

Chương 1

SỐ HỮU TỈ

Bài 1

TẬP HỢP CÁC SỐ HỮU TỈ

A

TRỌNG TÂM KIẾN THỨC

1 Số hữu tỉ

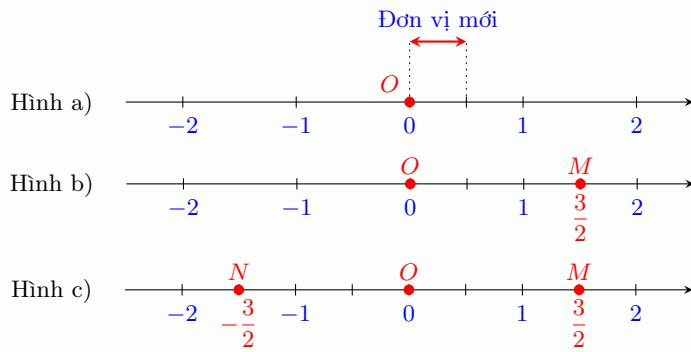
- ✓ Số hữu tỉ là số viết được dưới dạng phân số $\frac{a}{b}$ với $a, b \in \mathbb{Z}$, $b \neq 0$.
- ✓ Tập hợp các số hữu tỉ được kí hiệu là \mathbb{Q} .

A! Mỗi số hữu tỉ đều có một số đối. Số đối của số hữu tỉ m là số hữu tỉ $-m$.

● Nhận xét. Vì các số thập phân đã biết đều viết được dưới dạng phân số thập phân nên chúng đều là các số hữu tỉ. Tương tự, số nguyên, hỗn số cũng là các số hữu tỉ.

2 Biểu diễn các số hữu tỉ trên trực số

- ✓ Tương tự số nguyên, ta có thể biểu diễn các số hữu tỉ trên trực số. Chẳng hạn, để biểu diễn số hữu tỉ $\frac{3}{2}$ ta làm như sau:
 - Chia đoạn thẳng đơn vị (chẳng hạn đoạn từ 0 đến 1) thành hai đoạn bằng nhau, lấy một đoạn làm đơn vị mới (đơn vị mới bằng $\frac{1}{2}$ đơn vị cũ) (Hình a)
 - Số hữu tỉ $\frac{3}{2}$ được biểu diễn bởi điểm M (nằm sau gốc O) và cách O một đoạn bằng 3 đơn vị mới (Hình b).
- ✓ Tương tự, số hữu tỉ $-\frac{3}{2}$ được biểu diễn bởi điểm N (nằm trước gốc O) và cách O một đoạn bằng 3 đơn vị mới (Hình c). Do đó $OM = ON$.



A! ✓ Số hữu tỉ $\frac{3}{2} = 1,5$ nên $1,5$ cũng được biểu diễn bởi điểm M ; Số hữu tỉ $-\frac{3}{2} = -\frac{6}{4}$ nên $-\frac{6}{4}$ cũng được biểu diễn bởi điểm N (Hình c).

✓ Trên trục số, điểm biểu diễn số hữu tỉ a được gọi là điểm a .

● **Nhận xét.** Trên trục số, hai điểm biểu diễn của hai số hữu tỉ đối nhau a và $-a$ nằm về hai phía khác nhau so với điểm O và có cùng khoảng cách đến O .

3 Thú tự trong tập hợp các số hữu tỉ

- ✓ Ta có thể so sánh hai số hữu tỉ bất kì bằng cách viết chúng dưới dạng phân số rồi so sánh hai phân số đó.
- ✓ Với hai số hữu tỉ a, b bất kì, ta luôn có hoặc $a = b$ hoặc $a < b$ hoặc $a > b$. Cho ba số hữu tỉ a, b, c . Nếu $a < b$ và $b < c$ thì $a < c$ (tính chất bắc cầu).
- ✓ Trên trục số, nếu $a < b$ thì điểm a nằm trước điểm b .

⚠ Trên trục số, các điểm nằm trước gốc O biểu diễn số hữu tỉ âm (tức số hữu tỉ nhỏ hơn 0); các điểm nằm sau gốc O biểu diễn số hữu tỉ dương (tức số hữu tỉ lớn hơn 0). Số 0 không là số hữu tỉ dương, cũng không là số hữu tỉ âm.

● **Nhận xét.**

✓ Số hữu tỉ lớn hơn 0 gọi là số hữu tỉ dương.

Số hữu tỉ nhỏ hơn 0 gọi là số hữu tỉ âm.

Số hữu tỉ 0, không là số hữu tỉ dương cũng không là số hữu tỉ âm.

✓ Số hữu tỉ $\frac{a}{b}$ là số hữu tỉ dương nếu a và b cùng dấu, là số hữu tỉ âm nếu a, b khác dấu, bằng 0 nếu $a = 0$.

B

CÁC DẠNG BÀI TẬP

► Dạng 1. Nhận biết một số hữu tỉ, các quan hệ

✓ Muốn xem một số hữu tỉ hay không, ta hãy biến đổi xem số đó có dạng $\frac{a}{b}$ với $a, b \in \mathbb{Z}; b \neq 0$ hay không.

❖ **Ví dụ 1.** Các số $0, 3; -1, 35; 1\frac{3}{4}; 0; -2; 100$ có là số hữu tỉ không? Vì sao?

❖ **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

❖ **Ví dụ 2.** Hãy cho biết tính đúng, sai của mỗi khẳng định sau:

- | | | | |
|----------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|--|
| a) $0,45 \in \mathbb{Q}$; | b) $-\frac{11}{3} \in \mathbb{Q}$; | c) $-123 \notin \mathbb{Q}$; | d) $3\frac{1}{2} \notin \mathbb{Q}$; |
| e) $0 \in \mathbb{Q}$; | f) $2023 \notin \mathbb{Q}$; | g) $-1\frac{1}{2} \in \mathbb{Q}$; | h) $\frac{-2022}{2023} \in \mathbb{Q}$; |

❖ **Lời giải.**

.....

.....

.....

❖ **Ví dụ 3.** Điền kí hiệu (\in , \notin , \subset) thích hợp vào ô vuông:

$$-7 \boxed{} \mathbb{Z}; \quad -1,2 \boxed{} \mathbb{N}; \quad \frac{1}{3} \boxed{} \mathbb{Q}; \quad \mathbb{Z} \boxed{} \mathbb{Q}; \quad 3\frac{2}{5} \boxed{} \mathbb{Q}; \quad \frac{-2}{5} \boxed{} \mathbb{N}; \quad 0 \boxed{} \mathbb{Q}$$

❖ **Lời giải.**

❖ **Ví dụ 4.** Điền kí hiệu thích hợp vào ô trống:

a) $-\frac{3}{5} \boxed{} \mathbb{Z}; -\frac{3}{5} \in \boxed{}$. b) $2023 \boxed{} \mathbb{N}; 2023 \in \boxed{}$.

❖ **Lời giải.**

❖ **Ví dụ 5.** Khẳng định nào sau đây là **sai**?

- A** $\mathbb{Z} \subset \mathbb{N} \subset \mathbb{Q}$. **B** $-47 \in \mathbb{Q}$. **C** $-47 \in \mathbb{Z}$. **D** $\frac{2}{3} \notin \mathbb{Z}$.

❖ **Lời giải.**

❖ **Ví dụ 6.** Dãy số nào sau đây cùng biểu diễn một số hữu tỉ?

- a) $-0,3; \frac{-3}{10}; \frac{-6}{20}$ b) $5; \frac{-5}{-1}; \frac{-10}{2}$ c) $\frac{2}{13}; \frac{-7}{13}; \frac{-14}{26}$

❖ **Lời giải.**

❖ **Ví dụ 7.** Tìm số đối của các số hữu tỉ sau

- | | | | |
|---------------------|----------------------|----------------------|------------------------|
| a) $-0,25$; | b) $\frac{-3}{5}$; | c) $\frac{7}{-13}$; | d) $-\frac{2}{7}$; |
| e) $3\frac{1}{5}$; | f) $-2\frac{1}{3}$; | g) 2023 ; | h) $\frac{-13}{-11}$. |

❖ **Lời giải.**

❖ **Ví dụ 8.** Chứng minh rằng không có số hữu tỉ x thỏa mãn $x^2 = 2$.

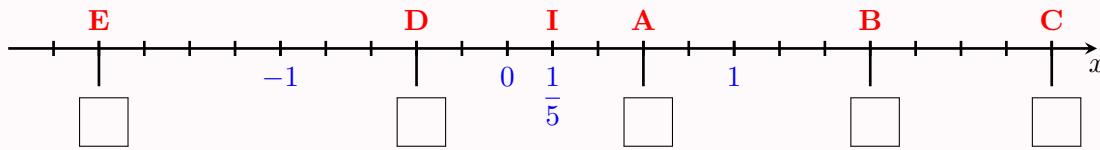
 **Lời giải.**

 **Dạng 2. Biểu diễn các số hữu tỉ trên trục số**

Để biểu diễn số hữu tỉ $\frac{a}{b}$ ($a \in \mathbf{Z}, b \in \mathbf{N}^*$), ta chia đoạn thẳng đơn vị (chẳng hạn từ điểm 0 đến điểm 1) thành b phần bằng nhau, lấy một đoạn làm đơn vị mới (bằng $\frac{1}{b}$ đơn vị cũ).

- Nếu $a > 0$ thì số hữu tỉ $\frac{a}{b}$ được biểu diễn bởi điểm M nằm bên phải của 0 và cách 0 một đoạn bằng a đơn vị mới.
- Nếu $a < 0$ thì số hữu tỉ $\frac{a}{b}$ được biểu diễn bởi điểm N nằm bên trái của 0 và cách 0 một đoạn bằng $|a| = -a$ đơn vị mới.

 **Ví dụ 9.** Trên trục số, đặt các vạch chia sao cho khoảng cách giữa hai vạch chia kề nhau bằng $\frac{1}{5}$ độ dài đoạn đơn vị cũ (chẳng hạn đoạn từ điểm 0 đến điểm 1 như trong hình dưới đây). Biểu số hữu tỉ thích hợp vào ô vuông.



 **Lời giải.**

 **Ví dụ 10.** Nếu các bước để biểu diễn số hữu tỉ $\frac{3}{2}$ trên trục số. Từ đó, biểu diễn số hữu tỉ $-\frac{5}{2}$ trên trục số đó.

 **Lời giải.**



❖ Ví dụ 11. Biểu diễn số hữu tỉ $\frac{5}{6}$ và $\frac{2}{-7}$ trên trực số.

Lời giải.

❖ Ví dụ 12.

a) Trong các phân số sau, phân số nào biểu diễn số hữu tỉ $\frac{5}{-4}$:

$$\frac{-25}{20}; \frac{15}{-12}; \frac{-30}{24}; \frac{-54}{44} ?$$

b) Biểu diễn số hữu tỉ $\frac{5}{-4}$ trên trực số.

Lời giải.

↔ **Ví dụ 13.** Viết 3 đại diện của mỗi số hữu tỉ sau rồi nêu dạng tổng quát của nó.

$$x_1 = -6; x_2 = -\frac{7}{3}; x_3 = \frac{5}{12}; x_4 = -1,25; x_5 = \frac{6}{4}.$$

↔ **Lời giải.**

A **Chú ý:** Để chỉ ra được dạng tổng quát của một số hữu tỉ x ta thực hiện theo các bước

- ✓ **Bước 1:** Biến đổi x về dạng phân số tối giản, giả sử $x = \frac{m}{n}$.
- ✓ **Bước 2:** Khi đó, dạng tổng quát của x là $x = \frac{m \cdot k}{n \cdot k}$ với $k \in \mathbb{Z}$ và $b \neq 0$.

↔ **Dạng 3. So sánh các số hữu tỉ**

Viết x, y dưới dạng hai phân số cùng mẫu dương $x = \frac{a}{m}, y = \frac{b}{m}$ ($m > 0$).

✓ Nếu $a < b$ thì $x < y$; ✓ Nếu $a > b$ thì $x > y$; ✓ Nếu $a = b$ thì $x = y$.

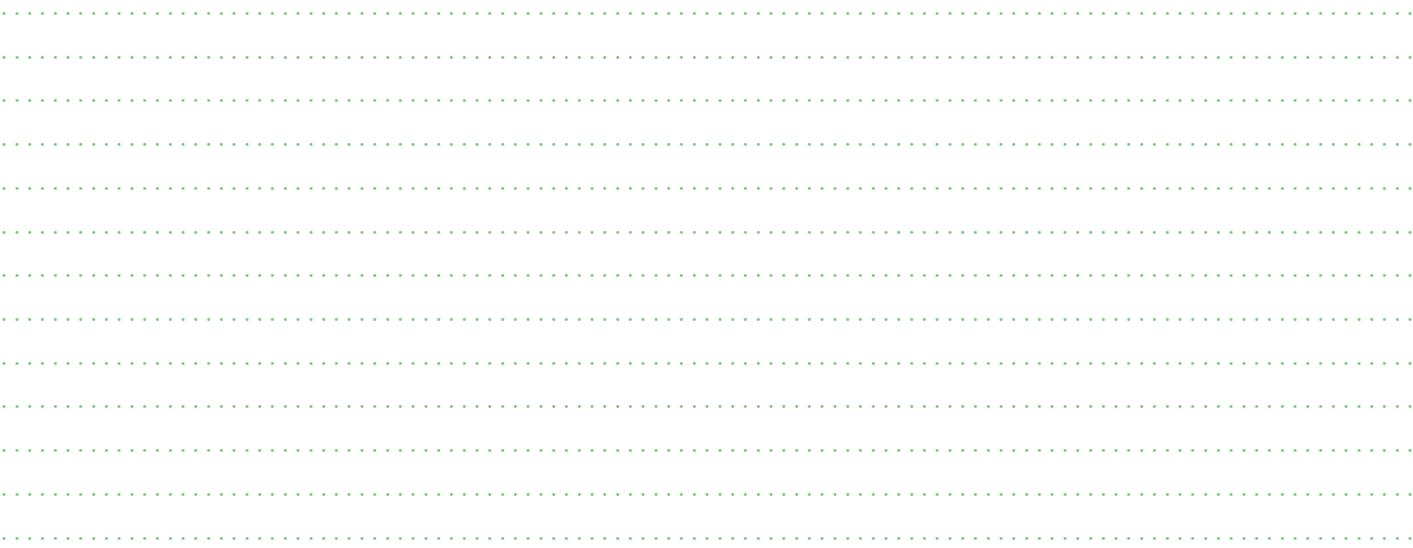
A ✓ Nếu $b > 0, d > 0$ thì $\frac{a}{b} > \frac{c}{d}$ khi và chỉ khi $ad > bc$.

✓ Nếu $\frac{a}{b} - 1 > \frac{c}{d} - 1$ thì $\frac{a}{b} > \frac{c}{d}$. Nếu $\frac{a}{b} + 1 > \frac{c}{d} + 1$ thi $\frac{a}{b} > \frac{c}{d}$.

↔ **Ví dụ 14.** Hãy so sánh hai số hữu tỉ

- a) $-0,3$ và $-\frac{1}{5}$. b) $-0,6$ và $\frac{1}{-2}$. c) $\frac{9}{10}$ và $\frac{5}{42}$; d) $\frac{-4}{27}$ và $\frac{10}{-73}$.

↔ **Lời giải.**



❖ Ví dụ 15. So sánh các số hữu tỉ x và y sau bằng cách nhanh nhất.

a) $x = \frac{999}{556}$ và $y = \frac{1000}{557}$;

b) $x = \frac{-313}{370}$ và $y = \frac{-314}{371}$;

c) $x = \frac{300}{-299}$ và $y = \frac{-500}{507}$;

d) $x = \frac{-2}{15}$ và $y = \frac{-10}{-11}$.

❖ Lời giải.

❖ Ví dụ 16. So sánh các số hữu tỉ sau: $\frac{-16}{27}; \frac{-16}{29}; \frac{-19}{27}$.

❖ Lời giải.

❖ **Ví dụ 17.** Sắp xếp các số hữu tỉ sau theo thứ tự tăng dần:

a) $\frac{19}{33}; \frac{6}{11}; \frac{13}{11}$

b) $\frac{-18}{12}; \frac{10}{-7}; -1, 6$

c) $\frac{5}{-6}; \frac{3}{4}; \frac{-7}{12}; \frac{5}{8}$

☞ **Lời giải.**

❖ **Ví dụ 18.** Chỉ ra hai phân số có mẫu bằng 7 lớn hơn $\frac{-3}{8}$ và nhỏ hơn $\frac{-1}{8}$.

☞ **Lời giải.**

☛ **Dạng 4. Tìm điều kiện để một số hữu tỉ là một số nguyên.**

✓ Muốn cho số hữu tỉ $\frac{a}{b}$ là một số nguyên thì b phải là ước của a .

❖ **Ví dụ 19.** Cho số hữu tỉ $x = \frac{4}{a}$ ($a \in \mathbb{Z}; a \neq 0$). Với giá trị nguyên nào của a thì x là một số nguyên?

☞ **Lời giải.**

❖ **Ví dụ 20.** Cho số hữu tỉ $x = \frac{a+11}{a}$ ($a \in \mathbb{Z}; a \neq 0$). Với giá trị nguyên nào của a thì x là một số nguyên?

☞ **Lời giải.**

❖ Ví dụ 21. Cho số hữu tỉ $x = \frac{3m - 12}{6}$ với $m \in \mathbb{Z}$. Tìm các giá trị của m để x là số nguyên.

Lời giải.



BÀI TẬP VẬN DỤNG

❖ Bài 1. Trong các phân số $\frac{12}{27}, \frac{-1}{2}, \frac{-20}{-45}, \frac{16}{-36}$ phân số nào biểu diễn số hữu tỉ $\frac{-4}{9}$?

Lời giải.

❖ Bài 2. Trong các số hữu tỉ sau, số nào là số hữu tỉ âm?

$$\frac{-3}{-8}, \frac{4}{5}, \frac{0}{-7}, \frac{-6}{13}.$$

Lời giải.

❖ Bài 3. Tìm số đối của các số hữu tỉ sau

- | | | | |
|--------------------|---------------------|----------------------|-----------------------|
| a) $-3,75;$ | b) $\frac{-5}{13};$ | c) $\frac{11}{-19};$ | d) $-\frac{3}{10};$ |
| e) $2\frac{2}{3};$ | f) $-1\frac{1}{4};$ | g) $2022;$ | h) $\frac{-17}{-35}.$ |

Lời giải.

❖ Bài 4. Cho các số hữu tỉ sau: $x = \frac{-12}{30}, y = \frac{-3}{-7}, z = \frac{10}{-25}$. Khi đó trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

- | | | | |
|-------------|-------------|-------------|-------------|
| a) $x > y;$ | b) $y < z;$ | c) $x = z;$ | d) $z > x.$ |
|-------------|-------------|-------------|-------------|

Lời giải.

Bài 5.

a) Tìm số nhỏ nhất trong các số hữu tỉ sau: $\frac{3}{4}, \frac{-5}{7}, \frac{7}{-8}, \frac{0}{5}$.

b) Tìm số lớn nhất trong các số hữu tỉ sau: $\frac{-6}{11}, \frac{6}{-13}, \frac{-9}{-17}, \frac{6}{11}$.

Lời giải.**Bài 6.** So sánh các số hữu tỉ

a) $\frac{-15}{16}$ và $\frac{5}{-8}$.

b) $-\frac{7}{3}$ và $\frac{-6}{5}$.

c) $\frac{13}{9}$ và $\frac{-16}{-3}$.

d) $\frac{2}{3}$ và $\frac{6}{7}$.

Lời giải.**Bài 7.** Sắp xếp các số hữu tỉ sau đây theo thứ tự tăng dần

$$-0,25; \frac{1}{2}; -0,5; \frac{5}{6}; \frac{13}{12}; \frac{-5}{24}; 0; \frac{1}{48}; \frac{2}{3}; \frac{-9}{8}.$$

Lời giải.

❖ **Bài 8.** Chứng minh rằng với mọi $b > 0$, ta có

a) Nếu $\frac{a}{b} > 1$ thì $a > b$.

b) Nếu $\frac{a}{b} < 1$ thì $a < b$.

❖ **Lời giải.**

❖ **Bài 9.** Viết 5 đại diện của mỗi số hữu tỉ sau rồi nêu dạng tổng quát của nó.

$$x_1 = -2,5; x_2 = \frac{5}{6}; x_3 = \frac{-7}{5}; x_4 = -0,36; x_5 = \frac{-9}{-25}; x_6 = \frac{27}{6}.$$

❖ **Lời giải.**

❖ **Bài 10.** Tìm $x \in \mathbb{Q}$, biết rằng x là số âm lớn nhất được viết bởi ba số 1.

❖ **Lời giải.**

❖ **Bài 11.**

a) Diền tên các tập hợp ($\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}$) thích hợp vào các ô vuông:

a) $-2 \notin \boxed{\quad}$; b) $\frac{-3}{4} \notin \boxed{\quad}$; c) $\frac{-1}{7} \in \boxed{\quad}$; d) $0,13 \in \boxed{\quad}$.

b) Diền kí hiệu (\notin, \in, \subset) thích hợp vào các ô vuông:

a) $0 \boxed{\quad} \mathbb{Q}$; b) $\frac{-1}{2} \boxed{\quad} \mathbb{N}$; c) $3 \boxed{\quad} \mathbb{Z}$; d) $Z \boxed{\quad} \mathbb{Q}$.

c) Điền D (đúng), S (sai) thích hợp vào các ô vuông:

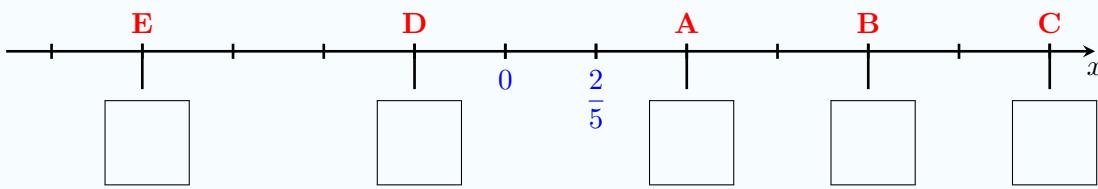
a) $2,4 \in \mathbb{Z}$;

b) $3,5 \in \mathbb{Q}$;

c) $\frac{1}{4} \subset \mathbb{Q}$.

 **Lời giải.**

 **Bài 12.** Trên trục số, đặt các vạch chia sao cho khoảng cách giữa hai vạch chia kề nhau bằng $\frac{2}{5}$ độ dài đoạn đơn vị cũ (chẳng hạn đoạn từ điểm 0 đến điểm 1 như trong hình dưới đây). Điền số hữu tỉ thích hợp vào ô vuông.



 **Lời giải.**

 **Bài 13.** So sánh các số hữu tỉ

a) $x = -\frac{7}{5}$ và $y = -\frac{11}{9}$

b) $x = \frac{4}{7}$ và $y = \frac{13}{17}$

c) $x = \frac{-7}{3}$ và $y = \frac{13}{-6}$

d) $x = -0,75$ và $y = \frac{3}{-4}$.

Lời giải.

❖ **Bài 14.** Sắp xếp các số hữu tỉ sau theo thứ tự tăng dần

$$\frac{-19}{30}; \frac{-5}{9}; 0; \frac{-25}{47}; \frac{-124}{2011}; \frac{24}{35}; \frac{23}{49}.$$

Lời giải.

❖ **Bài 15.** Tuổi thọ trung bình dự kiến của những người sinh năm 2023 ở một số quốc gia được cho trong bảng sau:

Quốc gia	Australia	Pháp	Tây Ban Nha	Anh	Mỹ
Tuổi thọ trung bình dự kiến	82	81,5	$82\frac{1}{5}$	$80\frac{2}{5}$	$77\frac{1}{2}$

Sắp xếp các quốc gia theo tuổi thọ trung bình dự kiến từ nhỏ đến lớn.

Lời giải.

❖ **Bài 16.** Cho x là số thỏa mãn $x^2 = 21$. Chứng minh rằng x không là số hữu tỉ.

Lời giải.

❖ **Bài 17.** Cho số hữu tỉ $x = \frac{5}{a}$ ($a \in \mathbb{Z}; a \neq 0$). Với giá trị nguyên nào của a thì x là một số nguyên?

❖ **Lời giải.**

❖ **Bài 18.** Cho số hữu tỉ $x = \frac{a-3}{a}$ ($a \in \mathbb{Z}; a \neq 0$). Với giá trị nguyên nào của a thì x là một số nguyên?

❖ **Lời giải.**

D

BÀI TẬP NÂNG CAO

❖ **Câu 1.** Cho $a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{N}^*$. Chứng minh rằng:

- a) Nếu $a < b$ thì $\frac{a}{b} < \frac{a+n}{b+n}$; b) Nếu $a > b$ thì $\frac{a}{b} > \frac{a+n}{b+n}$; c) Nếu $a = b$ thì $\frac{a}{b} = \frac{a+n}{b+n}$.

❖ **Lời giải.**

❖ **Câu 2.** Cho $x = \frac{a}{m}, y = \frac{b}{m}$. Biết $a, b, m \in \mathbb{Z}, m > 0$ và $x < y$. Hãy chứng tỏ rằng $x < \frac{a+b}{2m} < y$.

❖ **Lời giải.**

❖ **Câu 3.** Cho $a, b \in \mathbb{Z}$ và $b > 0$. So sánh hai số hữu tỉ $\frac{a}{b}$ và $\frac{a+1}{b+1}$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 4.** Cho $a, b \in \mathbb{Z}$, $b > 0$. So sánh hai số hữu tỉ $\frac{a}{b}$ và $\frac{a+2005}{b+2005}$.

❖ **Lời giải.**

❖ **Câu 5.**

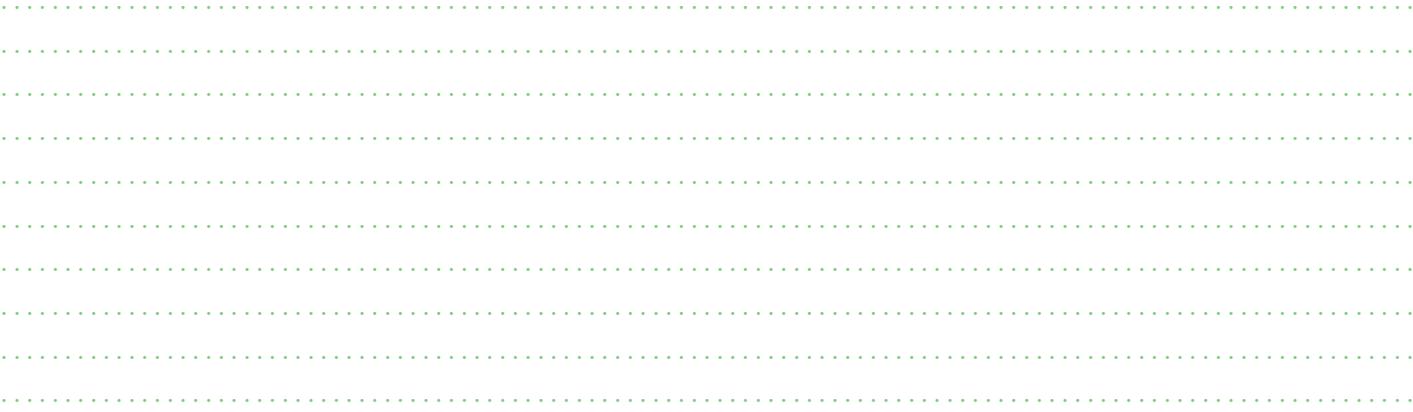
- a) Tìm các số hữu tỉ có dạng $\frac{a}{5}$ (a là số nguyên) nằm giữa hai số $\frac{-2}{3}$ và $\frac{-1}{7}$.
- b) Có bao nhiêu phân số có tử số bằng 7 và số đó nằm giữa hai số $\frac{2}{7}$ và $\frac{3}{5}$.

❖ **Lời giải.**

❖ **Câu 6.** Cho 6 số nguyên dương $a < b < c < d < m < n$. Chứng minh rằng

$$\frac{a+c+m+1}{a+b+c+d+m+n} < \frac{1}{2}.$$

❖ **Lời giải.**



↔ Câu 7. Cho các số nguyên dương a và b thỏa mãn $8a^2 - 51b^2 \geq 1$ và $\frac{b}{a-2b}$ là số nguyên. Chứng minh rằng a chia hết cho b .

Lời giải.

↔ Câu 8. Cho hai phân số $\frac{a}{b}$ và $\frac{c}{d}$ thỏa $b, d > 0$ và $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$. Chứng minh rằng

$$\frac{a}{b} < \frac{a+c}{b+d} < \frac{c}{d}.$$

Lời giải.

↔ Câu 9.

a) Viết ba số hữu tỉ có mẫu số khác nhau, lớn hơn $-\frac{1}{3}$ nhưng nhỏ hơn $\frac{4}{5}$.

b) Tìm các số hữu tỉ có dạng $\frac{7}{a}$ biết rằng giá trị của số đó lớn hơn $-\frac{9}{11}$ và nhỏ hơn $-\frac{9}{13}$.

c) Có bao nhiêu phân số có tử số bằng 9, lớn hơn $\frac{-3}{5}$ và nhỏ hơn $\frac{-4}{9}$?

 **Lời giải.**

Bài 2

CÁC PHÉP TÍNH VỚI SỐ HỮU TỈ



TRỌNG TÂM KIẾN THỨC

1 Cộng trừ hai số hữu tỉ

Ta có thể cộng, trừ hai số hữu tỉ bằng cách viết chúng dưới dạng phân số rồi áp dụng quy tắc cộng, trừ phân số.

A Nếu hai số hữu tỉ đều được cho dưới dạng số thập phân thì ta áp dụng quy tắc cộng và trừ đối với số thập phân.

● Nhận xét. Trong tập các số hữu tỉ \mathbb{Q} , ta cũng có quy tắc dấu ngoặc tương tự như trong tập các số nguyên \mathbb{Z} .

● Tính chất. Phép cộng số hữu tỉ cũng có các tính chất như phép cộng số nguyên: giao hoán, kết hợp và cộng với số 0 .

2 Nhân và chia hai số hữu tỉ

Ta có thể nhân, chia hai số hữu tỉ bằng cách viết chúng dưới dạng phân số rồi áp dụng quy tắc nhân, chia phân số.

A Nếu hai số hữu tỉ đều được cho dưới dạng số thập phân thì ta có thể áp dụng quy tắc nhân và chia đối với số thập phân, chẳng hạn:

$$1,25 \cdot (-4,6) = -(1,25 \cdot 4,6) = -5,75$$

$$7,8 : (-0,13) = -(7,8 : 0,13) = -60$$

● Tính chất. Phép nhân số hữu tỉ cũng có các tính chất như phép nhân số nguyên: giao hoán, kết hợp, nhân với số 1, tính chất phân phối của phép nhân đối với phép cộng.



CÁC DẠNG BÀI TẬP

► Dạng 1. Thực hiện phép tính cộng, trừ

Để thực hiện phép tính cộng, trừ số hữu ti ta có thể thực hiện quy tắc cộng, trừ hai số hữu ti. Đối với dãy tính có nhiều số hạng ta có thể áp dụng tính chất giao hoán và kết hợp, quy tắc dấu ngoặc để thực hiện một cách hợp lí nhất.

↔ Ví dụ 1. Hãy thực hiện các phép tính.

a) $\frac{9}{17} + \frac{5}{17};$	b) $\frac{9}{17} - \frac{5}{17};$	c) $\frac{3}{11} - \frac{5}{-11};$	d) $3 + \frac{2}{9};$
e) $\frac{-3}{8} + \frac{-5}{12};$	f) $\frac{-3}{14} + \frac{4}{35};$	g) $\frac{24}{126} - \frac{-5}{28};$	h) $-3\frac{1}{2} - 1\frac{1}{3}.$

💬 Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

❖ Ví dụ 2. Tính

a) $\frac{-3}{8} + \frac{-5}{12};$

b) $\frac{-3}{14} + \frac{4}{35};$

c) $\frac{11}{30} - \frac{19}{20};$

d) $\frac{7}{15} - \frac{-9}{20}.$

e) $\frac{3}{2} + \frac{2}{-3}.$

f) $-2 - \left(-\frac{3}{7}\right);$

g) $0,6 + \frac{4}{-3}.$

h) $\frac{3}{7} - (-0,2).$

❖ Lời giải.**❖ Ví dụ 3.** Thực hiện các phép tính sau.

a) $\frac{2}{3} - \frac{-1}{4} + \frac{1}{21} + \frac{1}{12};$

b) $\frac{-1}{3} - \frac{-3}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{43} - \frac{-3}{7} + \frac{-1}{2} - \frac{1}{35}$

❖ Lời giải.**❖ Ví dụ 4.** Tính giá trị của các biểu thức

a) $A = 2\frac{3}{2} - 3\frac{3}{5} + \frac{1}{4}.$

b) $B = 5\frac{2}{7} - 8\frac{1}{3} + \frac{1}{21}.$

c) $A = \left(6 - \frac{2}{3} + \frac{1}{2}\right) - \left(5 + \frac{5}{3} - \frac{3}{2}\right) - \left(3 - \frac{7}{3} + \frac{5}{2}\right).$

❖ Lời giải.

Ví dụ 5. Viết số hữu tỉ $\frac{5}{12}$ dưới các dạng sau đây

- Tổng của hai số hữu tỉ dương.
- Tổng của một số hữu tỉ dương và một số hữu tỉ âm.
- Tổng của hai số hữu tỉ dương trong đó một số là $\frac{1}{4}$

Lời giải.

Dạng 2. Thực hiện phép tính nhân, chia

Để thực hiện phép tính nhân, chia số hữu tỉ ta viết các số dưới dạng phân số rồi áp dụng các quy tắc của phép tính về phân số. Đối với một tích có nhiều thừa số ta có thể áp dụng các tính chất giao hoán, kết hợp để thực hiện phép tính hợp lí nhất.

Ví dụ 6. Thực hiện phép tính nhân:

$$\text{a) } \frac{-8}{15} \cdot \frac{35}{-24}; \quad \text{b) } -30 \cdot \frac{4}{5}; \quad \text{c) } \frac{42}{55} : \frac{-35}{22}; \quad \text{d) } \frac{9}{20} : (-18).$$

Lời giải.

Ví dụ 7. Tính giá trị của biểu thức

$$\text{a) } A = \left(\frac{11}{12} : \frac{33}{16} \right) \cdot \frac{3}{5}; \quad \text{b) } A = \frac{-3}{4} \cdot \frac{12}{-5} \cdot \left(-\frac{25}{6} \right); \quad \text{c) } B = (-2) \cdot \frac{-38}{21} \cdot \frac{-7}{4} \cdot \left(-\frac{3}{8} \right).$$

Lời giải.

❖ Ví dụ 8. Hãy viết số luỹ thừa $\frac{-7}{15}$ dưới dạng :

- a) Tích của hai số hữu tỉ. b) Thương của hai số hữu tỉ.

☞ Lời giải.

☞ Dạng 3. Thực hiện các phép tính cộng, trừ, nhân, chia

- ✓ Thực hiện các phép tính theo đúng quy ước thứ tự thực hiện các phép tính và theo đúng quy tắc cộng, trừ hoặc nhân, chia.
- ✓ Chú ý vận dụng các tính chất giao hoán, kết hợp, phân phối của phép nhân với phép cộng trong trường hợp có thê.

❖ Ví dụ 9. Thực hiện phép tính

$$\text{a)} -\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{-6}{7}; \quad \text{b)} \frac{1}{2} + 22\frac{1}{2} : \left(-\frac{3}{4}\right); \quad \text{c)} \left(\frac{41}{75} + \frac{17}{100}\right) : \frac{-129}{80}.$$

☞ Lời giải.

❖ Ví dụ 10. Rút gọn biểu thức

$$\begin{aligned} \text{a)} A &= \frac{7}{23} \cdot \left(-\frac{8}{6} - \frac{45}{18}\right). & \text{b)} B &= \frac{2}{15} \cdot \frac{5}{8} - \frac{5}{6} \cdot \frac{-2}{3}; \\ \text{c)} C &= \frac{-4}{7} - \frac{5}{13} \cdot \frac{-39}{25} + \frac{-1}{42} : \left(-\frac{5}{6}\right). \end{aligned}$$

☞ Lời giải.

❖ Ví dụ 11. Tính giá trị của các biểu thức sau bằng cách hợp lí nhất:

- | | |
|--|--|
| a) $A = \frac{7}{38} \cdot \frac{9}{11} + \frac{7}{38} \cdot \frac{4}{11} - \frac{7}{38} \cdot \frac{2}{11};$ | b) $B = 4x - 4y + 5xy$ với $x - y = \frac{5}{12}; xy = -\frac{1}{3};$ |
| c) $M = \frac{7}{38} \cdot \frac{9}{11} + \frac{7}{38} \cdot \frac{4}{11} + \frac{7}{38} \cdot \frac{-2}{11};$ | d) $N = 12\frac{3}{5} : \left(\frac{-5}{7}\right) + 2\frac{2}{5} : \left(\frac{-5}{7}\right).$ |

❖ Lời giải.

❖ Ví dụ 12. Tính giá trị của biểu thức

- | | |
|---|--|
| a) $A = \left(\frac{-2}{3} + \frac{3}{7}\right) : \frac{4}{5} + \left(\frac{-1}{3} + \frac{4}{7}\right) : \frac{4}{5};$ | b) $B = \frac{5}{9} : \left(\frac{1}{11} - \frac{5}{22}\right) + \frac{5}{9} : \left(\frac{1}{15} - \frac{2}{3}\right).$ |
|---|--|

❖ Lời giải.

Ví dụ 13. Rút gọn biểu thức $M = \frac{\frac{1}{4} - \frac{1}{6} - 2}{\frac{1}{3} - \frac{1}{4} - 2}$.

Lời giải.

Ví dụ 14. Tính nhanh giá trị của các biểu thức $A = \frac{0,75 + 0,6 + \frac{3}{7} + \frac{9}{24}}{2,75 + 2,2 + \frac{11}{7} + \frac{33}{24}}$.

Lời giải.

A Như vậy, bằng việc chuyển các số thập phân về dạng hữu tỉ, rồi thiết lập nhân tử chung, chúng ta đã có được kết quả nhanh chóng.

Ví dụ 15. Thực hiện phép tính

a) $A = 2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2}}$;

b) $B = 2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2}}}}$.

Lời giải.

Ví dụ 16. Rút gọn biểu thức

a) $A = \frac{\frac{1}{4} - \frac{1}{6} - 2}{\frac{1}{3} - \frac{1}{4} - 2}$;

b) $B = \frac{\frac{4}{115} - \frac{4}{5} - \frac{4}{889}}{\frac{7}{115} - \frac{7}{5} - \frac{7}{889}} + \frac{3}{7}$.

Lời giải.

 **Dạng 4. Tìm số chưa biết trong một đẳng thức**

 **Ví dụ 17.** Tìm x biết

$$\text{a)} \ x + \frac{1}{3} = \frac{3}{4}; \quad \text{b)} \ x - \frac{2}{5} = \frac{5}{7}; \quad \text{c)} \ -x - \frac{2}{3} = -\frac{6}{7}; \quad \text{d)} \ \frac{4}{7} - x = \frac{1}{3}.$$

 **Lời giải.**

 **Ví dụ 18.** Tìm số hữu tỉ x , biết:

$$\text{a)} \ x + \frac{3}{5} = \frac{4}{7}; \quad \text{b)} \ x - \frac{5}{6} = \frac{1}{6}; \quad \text{c)} \ \frac{-5}{7} - x = \frac{-9}{10}; \quad \text{d)} \ \frac{5}{7} - x = 10.$$

 **Lời giải.**

❖ **Ví dụ 19.** Tìm số hữu tỉ x , biết:

a) $x - \frac{1}{5} = \frac{3}{2} + \frac{1}{6}$;

b) $\frac{4}{5} - \left(\frac{-1}{8} \right) = \frac{7}{8} - x$;

c) $-1,25 + \frac{2}{15} - x = 2$;

d) $2\frac{1}{2} - x + \frac{4}{5} = \frac{2}{3} - \left(\frac{-4}{7} \right)$.

❖ **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

❖ **Ví dụ 20.** Tìm x , biết

a) $x - \frac{5}{18} = \frac{8}{27}$;

b) $\frac{-2}{3}x + 1 = -\frac{7}{9}$;

c) $-\frac{7}{15}x + \frac{5}{6} = \frac{1}{4}$.

❖ **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

❖ **Ví dụ 21.** Tìm $x \in \mathbb{Z}$, biết $\frac{11}{15} - \frac{9}{10} < x < \frac{11}{15} : \frac{9}{10}$.

❖ **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

❖ **Ví dụ 22.** Tìm x , biết

a) $\left(-1\frac{3}{5} + x \right) : \frac{12}{13} = 2\frac{1}{6}$.

b) $\left(x : 2\frac{1}{3} \right) \cdot \frac{1}{7} = \frac{-3}{8}$.

❖ **Lời giải.**

.....

.....

.....

❖ **Ví dụ 23.** Tìm giá trị lớn nhất (hoặc giá trị nhỏ nhất) của biểu thức

a) $A = \left(x + \frac{2}{3}\right)^2 + \frac{1}{2}$ với $x \in \mathbb{Q}$.

b) $B = \frac{2}{\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + 2}$ với $x \in \mathbb{Q}$.

 **Lời giải.**

Dạng 5. Rút gọn biểu thức có quy luật

✓ $\frac{1}{n(n+k)} = \frac{1}{k} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+k} \right);$

✓ $\frac{c}{n(n+k)} = \frac{c}{k} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+k} \right).$

↔ Ví dụ 24. Thực hiện phép tính

$$\text{a)} A = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \cdots + \frac{1}{19 \cdot 20};$$

$$\text{b)} B = \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \cdots + \frac{1}{930}.$$

↔ Lời giải.

↔ Ví dụ 25. Thực hiện phép tính

$$\text{a)} C = \frac{1}{3 \cdot 7} + \frac{1}{7 \cdot 11} + \frac{1}{11 \cdot 15} + \frac{1}{15 \cdot 19} + \frac{1}{19 \cdot 23};$$

$$\text{b)} D = 1 - \frac{2}{5 \cdot 10} - \frac{2}{10 \cdot 15} - \frac{2}{15 \cdot 20} - \cdots - \frac{2}{2015 \cdot 2020}.$$

↔ Lời giải.

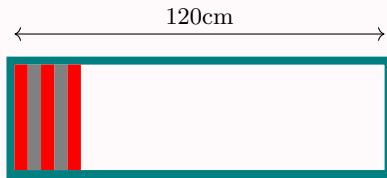
↔ Ví dụ 26. Cho $M = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{1}{5 \cdot 6} + \cdots + \frac{1}{99 \cdot 100}$. Chứng minh rằng $\frac{7}{12} < M < \frac{5}{6}$.

↔ Lời giải.

Dạng 6. Vận dụng thực tế

Ví dụ 27.

Ngăn đựng sách của một giá sách trong thư viện dài 120 cm (xem hình bên). Người ta dự định xếp các cuốn sách dày khoảng 2,4 cm vào ngăn này. Hỏi ngăn sách đó có thể để được nhiêu nhất bao nhiêu cuốn sách như vậy?



Lời giải.

.....

.....

Ví dụ 28.

Hai đoạn ống nước có chiều dài lần lượt là 0,8 m và 1,35 m. Người ta nối hai đầu ống để tạo thành một ống nước mới. Chiều dài của phần nối chung là $\frac{2}{25}$ m. Hỏi đoạn ống nước mới dài bao nhiêu mét?

Lời giải.

.....

.....

Ví dụ 29.

Một nhà máy trong tuần thứ nhất đã thực hiện được $\frac{4}{15}$ kế hoạch tháng, trong tuần thứ hai thực hiện được $\frac{7}{30}$ kế hoạch, trong tuần thứ ba thực hiện được $\frac{3}{10}$ kế hoạch. Để hoàn thành kế hoạch của tháng thì trong tuần cuối nhà máy phải thực hiện bao nhiêu phần kế hoạch?

Lời giải.

.....

.....

Ví dụ 30.

Vào tháng 6, giá niêm yết một chiếc ti vi 42 inch tại một siêu thị điện máy là 8 000 000 đồng. Đến tháng 9, siêu thị giảm giá 5% cho mỗi chiếc ti vi. Sang tháng 10, siêu thị lại giảm giá thêm một lần nữa, lúc này giá một chiếc ti vi 42 inch chỉ còn 6 840 000 đồng. Hỏi tháng 10, siêu thị đã giảm giá bao nhiêu phần trăm cho một chiếc ti vi so với tháng 9?

Lời giải.

.....

.....

BÀI TẬP VẬN DỤNG

Bài 1.

Tính:

$$\text{a) } \frac{6}{7} + \frac{-8}{9}; \quad \text{b) } \frac{-5}{21} - \frac{19}{28}; \quad \text{c) } \frac{13}{12} + \frac{-17}{36} - \frac{-13}{18}.$$

 **Lời giải.**

 **Bài 2.** Tính:

a) $\frac{-25}{28} \cdot \frac{21}{100};$

b) $\frac{7}{9} : \frac{-35}{12}.$

 **Lời giải.**

 **Bài 3.** Viết số hữu tỉ $\frac{7}{20}$ dưới các dạng sau đây

a) Tổng của một số hữu tỉ dương và một số hữu tỉ âm.

b) Tổng của hai số hữu tỉ dương trong đó một số là $\frac{1}{4}$.

 **Lời giải.**

 **Bài 4.** Thực hiện phép tính

a) $\frac{-5}{2} : \frac{3}{4};$

b) $1,25 : (-3,5);$

c) $\frac{1}{5} : \left(-2\frac{4}{5}\right);$

d) $3 - 1\frac{4}{5} : \left(\frac{-3}{4}\right).$

 **Lời giải.**

 **Bài 5.** Thực hiện các phép tính:

a) $A = \frac{3}{2} + \frac{2}{-3};$

b) $B = -2 - \left(\frac{-3}{7}\right);$

c) $C = \frac{-90}{189} + \frac{45}{84} - \frac{75}{126};$

d) $D = 2\frac{2}{3} - 3\frac{3}{5} + \frac{1}{4}.$

Lời giải.

Bài 6. Thực hiện phép tính

a) $\frac{-8}{15} \cdot 1\frac{1}{4}$;

b) $\frac{3}{5} + \frac{2}{5} \cdot \frac{-3}{4}$;

c) $\left(0,5 - \frac{3}{4}\right) \cdot \left(\frac{1}{5} - 0,4\right)$;

d) $1\frac{1}{17} \cdot 1\frac{1}{24} \cdot (-5,1)$.

Lời giải.

Bài 7. Thực hiện phép tính $A = \frac{1}{3 \cdot 4} - \frac{1}{4 \cdot 5} - \frac{1}{5 \cdot 6} - \frac{1}{6 \cdot 7} - \frac{1}{7 \cdot 8} - \frac{1}{8 \cdot 9} - \frac{1}{9 \cdot 10}$.

Lời giải.

Bài 8. Tính giá trị của các biểu thức

a) $A = \frac{-5}{7} + \frac{7}{-5} + \frac{4}{7} + \frac{7}{4}$.

b) $B = \frac{2}{-5} + \frac{-3}{7} + \frac{-7}{10} + \frac{3}{-8}$.

c) $C = \frac{-5}{7} + \frac{2}{-7} + \frac{4}{-9} + \frac{4}{9}.$

d) $P = \frac{2}{3} - \left(-\frac{1}{4}\right) + \frac{3}{5} - \frac{7}{45} - \left(\frac{5}{9}\right) + \frac{1}{12} + \frac{1}{35};$

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 9. Tính giá trị của các biểu thức

a) $A = 1\frac{1}{8} - \frac{8}{9} + \frac{3}{25} + \frac{1}{4} - \frac{5}{16} + \frac{19}{25} - \frac{1}{9} + \frac{2}{25} - \frac{1}{81}.$

b) $B = \frac{-1}{3} - \frac{8}{35} + \frac{-2}{9} - \frac{1}{35} + \frac{4}{5} + \frac{-4}{9} + \frac{3}{7}.$

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 10. Tính giá trị của các biểu thức

a) $A = \left(\frac{-8}{19}\right) \cdot \left(\frac{25}{34}\right) \cdot \left(\frac{-17}{5}\right) \cdot \left(\frac{19}{-27}\right);$

b) $B = \left(\frac{-12}{35}\right) \cdot \left(\frac{-21}{15}\right) \cdot \left(\frac{25}{9}\right).$

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 11. Thực hiện các phép tính sau (bằng cách hợp lí nếu có thể):

a) $\frac{5}{31} \cdot \frac{21}{25} + \frac{5}{31} \cdot \frac{-7}{10} - \frac{5}{31} \cdot \frac{9}{20};$

b) $\left(\frac{13}{24} - \frac{29}{30}\right) : \left(-\frac{51}{5}\right).$

Lời giải.

❖ **Bài 12.** Tính các biểu thức sau bằng cách hợp lí

a) $\frac{5}{6} \cdot 17\frac{1}{3} - \frac{5}{6} \cdot 47\frac{1}{3}$;

b) $\frac{11}{25} \cdot (-24,8) - \frac{11}{25} \cdot 75,2$;

c) $\frac{12}{7} : \frac{1}{19} + \frac{2}{7} : \frac{1}{19}$;

d) $4,7 : \frac{1}{5} + 0,3 : \frac{1}{5}$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Bài 13.** Tìm số hữu tỉ x , biết

a) $x + \frac{2}{7} = \frac{3}{14}$;

b) $x - \frac{4}{15} = \frac{3}{10}$;

c) $\frac{-3}{11} - x = \frac{-5}{22}$;

d) $\frac{7}{20} - \left(\frac{2}{5} + x \right) = \frac{1}{6}$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Bài 14.** Tìm x biết

a) $x - \frac{2}{35} = \frac{-3}{35}$.

b) $\frac{-2}{9} - x = \frac{1}{3}$.

$$\text{c)} \frac{11}{12} - \left(x + \frac{2}{5} \right) = \frac{2}{3}.$$

$$\text{d)} \frac{5}{4} - \left(x + \frac{1}{3} \right) = \frac{1}{2}.$$

Lời giải.

Bài 15. Tìm x , biết

$$\text{a)} \frac{10}{9} : x + \frac{7}{12} = -\frac{2}{3};$$

$$\text{b)} \left(\frac{4}{15} - \frac{1}{6} \right) \cdot x = -\frac{3}{4} \cdot \frac{8}{27}.$$

Lời giải.

Bài 16. Tìm x biết

$$\text{a)} x \cdot \left(x - \frac{3}{2} \right) = 0;$$

$$\text{b)} \frac{2}{3} + \frac{3}{2} : x = \frac{4}{5}.$$

Lời giải.

Bài 17. Tìm x biết

$$\text{a)} \frac{6}{7}x = \frac{-5}{28};$$

$$\text{b)} \frac{2}{5} + \frac{1}{4}x = \frac{-3}{10};$$

$$\text{c)} \left(x + \frac{4}{7} \right) \left(x - \frac{8}{9} \right) = 0;$$

$$\text{d)} (3x - 2) \left(2x - \frac{2}{3} \right) = 0.$$

Lời giải.

.....

❖ **Bài 18.** Tìm x , biết

a) $1\frac{5}{9} \cdot x = \frac{28}{9}$;

b) $\left(x - \frac{5}{7}\right) : \frac{-2}{3} = \frac{3}{7}$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Bài 19.** Tìm số nguyên x , biết $\frac{-1}{15} - \frac{9}{10} \cdot \frac{1}{2} < x < \frac{11}{15} : \frac{9}{10}$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Bài 20.** Diền số nguyên thích hợp vào ô trống

$$\frac{1}{2} - \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{4} \right) < \square < \frac{1}{48} - \left(\frac{1}{16} - \frac{1}{6} \right).$$

❖ **Lời giải.**

❖ **Bài 21.** Tìm các số nguyên x thỏa mãn $2\frac{3}{11} \cdot 1\frac{1}{12} \cdot (-2,2) < x < \left(0,4 - \frac{4}{5}\right) \left(\frac{3}{4} - 0,2\right)$.

❖ **Lời giải.**

❖ **Bài 22.** Một cửa hàng sách có chương trình khuyến mãi như sau: Khách hàng có thẻ thành viên sẽ được giảm 10% tổng số tiền của hoá đơn. Bạn Lan có thẻ thành viên và bạn mua 3 quyển sách, mỗi quyển đều có giá 120 000 đồng. Bạn đưa cho cô thu ngân 350000 đồng. Hỏi bạn Lan được trả lại bao nhiêu tiền?

❖ **Lời giải.**

❖ **Bài 23.** Đường kính của Sao Kim bằng $\frac{6}{25}$ đường kính của Sao Thiên Vương. Đường kính của Sao Thiên Vương bằng $\frac{5}{14}$ đường kính của Sao Mộc.

- Đường kính của Sao Kim bằng bao nhiêu phần đường kính của Sao Mộc?
- Biết rằng đường kính của Sao Mộc khoảng 140 000 km. Hỏi đường kính của Sao Kim khoảng bao nhiêu kilômét?

❖ **Lời giải.**



BÀI TẬP NÂNG CAO

✧ Câu 1. Rút gọn $M = \frac{1}{2 - \frac{1}{2 - \frac{1}{2 - \frac{1}{2}}}}$.

💬 Lời giải.

✧ Câu 2. Tính $A = \frac{\frac{2}{3} - \frac{2}{5} - \frac{2}{7} + \frac{2}{11}}{\frac{13}{3} - \frac{13}{5} - \frac{13}{7} + \frac{13}{11}}$.

💬 Lời giải.

✧ Câu 3. Tính nhanh giá trị của biểu thức $A = \frac{0,75 + 0,6 - \frac{3}{7} - \frac{3}{13}}{2,75 + 2,2 - \frac{11}{7} - \frac{11}{13}}$.

💬 Lời giải.

✧ Câu 4. Cho hai biểu thức

$$A = \left(1 - \frac{1}{2}\right) \left(1 - \frac{1}{3}\right) \left(1 - \frac{1}{4}\right) \cdots \left(1 - \frac{1}{19}\right) \left(1 - \frac{1}{20}\right),$$

$$B = \left(1 - \frac{1}{4}\right) \left(1 - \frac{1}{9}\right) \left(1 - \frac{1}{16}\right) \cdots \left(1 - \frac{1}{81}\right) \left(1 - \frac{1}{100}\right).$$

a) So sánh A với $\frac{1}{21}$;

b) So sánh B với $\frac{11}{21}$.

💬 Lời giải.

❖ **Câu 5.** Tính $A = \left(\frac{1}{10} - 1\right) \left(\frac{1}{11} - 1\right) \left(\frac{1}{12} - 1\right) \cdots \left(\frac{1}{99} - 1\right) \left(\frac{1}{100} - 1\right)$.

 **Lời giải.**

❖ **Câu 6.** Tìm số hữu tỉ x , biết

$$\text{a)} \frac{x-100}{24} + \frac{x-98}{26} + \frac{x-96}{28} = 3;$$

$$\text{b)} \frac{x-1}{65} + \frac{x-3}{63} = \frac{x-5}{61} + \frac{x-7}{59};$$

$$\text{c)} \frac{x-28-124}{2011} + \frac{x-124-2011}{28} + \frac{x-2011-28}{124} = 3.$$

 **Lời giải.**

❖ **Câu 7.** Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A = \left(x - \frac{1}{5}\right)^2 + \frac{11}{12}$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 8.** Tính giá trị lớn nhất của các biểu thức

$$\text{a) } B = -\left(x + \frac{18}{1273}\right)^2 - \frac{183}{121}. \quad \text{b) } C = \frac{4}{\left(x + \frac{1}{3}\right)^2 + 5} \quad \text{c) } D = \frac{15}{(x - 8)^2 - 4}.$$

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 9.** Tìm hai số x, y sao cho $x + y = xy = \frac{x}{y}$, với $y \neq 0$.

💬 **Lời giải.**

Bài 5**LŨY THỪA CỦA MỘT SỐ HỮU TỈ****A****TRỌNG TÂM KIẾN THỨC****1 Lũy thừa với số mũ tự nhiên**

Lũy thừa bậc n của một số hữu tỉ x , kí hiệu x^n , là tích của n thừa số x (n là số tự nhiên lớn hơn 1):

$$x^n = \underbrace{x \cdot x \cdot x \cdot \dots \cdot x}_{n \text{ thừa số}} \quad (x \in \mathbb{Q}, n \in \mathbb{N}, n > 1).$$

x^n đọc là x mũ n hoặc x lũy thừa n hoặc lũy thừa bậc n của x . x gọi là cơ số, n gọi là số mũ.

Quy ước: $x^0 = 1 (x \neq 0)$; $x^1 = x$.

A: Lũy thừa của một tích bằng tích các lũy thừa; Lũy thừa của một thương bằng thương các lũy thừa.

$$(x \cdot y)^n = x^n \cdot y^n; \quad \left(\frac{x}{y}\right)^n = \frac{x^n}{y^n} \quad (y \neq 0).$$

Ta định nghĩa $x^{-n} = \frac{1}{x^n}$, với n là số nguyên dương, $x \neq 0$.

2 Nhân và chia hai lũy thừa cùng cơ số

↪ Khi nhân hai lũy thừa cùng cơ số, ta giữ nguyên cơ số và cộng hai số mũ.

$$x^m \cdot x^n = x^{m+n}.$$

↪ Khi chia hai lũy thừa cùng cơ số khác 0, ta giữ nguyên cơ số và lấy số mũ của lũy thừa bị chia trừ số mũ của lũy thừa chia.

$$x^m : x^n = x^{m-n} \quad (x \neq 0, m \geq n)$$

3 Lũy thừa của lũy thừa

Khi tính lũy thừa của một lũy thừa, ta giữ nguyên cơ số và nhân hai số mũ.

$$(x^m)^n = x^{m \cdot n}.$$

B**CÁC DẠNG BÀI TẬP****Đạng 1. Tính giá trị của một lũy thừa hoặc viết một số dưới dạng lũy thừa**

Vận dụng định nghĩa lũy thừa:

$$x^n = \underbrace{x \cdot x \cdots x}_{n \text{ thừa số}} \quad (x \in \mathbb{Q}; n \in \mathbb{N}; n > 1).$$

↔ Ví dụ 1. Tính

a) $\left(\frac{2}{3}\right)^4$;

b) $(-0,5)^2$;

c) $\left(-1\frac{1}{4}\right)^3$;

d) $(-3)^3;$

e) $\left(-\frac{2}{3}\right)^4;$

f) $-\left(-\frac{3}{2}\right)^3.$

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 2. Không sử dụng máy tính, hãy tính:

a) $(-2)^{11}$, biết $(-2)^{10} = 1024$;

b) $\left(-\frac{3}{2}\right)^8$, biết $\left(-\frac{3}{2}\right)^7 = \frac{-2187}{128}$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 3. Tính

a) $(-1) \cdot (-1)^2 \cdot (-1)^3 \cdot (-1)^4 \dots (-1)^9 \cdot (-1)^{10};$

b) $\left[\frac{1}{100} - 1^2\right] \cdot \left[\frac{1}{100} - \left(\frac{1}{2}\right)^2\right] \cdot \left[\frac{1}{100} - \left(\frac{1}{3}\right)^2\right] \dots \left[\frac{1}{100} - \left(\frac{1}{20}\right)^2\right].$

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 4. Viết các số hữu tỉ sau dưới dạng luỹ thừa của một số.

a) $\frac{-27}{125};$

b) $\frac{16}{81}.$

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

Dạng 2. Tính tích, tính thương của hai lũy thừa cùng cơ số và tính lũy thừa của một lũy thừa

Áp dụng các công thức

$$(1) \quad x^m \cdot x^n = x^{m+n}$$

$$(2) \quad x^m : x^n = x^{m-n} \quad (x \neq 0, m \geq n)$$

$$(3) \quad (x^m)^n = x^{m \cdot n}$$

Có nhiều khi công thức (3) được dùng theo chiều ngược lại $x^{m \cdot n} = (x^m)^n$

Ví dụ 5. Tính

a) $\left(-\frac{1}{3}\right)^3 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)^2 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right);$

b) $2^7 : 2^4;$

c) $2^4 : 2^7;$

d) $\left[\left(\frac{1}{2}\right)^3\right]^2.$

Lời giải.

Ví dụ 6. Thu gọn và viết biểu thức dưới dạng lũy thừa của một cơ số

a) $\frac{4}{5} \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^5;$

b) $\left(\frac{3}{4}\right)^2 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^5;$

c) $\left(-\frac{2}{5}\right)^4 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^5;$

d) $\left[\left(\frac{2}{3}\right)^3\right]^4.$

Lời giải.

Ví dụ 7. Có bao nhiêu cách biểu diễn số 5^{12} dưới dạng $(5^m)^n$ với m, n là các số tự nhiên khác 1?

Lời giải.

Ví dụ 8. Rút gọn các biểu thức sau

a) $\frac{8^5}{4^7};$

b) $\frac{49^2 \cdot 7^8}{98 \cdot 7^9};$

$$\text{c)} \ A = \frac{25^3 \cdot 5^5}{6 \cdot 5^{10}}.$$

$$\text{d)} \ B = \frac{2^5 \cdot 6^3}{8^2 \cdot 9^2}.$$

Lời giải.

Ví dụ 9. Chúng minh rằng

$$\text{a)} \ 11^6 - 11^5 + 11^4 \text{ chia hết cho } 111;$$

$$\text{b)} \ 16^5 + 2^{19} - 8^6 \text{ chia hết cho } 10.$$

Lời giải.

Ví dụ 10. Rút gọn biểu thức rồi viết kết quả dưới dạng lũy thừa của một số

$$M = 3^{-2} \cdot \left[\left(\frac{2}{3} \right)^7 + \left(\frac{2}{3} \right)^7 \right].$$

Lời giải.

Dạng 3. Tính lũy thừa của một tích, lũy thừa của một thương

Áp dụng các công thức

$$(1) \quad (x \cdot y)^n = x^n \cdot y^n$$

$$(2) \quad \left(\frac{x}{y} \right)^n = \frac{x^n}{y^n} \quad (y \neq 0).$$

Các công thức trên còn được sử dụng theo chiều ngược lại.

Ví dụ 11. Viết các lũy thừa sau dưới dạng tích hoặc thương của các lũy thừa

$$\text{a)} \ \left(5 \cdot \frac{3}{7} \right)^4;$$

$$\text{b)} \ \left(\frac{2}{3} : \frac{5}{6} \right)^3.$$

Lời giải.

Ví dụ 12. Tính bằng cách hợp lí nhất

$$\text{a)} \ (0,125)^3 \cdot 512;$$

$$\text{b)} \ \frac{230^5}{23^5}.$$

 **Lời giải.**

❖ **Ví dụ 13.** Viết biểu thức sau dưới dạng lũy thừa của một số

a) $\frac{21^{30}}{63^{15}}$;

b) $\frac{28^9 \cdot 30^9}{105^9}$.

 **Lời giải.**

❖ **Ví dụ 14.** Tính giá trị của các biểu thức sau

a) $\frac{(5^5 - 5^4)^3}{50^6}$;

b) $\frac{32^3 \cdot 9^5}{8^3 \cdot 6^6}$.

 **Lời giải.**

 **Dạng 4. Tìm cơ số, tìm số mũ của một lũy thừa**

Có thể sử dụng các tính chất được thừa nhận dưới đây

Với $a \neq 0; a \neq \pm 1$, nếu $a^m = a^n$ thì $m = n$.

Với $n \in \mathbb{N}; n \geq 1$, nếu $a^n = b^n$ thì

$a = b$ nếu n lẻ;

$a = \pm b$ nếu n chẵn.

❖ **Ví dụ 15.** Tìm số hữu tỉ x biết rằng:

a) $2^{x+1} = 4$;

b) $3^{2x-9} = 27$.

 **Lời giải.**

❖ **Ví dụ 16.** Tìm số hữu tỉ x biết rằng:

a) $2^x = 32^5 \cdot 64^6$;

b) $\left(\frac{1}{7}\right)^x = \left(\frac{1}{343}\right)^3$.

❖ **Lời giải.**

❖ **Ví dụ 17.** Tìm số hữu tỉ x biết rằng:

a) $5 \cdot 3^x = 15 \cdot 3^5$.

b) $7^x = 7^2 \cdot 49$.

c) $\frac{3}{5} \cdot 4^x = \frac{3}{5} \cdot 2^7$.

d) $4^{x+2} = 4 \cdot 4^{10} - 3 \cdot 4^{10}$.

❖ **Lời giải.**

❖ **Ví dụ 18.** Tìm số tự nhiên n , biết

a) $\left(\frac{2}{3}\right)^n = \frac{8}{27}$;

b) $3^{n+1} = 9^2$.

❖ **Lời giải.**

❖ **Ví dụ 19.** Tìm số tự nhiên n , biết

a) $\frac{625}{5^n} = 5^3$;

b) $\frac{(-2)^n}{-128} = 4$.

❖ **Lời giải.**

❖ **Ví dụ 20.** Tìm tất cả các số nguyên n thỏa mãn các đẳng thức sau:

a) $3^{-2} \cdot 9^n = 3^n$.

b) $\left(\frac{9}{25}\right)^n = \left(\frac{3}{5}\right)^{-4}$.

c) $a^{(n+5)(n-8)} = 1$.

d) $\frac{1}{2} \cdot 2^n = 2^1 \cdot 3^2 \cdot 4^2 - 4 \cdot 2^n$.

❖ **Lời giải.**

❖ **Ví dụ 21.** Tìm x biết:

a) $(x + 1)^3 = 216$.

b) $(x - 1)^4 = 16$.

c) $(2x - 2)^2 = 16$.

d) $3^{x+1} - 3^x = 162$.

e) $(1 - x)^3 = 216$.

f) $5^{x+1} - 2 \cdot 5^x = 375$.

❖ **Lời giải.**

↔ **Ví dụ 22.** Tìm các số tự nhiên n , biết:

a) $4 < 2^n \leq 2 \cdot 16$.

b) $9 \cdot 27 \leq 3^n \leq 243$.

💬 **Lời giải.**

↔ **Ví dụ 23.** Cho biết $32 < 2^n < 512$ ($n \in \mathbb{N}$). Tìm tập hợp các giá trị của n .

💬 **Lời giải.**

✍ Dạng 5. So sánh hai lũy thừa

Với $a, b \in \mathbb{Q}$; $m, n \in \mathbb{Z}$. Ta có:

- ✓ Tính chất 1: Nếu $a > b > 0$ thì $a^n > b^n$.
- ✓ Tính chất 2: Nếu $a > b$ thì $a^{2n+1} > b^{2n+1}$.
- ✓ Tính chất 3: Nếu $a > 1$, $m > n > 0$ thì $a^m > a^n$.
- ✓ Tính chất 4: Nếu $0 < a < 1$, $m > n > 0$ thì $a^m < a^n$.

↔ **Ví dụ 24.** So sánh 5^6 và $(-2)^{14}$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Ví dụ 25.** So sánh 9^5 và $(27)^3$.

☞ **Lời giải.**

❖ **Ví dụ 26.** So sánh $\left(\frac{1}{8}\right)^6$ và $\left(\frac{1}{32}\right)^4$.

☞ **Lời giải.**

❖ **Ví dụ 27.** So sánh các số sau:

- a) 333^{444} và 444^{333} ; b) 5^{300} và 3^{500} ; c) 4^{2222} và 2^{4444} ; d) 3^{420} và 4^{315} .

☞ **Lời giải.**

❖ **Ví dụ 28.** So sánh: $A = \frac{1}{2^1} + \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{1}{2^{49}} + \frac{1}{2^{50}}$ và số 1.

☞ **Lời giải.**

 **Dạng 6. ** Tìm chữ số tận cùng của một lũy thừa**

- Các chữ số tận cùng là 0, 1, 5, 6 khi nâng lũy thừa với số mũ $n \in \mathbb{N}^*$ thì chữ số tận cùng không thay đổi.
- Các số tận cùng là 4, 9 khi nâng lũy thừa bậc lẻ thì chữ số tận cùng không đổi.
- Các chữ số có tận cùng là 3, 7, 9 khi lũy thừa với số mũ là bội của 4 thì có chữ số tận cùng là số 1.
- Các chữ số có tận cùng là 2, 4, 8 khi lũy thừa với số mũ là bội của 4 thì có chữ số tận cùng là số 6.
- Một số tự nhiên bất kỳ khi lũy thừa bậc $4n + 1$ với $n \in \mathbb{N}$ thì chữ số tận cùng không thay đổi.
- Chữ số tận cùng là 3 khi nâng lên bậc $4n + 3$ thì chữ số tận cùng là 7; chữ số tận cùng là 7 khi nâng lên bậc $4n + 3$ thì chữ số tận cùng là 3.
- Chữ số tận cùng là 2 khi nâng lên bậc $4n + 3$ thì chữ số tận cùng là 8; chữ số tận cùng là 8 khi nâng lên bậc $4n + 3$ thì chữ số tận cùng là 2.
- Các chữ số tận cùng là 0, 1, 4, 5, 6, 9 khi nâng lũy thừa bậc $4n + 3$ thì chữ số tận cùng không thay đổi.

 **Ví dụ 29.** Tìm chữ số tận cùng của số 187^{324} .

 **Lời giải.**

 **Ví dụ 30.** Chứng minh rằng số $8^{102} - 2^{102}$ chia hết cho 10.

 **Lời giải.**

 **Ví dụ 31.** Tìm chữ số tận cùng của tổng $S = 2 + 3^5 + 4^9 + \dots + 2017^{8061} + 2018^{8065}$.

 **Lời giải.**



BÀI TẬP VẬN DỤNG

❖ **Bài 1.** Tính

$$\text{a)} \left(-2\frac{1}{3}\right)^2; \quad \text{b)} (-0,75)^3; \quad \text{c)} 2^{-3}.$$

❖ **Lời giải.**

❖ **Bài 2.** Viết các số sau dưới dạng lũy thừa của một số

$$\text{a)} -\frac{8}{27}; \quad \text{b)} \frac{81}{625}.$$

❖ **Lời giải.**

❖ **Bài 3.** Tính

$$\text{a)} \left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \frac{1}{2}; \quad \text{b)} (-5)^7 : (-5)^5; \quad \text{c)} (3^2)^3.$$

❖ **Lời giải.**

❖ **Bài 4.** Viết các tích sau dưới dạng lũy thừa của một số

$$\text{a)} 27 \cdot 81; \quad \text{b)} \frac{2}{5} \cdot \frac{8}{125} \cdot \frac{16}{625}.$$

❖ **Lời giải.**

❖ **Bài 5.** Viết biểu thức sau dưới dạng một lũy thừa:

a) $A = \frac{16^{20}}{8^5};$

b) $B = \frac{15^{30}}{45^{15}}.$

Lời giải.

Bài 6. Tính:

a) $\left(\frac{2}{5}\right)^3;$

b) $\left(-2\frac{1}{3}\right)^2;$

c) $(-0.2)^4;$

d) $\left(\frac{5}{7}\right)^{13} : \left(\frac{5}{7}\right)^{11}.$

Lời giải.

Bài 7. So sánh 2^{20} và 3^{12} .

Lời giải.

Bài 8. So sánh hai lũy thừa:

a) 5^6 và $(-2)^{14};$

b) 9^5 và $27^3;$

c) $\left(\frac{1}{8}\right)^6$ và $\left(\frac{1}{32}\right)^4;$

d) 2^{20} và $3^{12}.$

Lời giải.

❖ **Bài 9.** Tìm số tự nhiên n , biết

a) $5^n = 125$;

b) $\left(\frac{3}{7}\right)^n = \frac{81}{2401}$.

❖ **Lời giải.**

❖ **Bài 10.** Tìm x , biết

a) $x^5 = x^3$;

b) $\left(x - \frac{4}{11}\right)^3 = 343$.

❖ **Lời giải.**

❖ **Bài 11.** Tìm số hữu tỉ x biết rằng:

a) $\left(\frac{5}{3}\right)^{2x-1} = \left(\frac{5}{3}\right)^7$;

b) $\left(-\frac{1}{10}\right)^x = \frac{1}{100}$;

c) $\left(-\frac{3}{2}\right)^x = \frac{9}{4}$;

d) $\left(\frac{3}{5}\right)^{3x-2} = \frac{9}{25}$;

e) $5^x + 5^{x+2} = 650$;

f) $4^{x+2} \cdot 3^x = 16 \cdot 12^5$.

❖ **Lời giải.**

❖ **Bài 12.** Tìm x biết:

a) $x^3 = -27$;

b) $(2x - 3)^2 = 16$.

❖ **Lời giải.**

❖ **Bài 13.** Tìm x biết:

a) $\left(\frac{1}{9}\right)^x = \left(\frac{1}{27}\right)^{20};$

b) $\left(\frac{1}{16}\right)^x = \left(\frac{1}{32}\right)^5.$

❖ **Lời giải.**

❖ **Bài 14.** Tìm tất cả các số nguyên n thỏa mãn các đẳng thức sau:

a) $5^{-3} \cdot 25^n = 5^{4n}.$

b) $\left(\frac{8}{27}\right)^n = \left(\frac{2}{3}\right)^{-12}.$

c) $a^{(2n+6)(3n-9)} = 1.$

❖ **Lời giải.**

❖ **Bài 15.** Tìm x biết:

a) $(x - 5)^2 = 25.$

b) $9^{x+1} - 5 \cdot 3^{2x} = 324.$

c) $(1 - x)^5 = 32.$

❖ **Lời giải.**

❖ **Bài 16.** Tìm x biết:

- | | |
|------------------------|---|
| a) $16^x : 4^x = 16.$ | b) $2^{-1} \cdot 2^x + 4 \cdot 2^x = 72.$ |
| c) $(2x + 1)^3 = -64.$ | d) $(3x - 2)^2 = 81.$ |

❖ **Lời giải.**

❖ **Bài 17.** Cho số tự nhiên n thỏa $32 < 2^n < 512$. Tìm tập hợp tất cả các giá trị của n .

❖ **Lời giải.**

❖ **Bài 18.** Tìm số tự nhiên n sao cho $3 < 3^n \leq 243$.

❖ **Lời giải.**



BÀI TẬP NÂNG CAO

❖ **Câu 1.** Tìm các số tự nhiên n , biết:

- | | |
|---|------------------------------------|
| a) $8 < 2^n \leq 32.$ | b) $3 \cdot 27 \leq 3^n \leq 243.$ |
| c) $8 \cdot 27 \leq 6^n \leq 36 \cdot 4 \cdot 9.$ | d) $\frac{1}{4} \leq 2^n \leq 4.$ |
| e) $9 \cdot 27 \leq \frac{1}{3^n} \leq 27 \cdot 243.$ | |

❖ **Lời giải.**



❖ **Câu 2.** Tìm số hữu tỉ x, y biết rằng:

a) $2^{x+2} \cdot 3^y = 12^x$; b) $15^x : 3^y = 75^y$.

Lời giải.

❖ **Câu 3.** Tìm x, y biết $(2x - 4)^{2018} + (3y - 1)^{2020} \leq 0$.

Lời giải.

❖ **Câu 4.** So sánh

- a) $A = \frac{1}{2^1} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots + \frac{1}{2^{49}} + \frac{1}{2^{50}}$ với 1;
- b) $B = \frac{1}{3^1} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^3} + \dots + \frac{1}{3^{99}} + \frac{1}{3^{100}}$ với $\frac{1}{2}$;
- c) $C = \frac{1}{4^1} + \frac{1}{4^2} + \frac{1}{4^3} + \dots + \frac{1}{4^{999}} + \frac{1}{4^{1000}}$ với $\frac{1}{3}$.

Lời giải.

Câu 5. Tìm các số hữu tỉ x, y và z biết

- a) $xy = \frac{2}{3}$; $yz = 0,6$ và $zx = 0,625$;
- b) $x(x - y + z) = -11$; $y(y - z - x) = 25$ và $z(z + x - y) = 35$;
- c) $(x + 2)^2 + (y - 3)^4 + (z - 5)^6 = 0$

Lời giải.

❖ **Câu 6.** Tìm các số nguyên x, y thỏa mãn $(x + 2)^2 + 2(y - 3)^4 < 4$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 7.** Tìm chữ số tận cùng của:

- a) 2000^{2018} ; b) 2001^{2019} ; c) 1234^{5678} ; d) 2018^{2017} .

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 8.** Chứng minh rằng: $3^{n+2} - 2^{n+2} + 3^n - 2^n$ chia hết cho 10 với mọi $n \in \mathbb{N}^*$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 9.** Chứng minh rằng: $3^{x+1} + 3^{x+2} + \dots + 3^{x+100}$ chia hết cho 120 với $x \in \mathbb{N}$.

💬 **Lời giải.**



QUY TẮC DẤU NGOẶC VÀ QUY TẮC CHUYỂN VẾ

A

TRỌNG TÂM KIẾN THỨC

1 Quy tắc dấu ngoặc

Khi bỏ dấu ngoặc, nếu đằng trước dấu ngoặc:

- Có dấu "+", thì vẫn giữ nguyên dấu của các số hạng trong ngoặc.

$$x + (y + z - t) = x + y + z - t$$

- Có dấu "-", thì phải đổi dấu tất cả các số hạng trong ngoặc.

$$x - (y + z - t) = x - y - z + t$$

2 Quy tắc chuyển về

Khi biến đổi các đẳng thức, ta thường áp dụng các tính chất sau:

- Nếu $a = b$ thì:

$$b = a; \quad a + c = b + c.$$

Khi chuyển một số hạng từ vế này sang vế kia của một đẳng thức, ta phải đổi dấu số hạng đó: dấu "+" đổi thành dấu "-" và dấu "-" đổi thành dấu "+".

3 Thứ tự thực hiện các phép tính

- Với các biểu thức chỉ có phép cộng và phép trừ hoặc chỉ có phép nhân và phép chia ta thực hiện các phép tính từ trái sang phải.
- Với các biểu thức không có dấu ngoặc, ta thực hiện theo thứ tự: Luỹ thừa → Nhân và chia → Cộng và trừ
- Với các biểu thức có dấu ngoặc, ta thực hiện trong ngoặc trước, ngoài ngoặc sau:

$$() \rightarrow [] \rightarrow \{ \}$$

B

CÁC DẠNG BÀI TẬP

Dạng 1. Thực hiện phép tính

- Đối với biểu thức không có dấu ngoặc chỉ có phép tính cộng, trừ (hoặc nhân, chia), ta thực hiện các phép tính theo thứ tự từ trái sang phải.
- Đối với biểu thức không có dấu ngoặc có cả các phép tính cộng, trừ, nhân, luỹ thừa, chia, ta thực hiện các phép tính theo thứ tự :

Luỹ thừa → Nhân và chia → Cộng và trừ.

- Đối với biểu thức có dấu ngoặc thực hiện theo thứ tự :

Ngoặc tròn () → Ngoặc vuông [] → Ngoặc nhọn { }.

Ta thường áp dụng các tính chất của phép tính để làm cho nhanh gọn hơn.

❖ **Ví dụ 1.** Thực hiện các phép tính:

a) $5 \cdot 6^2 - 18 : 3;$

b) $5^3 \cdot 35 + 4^3 \cdot 7.$

💬 **Lời giải.**

.....

.....

.....

❖ **Ví dụ 2.** Tính giá trị của các biểu thức sau:

a) $1,2 - 3^2 + 7,5 : 3;$

b) $9,8 + 1,5 \cdot 6 + (6,8 - 2) : 3;$

c) $\frac{3^{12} + 3^{15}}{1 + 3^3}.$

💬 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

❖ **Ví dụ 3.** Thực hiện phép tính:

a) $3^4 \cdot 6 - [131 - (15 - 9)^2];$

b) $18 \cdot \{420 : 6 + [150 - (68,2 - 2^3 \cdot 5)]\}.$

💬 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

❖ **Ví dụ 4.** Tính một cách hợp lí.

a) $A = -1,2 + (-0,8) + 0,25 + 5,75 - 2021;$

b) $B = -0,1 + \frac{16}{9} + 11,1 + \frac{-20}{9};$

c) $C = 12,4 \cdot 6\frac{1}{4} + (-12,4) \cdot (-2,5)^2;$

d) $D = 32,125 - (6,325 + 12,125) - (37 + 13,675);$

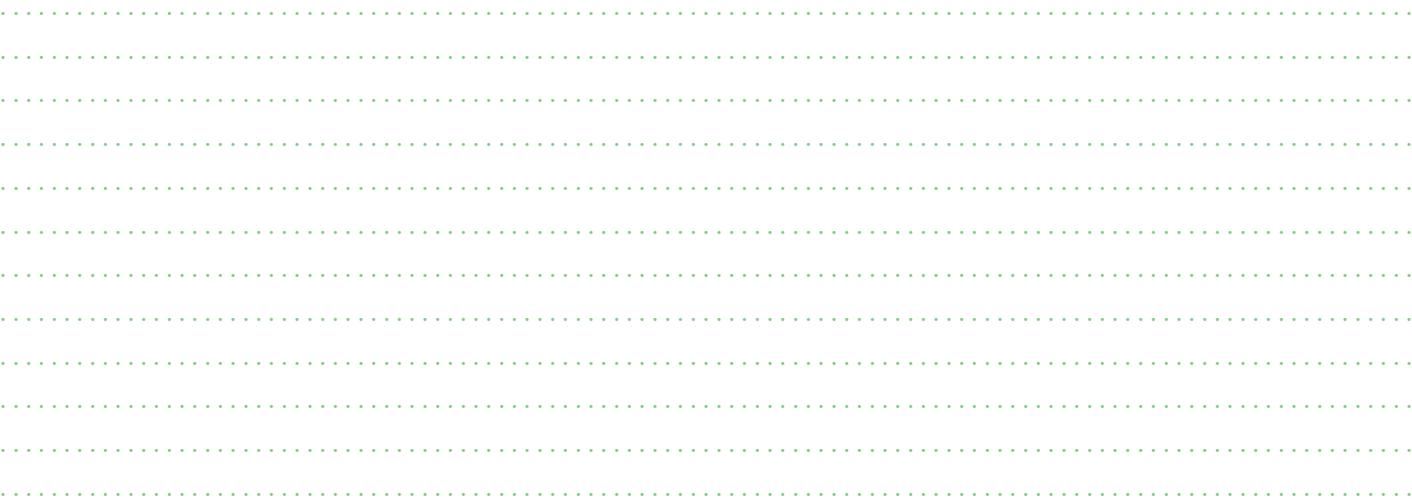
e) $E = 4,75 + \left(\frac{-1}{2}\right)^3 + 0,5^2 - 3 \cdot \frac{-3}{8};$

f) $F = 201,234 \cdot 202,123 + 201,234 \cdot (-202,123).$

💬 **Lời giải.**

.....

.....



❖ Ví dụ 5. Tính:

$$\text{a)} \frac{3^6 \cdot 45^4 - 15^{13} \cdot 5^{-9}}{27^4 \cdot 25^3 + 45^6};$$

$$\text{b)} \frac{\left(\frac{2}{5}\right)^7 \cdot 5^7 + \left(\frac{9}{4}\right)^3 : \left(\frac{3}{16}\right)^3}{2^7 \cdot 5^2 + 512}.$$

❖ Lời giải.

❖ Ví dụ 6. Dùng năm chữ số 5, dấu phép tính, dấu ngoặc để viết thành dãy tính có kết quả là 5.

❖ Lời giải.

❖ Ví dụ 7. Tính giá trị các biểu thức sau theo cách hợp lí nhất.

$$\text{a)} A = \left(\frac{1}{3} - \frac{8}{15} - \frac{1}{7}\right) + \left(\frac{2}{3} + \frac{-7}{15} + 1\frac{1}{7}\right); \quad \text{b)} B = 0,25 + \frac{3}{5} - \left(\frac{1}{8} - \frac{2}{5} + 1\frac{1}{4}\right).$$

$$\text{c)} A = \left(6 - \frac{2}{3} + \frac{1}{2}\right) - \left(5 + \frac{5}{3} - \frac{3}{2}\right) - \left(3 - \frac{7}{3} + \frac{5}{2}\right).$$

❖ Lời giải.

Dạng 2. Toán tìm x

Để tìm số hạng chưa biết, cần xác định rõ số chưa biết đó ở vị trí nào (số trừ, số bị trừ, hiệu,...). Từ đó xác định được cách biến đổi.

Để tìm số hữu tỉ x ở trong cơ số của một luỹ thừa, ta thường biến đổi hai vế của đẳng thức về luỹ thừa cùng số mũ, rồi sử dụng nhận xét:

$$A^{2n+1} = B^{2n+1} \Leftrightarrow A = B \quad (n \in N^*)$$

$$A^{2n} = B^{2n} \Leftrightarrow A = B \text{ hoặc } A = -B \quad (n \in N^*).$$

Để tìm số x ở số mũ của luỹ thừa, ta thường biến đổi hai vế của đẳng thức về luỹ thừa cùng cơ số, rồi sử dụng nhận xét

$$A^n = A^m \Leftrightarrow m = n(m, n \in Z, A \neq 0, A \neq 1).$$

Ví dụ 8. Tìm số tự nhiên x trong mỗi đẳng thức sau:

a) $x - 160 : 40 = 45$; b) $(x + 45) : 15 = 80$; c) $x + 0,25 = \frac{1}{2}$; d) $x - \left(-\frac{5}{7}\right) = \frac{9}{14}$.

Lời giải.

Ví dụ 9. Tìm x trong dãy tính sau:

a) $x - \left(\frac{5}{4} - \frac{7}{5}\right) = \frac{9}{20}$; b) $9 - x = \frac{8}{7} - \left(-\frac{7}{8}\right)$;

c) $x - 8 : 4 - (46 - 23.2 + 6.3) = 0$; d) $240 - [23 + (13 + 24.3 - x)] = 132$.

Lời giải.

❖ **Ví dụ 10.** Tìm số tự nhiên n , biết

a) $\frac{625}{5^n} = 5$

b) $\frac{(-2)^n}{16} = -32;$

c) $5^n + 5^{n+2} = 650$

❖ **Lời giải.**

❖ **Ví dụ 11.** Tìm x biết:

a) $\frac{3}{2} \cdot 4^x + \frac{5}{3} \cdot 4^{x+2} = \frac{3}{2} \cdot 4^8 + \frac{5}{3} \cdot 4^{10};$

b) $\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) \cdot 6^x + 6^{x+2} = 6^7 + 6^4;$

c) $\frac{1}{3} \cdot 3^n = 7 \cdot 3^2 \cdot 9^2 - 2 \cdot 3^n.$

d) $3 \cdot 5^{2x+1} - 3 \cdot 25^x = 300.$

❖ **Lời giải.**



BÀI TẬP VẬN DỤNG

❖ **Bài 1.** Thực hiện phép tính :

- | | |
|--|--|
| a) $55 \cdot 48 - 110 \cdot 24 + 123;$ | b) $456 \cdot 75 + 134 \cdot 68 - 2009;$ |
| c) $4320 : 9 - 8640 : 18 + 450;$ | d) $45^2 + 153 : 3^2 - 24 \cdot 3.$ |

❖ **Lời giải.**

❖ **Bài 2.** Bỏ dấu ngoặc rồi tính các tổng sau:

$$\text{a)} \frac{17}{11} - \left(\frac{6}{5} - \frac{16}{11} \right) + \frac{26}{5}; \quad \text{b)} \frac{39}{5} + \left(\frac{9}{4} - \frac{9}{5} \right) - \left(\frac{5}{4} + \frac{6}{7} \right).$$

❖ **Lời giải.**

❖ **Bài 3.** Tìm x , biết:

$$\text{a)} 2x + \frac{1}{2} = \frac{7}{9}; \quad \text{b)} \frac{3}{4} - 6x = \frac{7}{13}.$$

❖ **Lời giải.**

❖ **Bài 4.** Tính giá trị của các biểu thức:

a) $A = 2^2 - (-3^2)^3 + 4^{-2} \cdot 16 - 2 \cdot 5^2.$

b) $B = \left(2^3 : \frac{1}{2}\right) \cdot \frac{1}{8} + 3^{-2} \cdot 9 - 7 \cdot \left(\frac{14}{25}\right)^0 + 5.$

☞ **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

❖ **Bài 5.** Tính giá trị của biểu thức:

a) $A = 2^{-3} + (5^2)^3 \cdot 5^{-3} + 4^{-3} \cdot 16 - 2 \cdot 3^2 - 105 \cdot \left(\frac{24}{51}\right)^0.$

b) $B = \left(2^3 : \frac{1}{2^{-2}}\right) \cdot \frac{2}{3} + 4^{-2} \cdot 8 - 7 \cdot \left(\frac{17}{23}\right)^0 + 19.$

☞ **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

❖ **Bài 6.** Tính giá trị các biểu thức sau theo cách hợp lí nhất:

a) $M = \left(6 - \frac{2}{3} + \frac{1}{2}\right) - \left(5 + \frac{5}{3} - \frac{3}{2}\right) - \left(3 - \frac{7}{3} + \frac{5}{2}\right)$

b) $Q = \left(5 - \frac{3}{4} + \frac{1}{5}\right) - \left(6 + \frac{7}{4} - \frac{8}{5}\right) - \left(2 - \frac{5}{4} + \frac{16}{5}\right).$

c) $D = \left(3 - \frac{3}{4} + \frac{2}{3}\right) - \left(2 + \frac{4}{3} - \frac{3}{2}\right) - \left(1 - \frac{7}{3} - \frac{9}{2}\right).$

☞ **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

❖ **Bài 7.** Tìm số hữu tỉ x biết rằng

a) $\left(\frac{2}{5} - x\right) : 1\frac{1}{3} + \frac{1}{2} = -4;$

b) $\left(-3 + \frac{3}{x} - \frac{1}{3}\right) : \left(1 + \frac{2}{5} + \frac{2}{3}\right) = -\frac{5}{4};$

c) $\frac{-3x}{4} \cdot \left(\frac{1}{x} + \frac{2}{7}\right) = 0;$

d) $3 - \frac{\frac{1}{1} - \frac{2}{2}}{1 + \frac{1}{x}} = 2\frac{2}{3}.$

☞ **Lời giải.**

D

BÀI TẬP NÂNG CAO

❖ **Câu 1.** Tính giá trị của biểu thức sau:

a) $C = \frac{15^3 + 5 \cdot 15^2 - 5^3}{18^3 + 6 \cdot 18^2 - 6^3}.$

b) $D = \frac{(7^4 - 7^3)^3}{49^3}.$

☞ **Lời giải.**

❖ Câu 2. Tính:

a) $\frac{2^{12} \cdot 5^7 + 4^6 \cdot 25^3}{8^5 \cdot 25^3 + (2^2 \cdot 5)^6};$

b) $\frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 25^5 \cdot 49^2}{(125 \cdot 7)^3 + 5^9 \cdot 14^3}.$

💬 Lời giải.

❖ Câu 3. Rút gọn các biểu thức sau

a) $A = \frac{2 \cdot 8^4 \cdot 27^2 + 4 \cdot 6^9}{2^7 \cdot 6^7 + 2^7 \cdot 40 \cdot 9^4};$

b) $B = \frac{\left(\frac{2}{3}\right)^3 \cdot \left(-\frac{3}{4}\right)^2 \cdot (-1)^5}{\left(\frac{2}{5}\right)^2 \cdot \left(-\frac{5}{12}\right)^3}.$

💬 Lời giải.

ÔN TẬP CHƯƠNG I

❖ **Bài 1.** Điền kí hiệu thích hợp vào ô trống:

a) $-7 \boxed{\quad} \mathbb{N}$; $-\frac{1}{7} \boxed{\quad} \mathbb{Q}$;

b) $6 \boxed{\quad} \mathbb{Q}$; $0,4 \boxed{\quad} \mathbb{Z}$.

❖ **Lời giải.**

❖ **Bài 2.**

1) Điền tên các tập hợp ($\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}$) thích hợp vào các ô vuông:

a) $-3 \notin \boxed{\quad}$; b) $\frac{1}{2} \notin \boxed{\quad}$; c) $3 \in \boxed{\quad}$; d) $0,12 \in \boxed{\quad}$.

2) Điền kí hiệu ($\not\in, \in, \subset$) thích hợp vào các ô vuông:

a) $-2 \boxed{\quad} \mathbb{Q}$; b) $\frac{3}{4} \boxed{\quad} \mathbb{N}$; c) $-5 \boxed{\quad} \mathbb{Z}$; d) $\mathbb{N}^* \boxed{\quad} \mathbb{Q}$.

3) Điền D (đúng), S (sai) thích hợp vào các ô vuông:

a) $\boxed{\quad} -2, 22 \in \mathbb{Z}$; b) $\boxed{\quad} -5, 6 \in \mathbb{Q}$; c) $\boxed{\quad} \frac{-1}{3} \subset \mathbb{Q}$.

❖ **Lời giải.**

❖ **Bài 3.** So sánh các số hữu tỉ x và y :

a) $x = -\frac{1}{8}$ và $y = -\frac{2}{7}$.

b) $x = -\frac{2}{3}$ và $y = -0,65$.

❖ **Lời giải.**

Bài 4. Trong các số $-\frac{4}{12}$; $-\frac{33}{99}$; $-0,3333$. Số nào không biểu diễn số hữu tỉ $-\frac{1}{3}$?

Lời giải.

Bài 5. Trong các số sau: $0,66$; $-\frac{6}{10}$; $\frac{-9}{-15}$, số nào biểu diễn số hữu tỉ $\frac{3}{5}$?

Lời giải.

Bài 6. Cho các tập hợp:

a) $M = \left\{ \frac{0}{-7}; \frac{-2}{-5}; \frac{-1}{4} \right\}$;

b) $N = \left\{ \frac{0}{-7}; \frac{5}{6}; \frac{-8}{13} \right\}$;

c) $P = \left\{ \frac{-4}{9}; \frac{3}{-5}; -0,2 \right\}$;

d) $Q = \left\{ -9; \frac{-6}{-11}; -5,333 \right\}$.

Tập hợp nào chỉ gồm các số hữu tỉ âm?

Lời giải.

Bài 7. Sắp xếp các số hữu tỉ sau theo thứ tự tăng dần:

$$\frac{2}{3}; \frac{5}{8}; -\frac{9}{10}; \frac{7}{12}; -\frac{5}{6}.$$

Lời giải.

Bài 8. Gọi A là tập hợp các số hữu tỉ x sao cho $\frac{4}{7} < x < \frac{5}{8}$. Hỏi số hữu tỉ $\frac{11}{21} : \frac{17}{28}$ có là phần tử của tập hợp A không?

Lời giải.

❖ **Bài 9.** Tính giá trị của biểu thức

a) $\left(0,75 - \frac{5}{6}\right) : \left(-\frac{4}{7} + \frac{1}{3}\right);$

b) $5 - \left(1 + \frac{1}{3}\right) : \left(1 - \frac{1}{3}\right);$

c) $\left(1 + \frac{2}{3} - \frac{5}{4}\right) - \left(1 - \frac{5}{4}\right) + \left(2022 - \frac{2}{3}\right);$

d) $\frac{17}{11} - \left(\frac{6}{5} - \frac{16}{11}\right) + \frac{26}{5};$

e) $\frac{39}{5} + \left(\frac{9}{4} - \frac{9}{5}\right) - \left(\frac{5}{4} + \frac{6}{7}\right);$

f) $- \left(\frac{5}{7} + \frac{7}{9}\right) - \left(-\frac{7}{9} + \frac{2}{7}\right),$

❖ **Lời giải.**

❖ **Bài 10.** Thực hiện phép tính

a) $1,4 \cdot \frac{15}{7^2} + \left(\frac{4}{5} + \frac{2}{3}\right) \cdot \frac{-5}{11}.$

b) $\left(-\frac{3}{5}\right)^2 + \frac{-4144^5}{8288^5} + 25^{19} : 125^{12} + \frac{1}{32}.$

❖ **Lời giải.**

Bài 11. Cho $M = \left(1 + \frac{1}{2}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{3}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{4}\right) \cdots \left(1 + \frac{1}{10}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{11}\right)$. Tính $\frac{1}{M}$.

Lời giải.

Bài 12. Rút gọn biểu thức

a) $M = \frac{9^4 \cdot 3^5}{6^2 \cdot 3^{11}}$.

b) $N = \frac{25^6 + 5^4}{25^5 + 25}$,

Lời giải.

Bài 13. Rút gọn các biểu thức sau

a) $A = \frac{a^2 \cdot a^7 \cdot b^2 \cdot c^8}{a^5 \cdot b^3 \cdot (-c)^4}$;

b) $B = \left(\frac{3}{7}\right)^5 \cdot \frac{(2 \cdot 5)^4 \cdot 7^5}{15^4 \cdot 20^2}$.

Lời giải.

Bài 14. Tìm x biết

a) $\frac{25}{12} \cdot x + \frac{11}{15} = \frac{9}{10}$;

b) $0,7^2 \cdot x = 0,49^3$;

c) $x : (-0,5)^3 = (-0,5)^2$;

d) $-x + \frac{7}{4} = \frac{6}{5} - \frac{3}{4}$;

e) $1 - 2x = \frac{9}{8} + \frac{7}{5} : \frac{2}{5}$;

f) $(0,5)^2 + 2 \cdot x = (0,7)^2$;

g) $x - \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7}\right) = \frac{1}{7} - \frac{1}{3}$;

h) $\frac{8}{25} = \frac{2^x}{5^{x-1}}$;

i) $9^x : 3^x = 3$.

Lời giải.

Bài 15. Tìm x biết

a) $\frac{1}{2}x - 4 = \frac{5}{7};$

b) $\left(x + \frac{4}{5}\right)^2 = \frac{9}{16};$

c) $x^2 - \frac{3}{4}x = 0.;$

d) $3^x + 3^{x+2} = 7290.$

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 16. Tìm tập hợp các số tự nhiên n sao cho $8 \leq 2^n \leq 256$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 17. Tìm số hữu tỉ x , biết rằng :

a) $(3x - 1)^4 = 81;$

b) $(x + 1)^5 = -32;$

c) $3^x + 3^{x+3} = 756;$

d) $5^{x+1} + 6 \cdot 5^{x+1} = 875.$

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 18. Cho $M = 125^7 - 625^5 - 25^9$. Chứng minh rằng $M : 99$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

❖ **Bài 19.** Tìm tập hợp các giá trị của $n \in \mathbb{N}$ sao cho $81 \leq 3^n \leq 729$.

☞ **Lời giải.**

❖ **Bài 20.** Chứng minh đẳng thức $\frac{3}{31} + \left(\frac{1}{6} + \frac{-5}{9}\right) : \left(\frac{7}{24} - \frac{13}{18}\right) = (2^3)^4 : 2^{12}$.

☞ **Lời giải.**

❖ **Bài 21.** Tìm số tự nhiên n biết $32 \leq 2^n \leq 256$.

☞ **Lời giải.**

❖ **Bài 22.** Tìm x biết

a) $\frac{4x-5}{4} = 0,3 - 9,11;$

b) $\frac{-3}{5} : \frac{3}{14} + 0,5x = 12.$

☞ **Lời giải.**

❖ **Bài 23.** Cho $A = -4 + (x-3)^2$; $B = \frac{1}{2} - (5x+1)^2$.

a) Tính giá trị nhỏ nhất của A;

b) Tính giá trị lớn nhất của B.

☞ **Lời giải.**

❖ **Bài 24.** Cho $A = \frac{1}{3} - (x+1)^2$. Tính giá trị lớn nhất của B.

 **Lời giải.**

❖ **Bài 25.** Tìm các số tự nhiên x, y biết

a) $2^{x+1} \cdot 5^y = 20^x$; b) $2^{x-1} \cdot 3^{y+1} = 12^{x+y}$; c) $3^x = 9^{y-1}$ và $8^y = 2^{x+8}$.

 **Lời giải.**