$. (D) $\{-1; 4\}$.

Câu 42. Giải phương trình $|3x|=x+8$ ta được tập nghiệm là

- (A) $\{4; 8\}$. (B) $\{-2; 4\}$. (C) $\{4; -8\}$. (D) $\{-4; 8\}$.

Câu 43. Tổng hai nghiệm của phương trình $|x-5|=3$ bằng

- (A) 4. (B) 6. (C) 8. (D) 10.

Câu 44. Tổng bình phương hai nghiệm của phương trình $|x-4|=2$ bằng

- (A) 8. (B) 40. (C) 32. (D) 4.

Câu 45. Một ca-nô xuôi dòng từ A đến B mất 4 giờ và ngược dòng từ B về A mất 5 giờ. Tính khoảng cách AB, biết rằng vận tốc dòng nước là 2km/h. Nếu gọi biến x là vận tốc riêng của ca-nô thì điều kiện của biến x là:

- (A) $x > 2$. (B) $x > 0$. (C) $x > 5$. (D) $x > 10$.

D $\frac{4}{7}$.

D 48.

.....

 **Võ Hoàng Nghĩa**

Bài 3. Giải các phương trình sau

a) $7x - 6 = 0;$

.....

.....

.....

b) $-3x + \frac{1}{3} = 0;$

.....

.....

.....

c) $\frac{1}{2}x + 2 = 0;$

.....

.....

.....

d) $-\frac{1}{3}x + 3 = 0;$

.....

.....

.....

Bài 4. Giải các phương trình sau

a) $3x - 2 = 2x - 3;$

.....

.....

.....

b) $5 - (x - 6) = 4(3 - 2x);$

.....

.....

.....

c) $\frac{7x - 1}{6} + 2x = \frac{16 - x}{5};$

.....

.....

.....

.....

.....

d) $4(0,5 - 1,5x) = -\frac{5x - 6}{3};$

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 5. Giải các phương trình sau

a) $\frac{1 + x}{1 - x} + 3 = \frac{3 - x}{1 - x};$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

b) $\frac{1}{2x - 3} - \frac{3}{x(2x - 3)} = \frac{5}{x};$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

c) $\frac{x - 4}{2022} + \frac{x - 3}{2021} = \frac{x - 2}{2020} + \frac{x - 1}{2019}.$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 6. Năm nay tuổi của mẹ gấp 3 lần tuổi của Phương. Phương tính gần 13 năm nữa tuổi của mẹ chỉ còn gấp hai lần tuổi của phương thôi. Hỏi năm nay Phương bao nhiêu tuổi?

Bài 7. Lúc 7 giờ sáng, một chiếc ca-nô xuôi dòng từ bến A đến bến B cách nhau 36km, rồi ngay lập tức quay về và đến bến A lúc 11 giờ 30 phút. Tính vận tốc thực của ca-nô, biết rằng vận tốc nước chảy là 6km/h.

Bài 8. Hai xe máy khởi hành cùng một lúc từ A đến B, vận tốc của xe thứ nhất lớn hơn vận tốc của xe thứ hai là 8km/h. Sau 4 giờ 15 phút thì xe máy thứ nhất đã đến B, xe máy thứ hai còn cách B một khoảng bằng $\frac{1}{6}$ quãng đường. Tính vận tốc của mỗi xe và quãng đường AB.

BÀI 8. LIÊN HỆ GIỮA THỨ TỰ VÀ PHÉP CỘNG

A – TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Thứ tự trên tập hợp số

a) Trên tập số thực, khi so sánh hai số a và b , xảy ra một trong ba trường hợp sau:

Trường hợp	Ký hiệu
a bằng b	$a = b$
a lớn hơn b	$a > b$
a nhỏ hơn b	$a < b$

b) Ngoài ra ta còn kết hợp các trường hợp trên với nhau:

- ☑ Nếu số a không nhỏ hơn số b thì phải có hoặc $a > b$, hoặc $a = b$. Khi đó, ta nói gọn là a lớn hơn hoặc bằng b , ký hiệu $a \geq b$.
Ví dụ: $x^2 \geq 0$ với mọi x . Nếu c là số không âm ta viết $c \geq 0$.
- ☑ Nếu số a không lớn hơn số b thì phải có hoặc $a < b$, hoặc $a = b$. Khi đó, ta nói gọn là a nhỏ hơn hoặc bằng b , ký hiệu $a \leq b$.
Ví dụ: $-x^2 \leq 0$ với mọi x . Nếu c là số không lớn hơn 3 ta viết $c \leq 3$.

2. Bất đẳng thức

Định nghĩa 1. Hệ thức dạng $a > b$ (hay $a < b; a \geq b; a \leq b$) được gọi là bất đẳng thức; trong đó a và b lần lượt được gọi là vế trái và vế phải của bất đẳng thức.

🔗 **Tính chất 8.1.** Khi cộng cùng một số vào cả hai vế của một bất đẳng thức, ta được bất đẳng thức mới cùng chiều với bất đẳng thức đã cho. Cụ thể, với ba số a, b và c ta có:

- ☑ Nếu $a > b$ thì $a + c > b + c$.
- ☑ Nếu $a < b$ thì $a + c < b + c$.
- ☑ Nếu $a \geq b$ thì $a + c \geq b + c$.
- ☑ Nếu $a \leq b$ thì $a + c \leq b + c$.

B – BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

 Dạng 1. Sắp xếp thứ tự các số trên trục số. Biểu diễn mối quan hệ giữa các tập số

Dựa vào các kiến thức cơ bản đã học ở các lớp dưới để làm

🔗 **Ví dụ 1.** Sắp xếp các số sau từ bé đến lớn và biểu diễn trên trục số:

- a) $0; -2; -1; 5;$
- b) $5; 2; 4; -3.$

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

🔗 **Ví dụ 2.** Sắp xếp các số sau từ lớn đến bé và biểu diễn trên trục số:

- a) $-1; 2; 0; -2.$
- b) $0; 3; -2; 4.$

 **Lời giải.**

Dạng 2. Xét tính đúng sai của khẳng định cho trước.

Dựa vào các kiến thức cơ bản, các tính chất để kiểm tra tính đúng sai.

✎ **Ví dụ 3.** Hãy xét xem các khẳng định sau đúng hay sai? Vì sao?

- | | |
|--------------------------|------------------------------------|
| a) $2 + (-3) > 4$; | b) $3 \cdot (-3) \leq -6$; |
| c) $3 + (-2) < 8 - 10$; | d) $(-2) \cdot (-3) \geq -2 + 8$. |

 **Lời giải.**

✎ **Ví dụ 4.** Hãy xét xem các khẳng định sau đúng hay sai? Vì sao?

- | | |
|-------------------------------|-----------------------------------|
| a) $3 + 2 > 8$; | b) $3 \cdot \frac{1}{3} < 0$; |
| c) $(-1) + 3 \leq 5 - (-1)$; | d) $(-1) \cdot (-5) \geq 5 - 4$. |

 **Lời giải.**

✎ **Ví dụ 5.** Chuyển các khẳng định sau về dạng bất đẳng thức và cho biết khẳng định đó đúng hay sai?

- | | |
|--|---|
| a) Tổng của -4 và 6 nhỏ hơn hoặc bằng 3 ; | b) Hiệu của 2 và -7 nhỏ hơn 0 ; |
| c) Tích của -2 và -1 lớn hơn hoặc bằng 2 ; | d) Thương của -8 và 2 lớn hơn 5 . |

 **Lời giải.**

✎ **Ví dụ 6.** Chuyển các khẳng định sau về dạng bất đẳng thức và cho biết khẳng định đó đúng hay sai?

- | | |
|---|---|
| a) Tổng của -1 và 5 nhỏ hơn hoặc bằng 2 ; | b) Hiệu của 8 và 2 nhỏ hơn 12 ; |
| c) Tích của 3 và -2 lớn hơn hoặc bằng 9 ; | d) Thương của -6 và 4 lớn hơn 1 . |

 **Lời giải.**

Dạng 3. So sánh

Sử dụng quy tắc cộng cả hai vế của bất đẳng thức cho cùng một số.

❖ Ví dụ 7. Cho $a > b$, hãy so sánh:

a) $a + 2$ và $b + 2$;

b) $a - 5$ và $b - 5$.

💬 Lời giải.

❖ Ví dụ 8. Cho $a < b$, hãy so sánh:

a) $10 + a$ và $10 + b$;

b) $a - 1$ và $b - 1$.

💬 Lời giải.

❖ Ví dụ 9. Cho số m tùy ý, so sánh:

a) $m + 2019$ và $m + 2018$;

b) $1 - m$ và $-2 - m$.

💬 Lời giải.

❖ Ví dụ 10. Cho số m tùy ý, so sánh:

a) $m - 1$ và $m + 2$;

b) $2018 - m$ và $2019 - m$.

💬 Lời giải.

C – BÀI TẬP VỀ NHÀ

Bài 1. Sắp xếp các số sau từ bé đến lớn và biểu diễn trên trục số:

a) $1; -3; 0; 4$;

b) $2; -3; 0; -2$.

💬 Lời giải.

Bài 2. Hãy xét xem các khẳng định sau đúng hay sai? Vì sao?

a) $-6 > -4 + (-2)$;

b) $(-4) \cdot \frac{1}{4} < 0$;

c) $(-5) + 1 \leq 4 - (-2)$;

d) $2 + x^2 \geq 2$.

 **Lời giải.**

Bài 3. Chuyển các khẳng định sau về dạng bất đẳng thức và cho biết khẳng định đó đúng hay sai?

a) Tổng của -6 và -2 nhỏ hơn hoặc bằng -5 ;

b) Hiệu của -4 và -4 nhỏ hơn -1 ;

c) Tích của 5 và -2 lớn hơn hoặc bằng -20 ;

d) Thương của -8 và 8 lớn hơn 0 .

 **Lời giải.**

Bài 4. Cho $a > b$, hãy so sánh:

a) $a + 12$ và $b + 12$;

b) $a - 8$ và $b - 8$.

 **Lời giải.**

Bài 5. Cho số m tùy ý, chứng minh:

a) $m + 121 > m + 100$;

b) $m - 4 < m$.

 **Lời giải.**

BÀI 9. LIÊN HỆ GIỮA THỨ TỰ VÀ PHÉP NHÂN

A – TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Liên hệ giữa thứ tự và phép nhân với số dương

- a) **⚡ Tính chất 9.1.** Khi nhân cả hai vế của một bất đẳng thức với cùng một số dương, ta được bất đẳng thức mới cùng chiều với bất đẳng thức đã cho.
- b) Với ba số a, b, c trong đó $c > 0$, ta có: Nếu $a > b$ thì $ac > bc$.
Tương tự cho các bất đẳng thức với dấu $<$; $\geq$; $\leq$.

2. Liên hệ giữa thứ tự và phép nhân với số âm

- a) **⚡ Tính chất 9.2.** Khi nhân cả hai vế của một bất đẳng thức với cùng một số âm, ta được bất đẳng thức mới ngược chiều với bất đẳng thức đã cho.
- b) Với ba số a, b, c trong đó $c < 0$, ta có: Nếu $a > b$ thì $ac < bc$.
Tương tự cho các bất đẳng thức với dấu $<$; $\geq$; $\leq$.

3. Tính chất bắc cầu

- a) Nếu $a > b$ và $b > c$ thì $a > c$. Tương tự cho các bất đẳng thức với dấu $<$; $\geq$; $\leq$.

B – BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. Xét tính đúng sai của khẳng định cho trước.

Dựa vào các kiến thức cơ bản, các tính chất để kiểm tra tính đúng sai.

🔗 **Ví dụ 1.** Hãy xét xem các khẳng định sau đúng hay sai? Vì sao?

- a) $(-3) \cdot 5 < (-2) \cdot 5$; b) $4 \cdot (-6) \leq 2 \cdot (-6)$;
c) $\frac{5}{2} \cdot (-5) > \frac{3}{2} \cdot (-5)$; d) $2 \cdot (-1) + 1 \geq 3 \cdot 2$.

 Lời giải.

🔗 **Ví dụ 2.** Hãy xét xem các khẳng định sau đúng hay sai? Vì sao?

- a) $12 \cdot 1 < 12 \cdot 4$; b) $2 \cdot (-3) \geq 2 \cdot (-5)$;
c) $4 \cdot (-2) \leq 2 \cdot (-2)$; d) $(-1) \cdot 5 \leq (-5) \cdot (-1)$.

 **Lời giải.**

Dạng 2. So sánh.

Sử dụng tính chất cộng, nhân và tính chất bắc cầu của bất đẳng thức để so sánh hai số, hai biểu thức.

❖ Ví dụ 3. Cho $a > b > 0$, hãy so sánh:

a) $8a$ và $8b$;

b) $-3a$ và $-3b$;

c) $2a + 4$ và $2b + 4$;

d) $7 - 2a$ và $7 - 2b$.

 Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

❖ Ví dụ 4. Cho $b > a > 0$, hãy so sánh:

a) $2a$ và $2b$;

b) $-4a$ và $-4b$;

c) $4a + 3$ và $4b + 3$;

d) $1 - 6a$ và $1 - 6b$.

 Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

❖ Ví dụ 5. Số b là số âm, số 0, hay số dương nếu:

a) $3b > 2b$;

b) $-2b > 3b$.

 Lời giải.

.....

.....

.....

❖ Ví dụ 6. Số b là số âm, số 0, hay số dương nếu:

a) $5b > 3b$;

b) $-3b > 3b$.

 Lời giải.

✎ Ví dụ 7. Cho $a > b > 0$. So sánh:

a) $5a + 3$ và $5b - 3$;

b) $3 - 2a$ và $4 - 2b$.

 Lời giải.

✎ Ví dụ 8. Cho $a > b > 0$. So sánh:

a) $2a + 5$ và $2b - 1$;

b) $4 - a$ và $5 - b$.

 Lời giải.

C-BÀI TẬP VỀ NHÀ

Bài 1. Các khẳng định sau đúng hay sai? Vì sao?

a) $(-2) \cdot 4 < (-2) \cdot 3$;

b) $5 \cdot (-3) \geq 3 \cdot (-3)$;

c) $(-2) \cdot (-4) > 2 \cdot (-4)$;

d) $4 \cdot (-2) + 5 \geq 3 \cdot 4 - 21$.

 Lời giải.

Bài 2. Cho $b > a > 0$, hãy so sánh:

a) $12a$ và $12b$;

b) $-a$ và $-b$;

c) $3a + 2019$ và $3b + 2019$;

d) $10 - 3a$ và $10 - 3b$.

 Lời giải.

Bài 3. Số a là âm hay dương nếu:

a) $a > 4a$;

b) $2a < 12a$.

 **Lời giải.**

Bài 4. Cho $a > b > 0$. So sánh:

a) $12a + 1$ và $12b - 4$;

b) $2 - 9a$ và $5 - 9b$.

 **Lời giải.**

BÀI 10. BẤT PHƯƠNG TRÌNH MỘT ẨN

A – TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Bất phương trình một ẩn

Bất phương trình một ẩn x là bất phương trình có dạng

$$A(x) < B(x) \text{ hoặc } A(x) > B(x) \text{ hoặc } A(x) \leq B(x) \text{ hoặc } A(x) \geq B(x),$$

trong đó $A(x)$ và $B(x)$ lần lượt là vế trái và vế phải của bất phương trình.

Ví dụ: $x + 4 \geq 5x - 1$ là một bất phương trình bậc nhất ẩn x .

2. Nghiệm của bất phương trình một ẩn

- Giá trị $x = a$ được gọi là một *nghiệm* của bất phương trình nếu ta thay $x = a$ vào hai vế của bất phương trình ta thu được một bất đẳng thức đúng.
- Tập *nghiệm* của bất phương trình là tập tất cả các giá trị của biến thỏa mãn bất phương trình.
- Giải bất phương trình* là tìm tập nghiệm của bất phương trình đó.

3. Biểu diễn tập nghiệm

Giả sử $a > 0$.
 $\star \{x | x < a\}$:

$\star \{x | x \leq a\}$:

$\star \{x | x > a\}$:

$\star \{x | x \geq a\}$:

Trường hợp $a < 0$ tương tự.

4. Hai bất phương trình tương đương

Hai bất phương trình gọi là *tương đương* nếu chúng có cùng tập nghiệm và dùng " $\Leftrightarrow$ " để chỉ sự tương đương đó.

Ví dụ: $2 > x \Leftrightarrow x < 2$.



Chú ý

Hai bất phương trình cùng vô nghiệm tương đương nhau.

B – BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. Kiểm tra $x = a$ có là nghiệm của bất phương trình hay không?

Bằng cách thay $x = a$ vào hai vế của bất phương trình, xảy ra hai trường hợp:

- ☑ Nếu được một bất đẳng thức đúng thì $x = a$ là nghiệm của bất phương trình.
- ☑ Nếu được một bất đẳng thức sai thì $x = a$ không là nghiệm của bất phương trình.

🔗 Ví dụ 1. Kiểm tra xem giá trị $x = 2$ có là nghiệm của mỗi bất phương trình sau hay không?

a) $x + 3 < x - 4$;

b) $2x - 1 > 3 - x$;

c) $4 - x \leq 12x + 20$;

d) $2x + 1 - x \geq 3x - 7$.

💬 Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

🔗 Ví dụ 2. Kiểm tra xem trong các giá trị sau, giá trị nào là nghiệm của bất phương trình $5x + 2 \geq 3x + 1$.

a) $x = 0$;

b) $x = 1$;

c) $x = -3$;

d) $x = -1$.

 Lời giải.

Dạng 2. Viết bằng kí hiệu tập hợp và biểu diễn tập nghiệm của bất phương trình trên trục số.

Để biểu diễn tập nghiệm của bất phương trình trên trục số, ta thực hiện các bước sau:

- ☑ Vẽ trục số và điền các giá trị 0, giá trị nghiệm của bất phương trình trên trục số;
- ☑ Gạch bỏ phần không thuộc tập nghiệm, lưu ý cách dùng dấu (;); [;].

🔗 Ví dụ 3. Viết kí hiệu và biểu diễn tập nghiệm của bất phương trình sau trên trục số:

- a) $x < 4$; b) $x > -3$; c) $x \leq 0$; d) $x \geq 2$.

 Lời giải.

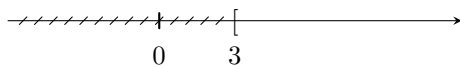
🔗 Ví dụ 4. Viết kí hiệu và biểu diễn tập nghiệm của bất phương trình sau trên trục số:

- a) $x < 1$; b) $x > -2$; c) $x \leq 3$; d) $x \geq 0$.

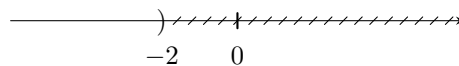
 Lời giải.

🔗 Ví dụ 5. Hình vẽ dưới đây là biểu diễn tập nghiệm của bất phương trình nào?

a)



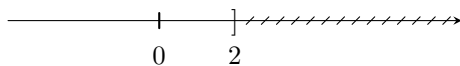
b)



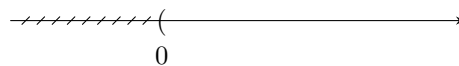
Lời giải.

◀ Ví dụ 6. Hình vẽ dưới đây là biểu diễn tập nghiệm của bất phương trình nào?

a)



b)



Lời giải.

C – BÀI TẬP VỀ NHÀ

Bài 1. Kiểm tra xem giá trị $x = 1$ có là nghiệm của mỗi bất phương trình sau hay không?

a) $x - 6 \leq x + 1$;

b) $2x < 4 + x$;

c) $9 + x > 24 - x$;

d) $3x + 8 - 2x \geq 4x - 14$.

Lời giải.

Bài 2. Viết kí hiệu và biểu diễn tập nghiệm của bất phương trình sau trên trục số:

a) $x < -1,5$;

b) $x > 8$;

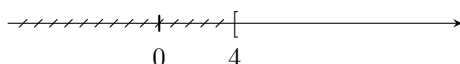
c) $x \leq 0,5$;

d) $x \geq -4$.

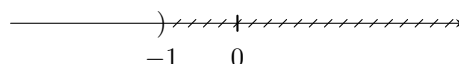
Lời giải.

Bài 3. Hình vẽ dưới đây là biểu diễn tập nghiệm của bất phương trình nào?

a)



b)



🗨️ Lời giải.

BÀI 11. BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT MỘT ẨN

A – TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Bất phương trình bậc nhất một ẩn

Định nghĩa 2. Bất phương trình có dạng $ax + b < 0$ (hoặc $ax + b > 0$; $ax + b \leq 0$; $ax + b \geq 0$) trong đó a, b là hai số đã cho và $a \neq 0$, được gọi là bất phương trình bậc nhất một ẩn.

2. Hai quy tắc biến đổi phương trình

- ☑ **Quy tắc chuyển vế :** Khi chuyển một hạng tử từ một vế của bất phương trình sang vế còn lại, ta phải đổi dấu hạng tử đó.
Ví dụ: $2x + 3 < 0 \Leftrightarrow 2x < -3$.
- ☑ **Quy tắc nhân (hoặc chia) với một số khác 0:** Khi nhân (hoặc chia) hai vế của bất phương trình với một số khác 0 ta phải giữ nguyên chiều của bất phương trình (nếu số đó dương) hoặc đổi chiều bất phương trình (nếu số đó âm), ta được bất phương trình mới tương đương với bất phương trình đã cho.

B – BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

📁 Dạng 1. Nhận dạng bất phương trình bậc nhất một ẩn

Dựa vào định nghĩa bất phương trình bậc nhất một ẩn.

🔗 **Ví dụ 1.** Hãy xét xem các bất phương trình sau có là bất phương trình bậc nhất một ẩn hay không? Vì sao?

a) $5x + 3 \geq 0$; b) $0x - 1 < 0$; c) $\frac{-2x + 4}{3} \leq 0$; d) $x^2 + 1 > 0$.

 **Lời giải.**

❖ **Ví dụ 2.** Trong các bất phương trình sau đâu là bất phương trình bậc nhất một ẩn? Chỉ rõ a, b .

a) $2x - 4 > 0$; b) $\frac{2}{3}x + \frac{5}{4} \leq 0$; c) $9 - 0x \leq 0$; d) $x^3 - 12 \geq 0$.

 **Lời giải.**

Dạng 2. Giải bất phương trình

Sử dụng các quy tắc chuyển vế hoặc nhân (chia) với một số khác 0 để giải các bất phương trình đã cho.

❖ **Ví dụ 3.** Giải các bất phương trình theo quy tắc chuyển vế:

a) $x - 9 \leq 0$; b) $x + 9 < 2$;
c) $4 - x > -2x + 5$; d) $x - 3x \geq 4 - 3x$.

 **Lời giải.**

❖ **Ví dụ 4.** Giải các phương trình theo quy tắc chuyển vế:

a) $x - 5 \geq 0$; b) $x + 4 > 11$;
c) $1 + 2x \leq 3 + x$; d) $x + 1 - 2x < -2x - 8$.

 **Lời giải.**

✧ Ví dụ 5. Giải các phương trình theo quy tắc nhân:

a) $4x \leq 16$;

b) $\frac{5}{2}x > 2$;

c) $\frac{-1}{2}x < 7$;

d) $-0,4x \geq -5$.

💬 Lời giải.

✧ Ví dụ 6. Giải các bất phương trình theo quy tắc nhân:

a) $2x \geq 4$;

b) $\frac{3}{2}x > 6$;

c) $-3x \leq 12$;

d) $-0,5x < -8$.

💬 Lời giải.

✧ Ví dụ 7. Giải các bất phương trình sau:

a) $3x + 1 \leq 16$;

b) $-2x - 2 > 8$;

c) $5x + 6(x + 1) > x - (x + 5)$;

d) $5x(x + 1) \geq x(5x - 1)$.

💬 Lời giải.

✧ Ví dụ 8. Giải các bất phương trình sau:

a) $2x + 1 \geq 5$;

b) $-2x - 8 > 8$;

c) $3x - (x - 4) \leq x - 8$;

d) $x(x + 8) < x(x + 3) + 5$.

 Lời giải.

 Dạng 3. Biểu diễn tập nghiệm trên trục số

- ☑ *Bước 1.* Giải bất phương trình bằng quy tắc chuyển vế hoặc quy tắc nhân.
- ☑ *Bước 2.* Biểu diễn nghiệm của bất phương trình trên trục số.

↔ **Ví dụ 9.** Giải bất phương trình và biểu diễn nghiệm trên trục số:

a) $3x - 8 \geq 1;$

b) $2x - 8 > x - 1;$

c) $4x + 2 - 5x \leq 0;$

d) $-x + 3 > 9 + 2x..$

 Lời giải.

✧ Ví dụ 10. Giải bất phương trình và biểu diễn nghiệm trên trục số:

a) $x + 5 \geq 4$;

b) $3x - 8 > 2x$;

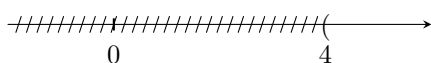
c) $2x + 5 \leq 3x + 4$;

d) $-x + 5 < 3x + 13$.

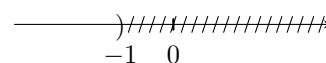
💬 Lời giải.

✧ Ví dụ 11. Hình vẽ sau biểu diễn tập nghiệm của phương trình nào? Hãy kể tên ít nhất một bất phương trình có cùng tập nghiệm.

a)

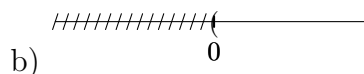
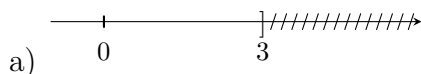


b)



 Lời giải.

❖ **Ví dụ 12.** Hình vẽ sau biểu diễn tập nghiệm của phương trình nào? Hãy kể tên ít nhất một bất phương trình có cùng tập nghiệm.



 Lời giải.

 Dạng 4. Bất phương trình tương đương

Để giải thích sự tương đương giữa hai bất phương trình, ta thường dùng hai cách sau.

- ❖ *Cách 1:* Giải cả hai bất phương trình rồi kiểm tra hai tập nghiệm có giống nhau hay không.
- ❖ *Cách 2:* Bằng hai quy tắc chuyển vế và quy tắc nhân, ta biến đổi từ bất phương trình này tương đương với bất phương trình kia.

❖ **Ví dụ 13.** Giải thích sự tương đương:

a) $x + 8 \leq 3 \Leftrightarrow x - 2 \leq -7;$

b) $-2x > 6 \Leftrightarrow 3x < -9;$

 Lời giải.

❖ Ví dụ 14. Giải thích sự tương đương:

a) $x + 4 > 10 \Leftrightarrow x - 2 > 4;$

b) $-2x \leq 8 \Leftrightarrow 3x \geq -12;$

💬 Lời giải.

Dạng 5. Giải bài toán bằng cách lập phương trình

Để giải bài toán cách lập phương trình ta cần thực hiện các bước sau:

- ✔ Bước 1: Đặt ẩn và tìm điều kiện cho ẩn;
- ✔ Bước 2: Biểu diễn những đại lượng chưa biết theo ẩn;
- ✔ Bước 3: Lập phương trình theo yêu cầu của đề bài;
- ✔ Bước 4: Giải bất phương trình và kết luận.

❖ Ví dụ 15. Quãng đường A đến B dài không quá 120 km. Một xe máy đi từ A đến B với vận tốc 60 km/h. Đi được nửa giờ thì gặp đường xấu nên xe máy chỉ đi với vận tốc 40 km/h. Hỏi thời gian xe máy đi trên đoạn đường xấu là bao nhiêu?

💬 Lời giải.

❖ Ví dụ 16. Bạn Mai có không quá 80000 đồng gồm 30 tờ tiền với mệnh giá lần lượt là: 2000 đồng và 5000 đồng. Hỏi bạn Mai có bao nhiêu tờ loại 5000 đồng?

💬 Lời giải.

C – BÀI TẬP VỀ NHÀ

Bài 1. Trong các bất phương trình sau, đâu là bất phương trình bậc nhất? Chỉ rõ a và b .

a) $7 - 5x > 0$;

b) $\frac{x-5}{6} - 5 \geq 0$;

c) $\frac{2}{3} - 4x < 0$;

d) $x(x-1) - x < 0$.

 **Lời giải.**

Bài 2. Giải các bất phương trình sau theo quy tắc chuyển vế:

a) $x + \frac{1}{2} \leq 0$;

b) $x - 2 < 3$;

c) $3 + 2x > x + 6$;

d) $3x + 5 - x \geq 3 + x$.

 **Lời giải.**

Bài 3. Giải các bất phương trình sau theo quy tắc nhân:

a) $\frac{2}{3}x \leq 5;$

b) $2x > -4;$

c) $-3x > 6;$

d) $-\frac{3}{8}x \geq -1.$

 **Lời giải.**

Bài 4. Giải các bất phương trình sau:

a) $4x - 6 \leq 12;$

b) $3x - 2 > x - 5;$

c) $\frac{x - 5}{2} > x + 3;$

d) $2x(x + 1) \geq x(2x - 6) + 1.$

 **Lời giải.**

Bài 5. Giải các bất phương trình và biểu diễn nghiệm trên trục số:

a) $4x + 1 \geq 5$;

b) $3 + 2x > x - 10$;

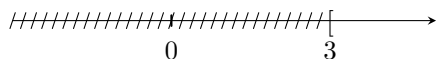
c) $3 - 2x \geq x + 12$;

d) $-x + 8 < 9 + 2x$.

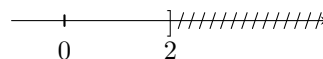
 **Lời giải.**

Bài 6. Hình vẽ sau biểu diễn tập nghiệm của phương trình nào? Hãy kể tên ba bất phương trình có cùng tập nghiệm.

a)



b)



Lời giải.

Bài 7. Giải thích sự tương đương:

a) $x - 6 \leq 2 \Leftrightarrow x \leq 8;$

b) $3x \leq -9 \Leftrightarrow x \leq -3;$

Lời giải.

Bài 8. Bạn Mai có không quá 100000 đồng gồm 15 tờ tiền với mệnh giá lần lượt là: 10000 đồng và 5000 đồng. Hỏi bạn Mai có bao nhiêu tờ 10000 đồng.

Lời giải.

BÀI 12. PHƯƠNG TRÌNH CHỨA DẤU GIÁ TRỊ TUYỆT ĐỐI

A – TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Định nghĩa giá trị tuyệt đối của một số

Định nghĩa 3. Giá trị tuyệt đối của số a , ký hiệu là $|a|$, được định nghĩa khoảng cách từ số a đến số 0 trên trục số.

Như vậy: $|a| = \begin{cases} a & \text{khi } a \geq 0 \\ -a & \text{khi } a < 0 \end{cases}$

2. Tính chất

Ta luôn có:

$$|a| \geq 0; \quad |-a| = |a|; \quad |a|^2 = a^2.$$

3. Cách giải phương trình chứa dấu giá trị tuyệt đối cơ bản

Giải phương trình dạng $|a| = b$.

Cách giải: Ta có thể làm theo hai cách sau:

☑ *Cách 1.* Xét 2 trường hợp

Trường hợp 1. Với $a \geq 0$, phương trình có dạng $a = b$;

Trường hợp 2. Với $a < 0$, phương trình có dạng $-a = b$.

☑ *Cách 2.* Ta có: $|a| = b \Leftrightarrow \begin{cases} b \geq 0 \\ \begin{cases} a = b \\ a = -b \end{cases} \end{cases}$

B – BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. Rút gọn biểu thức chứa dấu giá trị tuyệt đối

Thực hiện theo các bước sau:

- ☑ *Bước 1.* Dựa vào định nghĩa và tính chất để bỏ dấu giá trị tuyệt đối;
- ☑ *Bước 2.* Sử dụng biến đổi đại số để thu gọn biểu thức.

🔗 **Ví dụ 1.** Rút gọn các biểu thức sau:

- a) $A = |x - 3| + 2x - 5$ khi $x \geq 3$; b) $B = |-3x| + 8x - 4$ khi $x \leq 0$;
- c) $C = |x - 4| + 8x$ khi $x \geq 2$; d) $D = |2x - 4| + 3x + 2$.

💬 **Lời giải.**

❖ Ví dụ 2. Rút gọn các biểu thức sau:

a) $A = 6 - 4x + |x - 5|$ khi $x < 5$;

b) $B = 3x - 4 + |-2x|$ khi $x > 0$;

c) $C = |x - 2| + 2x^2 - x - 2$ khi $x \leq 1$;

d) $D = |2x - 6| + 4x - 3$.

💬 Lời giải.

📁 Dạng 2. Giải các phương trình chứa giá trị tuyệt đối

Thực hiện theo các bước sau:

- 🕒 *Bước 1.* Sử dụng các công thức linh hoạt theo từng cách viết để chuyển về phương trình bậc nhất;
- 🕒 *Bước 2.* Đối chiếu điều kiện để đưa ra kết luận tập nghiệm.

❖ Ví dụ 3. Giải các phương trình sau:

a) $|2x| = x + 3$;

b) $|-3x| = 4x - 5$;

c) $|0,5x| = 3x - 10$;

d) $|-2,5x| + 8 = 1,5x$.

💬 Lời giải.

❖ Ví dụ 4. Giải các phương trình sau:

a) $|3x| = x + 6$;

b) $|-3x| = 3x + 6$;

c) $|0,5x| = 2x - 4$;

d) $|-3x| + 5 = 2x$.

💬 Lời giải.

✧ Ví dụ 5. Giải các phương trình sau:

a) $|8 + x| = 2x$;

b) $|x - 2| - 3x - 2 = 0$;

c) $|x + 4| = 2x + 2$;

d) $|7 - x| = 5x + 3$.

💬 Lời giải.

❖ Ví dụ 6. Giải các phương trình sau:

a) $|x - 6| = 2x + 1$;

b) $|x + 3| = 2x - 3$;

c) $|x + 3| = 2x - 1$;

d) $|x - 4| - 3x = 6$.

💬 Lời giải.

🔗 **Ví dụ 7.** Giải các phương trình sau:

a) $|5x| - x - 2 = 0;$

b) $|7x - 3| - x + 6 = x$;

c) $|3 - x| + x^2 - x(x + 4) = 0$;

d) $(x - 1)^2 + |x + 2| - x^2 - 13 = 0.$

 **Lời giải.**

🔗 **Ví dụ 8.** Giải các phương trình sau:

- d) $(x - 2)^2 + |x + 3| - x^2 - 10 = 0.$

 Lời giải.

🔗 **Ví dụ 9.** Giải các phương trình sau:

a) $|2x - 3| = 2x - 3;$

b) $|3x - 1| = 1 - 3x$;

c) $|2x - 5| + (x - 1)^2 = x^2 - 4$;

d) $|2 - x| + x^2 = (x - 1)(x + 2)$.

 **Lời giải.**

🔗 **Ví dụ 10.** Giải phương trình sau:

d) $|6 - x| + x^2 = (x - 2)(x + 3)$.



a) $|2x - 1| = x^2 - 3x - 1$;

b) $|2x - 1| = 4x^2 - 4x - 1$;

 Lời giải.

❖ Ví dụ 12. Giải các phương trình sau:

a) $|x - 2| = x^2 - 4x - 2$;

b) $|x - 3| = x^2 - 6x + 7$;

 Lời giải.

C – BÀI TẬP VỀ NHÀ

Bài 1. Rút gọn các biểu thức sau:

a) $A = |x - 9| + x + 7$ khi $x \geq 9$;

b) $B = |-3x| - 8x^2 + 8x(x - 1) - 2$ khi $x \geq 0$;

c) $C = |-3x + 5| - x^2 + 5 - 3x$ khi $x > 1$.

 **Lời giải.**

Bài 2. Giải các phương trình sau:

a) $|3x + 2| = 8$;

b) $3x + 2 - |x - 1| = 0$;

c) $|x + 3| - 2x = 5 - |x + 3|$;

d) $\frac{|4 - 5x| + 4x}{5} = 2$.

 **Lời giải.**

Bài 3. Giải các phương trình sau:

- a) $|2x - 1| - 3x = 1 - 5x$;
- b) $|x - 6| = -5x + 9$;
- c) $|5x - 4| - 10x - 2 = -6 - 5x$;
- d) $|x - 6| - x(x + 1) = x - 6$.

 **Lời giải.**

Bài 4. Giải hệ phương trình sau bằng cách đặt ẩn phụ:

$$4|x - 2| = x^2 - 4x + 8$$

..

 **Lời giải.**

BÀI 13. ÔN TẬP CHƯƠNG IV

A – TRỌNG TÂM KIẾN THỨC

- ✔ Bất đẳng thức và liên hệ giữa thứ tự và phép tính.
- ✔ Bất phương trình và hai quy tắc biến đổi tương đương bất phương trình.
- ✔ Giải bất phương trình.
- ✔ Giải phương trình chứa dấu giá trị tuyệt đối.

B – CÁC DẠNG BÀI TẬP VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Dạng 1. Chứng minh bất đẳng thức

Có thể xét hiệu hai vế, có thể biến đổi tương đương hoặc dùng các tính chất của bất đẳng thức.

↔ **Ví dụ 1.** Chứng minh bất đẳng thức $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \geq \frac{4}{x+y}$ với $x, y > 0$.

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

↔ **Ví dụ 2.** Chứng minh bất đẳng thức $3(a^2 + b^2 + c^2) \geq (a + b + c)^2$.

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

↔ **Ví dụ 3.** Chứng minh bất đẳng thức $\frac{x^2 - x + 1}{x^2 + x + 1} \geq \frac{1}{3}$.

 **Lời giải.**

✧ Ví dụ 4. Chứng minh rằng $(ax + by)^2 \leq (a^2 + b^2)(x^2 + y^2)$. Áp dụng: Cho $3x + 4y = 5$, chứng minh rằng $x^2 + y^2 \geq 1$.

💬 Lời giải.

📁 Dạng 2. Tìm giá trị nhỏ nhất, giá trị lớn nhất của biểu thức $f(x)$

Ta chứng minh rằng $f(x) \geq k$ (hoặc $f(x) \leq k$) và chỉ rõ dấu đẳng thức xảy ra khi nào.

✧ Ví dụ 5. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức.

a) $A = x^2 - 3x + 2$.

b) $B = (x + y)^4 - 8(x + y)^2 + 17$.

💬 Lời giải.

✧ Ví dụ 6. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức.

a) $C = -x^2 + 14x - 70$.

b) $D = -x^4 + 2x^2 + 9$.

 **Lời giải.**

✧ **Ví dụ 7.** Cho biểu thức $F = 3(5 - x)(3x - 7)$. Tìm giá trị lớn nhất của F .

 **Lời giải.**

Dạng 3. Giải bất phương trình

Vận dụng quy tắc chuyển vế và quy tắc nhân.

✧ **Ví dụ 8.** Giải bất phương trình rồi biểu diễn tập nghiệm của chúng lên trục số.

a) $\frac{x - 5}{14} \leq \frac{3(1,5 - 2x)}{35}$.

b) $\frac{2x - 5}{4} > \frac{x + 1}{2}$.

 **Lời giải.**

✎ **Ví dụ 9.** Cho bất phương trình $a^2x - ax > 3 - x$ (1).

- a) Giải bất phương trình (1) khi $a = 2$.
b) Chứng minh rằng bất phương trình (1) luôn có nghiệm với mọi giá trị của a .

💬 **Lời giải.**

✎ **Ví dụ 10.** Tìm nghiệm chung của hai bất phương trình.

$$(x - 5)^2 < x^2 + x + 3 \quad (1)$$

$$(x + 1)(x - 3) > x(x - 4) \quad (2)$$

💬 **Lời giải.**

✎ **Ví dụ 11.** Tìm nghiệm nguyên dương của bất phương trình $\frac{5x + 1}{4} \leq \frac{5x + 9}{6}$.

💬 **Lời giải.**

✎ **Ví dụ 12.** Giải bất phương trình $\frac{x^2 - x + 5}{x^2 + x + 3} > 1$.

💬 **Lời giải.**

📁 Dạng 4. Giải phương trình chứa dấu giá trị tuyệt đối

Xét dấu của biểu thức trong dấu giá trị tuyệt đối để bỏ dấu giá trị tuyệt đối đưa phương trình về dạng không còn dấu giá trị tuyệt đối.

✎ **Ví dụ 13.** Giải các phương trình.

a) $|93x + 13| = 80$.

b) $|-4x - 5| = 17$.

💬 **Lời giải.**

✧ Ví dụ 14. Giải các phương trình.

a) $|1000 - x| = x$.

b) $\left| \frac{1}{2}x - 3 \right| + x - 12 = 0$.

💬 Lời giải.

✧ Ví dụ 15. Giải các phương trình.

a) $|3x - 7| = 3x - 7$.

b) $|9x - 45| = 45 - 9x$.

💬 Lời giải.

0.1. PHẦN TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Bất phương trình nào sau đây là bất phương trình bậc nhất một ẩn?

- (A) $2x^2 + 1 < 0$. (B) $0x + 4 > 0$. (C) $\frac{x+3}{3x+2008} > 0$. (D) $\frac{1}{4}x - 1 < 0$.

Câu 2. Nghiệm của bất phương trình $-4x + 12 < 0$ là

- (A) $x > 3$. (B) $x > -3$. (C) $x < 3$. (D) $x < -3$.

Câu 3. Giá trị $x = 1$ là nghiệm của bất phương trình nào sau đây?

- (A) $3x + 3 > 9$. (B) $-5x > 4x + 1$. (C) $x - 2x < -2x + 4$. (D) $x - 6 \geq 5 - x$.

Câu 4. Bất phương trình nào sau đây là bất phương trình bậc nhất một ẩn?

- (A) $5x^2 + 4 < 0$. (B) $\frac{2x+3}{x^2+3} > 0$. (C) $0x + 4 > 0$. (D) $0,25x - 1 < 0$.

Câu 5. Bất đẳng thức nào sau đây là bất đẳng thức sai?

- (A) $(-2) \cdot 3 \geq -6$. (B) $2 \cdot (-3) \leq 3 \cdot (-3)$.
(C) $2 + (-5) > (-5) + 1$. (D) $2 \cdot (-4) > 2 \cdot (-5)$.

Câu 6. Bất phương trình $6 - 2x \geq 0$ có nghiệm là

- (A) $x \leq 3$. (B) $x \geq 3$. (C) $x \leq -3$. (D) $x \geq -3$.

Câu 7. Bất phương trình $-2x + 6 \geq 0$ tương đương với bất phương trình nào sau đây?

- (A) $2x - 6 \geq 0$. (B) $2x - 6 \leq 0$. (C) $-2x \geq 6$. (D) $x \geq -3$.

Câu 8. Tập nghiệm của bất phương trình $4x < 12$ là

- (A) $\{x|x > -3\}$. (B) $\{x|x < -3\}$. (C) $\{x|x > 3\}$. (D) $\{x|x < 3\}$.

Câu 9. Bất phương trình nào sau đây là bất phương trình bậc nhất một ẩn?

- (A) $2 + \frac{2}{x} < 0$. (B) $2x + 2 < 0$. (C) $0x + 2 < 0$. (D) $(2 - 2x)x < 0$.

Câu 10. Bất phương trình $-2x + 6 \geq 0$ tương đương với bất phương trình nào sau đây?

- (A) $2x - 6 \geq 0$. (B) $2x - 6 \leq 0$. (C) $-2x \geq 6$. (D) $x \geq -3$.

Câu 11. Tập nghiệm của bất phương trình $5 - 2x \geq 0$ là

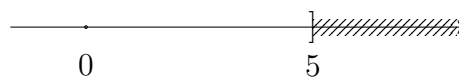
- (A) $S = \left\{x|x \geq \frac{5}{2}\right\}$. (B) $S = \left\{x|x \geq -\frac{5}{2}\right\}$. (C) $S = \left\{x|x \leq \frac{5}{2}\right\}$. (D) $S = \left\{x|x \leq -\frac{5}{2}\right\}$.

Câu 12. Nếu $a \leq b$ và $c < 0$ thì

- (A) $ac \leq bc$. (B) $ac = bc$. (C) $ac > bc$. (D) $ac \geq bc$.

Câu 13.

Hình vẽ bên biểu diễn tập nghiệm của bất phương trình nào?



- (A) $x + 7 < 12$. (B) $x + 7 \leq 12$. (C) $x + 7 \geq 12$. (D) $x + 7 > 12$.

Câu 14. Chọn khẳng định sai.

- (A) $(-2) + 3 \geq -2$. (B) $-5 \geq -5$. (C) $2 \leq 1$. (D) $2 \leq 2$.

Câu 15. Cho $m < n$. Khẳng định đúng là

- (A) $m + 5 \leq n + 4$. (B) $-8 + 3m > -8 + 3n$.
(C) $\frac{m}{2} + 1 \leq \frac{n}{2}$. (D) $-3m > -3n$.

Câu 16. Giá trị $x = 1$ là nghiệm của bất phương trình nào?

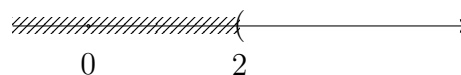
- (A) $3x + 3 > 9$. (B) $-5x > 4x + 1$. (C) $x - 2x < -2x + 4$. (D) $x - 6 > 5 - x$.

Câu 17. Nếu $a < b$ thì

- (A) $a + 1 > b + 1$. (B) $-2a < -2b$.
(C) $-5a + 3 > -5b + 3$. (D) $3a > 3b$.

Câu 18.

Hình bên biểu diễn tập nghiệm của bất phương trình nào?



- (A) $x - 2 < 0$. (B) $x + 2 < 0$. (C) $x + 2 > 0$. (D) $x - 2 > 0$.

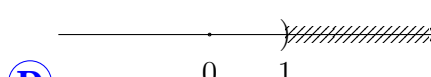
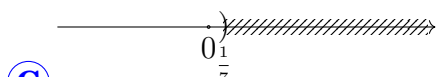
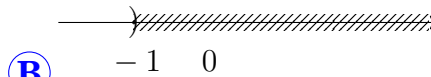
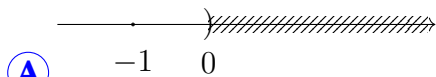
Câu 19. Cho bất phương trình $0,4x > -1,2$. Phép biến đổi nào dưới đây đúng?

- (A) $x > -0,3$. (B) $x < -3$. (C) $x > 3$. (D) $x > -3$.

Câu 20. Cho bất phương trình $-4x + 12 > 0$. Phép biến đổi nào dưới đây đúng?

- (A) $4x > -12$. (B) $4x < 12$. (C) $4x > 12$. (D) $x < -12$.

Câu 21. Biểu diễn tập nghiệm của bất phương trình $-4x + 8 > 3x + 1$, ta được:

**0.2. PHẦN TỰ LUẬN**

Bài 1. Cho biết trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng, khẳng định nào sai?

- a) ☐ $x > 3$ và $x > 5$ viết gộp lại thành $x > 5$.
 b) ☐ $x < 2$ và $x < 7$ viết gộp lại thành $x < 2$.
 c) ☐ $x > 2$ và $x < 11$ viết gộp lại thành $2 < x < 11$.
 d) ☐ $x > 2$ hoặc $x < -1$ viết gộp lại thành $2 < x < -1$.

Bài 2. Cho $a > b$, chứng tỏ rằng:

- a) $3a + 5 > 3b + 2$; b) $2 - 4a < 3 - 4b$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

Bài 3. Giải các bất phương trình sau và biểu diễn chúng trên trục số?

- a) $2(3x - 1) - 2x < 2x + 1$; b) $4x - 8 \geq 3(3x - 2) + 4 - 2x$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 4. Giải các bất phương trình sau:

a) $1 + \frac{1+2x}{3} > \frac{2x-1}{6} - 2;$

b) $2x + 1,4 < \frac{3x-7}{5};$

c) $\frac{5x-20}{3} - \frac{2x^2+x}{2} > \frac{x(1-3x)}{3} - \frac{5x}{4};$

d) $\frac{5x^2-3x}{5} + \frac{3x+1}{4} < \frac{x(2x+1)}{2} - \frac{3}{2}.$

 **Lời giải.**

Bài 5. Giải các bất phương trình sau:

a) $|9+x| = 2x;$

b) $|x-1| = 3x+2;$

c) $|x+6| = 2x+9;$

d) $|5x| - 3x - 2 = 0.$

 **Lời giải.**

Bài 6. Hai bất phương trình sau có bao nhiêu nghiệm nguyên chung.

$$\frac{1}{3}x - 2 \leq 1 \quad \text{và} \quad 3(5-x) < -4,5.$$

🗨️ Lời giải.

Bài 7. Tìm giá trị của m để phương trình sau có nghiệm $x > -1$

$$\frac{x+m}{3} + \frac{x+1}{2} = 2.$$

🗨️ Lời giải.

Bài 8. Giải bất phương trình $\frac{3x+5}{x^2+1} \geq 1$.

🗨️ Lời giải.

Bài 9. Giải phương trình $|x-2| + 8 = 4x$.

🗨️ Lời giải.

Bài 10. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $F = \frac{4x - 1}{x^2 + 3}$.

 **Lời giải.**

Bài 11. Cho $a \leq b$. Chứng minh:

a) $-2a - 5 \geq -2b - 5$;

b) $3(-a - 2) \geq 3(-b - 2)$.

 **Lời giải.**

Bài 12. Cho $a \leq b$. Chứng minh:

a) $-3a - 2 \geq -3b - 2$;

b) $7(2 - a) \geq 7(2 - b)$.

🗨️ Lời giải.

Bài 13. Tìm m để $x = 2$ là nghiệm của bất phương trình:

$$2x + x^2 + 3 + 2m \geq \frac{3}{\sqrt{x^2 - 3}}.$$

🗨️ Lời giải.

Bài 14. Tìm m để $x = 3$ là nghiệm của bất phương trình:

$$2\sqrt{2x + 10} - mx \leq 4(x - 2).$$

🗨️ Lời giải.

Bài 15. Giải các bất phương trình sau và biểu diễn tập nghiệm trên trục số:

a) $\frac{1}{2}x - 5 > x + \frac{1}{2};$

b) $x(4x + 2) - 5 \leq (2x - 1)^2.$

🗨️ Lời giải.

Bài 16. Giải các bất phương trình sau và biểu diễn tập nghiệm trên trục số:

a) $\frac{3}{2}x - 3 > x + 3;$

b) $(x - 2)(x - 3) \geq 3 - x(2 - x)$.

 **Lời giải.**

Bài 17. Giải các bất phương trình sau:

$$\text{a) } 2x + 2 \leq \frac{3x - 4}{5};$$

b) $2 + \frac{1+2x}{3} > \frac{2x-1}{6} - 3.$

 **Lời giải.**

Bài 18. Giải các bất phương trình sau:

a) $\frac{1}{3} + \frac{5x - 10}{7} \leq x;$

$$\text{b) } 1 + \frac{1+x}{2} > \frac{2x-4}{8} - 2.$$

 **Lời giải.**

Bài 19. Giải các phương trình sau:

a) $|4x| = 5x - 3$;

$$\text{b) } \frac{3}{2}x + 4 - \left| x - \frac{3}{2} \right| = 0;$$

c) $|x + 18| + 2x - 20 = 3x - 2;$

d) $2x^2 + 4 - |4 - 3x| = 2x(x - 3)$.

 **Lời giải.**

Bài 20. Giải các phương trình sau:

d) $x^2 + 4 - |5 - 3x| = x(x - 4)$.

 Lời giải.

 Lời giải.

Bài 22. Một người đi bộ một quãng đường dài 10 km trong khoảng thời gian không nhiều hơn 3 giờ. Lúc đầu người đó đi với vận tốc 4 km/h, về sau đi với vận tốc 3 km/h. Xác định độ dài đoạn đường tối thiểu mà người đó đã đi với vận tốc 4 km/h.

 **Lời giải.**

C – BÀI TẬP VỀ NHÀ

Bài 23. Cho $a > b$. Chứng minh:

a) $-2(b - 3) + 9 > -2(a - 3) + 9$;

b) $\frac{a + 7}{9} = \frac{b + 7}{9}$.

 **Lời giải.**

Bài 24. Cho bất phương trình $\sqrt{2x - 1} + mx \leq 7m - 5$. Tìm m để bất phương trình có nghiệm $x = 5$.

 **Lời giải.**

Bài 25. Giải các bất phương trình sau và biểu diễn tập nghiệm trên trục số:

a) $3x - 3 < -8 + 4x$;

b) $3(x + 2)(x - 2) \leq 3x^2 + x$.

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 26. Giải các bất phương trình sau:

a) $\frac{6x + 8}{4} + \frac{7 - 4x}{3} \geq 2$;

b) $\frac{5x^2 - 3x}{5} + \frac{3x + 1}{4} < \frac{x(2x + 1)}{2} - \frac{3}{2}$.

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 27. Giải bất phương trình sau:

$$\frac{x - 15}{2002} + \frac{x - 13}{2004} + \frac{x - 11}{2006} \leq 3.$$

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

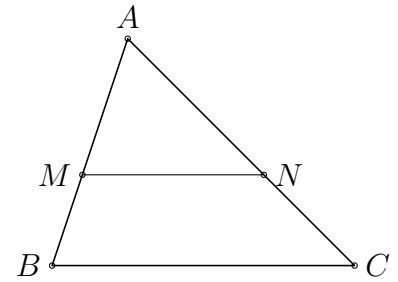
.....

.....

.....

.....

GT	$\triangle ABC, MN \parallel BC (M \in AB, N \in AC)$
KL	$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}; \frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC}; \frac{MB}{AB} = \frac{NC}{AC}.$



⚠ *Chú ý : Định lý Ta-lét vẫn đúng trong trường hợp đường thẳng song song với một cạnh của tam giác và cắt phần kéo dài của hai cạnh còn lại.*

B – BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. Viết tỉ số các cặp đoạn thẳng hoặc tính tỉ số của hai đoạn thẳng

Sử dụng định nghĩa đoạn thẳng tỉ lệ.

🔗 **Ví dụ 1.** Viết tỉ số của các cặp đoạn thẳng sau

a) $AB = 125\text{cm}, CD = 625\text{cm};$

b) $MN = 45\text{cm}, PQ = 13,5\text{dm}.$

Lời giải.

🔗 **Ví dụ 2.** Viết tỉ số của các cặp đoạn thẳng sau

a) $AB = 5\text{cm}, CD = 15\text{cm};$

b) $EF = 48\text{cm}, GH = 16\text{dm}.$

Lời giải.

🔗 **Ví dụ 3.** Đoạn thẳng AB gấp 5 lần đoạn thẳng CD , đoạn thẳng $A'B'$ gấp 7 lần đoạn thẳng CD .

a) Tính tỉ số của hai đoạn thẳng AB và $A'B'$.

b) Cho biết đoạn thẳng $MN = 55\text{cm}$ và $M'N' = 77\text{cm}$; hỏi hai đoạn thẳng AB và $A'B'$ có tỉ lệ với đoạn thẳng MN và $M'N'$ không?

Lời giải.

❖ **Ví dụ 4.** Cho biết độ dài của MN gấp 5 lần độ dài của PQ và độ dài đoạn thẳng $M'N'$ gấp 12 lần độ dài của PQ .

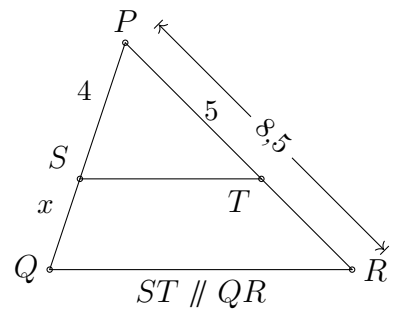
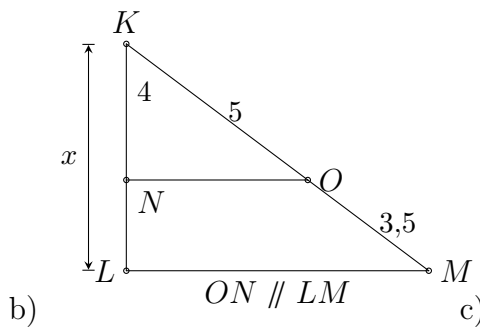
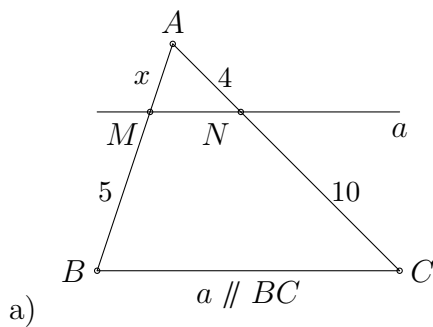
- a) Tính tỉ số của hai đoạn thẳng MN và $M'N'$.
- b) Cho biết đoạn thẳng $DE = 9\text{cm}$ và $D'E' = 10,8\text{dm}$, hỏi hai đoạn thẳng MN và $M'N'$ có tỉ lệ với đoạn thẳng DE và $D'E'$ không?

💬 **Lời giải.**

Dạng 2. Sử dụng định lý Ta-lét để tính độ dài đoạn thẳng hoặc chứng minh đoạn thẳng tỉ lệ

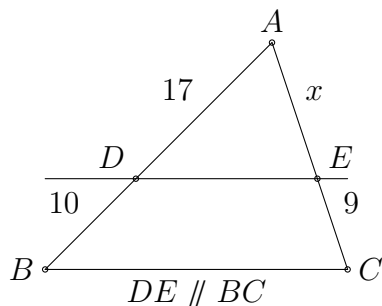
- a) Bước 1. Xác định các cặp đoạn thẳng tỉ lệ có được nhờ định lý Ta-lét.
- b) Bước 2. Sử dụng độ dài các đoạn thẳng đã có và vận dụng các tính chất của tỉ lệ thức để tìm độ dài đoạn thẳng cần tính.

❖ **Ví dụ 5.** Tính x trong các trường hợp sau.

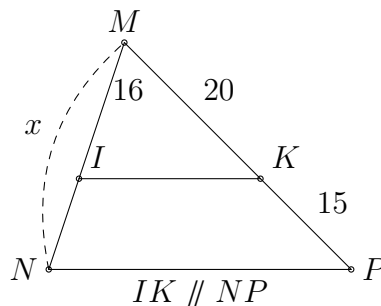


💬 **Lời giải.**

❖ **Ví dụ 6.** Tính x trong các trường hợp sau.



a)



b)

Lời giải.

Ví dụ 7. Cho hình thang $ABCD$ có $(AB \parallel CD)$ và $AB < CD$. Đường thẳng song song với đáy AB cắt các cạnh bên AD, BC theo thứ tự tại M, N . Chứng minh

a) $\frac{MA}{AD} = \frac{NB}{BC};$

b) $\frac{MA}{MD} = \frac{NB}{NC};$

c) $\frac{MD}{DA} = \frac{NC}{CB}.$

Lời giải.

Ví dụ 8. Cho tam giác ABC , đường thẳng d cắt AB, AC lần lượt tại B', C' sao cho $\frac{AB'}{AB} = \frac{AC'}{AC}$. Chứng minh

a) $\frac{AB'}{B'B} = \frac{AC'}{C'C};$

b) $\frac{BB'}{AB} = \frac{CC'}{AC}.$

Lời giải.

C – BÀI TẬP VỀ NHÀ

Bài 1. Viết tỉ số của các cặp đoạn thẳng có độ dài như sau

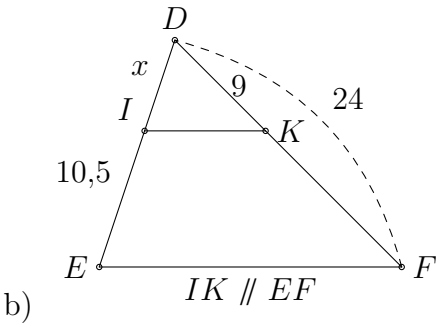
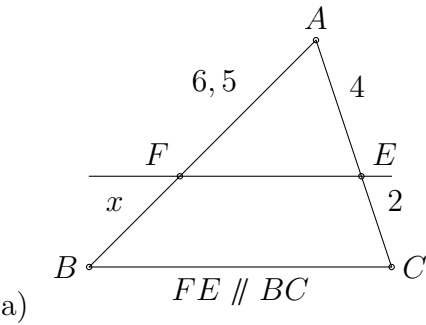
- a) $MN = 25\text{cm}$ và $PQ = 10\text{dm}$;
- b) $EF = 1,2\text{m}$ và $GH = 24\text{cm}$.

Lời giải.

Bài 2. Cho biết $\frac{AB}{CD} = \frac{3}{4}$ và $CD = 12\text{cm}$. Tính độ dài AB .

Lời giải.

Bài 3. Tính x trong các trường hợp sau. Tính x trong các trường hợp sau.



Lời giải.

Bài 4. Cho góc xAy khác góc bẹt. Trên tia Ax lấy các điểm B, C . Qua B và C vẽ hai đường thẳng song song, cắt Ay lần lượt tại D và E . Qua E vẽ đường thẳng song song với CD cắt tia Ax tại F .

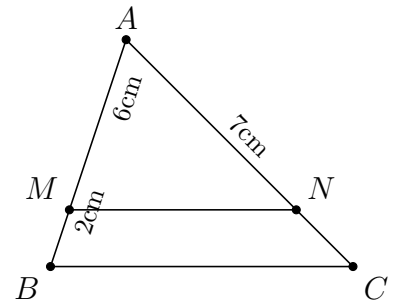
- a) So sánh $\frac{AB}{AC}$ và $\frac{AD}{AE}$; $\frac{AC}{AF}$ và $\frac{AD}{AE}$.
- b) Chứng minh $AC^2 = AB \cdot AF$.

Lời giải.

D – BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 5.

Cho hình bên, biết $MN \parallel BC$ và $AM = 6\text{cm}$, $MB = 2\text{cm}$, $AN = 7\text{cm}$. Tính NC ?



Bài 6. Cho tam giác ABC . Từ điểm M trên cạnh BC , kẻ các đường thẳng song song với các cạnh AB, AC , chúng cắt các cạnh AC và AB tại D và E . Tính tổng $\frac{AE}{AB} + \frac{AD}{AC}$.

Bài 7. Cho tam giác ABC . Trên cạnh AC lấy điểm D sao cho $\frac{AD}{DC} = \frac{1}{2}$. Gọi M là trung điểm của BD . Tia AM cắt BC tại E . Tính tỉ số $\frac{EC}{EB}$.

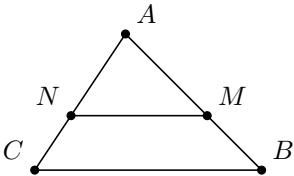
BÀI 15. ĐỊNH LÝ ĐẢO VÀ HỆ QUẢ CỦA ĐỊNH LÝ TA-LÉT

A – TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Định lý Ta-lét đảo

Định lý 1. Nếu một đường thẳng cắt hai cạnh của một tam giác và định ra trên hai cạnh này những đoạn thẳng tương ứng tỷ lệ thì đường thẳng đó song song với cạnh còn lại.

GT	$\triangle ABC, M \in AB, N \in AC$ $\frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC}$
KL	$MN \parallel BC.$



2. Hệ quả của định lý Ta-lét

Định lý 2. Nếu một đường thẳng cắt hai cạnh của một tam giác và song song với cạnh còn lại thì nó tạo thành một tam giác mới có ba cạnh tương ứng tỷ lệ với ba cạnh còn lại của tam giác đã cho.

GT	$\triangle ABC, MN \parallel BC (M \in AB, N \in AC)$
KL	$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}.$

⚠ Hệ quả trên vẫn đúng cho trường hợp đường thẳng d song song với một cạnh của tam giác và cắt phần kéo dài của hai cạnh còn lại.

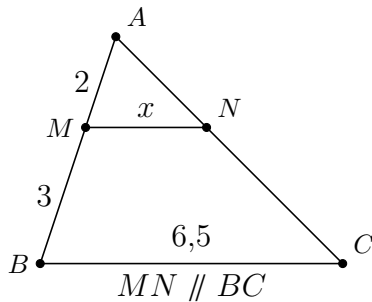
B – BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN**Dạng 1. Sử dụng hệ quả của định lý Ta-lét để tính độ dài đoạn thẳng**

Ta thực hiện theo các bước sau:

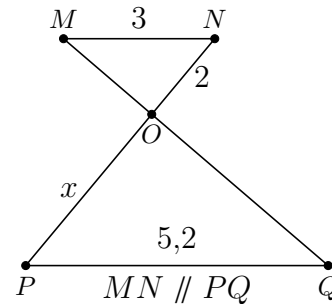
Bước 1: Xác định các cặp đoạn thẳng tỷ lệ có được nhờ hệ quả của định lý Ta-lét.

Bước 2: Sử dụng độ dài các đoạn thẳng đã có và vận dụng các tính chất của tỷ lệ thức để tìm độ dài đoạn thẳng cần tính.

❖ Ví dụ 1. Tính x trong các trường hợp sau



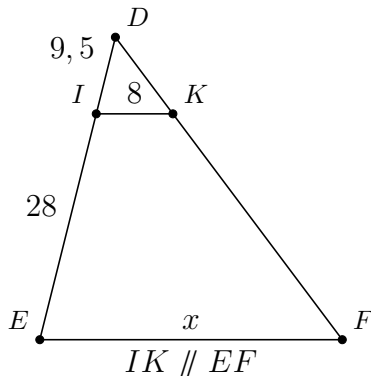
a)



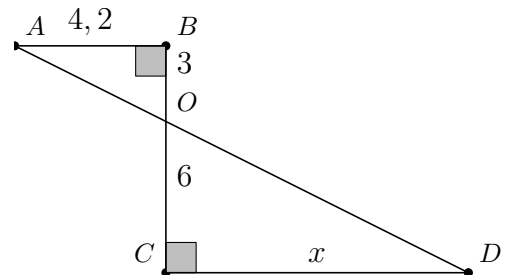
b)

💬 Lời giải.

❖ Ví dụ 2. Tính x trong các trường hợp sau



a)



b)

💬 Lời giải.

❖ Ví dụ 3. Cho tam giác ABC vuông tại A , $MN \parallel BC$ ($M \in AB, N \in AC$), $AB = 24$ cm, $AM = 16$ cm, $AN = 12$ cm. Tính độ dài của các đoạn thẳng NC và NB .

💬 Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

↔ **Ví dụ 4.** Cho tam giác ABC , $MN \parallel BC$ ($M \in AB, N \in AC$), $AB = 25$ cm, $AM = 16$ cm, $BC = 45$ cm, $AN = 12$ cm. Tính độ dài của các đoạn thẳng MN và AC .

💬 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Dạng 2. Sử dụng định lý Ta-lét đảo để chứng minh các đường thẳng song song

Thực hiện theo các bước

Bước 1: Xác định cặp đoạn thẳng tỷ lệ trong tam giác.

Bước 2: Sử dụng định lý đảo của định lý Ta-lét để chứng minh các đoạn thẳng song song.

↔ **Ví dụ 5.** Cho hình thang $ABCD$ ($AB \parallel CD$). Gọi trung điểm của các đường chéo AC và BD lần lượt là M, N . Chứng minh rằng MN, AB và CD song song với nhau.

💬 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

↔ **Ví dụ 6.** Cho tam giác ABC có điểm M trên cạnh BC sao cho $BC = 4CM$. Trên cạnh AC lấy điểm N sao cho $\frac{CN}{AN} = \frac{1}{3}$. Chứng minh MN song song với AB .

💬 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Dạng 3. Sử dụng hệ quả định lý Ta-lét để chứng minh các hệ thức, các đoạn thẳng bằng nhau

Thực hiện theo các bước sau

Bước 1: Xét đường thẳng song song với một cạnh của tam giác, sử dụng hệ quả để lập các đoạn thẳng tỷ lệ.

Bước 2: Sử dụng các tỉ số đã có, cùng với các tính chất của tỉ lệ thức, các tỉ số trung gian (nếu cần) để tính độ dài các đoạn thẳng hoặc chứng minh các hệ thức có được từ hệ quả, từ đó suy ra các đoạn thẳng bằng nhau.

❖ **Ví dụ 7.** Cho tam giác ABC có $BC = 15\text{cm}$. Trên đường cao AH lấy các điểm I, K sao cho $AK = KI = IH$. Qua I, K vẽ các đường thẳng $EF \parallel BC, MN \parallel BC$.

- a) Tính độ dài các đoạn thẳng EF và MN .
- b) Tính diện tích tứ giác $MNEF$, biết rằng diện tích của tam giác ABC là 270 cm^2 .

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

❖ **Ví dụ 8.** Cho tam giác ABC , đường cao AH . Đường thẳng d song song với BC , cắt các cạnh AB, AC và đường cao AH theo thứ tự tại các điểm B', C', H' .

- a) Chứng minh $\frac{AH'}{AH} = \frac{B'C'}{BC}$.
- b) Cho $AH' = \frac{1}{3}AH$ và diện tích tam giác ABC là $67,5\text{ cm}^2$. Tính diện tích tam giác $AB'C'$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

↔ **Ví dụ 9.** Cho hình thang $ABCD (AB \parallel CD)$. Đường thẳng song song với đáy AB cắt các cạnh bên AD, BC và các đường chéo BD, AC lần lượt tại M, N, P, Q . Chứng minh

a) $\frac{MD}{AD} = \frac{CQ}{BC}.$

b) $MN = PQ.$

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

↔ **Ví dụ 10.** Cho hình thang $ABCD$ với $AB \parallel CD$ có hai đường chéo AC, BD cắt nhau tại O và đường thẳng qua O song song với đáy cắt các cạnh bên tại M và N . Chứng minh $OM = ON$.

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

C – BÀI TẬP VỀ NHÀ

Bài 1. Cho tam giác ABC có cạnh $BC = a$. Trên cạnh AB lấy điểm D và E sao cho $AD = DE = EB$. Từ D, E kẻ các đường thẳng song song với BC cắt AC theo thứ tự tại M, N . Tính theo a độ dài các đoạn thẳng DM và EN .

 **Lời giải.**

Bài 2. Cho hình thang cân $ABCD$ ($AB \parallel CD$) có hai đường chéo AC và BD cắt nhau tại O . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BD và AC . Biết rằng $MD = 2MO$, đáy lớn $CD = 5,6$ cm.

- Tính độ dài đoạn thẳng MN .
- Chứng minh $MN = \frac{CD - AB}{2}$.

 **Lời giải.**

Bài 3. Cho hình thang cân $ABCD$ ($AB \parallel CD$). Đường thẳng song song với đáy AB cắt các cạnh bên AD, BC và các đường chéo BD, AC lần lượt tại M, Q, N, P . Chứng minh

- a) $\frac{DN}{BD} = \frac{CP}{AC}$. b) $MN = PQ$.

 Lời giải.

Bài 4. Tam giác ABC , đường cao AH . Đường thẳng d song song với BC , cắt các cạnh AB , AC và đường cao AH theo thứ tự tại các điểm B' , C' , H' . Chứng minh

a) $\frac{AH'}{AH} = \frac{B'C'}{BC}$;

b) $\frac{S_{AB'C'}}{S_{ABC}} = \left(\frac{B'C'}{BC}\right)^2$.

Lời giải.

D – BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 5. Viết tỉ số của các cặp đoạn thẳng sau

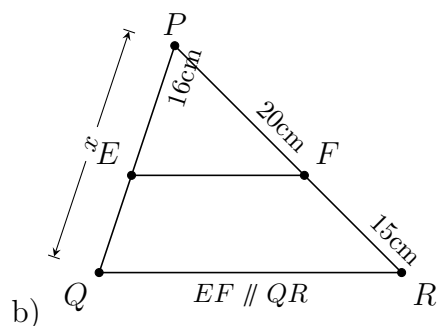
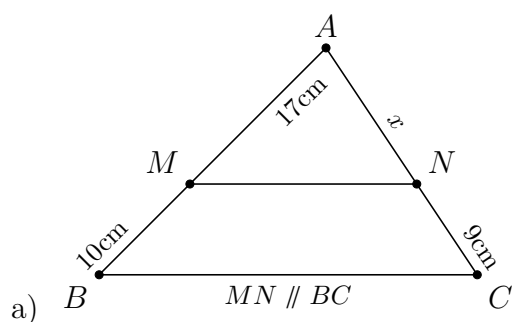
a) $AB = 125\text{cm}$, $CD = 625\text{cm}$;

b) $MN = 555\text{cm}$, $M'N' = 999\text{cm}$;

c) $EF = 45\text{cm}$, $E'F' = 13,5\text{dm}$;

d) $PQ = 10101\text{cm}$, $P'Q' = 303,03\text{m}$.

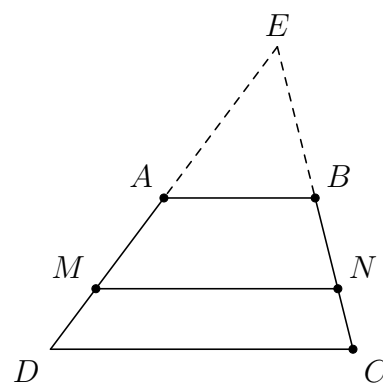
Bài 6. Tìm độ dài x của các đoạn thẳng trong hình bên dưới



Bài 7.

Cho hình thang $ABCD$ có $AB \parallel CD$ và $AB < CD$. Đường thẳng song song với đáy AB cắt các cạnh bên AD, BC theo thứ tự tại M và N . Chứng minh rằng:

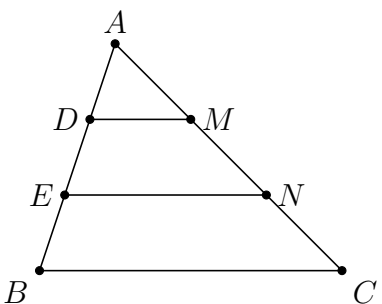
- a) $\frac{MA}{AD} = \frac{NB}{BC}$; b) $\frac{MA}{MD} = \frac{NB}{NC}$;
c) $\frac{MD}{DA} = \frac{NC}{CB}$.



Bài 8. Cho tam giác ABC . Trên cạnh AB, AC lần lượt lấy hai điểm M, N sao cho $BM = \frac{2}{5}AB$, $CN = \frac{2}{5}AC$. Gọi O là giao điểm của BN và CM . Tính tỉ số $\frac{ON}{OB}$.

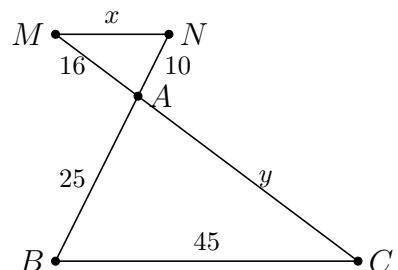
Bài 9.

Cho tam giác ABC có $BC = 20\text{cm}$. Trên cạnh AB lấy các điểm D và E sao cho $AD = DE = EB$. Từ D, E kẻ các đường thẳng song song với BC , cắt cạnh AC theo thứ tự M và N . Tính độ dài các đoạn thẳng DM và EN .



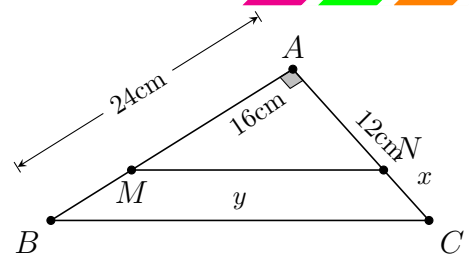
Bài 10.

Cho hình vẽ bên. Biết $AB = 25\text{cm}$, $BC = 45\text{cm}$, $AM = 16\text{cm}$, $AN = 10\text{cm}$ và $MN \parallel BC$. Tính độ dài x, y của các đoạn thẳng MN và AC .



Bài 11.

Hình bên cho biết $\triangle ABC$ vuông tại A , có $AM = 16\text{cm}$, $AN = 12\text{cm}$, $AB = 24\text{cm}$ và $MN \parallel BC$. Tính độ dài x, y của các đoạn thẳng NC và BC .



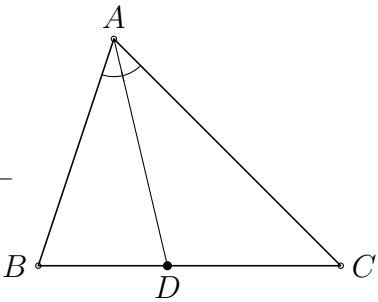
BÀI 16. TÍNH CHẤT CỦA ĐƯỜNG PHÂN GIÁC CỦA TAM GIÁC

A – TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Định lý

☑ Trong tam giác, đường phân giác của một góc chia cạnh đối diện thành hai đoạn thẳng tỉ lệ với hai cạnh kề hai đoạn thẳng ấy.

☑ Ta có	GT	$\triangle ABC, AD \text{ là tia phân giác của } \widehat{BAC}, (D \in BC).$
	KL	$\frac{DB}{DC} = \frac{AB}{AC}.$



⚠ Định lý vẫn đúng đối với tia phân giác của góc ngoài của tam giác.

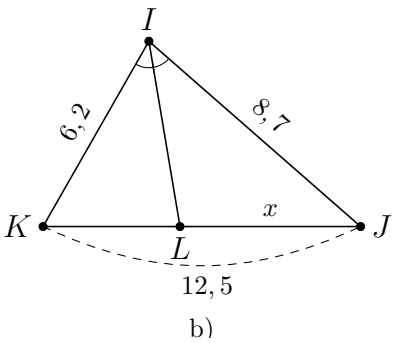
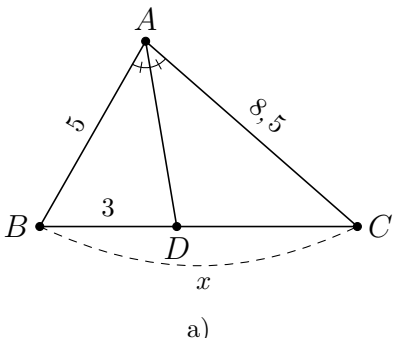
B – BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. Sử dụng tính chất đường phân giác của tam giác để tính độ dài đoạn thẳng

Thực hiện theo các bước

- ☑ Bước 1: Xác định đường phân giác và lập các đoạn thẳng tỉ lệ.
- ☑ Bước 2: Sử dụng các đoạn thẳng tỉ lệ đó để tính độ dài đoạn thẳng chưa biết.

🔗 **Ví dụ 1.** Tính x trong hình và làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất.



💬 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

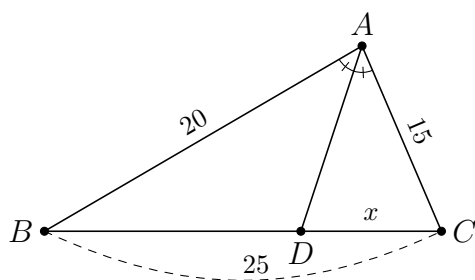
.....

.....

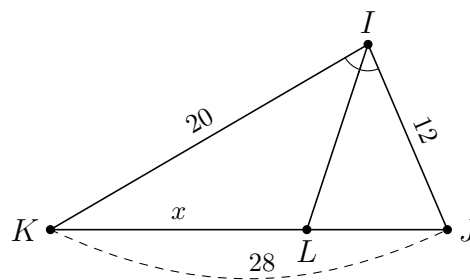
.....

.....

🔗 **Ví dụ 2.** Tính x trong hình và làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất.



a)



b)

Lời giải.

Dạng 2. Sử dụng tính chất đường phân giác của tam giác để tính tỉ số, chứng minh các hệ thức, các đoạn thẳng bằng nhau, các đường thẳng song song

Thực hiện theo các bước sau:

- ❶ Bước 1: Xác định đường phân giác và lập các đoạn thẳng tỉ lệ.
- ❷ Bước 2: Sử dụng các tỉ số đã có, cùng với các tính chất của tỉ lệ thức, các tỉ số trung gian (nếu cần) và định lý đảo của định lý Ta-lét để tính tỉ số đoạn thẳng hoặc chứng minh các hệ thức. Từ đó suy ra các đoạn thẳng bằng nhau hay các đường thẳng song song.

❖ **Ví dụ 3.** Cho tam giác cân ABC , có $BA = BC = a$, $AC = b$. Đường phân giác của góc A cắt BC tại M , đường phân giác góc C cắt BA tại N .

- a) Chứng minh $MN \parallel AC$.
- b) Tính MN theo a, b .

Lời giải.

❖ Ví dụ 4. Cho tam giác ABC , trung tuyến AM . Tia phân giác góc AMB cắt AB tại D , tia phân giác góc AMC cắt cạnh AC tại E . Chứng minh $DE \parallel BC$.

💬 Lời giải.

❖ Ví dụ 5. Cho tam giác ABC có $AB = 12$ cm, $AC = 20$ cm, $BC = 28$ cm. Đường phân giác góc A cắt BC tại D . Qua D kẻ $DE \parallel AB$ ($E \in AC$).

- Tính độ dài các đoạn thẳng BD , DC và DE .
- Cho biết diện tích tam giác ABC là S . Tính diện tích các tam giác ABD , ADE , DCE theo S .

💬 Lời giải.

❖ Ví dụ 6. Cho tam giác ABC có $AB = 15$ cm, $AC = 20$ cm, $BC = 25$ cm. Đường phân giác góc A cắt BC tại D .

- Tính độ dài các đoạn thẳng BD , DC .

b) Tính tỉ số diện tích hai tam giác ABD và ACD .

 Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

C – BÀI TẬP VỀ NHÀ

Bài 1. Cho tam giác ABC vuông tại A . Kẻ phân giác trong AD của $\widehat{BAC}$ (với $D \in BC$), biết $DB = 15$ cm, $DC = 20$ cm. Tính độ dài các đoạn thẳng AB , AC .

 Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 2. Cho tam giác ABC vuông tại A và $AB = 12$ cm, $AC = 16$ cm. Đường phân giác góc A cắt BC tại D .

- Tính BC , BD và CD .
- Vẽ đường cao AH . Tính AH , HD và AD .

 Lời giải.

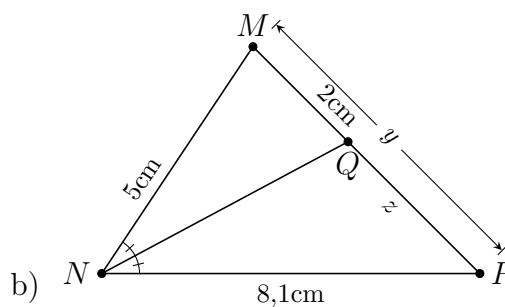
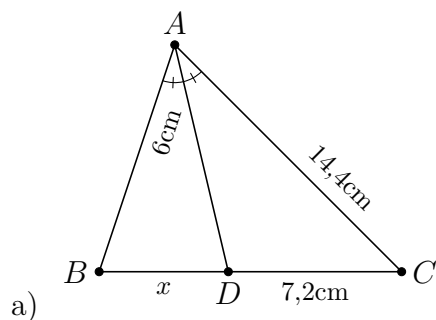
Bài 3. Cho tam giác cân ABC ($AB = AC$), đường phân giác góc B cắt AC tại D và cho biết $AB = 15$ cm, $BC = 10$ cm.

- a) Tính AD, DC .
- b) Đường vuông góc với BD tại B cắt đường thẳng AC kéo dài tại E . Tính EC .

 **Lời giải.**

D – BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 4. Cho hình vẽ bên dưới. Tính x, y, z .



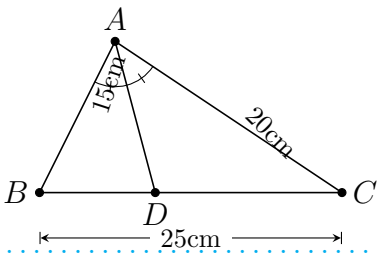
Bài 5. Cho tam giác ABC có AD là đường phân giác trong ($D \in BC$), $AB = 4\text{cm}$, $AC = 7\text{cm}$, $BC = 8\text{cm}$. Tính độ dài đoạn thẳng CD (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất).

Bài 6. Cho tam giác ABC vuông tại A có AD là đường phân giác trong ($D \in BC$), $AB = 3\text{cm}$, $AC = 4\text{cm}$. Tính độ dài đoạn thẳng BD .

Bài 7.

Cho tam giác ABC có AD là đường phân giác trong ($D \in BC$), $AB = 15\text{cm}$, $AC = 20\text{cm}$, $BC = 25\text{cm}$.

- a) Tính độ dài các đoạn thẳng DB và DC .
- b) Tính tỉ số diện tích của hai tam giác ABD và ACD .



Bài 8. Cho tam giác ABC có AD là đường phân giác trong ($D \in BC$), kẻ $DE \parallel AB$ ($E \in AC$), $AB = 6\text{cm}$, $AC = 9\text{cm}$. Tìm tỉ số của $\frac{AE}{AC}$.

Bài 9. Cho $\triangle ABC$ cân tại A có chu vi 80cm. Tia phân giác của góc B cắt đường cao AH tại I , biết $AI = \frac{3}{4}AH$. Tính độ dài các cạnh của $\triangle ABC$.

BÀI 17. KHÁI NIỆM HAI TAM GIÁC ĐỒNG DẠNG

A – TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Định nghĩa

- ☑ Hai tam giác gọi là đồng dạng với nhau nếu chúng có ba cặp góc bằng nhau đôi một và ba cặp cạnh tương ứng tỉ lệ.

☑ Ta có $\triangle ABC \simeq \triangle A'B'C' \Leftrightarrow \begin{cases} \widehat{A} = \widehat{A'}, \widehat{B} = \widehat{B'}, \widehat{C} = \widehat{C'} \\ \frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{CA}{C'A'} \end{cases}$

- ♥ Tỷ số các cạnh tương ứng $\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{CA}{C'A'} = k$ gọi là tỷ số đồng dạng.

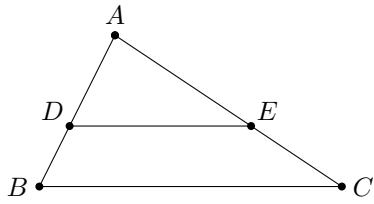
2. Tính chất

- ✔ Mọi tam giác đồng dạng với chính nó (hoặc nói hai tam giác bằng nhau thì đồng dạng với nhau).
- ✔ Nếu $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$ theo tỉ số k thì $\triangle A'B'C' \sim \triangle ABC$ theo tỉ số là $\frac{1}{k}$.
- ✔ Nếu $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$ và $\triangle A'B'C' \sim \triangle A''B''C''$ thì $\triangle ABC \sim \triangle A''B''C''$.

3. Định lý

- ✔ Nếu một đường thẳng cắt hai cạnh của tam giác và song song với cạnh còn lại thì nó tạo thành một tam giác mới đồng dạng với tam giác đã cho.
- ✔ Ta có

GT	ABC $DE \parallel BC \ (D \in AB, E \in AC)$
KL	$\triangle ADE \sim \triangle ABC$



B – BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. Chứng minh hai tam giác đồng dạng

Dựa vào định nghĩa, tính chất hoặc định lý đã nêu ở phần tóm tắt lý thuyết.

🔗 Ví dụ 1. Cho tam giác ABC , điểm M thuộc cạnh BC . Kẻ $MN \parallel AB$ và $MP \parallel AC$ với $N \in AC, P \in AB$. Tìm các cặp tam giác đồng dạng.

💬 Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

🔗 Ví dụ 2. Cho hình thang $ABCD$ có $AB \parallel CD$. Gọi O là giao điểm của AD và BC . Chứng minh $\triangle OAB \sim \triangle ODC$.

💬 Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Dạng 2. Tìm tỉ số đồng dạng, tính độ dài cạnh, chứng minh đẳng thức cạnh thông qua tam giác đồng dạng

Sử dụng định nghĩa, các tính chất của hai tam giác đồng dạng.

✎ **Ví dụ 3.** Cho $\triangle ABC$ và $\triangle MNP$ đồng dạng với nhau theo tỉ số k . Chứng minh tỉ số chu vi của hai tam giác ABC và MNP cũng bằng k .

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

✎ **Ví dụ 4.** Cho $\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$ theo tỉ số k_1 và $\triangle A_1B_1C_1 \sim \triangle A_2B_2C_2$ theo tỉ số k_2 . Tìm tỉ số đồng dạng k_3 của $\triangle ABC$ và $\triangle A_2B_2C_2$.

Lời giải.

.....

.....

.....

✎ **Ví dụ 5.** Cho $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ theo tỉ số $\frac{3}{5}$. Tính chu vi của mỗi tam giác biết hiệu chu vi của hai tam giác là 20 cm.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

✎ **Ví dụ 6.** Cho $\triangle ABC \sim \triangle DEF$. Biết $AB = 4$ cm, $BC = 6$ cm, $CA = 8$ cm và chu vi $\triangle DEF$ là 9 cm. Tính độ dài các cạnh của $\triangle DEF$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

✎ **Ví dụ 7.** Cho hình bình hành $ABCD$. Lấy điểm F trên cạnh BC , tia DF cắt tia AB tại G .

- Chứng minh $\triangle GBF \sim \triangle DCF$.
- Biết $AB = 6$ cm, $AD = 5$ cm và $CF = 3$ cm. Tính độ dài AG .
- Chứng minh $AG \cdot CF = CD \cdot AD$.

❖ **Ví dụ 8.** Cho tam giác ABC vuông tại A , điểm D thuộc cạnh BC . Gọi M, N lần lượt là hình chiếu của D trên AB, AC .

 **Lời giải.**

C-BÀI TẬP VỀ NHÀ

 Lời giải.

Bài 2. Cho tam giác ABC có $BC = 13$ cm, $CA = 12$ cm, $AB = 5$ cm. Tam giác ABC đồng dạng với tam giác MNP có cạnh nhỏ nhất là 2,5 cm. Tính các cạnh còn lại của tam giác MNP .

 Lời giải.

Bài 3. Cho tam giác ABC , lấy D trên cạnh BC sao cho $DB = 2DC$. Kẻ $DE \parallel AB$ ($E \in AC$) và $DF \parallel AC$ ($F \in AB$).

- a) Tìm các cặp tam giác đồng dạng và tìm tỉ số đồng dạng.
- b) Tính chu vi các tam giác CDE, BDF biết chu vi tam giác ABC bằng 12 cm.

 Lời giải.

Bài 4. Cho hình thoi $ABCD$, điểm M thuộc cạnh BC . Tia DM cắt tia AB tại N . Chứng minh $\triangle ADN \sim \triangle CMD$, từ đó suy ra $AN \cdot CM = AB^2$.

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

D – BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 5. Cho $\triangle ABC$. Gọi M, N, P theo thứ tự là trung điểm của AB, AC, BC . Chứng minh $\triangle MNP \sim \triangle ABC$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 6. Cho $\triangle ABC$, biết $AB = 6\text{cm}$, $AC = 9\text{cm}$, $BC = 12\text{cm}$ và $\triangle DEF$, biết $DE = 24\text{cm}$, $EF = 18\text{cm}$, $DF = 12\text{cm}$. Hỏi $\triangle ABC$ và $\triangle DEF$ có đồng dạng không?

.....

.....

.....

Bài 7. Cho tứ giác $ABCD$ có $AB = 2\text{cm}$, $CD = 12,5\text{cm}$, $AD = 4\text{cm}$, $BD = 5\text{cm}$ và $BC = 10\text{cm}$. Chứng minh rằng $ABCD$ là hình thang.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

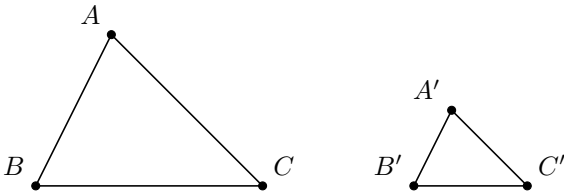
b) Hai tam giác ABC và DEF có đồng dạng không? Vì sao?

BÀI 18. TRƯỜNG HỢP ĐỒNG DẠNG THỨ NHẤT

A – TÓM TẮT LÝ THUYẾT

Định lí 3. Nếu ba cạnh của tam giác này tỉ lệ với ba cạnh của tam giác kia thì hai tam giác đó đồng dạng.

GT	$\triangle ABC, \triangle A'B'C', \frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{CA}{C'A'}$
KL	$\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$



B – BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. Chứng minh hai tam giác đồng dạng

Để chứng minh hai tam giác đồng dạng, ta lập tỉ số các cạnh tương ứng của hai tam giác và chứng minh chúng bằng nhau.

❖ **Ví dụ 1.** Hai tam giác mà các cạnh có độ dài như sau có đồng dạng với nhau không? Vì sao?

- a) 6 cm, 9 cm, 12 cm và 24 cm, 18 cm, 12 cm;
- b) $\triangle ABC$ và $\triangle DEF$ có $\frac{AB}{3} = \frac{AC}{4} = \frac{BC}{5}$ và $\frac{DE}{6} = \frac{DF}{8} = \frac{EF}{9}$.

💬 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

❖ **Ví dụ 2.** Hai tam giác mà các cạnh có độ dài như sau có đồng dạng với nhau không? Vì sao?

- a) 4 cm, 5 cm, 6 cm và 12 cm, 15 cm, 18 cm;
- b) $\triangle ABC$ vuông tại A có $AB = 6$ cm, $AC = 8$ cm và $\triangle MNP$ vuông tại M có $MN = 4$ cm, $MP = 3$ cm.

💬 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

❖ **Ví dụ 3.** Cho tam giác ABC, điểm O nằm trong tam giác. Gọi D, E, F lần lượt là trung điểm của OA, OB, OC.



- a) Chứng minh $\triangle DEF \sim \triangle ABC$, tìm tỉ số đồng dạng.
- b) Biết chu vi $\triangle ABC$ bằng 26 cm. Tìm chu vi $\triangle DEF$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

❖ Ví dụ 4. Cho tam giác ABC . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của BC, CA, AB . Chứng minh

- a) $\triangle ABC \sim \triangle MNP$, tìm tỉ số đồng dạng.
- b) Tỉ số chu vi của $\triangle ABC$ và $\triangle MNP$ bằng 2.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Dạng 2. Sử dụng trường hợp đồng dạng thứ nhất để tính độ dài các cạnh hoặc chứng minh các góc bằng nhau

Vận dụng trường hợp đồng dạng thứ nhất (nếu cần) để chứng minh hai tam giác đồng dạng, từ đó suy ra các cặp góc tương ứng bằng nhau.

❖ Ví dụ 5. Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = 6$ cm, $AC = 8$ cm. Trên cạnh AC lấy D sao cho $AD = 4,5$ cm. Chứng minh

- a) $\triangle ABC \sim \triangle ADB$;
- b) $\widehat{ABC} = \widehat{ADB}$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

🔗 **Ví dụ 6.** Cho tứ giác $ABCD$ có $AB = 8\text{ cm}$, $BC = 3\text{ cm}$, $CD = 2\text{ cm}$, $AD = 6\text{ cm}$ và $BD = 4\text{ cm}$. Chứng minh

- a) $\triangle ABD \sim \triangle BDC$;
- b) $ABCD$ là hình thang.

💬 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

C – BÀI TẬP VỀ NHÀ

Bài 1. Tam giác ABC có độ dài các cạnh là $AB = 3\text{ cm}$, $AC = 5\text{ cm}$ và $BC = 7\text{ cm}$. Tam giác MNP đồng dạng với tam giác ABC có độ dài cạnh nhỏ nhất là 1 cm . Tính độ dài các cạnh còn lại của tam giác MNP .

💬 **Lời giải.**

.....

.....

.....

Bài 2. Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = 10\text{ cm}$, $AC = 20\text{ cm}$. Trên AC lấy M sao cho $AM = 5\text{ cm}$.

- a) Tính độ dài BC , BM .
- b) Chứng minh $\triangle ABC \sim \triangle AMB$.

💬 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

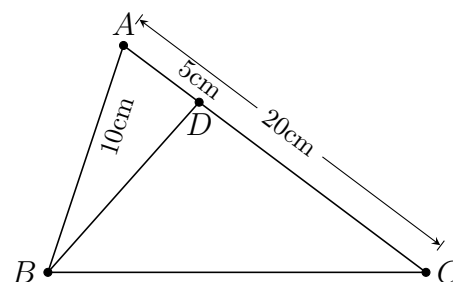
Bài 3. Tam giác ABC có ba đường trung tuyến cắt nhau tại O . Gọi P , Q , R theo thứ tự là trung điểm của OA , OB , OC . Chứng minh $\triangle PQR \sim \triangle ABC$.

 Lời giải.

D – BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 4.

Cho $\triangle ABC$ có $AB = 10\text{cm}$, $AC = 20\text{cm}$. Trên cạnh AC lấy điểm D sao cho $AD = 5\text{cm}$. Chứng minh $\widehat{ABD} = \widehat{ACB}$.



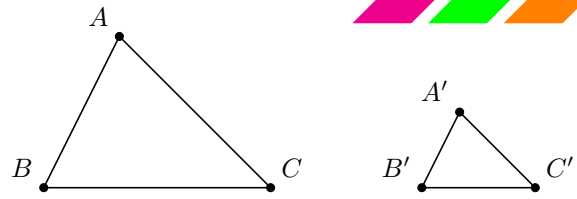
Bài 5. Cho hình thang $ABCD$ ($AB \parallel CD$) có $AB = 4\text{cm}$, $CD = 6\text{cm}$, $BD = 8\text{cm}$. Chứng minh $\widehat{BAD} = \widehat{DBC}$ và $BC = 2AD$.

Bài 6. Cho tam giác ABC có $AB = \frac{1}{2}BC$. Gọi M là trung điểm của BC , D là trung điểm của BM . Chứng minh $AD = \frac{1}{2}AC$.

A – TÓM TẮT LÝ THUYẾT

 **Võ Hoàng Nghĩa**

GT	$\triangle ABC, \triangle A'B'C', \frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'}, \widehat{B} = \widehat{B'}$
KL	$\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$



B – BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. Chứng minh hai tam giác đồng dạng

- ☑ Xét hai tam giác, chọn ra hai góc bằng nhau và chứng minh (nếu cần).
- ☑ Lập tỉ số hai cạnh tạo nên mỗi góc đó, rồi chứng minh chúng bằng nhau.
- ☑ Kết luận hai tam giác đồng dạng.

🔗 **Ví dụ 1.** Cho $\widehat{xOy}$, trên tia Ox lấy các điểm A, C , trên tia Oy lấy các điểm B, D . Chứng minh $\triangle AOD \sim \triangle BOC$ biết rằng

a) $\frac{OA}{OD} = \frac{OB}{OC}$;

b) $OA \cdot OC = OB \cdot OD$.

💬 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

🔗 **Ví dụ 2.** Cho $\triangle ABC$ có $AB = 6$ cm, $AC = 9$ cm. Trên cạnh AC, AB lần lượt lấy các điểm M, N sao cho $AM = 2$ cm, $AN = 3$ cm. Chứng minh $\triangle AMN \sim \triangle ABC$.

💬 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

🔗 **Ví dụ 3.** Cho hình thang $ABCD$ ($AB \parallel CD$). Biết $AB = 9$ cm, $BD = 12$ cm và $DC = 16$ cm. Chứng minh $\triangle ABD \sim \triangle BDC$.

💬 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

✎ **Ví dụ 4.** Cho $\triangle ABC$ có $AB = 4$ cm, $AC = 6$ cm, $BC = 9$ cm. Trên cạnh BC lấy D sao cho $CD = 4$ cm. Chứng minh $\triangle CAD \sim \triangle CBA$.

💬 **Lời giải.**

📁 **Dạng 2. Sử dụng trường hợp đồng dạng thứ hai để tính độ dài cạnh hoặc chứng minh các góc bằng nhau**

Sử dụng trường hợp đồng dạng thứ hai (nếu cần) để chứng minh hai tam giác đồng dạng, từ đó suy ra các cặp góc tương ứng bằng nhau hoặc các cặp cạnh tương ứng tỉ lệ.

✎ **Ví dụ 5.** Cho tam giác ABC có $AB = 4$ cm, $AC = 8$ cm. Trên cạnh AC lấy D sao cho $AD = 2$ cm. Chứng minh

a) $\widehat{ABD} = \widehat{ACB}$;

b) $BC = 2BD$.

💬 **Lời giải.**

✎ **Ví dụ 6.** Cho $\widehat{xOy}$ và Oz là tia phân giác của $\widehat{xOy}$. Trên các tia Ox , Oz , Oy lần lượt lấy các điểm A , B , C sao cho $OA = 1$ cm, $OB = 2$ cm và $OC = 4$ cm.

a) Chứng minh $\widehat{OAB} = \widehat{OBC}$.

b) Biết $AB = 1,5$ cm, tính độ dài BC .

💬 **Lời giải.**

🔗 **Ví dụ 7.** Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = 1$ cm, $AC = 3$ cm. Trên cạnh AC lấy D, E sao cho $AD = DE = EC$. Chứng minh

- a) $\triangle DBE \sim \triangle DCB$;
- b) $\widehat{AEB} + \widehat{ACB} = 45^\circ$.

💬 **Lời giải.**

🔗 **Ví dụ 8.** Hình thang $ABCD$ có $\widehat{A} = \widehat{D} = 90^\circ$, $AB = 10$ cm, $CD = 30$ cm và $AD = 35$ cm. Trên cạnh AD lấy M sao cho $AM = 15$ cm. Chứng minh

- a) $\triangle ABM \sim \triangle DMC$;
- b) $\widehat{BMC} = 90^\circ$.

💬 **Lời giải.**

C – BÀI TẬP VỀ NHÀ

Bài 1. Cho tam giác ABC có $AB = 3$ cm, $AC = 6$ cm. Trên tia đối của tia AC lấy D sao cho $AD = 1$ cm. Trên tia đối của tia AB lấy E sao cho $AE = 2$ cm. Chứng minh $\triangle ABC \sim \triangle ADE$.

💬 **Lời giải.**

Bài 2. Cho tam giác MNP có $MN = 12$ cm, $MP = 15$ cm, $NP = 18$ cm. Trên các cạnh MN, MP lần lượt lấy R, S sao cho $MR = 10$ cm và $MS = 8$ cm. Tính độ dài đoạn thẳng RS .

💬 **Lời giải.**

Bài 3. Cho tam giác AHB vuông tại H có $HA = 4$ cm, $HB = 6$ cm. Trên tia đối của tia HA lấy điểm C sao cho $HC = 9$ cm. Chứng minh

a) $\triangle AHB \sim \triangle BHC$;

b) $\triangle ABC$ vuông.

 **Lời giải.**

Bài 4. Cho tam giác ABC có $AB = 9$ cm, $AC = 12$ cm, $BC = 7$ cm. Trên tia đối của tia BA lấy D sao cho $BD = BC$.

a) Chứng minh $\triangle ABC \sim \triangle ACD$.

b) Tính độ dài đoạn thẳng CD .

c) Chứng minh $\widehat{ABC} = 2\widehat{ACB}$.

 **Lời giải.**

 Võ Hoàng Nghĩa

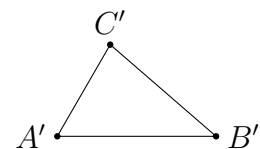
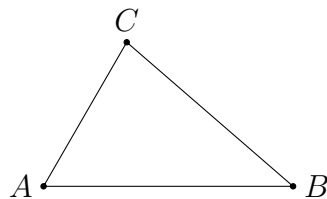
b) Đường phân giác BE của $\triangle ABC$ ($E \in AC$) cắt AD tại F . Chứng minh rằng: $\frac{FA}{FD} = \frac{EA}{EC}$.

BÀI 20. TRƯỜNG HỢP ĐỒNG DẠNG THỨ BA

A – TÓM TẮT LÝ THUYẾT

Định lí 5. Nếu hai góc của tam giác này lần lượt bằng hai góc của tam giác kia thì hai tam giác đó đồng dạng.

GT	$\triangle ABC, \triangle A'B'C'$ $\widehat{A} = \widehat{A'}, \widehat{B} = \widehat{B'}$
KL	$\triangle ABC \simeq \triangle A'B'C'$



B – BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. Chứng minh hai tam giác đồng dạng.

Chứng minh hai tam giác có hai cặp góc bằng nhau.

❖ **Ví dụ 1.** Cho hình thang $ABCD$ ($AB \parallel CD$) có $\widehat{DAB} = \widehat{DBC}$. Chứng minh $\triangle ABD \cong \triangle BDC$.

 **Lời giải.**

❖ **Ví dụ 2.** Cho tam giác ABC , D thuộc cạnh AC sao cho $\widehat{ABD} = \widehat{C}$. Chứng minh $\triangle ABC \simeq \triangle ADB$.

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

↔ **Ví dụ 3.** Cho tam giác ABC cân tại A ($\widehat{A} < 90^\circ$), O thuộc cạnh BC . Trên cạnh AB, AC lần lượt lấy hai điểm M, N sao cho $\widehat{MON} = \widehat{ABC}$. Chứng minh $\triangle BMO \sim \triangle CON$.

💬 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

↔ **Ví dụ 4.** Cho tam giác ABC , kẻ đường phân giác AD . Trên tia đối của DA lấy điểm F sao cho $\widehat{FBD} = \widehat{BAD}$. Chứng minh $\triangle ABF \sim \triangle ADC$.

💬 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

📁 Dạng 2. Sử dụng trường hợp đồng dạng thứ ba để tính độ dài các cạnh, chứng minh hệ thức cạnh, hoặc chứng minh các góc bằng nhau.

Sử dụng trường hợp đồng dạng thứ ba (nếu cần) để chứng minh hai tam giác đồng dạng, từ đó suy ra các cặp góc tương ứng bằng nhau, các cặp cạnh tương ứng tỉ lệ.

↔ **Ví dụ 5.** Cho tam giác ABC . Trên AB, AC lần lượt lấy các điểm D, E sao cho $\widehat{ACD} = \widehat{ABE}$ và CD cắt BE tại O . Chứng minh

- a) $AD \cdot AB = AE \cdot AC$;
- b) $OC \cdot OD = OB \cdot OE$.

💬 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

↔ **Ví dụ 6.** Cho tam giác ABC vuông tại A , đường cao AH . Chứng minh

- a) $AB^2 = BH \cdot BC$;
- b) $AH^2 = HB \cdot HC$.

💬 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

↔ **Ví dụ 7.** Cho hình thang $ABCD$ ($AB \parallel CD$) có $\widehat{DAB} = \widehat{DBC}$. Tính độ dài cạnh BD biết $AB = 4\text{ cm}$, $DC = 9\text{ cm}$.

💬 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

C – BÀI TẬP VỀ NHÀ

Bài 1. Cho tam giác ABC . Trên cạnh AB , AC lần lượt lấy các điểm M , N sao cho $\widehat{ANM} = \widehat{ACB}$. Chứng minh

- a) $\triangle AMN \sim \triangle ABC$;
- b) $AM \cdot AC = AN \cdot AB$.

💬 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 2. Cho tam giác ABC có $\widehat{A} = 60^\circ, \widehat{B} = 80^\circ$. Trên tia đối của tia BA lấy điểm D sao cho $BD = BC$. Chứng minh

- a) $\triangle ABC \sim \triangle ACD$;
- b) $AC^2 = AB^2 + AB \cdot BC$.

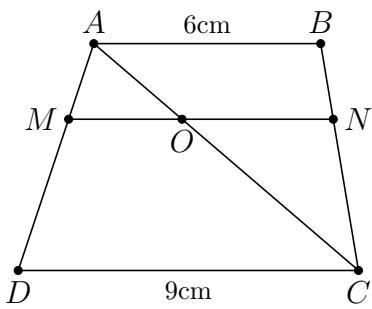
Lời giải.

Bài 3. Cho tam giác ABC vuông tại A , kẻ các đường phân giác BD và CE cắt nhau tại I . Chứng minh $AI^2 = AD \cdot AE$.

Lời giải.

D – BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 4.
Cho hình vẽ bên, biết $AB \parallel MN \parallel CD$, $AB = 6\text{cm}$, $CD = 9\text{cm}$ và $\frac{AM}{MD} = \frac{1}{2}$. Tính độ dài đoạn thẳng MN .



Bài 5. Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = 6\text{cm}$, $AC = 8\text{cm}$ và đường phân giác AD . Qua D kẻ $DE \parallel AB$ ($E \in BC$). Tính độ dài đoạn thẳng DE .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 6. Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 12\text{cm}$, $BC = 9\text{cm}$. Gọi H là chân đường vuông góc kẻ từ A xuống BD .

- a) Chứng minh $\triangle AHB \sim \triangle BCD$.
- b) Tính độ dài đoạn thẳng AH .
- c) Tính diện tích tam giác AHB .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 7. Tam giác ABC có hai đường cao là AD và BE ($D \in BC$, $E \in AC$). Chứng minh rằng: $\triangle DEC \sim \triangle ABC$.

.....

.....

.....

 Võ Hoàng Nghĩa

3. Tỷ số hai đường cao, tỷ số diện tích của hai tam giác đồng dạng

- ✔ Tỉ số đường cao tương ứng của hai tam giác đồng dạng bằng tỉ số đồng dạng.
- ✔ Tỉ số diện tích của hai tam giác đồng dạng bằng bình phương tỉ số đồng dạng.

B – BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. Chứng minh hai tam giác vuông đồng dạng.

Có thể sử dụng một trong các cách sau:

- ✔ Áp dụng trường hợp đồng dạng của tam giác thường vào tam giác vuông.
- ✔ Sử dụng dấu hiệu đặc biệt nhận biết hai tam giác vuông đồng dạng.

❖ **Ví dụ 1.** Cho tam giác ABC nhọn ($AB < AC$). Kẻ các đường cao BD, CE , cắt nhau tại H . Chứng minh

a) $\triangle ABD \sim \triangle ACE$;

b) $\triangle AEH \sim \triangle CEB$.

 **Lời giải.**

❖ **Ví dụ 2.** Cho tam giác ABC vuông tại A , điểm D thuộc cạnh BC . Đường thẳng qua D vuông góc với BC cắt đoạn AC tại E và cắt BA kéo dài tại F . Chứng minh

a) $\triangle EAF \sim \triangle EDC$;

b) $\triangle AEF \sim \triangle ABC$.

 Lời giải.

Dạng 2. Sử dụng trường hợp đồng dạng của tam giác vuông tính độ dài cạnh, chứng minh hệ thức cạnh hoặc chứng minh các góc bằng nhau.

Sử dụng trường hợp đồng dạng của hai tam giác vuông (nếu cần) để chứng minh hai tam giác đồng dạng, từ đó suy ra các cặp góc tương ứng bằng nhau, các cặp cạnh tương ứng tỉ lệ.

❖ **Ví dụ 3.** Cho tam giác ABC vuông tại A , đường cao AH . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AH, BH . Chứng minh

- a) $HA^2 = HB \cdot HC$; b) $\triangle AHN \sim \triangle CHM$; c) $AN \perp CM$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Ví dụ 4.** Cho tam giác ABC nhọn, ($AB < AC$), các đường cao BD, CE cắt nhau tại H . Chứng minh

- a) $HE \cdot HC = HD \cdot HB$; b) $\triangle HDE \sim \triangle HCB$; c) $\triangle ADE \sim \triangle ABC$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Ví dụ 5.** Hình thang $ABCD$ có $\widehat{A} = \widehat{D} = 90^\circ$, $AB = 6$ cm, $CD = 12$ cm và $AD = 17$ cm. Trên đoạn AD lấy E sao cho $AE = 8$ cm. Chứng minh $\widehat{BEC} = 90^\circ$.

💬 **Lời giải.**

.....

.....

.....

↔ **Ví dụ 6.** Cho tam giác ABC vuông tại A có $AC = 2\text{ cm}$, $BC = 3\text{ cm}$. Trên nửa mặt phẳng bờ BC không chứa A , kẻ tia Cx vuông góc với CB . Trên tia Cx lấy D sao cho $BD = 4,5\text{ cm}$. Chứng minh BD song song với AC .

💬 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Dạng 3. Tỉ số diện tích của hai tam giác đồng dạng.

Sử dụng định lí tỉ số diện tích của hai tam giác đồng dạng bằng bình phương tỉ số đồng dạng.

↔ **Ví dụ 7.** Cho tam giác ABC vuông tại A , đường cao AH . Gọi M, N lần lượt là hình chiếu của H lên AB, AC .

- a) Chứng minh $\triangle AMN \sim \triangle ACB$.
- b) Biết $AH = 2\text{ cm}$, $BC = 5\text{ cm}$. Tính diện tích $\triangle AMN$.

💬 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

↔ **Ví dụ 8.** Cho tam giác ABC vuông cân tại A . Lấy D thuộc cạnh AC , kẻ $DM \perp BC$ ($M \in BC$). Tia MD cắt BA tại N .

- a) Chứng minh $\triangle BAM \sim \triangle BCN$.
- b) Tính tỉ số diện tích của hai tam giác BAM và BCN .

💬 **Lời giải.**



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

C – BÀI TẬP VỀ NHÀ

Bài 1. Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 12$ cm, $BC = 9$ cm. Gọi H là chân đường vuông góc kẻ từ A xuống BD .

- Chứng minh $\triangle AHB \sim \triangle BCD$.
- Tính độ dài đoạn thẳng AH .
- Tính diện tích tam giác AHB .

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 2. Cho tam giác ABC vuông tại A có $AC = 9$ cm, $BC = 24$ cm. Đường trung trực của BC cắt đường thẳng AC tại D , cắt BC tại M .

- Chứng minh $\triangle CMD \sim \triangle CAB$.
- Tính độ dài đoạn thẳng CD .

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 3. Cho hình bình hành $ABCD$. Kẻ $AM \perp BC$, $AN \perp DC$ với M thuộc BC , N thuộc DC . Chứng minh

- a) $\frac{AM}{AN} = \frac{AB}{AD}$;
- b) $\triangle MAN \sim \triangle ABC$.

Lời giải.

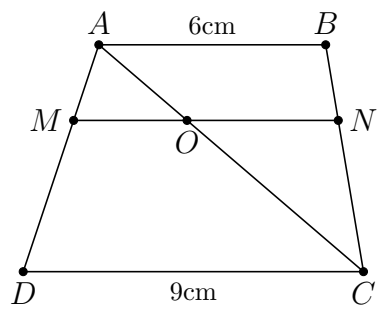
Bài 4. Cho tam giác ABC nhọn ($AB < AC$), đường cao AH . Gọi D , E lần lượt là hình chiếu của H trên AB , AC .

- a) Chứng minh $AH^2 = AD \cdot AB$.
- b) Chứng minh $AE \cdot AC = AD \cdot AB$, rồi suy ra $\triangle ADE \sim \triangle ACB$.
- c) Biết $AH = 5$ cm, $DE = 4$ cm, $BC = 8$ cm. Tính diện tích tam giác ADE .

Lời giải.

D – BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 5.
Cho hình vẽ bên, biết $AB \parallel MN \parallel CD$, $AB = 6$ cm, $CD = 9$ cm và $\frac{AM}{MD} = \frac{1}{2}$. Tính độ dài đoạn thẳng MN .



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 6. Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = 6\text{cm}$, $AC = 8\text{cm}$ và đường phân giác AD . Qua D kẻ $DE \parallel AB$ ($E \in BC$). Tính độ dài đoạn thẳng DE .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 7. Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 12\text{cm}$, $BC = 9\text{cm}$. Gọi H là chân đường vuông góc kẻ từ A xuống BD .

- a) Chứng minh $\triangle AHB \sim \triangle BCD$.
- b) Tính độ dài đoạn thẳng AH .
- c) Tính diện tích tam giác AHB .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 8. Tam giác ABC có hai đường cao là AD và BE ($D \in BC, E \in AC$). Chứng minh rằng: $\triangle DEC \sim \triangle ABC$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

BÀI 22. ÔN TẬP CHƯƠNG III

A – TÓM TẮT LÝ THUYẾT

Xem phần Tóm tắt lý thuyết từ Bài 1 đến Bài 8

B – BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

- ✧ **Ví dụ 1.** Cho tam giác ABC nhọn, các đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H . Chứng minh
- a) $\triangle HBF \sim \triangle HCE$.
 - b) $HB \cdot HE = HF \cdot HC = HA \cdot HD$.
 - c) EH là tia phân giác của góc DEF .

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

❖ **Ví dụ 2.** Cho tứ giác $ABCD$ có $\widehat{ADB} = \widehat{ACB}$, hai đường chéo AC và BD cắt nhau tại O .

- Chứng minh $\triangle AOD \sim \triangle BOC$.
- Chứng minh $\triangle AOB \sim \triangle DOC$.
- Gọi E là giao điểm của các đường thẳng AB và CD . Chứng minh $EA \cdot EB = ED \cdot EC$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Ví dụ 3.** Cho hình thoi $ABCD$ có $\widehat{A} = 60^\circ$. Một đường thẳng đi qua A cắt các tia CD , CB lần lượt tại M và N .

- Chứng minh $\triangle ADM \sim \triangle NBA$.
- Chứng minh $AD^2 = DM \cdot BN$, rồi suy ra $\triangle MDB \sim \triangle DBN$.
- Gọi O là giao điểm của BM và DN . Tính $\widehat{MON}$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Ví dụ 4.** Cho tam giác ABC đều, O là trung điểm của BC . Trên AB , AC lần lượt lấy M , N sao cho $\widehat{MON} = 60^\circ$. Chứng minh



- a) $\widehat{BMO} = \widehat{CON}$, từ đó suy ra $\triangle BMO \sim \triangle CON$.
- b) $\frac{OM}{ON} = \frac{BM}{BO}$.
- c) MO là tia phân giác của BMO .

 Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

❖ **Ví dụ 5.** Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = 6$ cm, $AC = 8$ cm. Kẻ đường cao AH .

- a) Chứng minh $AH \cdot BC = AB \cdot AC$
- b) Gọi M, N lần lượt là hình chiếu của H trên AB, AC . Chứng minh $\triangle AMN \sim \triangle ACB$.
- c) Chứng minh $\frac{S_{\triangle AMN}}{S_{\triangle ACB}} = \frac{AH^2}{BC^2}$.
- d) Tính diện tích tứ giác $BMNC$.

 Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

 Võ Hoàng Nghĩa

Bài 2. Cho tam giác ABC nhọn ($AB < AC$). Các đường cao BN , CP cắt nhau tại H .

- Chứng minh $AN \cdot AC = AP \cdot AB$.
- Chứng minh $\triangle ANP \sim \triangle ABC$.
- Biết $BC = 2NP$ và diện tích tam giác ABC bằng 36 cm^2 . Tính diện tích tứ giác $BPNC$.
- Gọi E, F lần lượt là hình chiếu của P, N trên BN, CP . Chứng minh $EF \parallel BC$.

 **Lời giải.**

Bài 3. Cho tam giác ABC vuông tại A ($AB < AC$) và trung tuyến AD . Qua D kẻ đường thẳng vuông góc với AD cắt AC và AB lần lượt tại E và F .

- Chứng minh $\triangle ABC \sim \triangle AEF$.
- Chứng minh $BC^2 = 4DE \cdot DF$.
- Kẻ đường cao AH của tam giác ABC , tia AH cắt EF của tam giác ABC , tia AH cắt EF tại I . Chứng minh $\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle AEF}} = \frac{AD^2}{AI^2}$.

 **Lời giải.**

D – ĐỀ KIỂM TRA CHƯƠNG III

1. Đề 1

PHẦN I. TRẮC NGHIỆM (2,5 ĐIỂM)

Câu 1. Cho tam giác ABC có M, N lần lượt nằm trên hai cạnh AB, AC sao cho $MN \parallel BC$. Biết $AM = 16$ cm, $AN = 20$ cm, $NC = 15$ cm. Khi đó độ dài AB bằng

- (A) 28 cm. (B) 26 cm. (C) 24 cm. (D) 22 cm.

🗨️ Lời giải.

Câu 2. Cho tam giác ABC có $AB = 3$ cm, $AC = 4$ cm, $BC = 5$ cm và tam giác DEF có $DE = 6$ cm, $DF = 8$ cm, $EF = 10$ cm. Cách viết nào sau đây đúng quy ước về đỉnh:

- (A) $\triangle ABC \sim \triangle FED$. (B) $\triangle ABC \sim \triangle DEF$. (C) $\triangle CAB \sim \triangle DEF$. (D) $\triangle BCA \sim \triangle EDF$.

🗨️ Lời giải.

Câu 3. Cho tam giác ABC đồng dạng với tam giác MNP theo tỉ số đồng dạng 3. Gọi H, K lần lượt là trung điểm của AC, MP . Tỉ số $\frac{BH}{NK}$ bằng

- (A) $\frac{1}{3}$. (B) $\frac{1}{9}$. (C) 3. (D) 9.

🗨️ Lời giải.

Câu 4. Cho tam giác ABC đồng dạng với tam giác PQR có $\frac{AB}{PQ} = 4$, $S_{\triangle ABC} = 32$ cm². Diện tích tam giác PQR bằng

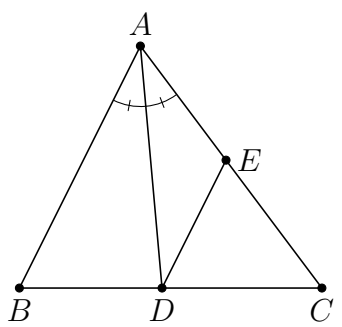
- (A) 128 cm². (B) 64 cm². (C) 16 cm². (D) 2 cm².

🗨️ Lời giải.

Bài 4.

Cho hình vẽ bên. Điền nội dung thích hợp vào chỗ chấm (...)

- a) $\frac{DB}{DC} = \frac{\dots}{\dots}$
- b) Nếu $\frac{DB}{DC} = \frac{\dots}{\dots}$ thì $DE \parallel AB$.
- c) Nếu $DE \parallel AB$ thì $EA = \dots$.



Lời giải.

.....

.....

.....

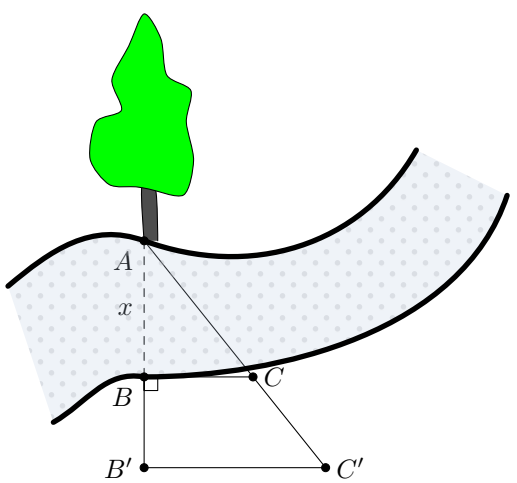
.....

.....

PHẦN II. TỰ LUẬN

Bài 5.

Người ta tiến hành đo đạc các yếu tố cần thiết để tính chiều rộng của một khúc sông mà không cần phải sang bờ bên kia sông (hình vẽ bên). Biết $BB' = 20\text{m}$, $BC = 30\text{m}$ và $B'C = 40\text{m}$. Tính độ rộng x của khúc sông.



Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 6. Cho tam giác ABC nhọn có $AB < AC$ và các đường cao AD , BE , CF cắt nhau tại H .

- a) Chứng minh $HE \cdot HB = HF \cdot HC$.

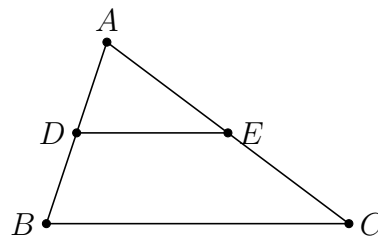
- b) Chứng minh $\triangle EHF \sim \triangle CHB$.
- c) Chứng minh EH là tia phân giác của góc DEC .
- d) Biết $\frac{HA}{HC} = \frac{2}{3}$. Tính tỉ số diện tích của tam giác AEF và tam giác DEC .

 **Lời giải.**

2. Đề 2

Bài 1.

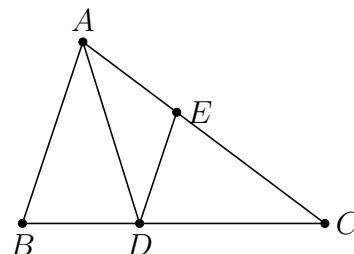
Cho hình vẽ bên. Biết $DE \parallel BC$, $DE = 4$ cm, $BC = 10$ cm và $AB = 8$ cm. Tính độ dài cạnh BD .



 **Lời giải.**

Bài 2.

Cho hình vẽ bên. Biết $AB = 6$ cm, $AC = 10$ cm và $BC = 9$ cm, phân giác AD và $DE \parallel AB$. Tính độ dài cạnh BD , DC , DE .

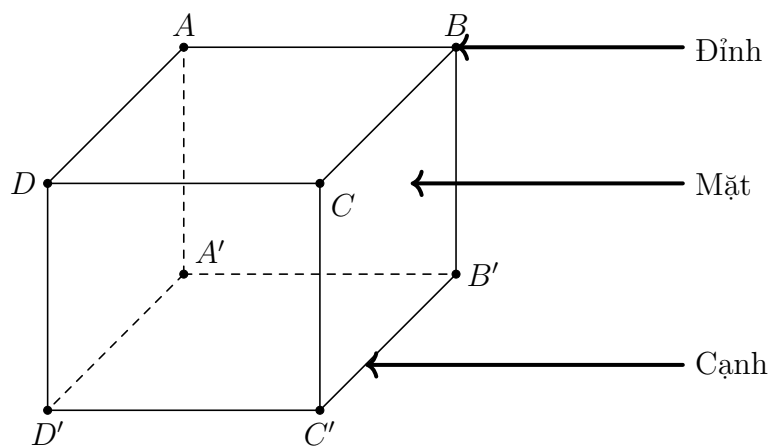


BÀI 23. HÌNH HỘP CHỮ NHẬT

A – TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Hình hộp chữ nhật

Hình hộp chữ nhật là hình có 6 mặt đều là các hình chữ nhật.



- ☑ Hình hộp chữ nhật có 8 đỉnh: $A; B; \dots; A'; B'; \dots$
- ☑ Hình hộp chữ nhật có 6 mặt: $ABCD; BCC'B'; \dots$
- ☑ Hình hộp chữ nhật có 12 cạnh: $AB; A'B'; BC; \dots$
- ☑ Hai mặt không có cạnh chung gọi là hai *mặt đối diện*. Nếu coi hai mặt đối diện là *mặt đáy* thì các mặt còn lại gọi là *mặt bên*.
- ☑ Hình lập phương là hình hộp chữ nhật có tất cả các mặt là hình vuông.

2. Vị trí tương đối của hai đường thẳng trong không gian

Cho hai đường thẳng a và b trong không gian. Ta nói:

- ☑ a và b *song song* nếu chúng cùng thuộc một mặt phẳng và không có điểm chung;
- ☑ a và b *cắt nhau* nếu chúng cùng thuộc một mặt phẳng và chỉ có một điểm chung;
- ☑ a và b *trùng nhau* nếu chúng có ít nhất hai điểm chung phân biệt;
- ☑ a và b *chéo nhau* nếu không tồn tại bất cứ một mặt phẳng nào chứa cả a và b .

3. Đường thẳng và mặt phẳng song song

Cho đường thẳng a và mặt phẳng (P) . Ta nói a *song song* với (P) nếu a không có điểm chung với mặt phẳng (P) .

4. Hai mặt phẳng song song

- ☑ Hai mặt phẳng *song song* với nhau nếu trong mặt phẳng này có chứa hai đường thẳng cắt nhau và cùng song song với mặt phẳng kia.
- ☑ Hai mặt phẳng phân biệt có một điểm chung thì chúng có một đường thẳng đi qua điểm chung đó. Ta nói hai mặt phẳng đã cho *cắt nhau*.

5. Các công thức tính diện tích

Hình hộp chữ nhật có chiều cao h , đáy có chiều dài là a và chiều rộng b .

- a) *Diện tích xung quanh* của hình hộp chữ nhật bằng chu vi đáy nhân với chiều cao: $S_{xq} = 2 \times (a + b) \times h$.
- b) *Diện tích toàn phần* của hình hộp chữ nhật bằng diện tích xung quanh cộng diện tích hai đáy: $S_{tp} = 2 \times (a + b) \times h + 2 \times a \times b$.

B – BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. Nhận biết các đỉnh, các cạnh và các mặt của hình hộp chữ nhật

Sử dụng các tính chất hình hộp chữ nhật để nhận biết.

🔗 **Ví dụ 1.** Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.MNPQ$ như hình vẽ trên

- a) Kể tên tất cả các mặt đối diện của hình hộp chữ nhật.

b) Nếu coi $ABCD$ và $MNPQ$ là hai mặt đáy, hãy kể tên tất cả các mặt bên của hình hộp chữ nhật.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

❖ Ví dụ 2. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ như hình vẽ.

- a) Kể tên 8 đỉnh và 6 mặt của hình hộp chữ nhật.
- b) Kể tên tất cả các cạnh của hình hộp chữ nhật.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

❖ Ví dụ 3. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.MNPQ$ như hình vẽ. K là trung điểm AN , I là điểm bất kì thuộc DQ .

- a) Kể tên các mặt phẳng chứa cạnh CP .
- b) Điểm I có thuộc $(AMQD)$ không? Điểm K có thuộc $(ABNM)$ không?
- c) BN có cắt được AK không?
- d) BM có đi qua K không?

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

↔ **Ví dụ 4.** Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.MNPQ$ như hình vẽ. K là trung điểm BM , E thuộc CP .

- a) Kể tên các mặt phẳng chứa cạnh AB .
- b) Kể tên các mặt phẳng chứa điểm E .
- c) BM có cắt được DE không?
- d) AN có đi qua K không?

💬 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Dạng 2. Nhận biết vị trí tương đối của hai đường thẳng, của đường thẳng với mặt phẳng và của hai mặt phẳng của hình hộp chữ nhật

Dùng các kiến thức nêu trong phần *Tóm tắt lý thuyết* để nhận biết.

↔ **Ví dụ 5.** Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ như hình vẽ.

- a) Nêu tên các cạnh song song với AB .
- b) Cặp đường thẳng AA' và BC ; CD và $B'C'$ có cắt nhau không?
- c) Nêu vị trí tương đối của AA' với mặt phẳng $(CDC'D')$.

d) Nêu vị trí tương đối của $(ABB'A')$ với $(CDC'D')$ và $(BDD'B')$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

❖ Ví dụ 6. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.MNPQ$ như hình vẽ.

- a) Nêu tên các cạnh song song với AM .
- b) Cặp đường thẳng AD và BC ; AB và CP có cắt nhau không?
- c) Chứng minh PQ có song song với $(ABNM)$ và $(ABCD)$.
- d) Hai mặt phẳng $(ACPM)$ và $(CDQP)$ có cắt nhau không? Nếu cắt thì cắt theo đường thẳng chung nào?

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Dạng 3. Tính toán các số liệu liên quan đến cạnh, mặt của hình hộp chữ nhật

Đưa các dữ liệu của cạnh, góc về trong cùng một mặt phẳng và sử dụng các công thức đã biết trong hình học phẳng để tính.

🔗 **Ví dụ 7.** Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.EFGH$ có $AB = 5\text{ cm}$, $BC = 4\text{ cm}$, $AE = 3\text{ cm}$.

- a) Tính CF , CH .
- b) Tính diện tích xung quanh và diện tích toàn phần của hình hộp chữ nhật.

💬 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

🔗 **Ví dụ 8.** Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ có $AB = 6\text{ cm}$, $AD = 8\text{ cm}$, $AA_1 = 9\text{ cm}$.

- a) Tính A_1C_1 , AB_1 .
- b) Tính diện tích xung quanh và diện tích toàn phần của hình hộp chữ nhật.

💬 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

❖ **Ví dụ 9.** Cho một căn phòng có dạng hình hộp chữ nhật. Biết chiều dài, chiều rộng căn phòng lần lượt là 3 m và 2 m và mặt bên chứa cạnh 3 m có đường chéo dài 5 m.

- Tính diện tích mặt sàn căn phòng.
- Để sơn xung quanh căn phòng cần trả bao nhiêu tiền công cho thợ sơn biết giá công sơn là 50.000 đồng cho mỗi m^2 .

💬 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

❖ **Ví dụ 10.** Cho một căn phòng có dạng hình hộp chữ nhật. Chiều dài và chiều rộng căn phòng lần lượt là m và 3 m. Mặt bên chứa cạnh 3 m có đường chéo dài 5 m.

- Để lát gạch nền căn phòng cần ít nhất bao nhiêu viên gạch hoa hình vuông, biết một viên gạch có số đo 20 cm.
- Tính toàn phần của căn phòng.

💬 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

C – BÀI TẬP VỀ NHÀ

Bài 1. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Hãy cho biết:

- Những cạnh nào song song với cạnh AA' ? Vì sao?
- Những cạnh nào song song với cạnh BC ? Vì sao?
- Cạnh đối diện với AA' là cạnh nào?
- Đường thẳng AB song song với những mặt phẳng nào? Vì sao?

💬 **Lời giải.**

Bài 2. $ABCD.A'B'C'D'$ là một hình hộp chữ nhật (*hình vẽ*).

- a) Nếu O là trung điểm của đoạn CB' thì O có là điểm thuộc đoạn BC' không?
- b) I là điểm thuộc cạnh CD . Hỏi I có thể là điểm thuộc cạnh BB' hay không?

 **Lời giải.**

Bài 3. Tính diện tích xung quanh và diện tích toàn phần của hình hộp chữ nhật theo các kích thước cho ở hình vẽ.

 **Lời giải.**

Bài 4. Một phòng học hình hộp chữ nhật có chiều dài 10 m, chiều rộng 5 m và chiều cao 4 m. Người ta định sơn bốn bức tường căn phòng, biết giá công tiền sơn là 25.000 đồng cho mỗi m^2 . Hỏi chi phí tiền công là bao nhiêu? Cho biết căn phòng có một cửa chính cao 1,8 m và chiều rộng 2 m và hai cửa sổ có cùng chiều dài 80 cm, chiều 60 cm.

 **Lời giải.**

BÀI 24. THỂ TÍCH CỦA HÌNH HỘP CHỮ NHẬT

A – TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Đường thẳng vuông góc với mặt phẳng

Đường thẳng a vuông góc với mặt phẳng (P) nếu a vuông góc với hai đường thẳng cắt nhau trong mặt phẳng (P) .

Nếu $a \perp (P)$ thì a vuông góc với mọi đường thẳng b nằm trong (P) .

2. Hai mặt phẳng vuông góc

Hai mặt phẳng vuông góc với nhau nếu trong mặt phẳng này tồn tại một đường thẳng vuông góc với mặt phẳng còn lại.

3. Thể tích của hình hộp chữ nhật

Thể tích của hình hộp chữ nhật có chiều dài, chiều rộng và chiều cao lần lượt là a , b , c bằng:

$$V = a \cdot b \cdot c.$$

Thể tích hình lập phương cạnh a bằng : $V = a^3$.

B – BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. Nhận biết quan hệ vuông góc giữa đường thẳng và mặt phẳng trong hình hộp chữ nhật

Sử dụng mối quan hệ vuông góc giữa đường thẳng với mặt phẳng và hai mặt phẳng với nhau để nhận biết.

 **Ví dụ 1.** Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ như hình vẽ.

- Kể tên các đường thẳng trên hình vẽ vuông góc với CC' .
- Mặt phẳng $(ADD'A')$ vuông góc với những mặt phẳng nào?

c) Chứng minh BD vuông góc với $A'C'$.

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

❖ **Ví dụ 2.** Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ như hình vẽ.

- a) Kể tên các đường thẳng trên hình vẽ vuông góc với AD .
- b) Mặt phẳng $(ABCD)$ vuông góc với những mặt phẳng nào?
- c) Chứng minh AC vuông góc với BD' .

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

 **Dạng 2. Tính thể tích hình hộp chữ nhật và các bài toán liên quan đến cạnh và mặt của hình hộp chữ nhật**

Chuyển các dữ liệu của cạnh, góc về trong cùng một mặt phẳng và sử dụng các công thức đã biết trong hình học phẳng để tính toán.

❖ **Ví dụ 3.** Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = 8\text{ cm}$, $AC = 10\text{ cm}$, $AA' = 10\text{ cm}$.

- a) Tính thể tích hình hộp.
- b) Tính diện tích $ACC'A'$.
- c) Tính $B'D$.

 **Lời giải.**

 **Lời giải.**

 Võ Hoàng Nghĩa

- a) Tính thể tích nước trong bể.
- b) Tính thể tích phần bể không chứa nước.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

↔ **Ví dụ 6.** Một bể cá cảnh có dạng hình hộp chữ nhật với chiều dài 100 cm, chiều rộng 30 cm và chiều cao 60 cm. Người ta đổ vào hồ cá 100 lít nước.

- a) Chiều cao của khối nước trong bể là bao nhiêu?
- b) Tính thể tích phần bể không chứa nước.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

C – BÀI TẬP VỀ NHÀ

Bài 1. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.MNPQ$ như hình vẽ.

- a) Kể tên các đường thẳng trên hình vẽ vuông góc với CP .
- b) Mặt phẳng ($MNPQ$) vuông góc với những mặt phẳng nào?
- c) Chứng minh NQ vuông góc với AC .

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 2. Một hình lập phương có cạnh bằng 1. Người ta tăng độ dài của mỗi cạnh của nó thêm 20%.

- Diện tích toàn phần của nó tăng bao nhiêu phần trăm?
- Thể tích của nó tăng bao nhiêu phần trăm?

 **Lời giải.**

Bài 3. Một cái thùng có dạng hình hộp chữ nhật, cao 1 m, dài 50 cm và rộng 50 cm. Các bác thợ xây đổ một lượng nước bằng 50% thể tích của thùng rồi thả vào đó 50 viên gạch hình hộp chữ nhật, mỗi viên có các kích thước cao, dài, rộng lần lượt là 10 cm, 20 cm, 15 cm. Hỏi nước trong thùng có bị tràn ra ngoài không? Vì sao?

 **Lời giải.**

BÀI 25. HÌNH LĂNG TRỤ ĐỨNG

A – TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Hình lăng trụ đứng

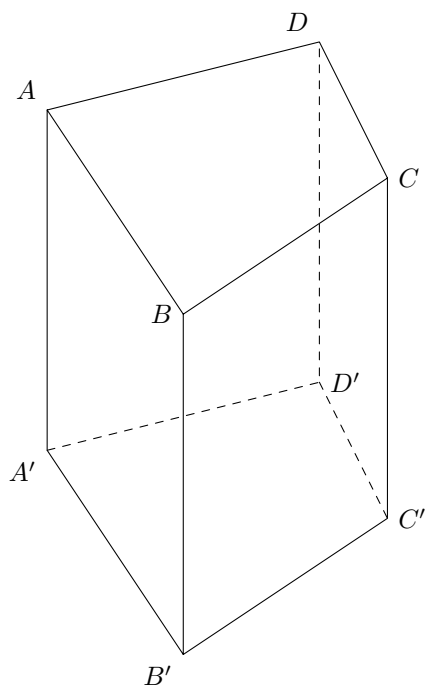
Định nghĩa 4 (Hình lăng trụ đứng). Hình lăng trụ đứng là hình lăng trụ có cạnh bên vuông góc với mặt đáy.

2. Các khái niệm liên quan

Trong hình lăng trụ đứng ở hình dưới.

- ☑ Các đỉnh là $A, B, C, D, A', B', C', D'$.
- ☑ Các mặt đáy là $(ABCD)$ và $(A'B'C'D')$.
- ☑ Các mặt bên là $(ADD'A')$, $(DCC'D')$, $(BCC'B')$, $(ABB'A')$.
- ☑ Các cạnh bên là AA', BB', CC', DD' . Các cạnh bên của hình lăng trụ đứng vuông góc với hai đáy và được gọi là *chiều cao* hình lăng trụ.

- ☑ Hình lăng trụ đứng có đáy là tam giác gọi là *lăng trụ tam giác*. Tương tự, nếu đáy là tứ giác gọi là *lăng trụ tứ giác*, nếu đáy là ngũ giác gọi là *lăng trụ ngũ giác*.
- ☑ Hình hộp chữ nhật và hình lập phương đều là các hình lăng trụ đứng.



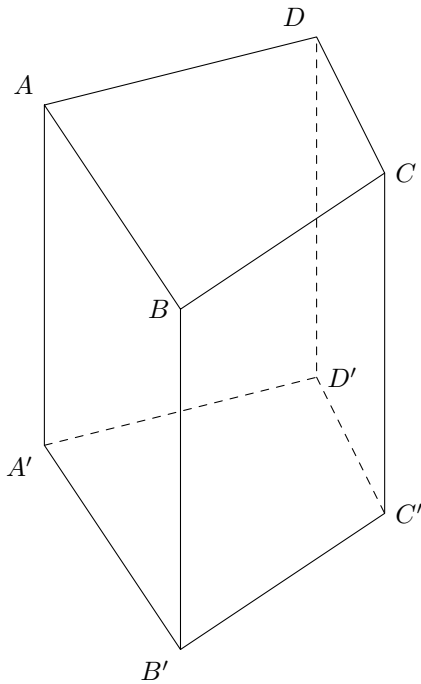
B – BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. Xác định các đỉnh, các cạnh, các mặt và mối quan hệ giữa các cạnh với nhau của hình lăng trụ đứng

- ☑ Sử dụng các khái niệm về đỉnh, cạnh và mặt của hình lăng trụ đứng.
- ☑ Vị trí tương đối của hai đường thẳng và vị trí tương đối của hai mặt phẳng trong không gian.

🔗 **Ví dụ 1.** Cho hình lăng trụ đứng tứ giác $ABCD.A'B'C'D'$.

- Hãy kể tên các đỉnh, các cạnh, các mặt đáy và mặt bên của hình lăng trụ đứng.
- Nêu vị trí tương đối của AB và DD' ; CD và $A'B'$.
- Nêu vị trí tương đối của $(ABCD)$ và $(A'B'C'D')$; $(ABB'A')$ và $(BCC'B')$.



Lời giải.

.....

.....

.....

.....

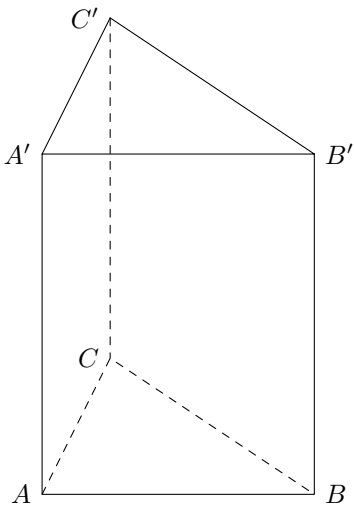
.....

.....

.....

.....

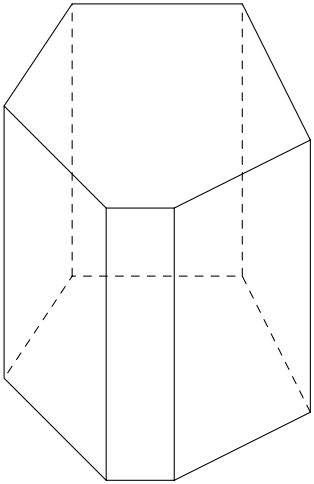
Ví dụ 2. Cho hình lăng trụ đứng tam giác $ABC.A'B'C'$.



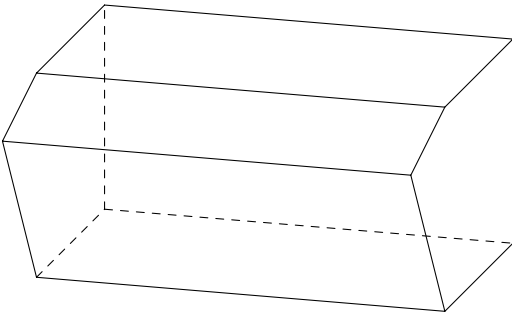
- a) Hãy kể tên các đỉnh, các cạnh, các ,các mặt đáy và mặt bên của hình lăng trụ đứng.
- b) Nêu vị trí tương đối của AB và CC' ; AC và $A'C'$.
- c) Nêu vị trí tương đối của $(ABB'A')$ và $(BCC'B')$.

Lời giải.

Ví dụ 3. Quan sát các hình lăng trụ đứng trong hình vẽ rồi điền vào các ô trống ở bảng dưới.



Hình 1

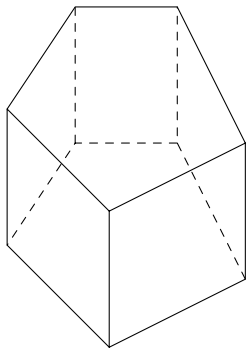


Hình 2

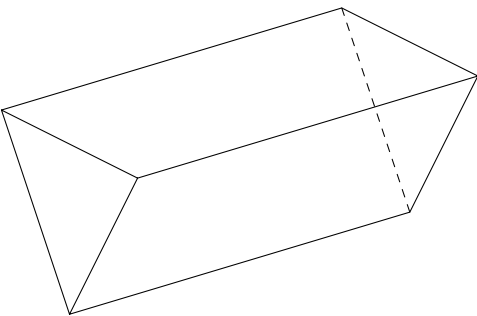
Hình	Hình 1	Hình 2
Số cạnh của một đáy		5
Số mặt bên		
Số đỉnh	12	
Số cạnh bên		

Lời giải.

Ví dụ 4. Quan sát các hình lăng trụ đứng trong hình vẽ rồi điền vào các ô trống ở bảng dưới.



Hình 1



Hình 2

Hình	Hình 1	Hình 2
Số cạnh của một đáy	5	
Số mặt bên		3
Số đỉnh		
Số cạnh bên		

📁 Dạng 2. Tính độ dài các cạnh và các đoạn thẳng khác trong hình lăng trụ đứng

❖ **Ví dụ 5.** Cho hình lăng trụ đứng tứ giác $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật cạnh $AB = 5$ cm, $AC = 8$ cm và đường cao bằng 6 cm. Hãy tính.

 **Lời giải.**

❖ **Ví dụ 6.** Cho hình lăng trụ đứng tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy là các tam giác vuông cân tại A và A' , có $BC = 3\sqrt{2}$ cm và $AB' = 5$ cm. Hãy tính.

- Chiều cao của hình lăng trụ.
- Diện tích của mặt bên $ABB'A'$ và tổng diện tích của hai mặt đáy.

 Lời giải.

C-BÀI TẬP VỀ NHÀ

Bài 1. Cho hình lăng trụ đứng tứ giác $ABCD.EFGH$.

- Hãy kể tên các đỉnh, các cạnh, các mặt đáy và các mặt bên của hình lăng trụ đứng.
- Nêu vị trí tương đối của BC và DH , CD và EF .

 **Lời giải.**

 **Lời giải.**

BÀI 26. DIỆN TÍCH XUNG QUANH VÀ THỂ TÍCH HÌNH LĂNG TRỤ ĐỨNG

A – TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Diện tích xung quanh $S_{xq} = 2p \cdot h$

Trong đó p là nửa chu vi đáy và h là chiều cao của hình lăng trụ đứng.

2. Diện tích toàn phần

Diện tích toàn phần bằng tổng diện tích xung quanh và diện tích hai đáy.

3. Thể tích của hình lăng trụ đứng $V = S \cdot h$

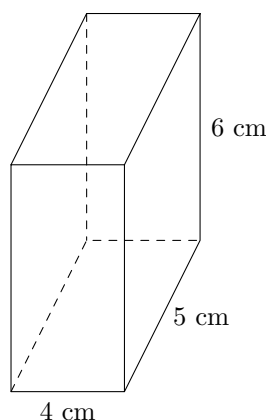
Trong đó S là diện tích đáy và h là chiều cao.

B – BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. Tính diện tích xung quanh, diện tích toàn phần và thể tích của hình lăng trụ đứng

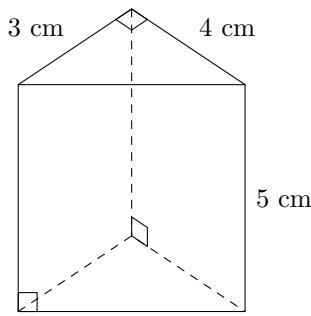
Dùng các kiến thức nêu trong phần *Tóm tắt lý thuyết* để tính các yêu cầu bài toán.

✎ **Ví dụ 1.** Tính diện tích xung quanh, diện tích toàn phần và thể tích lăng trụ đứng trong hình vẽ sau đây:



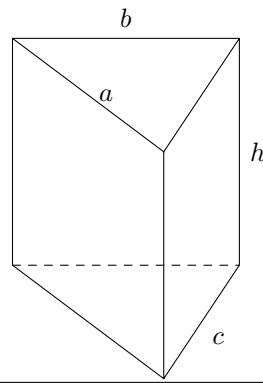
💬 **Lời giải.**

❖ Ví dụ 2. Tính diện tích xung quanh, diện tích toàn phần và thể tích lăng trụ đứng trong hình vẽ sau đây:



💬 Lời giải.

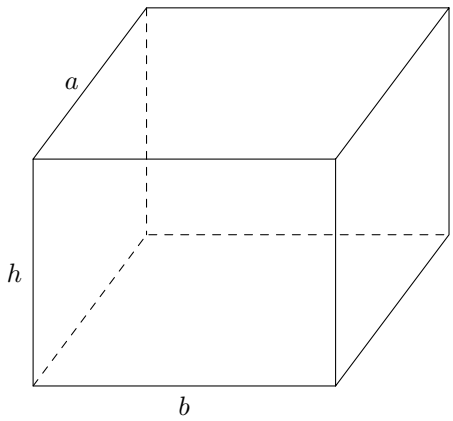
❖ Ví dụ 3. Quan sát lăng trụ đứng trong hình vẽ rồi điền số thích hợp vào bảng sau:



a (cm)	4	6	12
b (cm)		8	13
c (cm)	7		7
h (cm)	8	5	
Chu vi đáy (cm)	16	24	
S_{xq} (cm ²)		120	480

💬 Lời giải.

🔗 **Ví dụ 4.** Quan sát lăng trụ đứng tam giác trong hình vẽ rồi điền số thích hợp vào bảng sau:



a (cm)	8	7	14
b (cm)		9	20
h (cm)	8		12
Chu vi đáy (cm)	40		
S_{xq} (cm ²)		160	

💬 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

📁 Dạng 2. Một số bài toán thực tế trong cuộc sống liên quan đến lăng trụ đứng

Phân tích dữ kiện đề bài chuyển các dữ kiện thực tế về hình lăng trụ và giải quyết yêu cầu bài toán.

🔗 **Ví dụ 5.** Một lều trại có hình dạng lăng trụ đứng đáy tam giác, thể tích phần không gian bên trong là 2,16 m³. Biết chiều dài của lều là 2,4 m, chiều rộng của lều là 1,2 m. Tính chiều cao của lều.

💬 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

 **Lời giải.**

 **Lời giải.**

Tài Liệu Học Tập Lớp 8

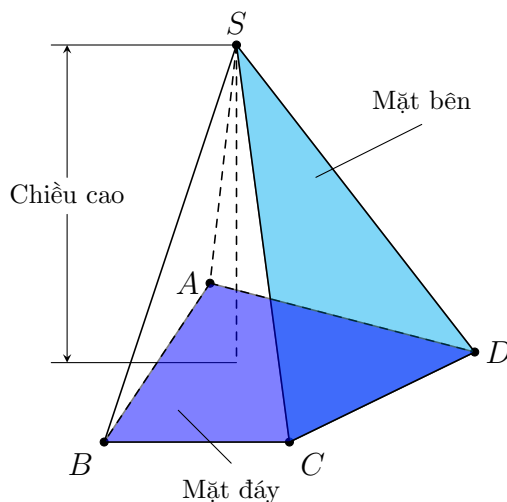
 **Võ Hoàng Nghĩa**

- Tính thể tích khối đất phải đào.
- Người ta chuyển khối đất trên để rải lên một mảnh đất hình chữ nhật có kích thước $30\text{ m} \times 40\text{ m}$. Tính bề dày của lớp đất rải lên trên mảnh đất đó.

BÀI 27. HÌNH CHÓP ĐỀU VÀ HÌNH CHÓP CỤT ĐỀU

1. Khái niệm hình chóp

Hình chóp là hình có mặt đáy là một đa giác, các mặt bên là những tam giác (cùng với những điểm nằm trong nó) có chung một đỉnh.



Trong đó:

- ✔ (SAB) , (SBC) , (SCD) , (SAD) được gọi là các *mặt bên*.
- ✔ $(ABCD)$ được gọi là *mặt đáy*.
- ✔ SA , SB , SC , SD được gọi là *cạnh bên*.
- ✔ Các cạnh bên cắt nhau tại S được gọi là *đỉnh* của hình chóp.
- ✔ *Đường cao* của hình chóp là đường thẳng kẻ từ đỉnh của hình chóp và vuông góc với mặt phẳng đáy.
- ✔ Hình chóp có đáy là tam giác gọi là *hình chóp tam giác*, đáy là tứ giác gọi là *hình chóp tứ giác*,...

2. Hình chóp đều

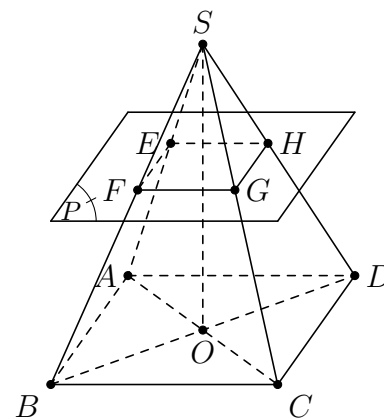
Hình chóp đều là hình chóp có đáy là đa giác đều, các mặt bên là các tam giác cân có chung đỉnh là đỉnh của hình chóp.

✧ **Tính chất 27.1.** Chân đường cao của hình chóp đều trùng với tâm của đường tròn ngoại tiếp đa giác đáy.

Đường cao kẻ từ đỉnh S của mỗi mặt bên gọi là *trung đoạn* của hình chóp đều.

3. Hình chóp cụt đều

Cắt hình chóp đều $S.ABCD$ bằng một mặt phẳng (P) song song với mặt đáy, phần hình nằm giữa (P) và mặt phẳng đáy gọi là *hình chóp cắt đều*. Mỗi mặt bên của hình chóp cắt đều là một hình thang cân.



B – BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. Nhận biết các kiến thức cơ bản hình chóp đều

Sử dụng khái niệm và các tính chất để nhận biết các yếu tố của hình chóp đều.

✧ Ví dụ 1. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có đường cao SO .

- Xác định vị trí chân đường cao O của hình chóp.
- Kể tên đỉnh của hình chóp.
- Kể tên các cạnh bên.
- Kể tên mặt đáy và các mặt bên của hình chóp.

 Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

✧ Ví dụ 2. Cho hình chóp đều $S.ABC$ có đường cao SO .

- Xác định vị trí chân đường cao O của hình chóp.
- Kể tên đỉnh của hình chóp.
- Kể tên các cạnh bên.
- Kể tên mặt đáy và các mặt bên của hình chóp.

 Lời giải.

Dạng 2. Tính độ dài các cạnh của hình chóp đều

Sử dụng các kiến thức đã học để tính các yếu tố của hình chóp đều.

❖ **Ví dụ 3.** Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có độ dài đường chéo của mặt đáy bằng 24 cm và cạnh bên bằng 13 cm.

- Tính chiều cao của hình chóp đều.
- Tính diện tích tam giác SAC .
- Tính diện tích một mặt bên.

 Lời giải.

❖ **Ví dụ 4.** Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng 4 cm, cạnh bên bằng $\sqrt{33}$ cm. Cắt hình chóp bởi mặt phẳng (P) song song với mặt phẳng đáy và cách đáy một khoảng 2 cm.

-  **Lời giải.**

Hình chóp đều	Hình chóp tam giác đều	Hình chóp tứ giác đều	Hình chóp ngũ giác đều
Đáy		Hình vuông	
Mặt bên	Tam giác cân		
Số cạnh đáy	3		
Số cạnh			10
Số mặt		5	6

 **Lời giải.**

- Võ Hoàng Nghĩa

A – TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Diện tích xung quanh của hình chóp đều

$$S_{\text{xq}} = p \cdot d.$$

Trong đó p là nửa chu vi đáy và d là độ dài trung đoạn của hình chóp đều.

2. Diện tích toàn phần của hình chóp đều

Diện tích toàn phần của hình chóp đều bằng tổng của diện tích xung quanh và diện tích mặt đáy.

3. Thể tích của hình chóp đều

$$V = \frac{1}{3}S \cdot h.$$

Trong đó S và h lần lượt là diện tích mặt đáy và chiều cao của hình chóp đều.

B – BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. Các bài toán về diện tích xung quanh, diện tích toàn phần và thể tích của hình chóp đều

Dùng các kiến thức nêu trong phần “Tóm tắt lí thuyết” và các kiến thức đã học để giải quyết các yêu cầu của bài toán.

- ❖ **Ví dụ 1.** Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh bên bằng 5 dm, cạnh đáy bằng 6 dm.
- a) Xác định vị trí chân đường cao H của hình chóp $S.ABCD$ và tính độ dài đoạn SH .
 - b) Tính diện tích xung quanh của hình chóp.
 - c) Tính diện tích toàn phần của hình chóp.
 - d) Tính thể tích của hình chóp.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

- ❖ **Ví dụ 2.** Cho hình chóp đều $S.ABC$, có tất cả các cạnh bằng nhau và đều bằng 4 dm.
- a) Xác định vị trí chân đường cao H của hình chóp $S.ABC$ và tính độ dài đoạn SH .
 - b) Tính diện tích xung quanh của hình chóp.
 - c) Tính diện tích toàn phần của hình chóp.
 - d) Tính thể tích của hình chóp.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

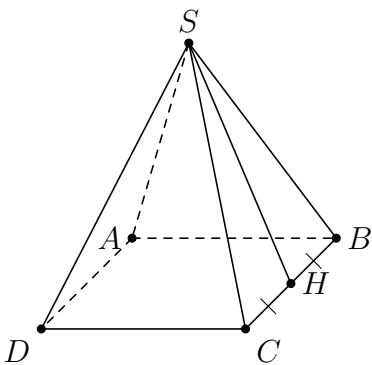
.....

.....

.....

❖ Ví dụ 3.

Tính diện tích xung quanh và diện tích toàn phần của hình chóp tứ giác đều cho bởi hình vẽ bên. Biết $SH = 20\text{ cm}$, $BC = 20\text{ cm}$.



💬 Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

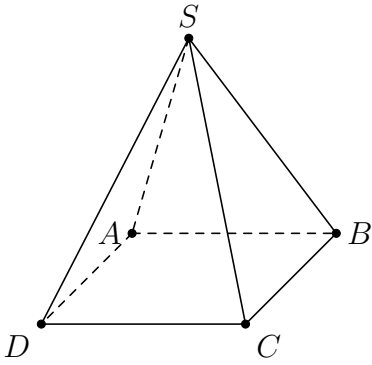
.....

.....

.....

❖ Ví dụ 4.

Một hình chóp tứ giác đều có độ dài cạnh bên bằng 5 cm, đáy là hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng 8 cm. Tính diện tích toàn phần của hình chóp.



💬 Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Dạng 2. Các bài toán cơ bản về mối quan hệ giữa hình lập phương, hình hộp chữ nhật với hình chóp đều

Vẽ hình, nhận dạng hình chóp đều cùng các dữ kiện và tính các yêu cầu bài toán.

⇔ **Ví dụ 5.** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Gọi O là tâm của mặt đáy $ABCD$.

- Chứng minh $O.A'B'C'D'$ là hình chóp tứ giác đều.
- Gọi thể tích của hình lập phương là V , thể tích hình chóp đều $O.A'B'C'D'$ là V' . Tính tỉ số $\frac{V'}{V}$.

 **Lời giải.**

⇔ **Ví dụ 6.** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Gọi S là tâm của $A'B'C'D'$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC, CD, DA .

- Chứng minh $S.MNPQ$ là hình chóp đều.
- Gọi thể tích của hình lập phương là V , thể tích hình chóp $S.MNPQ$ là V' . Tính tỉ số $\frac{V'}{V}$.

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

C – BÀI TẬP VỀ NHÀ

Bài 1. Cho hình chóp đều $S.ABC$ có đường cao $SO = \sqrt{15}$ cm, đường cao trong tam giác ABC bằng 3 cm.

- a) Tính diện tích toàn phần của hình chóp.
- b) Tính thể tích của hình chóp.

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 2. Kim tự tháp Kheops ở Ai Cập có hình dạng là một hình chóp tứ giác đều. Chiều cao kim tự tháp là 137 m, cạnh đáy dài 231 m. Tính diện tích xung quanh và thể tích của kim tự tháp.

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Bài 3. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Gọi O là tâm của mặt đáy $ABCD$. Gọi thể tích hình lập phương là V , thể tích hình chóp đều $O.A'B'C'D'$ là V' . Tính tỉ số $\frac{V'}{V}$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

BÀI 29. ÔN TẬP CHƯƠNG 4

A – TÓM TẮT LÝ THUYẾT

Xem phần "Tóm tắt lý thuyết" từ **Bài 1** đến **Bài 6**.

B – BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

✎ **Ví dụ 1.** Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = 8$ cm, $BD = 10$ cm, $B'D = 14$ cm. Hãy tính

- a) Diện tích xung quanh và diện tích toàn phần của hình hộp chữ nhật.
- b) Thể tích của hình hộp chữ nhật.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

✎ **Ví dụ 2.** Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình vuông và $AC = AA' = 2\sqrt{2}$ cm. Hãy tính

- a) Diện tích xung quanh và diện tích toàn phần của hình hộp chữ nhật.
- b) Thể tích của hình hộp chữ nhật.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

◀ Ví dụ 3. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông tại A , $AB = 3$ cm, $BC = 5$ cm, $BC' = 13$ cm. Hãy tính

- a) Diện tích xung quanh và diện tích toàn phần của hình lăng trụ.
- b) Thể tích của hình lăng trụ.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

◀ Ví dụ 4. Cho hình lăng trụ đứng có đáy là hình thoi với các đường chéo có độ dài bằng 10 cm và 24 cm, chiều cao lăng trụ bằng 15 cm. Hãy tính

- a) Diện tích xung quanh và diện tích toàn phần của hình lăng trụ.
- b) Thể tích của hình lăng trụ.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



.....

.....

.....

.....

↔ **Ví dụ 5.** Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có đường cao bằng 12 cm và trung đoạn bằng 13 cm. Hãy tính

- a) Độ dài cạnh đáy của hình chóp.
- b) Diện tích toàn phần của hình chóp.
- c) Thể tích của hình chóp.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

↔ **Ví dụ 6.** Cho hình chóp cắt đều $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M, N theo thứ tự là trung điểm của các cạnh $BC, B'C'$. Cho biết $AB = 4$ cm, $A'B' = 8$ cm và $MN = 4$ cm.

- a) Tính diện tích xung quanh và diện tích toàn phần của hình chóp cắt.
- b) Tính chiều cao của hình chóp cắt.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

C – BÀI TẬP VỀ NHÀ

Bài 1. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.MNPQ$ có $AB = 3\text{ cm}$, $AQ = BD = 5\text{ cm}$. Hãy tính

- a) Diện tích xung quanh và diện tích toàn phần của hình hộp chữ nhật.
- b) Thể tích của hình hộp chữ nhật.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 2. Cho tam giác ABC và điểm S không thuộc mặt phẳng (ABC) . Nối S với A, B, C . Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của AB, BC, SC, SA . Chứng minh

- a) $MQ \parallel (SBC)$ và $NP \parallel (SAB)$.
- b) Tứ giác $MNPQ$ là hình bình hành.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 3. Một hình lập phương có cạnh bằng 6 cm được tạo bởi 216 hình lập phương nhỏ có cạnh bằng 1 cm. Người ta sơn tất cả 6 mặt của hình lập phương lớn. Tính số lượng các hình lập phương cạnh 1 cm mà

- a) Được sơn đúng 3 mặt.
- b) Được sơn đúng 2 mặt.
- c) Được sơn đúng 1 mặt.

Lời giải.



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 4. Lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều, M là trung điểm của BC , biết $AA' = AM = 2$ cm. Hãy tính

- a) Diện tích xung quanh của lăng trụ.
- b) Thể tích của lăng trụ.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

BÀI 30. ĐỀ KIỂM TRA CHƯƠNG 4

A – ĐỀ SỐ 1

1. Trắc nghiệm (3 điểm)

Khoanh vào chữ cái đứng trước câu trả lời đúng.

Câu 1. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Có bao nhiêu cạnh của hình hộp đi qua đỉnh A ?

- ☐ A 1.
- ☐ B 2.
- ☐ C 3.
- ☐ D 4.

Lời giải.

Câu 2. Cho hình chóp tam giác đều có tất cả các cạnh bằng 4 cm. Độ dài trung đoạn của hình chóp là

A 2 cm.

B $\frac{\sqrt{3}}{2}$ cm.

C $2\sqrt{3}$ cm.

D 12 cm.

Lời giải.

Câu 3. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Mặt phẳng chứa cả cạnh AB và $C'D'$ là

A $(A'C'CA)$.

B $(ABC'D')$.

C $(CDD'C')$.

D $(BCC'B')$.

Lời giải.

Câu 4. Công thức tính thể tích hình hộp chữ nhật có chiều dài bằng a , chiều rộng bằng b , chiều cao bằng c là

A $V = abc$.

B $V = \frac{1}{3}abc$.

C $V = 3abc$.

D $V = 2abc$.

Lời giải.

Câu 5. Thể tích hình chóp đều bằng 132 cm^3 , chiều cao của nó là 12 cm. Diện tích đáy hình chóp là

(A) 33 cm^2 .

(B) 11 cm^2 .

(C) 22 cm^2 .

(D) 42 cm^2 .

 **Lời giải.**

Câu 6. Hình hộp chữ nhật có ba kích thước là 5 cm, 4 cm và 7 cm. Đường chéo hình hộp chữ nhật có số đo là

(A) $2\sqrt{10} \text{ cm}$.

(B) $3\sqrt{10} \text{ cm}$.

(C) 20 cm.

(D) 30 cm.

 **Lời giải.**

2. Tự luận (7 điểm)

Bài 1. (4,0 điểm) Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đường cao bằng 4 dm, trung đoạn bằng 5 dm. Hãy tính

- Độ dài đáy của hình chóp.
- Diện tích xung quanh của hình chóp.
- Thể tích của hình chóp.

 **Lời giải.**

Bài 2. (3,0 điểm) Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân tại A . Diện tích đáy bằng 16 cm^2 . Diện tích xung quanh hình lăng trụ bằng $(96 + 48\sqrt{2})\text{ cm}^2$. Hãy tính

- a) Độ dài cạnh BC .
- b) Chiều cao của lăng trụ.
- c) Thể tích của lăng trụ.

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

B – ĐỀ SỐ 2

1. Trắc nghiệm (3 điểm)

Khoanh vào chữ cái đứng trước câu trả lời đúng.

Câu 1. Cho hình chóp đều $S.ABCD$. Đỉnh S là điểm chung của bao nhiêu cạnh bên của hình chóp?

- ☐ A 1.
- ☐ B 2.
- ☐ C 3.
- ☐ D 4.

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 2. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Số mặt của hình hộp chữ nhật song song với AC là

- ☐ A 1.
- ☐ B 2.
- ☐ C 3.
- ☐ D 4.

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 3. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Số mặt, số đỉnh, số cạnh của hình lập phương lần lượt là

A 4, 8, 12. **B** 6, 8, 12. **C** 6, 12, 8. **D** 8, 6, 12.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 4. Hình lăng trụ đứng tam giác có các mặt bên là

A Hình bình hành. **B** Hình chữ nhật. **C** Tam giác đều. **D** Hình vuông.

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 5. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AB = 8\text{ cm}$, $AC = 10\text{ cm}$, $BC = 12\text{ cm}$ và đường cao $AA' = 10\text{ cm}$. Diện tích xung quanh của lăng trụ là

A 120 cm^2 . **B** 150 cm^2 . **C** 280 cm^2 . **D** 300 cm^2 .

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 6. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ biết diện tích một mặt là 25 cm^2 . Thể tích hình lập phương là

- ☐ A 50 cm^3 .
- ☐ B 125 cm^3 .
- ☐ C 25 cm^3 .
- ☐ D 250 cm^3 .

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. Tự luận (7 điểm)

Bài 1. (4,0 điểm) Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có diện tích đáy bằng 256 cm^2 , đường cao $SO = 6\text{ cm}$. Hãy tính

- a) Thể tích hình chóp.
- b) Diện tích xung quanh của hình chóp.

 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 2. (3,0 điểm) Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có $AC = 3\sqrt{2}\text{ cm}$. Hãy tính

- a) Độ dài cạnh hình lập phương.
- b) Độ dài đường chéo hình lập phương.
- c) Thể tích khối lập phương.



 Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

