

Chương 1

ĐA THỨC NHIỀU BIẾN



ĐƠN THỨC VÀ ĐA THỨC NHIỀU BIẾN



TRỌNG TÂM KIẾN THỨC

1 Đơn thức nhiều biến và đơn thức thu gọn

- ☑ Đơn thức nhiều biến (hay đơn thức) là biểu thức đại số chỉ gồm một số, hoặc một biến hoặc một tích giữa các số và các biến.
- ☑ Số 0 được gọi là *đơn thức không*.
- ☑ Đơn thức thu gọn là đơn thức chỉ gồm tích của một số với các biến, mà mỗi biến đã được nâng lên lũy thừa với số mũ nguyên dương. Số nói trên gọi là hệ số, phần còn lại là phần biến của đơn thức thu gọn.
 - Ta cũng coi một số là đơn thức thu gọn.
 - Trong đơn thức thu gọn, mỗi biến chỉ được viết một lần.
- ☑ Bậc của đơn thức có hệ số khác 0 là tổng số mũ của tất cả các biến có trong đơn thức đó.
 - Số thực khác 0 là đơn thức bậc không.
 - Số 0 được coi là đơn thức không có bậc.
- ☑ Để nhân hai đơn thức, ta nhân các hệ số với nhau và nhân các phần biến với nhau.

2 Đơn thức đồng dạng

- ☑ Hai đơn thức đồng dạng là hai đơn thức có hệ số khác 0 và có cùng phần biến. Các số khác 0 được coi là những đơn thức đồng dạng.
 - ⚠ Hai đơn thức đồng dạng thì có cùng bậc
- ☑ Để cộng (hay trừ) các đơn thức đồng dạng, ta cộng (hay trừ) các hệ số với nhau và giữ nguyên phần biến.

3 Đa thức nhiều biến. Đa thức thu gọn

- ☑ Đa thức nhiều biến (hay đa thức) là một tổng của những đơn thức. Mỗi đơn thức trong (tổng gọi là một hạng tử của đa thức đó).
 - ⚠ Mỗi đơn thức được coi là một đa thức.
- ☑ Đưa đa thức về dạng thu gọn tức là trong đa thức không còn hai hạng tử đồng dạng.
 - ⚠ Ta thường viết một đa thức dưới dạng thu gọn (nếu không có yêu cầu gì khác)

4 Bậc của đa thức

- ✓ Bậc của đa thức là bậc của hạng tử có bậc cao nhất trong dạng thu gọn của đa thức đó.
- ✓ Số 0 cũng được gọi là đa thức không và nó không có bậc.
- ✓ Khi tìm bậc của một đa thức, trước hết phải thu gọn đa thức đó.



CÁC DẠNG BÀI TẬP VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Dạng 1. Xác định đơn thức, đa thức

Dựa vào định nghĩa đơn thức, đa thức

❖ **Ví dụ 1.** Trong các biểu thức sau, biểu thức nào là đơn thức?

a) $12x^2y$;

b) $\frac{3}{4} \cdot (-x) \cdot 2xy^3$;

c) $x \cdot (y + 1)$;

d) $2 - 3x$;

e) 18 ;

f) $\frac{5}{2x}$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Ví dụ 2.** Trong các biểu thức sau, biểu thức nào không phải là đơn thức?

a) $4x - 3xy + y$;

b) $a^2 + 2b + c$;

c) $3abaac^2$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Ví dụ 3.** Hãy chỉ ra các đa thức trong các biểu thức sau

$$x - 1 + \frac{2}{x}; \quad xyz - ax^2; \quad 101; \quad y^3 - 4; \quad \frac{z+1}{x^2+2} + yz; \quad x \cdot (y+2).$$

💬 **Lời giải.**

❖ **Ví dụ 4.** Cho a là hằng số. Trong các biểu thức sau, biểu thức nào là đa thức?

a) $A = \frac{1}{a+1} \cdot x + xy^2 + x^2y$;

b) $B = x^2y + \frac{a}{x} + x^2y$;

c) $C = \frac{x+y}{a} + 2x - 3y$;

d) $D = -5xy - \frac{a}{x} + \frac{y}{a} + x^2y$.

Lời giải.**Dạng 2. Tính tích các đơn thức**

Để nhân hai hay nhiều đơn thức, ta nhân các hệ số với nhau và nhân các phần biến với nhau.

◀ **Ví dụ 5.** Thu gọn các đơn thức sau:

a) $x^2 \cdot \left(-\frac{1}{3}y\right) \cdot \left(\frac{1}{5}x^4\right);$

b) $-\frac{1}{3}x^2y \cdot \frac{3}{2}xy^3;$

c) $\frac{2}{3} \cdot (x^2y^3)^2.$

Lời giải.

◀ **Ví dụ 6.**

a) Thu gọn đơn thức $3x^2 \cdot 4x$ được đơn thức nào?

b) Thu gọn đơn thức $4xyz \cdot 5x^2yz^3$ được đơn thức nào?

Lời giải.

◀ **Ví dụ 7.** Xác định hệ số của các đơn thức sau:

a) $2x(-4xy)^2 \cdot \left(\frac{1}{4}x^2\right);$

b) $-3xy^2 \cdot \left(-\frac{5}{3}x^2y^3\right).$

Lời giải.**Dạng 3. Xác định bậc của đơn thức**

Bậc của đơn thức có hệ số khác 0 là tổng số mũ của tất cả các biến có trong đơn thức đó.

⇨ **Ví dụ 8.** Tính tích của các đơn thức sau rồi tìm bậc của đơn thức thu gọn

a) $-5xy^4$ và $-0,2 \cdot x^2y^2$;

b) $-\frac{7}{8}x^2y$ và $-\frac{1}{7}x^2y^3$.

☞ **Lời giải.**

⇨ **Ví dụ 9.**

a) Bậc của đơn thức $7xy^2z^6$ bằng bao nhiêu?

b) Bậc của đơn thức $A = 7 \cdot (x^2y)^2$ bằng bao nhiêu?

☞ **Lời giải.**

⇨ **Ví dụ 10.** Cho đơn thức $P = (xy^2)^3 \cdot \left(\frac{1}{2}x^2y\right)$. Xác định bậc của đơn thức P^3 .

☞ **Lời giải.**

⇨ **Ví dụ 11.** Thu gọn các đơn thức sau, xác định hệ số và phần biến, bậc của đơn thức sau khi thu gọn

a) $A = \left(-\frac{3}{7}x^2y^2z\right) \left(-\frac{7}{9}yz^2\right) (6xy)$.

b) $B = -5xy^3z (-2x^2yz^3)^3 (-3x^3yz^2)^2$.

c) $C = -4xy^3 (-x^2y)^3 (-2xyz^3)^2$.

d) $D = \left(-\sqrt{3}x^2y\right)^2 \left(\frac{-2}{3}\right)^2 x (-y^2z)^3$.

☞ **Lời giải.**

Dạng 4. Tính giá trị của đơn thức

Thay giá trị của các biến vào đơn thức rồi thực hiện phép tính.

❖ **Ví dụ 12.** Tính giá trị của đơn thức $-\frac{3}{4}x^2y^2z$ tại $x = 3; y = -2; z = \frac{1}{3}$.

🗨️ Lời giải.

🔗 **Ví dụ 13.** Tính giá trị của đơn thức

a) $2015 \cdot x^2y^2$ tại $x = -2; y = \frac{1}{2};$

b) $\left(-\frac{1}{2}x^2yz^2\right) \cdot \left(-\frac{4}{5}xy^2z\right)$ tại $x = 1; y = -\frac{1}{2}; z = -2.$

💬 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

📁 **Dạng 5. Nhận biết đơn thức đồng dạng**

Hai đơn thức đồng dạng là hai đơn thức có hệ số khác 0 và cùng phần biến. Các số khác 0 được coi là những đơn thức đồng dạng.

🔗 **Ví dụ 14.** Xếp các đơn thức sau thành từng nhóm các đơn thức đồng dạng:

$$\frac{2}{3}xy; \quad -\frac{1}{3}x^2z; \quad \frac{3}{4}xyz; \quad \frac{5}{6}xy; \quad 7xyz; \quad \frac{5}{6}x^2z; \quad -3xy.$$

💬 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

🔗 **Ví dụ 15.** Tìm các đơn thức đồng dạng với nhau trong các đơn thức sau

$$-\frac{2}{3}x^3y; \quad -xy^2; \quad 5x^2y; \quad -1; \quad 6xy^2; \quad 2x^3y; \quad \frac{1}{2}; \quad \frac{1}{2}x^2y.$$

💬 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

✧ **Ví dụ 16.** Trong các đơn thức sau, đơn thức nào đồng dạng với đơn thức $-3x^2yz$?

$$-3xyz; \quad \frac{2}{3}x^2zy; \quad \frac{3}{2}yzx^2; \quad 4x^2y.$$

💬 **Lời giải.**

✧ **Ví dụ 17.** Trong các đơn thức sau, đơn thức nào không đồng dạng với đơn thức $2xy^2z^3$?

$$-3x^2yz; \quad -4y^2z^3x; \quad 5xyz; \quad -6z^3xy.$$

💬 **Lời giải.**

📁 Dạng 6. Cộng trừ các đơn thức đồng dạng

Để cộng (hay trừ) các đơn thức đồng dạng, ta cộng (hay trừ) các hệ số với nhau và giữ nguyên phần biến.

✧ **Ví dụ 18.** Tính tổng

a) $2x^4y^3 + \frac{2}{3}x^4y^3;$

b) $3xy^3 + 5xy^3 + xy^3.$

💬 **Lời giải.**

✧ **Ví dụ 19.** Tính hiệu

a) $3xy^2z^3 - 7xy^2z^3;$

b) $2x^2y - \left(-\frac{3}{4}x^2y\right).$

💬 **Lời giải.**

✧ **Ví dụ 20.** Tính hiệu

a) $7xy^2 - 6\frac{3}{4}xy^2;$

b) $-\frac{1}{2}xy^3 - \left(-\frac{5}{8}xy^3\right).$

💬 **Lời giải.**

✧ **Ví dụ 21.** Tính giá trị của biểu thức $P = 2011x^2y + 12x^2y - 2015x^2y$, tại $x = -1$, $y = 2$.

Lời giải.**Dạng 7. Tìm đơn thức thỏa mãn đẳng thức**

Phương pháp chung là sử dụng quy tắc chuyển vế:

- ☑ Nếu $M + B = A$ thì $M = A - B$.
- ☑ Nếu $M - B = A$ thì $M = A + B$.
- ☑ Nếu $B - M = A$ thì $M = B - A$.

🔗 **Ví dụ 22.** Xác định đơn thức M để $2x^4y^3 + M = -3x^4y^3$.

Lời giải.

🔗 **Ví dụ 23.** Cho đơn thức N thỏa mãn $-2xy + N = xy$. Tìm đơn thức N .

Lời giải.**Dạng 8. Thu gọn đa thức**

Muốn thu gọn một đa thức, ta thực hiện

- ☑ Nhóm các đơn thức đồng dạng với nhau.
- ☑ Cộng, trừ các đơn thức đồng dạng trong từng nhóm.

🔗 **Ví dụ 24.** Thu gọn các đa thức sau

- a) $A = 5x^3y^2 + 3y^2x^3 - 4x^3y^2$;
- b) $B = 5x^2y - 2xy^2 + 3x^3y^3 + 3xy^2 - 4x^2y - 4x^3y^3$;
- c) $C = (5x + 5y) - (3x - 2y)$.

Lời giải.

❖ **Ví dụ 25.** Thu gọn các đa thức sau

a) $3x^5y^3 - 4x^4y^3 + 2x^4y^3 + 7xy^2 - 3x^5y^3;$

b) $-\frac{1}{2}xy^2z + 3x^3y^2 + 2xy^2z - \frac{2}{3}xy^2z - \frac{1}{3}x^3y^2 + xy^2z.$

💬 **Lời giải.**

📁 Dạng 9. Tìm bậc của đa thức

- ✔ Viết đa thức dưới dạng thu gọn (nếu đa thức chưa thu gọn).
- ✔ Bậc của đa thức là bậc của hạng tử có bậc cao nhất trong dạng thu gọn của đa thức đó.

❖ **Ví dụ 26.** Thu gọn các đa thức sau, rồi tìm bậc của chúng

a) $A = 3x^4y^3 - 4x^2y^3 + 2x^2y^3 + 5x^2y - 4x^4y^3;$

b) $B = 3x^2y^3z^4 + 3x^4 - 5x^2y^3z^4 + 6y^2z^3 + 2x^2y^3z^4.$

💬 **Lời giải.**

❖ **Ví dụ 27.** Tìm bậc của đa thức sau

a) $A = 2x^2y^3 + 3x^4 - 7x^2 + 6x^4 - x^2y^3.$

b) $B = 2x^2y^3 + 4x^4 - 5x^2 + 3x^4 - 2x^2y^3.$

💬 **Lời giải.**

❖ **Ví dụ 28.** Thu gọn các đa thức sau rồi tìm bậc của chúng

a) $P = -4x^3y^3 - 3x^4y^3 + x^4y^3 - 6xy^2 + 4x^3y^3;$

b) $Q = xy - x + 1 + 2xy - (xy - x + 2);$

c) $R = x^2y + 2xxy - 3xz + x^2y - 2xy + 3xz.$

Lời giải.

Ví dụ 29. Cho đa thức $P = 4x^5y^2 - 3x^y + 7x^3y + ax^5y^2$ (a hằng số). Để đa thức P có bậc là 4 thì giá trị của a là bao nhiêu?

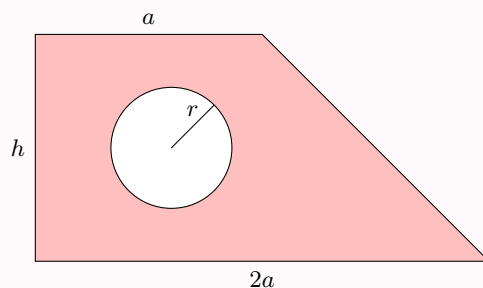
Lời giải.

Dạng 10. Vận dụng

Ví dụ 30.

Một bức tường hình thang có cửa sổ hình tròn với các kích thước như hình vẽ bên (tính bằng m).

- Viết biểu thức biểu thị diện tích bức tường (không tính phần cửa sổ).
- Tính giá trị diện tích trên khi $a = 2$ m, $h = 3$ m, $r = 0,5$ m (lấy $\pi \approx 3,14$; làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

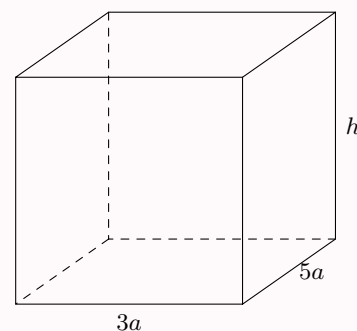


Lời giải.

Ví dụ 31.

Cho hình hộp chữ nhật có các kích thước như hình bên (tính theo cm).

- a) Viết các biểu thức tính thể tích và diện tích xung quanh của hình hộp chữ nhật đó.
- b) Tính giá trị của các đại lượng trên khi $a = 3$ cm; $h = 8$ cm.



Lời giải.



BÀI TẬP VẬN DỤNG

❖ **Bài 1.** Trong các biểu thức sau, biểu thức nào là đơn thức?

- a) $\frac{4}{3}x^2yz^3$; b) $\frac{2xy}{z}$; c) $xy \cdot (z - 2)$;
- d) $21 + 14 \cdot y$; e) 2012 ; f) $\frac{xy^2}{3}$.

Lời giải.

❖ **Bài 2.** Thu gọn các đơn thức sau

- a) $2x^2y \cdot 3xy^2$; b) $2xy \cdot \frac{4}{5}x^2y^3 \cdot 10xyz$; c) $-10y^2 \cdot (2xy)^3 \cdot (-3x)^2$.

Lời giải.

❖ **Bài 3.** Tính tích của các đơn thức sau rồi tìm bậc của đơn thức thu gọn

- a) $\frac{3}{8}xy^2z^3$ và $-\frac{4}{15}xyz$; b) $-7xyz^2$ và $2ay^2z$ với a là hằng số; c) $-\frac{1}{3}x^2y^3$ và $-6x^3y^4$.

Lời giải.

❖ **Bài 4.** Tính giá trị của đơn thức $-\frac{4}{5}x^3y^2z$ với $x = -1$; $y = -2$; $z = 5$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Bài 5.** Xác định bậc của đơn thức

a) $2xy \cdot \frac{4}{3}x^2y^4 \cdot 7xyz$;

b) $-4a^2x \cdot (-2abxy)^2 \cdot (-\frac{1}{4}ax^2y^3)$ (với a, b là hằng số).

💬 **Lời giải.**

❖ **Bài 6.** Thu gọn đơn thức rồi cho biết hệ số, phần biến, bậc của đơn thức

a) $2x^2y \cdot \left(-\frac{1}{2}xy\right)^2 \cdot 4xy^2$;

b) $(-2x^2yz^3) \cdot (-x^3y^2z)^3$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Bài 7.** Thu gọn các đơn thức sau, xác định hệ số và phần biến, bậc của đơn thức sau khi thu gọn

a) $A = \left(-\frac{3}{7}x^2y^2z\right) \left(-\frac{7}{9}yz^2\right) (6xy)$.

b) $B = -5xy^3z (-2x^2yz^3)^3 (-3x^3yz^2)^2$.

c) $C = -4xy^3 (-x^2y)^3 (-2xyz^3)^2$.

d) $D = (-\sqrt{3}x^2y)^2 \left(\frac{-2}{3}\right)^2 x (-y^2z)^3$.

💬 **Lời giải.**

Bài 8. Tính

a) $\frac{7}{8}x^2y + 5x^2y + 10x^2y;$

b) $-x^2 + \frac{1}{5}x^2 + 4x^2 - 2x^2 + 3x^2.$

Lời giải.

Bài 9. Tính giá trị của biểu thức

a) $A = 10x^3 + 7x^3 - 20x^3$ tại $x = -3$;

b) $B = 20x^3y + 15x^3y - 40x^3y$ tại $x = -2; y = \frac{1}{5}$.

Lời giải.

❖ **Bài 10.** Thu gọn biểu thức

a) $\frac{1}{2}x^2y + 3x^2y + \frac{1}{4}x^2y - \frac{1}{2}x^2y;$

b) $8xy^3 - 12xy^3.$

🗨 **Lời giải.**

❖ **Bài 11.** Tính giá trị của biểu thức $A = \frac{1}{2}xy^2 + \frac{1}{3}xy^2 + \frac{1}{6}xy^2$ tại $x = 2$ và $y = -1$.

🗨 **Lời giải.**

❖ **Bài 12.** Tính giá trị của biểu thức:

a) $A = 2x^3y^3 + 10x^3y^3 + (-20x^3y^3)$ tại $x = 1, y = -1$.

b) $B = 15x^2y^4 + 6x^2y^2 \cdot y^2 - 10x^2y^3 \cdot y$ tại $x = \frac{1}{2}, y = 2$.

🗨 **Lời giải.**

❖ **Bài 13.** Trong các biểu thức sau, biểu thức nào là đa thức?

$$x^2 + 2y; \quad 2x^2y; \quad \frac{2x^2}{y}; \quad \frac{x^2 + 2}{y}; \quad \frac{x^2 + y}{2}; \quad 2012 - xya.$$

🗨 **Lời giải.**

❖ **Bài 14.** Thu gọn các đa thức sau

a) $A = 2x^2 - 3y^3 - z^4 - 4x^2 + 2y^4 + 3z^4;$

b) $B = 2x^2y - 5xy^2 + 4x^2y - 6xy^2.$

🗨 **Lời giải.**

🔗 **Bài 15.** Tìm x , biết

a) $(2x - 3) + (3x - 4) - (4x + 5) = 6;$

b) $\left(\frac{1}{2}x - 1\right) + \left(\frac{2}{3}x - 2\right) - \left(\frac{3}{4}x - 3\right) = 4.$

🗨 **Lời giải.**

🔗 **Bài 16.** Tìm bậc của đa thức

a) $B = 6xy^2 + 7xy^3 + 8x^2y^3.$

b) $M = x^6 + 2x^2y^3 - x^5 + xy - xy^5 - x^6.$

c) $N = 7x^2y - 4x^6 + 3y^2z + 4x^6.$

🗨 **Lời giải.**

🔗 **Bài 17.** Tính giá trị của đa thức $P = x^2y + xy^2$ tại $x = -3; y = -2.$

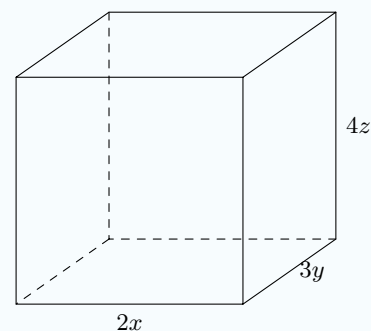
🗨 **Lời giải.**

🔗 **Bài 18.** Cho a, b, c là những hằng số thỏa mãn $a + b + c = 2015$. Tìm giá trị của đa thức $A = axy^2z^3 + bx^3y + cxy^2z$, với $x = 1; y = 1; z = 1.$

🗨 **Lời giải.**

🔗 **Bài 19.**

Viết biểu thức biểu thị thể tích V và diện tích xung quanh S của hình hộp chữ nhật trong vẽ bên. Tính giá trị của V, S khi $x = 3$ cm, $y = 4$ cm và $z = 2$ cm.



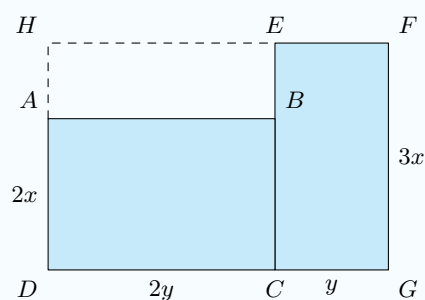
Lời giải.

❖ Bài 20.

Một mảnh đất có dạng như phần được tô màu xanh trong hình bên cùng với các kích thước được ghi trên đó. Hãy tìm đơn thức (thu gọn) với hai biến x và y biểu thị diện tích của mảnh đất đã cho bằng hai cách:

Cách 1. Tính tổng diện tích của hai hình chữ nhật $ABCD$ và $EFGC$.

Cách 2. Lấy diện tích của hình chữ nhật $HFGD$ trừ đi diện tích của hình chữ nhật $HEBA$.



Lời giải.

Bài 2

CÁC PHÉP TOÁN VỚI ĐA THỨC NHIỀU BIẾN



TRỌNG TÂM KIẾN THỨC

1 Phép cộng, trừ hai đa thức nhiều biến

Cộng (hay trừ) hai đa thức tức là thu gọn đa thức nhận được sau khi nối hai đa thức đã cho bởi dấu "+" (hay dấu "-")

⚠️ Ⓜ️ Phép cộng các đa thức cũng có tính chất giao hoán và kết hợp tương tự như phép cộng các số

Ⓜ️ Với A, B, C là những đa thức tùy ý ta có:

$$A + B + C = (A + B) + C = A + (B + C),$$

Nếu $A - B = C$ thì $A = B + C$; ngược lại, nếu $A = B + C$ thì $A - B = C$.

Khi cộng hoặc trừ hai đa thức, ta thường làm như sau:

- Ⓜ️ Viết hai đa thức trong dấu ngoặc.
- Ⓜ️ Bỏ dấu ngoặc theo quy tắc "dấu ngoặc".
- Ⓜ️ Nhóm các hạng tử đồng dạng.
- Ⓜ️ Cộng, trừ các đơn thức đồng dạng.

2 Phép nhân, chia hai đa thức nhiều biến

2.1. Nhân đơn thức với đa thức

Muốn nhân hai đơn thức, ta nhân hai hệ số với nhau và nhân hai phần biến với nhau.

Quy tắc: muốn nhân đơn thức với đa thức, ta nhân đơn thức này với từng hạng tử của đa thức kia rồi cộng các tích lại với nhau

$$A(B + C) = AB + AC.$$

2.2. Nhân đa thức với đa thức

Quy tắc: Muốn nhân một đa thức với một đa thức, ta nhân mỗi hạng tử của đa thức này với từng hạng tử của đa thức kia rồi cộng các tích tìm được với nhau

$$(A + B)(C + D - E) = AC + AD - AE + BC + BD - BE.$$

☑️ Quy tắc nhân dấu

Dấu của a	+	+	-	-
Dấu của b	+	-	+	-
Dấu của $a \cdot b$	+	-	-	+

☑️ Quy tắc lũy thừa

Ⓜ️ $x^m \cdot x^n = x^{m+n}.$

Ⓜ️ $x^m : x^n = x^{m-n}.$

Ⓜ️ $(x \cdot y)^m = x^m \cdot y^m.$

Ⓜ️ $(x : y)^m = x^m : y^m.$

☑️ Phép nhân đa thức cũng có tính chất tương tự như phép nhân các số.

2.3. Chia đơn thức cho đơn thức

- ☑ Đơn thức A chia hết cho đơn thức B khi mỗi biến của B đều là biến của A với số mũ không lớn hơn số mũ của nó trong A .
- ☑ Muốn chia đơn thức A cho đơn thức B (trường hợp chia hết), ta làm như sau:
 - ☑ Chia hệ số của đơn thức A cho hệ số của đơn thức B ;
 - ☑ Chia lũy thừa của từng biến trong A cho lũy thừa của cùng biến đó trong B ;
 - ☑ Nhân các kết quả tìm được với nhau.

2.4. Chia đa thức cho đơn thức

- ☑ Đa thức A chia hết cho đơn thức B nếu mọi hạng tử của A đều chia hết cho B .
- ☑ Muốn chia đa thức A cho đơn thức B (trường hợp các hạng tử của đa thức A đều chia hết cho đơn thức B), ta chia mỗi hạng tử của A cho B rồi cộng các kết quả với nhau.

$$(A + B) : C = (A : C) + (B : C).$$

- ☑ Một số công thức cần nhớ:

☑ $x^m : x^n = x^{m-n}$ nếu $m > n$.	☑ $x^m : x^n = 1$ nếu $m = n$.
☑ $(x^m)^n = x^{m \cdot n}$.	☑ $x^0 = 1; 1^n = 1$.
☑ $(-x)^n = x^n$ nếu n chẵn.	☑ $(-x)^n = -x^n$ nếu n lẻ.



CÁC DẠNG BÀI TẬP VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Dạng 1. Cộng trừ, nhân chia hai đa thức

- ☑ Cộng, trừ hai đa thức.
 - ☑ Viết hai đa thức trong dấu ngoặc;
 - ☑ Thực hiện bỏ dấu ngoặc theo quy tắc “dấu ngoặc”;
 - ☑ Nhóm các hạng tử đồng dạng;
 - ☑ Cộng, trừ các đơn thức đồng dạng.
- ☑ Để nhân đơn thức với đa thức, đa thức với đa thức.
 - ☑ Xác định dấu nhờ quy tắc về dấu.
 - ☑ Nhân các hệ số tương ứng.
 - ☑ Nhân các biến số tương ứng nhờ quy tắc lũy thừa.
- ☑ Chia đơn thức cho đơn thức, đa thức cho đơn thức.
 - ☑ Áp dụng quy tắc chia đã học.
 - ☑ Lưu ý các công thức về lũy thừa.

❖ Ví dụ 1. Tính tổng của hai đa thức

- a) $M = -5x^2y + 3xy^2 + 7$ và $N = -6x^2y + 4xy^2 - 5$;
 b) $P = 5,7x^2y - 3,1xy + 8y^3$ và $Q = 2,3x^2y - 8y^3 - 6,9xy$.

Lời giải.

❖ **Ví dụ 2.** Tính tổng của hai đa thức

a) $M = 2x^2y + xy^2 - 2$ và $N = -2xy^2 + x^2y + 1$. b) $P = 2x^2y + 9xy^2 - 5y^3$ và $Q = 6x^2y + xy^2$.

Lời giải.

❖ **Ví dụ 3.** Tính hiệu của hai đa thức M và N biết

a) $M = 15x^2y - 7xy^2 - 6y^3$ và $N = 12x^2y - 2y^3 - 7xy^2$.

b) $M = 1,2x - 3,5y + 2$ và $N = 0,2x - 2,5y + 3$.

Lời giải.

❖ **Ví dụ 4.** Tính tổng và hiệu của hai đa thức P và Q , biết

a) $P = xy - x + 1$ và $Q = 2xy - (xy - x + 5)$;

b) $P = y - [y - (y + x)]$ và $Q = y - [y - x + (2x - 2y)]$.

Lời giải.

❖ **Ví dụ 5.** Cho hai đa thức $M = 2x^2 + 4xy - 4y^2$ và $N = 3x^2 - 2xy + 2y^2$. Tính giá trị của đa thức $M + N$ tại $x = 1; y = -2$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Ví dụ 6.** Thực hiện phép tính sau:

a) $\frac{3}{5}xy(xy^2 - 5x + 10y);$

b) $(3xy - 2x^2 + xy^2) \cdot \frac{2}{3}x^2y.$

💬 **Lời giải.**

❖ **Ví dụ 7.** Thực hiện phép tính và xác định bậc của đa thức:

a) $2x^3 \left(5x^3 - x - \frac{1}{2} \right);$

b) $\frac{2}{3}x^2y(6xy - x^2 + 1).$

💬 **Lời giải.**

❖ **Ví dụ 8.** Cho $n \in \mathbb{N}^*$. Tìm hệ số của hạng tử bậc lớn nhất của đa thức

$$A = 3x^n(4x^{n-1} - 1) - 2x^{n+1}(6x^{n-2} - 1).$$

💬 **Lời giải.**

❖ Ví dụ 9. Thực hiện các phép tính sau

a) $(x + 3)(x^2 + 3x - 5)$;

b) $(x^2 - 2x + 3)(x - 4)$.

🗨️ Lời giải.

❖ Ví dụ 10. Thực hiện các phép tính sau

a) $\left(x^2y^2 - \frac{1}{2}xy + 2y\right)(x - 2y)$;

b) $(x + y)(x^2 - xy + y^2)$.

🗨️ Lời giải.

❖ Ví dụ 11. Thực hiện phép tính

a) $(x^2 - x + 1)(x^2 + x + 1)(x^4 - x^2 + 1)$;

b) $(x^{2n} - x^ny^n + y^{2n})(x^n + y^n)(x^{3n} - y^{3n})$.

🗨️ Lời giải.

🔗 **Ví dụ 12.** Làm tính chia

a) $5^3 : (-5)^2;$

b) $\left(\frac{3}{4}\right)^5 : \left(\frac{3}{4}\right)^3;$

c) $(-12)^3 : 8^3.$

💬 **Lời giải.**

🔗 **Ví dụ 13.** Làm tính chia

a) $x^2yz : \frac{1}{2}xyz;$

b) $2x^3y^4 : x^3y;$

c) $18x^2y^2z : 8xyz;$

d) $5a^3b : (-2a^2b);$

e) $27x^4y^2z : 9x^4y.$

💬 **Lời giải.**

◇◇ **Ví dụ 14.** Làm tính chia

a) $(x + y)^2 : (x + y);$

b) $(x - y)^5 : (y - x)^4;$

c) $(x - y + z)^4 : (x - y + z)^3;$

d) $8(x + 2y)^5 : (2x + 4y);$

e) $(-ab)^{10} : (-ab)^5.$

🗨 **Lời giải.**

⇔ **Ví dụ 15.** Chứng minh rằng biểu thức sau không âm với mọi giá trị của biến:

$$A = (-15x^3y^6) : (-5xy^2).$$

☞ **Lời giải.**

⇔ **Ví dụ 16.** Thực hiện phép tính: $(8x^5 - 3x^4 + 2x^3 - 4x) : (-2x)$.

☞ **Lời giải.**

⇔ **Ví dụ 17.** Thực hiện phép tính: $(4x^7 - 3x^3 - 4x^2) : (7x^2)$.

☞ **Lời giải.**

⇔ **Ví dụ 18.** Thực hiện phép tính: $(7y^4 - 3y^2 + 2y) : (2y)$.

☞ **Lời giải.**

⇔ **Ví dụ 19.** Thực hiện phép tính: $(2x^5y^3 - 4x^3y^5 + 6xy^4) : (2xy)$.

☞ **Lời giải.**

❖ **Ví dụ 20.** Thực hiện phép tính: $(9x^3y^3 - 18x^2y^4 - 6x^3y^2) : (3x^2y)$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Ví dụ 21.** Thực hiện phép tính: $(4x^4 - 8x^2y + 24x^2y^5) : (-4x^2)$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Ví dụ 22.** Thực hiện phép tính: $(x^3 - 2xy^2 + 6x^2y^3) : \left(-\frac{1}{2}x\right)$.

💬 **Lời giải.**

📁 Dạng 2. Tìm đa thức thỏa mãn đẳng thức

Phương pháp chung là sử dụng quy tắc chuyển vế:

- ✔ Nếu $M + B = A$ thì $M = A - B$.
- ✔ Nếu $M - B = A$ thì $M = A + B$.
- ✔ Nếu $B - M = A$ thì $M = B - A$.

❖ **Ví dụ 23.** Tìm đa thức M biết

- a) $M + (5x^2 - 2xy) = 6x^2 + 9xy - y^2$.
- b) $M - (4xy - 3y^2) = x^2 - 7xy + 8y^2$.
- c) $(25x^2y - 13xy^2 + x^3) - M = 11x^2y - 2x^3$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Ví dụ 24.** Cho đa thức $P = x^2 - 2x^2y + x$. Tìm đa thức M thỏa mãn

$$M + P = 3x^2y + 2x - 1.$$

💬 **Lời giải.**

❖ **Ví dụ 25.** Tìm đa thức P biết

$$2P + (2x^2 + 3y^2) = 6x^2 - 3y^2 - 2x^2y^2.$$

💬 **Lời giải.**

📁 Dạng 3. Bài toán liên quan đến chia hết

a) Vận dụng kiến thức về chia hết: Cho a, b, m là số nguyên, khi đó

- 🔵 Nếu a, b chia hết cho m thì tổng $a + b$ chia hết cho m .
- 🔵 Nếu a chia hết cho m thì tích ab chia hết cho m .

b) Tìm giá trị của $n \in \mathbb{N}$ để phép chia hai đơn thức là phép chia hết.

- ⚠ Cần chú ý rằng: “đơn thức A chia hết cho đơn thức B khi mỗi biến của B đều là biến của A với số mũ không lớn hơn số mũ của nó trong A ”.
- ⚠ Đa thức A chia hết cho đơn thức B khi hạng tử có bậc thấp nhất trong A chia hết cho B .

❖ **Ví dụ 26.** Chứng minh rằng $\overline{abc} + \overline{bca} + \overline{cab}$ chia hết cho 37.

💬 **Lời giải.**

◈ **Ví dụ 27.** Cho a, b, c là số nguyên. Đặt $A = 3a - 5b$, $B = 7b - 9c$ và $C = 11c - 13a$. Chứng tỏ tích $A \cdot B \cdot C$ là số chẵn.

☞ **Lời giải.**

◈ **Ví dụ 28.** Tìm số tự nhiên n để mỗi phép chia sau là phép chia hết:

a) $x^4 : x^n$;

b) $x^n : x^3$;

c) $5x^n y^3 : 4x^2 y^2$;

d) $x^n y^{n+1} : x^2 y^5$.

☞ **Lời giải.**

◈ **Ví dụ 29.** Tìm số tự nhiên n để đơn thức A chia hết cho đơn thức B , biết

$$A = 4x^{n+1}y^2; \quad B = 3x^3y^{n-1}.$$

☞ **Lời giải.**

◈ **Ví dụ 30.** Tìm $n \in \mathbb{N}$ để

a) đơn thức $18x^{n+2}$ chia hết cho đơn thức $-6x^5$;

b) đơn thức $2x^n y^3$ chia hết cho đơn thức $5x^2 y^{n-1}$.

☞ **Lời giải.**

❖ **Ví dụ 31.** Tìm số tự nhiên n để phép chia sau là chia hết

$$(3x^3 - 7x^2 + 2x) : 4x^n.$$

💬 **Lời giải.**

❖ **Ví dụ 32.** Tìm số tự nhiên n để phép chia sau là chia hết

$$(13x^4y^3 - 7x^3y^4 + 2x^2y^3) : 3x^ny^n.$$

💬 **Lời giải.**

❖ **Ví dụ 33.** Tìm số tự nhiên n để phép chia sau là chia hết

$$(2018x^{2019} - 2017x^3 + 2x^5) : 4x^n.$$

💬 **Lời giải.**

📁 Dạng 4. Rút gọn và tính giá trị của biểu thức

Ta (có thể) thực hiện bài toán như sau.

- ☑ Rút gọn biểu thức;
- ☑ Thay giá trị của biến đã cho vào biểu thức rút gọn để tìm giá trị của biểu thức đã cho.

❖ **Ví dụ 34.** Rút gọn các biểu thức sau:

a) $xy(x^5 - y^3) - x^2y(x^4 - y^3);$

b) $x^3y^4(x^2 - y^3) - x^3y^3(x^4 - y^4).$

💬 **Lời giải.**

❖ **Ví dụ 35.** Rút gọn rồi tính giá trị các biểu thức sau:

a) $A = x^3(x^2 - y^3) - y^3(y^2 - x^3)$ với $x = 2, y = -2;$

b) $B = (-x^2y)(x^2y^2 - 2x) + xy^3(x^3 - xy^3)$ với $x = 3, y = 2.$

💬 **Lời giải.**

❖ **Ví dụ 36.** Tính giá trị của biểu thức $A = x^5 - 70x^4 - 70x^3 - 70x^2 - 70x + 29$ bằng cách hợp lí tại $x = 71$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Ví dụ 37.** Rút gọn và tính giá trị của biểu thức

a) $P(x) = (x^2 - 5)(x + 3) + (x + 4)(x - x^2)$ tại $x = -15$;

b) $Q(x) = (5x - 7)(2x + 3) - (7x + 2)(x - 4)$ tại $x = \frac{1}{3}$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Ví dụ 38.** Cho biểu thức

$$M = (x - a)(x - b) + (x - b)(x - c) + (x - c)(x - a) + x^2.$$

Tìm M theo a, b, c , biết rằng $2x = a + b + c$.

🗨 **Lời giải.**

❖ **Ví dụ 39.** Cho $a + b + c = -6$, $ab + bc + ca = 11$ và $abc = -6$. Hãy tính giá trị của biểu thức $E = (x + a)(x + b)(x + c)$ với $|x| = 2$.

🗨 **Lời giải.**

❖ **Ví dụ 40.** Tính giá trị của biểu thức $P = (-x^2y^5)^2 : (-x^2y^5)$ tại $x = \frac{1}{2}$ và $y = -1$.

🗨 **Lời giải.**

❖ **Ví dụ 41.** Tính giá trị của biểu thức $M = 15x^4y^3z^2 : 5xy^2z^2$ tại $x = 2$; $y = -10$ và $z = 2004$.

🗨 **Lời giải.**

🔗 **Ví dụ 42.** Tính giá trị biểu thức $A = 15a^4b^3c^2 : 5ab^2c^2$ tại $a = 2, b = -10, c = 2018$.

💬 **Lời giải.**

🔗 **Ví dụ 43.** Tính giá trị biểu thức $P = [3(x - y)^4 + 2(x - y)^3 - 5(x - y)^2] : (x - y)^2$ tại $x = 1, y = -7$.

💬 **Lời giải.**

📁 Dạng 5. Tìm giá trị của biến x

- ☑️ Áp dụng quy tắc nhân đơn thức với đa thức, đa thức với đa thức.
- ☑️ Áp dụng quy tắc chuyển vế.
- ☑️ Thực hiện phép cộng (trừ) các đơn thức đồng dạng.
- ☑️ Áp dụng quy tắc tìm một số hạng khi biết tích và số hạng còn lại.

🔗 **Ví dụ 44.** Tìm giá trị của x biết:

a) $3x(8x - 4) - 6x(4x - 3) = 30;$

b) $3x(5 - 2x) + 2x(3x - 5) = 20.$

💬 **Lời giải.**

❖ **Ví dụ 45.** Tìm giá trị của x biết:

a) $3x^2 - 3x(-2 + x) = 36;$

b) $x^2 + 8 = 0.$

☞ **Lời giải.**

❖ **Ví dụ 46.** Tìm giá trị của x biết:

a) $2x^4 + x(-2x^2 + x^3) - 3(x^4 - 6) = 26;$

b) $-4x^5 - 3x^3(2x^2 - 1) + 5(2x^5 - x^3) + 2(x^3 - x^2 + 2) + 5 = 0.$

☞ **Lời giải.**

❖ **Ví dụ 47.** Tìm x , biết

$$(12x - 5)(4x - 1) + (3x - 7)(1 - 16x) = 81.$$

☞ **Lời giải.**

❖ **Ví dụ 48.** Tìm x , biết

a) $(2x + 3)(x - 4) + (x - 5)(x - 2) = (3x - 5)(x - 4);$

b) $2(x - 5)(x + 5) - (x + 2)(2x - 3) + x(x^2 - 8) = (x + 1)(x^2 - x + 1);$

c) $\frac{4}{5}x^2 \left(\frac{x}{3} - \frac{1}{2} \right) - \left(\frac{1}{5}x - \frac{2}{3} \right) \left(\frac{4}{3}x^2 + 1 \right) = \frac{22}{45}x^2.$

☞ **Lời giải.**

Dạng 6. Chứng minh giá trị của một biểu thức không phụ thuộc vào một biến nào đó

Phương pháp: Rút gọn biểu thức, kết quả của biểu thức là hằng số hoặc một biểu thức không còn biến đó nữa.

💡 **Ví dụ 49.** Chứng minh rằng giá trị của biểu thức sau không phụ thuộc vào giá trị của biến y ($x \neq 0$; $y \neq 0$)

$$B = \frac{2}{3}x^2y^3 : \left(-\frac{1}{3}xy\right) + 2x(y-1)(y+1).$$

 **Lời giải.**

❖ **Ví dụ 50.** Chứng minh rằng giá trị của biểu thức sau không phụ thuộc vào biến x ($x \neq 0, y \neq 0$).

$$Q = \frac{1}{2}x^3y^2 : \frac{1}{4}x^2y + xy - 3y(x - 1) - 3.$$

🗨 **Lời giải.**

📁 Dạng 7. Chứng minh đẳng thức

- ☑ Để chứng minh một đẳng thức ta có thể thực hiện biến đổi biểu thức ở vế này (thường là vế phức tạp hơn) của đẳng thức để được một biểu thức bằng biểu thức ở vế kia.
- ☑ Trong một số trường hợp, để chứng minh một đẳng thức ta có thể biến đổi đồng thời cả hai vế của đẳng thức sao cho chúng cùng bằng một biểu thức thứ ba, hoặc cũng có thể lấy biểu thức vế trái trừ đi biểu thức vế phải và biến đổi có kết quả bằng 0 thì chứng tỏ đẳng thức đã cho được chứng minh.
- ☑ Với bài toán chứng minh giá trị của biểu thức không đổi: ta thường rút gọn để chứng minh biểu thức đó bằng một hằng số nào đó.

❖ **Ví dụ 51.** Chứng minh rằng giá trị của biểu thức sau không phụ thuộc vào giá trị của các biến:

a) $A = 10 - 5x(x - 1,2) + 2x(2,5x - 3);$

b) $B = x(2x + 1) - x^2(x + 2) + x^3 - x + 3.$

🗨 **Lời giải.**

❖ **Ví dụ 52.** Cho biểu thức $A = x(1 + x) - x^2(1 - x) + x^3(x^2 - 1)$. Chứng minh rằng với hai giá trị đối nhau của x thì biểu thức A có hai giá trị đối nhau.

🗨 **Lời giải.**

❖ **Ví dụ 53.** Cho m số, mỗi số bằng $3n + 1$ và n số, mỗi số bằng $9 - 3m$. Biết rằng tổng tất cả các số đó bằng 5 lần tổng $m + n$. Chứng minh rằng $m = n$.

☞ **Lời giải.**

❖ **Ví dụ 54.** Chứng minh các đẳng thức sau:

a) $4(x - 6) - x^2(2 + 3x) + x(5x - 4) + 3x^2(x - 1) + 24 = 0;$

b) $x^n(y^n - xy^{n-1} + 1) - y^n(x^n - yx^{n-1} + 1) + x^{n-1}y^{n-1}(x^2 - y^2) = x^n - y^n.$

☞ **Lời giải.**

❖ **Ví dụ 55.** Chứng minh các đẳng thức

a) $(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab;$

b) $(x + a)(x + b)(x + c) = x^3 + (a + b + c)x^2 + (ab + bc + ca)x + abc.$

☞ **Lời giải.**

✎ **Ví dụ 56.** Cho $x^2 + y^2 = 2$. Chứng minh đẳng thức $2(x+1)(y+1) = (x+y)(x+y+2)$.

💬 **Lời giải.**

✎ **Ví dụ 57.** Cho $(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2 = 4(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca)$. Chứng minh rằng $a = b = c$.

💬 **Lời giải.**

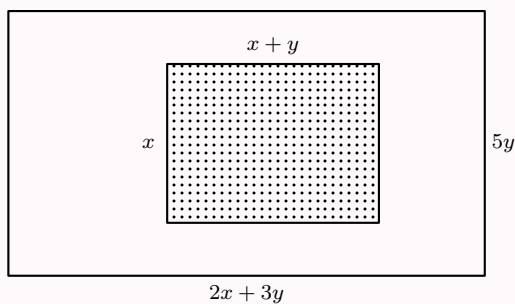
📁 Dạng 8. Vận dụng

✎ **Ví dụ 58.** Trên một sông thẳng, xuất phát cùng lúc từ một bến thuyền, thuyền đi xuôi dòng với tốc độ $(v+3)$ km/h, ca nô đi ngược dòng với tốc độ $(2v-3)$ km/h. Viết biểu thức tính khoảng cách giữa hai phương tiện sau khoảng thời gian t giờ kể từ khi rời bến.



Lời giải.

Ví dụ 59. Tính diện tích phần tô màu trong hình vẽ



Lời giải.

Ví dụ 60. Tính chiều cao của hình hộp chữ nhật có thể tích $V = 6x^2y - 8xy^2$ và diện tích đáy $S = 2xy$.

Lời giải.



BÀI TẬP VẬN DỤNG

Bài 1. Tính tổng của hai đa thức

a) $A = 2x^2 + 3y^2$ và $B = 3x^2 - 4y^2$;

b) $P = 2x^2 - 3xy + 5y^2$ và $Q = 3x^2 + xy - 2y^2$.

Lời giải.

⇨ **Bài 2.** Tính hiệu của hai đa thức M và N với

a) $M = x^2 + y^2 + 2xy$ và $N = x^2 + y^2 - 2xy$;

b) $M = 2,3x + 3,2y - 10$ và $N = -0,3x + 2,2y - 5$.

Lời giải.

⇨ **Bài 3.** Tìm đa thức M biết

a) $M + (2x - 3y) = x - 4y + 5$;

b) $M - (2xy - 0,5y^2) = -2xy + 5y^2$;

c) $(2x^2 - 3xy + 4y^2) - M = 5x^2 + 6xy - 7y^2$.

Lời giải.

⇨ **Bài 4.** Cho đa thức $Q = 3xy^2 - 2xy + x^2y - 2y^4$. Tìm đa thức N thỏa mãn

$$Q - N = 2y^4 + x^2y + xy^2.$$

Lời giải.

⇨ **Bài 5.** Với n là số nguyên dương, chứng minh rằng $A = 3^{n+2} + 3^n - 2^{n+2} - 2^n$ chia hết cho 10.

Lời giải.

⇨ **Bài 6.** Cho $P = x^2 - y^2 + 1$ và $Q = 3 - y^2 - 2x^2$. Tính $P - Q$ và $P + Q$.

Lời giải.

🔗 **Bài 7.** Rút gọn các biểu thức sau:

a) $A = (4x^3 - 5x^2y + 2xy) \cdot \left(-\frac{1}{2}xy\right);$

b) $B = 8x(x - 2) - 3(x^2 - 4x - 5) - 5x^2.$

Lời giải.

🔗 **Bài 8.** Xác định bậc, hệ số của hạng tử có bậc lớn nhất của các biểu thức sau:

a) $A = -4x^3(x^2 - 3x + 1);$

b) $B = -\frac{2}{5}x^2(5x^3 + 10x^2 - 15x).$

Lời giải.

🔗 **Bài 9.** Cho biểu thức $A = x^3y^3(x^4 - y^4) - x^3y^4(x^2 - y^3)$. Rút gọn rồi tính giá trị của biểu thức với $x = 1$, $y = -2$.

Lời giải.

🔗 **Bài 10.** Cho biểu thức $A = \frac{3}{229} \left(2 + \frac{1}{433}\right) - \frac{1}{229} \cdot \frac{432}{433} - \frac{4}{229 \cdot 433}.$

a) Đặt $a = \frac{1}{229}$, $b = \frac{1}{433}$. Rút gọn A theo a , b .

b) Tính giá trị của A .

Lời giải.

🔗 **Bài 11.** Tính giá trị của các đa thức

a) $A = x^7 - 80x^6 + 80x^5 - 80x^4 + \dots + 80x + 15$ với $x = 79$;

b) $B = x^{14} - 10x^{13} + 10x^{12} - 10x^{11} + \cdots + 10x^2 - 10x + 10$ với $x = 9$.

Lời giải.

⇨ **Bài 12.** Tìm giá trị của x biết

a) $2x(7x + 5) - 7x(2x - 3) = 93$;

b) $5x(3 - 7x) + 7x(5x + 6) = 114$.

Lời giải.

⇨ **Bài 13.** Chứng minh đẳng thức

$$x^6(x+1) - x^5(x-1) - x^4(x+1) + x^3(x-1) + x^2(x+1) - x(x-1) + 1 = x^7 + x + 1.$$

Lời giải.

⇨ **Bài 14.** Chứng minh rằng biểu thức $A = 90 \cdot 10^n - 10^{n+2} + 10^{n+1}$ có giá trị không đổi với mọi $n \in \mathbb{N}$.

Lời giải.

⇨ **Bài 15.** Cho biểu thức $A = 3x^{n+1}(x^{n-1} - y^n) + y^n(3x^{n+1} - y^n)$, trong đó $n \in \mathbb{N}^*$. Chứng minh rằng khi thay các giá trị của x và y bởi các số đối của chúng thì giá trị của biểu thức A vẫn không đổi.

☞ **Lời giải.**

⇨ **Bài 16.** Thực hiện các phép tính sau

a) $(x - 1)(x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1);$

b) $(x + 1)(x^6 - x^5 + x^4 - x^3 + x^2 - x + 1).$

☞ **Lời giải.**

⇨ **Bài 17.** Thực hiện phép tính

$$A = (2^9 + 2^7 + 1)(2^{23} - 2^{21} + 2^{19} - 2^{17} + 2^{14} - 2^{10} + 2^9 - 2^7 + 1).$$

☞ **Lời giải.**

⇨ **Bài 18.** Tìm x , biết

a) $(x + 2)(x + 3) - (x - 2)(x + 5) = 6;$

b) $(3x + 2)(2x + 9) - (x + 2)(6x + 1) = (x + 1) - (x - 6).$

☞ **Lời giải.**

❖ **Bài 19.** Cho $a + b + c = 12$, $ab + bc + ca = 47$ và $abc = 60$. Hãy tính giá trị của biểu thức $P = (x - a)(x - b)(x - c)$ với $|x| = 3$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Bài 20.** Rút gọn các biểu thức sau

a) $(x - y)(x + y)(x^2 + y^2)(x^4 + y^4)$;

b) $(x + 2)(x^2 + 4x + 4) - (x - 2)^3 - 6(x - 1)(x + 1)$.

💬 **Lời giải.**

🔗 **Bài 21.** Chứng minh các đẳng thức sau

a) $(a-1)(a-2)(a+3) - (a+1)(a+2)(a-3) = 12;$

b) $a(a^2 - bc) + b(b^2 - ca) + c(c^2 - ab) = (a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca)(a + b + c).$

🗨 **Lời giải.**

🔗 **Bài 22.** Cho các số x, y, z tỉ lệ với a, b, c . Chứng minh rằng

$$(x^2 + 2y^2 + 3z^2)(a^2 + 2b^2 + 3c^2) = (ax + 2by + 3cz)^2.$$

🗨 **Lời giải.**

⇨ **Bài 23.** Làm tính chia.

a) $20x^5y^2z : \left(-\frac{2}{5}x^2y^2\right);$

b) $(-x^3y^2z)^4 : (-xy^2z)^3;$

c) $-7x^3y^4 : 9x^3y^2.$

☞ **Lời giải.**

⇨ **Bài 24.** Làm tính chia.

a) $5a^2b^4 : 10a^2b;$

b) $\frac{3}{4}a^3b^3 : \left(\frac{-1}{2}a^2b^2\right);$

c) $(-ab)^{10} : (-ab)^5.$

☞ **Lời giải.**

⇨ **Bài 25.** Tìm số tự nhiên n để mỗi phép chia sau đều là phép chia hết.

a) $8x^n : 4x^5;$

b) $2x^3 : x^{n+1}.$

☞ **Lời giải.**

⇨ **Bài 26.** Tìm số tự nhiên n để A chia hết cho B với $A = 8x^{n+2}y^2$ và $B = 3x^4y^{n-1}.$

☞ **Lời giải.**

❖ **Bài 27.** Tìm $n \in \mathbb{N}$ để đơn thức $-7x^{n+1}y^6$ chia hết cho $4x^5y^n$.

🗨 **Lời giải.**

❖ **Bài 28.** Tìm số tự nhiên n để mỗi phép chia sau đều là phép chia hết.

a) $15x^{n+2}y^n : 3x^3y^4;$

b) $\left(-\frac{1}{2}x^{2n}y^7\right) : \frac{3}{10}x^{n+3}y^n.$

🗨 **Lời giải.**

❖ **Bài 29.** Tính giá trị của biểu thức $Q = -(x^7y^5z)^2 : (-xy^3z)^2$ tại $x = 1; y = -10; z = 101$.

🗨 **Lời giải.**

❖ **Bài 30.** Tính giá trị của biểu thức $A = 15a^4b^3c^2 : 5ab^2c^2$ tại $a = 2; b = -10; c = 2009$.

🗨 **Lời giải.**

❖ **Bài 31.** Tính giá trị của biểu thức $A = 20x^3y^5z^3 : 5x^3y^3z$ với $x = 1,234; y = 18; z = -\frac{1}{12}$.

🗨 **Lời giải.**

❖ **Bài 32.** Chứng minh rằng giá trị của biểu thức sau không phụ thuộc vào biến x ($x \neq 0, y \neq 0$)

$$E = \frac{2}{3}x^5y^7 : \frac{1}{3}xy^3 + (x^4 - y^4)^2 + x^8 + 1.$$

💬 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

💡 **Bài 33.** Thực hiện phép tính: $5x^4y^3 : 15x^2y^2$.

💬 **Lời giải.**

.....

.....

.....

💡 **Bài 34.** Thực hiện phép tính: $\frac{3}{4}x^3y^5 : \left(-\frac{1}{2}x^2y^4\right)$.

💬 **Lời giải.**

.....

.....

.....

💡 **Bài 35.** Thực hiện phép tính: $(-xy)^{10} : (-xy)^5$.

💬 **Lời giải.**

.....

.....

.....

💡 **Bài 36.** Thực hiện phép tính: $(30x^3y^4 - 15x^3y^2 + 3x^3y^5) : (3x^2y^2)$.

💬 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

💡 **Bài 37.** Thực hiện phép tính: $(5xy^2 - 3xy + 6x^3y^2) : (-xy)$.

💬 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

⇨ **Bài 38.** Thực hiện phép tính: $[2(a-b)^2 + 3(b-a)^3 - 4(a-b)^4] : (b-a)^2$.

☞ **Lời giải.**

⇨ **Bài 39.** Thực hiện phép tính: $2(x-2y)^5 : (5x-10y)$.

☞ **Lời giải.**

⇨ **Bài 40.** Thực hiện phép tính: $[(x-y)^4 - 3(y-x)^3 + 2(x-y)^2] : (x^2 - 2xy + y^2)$.

☞ **Lời giải.**

⇨ **Bài 41.** Tính giá trị biểu thức

a) $A = (15x^4y^5 - 17x^3y^2) : xy^2$ tại $x = 2, y = 3$;

b) $B = [5(x-y)^6 + 2(x-y)^5 - 7(x-y)^3] : (y-x)^2$ tại $x = 7, y = 13$.

☞ **Lời giải.**

❖ **Bài 42.** Tính giá trị biểu thức $C = (x^2 + 6)(x^2 + 4) : (x^2 + 5)$ tại $x = -2$.

🗨 **Lời giải.**

❖ **Bài 43.** Tìm số tự nhiên n để phép chia sau là chia hết

$$(3x^5 - 7x^4 + 2x^3) : 2x^n.$$

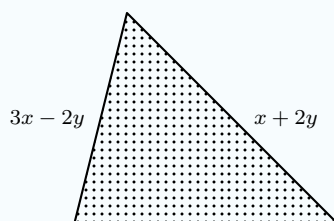
🗨 **Lời giải.**

❖ **Bài 44.** Tìm số tự nhiên n để phép chia sau là chia hết

$$(3x^5y^3 - 7x^4y^2 + 2x^3y^2) : 2x^ny^n.$$

🗨 **Lời giải.**

❖ **Bài 45.** Tìm độ dài cạnh còn thiếu của tam giác trong hình bên, biết rằng tam giác có chu vi bằng $7x + 5y$.



🗨 **Lời giải.**

🔗 **Bài 46.** Trên một dòng sông, để đi được 10 km, một chiếc xuồng tiêu tốn a lít dầu khi xuôi dòng và tiêu tốn $(a + 2)$ lít dầu khi ngược dòng. Viết biểu thức biểu thị số lít dầu mà xuồng tiêu tốn khi đi từ bến A ngược dòng đến bến B, rồi quay lại bến A. Biết khoảng cách giữa hai bến là b km.

💬 **Lời giải.**

🔗 **Bài 47.**

- Tính chiều dài của hình chữ nhật có diện tích bằng $6xy + 10y^2$ và chiều rộng bằng $2y$.
- Tính diện tích đáy của hình hộp chữ nhật có thể tích bằng $12x^3 - 3xy^2 + 9x^2y$ và chiều cao bằng $3x$.

💬 **Lời giải.**

LUYỆN TẬP CHUNG 1



ĐƠN THỨC

🔗 **Bài 1.** Trong các biểu thức sau, biểu thức nào gọi là đơn thức?

$$3x^2; -15x; 55; -14; 12x + 3; -8x^4y^6z^5; \frac{3x^2y^4 + 2x}{5x + 1}.$$

💬 **Lời giải.**

🔗 **Bài 2.** Thu gọn các đơn thức sau rồi chỉ rõ hệ số, phần biến và bậc của đơn thức đó:

a) $\frac{3}{4}xy^2z \cdot \left(\frac{-2}{3}yz^2\right)^2$

b) $\frac{3}{8}x^2y \cdot \frac{2}{3}xy^2z \cdot \frac{4}{3}x^3yz$

c) $\left(\sqrt{\frac{1}{16}}xy^2\right) \cdot (by) \cdot \left(-\frac{2}{5}xyz^2\right)^3$ với b là hằng số

d) $-\frac{1}{5}x^3y^2 \cdot \frac{5}{4}xy^3$

e) $\left(-\frac{1}{3}x^2y\right) \cdot \left(-\frac{2}{3}xy^3\right) \cdot \left(1\frac{1}{2}xy^2\right)$

💬 **Lời giải.**

🔗 **Bài 3.** Cho hai đơn thức $A = 5m(x^2y^3)^2$, $B = -\frac{2}{m}x^4y^6$ (với $m > 0$).

- a) Hai đơn thức có đồng dạng với nhau không?
- b) Tính $A - B$?
- c) Tìm GTNN của hiệu $A - B$?

💬 **Lời giải.**

🔗 **Bài 4.** Cho ba đơn thức: $A = -12x^2y^4$; $B = -6x^2y^4$; $C = 9x^2y^4$. Tính

- a) Tính

👉 $A \cdot B \cdot C$;

👉 $A + B$;

👉 $A + C$;

👉 $B + C$;

$$\textcircled{v} A - B;$$

$$\textcircled{v} A - C;$$

$$\textcircled{v} B - C.$$

b) Tính giá trị của biểu thức $B - A$ và $C - A$ biết $x = -2$; $y = 3$.

Lời giải.

Bài 5. Cho biểu thức $M = 3a^2x^2 + 4b^2x^2 - 2a^2x^2 - 3b^2x^2 + 19$ ($a \neq 0$; $b \neq 0$). Tìm giá trị nhỏ nhất của M .

Lời giải.

Bài 6. Tính tổng

a) $8a - 6a - 7a.$

b) $6b^2 - 4b^2 + 3b^2.$

c) $6ab - 3ab - 2ab.$

Lời giải.

🔗 **Bài 7.** Thu gọn các biểu thức sau:

a) $-3x^2 - 0,5x^2 + 2,5x^2$.

b) $5x^3 - 3x^2 + x - x^3 - 4x^2 - x$.

c) $-\frac{3}{4}x^3y + \left(-\frac{1}{2}x^3y\right) - \left(-\frac{5}{8}x^3y\right)$.

d) $\frac{3}{4}xy^2 - \frac{1}{2}y^2 - \left(-\frac{1}{4}xy^2\right) + \frac{2}{3}y^2$.

🗨 **Lời giải.**

🔗 **Bài 8.** Tính

a) $15x^4 + 7x^4 + (-20x^2)^2$ tại $x = -1$.

b) $23x^3y^3 + 17x^3y^3 + (-50x^3y)y^2$ tại $x = 1; y = -1$.

🗨 **Lời giải.**

🔗 **Bài 9.** Chứng minh rằng hiệu hai đa thức $0,7x^4 + 0,2x^2 - 5$ và $-0,3x^4 + x^2 - 8$ luôn luôn dương với mọi giá trị thực của x .

🗨 **Lời giải.**

🔗 **Bài 10.** Tính giá trị của biểu thức $(7a^3 - 6a^3 + 5a^2 + 1) + (5a^3 + 7a^2 + 3a) - (10a^3 + a^2 + 8a)$ với $a = -0,25$.

🗨 **Lời giải.**

🔗 **Bài 11.** Cho các biểu thức sau

$$a^2b - 2a^2b + 3a(ab) \quad (1)$$

$$\left(\frac{1}{2}ab\right) \cdot \left(\frac{1}{5}ac\right)bc \quad (2)$$

$$12a(ab) - 123(ab)a \quad (3)$$

$$(0,01ab) \cdot (0,1abc^2) \quad (4)$$

- Trong các biểu thức trên, biểu thức nào là đơn thức ?
- Rút gọn các biểu thức từ (1) đến (4) để được các đơn thức thu gọn. Tìm bậc các đơn thức đó.
- Kí hiệu lần lượt các đơn thức thu gọn đó là A, B, C và D . Chỉ ra các đơn thức đồng dạng với nhau.
- Tìm giá trị các đơn thức A, B, C, D tại $a = -1; b = 2$ và $c = 4$.

🗨 **Lời giải.**

🔗 **Bài 12.** Cho biểu thức $36ab^2c^4$. Bạn CHICKEN đố bạn EEG phân tích biểu thức trên thành tích của hai đơn thức, trong đó có một đơn thức là

a) $18abc$.

b) $9bc^2$.

c) $-6ab^2c^2$.

🗨 **Lời giải.**

⇨ **Bài 13.** Rút gọn các biểu thức sau, rồi tính giá trị của biểu thức thu gọn tại $x = -1$ và $y = -1$.

a) $xy - 9xy + 5xy + xy$.

b) $x^{2014}y^4 + 2x^{14}y^4x^{2000} - 4^{1024}y^4x^{990}$.

c) $x^ny^{2n} - 2x^ny^n(y^n) - 6(xy)^ny^n$ với $n \in \mathbb{N}^*$.

☞ **Lời giải.**

⇨ **Bài 14.** Cho ba đơn thức sau $A = 2xy^2$; $B = -2x^2a^2z^4$; $C = 2z^2x$.

a) Cả ba đơn thức trên có thể cùng dương được không?

b) Trong ba đơn thức trên, có tồn tại chỉ có hai đơn thức cùng có giá trị âm được không?

☞ **Lời giải.**

⇨ **Bài 15.** Các bạn đổ nhau

a) Biết $a^{2k} = 5$. Bạn CHICKEN đổ bạn EEG tính được $P = 2a^{6k} - 4$.

b) Bạn EEG đổ lại bạn CHICKEN tính $Q = 2a^{6k} - 4$, nếu $a^{3k} = -5$.

☞ **Lời giải.**

⇨ **Bài 16.** Tìm x, y và z biết $(2x^2z^2)^3 + (-3xy^3)^2 = 0$.

☞ **Lời giải.**

🔗 **Bài 17.** Cho chín số $a_1, a_2, a_3; b_1, b_2, b_3; c_1, c_2, c_3$ khác 0. Hỏi tất cả sáu số sau

$$x_1 = a_1 b_2 c_3; x_2 = a_2 b_3 c_1; x_3 = a_3 b_1 c_2 \text{ và } y_1 = -a_1 b_3 c_2; y_2 = -a_2 b_1 c_3; y_3 = -a_3 b_2 c_1$$

có thể cùng âm hoặc cùng dương được không?

💬 **Lời giải.**



ĐA THỨC. CỘNG TRỪ ĐA THỨC

🔗 **Bài 18.** Cho các đa thức sau: $A = 3x^2 - 4xy + 5y^2$, $B = 2x^2 + 5xy - 4y^2$, $C = 4x^2 - xy + 3y^2$.

- $P = A + B + C$, $Q = A + B - C$, $R = A - B + C$ và $S = -A + B + C$.
- Tính giá trị của đa thức $M = (P + Q) - (Q + S)$ tại $x = -1$ và $y = -1$.
- Cho đa thức $N = -x^2 + 4xy + y^2$. Chứng minh rằng đa thức $T = N - M$ luôn không dương với mọi giá trị của x và y .

💬 **Lời giải.**

🔗 **Bài 19.** Cho đa thức $f(x) = -x - 7x^2 + 6x^3 - 3x^4 - 2x^2 - 6x + 2x^4 - 1$.

- Thu gọn, rồi sắp xếp các số hạng của đa thức theo lũy thừa giảm dần của biến x .
- Xác định bậc của đa thức, hệ số tự do, hệ số cao nhất.
- Tính $f(-1)$, $f(0)$, $f(1)$ và $f(-a)$.

💬 **Lời giải.**

🔗 **Bài 20.** Cho đa thức $f(x) = 1 + x + x^2 + \dots + x^{2014} + x^{2015}$. Tính $f(-1)$, $f(0)$ và $f(1)$.

💬 **Lời giải.**

🔗 **Bài 21.** Thu gọn các biểu thức sau:

a) $M = a - \{2b + [c - (d - a)]\} + d - [(a - b) - c]$.

b) $N = 1 - [(m - 1) - (m + 2)] - 3m + \{5m - [2m - (3m - 4)]\}$.

🗨 **Lời giải.**

🔗 **Bài 22.** Tìm đa thức T , biết

a) $T + (4a^2 - 3ab) = b^2 - 9ab + 6a^2$.

b) $(4b^2 - 4ab) - T = 4a^2 - 12ab + 5b^2$.

c) $T - (2a^2 - 3b^2 + c^2) + (a^2 - b^2 + c^2) = 5a^2 - 2b^2 - 3c^2$.

🗨 **Lời giải.**

🔗 **Bài 23.** Tìm đa thức $A(x)$ và $B(x)$ biết $A(x) + B(x) = 3x^2 - 5x + 7$ và $B(x) - A(x) = 7x^2 - 5x + 3$.

🗨 **Lời giải.**

🔗 **Bài 24.** Tính $f(-0,4)$, biết đa thức $f(x) = x^6 + 0,064x^3 - 2015$.

Lời giải.

❖ **Bài 25.** Cho các đa thức $A(x) = (x - 5)^2 + 2015$ và $B(x) = 5 - 5|x - 5|$.

- a) Tính $A(-5)$, $A(5)$, $B(-5)$ và $B(5)$.
 b) Tìm giá trị nhỏ nhất của đa thức $\varphi(x) = A(x) - B(x) + 5$.

Lời giải.

❖ **Bài 26.** Xác định các tham số a , b và c để hai đa thức sau là hai đa thức đồng nhất:

$$A = ax^2 - 9x + 6x^2 - (4x^2 - 3x) \text{ và } B = 2x^2 - 3bx + c - 1.$$

Lời giải.

❖ **Bài 27.** Cho $u_1 = -a$, $u_2 = b$. Biết $u_n = u_{n-1} - u_{n-2}$, với mọi $n \geq 3$ và $n \in \mathbb{N}$. Tính u_{124} .

Lời giải.

❖ **Bài 28.** Khai triển biểu thức $P(x) = (3x^3 - 2x^2 + 3x - 4)^{2014}$ được đa thức $f(x)$ sắp xếp theo lũy thừa giảm dần của biến x . Tính tổng các hệ số của đa thức $f(x)$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Bài 29.** Thu gọn đa thức sau

a) $23x^2yz + 10xyz^2 - 15x^2yz - xyz^2 + 2x^2yz + xyz^2$.

b) $17x^3y^2 - 2x^4y + 5xy^3 - 7 - x + 2x^4y$.

c) $3x^2 - 7 + 5x - 6x^2 - 4x^3 + 8 - 5x^5 - x^3$.

d) $-x^4 + 2x - 1 + 2x^4 + 3x^3 + 2 - x$.

e) $5x^2y - 3xy + \frac{1}{2}x^2y - xy + 5xy - \frac{1}{3}x + \frac{1}{2} + \frac{2}{3}x - \frac{1}{4}$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Bài 30.** Tính giá trị biểu thức sau

a) $x^2 + 3xy + 4x^3 + 2y^3 - 4x^3 - y^3$ tại $x = 5, y = 4$.

b) $xy - 2x^2y^2 + x^3y^3 - 3x^4y^4 + x^5y^5$ tại $x = -1, y = -1$.

c) $4x^2 - 5xy + y^3 + 5yx - 2x^2 - 1$ tại $x = 1, y = -2$.

Lời giải.

❖ **Bài 31.** Cho đa thức $M = 2x^3 - 3x^2 + 1 - x^3 + 5x^2 - 2$.

- a) Thu gọn M .
- b) Tìm bậc của M .
- c) Tính giá trị của M tại $x = 2$.

Lời giải.

❖ **Bài 32.** Cho a, b, c là những hằng số và $a + b + c = 2019$. Tính giá trị của đa thức

- a) $A = axy + bx^2y^2 - cx^4y$ tại $x = -1, y = -1$.
- b) $B = ax^2y^2 - bx^4y + cxy^6$ tại $x = 1, y = -1$.

Lời giải.

❖ **Bài 33.** Xét đa thức $P = 2a^{n+1} - 3a^n + 5a^{n+1} - 7a^n + 3a^{n+1}$ với n là số tự nhiên.

- a) Thu gọn P .
- b) Tìm a để $P = 0$.

Lời giải.

❖ **Bài 34.** Tìm GTLN, GTNN của biểu thức

a) $M = x^3 - 2y^3 + x^2 + 3y^3 - (x^3 + y^3 - 2y^4 - 7).$

b) $N = (x^2y^3 + x^3y^2 + x^2 + y^2 + 5) - (x^2y^3 + x^3y^2 - 2y^2 - 1).$

🗨 **Lời giải.**

❖ **Bài 35.** Tính giá trị của các đa thức sau biết $x - y = 0$.

a) $M = 7x - 7y + 4ax - 4ay - 5.$

b) $N = x(x^2 + y^2) - y(x^2 + y^2) + 3.$

🗨 **Lời giải.**

❖ **Bài 36.** Cho đa thức $4x^5y^2 - 3x^3y + 7x^3y + ax^5y^2$ với a là hằng số. Tìm a biết bậc của đa thức trên bằng 4.

🗨 **Lời giải.**



PHÉP NHÂN ĐA THỨC

❖ **Bài 37.** Làm tính nhân

a) $\frac{1}{2}x^3(x^2 - 6x - 10).$

b) $-3x^2(5x^2 - 4x^2 + 3x - 1).$

🗨 **Lời giải.**

⇨ **Bài 38.** Thực hiện các phép tính

a) $(x + 8)(x - 5)$.

b) $(2x - 1)(3x^2 - 7x + 5)$.

☞ **Lời giải.**

⇨ **Bài 39.** Tìm hệ số của x^3 trong kết quả của phép nhân $(x^2 - x)(x^2 + x - 1)$.

☞ **Lời giải.**

⇨ **Bài 40.** Rút gọn biểu thức $A = 8x(x - 2) - 3(x^2 - 4x - 5) - 5x^2$.

☞ **Lời giải.**

⇨ **Bài 41.** Rút gọn biểu thức $B = 2(x - 5)(x + 1) + (x - 3)(x + x^2)$.

☞ **Lời giải.**

○ **Nhận xét.** Khi tính tích $2(x - 5)(x + 1)$ bạn nên tính $(x - 5)(x + 1)$ trước rồi nhân 2 với kết quả.

⇨ **Bài 42.** Rút gọn biểu thức $A = (x + 5)(2x - 3) - 2x(x + 3) - (x - 15)$. Rồi cho biết bậc của đa thức kết quả.

☞ **Lời giải.**

⇨ **Bài 43.** Cho biểu thức $B = 5x^2(3x - 2) - (4x + 7)(6x^2 - x) - (7x - 9x^3)$. Rút gọn rồi tính giá trị của biểu thức B với $x = -\frac{3}{4}$.

☞ **Lời giải.**

⇨ **Bài 44.** Cho biểu thức $C = x(x + x^3) + (x - 1)(x^2 + x^3) + 1$. Rút gọn biểu thức C rồi chứng tỏ rằng với hai giá trị đối nhau của x thì biểu thức C có cùng một giá trị.

☞ **Lời giải.**

⇨ **Bài 45.** Chứng minh giá trị của biểu thức sau không phụ thuộc vào giá trị của các biến

$$A = (2x - 3)(x + 7) - 2x(x + 5) - x.$$

☞ **Lời giải.**

⚠ *Dề kiểm tra kết quả, bạn có thể thay $x = 0$ vào biểu thức đã cho rồi thực hiện các phép tính. Nếu kết quả trùng với kết quả trên thì đúng. Chẳng hạn, với $x = 0$ thì $A = -3 \cdot 7 = -21$. Kết quả này trùng với kết quả trên.*

⇨ **Bài 46.** Cho biểu thức $B = 10 - 5x(x - 1,2) + 2x(2,5x - 3)$. Chứng minh rằng giá trị của biểu thức này luôn không đổi.

☞ **Lời giải.**

⇨ **Bài 47.** Cho biểu thức $C = x(x - y) + y(x + y) - (x + y)(x - y) - 2y^2$. Với mọi giá trị của x và y thì giá trị của biểu thức C là một số âm hay một số dương?

☞ **Lời giải.**

⇨ **Bài 48.** Chứng minh đẳng thức $(x - y)(x^3 + x^2y + xy^2 + y^3) = x^4 - y^4$.

☞ **Lời giải.**

⇨ **Bài 49.** Chứng minh đẳng thức $(x + y)(x + y + z) - 2(x + 1)(y + 1) + 2 = x^2 + y^2$.

☞ **Lời giải.**

⇨ **Bài 50.** Cho $ab = 1$. Chứng minh đẳng thức $a(b + 1) + b(a + 1) = (a + 1)(b + 1)$.

☞ **Lời giải.**

🔗 **Bài 51.** Tìm x biết $(x+1)(x^2+2x-1) - x^2(x+3) = 4$.

💬 **Lời giải.**

🔗 **Bài 52.** Tìm x biết $(x+1)(3x^2+x-2) - x^2(3x+4) = 5$.

💬 **Lời giải.**

🔗 **Bài 53.** Tìm x biết $3(x-1)(x+3) - x(3x+1) = 2$.

💬 **Lời giải.**



PHÉP CHIA ĐA THỨC

🔗 **Bài 54.** Làm tính chia

a) $(-x^4y^5) : (-xy^3)$.

b) $x^2yz^3 : (-x^2z^3)$.

c) $x^{n+2}y^{3n} : x^{n-2}y^n$ (với $n \in \mathbb{N} : n \geq 2$).

💬 **Lời giải.**

🔗 **Bài 55.** Làm tính chia

a) $20x^5y^3 : 4x^2y^2$.

b) $12x^3y^4 : \frac{2}{5}xy^4$.

c) $\frac{4}{9}x^5y^2z^3 : \left(-1\frac{1}{3}xy^2\right)$.

🗨 **Lời giải.**

🔗 **Bài 56.** Làm tính chia

a) $2(x + y^3) : 5(x + y)$.

b) $-(x - y)^5 : (y - x)^2$.

c) $(x + 2y - 3z)^{n+1} : (x + 2y - 3z)^n$ (với $n \in \mathbb{N}$).

🗨 **Lời giải.**

🔗 **Bài 57.** Làm tính chia

a) $(8x^4 - 10x^3 + 12x^2) : 4x^2$.

b) $(30x^3y^2 - 18x^2y^3 - 6xy^4) : (-6xy^2)$.

c) $\left(1\frac{1}{5}x^5y^3 + 2\frac{2}{5}x^4y^4 - 1\frac{1}{5}x^3y^5\right) : \frac{3}{5}x^3y^3$.

🗨 **Lời giải.**

🔗 **Bài 58.** Làm tính chia

a) $[7(y - x)^4 - 5(x - y)^3] : (x - y)^3$.

b) $\left[\frac{1}{2}(x - y)^5 + \frac{2}{3}(x - y)^{n+2}\right] : \frac{1}{6}(x - y)^2$ với $n \in \mathbb{N}$.

🗨 **Lời giải.**

❖ **Bài 59.** Tìm số tự nhiên n để mỗi phép chia sau đều là phép chia hết

a) $8x^n : 4x^5$.

b) $2x^3 : x^{n+1}$.

🗨 **Lời giải.**

❖ **Bài 60.** Tìm số tự nhiên n để mỗi phép chia sau đều là phép chia hết

a) $15x^{n+2}y^n : 3x^3y^4$.

b) $\left(-\frac{1}{2}x^{2n}y^7\right) : \frac{3}{10}x^{n+3}y^n$.

🗨 **Lời giải.**

❖ **Bài 61.** Tìm số tự nhiên n để đa thức $8x^4y^5 + 4x^5y^3 - 5x^6y^4$ chia hết cho đơn thức $5x^ny^{n+1}$.

🗨 **Lời giải.**

❖ **Bài 62.** Cho các đa thức $A = 9x^4y^2z^2 - 5x^3y^3z + 2x^3y^3$; $B = 6x^3y^3z^2 + 3x^2y^2z^2 - 7xy^4z^2$ và đơn thức $C = 3x^2y^2z$.

Xét xem các đa thức A, B có chia hết cho đơn thức C không? Vì sao?

🗨 **Lời giải.**

❖ **Bài 63.** Tính giá trị của biểu thức $A = 20x^3y^5z^3 : 5x^3y^3z$ với $x = 1,234$; $y = 8$; $z = -\frac{1}{12}$.

🗨 **Lời giải.**

⇨ **Bài 64.** Cho biểu thức $B = (6x^4y^2 - 8x^3y^3) : 2x^2y^2 + (-20x^4y^3 + 15x^3y^4) : (-5x^3y^2)$.

a) Rút gọn B.

b) Tính giá trị của B với $x = 85; y = 15$.

☞ **Lời giải.**

VẬN DỤNG

⇨ **Bài 65.** Trong một khách sạn có hai bể bơi dạng hình hộp chữ nhật. Bể thứ nhất có chiều sâu là 1,2 m, đáy là hình chữ nhật có chiều dài x mét, chiều rộng y mét. Bể thứ hai có chiều sâu là 1,5 m, hai kích thước đáy gấp 5 lần hai kích thước đáy của bể thứ nhất.

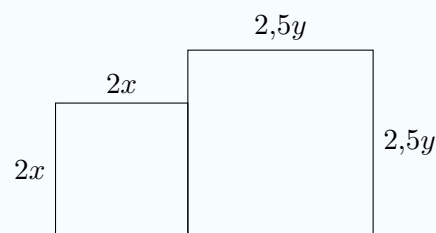
a) Hãy tìm đơn thức (hai biến x và y) biểu thị số mét khối nước cần có để bơm đầy cả hai bể bơi.

b) Tính lượng nước bơm đầy hai bể nếu $x = 5$ m, $y = 3$ m.

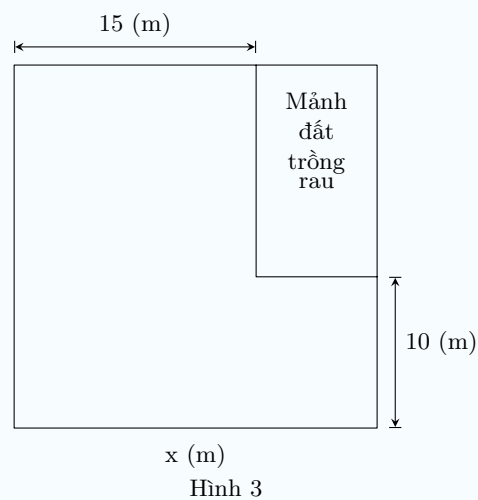
☞ **Lời giải.**

Bài 66.

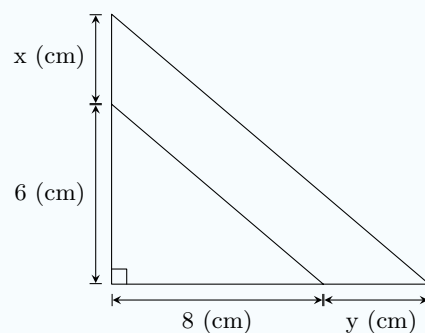
Từ một miếng bìa, người ta cắt ra hai hình tròn có bán kính x centimét và y centimét. Tìm biểu thức biểu thị diện tích phần còn lại của miếng bìa, nếu biết miếng bìa có hình dạng gồm hai hình vuông ghép lại và có kích thước (centimét) như Hình 1.2. Biểu thức đó có phải là một đa thức không? Nếu phải thì đó là đa thức bậc mấy?

**Lời giải.****Bài 67.**

Khu vườn nhà bác Xuân có dạng hình vuông. Bác Xuân muốn dành một mảnh đất có dạng hình chữ nhật ở góc khu vườn để trồng rau (Hình 3). Biết diện tích của mảnh đất trồng rau bằng 150 m^2 . Tính độ dài cạnh x (m) của khu vườn đó.

**Lời giải.****Bài 68.**

Bạn Hạnh dự định cắt một miếng bìa có dạng tam giác vuông với độ dài hai cạnh góc vuông lần lượt là 6 (cm), 8 (cm). Sau khi xem xét lại, bạn Hạnh quyết định tăng độ dài cạnh góc vuông 6 (cm) thêm x (cm) và tăng độ dài cạnh góc vuông 8 (cm) thêm y (cm) (Hình 2). Viết đa thức biểu thị diện tích phần tăng thêm của miếng bìa theo x và y .



Hình 2

🗨️ Lời giải.

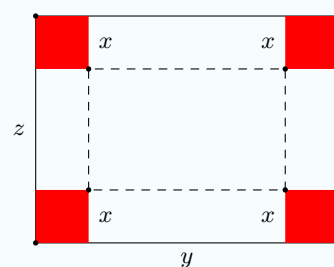
🔗 **Bài 69.** Chuyện rằng Rùa chạy đua với Thỏ. Thỏ chạy nhanh gấp 60 lần rùa, nhưng chỉ sau t phút chạy, Thỏ đã dừng lại mặc dù chưa đến đích. Do mãi chơi, Thỏ không biết rằng Rùa vẫn cần mãi chạy liên tục trong $90t$ phút và đến đích trước Thỏ.

- Gọi v (m/phút) là vận tốc của Rùa. Hãy viết các đơn thức biểu thị quãng đường mà Thỏ và Rùa đã chạy.
- Hỏi Rùa đã chạy được quãng đường dài gấp bao nhiêu lần quãng đường Thỏ đã chạy?

🗨️ Lời giải.

🔗 Bài 70.

Bạn Thành dùng một miếng bìa hình chữ nhật để làm thành một cái hộp (không nắp) bằng cách cắt bốn hình vuông cạnh bằng x cm ở bốn góc rồi gấp lại. Biết rằng miếng bìa có chiều dài là y cm và chiều rộng là z cm. Tìm đa thức (ba biến x, y, z) biểu thị thể tích của chiếc hộp. Xác định bậc của đa thức đó.



🗨️ Lời giải.

⇒ **Bài 71.** Một mảnh vườn có dạng hình chữ nhật với chiều rộng là x (m), chiều dài là y (m).

- Viết đa thức biểu thị diện tích của mảnh vườn.
- Nếu tăng chiều rộng lên 2 m và giảm chiều dài đi 3 m thì được mảnh vườn mới. Viết đa thức biểu thị diện tích của mảnh vườn mới.
- Viết đa thức biểu thị phần diện tích lớn hơn của mảnh vườn mới so với mảnh vườn ban đầu.

🗨 **Lời giải.**

Bài 3

NHỮNG HẰNG ĐẲNG THỨC ĐÁNG NHỚ



TRỌNG TÂM KIẾN THỨC

☑ Dùng A, B để chỉ các biểu thức đại số ta có 7 hằng đẳng thức đáng nhớ sau

Bình phương của một tổng	$(A + B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$
Bình phương của một hiệu	$(A - B)^2 = A^2 - 2AB + B^2$
Hiệu hai bình phương	$A^2 - B^2 = (A - B)(A + B)$
Lập phương của một tổng	$(A + B)^3 = A^3 + 3A^2B + 3AB^2 + B^3$
Lập phương của một hiệu	$(A - B)^3 = A^3 - 3A^2B + 3AB^2 - B^3$
Tổng hai lập phương	$A^3 + B^3 = (A + B)(A^2 - AB + B^2)$
Hiệu hai lập phương	$A^3 - B^3 = (A - B)(A^2 + AB + B^2)$

A Ta cũng có thể viết hằng đẳng thức bình phương của một hiệu bằng cách sử dụng hằng đẳng thức bình phương của một tổng

$$(A - B)^2 = [A + (-B)]^2 = A^2 + 2A \cdot (-B) + B^2 = A^2 - 2AB + B^2.$$

Tương tự cho hằng đẳng thức lập phương của một hiệu

$$(A - B)^3 = [A + (-B)]^3 = A^3 + 3A^2(-B) + 3A(-B)^2 + (-B)^3 = A^3 - 3A^2B + 3AB^2 - B^3.$$



CÁC DẠNG BÀI TẬP VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Dạng 1. Vận dụng hằng đẳng thức để tính

Xem biểu thức thuộc dạng hằng đẳng thức nào thì vận dụng hằng đẳng thức ấy để khai triển và ngược lại.

🔗 **Ví dụ 1.** Áp dụng hằng đẳng thức bình phương một tổng hoặc bình phương một hiệu để tính

a) $(m + 1)^2$;

b) $(k - 2)^2$;

c) $(4x + 7)^2$;

d) $\left(6x - \frac{1}{3}y\right)^2$.

💬 **Lời giải.**

❖ Ví dụ 2. Áp dụng hằng đẳng thức hiệu hai bình phương để tính

a) $5^2 - 4^2$;

b) $a^2 - 4$;

c) $t^2 - u^2$;

d) $(3x^2 - 5xy^3)(3x^2 + 5xy^3)$.

🗨️ Lời giải.

❖ Ví dụ 3. Áp dụng hằng đẳng thức lập phương của một tổng hoặc lập phương của một hiệu để tính

a) $(u + 1)^3$;

b) $(r - 1)^3$;

c) $(2x^2 + 5y)^3$;

d) $(3x^3 - 4xy)^3$.

🗨️ Lời giải.

❖ Ví dụ 4. Áp dụng hằng đẳng thức tổng hai lập phương hoặc hiệu hai lập phương để tính

a) $y^3 + 2^3$;

b) $u^3 - v^3$;

c) $\left(6x + \frac{1}{2}\right)\left(36x^2 - 3x + \frac{1}{4}\right)$;

d) $(x - 5y^2)(x^2 + 5xy^2 + 25y^4)$.

🗨️ Lời giải.

❖ **Ví dụ 5.** Viết các đa thức sau dưới dạng bình phương hay lập phương của một tổng hay hiệu

a) $25x^2 - 5xy + \frac{1}{4}y^2$;

b) $8x^3 - 12x^2y + 6xy^2 - y^3$.

🗨 **Lời giải.**

❖ **Ví dụ 6.** Điền các đơn thức thích hợp vào ô trống

a) $\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = x^2 - \boxed{} + \frac{1}{x^2}$;

b) $\left(\frac{1}{2} + \boxed{}\right)\left(\frac{1}{4}x^2 - \boxed{} + \frac{1}{9}y^2\right) = \frac{1}{8}x^3 + \frac{1}{27}y^3$.

📁 Dạng 2. Rút gọn và tính giá trị của biểu thức

- ☑ Vận dụng các hằng đẳng thức đáng nhớ để khai triển các lũy thừa, khai triển các tích rồi rút gọn.
- ☑ Thay các giá trị của biến vào biểu thức đã rút gọn rồi thực hiện phép các phép tính.

❖ **Ví dụ 7.** Rút gọn các biểu thức

a) $(7x + 4)^2 - (7x + 4)(7x - 4)$;

b) $(x + 2y)^3 - 6xy(x + 2y)$;

c) $(3x + y)(9x^2 - 3xy + y^2) - (3x - y)^3 - 27x^2y$.

🗨 **Lời giải.**

❖ **Ví dụ 8.** Cho biểu thức $A = 5(x + 3)(x - 3) + (2x + 3)^2 + (x - 6)^2$. Rút gọn rồi tính giá trị của biểu thức A với $x = -\frac{1}{5}$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Ví dụ 9.** Cho biết $x + y = 15$ và $xy = -100$. Tính giá trị của biểu thức $B = x^2 + y^2$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Ví dụ 10.** Tính nhanh giá trị của biểu thức

a) $C = 39^2 + 78 \cdot 61 + 61^2;$

b) $D = 50^2 - 49 \cdot 51.$

💬 **Lời giải.**

Dạng 3. Chứng minh giá trị của biểu thức không phụ thuộc vào các biến

Vận dụng các hằng đẳng thức để biến đổi biểu thức đã cho thành một biểu thức không chứa biến.

❖ **Ví dụ 11.** Chứng minh giá trị của biểu thức sau không phụ thuộc vào giá trị của biến

$$A = (3x + 2)(9x^2 - 6x + 4)(9x^3 - 2).$$

 **Lời giải.**

❖ **Ví dụ 12.** Giá trị của biểu thức sau có phụ thuộc vào giá trị của biến không?

$$B = (x + 1)^3 - (x - 1)(x^2 + x + 1) - 3x(x + 1).$$

 **Lời giải.**

Dạng 4. Chứng minh đẳng thức

Vận dụng các hằng đẳng thức để biến đổi vế này thành vế kia hoặc biến đổi hai vế về cùng bằng một biểu thức.

❖ **Ví dụ 13.** Chứng minh đẳng thức

$$(x + y)^2 - (x - y)^2 = 4xy.$$

 **Lời giải.**

❖ **Ví dụ 14.** Chứng minh đẳng thức

$$3(x^2 + y^2 + z^2) - (x - y)^2 - (y - z)^2 - (z - x)^2 = (x + y + z)^2.$$

Lời giải.

Dạng 5. Tìm x thỏa mãn đẳng thức

- ☒ Vận dụng các hằng đẳng thức đáng nhớ để khai triển ra rồi thu gọn về dạng $ax = b$.
☒ Suy ra $x = \frac{b}{a}$ nếu $a \neq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nếu $a = b = 0$, không có x nếu $a = 0, b \neq 0$.

🔗 **Ví dụ 15.** Tìm x biết rằng

$$(2x + 1)(1 - 2x) + (2x - 1)^2 = 22.$$

🗨️ Lời giải.

⚠ Khi vận dụng hằng đẳng thức $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ để tính $(2x+1)(1-2x)$ thì b là $2x$ chứ không phải là 1.

🔗 **Ví dụ 16.** Tìm x biết rằng

$$(x - 5)^2 + (x - 3)(x + 3) - 2(x + 1)^2 = 0.$$

Lời giải.

Dạng 6. Chứng minh chia hết

Vận dụng các hằng đẳng thức đáng nhớ để biến đổi số đã cho về dạng $a = k \cdot b$ ($k \neq 0$). Lúc đó $a \vdots k$.

💡 **Ví dụ 17.** Chứng minh rằng hiệu các bình phương của hai số chẵn liên tiếp thì chia hết cho 4.

 **Lời giải.**

Dạng 7. Chứng minh giá trị của một biểu thức luôn luôn dương (hay âm) với mọi giá trị của biến

- ☑ Muốn chứng minh giá trị của một biểu thức luôn luôn dương với mọi giá trị của biến, ta vận dụng các hằng đẳng thức $A^2 \pm 2AB^2 + B^2 = (A \pm B)^2$, để biến đổi biểu thức về dạng $[f(x)]^2 + k$ với $k > 0$.
- ☑ Muốn chứng minh giá trị của một biểu thức luôn luôn âm với mọi giá trị của biến, ta biến đổi biểu thức về dạng $-[f(x)]^2 + k$ với $k < 0$.

💡 **Ví dụ 18.** Chứng minh giá trị của biểu thức $P = x^2 - 2x + 3$ luôn luôn dương với mọi giá trị của x .

 **Lời giải.**

💡 **Ví dụ 19.** Chứng minh giá trị của biểu thức $Q = 6x - x^2 - 10$ luôn luôn âm với mọi giá trị của x .

 **Lời giải.**

Dạng 8. Tìm giá trị nhỏ nhất, giá trị lớn nhất của biểu thức $P(x) = ax^2 + bx + c$

- ☑ Muốn tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P(x)$, ta vận dụng các hằng đẳng thức $A^2 \pm 2AB + B^2 = (A \pm B)^2$ để biến đổi $P(x)$ về dạng $[f(x)]^2 + k$ (k là hằng số). Vì $[f(x)]^2 \geq 0$ nên $P(x) \geq k$. Do đó giá trị nhỏ nhất của $P(x)$ là k (ta phải tìm x để $f(x) = 0$). Ta viết min $P(x) = k$.
- ☑ Muốn tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P(x)$, ta biến đổi $P(x)$ về dạng $-[f(x)]^2 + k$ (k là hằng số). Vì $[f(x)]^2 \geq 0$ nên $P(x) \leq k$. Do đó giá trị lớn nhất của $P(x)$ là k (ta phải tìm x để $f(x) = 0$). Ta viết max $P(x) = k$.

💡 **Ví dụ 20.** Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x^2 + 10x + 28$.

 **Lời giải.**

💡 **Ví dụ 21.** Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $Q = 5x^2 - 10x$.

 **Lời giải.**

💡 **Ví dụ 22.** Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

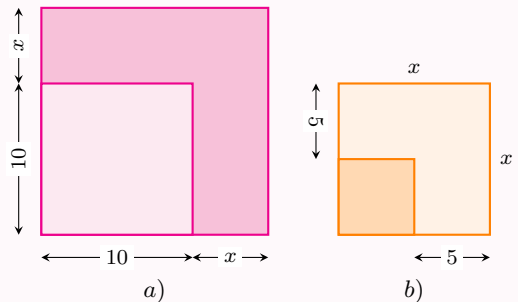
$$P = x - x^2 - 1.$$

 **Lời giải.**

Dạng 9. Vận dụng

❖ Ví dụ 23.

- a) Một mảnh vườn hình vuông cạnh 10 m được mở rộng cả hai cạnh thêm x (m) như hình 2a. Viết biểu thức (dạng đa thức thu gọn) biểu thị diện tích mảnh vườn sau khi mở rộng.
- b) Một mảnh vườn hình vuông sau khi mở rộng mỗi cạnh 5 m thì được một mảnh vườn hình vuông cạnh mới là x (m) như hình 2b. Viết biểu thức (dạng đa thức thu gọn) biểu thị diện tích mảnh vườn trước khi mở rộng.



💬 Lời giải.

❖ Ví dụ 24. Một thùng chứa dạng hình lập phương có độ dài cạnh bằng x (cm). Phần vỏ bao gồm nắp có độ dày 3 cm. Tính dung tích (sức chứa) của thùng, viết kết quả dưới dạng đa thức.

💬 Lời giải.

❖ Ví dụ 25. Từ một khối lập phương có cạnh bằng $2x + 1$, ta cắt bỏ một khối lập phương có cạnh bằng $x + 1$. Tính thể tích phần còn lại, viết kết quả dưới dạng đa thức.

💬 Lời giải.



BÀI TẬP VẬN DỤNG

⇨ **Bài 1.** Áp dụng hằng đẳng thức bình phương của một tổng hoặc bình phương của một hiệu để tính

a) $(x + 1)^2$;

b) $(y + 2)^2$;

c) $(z + 3)^2$;

d) $(t + 4)^2$;

e) $(l - 1)^2$;

f) $(y - 2)^2$;

g) $(w - 3)^2$;

h) $(m - 4)^2$;

i) $(u - v)^2$.

☞ **Lời giải.**

⇨ **Bài 2.** Áp dụng hằng đẳng thức bình phương của một tổng hoặc bình phương của một hiệu để tính

a) $(2x + 3)^2$;

b) $(4u + 2)^2$;

c) $\left(h + \frac{1}{4}\right)^2$;

d) $\left(2m + \frac{1}{2}\right)^2$;

e) $\left(\frac{2}{3}x + 3\right)^2$;

f) $(2k + m^2)^2$

g) $(-3z + 2)^2$;

h) $(-5l + 1)^2$;

i) $(2v - 3)^2$;

j) $(4e - 2)^2$;

k) $(-3c - 2)^2$;

l) $(-5l - 1)^2$;

m) $\left(p - \frac{1}{4}\right)^2$;

n) $\left(2b - \frac{1}{2}\right)^2$;

o) $\left(\frac{2}{3}x - 3\right)^2$;

p) $(2l - w^2)^2$;

q) $\left(\frac{t}{2} - 2z\right)^2$;

r) $\left(\frac{1}{u} - \frac{4}{k}\right)^2$.

☞ **Lời giải.**

🔗 **Bài 3.** Áp dụng hằng đẳng thức hiệu hai bình phương để tính

a) $(m - 2)(m + 2);$

b) $(t - 3)(t + 3);$

c) $(j - 8)(j + 8);$

d) $(h - 10)(10 + h);$

e) $(a + 3)(a - 3)$

f) $(u + v)(u - v);$

g) $(2x + y)(2x - y);$

h) $(3m - y)(3m + y);$

i) $(3m^2 - y)(3m^2 + y).$

🗨 **Lời giải.**

🔗 **Bài 4.** Áp dụng hằng đẳng thức hiệu hai bình phương để tính

a) $(nm - 2)(nm + 2);$

b) $(4x^2y - 3m)(4x^2y + 3m);$

c) $(3xyz - 4mt)(3xyz + 4mt);$

d) $\left(\frac{2}{5}u^3 - 3v^2\right)\left(\frac{2}{5}u^3 + 3v^2\right);$

🗨 **Lời giải.**

❖ **Bài 5.** Áp dụng hằng đẳng thức hiệu hai bình phương để tính

a) $k^2 - h^2$;

b) $j^2 - 64$;

c) $25x^2 - y^2$;

d) $5m^2 - 1$.

🗨 **Lời giải.**

❖ **Bài 6.** Áp dụng hằng đẳng thức lập phương của tổng hoặc lập phương của hiệu để tính

a) $(p + 1)^3$;

b) $(a + 2)^3$;

c) $(z + 3)^3$;

d) $(t + 4)^3$;

e) $(r - 1)^3$;

f) $(h - 2)^3$;

g) $(x - 3)^3$;

h) $(q - 4)^3$;

i) $(-2 - b)^3$.

🗨 **Lời giải.**

❖ **Bài 7.** Áp dụng hằng đẳng thức lập phương của hiệu hoặc lập phương của tổng để tính

a) $(3x + 2)^3$;

b) $(p + 3u)^3$;

c) $(5m + 5)^3$;

d) $(2k + 3r)^3$;

e) $(k^2 - 3y)^3$;

f) $\left(4k - \frac{1}{2}\right)^3$;

g) $\left(-2t + \frac{1}{2}u\right)^3$;

h) $(um - rt)^3$;

i) $(x^2y - y^2)^3$.

🗨 **Lời giải.**

❖ **Bài 8.** Áp dụng hằng đẳng thức hiệu hai lập phương hoặc tổng hai lập phương để tính

a) $(t+1)(t^2-t+1)$;

b) $(m+2)(m^2-2m+4)$;

c) $[k+(-1)](k^2+k+1)$;

d) $(4+y)(y^2-4y+16)$;

e) $(u-1)(u^2+u+1)$;

f) $(k-3)(k^2+3k+9)$;

g) $(d-4)(d^2+4d+16)$;

h) $(5-t)(t^2+5t+25)$.

🗨 **Lời giải.**

❖ **Bài 9.** Điền các đơn thức hoặc các phép tính thích hợp vào ô trống

a) $(2x+3)^2 = 4x^2 + \boxed{} + 9$;

b) $(4u+2)^2 = \boxed{} u^2 + 16u + \boxed{}$;

c) $\left(\boxed{} + \boxed{}\right)^2 = 9z^2 - 12z + 4$;

d) $(-5l + \boxed{})^2 = 25l^2 - 10l + 1$;

e) $\left(h \boxed{} \frac{1}{4}\right)^2 = \boxed{} + \boxed{} + \frac{1}{16}$;

f) $\left(\frac{2}{3}x + 3\right)^2 = \boxed{} x^2 + \boxed{} + \boxed{}$;

g) $(2k + m^2)^2 = \boxed{} + \boxed{} + \boxed{}$;

h) $\left(\boxed{} - \boxed{}\right)^2 = 4v^2 - 12v + 9$;

i) $\left(\begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \end{array} - \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \end{array} \right)^2 = 16e^2 - 16e + 4;$

j) $\left(-5l - \boxed{}\right)^2 = \boxed{} + 10l + 1;$

k) $\left(2p - \frac{1}{4}\right)^2 = \boxed{} - p + \frac{1}{16};$

1) $\left(2b - \frac{1}{2}\right)^2 = \square + \square - \square ;$

$$\text{m)} \left(\begin{array}{|c|} \hline \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|} \hline \\ \hline \end{array} \right)^2 = \frac{4}{9}n^2 - 4n + 9;$$

$$\text{n) } (2l - w^2)^2 = \boxed{} + \boxed{} + \boxed{};$$

o) $\left(\frac{1}{u} \boxed{} \frac{4}{k}\right)^2 = \frac{1}{u^2} - \frac{8}{uk} + \frac{16}{k^2}.$

$$\text{p)} \left(\begin{array}{|c|} \hline \\ \hline \end{array} - \begin{array}{|c|} \hline \\ \hline \end{array} \right)^2 = 4u^2 - \begin{array}{|c|} \hline \\ \hline \end{array} + \frac{1}{u^2};$$

$$\text{q)} \left(\frac{1}{2}m + \boxed{} \right) \left(\frac{1}{4}m^2 - \boxed{} + \frac{1}{25}n^2 \right) = \frac{1}{8}m^3 + \frac{1}{125}n^3.$$

🔗 Bài 10. Rút gọn các biểu thức sau

a) $(2x + 3)^2 + (2x - 3)^2 - 2(4x^2 - 9);$

b) $(x+2)^3 + (x-2)^3 + x^3 - 3x(x+2)(x-2);$

c) $(x + 2)(x^2 - 2x + 4) - (18 + x^3)$;

d) $(2x - y)(4x^2 + 2xy + y^2) - (2x + y)(4x^2 - 2xy + y^2).$

Lời giải.

🔗 **Bài 11.** Rút gọn rồi tính giá trị của biểu thức sau với $x = -19$.

$$A = (3x + 2)^2 + (2x - 7)^2 - 2(3x + 2)(2x - 7).$$

💬 **Lời giải.**

🔗 **Bài 12.** Rút gọn rồi tính giá trị của biểu thức sau với $u = \frac{1}{5}$.

$$B = (7u + 7)^2 + (2u + 7)^2 - 2(7u + 7)(2u + 7).$$

💬 **Lời giải.**

🔗 **Bài 13.** Tính giá trị biểu thức

a) $25^2 - 15^2$;

b) $950^2 - 850^2$;

c) $150^2 - 50^2$;

d) $(2h + 2)^2 - 2(2h + 2)(h - 8) + (h - 8)^2$
với $h = -5$.

💬 **Lời giải.**

🔗 **Bài 14.** Chứng minh giá trị của biểu thức sau không phụ thuộc vào giá trị của các biến

$$A = (2x + y)(4x^2 - 2xy + y^2) + (3x - y)(9x^2 + 3xy + y^2) - 35(x - 1)(x^2 + x + 1).$$

💬 **Lời giải.**

⇨ **Bài 15.** Chứng minh giá trị của biểu thức sau không phụ thuộc vào giá trị của các biến

$$B = (2x - y)(4x^2 + 2xy + y^2) - (2x + y)(4x^2 - 2xy + y^2) + 2y^3.$$

☞ **Lời giải.**

⇨ **Bài 16.** Chứng minh giá trị biểu thức sau không phụ thuộc vào giá trị của biến

$$C = (x + y - z - t)^2 - (z + t - x - y)^2.$$

☞ **Lời giải.**

⇨ **Bài 17.** Chứng minh đẳng thức

$$(x + y)^3 - (x - y)^3 = 2y(3x^2 + y^2).$$

☞ **Lời giải.**

⇨ **Bài 18.** Chứng minh với mọi n thì $A = (4n + 3)^2 - 25$ chia hết cho 8.

☞ **Lời giải.**

⇨ **Bài 19 (Đề thi HSG lớp 8, huyện Thái Thụy, tỉnh Thái Bình, năm 2016).** Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A = (x - 1)(2x - 1)(2x^2 - 3x - 1) + 2017$.

🗨️ Lời giải.

❖ Bài 20 (Đề thi HSG toán 8, Hà Đông, Hà Nội, năm 2017).

- a) Cho các số thực a, b, c thỏa mãn $a + b + c = 0$. Chứng minh rằng $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$.
- b) Giả sử x, y, z là các số thực thỏa mãn $x + y + z = 3$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$M = x^4 + y^4 + z^4 + 12(1-x)(1-y)(1-z).$$

Lời giải.

❖ **Bài 21 (Đề thi KĐCL, Thanh Chương, tỉnh Nghệ An, năm 2013).** Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A = 2x^2 + 3y^2 + 4xy - 8x - 2y + 18$.

Lời giải.

❖ **Bài 22 (Đề thi HSG8, huyện Củ Chi, TP Hồ Chí Minh năm 2016).**

- a) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $x^2 + 5y^2 + 2xy - 4x - 8y + 2015$.

b) Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $\frac{3(x+1)}{x^3+x^2+x+1}$.

 **Lời giải.**

◀▶ **Bài 23 (Đề thi hsg lớp 8, Đông Hà, Quảng Trị năm 2017).** Tìm tất cả các số nguyên x sao cho $x^2 + 4x - 3$ là số chính phương.

 **Lời giải.**

◀▶ **Bài 24 (Đề thi HSG lớp 8, Đông Hà, Quảng Trị năm 2017).**

a) Cho các số thực a, b, c . Chứng minh

$$(a+b+c)^3 - (a^3 + b^3 + c^3) = 3(a+b)(b+c)(c+a).$$

b) Giải phương trình $(x + \sqrt{2})^3 + (3x - 2\sqrt{2})^3 = (4x - \sqrt{2})^3$.

Lời giải.

❖ **Bài 25 (Đề thi KDCI, Thanh Chương, Nghệ An, năm 2013).** Cho hai số chính phương liên tiếp. Chứng minh rằng tổng của hai số đó cộng với tích của chúng là một số chính phương lẻ.

Lời giải.

❖ **Bài 26 (Đề thi HSG8, Phòng GD Tam Dương, Vĩnh Phúc, 2018).** Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $C = \sqrt{16x^2 + 8x + 1} + \sqrt{16x^2 - 24x + 9}$.

☞ **Lời giải.**

❖ **Bài 27 (Đề thi học sinh giỏi 8, tỉnh Khánh Hòa, năm 2017).** Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x^4 + 2x^3 + 3x^2 + 2x + 1$.

☞ **Lời giải.**

❖ **Bài 28.**

- Viết biểu thức tính diện tích hình vuông có cạnh bằng $2x + 3$ dưới dạng đa thức;
- Viết biểu thức tính thể tích của khối lập phương có cạnh bằng $3x - 2$ dưới dạng đa thức;

☞ **Lời giải.**

❖ **Bài 29.** Cho hình hộp chữ nhật có chiều dài, chiều rộng, chiều cao đều bằng 5 cm. Thể tích của hình hộp chữ nhật sẽ tăng bao nhiêu nếu:

- Chiều dài và chiều rộng tăng thêm a cm;
- Chiều dài, chiều rộng, chiều cao tăng thêm a cm.

☞ **Lời giải.**

LUYỆN TẬP CHUNG 2



NHỮNG HẰNG ĐẲNG THỨC ĐÁNG NHỚ

🔹 **Bài 1.** Tính

a) $(4x + 7)^2$.

b) $\left(6x - \frac{1}{3}y\right)^2$.

c) $(3x^2 - 5xy^3)(3x^2 + 5xy^3)$.

🗨 **Lời giải.**

🔹 **Bài 2.** Tính

a) $(2x^2 + 5y)^3$.

b) $(3x^3 - 4xy)^3$.

c) $(x - 5y^2)(x^2 + 5xy^2 + 25y^4)$.

d) $(x - 5y^2)(x^2 + 5xy^2 + 25y^4)$.

🗨 **Lời giải.**

🔹 **Bài 3.** Viết các đa thức sau dưới dạng bình phương hay lập phương của một tổng hay hiệu

a) $25x^2 - 5xy + \frac{1}{4}y^2$.

b) $8x^3 - 12x^2y + 6xy^2 - y^3$.

🗨 **Lời giải.**

💡 **Bài 4.** Điền các đơn thức thích hợp vào ô trống

$$\text{a) } \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = x^2 - \boxed{} + \frac{1}{x^2}.$$

$$\text{b) } \left(\frac{1}{2}x + \boxed{}\right) \left(\frac{1}{4}x^2 - \boxed{} + \frac{1}{9}y^2\right) = \frac{1}{8}x^3 + \frac{1}{27}y^3.$$

💡 **Bài 5.** Rút gọn các biểu thức

$$\text{a) } (7x + 4)^2 - (7x + 4)(7x - 4).$$

$$\text{b) } (x + 2y)^3 - 6xy(x + 2y).$$

$$\text{c) } (3x + y)(9x^2 - 3xy + y^2) - (3x - y)^3 - 27x^2y.$$

💡 **Lời giải.**

💡 **Bài 6.** Cho biểu thức $A = 5(x + 3)(x - 3) + (2x + 3)^2 + (x - 6)^2$. Rút gọn rồi tính giá trị của biểu thức A với $x = -\frac{1}{5}$.

💡 **Lời giải.**

🔗 **Bài 7.** Biết $x + y = 15$ và $xy = -100$. Tính giá trị của biểu thức $B = x^2 + y^2$.

💬 **Lời giải.**

🔗 **Bài 8.** Tính nhanh giá trị của biểu thức

a) $C = 39^2 + 78 \cdot 61 + 61^2$

b) $D = 50^2 - 49 \cdot 51$.

💬 **Lời giải.**

🔗 **Bài 9.** Chứng minh giá trị của biểu thức sau không phụ thuộc vào giá trị của biến

$$A = (3x + 2)(9x^2 - 6x + 4) - 3(9x^3 - 2).$$

💬 **Lời giải.**

🔗 **Bài 10.** Giá trị của biểu thức sau có phụ thuộc vào giá trị của biến không?

$$B = (x + 1)^2 - (x - 1)(x^2 + x + 1) - 3x(x + 1).$$

💬 **Lời giải.**

🔗 **Bài 11.** Chứng minh đẳng thức $(x + y)^2 - (x - y)^2 = 4xy$.

💬 **Lời giải.**

🔗 **Bài 12.** Chứng minh đẳng thức

$$3(x^2 + y^2 + z^2) - (x - y)^2 - (y - z)^2 - (z - x)^2 = (x + y + z)^2.$$

💬 **Lời giải.**

🔴 **Nhận xét.** Bạn nên nhớ kết quả $(x + y + z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2xz + 2yz$ để vận dụng tính nhanh kết quả.

⇨ **Bài 13.** Tìm x biết rằng $(2x + 1)(1 - 2x) + (2x - 1)^2 = 22$.

☞ **Lời giải.**

☞ **Nhận xét.** Khi vận dụng hằng đẳng thức $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$ để tính $(2x + 1)(1 - 2x)$ thì b là $2x$ chứ không phải là 1.

⇨ **Bài 14.** Tìm x biết rằng $(x - 5)^2 + (x - 3)(x + 3) - 2(x + 1)^2 = 0$.

☞ **Lời giải.**

⇨ **Bài 15.** Chứng minh rằng hiệu các bình phương của hai số chẵn liên tiếp chia hết cho 4.

☞ **Lời giải.**

⇨ **Bài 16.** Chứng minh giá trị của biểu thức $P = x^2 - 2x + 3$ luôn luôn dương với mọi x .

☞ **Lời giải.**

⇨ **Bài 17.** Chứng minh giá trị của biểu thức $Q = -x^2 + 6x - 10$ luôn luôn âm với mọi x .

☞ **Lời giải.**



.....

.....

.....

.....

.....

⇨ **Bài 18.** Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x^2 + 10x + 28$.

☞ **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

⇨ **Bài 19.** Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = 5x^2 - 10x$.

☞ **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

⇨ **Bài 20.** Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = x - x^2 - 1$.

☞ **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

⇨ **Bài 21.** Bác Tùng gửi vào ngân hàng 200 triệu đồng theo thể thức lãi kép theo định kì với lãi suất x mỗi năm (tức là nếu đến kì hạn người gửi không rút lãi ra thì tiền lãi được tính vào vốn của kì kế tiếp). Biểu thức $S = 200(1 + x)^3$ (triệu đồng) là số tiền bác Tùng nhận được sau 3 năm.

- a) Tính số tiền bác Tùng nhận được sau 3 năm khi lãi suất là $x = 5,5\%$.
- b) Khai triển S thành đa thức theo x và xác định bậc của đa thức.

 Lời giải.



VẬN DỤNG HẲNG ĐẲNG THỨC VÀO PHÂN TÍCH ĐA THỨC THÀNH NHÂN TỬ



TRỌNG TÂM KIẾN THỨC

1 Phương pháp đặt nhân tử chung

- ✓ Phân tích đa thức thành nhân tử (hay thừa số) là biến đổi đa thức đó thành một tích của những đa thức.

⚠ Lưu ý: $A = -(-A)$.

2 Phương pháp nhóm hạng tử

Nhóm các số hạng một cách thích hợp để có thể dùng phương pháp đặt nhân tử chung hoặc dùng hằng đẳng thức đối với mỗi nhóm. Sau đó tiếp tục đặt nhân tử chung hoặc dùng hằng đẳng thức.

3 Phương pháp dùng hằng đẳng thức

- ✓ Biết vận dụng 7 hằng đẳng thức đáng nhớ dưới đây để phân tích đa thức thành nhân tử:

$$(1) (a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2;$$

$$(2) (a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2;$$

$$(3) a^2 - b^2 = (a - b)(a + b);$$

$$(4) (a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3;$$

$$(5) (a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3;$$

$$(6) a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2);$$

$$(7) a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2).$$

- ✓ Dạng tổng quát của (3) và (7) là

$$a^n - b^n = (a - b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + \dots + ab^{n-2} + b^{n-1}).$$

Suy ra $a^n - b^n : (a - b)$ với $a \neq b$.

- ✓ Dạng tổng quát của (6) với n lẻ là

$$a^n + b^n = (a + b)(a^{n-1} - a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 - \dots - ab^{n-2} + b^{n-1}).$$

Suy ra $a^n + b^n : (a + b)$ với $a \neq -b$.



CÁC DẠNG BÀI TẬP VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Dạng 1. Phương pháp đặt nhân tử chung

- ✓ Bước 1. Chọn nhân tử chung là tích của phần hệ số và phần biến.
- ⊙ Hệ số là ƯCLN của các hệ số;
 - ⊙ Phần biến gồm tất cả các biến chung, mỗi biến lấy với số mũ nhỏ nhất của nó trong các hạng tử.
- ✓ Bước 2. Viết các nhân tử còn lại của mỗi hạng tử vào trong dấu ngoặc.

🔗 **Ví dụ 1.** Phân tích các đa thức sau thành nhân tử

a) $9x - 15y$;

b) $8x^2 + 12x - 4$;

c) $5x^2 - 25xy + 10y^2$.

Lời giải.

🔗 **Ví dụ 2.** Phân tích các đa thức sau thành nhân tử

a) $x^3 - x^2y + xy^2$;

b) $xy^2z - xy^3z + xy$;

c) $x^5y^2 - x^4y^3 - x^3y^4 + 2x^2y^5$.

Lời giải.

🔗 **Ví dụ 3.** Phân tích các đa thức sau thành nhân tử

a) $35x^2y^3 - 14x^2y^2 + 49x^2y$;

b) $-18x^4y^2 - 27x^3y^3 - 45x^2y^4.$

Lời giải.

🔗 **Ví dụ 4.** Phân tích các đa thức sau thành nhân tử

a) $4x(a + b) + 3y(a + b)$;

b) $5a(x - y) + 2b(y - x)$;

c) $x(x - y) - 3x + 3y.$

Lời giải.

🔗 **Ví dụ 5.** Phân tích các đa thức sau thành nhân tử

a) $(x + 1)(y - 2) - (2 - y)^2$;

b) $(x - 5)^3 - 2y(5 - x)^2;$

c) $(2x - 6)(4x^2 + 1) - (2x - 6)(7x + 3) - (2x - 6)(x + 12).$

Lời giải.

Nhóm các số hạng của đa thức thành từng nhóm rồi phân tích từng nhóm thành nhân tử. Tiếp tục phân tích đến khi được một tích của các đa thức.

Ví dụ 6. Phân tích đa thức sau thành nhân tử

a) $A = ax - bx + ab - x^2$;

b) $B = x^2 - y^2 + 4x + 4$.

Lời giải.

🔗 **Ví dụ 7.** Phân tích đa thức sau thành nhân tử

a) $x^3 + x^2 + x + 1$;

b) $x^2y + xy^2 - x - y$;

c) $x^2 - xy + 5x - 5y$;

d) $2x^2 - x - 6xy + 3y$.

Lời giải.

🔗 **Ví dụ 8.** Phân tích đa thức sau thành nhân tử

a) $x^2 + 7x + 7y - y^2$;

b) $x^2 - 2x - 9y^2 + 6y$;

c) $x^2 + 2xy - 25 + y^2$;

d) $x^2y^2 - x^2 + 8x - 16$;

e) $x^2 - 6xy + 9y^2 + 4x - 12y$;

f) $x^2 - xy + x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3$.

Lời giải.

Phân tích đa thức sau thành nhân tử

$$x^2 - 2xy + y^2 + 4x - 4y - 5.$$

Lời giải.

 Dạng 3. Phương pháp dùng hằng đẳng thức

 Nếu đa thức có 2 hạng tử thì vận dụng

$$\begin{aligned}a^2 - b^2 &= (a - b)(a + b); \\ a^3 \pm b^3 &= (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2).\end{aligned}$$

 Nếu đa thức có 3 hạng tử thì vận dụng

$$a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)^2.$$

 Nếu đa thức có 4 hạng tử thì vận dụng

$$a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3 = (a \pm b)^3.$$

 **Ví dụ 10.** Phân tích đa thức thành nhân tử

a) $x^2 - 25$; b) $9x^2 - \frac{1}{16}y^2$; c) $x^6 - y^4$.

 **Lời giải.**

 **Ví dụ 11.** Phân tích đa thức thành nhân tử

a) $(2x - 5)^2 - 64$; b) $81 - (3x + 2)^2$; c) $9(x - 5y)^2 - 16(x + y)^2$.

 **Lời giải.**

 **Ví dụ 12.** Phân tích đa thức thành nhân tử

a) $x^3 - 8$; b) $27x^3 + 125y^3$; c) $x^6 + 216$.

 **Lời giải.**

❖ **Ví dụ 13.** Phân tích đa thức thành nhân tử

a) $x^2 + 8x + 16$;

b) $9x^2 - 12xy + 4y^2$;

c) $-25x^2y^2 + 10xy - 1$.

🗨 **Lời giải.**

❖ **Ví dụ 14.** Phân tích đa thức thành nhân tử

a) $x^3 - 6x^2 + 12x - 8$;

b) $8x^3 + 12x^2y + 6xy^2 + y^3$.

🗨 **Lời giải.**

❖ **Ví dụ 15.** Phân tích đa thức thành nhân tử

a) $x^7 + 1$;

b) $x^{10} - 1$.

🗨 **Lời giải.**

❖ **Ví dụ 16.**

a) Phân tích đa thức sau thành nhân tử: $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$.

b) Biết rằng $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$. Chứng minh rằng $a + b + c = 0$ hoặc $a = b = c$.

c) Dựa vào câu a), hãy phân tích đa thức sau thành nhân tử

$$(x - y)^3 + (y - z)^3 + (z - x)^3.$$

🗨 **Lời giải.**

$$\left[4abcd + (a^2 + b^2)(c^2 + d^2)\right]^2 - 4\left[cd(a^2 + b^2) + ab(c^2 + d^2)\right]^2.$$

Dạng 4. Phối hợp các phương pháp thông thường

- ☑ Một số bài toán, nếu chỉ áp dụng một phương pháp thì ta không thể phân tích thành nhân tử được vì vậy ta phải kết hợp hai hoặc cả ba phương pháp đã nêu.
- ☑ Khi phối hợp nhiều phương pháp, thông thường phương pháp đặt nhân tử chung được ưu tiên đầu tiên rồi đến nhóm hạng tử và hằng đẳng thức, một phương pháp có thể dùng nhiều lần.

💡 **Ví dụ 18.** Phân tích các đa thức sau thành nhân tử.

a) $16x^3 - 54y^3$;

b) $5x^2 - 5y^2$;

c) $2x^4 - 32$.

💬 **Lời giải.**

💡 **Ví dụ 19.** Phân tích đa thức sau thành nhân tử.

a) $3x^3 - 75x$;

b) $5x^2y - 30xy^2 + 45y^3$.

💬 **Lời giải.**

💡 **Ví dụ 20.** Phân tích đa thức $A = a^6 - a^4 + 2a^3 + 2a^2$ thành nhân tử.

💬 **Lời giải.**

💡 **Ví dụ 21.** Phân tích đa thức $B = 2x^3y - 2xy^3 - 4xy^2 - 4x^2y$ thành nhân tử.

💬 **Lời giải.**

🔗 **Ví dụ 22.** Phân tích đa thức sau thành nhân tử

$$M = (5x - 10)(x^2 - 1) - (3x - 6)(x^2 - 2x + 1).$$

💬 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

Dạng 5. Phương pháp tách một hạng tử thành nhiều hạng tử

- ☑ Tách các hạng tử của đa thức thành tổng hoặc hiệu của nhiều hạng tử, từ đó ta ghép cặp để được các nhóm hạng tử giống nhau và làm xuất hiện nhân tử chung.
- ☑ Cách tổng quát để phân tích đa thức bậc hai $ax^2 + bx + c$ thành nhân tử là
 - 🔵 Tách bx thành $b_1x + b_2x$ sao cho $b_1 \cdot b_2 = ac$.
 - 🔵 Đặt nhân tử chung theo từng nhóm.
- ☑ Đối với đa thức bậc ba trở lên thì tùy theo đặc điểm của các hệ số mà có cách tách riêng cho phù hợp. Một thủ thuật của loại này là dùng máy tính cầm tay nhằm một nghiệm (thường là nghiệm nguyên, giả sử là x_0), khi đó ta tìm cách ghép cặp làm sao cho xuất hiện nhân tử $(x - x_0)$ là được.

🔗 **Ví dụ 23.** Phân tích đa thức sau thành nhân tử

$$A = 4x^2 - 8x + 3.$$

💬 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

🔗 **Ví dụ 24.** Phân tích các đa thức sau thành nhân tử.

- a) $x^2 + x - 6$;

c) $2x + 12x^2 - 2$;
- b) $x^2 - 2xy - 8y^2$;

d) $15y^2 - 18x^2 + 39xy$.

💬 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

❖ Ví dụ 25. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử.

a) $x^3 - 4x^2 + x + 6$;

b) $8x^3 - 14x^2 - 5x + 2$.

🗨️ Lời giải.

❖ Ví dụ 26 (Đề thi HSG lớp 8, Lục Nam - Bắc Giang năm 2017). Phân tích đa thức $x^2 + 6xy + 5y^2 - 5y - x$ thành nhân tử.

🗨️ Lời giải.

❖ Ví dụ 27 (KSCL mũi nhọn, phòng GD&ĐT Thanh Chương - Nghệ An năm 2013). Phân tích đa thức sau thành nhân tử

$$x^2 - 2xy + y^2 + 4x - 4y - 5.$$

🗨️ Lời giải.

Dạng 6. Phương pháp thêm bớt cùng một hạng tử

Khi phân tích đa thức thành nhân tử, đôi khi ta cần tăng thêm các hạng tử của đa thức bằng cách thêm và bớt cùng một hạng tử. Có hai cách thêm bớt thường gặp như sau:

- ☒ Thêm và bớt cùng một hạng tử làm xuất hiện hiệu của hai bình phương.
- ☒ Thêm và bớt cùng một hạng tử làm xuất hiện nhân tử chung.

❖ **Ví dụ 28 (Đề HKI, trường THPT Hà Nội - Amsterdam năm 2014 - 2015).** Phân tích đa thức sau thành nhân tử

$$A = x^4 + 4.$$

Lời giải.

❖ **Ví dụ 29 (Đề HKI, trường THPT Hà Nội - Amsterdam năm 2005 - 2006).** Phân tích đa thức sau thành nhân tử

$$A = (x - a)^4 + 4a^4.$$

Lời giải.

❖ **Ví dụ 30.** Phân tích đa thức sau thành nhân tử

$$N = x^4 + 2x^3 + 6x - 9.$$

Lời giải.

❖ **Ví dụ 31.** Phân tích đa thức $D = x^5 + x - 1$ thành nhân tử.

Lời giải.

Dạng 7. Phương pháp đổi biến

- ☑ Khi gặp một đa thức phức tạp, ta nên dùng cách đặt ẩn phụ (thay một đa thức của biến cũ bằng một biến mới để được một đa thức đơn giản hơn, dễ phân tích hơn).
- ☑ Sau khi phân tích với biến mới, ta thay trở lại biến cũ để phân tích tiếp (nếu được).

◀ **Ví dụ 32 (ĐỀ HKI, trường THPT Hà Nội - Amsterdam năm 2007 - 2008).** Phân tích đa thức sau thành nhân tử

$$C = (x^2 + x - 5)(x^2 + x - 7) + 1.$$

💬 **Lời giải.**

◀ **Ví dụ 33.** Phân tích đa thức sau thành nhân tử

$$M = x^2 - 2xy + y^2 + 3x - 3y - 4.$$

💬 **Lời giải.**

◀ **Ví dụ 34 (ĐỀ HKI, trường THPT Hà Nội - Amsterdam năm 2007 - 2008).** Phân tích đa thức sau thành nhân tử

$$D = (a + b + 1)^2 + (a + b - 1)^2 - 4(a + b)^2.$$

💬 **Lời giải.**

❖ **Ví dụ 35 (Đề HKI, trường THPT Hà Nội - Amsterdam năm 2005 - 2006).** Phân tích đa thức sau thành nhân tử

$$A = (x + 1)(x + 2)(x + 3)(x + 4) - 120.$$

🗨 **Lời giải.**

📁 Dạng 8. Tính giá trị của một biểu thức

- ☑ Phân tích đa thức thành nhân tử.
- ☑ Thay các biểu thức bởi giá trị của chúng rồi thực hiện phép tính.

❖ **Ví dụ 36.** Tính nhanh

a) $2,41 \cdot 37 + 2,41 \cdot 63;$

b) $13 \cdot \frac{2}{5} - 3 \cdot \frac{2}{5};$

c) $19,22 \cdot 84 + 19,22 \cdot 39 - 223 \cdot 19,22.$

🗨 **Lời giải.**

❖ **Ví dụ 37.** Tính giá trị của biểu thức

a) $2x^2 + 6xy - 10x$ với $x = -4, y = 3;$

b) $x(x + y) + y(x + y)$ với $x = 19,6, y = 0,4.$

🗨 **Lời giải.**

✎ **Ví dụ 38.** Tính giá trị của biểu thức

a) $x(x-3) - y(3-x)$ với $x = \frac{1}{3}, y = \frac{8}{3}$.

b) $2x^2(x^2 + y^2) + 2y^2(x^2 + y^2) + 5(y^2 + x^2)$ với $x^2 + y^2 = 1$.

☞ **Lời giải.**

✎ **Ví dụ 39.** Tính nhanh

a) $45^2 + 33^2 - 22^2 + 90 \cdot 33$;

b) $111^2 - 137^2 - 48^2 + 96 \cdot 137$.

☞ **Lời giải.**

✎ **Ví dụ 40.** Tính giá trị của biểu thức

a) $M = x^2 - 2xy + y^2 - 10x + 10y$ với $x - y = 9$;

b) $N = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3 + x^2 + 2xy + y^2$ với $x = 10 - y$.

☞ **Lời giải.**

❖ **Ví dụ 41.** Tính giá trị của biểu thức $A = 2^{10} - 2^9 - 2^8 - 2^7 - \dots - 2^2 - 2 - 1$.

Lời giải.

🔗 Ví dụ 42. Tính nhanh

a) $69^2 - 31^2$;

b) $1023^2 - 23^2$;

c) $75^2 - 25^2 + 64^2 - 36^2$.

Lời giải.

🔗 Ví dụ 43. Tính nhanh

a) $27^2 + 73^2 + 54 \cdot 73$;

b) $63^2 + 13^2 - 26 \cdot 63$;

c) $40^2 - 39^2 + 38^2 - 37^2 + \dots + 32^2 - 31^2$.

Lời giải.

🔗 **Ví dụ 44.** Tính giá trị của biểu thức

a) $M = (2x - 1)^2 + 2(2x - 1)(3x + 1) + (3x + 1)^2$ với $x = -\frac{1}{5}$;

b) $N = (3x - 1)^2 - 2(9x^2 - 1) + (3x + 1)^2$ với $x \in \mathbb{R}$.

🗨 **Lời giải.**

🔗 **Ví dụ 45.** Tính giá trị của biểu thức

a) $P = 27 - 27x + 9x^2 - x^3$ với $x = -17$;

b) $Q = x^3 + 3x^2 + 3x$ với $x = 99$.

🗨 **Lời giải.**

🔗 **Ví dụ 46.** Xét hằng đẳng thức $(x + 1)^2 = x^2 + 2x + 1$. Lần lượt cho $x = 1, 2, 3, \dots, n$ rồi cộng vế theo vế n đẳng thức trên để tính giá trị của biểu thức

$$S = 1 + 2 + 3 + \dots + n.$$

🗨 **Lời giải.**

📁 Dạng 9. Tìm x

☑ Chuyển các số hạng sang vế trái, vế phải bằng 0.

- ☑ Phân tích vế trái thành nhân tử, đưa vế trái về dạng $A \cdot B = 0$.
- ☑ Suy ra $A = 0$ hoặc $B = 0$, từ đó tìm được x .

🔗 **Ví dụ 47.** Tìm x , biết

a) $x^2 + 4x = 0$;

b) $x(3x - 1) - 5(1 - 3x) = 0$.

Lời giải.

🔗 **Ví dụ 48.** Tìm x , biết

a) $x^3 = x^2$;

b) $x(x^2 + 1) = 10(x^2 + 1)$.

Lời giải.

❖ **Ví dụ 49.** Tìm $x, y \in \mathbb{Z}$ thỏa mãn đồng thời hai điều kiện sau

$$x^2 + xy = 2015 \tag{1}$$

$$y^2 - 3xy = 99. \quad (2)$$

Lời giải.

🔗 **Ví dụ 50.** Tìm x biết

a) $x^2 + 3x - (2x + 6) = 0$;

b) $5x + 20 - x^2 - 4x = 0$;

c) $3x^2 - 3x + 2x^3 - 2x^2 = 0$;

d) $x^3 + 27 = -x^2 + 9$.

Lời giải.

◈ Ví dụ 51. Tìm x biết

a) $x^3 - 5x^2 + x - 5 = 0$;

b) $x^4 - 2x^3 + 10x^2 - 20x = 0$.

🗨 Lời giải.

◈ Ví dụ 52 (Trường THCS&THPT Nguyễn Tất Thành, Năm học 2012-2013). Tìm x biết $5(x + 4) - x^2 - 4x = 0$.

🗨 Lời giải.

◈ Ví dụ 53. Tìm x , biết $x^2 - 5x + 4 = 0$.

🗨 Lời giải.

❖ Ví dụ 54 (Trường THCS và THPT Nguyễn Tất Thành, HKI, 2012 - 2013). Tìm x , biết $5(x+4) - x^2 - 4x = 0$.

🗨️ Lời giải.

❖ Ví dụ 55. Tìm x , biết $(3x - 1)(x^2 + 2) = (3x - 1)(7x - 10)$.

🗨️ Lời giải.

📁 Dạng 10. Chứng minh giá trị của biểu thức A chia hết cho số k

Dùng phương pháp đặt nhân tử chung để phân tích biểu thức đã cho thành nhân tử: $A = k \cdot B$ ($k \neq 0$). Khi đó $A \vdots k$.

⚠️ Kiến thức bổ sung:

$$\begin{aligned} a^n - b^n &= (a - b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + \dots + a^2b^{n-3} + ab^{n-2} + b^{n-1}). \\ a^n + b^n &= (a + b)(a^{n-1} - a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 - \dots + a^2b^{n-3} - ab^{n-2} + b^{n-1}) \text{ với } n \text{ lẻ.} \end{aligned}$$

❖ Ví dụ 56. Chứng minh rằng $29^2 + 29 \cdot 21$ chia hết cho 50.

🗨️ Lời giải.

🔗 **Ví dụ 57.** Chứng minh rằng $8^5 - 2^{11}$ chia hết cho 30.

Lời giải.

❖ **Ví dụ 58.** Cho biểu thức $A = n^2(n - 1) + 2n(1 - n)$, trong đó $n \in \mathbb{Z}$. Chứng minh rằng $A : 6$.

Lời giải.

❖ **Ví dụ 59.** Chứng minh rằng $49^n + 77^n - 29^n - 1$ chia hết cho 48.

Lời giải.

🔗 **Ví dụ 60.** Chứng minh rằng

$$A = 2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + 2^5 + 2^6 + \dots + 2^{97} + 2^{98} + 2^{99} \text{ chia hết cho } 31.$$

Lời giải.

🔗 **Ví dụ 61.** Chứng minh rằng

a) $2^{12} + 1 \div 17$;

b) $39^{20} + 39^{13} \div 40$.

Lời giải.

❖ Ví dụ 62. Chứng minh rằng $173^n - 73^n \vdots 100$ với $n \in \mathbb{N}$.

💬 Lời giải.

❖ Ví dụ 63. Chứng minh rằng hiệu các bình phương của hai số chẵn liên tiếp thì chia hết cho 4.

💬 Lời giải.

❖ Ví dụ 64. Cho n là một số tự nhiên lẻ. Chứng minh rằng $24^n + 1$ chia hết cho 25 nhưng không chia hết cho 23.

💬 Lời giải.

❖ Ví dụ 65. Tìm $n \in \mathbb{N}$ để $A = (n^2 + 10)^2 - 36n^2$ có giá trị là một số nguyên tố.

💬 Lời giải.

📁 Dạng 11. Vận dụng

❖ Ví dụ 66. Tìm một hình chữ nhật có thể tích $2x^3 - 18x$ (với $x > 3$) mà độ dài các cạnh đều là biểu thức chứa x .

💬 Lời giải.

❖ Ví dụ 67. Bạn Hà và bạn Nam nói chuyện với nhau rằng

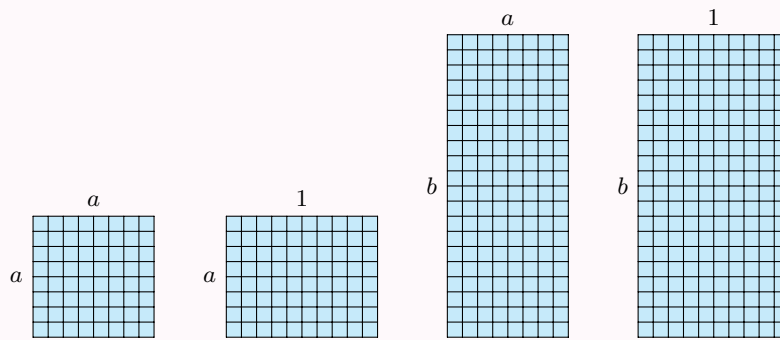
- ☑ Bạn Hà: $99^3 - 99$ chia hết cho cả ba số 98, 99 và 100.

☑ Bạn Nam: Đúng rồi. Vì $n^3 - n$ chia hết cho n , $n - 1$ và $n + 1$ mà (n là số tự nhiên, $n > 1$).

Phát biểu của hai bạn đó có đúng không? Vì sao?

💬 **Lời giải.**

💠 **Ví dụ 68.** Có thể ghép bốn tấm pin mặt trời với kích thước như Hình 2 thành một hình chữ nhật không? Nếu có, tính độ dài các cạnh và diện tích hình chữ nhật đó. Biết $a = 0,8$; $b = 2$ (các kích thước tính theo mét).



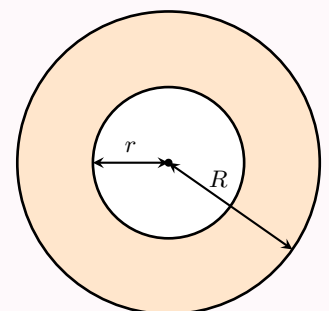
Hình 2

💬 **Lời giải.**

💠 **Ví dụ 69.**

Từ một miếng bìa có dạng hình tròn với bán kính R (cm), bạn Hạnh khoét một hình tròn ở giữa có bán kính r (cm) ($0 < r < R$) như hình bên.

- Viết công thức tính diện tích phần còn lại của miếng bìa dưới dạng tích.
- Tính diện tích phần còn lại của miếng bìa, biết tổng hai bán kính là 8 cm và hiệu hai bán kính là 2,5 cm.



 **Lời giải.**



BÀI TẬP VẬN DỤNG

🔗 **Bài 1.** Phân tích các đa thức sau thành nhân tử

a) $2x^2 - 50x$;

b) $-6x^2 - 9xy + 15x$;

c) $2xy^3 - 12xy^2 + 18xy$;

d) $2x(x - 3) + y(x - 3) + (3 - x)$.

 **Lời giải.**

🔗 **Bài 2.** Phân tích các đa thức sau thành nhân tử

a) $5(a + b) + x(a + b)$;

b) $(a - b)^2 - (b - a)$;

c) $2n(m - 3) + 5m(m - 3)$;

d) $c(a - b) + b(b - a)$.

 **Lời giải.**

🔗 **Bài 3.** Phân tích các đa thức sau thành nhân tử

a) $a^2(x - y) + b^2(x - y) + x - y$;

b) $a(a - b)^2 - (b - a)^3$;

c) $(y - z)(12x^2 - 6x) + (y - z)(12x^2 + 6x)$;

d) $15a^2b(x^2 - y) - 20ab^2(x^2 - y) + 25ab(y - x^2)$.

 **Lời giải.**

Lời giải.

Lời giải.

⇨ **Bài 6.** Tìm x biết

a) $(x + 1)^2 = 3(x + 1);$

b) $(2x - 7)^3 = 8(7 - 2x)^2.$

☞ **Lời giải.**

⇨ **Bài 7.** Chứng minh rằng $101^{n+1} - 101^n$ có hai chữ số tận cùng là chữ số 0.

☞ **Lời giải.**

⇨ **Bài 8.** Phân tích đa thức sau thành nhân tử

a) $3x^3 - x^2 - 21x + 7;$

b) $x^3 - 4x^2 + 8x - 8;$

c) $x^3 - 5x^2 - 5x + 1;$

d) $x^2y - xz + z - y;$

e) $x^4 - x^3 + x^2 - 1;$

f) $x^4 - x^2 + 10x - 25.$

☞ **Lời giải.**

Bài 9. Phân tích đa thức sau thành nhân tử:

a) $ax + ay - 3x - 3y$; b) $xy + 1 - x - y$;

c) $x^3 - 2x^2 + 2x - 4$;

d) $x^2 + ab + ax + bx$;

e) $xy - 4 + 2x - 2y$;

f) $ax + bx - cx + a + b - c;$

g) $x^2 - 4xy + 4y^2 - 4$;

h) $16 - x^2 + 2xy - y^2$.

Lời giải.

🔗 Bài 10. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử

a) $4x^2 - y^2 + 8(y - 2)$;

b) $x^2 + 2x - 4y^2 - 4y$;

c) $x^4 - 6x^3 + 54x - 81$;

d) $ax^2 + ax - bx^2 - bx - a + b$.

Lời giải.

◀▶ **Bài 11.** Phân tích các đa thức sau thành nhân tử rồi tính giá trị của đa thức với $x = 5,1$ và $y = 3,1$

$$x^2 - xy - 3x + 3y.$$

💬 **Lời giải.**

◀▶ **Bài 12.** Tính $A = x^2 - 2xy + y^2 - 3xz + 3yz$ tại $x = 2019$, $y = 2018$ và $z = 333$.

💬 **Lời giải.**

◀▶ **Bài 13.** Tính nhanh

a) $37,5 \cdot 6,5 - 7,5 \cdot 3,4 - 6,6 \cdot 7,5 + 3,5 \cdot 37,5$; b) $45^2 + 40^2 - 15^2 + 80 \cdot 45$.

💬 **Lời giải.**

◀▶ **Bài 14.** Tìm x biết

a) $x^5 + x^4 + x + 1 = 0$;

b) $x^4 + 3x^3 - x - 3 = 0$;

c) $3x^3 - 7x^2 + 6x - 14 = 0$;

d) $6x^3 + 16x^2 - 150x - 400 = 0$;

e) $5(x + 4) - x^2 - 4x = 0$;

f) $5x(x - 3) - x + 3 = 0$.

💬 **Lời giải.**



⇔ **Bài 15.** Chứng minh rằng $A = 35x - 14y + 2^9 - 1$ chia hết cho 7 với $x, y \in \mathbb{Z}$.

☞ **Lời giải.**

⇔ **Bài 16.** Cho $ab + bc + ca = 1$. Chứng minh rằng $(a^2 + 1)(b^2 + 1)(c^2 + 1) = (a + b)^2(b + c)^2(c + a)^2$.

☞ **Lời giải.**

⇔ **Bài 17.** Cho $x + y + z = 0$. Chứng minh rằng $x^3 + x^2z + y^2z - xyz + y^3 = 0$.

☞ **Lời giải.**

⇔ **Bài 18.** Tìm cặp số nguyên $(x; y)$ sao cho $x + 2y = xy + 2$.

☞ **Lời giải.**

⇔ **Bài 19.** Phân tích đa thức thành nhân tử

a) $x^4y^4 - z^4$;

b) $(x + y + z)^2 - 4z^2$;

c) $-\frac{1}{9}x^2 + \frac{1}{3}xy - \frac{1}{4}y^2$.

Lời giải.

Bài 20. Phân tích đa thức thành nhân tử

a) $(ax + by)^2 - (ay + bx)^2$;

b) $(a^2 + b^2 - 5)^2 - 4(ab + 2)^2$;

c) $(4x^2 - 3x - 18)^2 - (4x^2 + 3x)^2$.

Lời giải.

Bài 21. Phân tích đa thức thành nhân tử

a) $25x^4 - 10x^2y + y^2$;

b) $-16a^4b^6 - 24a^5b^5 - 9a^6b^4$;

c) $8m^3 + 36m^2n + 54mn^2 + 27n^3$;

d) $25x^2 - 20xy + 4y^2$.

Lời giải.

Bài 22. Phân tích đa thức thành nhân tử

a) $x^3y^3 + 125$;

b) $8x^3 - y^3 - 6xy(2x - y)$;

c) $(3x + 2)^2 - 2(x - 1)(3x + 2) + (x - 1)^2$.

 **Lời giải.**

🔗 Bài 23. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử

a) $(a + b + c)^3 - a^3 - b^3 - c^3;$

b) $8(x + y + z)^3 - (x + y)^3 - (y + z)^3 - (z + x)^3.$

Lời giải.

🔗 **Bài 24.** Phân tích các đa thức sau thành nhân tử

- a) $(a + b + c)^3 - (a + b - c)^3 - (b + c - a)^3 - (c + a - b)^3$;
 b) $abc - (ab + bc + ca) + (a + b + c) - 1$.

💬 **Lời giải.**

🔗 **Bài 25.** Tính giá trị của biểu thức

- a) $\frac{57^2 - 18^2}{76,5^2 - 1,5^2}$; b) $\frac{93^3 + 79^3}{172} - 93 \cdot 79$; c) $\frac{328^3 - 172^3}{156} + 328 \cdot 172$.

💬 **Lời giải.**

🔗 **Bài 26.** Xét hằng đẳng thức $(x + 1)^3 = x^3 + 3x^2 + 3x + 1$. Lần lượt cho $x = 1, 2, 3, \dots, n$ rồi cộng vế theo vế n đẳng thức trên để tính giá trị của biểu thức

$$S = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2.$$

💬 **Lời giải.**



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 27. Chứng minh rằng

a) $3^9 - 8 \div 25;$

b) $2^{60} + 5^{30} \div 41;$

c) $2018^{2020} + 2020^{2018} \div 2019;$

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 28. Chứng minh rằng bình phương của một số lẻ trừ đi 1 bao giờ cũng chia hết cho 8.

Lời giải.

.....

.....

Bài 29. Chứng minh rằng hiệu các bình phương của hai số lẻ liên tiếp thì chia hết cho 8.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 30. Cho a là một số nguyên lẻ lớn hơn 1. Chứng minh rằng $(a - 1)^{\frac{1}{2}(a-1)} - 1 \div (a - 2).$

Lời giải.

.....

.....

Bài 31. Tìm số tự nhiên n để biểu thức $B = (n + 3)^2 - (n - 4)^2$ có giá trị là một số nguyên tố.

Lời giải.

⇨ **Bài 32.** Cho $A = 4a^2b^2 - (a^2 + b^2 - c^2)^2$ trong đó a, b, c là độ dài ba cạnh của một tam giác. Chứng minh rằng $A > 0$.

☞ **Lời giải.**

⇨ **Bài 33.** Phân tích các đa thức sau thành nhân tử.

a) $x^3 - 6x^2 + 9x$;

b) $x^4 - 8x$;

c) $x^5 + 27x^2$;

d) $3x^3 - 6x^2y + 3xy^2$;

e) $7x^2y^2 - 63x^2z^2$;

f) $5ab^2 - 10abc + 5ac^2$.

☞ **Lời giải.**

⇨ **Bài 34.** Phân tích các đa thức sau thành nhân tử.

a) $4x^3 - 500$;

b) $x^4y^2 - 12x^3y^2 + 48x^2y^2 - 64xy^2$;

c) $5(x^2 + y^2)^2 - 20x^2y^2$;

d) $10x^4y^2 - 10x^3y^2 - 10x^2y^2 + 10xy^2$.

☞ **Lời giải.**

⇨ **Bài 35.** Phân tích các đa thức sau thành nhân tử.

a) $x^2 + 2x - 24$;

b) $15x^2 - 7xy - 2y^2$;

c) $2x - 2x^2 + 12$;

d) $4x^2 + 4x - 3$;

e) $3x^2 - 26xy + 35y^2$;

f) $15y^2 + 12xy - 3x^2$.

☞ **Lời giải.**

⇨ **Bài 36.** Phân tích các đa thức sau thành nhân tử.

a) $x^3 - 3x^2 - 6x + 8$;

b) $-12x^3 + 20x^2 + 33x - 20$.

☞ **Lời giải.**

⇨ **Bài 37 (Đề thi HSG lớp 8, huyện Củ Chi - TPHCM năm 2016 - 2017).** Phân tích các đa thức sau thành nhân tử.

a) $x^2 - x - 6$;

b) $x^3 - x^2 - 14x + 24$.

☞ **Lời giải.**

🔗 **Bài 38.** Phân tích các đa thức sau thành nhân tử.

a) $A = 64x^4 + y^4;$

b) $B = 4x^4 + y^4;$

c) $A = 4x^4 + 1;$

d) $B = x^5 + x + 1.$

🗨 **Lời giải.**

🔗 **Bài 39.** Phân tích các đa thức sau thành nhân tử.

a) $A = x^8 + 4;$

b) $B = x^4 + 18^2;$

c) $C = x^4 + 32^2;$

d) $A = 4x^4y^4 + 1;$

e) $B = 64x^4 + 81;$

f) $C = x^7 - x^2 - 1.$

🗨 **Lời giải.**

⇨ **Bài 40.** Phân tích đa thức sau thành nhân tử

$$A = (x^2 - 3x - 1)^2 - 12(x^2 - 3x - 1) + 27.$$

☞ **Lời giải.**

⇨ **Bài 41 (Đề HKI, trường THPT Hà Nội - Amsterdam năm 2013 - 2014).** Phân tích đa thức sau thành nhân tử

$$B = (x^2 + x)^2 + 4(x^2 + x) - 12.$$

☞ **Lời giải.**

⇨ **Bài 42 (Đề HKI, trường THPT Hà Nội - Amsterdam năm 2004 - 2005).** Phân tích đa thức sau thành nhân tử

$$A = x^2 + y^2 + 3x - 3y - 2xy - 10.$$

☞ **Lời giải.**

⇨ **Bài 43.** Phân tích các đa thức sau thành nhân tử.

- a) $C = (x + 1)(x + 2)(x + 3)(x + 4) - 24;$
- b) $D = (x + 2)(x + 3)(x + 4)(x + 5) - 360;$
- c) $N = (x - 1)(x - 2)(x + 7)(x + 8) + 8;$
- d) $C = (x + 2)(x + 3)(x + 4)(x + 5) - 24.$

☞ **Lời giải.**

🔗 **Bài 44.** Tìm x , biết:

a) $2x^2 - 3x = 0$; b) $x^2 - 7x + 6 = 0$; c) $6x^2 + x - 15 = 0$.

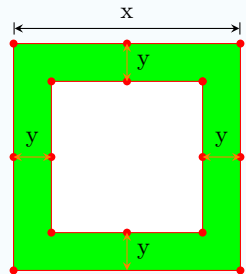
 Lời giải.

- Viết công thức tính số tiền bác Hoa có được sau 12 tháng dưới dạng tích, biết bác Hoa không rút tiền ra khỏi ngân hàng trong 12 tháng đó.
- Sau kì hạn 12 tháng, tiền lãi của kì hạn đó được cộng vào tiền vốn, rồi bác Hoa tiếp tục đem gửi cho kì hạn 12 tháng tiếp theo. Viết công thức tính tổng số tiền mà bác Hoa nhận được sau khi gửi 24 tháng trên dưới dạng tích, biết trong 24 tháng đó, lãi suất ngân hàng không thay đổi và bác Hoa không rút tiền ra khỏi ngân hàng.

Lời giải.

🔗 **Bài 47.** Một mảnh vườn hình vuông có độ dài cạnh bằng x (mét). Người ta làm đường đi xung quanh mảnh vườn, có độ rộng như nhau và bằng y (mét) (Hình 2.2).

- a) Viết biểu thức tính diện tích S của đường bao quanh mảnh vườn theo x và y .
- b) Phân tích S thành nhân tử rồi tính S khi $x = 102$ m, $y = 2$ m.



🗨 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

LUYỆN TẬP CHUNG 3



PHÂN TÍCH ĐA THỨC THÀNH NHÂN TỬ

Bài 1. Phân tích đa thức thành nhân tử

a) $9x - 15y$.

b) $8x^2 + 12x - 4$.

c) $-5x^2 - 25xy + 10y^2$.

 **Lời giải.**

🔴 **Nhận xét.** Đối với ví dụ này, ta cũng có thể đặt 5 làm nhân tử chung. Tuy nhiên ta nên đặt -5 làm nhân tử chung để hệ số của x^2 ở trong ngoặc có dấu dương.

Bài 2. Phân tích đa thức thành nhân tử.

a) $x^3 - x^2y + xy^2$.

b) $xy^2 - xy^3z + xy$.

c) $x^5y^2 - x^4y^3 - x^3y^4 + 2x^2y^5$.

 **Lời giải.**

Bài 3. Phân tích đa thức thành nhân tử.

a) $35x^2y^3 - 14x^2y^2 + 49x^2y$.

b) $-18x^4y^2 - 27x^3y^3 - 45x^2y^4.$

🗨️ Lời giải.

Bài 4. Phân tích đa thức thành nhân tử.

a) $4x(a + b) + 3y(a + b).$

b) $5a(x - y) + 2b(y - x)$.

c) $x(x - y) - 3x + 3y.$

Lời giải.

Bài 5. Phân tích đa thức thành nhân tử.

a) $(x + 1)(y - 2) - (2 - y)^2$.

b) $(x - 5)^3 - 2y(5 - x)^2$.

c) $(2x - 6)(4x^2 + 1) - (2x - 6)(7x + 3) - (2x - 6)(x + 12)$.

 **Lời giải.**

🔗 Bài 6. Tính nhanh

a) $2,41 \cdot 37 + 2,41 \cdot 63$.

b) $13 \cdot \frac{2}{5} - 3 \cdot \frac{2}{5}$.

c) $19,22 \cdot 84 + 19,22 \cdot 39 - 223 \cdot 19,2$.

Lời giải.

Bài 7. Tính giá trị của biểu thức

a) $2x^2 + 6xy - 10x$ với $x = -4$; $y = 3$.

b) $x(x + y) + y(x + y)$ với $x = 19,6$; $y = 0,4$.

Lời giải.

🔗 **Bài 8.** Tính giá trị của biểu thức

a) $x(x - 3) - y(3 - x)$ với $x = \frac{1}{3}; y = \frac{8}{3}$.

b) $2x^2(x^2 + y^2) + 2y^2(x^2 + y^2) + 5(y^2 + x^2)$ với $x^2 + y^2 = 1$.

🗨 **Lời giải.**

🔗 **Bài 9.** Tìm x biết

a) $x^2 + 4x = 0$.

b) $x(3x - 1) - 5(1 - 3x) = 0$.

🗨 **Lời giải.**

🔗 **Bài 10.** Tìm x biết

a) $4x(x + 3) - x - 3 = 0$.

b) $x^2(x - 2) - 3x(x - 2) = 0$.

🗨 **Lời giải.**

⇔ **Bài 11.** Tìm x biết

a) $x^3 = x^2$.

b) $x(x^2 + 1) = 10(x^2 + 1)$.

☞ **Lời giải.**

⇔ **Bài 12.** Tìm $x, y \in \mathbb{Z}$, biết
$$\begin{cases} x^2 + xy = 2015 \\ y^2 - 3xy = 99. \end{cases}$$

☞ **Lời giải.**

⇔ **Bài 13.** Chứng minh rằng $29^2 + 29 \cdot 21$ chia hết cho 50.

☞ **Lời giải.**

⇔ **Bài 14.** Chứng minh rằng $101^{n+1} - 101^n$ có tận cùng bằng hai chữ số.

☞ **Lời giải.**

⇔ **Bài 15.** Chứng minh rằng $8^5 - 2^{11}$ chia hết cho 30.

☞ **Lời giải.**

🔗 **Bài 16.** Cho biểu thức $A = n^2(n - 1) + 2n(1 - n)$, trong đó $n \in \mathbb{Z}$. Chứng minh rằng $A : 6$.

 Lời giải.

🔗 **Bài 17 (8D1B8).** Phân tích đa thức thành nhân tử

a) $x^3 + x^2 + x + 1$.

b) $x^2y + xy^2 - x - y$.

Lời giải.

🔗 **Bài 18 (8D1B8).** Phân tích đa thức thành nhân tử

a) $x^2 - xy + 5x - 5y$.

b) $2x^2 - x - 6xy + 3y.$

Lời giải.

🔗 **Bài 19 (8D1B8).** Phân tích đa thức thành nhân tử

a) $x^2 + 7x + 7y - y^2$.

b) $x^2 - 2x - 9y^2 + 6y$.

Lời giải.

⇨ **Bài 20 (8D1B8).** Phân tích đa thức thành nhân tử

a) $x^2 + 2xy + y^2 - 25$.

b) $x^2y^2 - x^2 + 8x - 16$.

☞ **Lời giải.**

⇨ **Bài 21 (8D1K8).** Phân tích đa thức thành nhân tử

a) $x^2 - 6xy + 9y^2 + 4x - 12y$.

b) $x^2 - xy + x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3$.

☞ **Lời giải.**

⇨ **Bài 22.** Tính nhanh

a) $41 \cdot 24 - 41 \cdot 14 + 59 \cdot 24 - 59 \cdot 14$.

b) $2,83 \cdot 5,68 - 2,83 \cdot 4,68 + 1,17 \cdot 5,68 - 1,17 \cdot 4,68$.

☞ **Lời giải.**

Lớp Toán Thầy Khôi 6-7-8-9

Bài 25. Tìm x biết

a) $x^2 + 3x - (2x + 6) = 0$.

b) $5x + 20 - x^2 - 4x = 0$.

 **Lời giải.**

🔗 Bài 26. Tìm x biết

a) $3x^2 - 3x + 2x^3 - 2x^2 = 0$.

b) $x^3 + 27 = -x^2 + 9$.

Lời giải.

🔗 **Bài 27.** Chứng minh rằng $n^3 + 3n^2 + 2n$ chia hết cho 6 với mọi $n \in \mathbb{Z}$.

Lời giải.

❖ **Bài 28.** Chứng minh rằng: $A = 2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{97} + 2^{98} + 2^{99}$ chia hết cho 31.

☞ **Lời giải.**

❖ **Bài 29.** Chứng minh rằng: $49^n + 77^n - 29^n - 1$ chia hết cho 48.

☞ **Lời giải.**

❖ **Bài 30.** Phân tích đa thức thành nhân tử

a) $x^2 - 25$.

b) $9x^2 - \frac{1}{16}y^2$.

c) $x^6 - y^4$.

☞ **Lời giải.**

❖ **Bài 31.** Phân tích đa thức thành nhân tử

a) $(2x - 5)^2 - 64$.

b) $81 - (3x + 2)^2$.

c) $9(x - 5y)^2 - 16(x + y)^2$.

☞ **Lời giải.**

❖ **Bài 32.** Phân tích đa thức thành nhân tử

a) $x^3 - 8$.

b) $27x^3 + 125y^3$.

c) $x^6 + 216$.

☞ **Lời giải.**

⚡ **Bài 33.** Phân tích đa thức thành nhân tử

- a) $x^2 + 8x + 16$.
- b) $9x^2 - 12xy + 4y^2$.
- c) $-25x^2y^2 + 10xy - 1$.

💬 **Lời giải.**

⚡ **Bài 34.** Phân tích đa thức thành nhân tử

- a) $x^3 - 6x^2 + 12x - 8$.
- b) $8x^3 + 12x^2y + 6xy^2 + y^3$.

💬 **Lời giải.**

⚡ **Bài 35.** Phân tích đa thức thành nhân tử

- a) $x^7 + 1$.
- b) $x^{10} - 1$.

💬 **Lời giải.**

⚡ **Bài 36.** Tính nhanh

- a) $69^2 - 31^2$.
- b) $1023^2 - 23^2$.
- c) $75^2 - 25^2 + 64^2 - 36^2$.

💬 **Lời giải.**

⚡ **Bài 37.** Tính nhanh

- a) $27^2 + 73^2 + 54 \cdot 73$.
- b) $63^2 + 13^2 - 26 \cdot 63$.

c) $40^2 - 39^2 + 38^2 - 37^2 + \dots + 32^2 - 31^2$.

Lời giải.

Bài 38. Tính giá trị của biểu thức

a) $M = (2x - 1)^2 + 2(2x - 1)(3x + 1) + (3x + 1)^2$ với $x = -\frac{1}{5}$.

b) $N = (3x - 1)^2 - 2(9x^2 - 1) + (3x + 1)^2$ với $x \in \mathbb{R}$.

Lời giải.

Bài 39. Tính giá trị của biểu thức

a) $P = 27 - 27x + 9x^2 - x^3$ với $x = -17$.

b) $Q = x^3 + 3x^2 + 3x$ với $x = 99$.

Lời giải.

Bài 40. Tìm x biết

a) $x^2 - \frac{1}{49} = 0$.

b) $64 - 0,25x^2 = 0$.

Lời giải.

🔹 **Bài 41.** Tìm x biết

a) $9x^2 + 12x + 4 = 0.$

b) $x^2 + \frac{1}{4} = x.$

c) $4 - \frac{12}{x} + \frac{9}{x^2} = 0.$

🗨 **Lời giải.**

🔹 **Bài 42.** Tìm x biết $2x - x^2 = 2.$

🗨 **Lời giải.**

🔹 **Bài 43.** Tìm x biết

a) $x^3 + 15x^2 + 75x + 125 = 0.$

b) $x^3 + 48x = 12x^2 + 64.$

🗨 **Lời giải.**

🔹 **Bài 44.** Chứng minh rằng $2^{12} + 1$ chia hết cho 17.

🗨 **Lời giải.**

🔹 **Bài 45.** Chứng minh rằng hiệu các bình phương của hai số lẻ liên tiếp thì chia hết cho 8.

🗨 **Lời giải.**

🔹 **Bài 46.** Chứng minh rằng $173^n - 73^n$ chia hết cho 100 với $n \in \mathbb{N}.$

🗨 **Lời giải.**

⇨ **Bài 47.** Tìm $n \in \mathbb{N}$ để biểu thức $A = (n^2 + 10)^2 - 36n^2$ có giá trị là một số nguyên tố.

☞ **Lời giải.**

⇨ **Bài 48.** Phân tích đa thức thành nhân tử

a) $x^2 + 5x + 6$.

b) $x^2 - 8x + 15$.

☞ **Lời giải.**

⇨ **Bài 49.** Phân tích đa thức thành nhân tử

a) $x^2 + 3x - 4$.

b) $x^2 - 4x - 21$.

☞ **Lời giải.**

⇨ **Bài 50.** Phân tích đa thức thành nhân tử

a) $6x^2 + 13x + 5$.

b) $15x^2 + 11x - 12$.

☞ **Lời giải.**

⇨ **Bài 51.** Phân tích đa thức thành nhân tử

a) $x^3 - x^2 + 2$.

b) $x^3 - 4x^2 + x + 6$.

☞ **Lời giải.**

Lớp Toán Thầy Khôi 6-7-8-9

◈ **Bài 54.** Phân tích đa thức thành nhân tử

a) $3x^3 - 75x$.

b) $5x^2y - 30xy^2 + 45y^3$.

☞ **Lời giải.**

◈ **Bài 55.** Phân tích đa thức thành nhân tử

a) $4x^3 - 500$.

b) $x^4y^2 - 12x^3y^2 + 48x^2y^2 - 64xy^2$.

☞ **Lời giải.**

◈ **Bài 56.** Phân tích đa thức thành nhân tử

a) $x^4 - 4x^2 - 4 - 1$.

b) $x^4 + 6x^3 - 54x - 81$.

☞ **Lời giải.**

◈ **Bài 57.** Phân tích đa thức thành nhân tử

a) $5(x^2 + y^2)^2 - 20x^2y^2$.

b) $10x^4y^2 - 10x^3y^2 - 10x^2y^2 + 10xy^2$.

☞ **Lời giải.**

🔗 **Bài 58.** Phân tích đa thức thành nhân tử

a) $3x^3 + 3x^2 - 36x$.

b) $2x^8 - 32$.

💬 **Lời giải.**

🔗 **Bài 59.** Tính nhẩm giá trị của biểu thức sau với $x = 49; y = 98$ $A = 4x^2 - y^2 - 2y - 1$.

💬 **Lời giải.**

🔗 **Bài 60.** Tính giá trị biểu thức sau với $x = 6,75; y = 3,25$, $B = x^3 + x^2y - xy^2 - y^3$.

💬 **Lời giải.**

🔗 **Bài 61.** Tính giá trị biểu thức sau với $x = -21, y = 9$ $C = xy^2 - y^3 + 2xy - 2y^2 + x - y$.

💬 **Lời giải.**



⇨ **Bài 62.** Cho biết $x - y = 1$, tính giá trị biểu thức $D = 2x^3 - 2y^3 - 3x^2 - 3y^2$.

☞ **Lời giải.**

⇨ **Bài 63.** Tìm x biết $2x^3 - 242x = 0$.

☞ **Lời giải.**

⇨ **Bài 64.** Tìm x , biết $4x^2 + 15x = 25$.

☞ **Lời giải.**

⇨ **Bài 65.** Tính tổng các giá trị của x thỏa mãn đẳng thức $x^2 - 10x + 21 = 0$. (1)

☞ **Lời giải.**

⇨ **Bài 66.** Tìm x , biết $x^3 + x^2 = 36$.

☞ **Lời giải.**

⇨ **Bài 67.** Cho $A = n^4 - 2n^3 - n^2 + 2n$ trong đó $n \in \mathbb{Z}$. Chứng minh rằng $A \vdots 24$.

☞ **Lời giải.**

⇨ **Bài 68.** Cho biểu thức $A = n^5 - n$ trong đó $n \in \mathbb{Z}$. Chứng minh rằng

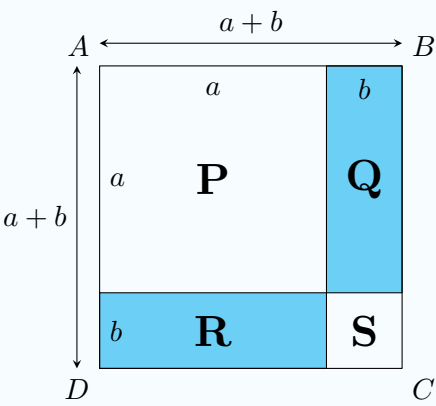
a) $A \vdots 6$.

b) $A \vdots 30$.

☞ **Lời giải.**

⇨ **Bài 69.**

Sử dụng hình vẽ bên, bằng cách tính diện tích hình vuông $ABCD$ theo hai cách, hãy giải thích hằng đẳng thức $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$.



Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 5

PHÂN THỨC ĐẠI SỐ



TRỌNG TÂM KIẾN THỨC

1 Phân thức đại số

- ☑ Một phân thức đại số (hay nói gọn là phân thức) là biểu thức có dạng $\frac{A}{B}$, trong đó A, B là những đa thức và B khác đa thức 0, A được gọi là tử thức (hay tử), B được gọi là mẫu thức (hay mẫu).
- ☑ Hai phân thức $\frac{A}{B}$ và $\frac{C}{D}$ gọi là bằng nhau nếu $A \cdot D = B \cdot C$.

$$\frac{A}{B} = \frac{C}{D} \Leftrightarrow A \cdot D = B \cdot C.$$

- ⚠ ☑ Mọi đa thức cũng được coi như một phân thức có mẫu thức bằng 1.
- ☑ Mọi số thực a bất kỳ cũng là một phân thức.

Điều kiện xác định của phân thức $\frac{A}{B}$ là điều kiện của biến để mẫu thức B khác 0.
Khi thay các biến của phân thức đại số bằng các giá trị nào đó (sao cho phân thức xác định), rồi thực hiện các phép tính thì ta nhận được giá trị của phân thức đại số đó tại các giá trị của biến.

- ⚠ Khi xét phân thức mà không nói gì thêm thì ta hiểu các biến chỉ nhận các giá trị làm cho phân thức xác định.

2 Tính chất cơ bản của phân thức

- ☑ Tính chất cơ bản:
 - Nếu nhân cả tử và mẫu của một phân thức với cùng một đa thức khác đa thức 0 thì được một phân thức mới bằng phân thức đã cho

$$\frac{A}{B} = \frac{A \cdot M}{B \cdot M} \text{ (} M \text{ là đa thức khác đa thức 0).}$$

- Nếu chia cả tử và mẫu của một phân thức cho một nhân tử chung của chúng thì được một phân thức mới bằng phân thức đã cho

$$\frac{A}{B} = \frac{A : N}{B : N} \text{ (} N \text{ là nhân tử chung).}$$

- ☑ Quy tắc đổi dấu: Nếu đổi dấu cả tử và mẫu của một phân thức thì được một phân thức bằng phân thức đã cho

$$\frac{A}{B} = \frac{-A}{-B}$$

3 Rút gọn phân thức

Muốn rút gọn một phân thức, ta có thể:

- ☑ Phân tích tử và mẫu thành nhân tử (nếu cần) để tìm nhân tử chung
- ☑ Chia cả tử và mẫu cho nhân tử chung.



Chú ý: Có khi cần đổi dấu ở tử hoặc mẫu để nhận ra nhân tử chung của tử và mẫu (lưu ý tới tính chất $A = -(-A)$).

4 Quy đồng mẫu nhiều phân thức

🔍 Tìm mẫu thức chung

Muốn tìm mẫu thức chung, ta có thể làm như sau:

- Phân tích mẫu thức của các phân thức đã cho thành nhân tử
- Mẫu thức chung cần tìm là một tích mà các nhân tử được chọn như sau:
 - + Nhân tử bằng số của mẫu thức chung là tích các nhân tử bằng số ở các mẫu thức của các phân thức đã cho (nếu các nhân tử bằng số ở các mẫu thức là những số nguyên dương thì nhân tử bằng số của mẫu thức chung là BCNN của chúng)
 - + Với mỗi lũy thừa của cùng một biểu thức có mặt trong các mẫu thức, ta chọn lũy thừa với số mũ cao nhất.

🔍 Quy đồng mẫu thức

Muốn quy đồng mẫu thức nhiều phân thức, ta có thể làm như sau:

- Phân tích các mẫu thức thành nhân tử rồi tìm mẫu thức chung
- Tìm nhân tử phụ của mỗi phân thức
- Nhân cả tử và mẫu của mỗi phân thức với nhân tử phụ tương ứng.

5 Điều kiện xác định và giá trị của phân thức

Điều kiện của biến để giá trị tương ứng của mẫu thức khác 0 được gọi là điều kiện để giá trị của phân thức được xác định.

Cho phân thức đại số $\frac{P}{Q}$. Giá trị của biểu thức $\frac{P}{Q}$ tại những giá trị cho trước của các biến để giá trị của mẫu thức khác 0 được gọi là giá trị của phân thức $\frac{P}{Q}$ tại những giá trị cho trước của các biến đó.

B

CÁC DẠNG BÀI TẬP VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Dạng 1. Nhận biết phân thức, xác định tử thức và mẫu thức

🔍 **Ví dụ 1.** Chỉ ra các phân thức trong các biểu thức sau đây

$$\frac{2x+1}{x-3}; \quad \frac{ab}{a+b}; \quad x^2+2x+1; \quad \sqrt{5}; \quad \frac{\sqrt{x}}{x+1}.$$

💬 **Lời giải.**

🔍 **Ví dụ 2.**

a) Cách viết nào sau đây **không** cho một phân thức?

$$\frac{6y^3z}{x^2}; \frac{xy+z}{-3}; \frac{y+z}{0}; \frac{0}{x+1}; x^3 - xy.$$

b) Viết mẫu thức của mỗi phân thức trong các cách viết trên.

 **Lời giải.**

◇ **Ví dụ 3.** Trong các cặp phân thức sau, cặp phân thức nào có cùng mẫu thức?

a) $\frac{-20x}{3y^2}$ và $\frac{4x^3}{5y^2}$;

b) $\frac{5x-10}{x^2+1}$ và $\frac{5x-10}{x^2-1}$;

c) $\frac{5x+10}{4x-8}$ và $\frac{4-2x}{4(x-2)}$.

 **Lời giải.**

◇ **Ví dụ 4.** Trong những biểu thức sau, biểu thức nào là phân thức?

a) $\frac{2x+1}{x+4}$.

b) $\frac{xy}{x+2y}$.

c) $\frac{1}{x^2+1}$.

d) $\frac{x^2y+xy^2}{x-y}$.

e) $\frac{x^2-2}{\frac{1}{x}}$.

 **Lời giải.**

Dạng 2. Điều kiện xác định và giá trị của phân thức tại một giá trị đã cho của biến

◇ **Ví dụ 5.** Viết điều kiện xác định của mỗi phân thức sau

a) $\frac{3x+4}{x-2};$

b) $\frac{x-y}{x+y};$

c) $\frac{x-3}{x+2};$

d) $\frac{1}{2a+4};$

e) $\frac{xy^2}{x-2y}.$

Lời giải.

Ví dụ 6. Viết điều kiện xác định của phân thức $\frac{x+1}{x-1}$ và tính giá trị của phân thức tại $x=2$.

Lời giải.

Ví dụ 7. Tính giá trị của phân thức $\frac{x^2-x-1}{x^2+3x}$ tại $x=2; x=1$.

Lời giải.

Ví dụ 8. Cho phân thức $P = \frac{x^2-1}{2x+1}$.

a) Tính giá trị của phân thức tại $x=0; x=1; x=2$.

b) Tại $x = -\frac{1}{2}$ thì phân thức có xác định không? Tại sao?

Lời giải.

🔗 **Ví dụ 9.** Tìm giá trị của phân thức

a) $\frac{x^2 - 2x + 1}{x + 2}$ tại $x = -3, x = 1$;

b) $\frac{xy - 3y^2}{x + y}$ tại $x = 3, y = -1$.

 **Lời giải.**

Dạng 3. Hai phân thức bằng nhau

❖ **Ví dụ 10.** Mỗi cặp phân thức sau đây có bằng nhau không? Tại sao?

a) $\frac{xy^2}{xy+y}$ và $\frac{xy}{x+1}$;

b) $\frac{xy - y}{x}$ và $\frac{xy - x}{y}$;

c) $A = \frac{3x^2 - 9x}{x^2 - 9}$ và $B = \frac{3x}{x + 3}$;

d) $\frac{x}{5}$ và $\frac{x^2 - x}{5x - 5}$;

e) $\frac{3+x}{3+2x}$ và $\frac{1}{2}$;

f) $\frac{x+y}{x^2-y^2}$ và $\frac{1}{x-y}$;

g) $\frac{x}{x^2 - 1}$ và $\frac{1}{x - 1}$;

h) $\frac{1}{x^2 + x + 1} = \frac{1 - x}{1 - x^3};$

i) $\frac{1+x}{1-x^2} = \frac{1}{1-x}$.

Lời giải.

❖ Ví dụ 11. Dùng định nghĩa hai phân thức bằng nhau, chứng tỏ rằng:

$$\text{a) } \frac{3y}{4} = \frac{6xy}{8x};$$

$$\text{b) } \frac{x+y}{3x} = \frac{3x(x+y)^2}{9x^2(x+y)};$$

$$\text{c) } \frac{x+1}{x+3} = \frac{x^2+4x+3}{x^2+6x+9}.$$

💬 Lời giải.

❖ Ví dụ 12. Chứng minh đẳng thức

$$\frac{x-2}{-x} = \frac{8-x^3}{x(x^2+2x+4)}.$$

💬 Lời giải.

🔗 **Ví dụ 13.** Dùng định nghĩa hai phân thức bằng nhau, hãy tìm đa thức A trong đẳng thức

$$\frac{A}{x^2 - 4} = \frac{x}{x + 2}$$

💬 **Lời giải.**

🔗 **Ví dụ 14.** Dùng tính chất cơ bản của phân thức, hãy điền một đa thức thích hợp vào chỗ trống trong đẳng thức

$$\frac{(x + 1)^2}{x^2 + x} = \frac{\dots}{x}.$$

💬 **Lời giải.**

📁 **Dạng 4. Tìm giá trị nhỏ nhất, giá trị lớn nhất của phân thức**

- ✔ Với $a > 0$ (a là hằng số)
 $P(x) = m + a[F(x)]^2 \geq m$; giá trị nhỏ nhất của $P(x)$ bằng m khi $F(x) = 0$.
 $P(x) = m - a[F(x)]^2 \leq m$; giá trị lớn nhất của $P(x)$ bằng m khi $F(x) = 0$.
- ✔ Với $a > 0$ (a là hằng số), $P(x) > 0$ thì $\frac{a}{P(x)}$ nhỏ nhất (hoặc lớn nhất) khi $P(x)$ lớn nhất (hoặc nhỏ nhất).

🔗 **Ví dụ 15.**

- a) Tìm giá trị nhỏ nhất của phân thức $A = \frac{x^2 + 2x + 3}{4}$.
- b) Tìm giá trị lớn nhất của phân thức $B = \frac{4 - 4x^2 + 4x}{5}$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Ví dụ 16.** Tìm giá trị lớn nhất của $P = \frac{10}{x^2 - 2x + 2}$.

🗨 **Lời giải.**

📁 Dạng 5. Rút gọn phân thức

Thực hiện các bước sau:

- ✔ Phân tích tử và mẫu thành nhân tử.
- ✔ Chia cả tử và mẫu của phân thức cho nhân tử chung.

$$\frac{A \cdot C}{B \cdot C} = \frac{A}{B}$$

❖ **Ví dụ 17.** Rút gọn phân thức

a) $\frac{2x^2y^5}{3x^4y^2};$

b) $\frac{3x(x-y)^3}{2x^2(x-y)^2}.$

🗨 **Lời giải.**

❖ **Ví dụ 18.** Rút gọn phân thức

a) $\frac{3x^2y + 4xy^2}{6x + 8y};$

b) $\frac{-3x^2 - 6x}{4 - x^2}.$

🗨 **Lời giải.**

📁 Dạng 6. Chứng minh đẳng thức

- ✔ Phân tích tử và mẫu của phân thức ở vế trái (vế phải) của đẳng thức đã cho rồi rút gọn phân thức.
- ✔ So sánh kết quả ở hai vế.

💡 **Ví dụ 19.** Chứng minh đẳng thức

$$\frac{2x - 2xy - 3 + 3y}{1 - 3y + 3y^2 - y^3} = \frac{2x - 3}{(1 - y)^2}.$$

💬 **Lời giải.**

📁 Dạng 7. Tính giá trị biểu thức

- ✔ Rút gọn biểu thức đã cho.
- ✔ Thay giá trị của biến vào biểu thức đã rút gọn, rồi thực hiện các phép tính.

💡 **Ví dụ 20.** Cho phân thức $P = \frac{x^3 - x}{(1 + xy)^2 - (x + y)^2}$ với $x \neq \pm 1$ và $y \neq \pm 1$.

- a) Rút gọn phân thức P .
- b) Tìm giá trị của biểu thức P với $x = -12$, $y = 99$.

💬 **Lời giải.**

💡 **Ví dụ 21.** Cho phân thức $Q = \frac{(x^2 - 4y^2) \cdot (x - 2y)}{x^2 - 4xy + 4y^2}$ với $x \neq 2y$.

- a) Rút gọn phân thức Q .
- b) Tính giá trị của phân thức tại $x = -9998$ và $y = -1$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Ví dụ 22.** Biết $x > y > 0$ và $3x^2 + 3y^2 = 10xy$. Tính $P = \frac{y-x}{y+x}$.

🗨 **Lời giải.**

❖ **Ví dụ 23.** Cho a, b thỏa mãn $3a - b = 5$. Tính giá trị

$$M = \frac{5a-b}{2a+5} - \frac{3b-3a}{2b-5} \text{ với } a \neq -2,5; b \neq 2,5.$$

🗨 **Lời giải.**

📁 Dạng 8. Chứng minh giá trị biểu thức không phụ thuộc vào biến

Rút gọn các phân thức đại số để phân thức đã rút gọn không còn chứa biến.

❖ **Ví dụ 24.** Chứng minh giá trị các biểu thức sau đây không phụ thuộc vào giá trị của x và y .

a) $\frac{x^2 - 4y^2}{(x+2y)(mx-2my)}$

b) $\frac{9x^2-1}{1-3x} + \frac{3xy-3x+2y-2}{y-1}$ với $x \neq \frac{1}{3}; y \neq 1$.

☑ Rút gọn biểu thức $\frac{b}{a}$.

Lớp Toán Thầy Khôi 6-7-8-9

🔗 **Ví dụ 27.** Quy đồng mẫu thức của các phân thức sau:

a) $\frac{-7y}{12xz^2}, \frac{11z}{18x^2y}, \frac{5x}{6y^2z}$

b) $\frac{6}{7xy^2z}, \frac{11}{14x^2y^3z^3}$

Lời giải.

🔗 **Ví dụ 28.** Quy đồng mẫu thức của các phân thức sau:

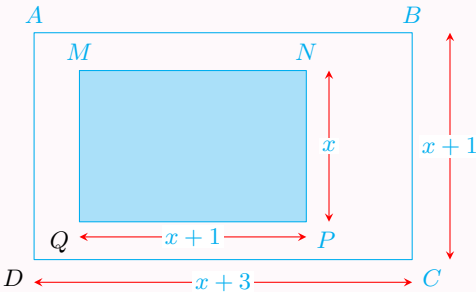
a) $\frac{5}{3x+15}; \frac{3}{x^2-25}$

b) $\frac{x^2 - x}{x^2 - 1}; \frac{3x + 3}{x^3 + 2x^2 + x}; \frac{2x}{x^3}$

Lời giải.

Dạng 11. Vận dụng

✦ **Ví dụ 29.** Cho hình chữ nhật $ABCD$ và $MNPQ$ như hình vẽ (các số đo trên hình tính theo đơn vị centimet).



- a) Viết phân thức biểu thị tỉ số diện tích của hình chữ nhật $ABCD$ và hình chữ nhật $MNPQ$.
- b) Tính giá trị của phân thức đó tại $x = 2$ và tại $x = 5$.

🗨 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

✦ **Ví dụ 30.** Chị Hà mở một xưởng thủ công với vốn đầu tư ban đầu (xây dựng nhà xưởng, mua máy móc,...) là 80 triệu. Biết chi phí để sản xuất (tiền mua vật liệu, lương nhân công) của 1 sản phẩm là 15 nghìn đồng. Gọi x là số sản phẩm mà xưởng của chị Hà làm được.

- a) Viết phân thức biểu thị số tiền thực (đơn vị là nghìn đồng) đã bỏ ra để làm được x sản phẩm.
- b) Viết phân thức biểu thị chi phí thực (đơn vị là nghìn đồng) để tạo ra 1 sản phẩm theo x .
- c) Tính chi phí thực để tạo ra 1 sản phẩm nếu $x = 100$; $x = 1\,000$. Nhận xét về chi phí thực để tạo ra 1 sản phẩm nếu x ngày càng tăng.

🗨 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



BÀI TẬP VẬN DỤNG

✎ **Bài 1.** Viết tử thức và mẫu thức của phân thức $\frac{5x-2}{3}$.

💬 **Lời giải.**

✎ **Bài 2.** Trong các cặp phân thức sau, cặp phân thức nào có mẫu giống nhau?

a) $\frac{-20x}{3y^2}$ và $\frac{4x}{5y^2}$;

b) $\frac{3x-1}{x^2+1}$ và $\frac{3x-1}{x+1}$;

c) $\frac{x-1}{3x+6}$ và $\frac{x+1}{3(x+2)}$.

💬 **Lời giải.**

✎ **Bài 3.** Trong các biểu thức sau, biểu thức nào là phân thức?

$$\frac{3x+1}{2x-1}; \quad 2x^2-5x+3; \quad \frac{x+\sqrt{x}}{3x+2}.$$

💬 **Lời giải.**

✎ **Bài 4.** Cho A là một đa thức khác 0 tùy ý. Hãy giả thích vì sao $\frac{0}{A} = 0$ và $\frac{A}{A} = 1$.

💬 **Lời giải.**

✎ **Bài 5.** Viết điều kiện xác định của các phân thức sau

a) $\frac{4x-1}{2x-6}$;

b) $\frac{x-10}{x+3y}$;

c) $3x^2-x+7$;

d) $\frac{y}{3y+3};$

e) $\frac{4x}{x^2+16};$

f) $\frac{x+y}{x-y}.$

 **Lời giải.**

✧ **Bài 6.** Viết điều kiện xác định của phân thức $\frac{x^2+x-2}{x^3+2}$. Tính giá trị của phân thức trên lần lượt tại $x=0; x=1; x=2$.

 **Lời giải.**

✧ **Bài 7.** Tìm giá trị của phân thức

a) $A = \frac{3x^2+3x}{x^2+2x+1}$ tại $x=-4;$

b) $B = \frac{ab-b^2}{a^2-b^2}$ tại $a=4, b=-2.$

 **Lời giải.**

✧ **Bài 8.** Vì sao các kết luận sau đây đúng?

a) $\frac{-6}{-4y} = \frac{3y}{2y^2};$

b) $\frac{x+3}{5} = \frac{x^2+3x}{5x};$

c) $\frac{3x(4x+1)}{16x^2-1} = \frac{-3x}{1-4x}.$

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

❖ **Bài 9.** Mỗi cặp phân thức sau có bằng nhau không? Tại sao?

a) $\frac{3ac}{a^3b}$ và $\frac{6c}{2a^2b}$;

b) $\frac{3ab - 3b^2}{6b^2}$ và $\frac{a - b}{2b}$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

❖ **Bài 10.** Tìm đa thức thích hợp thay vào trong các đẳng thức sau

a) $\frac{2x + 1}{x - 1} = \frac{\text{}}{x^2 - 1}$;

b) $\frac{x^2 + 2x}{x^3 + 8} = \frac{\text{}}{x^2 - 2x + 4}$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

❖ **Bài 11.** Dùng định nghĩa hai phân thức bằng nhau chứng tỏ rằng:

a) $\frac{3x}{2} = \frac{15xy}{10y}$;

b) $\frac{3x - 3y}{2y - 2x} = \frac{-3}{2}$;

c) $\frac{x^2 - x + 1}{x} = \frac{x^3 + 1}{x \cdot (x + 1)}$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

🔗 Bài 12.

a) Tìm đa thức A , cho biết $\frac{A}{x-2} = \frac{x^2 + 3x + 2}{x^2 - 4}$.

b) Tìm đa thức M , cho biết $\frac{M}{x-1} = \frac{x^2 + 3x + 2}{x+1}$.

🗨️ Lời giải.

🔗 Bài 13. Tìm giá trị lớn nhất của phân thức P , biết $P = \frac{15}{x^2 - 2x + 4}$.

🗨️ Lời giải.

🔗 Bài 14. Tìm giá trị nhỏ nhất của phân thức Q , biết $Q = \frac{18}{4x - x^2 - 7}$.

🗨️ Lời giải.

🔗 Bài 15. Tìm giá trị nguyên của x để phân thức $\frac{6}{2x+1}$ nhận giá trị nguyên.

🗨️ Lời giải.

🔗 Bài 16. Tìm số nguyên dương n nhỏ nhất sao cho $\frac{n-2}{2n+1}$ khác 0 và không tối giản.

🗨️ Lời giải.

🔗 **Bài 17.** Nếu $y = 2x$ và $z = 2y$ thì $\frac{x+y+z}{x+y-z}$ bằng bao nhiêu?

💬 **Lời giải.**

🔗 **Bài 18.** Cho $x \neq y$ và $a_1 = x + m$, $a_2 = a_1 + m$, $y = a_2 + m$; $b_1 = x + n$; $b_2 = b_1 + n$, $b_3 = b_2 + n$; $y = b_3 + n$ thì $\frac{a_1 - a_2}{b_1 - b_2}$ bằng bao nhiêu?

💬 **Lời giải.**

🔗 **Bài 19.** Tìm mẫu thức chung của hai phân thức

$$\frac{2x}{x^2 + 3x + 2}; \frac{3x}{x^2 + 4x + 3}$$

💬 **Lời giải.**

🔗 **Bài 20.** Quy đồng mẫu thức của các phân thức sau:

a) $\frac{2x+1}{6xy^3}$ và $\frac{3x}{9x^2y}$

b) $\frac{3x^2 - 4x + 1}{x^2 - 25}$; $\frac{x-3}{5-x}$; $\frac{4x}{x+5}$

💬 **Lời giải.**

⇨ **Bài 21.** Một ô tô chạy với vận tốc trung bình là x (km/h).

- Viết biểu thức biểu thị thời gian ô tô (tính bằng giờ) chạy hết quãng đường 120 km.
- Tính thời gian ô tô đi được 120 km trong trường hợp vận tốc trung bình của ô tô là 60 km/h.

☞ **Lời giải.**

⇨ **Bài 22.** Lúc 6 giờ sáng, bác Vinh lái ô tô xuất phát từ Hà Nội đi huyện Tĩnh Gia (Thanh Hoá). Khi đến Phủ Lý (Hà Nam), cách Hà Nội khoảng 60 km, bác Vinh dừng lại ăn sáng trong 20 phút. Sau đó, bác Vinh tiếp tục đi về Tĩnh Gia và phải tăng vận tốc thêm 10 km/h để đến nơi đúng giờ dự định.

- Gọi x (km/h) là vận tốc ô tô đi trên quãng đường Hà Nội - Phủ Lý. Hãy viết các phân thức biểu thị thời gian bác Vinh chạy xe trên các quãng đường Hà Nội - Phủ Lý và Phủ Lý - Tĩnh Gia, biết rằng quãng đường Hà Nội - Tĩnh Gia có chiều dài khoảng 200 km.
- Nếu vận tốc ô tô đi trên quãng đường Hà Nội - Phủ Lý là 60 km/h thì bác Vinh đến Tĩnh Gia lúc mấy giờ?

☞ **Lời giải.**

⇨ **Bài 23.** Để loại bỏ x (tính theo %) chất gây ô nhiễm không khí từ khí thải của một nhà máy, ước tính cần chi phí là $\frac{1,7x}{100-x}$ (tỉ đồng).

- Nếu muốn loại bỏ 90% chất gây ô nhiễm từ khí thải nhà máy thì cần chi phí là bao nhiêu?
- Viết điều kiện xác định của phân thức $\frac{1,7x}{100-x}$. Hỏi có thể loại bỏ được 100% chất gây ô nhiễm từ khí thải nhà máy hay không?

☞ **Lời giải.**



.....

.....

Bài 6

CỘNG, TRỪ PHÂN THỨC

A

TRỌNG TÂM KIẾN THỨC

1 Cộng hai phân thức cùng mẫu thức

Quy tắc: muốn cộng hai phân thức cùng mẫu thức, ta cộng các tử thức với nhau và giữ nguyên mẫu thức

$$\frac{A}{C} + \frac{B}{C} = \frac{A+B}{C}.$$

2 Cộng hai phân thức có mẫu thức khác nhau

☑ **Quy tắc:** Muốn cộng hai phân thức có mẫu thức khác nhau, ta quy đồng mẫu thức rồi cộng các phân thức có cùng mẫu thức vừa tìm được.

☑ **Chú ý:** Phép cộng các phân thức có các tính chất sau

— Giao hoán: $\frac{A}{B} + \frac{C}{D} = \frac{C}{D} + \frac{A}{B}.$

— Kết hợp: $\left(\frac{A}{B} + \frac{C}{D}\right) + \frac{E}{F} = \frac{A}{B} + \left(\frac{C}{D} + \frac{E}{F}\right).$

3 Phân thức đối

☑ Hai phân thức được gọi là đối nhau nếu tổng của chúng bằng 0.

☑ Phân thức đối của phân thức $\frac{A}{B}$ được kí hiệu bởi $-\frac{A}{B}.$

Như vậy $-\frac{A}{B} = \frac{-A}{B}$ và $-\frac{-A}{B} = \frac{A}{B}.$

4 Phép trừ

Quy tắc: Muốn trừ phân thức $\frac{A}{B}$ cho phân thức $\frac{C}{D}$, ta cộng $\frac{A}{B}$ với phân thức đối của $\frac{C}{D}$

$$\frac{A}{B} - \frac{C}{D} = \frac{A}{B} + \left(-\frac{C}{D}\right).$$

B

CÁC DẠNG BÀI TẬP VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Dạng 1. Cộng, trừ các phân thức cùng mẫu thức

☑ Cộng, trừ các tử thức với nhau;

☑ Giữ nguyên mẫu thức $\frac{A}{C} \pm \frac{B}{C} = \frac{A \pm B}{C}.$

🔗 **Ví dụ 1.** Thực hiện phép tính sau:

a) $\frac{x+y}{3x} + \frac{x-2y}{3x};$

b) $\frac{x^2 + 4}{x - 2} + \frac{4x}{2 - x}$

Lời giải.

🔗 **Ví dụ 2.** Rút gọn biểu thức sau

$$A = \frac{x^4 - (x-1)^2}{(x^2+1)^2 - x^2} + \frac{x^2 - (x^2-1)^2}{x^2(x+1)^2 - 1} + \frac{x^2(x-1)^2 - 1}{x^4 - (x+1)^2}$$

Lời giải.

🔗 **Ví dụ 3.** Cho a, b, c thỏa mãn $abc = 1$. Tính

$$M = \frac{a}{ab+a+1} + \frac{b}{bc+b+1} + \frac{c}{ac+c+1}.$$

Lời giải.

❖ **Ví dụ 4.** Thực hiện các phép tính sau:

a) $\frac{3x+1}{2xy} - \frac{x-2}{2xy};$

b) $\frac{xy}{2x-y} - \frac{2x^2}{y-2x}.$

🗨 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

Dạng 2. Cộng, trừ các phân thức không cùng mẫu thức

- ✔ Quy đồng mẫu thức để đưa về các phân thức có cùng mẫu.
- ✔ Cộng, trừ tử thức với nhau và giữ nguyên mẫu thức.

❖ **Ví dụ 5.** Thực hiện phép tính sau

a) $\frac{3}{4xy} + \frac{5x}{2y^2z} + \frac{7}{6yz^2};$

b) $\frac{x^2}{x^2+3x} + \frac{3}{x+3} + \frac{3}{x}.$

🗨 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

❖ **Ví dụ 6.** Rút gọn biểu thức

$$B = \frac{1}{a-b} + \frac{1}{a+b} + \frac{2a}{a^2+b^2} + \frac{4a^3}{a^4+b^4} + \frac{8a^7}{a^8+b^8}.$$

🗨 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

❖ **Ví dụ 7.** Cho $a+b+c=0$. Rút gọn biểu thức

a) $A = \frac{a^2}{a^2-b^2-c^2} + \frac{b^2}{b^2-a^2-c^2} + \frac{c^2}{c^2-a^2-b^2};$

$$\text{b) } B = \frac{1}{b^2 + c^2 - a^2} + \frac{1}{c^2 + a^2 - b^2} + \frac{1}{a^2 + b^2 - c^2}.$$

Lời giải.

Ví dụ 8. Thực hiện các phép tính sau

$$\text{a) } \frac{3x}{5x + 5y} - \frac{x}{10x - 10y};$$

$$\text{b) } \frac{1}{3x - 2} - \frac{4}{3x + 2} - \frac{3x - 6}{4 - 9x^2}.$$

Lời giải.

Ví dụ 9. Rút gọn biểu thức

$$A = \frac{x + 2}{x^2 + x + 1} - \frac{2}{x - 1} - \frac{2x^2 + 4}{1 - x^3}.$$

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

🔗 **Ví dụ 10.** Rút gọn biểu thức

$$A = \frac{20x^2 + 120x + 180}{(3x + 5)^2 - 4x^2} + \frac{5x^2 - 125}{9x^2 - (2x + 5)^2} - \frac{(2x + 3)^2 - x^2}{3(x^2 + 8x + 15)}.$$

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Dạng 3. Tìm x thỏa mãn đẳng thức cho trước

Chuyển hạng tử không chứa x về một vế, ta được biểu thức của x .
Rút gọn biểu thức của x .

🔗 **Ví dụ 11.** Tìm x biết

$$x - \frac{1}{a + 1} = \frac{2}{a^2 - 1} \quad (a \text{ là hằng số})$$

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

🔗 **Ví dụ 12.** Tìm x biết

$$x + \frac{1}{a^2 - a} = \frac{a}{a - 1}; \quad (a \text{ là hằng số}).$$

Lời giải.

.....

❖ **Ví dụ 13.** Nếu cho $X + \frac{(a^2 + 2) \cdot a}{a^3 - 1} - 1 = \frac{2}{a^2 + a + 1}$ thì X là phân thức nào?

💬 **Lời giải.**

📁 Dạng 4. Rút gọn và tính giá trị biểu thức

- ✔ Sử dụng phép cộng, trừ phân thức để rút gọn biểu thức.
- ✔ Thay giá trị của biến đã cho vào biểu thức đã rút gọn và thực hiện các phép tính.

❖ **Ví dụ 14.** Rút gọn rồi tính giá trị của biểu thức

$$P = \frac{6x^2 + 8x + 7}{x^3 - 1} + \frac{x}{x^2 + x + 1} - \frac{6}{x - 1} \quad \text{với } x = \frac{1}{2}.$$

💬 **Lời giải.**

❖ **Ví dụ 15.** Tính giá trị của biểu thức

$$P = \frac{10}{(x + 2)(3 - x)} - \frac{12}{(3 - x)(3 + x)} - \frac{1}{(x + 3)(x + 2)} \quad \text{tại } x = -0,75.$$

💬 **Lời giải.**

📁 Dạng 5. Chứng minh giá trị biểu thức không phụ thuộc vào biến. Chứng minh đẳng thức

- a) Thực hiện phép cộng, trừ các phân thức để rút gọn biểu thức không còn chứa biến.
- b) Chứng minh đẳng thức

- ☑ Từ đẳng thức đã cho ta biến đổi một vế bằng vế còn lại.
- ☑ Hoặc biến đổi cả hai vế cùng bằng một biểu thức.

🔗 **Ví dụ 16.** Chứng minh rằng giá trị của biểu thức sau không phụ thuộc vào giá trị biến x .

$$A = \frac{x+1}{x-1} + \frac{x-1}{x+1} - \frac{4}{x^2-1} \quad \text{với } x \neq 1; x \neq -1.$$

💬 **Lời giải.**

🔗 **Ví dụ 17.** Chứng minh đẳng thức

$$\frac{a^2 + 3ab}{a^2 - 9b^2} + \frac{2a^2 - 5ab - 3b^2}{6ab - a^2 - 9b^2} = \frac{a^2 + ab + ac + bc}{3bc - a^2 - ac + 3ab}.$$

💬 **Lời giải.**

📁 **Dạng 6. Vận dụng**

🔗 **Ví dụ 18.** Tại một cuộc đua thuyền diễn ra trên một khúc sông từ A đến B dài 3 km. Mỗi đội thực hiện một vòng đua, xuất phát từ A đến B , rồi quay về A là đích. Một đội đua đạt tốc độ $(x + 1)$ km/h khi xuôi dòng từ A đến B và đạt tốc độ $(x - 1)$ km/h khi ngược dòng từ B về A .
Viết biểu thức tính tổng thời gian đi và về, chênh lệch thời gian giữa đi và về của đội đua thuyền. Tính giá trị của các đại lượng này khi $v = 6$ km/h.

💬 **Lời giải.**

- Thời gian tàu chạy qua vùng rừng núi;
- Thời gian tàu chạy qua thành phố;
- Thời gian tàu chạy trên cả quãng đường.

 Lời giải.

- a) Hãy viết các phân thức biểu thị theo x thời gian xuôi dòng, thời gian ngược dòng và tổng thời gian tàu chạy.
- b) Tính tổng thời gian tàu chạy khi vận tốc dòng nước là 2 km/h .

Lời giải.



BÀI TẬP VẬN DỤNG

Bài 1. Tính:

a) $\frac{5x-2}{15} + \frac{2x+2}{15};$

$$\text{b) } \frac{2-2x}{6x^3y} + \frac{3+2y}{6x^3y} + \frac{2x-5}{6x^3y};$$

c) $\frac{x^2}{x+y} + \frac{y^2}{y+z} + \frac{-y^2}{x+y} + \frac{-z^2}{y+z}.$

Lời giải.

Bài 2. Tính

a) $\frac{4x-2}{7xy^2} + \frac{x+2}{7xy^2};$

b) $\frac{1}{x} + \frac{1}{2x} + \frac{1}{3x};$

c) $\frac{2x-1}{x} + \frac{x+3}{2}$.

Lời giải.

❖ **Bài 3.** Viết phân thức $P = \frac{4x^2 - 2x + 3}{2x - 1}$ dưới dạng tổng một đa thức và một phân thức có tử thức là hằng số.

🗨 **Lời giải.**

❖ **Bài 4.** Cho phân thức $P = \frac{4x^2 - 2x + 7}{2x - 1}$. Tìm giá trị nguyên của x để giá trị của phân thức P là một số nguyên.

🗨 **Lời giải.**

❖ **Bài 5.** Cho biểu thức $P = \frac{25x^2 - 1}{1 - 5x} + \frac{5xy - 15x + y - 3}{y - 3}$ với $x \neq \frac{1}{5}$; $y \neq 3$. Tính giá trị của P .

🗨 **Lời giải.**

❖ **Bài 6.** Cho $(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2$. Rút gọn biểu thức

$$P = \frac{a^2}{a^2 + 2bc} + \frac{b^2}{b^2 + 2ac} + \frac{c^2}{c^2 + 2ab}.$$

🗨 **Lời giải.**

🔹 **Bài 7.** Tính

a) $\frac{7x+2}{5x-2} - \frac{2-2x}{5x-2};$

b) $\frac{5x-2}{4x^2y} - \frac{x-2}{4x^2y}.$

🗨 **Lời giải.**

🔹 **Bài 8.** Tính

a) $\frac{xy}{x^2-y^2} - \frac{x^2}{y^2-x^2};$

b) $\frac{x+4}{x^2-4} - \frac{1}{x^2+2x}.$

🗨 **Lời giải.**

🔹 **Bài 9.** Tính $\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x^3+1} + \frac{1}{x^2-x+1}.$

🗨 **Lời giải.**

🔹 **Bài 10.** Chứng minh giá trị của biểu thức sau không phụ thuộc vào x .

$$A = \frac{x+4}{2x+4} - \frac{x-2}{x^2-4}.$$

🗨 **Lời giải.**

🔹 **Bài 11.**

a) Thực hiện phép tính $\frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}.$

b) Thu gọn biểu thức

$$A = \frac{1}{x^2+x} + \frac{1}{x^2+3x+2} + \frac{1}{x^2+5x+6} + \frac{1}{x+3}.$$

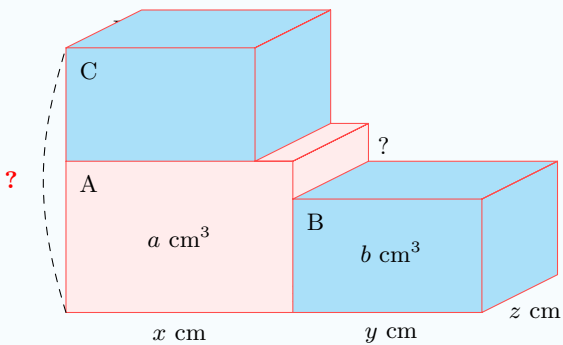
🗨 **Lời giải.**

❖ **Bài 12.** Cùng đi từ thành phố A đến thành phố B cách nhau 450 km, xe khách chạy với tốc độ x km/h; xe tải chạy với tốc độ y km/h ($x > y$). Nếu xuất phát cùng lúc thì xe khách đến thành phố B sớm hơn xe tải bao nhiêu giờ?

🗨 **Lời giải.**

❖ **Bài 13.** Có ba hình hộp chữ nhật A, B, C có chiều dài, chiều rộng và thể tích được cho như Hình 2. Hình B và C có các kích thước giống nhau, hình A có cùng chiều rộng với B và C .

- a) Tính chiều cao của các hình hộp chữ nhật. Biểu thị chúng bằng các phân thức cùng mẫu số.
- b) Tính tổng chiều cao của hình A và C , chênh lệch chiều cao của hình A và B .



Hình 2

🗨 **Lời giải.**

❖ **Bài 14.** Một xí nghiệp dự định sản xuất 10 000 sản phẩm trong x ngày. Khi thực hiện, xí nghiệp đã làm xong sớm hơn 1 ngày so với dự định và còn làm thêm được 80 sản phẩm. Viết phân thức biểu thị theo x :

- Số sản phẩm xí nghiệp làm trong 1 ngày theo dự định;
- Số sản phẩm xí nghiệp làm trong 1 ngày trên thực tế;
- Số sản phẩm xí nghiệp làm trong 1 ngày trên thực tế nhiều hơn số sản phẩm xí nghiệp làm trong 1 ngày theo dự định.

Lời giải.

❖ **Bài 15.** Người ta mở hai vòi nước cùng chảy vào bể không chứa nước. Thời gian để vòi thứ nhất chảy một mình đầy bể ít hơn thời gian để vòi thứ hai chảy một mình đầy bể là 2 giờ. Gọi x (giờ) là thời gian vòi thứ nhất chảy một mình để đầy bể. Viết phân thức biểu thị theo x :

- Thời gian vòi thứ hai chảy một mình đầy bể;
- Phần bể mà mỗi vòi chảy được trong 1 giờ;
- Phần bể mà cả hai vòi chảy được trong 1 giờ.

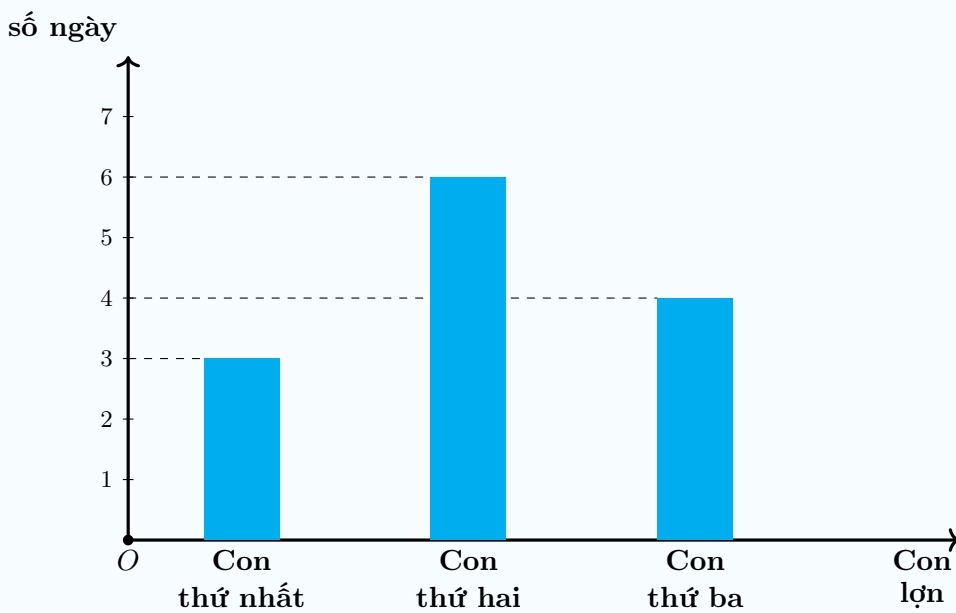
Lời giải.

❖ **Bài 16.** Để hưởng ứng phong trào Tết trồng cây, chi đoàn thanh niên dự định trồng 120 cây xanh. Khi bắt đầu thực hiện, chi đoàn được tăng cường thêm 3 đoàn viên. Gọi x là số đoàn viên ban đầu của chi đoàn và giả sử số cây mỗi đoàn viên trồng là như nhau. Viết phân thức biểu thị theo x :

- Số cây mỗi đoàn viên trồng theo dự định;
- Số cây mỗi đoàn viên trồng theo thực tế;
- Số cây mỗi đoàn viên trồng theo dự định nhiều hơn số cây mỗi đoàn viên trồng theo thực tế.

🗨 **Lời giải.**

❖ **Bài 17.** Gia đình cô Lương nuôi ba con lợn. Cả ba con lợn đều ăn cùng một loại thức ăn gia súc. Biểu đồ cột ở hình dưới biểu diễn số ngày mà mỗi con lợn ăn hết một bao thức ăn. Hỏi cả ba con lợn ăn trong x ngày ($x \in \mathbb{N}^*$) thì cần bao nhiêu thức ăn?



🗨 **Lời giải.**



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 7

NHÂN, CHIA PHÂN THỨC

A

TRỌNG TÂM KIẾN THỨC

1 Phép nhân các phân thức đại số

☑ Quy tắc: Muốn nhân hai phân thức, ta nhân các tử thức với nhau, các mẫu thức với nhau

$$\frac{A}{B} \cdot \frac{C}{D} = \frac{A \cdot C}{B \cdot D}.$$

☑ Phép nhân các phân thức có các tính chất:

- Giao hoán: $\frac{A}{B} \cdot \frac{C}{D} = \frac{C}{D} \cdot \frac{A}{B}.$
- Kết hợp: $\left(\frac{A}{B} \cdot \frac{C}{D}\right) \cdot \frac{E}{F} = \frac{A}{B} \cdot \left(\frac{C}{D} \cdot \frac{E}{F}\right);$
- Phân phối đối với phép cộng: $\frac{A}{B} \left(\frac{C}{D} + \frac{E}{F}\right) = \frac{A}{B} \cdot \frac{C}{D} + \frac{A}{B} \cdot \frac{E}{F}$

2 Phân thức nghịch đảo

☑ Hai phân thức được gọi là nghịch đảo của nhau nếu tích của chúng bằng 1.

☑ Tổng quát, nếu $\frac{A}{B}$ là phân thức khác 0 thì $\frac{A}{B} \cdot \frac{B}{A} = 1$, do đó $\frac{B}{A}$ là phân thức nghịch đảo của phân thức $\frac{A}{B}.$

3 Phép chia

Muốn chia phân thức $\frac{A}{B}$ cho phân thức $\frac{C}{D}$ khác 0, ta nhân $\frac{A}{B}$ với phân thức nghịch đảo của $\frac{C}{D}.$

$$\frac{A}{B} : \frac{C}{D} = \frac{A}{B} \cdot \frac{D}{C} \text{ với } \frac{C}{D} \neq 0.$$

B

CÁC DẠNG BÀI TẬP VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Dạng 1. Thực hiện phép nhân, phép chia các phân thức

💠 **Ví dụ 1.** Thực hiện các phép tính sau:

a) $\frac{18x^2y^2}{15z} \cdot \frac{5z^3}{9x^3y^2};$ b) $\frac{5x+5y}{4x-4y} \cdot \frac{6x-6y}{25x+25y};$ c) $3x^3y^4 \cdot \left(-\frac{7z}{9xy^5}\right).$

Lời giải.

.....

.....

.....

🔹 **Ví dụ 2.** Thực hiện phép tính sau

a) $\frac{x^2 - 25}{x^2 - 3x} : \frac{x^2 + 5x}{x^2 - 9};$

b) $-\frac{25x^2y^5}{3x} : 15xy^2;$

c) $(x^2 + y^2) : \frac{x^3y + xy^3}{x^4y}.$

🗨 **Lời giải.**

🔹 **Ví dụ 3.** Thực hiện phép tính

$$\frac{x + 1}{x + 2} : \frac{x + 2}{x + 3} : \frac{x + 3}{x + 1}.$$

🗨 **Lời giải.**

📁 Dạng 2. Rút gọn biểu thức

Thực hiện phép nhân, phép chia các phân thức đại số để rút gọn biểu thức.

🔹 **Ví dụ 4.** Cho $K = \left(\frac{x + 1}{x - 1} - \frac{x - 1}{x + 1} + \frac{x^2 - 4x - 1}{x^2 - 1}\right) \cdot \frac{x + 2003}{x}$

- a) Rút gọn K .
- b) Tìm số nguyên x để K nhận giá trị nguyên.

🗨 **Lời giải.**



.....

.....

.....

.....

.....

❖ **Ví dụ 5.** Thực hiện phép tính sau

a) $P = \frac{12x + 5}{x + 9} \cdot \frac{4x + 3}{360x + 150} + \frac{12x + 5}{x + 9} \cdot \frac{6 - 3x}{360x + 150}.$

b) $P = \frac{x + 3y}{3x + y} \cdot \frac{4x - 2y}{x - y} - \frac{x + 3y}{3x + y} \cdot \frac{x - 3y}{x - y}.$

☞ **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

❖ **Ví dụ 6.** Rút gọn biểu thức

$$R = \frac{3a^2 - 2ab - b^2}{2a^2 + ab - b^2} : \frac{3a^2 - 4ab + b^2}{3a^2 + 2ab - b^2}.$$

☞ **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

❖ **Ví dụ 7.** Cho $x \neq 0, x \neq \pm 2$. Rút gọn rồi tính giá trị biểu thức

$$A = \left(\frac{4}{x - 2} - \frac{3}{x + 2} \right) : \frac{x + 14}{x^2} \text{ với } x = -3.$$

☞ **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Dạng 3. Tìm x thỏa mãn đẳng thức cho trước

- 🕒 Tìm x từ đẳng thức $x : A = B$, ta có $x = A \cdot B$.
- 🕒 Tìm x từ đẳng thức $A \cdot x = B$, ta có $x = B : A$.
- 🕒 Rút gọn biểu thức $B : A$ dựa vào phép chia phân thức.

🔗 **Ví dụ 8.** Tìm biểu thức x , biết

$$x : \frac{a^2 + a + 1}{2a + 2} = \frac{a + 1}{a^3 - 1}.$$

🗨 **Lời giải.**

🔗 **Ví dụ 9.** Tìm x , biết $\frac{a + 1}{a + 2} \cdot x = \frac{a^2 - 1}{a^2 + 2a}$, với a là hằng số; $a \neq 1$; $a \neq -1$; $a \neq 0$; $a \neq -2$.

🗨 **Lời giải.**

Dạng 4. Chứng minh giá trị biểu thức không phụ thuộc vào giá trị của biến

Thực hiện phép tính các phân thức để rút gọn biểu thức không còn chứa biến.

🔗 **Ví dụ 10.** Cho $ab + bc + ca = 1$. Chứng minh rằng tích sau không phụ thuộc vào biến số

$$A = \frac{(a + b)^2}{1 + a^2} \cdot \frac{(b + c)^2}{1 + b^2} \cdot \frac{(c + a)^2}{1 + c^2}.$$

🗨 **Lời giải.**

a) $M = \frac{4bc - a^2}{bc + 2a^2} \cdot \frac{4ca - b^2}{ca + 2b^2} \cdot \frac{4ab - c^2}{ab + 2c^2};$ b) $N = \left(1 + \frac{a}{b}\right) \cdot \left(1 + \frac{b}{c}\right) \cdot \left(1 + \frac{c}{a}\right).$

Lớp Toán Thầy Khôi 6-7-8-9



.....

.....

.....

.....

.....

- ↻ **Ví dụ 13.** Máy A xát được x tấn gạo trong a giờ, máy B xát được y tấn gạo trong b giờ.
- a) Viết các biểu thức biểu thị số tấn gạo mỗi máy xát được trong 1 giờ (gọi là công suất của máy).
 - b) Công suất của máy A gấp bao nhiêu lần máy B? Viết biểu thức biểu thị số lần này.
 - c) Tính giá trị biểu thức ở câu b khi $x = 3, a = 5, y = 2, b = 4$.

💬 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

- ↻ **Ví dụ 14.** Một ca nô đi xuôi dòng trên một khúc sông từ A đến B dài 20 km rồi lại đi ngược dòng từ B về A. Biết tốc độ dòng nước là 3 km/h. Gọi x (km/h) là tốc độ của ca nô. Viết phân thức biểu thị theo x :
- a) Thời gian ca nô đi xuôi dòng từ A đến B;
 - b) Thời gian ca nô đi ngược dòng từ B về A;
 - c) Tỷ số của thời gian ca nô đi xuôi dòng từ A đến B và thời gian ca nô đi ngược dòng từ B về A.

💬 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

💡 **Ví dụ 15.** Bác Châu vay ngân hàng 1,2 tỉ đồng để mua nhà theo hình thức trả góp. Số tiền bác Châu phải trả mỗi tháng bao gồm số tiền gốc phải trả hằng tháng (bằng số tiền gốc chia đều cho số tháng vay) và số tiền lãi phải trả hằng tháng (bằng số tiền gốc nhân với lãi suất tháng).

- a) Gọi r là lãi suất năm của khoản vay trả góp này. Tính số tiền x (triệu đồng) mà bác Châu phải trả mỗi tháng theo số tháng vay y (tháng) và lãi suất năm r . Từ đó suy ra công thức tính lãi suất năm r theo x và y .
- b) Tính giá trị của r tại $x = 30, y = 48$ rồi cho biết, nếu trả góp mỗi tháng 30 triệu đồng trong vòng 4 năm thì lãi suất năm (tính theo %) của khoản vay này là bao nhiêu?

🗨 **Lời giải.**

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

💡 **Bài 1.** Tính

a) $\frac{3x + 6}{4x - 16} \cdot \frac{8 - 2x}{x + 2};$

b) $\frac{3x^2}{5y^3} \cdot \left(\frac{-10y^3}{9x^3}\right).$

🗨 **Lời giải.**

💡 **Bài 2.** Thực hiện các phép tính sau

a) $M = \frac{x^5 + 2x^2 + 3}{3x^3 + 3} \cdot \frac{4x}{x^2 - 4} \cdot \frac{5x^3 + 5}{x^5 + 2x^2 + 3};$

b) $A = \frac{x^2 + 2x}{3x - 6} \cdot \frac{2x - 4}{x^2 + 4x + 4}.$

🗨 **Lời giải.**

💡 **Bài 3.** Rút gọn rồi tính giá trị của biểu thức

$$P = \frac{x^2 - 1}{x + 5} \cdot \frac{2x + 10}{x^2 - x} \text{ với } x = 99.$$

🗨 **Lời giải.**

🔗 **Bài 4.** Hãy điền phân thức thích hợp vào dấu ... trong đẳng thức sau

$$\frac{1}{x} \cdot \frac{x}{x+1} \cdot \frac{x+1}{x+2} \cdot \frac{x+2}{x+3} \cdot \frac{x+3}{x+4} \cdot \frac{x+4}{x+5} \cdot \dots = 1.$$

🗨 **Lời giải.**

🔗 **Bài 5.** Cho $x + y + z = 1$. Chứng minh rằng giá trị biểu thức sau không phụ thuộc vào giá trị của biến số

$$P = \frac{(x+y)^2}{xy+z} \cdot \frac{(y+z)^2}{yz+x} \cdot \frac{(z+x)^2}{zx+y}.$$

🗨 **Lời giải.**

🔗 **Bài 6.** Thực hiện các phép tính

a) $A = \frac{1^4+4}{3^4+4} \cdot \frac{5^4+4}{7^4+4} \cdot \frac{9^4+4}{11^4+4} \cdot \dots \cdot \frac{17^4+4}{19^4+4};$

b) $B = \frac{1^4+\frac{1}{4}}{2^4+\frac{1}{4}} \cdot \frac{3^4+\frac{1}{4}}{4^4+\frac{1}{4}} \cdot \frac{5^4+\frac{1}{4}}{6^4+\frac{1}{4}} \cdot \dots \cdot \frac{29^4+\frac{1}{4}}{30^4+\frac{1}{4}}.$

🗨 **Lời giải.**

Bài 7. Thực hiện phép tính

a) $\frac{3x+9}{x^2-4} : \frac{x+3}{x-2};$

b) $\frac{5x^2 + 10xy}{x^2 + 2xy + 4y^2} : \frac{x + 2y}{x^3 - 8y^3}$.

 **Lời giải.**

Bài 8. Tính

a) $\frac{4x^2 - 1}{x} : (1 - 2x);$

b) $(x + y) : \frac{y^2 + xy}{x - y}$.

🗨️ Lời giải.

🔗 Bài 9. Thực hiện phép chia

$$\text{a) } A = \frac{x+y+z}{(x+y)^2 - (x+y)z} : \frac{x^2+y^2-z^2+2xy}{2x+2y};$$

b) $B = \frac{6x - 3}{x} : \frac{4x^2 - 1}{3x^2};$

c) $C = \frac{x^2 - 12xy + 36y^2}{x^2 + 12xy + 36y^2} : \frac{3x - 18y}{3x + 18y}.$

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 10. Hãy điền phân thức thích hợp vào dấu ... trong đẳng thức sau

$$\frac{x}{x + 1} : \frac{x + 1}{x + 2} : \frac{x + 2}{x + 3} : \frac{x + 3}{x + 4} : \frac{x + 4}{x + 5} : \dots = 1.$$

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 11. Tìm x , biết

a) $\frac{3a}{4} \cdot x = \frac{4a}{5}$ với $a \neq 0.$

b) $\frac{a + 2}{a + 1} \cdot x = \frac{a^2 - 4}{a^2 + a}$ với $a \notin \{-1; 0; -2\}.$

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 12. Tính $A = \frac{5^2 - 1}{3^2 - 1} : \frac{9^2 - 1}{7^2 - 1} : \frac{13^2 - 1}{11^2 - 1} : \dots : \frac{57^2 - 1}{55^2 - 1}.$

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

- Viết biểu thức biểu thị tổng thời gian T hai lượt đi và về.
- Viết biểu thức biểu thị hiệu thời gian t lượt đi đối với lượt về.
- Tính T và t với $x = 10$.

- Số tấn hàng xí nghiệp làm trong 1 ngày theo dự định;
- Số tấn hàng xí nghiệp làm trong 1 ngày trên thực tế;
- Tỉ số của số tấn hàng xí nghiệp làm trong 1 ngày trên thực tế và số tấn hàng xí nghiệp làm trong 1 ngày theo dự định.

Lớp Toán Thầy Khôi 6-7-8-9

- 🔗 **Bài 15.** Một xe ô tô chở hàng đi từ địa điểm A đến địa điểm B hết x giờ. Sau khi trả hàng tại địa điểm B , xe quay ngược trở lại địa điểm A nhưng thời gian xe chạy về đến A chỉ là $x - 1$ giờ. Biết quãng đường AB dài 160 km, viết phân thức biểu thị theo x :
- a) Tốc độ xe ô tô khi chạy từ A đến B ;
 - b) Tốc độ xe ô tô khi chạy từ B về A ;
 - c) Tỷ số của tốc độ xe ô tô khi chạy từ A đến B và tốc độ xe ô tô khi chạy từ B về A .

🗨 **Lời giải.**

- 🔗 **Bài 16.** Bác Châu vay ngân hàng 1,2 tỉ đồng để mua nhà theo hình thức trả góp. Số tiền bác Châu phải trả mỗi tháng bao gồm số tiền gốc phải trả hằng tháng (bằng số tiền gốc chia đều cho số tháng vay) và số tiền lãi phải trả hằng tháng (bằng số tiền gốc nhân với lãi suất tháng).
- a) Nếu mỗi tháng bác Châu trả 15 triệu đồng trong 10 năm thì lãi suất năm (tính theo %) là bao nhiêu? Hãy cho biết tổng số tiền thực tế bác Châu phải trả chênh lệch bao nhiêu so với khoản vay 1,2 tỉ đồng.
 - b) Trong công thức tính lãi suất năm nói trên, hai biến x, y phải thỏa mãn các điều kiện $x > 0, y > 0, xy > 1200$. Em hãy giải thích ý nghĩa thực tiễn của các điều kiện này.

🗨 **Lời giải.**

LUYỆN TẬP CHUNG

A

TRỌNG TÂM KIẾN THỨC

- ☑ Mỗi biểu thức là một phân thức hoặc biểu thị một dãy phép toán cộng, trừ, nhân, chia trên những phân thức gọi là biểu thức hữu tỉ.
- ☑ Nhờ các quy tắc của các phép toán cộng, trừ, nhân, chia các phân thức, ta có thể biến đổi biểu thức hữu tỉ thành một phân thức.
- ☑ Điều kiện của biến để giá trị tương ứng của mẫu thức khác 0 là điều kiện để giá trị của phân thức được xác định.

B

CÁC DẠNG BÀI TẬP VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Dạng 1. Tìm điều kiện của biến để phân thức xác định

Ta tìm các giá trị của biến sao cho giá trị tương ứng của mẫu thức khác 0.

🔗 **Ví dụ 1.** Với giá trị nào của x thì giá trị của phân thức được xác định?

a) $\frac{5x}{3x-6};$

b) $\frac{x-2}{x^2+8x};$

c) $\frac{x^2-1}{16x^2-25}.$

 **Lời giải.**

Dạng 2. Tìm giá trị của x để phân thức bằng 0

Giá trị của phân thức bằng 0 khi tử có giá trị bằng 0 và mẫu có giá trị khác 0.

$$\frac{A(x)}{B(x)} = 0 \text{ khi } A(x) = 0 \text{ và } B(x) \neq 0.$$

🔗 **Ví dụ 2.** Tìm giá trị của x để giá trị phân thức sau bằng 0.

a) $\frac{x^2-1}{x^2+2x+1};$

b) $\frac{x^2-5x+6}{x^2-4}.$

 **Lời giải.**

Dạng 3. Rút gọn biểu thức

Thực hiện phép nhân và phép chia các phân thức đại số để rút gọn biểu thức.

💡 **Ví dụ 3.** Rút gọn biểu thức

$$B = \left(\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x} \right) : \left(\frac{x+1}{x-2} - \frac{x+2}{x-1} \right).$$

 **Lời giải.**

💡 **Ví dụ 4.** Cho biểu thức $A = \left(\frac{x+2}{x^2-x} + \frac{x-2}{x^2+x} \right) \cdot \frac{x^2-1}{x^2+2}$.

a) Rút gọn A .

b) Tính giá trị của A với $x = 100$.

 **Lời giải.**

💡 **Ví dụ 5.** Rút gọn biểu thức

$$a) A = \left(1 + \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} \right) \cdot \frac{1 + \frac{a}{b+c}}{1 - \frac{a}{b+c}} \cdot \frac{b^2 + c^2 - (b-c)^2}{a+b+c}.$$

$$b) B = \left(\frac{y^2 - yz + z^2}{x} + \frac{x^2}{y+z} - \frac{3}{\frac{1}{y} + \frac{1}{z}} \right) \cdot \frac{\frac{2}{y} + \frac{2}{z}}{\frac{1}{xy} + \frac{1}{yz} + \frac{1}{zx}} + (x+y+z)^2.$$

--

Lớp Toán Thầy Khôi 6-7-8-9

🔗 **Bài 3.** Thực hiện các phép tính sau.

a) $\frac{1}{xy} + \frac{1}{yz} + \frac{1}{zx};$

b) $\frac{x}{2x - y} + \frac{y}{2x + y} + \frac{3xy}{y^2 - 4x^2}.$

🗨 **Lời giải.**

🔗 **Bài 4.** Thực hiện các phép tính sau.

a) $\frac{4x - 6}{5x^2 - x} \cdot \frac{25x^2 - 10x + 1}{27 - 8x^3};$

b) $\frac{2x + 10}{(x - 3)^2} : \frac{(x + 5)^3}{x^2 - 9}.$

🗨 **Lời giải.**

🔗 **Bài 5.** Thực hiện các phép tính sau.

a) $\frac{4x^2 - 1}{16x^2 - 1} \left(\frac{1}{2x + 1} + \frac{1}{2x - 1} + \frac{1}{1 - 4x^2} \right);$

b) $\left(\frac{x + y}{xy} - \frac{2}{x} \right) \frac{x^3 y^3}{x^3 - y^3}.$

🗨 **Lời giải.**

🔗 **Bài 6.** Cho biểu thức $P = \frac{x^2 - 6x + 9}{9 - x^2} + \frac{4x + 8}{x + 3}$.

- Rút gọn P .
- Tính giá trị của P tại $x = 7$.
- Chứng tỏ $P = 3 + \frac{2}{x + 3}$. Từ đó tìm tất cả các giá trị nguyên của x sao cho biểu thức đã cho nhận giá trị nguyên.

🗨 **Lời giải.**

🔗 **Bài 7.** Cho $N = \frac{2x - 10}{x^2 - 7x + 10} - \frac{2x}{x^2 - 4} + \frac{1}{2 - x}$.

- Rút gọn N .
- Tìm giá trị nguyên của x để N nhận giá trị nguyên.

🗨 **Lời giải.**

$$\text{b) } B = \left[\frac{1}{(2x-y)^2} + \frac{2}{4x^2-y^2} + \frac{1}{(2x+y)^2} \right] \cdot \frac{4x^2+4xy+y^2}{16x}.$$

Lời giải.

 **Bài 9.** Rút gọn biểu thức sau: $\frac{\frac{x}{x-y} - \frac{y}{x+y}}{\frac{y}{x-y} + \frac{x}{x+y}}$.

Lời giải.

❖ **Bài 10.** Trên một dòng sông, một con thuyền đi xuôi dòng với tốc độ $(x + 3)$ km/h và đi ngược dòng với tốc độ $(x - 3)$ km/h ($x > 3$).

- Xuất phát từ bến A, thuyền đi xuôi dòng trong 4 giờ, rồi đi ngược dòng trong 2 giờ. Tính quãng đường thuyền đã đi. Lúc này thuyền cách bến A bao xa?
- Xuất phát từ bến A, thuyền đi xuôi dòng đến bến B cách bến A 15 km, nghỉ 30 phút, rồi quay về bến A. Sau bao lâu kể từ lúc xuất phát thì thuyền quay về đến bến A?

Lời giải.

❖ **Bài 11.** Một xưởng may lập kế hoạch may 80 000 bộ quần áo trong x ngày. Nhờ cải tiến kĩ thuật, xưởng đã hoàn thành kế hoạch sớm 11 ngày và may vượt kế hoạch 100 bộ quần áo.

- Hãy viết phân thức theo biến x biểu thị số bộ quần áo mỗi ngày xưởng may được theo kế hoạch.
- Viết phân thức biểu thị số bộ quần áo thực tế xưởng may được mỗi ngày.
- Viết biểu thức biểu thị số bộ quần áo mỗi ngày xưởng may được nhiều hơn so với kế hoạch.
- Nếu theo kế hoạch, mỗi ngày xí nghiệp may 800 bộ quần áo thì nhờ cải tiến kĩ thuật, mỗi ngày xưởng may được nhiều hơn so với kế hoạch bao nhiêu bộ quần áo.

🗨️ Lời giải.

- Tính độ dài quãng đường Hà Nội - Vinh.
- Tính độ dài quãng đường còn lại sau khi dừng nghỉ.
- Cho biết ở chặng thứ hai xe tăng vận tốc thêm x (km/h). Hãy viết biểu thức P biểu thị thời gian (tính bằng giờ) thực tế xe chạy hết chặng đường Hà Nội - Vinh.
- Tính giá trị của P lần lượt tại $x = 5$; $x = 10$; $x = 15$, từ đó cho biết ở chặng thứ hai sau khi xe dừng nghỉ:
 - ☑ Nếu tăng vận tốc thêm 5km/h thì xe đến Vinh muộn hơn dự kiến bao nhiêu giờ?
 - ☑ Nếu tăng vận tốc thêm 10km/h thì xe đến Vinh có đúng thời gian dự kiến không?
 - ☑ Nếu tăng vận tốc thêm 15km/h thì xe đến Vinh sớm hơn dự kiến bao nhiêu giờ?

ÔN TẬP CHƯƠNG I



ĐƠN THỨC

🔗 **Bài 1.** Khoanh vào chữ cái trước biểu thức là đơn thức

- ☐ A $(12 - x)x^3$.
- ☐ B $-\frac{1}{3x}$.
- ☐ C $\sqrt{3}x^2$.
- ☐ D $0,124x^{-3}$.

🗨 **Lời giải.**

🔗 **Bài 2.** Nối đơn thức ở dòng trên với một đơn thức đồng dạng với nó ở dòng dưới :

A	B	C	D
$-\frac{2}{3}x^6y^5$	$-\frac{2}{3}x^3y^2$	$-\frac{2}{3}x^5y^4z^2$	$-\frac{2}{3}x^2y^2 \cdot (x^3yz)(yz)$
$2014 \cdot x^2(xy^2)$	$2014 \cdot (xy)^3(x^3y^2)$	$2014 \cdot x^5y^4z^2$	$2014 \cdot x(x^2y^2z)^2$
1	2	3	4

🗨 **Lời giải.**

🔗 **Bài 3.** Đúng điền Đ, sai điền S :

- a) Bậc của đơn thức $15xy^5z^{15}$ là 21.
- b) Hệ số của biểu thức $xyz \cdot (-2)^{-2} \cdot (xyz)^2$ là 4.
- c) Bậc của đơn thức 2014 là 2014.
- d) Để nhân các đơn thức người ta chỉ cần nhân các phần biến với nhau.

🗨 **Lời giải.**

🔗 **Bài 4.** Điền số/biểu thức thích hợp vào ô trống của bảng dưới đây :

	Đơn thức chưa thu gọn	Rút gọn	Bậc của biến x	Bậc của đơn thức	Hệ số của đơn thức
a	$3^2xyz(3xy)$				
b	$4x^2y^2(-0,5x^2yz^2)^3$				
c	$-\frac{2}{3}a^2x \cdot (-3y)^2 \cdot \frac{2}{5}$				

🗨 **Lời giải.**

🔗 **Bài 5.** Cho các biểu thức sau

$$A = 2xy^2 - 3xy^2 + 4xy^2 \quad (1)$$

$$B = \left(\frac{1}{3}xy\right)\left(\frac{1}{2}x^2z\right)y \quad (2)$$

$$C = 0,1xy^2 - 0,01(xy)y \quad (3)$$

$$D = \left(\frac{1}{2}x^2y\right)\left(\frac{1}{5}xz\right)y \quad (4)$$

- a) Trong các biểu thức trên, biểu thức nào là đơn thức?
- b) Rút gọn các biểu thức trên để được các đơn thức rút gọn. Kí hiệu các đơn thức thu gọn từ các biểu thức trên lần lượt là A, B, C và D . Tìm bậc của các đơn thức.
- c) Chỉ ra các đơn thức đồng dạng với nhau.
- d) Tìm giá trị của các đơn thức A, B, C và D tại $x = -6, y = -1$ và $z = -1$.

🗨 **Lời giải.**

🔗 **Bài 6.** Nhìn đoàn tàu cổ gồm 7 toa mang mã số lần lượt là

$$2x^2y, 3xyz, 4x^2y, 5xyz^2, 6x^2y, 7xyz, 8x^2yz.$$

bạn BEE nói là có thể dồn các toa để đoàn tàu chỉ còn 4 toa thôi, mà vẫn mang đầy đủ phần biến của các mã số ban đầu. Bạn có biết vì sao không?

🗨 **Lời giải.**

🔗 **Bài 7.** Tính giá trị của các đơn thức sau

a) $A = 0,005x^4y^5$, biết $x = -5, y = 2$.

b) $B = 0,0625x^5y^3$, biết $x = -4, y = 0,25$.

🗨 **Lời giải.**

🔗 **Bài 8.** Một đơn thức thu gọn có hệ số là 5 và cũng là đơn thức có bậc là 5. Biết đơn thức có đúng 3 biến số là x, y, z . Hỏi có bao nhiêu đơn thức như vậy ?

🗨 **Lời giải.**

🔗 **Bài 9.** Trong một cuộc vui tại liên hoan thiếu nhi thế giới, 5 bạn ở 5 châu lục khác nhau mỗi người sở hữu một mật mã là một đơn thức (đã thu gọn) đồng dạng với nhau. Họ trao đổi với nhau về đơn thức của mình như sau:

Bạn châu Á nói - Đơn thức của mình chỉ chứa 2 biến số x và y .

Bạn châu Âu nói - Bậc của đơn thức của mình là bậc 5.

Bạn châu Mỹ nói - Số mũ của biến số y trong đơn thức của mình là số nguyên tố nhỏ nhất.

Bạn châu Phi nói - Các hệ số của 5 đơn thức theo thứ tự là các số chính phương xếp từ nhỏ đến lớn.

Bạn châu Đại Dương nói - Đơn thức của mình có hệ số lớn nhất và là số 25.

Bạn BEE nghe và chẳng hiểu gì cả. Các bạn có giúp BEE biết mật mã của 5 bạn không ?

🗨 **Lời giải.**

❖ **Bài 10.** Bạn BEE trèo từng bậc cầu thang của nhà. Khi tới các bậc thứ 6, thứ 9 và thứ 12 bạn viết ở mỗi bậc lần lượt các đơn thức $2xy^2z^3$, $3x^2y^3z^4$, $5x^3y^4z^5$. Biết đơn thức viết tiếp có hệ số là 7 và bạn viết hai lần nữa thì tới bậc thang cuối cùng.

Các bạn có biết cầu thang có bao nhiêu bậc và bạn BEE viết đơn thức nào ở bậc thang cuối cùng ?

🗨 **Lời giải.**

❖ **Bài 11.**

- Xác định dấu của a , biết rằng $x = -2abc^3$ trái dấu với $y = 3a^2b^3c^5$.
- Xác định dấu của a , biết rằng hai đơn thức $x = -1\frac{1}{8}a^3b$ và $y = \frac{4}{15}a^2b^3$ cùng dấu.
- Hai đơn thức $x = -5a^{2n}b$ và $y = 3a^{4n}b^5$ có thể có cùng giá trị âm được không ?

🗨 **Lời giải.**

🔗 Bài 12.

- a) Cho $a^{2k} = 5$. Tính $6a^{6k} - 4$.
b) Tìm x, y và z nếu

$$(5x^2y^4)^3 + (-7y^3z^5)^2 = 0$$

💬 Lời giải.

B ĐA THỨC. CỘNG TRỪ ĐA THỨC

🔗 Bài 13. Biểu thức nào sau đây là đa thức?

- A** $x^2 + \frac{1}{x^2}$. **B** $\sqrt{2}x^2 - \sqrt{3}x + \sqrt{5}$. **C** $\frac{1}{x-2}$. **D** $(124-x) \cdot \frac{1}{x}$.

💬 Lời giải.

🔗 Bài 14. Đúng điền Đ, sai điền S.

- a) **S** Bậc của đa thức là tổng bậc của tất cả các hạng tử trong dạng thu gọn của đa thức đó.
b) **S** Số 0 là đa thức có bậc 0.
c) **S** Trong đa thức một biến, các hệ số của các hạng tử gọi là hệ số tự do.
d) **Đ** Số mũ lớn nhất của các biến trong đa thức một biến (dạng rút gọn và không là đa thức không) là bậc của đa thức đó.

🔗 Bài 15.

Điền số/chữ thích hợp vào chỗ chấm (...). Cho đa thức
 $A = a - 2ab + 3abc + 4abcd$, $B = 2a - 4ab - 3abc$,
 $C = -3a + 6ab - 4abcd$.

	Đa thức	Bậc của đa thức
a	$P=A+B-C$	$6a - 12ab + abc + 8abcd$
b	$Q=A-B+C$	$-4a + 8ab + 6abc$
c	$R=A+B+C$	0

🔗 Bài 16. Nối mỗi đa thức với bậc của nó:

Đa thức	Bậc của đa thức
$2x^2y^3 - 2xy^3 + 6(x^2y^2)y + 6xy^2$	a) 2
$0,2xy^3 - 0,02x^3y^4 + 0,002xy^3 + 0,0002x^3y^4$	b) 3
$0,1xy - 0,01xy^2 + 0,01xy + 10^{-2}xy^2$	c) 5
$x^3 - 2x^2 + 5x - 1 - x^2 - 2x$	d) 7

Lời giải.

↔ **Bài 17.** Cho đa thức $f(x) = x + 7x^2 - 6x^3 + 3x^4 + 2x^2 + 6x - 2x^4 + 1$.

a) Thu gọn, rồi sắp xếp các số hạng của đa thức theo lũy thừa giảm dần của biến x .

b) Xác định bậc của đa thức, hệ số tự do, hệ số cao nhất.

c) Tính $f(-1)$, $f(0)$, $f(1)$ và $f(-a)$.

Lời giải.

↔ **Bài 18.** Cho các đa thức: $A = 5x^2 - 3xy + 7y^2$ và $B = 6x^2 - 8xy + 9y^2$.

a) Tính $P = A + B$ và $Q = A - B$.

b) Tính giá trị của đa thức $M = P - Q$ tại $x = -1$ và $y = -2$.

c) Cho đa thức $N = 3x^2 - 16xy + 14y^2$. Chứng minh đa thức $M - N$ luôn nhận giá trị không âm với mọi giá trị của x và y .

Lời giải.

❖ **Bài 19.** Cho đa thức $f(x) = 1 + x + x^2 + \dots + x^{2013} + x^{2014}$. Tính $f(-1)$, $f(0)$ và $f(1)$.

🗨 **Lời giải.**

❖ **Bài 20.** Cho các đa thức $f(x) = x^{2014} - x^{2013} + x^{2012} - x^{2011} + \dots + x^2 - x + 1$ và $h(x) = -1 + x - x^2 + x^3 - \dots - x^{2012} + x^{2013} - x^{2014}$.

Biết $\varphi(x) = [f(x) - g(x)][f(x) + h(x)]$. Hỏi sau khi khai triển thì đa thức $\varphi(x)$ là đa thức bậc mấy?

🗨 **Lời giải.**

❖ **Bài 21.** Cho một dải băng số gồm 10 ô như sau:

$$u_1 \quad u_2 \quad u_3 \quad u_4 \quad u_5 \quad u_6 \quad u_7 \quad u_8 \quad u_9 \quad u_{10}$$

Biết chìa khóa tìm giá trị các số trong 10 ô như sau: $u_n = u_{n-2} - u_{n-1}$ trong đó $3 \leq n \leq 10$ và $n \in \mathbb{N}$.

- Cho $u_1 = a$ và $u_2 = b$. Tính u_{10} .
- Cho $u_1 = a$ và $u_{10} = 13a$. Tính các số còn lại.
- Nếu biết u_5 là trung bình cộng của các số $u_1 = a$ và u_{10} . Tính các số còn lại theo a . Tính u_5 nếu $u_1 = -5$.

Tính $f(-0,3)$, biết đa thức $f(x) = x^5 + 0,027x^2 - 2014$.

Chứng minh rằng với mọi giá trị của x và y mà $x - 2y = 2$ thì giá trị của đa thức $P = x^2 - 2xy - 2x + xy^2 -$

$2y^2 - 2y^3 - 2014$ luôn là một hằng số. Bạn BEE giải bài toán trên bằng cách thay tất cả số 2 bằng $x - 2y$:

$$\begin{aligned} P &= x^2 - (x - 2y)xy - (x - 2y)x + xy^2 - (x - 2y)y^2 - (x - 2y)y^3 - 2014 \\ &= x^2 - x^2y + 2xy^2 - x^2 + 2xy + xy^2 - xy^2 + 2y^3 - xy^3 + 2y^4 - 2014 \\ &= -x^2y + 2xy^2 + 2xy + 2y^4 - xy^3 + 2y^4 - 2014. \end{aligned}$$

Đến đây BEE không biết làm tiếp thế nào nữa. Các bạn có thể giúp BEE không?

💬 Lời giải.

🔹 **Bài 24.** Cho các đa thức $A(x) = (x - 4)^2 + 2014$ và $B(x) = 4|x - 4| + 4$.

- Tính $A(-4)$, $A(4)$, $B(-4)$ và $B(4)$.
- Tìm giá trị nhỏ nhất của đa thức $f(x) = A(x) + B(x) - 10$.
- Tìm giá trị nhỏ nhất của đa thức $\varphi(x) = A(x) - B(x) - 14$.

💬 Lời giải.



PHÉP NHÂN ĐA THỨC

🔗 Bài 25. Làm tính nhân

a) $-4x^3(x^2 - 3x + 2)$.

b) $-\frac{2}{5}x^2(5x^3 + 10x^2 - 15x).$

Lời giải.

🔗 Bài 26. Làm tính nhân

a) $(2x + 7)(3x - 1)$.

b) $(5x^2 - 4x)(2x^2 + 9x - 3)$.

Lời giải.

◈ **Bài 27.** Làm tính nhân

a) $6x^3(7x^2 + 5x - 3)$

b) $4x^2y\left(2x^3 - x^2y + \frac{1}{2}xy^2 - 6y^3\right)$

💬 **Lời giải.**

◈ **Bài 28.** Làm tính nhân

a) $(3x^2 - 7x)(2x^2 - 5x + 1);$

b) $(3x - y)(5x^2 + 2xy + 4y^2).$

💬 **Lời giải.**

◈ **Bài 29.** Tính giá trị của biểu thức A với $x = 999$

$$A = x^6 - x^5(x - 1) - x^4(x + 1) + x^3(x + 1) - x(x - 1) + 1.$$

💬 **Lời giải.**

◈ **Bài 30.** Cho biểu thức $A = x(x + 1) - x^2(1 - x) + x^3(x^2 - 1)$. Chứng minh rằng với hai giá trị đối nhau của x thì biểu thức A có hai giá trị đối nhau.

💬 **Lời giải.**

◈ **Bài 31.** Tìm x biết $(x - 3)(x + x^2) + 2(x - 5)(x + 1) - x^3 = 12$.

💬 **Lời giải.**

✧ **Bài 32.** Cho $\frac{x}{a} = \frac{y}{b}$. Chứng minh rằng $(x^2 + y^2)(a^2 + b^2) = (ax + by)^2$.

☞ **Lời giải.**

D PHÉP CHIA ĐA THỨC CHO ĐƠN THỨC

✧ **Bài 33.** Làm tính chia

a) $20x^5y^2z : \left(-\frac{2}{5}x^2y^2\right)$.

b) $(-7x^3y^4) : (9x^3y^2)$.

☞ **Lời giải.**

✧ **Bài 34.** Làm tính chia

a) $(6x^4 - 9x^3y - 15x^2y^2) : \frac{3}{4}x^2$.

b) $(9x^4y^2 - 15x^3y^3 + 21x^2y) : 10x^2y$.

c) $\left(24x^6y^4 - 8x^4y^6 + \frac{1}{2}x^2y^2\right) : \frac{1}{2}x^2y^2$.

☞ **Lời giải.**

✧ **Bài 35.** Tìm $n \in \mathbb{N}$ để

a) $(-x^{3n}y^3z)$ chia hết cho $4x^6y^{n+1}$

b) $21x^ny - 35x^5y^{n-1}$ chia hết cho $7x^3y^3$

☞ **Lời giải.**

🔹 **Bài 36.** Tìm $n \in \mathbb{N}$ để:

- a) Đơn thức $18x^{n+2}$ chia hết cho đơn thức $-6x^5$. b) Đơn thức $2x^ny^3$ chia hết cho đơn thức $5x^2y^{n-1}$.

🗨 **Lời giải.**

🔹 **Bài 37.** Tìm x , biết:

- a) $(18x^3 - 15x^2) : (-3x^2) = 2$. b) $(12x^5 - 15x^4) : 3x^3 - (8x^3 + 6x) : 2x = 7$.

🗨 **Lời giải.**

🔹 **Bài 38.** Chứng minh rằng giá trị của biểu thức A luôn luôn dương với mọi giá trị của x
 $A = (7x^4 - 21x^2) : 7x^2 + (10x + 5x^2) : 5x$.

🗨 **Lời giải.**



NHỮNG HẸNG ĐẲNG THỨC ĐÁNG NHỚ

🔹 **Bài 39.** Tính

- a) $\left(\frac{1}{2}x + 4\right)^2$. b) $(7x - 5y)^2$. c) $(6x^2 + y^2)(y^2 - 6x^2)$.

🗨 **Lời giải.**

⇨ **Bài 40.** Tính

a) $(5x + 1)^3$.

b) $(x - 2y)^3$.

c) $(4x + 5)(6x^2 - 20x + 25)$.

d) $\left(6x - \frac{1}{3}\right)\left(36x^2 + 2x + \frac{1}{9}\right)$.

☞ **Lời giải.**

⇨ **Bài 41.** Rút gọn các biểu thức sau

a) $(2x + 3)^2 + (2x - 3)^2 - 2(4x^2 - 9)$.

b) $(x + 2)^3 + (x - 2)^3 + x^3 - 3x(x + 2)(x - 2)$.

☞ **Lời giải.**

⇨ **Bài 42.** Rút gọn rồi tính giá trị của biểu thức sau với $x = -19$.

$$A = (3x + 2)^2 + (2x - 7)^2 - 2(3x + 2)(2x - 7).$$

☞ **Lời giải.**

⇨ **Bài 43.** Rút gọn rồi tính giá trị của biểu thức sau với $x = \frac{1}{5}$.

$$B = (3x - 1)^2 - (x + 7)^2 - 2(2x - 5)(2x + 5).$$

☞ **Lời giải.**



⇨ **Bài 44.** Chứng minh đẳng thức $(x + y)^3 - (x - y)^3 = 2y(3x^2 + y^2)$.

☞ **Lời giải.**

⇨ **Bài 45.** Chứng minh giá trị của biểu thức sau không phụ thuộc vào giá trị của các biến

$$A = (2x + y)(4x^2 - 2xy + y^2) + (3x - y)(9x^2 + 3xy + y^2) - 35(x - 1)(x^2 + x + 1).$$

☞ **Lời giải.**

⇨ **Bài 46.** Tìm x biết

- a) $(x + 1)^3 + (x - 2)^3 - 2x^2(x - 1,5) = 3.$
- b) $(x + 2)(x^2 - 2x + 4)(x - 2)(x^2 + 2x + 4) = -65.$

☞ **Lời giải.**

⇨ **Bài 47.** Chứng minh rằng $(2n + 3)^2 - (2n - 1)^2$ chia hết cho 8 với $n \in \mathbb{Z}.$

☞ **Lời giải.**

🔗 **Bài 48.** Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A = 4x^2 - 12x + 10$.

💬 **Lời giải.**

🔗 **Bài 49.** Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $B = 2x - x^2 - 2$.

💬 **Lời giải.**

🔗 **Bài 50.** Cho $a^2 + b^2 + c^2 = ab + bc + ca$. Chứng minh rằng $a = b = c$.

💬 **Lời giải.**

🔗 **Bài 51.** Cho $x - y = 1$. Tính giá trị của biểu thức

$$M = 2(x^3 - y^3) - 3(x^2 + y^2).$$

💬 **Lời giải.**



PHÂN TÍCH ĐA THỨC THÀNH NHÂN TỬ

🔗 **Bài 52.** Cho đa thức $M = xy + 2x + 2y + y^2$. Kết quả nào dưới đây gọi là phân tích đa thức M thành nhân tử?

$$M = y(x + y + 2) + 2x$$

$$M = 2(y + 2) + y(y + 2)$$

$$M = y(x + y) + 2(x + y)$$

$$M = (x + y)(y + 2).$$

💬 **Lời giải.**

◈ **Bài 53.** Phân tích đa thức thành nhân tử

a) $-6x^2 - 9xy + 15x$.

b) $2x(x - 3) + y(x - 3) + (3 - x)$.

☞ **Lời giải.**

◈ **Bài 54.** Tính nhanh $M = 1,9 \cdot 67,4 - 1,9 \cdot 17,4 + 3,1 \cdot (67,4 - 17,4)$.

☞ **Lời giải.**

◈ **Bài 55.** Chứng minh rằng $6^4 + 324$ chia hết cho 20 và chia hết cho 81.

☞ **Lời giải.**

◈ **Bài 56.** Tìm x biết

a) $(x + 1)^2 = 3(x + 1)$.

b) $(2x - 7)^3 = 8(7 - 2x)^2$.

☞ **Lời giải.**

◈ **Bài 57.** Phân tích đa thức thành nhân tử:

a) $3x^3 - x^2 - 21x + 7$.

b) $x^3 - 4x^2 + 8x - 8$.

c) $x^3 - 5x^2 - 5x + 1$.

☞ **Lời giải.**

✧ **Bài 58.** Phân tích đa thức thành nhân tử

a) $x^2y - xz + z - y$.

b) $x^4 - x^3 + x^2 - 1$.

c) $x^4 - x^2 + 10x - 25$.

💬 **Lời giải.**

✧ **Bài 59.** Tính giá trị của biểu thức

a) $A = xy + 7x - 3y - 21$ với $x = 103; y = -17$.

b) $B = xyz + xz - yz - z + xy + x - y - 1$ với $x = -9; y = -21; z = -31$.

💬 **Lời giải.**

✧ **Bài 60.** Tìm x , biết

a) $x^5 + x^4 + x + 1 = 0$.

b) $x^4 + 3x^3 - x - 3 = 0$.

💬 **Lời giải.**

✧ **Bài 61.** Chứng minh rằng $A = 35x - 14y + 2^9 - 1$ chia hết cho 7 với $x, y \in \mathbb{Z}$.

💬 **Lời giải.**

✧ **Bài 62.** Phân tích đa thức thành nhân tử

a) $x^4y^4 - z^4$.

b) $(x + y + z)^2 - 4z^2$.

c) $-\frac{1}{9}x^2 + \frac{1}{3}xy - \frac{1}{4}y^2$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Bài 63.** Phân tích đa thức thành nhân tử

a) $x^3y^3 + 125$.

b) $8x^3 - y^3 - 6xy(2x - y)$.

c) $(3x + 2)^2 - 2(x - 1)(3x + 2) + (x - 1)^2$.

🗨 **Lời giải.**

❖ **Bài 64.** Tính giá trị của biểu thức

a) $\frac{57^2 - 18^2}{76,5^2 - 1,5^2}$.

b) $\frac{93^3 + 79^3}{172}$.

c) $\frac{328^3 - 172^3}{156} + 328 \cdot 172$.

🗨 **Lời giải.**

❖ **Bài 65.** Tìm x biết

a) $(5x - 1)^2 - 196 = 0$.

b) $4x^2 + \frac{1}{4} = 2x$.

c) $\frac{1}{27}x^3 - \frac{1}{3}x^2 + x = 1$.

🗨 **Lời giải.**

🔗 **Bài 66.** Chứng minh rằng

- a) $3^9 - 8$ chia hết cho 25.
- b) Bình phương của một số lẻ trừ đi 1 bao giờ cũng chia hết cho 8.

💬 **Lời giải.**

🔗 **Bài 67.** Tìm số tự nhiên n để biểu thức $B = (n + 3)^2 - (n - 4)^2$ là một số nguyên tố.

💬 **Lời giải.**

🔗 **Bài 68.** Phân tích đa thức thành nhân tử:

- a) $6xy^2 - 54xz^2$.
- b) $x^4 + 2x^3 - 4x^2 - 8x$.

💬 **Lời giải.**

🔗 **Bài 69.** Phân tích đa thức thành nhân tử:

- a) $25x^3 - 25x^2y - x + y$.
- b) $2x^5y - 4x^3y + 2xy$.

💬 **Lời giải.**

🔗 **Bài 70.** Phân tích đa thức thành nhân tử:

- a) $x^3 - 3x + 2$.
- b) $x^8 + x^4 + 1$.

💬 **Lời giải.**

🔹 **Bài 71.** Tìm x , biết:

a) $x^3 - 3x^2 - 16x + 48 = 0.$

b) $10x^2 - 33x - 7 = 0.$

💬 **Lời giải.**

🔹 **Bài 72.** Cho $A = \frac{n^4 - 4n^3 - 4n^2 + 16n}{16}$, trong đó, n là số chẵn.

- a) Hãy biểu diễn A dưới dạng tích 4 số nguyên liên tiếp.
- b) Chứng minh $A:24$.

💬 **Lời giải.**



1 Bài tập rèn luyện

🔗 **Bài 73.** Rút gọn phân thức

a) $P = \frac{54x(x-3)^3}{63(3-x)^2}.$

b) $Q = \frac{x^2 - 3xy}{21y^2 - 7xy}.$

🗨 **Lời giải.**

🔗 **Bài 74.** Tính tổng $\frac{y}{2x^2 - xy} + \frac{4x}{y^2 - 2xy}.$

🗨 **Lời giải.**

🔗 **Bài 75.** Cho biểu thức $P = \frac{2x + y}{2x^2 - xy} + \frac{2x - y}{2x^2 + xy} - \frac{16x}{4x^2 - y^2}.$ Chứng tỏ rằng giá trị biểu thức P không phụ thuộc giá trị của biến y .

🗨 **Lời giải.**

🔗 **Bài 76.** Tính giá trị của biểu thức $M = \frac{x - xy - y + y^2}{y^3 - 3y^2 + 3y - 1},$ với $x = -\frac{3}{4}; y = \frac{1}{2}.$

🗨 **Lời giải.**



⚡ **Bài 77.** Tính giá trị biểu thức $Q = \frac{x - y}{x + y}$, biết $x^2 - 2y^2 = xy$ và $x \neq 0; x + y \neq 0$.

💬 **Lời giải.**

⚡ **Bài 78.** Tính giá trị biểu thức sau

$$P = \frac{(2003^2 \cdot 2013 + 31 \cdot 24 - 1)(2003 \cdot 2008 + 4)}{2004 \cdot 2005 \cdot 2006 \cdot 2007 \cdot 2008}.$$

💬 **Lời giải.**

⚡ **Bài 79.** Cho $a_1; a_2; a_3; \dots; a_{2007}; a_{2008}$ là 2008 số thực thỏa mãn

$$a_K = \frac{2K + 1}{(K^2 + K)^2} \text{ với } K = 1; 2; 3; \dots 2008.$$

Tính tổng $S_{2008} = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{2007} + a_{2008}$.

💬 **Lời giải.**

🔹 **Bài 80.** Cho $\frac{a}{b+c} + \frac{b}{c+a} + \frac{c}{a+b} = 1$. Chứng minh rằng $\frac{a^2}{b+c} + \frac{b^2}{c+a} + \frac{c^2}{a+b} = 0$.

🗨 **Lời giải.**

🔹 **Bài 81.** Biết $x \neq -y$, $y \neq -z$, $z \neq -x$, rút gọn biểu thức sau

$$A = \frac{x^2 - yz}{(x+y)(x+z)} + \frac{y^2 + xz}{(y+x)(y+z)} + \frac{z^2 + xy}{(z+x)(z+y)}.$$

🗨 **Lời giải.**

🔹 **Bài 82.** Biết x, y, z đôi một khác nhau, chứng minh rằng

$$\frac{y-z}{(x-y)(x-z)} + \frac{z-x}{(y-z)(y-x)} + \frac{x-y}{(z-x)(z-y)} = \frac{2}{x-y} + \frac{2}{y-z} + \frac{2}{z-x}.$$

🗨 **Lời giải.**

🔗 Bài 83. Chứng minh rằng

$$\frac{x-y}{1+xy} + \frac{y-z}{1+yz} + \frac{z-x}{1+zx} = \frac{x-y}{1+xy} \cdot \frac{y-z}{1+yz} \cdot \frac{z-x}{1+zx}.$$

Lời giải.

🔗 **Bài 84.** Cho biểu thức $A = \frac{x}{x-5} - \frac{10x}{x^2-25} - \frac{5}{x+5}$.

- Tìm tập xác định và rút gọn biểu thức A .
- Tính giá trị của A khi $x = 9$.

Lời giải.

- Tìm tập xác định và rút gọn biểu thức B .
- Tính giá trị của B tại $x = 1$.
- Tìm giá trị nguyên của x để biểu thức B nhận giá trị nguyên.

- Rút gọn biểu thức P .
- Tính giá trị của P tại $x = -6$.
- Tìm giá trị nguyên của x để P nhận giá trị nguyên.

🔗 **Bài 87.** Cho $Q = \frac{12x - 45}{x^2 - 7x + 12} - \frac{x + 5}{x - 4} + \frac{2x + 3}{3 - x}$.

- Rút gọn biểu thức P .
- Tính giá trị Q tại $|x| = 3$.
- Tìm giá trị nguyên của x để Q nhận giá trị nguyên.

💬 **Lời giải.**

🔗 **Bài 88.** Cho $a_1; a_2; \dots; a_9$ được xác định bởi công thức

$$a_k = \frac{3k^2 + 3k + 1}{(k^2 + k)^3} \text{ với } k \geq 1.$$

Hãy tính giá trị của tổng $1 + a_1 + a_2 + \dots + a_9$.

💬 **Lời giải.**

💡 **Bài 89.** Tính

$$\frac{(1986^2 - 1992)(1986^2 + 3972 - 3) \cdot 1987}{1983 \cdot 1985 \cdot 1988 \cdot 1989}.$$

💬 **Lời giải.**

💡 **Bài 90.** Đặt $a + b + c = 2p$. Chứng minh rằng

$$\frac{1}{p-a} + \frac{1}{p-b} + \frac{1}{p-c} - \frac{1}{p} = \frac{abc}{p(p-a)(p-b)(p-c)}.$$

💬 **Lời giải.**

💡 **Bài 91.** Biết $a \neq -b$, $b \neq -c$, $c \neq -a$. Chứng minh rằng

$$\frac{b^2 - c^2}{(a+b)(a+c)} + \frac{c^2 - a^2}{(b+c)(b+a)} + \frac{a^2 - b^2}{(c+a)(c+b)} = \frac{b-c}{b+c} + \frac{c-a}{c+a} + \frac{a-b}{a+b}.$$

💬 **Lời giải.**



.....

.....

.....

.....

.....

2 Bài tập bổ sung

🔹 **Bài 92.** Cho $a + b + c = 0$ và a, b, c đều khác 0. Rút gọn biểu thức

$$A = \frac{ab}{a^2 + b^2 - c^2} + \frac{bc}{b^2 + c^2 - a^2} + \frac{ca}{c^2 + a^2 - b^2}.$$

🗨 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

🔹 **Bài 93.** Rút gọn biểu thức

$$A = \frac{1}{1 - x} + \frac{1}{1 + x} + \frac{2}{1 + x^2} + \frac{4}{1 + x^4} + \frac{8}{1 + x^8}.$$

🗨 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

🔹 **Bài 94.** Rút gọn biểu thức

$$B = \frac{3}{(1 \cdot 2)^2} + \frac{5}{(2 \cdot 3)^2} + \cdots + \frac{2n + 1}{[n(n + 1)]^2}.$$

🗨 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

🔗 **Bài 95.** Xác định các số a, b, c sao cho

$$\frac{1}{(x^2 + 1)(x - 1)} = \frac{ax + b}{x^2 + 1} + \frac{c}{x - 1}. \tag{1}$$

💬 **Lời giải.**

🔗 **Bài 96.** Cho $A = \frac{1}{(x + y)^3} \left(\frac{1}{x^4} - \frac{1}{y^4} \right),$
 $B = \frac{2}{(x + y)^4} \left(\frac{1}{x^3} - \frac{1}{y^3} \right),$
 $C = \frac{2}{(x + y)^5} \left(\frac{1}{x^2} - \frac{1}{y^2} \right).$

Thực hiện phép tính $A + B + C.$

💬 **Lời giải.**

🔗 **Bài 97.** Thực hiện các phép tính

a) $\frac{x+3}{x+1} - \frac{2x-1}{x-1} - \frac{x-3}{x^2-1};$

b) $\frac{1}{x(x+y)} + \frac{1}{y(x+y)} + \frac{1}{x(x-y)} + \frac{1}{y(y-x)}.$

🗨 **Lời giải.**

🔗 **Bài 98.** Thực hiện phép tính

a) $A = \frac{1}{(a-b)(a-c)} + \frac{1}{(b-a)(b-c)} + \frac{1}{(c-a)(c-b)};$

b) $B = \frac{1}{a(a-b)(a-c)} + \frac{1}{b(b-a)(b-c)} + \frac{1}{c(c-a)(c-b)};$

c) $C = \frac{bc}{(a-b)(a-c)} + \frac{ac}{(b-a)(b-c)} + \frac{ab}{(c-a)(c-b)};$

d) $D = \frac{a^2}{(a-b)(a-c)} + \frac{b^2}{(b-a)(b-c)} + \frac{c^2}{(c-a)(c-b)}.$

🗨 **Lời giải.**

🔗 **Bài 99.** Cho a, b, c là các số nguyên khác nhau đôi một. Chứng minh rằng biểu thức sau có giá trị là một số nguyên:

$$P = \frac{a^3}{(a-b)(a-c)} + \frac{b^3}{(b-a)(b-c)} + \frac{c^3}{(c-a)(c-b)}.$$

Lời giải.

Lời giải.

Lời giải.

⇨ **Bài 103.** Cho biết $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 2,$ (1)
 $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} = 2.$ (2)
 Chứng minh rằng $a + b + c = abc.$

🗨 **Lời giải.**

⇨ **Bài 104.** Cho $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 0,$ (1)
 và $\frac{a}{x} + \frac{b}{y} + \frac{c}{z} = 2.$ (2)
 Tính giá trị biểu thức $\frac{a^2}{x^2} + \frac{b^2}{y^2} + \frac{c^2}{z^2}.$

🗨 **Lời giải.**

⇨ **Bài 105.** Cho $(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2$ và a, b, c khác 0. Chứng minh rằng

$$\frac{1}{a^3} + \frac{1}{b^3} + \frac{1}{c^3} = \frac{3}{abc}.$$

🗨 **Lời giải.**

⇨ **Bài 106.** Cho $\frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{a} = \frac{b}{a} + \frac{a}{c} + \frac{c}{b}.$ Chứng minh rằng trong ba số a, b, c tồn tại hai số bằng nhau.

🗨 **Lời giải.**

❖ **Bài 107.** Tìm các giá trị nguyên của x để phân thức sau có giá trị là số nguyên:

a) $A = \frac{2x^3 - 6x^2 + x - 8}{x - 3};$

b) $B = \frac{x^4 - 2x^3 - 3x^2 + 8x - 1}{x^2 - 2x + 1};$

c) $C = \frac{x^4 + 3x^3 + 2x^2 + 6x - 2}{x^2 + 2}.$

🗨 **Lời giải.**

❖ **Bài 108.** Rút gọn biểu thức sau với $x = \frac{a}{3a + 2}$

$$A = \frac{x + 3a}{2 - x} + \frac{x - 3a}{2 + x} - \frac{2a}{4 - x^2} + a.$$

🗨 **Lời giải.**

❖ **Bài 109.** Rút gọn biểu thức

$$A = \frac{2}{a - b} + \frac{2}{b - c} + \frac{2}{c - a} + \frac{(a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2}{(a - b)(b - c)(c - a)}.$$

🗨 **Lời giải.**

❖ **Bài 110.** Cho biết $\frac{a + b - c}{ab} - \frac{b + c - a}{bc} - \frac{c + a - b}{ca} = 0$. Chứng minh rằng trong ba phân thức ở vế trái, có ít nhất một phân thức bằng 0.

🗨 **Lời giải.**

 **Lời giải.**

🔗 Bài 112. Rút gọn biểu thức

$$B = (ab + bc + ca) \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right) - abc \left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} \right).$$

Lời giải.

❖ **Bài 113.** Cho a, b, c khác nhau đôi một và $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 0$. Rút gọn các biểu thức:

$$\text{a) } M = \frac{1}{a^2 + 2bc} + \frac{1}{b^2 + 2ac} + \frac{1}{c^2 + 2ab};$$

$$\text{b) } N = \frac{bc}{a^2 + 2bc} + \frac{ac}{b^2 + 2ac} + \frac{ab}{c^2 + 2ab};$$

$$\text{c) } P = \frac{a^2}{a^2 + 2bc} + \frac{b^2}{b^2 + 2ac} + \frac{c^2}{c^2 + 2ab}.$$

🗨 **Lời giải.**

❖ **Bài 114.** Cho các số a, b, c khác nhau đôi một và $\frac{a+b}{c} = \frac{b+c}{a} = \frac{c+a}{b}$. Tính giá trị biểu thức

$$M = \left(1 + \frac{a}{b}\right) \left(1 + \frac{b}{c}\right) \left(1 + \frac{c}{a}\right).$$

🗨 **Lời giải.**

⇨ **Bài 115.** Cho $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$ và $a + b + c \neq 0$. Tính giá trị của biểu thức

$$N = \frac{a^2 + b^2 + c^2}{(a + b + c)^2}.$$

☞ **Lời giải.**

⇨ **Bài 116.** Rút gọn biểu thức $A = \left(1 - \frac{1}{2^2}\right) \left(1 - \frac{1}{3^2}\right) \left(1 - \frac{1}{4^2}\right) \cdots \left(1 - \frac{1}{n^2}\right)$.

☞ **Lời giải.**

⇨ **Bài 117.** Rút gọn biểu thức $B = \frac{1^2}{2^2 - 1} \cdot \frac{3^2}{4^2 - 1} \cdot \frac{5^2}{6^2 - 1} \cdots \frac{(2n+1)^2}{(2n+2)^2 - 1}$.

☞ **Lời giải.**

⇨ **Bài 118.** Rút gọn biểu thức $\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \cdots + \frac{1}{(n-1)n}$.

☞ **Lời giải.**



.....

.....

⇨ **Bài 119.** Rút gọn biểu thức $\frac{1}{2 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 8} + \frac{1}{8 \cdot 11} + \cdots + \frac{1}{(3n+2)(3n+5)}$.

☞ **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

⇨ **Bài 120.** Rút gọn biểu thức $\frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4} + \frac{1}{3 \cdot 4 \cdot 5} + \cdots + \frac{1}{(n-1)n(n+1)}$.

☞ **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

⇨ **Bài 121.** Chứng minh rằng với mọi số tự nhiên $n \geq 1$, ta luôn có

$$\frac{1}{2^2} + \frac{1}{4^2} + \frac{1}{6^2} + \cdots + \frac{1}{(2n)^2} < \frac{1}{2}.$$

☞ **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

$$\frac{1}{3^2} + \frac{1}{5^2} + \frac{1}{7^2} + \cdots + \frac{1}{(2n+1)^2} < \frac{1}{4}.$$
$$A = \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \cdots + \frac{1}{n^2} < \frac{2}{3}.$$
$$B = \frac{1}{3^3} + \frac{1}{4^3} + \frac{1}{5^3} + \cdots + \frac{1}{n^3} < \frac{1}{12}.$$



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

⚡ **Bài 125.** Chứng minh rằng với mọi số tự nhiên $n \geq 1$, ta luôn có

$$A = \left(1 + \frac{1}{1 \cdot 3}\right) \left(1 + \frac{1}{2 \cdot 4}\right) \left(1 + \frac{1}{3 \cdot 5}\right) \cdots \left(1 + \frac{1}{n(n+2)}\right) < 2.$$

💬 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

⚡ **Bài 126.** Chứng minh rằng với mọi số tự nhiên $n \geq 2$, ta luôn có

$$B = \left(1 - \frac{2}{6}\right) \left(1 - \frac{2}{12}\right) \left(1 - \frac{2}{20}\right) \cdots \left(1 - \frac{2}{n(n+1)}\right) > \frac{1}{3}.$$

💬 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

⚡ **Bài 127.** Rút gọn biểu thức $A = \frac{3^2 - 1}{5^2 - 1} \cdot \frac{7^2 - 1}{9^2 - 1} \cdot \frac{11^2 - 1}{13^2 - 1} \cdots \frac{43^2 - 1}{45^2 - 1}.$

💬 **Lời giải.**

.....

.....

.....

⚡ **Bài 128.** Chứng minh rằng $A = \frac{2^3 + 1}{2^3 - 1} \cdot \frac{3^3 + 1}{3^3 - 1} \cdot \frac{4^3 + 1}{4^3 - 1} \cdots \frac{9^3 + 1}{9^3 - 1} < \frac{3}{2}$.

💬 **Lời giải.**

⚡ **Bài 129.** Chứng minh rằng với mọi số tự nhiên $n \geq 2$, luôn có

$$B = \frac{2^3 - 1}{2^3 + 1} \cdot \frac{3^3 - 1}{3^3 + 1} \cdot \frac{4^3 - 1}{4^3 + 1} \cdots \frac{n^3 - 1}{n^3 + 1} > \frac{2}{3}.$$

💬 **Lời giải.**

⚡ **Bài 130.** Rút gọn biểu thức $P = \frac{(1^4 + 4)(5^4 + 4)(9^4 + 4) \cdots (21^4 + 4)}{(3^4 + 4)(7^4 + 4)(11^4 + 4) \cdots (23^4 + 4)}$.

💬 **Lời giải.**

⚡ **Bài 131.** Rút gọn biểu thức

$$M = \frac{1}{a^2 - 5a + 6} + \frac{1}{a^2 - 7a + 12} + \frac{1}{a^2 - 9a + 20} + \frac{1}{a^2 - 11a + 30}.$$

Lời giải.

⇨ **Bài 132.** Rút gọn biểu thức

$$\left(\frac{n-1}{1} + \frac{n-2}{2} + \frac{n-3}{3} + \cdots + \frac{2}{n-2} + \frac{1}{n-1}\right) : \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \cdots + \frac{1}{n}\right).$$

Lời giải.

⇨ **Bài 133.** Rút gọn biểu thức

$$\frac{A}{B} = \frac{\frac{1}{1 \cdot (2n-1)} + \frac{1}{3 \cdot (2n-3)} + \frac{1}{5 \cdot (2n-5)} + \cdots + \frac{1}{(2n-3) \cdot 3} + \frac{1}{(2n-1) \cdot 1}}{1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \cdots + \frac{1}{2n-1}}.$$

Lời giải.

 **Lời giải.**

 **Lời giải.**

⇨ **Bài 136.** Các biểu thức $x + y + z$ và $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}$ có thể cùng có giá trị bằng 0 được hay không?

☞ **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

⇨ **Bài 137.** Tính giá trị của biểu thức $M = \frac{1}{x+2} + \frac{1}{y+2} + \frac{1}{z+2}$, biết rằng

$$2a = by + cz; \quad 2b = ax + cz; \quad 2c = ax + by \text{ và } a + b + c \neq 0.$$

☞ **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

⇨ **Bài 138.** Cho $abc = 2$. Rút gọn biểu thức $M = \frac{a}{ab+a+2} + \frac{b}{bc+b+1} + \frac{2c}{ac+2c+2}$.

☞ **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

⇨ **Bài 139.** Cho $abc = 1$. Rút gọn biểu thức $N = \frac{a}{ab+a+1} + \frac{b}{bc+b+1} + \frac{c}{ac+c+1}$.

☞ **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

⇨ **Bài 140.** Cho $\frac{a}{c} = \frac{a-b}{b-c}$, $a \neq 0$, $c \neq 0$, $a-b \neq 0$, $b-c \neq 0$. Chứng minh rằng

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{a-b} = \frac{1}{b-c} - \frac{1}{c}.$$

☞ **Lời giải.**

⇨ **Bài 141.** Cho $a + b + c = 0$ ($a \neq 0$, $b \neq 0$, $c \neq 0$). Rút gọn biểu thức $A = \frac{a^2}{bc} + \frac{b^2}{ca} + \frac{c^2}{ab}$.

☞ **Lời giải.**

⇨ **Bài 142.** Cho $a + b + c = 0$ ($a \neq 0$, $b \neq 0$, $c \neq 0$). Rút gọn biểu thức

$$B = \frac{a^2}{a^2 - b^2 - c^2} + \frac{b^2}{b^2 - c^2 - a^2} + \frac{c^2}{c^2 - a^2 - b^2}.$$

☞ **Lời giải.**

⇨ **Bài 143.** Cho biết $a + b + c = 0$, hãy tính giá trị của biểu thức

$$A = \left(\frac{a-b}{c} + \frac{b-c}{a} + \frac{c-a}{b} \right) \left(\frac{c}{a-b} + \frac{a}{b-c} + \frac{b}{c-a} \right).$$

☞ **Lời giải.**

❖ **Bài 144.** Chứng minh rằng, nếu $(a^2 - bc)(b - abc) = (b^2 - ac)(a - abc)$ và các số $a, b, c, a - b$ khác 0 thì $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = a + b + c$.

🗨 **Lời giải.**

❖ **Bài 145.** Cho $a + b + c = 0, x + y + z = 0, \frac{a}{x} + \frac{b}{y} + \frac{c}{z} = 0$. Chứng minh rằng

$$ax^2 + by^2 + cz^2 = 0.$$

🗨 **Lời giải.**

❖ **Bài 146.** Cho $\frac{xy + 1}{y} = \frac{yz + 1}{z} = \frac{zx + 1}{x}$. Chứng minh rằng $x = y = z$ hoặc $x^2 y^2 z^2 = 1$.

🗨 **Lời giải.**

◀▶ **Bài 147.** Cho $\frac{a}{b+c} + \frac{b}{c+a} + \frac{c}{a+b} = 1$. Chứng minh rằng $\frac{a^2}{b+c} + \frac{b^2}{c+a} + \frac{c^2}{a+b} = 0$.

☞ **Lời giải.**

◀▶ **Bài 148.** Cho $\frac{a}{b-c} + \frac{b}{c-a} + \frac{c}{a-b} = 0$. Chứng minh rằng

$$\frac{a}{(b-c)^2} + \frac{b}{(c-a)^2} + \frac{c}{(a-b)^2} = 0.$$

☞ **Lời giải.**

◀▶ **Bài 149.** Cho $x + \frac{1}{x} = a$. Tính các biểu thức sau theo a

a) $x^2 + \frac{1}{x^2}$;

b) $x^3 + \frac{1}{x^3}$;

c) $x^4 + \frac{1}{x^4}$;

d) $x^5 + \frac{1}{x^5}$.

☞ **Lời giải.**

◀▶ **Bài 150.** Cho $\left(x^2 - \frac{1}{x^2}\right) : \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) = a$. Tính giá trị của biểu thức

$$M = \left(x^4 - \frac{1}{x^4}\right) : \left(x^4 + \frac{1}{x^4}\right) \text{ theo } a.$$

💬 **Lời giải.**

◀▶ **Bài 151.** Cho $x^2 - 4x + 1 = 0$. Tính giá trị của biểu thức $A = \frac{x^4 + x^2 + 1}{x^2}$.

💬 **Lời giải.**

◀▶ **Bài 152.** Cho $\frac{x}{x^2 - x + 1} = a$. Tính $M = \frac{x^2}{x^4 + x^2 + 1}$ theo a .

💬 **Lời giải.**

⚡ **Bài 153.** Cho $x = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$, $y = \frac{a^2 - (b - c)^2}{(b + c)^2 - a^2}$. Tính giá trị của biểu thức $x + y + xy$.

💬 **Lời giải.**

⚡ **Bài 154.** Tìm hai số tự nhiên a và b sao cho $a - b = \frac{a}{b}$.

💬 **Lời giải.**

⚡ **Bài 155.** Tìm hai số tự nhiên a và b sao cho $a - b = \frac{a}{2b}$.

💬 **Lời giải.**

⇨ **Bài 156.** Cho hai số nguyên dương a và b , trong đó $a > b$. Tìm số nguyên dương c khác b sao cho

$$\frac{a^3 + b^3}{a^3 + c^3} = \frac{a + b}{a + c}.$$

☞ **Lời giải.**

⇨ **Bài 157.** Cho dãy số $a_1, a_2, a_3, \dots$ sao cho

$$a_2 = \frac{a_1 - 1}{a_1 + 1}; a_3 = \frac{a_2 - 1}{a_2 + 1}; \dots; a_n = \frac{a_{n-1} - 1}{a_{n-1} + 1}.$$

- a) Chứng minh rằng $a_1 = a_5$.
b) Xác định năm số đầu của dãy, biết rằng $a_{101} = 3$.

☞ **Lời giải.**

⇨ **Bài 158.** Tìm phân số $\frac{m}{n}$ khác 0 và số tự nhiên k , biết rằng $\frac{m}{n} = \frac{m+k}{nk}$.

☞ **Lời giải.**

❖ **Bài 159.** Cho hai số tự nhiên a và b ($a < b$). Tìm tổng các phân số tối giản có mẫu bằng 7, mỗi phân số lớn hơn a nhưng nhỏ hơn b .

💬 **Lời giải.**

❖ **Bài 160.** Mức sản xuất của một xí nghiệp năm 2001 tăng $a\%$ so với năm 2000, năm 2002 tăng $b\%$ so với năm 2001. Mức sản xuất của xí nghiệp đó năm 2002 tăng bao nhiêu phần trăm so với năm 2000?

💬 **Lời giải.**

❖ **Bài 161.** Một số a tăng $m\%$, sau đó lại giảm đi $n\%$ (a, m, n là các số dương) thì được số b . Tìm liên hệ giữa m và n để $b > a$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Bài 162.** Chứng minh tổng sau không là số nguyên với mọi số tự nhiên $n \geq 2$

$$A = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \cdots + \frac{1}{n}.$$

💬 **Lời giải.**



.....

.....

.....

⇔ **Bài 163.** Chứng minh tổng sau không là số nguyên với mọi số tự nhiên $n \geq 1$

$$B = \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \cdots + \frac{1}{2n+1}.$$

💬 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....