

Chương 2

SỐ THỰC



SỐ VÔ TỈ. CĂN BẬC HAI SỐ HỌC



TRỌNG TÂM KIẾN THỨC

1 Biểu diễn thập phân của số hữu tỉ

- ✓ Khi chia 5 cho 18, ta thấy phép chia không bao giờ chấm dứt và nếu cứ tiếp tục chia thì trong thương $0,2777\dots$, chữ số 7 được lặp lại mãi. Ta nói phân số $\frac{5}{18}$ viết được dưới dạng số thập phân là $0,2777\dots$. Tương tự, ta có $-\frac{17}{11} = -1,545454\dots$. Các số $0,2777\dots$; $-1,545454\dots$ là những số thập phân vô hạn tuần hoàn.
- ✓ Số $0,2777\dots$ được viết gọn là $0,2(7)$. Kí hiệu (7) được hiểu là chữ số 7 được lặp lại vô hạn lần. Số 7 được gọi là chu kì của số thập phân vô hạn tuần hoàn $0,2(7)$. Tương tự, $-1,545454\dots$ có chu kì là 54 và được viết gọn là $-1,(54)$.
- ✓ Các số thập phân đã học như $0,8$; $1,25$; $\dots$ còn được gọi là số thập phân hữu hạn.

Mỗi số hữu tỉ được biểu diễn bởi một số thập phân hữu hạn hoặc vô hạn tuần hoàn.

2 Số vô tỉ

Mỗi số thập phân vô hạn không tuần hoàn là biểu diễn thập phân của một số, số đó gọi là số vô tỉ. Tập hợp các số vô tỉ kí hiệu là $\mathbb{I}$.

3 Căn bậc hai số học

Căn bậc hai số học của số a không âm là số x không âm sao cho $x^2 = a$. Ta dùng kí hiệu $\sqrt{a}$ để chỉ căn bậc hai số học của a .

Một số không âm a có đúng một căn bậc hai số học.



- ✓ Số âm không có căn bậc hai số học.
- ✓ Ta có $\sqrt{a} \geq 0$ với mọi số a không âm.
- ✓ Với mọi số không âm a , ta luôn có $(\sqrt{a})^2 = a$, ví dụ như $(\sqrt{2})^2 = 2$.
- ✓ Ta có $\sqrt{2}$ là độ dài đường chéo của một hình vuông có cạnh bằng 1.



CÁC DẠNG BÀI TẬP

Dạng 1. Nhận biết một phân số viết được dưới dạng số thập phân hữu hạn hoặc vô hạn tuần hoàn

- ✔ Viết phân số dưới dạng phân số tối giản với mẫu dương.
- ✔ Phân tích mẫu số đó ra thừa số nguyên tố.
- ✔ Nếu mẫu này không có ước nguyên tố khác 2 và 5 thì phân số viết được dưới dạng số thập phân hữu hạn. Nếu mẫu này có ước nguyên tố khác 2 và 5 thì phân số viết được dưới dạng số thập phân vô hạn tuần hoàn.

❖ **Ví dụ 1.** Trong các số thập phân sau, số nào là số thập phân hữu hạn? Số nào là số thập phân vô hạn tuần hoàn? $0,1$; $-1, (23)$; $11,2(3)$; $-6,725$

Lời giải.

❖ **Ví dụ 2.** Sử dụng chu kì, hãy viết gọn số thập phân vô hạn tuần hoàn sau

- | | |
|--------------------------|------------------------|
| a) $0,010101\dots$; | b) $2023,12333\dots$; |
| c) $23,101101101\dots$; | d) $0,123123123\dots$ |

Lời giải.

❖ **Ví dụ 3.** Thực hiện phép chia, hãy viết các phân số sau dưới dạng số thập phân

$$\frac{1}{99}; \frac{1}{999}; \frac{1}{9999}.$$

Lời giải.

❖ **Ví dụ 4.** Trong ba phân số: $\frac{-49}{140}$; $\frac{100}{275}$; $\frac{11}{6}$.

Phân số nào viết được dưới dạng số thập phân hữu hạn? Phân số nào viết được dưới dạng số thập phân vô hạn tuần hoàn?

Lời giải.

❖ **Ví dụ 5.** Trong bốn phân số dưới đây, có mấy phân số viết được dưới dạng số thập phân hữu hạn?

$$\frac{65}{30}; \frac{33}{150}; \frac{63}{140}; \frac{45}{36}.$$

💬 **Lời giải.**

❖ **Ví dụ 6.** Trong bốn phân số dưới đây, có mấy phân số viết được dưới dạng số thập phân vô hạn tuần hoàn?

$$\frac{8}{15}; \frac{21}{35}; \frac{12}{27}; \frac{26}{39}.$$

💬 **Lời giải.**

Dạng 2. Viết số thập phân hữu hạn, vô hạn tuần hoàn dưới dạng phân số tối giản

☑ Để viết số thập phân hữu hạn dưới dạng phân số tối giản, ta làm như sau :

- Viết số thập phân hữu hạn dưới dạng phân số có tử là số nguyên tạo bởi phần nguyên và phần thập phân của số đó, mẫu là một lũy thừa của 10 với số mũ bằng số chữ số ở phần thập phân của số đã cho. Chẳng hạn

$$a, bcd = \frac{\overline{abcd}}{10^3}.$$

- Rút gọn phân số trên.

☑ Để viết số thập phân vô hạn tuần hoàn ra phân số, ta sử dụng nhận xét sau

$$0,(1) = \frac{1}{9}; 0,(01) = \frac{1}{99}; 0,(001) = \frac{1}{999}.$$

– Đối với số thập phân tuần hoàn đơn. Chẳng hạn:

$$0,(abc) = \overline{abc} \cdot 0,(001) = \frac{\overline{abc}}{999}.$$

– Đối với số thập phân tuần hoàn tạp, trước hết ta đưa chúng về dạng tuần hoàn đơn. Chẳng hạn :

$$0,ab(cde) = 0,ab + \frac{1}{100} \cdot 0,(cde) = \frac{\overline{ab}}{100} + \frac{\overline{cde}}{99900} = \frac{\overline{abcde} - \overline{ab}}{99900}.$$

💡 **Ví dụ 7.** Viết các số thập phân hữu hạn sau dưới dạng phân số tối giản:

a) $0,48;$

b) $-0,375.$

💬 **Lời giải.**

💡 **Ví dụ 8.** Viết các số thập phân hữu hạn sau dưới dạng phân số tối giản:

a) $-0,0065;$

b) $18,92.$

💬 **Lời giải.**

💡 **Ví dụ 9.** Viết các số thập phân vô hạn tuần hoàn sau đây dưới dạng phân số tối giản.

a) $0,(35);$

b) $0,0(237);$

c) $-5,1(3).$

💬 **Lời giải.**

💡 **Ví dụ 10.** Chứng tỏ rằng:

a) $0,(15) + 0,(84) = 1;$

b) $0,(333) \cdot 3 = 1.$

💬 **Lời giải.**

Dạng 3. So sánh các số thập phân

- ✔ Với hai số thập phân dương khác phần nguyên, số nào có phần nguyên lớn hơn sẽ lớn hơn.
- ✔ Với hai số thập phân dương cùng phần nguyên, số nào có phần thập phân lớn hơn sẽ lớn hơn.
- ✔ Với hai số thập phân âm, số nào có giá trị tuyệt đối lớn hơn sẽ nhỏ hơn.

💠 **Ví dụ 11.** So sánh các số sau: $0,(35)$; $0,3(53)$; $0,353$.

 **Lời giải.**

💠 **Ví dụ 12.** Tìm số hữu tỉ m sao cho $a < m < b$. Biết rằng

a) $a = 209,95(43)$, $b = 2010,97(46)$;

b) $a = -27,(2475)$, $b = -27,2475$.

 **Lời giải.**

Dạng 4. Sử dụng kí hiệu của tập hợp số

Cần nhớ:

a) Tập hợp các số tự nhiên kí hiệu là $\mathbb{N}$;

b) Tập hợp các số nguyên kí hiệu là $\mathbb{Z}$;

c) Tập hợp các số hữu tỉ kí hiệu là $\mathbb{Q}$;

d) Tập hợp các số vô tỉ kí hiệu là $\mathbb{I}$;

Quan hệ giữa các tập hợp số nói trên như sau: $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$.

💠 **Ví dụ 13.** Điền các kí hiệu $\in$, $\notin$, $\subset$ vào các ô trống:

a) $-0,(33) \square \mathbb{Q}$;

b) $0,52(41) \square \mathbb{I}$;

c) $1,4142135\dots \square \mathbb{I}$,

 **Lời giải.**

💠 **Ví dụ 14.** Điền kí hiệu thích hợp vào ô trống để được khẳng định đúng

a) $3 \square \mathbb{I}$;

b) $\sqrt{3} \square \mathbb{I}$.

 **Lời giải.**

⇨ **Ví dụ 15.** Chọn phát biểu đúng trong các phát biểu sau:

a) $\sqrt{2} \in \mathbb{I};$

b) $\sqrt{9} \in \mathbb{I};$

c) $\pi \in \mathbb{I};$

d) $\sqrt{4} \in \mathbb{Q}.$

☞ **Lời giải.**

📁 Dạng 5. Tính giá trị của một biểu thức có chứa dấu căn

☑ Phối hợp thực hiện các phép tính theo đúng thứ tự quy ước.

☑ Nếu có thể thì vận dụng tính chất của các phép toán.

⇨ **Ví dụ 16.** Tính $\sqrt{121}$; $\sqrt{(-8)^2}$; $-\sqrt{\frac{16}{81}}$.

☞ **Lời giải.**

⇨ **Ví dụ 17.** Tính:

a) $\sqrt{\frac{25}{16}} - 1;$

b) $\sqrt{13^2 - 5^2};$

c) $\sqrt{36} + \sqrt{225}.$

☞ **Lời giải.**

⇨ **Ví dụ 18.** Có bao nhiêu số nguyên lớn hơn $-\sqrt{6}$ nhưng nhỏ hơn $\sqrt{12}$?

☞ **Lời giải.**

⇨ **Ví dụ 19.** Tính và so sánh

a) $\sqrt{9} \cdot \sqrt{16}$ và $\sqrt{9 \cdot 16}.$

b) $\sqrt{144 + 25}$ và $\sqrt{144} + \sqrt{25}.$

☞ **Lời giải.**

💡 **Ví dụ 20.** Tính giá trị của biểu thức:

$$M = \left(\sqrt{\frac{1}{9}} + \sqrt{\frac{25}{36}} - \sqrt{\frac{49}{81}} \right) : \sqrt{\frac{441}{324}}.$$

💡 **Lời giải.**

💡 **Ví dụ 21.** Tính giá trị của các biểu thức sau

$$\text{a) } A = \sqrt{\frac{11}{25}} + 1 - \sqrt{20} \left(\sqrt{\frac{1}{80}} - \frac{1}{3\sqrt{10}} \right) + \frac{1}{6}. \quad \text{b) } B = 2\sqrt{\frac{0,01}{1,21}} + 3\frac{2}{\sqrt{10^2 + 2^2 + 40}} - \frac{3}{4}.$$

💡 **Lời giải.**

💡 **Ví dụ 22.** Tính giá trị của biểu thức (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)

$$A = 8(\sqrt{3} - 1) - 4(\sqrt{5} - 2)$$

💡 **Lời giải.**

Dạng 6. Tìm số chưa biết trong một đẳng thức

- ✔ Sử dụng tính chất của các phép toán.
- ✔ Sử dụng quan hệ giữa các số trong một phép toán.
- ✔ Sử dụng quy tắc *dấu ngoặc*, quy tắc *chuyển vế*.

💠 **Ví dụ 23.** Tìm x biết

a) $\sqrt{x} = 10$;

b) $\sqrt{x} = \frac{1}{3}$.

💬 **Lời giải.**

💠 **Ví dụ 24.** Tìm x^2 biết $\sqrt{x} = 9$.

💬 **Lời giải.**

💠 **Ví dụ 25.** Tìm x biết $\left(x - \frac{1}{4}\right) : \sqrt{2} = \sqrt{2}$.

💬 **Lời giải.**

❖ Ví dụ 26. Tìm x biết $5\sqrt{x} - 17 = 108$.

🗨️ Lời giải.

❖ Ví dụ 27. Tìm x biết $(x^2 - 4)(x^2 - 3) = 0$.

🗨️ Lời giải.

📁 Dạng 7. Số vô tỉ

Để chứng minh a là một số vô tỉ ta có thể chứng minh rằng a không thể là số hữu tỉ. Cụ thể, ta giả sử $a = \frac{m}{n}$, trong đó $m, n \in \mathbb{Z}$, $n \neq 0$ và $(m, n) = 1$, từ đó lập luận để chứng tỏ rằng giả thiết này là không thể xảy ra.

❖ Ví dụ 28. Chứng minh rằng $\sqrt{2}$ là số vô tỉ.

🗨️ Lời giải.

❖ Ví dụ 29. Chứng tỏ rằng tổng của một số hữu tỉ với một số vô tỉ là một số vô tỉ.

🗨️ Lời giải.

❖ Ví dụ 30. Cho $A = \frac{2}{\sqrt{x} + 1}$. Tìm số nguyên x để A nhận giá trị nguyên.

🗨️ Lời giải.

Dạng 8. Vận dụng

♦♦ **Ví dụ 31.** Một tấm bìa hình vuông có diện tích là 1296 cm^2 . Tính độ dài cạnh hình vuông.

 **Lời giải.**

♦♦ **Ví dụ 32.** Bác An mua một chiếc khăn trải bàn hình tròn có đường kính $2,4 \text{ m}$. Phần khăn trải trên mặt bàn hình tròn có diện tích bằng $3,017 \text{ m}^2$. Hỏi phần khăn phủ xuống dưới bàn dài bao nhiêu xăng-ti-mét? Xem như phần khăn phủ đều xuống dưới bàn (Dùng máy tính cầm tay và kết quả làm tròn đến ba chữ số thập phân). Biết công thức tính diện tích S của hình tròn bán kính R là $S = \pi \cdot R^2$.

 **Lời giải.**

♦♦ **Ví dụ 33.** Anh Nam thuê thợ lát gạch nền căn nhà hình chữ nhật có chiều dài bằng $18,5 \text{ m}$ hết tất cả là $15\,262\,500$ đồng. Cho biết chi phí cho 1 m^2 (kể cả công thợ và vật liệu) là $150\,000$ đồng. Hãy tính chiều rộng của nền căn nhà.

 **Lời giải.**



BÀI TẬP VẬN DỤNG

♦♦ **Bài 1.** Trong các phân số sau, phân số nào viết được dưới dạng số thập phân hữu hạn? Phân số nào viết được dưới dạng số thập phân vô hạn tuần hoàn?

$$\frac{13}{40}; \frac{8}{15}; \frac{30}{84}; \frac{27}{150}.$$

 **Lời giải.**

♦♦ **Bài 2.** Viết các phân số sau dưới dạng số thập phân hữu hạn hoặc vô hạn tuần hoàn:

a) $\frac{56}{175}, \frac{915}{120};$

b) $\frac{66}{36}, \frac{135}{198}.$

Lời giải.**Bài 3.**

a) Hãy biểu diễn các số hữu tỉ sau đây dưới dạng số thập phân.

$$\frac{23}{20}; -\frac{69}{8}; \frac{37}{3}; -\frac{19}{6}.$$

b) Trong các số thập phân vừa tính được, hãy chỉ ra các số thập phân vô hạn tuần hoàn.

Lời giải.**Bài 4.** Viết các số thập phân sau dưới dạng phân số tối giản:

a) 0,475;

b) -2,84;

c) 7,375.

Lời giải.**Bài 5.** Viết các số thập phân hữu hạn sau đây dưới dạng phân số tối giản.

a) 0,52;

b) -0,725;

c) 1,56;

d) -2,135.

Lời giải.**Bài 6.** Viết các số thập phân sau dưới dạng phân số tối giản

a) $-4,32; 0,148; -0,4937;$

b) $-4, (32); 0, (148); -0, (4937);$

c) $-4,3(2); 0,14(8); -0,49(37).$

Lời giải.**Bài 7.** Viết các phân số sau dưới dạng số thập phân

$$\frac{4}{9}; \frac{13}{99}; \frac{41}{999}; \frac{97}{9999}.$$

Lời giải.**Bài 8.** Viết các phân số sau dưới dạng số thập phân

$$\frac{-8}{9}; \frac{1}{125}; \frac{3}{80}; \frac{-4}{15}; \frac{5}{27}; \frac{13}{14}.$$

Lời giải.**Bài 9.** Viết các số thập phân sau dưới dạng phân số tối giản

$$0,(8); 1,(25); -2,(38); 7,21(321); 5,(8218).$$

Lời giải.**Bài 10.** Chứng tỏ rằng:

a) $0,(17) + 0,(82) = 1;$

b) $0,(666) \cdot (-3) = -2.$

Lời giải.

⇨ **Bài 11.** So sánh các số sau $-1,37$; $-1,(37)$; $-1,3(73)$.

☞ **Lời giải.**

⇨ **Bài 12.** Sắp xếp các số hữu tỉ sau theo thứ tự từ nhỏ đến lớn $2,(15)$; $2,(14)$; $2,15$; $1,(15)$

☞ **Lời giải.**

⇨ **Bài 13.** So sánh các số sau

a) $-2,3653$ và $-2,365(3)$.

b) $1,432$ và $1,(432)$;

c) $0,(2357)$ và $0,2(357)$;

d) $0,(428571)$ và $\frac{3}{7}$.

☞ **Lời giải.**

⇨ **Bài 14.** Tìm số hữu tỉ trong các số sau 13 ; $\frac{40}{9}$; $5,(45)$; $0,345$; $\sqrt{17}$.

☞ **Lời giải.**

⇨ **Bài 15.** Chọn phát biểu đúng trong các phát biểu sau.

a) $\sqrt{3} \in \mathbb{I}$;

b) $\sqrt{25} \in \mathbb{I}$;

c) $-\pi \in \mathbb{I}$;

d) $\sqrt{\frac{100}{47}} \in \mathbb{Q}$.

☞ **Lời giải.**

⇨ **Bài 16.** Chọn phát biểu đúng trong các phát biểu sau

a) $\sqrt{11} \in \mathbb{I}$.

b) $\sqrt{25} \in \mathbb{I}$.

c) $\frac{\pi}{2} \in \mathbb{I}$.

d) $\sqrt{100} \notin \mathbb{Q}$.

☞ **Lời giải.**

❖ **Bài 17.** Khi tìm căn bậc hai số học của một số tự nhiên, ta thường phân tích số đó ra thừa số nguyên tố. Chẳng hạn:
 Vì $9604 = 2^2 \cdot 7^4 = (2 \cdot 7^2)^2 = 98^2$ nên $\sqrt{9604} = 98$. Tương tự, em hãy tính căn bậc hai số học của 324; 5 625; 1 764 theo cách trên.

🗨 **Lời giải.**

❖ **Bài 18.** Tính

a) $\sqrt{169}$; b) $-\sqrt{\frac{49}{225}}$; c) $\sqrt{(-6)^2}$; d) $\sqrt{0,001}$.

🗨 **Lời giải.**

❖ **Bài 19.** Hãy tính

a) $\sqrt{64}$. b) $\sqrt{\frac{25}{64}}$. c) $-\sqrt{(-7)^2}$. d) $-\sqrt{\frac{49}{16}} + 2$.

🗨 **Lời giải.**

❖ **Bài 20.** Tính

a) $\sqrt{144}$ b) $\sqrt{13^2}$; c) $\sqrt{(-8)^2}$; d) $\sqrt{\frac{16}{25}}$.

🗨 **Lời giải.**

❖ **Bài 21.** Hãy thay dấu ? bằng các số thích hợp.

n	81	?	256	?	625
$\sqrt{n}$	?	15	?	20	?

Lời giải.

❖ **Bài 22.** Hãy dùng máy tính cầm tay để tính các căn bậc hai số học sau (làm tròn đến hai chữ số thập phân).

a) $\sqrt{1532}$

b) $\sqrt{18}$

c) $\sqrt{7}$

d) $\sqrt{789}$.

Lời giải.

❖ **Bài 23.** Tính

a) $\sqrt{16} + \sqrt{9} + \sqrt{16+9}$.

b) $\frac{15}{6} - \frac{3}{18} \cdot \sqrt{81} + \sqrt{\frac{9}{64}}$.

c) $\sqrt{5^2 - 4^2} - \frac{8}{3} \cdot \sqrt{\frac{9}{64}}$.

d) $\left(\frac{3}{2}\right)^2 - \left(\frac{1}{2} : 2 - \sqrt{(-9)^2} \cdot \frac{1}{3}\right)$.

e) $\sqrt{\frac{1}{81}} - \left(-\frac{1}{3}\right)^2 : \sqrt{\frac{25}{81}} + 1^3 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^0$.

f) $\left(\frac{-3}{5}\right) \cdot \sqrt{225} - 0,4 \cdot \sqrt{\frac{16}{25}} + 0,5 \cdot \left(-\frac{18}{5}\right)$.

Lời giải.

❖ **Bài 24.** Tìm $x \in \mathbb{Q}$ biết

a) $\sqrt{x} = 4$;

b) $\sqrt{x} = \frac{1}{7}$;

c) $\sqrt{x} = 0$.

Lời giải.**Bài 25.** Tìm $x \in \mathbb{Q}$ biết

a) $x^2 = 400$;

b) $x^2 - 64 = 0$;

c) $5x^2 + 10 = 9$.

Lời giải.**Bài 26.** Tìm x , biết

a) $\frac{2}{3} - \left(\frac{3}{4} - x\right) = \sqrt{\frac{1}{9}}$.

b) $\frac{2}{5}x + \frac{3}{7} = \sqrt{\frac{16}{25}}$.

c) $\sqrt{\frac{1}{9}} \cdot x - \frac{2}{5} = \frac{2}{3}$.

d) $\frac{-5}{12} : \left(2\frac{3}{4}x - \sqrt{\frac{9}{16}}\right) = \sqrt{\frac{4}{81}}$.

Lời giải.

⇨ **Bài 27.** Dùng máy tính để so sánh $\sqrt{5}$ với $2,(23)$.

☞ **Lời giải.**

⇨ **Bài 28.** Không dùng máy tính, hãy so sánh $\sqrt{103,5}$ với 10.

☞ **Lời giải.**

⇨ **Bài 29.** Tìm x biết $2\sqrt{x} - 17 = 3$.

☞ **Lời giải.**

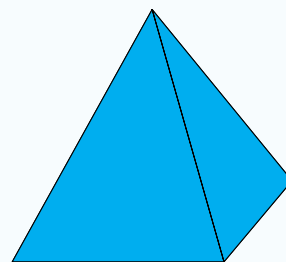
⇨ **Bài 30.** Hãy tính độ dài cạnh của một tấm bìa hình vuông có diện tích 49 cm^2 .

☞ **Lời giải.**

⇨ **Bài 31.**

Kim tự tháp Kheops là công trình kiến trúc nổi tiếng thế giới. Để xây dựng được công trình này, người ta phải sử dụng tới hơn 2,5 triệu mét khối đá, với diện tích đáy lên tới $52198,16 \text{ m}^2$. (Nguồn: <https://khoahoc.tv>)

Biết rằng, đáy của kim tự tháp Kheops có dạng một hình vuông. Tính chu vi đáy của kim tự tháp này (kết quả làm tròn đến hai chữ số thập phân).



☞ **Lời giải.**

🔗 **Bài 32.** Để lát một cái sân hình chữ nhật có chiều rộng bằng 12 m và chiều dài bằng 20 m, ông Năm sử dụng loại gạch hình vuông có cạnh dài 40 cm để lát sân, mỗi viên gạch loại này có giá 15 000 đồng. Hỏi ông Năm phải trả bao nhiêu tiền gạch để lát hết cái sân (coi các mạch ghép là không đáng kể và số gạch không bị hao phí).

🗨 **Lời giải.**



BÀI TẬP NÂNG CAO

🔗 **Câu 1.** Tìm số tự nhiên $x < 10$ sao cho phân số $\frac{x+4}{30}$ viết được dưới dạng số thập phân hữu hạn.

🗨 **Lời giải.**

🔗 **Câu 2.** Tìm các số nguyên tố a, b có một chữ số để cho số hữu tỉ $x = \frac{14a}{15b}$ viết được dưới dạng :

a) Số thập phân hữu hạn;

b) Số thập phân vô hạn tuần hoàn.

🗨 **Lời giải.**

🔗 **Câu 3.** Tìm x biết $x + \sqrt{x} = 0$.

🗨 **Lời giải.**

🔗 **Câu 4.** Tìm x biết

a) $x^2 + 5x + 6 = 3x + 34 + 2x - 9$.

b) $2\sqrt{x} + 8x + 5 = 5x - 4 + 3x + 19$.

c) $2x^2 + 5x + 8 + \sqrt{x} = x^2 + 3x + 35 + x^2 + 2x - 7$.

d) $3\sqrt{x} + 7x + 5 = \sqrt{x} + 4x - 6 + 3x + 18$.

e) $8\sqrt{x} + 2x - 9 = 5x + 7 + 6\sqrt{x} - 3x - 2$.

f) $2\sqrt{3x} + 11x - 18 = 5x + 2 + 6\sqrt{3x} + 6x - 21$.

🗨 **Lời giải.**

🔗 **Câu 5.** Cho $A = 2018 + \sqrt{2019 - x}$.

a) Tìm điều kiện của x để A có nghĩa.

b) Tìm giá trị của x để A đạt giá trị nhỏ nhất. Hãy tìm giá trị nhỏ nhất đó.

🗨 **Lời giải.**

❖ **Câu 6.** Tìm các số x, y, z biết $\sqrt{(x-3)^2} + \sqrt{(y+3)^2} + |x+y+z| = 0$.

🗨 **Lời giải.**

❖ **Câu 7.** Liệu rằng các số x và y có thể là số vô tỉ không nếu $x+y$ và $x-y$ đều là số hữu tỉ.

🗨 **Lời giải.**

❖ **Câu 8.** Tìm số nguyên x nhỏ hơn 10 sao cho $A = \frac{\sqrt{x}-1}{2}$ nhận giá trị nguyên.

🗨 **Lời giải.**

❖ **Câu 9.** Trong các khẳng định sau, có bao nhiêu khẳng định đúng? Hãy chứng minh.

- Tổng hai số vô tỉ là một số vô tỉ.
- Tích một số vô tỉ với một số hữu tỉ khác 0 là một số vô tỉ.
- Thương của một số vô tỉ và một số hữu tỉ khác 0 là một số vô tỉ.

🗨 **Lời giải.**

❖ **Câu 10.** Chứng minh rằng $\sqrt{3}$ là số vô tỉ.

🗨 **Lời giải.**



.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 2

SỐ THỰC. GIÁ TRỊ TUYỆT ĐỐI CỦA MỘT SỐ THỰC



TRỌNG TÂM KIẾN THỨC

1 Số thực và tập hợp các số thực

Số vô tỉ và số hữu tỉ gọi chung là số thực. Tập hợp số các số thực kí hiệu là $\mathbb{R}$.

Cách viết $x \in \mathbb{R}$ cho ta biết x là một số thực.

Mỗi số thực chỉ có một trong hai dạng biểu diễn thập phân

- ✓ Dạng thập phân hữu hạn hoặc vô hạn tuần hoàn nếu số đó là số hữu tỉ.
- ✓ Dạng thập phân vô hạn không tuần hoàn nếu số đó là số vô tỉ.

⚠ Trong các tập hợp số mà ta đã học, tập hợp các số thực là “rộng lớn” nhất, bao gồm tất cả các số tự nhiên, số nguyên, số hữu tỉ và cả số vô tỉ.

Trong tập hợp các số thực, ta cũng có các phép tính với các tính chất tương tự như các phép tính trong tập hợp các số hữu tỉ mà ta đã biết.

2 Thứ tự trong tập hợp các số thực

- ✓ Các số thực đều viết được dưới dạng số thập phân (hữu hạn hoặc vô hạn). Vì thế có thể so sánh hai số thực tương tự như so sánh hai số hữu tỉ viết dưới dạng số thập phân.
- ✓ Cũng như với các số hữu tỉ, ta có
 - Với hai số thực a và b bất kì ta luôn có $a = b$ hoặc $a < b$ hoặc $a > b$.
 - Cho ba số thực a, b, c . Nếu $a < b$ và $b < c$ thì $a < c$ (tính chất bắc cầu).

⚠ Nếu $0 < a < b$ thì $\sqrt{a} < \sqrt{b}$. Ta thường dùng tính chất này để so sánh một căn bậc hai số học với một số hữu tỉ hoặc so sánh hai căn bậc hai số học với nhau. Chẳng hạn, $\sqrt{2} < \sqrt{5}$ vì $2 < 5$.

3 Trục số thực

Người ta chứng minh được rằng:

- ✓ Mỗi số thực được biểu diễn bởi một điểm trên trục số.
- ✓ Ngược lại, mỗi điểm trên trục số biểu diễn một số thực.

Vì thế, ta còn gọi trục số là trục số thực.

⚠ Điểm biểu diễn số thực a trên trục số được gọi là điểm a . Trên trục số thực, nếu $a < b$ thì điểm a nằm trước điểm b .

4 Số đối của một số thực

Hai số thực có điểm biểu diễn trên trục số cách đều điểm gốc O và nằm về hai phía ngược nhau là hai số đối nhau, số này gọi là số đối của số kia.

Số đối của số thực x kí hiệu là $-x$. Ta có $x + (-x) = 0$.

5 Giá trị tuyệt đối của một số thực

Khoảng cách từ điểm a trên trục số đến gốc O là giá trị tuyệt đối của số a , kí hiệu là $|a|$.

○ Nhận xét.

- ✔ Giá trị tuyệt đối của 0 là 0;
- ✔ Giá trị tuyệt đối của một số dương là chính nó, chẳng hạn $|2| = 2$; $\left|\frac{5}{8}\right| = \frac{5}{8}$;
- ✔ Giá trị tuyệt đối của một số âm là số đối của nó, chẳng hạn $|-2| = 2$; $|-5, 1| = 5, 1$; $|\sqrt{2}| = \sqrt{2}$.

$$\text{Như vậy: } |a| = \begin{cases} a & \text{khi } a > 0 \\ -a & \text{khi } a < 0 \\ 0 & \text{khi } a = 0 \end{cases}$$

Nhờ nhận xét này ta có thể tính được giá trị tuyệt đối của một số thực bất kì mà không cần biểu diễn số đó trên trục số.



B CÁC DẠNG BÀI TẬP

📁 Dạng 1. Số đối. Quan hệ giữa phần tử và tập hợp

💡 **Ví dụ 1.** Cách viết nào sau đây là đúng: $\sqrt{2} \in \mathbb{Q}$; $\pi \in \mathbb{I}$; $15 \in \mathbb{R}$.

💬 Lời giải.

💡 **Ví dụ 2.** Các khẳng định sau đúng hay sai? Nếu sai, hãy phát biểu lại cho đúng.

- a) $\sqrt{3} \in \mathbb{Q}$; b) $\sqrt{3} \in \mathbb{R}$; c) $\frac{2}{3} \notin \mathbb{R}$; d) $-9 \in \mathbb{R}$.

💬 Lời giải.

💡 **Ví dụ 3.** Hãy thay mỗi ? bằng kí hiệu $\in$ hoặc $\notin$ để có phát biểu đúng.

- a) $5 \square \mathbb{Z}$; b) $-2 \square \mathbb{Q}$; c) $\sqrt{2} \square \mathbb{Q}$; d) $\frac{3}{5} \square \mathbb{Q}$;
e) $2,31(45) \square \mathbb{I}$; f) $7,62(38) \square \mathbb{R}$; g) $0 \square \mathbb{I}$; h) $2\frac{1}{3} \square \mathbb{I}$.

💬 Lời giải.



.....

.....

.....

.....

❖ Ví dụ 4. Các khẳng định sau đúng hay sai?

- a) $\sqrt{2}; \sqrt{3}; \sqrt{5}$ là các số thực.

c) $-\frac{1}{2}; \frac{2}{3}; -0,45$ là các số thực.

e) 1; 2; 3; 4 là các số thực.
- b) Số nguyên không là số thực.

d) Số 0 vừa là số hữu tỉ vừa là số vô tỉ.

💬 Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

❖ Ví dụ 5. Kí hiệu $\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{I}, \mathbb{R}$ theo thứ tự là tập hợp các số tự nhiên, tập hợp các số nguyên, tập hợp các số hữu tỉ, tập hợp các số vô tỉ và tập hợp các số thực. Khẳng định nào sau đây là sai?

- a) Nếu $x \in \mathbb{N}$ thì $x \in \mathbb{Z}$;
- b) Nếu $x \in \mathbb{R}$ và $x \notin \mathbb{Q}$ thì $x \in \mathbb{I}$;
- c) $1 \in \mathbb{R}$;
- d) Nếu $x \notin \mathbb{I}$ thì x viết được thành số thập phân hữu hạn.

💬 Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

❖ Ví dụ 6. Tìm số đối của các số thực sau: $-2,1; -0,(1); \frac{2}{\pi}; 3 - \sqrt{2}$.

💬 Lời giải.

.....

.....

.....

Dạng 2. So sánh số thực

Để so sánh hai số thực a, b ta có thể sử dụng một số kết quả sau:

☑ Nếu $a > m$ và $m > b$ thì $a > b$.

☑ Nếu a, b là hai số thực dương thì:

$$* \quad a > b \Leftrightarrow \sqrt{a} > \sqrt{b}.$$

$$* \quad a > b \Leftrightarrow a^2 > b^2.$$

❖ **Ví dụ 7.** So sánh số $1,7(32)$ với số $\sqrt{3}$.

☞ **Lời giải.**

❖ **Ví dụ 8.** Hãy sắp xếp các số sau theo thứ tự tăng dần: $-\sqrt{2}$; $1,5$; $1\frac{1}{4}$; π .

☞ **Lời giải.**

❖ **Ví dụ 9.** Tìm số lớn nhất trong các số sau:

$$\sqrt{(-8)^2}; 8,32; \sqrt{69}; -\sqrt{100}.$$

☞ **Lời giải.**

❖ **Ví dụ 10.** Tính $(1,7)^2$ và $(1,8)^2$ rồi so sánh hai kết quả với 3. Từ đó suy ra

$$1,7 < \sqrt{3} < 1,8$$

☞ **Lời giải.**

❖ **Ví dụ 11.** Không dùng máy tính, cho biết trong hai khẳng định dưới đây, khẳng định nào đúng, khẳng định nào sai?

a) $\sqrt{65} + 1 > \sqrt{63} - 1$

b) $\frac{1}{\sqrt{8}} < \frac{1}{\sqrt{7}}.$

☞ **Lời giải.**

❖ **Ví dụ 12.** So sánh (không dùng máy tính): $\sqrt{34,9}$ và 6.

🗨 **Lời giải.**

❖ **Ví dụ 13.** So sánh hai số sau

a) $-\sqrt{64}$ và $-\sqrt{65}$.

b) 8 và $\sqrt{(-8)^2}$.

c) $\sqrt{(-7)^2}$ và 6.

d) $\sqrt{\frac{74}{25} - 1}$ và $\frac{6}{5}$.

🗨 **Lời giải.**

❖ **Ví dụ 14.** Hãy so sánh $a = 3\sqrt{2}$ và $b = 2\sqrt{3}$.

🗨 **Lời giải.**

❖ **Ví dụ 15.** Hãy so sánh $x = \sqrt{3} + \sqrt{6}$ và $y = \sqrt{2} + \sqrt{7}$.

🗨 **Lời giải.**

📁 Dạng 3. Giá trị tuyệt đối

❖ **Ví dụ 16.** Tính:

a) $|-3,5|$;

b) $\left| \frac{-4}{9} \right|$;

c) $|0|$;

d) $|2,0(3)|$.

🗨 **Lời giải.**

◊ **Ví dụ 17.** Xác định dấu và giá trị tuyệt đối của mỗi số sau:

a) $a = 1,25$

b) $b = -4,1;$

c) $c = -1,414213562 \dots$

☞ **Lời giải.**

◊ **Ví dụ 18.** Xác định dấu và giá trị tuyệt đối của các số thực sau:

a) $-1,3(51);$

b) $1 - \sqrt{2};$

c) $(3 - \sqrt{2})(2 - \sqrt{5}).$

☞ **Lời giải.**

◊ **Ví dụ 19.** Tính $|6 - \sqrt{35}| + 5 + \sqrt{35}.$

☞ **Lời giải.**

◊ **Ví dụ 20.** Tìm x , biết

a) $|x| = \frac{4}{7};$

b) $|x - 0,9| = 0,1.$

☞ **Lời giải.**

◊ **Ví dụ 21.** Tìm x biết

a) $7|x - 0,5| - \frac{1}{2} = \sqrt{9};$

b) $5|2x - 3,5| - \frac{3}{2} = \sqrt{16}.$

☞ **Lời giải.**



.....

.....

.....

.....

.....

◀ **Ví dụ 22.** Tìm x , biết:

a) $\left| 5x + \frac{3}{4} \right| - \frac{5}{4} = 2 ;$

b) $8 - \left| x - \frac{1}{3} \right| = 9.$

☞ **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

◀ **Ví dụ 23.** Tìm giá nhỏ nhất của các biểu thức sau:

a) $|x + 1,5|;$

b) $|x - 2| - \frac{9}{10}.$

☞ **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

◀ **Ví dụ 24.** Tìm giá trị lớn nhất của các biểu thức sau:

a) $-|2x - 1|;$

b) $4 - |5x + 3|.$

☞ **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....



BÀI TẬP VẬN DỤNG

⇒ **Bài 1.** Cách viết nào sau đây là đúng: $\sqrt{5} \in \mathbb{I}$; $2,(3) \in \mathbb{Q}$; $3 - \sqrt{2} \in \mathbb{R}$.

☞ **Lời giải.**

⇒ **Bài 2.** Các khẳng định sau đúng hay sai? Nếu sai, hãy phát biểu lại cho đúng.

- a) $\sqrt{2} \in \mathbb{Q}$; b) $-\sqrt{5} \in \mathbb{R}$; c) $4\frac{1}{2} \notin \mathbb{I}$; d) $3,(123) \in \mathbb{R}$.

☞ **Lời giải.**

⇒ **Bài 3.** Hãy thay mỗi ? bằng kí hiệu $\in$ hoặc $\notin$ để có phát biểu đúng.

- a) $-3 \square \mathbb{Z}$; b) $3,(12) \square \mathbb{Q}$; c) $\sqrt{3} \square \mathbb{R}$; d) $-\frac{2}{3} \square \mathbb{I}$;
e) $2,31(4) \square \mathbb{Q}$; f) $7,62(1234) \square \mathbb{R}$; g) $2023 \square \mathbb{I}$; h) $2\frac{1}{3} \square \mathbb{Q}$.

☞ **Lời giải.**

⇒ **Bài 4.** Tìm số đối của các số sau: $-\sqrt{5}$; $12,(3)$; $0,4599$; $\sqrt{10}$; $-\pi$.

☞ **Lời giải.**

❖ **Bài 5.** Xét tính đúng, sai của các khẳng định sau:

- a) Nếu x là số hữu tỉ thì x là số thực; b) 2 không phải là số hữu tỉ;
c) Nếu x là số nguyên thì $\sqrt{x}$ là số thực; d) Nếu x là số tự nhiên thì $\sqrt{x}$ là số vô tỉ.

🗨 **Lời giải.**

❖ **Bài 6.** Hãy thay mỗi dấu ? bằng kí hiệu $\in$ hoặc $\notin$ để có phát biểu đúng.

- a) $-8 ? \mathbb{Z}$ b) $\frac{-11}{23} ? \mathbb{R}$ c) $\sqrt{23} ? \mathbb{Q}$ d) $\frac{5}{8} ? \mathbb{Q}$
e) $\sqrt{9} ? \mathbb{Z}$ f) $\sqrt{33} ? I$ g) $4,(18) ? I$ h) $7,(123) ? \mathbb{R}$.

🗨 **Lời giải.**

❖ **Bài 7.** Sắp xếp các số thực sau theo thứ tự từ nhỏ đến lớn.

$$-\frac{5}{6}; \quad 5,(123); \quad -\sqrt{5}; \quad 2,45; \quad 2\pi; \quad \frac{-7}{8}; \quad \frac{3}{5}.$$

🗨 **Lời giải.**

❖ **Bài 8.** Hãy cho biết tính đúng, sai của các khẳng định sau

- a) $-\sqrt{15}; \sqrt{7}; \sqrt{11}$ là các số thực.
b) Số nguyên tố không là số thực.
c) Số tự nhiên là số thực.
d) $-0,12; 3,(6); 7,(142)$ là các số thực.
e) $\frac{-3}{8}; \frac{4}{9}; \frac{5}{11}$ là các số thực.
f) Số 0 vừa là số thực vừa là số hữu tỉ.
g) Số vô tỉ không là số thực.
h) Số thập phân vô hạn tuần hoàn không là số thực.

🗨 **Lời giải.**

⚡ **Bài 9.** Hãy thay dấu * bằng các chữ số thích hợp.

a) $5,431867 > 5,43 * 932;$ b) $-3,547912 > -3,547 * 21.$

💬 **Lời giải.**

⚡ **Bài 10.** Tìm số đối của các số sau

$$-\sqrt{17}; 6, (67); 5,678; \sqrt{23}; \frac{-2}{3}; 3\pi.$$

💬 **Lời giải.**

⚡ **Bài 11.** So sánh $a = 1,(41)$ và $\sqrt{2}.$

💬 **Lời giải.**

⚡ **Bài 12.** So sánh hai số

a) $m = \sqrt{9+25}$ và $n = \sqrt{9} + \sqrt{25}.$ b) $p = \sqrt{49-16}$ và $q = \sqrt{49} - \sqrt{16}.$
c) $\sqrt{0,04}$ và $0,04.$ d) 8 và $\sqrt{8}.$

💬 **Lời giải.**

🔗 **Bài 13.** Hãy so sánh các số sau

a) $-\sqrt{15}$ và $-\sqrt{16}$.

b) 7 và $\sqrt{(-8)^2}$.

💬 **Lời giải.**

🔗 **Bài 14.** Hãy so sánh $\sqrt{10+3}$ và $\sqrt{10} + \sqrt{3}$.

💬 **Lời giải.**

🔗 **Bài 15.** So sánh hai số sau

a) $-\sqrt{64+15}$ và $-\sqrt{15}-8$.

b) $7 + \sqrt{(-9)^2}$ và $\sqrt{103}$.

c) $\sqrt{54}$ và $9 - \sqrt{27}$.

d) $\sqrt{\frac{81}{25} - \frac{8}{7}}$ và $\frac{9}{5} - \frac{8}{7}$.

💬 **Lời giải.**

🔗 **Bài 16.** Tìm giá trị tuyệt đối của các số sau

$$-\sqrt{11}; 45,(6); 3,75; -8,1(23); -\frac{7}{10}; \frac{3\pi}{2}.$$

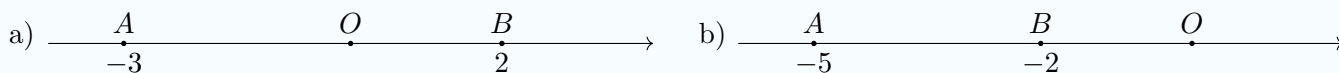
💬 **Lời giải.**

❖ **Bài 17.** Sắp xếp theo thứ tự từ nhỏ đến lớn giá trị tuyệt đối của các số sau

$$-7,6; 1,25; 3,(4); -5,1(18); -\frac{8}{3}; -\sqrt{3}; -\frac{\pi}{3}.$$

🗨 **Lời giải.**

❖ **Bài 18.** Trên trục số, tính độ dài của đoạn thẳng AB trong mỗi trường hợp sau



🗨 **Lời giải.**

❖ **Bài 19.** Tính $|6 - \sqrt{37}| + 2 - \sqrt{37}$.

🗨 **Lời giải.**

❖ **Bài 20.** Tính giá trị của các biểu thức sau:

a) $M = \sqrt{\left| -\frac{16}{25} \right|};$

b) $N = \sqrt{|-20| + |-16|};$

c) $P = \left| -\sqrt{|-0,81|} \right|;$

d) $Q = \left| \sqrt{10^2 - 6^2} - \sqrt{5^2 - 4^2} \right|.$

🗨 **Lời giải.**

❖ **Bài 21.** Tính:

a) $1,5 - \frac{5}{4} + \left| -\frac{7}{3} \right|;$

b) $\left(\frac{1}{2} - 2\frac{1}{3} \right) : \left| \frac{-3}{2} + \frac{1}{4} \right|;$

c) $\sqrt{\frac{25}{49}} + (-2013)^0 - \left| -\frac{2}{7} \right|;$

d) $5 \cdot \left| -\frac{1}{12} \right| + \left(\frac{5}{9} - \frac{7}{12} \right) - \left(\frac{2}{3} - \frac{5}{6} \right)^2.$

Lời giải.

❖ **Bài 22.** Tìm tất cả các số thực x thoả mãn điều kiện $|x| = 2,5$.

Lời giải.

❖ **Bài 23.** Tìm x biết

a) $3|2x - 7,5| - \sqrt{4} = \sqrt{25};$

b) $7|x - 1,5| + \frac{4}{3} = \sqrt{49}.$

Lời giải.

❖ **Bài 24.** Tìm x , biết

a) $|x| = \frac{10}{13};$

b) $\left|x - \frac{5}{6}\right| = \frac{1}{2};$

c) $\left|x + \frac{4}{9}\right| - \frac{1}{2} = \frac{3}{2}.$

Lời giải.

❖ **Bài 25.** Tìm giá trị của x, y biết rằng

a) $|x| = \sqrt{10};$

b) $\left|x - \frac{3}{5}\right| = \frac{7}{10};$

c) $|y + \sqrt{15}| = 0;$

d) $\left|y - \frac{\pi}{8}\right| = \frac{3\pi}{8}.$

Lời giải.

◇ Bài 26. Tìm x biết

$$\text{a) } 4,5 - \frac{3}{4} \cdot \left| \frac{1}{2}x + \frac{5}{3} \right| = \frac{5}{6};$$

$$\text{b) } \frac{11}{4} + \frac{3}{2} : \left| 4x - \sqrt{\frac{1}{25}} \right| = \sqrt{\frac{49}{4}}.$$

💬 Lời giải.

🔗 **Bài 27.** Tính giá trị tuyệt đối các số sau: 0 ; $-\frac{3}{7}$; $\frac{-4}{-9}$; $-7, 2$.

🔹 Bài 28.

- a) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $|x - 0,4| + 9$;
 b) Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $\frac{1}{8} - |x + 3|$.

🗨️ Lời giải.

.....

.....

.....

.....

D BÀI TẬP NÂNG CAO

🔹 Câu 1. Tìm x, y biết $\left|x - \frac{1}{2}\right| + |x - y| \leq 0$.

🗨️ Lời giải.

.....

.....

.....

.....

🔹 Câu 2. Tìm x và y biết rằng $\left|x - \frac{4}{11}\right| + |5 + y| = 0$.

🗨️ Lời giải.

.....

.....

.....

.....

🔹 Câu 3. Giả sử α là một số thực dương đã cho và x là một số thực thoả mãn: $-\alpha \leq x \leq \alpha$. So sánh $|x|$ với α .

🗨️ Lời giải.

.....

.....

.....

🔹 Câu 4. Biết rằng $\sqrt{2}$ là số vô tỉ. Số $3 - \sqrt{2}$ là số hữu tỉ hay vô tỉ?

🗨️ Lời giải.

.....

.....

.....



.....

.....

⚡ **Câu 5.** Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A = 2 + 3\sqrt{x^2 + 1}$.

💬 **Lời giải.**

.....

.....

.....

⚡ **Câu 6.** Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $B = |x - 1| + |x - 3|$.

💬 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

⚡ **Câu 7.** Hãy giải thích tại sao $|x + y| \leq |x| + |y|$ với mọi số thực x, y .

💬 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 3

LÀM TRÒN SỐ VÀ ƯỚC LƯỢNG KẾT QUẢ

A

TRỌNG TÂM KIẾN THỨC

1 Làm tròn số

Khi làm tròn một số thập phân đến hàng nào thì hàng đó gọi là hàng quy tròn.
Muốn làm tròn một số thập phân đến một hàng quy tròn nào đó, ta thực hiện các bước sau:

- ☑ Gạch dưới chữ số thập phân của hàng quy tròn.
- ☑ Nhìn sang chữ số ngay bên phải:
 - Nếu chữ số đó lớn hơn hoặc bằng 5 thì tăng chữ số gạch dưới lên một đơn vị rồi thay tất cả các chữ số bên phải bằng số 0 hoặc bỏ đi nếu chúng ở phần thập phân.
 - Nếu chữ số đó nhỏ hơn 5 thì giữ nguyên chữ số gạch dưới và thay tất cả các chữ số bên phải bằng 0 hoặc bỏ đi nếu chúng ở phần thập phân.

⚠ Do mọi số thực đều có thể viết dưới dạng số thập phân hữu hạn hoặc vô hạn nên để dễ nhớ, để ước lượng, để tính toán với các số thực có nhiều chữ số, người ta thường làm tròn số.

- ☑ Ta phải viết một số dưới dạng thập phân trước khi làm tròn.
- ☑ Khi làm tròn số thập phân ta không quan tâm đến dấu của nó.

2 Làm tròn số căn cứ vào độ chính xác cho trước

Cho số thực d , nếu khi làm tròn số a ta thu được số x thỏa mãn $|a - x| \leq d$ thì ta nói x là số làm tròn của số a với độ chính xác d .

- ⚠ ☑ Nếu độ chính xác d là số chục thì ta thường làm tròn a đến hàng trăm.
- ☑ Nếu độ chính xác d là số phần nghìn thì ta thường làm tròn a đến hàng phần trăm.

3 Ước lượng các phép tính

Ta có thể áp dụng quy tắc làm tròn số để ước lượng kết quả các phép tính. Nhờ đó có thể dễ dàng phát hiện ra những đáp số không hợp lý, đặc biệt là những sai sót do bấm nhầm nút khi sử dụng máy tính cầm tay.

B

CÁC DẠNG BÀI TẬP

Dạng 1. Làm tròn các số đến một hàng nào đó

Áp dụng quy tắc làm tròn số.

🔗 **Ví dụ 1.** Làm tròn số 2,37 đến:

- a) Hàng phần mười;
- b) Hàng đơn vị.

🗨 **Lời giải.**

a) Hàng chục; b) Hàng trăm; c) Hàng nghìn.

a) Làm tròn đến hàng trăm: 1000π ; $-100\sqrt{2}$.

b) Làm tròn đến hàng phần nghìn: $-\sqrt{5}$; $6, (234)$.

🔗 **Ví dụ 4.** Một số nguyên sau khi làm tròn đến hàng nghìn thì được 72000. Hỏi số đó lớn nhất là bao nhiêu? Nhỏ nhất là bao nhiêu?

❖ **Ví dụ 5.** Thực hiện phép chia $31 : 42$ rồi làm tròn kết quả đến hàng phần trăm.

Dạng 2. Làm tròn số với độ chính xác cho trước

a) 0,0005; b) 0,005; c) 0,05; d) 0,5; e) 5; f) 50;

Lớp Toán Thầy Khôi 6-7-8-9

Lớp Toán Thầy Khôi 6-7-8-9

💡 **Ví dụ 11.** Hãy ước lượng kết quả các phép tính sau:

- | | | |
|-------------------------|---------------------------|----------------------------|
| a) $5\,999 \cdot 101$; | b) $(-2,01) \cdot 99,5$; | c) $(-203) \cdot (59,8)$. |
| d) $6\,121 \cdot 99$; | e) $922,11 \cdot 59,38$; | f) $(-551) \cdot 8\,314$. |
| g) $595 \cdot 53$; | h) $91,36 \cdot 5,9$; | i) $111,12 \cdot 45,78$. |

💬 **Lời giải.**

💡 **Ví dụ 12.** Một bạn học sinh dùng máy tính cầm tay tính được kết quả của phép tính như sau:

$$\sqrt{10} + 10\sqrt{2} = 27,304.$$

Em hãy kiểm tra lại bằng cách ước lượng.

💬 **Lời giải.**

📁 Dạng 4. Vận dụng vào bài toán thực tế

💡 **Ví dụ 13.** Tính chu vi một cái bánh xe có bán kính 65 cm và làm tròn kết quả đến hàng đơn vị.

💬 **Lời giải.**

💡 **Ví dụ 14.** Tính chu vi và diện tích của mảnh vườn hình chữ nhật có chiều dài là 15,34 m và chiều rộng là 5,72 m (làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).

💬 **Lời giải.**

💡 **Ví dụ 15.** Dân số quận Gò Vấp ở Thành phố Hồ Chí Minh tính đến ngày 12/06/2021 là 635 988 người. Hãy làm tròn số này với độ chính xác $d = 5$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Ví dụ 16.** Màn hình một chiếc ti vi có độ dài đường chéo 55 inch, hãy tính độ dài đường chéo của ti vi này theo cm với độ chính xác $d = 0,5$ cm. (Cho biết $1 \text{ inch} = 2,54 \text{ cm}$).

🗨 **Lời giải.**



BÀI TẬP VẬN DỤNG

❖ **Bài 1.** Làm tròn số 7068,524:

- a) đến hàng phần mười; b) với độ chính xác 0,5; c) với độ chính xác 50.

🗨 **Lời giải.**

❖ **Bài 2.** Tính trung bình cộng của các số sau (làm tròn kết quả đến hàng phần mười):

8,5; 7; 9; 6,5; 8; 7,5; 8; 7; 9,5.

🗨 **Lời giải.**

❖ **Bài 3.** Làm tròn các số sau đây đến hàng phần trăm:

$\sqrt{15}$; 8,(8); $-7,(12)$; 2,3(45); $-\pi$.

🗨 **Lời giải.**

❖ **Bài 4.**

- a) Cho biết $x = \sqrt{11} = 3,316624 \dots$. Hãy làm tròn x đến hàng phần nghìn.
b) Hãy làm tròn số $y = 12345,67$ đến hàng chục.

🗨 **Lời giải.**

❖ **Bài 5.**

- a) Hãy quy tròn số $a = \sqrt{23} = 4,7958315 \dots$ với độ chính xác $d = 0,0005$.

b) Hãy quy tròn số $b = 87\,654\,321$ với độ chính xác $d = 5000$.

Lời giải.

❖ **Bài 6.** Tính đến ngày 31/1/2021 số ca nhiễm Covid-19 ở Việt Nam là 1 724 605 người, trong đó đã khỏi bệnh là 1 355 286 người (Nguồn: <https://vnexpress.net>). Hãy làm tròn các số liệu này đến hàng nghìn.

Lời giải.

❖ **Bài 7.** Theo trang *Our World In Data* cập nhật vào ngày 28/06/2021, tổng số người đã tiêm vaccin Covid-19 ít nhất một liều là 1 830 973 159 người, trong đó có 626 262 634 người đã tiêm đủ liều vaccin. Em hãy làm tròn các số liệu này đến hàng triệu.

Lời giải.

❖ **Bài 8.** Bảng dưới đây cho biết dân số của một số quốc gia tính đến ngày 01/01/2022.

Quốc gia	Dân số (người)
Trung Quốc	1 446 365 439
Ấn Độ	1 400 089 391
Mĩ	333 869 865
Thái Lan	70 015 174
Việt Nam	98 565 108
(Nguồn: https://danso.org)	

Hãy làm tròn dân số của các quốc gia trên đến hàng trăm nghìn.

Lời giải.

❖ **Bài 9.** Hải lý có tên trong từ điển quốc tế là Nautical Mile, là một đơn vị đo lường đặc thù. Hải lý còn được gọi với một cái tên khác là dặm biển. Đây là đơn vị được sử dụng phổ biến để đo lường khoảng cách trên biển (Theo: <https://dbk.vn>).

Tại hai nơi trên mặt biển có hai chiếc thuyền cách nhau 25 hải lý. Em hãy tính khoảng cách của hai chiếc

thuyền này theo đơn vị ki-lô-mét, sau đó làm tròn kết quả đến hàng đơn vị.
Cho biết: 1 hải lí = 1,852 km.

Lời giải.

❖ **Bài 10.** Trong đơn vị đo lường, inch là một đơn vị dùng để chỉ kích thước của các màn hình điện tử như tivi, laptop, máy tính,... Đơn vị inch của các thiết bị đó không phải là chiều dài hay chiều rộng mà được quy ước là đường chéo màn hình phần hiển thị thực của thiết bị; biết $1 \text{ inch} = 2,54 \text{ cm}$.

(Theo: <https://dienlanhdh.com>)

Bác An mua một chiếc tivi có màn hình 64 inch. Em hãy tính độ dài đường chéo của chiếc tivi bác An mua theo đơn vị xăng-ti-mét và làm tròn kết quả đến hàng phần mười.

Lời giải.

❖ **Bài 11.** Cho rằng diện tích rừng nhiệt đới trên Trái Đất được xác định bởi công thức: $S = 718,3 - 4,6t$, trong đó S tính bằng triệu hec-ta, t tính bằng số năm kể từ năm 1990. Hãy tính diện tích rừng nhiệt đới vào các năm 2021 và 2050? (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

Lời giải.

❖ **Bài 12.** Mỗi ngày, lượng calo tối thiểu là năng lượng tối thiểu để duy trì các chức năng sống như thở, tuần hoàn máu, nhiệt độ cơ thể... mà cơ thể của mỗi người phải cần. Tuy nhiên, ở mỗi cân nặng, độ tuổi, giới tính khác nhau sẽ có yêu cầu lượng calo cần tối thiểu khác nhau.

Tỷ lệ BMR (Basal Metabolic Rate) là tỷ lệ trao đổi chất cơ bản và có nhiều cách tính, công thức tính BMR của Mifflin StJeoze để tính lượng calo cần tối thiểu mỗi ngày là:

$$\text{BMR (calo)} = (9,99m + 6,25h - 4,92t) + k.$$

Trong đó: m là khối lượng cơ thể (kg); h là chiều cao (cm); t là số tuổi.

Hệ số k : nam $k = 5$ và nữ $k = -161$.

a) Bạn Mai (là nữ), 15 tuổi, cao 150 cm, nặng 42 kg.

b) Bạn Bình (là nam), 16 tuổi, cao 170 cm, nặng 61 kg.

Cần lượng calo tối thiểu mỗi ngày là bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

Lời giải.

❖ **Bài 13.** Một hãng hàng không quy định phạt hành lí kí gửi vượt quá quy định miễn phí (hành lí quá cước) như sau: cứ vượt quá x (kg) hành lí thì khách hàng phải trả tiền phạt y (USD) theo công thức: $y = \frac{4}{5} \cdot x + 20$. Hành khách A có 33,15 kg hành lí quá cước, hành khách B có 37,58 kg hành lí quá cước. Tính số tiền phạt phải trả của mỗi hành khách theo đơn vị VND. Biết 1 USD = 22 849,87 VND (Theo: vn.exchange-rates.org) (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

🗨 **Lời giải.**

❖ **Bài 14.** Cho tam giác vuông ABC có độ dài ba cạnh là $AC = x$ (cm); $AB = y$ (cm); $BC = z$ (cm). Mối liên hệ của độ dài ba cạnh x, y, z như sau:

$$z^2 = x^2 + y^2.$$

Em hãy tính độ dài cạnh BC , biết $x = 7$ cm; $y = 5$ cm.
(Kết quả được làm tròn với độ chính xác $d = 0,05$).

🗨 **Lời giải.**

❖ **Bài 15.** Sau những vụ va chạm giữa các xe trên đường, cảnh sát giao thông thường sử dụng công thức dưới đây để ước lượng tốc độ v (đơn vị: dặm/giờ) của xe từ vết trượt trên mặt đường sau khi phanh đột ngột: $v = \sqrt{30 \cdot f \cdot d \cdot n}$; trong đó, d là chiều dài vết trượt của bánh xe trên nền đường tính bằng feet (ft), f là hệ số ma sát giữa bánh xe và mặt đường (là thước đo sự “trơn trượt” của mặt đường), n là mức độ hiệu quả của phanh (nguồn: <https://sciencing.com/how-determine-speed-accident-investigation>). Một cao tốc được quy định tốc độ chạy xe tối đa là 100 km/h. Sau một vụ va chạm giữa hai xe, cảnh sát giao thông đo được $d = 245$ ft, $f = 0,8$ và $n = 100\%$. Người lái xe đó nói ông không chạy quá tốc độ. Hãy áp dụng công thức trên để ước lượng tốc độ chiếc xe đó rồi cho biết người lái xe đó nói đúng hay sai. Biết 1 dặm ≈ 1609 m.

🗨 **Lời giải.**

🔗 **Bài 16.** Để đánh giá thể trạng (gầy, bình thường, thừa cân) của một người, người ta thường dùng chỉ số BMI. Chỉ số BMI được tính như sau: $BMI = \frac{m}{h^2}$; trong đó, m là khối lượng cơ thể tính theo ki-lô-gam, h là chiều cao tính theo mét (chỉ số này được làm tròn đến hàng phần mười). Đối với học sinh 12 tuổi, chỉ số này cho đánh giá như sau:

$BMI < 15$:	Gầy.
$15 \leq BMI < 22$:	Bình thường.
$22 \leq BMI < 25$:	Có nguy cơ béo phì.
$BMI \geq 25$:	Béo phì.

Bạn An cân nặng 40 kg và cao 1,65 m; bạn Bình cân nặng 52 kg và cao 1,58 m; bạn Cường cân nặng 63 kg và cao 1,55 m. Hãy tính chỉ số BMI, từ đó đánh giá thể trạng (gầy, bình thường, thừa cân) của mỗi bạn.

💬 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

D BÀI TẬP NÂNG CAO

🔗 **Câu 1.** Có bao nhiêu số nguyên sau khi làm tròn trăm cho kết quả là 3500?

💬 **Lời giải.**

.....

.....

.....

🔗 **Câu 2.** Một số a được làm tròn đến hàng nghìn bằng 75000. Hỏi giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của a là bao nhiêu?

💬 **Lời giải.**

.....

.....

🔗 **Câu 3.** Trong một thí nghiệm khoa học, một hằng số khoa học C được xác định bằng 2,43865 với sai số $\pm 0,00312$. Người làm thí nghiệm mong muốn được một giá trị của C có các chữ số có nghĩa. Hãy làm tròn C với mong muốn đó :

- ☐ A 2,0.
 ☐ B 2,4.
 ☐ C 2,43.
 ☐ D 2,44.

💬 **Lời giải.**

.....

.....

❖ **Câu 4.** In-sơ (inch, số nhiều là inches), kí hiệu là “in”, là đơn vị đo chiều dài thuộc hệ thống đo lường của Anh, Mỹ. Biết $1\text{ in} \approx 2,54\text{ cm}$.

- Hỏi 1cm gần bằng bao nhiêu in-sơ (làm tròn đó chữ số thập phân thứ hai)?
- Khi nói “Tivi 21 in”, ta hiểu là một loại tivi có đường chéo màn hình bằng 21 in. Vậy các máy tivi 21 in, 23 in, 27 in và 29 in có đường chéo màn hình gần bằng bao nhiêu xentimet (làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất)?

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 5.**

- Tính giá trị gần đúng (làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất) chiều dài một sân bóng đá (theo tiêu chuẩn FIFA - chiều dài tối đa một sân bóng đá 11 người là 120m) sau 5 lần đo là 121,27; 119,25; 120,28; 121,15 và 119,26 mét.
- Tính giá trị gần đúng (làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất) chu vi và diện tích một sân lớp học hình chữ nhật có các cạnh đo được là 12,4 và 7,12 mét.
- Một vận động viên giành huy chương vàng ở cự li 200 m. Biết rằng vận động viên đó chạy 200 m hết $23\frac{19}{60}$ giây. Hỏi thời gian gần đúng chính xác tới hàng phần trăm là bao nhiêu?
- Bạn Phúc đi bộ với vận tốc 3 km/h, bạn Quang đi bộ với vận tốc 4 km/h. Họ xuất phát từ cùng một điểm đi dọc theo một đường tròn quanh công viên với chiều ngược nhau. Sau 6 phút họ gặp nhau. Tính gần đúng đường kính của đường tròn chính xác tới chữ số thập phân thứ ba (chọn $\pi = 3,1416$).

💬 **Lời giải.**

ÔN TẬP CHƯƠNG II

Bài 1. Sắp xếp các số sau theo thứ tự giảm dần

a) $\frac{-1}{2}; \frac{1}{3}; 0,5; 0,(5); 0,3.$

b) $-1, (2); 1, 2; 1\frac{1}{5}; \frac{-6}{5}; 1, 1(2).$

Lời giải.

🔗 **Bài 2.** Sắp xếp các cổ sau từ nhỏ đến lớn:

a) $\frac{54}{17}; -\frac{4}{5}; \sqrt{8}; 0; -\frac{3}{4}; -\frac{6}{5}; -\frac{5}{4}; \pi.$

b) $\sqrt{625} - \frac{1}{\sqrt{8}}; \sqrt{484} - \frac{1}{\sqrt{5}}; \sqrt{576} - \frac{1}{\sqrt{7}}; \sqrt{529} - \frac{1}{\sqrt{6}}.$

Lời giải.

🔗 Bài 3. Điền số còn thiếu trong bảng sau

x	9	0,49			$(-2)^4$	-4
$\sqrt{x}$			0,49			
$\frac{1}{\sqrt{x}}$				1		
$-\sqrt{x}$						

Lời giải.

❖ **Bài 4.** Viết các phân số sau thành số thập phân, rồi làm tròn lần lượt các số đó với độ chính xác 0,0005; 0,005; 0,05.

$$\frac{8}{33}; \frac{26}{111}; \frac{5}{24}; \frac{15}{82}; \frac{2}{13}.$$

💬 **Lời giải.**

❖ **Bài 5.** Làm tròn các số sau 57365; 1946,78 với độ chính xác 5; 50; 500.

💬 **Lời giải.**

❖ **Bài 6.**

- Tính giá trị gần đúng (làm tròn với độ chính xác 0,05) chu vi và diện tích một sân lớp học hình chữ có các cạnh đo được là 12,4 và 7,12 mét.
- Một vận động viên giành huy chương vàng ở cự li 200 m. Biết rằng vận động viên đó chạy 200 m hết $23\frac{19}{60}$ giây. Hỏi thời gian gần đúng chính xác tới hàng phần trăm là bao nhiêu?
- Bạn Phúc đi bộ với vận tốc 3 km/h, bạn Quang đi bộ với vận tốc 4 km/h. Họ xuất phát từ cùng một điểm đi dọc theo một đường tròn quanh công viên với chiều ngược nhau. Sau 6 phút họ gặp nhau. Tính gần đúng đường kính của đường tròn với độ chính xác 0,0005 (chọn $\pi = 3,1416$).

💬 **Lời giải.**

❖ **Bài 7.** Thực hiện phép tính $M = \left| -2\frac{1}{4} \right| + \left| -3\frac{1}{9} + \frac{2}{9} \right| : \left(-2\frac{8}{9} \right)$.

🗨 **Lời giải.**

❖ **Bài 8.** Tính giá trị của các biểu thức sau

a) $A = \sqrt{0,01} - \sqrt{0,04} - \sqrt{0,25}$;

b) $B = 0,3\sqrt{100} + \sqrt{\frac{1}{9}} - \sqrt{\frac{1}{4}}$.

🗨 **Lời giải.**

❖ **Bài 9.** Thực hiện các phép tính sau

a) $(|-2,45| + |3,1|) \cdot \frac{1}{2} - \frac{3}{4}$;

b) $\left| \frac{-3}{7} \right| : \frac{|-12|}{-3} - 0,15 + 3,1$.

🗨 **Lời giải.**

❖ **Bài 10.** Rút gọn các biểu thức sau

a) $A = \frac{|-a^3| \cdot a \cdot b^5 \cdot c^{12}}{(-a)^4 \cdot (bc)^5 \cdot (-c)^2}$;

b) $B = \left(\frac{a^2 \cdot b^5 \cdot c^4}{|-a^5| \cdot (-b)^3 \cdot c^4} \right)^2$.

🗨 **Lời giải.**

❖ **Bài 11.** Thực hiện phép tính

a) $A = (\sqrt{6,25} - 5 \cdot \sqrt{0,49}) \cdot \left(19 \cdot \sqrt{\frac{36}{361}} - 17 \cdot \sqrt{\frac{81}{289}} \right)$;

$$\text{b) } B = \left(\sqrt{2\frac{14}{25}} - \sqrt{1,21} \right) \cdot \left(1,21 + 2\frac{14}{25} + \sqrt{1,21 \cdot 2\frac{14}{25}} \right).$$

 **Lời giải.**

⇨ **Bài 12.** So sánh các số x và y , nếu :

$$\text{a) } x = \sqrt{961} - \left(\frac{1}{\sqrt{6}} - 1 \right) \text{ và } y = \sqrt{1089} - \left(\frac{1}{\sqrt{7}} + 1 \right);$$

$$\text{b) } x = \sqrt{0,01} + \sqrt{0,04} + \sqrt{0,09} + \sqrt{0,16} + \dots + \sqrt{0,81} \text{ và } y = \sqrt{20 + 0,25};$$

$$\text{c) } x = \left(1 - \frac{1}{\sqrt{4}} \right) \cdot \left(1 - \frac{1}{16} \right) \cdot \left(1 - \frac{1}{\sqrt{36}} \right) \cdot \left(1 - \frac{1}{\sqrt{64}} \right) \cdot \left(1 - \frac{1}{\sqrt{100}} \right) \text{ và } y = \sqrt{0,1}.$$

 **Lời giải.**

⇨ **Bài 13.** So sánh hai tổng A và B , nếu:

$$\text{a) } A = \sqrt{20+1} + \sqrt{40+2} + \sqrt{60+3} \text{ và } B = (\sqrt{1} + \sqrt{2} + \sqrt{3}) + (\sqrt{20} + \sqrt{40} + \sqrt{60}).$$

$$\text{b) } A = \frac{1}{\sqrt{121}} + \frac{1}{\sqrt{12321}} + \frac{1}{\sqrt{1234321}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{12345678987654321}} \text{ và } B = 0,11111111.$$

 **Lời giải.**

⇨ **Bài 14.** Tìm x biết

$$\text{a) } |x| + \frac{3}{7} = \frac{1}{2};$$

$$\text{b) } \left| x + \frac{4}{7} \right| = \frac{1}{2};$$

💬 **Lời giải.**

💡 **Bài 15.** Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \left| x - \frac{3}{4} \right| + \frac{1}{4}$.

💬 **Lời giải.**

💡 **Bài 16.** Cho $A = |2x + 5| + 10$; $B = \frac{1}{3} - (x + 1)^2$.

a) Tính giá trị nhỏ nhất của A;

b) Tính giá trị lớn nhất của B.

💬 **Lời giải.**

💡 **Bài 17.** Tìm x biết $|x + 6,4| + |x + 2,5| + |x + 8,1| = 4x$.

💬 **Lời giải.**

💡 **Bài 18.** Tìm x, y biết $\left| x + \frac{2}{3} \right| + |x - y| \leq 0$.

💬 **Lời giải.**

⚡ **Bài 19.** Xét dấu của hai số hữu tỉ x và y , biết rằng $xy < 0$ và $|x| < y^3$.

💬 **Lời giải.**

⚡ **Bài 20.** Với giá trị nào của x và y thì biểu thức $Q = 100 - |x + 1| - |y - 2|$ có giá trị lớn nhất. Tìm giá trị lớn nhất đó.

💬 **Lời giải.**

⚡ **Bài 21.** Cho a là một số hữu tỉ khác 0, b là một số vô tỉ. Chứng tỏ rằng tích ab là một số vô tỉ.

💬 **Lời giải.**

⚡ **Bài 22.** Chứng minh rằng $1 + \sqrt{2}$ là số vô tỉ.

💬 **Lời giải.**