

CHUYÊN ĐỀ HÀM SỐ VÀ ĐỒ THỊ

ĐẠI SỐ 7

§1: ĐẠI LƯỢNG TỈ LỆ THUẬN

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Định nghĩa.

Nếu đại lượng y liên hệ với đại lượng x theo công thức $y = kx$ (với k là hằng số khác 0) thì ta nói y tỉ lệ thuận với x theo hệ số tỉ lệ k .

Chú ý: Khi đại lượng y tỉ lệ thuận với đại lượng x thì x cũng tỉ lệ thuận với y và ta nói hai đại lượng đó tỉ lệ thuận với nhau. Nếu y tỉ lệ thuận với x theo hệ số tỉ lệ k (khác 0) thì x tỉ lệ thuận với y theo hệ số tỉ lệ $1/k$.

2. Tính chất

Nếu hai đại lượng tỉ lệ thuận với nhau thì:

- Tỉ số hai giá trị tương ứng của chúng luôn luôn không đổi.
- Tỉ số hai giá trị bất kì của đại lượng này bằng tỉ số hai giá trị tương ứng của đại lượng kia.

Nếu hai đại lượng y và x tỉ lệ thuận với nhau thì:

$$\frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2} = \frac{y_3}{x_3} = \dots$$

$$\frac{x_1}{y_1} = \frac{x_2}{y_2}, \frac{x_1}{y_2} = \frac{x_2}{y_1}, \dots$$

B. CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. Củng cố công thức của đại lượng tỉ lệ thuận

Phương pháp giải.

Áp dụng công thức $y = kx$ để xác định tương quan tỉ lệ thuận giữa hai đại lượng và xác định hệ số tỉ lệ.

Ví dụ 1. (?1 tr.51 SGK)

Hãy viết công thức tính:

- Quãng đường đi được s (km) theo thời gian t (h) của một vật chuyển động đều với vận tốc 15 (km/h);
- Khối lượng m (kg) theo thể tích V (m^3) của thanh kim loại đồng chất có khối lượng riêng D (kg / m^3). (Chú ý: D là một hằng số khác 0).

Trả lời.

a) $s = 15t$;

b) $m = DV$.

Ví dụ 2. (?2 tr.52 SGK)

Cho biết y tỉ lệ thuận với x theo hệ số tỉ lệ $k = -\frac{3}{5}$. Hỏi x tỉ lệ thuận với y theo hệ số tỉ lệ nào?

Trả lời.

$$y = -\frac{3}{5}x \text{ nên } x = -\frac{5}{3}y \text{ nghĩa là } x \text{ tỉ lệ thuận với } y \text{ theo hệ số tỉ lệ } -\frac{5}{3}.$$

Ví dụ 3. (Bài 1 tr.53 SGK)

Cho biết hai đại lượng x và y tỉ lệ thuận với nhau khi $x = 6$ thì $y = 4$.

- Tìm hệ số tỉ lệ k của y đối với x ;
- Hãy biểu diễn y theo x ;
- Tính giá trị của y khi $x = 9$; $x = 15$.

Giải.

- Hai đại lượng x và y tỉ lệ thuận với nhau và khi $x = 6$ thì $y = 4$ nên ta có

$$y = kx \Rightarrow 4 = k.6 \Rightarrow k = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}.$$

- $y = kx$ mà $k = \frac{2}{3}$ nên $y = \frac{2}{3}x$.

- Khi $x = 9$ thì $y = \frac{2}{3}.9 = 6$; khi $x = 15$ thì $y = \frac{2}{3}.15 = 10$.

Ví dụ 4. (Bài 4 tr.54 SGK)

Cho biết z tỉ lệ thuận với y theo hệ số tỉ lệ k và y tỉ lệ thuận với x theo hệ số tỉ lệ h . Hãy chứng tỏ rằng z tỉ lệ thuận với x và tìm hệ số tỉ lệ.

Giải.

z tỉ lệ thuận với y theo hệ số tỉ lệ k nên $z = ky$

(1)

y tỉ lệ thuận với x theo hệ số tỉ lệ h nên $y = hx$

(2)

Từ (1) và (2) suy ra $z = (k.h)x$.

Vậy z tỉ lệ thuận với x theo hệ số tỉ lệ $k.h$.

Dạng 2. LẬP BẢNG GIÁ TRỊ TƯƠNG ỨNG CỦA HAI ĐẠI LƯỢNG TỈ LỆ THUẬN

Phương pháp giải.

- Trước hết, phải xác định hệ số tỉ lệ k .
- Tiếp đó, dùng công thức $y = kx$ để tìm các giá trị tương ứng của x và y .

Ví dụ 5. (Bài 4 tr.53 SGK)

Cho biết các đại lượng y và x tỉ lệ thuận với nhau:

x	$x_1 = 3$	$x_2 = 4$	$x_3 = 5$	$x_4 = 6$
y	$y_1 = 6$	$y_2 = ?$	$y_3 = ?$	$y_4 = ?$

- a) Hãy xác định hệ số tỉ lệ của y đối với x ;
 b) Thay mỗi dấu ? trong bảng trên bằng một số thích hợp;
 c) Có nhận xét gì về tỉ số giữa hai giá trị tương ứng

$$\frac{y_1}{x_1}, \frac{y_2}{x_2}, \frac{y_3}{x_3}, \frac{y_4}{x_4}$$

của y và x ?

Trả lời.

- a) $y_1 = kx_1 \Rightarrow 6 = k.3 \Rightarrow k = 2$.
 b) $y_2 = 2.4 = 8$; $y_3 = 2.5 = 10$; $y_4 = 2.6 = 12$.
 c) Các tỉ số đó đều bằng 2 (hệ số tỉ lệ):

$$\frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2} = \frac{y_3}{x_3} = \frac{y_4}{x_4} = 2.$$

Ví dụ 6. (Bài 2 tr.54 SGK)

Cho biết x và y là hai đại lượng tỉ lệ thuận. Điền số thích hợp vào ô trống trong bảng sau:

x	-3	-1	1	2	5
y				-4	

Hướng dẫn.

$$k = \frac{y}{x} = \frac{-4}{2} = -2.$$

Đáp số:

x	-3	-1	1	2	5
y	6	2	-2	-4	-10.

Dạng 3. XÉT TƯƠNG QUAN TỈ LỆ THUẬN GIỮA HAI ĐẠI LƯỢNG KHI BIẾT BẢNG CÁC GIÁ TRỊ TƯƠNG ỨNG CỦA CHÚNG

Phương pháp giải.

Xem xét tất cả các thương các giá trị tương ứng của hai đại lượng có bằng nhau không.

Ví dụ 7. (Bài 3 tr.54 SGK)

Các giá trị tương ứng của V và m được cho trong bảng sau

V	1	2	3	4	5
m	7,8	15,6	23,4	31,2	39
$\frac{m}{V}$					

- a) Điền số thích hợp vào các ô trống trong bảng trên;

b) Hai đại lượng m và V có tỉ lệ thuận với nhau hay không? Vì sao?

Trả lời.

a) Các ô trống đều được điền số 7,8.

b) m và V là hai đại lượng tỉ lệ thuận vì $m = 7,8V$.

Có thể nói: m tỉ lệ thuận với V theo hệ số tỉ lệ 7,8 hoặc V tỉ lệ thuận với m theo hệ

$$\text{số tỉ lệ } \frac{10}{78} = \frac{5}{39}$$

C. LUYỆN TẬP

1.1 Dạng 1. Cho biết y tỉ lệ thuận với x theo hệ số tỉ lệ 2. Hỏi x tỉ lệ thuận với y theo hệ số tỉ lệ nào?

1.2 Dạng 1. Chu vi và độ dài một cách của hình vuông có phải là hai đại lượng tỉ lệ thuận không? Nếu có, hệ số tỉ lệ là bao nhiêu?

1.3 Dạng 1. Nếu có p tỉ lệ thuận với q theo hệ số tỉ lệ k thì ta có công thức nào? Nếu hai đại lượng u và v tỉ lệ thuận với nhau thì ta có công thức nào?

1.4 Dạng 1. Biết rằng y_1 tỉ lệ thuận với x_1 theo hệ số tỉ lệ a ($a \neq 0$); y_2 tỉ lệ thuận với x_2 theo hệ số tỉ lệ a . Hỏi $y_1 - y_2$ có tỉ lệ thuận với $x_1 - x_2$ không? Nếu có, hệ số tỉ lệ là bao nhiêu?

1.5 Dạng 1. Chu vi và cạnh của tam giác đều có tỉ lệ thuận với nhau không? Nếu có, hệ số tỉ lệ là bao nhiêu?

1.6 Dạng 2. Cho biết x và y là hai đại lượng tỉ lệ thuận. Hãy điền số thích hợp vào ô trống trong bảng sau:

x	-4	-0,5	0		2,5		
y	6			-2,25		-4,5	-7,5

1.7 Dạng 2. Cho biết x và y là hai đại lượng tỉ lệ thuận.

a) Biết rằng với hai giá trị x_1, x_2 của x có tổng bằng -2 thì hai giá trị tương ứng y_1, y_2 của y có tổng bằng 6. Hỏi hai đại lượng x và y liên hệ với nhau bởi công thức nào?

b) Từ đó, hãy điền số thích hợp vào các ô trống trong bảng sau:

x	-2	-1	$-\frac{1}{2}$			0	
y				1	$\frac{1}{3}$		-6

1.8 Dạng 2. x và y là hai đại lượng tỉ lệ thuận.

a) Biết rằng với hai giá trị x_1, x_2 của x thỏa mãn điều kiện $2x_1 - 3x_2 = -8,25$ thì hai giá trị tương ứng y_1, y_2 của y thỏa mãn điều kiện $2y_1 - 3y_2 = 2,75$. Hỏi hai đại lượng x và y liên hệ với nhau bởi công thức nào?

b) Từ đó, hãy điền số thích hợp vào các ô trống trong bảng sau:

x	-3		$\frac{9}{12}$			$3\frac{6}{7}$	$\frac{18}{5}$
y		1,2		0,(6)	0,1(3)		

1.9 Dạng 2. Cho biết y tỉ lệ thuận với x . y_1, y_2 là các giá trị của y tương ứng với các giá trị x_1, x_2 của x .

a) Tìm giá trị của y tương ứng với $x = x_1 + x_2$;

b) Tìm giá trị của y tương ứng với $x = -\frac{2}{7}x_1$;

c) Tìm giá trị của y tương ứng với $x = \frac{x_1}{x_2}$;

d) Tìm giá trị của y tương ứng với $x = x_1x_2$.

1.10 Dạng 3. Bảng các giá trị x và y sau đây có cho ta hai đại lượng tỉ lệ thuận không? Nếu có, hệ số tỉ lệ là bao nhiêu?

x	-4,5	-3	0	1,5	2,25
y	1,35	0,9	0	-0,45	-0,675

1.11 Dạng 3. Bảng các giá trị x và y sau đây có cho ta hai đại lượng tỉ lệ thuận không? Nếu có, hệ số tỉ lệ là bao nhiêu?

x	-5	-1	-2	-3,5	6,8
y	12,5	2,5	5	8,75	-16,32

1.12 Giả sử x và y là hai đại lượng tỉ lệ thuận. x_1, x_2 là hai giá trị khác nhau của x ; y_1, y_2 là hai giá trị tương ứng của y .

a) Tìm x_1 biết $x_2 = 2, y_1 = -\frac{3}{4}, y_2 = \frac{1}{7}$.

b) Tìm x_1, y_1 biết $y_1 - x_1 = -2, x_2 = -4, y_2 = 3$.

1.13 Giả sử x và y là hai đại lượng tỉ lệ thuận, x_1, x_2 là hai giá trị khác nhau của x ; y_1, y_2 là hai giá trị tương ứng của y .

a) Tính x_2 biết $x_1 = 1\frac{4}{7}, y_1 = 5\frac{1}{2}, y_2 = -2\frac{1}{3}$.

b) Tìm x_1, y_1 biết $2y_1 + 3x_1 = 20, x_2 = -6, y_2 = 3$.

§2: MỘT SỐ BÀI TOÁN VỀ ĐẠI LƯỢNG TỈ LỆ THUẬN

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

- Bài toán 1: Toán về đại lượng tỉ lệ thuận.
- Bài toán 2: Chia một số thành những phần tỉ lệ thuận với các số cho trước.

B. CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. XÉT TƯƠNG QUAN TỈ LỆ THUẬN GIỮA HAI ĐẠI LƯỢNG KHI BIẾT BẢNG CÁC GIÁ TRỊ TƯƠNG ỨNG CỦA CHÚNG

Phương pháp giải.

Xem xét tất cả các thương của các giá trị tương ứng của hai đại lượng có bằng nhau không.

Ví dụ 1. (Bài 5 tr.55 SGK)

Các đại lượng x và y có tỉ lệ thuận với nhau hay không, nếu

a)

x	1	2	3	4	5
y	9	18	27	36	45

b)

x	1	2	5	6	9
y	12	24	60	72	90

Giải.

a) Ta có: $\frac{9}{1} = \frac{18}{2} = \frac{27}{3} = \frac{36}{4} = \frac{45}{5} = 9$.

Vậy các đại lượng x và y tỉ lệ thuận với nhau ($y = 9x$).

b) Ta có: $\frac{12}{1} = \frac{24}{2} = \frac{60}{5} = \frac{72}{6} \neq \frac{90}{9}$.

Vậy các đại lượng x và y không tỉ lệ thuận.

Dạng 2. TOÁN VỀ ĐẠI LƯỢNG TỈ LỆ THUẬN

Phương pháp giải.

- Xác định tương quan tỉ lệ thuận giữa hai đối tượng.
- Áp dụng tính chất về tỉ số các giá trị của hai đại lượng tỉ lệ thuận.

Ví dụ 2. (Bài 6 tr.55 SGK)

Thay cho việc đo chiều dài các cuộn dây thép người ta thường cân chúng. Cho biết 3m dây nặng 75g.

a) Giả sử x mét dây nặng y gam. Hãy biểu diễn y theo x .

b) Cuộn dây dài bao nhiêu biết rằng nó nặng 4,5 kg?

Giải.

a) Vì khối lượng y (g) của cuộn dây thép tỉ lệ thuận với chiều dài x (m) của nó nên ta có: $y = kx$ (1)

Thay $y = 75$, $x = 3$ vào (1) ta được: $75 = k.3 \Rightarrow k = \frac{75}{3} = 25$.

Vậy ta có: $y = 25x$.

b) Từ $y = 25x$ suy ra $x = \frac{1}{25}y$. Khi $y = 4,5\text{kg} = 4500\text{g}$ thì $x = \frac{1}{25}.4500 = 180(\text{m})$

Ví dụ 3. (Bài 7 tr.56 SGK)

Hạnh và Vân định làm mứt dẻo từ 2,5 kg dâu. Theo công thức cứ 2 kg dâu thì cần 3 kg đường. Hạnh bảo cần 3,75 kg đường, còn Vân bảo cần 3,25 kg. Theo bạn, ai đúng và vì sao?

Hướng dẫn.

Khối lượng đường y (kg) tỉ lệ thuận với khối lượng dâu x (kg):

$$y = kx \Rightarrow 3 = k.2 \Rightarrow k = 1,5$$

Từ $y = 1,5x$ có $y = 1,5.2,5 = 3,75$ (kg)

Trả lời: Hạnh nói đúng

Ví dụ 4. (Bài 11 tr.56 SGK)

Đố: Đố em tính được trên một chiếc đồng hồ khi kim giờ quay được một vòng thì kim phút, kim giây quay được bao nhiêu vòng?

Hướng dẫn.

Kim giờ quay một vòng thì kim phút quay 12 vòng; kim phút quay một vòng thì kim giây quay 60 vòng.

Trả lời: Khi kim giờ quay một vòng thì kim phút quay 12 vòng và kim giây quay 720 vòng.

Dạng 3. CHIA MỘT SỐ THÀNH NHỮNG PHẦN TỈ LỆ THUẬN VỚI CÁC SỐ CHO TRƯỚC

Phương pháp giải.

Giả sử phải chia số S ra thành ba phần x, y, z tỉ lệ với các số a, b, c . Ta làm như sau:

$$\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c} = \frac{x+y+z}{a+b+c} = \frac{S}{a+b+c}.$$

$$\text{Do đó } x = \frac{S}{a+b+c}.a; y = \frac{S}{a+b+c}.b; z = \frac{S}{a+b+c}.c.$$

Ví dụ 5. (Bài 8 tr.56 SGK)

Học sinh của ba lớp 7 cần phải trồng và chăm sóc 24 cây xanh. Lớp 7A có 32 học sinh, lớp 7B có 28 học sinh, lớp 7C có 36 học sinh. Hỏi mỗi lớp phải trồng và chăm sóc bao nhiêu cây xanh, biết rằng số cây xanh tỉ lệ với số học sinh?

Hướng dẫn: Đưa về bài toán “Chia số 24 thành ba phần tỉ lệ với ba số 32; 28 và 36”.

Giải.

Gọi số cây phải trồng và chăm sóc của các lớp 7A, 7B, 7C lần lượt là x, y, z . Theo đề bài ta có:

$$x + y + z = 24 \quad (1)$$

và

$$\frac{x}{32} = \frac{y}{28} = \frac{z}{36} \quad (2)$$

Theo tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, từ (2) và (1) ta có:

$$\frac{x}{32} = \frac{y}{28} = \frac{z}{36} = \frac{x+y+z}{32+28+36} = \frac{24}{96} = \frac{1}{4}$$

$$\text{Từ đó: } x = \frac{1}{4} \cdot 32 = 8; y = \frac{1}{4} \cdot 28 = 7; z = \frac{1}{4} \cdot 36 = 9.$$

Trả lời: Số cây phải trồng và chăm sóc của các lớp 7A, 7B, 7C theo thứ tự là 8; 7 và 9.

Ví dụ 6. (Bài 9 tr.56 SGK)

Đồng bạch là một loại hợp kim của niken, kẽm và đồng với khối lượng của chúng lần lượt tỉ lệ với 3; 4 và 13. Hỏi cần bao nhiêu kilôgam niken, kẽm và đồng để sản xuất 150 kg đồng bạch?

Hướng dẫn.

Chia số 150 thành ba phần tỉ lệ với 3; 4 và 13.

Trả lời: Khối lượng niken, kẽm và đồng theo thứ tự là 22,5 kg; 30kg và 97,5 kg.

B. LUYỆN TẬP

2.1 Dạng 1. Hai đại lượng x và y có tỉ lệ thuận với nhau hay không, nếu:

a)

x	2,3	4,8	-9	-6	-5
y	4,8	2,3	-5	-6	-9

b)

x	-5,1	-6,2	-7,3	-8,4	-9,5
y	2,04	2,48	2,92	3,36	3,8

2.2 Dạng 2. Cứ 100 kg thóc thì cho 60kg gạo. Hỏi 2 tấn thóc thì cho bao nhiêu kilôgam gạo?

2.3 Dạng 2. Một tấn nước biển chứa 25 kg muối. Hỏi 500 g nước biển chứa bao nhiêu gam muối?

2.4 Dạng 2. Dùng 8 máy thì tiêu thụ hết 70 lít xăng. Hỏi dùng 13 máy (cùng loại) thì tiêu thụ hết bao nhiêu lít xăng?

2.5 Dạng 2. Biết rằng 14 dm^3 sắt cân nặng 109,2 kg. Hỏi 7 m^3 sắt cân nặng bao nhiêu?

2.6 Dạng 2. Ba đơn vị vận tải cùng vận chuyển 700 tấn hàng.

Đơn vị A có 12 xe, trọng tải mỗi xe là 5 tấn.

Đơn vị B có 15 xe, trọng tải mỗi xe là 3 tấn.

Đơn vị C có 20 xe, trọng tải mỗi xe là 3,5 tấn.

Hỏi mỗi đơn vị đã vận chuyển bao nhiêu tấn hàng, biết rằng mỗi xe được huy động một số chuyến như nhau?

2.7 Dạng 3. Chia số 117 thành ba phần tỉ lệ thuận với:

a) 3; 4; 6

b) $\frac{1}{3}; \frac{1}{4}; \frac{1}{6}$

- 2.8 Dạng 3. Tìm ba số x, y và z , biết rằng chúng tỉ lệ với 3; 5; 7 và $z - y = 1$.
- 2.9 Tìm ba số x, y, z , biết rằng $x : y : z = \frac{2}{3} : \frac{3}{5} : \frac{1}{2}$ và $x - z = -6,5$.
- 2.10 Số M được chia thành ba phần tỉ lệ với nhau như $0,5 : 1\frac{2}{3} : 2\frac{1}{4}$. Tìm số M , biết rằng tổng bình phương của ba số đó bằng 4660.
- 2.11 Một đơn vị công nhân sửa đường dự định phân chia số mét đường cho ba tổ theo tỉ lệ \$5:6:7\$. Nhưng sau đó, vì số người thay đổi nên đã chia lại theo tỉ lệ \$4:5:6\$. Do đó, có một tổ làm nhiều hơn dự định 10 mét đường. Tính số mét đường chia lại cho mỗi tổ.
- 2.12 Hai người đi xem áy cùng một lúc từ A và từ B để gặp nhau. Người thứ nhất đi từ A đến B rồi trở về ngay, người thứ hai đi từ B đến A rồi cũng trở về ngay. Chỗ gặp nhau thứ nhất cách A là 15 km, chỗ gặp nhau thứ hai cách B là 9 km. Tính khoảng cách AB.

§3: ĐẠI LƯỢNG TỈ LỆ NGHỊCH

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Định nghĩa.

Nếu đại lượng y liên hệ với đại lượng x theo công thức $y = \frac{a}{x}$ hay $xy = a$ (A là một hằng số khác 0) thì ta nói y tỉ lệ nghịch với x theo hệ số tỉ lệ a .

Chú ý: Khi y tỉ lệ nghịch với x thì x cũng tỉ lệ nghịch với y và ta nói hai đại lượng đó tỉ lệ nghịch với nhau.

2. Tính chất

Nếu hai đại lượng tỉ lệ nghịch với nhau thì:

- Tích hai giá trị tương ứng của chúng luôn không đổi (bằng hệ số tỉ lệ)
- Tỉ số hai giá trị bất kì của đại lượng này bằng nghịch đảo của tỉ số hai giá trị tương ứng của đại lượng kia.

Nếu hai đại lượng y và x tỉ lệ nghịch với nhau thì:

$$x_1 y_1 = x_2 y_2 = x_3 y_3 = \dots = a$$

$$\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_2}{y_1}, \frac{x_1}{x_3} = \frac{y_3}{y_1}, \dots$$

B. CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. Củng cố công thức của đại lượng tỉ lệ nghịch

Phương pháp giải.

Áp dụng công thức $y = \frac{a}{x}$ để xác định tương quan tỉ lệ thuận giữa hai đại lượng và xác định hệ số tỉ lệ.

Ví dụ 1. (? 2 tr.57 SGK)

Cho biết y tỉ lệ nghịch với x theo hệ số tỉ lệ $-3,5$. Hỏi x tỉ lệ nghịch với y theo hệ số tỉ lệ nào?

Trả lời.

x cũng tỉ lệ nghịch với y theo hệ số tỉ lệ $-3,5$.

Tổng quát: y tỉ lệ nghịch với x theo hệ số tỉ lệ a : $y = \frac{a}{x}$ suy ra $x = \frac{a}{y}$ tức là x tỉ lệ

nghịch với y cũng theo hệ số tỉ lệ a .

Ví dụ 2. (Bài 12 tr.58 SGK)

Cho biết hai đại lượng x và y tỉ lệ nghịch với nhau và khi $x = 8$ thì $y = 15$.

- a) Tìm hệ số tỉ lệ;
- b) Hãy biểu diễn y theo x ;
- c) Tính giá trị của y khi $x = 6$; $x = 10$.

Giải.

Hai đại lượng x và y tỉ lệ nghịch với nhau nên $x.y = a$.

a) Khi $x = 8$ thì $y = 15$ nên $a = 8.15 = 120$.

b) $y = \frac{a}{x}$ mà $a = 120$ nên $y = \frac{120}{x}$.

c) Khi $x = 6$ thì $y = \frac{120}{6} = 20$;

Khi $x = 10$ thì $y = \frac{120}{10} = 12$.

Ví dụ 3. (Bài 15 tr.58 SGK)

- a) Cho biết đội A dùng x máy cày (các máy cày có cùng năng suất) để cày xong một cánh đồng hết y giờ. Hai đại lượng x và y có tỉ lệ nghịch với nhau không?
- b) Cho biết x là số trang đã đọc xong và y là số trang còn lại chưa đọc của một quyển sách. Hỏi x và y có phải hai đại lượng tỉ lệ nghịch không?
- c) Cho biết a (mét) là chu vi của bánh xe, b là số vòng quay được của bánh xe trên đoạn đường xe lăn từ A đến B. Hỏi a và b có phải là hai đại lượng tỉ lệ nghịch không?

Trả lời.

- a) Tích xy là hằng số (bằng số giờ một máy cày cày xong cánh đồng) nên x và y tỉ lệ nghịch với nhau.
- b) Ta chỉ có tổng $x + y$ là hằng số (bằng số trang của quyển sách) chứ không phải tích xy là một hằng số nên x và y không phải là hai đại lượng tỉ lệ nghịch.

- c) Tích ab là hằng số (chiều dài đoạn đường từ A đến B) nên a và b là hai đại lượng tỉ lệ nghịch.

Dạng 2. LẬP BẢNG GIÁ TRỊ TƯƠNG ỨNG CỦA HAI ĐẠI LƯỢNG TỈ LỆ NGHỊCH

Phương pháp giải.

- Trước hết, phải xác định hệ số tỉ lệ a .
- Tiếp đó, dùng công thức $y = \frac{a}{x}$ hay $x = \frac{a}{y}$ để tìm các giá trị tương ứng của x và y .

Ví dụ 4. (3 tr.57 SGK)

Cho biết các đại lượng x và y tỉ lệ nghịch với nhau:

x	$x_1 = 2$	$x_2 = 3$	$x_3 = 4$	$x_4 = 5$
y	$y_1 = 30$	$y_2 = ?$	$y_3 = ?$	$y_4 = ?$

- Tìm hệ số tỉ lệ;
- Thay mỗi dấu “?” trong bảng trên bằng một số thích hợp
- Có nhận xét gì về tích hai giá trị tương ứng $x_1y_1, x_2y_2, x_3y_3, \dots$ của x và y .

Trả lời.

- $a = x_1 \cdot y_1 = 2 \cdot 30 = 60$.
- $y_2 = 20; y_3 = 15; y_4 = 12$.
- Các tích đó đều bằng 60 (hệ số tỉ lệ).

Ví dụ 5. (Bài 13 tr.58 SGK)

Cho biết x và y là hai đại lượng tỉ lệ nghịch. Điền số thích hợp vào ô trống trong bảng sau:

x	0,5	-1,2			4	6
y			3	-2	1,5	

Hướng dẫn.

Ta có: $a = 4 \cdot 1,5 = 6$. Từ đó, điền được các số thích hợp vào các ô trống như sau:

x	0,5	-1,2	2	-3	4	6
y	12	-5	3	-2	1,5	1

Dạng 3. XÉT TƯƠNG QUAN TỈ LỆ NGHỊCH GIỮA HAI ĐẠI LƯỢNG KHI BIẾT BẢNG CÁC GIÁ TRỊ TƯƠNG ỨNG CỦA CHÚNG

Phương pháp giải.

Xét xem tất cả các tích các giá trị tương ứng của hai đại lượng có bằng nhau không?

Ví dụ 6. Theo bảng giá trị dưới đây x và y có phải là hai đại lượng tỉ lệ nghịch hay không?

a)

x	2	5	8	24	40
y	60	24	15	5	3

b)

x	4	5	8	16	80
y	40	32	22	10	2

Hướng dẫn.

- a) Ta có: $2.60 = 5.24 = 8.15 = 24.5 = 40.3 = 120$. Vậy x và y là hai đại lượng tỉ lệ nghịch.
- b) Ta thấy: $4.40 = 160 \neq 8.22 = 176$. Vậy x và y không phải là hai đại lượng tỉ lệ nghịch.

Dạng 4. TOÁN VỀ CÁC ĐẠI LƯỢNG TỈ LỆ NGHỊCH

Phương pháp giải.

- Xác định tương quan tỉ lệ nghịch giữa hai đại lượng.
- Áp dụng tính chất về tỉ số các giá trị của hai đại lượng tỉ lệ nghịch

Ví dụ 7. (Bài 14 tr.58 SGK)

Cho biết 35 công nhân xây một ngôi nhà hết 168 ngày. Hỏi 28 công nhân xây ngôi nhà đó hết bao nhiêu ngày (Giả sử năng suất làm việc của mỗi công nhân là như nhau)?

Giải.

Ta có thể tóm tắt đề bài như sau:

Số công nhân	Số ngày xây xong nhà
35	168
28	?

Vì năng suất làm việc của mỗi công nhân là như nhau, nên để xây cùng một ngôi nhà, số công nhân tỉ lệ nghịch với số ngày xây xong nhà. Gọi x là số ngày 28 công nhân xây xong nhà. Theo tính chất của đại lượng tỉ lệ nghịch ta có:

$$\frac{35}{28} = \frac{x}{168} \Rightarrow x = \frac{35.168}{28} = 210. \text{ Vậy 28 công nhân xây ngôi nhà đó hết 210 ngày.}$$

C. LUYỆN TẬP

3.1 Dạng 1. Cho ba đại lượng u , v , t . Hãy tìm hiểu mối quan hệ giữa các đại lượng u và t biết rằng :

- a) u và v tỉ lệ nghịch, v và t cũng tỉ lệ nghịch.
- b) u và v tỉ lệ nghịch, v và t tỉ lệ thuận.
- c) u và v tỉ lệ thuận, v và t tỉ lệ nghịch.

3.2 Dạng 1. Cho 10 đại lượng đánh số theo thứ tự từ 1 đến 10 : $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10}$

Biết rằng hai đại lượng đứng liền nhau theo thứ tự trên thì tỉ lệ nghịch với nhau :

- a) Xét mối tương quan giữa hai đại lượng bất kì cùng mang chỉ số chẵn.
- b) Xét mối tương quan giữa hai đại lượng bất kì cùng mang chỉ số lẻ .
- c) Xét mối tương quan giữa một đại lượng bất kì mang chỉ số chẵn và một đại lượng bất kì mang chỉ số lẻ.

3.3 Dạng 1. Trong các đại lượng sau đây, các đại lượng nào tỉ lệ nghịch với nhau ?

- a) Chiều dài và chiều rộng của hình chữ nhật có diện tích không đổi.
- b) Chu vi và cạnh của hình vuông.

c) Vận tốc của một vật chuyển động và thời gian để vật chuyển động trên một quãng đường nhất định.

d) Bán kính và độ dài của đường tròn.

e) Chiều cao và cạnh đáy tương ứng của tam giác có diện tích không đổi.

3.4 Dạng 2. Cho x, y là hai đại lượng tỉ lệ nghịch. Lập công thức liên hệ giữa hai đại lượng x, y và điền số thích hợp vào các ô trống trong bảng sau :

x	-3		2	6	
y		-30		10	-6

3.5 Dạng 2. Một hình chữ nhật có diện tích $80m^2$. Các kích thước x và y (m) của hình chữ nhật có liên hệ gì với nhau ? Lập bảng các giá trị của y tương ứng với các giá trị sau của x : 8;10;16;20;25.

3.6 Dạng 2. Một ô tô đi quãng đường 135km với vận tốc v (km/h) và thời gian t (h). Lập bảng các giá trị của t ứng với các giá trị sau của v : 20;30;45;60;75.

3.7 Dạng 3. Theo bảng giá trị dưới đây, x và y có phải là hai đại lượng tỉ lệ nghịch không ?

x	10	20	25	30	40
y	10	5	4	$\frac{10}{3}$	2,5

3.8 Dạng 3. Theo bảng giá trị dưới đây, x và y có phải là hai đại lượng tỉ lệ nghịch không ?

x	-3	-2	4	9	15
y	-30	-45	22,4	10	6

3.9 Dạng 4. Một đội 24 người trồng xong một số cây dự định trong 5 ngày. Nếu đội được bổ sung thêm 6 người nữa thì sẽ trồng xong số cây ấy sớm được mấy ngày ? (giả sử năng suất làm việc của mọi người là như nhau.)

3.10 Cho hai đại lượng tỉ lệ nghịch x và y , x_1 và x_2 là hai giá trị của x , y_1 và y_2 là hai giá trị tương ứng của y .

a) Biết $x_1 = 5, x_2 = 2$ và $y_1 + y_2 = 21$. Tính y_1 và y_2

b) Biết $x_2 = 3, y_1 = 7$ và $2x_1 - 3y_2 = 30$. Tính x_1 và y_2

§4. MỘT SỐ BÀI TOÁN VỀ ĐẠI LƯỢNG TỈ LỆ NGHỊCH

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

- Bài toán 1. Toán về đại lượng tỉ lệ nghịch
- Bài toán 2. Chia một số thành những phần tỉ lệ nghịch với các số cho trước.

B. CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. Củng cố về định nghĩa và tính chất của đại lượng tỉ lệ nghịch

Phương pháp giải

- Nắm vững định nghĩa : y tỉ lệ nghịch với x theo hệ số tỉ lệ a nghĩa là $y = \frac{a}{x}$ hay $xy = a$ (a là hằng số khác 0)
- Nắm vững tính chất của đại lượng tỉ lệ nghịch :
 $x_1y_1 = x_2y_2 = x_3y_3 = \dots = a$
 $\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_2}{y_1}; \frac{x_1}{x_3} = \frac{y_3}{y_1}; \dots$

Ví dụ 1. (? tr. 60 SGK)

Cho ba đại lượng x, y, z. Hãy cho biết mối liên hệ giữa hai đại lượng x và z, biết rằng :

- x và y tỉ lệ nghịch, y và z cũng tỉ lệ nghịch.
- x và y tỉ lệ nghịch, y và z tỉ lệ thuận.

Trả lời

- x tỉ lệ thuận với z

- x tỉ lệ nghịch với z.

(Xem bài tập 3.1 §3 Chương II)

Ví dụ 2. (Bài 16 tr 60 SGK)

Hai đại lượng x và y có tỉ lệ nghịch với nhau hay không, nếu:

a)	<table><tr><td>x</td><td>1</td><td>2</td><td>4</td><td>5</td><td>8</td></tr><tr><td>y</td><td>120</td><td>60</td><td>30</td><td>24</td><td>15</td></tr></table>	x	1	2	4	5	8	y	120	60	30	24	15	b)	<table><tr><td>x</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td></tr><tr><td>y</td><td>30</td><td>20</td><td>15</td><td>12,5</td><td>10</td></tr></table>	x	2	3	4	5	6	y	30	20	15	12,5	10
x	1	2	4	5	8																						
y	120	60	30	24	15																						
x	2	3	4	5	6																						
y	30	20	15	12,5	10																						

Trả lời

- Vì tích xy ở tất cả các cột ở bảng đều bằng 120 nên x và y tỉ lệ nghịch với nhau.
- Vì $5.12,5 \neq 6.10$ nên x và y không tỉ lệ nghịch với nhau.

Ví dụ 3. (Bài 17 tr.61 SGK)

Cho biết hai đại lượng x và y tỉ lệ nghịch với nhau. Điền số thích hợp vào ô trống trong bảng sau :

x	1				-8	10
y		8	-4	$2\frac{2}{3}$		1,6

Hướng dẫn

Tính $a = 10.1,6 = 16$ rồi áp dụng công thức $y = \frac{a}{x}$ hay $x = \frac{a}{y}$ ta có :

x	1	2	-4	6	-8	10
---	---	---	----	---	----	----

y	16	8	-4	$2\frac{2}{3}$	-2	1,6
---	----	---	----	----------------	----	-----

Dạng 2. TOÁN VỀ ĐẠI LƯỢNG TỈ LỆ NGHỊCH

Phương pháp giải.

- Xác định rõ các đại lượng đề cập trong bài;
- Xác định quan hệ tỉ lệ nghịch giữa hai đại lượng trong các đại lượng đó.
- Áp dụng tính chất của đại lượng tỉ lệ nghịch và tính chất của tỉ lệ thức để tìm đáp số của bài toán.

Ví dụ 4. (Bài 18 tr.61 SGK)

Cho biết 3 người làm cỏ một cánh đồng hết 6 giờ. Hỏi 12 người (với cùng năng suất như thế) làm cỏ cánh đồng đó hết bao nhiêu thời gian ?

Hướng dẫn

Ta có thể tóm tắt bài toán như sau :

Số người	Thời gian (số giờ)
3	6
12	x

Trên cùng một cánh đồng, với cùng một năng suất thì số người làm cỏ và thời gian làm xong công việc tỉ lệ nghịch với nhau. Từ đó ta có : $\frac{3}{12} = \frac{x}{6}$

Trả lời : 12 người làm cỏ cánh đồng hết 1,5h.

Ví dụ 5. (Bài 19 tr. 61 SGK)

Với cùng số tiền để mua 51 mét vải loại I có thể mua được bao nhiêu mét vải loại II, biết rằng giá tiền một mét vải loại II chỉ bằng 85(%) giá tiền 1 mét vải loại I ?

Hướng dẫn

Ta có thể tóm tắt bài toán như sau :

Giá tiền 1 mét vải	Số mét vải mua được
100(%)	51
85(%)	x

Đáp số : 60m

Ví dụ 6. (Bài 20 tr 61 SGK)

Đố vui : Trong một cuộc thi chạy tiếp sức $4 \times 100m$, đội thi gồm voi, sư tử, chó săn và ngựa chạy với vận tốc theo thứ tự tỉ lệ thuận với 1;1,5; 1,6; 2. Hỏi đội đó có phá được “kỷ lục thế giới” là 39 giây không, biết rằng voi chạy hết 12 giây

Hướng dẫn

Vận tốc của Voi, Sư tử, Chó săn, ngựa tỉ lệ thuận với 1;1,5; 1,6; 2 nghĩa là nếu quy ước vận tốc của voi là 1 thì vận tốc của Sư tử là 1,5; Chó săn là 1,6; và của Ngựa là 2.

Trên cùng một quãng đường (100m), vận tốc v và thời gian t của chuyển động là hai đại lượng tỉ lệ nghịch nên ta có thể lập bảng như sau :

	Voi	Sư tử	Chó săn	Ngựa
v (đơn vị quy ước)	1	1,5	1,6	2

t(tính bằng giây)	12			
---------------------	----	--	--	--

Trả lời : Tổng thời gian chạy của đội là 33,5 giây, phá được “ kỉ lục thế giới”.

Ví dụ 7 . (Bài 21 tr.61 SGK)

Ba đội máy san đất làm ba khối lượng công việc như nhau. Đội thứ nhất hoàn thành công việc trong 4 ngày, đội thứ hai trong 6 ngày và đội thứ ba trong 8 ngày. Hỏi mỗi đội có bao nhiêu máy (có cùng năng suất), Biết rằng đội thứ nhất có nhiều hơn đội thứ hai 2 máy ?

Giải

Gọi số máy của ba đội theo thứ tự là x, y, z. Vì khối lượng công việc như nhau, các máy có cùng năng suất nên số máy và số ngày là hai đại lượng tỉ lệ nghịch. Theo đề bài ta có :

$$4x = 6y = 8z \quad (1)$$

$$\text{và} \quad x - y = 2 \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) ta có : } \frac{4x}{24} = \frac{6y}{24} = \frac{8z}{24} \Rightarrow \frac{x}{6} = \frac{y}{4} = \frac{z}{3} \quad (3) \quad (24 \text{ là BCNN}(4;6;8))$$

$$\text{Theo tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, từ (3) và (2) ta có : } \frac{x}{6} = \frac{y}{4} = \frac{z}{3} = \frac{x-y}{6-4} = \frac{2}{2} = 1$$

$$\text{Vậy } x = 1.6 = 6; y = 1.4 = 4; z = 1.3 = 3$$

Trả lời : Số máy của ba đội theo thứ tự là 6; 4 và 3 (máy).

Ví dụ 8 (Bài 22. Tr. 62 SGK)

Một ánh răng cưa có 20 răng quay một phút được 60 vòng. Nó khớp với một bánh răng cưa khác có x răng (h. 13 SGK). Giả sử bánh răng cưa thứ hai quay một phút được y vòng. Hãy biểu diễn y qua x.

Trả lời

$$\text{Vì } x.y = 20.60 = 1200 \text{ nên } y = \frac{1200}{x} x$$

Ví dụ 9 . (Bài 23 tr.62 SGK)

Hai bánh xe nối với nhau bởi một dây tời (h. 14 SGK). Bánh xe lớn có bán kính 25cm, bánh xe nhỏ có bán kính 10cm. Một phút bánh xe lớn quay được 60 vòng. Hỏi một phút bánh xe nhỏ quay được bao nhiêu vòng ?

Hướng dẫn

Số vòng quay trong mỗi phút tỉ lệ nghịch với chu vi của bánh xe, do đó tỉ lệ nghịch với bán kính của nó (chu vi tỉ lệ nghịch với bán kính). Nếu gọi x là số vòng quay trong một phút của bánh xe

$$\text{nhỏ thì ta có : } \frac{x}{60} = \frac{25}{10}$$

$$\text{Đáp số : } 150 \text{ vòng/phút.}$$

Dạng 3. CHIA MỘT SỐ THÀNH NHỮNG PHẦN TỈ LỆ NGHỊCH VỚI CÁC SỐ CHO TRƯỚC

Phương pháp giải

Giả sử ta phải chia số M thành ba phần x, y, z tỉ lệ nghịch với các số a, b, c cho trước. Ta có :

$$ax = by = cz \text{ hay } \frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c}$$

Như vậy, để chia số M thành các phần tỉ lệ nghịch với a, b, c (khác 0), ta chỉ cần chia số M thành các phần tỉ lệ thuận với các số $\frac{1}{a}, \frac{1}{b}, \frac{1}{c}$

Ví dụ 10. Một vật chuyển động trên các cạnh của một hình vuông. Trên hai cạnh đầu vật chuyển động với vận tốc 4m/s và trên cạnh thứ tư với vận tốc 3m/s. hỏi độ dài cạnh hình vuông, biết rằng tổng số thời gian vật chuyển động trên 4 cạnh là 59 giây.

Giải

Thời gian để vật đi được một quãng đường cố định và vận tốc của nó là hai đại lượng tỉ lệ nghịch. Gọi x, y, z, t là thời gian tính bằng giây để vật chuyển động theo thứ tự trên các cạnh hình vuông.

Ta phải chia 59 thành bốn phần tỉ lệ nghịch với 5;5;4;3 tức là tỉ lệ thuận với $\frac{1}{5}; \frac{1}{5}; \frac{1}{4}; \frac{1}{3}$. Ta có :

$$\frac{x}{\frac{1}{5}} = \frac{y}{\frac{1}{5}} = \frac{z}{\frac{1}{4}} = \frac{t}{\frac{1}{3}} = \frac{x+y+z+t}{\frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{4} + \frac{1}{3}} = \frac{59}{\frac{59}{60}} = 60 \Rightarrow x = 60 \cdot \frac{1}{5} = 12 (\text{giây})$$

Vậy độ dài cạnh hình vuông là : $5 \cdot x = 5 \cdot 12 = 60 (m)$

C.LUYỆN TẬP

4.1 Dạng 1. Cho x và y là hai đại lượng tỉ lệ nghịch.

a) Hai đại lượng đó liên hệ với nhau bởi công thức nào nếu các giá trị của chúng được cho trong bảng sau :

x	-6	-4,8	-3	-2,4	1,6	1,2	0,5
y					7,5		

b) Điền các số thích hợp vào các ô trống trong bảng trên.

4.2 Dạng 1. Cho hai đại lượng tỉ lệ nghịch x và y; x_1 và x_2 là hai giá trị của x, y_1 và y_2 là hai giá trị tương ứng của y.

a) Biết $x_1 = 4, x_2 = 3$ và $y_1 + y_2 = 14$ tính y_1 và y_2 .

b) Biết $x_2 = 2, 2x_1 - 3y_2 = 22$ và $y_1 = 5$ tính x_1 và y_2 .

4.3 Dạng 2. Để làm một công việc trong 8 giờ cần 30 công nhân. Nếu có 40 công nhân thì công việc đó được hoàn thành trong mấy giờ ?

4.4 Dạng 2. Để đặt một đoạn đường sắt phải dùng 480 thanh ray dài 8m. Nếu thay bằng những thanh dài 10m thì cần bao nhiêu thanh ray ?

4.5 Dạng 2. Vận tốc của người đi xe máy, người đi xe đạp và người đi bộ tỉ lệ với các số 12 ; 4 và 1,5. Thời gian người đi xe máy từ A đến B ít hơn thời gian người đi xe đạp đi từ A đến B là 2 giờ. Hỏi người đi bộ đi từ A đến B mất bao lâu ?

4.6 Dạng 2. Một ô tô đi từ A lúc 8 giờ. Đến 9 giờ một ô tô khác cũng đi xe từ A. Xe thứ nhất đến B lúc 2 giờ chiều. Xe thứ hai đến B sớm hơn xe thứ nhất nửa giờ. Tính vận tốc mỗi xe biết rằng vận tốc xe thứ hai lớn hơn vận tốc xe thứ nhất là 20 km/giờ.

4.7 Dạng 2. Hai xe lửa đi từ A đến B mất 2 giờ 48 phút và 4 giờ 40 phút. Tính khoảng cách AB biết rằng vận tốc xe thứ nhất lớn hơn vận tốc xe thứ hai là 26 km/giờ.

- 4.8** Dạng 2. Một ca nô đi xuôi dòng từ A đến B mất 2 giờ 24 phút. Biết rằng vận tốc xuôi dòng của ca nô là 18 km/h, vận tốc dòng nước là 1,8 km/h, hãy tính thời gian ca nô ngược dòng từ B về A.
- 4.9** Dạng 3. Chia số 520 thành ba phần tỉ lệ nghịch với 2;3;4.
- 4.10** Dạng 3. Người ta chia một khu đất thành ba mảnh hình chữ nhật có diện tích bằng nhau. Biết rằng các chiều rộng là 5m, 7m, 10m; các chiều dài của ba mảnh có tổng là 62m. Tính chiều dài mỗi mảnh và diện tích khu đất.
- 4.11** Dạng 3. Một ô tô đi từ A đến B với vận tốc 45km/giờ và trở về A với vận tốc 42 km/giờ. Cả đi lẫn về (không kể thời gian nghỉ) mất 14,5 giờ. Tính thời gian đi, thời gian về và khoảng cách AB.
- 4.12** Dạng 3. Chia số 230 thành ba phần sao cho phần thứ nhất và phần thứ hai tỉ lệ nghịch với $\frac{1}{3}$ và $\frac{1}{2}$. Phần thứ nhất và phần thứ ba tỉ lệ nghịch với $\frac{1}{5}$ và $\frac{1}{7}$.
- 4.13** Dạng 3. Có 85 tờ giấy bạc loại 10 000đ, 20 000đ và 50 000đ. Trị giá mỗi loại tiền trên đều bằng nhau. Hỏi mỗi loại có bao nhiêu tờ ?
- 4.14** Dạng 3. Tại một trạm xe có 114 chiếc ô tô loại 40 tấn, 25 tấn và 5 tấn. Biết rằng $\frac{2}{3}$ số xe loại 40 tấn bằng $\frac{2}{5}$ số xe loại 25 tấn và bằng $\frac{3}{7}$ số xe loại 5 tấn. Hỏi trạm xe đó có bao nhiêu xe mỗi loại ?
- 4.15** Dạng 3. Có ba cuộn dây thép dài tổng cộng 140m. Nếu cắt bớt cuộn thứ nhất $\frac{1}{7}$, cuộn thứ hai $\frac{2}{11}$ và cuộn thứ ba $\frac{1}{3}$ chiều dài của nó thì chiều dài còn lại của ba cuộn dây bằng nhau. Hỏi mỗi cuộn dài bao nhiêu mét ?

§5. HÀM SỐ

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

- Nếu đại lượng y phụ thuộc vào đại lượng thay đổi x sao cho với mỗi giá trị của x ta luôn xác định được chỉ một giá trị tương ứng của y thì y được gọi là hàm số của x và x gọi là biến số.

Chú ý :

- Khi x thay đổi mà y luôn nhận một giá trị thì y được gọi là hàm hằng.
- Hàm số có thể được cho bằng bảng, bằng công thức,...
- Khi y là hàm số của x ta có thể viết $y = f(x), y = g(x), \dots$

B. CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. Củng cố khái niệm hàm số.

Phương pháp giải.

Khi xét đại lượng y có phải là hàm số của đại lượng x không, cần chú ý các điều kiện sau :

- Mỗi giá trị của đại lượng x đều có một giá trị tương ứng của đại lượng y .
- Giá trị tương ứng ấy của đại lượng y phải là duy nhất, (nói cách khác, mỗi giá trị của đại lượng x không thể có hơn một giá trị tương ứng của đại lượng y)

Ví dụ 1. (Bài 24. Tr.63 SGK)

Các giá trị tương ứng của hai đại lượng x và y được cho trong bảng sau :

x	-4	-3	-2	-1	1	2	3	4
y	16	9	4	1	1	4	9	16

Đại lượng y có phải là hàm số của đại lượng x không ?

Giải

Trong bảng trên, mỗi giá trị của x đều chỉ có một giá trị tương ứng của y nên y là hàm số của x .

Ví dụ 2. Các giá trị tương ứng của hai đại lượng x và y được cho trong bảng sau :

x	-3	$-2\frac{1}{2}$	-1,3	0	$2\frac{1}{4}$	3,6	4,8	5
y	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2

Đại lượng y có phải là hàm số của đại lượng x không ?

Giải

Trong bảng trên, mỗi giá trị của x đều chỉ có một giá trị tương ứng của y nên đại lượng y là hàm số của đại lượng x . Vì các giá trị của y luôn luôn không đổi bằng -2 nên $y = -2$ là hàm hằng.

Ví dụ 3. (Bài 27 tr. 64 SGK)

Đại lượng y có phải là hàm số của đại lượng x không, nếu bảng các giá trị tương ứng là :

a)

x	-3	-2	-1	$\frac{1}{2}$	1	2
y	-5	-7,5	-15	30	15	7,5

b)

x	0	1	2	3	4
y	2	2	2	2	2

Trả lời

a),b) : Đại lượng y là hàm số của đại lượng x .

Ví dụ 4. Đại lượng y có phải là hàm số của đại lượng x không, nếu bảng các giá trị tương ứng là :

a)

x	-3	-2	-1	1	2	3
y	-4	-6	Không có	2	-3	7

b)

x	-3	-2	-1	1	-2	3
y	-2	4	-3	-4	6	7

Giải

- a) Đại lượng y không phải là hàm số của đại lượng x vì có một giá trị của x ($x = -1$) không xác định được giá trị của y .

- b) Đại lượng y không phải là hàm số của đại lượng x vì có một giá trị của x ($x = -2$) xác định được hai giá trị tương ứng của y ($y = 4$ và $y = 6$)

Dạng 2. TÌM GIÁ TRỊ CỦA HÀM SỐ TẠI MỘT SỐ GIÁ TRỊ CHO TRƯỚC CỦA BIẾN SỐ.

Phương pháp giải.

- Nếu một hàm số được cho bằng bảng, ta chỉ việc tìm trong bảng giá trị của hàm số ứng với giá trị cho trước của biến số.
- Nếu hàm số được cho bằng công thức, ta thay giá trị đã cho của biến vào công thức và tính giá trị tương ứng của hàm số.

Ví dụ 5. Cho bảng giá trị tương ứng của hai đại lượng x và y :

x	-4	-3	-2	-1	6	7
y	2	3	4	5	6	7

- a) Đại lượng y có phải là hàm số của đại lượng x không ?
b) Tìm giá trị của y tại $x = -2, x = -4, x = 7$.

Giải

- a) Vì mỗi giá trị của x xác định được một giá trị tương ứng của y nên đại lượng y là hàm số của đại lượng x .
b) Khi $x = -2$ thì $y = 4$, khi $x = -4$ thì $y = 2$, khi $x = 7$ thì $y = 7$

Ví dụ 6. (Bài 25 tr 64.SGK)

Cho hàm số $y = f(x) = 3x^2 + 1$. Tính $f\left(\frac{1}{2}\right), f(1), f(3)$

Giải

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = 3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 1 = 3 \cdot \frac{1}{4} + 1 = \frac{3}{4} + 1 = 1\frac{3}{4}$$

$$f(1) = 3 \cdot 1^2 + 1 = 4$$

$$f(3) = 3 \cdot 3^2 + 1 = 3 \cdot 9 + 1 = 28$$

Ví dụ 7. (Bài 26 tr.64 SGK)

Cho hàm số $y = 5x - 1$. Lập bảng các giá trị tương ứng của y khi $x = -5; -4; -3; -2; 0; \frac{1}{5}$

Đáp số

x	-5	-4	-3	-2	0	$\frac{1}{5}$
y	-26	-21	-16	-11	-1	0

Ví dụ 8. (Bài 28 tr.64 SGK)

Cho hàm số $y = f(x) = \frac{12}{x}$

- a) $f(5) = ?; f(-3) = ?$

b) Hãy điền các giá trị tương ứng của hàm số vào bảng sau:

x	-6	-4	-3	2	5	6	12
$f(x) = \frac{12}{x}$							

Trả lời

a) $f(5) = 2,4; f(-3) = -4$

b)

x	-6	-4	-3	2	5	6	12
$f(x) = \frac{12}{x}$	-2	-3	-4	6	2,4	2	1

Ví dụ 9. (Bài 29 tr 64 SGK)

Cho hàm số $y = f(x) = x^2 - 2$. Hãy tính : $f(2), f(1), f(0), f(-1), f(-2)$

Đáp số

$f(2) = 2, f(1) = -1, f(0) = -2, f(-1) = -1, f(-2) = 2$

Ví dụ 10. (Bài 30 tr.64 SGK)

Cho hàm số $y = f(x) = 1 - 8x$. Khẳng định nào sau đây là đúng :

a) $f(-1) = 9$

b) $f\left(\frac{1}{2}\right) = -3$

c) $f(3) = 25$

Trả lời

a) Đúng

b) Đúng

c) Sai

Ví dụ 11. (Bài 31 tr.65 SGK)

Cho hàm số $y = \frac{2}{3}x$. Điền số thích hợp vào ô trống trong bảng sau :

x	-0,5			4,5	9
y		-2	0		

Hướng dẫn.

Sử dụng công thức $y = \frac{2}{3}x$ và $x = \frac{3}{2}y$. **Đáp số**

x	-0,5	-3	0	4,5	9
y	$-\frac{1}{3}$	-2	0	3	6

Dạng 3. VIẾT CÔNG THỨC XÁC ĐỊNH HÀM SỐ

Phương pháp giải

- Căn cứ vào sự tương quan giữa các đại lượng để lập công thức.

Ví dụ 12. Một chiếc máy bay sau khi cất cánh đạt độ cao 10 000m đã bay liên tục trong 4 giờ với vận

tốc không đổi 800 km/h và giữ nguyên độ cao ban đầu.

- a) Viết công thức mô tả sự phụ thuộc giữa quãng đường S máy bay bay được (tính bằng km) và thời gian t (tính bằng giờ) trong 4 giờ bay kể trên .
- b) Viết công thức mô tả sự phụ thuộc giữa độ cao h của máy bay (tính bằng km) và thời gian (tính bằng giờ) trong 4 giờ bay kể trên.

Giải

- a) Trong 4 giờ bay kể trên, chuyển động của máy bay là một chuyển động đều. Theo công thức $S = vt$, ta có : $S = 800t$.
- b) Trong 4 giờ bay đó, độ cao h của máy bay không đổi, luôn luôn bằng 10km ($10\text{km} = 10000\text{m}$) và không phụ thuộc vào t . Vì vậy,

Ta có hàm hằng : $h = 10$.

C. LUYỆN TẬP

5.1 Dạng 1. Các công thức sau đây có chứng tỏ rằng đại lượng y là hàm số của đại lượng x hay không ?

- a) $y - 3 = x$
 b) $-2y = x$
 c) $y^2 = x$

5.2 Dạng 1. Đại lượng y có phải là hàm số của đại lượng x không, nếu bảng các giá trị tương ứng của chúng là :

a)

x	1	2	3	4
y	-2	-3	0	

b)

x	0	2	9
y	1	-2	3

c)

x	-12	-3	10	-12
y	2	4	1	3

d)

x	5	6	7	
y	2	2	2	4

e)

x	cam	quýt	Bưởi
y	1		3

5.3 Dạng 1. Đại lượng x lấy các giá trị là các số tự nhiên, đại lượng y lấy giá trị là số dư của phép chia x cho 3. Đại lượng y có phải là hàm số của đại lượng x không ?

5.4 Dạng 1. Đại lượng x lấy giá trị là các số tự nhiên, đại lượng y lấy giá trị là ước của x . Đại lượng y có phải là hàm số của đại lượng x không ?

5.5 Dạng 1. Bảng sau đây có cho ta một hàm số không ? Nếu không thì thay đổi như thế nào để được một hàm số :

x	2	4	6	8	10
y	-1	-2		-3	-4

5.6 Dạng 1. Bảng sau đây có cho ta một hàm số không ? Nếu không thì thay đổi như thế nào để được một hàm số :

x	2	3	4	5,5	6,7	$8\frac{3}{7}$	$9\frac{1}{4}$	4
---	---	---	---	-----	-----	----------------	----------------	---

y	7,5	$6\frac{3}{4}$	-2	-5	-9	2	4	-4
---	-----	----------------	----	----	----	---	---	----

5.7 Dạng 2. Bảng sau đây có xác định một hàm số không ? Tìm giá trị của y tại $x = -2, 3; x = -4, 5; x = 0$

x	-2,3	3	-4,5	0	6
y	5	6,9	7	2	8

5.8 Dạng 2. Một hàm số được cho bằng công thức : $y = f(x) = -x^2 + 2$

Hãy tính : $f\left(-\frac{1}{2}\right), f(0), f(5)$.

5.9 Dạng 2. Một hàm số được cho bằng công thức : $y = f(x) = x^2$

Hãy tính : $f(-5), f(5), f\left(-3\frac{2}{5}\right)$.

5.10 Dạng 3. Một hàm số được cho bằng bảng sau :

x	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	1	2	3
$y = f(x)$	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	0	$-\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{2}$	-1	$-1\frac{1}{2}$

a) Tìm $f(-1), f(0), f(2)$

b) Hàm số này có thể cho bằng công thức nào ?

5.11 Dạng 3. Cho hình vuông có cạnh x. Viết công thức của hàm số cho tương ứng cạnh x của hình vuông với :

a) Chu vi y của nó.

b) Diện tích y của nó.

5.12 Đại lượng $y = f(x)$ là hàm số của đại lượng x, biết rằng:

$$f(-1) = -4; f(1) = 4; f(2) = 2; f(3) = 1\frac{1}{3}; f\left(\frac{3}{2}\right) = 2\frac{2}{3}; f\left(\frac{1}{2}\right) = 8$$

a) Lập bảng các giá trị tương ứng của x và y.

b) Viết công thức xác định hàm số này.

5.13 Đại lượng x lấy giá trị là các số thực, đại lượng y lấy giá trị bằng x nếu $x \geq 0$, bằng $-x$ nếu $x < 0$

a) Đại lượng y có phải là hàm số của đại lượng x không ?

b) Nếu có, hãy viết công thức xác định hàm số này.

5.14 Cho hàm số $y = f(x) = |x - 1| + 2$

a) Tính $f(-2), f\left(\frac{1}{2}\right)$

b) Tìm x, sao cho $f(x) = 3$

5.15 Một hàm số được xác định như sau : $y = f(x) = \begin{cases} x+1 & \text{khi } x \geq 0 \\ -x+1 & \text{khi } x < 0 \end{cases}$

- a) Tính $f(3), f(-3)$
- b) Có cách nào viết gọn công thức kia không ?

§6. MẶT PHẪNG TỌA ĐỘ

A. TÓM TẮT LÍ THUYẾT

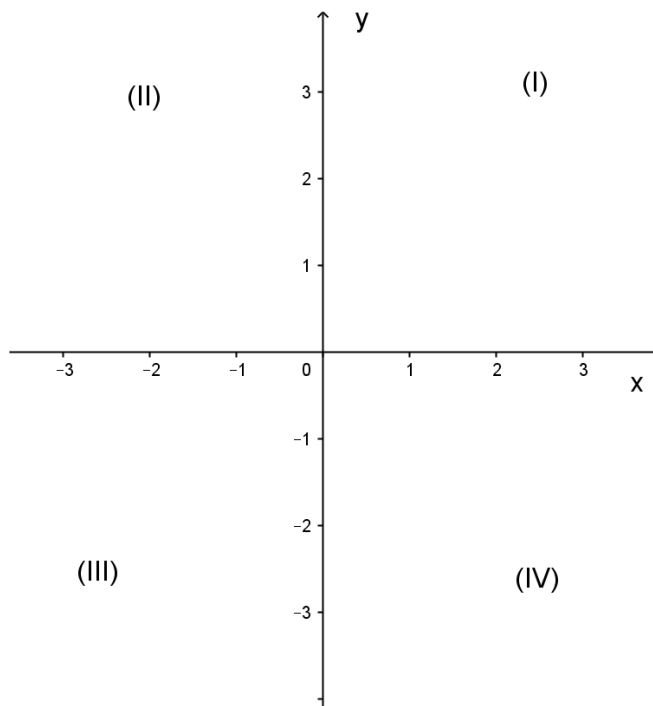
1. Mặt phẳng tọa độ

Mặt phẳng tọa độ Oxy (mặt phẳng có hệ trục tọa độ Oxy) được xác định bởi hai trục số vuông góc với nhau: trục hoành Ox và trục tung Oy; Điểm O là gốc tọa độ.

2. Tọa độ của một điểm.

Trên mặt phẳng tọa độ :

- Mỗi điểm M xác định một cặp số $(x_0; y_0)$, Ngược lại, mỗi cặp số $(x_0; y_0)$ xác định một điểm M.

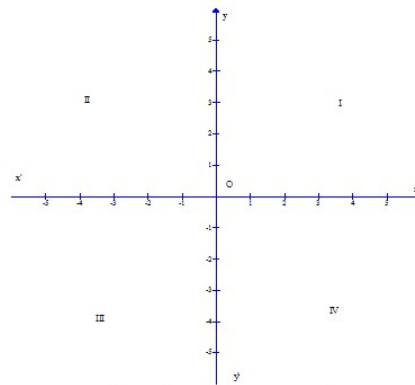


BÀI 6. MẶT PHẪNG TỌA ĐỘ

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Mặt phẳng tọa độ

Mặt phẳng tọa độ Oxy (mặt phẳng có hệ trục tọa độ Oxy) được xác định bởi hai trục số vuông góc với nhau: Trục hoành Ox và trục tung Oy; điểm O là gốc tọa độ.



2. Tọa độ của một điểm

Trên mặt phẳng tọa độ

- Mỗi điểm M xác định một cặp số $(x_0; y_0)$. Ngược lại, mỗi cặp số $(x_0; y_0)$ xác định một điểm M.
- Cặp số $(x_0; y_0)$ gọi là tọa độ điểm M, x_0 là hoành độ, y_0 là tung độ của điểm M.
- Điểm M có tọa độ $(x_0; y_0)$ được kí hiệu là: $M(x_0; y_0)$

B. CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. VIẾT TỌA ĐỘ CÁC ĐIỂM CHO TRƯỚC TRÊN MẶT PHẪNG TỌA ĐỘ

Phương pháp giải.

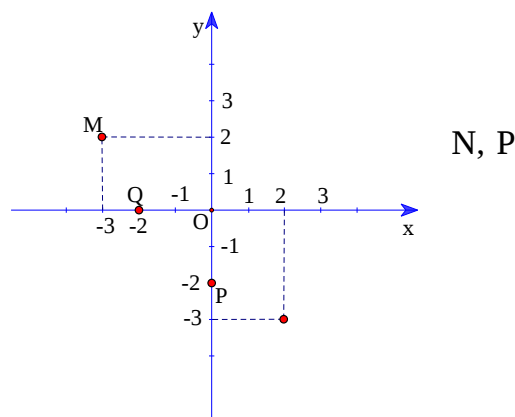
- Từ điểm đã cho kẻ đường thẳng song song với trục tung, cắt trục hoành tại một điểm biểu diễn hoành độ của điểm đó.
- Từ điểm đã cho kẻ đường thẳng song song với trục hoành, cắt trục tung tại một điểm biểu diễn tung độ của điểm đó.
- Hoành độ và tung độ tìm được là tọa độ của điểm đã cho.

Ví dụ 1. (Bài 32 tr.67 SGK)

- Viết tọa độ các điểm M, N, P, Q trong hình 19 (SGK)
- Em có nhận xét gì về tọa độ của các cặp điểm M và N, P và Q

Giải

- Trong hình 19 (SGK), ta xác định tọa độ của các điểm M, N, P, Q như sau:
 $M(-3; 2), N(2; -3), P(0; -2), Q(-2; 0)$
- Nhận xét: Trong mỗi cặp điểm M và N, P và Q ta nhận thấy hoành độ của điểm này bằng tung độ của điểm kia và ngược lại.



Hình 19 (SGK)

Ví dụ 2. (Bài 34 tr.68 SGK)

- Một điểm bất kì trên trục hoành có tung độ bằng bao nhiêu?
- Một điểm bất kì trên trục tung có hoành độ bằng bao nhiêu?

Trả lời

- Một điểm bất kì trên trục hoành có tung độ bằng 0.

b) Một điểm bất kì trên trục tung có hoành độ bằng 0.

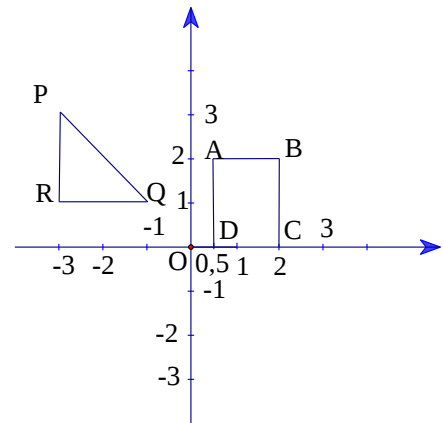
Ví dụ 3. (Bài 35 tr.68 SGK)

Tìm tọa độ các đỉnh hình chữ nhật ABCD và của hình tam giác PQR trong hình 20 (SGK).

Trả lời

$A(0,5;2), B(2;2), C(2;0), D(0,5;0),$

$P(-3;3), Q(-1;1), R(-3;1)$



Hình 20 (SGK)

Dạng 2. BIỂU DIỄN CÁC ĐIỂM CÓ TỌA ĐỘ CHO TRƯỚC TRÊN MẶT PHẪNG TỌA ĐỘ.

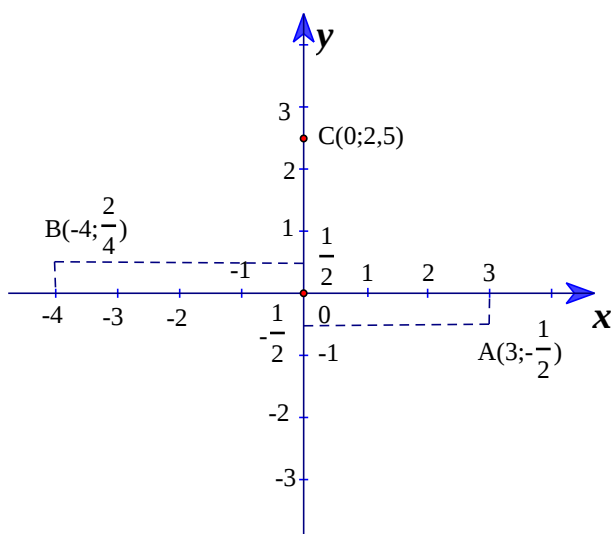
Phương pháp giải.

- Từ điểm biểu diễn hoành độ của điểm cho trước, kẻ một đường thẳng song song với trục tung.
- Từ điểm biểu diễn tung độ của điểm cho trước, kẻ một đường thẳng song song với trục hoành.
- Giao điểm của hai đường thẳng vừa dựng là điểm phải tìm.

Ví dụ 4. (Bài 33 tr.67 SGK)

Vẽ một hệ trục tọa độ Oxy và đánh dấu các điểm $A(3;-\frac{1}{2})$; $B(-4;\frac{2}{4})$; $C(0;2,5)$.

Giải



Ví dụ 5. (Bài 36 tr.68 SGK)

Vẽ một hệ trục tọa độ Oxy và đánh dấu các điểm:

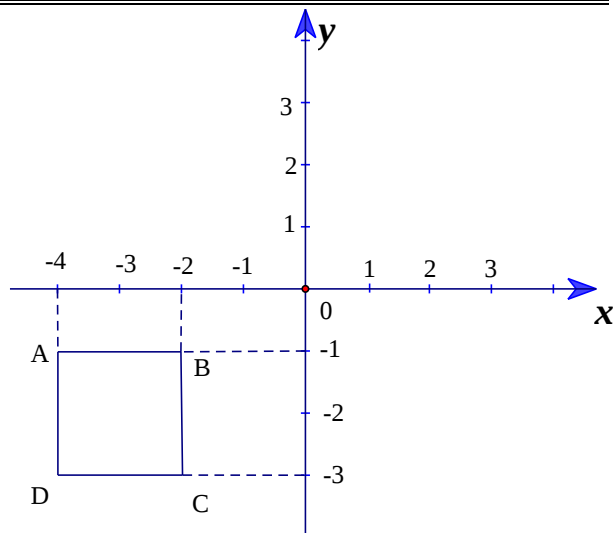
$A(-4; -1); B(-2; -1);$

$C(-2; -3); D(-4; -3).$

Tứ giác ABCD là hình gì?

Giải

Tứ giác ABCD là hình vuông.

**Ví dụ 6.** (Bài 37 tr.68 SGK)

Hàm số y được cho trong bảng sau:

x	0	1	2	3	4
y	0	2	4	6	8

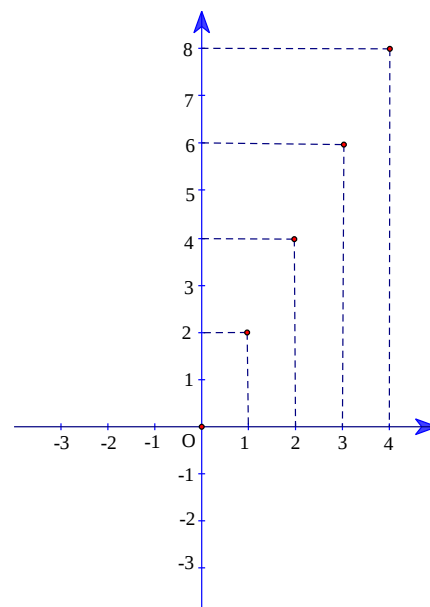
a) Viết tất cả các cặp giá trị tương ứng $(x; y)$ của hàm số trên.

b) Vẽ một hệ trục tọa độ Oxy và xác định các cặp giá trị tương ứng của x và y ở câu a.

Giải

a) $(0; 0), (1; 2), (2; 4), (3; 6), (4; 8).$

b) Xem hình bên.

**Dạng khác.**

Chiều cao và tuổi của bốn bạn Hồng, Hoa, Đào, Liên được biểu diễn trên mặt phẳng tọa độ (h.21 SGK). Hãy cho biết:

a) Ai là người cao nhất và cao bao nhiêu?

b) Ai là người ít tuổi nhất và bao nhiêu tuổi?

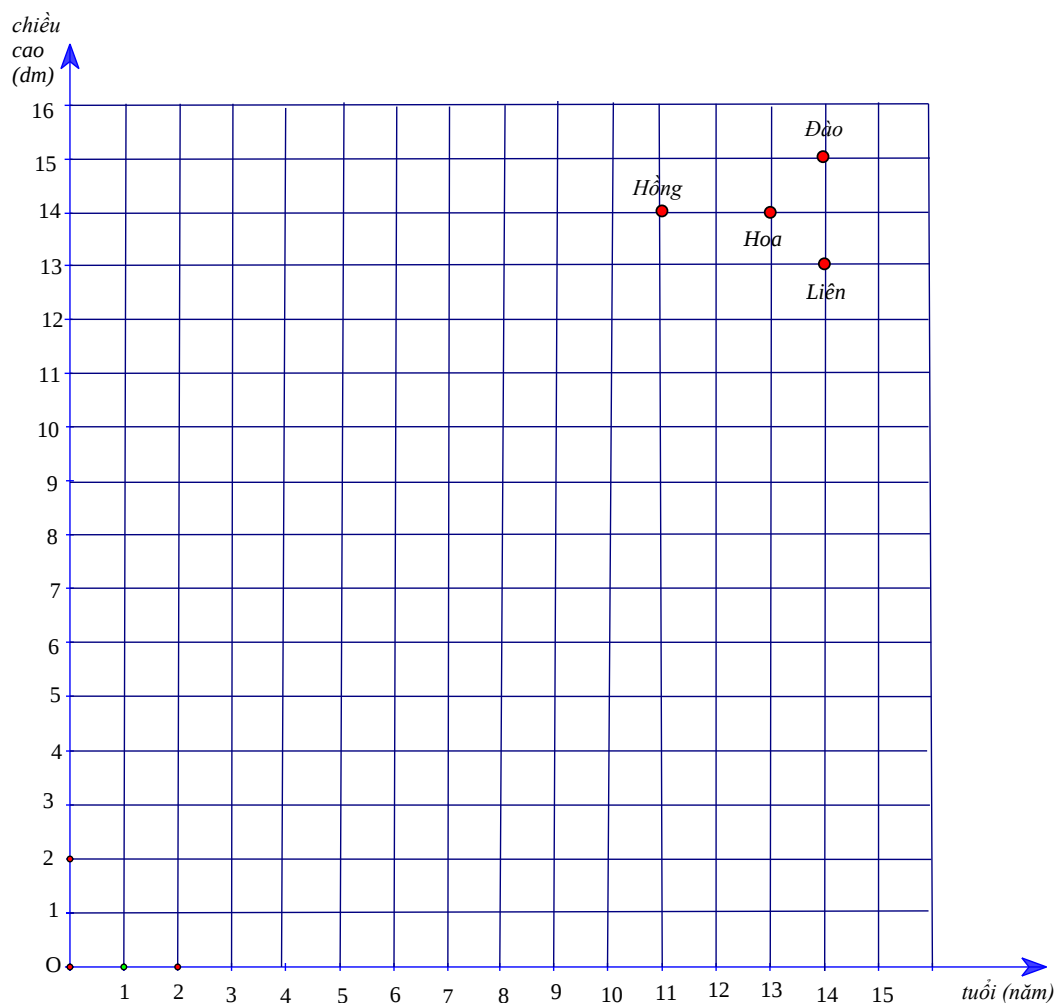
c) Hồng và Liên ai cao hơn và ai nhiều tuổi hơn?

Trả lời.

a) Đào là người cao nhất và cao 1,5m,

b) Hồng 11 tuổi, là người ít tuổi nhất,

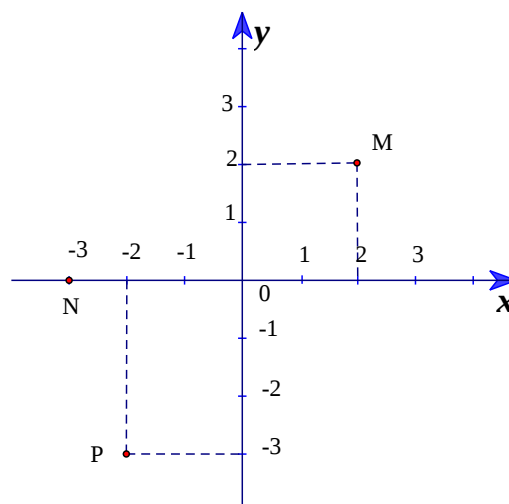
c) Hồng cao hơn Liên nhưng Liên nhiều tuổi hơn Hồng.



Hình 21 (SGK)

C. LUYỆN TẬP

6.1 Dạng 1. Viết tọa độ các điểm M, N, P trong hình vẽ bên



6.2 Dạng 1

a) Viết tọa độ của điểm A nằm trên trục tung và có tung độ là 3

b) Viết tọa độ của điểm B nằm trên trục hoành có hoành độ là -2

c) Viết tọa độ của điểm O là gốc tọa độ

6.3 Dạng 2. Biểu diễn trên hệ trục tọa độ Oxy:

A(-3,-2), B(4,-1), C(3,2), D(-2,-1).

6.4 Dạng 2. Tìm trên mặt phẳng tọa độ Oxy những điểm có:

a) Hoành độ bằng 2;

b) Tung độ bằng $\frac{-1}{3}$.

6.5 Dạng 2. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, tọa độ của điểm M(x,y) phải thỏa mãn điều kiện gì để:

a) Điểm M luôn nằm trên trục hoành?

b) Điểm M luôn nằm trên trục tung?

c) Điểm M luôn nằm trên đường phân giác của góc vuông phần tư thứ I?

6.6 Xác định dấu của tọa độ điểm M(x, y) khi:

a) M nằm trong góc vuông thứ I;

b) M nằm trong góc vuông thứ II;

c) M nằm trong góc vuông thứ III;

d) M nằm trong góc vuông thứ IV.

6.7 Các điểm sau đây có trùng nhau không?

a) A(2, 3) và B(3, 2);

b) M(a, b) và N(b, a).

6.8 Cho điểm A(3, 2).

a) Viết tọa độ của điểm A1 sao cho trục hoành là đường trung trực của đoạn thẳng AA1.

b) Viết tọa độ của điểm A2 sao cho trục tung là đường trung trực của đoạn thẳng AA2.

6.9 Viết tắt cả các cặp số (a, b) biết rằng $a, b \in \{-3; 3\}$. Các điểm biểu diễn các cặp số đó nằm trong góc phần tư nào?

6.10 Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, tìm vị trí các điểm có tọa độ x, y thỏa mãn một trong các điều kiện:

a) $x(y - 1) = 0$;

b) $(x + 1) = 0$;

c) $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 0$

Bài 7: ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ $y = ax (a \neq 0)$

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Đồ thị hàm số $y = f(x)$

- Đồ thị hàm số $y = f(x)$ là tập hợp tất cả các điểm biểu diễn các cặp giá trị tương ứng (x, y) trên mặt phẳng tọa độ.
- Một điểm thuộc đồ thị (H) của hàm số $y = f(x)$ thì có tọa độ thỏa mãn đẳng thức $y = f(x)$

$$M(x_0, y_0) \in (H) \Leftrightarrow y_0 = f(x_0)$$

2. Đồ thị của hàm số $y = ax (a \neq 0)$.

Đồ thị của hàm số $y = ax (a \neq 0)$ là một đường thẳng đi qua gốc tọa độ.

Vì đồ thị của hàm số $y = ax$ là một đường thẳng đi qua gốc tọa độ nên khi vẽ ta chỉ cần xác định thêm một điểm A (khác điểm gốc O) thuộc đồ thị thì đường thẳng OA là đồ thị cần vẽ.

B. CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. VẼ ĐỒ THỊ HÀM SỐ $y = ax (a \neq 0)$.

Phương pháp giải.

- Vẽ đường thẳng qua điểm $O(0,0)$ và điểm $A(1; a)$.

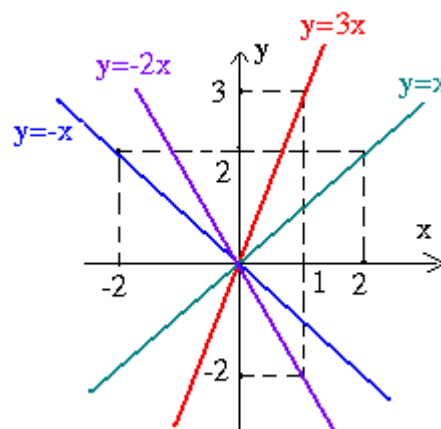
Ví dụ 1. (Bài 39 trang 7 SGK)

Vẽ trên cùng một hệ trục tọa độ Oxy đồ thị của các hàm số

- $y = x$;
- $y = 3x$;
- $y = -2x$;
- $y = -x$.

Giải.

- Đồ thị hàm số $y = x$ là đường thẳng OA với $O(0,0)$ và $A(1, 1)$.
- Đồ thị hàm số $y = 3x$ là đường thẳng OB với $O(0, 0)$ và $B(1, 3)$.
- Đồ thị hàm số $y = -2x$ là đường thẳng OC với $O(0, 0)$ và $C(1, -2)$.
- Đồ thị hàm số $y = -x$ là đường thẳng OD với $O(0, 0)$ và $D(-2, 2)$.



Dạng 2. Củng cố công thức hàm số $y = ax$ ($a \neq 0$).

Phương pháp giải.

Căn cứ vào công thức $y = ax$ để chứng minh tính chất các tỉ số giữa biến và giá trị tương ứng của hàm số hoặc xét vị trí của đồ thị $y = ax$ trên mặt phẳng tọa độ.

Ví dụ 2. Cho hàm số $y = ax$ ($a \neq 0$), x_1, x_2, x_3 là những số thực khác 0. Giả sử y_1, y_2, y_3 là các giá trị của hàm số tương ứng tại x_1, x_2, x_3 . Chứng minh:

$$\text{a) } \frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2} = \frac{y_3}{x_3}; \quad \text{b) } \frac{x_2}{x_1} = \frac{y_2}{x_2}; \frac{x_3}{x_1} = \frac{y_3}{y_1}; \frac{x_3}{x_2} = \frac{y_3}{y_2}$$

Giải.

a) Ta có $y_1 = ax_1, y_2 = ax_2, y_3 = ax_3$. Do đó $\frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2} = \frac{y_3}{x_3}$;

b) Từ tỉ lệ thức $\frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2}$ suy ra $\frac{x_2}{x_1} = \frac{y_2}{y_1}$.

Các tỉ lệ thức còn lại được chứng minh tương tự.

Ví dụ 3. (Bài 40 trang 71 SGK)

Đồ thị của hàm số $y = ax$ nằm ở góc phần tư nào của mặt phẳng tọa độ Oxy, nếu:

a) $a > 0$; b) $a < 0$?

Giải.

- a) trong công thức $y = ax$ nếu $a > 0$ thì các giá trị của y luôn luôn cùng dấu. Vì thế, trong trường hợp này, đồ thị của hàm số $y = ax$ nằm ở góc phần tư I và III(các điểm thuộc góc này có hoành độ và tung độ cùng dấu).
- b) Tương tự như vậy, nếu $a < 0$, các giá trị của x và y luôn luôn trái dấu nên đồ thị của hàm số nằm ở góc phần tư thứ II và IV.

Dạng 3. XÉT XEM MỘT ĐIỂM CÓ THUỘC ĐỒ THỊ CỦA MỘT HÀM SỐ CHO TRƯỚC HAY KHÔNG?

Phương pháp giải.

Để xét xem một điểm có thuộc đồ thị của một hàm số cho trước hay không ta chỉ cần xét xem tọa độ của điểm đó có thỏa mãn công thức (hay bằng giá trị) xác định của hàm số đó hay không.

Ví dụ 4: (Bài 41, tr 72 SGK)

Những điểm nào sau đây thuộc đồ thị hàm số $y = -3x$

$$A\left(-\frac{1}{3};1\right);B\left(-\frac{1}{3};-1\right);C(0;0)$$

Giải

Điểm $M(x_0; y_0)$ thuộc đồ thị hàm số $y = f(x)$ nếu $y_0 = f(x_0)$

* Thay $x = -\frac{1}{3}$ vào $y = -3x$ ta được: $y = -3 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) = 1$ bằng tung độ của A. Vậy A thuộc đồ thị hàm số $y = -3x$

* Thay $x = -\frac{1}{3}$ vào $y = -3x$ ta được: $y = -3 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) = 1$ khác tung độ của B. Vậy B không thuộc đồ thị hàm số $y = -3x$

* Thay $x = 0$ vào $y = -3x$ ta được: $y = -3 \cdot 0 = 0$ bằng tung độ của C. Vậy C thuộc đồ thị hàm số $y = -3x$

Dạng 4: XÁC ĐỊNH HỆ SỐ a CỦA HÀM SỐ $y = ax$, BIẾT ĐỒ THỊ CỦA NÓ ĐI QUA MỘT ĐIỂM $M(x_0; y_0)$ CHO TRƯỚC.

Phương pháp giải:

Thay tọa độ của điểm M: $x = x_0; y = y_0$ vào $y = ax$. Từ đó ta xác định được a

Ví dụ 5: (Bài 47 tr.74 SGK)

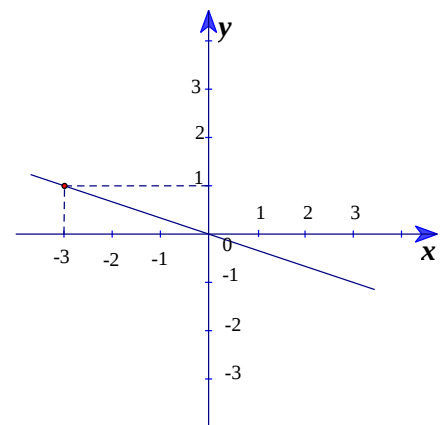
Đường thẳng OA trên hình 29 (SGK) là đồ thị của hàm số $y = ax$. Hệ số a bằng bao nhiêu?

Giải

Trên hình 29 (SGK), đồ thị của hàm số $y = ax$ là đường thẳng đi qua điểm $A(-3;1)$, do đó khi $x = -3$ thì

$$y = a \cdot (-3) = 1 \Rightarrow a = -\frac{1}{3}$$

Hàm số đó là $y = -\frac{1}{3}x$



Hình 29 (SGK)

Ví dụ 6. (Bài 42 trang 72 SGK)

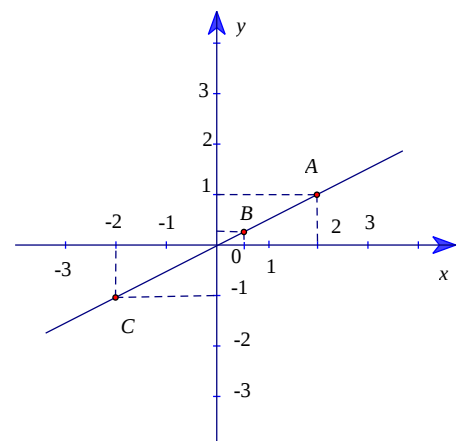
Đường thẳng OA trong hình 26 (SGK) là đồ thị của hàm số $y = ax$.

- Xác định hàm số a ;
- Đánh dấu điểm trên đồ thị có hoành độ bằng $\frac{1}{2}$.
- Đánh dấu điểm trên đồ thị có tung độ bằng -1 .

Giải

a) Điểm A có tọa độ là $(2;1)$. Thay $x = 2; y = 1$ vào công thức $y = ax$ ta được:

$$1 = a \cdot 2 \Rightarrow a = \frac{1}{2}$$



Hình 26 (SGK)

Hàm số phải tìm là: $y = \frac{1}{2}x$

b) Từ điểm $\frac{1}{2}$ trên trục hoành, ta kẻ đường thẳng song song với trục tung, cắt đường thẳng

OA tại B. Đó là điểm trên đồ thị có hoành độ bằng $\frac{1}{2}$.

c) Từ điểm -1 trên trục tung, ta kẻ đường thẳng song song với trục hoành, cắt đường thẳng OA tại C. Đó là điểm trên đồ thị có tung độ bằng -1 .

Dạng 5. “ĐỌC” MỘT ĐỒ THỊ CHO TRƯỚC

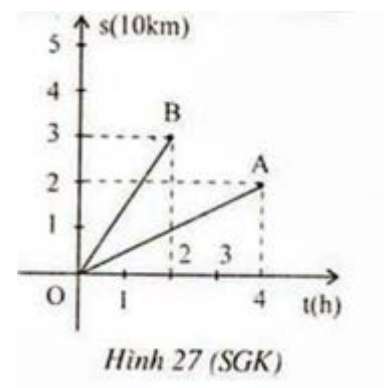
Phương pháp giải.

- Hiểu được ý nghĩa của đồ thị, ý nghĩa của các đơn vị biểu diễn trên trục tung và trục hoành.
- Biết xác định hoành độ (hoặc tung độ) của một điểm trên đồ thị khi biết tung độ (hoặc hoành độ) của điểm đó.

Ví dụ 7. (Bài 43 trang 72 SGK)

Trong hình 27 (SGK): Đoạn thẳng OA là đồ thị biểu diễn chuyển động của người đi bộ và đoạn thẳng OB biểu diễn chuyển động của người đi xe đạp. Qua đồ thị, em hãy cho biết:

- a) Thời gian chuyển động của người đi bộ, của người đi xe đạp.
- b) Quãng đường đi được của người đi bộ, của người đi xe đạp.
- c) Vận tốc (km/h) của người đi bộ, của người đi xe đạp.



Hướng dẫn.

Khi “đọc” đồ thị này cần hiểu rõ:

- Trục hoành biểu thị thời gian bằng giờ; trục tung biểu thị quãng đường đi được với đơn vị ứng với 10km.

- Đoạn thẳng OA là đồ thị biểu diễn chuyển động của người đi bộ và đoạn thẳng OB biểu diễn chuyển động của người đi xe đạp.

Trả lời

- a) Thời gian chuyển động của người đi bộ là 4 giờ, của người đi xe đạp là 2 giờ.
- b) Quãng đường đi được của người đi bộ là 20 km, của người đi xe đạp là 30 km.
- c) Vận tốc của người đi bộ là: $\frac{20}{4} = 5 (km/h)$.

Vận tốc của người đi xe đạp là: $\frac{30}{2} = 15 (km/h)$.

Ví dụ 8. (Bài 44 trang 73 SGK)

Vẽ đồ thị hàm số $y = f(x) = -0,5x$. Bằng đồ thị hãy tìm:

- a) $f(2)$, $f(-2)$, $f(4)$, $f(0)$
- b) Giá trị của x khi $y = -1$; $y = 0$; $y = 2,5$;

c) Các giá trị của x khi y dương, khi y âm.

Giải

Khi $x = 2$ thì $y = -0,5 \cdot 2 = -1$. Vậy điểm $A(2; -1)$ thuộc đồ thị hàm số $y = f(x) = -0,5x$. Đồ thị của hàm số này là đường thẳng OA trong hình vẽ bên.

Trên đồ thị, ta thấy:

a) $f(2) = -1; f(-2) = 1; f(4) = -2; f(0) = 0$.

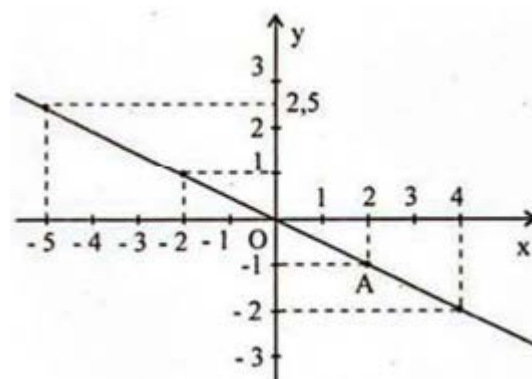
b) $y = -1 \Rightarrow x = 2$;

$y = 0 \Rightarrow x = 0$;

$y = 2,5 \Rightarrow x = 5$.

c) $y > 0$ ứng với phần đồ thị nằm bên trên trục hoành và bên trái trục tung (góc phần tư số II) nên $x < 0$.

$y < 0$ ứng với phần đồ thị nằm bên trên trục hoành và bên phải trục tung (góc phần tư số IV) nên $x > 0$.



Ví dụ 9. (Bài 45 trang 73 SGK)

Hai cạnh của hình chữ nhật có độ dài là 3 mét và x mét. Hãy viết công thức biểu diễn diện tích $y(m^2)$ theo x . Vì sao đại lượng y là hàm số của đại lượng x ? Hãy vẽ đồ thị của hàm số đó. Xem đồ thị hãy cho biết:

a) Diện tích của hình chữ nhật bằng bao nhiêu khi $x = 3m$? $x = 4 m$?

b) Cạnh x bằng bao nhiêu khi diện tích y của hình chữ nhật bằng $6m^2$? $9m^2$?

Giải.

Công thức biểu diễn diện tích của hình chữ nhật đã cho là $y = 3x$. Với mỗi giá trị của x ($x > 0$) ta đều xác định được chỉ một giá trị của y ($y > 0$) nên đại lượng y là hàm số của đại lượng x .

Khi $x = 1$ thì $y = 3 \cdot 1 = 3$ nên điểm $A(1; 3)$ thuộc đồ thị hàm số $y = 3x$. Đồ thị hàm số $y = 3x$ là đường thẳng OA trong hình vẽ.

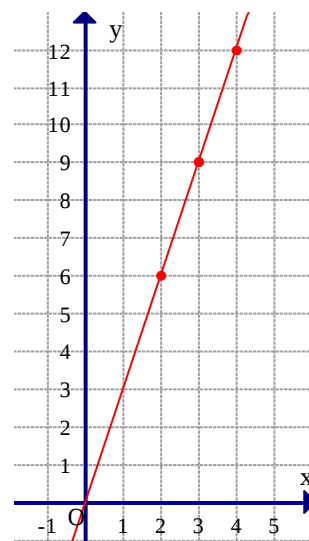
Xem đồ thị ta thấy:

a) Khi $x = 3$ thì $y = 9$. Vậy khi $x = 3m$ thì diện tích hình chữ nhật bằng $9m^2$.

Khi $x = 4$ thì $y = 12$. Vậy khi $x = 4m$ thì diện tích hình chữ nhật bằng $12m^2$.

b) Khi $y = 6$ thì $x = 2$. Vậy khi diện tích hình chữ nhật bằng $6m^2$ thì cạnh $x = 2m$.

c) Khi $y = 9$ thì $x = 3$. Vậy khi diện tích hình chữ nhật bằng $9m^2$ thì $x = 3m$.



Ví dụ 10. (Bài 46 trang 73 SGK)

Đồ thị trong hình 28 (SGK) được sử dụng để đổi đơn vị độ dài từ in-sơ sang xentimet.. Xem đồ thị hãy cho biết 2 in-sơ, 3 in-sơ, 4 in-sơ bằng khoảng bao nhiêu xentimet?

Trả lời.



2 in $\approx 5,08$ cm; 3 in $\approx 7,62$ cm; 4 in $\approx 10,16$ cm.

C. LUYỆN TẬP

7.1. Dạng 1. Vẽ trên cùng một hệ trục tọa độ Oxy đồ thị của các hàm số $y = 3x$ và $y = -3x$.

7.2. Dạng 1. Vẽ đồ thị hàm số $y = |x|$.

7.3. Dạng 1. Vẽ đồ thị hàm số

$$\text{a) } y = |x| - x; \quad \text{b) } y = \frac{|x|}{x} (x \neq 0)$$

7.4 Dạng 1. Xác định dấu của hệ số a biết rằng đồ thị hàm số $y = ax$ là một đường thẳng.

a) Nằm trong góc phần tư I và III;

b) Nằm trong góc phần tư II và IV.

7.5 Dạng 2. Có thể nói gì về dấu của a , x , y nếu đồ thị của hàm số $y = ax$ ($a \neq 0$) là một tia nằm trong góc phần tư II? Nằm trong góc phần tư III?

7.6 Dạng 2. So sánh a_1 và a_2 , biết rằng đồ thị của hàm số $y = a_1x$ là tập hợp các điểm có hoành độ bằng tung độ; đồ thị hàm số $y = a_2x$ là tập hợp các điểm có hoành độ và tung độ là hai số đối nhau.

7.8. Dạng 3. Cho hàm số $y = x^2 - 1$. Các điểm $A(-3; -8)$, $B(-2, -5)$, $C(1,0)$, $D\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{4}\right)$ có thuộc đồ thị hàm số này không?

7.9. Dạng 3. Cho hàm số $y = 5x - \frac{1}{2}$. Trong các điểm sau, điểm nào không thuộc đồ thị của hàm số: $A(0; -\frac{1}{2})$; $B(1; 4,5)$; $C(-1; -6)$; $D(-\frac{1}{2}; -3)$.

7.10. Dạng 4. Xác định hệ số a của hàm số $y = ax$, biết rằng đồ thị của nó đi qua điểm:

a) $M(3; 9)$

b) $N(-4; 1)$.

7.11 Dạng 4. Cho hàm số $y = (2m + 1)x$.

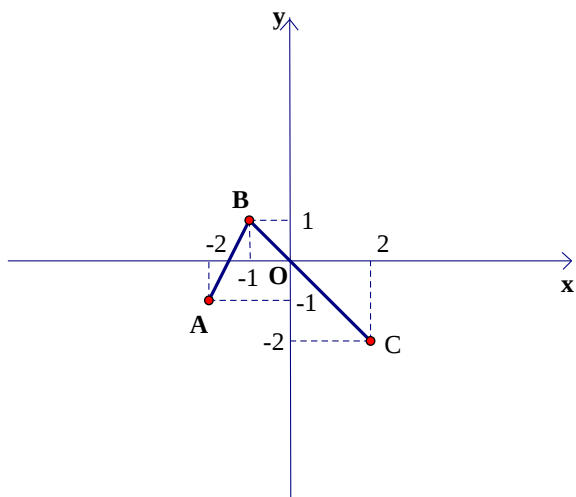
a) Xác định m để đồ thị hàm số đi qua điểm $A(-1; 1)$.

b) Vẽ đồ thị của hàm số ứng với m vừa tìm được.

7.12 Dạng 5. Hàm số $y = f(x)$ có đồ thị gồm hai đoạn thẳng AB , BC như hình vẽ sau. Tìm những giá trị của x sao cho:

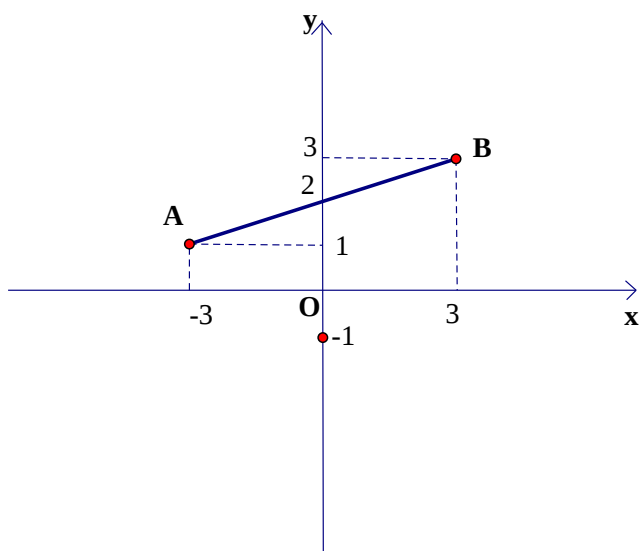
a) $f(x) \geq 0$;

b) $f(x) < 0$.



7.13 Dạng 5. Biết đồ thị của hàm số $y = f(x)$ là đoạn thẳng AB như hình vẽ sau:

- Tìm $f(-3)$; $f(0)$; $f(3)$.
- Tìm x , biết $f(x) = 1$; $f(x) = 2$.



ÔN TẬP CHƯƠNG 2

A. BÀI TẬP ÔN TRONG SGK

48. Một tấn nước biển chứa 25 kg muối. Hỏi 250g nước biển chứa bao nhiêu gam muối?

Giải.

1 tấn = 1 000 000 gam ; 25 kg = 25 000 g .

Gọi lượng muối có trong 250g nước biển là x(g). Vì lượng nước biển và lượng muối chứa trong đó là 2 đại lượng tỉ lệ thuận nên ta có

$$\frac{250}{x} = \frac{1000000}{25000} = 40 \Rightarrow x = \frac{250}{40} = 6,25(g)$$

Trả lời : 250g nước biển chứa 6,25g muối

49. Hai thanh sắt và chì có khối lượng bằng nhau. Hỏi thanh nào có thể tích lớn hơn và lớn hơn bao nhiêu lần, biết rằng khối lượng riêng của sắt là $7,8(g/cm^3)$ và của chì là $11,3(g/cm^3)$

Hướng dẫn.

Sử dụng công thức $m = V.D$ dễ thấy thể tích và khối lượng riêng là hai đại lượng tỉ lệ nghịch với nhau.

Trả lời : Thanh sắt có thể tích lớn hơn và lớn hơn gấp 1,45 lần so với thanh chì.

50. Ông Minh dự định xây một bể nước có thể tích là V. Nhưng sau đó ông muốn thay đổi kích thước so với dự kiến ban đầu như sau : Cả chiều dài và chiều rộng của đáy bể giảm đi một nửa . Hỏi chiều cao của bể phải thay đổi như thế nào để thể tích của bể vẫn là V?

Hướng dẫn

$V = S.h$ do đó khi V không đổi thì diện tích S và chiều cao h tỉ lệ nghịch với nhau. S giảm đi 4 lần nên phải tăng chiều cao lên 4 lần.

51. Viết toạ độ của các điểm A, B, C, D, E trong hình 32 (SGK)

Đáp số

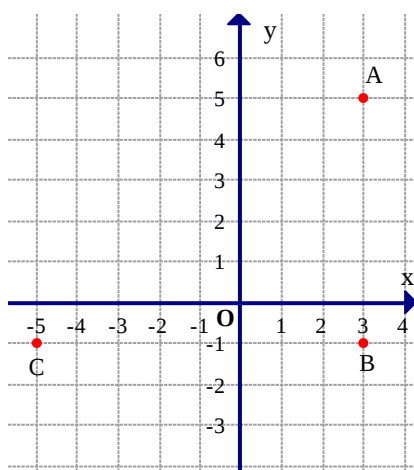
A(-2; 2),	B(-4; 0) ,	C(1; 0) ,	D(2; 4) ,
E(3; -2),	F(0; -2),	G(-3; -2).	



Hình 32 (SGK)

52. Trong mặt phẳng tọa độ vẽ tam giác ABC với các đỉnh $A(3;5)$, $B(3;-1)$, $C(-5;-1)$. Tam giác ABC là tam giác gì ?

Giải



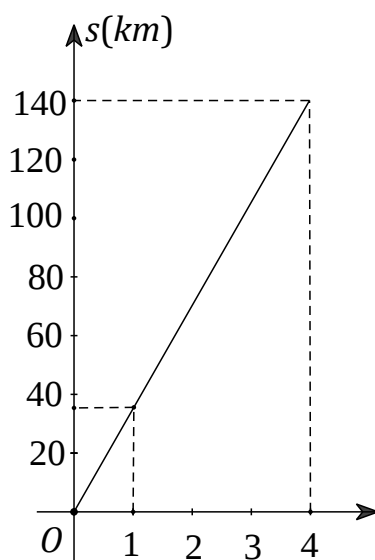
Tam giác ABC là tam giác vuông tại B.

53. Một vận động viên xe đạp đi được quãng đường 140km từ Tp Hồ Chí Minh đến Vĩnh Long với vận tốc 35km/h. Hãy vẽ đồ thị của chuyển động trên trong hệ trục tọa độ Oxy

(với một đơn vị trên trục hoành biểu thị 1giờ và một đơn vị trên trục tung biểu thị 20km)

chuyển động trong hệ trục tọa độ Oxy (với một đơn vị trên trục hoành biểu thị 1 giờ và một đơn vị trên trục tung biểu thị 20km)

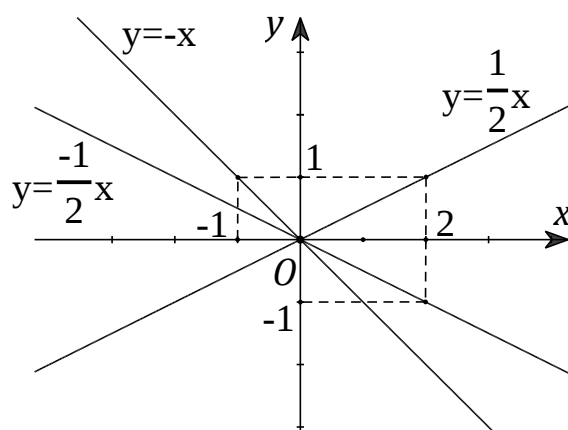
Giải.



54. Vẽ trên cùng một hệ trục tọa độ đồ thị các hàm số:

a) $y = -x$ b) $y = \frac{1}{2}x$ c) $y = -\frac{1}{2}x$

Giải.



55. Những điểm nào sau đây không thuộc đồ thị hàm số $y = 3x - 1$

$A\left(\frac{-1}{3}; 0\right), B\left(\frac{1}{3}; 0\right), C(0; 1), D(0; -1)$

Giải.

Có hai điểm A và C không thuộc đồ thị hàm số $y = 3x - 1$. Thật vậy, khi $x = \frac{-1}{3}$ thì

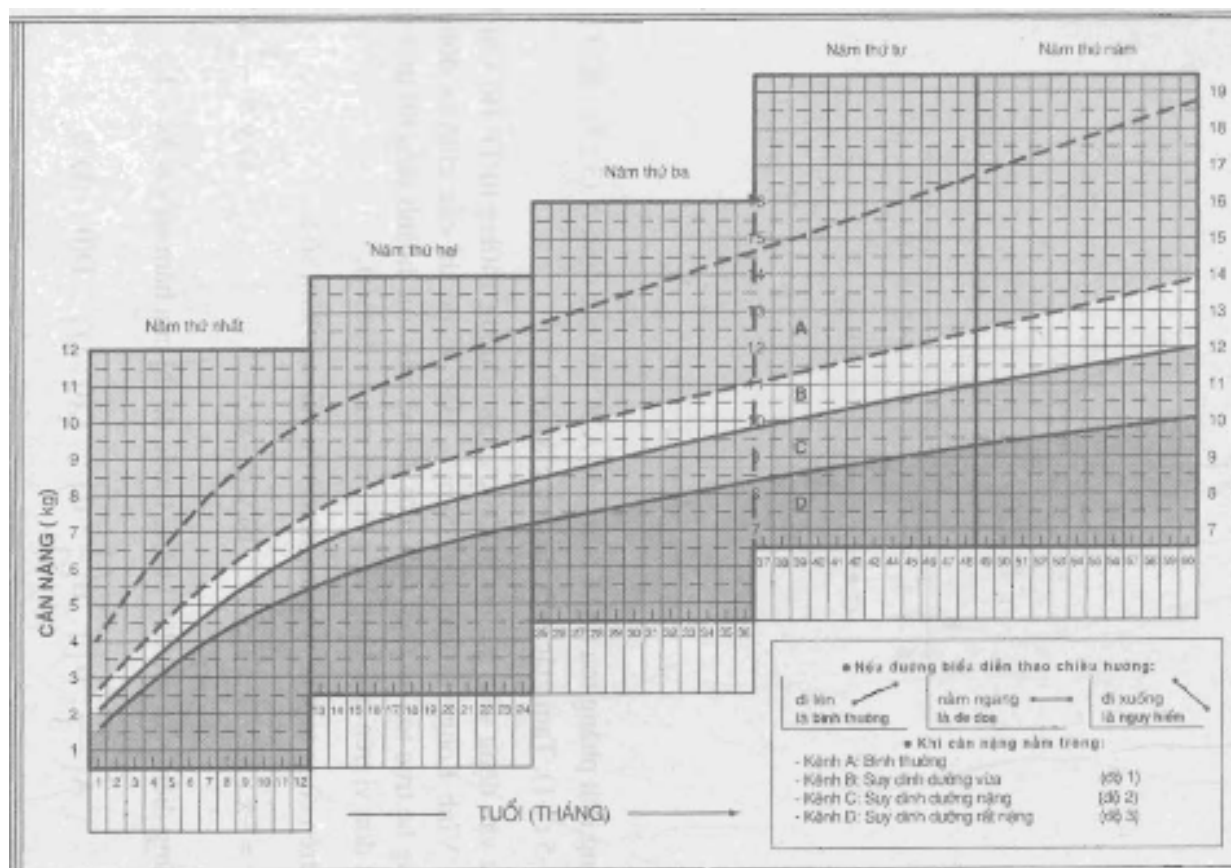
$y = 3 \cdot \left(\frac{-1}{3}\right) - 1 = -2 \neq 0$ nên A không thuộc đồ thị hàm số.

Khi $x = 0$ thì $y = 3 \cdot 0 - 1 = -1 \neq 1$ nên C không thuộc đồ thị hàm số.

56. **Đố:** Xem hình 33 (SGK), đố em biết được:

a) Trẻ em tròn 5 tuổi (60 tháng) cân nặng bao nhiêu là bình thường? Là suy dinh dưỡng? Là suy dinh dưỡng nặng? Là suy dinh dưỡng rất nặng?

b) Một em bé cân nặng 9,5kg khi tròn 24 tháng tuổi thuộc loại bình thường? Suy dinh dưỡng vừa? Suy dinh dưỡng nặng? Suy dinh dưỡng rất nặng?



Trả lời.

Xem đồ thị ta thấy:

a) Trẻ em tròn 5 tuổi, cân nặng:

- * Từ 14kg đến 19 kg là bình thường
- * Từ 12kg đến 14kg là suy dinh dưỡng vừa
- * Từ 10kg đến 12kg là suy dinh dưỡng nặng
- * Dưới 10kg là suy dinh dưỡng rất nặng

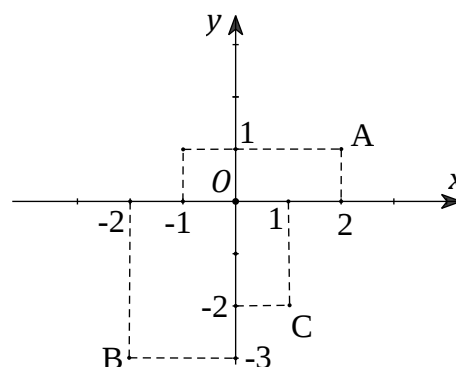
b) Em bé cân nặng 9,5kg khi tròn 24 tháng tuổi thuộc loại suy dinh dưỡng vừa.

B. BÀI TẬP BỔ SUNG

1. a) Viết tọa độ các điểm A, B, C trong hệ tọa độ Oxy ở hình bên.

b) Biểu diễn các cặp số sau trong hệ tọa độ Oxy:

$(-1; 2)$, $(2; 3)$, $(-2; -1)$, $(1; -2)$



2. Trong hệ trục tọa độ Oxy, các điểm sau đây nằm trên đường nào?

- a) Các điểm có hoành độ bằng -3,5?
- b) Các điểm có tung độ bằng $2\frac{1}{4}$?
- c) Các điểm có hoành độ bằng tung độ?

d) Các điểm có hoành độ và tung độ là hai số đối nhau?

3. Cho bảng:

x	1	2	3	4	5
y		-6			

a) Hãy điền các số vào ô trống trong bảng để được x, y là hai đại lượng tỉ lệ thuận; x và y liên hệ với nhau bằng công thức nào?

b) Hãy điền các số vào ô trống trong bảng để được x, y là hai đại lượng tỉ lệ nghịch; x và y liên hệ với nhau bằng công thức nào?

4. Cho hàm số $y = 2x + 1$ và M là một điểm thuộc đồ thị hàm số.

a) Nếu M có hoành độ là -1 thì tung độ của nó là bao nhiêu?

b) Nếu M có tung độ là $\frac{1}{3}$ thì hoành độ của nó là bao nhiêu?

c) Điểm N(1; 4) có thuộc đồ thị hàm số trên hay không?

5. Vẽ đồ thị hàm số $y = c$. Có nhận xét gì về đồ thị của hàm hằng?

6. Cho hàm số $y = x^2 + 1$ và các điểm A(1; 2), B(-1; 2), C($\sqrt{2}$; 3), D($-\sqrt{2}$; 1), E(3; 10),

F(0; -1). Gọi (H) là đồ thị của hàm số trên. Điền các dấu thích hợp ($\in$, $\notin$) vào ô trống:

$$\begin{array}{lll} A \square (H), & B \square (H), & C \square (H), \\ D \square (H), & E \square (H), & F \square (H). \end{array}$$

7. a) Vẽ hệ trục Oxy rồi biểu diễn các điểm A(1; -3), B(-1; 3) trên mặt phẳng tọa độ Oxy.

b) Vẽ đường thẳng đi qua 2 điểm A, B. Em có nhận xét gì về đường thẳng AB và gốc tọa độ O

c) Cho điểm C(x; 4,5) và điểm D(1,5; y) thuộc đường thẳng AB. Tìm x, y.

8. Cho hàm số $y = ax + b$. Hãy xác định a, b biết rằng đồ thị của hàm số này đi qua các điểm M(-1; 5) và N($\frac{1}{3}$; $2\frac{1}{3}$)

9. Xác định điểm M(x; y) trên đồ thị hàm số $y = 3x$ biết:

a) $x + y = 0$; b) $x + 2y = -14$; c) $3x - 2y = 9$.

10. Chứng minh rằng hàm số $y = f(x) = ax$ có tính chất:

$$f(x_1 + x_2) = f(x_1) + f(x_2)$$

11. Cho hàm số $y = f(x)$ có tính chất $f(x_1 + x_2) = f(x_1) + f(x_2)$. Chứng minh rằng:

a) $f(0) = 0$ b) $f(-x) = -f(x)$

12. Cho hàm số $y = \frac{a}{x}$ ($a \neq 0$). Giả sử y_1, y_2 là hai giá trị của hàm số tương ứng với hai giá trị

x_1, x_2 của biến x. Chứng minh rằng: $\frac{y_1}{y_2} = \frac{x_2}{x_1}$

13. Các điểm A(3; 4), B(1; 11), C(-2; -6) có thuộc đồ thị hàm số $y = \frac{12}{x}$ không?

14. Biết điểm M($-3\frac{1}{4}$; $\frac{1}{13}$) thuộc đồ thị hàm số $y = \frac{a}{x}$. Hãy tính hệ số a.

15. Cho hàm số $y = \frac{a}{x}$

a) Xác định a để đồ thị hàm số đi qua điểm A(-3; -2)

b) Tìm tất cả các điểm trên đồ thị hàm số tìm được ở câu a) có tọa độ là số nguyên.

16. Đồ thị của hàm số $y = \frac{-3}{x}$ đi qua điểm $A\left(\frac{1}{2}; m\right)$ và điểm $B\left(n; \frac{1}{3}\right)$. Hãy xác định m, n?

17. Chia số 310 thành ba phần:

a) Tỷ lệ thuận với 2:3:5

b) Tỷ lệ nghịch với 2:3:5

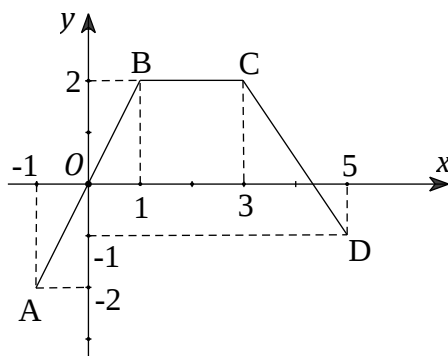
18. Vẽ đồ thị của các hàm số:

a) $y = \begin{cases} 2x & \text{khi } x \geq 0 \\ -\frac{1}{2}x & \text{khi } x < 0 \end{cases}$

b) $y = -|3x|$

19. Tìm tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = 4x$ với đồ thị hàm số $y = \frac{1}{x}$.

20. Đồ thị của hàm số $g(x)$ gồm ba đoạn thẳng AB, BC, CD như hình vẽ



a) Tìm các giá trị của x sao cho $g(x) \geq 0$, $g(x) = 2$, $g(x) < 0$

b) Căn cứ vào đồ thị hàm số $g(x)$, hãy điền số thích hợp vào bảng sau:

x	-1	0	$\frac{1}{2}$	1,75	3	$4\frac{1}{3}$	5
$g(x)$							

c) Lập công thức của hàm số có đồ thị là đoạn thẳng AB và công thức của hàm số có đồ thị là đoạn thẳng BC.

----- CHÚC CÁC EM HỌC TỐT -----

THCS.TOANMATH.com