

MỤC LỤC

CHƯƠNG 3 : Hệ phương trình	3
Bài 1 : Hệ phương trình bậc nhất hai ẩn	3
Bài 2 : Giải hệ phương trình bằng phương pháp thế - phương pháp cộng đại số	5
Bài 3 : Rút gọn đưa về dạng cơ bản	9
Bài 4 : Phương pháp đặt ẩn phụ	10
Bài 5 : Giải và biện luận hệ phương trình	15
Bài 6 : Tìm m thỏa mãn điều kiện cho trước	16
Bài 7 : Ôn tập	20
CHƯƠNG 4 : Giải bài toán bằng cách lập phương trình	24
Bài 1 : Tìm hai số	24
Bài 2 : Toán liên quan đến hình học	26
Bài 3 : Bài toán chuyển động	30
Bài 4 : Bài toán chuyển động trên dòng nước	36
Bài 5 : Làm chung – làm riêng	42
Bài 6 : Làm chung – làm riêng	48
CHƯƠNG 5 : Phương trình bậc hai	53
Bài 1 : Hàm số $y = ax^2$	53
Bài 2 : Phương trình bậc hai	59
Bài 3 : Tìm m và hệ thức vi ét	64
Bài 4 : Tìm m thỏa mãn điều kiện cho trước	69
Bài 5 : Bài tập giao điểm	74
Bài 6 : Bài tập giao điểm	78
Bài 7 : Tổng hợp đề thi vào 10	82
CHƯƠNG 3 : Góc và đường tròn	91
Bài 1 : Góc ở tâm - Số đo cung	91
Bài 2 : Liên hệ giữa cung và dây	96
Bài 3 : Góc nội tiếp	99
Bài 4 : Góc tạo bởi tiếp tuyến và dây	104
Bài 5 : Góc có đỉnh bên trong đường tròn	108
Bài 6 : Tứ giác nội tiếp	113

Bài 7 : Độ dài đường tròn – cung tròn.....	119
Bài 8 : Luyện tập.....	125
Bài 9 : Tuyển tập đề thi tuyển sinh vào 10.....	128

CHƯƠNG 3 : Hệ phương trình

Bài 1 : Hệ phương trình bậc nhất hai ẩn

I. Lí thuyết :

1. Khái niệm phương trình bậc nhất hai ẩn

- Phương trình bậc nhất hai ẩn x, y là hệ thức dạng: $ax + by = c$ (1) trong đó a, b, c là các số đã biết ($a \neq 0$ hoặc $b \neq 0$).
- Nếu x_0, y_0 thỏa (1) thì cặp số $(x_0; y_0)$ là **một nghiệm của phương trình (1)**.
- Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, mỗi nghiệm của (1) được biểu diễn bởi một điểm. Nghiệm $(x_0; y_0)$ được biểu diễn bởi điểm $(x_0; y_0)$.

2. Khái niệm hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn

Cho hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn:
$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases} \quad (I)$$

- Nếu hai phương trình trên có nghiệm chung $(x_0; y_0)$ thì $(x_0; y_0)$ là một nghiệm của hệ (I)
- Nếu hai phương trình trên không có nghiệm chung thì hệ (I) vô nghiệm.

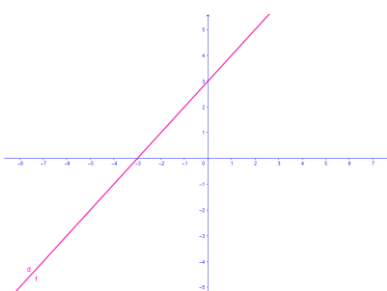
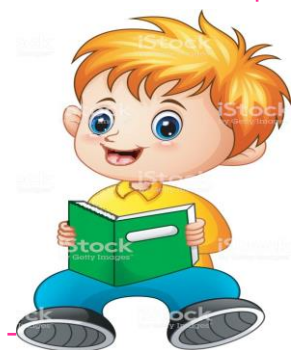
3. Minh họa hình học tập nghiệm của hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn

Tập nghiệm của hệ phương trình (I) được biểu diễn bởi tập hợp các điểm chung của hai đường thẳng $(d_1): a_1x + b_1y = c_1$ và $(d_2): a_2x + b_2y = c_2$.

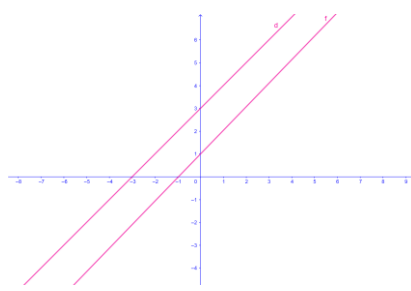
- Nếu (d_1) cắt (d_2) cần $\left(\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}\right)$ thì hệ (I) có một nghiệm duy nhất.
- Nếu $(d_1) // (d_2)$ cần $\left(\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}\right)$ thì hệ (I) vô nghiệm.
- Nếu $(d_1) \equiv (d_2)$ cần $\left(\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}\right)$ thì hệ (I) có vô số nghiệm.

4. Hệ phương trình tương đương

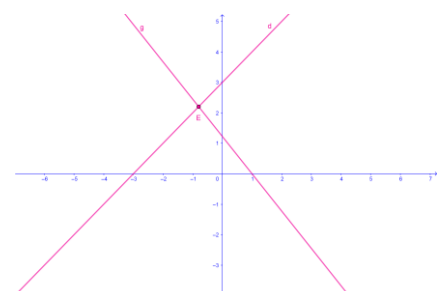
Hai hệ phương trình là tương đương nếu chúng có cùng tập nghiệm.



d và f trùng nhau



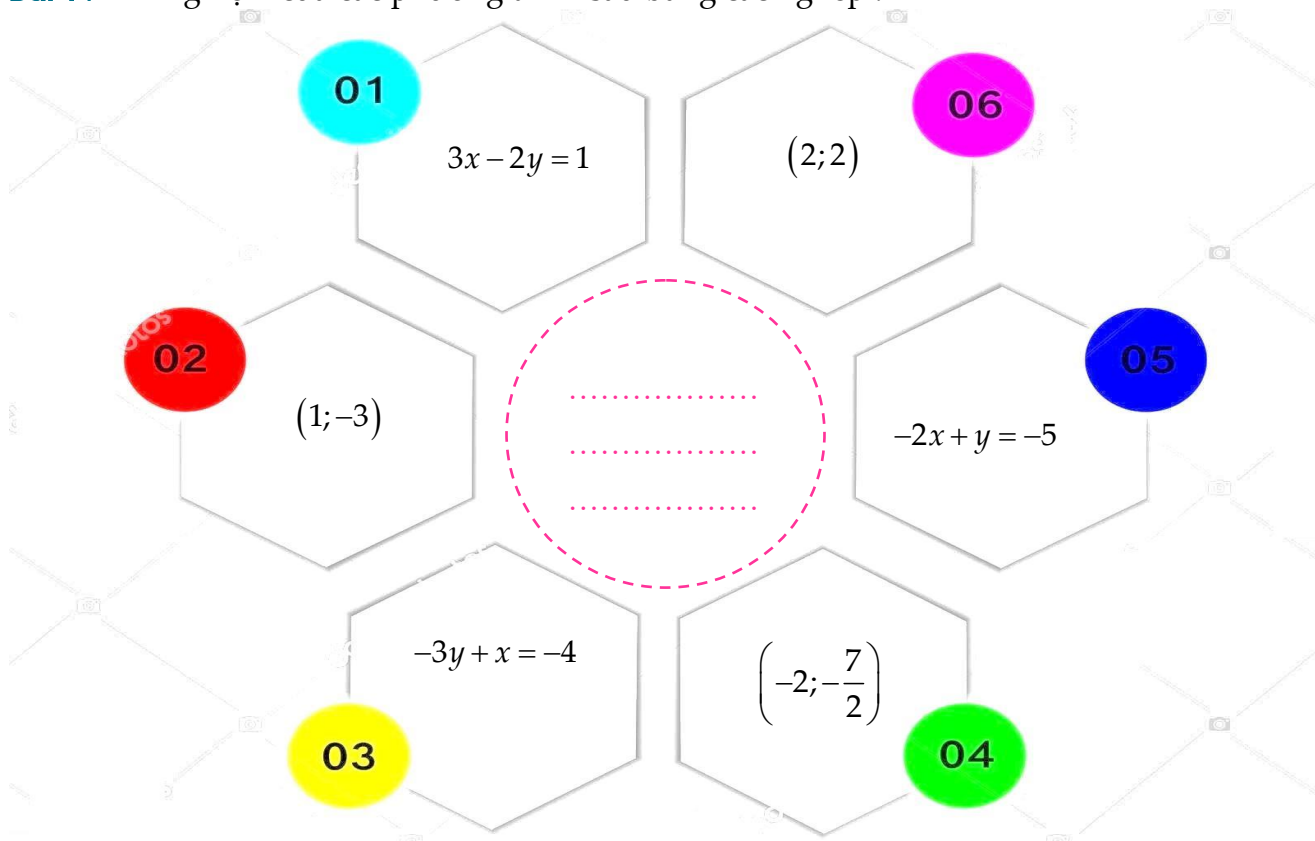
d và f song song



d và f cắt nhau

II. Bài tập

Bài 1 : Tìm nghiệm của các phương trình sau bằng cách ghép :



Bài 2 : Dựa vào sự tương giao giữa hai đường thẳng hãy đoán nghiệm của các hệ phương trình sau :

1 $\begin{cases} 2x + y = -1 \\ x - y = 2 \end{cases}$

Giải thích :

.....

2 $\begin{cases} -3x + y = -1 \\ 6x - 2y = 3 \end{cases}$

Giải thích :

.....

3 $\begin{cases} 2x + y = -1 \\ 4x + 2y = -2 \end{cases}$

Giải thích :

.....

4 $\begin{cases} 3x + 0y = -1 \\ -2x + y = 9 \end{cases}$

Giải thích :

.....

Bài 2 : Giải hệ phương trình bằng phương pháp thế - phương pháp cộng đại số

I. Lí Thuyết :

1. Phương pháp thế :

Từ PT (1) ta biểu diễn
một ẩn theo ẩn kia

Thế ẩn đó vào
phương trình (2)

Giải phương trình một
ẩn để tìm x và y

Kết luận

Chú ý : Khi biểu diễn
một ẩn theo ẩn kia thì
chọn phương trình khi
rút ẩn mà **HỆ SỐ TRƯỚC
ẨN BẰNG 1**

Bài 3 : Giải các hệ phương trình sau :

1
$$\begin{cases} -3x + y = -2 \\ 6x + 2y = -1 \end{cases}$$

2
$$\begin{cases} x + y = -2 \\ 3x - 2y = 5 \end{cases}$$



Cách kiểm tra xem bạn đã giải hệ phương trình
đúng hay sai ??????

**DÙNG MÁY TÍNH CASIO ẤN MODE 5 1 VÀ NHẬP
HỆ SỐ**

2. Phương pháp cộng đại số :

Nhân 2 vế của mỗi phương trình với 1 số để hệ số trước 1 ẩn của 2 phương trình bằng nhau

Cộng hoặc trừ hai vế của phương trình được phương trình mới rồi tìm x và y

Kết luận

Bài 4 : Giải các hệ phương trình sau :

1
$$\begin{cases} 4x - y = 6 \\ -x + y = -5 \end{cases}$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2
$$\begin{cases} 2x + 3y = -1 \\ 3x - 2y = 5 \end{cases}$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 5 : Giải hệ phương trình sau bằng hai cách :

1
$$\begin{cases} x - 6y = 17 \\ 5x + y = 23 \end{cases}$$

Lời giải :

Cách 1 :
$$\begin{cases} x - 6y = 17 \\ 5x + y = 23 \end{cases}$$

.....

.....

.....

.....

Cách 2 :
$$\begin{cases} x - 6y = 17 \\ 5x + y = 23 \end{cases}$$

.....

.....

.....

.....

$$2 \quad \begin{cases} 2x + 5y = 3 \\ 3x - 2y = 14 \end{cases}$$

Lời giải :

Cách 1:
$$\begin{cases} 2x + 5y = 3 \\ 3x - 2y = 14 \end{cases}$$

Cách 2:
$$\begin{cases} 2x + 5y = 3 \\ 3x - 2y = 14 \end{cases}$$

Trong 2 cách giải thì cách nào tối ưu hơn :

NOTICE

- **Khi nào nên áp dụng cách 1 :** Hệ số trước x hoặc y bằng 1 và trong đó có phân số.
- **Khi nào nên áp dụng cách 2 :** Hệ số trước x hoặc y khác 1

(Gợi ý : Hệ số trước x, y)

Bài tập về nhà

Bài 1 : Giải các hệ phương trình sau :

1.
$$\begin{cases} 4x + 3y = 6 \\ 2x + y = 0 \end{cases}$$

2.
$$\begin{cases} 2x + 3y = -2 \\ 3x + 2y = -3 \end{cases}$$

3.
$$\begin{cases} 7x + 4y = 74 \\ 3x + 2y = 32 \end{cases}$$

4.
$$\begin{cases} -5x + 2y = 4 \\ 6x - 3y = -7 \end{cases}$$

5.
$$\begin{cases} x - 2y = 7 \\ 2x + y = -4 \end{cases}$$

6.
$$\begin{cases} x - 3y = 6 \\ -2x + 4y = -12 \end{cases}$$

7.
$$\begin{cases} x - 3y = 2 \\ -2x + 5y = 1 \end{cases}$$

8.
$$\begin{cases} 2x - y = 4 \\ x + y = 2 \end{cases}$$

9.
$$\begin{cases} 3x + y = -3 \\ x - y = 2 \end{cases}$$

10.
$$\begin{cases} x - 3y = 1 \\ x + 5y = 2 \end{cases}$$

11.
$$\begin{cases} 2x - y = 6 \\ 2x - 3y = 8 \end{cases}$$

12.
$$\begin{cases} 3x - 4y = -2 \\ 5x + 2y = 14 \end{cases}$$

Bài 2 : Giải các hệ phương trình sau :

1.
$$\begin{cases} x + y = \frac{2x - 3}{3} \\ x + 4y = \frac{2 - 9y}{7} \end{cases}$$

2.
$$\begin{cases} \frac{x + y}{2} = \frac{2 - y}{5} \\ \frac{x}{4} = \frac{y}{5} - 2 \end{cases}$$

3.
$$\begin{cases} \frac{5x}{3} - \frac{2y}{5} = 19 \\ 4x + \frac{3y}{2} = 21 \end{cases}$$

Bài 3 : Rút gọn đưa về dạng cơ bản

I. Lý thuyết :



b.
$$\begin{cases} 2(x+y)+3(x-y)=7 \\ (x+y)+2(x-y)=5 \end{cases}$$

II. Bài tập :

Bài 1 : Giải các hệ phương trình sau :

a.
$$\begin{cases} (3x+2)(2y-3)=6xy \\ (4x+5)(y-5)=4xy \end{cases}$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

c.
$$\begin{cases} \frac{2y-5x}{3}+5=\frac{y+27}{4}-2x \\ \frac{x+1}{3}+y=\frac{6y-5x}{7} \end{cases}$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

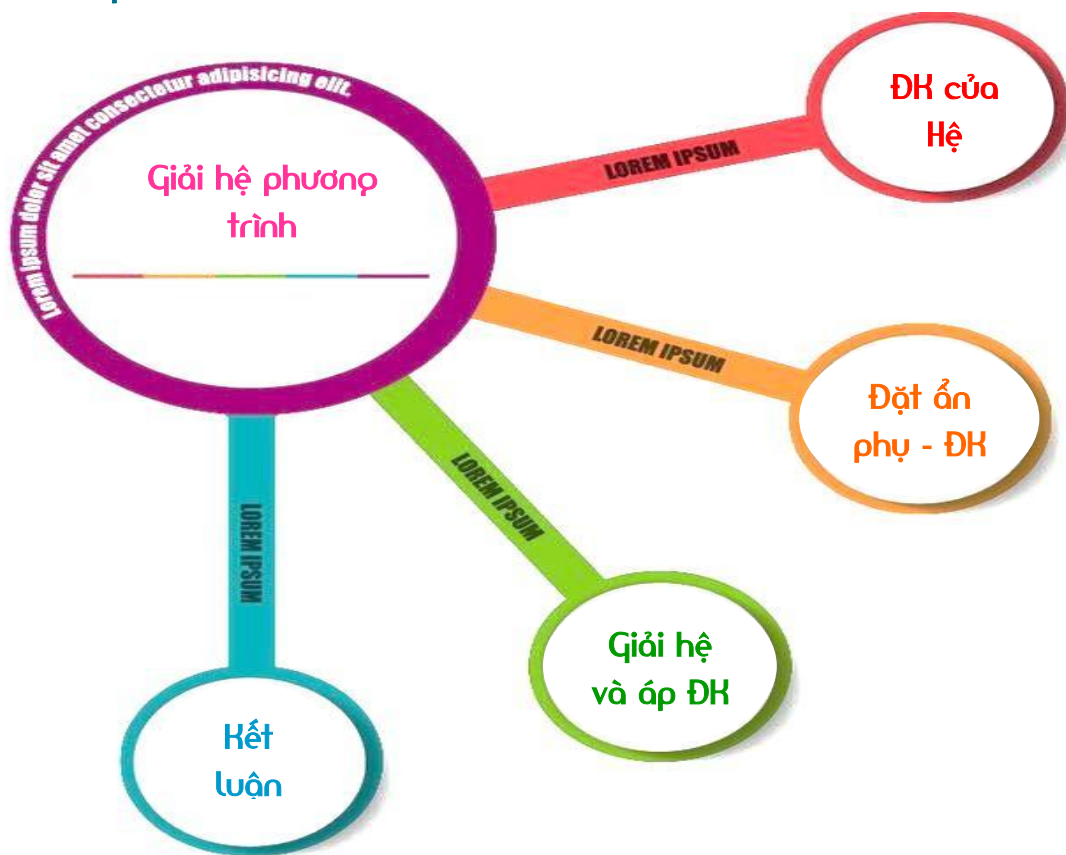
.....

.....

.....

Bài 4 : Phương pháp đặt ẩn phụ

I. Lí thuyết :



Bài 1 : Giải hệ phương trình :

a.
$$\begin{cases} \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = 2 \\ \frac{3}{x} + \frac{4}{y} = 8 \end{cases}$$

b.
$$\begin{cases} \frac{6}{x} + \frac{5}{y} = 3 \\ \frac{9}{x} - \frac{10}{y} = 1 \end{cases}$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

c.
$$\begin{cases} \frac{2}{x} + \frac{1}{y} = 2 \\ \frac{6}{x} - \frac{2}{y} = 1 \end{cases} \quad (\text{HN, 2013})$$

d.
$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = -\frac{1}{2} \\ \frac{10}{x} - \frac{1}{y} = 1 \end{cases}$$

Bài 2 : Giải hệ phương trình :

a.
$$\begin{cases} \frac{1}{x-2} + \frac{1}{y-1} = 2 \\ \frac{2}{x-2} - \frac{3}{y-1} = 1 \end{cases}$$

b.
$$\begin{cases} \frac{4}{2x+1} + \frac{9}{y-1} = -1 \\ \frac{3}{2x+1} - \frac{2}{y-1} = \frac{13}{6} \end{cases}$$

c.
$$\begin{cases} \frac{4}{x+y} + \frac{1}{y-1} = 5 \\ \frac{1}{x+y} - \frac{2}{y-1} = -1 \end{cases} \quad (\text{HN, 2014})$$

d.
$$\begin{cases} 2(x+y) + \sqrt{x+1} = 4 \\ (x+y) - 3\sqrt{x+1} = -5 \end{cases} \quad (\text{HN - 2015})$$

e.
$$\begin{cases} \sqrt{x+3} - 2\sqrt{y+1} = 2 \\ 2\sqrt{x+3} + \sqrt{y+1} = 4 \end{cases}$$

f.
$$\begin{cases} \frac{7}{\sqrt{x-7}} - \frac{4}{\sqrt{y+6}} = 3 \\ \frac{5}{\sqrt{x-7}} - \frac{3}{\sqrt{y+6}} = 1 \end{cases}$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài tập về nhà

Bài 1 : Giải hệ phương trình sau :

$$\text{a. } \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{24} \\ \frac{2}{x} = \frac{3}{y} \end{cases}$$

$$\text{b. } \begin{cases} \frac{4}{x-3} + \frac{5}{y+1} = 2 \\ \frac{5}{x-3} + \frac{1}{y+1} = \frac{29}{20} \end{cases}$$

$$\text{c. } \begin{cases} \frac{8}{x} - \frac{1}{y+12} = 1 \\ \frac{1}{x} + \frac{5}{y+12} = 3 \end{cases}$$

$$\text{d. } \begin{cases} \frac{1}{x-1} - \frac{1}{y-2} = 2 \\ \frac{2}{y-2} - \frac{3}{x-1} = 1 \end{cases}$$

$$\text{e. } \begin{cases} \frac{3x}{x-1} - \frac{2}{y+2} = 4 \\ \frac{2x}{x-1} + \frac{1}{y+2} = 5 \end{cases}$$

$$\text{f. } \begin{cases} 7x^2 + 13y = -39 \\ 5x^2 - 11y = 33 \end{cases}$$

$$\text{g. } \begin{cases} 2x^2 - 3y^2 = 8 \\ 3x^2 - 7y^2 = 4 \end{cases}$$

$$\text{h. } \begin{cases} 3x^2 + y^2 = 5 \\ x^2 - 3y^2 = 1 \end{cases}$$

$$\text{i. } \begin{cases} 3\sqrt{x} - \sqrt{y} = 5 \\ 2\sqrt{x} + 3\sqrt{y} = 18 \end{cases}$$

$$\text{j. } \begin{cases} 3\sqrt{x} + 2\sqrt{y} = 6 \\ \sqrt{x} - \sqrt{y} = \frac{9}{2} \end{cases}$$

$$\text{k. } \begin{cases} \frac{2}{x+2y} + \frac{1}{y+2x} = 3 \\ \frac{4}{x+2y} - \frac{3}{y+2x} = 1 \end{cases}$$

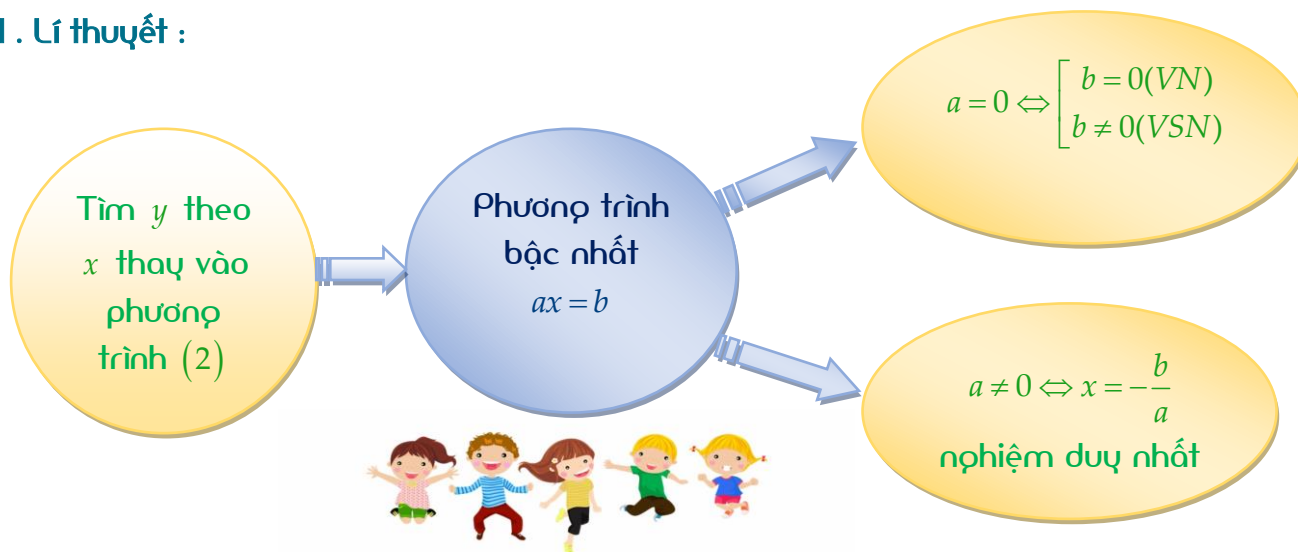
$$\text{l. } \begin{cases} 2(x^2 - 2x) + \sqrt{y+1} = 0 \\ 3(x^2 - 2x) - 2\sqrt{y+1} + 7 = 0 \end{cases}$$

$$\text{m. } \begin{cases} (2x-3)(2y+4) = 4x(y-3) + 54 \\ (x+1)(3y-3) = 3y(x+1) - 12 \end{cases}$$

$$\text{n. } \begin{cases} \frac{1}{2}(x+2)(y+3) - \frac{1}{2}xy = 50 \\ \frac{1}{2}xy - \frac{1}{2}(x-2)(y-2) = 32 \end{cases}$$

Bài 5 : Giải và biện luận hệ phương trình

I . Lí thuyết :



II . Bài tập :

Bài 1 : Giải và biện luận hệ phương trình :

a.
$$\begin{cases} mx - y = 3m & (1) \\ 4x - my = m = 10 & (2) \end{cases}$$

b.
$$\begin{cases} mx - 2y = m & (1) \\ -2x + y = m + 1 & (2) \end{cases}$$

c.
$$\begin{cases} mx + y = 1 & (1) \\ 4mx + my = 2 & (2) \end{cases}$$

d.
$$\begin{cases} mx + y = 2m & (1) \\ x + my = m + 1 & (2) \end{cases}$$

Bài 6 : Tìm m thỏa mãn điều kiện cho trước

I. Lí thuyết :

Tìm $x; y$ theo m như dạng 3			
Loại 1 : thỏa mãn biểu thức $ax + by = c$ $ax + by \geq c$ - Thay $x; y$ và tìm m - Đối chiếu điều kiện - Kết luận	Loại 2 : thảo mãn biểu thức $x \geq a; y \geq b$ - Giải bất phương trình tìm m thỏa mãn - Kết hợp và đối chiếu điều kiện - Kết luận	Loại 3 : Tìm biểu thức độc lập $x; y$ không phụ thuộc m - Nhân 2 vế của phương trình $x; y$ với số để khử m - Ra biểu thức liên hệ - Kết luận	Loại 4 : Tìm m để $x; y$ nguyên - Tìm m để x nguyên - Thay giá trị đó vào y để tìm y nguyên - Kết luận

II. Bài tập :

Bài 1 : Cho hệ phương trình:
$$\begin{cases} mx + 4y = 9 & (1) \\ x + my = 8 & (2) \end{cases}$$

a. Tìm m để hệ có nghiệm $(x; y) = \left(8; \frac{9}{4}\right)$



b. Tìm m để hệ có nghiệm có nghiệm duy nhất $(x; y)$ thỏa mãn : $x + y = 0$

c. Tìm m để hệ có nghiệm thỏa mãn có nghiệm duy nhất $(x; y) : 2x + y + \frac{38}{m^2 - 4} = 3$

Lời giải :

a.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

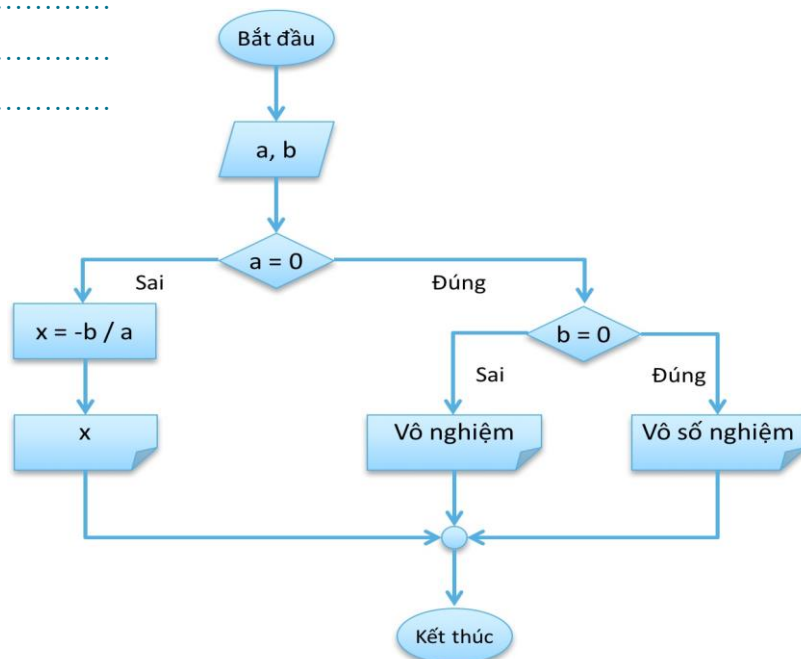
.....

.....

.....

.....

.....



b.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

c.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Bài 2 : Cho hệ phương trình
$$\begin{cases} 3x - my = -9 & (1) \\ mx + 2y = 16 & (2) \end{cases}$$

d.

Bài tập về nhà

Bài 1 : Giải và biện luận số nghiệm của hệ phương trình sau :
$$\begin{cases} mx + y = 2m \\ x + y = 2 \end{cases}$$

Bài 2 : Cho hệ phương trình :
$$\begin{cases} 3x - 2y = m & (1) \\ x + my = 3 & (2) \end{cases}$$
 có nghiệm duy nhất

- Giải hệ phương trình với $m = -1$.
- Tìm m để hệ có nghiệm thỏa mãn $x > 0$ và $y > 0$.

Bài 3 : Cho hệ phương trình :
$$\begin{cases} mx + 2y = m + 1 \\ 2x + my = 2m - 1 \end{cases}$$
 có nghiệm duy nhất

- Tìm m để hệ có nghiệm $(2; 1)$.

- b. Tìm biểu thức liên hệ giữa x và y không phụ thuộc vào m .
- c. Tìm m nguyên để hệ có nghiệm duy nhất là nghiệm nguyên.

Bài 7 : Ôn tập

Bài 1 : Tìm m, n

a.
$$\begin{cases} (1-m)x + 2ny - m - n - 1 = 0 \\ (m+n)x + (m-n)y - 3 = 0 \end{cases} \text{ có nghiệm } (1; 2)$$

Lời giải :

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

b.
$$\begin{cases} (2m-1)x - (n+2)y = -1 \\ nx - 3my = 0 \end{cases} \text{ có nghiệm } (-2; 3)$$

Lời giải :

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

c.
$$\begin{cases} (m-2)x + 5ny = 25 \\ 2mx - (n-2)y = 5 \end{cases} \text{ có nghiệm } (3; -1)$$

Lời giải :

.....

.....

.....

.....

.....



Bài 2 : Cho hệ phương trình :
$$\begin{cases} (a-3)x + y = 2 \\ ax + 2y = 8 \end{cases}$$

- Giải hệ phương trình với $a = 2$
- Tìm a để hệ có nghiệm duy nhất thỏa mãn : $x > 0; y < 0$
- Tìm a để hệ có nghiệm duy nhất thỏa mãn : $2x + y = 0$
- Tìm a để hệ có nghiệm nguyên

Lời giải :

-
-
-
-



Khi giải x nguyên và y nguyên thì ta cần chú ý :

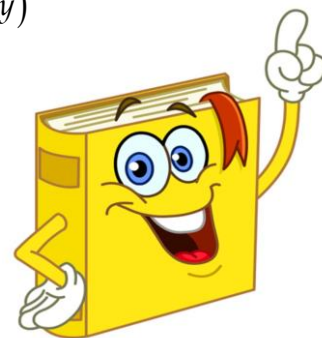
- Chọn giải x hoặc y mà tìm giá trị nguyên đơn giản trước
- Thay giá trị m tìm được vào x hay y còn lại
- Không giải đồng thời tìm x và y nguyên cùng một lúc

.....

.....

Bài 3 : Cho phương trình : $\begin{cases} (m-1)x + y = m \\ x + (m-1)y = 2 \end{cases}$ có nghiệm duy nhất $(x; y)$

- Giải hệ phương trình với $m = 4$
- Tìm m để hệ có nghiệm thỏa mãn $2x^2 - 7y = 1$
- Tìm m để hệ có nghiệm $(x; y)$ thuộc góc phần tư thứ II
- Tìm hệ thức liên hệ giữa x và y không phụ thuộc vào m
- Tìm các giá trị của m để biểu thức $\frac{2x-3y}{x+y}$ nhận giá trị nguyên .



Lời giải :

-
-
-

d.

e.

Bài tập về nhà

Bài 1 : Cho hệ phương trình :
$$\begin{cases} (m+2)x + 2y = 5 \\ mx - y = 1 \end{cases}$$
 hệ có nghiệm duy nhất

- Giải hệ phương trình với $m = 1$
- Tìm m để hệ có nghiệm thỏa mãn $x - 3y = 1$
- Tìm m để hệ có nghiệm là các số nguyên

Bài 2 : Cho hệ phương trình :
$$\begin{cases} mx - y = m^2 \\ 2x + my = m^2 + 2m + 2 \end{cases}$$
 hệ có nghiệm duy nhất

- Tìm m để hệ có nghiệm $(x; y) = (-1; -2)$

- b. Tìm m để hệ có nghiệm thỏa mãn $x > 0; y > 1$
- c. Tìm m để biểu thức $A = x^2 + 3y + 4$ đạt GTNN

CHƯƠNG 4 : Giải bài toán bằng cách lập phương trình

Bài 1 : Tìm hai số

I. Lí thuyết :

- ❶ **Bước 1 :** Gọi hai số cần tìm là $x; y$ (Điều kiện 2 số đó)
- ❷ **Bước 2 :** Dựa vào đề bài để tìm mối liên hệ giữa $x; y$ để ra hệ phương trình .

1.	Tổng ST1 và 2 lần ST2 là 20	$x + 2y = 20$
2.	ST1 lớn hơn ST2 là 15	$x - y = 15$
3.	ST1 gấp 2 lần ST2	$x = 2y$
4.	Số có 2 chữ số	$\overline{xy} = 10x + y$
5.	Số có 3 chữ số	$\overline{xyz} = 100x + 10y + z$
6.	Số ngược số 2 chữ số	$\overline{yx} = 10y + x$



- ❸ **Bước 3 :** So sánh điều kiện và kết luận

II. Bài tập :

Bài 1 : Tìm hai số biết rằng 4 lần số thứ nhất cộng với 3 lần số thứ hai bằng 1800 và 3 lần số thứ nhất hơn 2 lần số thứ hai là 500 .

Lời giải :

-
-
-
-
-
-
-
-
-
-
-

■ Hệ bảng :

	ST1	ST2	
Lần 1			
Lần 2			

.....

.....

Lời giải :

This image shows a blank sheet of primary-ruled paper. It features four sets of horizontal dotted lines, each set preceded by a solid blue dot on the left margin. The first set has one solid top line followed by two dotted lines. The second set has one solid top line followed by three dotted lines. The third set has one solid top line followed by four dotted lines. The fourth set has one solid top line followed by five dotted lines. The entire page is white with no other markings or text.

Lời giải :

●
●
.....
.....

-
-
-
-
-
-
-
-
-
-

-
-
-
-
-
-
-
-
-
-

Bài 2 : Toán liên quan đến hình học

I. Lí thuyết :

- Bước 1 :** Gọi hai đại lượng cần tìm là $x; y$ (Điều kiện 2 số đó)
- Bước 2 :** Dựa vào dữ kiện đầu bài cho lập hệ phương trình và giải hệ phương trình
- Bước 3 :** Đối chiếu điều kiện và kết luận

II . Bài tập

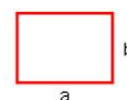
Bài 1: Một HCN có chu vi $180m$. Nếu tăng chiều dài thêm $3m$, tăng chiều rộng thêm $5m$ thì diện tích của mảnh đất tăng thêm $385m^2$.
Tính chiều dài, chiều rộng của mảnh đất

Lời giải :

■ **Hệ bảng :**

	Chiều dài	Chiều rộng	Diện tích	Chu vi
Lúc đầu				
Lúc sau				

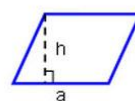
-
-
-
-



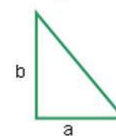
$$S = a \cdot b$$



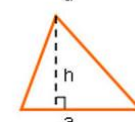
$$S = a^2$$



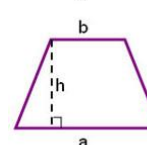
$$S = a \cdot h$$



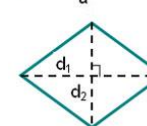
$$S = \frac{1}{2} a \cdot b$$



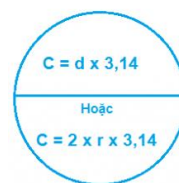
$$S = \frac{1}{2} a \cdot h$$



$$S = \frac{1}{2} (a + b) \cdot h$$



$$S = \frac{1}{2} d_1 \cdot d_2$$



$$C = d \times 3,14$$

Hoặc

$$C = 2 \times r \times 3,14$$

a

$$P = 4 \cdot a$$

a

$$P = 2(a + b)$$

b



-
.....
.....
.....
-
.....
.....
.....
-
.....
.....
.....

Bài 2 : Một thửa ruộng HCN, nếu tăng chiều dài thêm $5m$ và tăng chiều rộng thêm $4m$ thì diện tích tăng thêm $242m^2$. Nếu cùng giảm chiều dài $3m^2$ và chiều rộng đi $2m^2$ thì diện tích giảm đi $108m^2$. Tính diện tích của thửa ruộng đó ?

Lời giải :

■ **Hẻ bẻp :**

-
.....
.....
-
.....
-
.....
.....
.....
-
.....
.....
.....
.....

Bài 3 : Cho một tam giác vuông. Nếu tăng các cạnh góc vuông lên 3cm và 2cm thì diện tích tam giác sẽ tăng thêm 81cm^2 . Nếu giảm cả hai cạnh này đi 4cm thì diện tích sẽ giảm đi 126cm^2 . Tính hai cạnh góc vuông của tam giác.

Lời giải :

■ **Hẻ bảng :**



Bài tập về nhà

Bài 1 : Tìm một số có hai chữ số, biết rằng tổng hai chữ số của nó nhỏ hơn số đó 6 lần và thêm 25 vào tích của hai chữ số đó sẽ được số viết theo thứ tự ngược lại với số phải tìm .

Bài 2 : Tìm số tự nhiên có hai chữ số, biết rằng chữ số hàng chục lớn hơn chữ số hàng đơn vị là 2 và nếu viết thêm chữ số bằng chữ số hàng chục vào bên phải thì được một số lớn hơn số ban đầu là 782 .

Bài 3 : Có hai số tự nhiên, biết rằng : tổng của hai số bằng 65 ; bốn lần số này lớn hơn hai lần số kia là 50 . Tìm hai số đó .

Bài 4 : Cho một số tự nhiên có hai chữ số. Tổng của hai chữ số của nó bằng 12 ; tích hai chữ số ấy nhỏ hơn số đã cho là 16 . Tìm số đã cho .

Bài 5 : Cho tam giác vuông có cạnh huyền bằng 10cm , diện tích bằng 24cm^2 . Tìm độ dài các cạnh góc vuông .

Bài 6 : Một mảnh vườn HCN có diện tích 360cm^2 . Nếu giảm chiều dài thêm 5m và tăng chiều rộng 6cm thì diện tích mảnh vườn không đổi . Tính chu vi của mảnh vườn .

Bài 7 : Một mảnh đất hình chữ nhật có chu vi 116m .Nếu tăng chiều dài thêm 4m ,chiều rộng thêm 7m thì diện tích của mảnh đất tăng thêm 356m^2 .Tính chiều dài ,chiều rộng của mảnh đất.

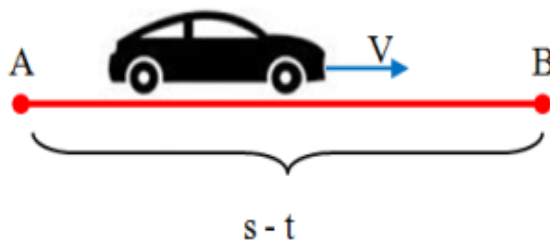
Bài 3 : Bài toán chuyển động

I. Lí Thuyết :

■ Công thức : $S = v \cdot t$

■ Trong đó :

- s : quãng đường đi được (km, m, ...)
- t : thời gian đi hết quãng đường s (giờ, s, ...)
- v : vận tốc của chuyển động (km/h, m/s, ...).



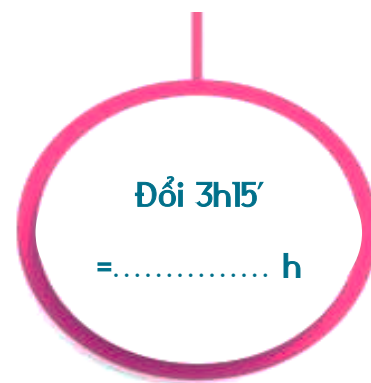
Chú ý :

Đề bài hỏi gì thì các em
pợi đại lượng đó là ẩn

I. Bài tập :

Bài 1 : Hãy hoàn thành bảng sau :

	S (km)	v (km/h)	t (h)
Xe ô tô số 1	200	40	
Xe ô tô số 2		75	3h20 phút
Xe ô tô số 3	324		2 phút
Xe ô tô số 4		52	3h15 phút



Bài 2 : Một người đi ô tô từ A đến B với vận tốc trung bình là 50 km/h . Khi đến B người đó nghỉ 30 phút rồi quay trở về A với vận tốc trung bình là 65 km/h . Tính quãng đường AB biết rằng thời gian cả đi lẫn về là 11 giờ 30 phút .

Lời giải :

Lượt đi :



$v = 50 \text{ km/h} ; t = ?$

A ————— B

$v = 60 \text{ km/h} ; t = ?$



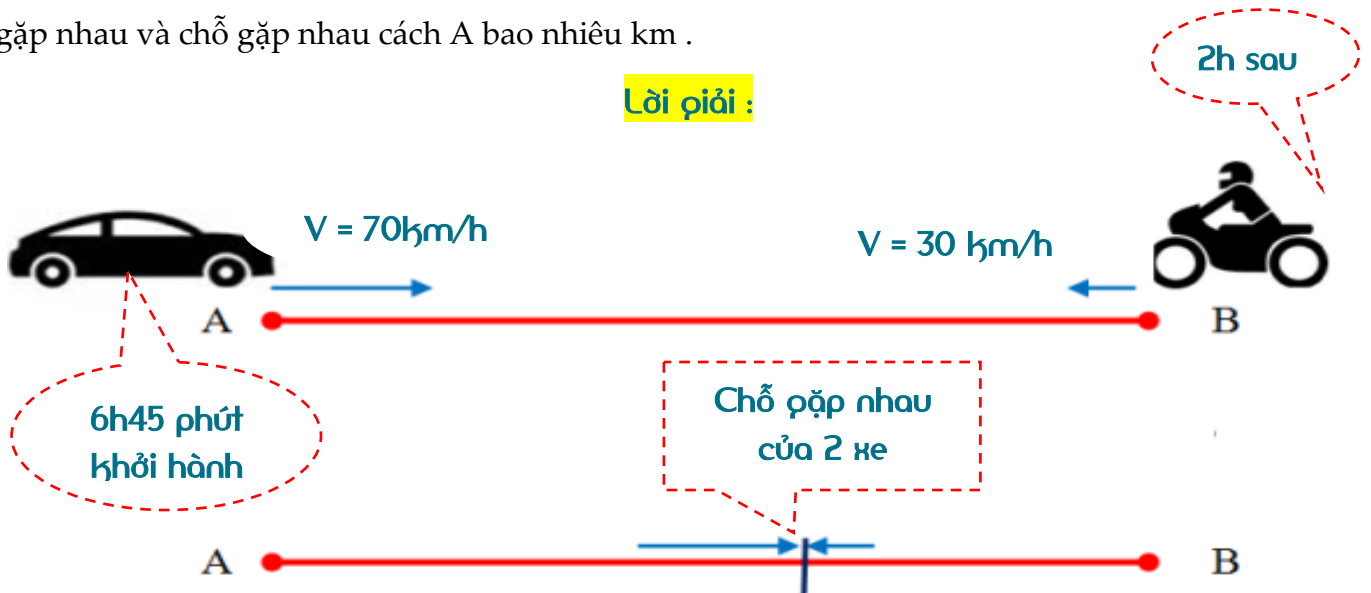
A ————— B

Nghỉ 30
phút

Tổng thời gian
đi và về :
11 giờ 30 phút

Bài 4 : Hai địa điểm A , B cách nhau 240 km . Lúc 6h45 phút một người đi ô tô từ A với vận tốc 70 km/h . Sau đó 2 giờ một người đi xe máy từ B về A với vận tốc 30 km/h . Hỏi đến mấy giờ họ gặp nhau và chỗ gặp nhau cách A bao nhiêu km .

Lời giải :



• **Hệ bảng :**

	S	V	T
Ô tô			
Xe máy			

.....

.....

.....

•
.....
.....

•
.....
.....

•
.....
.....

•
.....
.....

•
.....
.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 5 : Một người đi xe máy từ A đến B. Vì có việc gấp phải đến B trước thời gian dự định là 24 phút nên người đó tăng vận tốc lên mỗi giờ 10 km.Tính vận tốc mà người đó dự định đi,biết quãng đường AB dài 80 km.

Lời giải :

•
.....
.....
.....
.....

•
.....
.....
.....
.....

•
.....
.....
.....
.....

•
.....
.....
.....
.....

•
.....
.....
.....
.....

• **Hệ bảng :**

	S	V	T

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 6 : Một người đi xe máy từ A đến B. Cùng một lúc một người khác cũng đi xe máy từ B đến A với vận tốc bằng $\frac{7}{8}$ vận tốc của người thứ nhất . Sau 3 giờ hai người gặp nhau. Hỏi mỗi người đi cả quãng đường bao xa , biết quãng đường AB dài 225 km .

Lời giải :



• **Hệ bảng :**

	S	V	T

Bài tập về nhà :



Bài 1 : Hai ô tô khởi hành cùng một lúc trên quãng đường từ A đến B dài 140 km .Mỗi giờ ô tô thứ nhất chạy nhanh hơn ô tô thứ hai là 10 km nên đến B trước ô tô thứ hai là 25 phút .Tính vận tốc của mỗi ô tô .

Bài 2 : Một xe máy đi từ A đến B trong một thời gian dự định . Nếu vận tốc tăng thêm 15 km/h thì đến sớm 1 giờ , nếu giảm vận tốc đi 12 km/h thì đến muộn 2 giờ.Tính vận tốc dự định và thời gian dự định.

Bài 3 : Lúc 6 giờ 30 phút một người đi xe máy từ A đến B dài 135 km với vận tốc định trước .Đến B người đó nghỉ lại 30 phút rồi quay trở về A với vận tốc nhỏ hơn vận tốc dự định là 15 km/h. Người đó về đến A lúc 14 giờ 30 phút .Tính vận tốc dự định của người đi xe máy.

Bài 4 : Quãng đường AB gồm một đoạn lên dốc dài 40 km,đoạn xuống dốc dài 50 km .Một người đi xe máy từ A đến B hết 3 giờ 30 phút và đi từ B về A hết 3 giờ 15 phút (vận tốc lên dốc lúc đi và về như nhau ,vận tốc xuống dốc lúc đi và về như nhau).Tính vận tốc lúc lên dốc và lúc xuống dốc.

Bài 5 : Một người đi xe đạp từ A đến B đường dài 78 km . Sau đó 1 giờ,người thứ hai đi từ B đến A . Hai người gặp nhau tại C cách B là 36 km.Tính thời gian mỗi người đã đi từ lúc khởi hành đến lúc gặp nhau ,biết rằng vận tốc người thứ hai lớn hơn vận tốc người thứ nhất là 4 km/h.

Bài 6 : Một ô tô dự định từ A đến B cách nhau 180km trong một thời gian nhất định . Sau khi đi được 1 giờ ô tô bị chặn bởi xe hỏa 10 phút. Do đó để đến B đúng hạn , xe phải tăng vận tốc thêm 6km/h nữa . Tính vận tốc lúc đầu của ô tô .

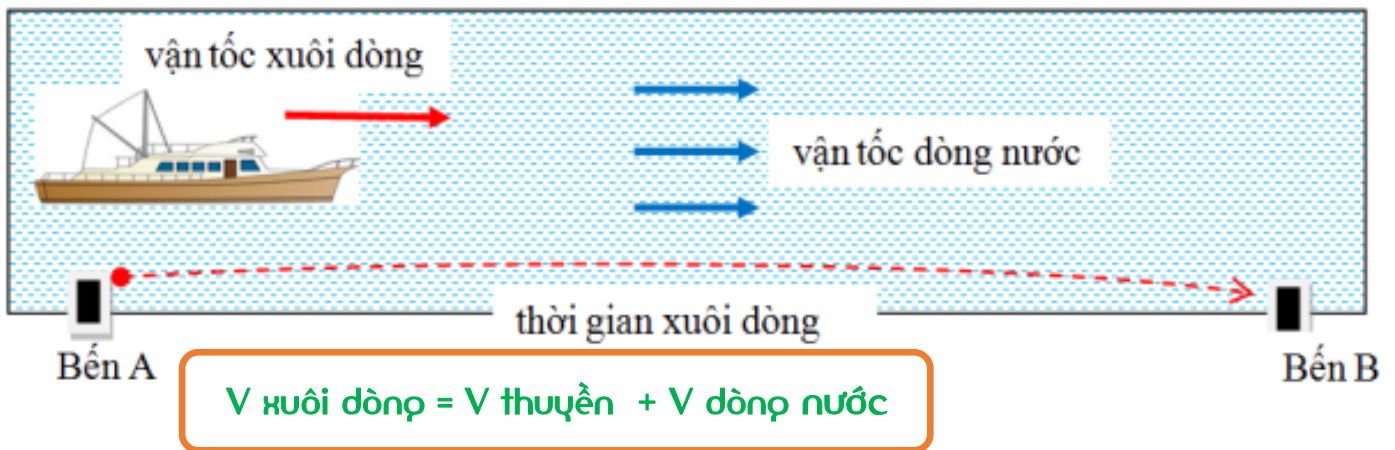
Bài 4 : Bài toán chuyển động trên dòng nước

I. Lí Thuyết :

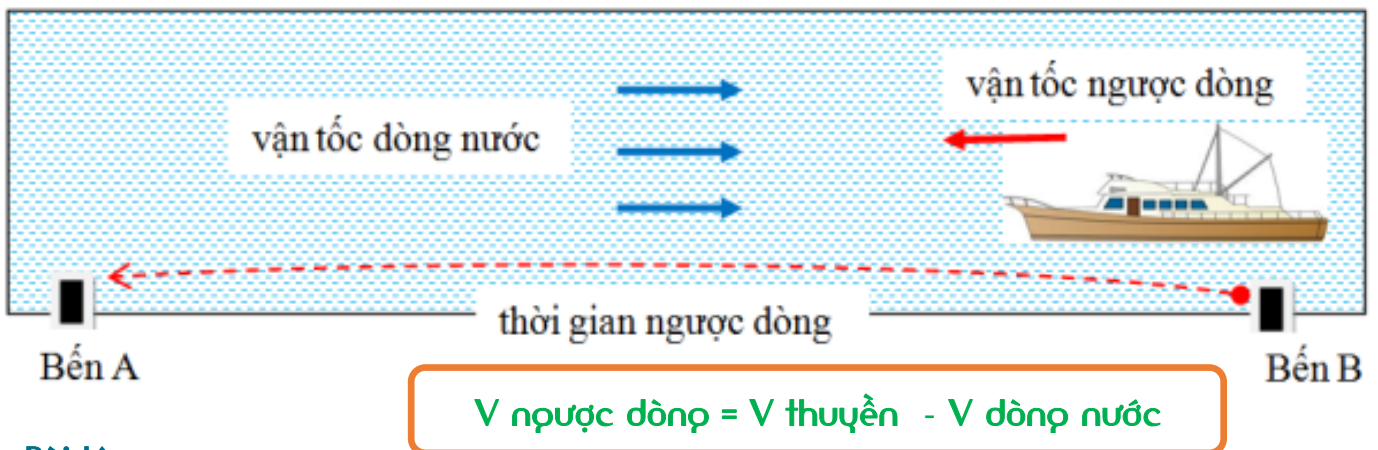
Thuyền chuyển động khi dòng nước đứng yên :



Thuyền chuyển động xuôi dòng nước :



Thuyền chuyển động ngược dòng nước :



I. Bài tập :

Bài 1 : Hãy hoàn thành bảng sau :

Chú ý :

Khi giải dạng bài này thường gọi ẩn là **VẬN TỐC**

Đại Lượng	S (km)	v (km/h) Xuôi	v (km/h) Ngược	t (h) Xuôi	t (h) Ngược
Vận tốc ca nô : 30km/h Vận tốc dòng nước : 2km/h	224				
Vận tốc ca nô : 44km/h Vận tốc dòng nước : 4km/h	72				
Vận tốc ca nô : 55km/h Vận tốc dòng nước : 3km/h	377				
Vận tốc ca nô : 48km/h Vận tốc dòng nước : 4km/h	143				

Bài 2 : Một ca nô xuôi dòng 1 quãng sông dài 55 km, rồi ngược dòng quãng sông 54 km mất 5h 30 phút . Nếu cũng trên quãng sông ấy, ca nô xuôi dòng 33 km rồi ngược dòng 36 km thì hết 3h30phút . Tính vận tốc riêng của ca nô và vận tốc của dòng nước?

Lời giải :

• **Hệ bảng :**

	S	V	T
Xuôi 1			
Ngược 1			
Xuôi 2			
Ngược 2			

•

Bài 3: Một ca nô xuôi khúc sông dài 40 km rồi ngược khúc sông ấy hết 4 giờ rưỡi . Biết thời gian ca nô xuôi 5 km bằng thời gian ngược 4 km.Tính vận tốc dòng nước.

Lời giải :

•

•

•

•

•

•

•

• **Hệ bảng :**

	S	V	T
Xuôi 1			
Ngược 1			
Xuôi 2			
Ngược 2			



Bài 4 : Một ca nô đi xuôi dòng 54 km rồi ngược dòng 48 km .Biết rằng thời gian xuôi ít hơn thời gian ngược là 1 giờ và vận tốc xuôi lớn hơn vận tốc ngược là 6 km/h . Tính vận tốc của ca nô lúc ngược dòng.

Lời giải :

-
-
-
-
-
-

• **Hệ bảng :**

	S	V	T
Xuôi			
Ngược			

-
-
-
-
-
-

Bài 5 : Một chiếc thuyền khởi hành từ bến sông A . Sau đó 6 giờ một chiếc ca nô chạy từ bến sông A đuổi theo và gặp chiếc thuyền tại một điểm cách bến A 40km . Hỏi vận tốc của thuyền , biết rằng ca nô chạy nhanh hơn thuyền là 15 km/h.

Lời giải :

-
-
-
-

• **Hệ bảng :**

	S	V	T
Thuyền			
Ca nô			

-
-

Bài 6 : Hai canô cùng khởi hành một lúc và chạy từ A đến B. Ca nô 1 chạy với vận tốc 25 km/h, ca nô 2 chạy với vận tốc 40 km/h. Trên đường đi canô 2 dừng lại 1 giờ 30 phút, sau đó tiếp tục chạy với vận tốc như cũ và đến bến B cùng lúc với canô 1. Tính chiều dài quãng sông AB (cho biết vận tốc dòng nước không đáng kể).

Lời giải :



- [illegible]

- **Kẻ bảng :**

	S	V	T
Ca nô 1			
Ca nô 2			

- Dotted lines for handwriting practice.

Bài tập về nhà

Bài 1: Một ca nô chạy trên sông xuôi dòng 70 km và ngược dòng 50 km mất 4 giờ. Nếu ca nô xuôi dòng 84 km và ngược dòng 75 km thì mất 5 giờ 24 phút .Tính vận tốc riêng của ca nô và vận tốc của dòng nước.

Bài 2: Một ca nô xuôi dòng từ bến sông A đến bến sông B cách nhau 35 km , cùng lúc đó cũng từ A một bè nửa trôi với vận tốc dòng nước 4km/h . Khi đến B ca nô quay lại ngay và gặp bè nửa trôi tại một địa điểm C cách A là 10 km. Tính vận tốc thực của ca nô.

Bài 3 : Một bè nửa trôi tự do (trôi theo vận tốc dòng nước) và một ca nô đồng thời rời bến A để xuôi dòng sông. Ca nô xuôi dòng được 96 km thì quay ngay lại A. Cả đi lẫn về hết 14 giờ. Trên đường quay về A khi còn cách A là 24 km thì ca nô gặp chiếc bè nửa nói trên. Tính vận tốc của ca nô và vận tốc của dòng nước.

Bài 4 : Một ca nô dự định đi từ A đến B trong thời gian đã định . Nếu vận tốc ca nô tăng 10 km/h thì đến nơi sớm hơn 30 phút .Nếu vận tốc ca nô giảm 20 km/h thì đến nơi chậm 2 giờ 30 phút .Tính chiều dài khúc sông AB .

Bài 5 : Hai ca nô khởi hành cùng một lúc từ A đến B , ca nô I chạy với vận tốc 40 km/h, Ca nô II chạy với vận tốc 60 km/h. Trên đường đi ca nô II dừng lại 1 giờ 20 phút, sau đó chạy tiếp. Tính chiều dài quãng đường AB , biết hai cô nô đến nơi cùng một lúc.

Bài 5 : Làm chung – làm riêng

I. Lí Thuyết :

$A = N.t$

Trong đó :

- ① A : Khối lượng công việc
- ② N : Năng suất
- ③ t : thời gian

CHÚ Ý :

- Nếu coi toàn bộ công việc là 1.
- thời gian hoàn thành công việc là x
- Thì năng suất là $\frac{1}{x}$ (cv)



II. Bài tập :

Bài 1 : Ghép các ô để được biểu thức đúng :

 $\frac{3}{4}$ giờ

1 giờ 45 phút

 $\frac{5}{2}$ giờ

2 giờ 15 phút

45 phút

 $\frac{9}{4}$ giờ

2 giờ 30 phút

 $\frac{7}{4}$ giờ

Bài 2 : Hai vòi nước chảy cùng vào 1 bể không có nước thì trong 6 giờ đầy bể. Nếu vòi thứ nhất chảy trong 2 giờ, vòi thứ 2 chảy trong 3 giờ thì được 40% bể. Hỏi mỗi vòi chảy bao lâu thì sẽ đầy bể?

Lời giải :

-
-
-
-
-
-
-
-
-
-

• **Hệ bảng :**

	Vòi 1	Vòi 2	2 Vòi
TQHTCV			
Ns 1h			
Ns 2h			
Ns 3h			

Bài 3 : Hai vòi nước cùng chảy vào 1 bồn không có nước. Nếu vòi 1 chảy trong 5h rồi dừng lại, sau đó vòi 2 chảy tiếp trong 4h nữa thì $\frac{23}{24}$ bồn . Nếu cho vòi 1 chảy vào bồn không có nước trong 3h, rồi cho cả 2 vòi chảy tiếp trong 3h nữa thì số nước chảy vào thì đầy bồn. Hỏi nếu chảy 1 mình thì mỗi vòi sẽ chảy trong bao lâu thì đầy bồn?

Lời giải :

●

.....

.....

●

.....

.....

.....

●

.....



[illegible]

- **Kẻ bảng :**

[illegible]

Bài 4 : (Tuyển sinh vào 10 – 2012)

Hai người làm chung một công việc thì $\frac{12}{5}$ giờ thì xong . Nếu mỗi người làm một mình thì thời gian để hoàn thành công việc của người thứ nhất ít hơn người thứ hai là 2 giờ . Hỏi nếu làm riêng thì thời gian hoàn thành công việc của mỗi người là bao nhiêu .

Lời giải :

[illegible]

- **Kẻ bảng :**

GV: Đỗ Văn Đạt



Bài 5 : Nếu hai vòi chảy nước cùng chảy vào một cái bể chứa không có nước thì sau 1 giờ 30 phút sẽ đầy bể . Nếu mở vòi thứ nhất trong 20 phút rồi khóa lại và mở vòi thứ hai chảy tiếp trong 15 phút thì sẽ được 20% bể . Hỏi mỗi vòi chảy riêng thì sau bao lâu sẽ đầy bể .

Lời giải :

- **Kẻ bảng :**

Bài 6 : Hai vòi nước chảy vào bể thì sau 2 giờ 24 phút thì đầy . Nếu chảy cùng một thời gian như nhau thì $\frac{1}{2}$ lượng nước của vòi 2 bằng $\frac{1}{3}$ lượng nước của vòi 1 chảy được . Hỏi mỗi vòi chảy riêng thì sau bao lâu thì đầy bể

Lời giải :

-
- This image shows a full page of handwriting practice paper. It features four distinct rows of horizontal dotted lines, each row starting from a solid blue dot on the left margin. The lines are evenly spaced and extend across the entire width of the page, providing a guide for letter height and placement.

- **Kẻ bảng :**



Bài tập về nhà

Bài 1 : Hai người thợ cùng làm việc trong 3 giờ 20 phút thì xong . Nếu người thứ nhất làm 2 giờ và người thứ hai làm 4 giờ thì họ làm được $\frac{4}{5}$ công việc . Hỏi mỗi người làm công việc đó trong mấy giờ thì xong .

Bài 2 : Hai vòi nước cùng chảy vào một cái bể không chứa nước đã làm đầy bể trong 2 giờ 40 phút . Nếu chảy riêng thì vòi thứ hai chảy đầy bể nhanh hơn vòi thứ nhất là 4 giờ . Hỏi nếu chảy riêng thì mỗi vòi chảy trong bao lâu sẽ đầy bể ?

Bài 3 : Hai vòi nước cùng chảy vào một bể cạn trong một giờ được nửa bể. Nếu vòi thứ nhất chảy trong 2 giờ, vòi thứ hai chảy trong 1 giờ thì cả hai vòi chảy được $\frac{5}{6}$ bể. Tính thời gian mỗi vòi chảy một mình đầy bể

Bài 4 : Hai tổ cùng làm chung công việc trong 4 giờ thì xong, nhưng hai tổ cùng làm trong 2 giờ thì tổ 1 đc điều đi làm việc khác , tổ 2 làm nốt trong 2 giờ 30 phút thì xong công việc. Hỏi mỗi tổ làm riêng thì trong bao lâu xong việc.

Bài 5 : Hai tổ sản xuất cùng nhận chung một mức khoán . Nếu làm chung trong 2 giờ sau đó tổ 1 đi làm việc khác và tổ 2 làm tiếp trong 2 giờ thì hoàn thành được $\frac{5}{6}$ mức khoán . Nếu để tổ 1 làm trong 4 giờ và tổ 2 làm trong 2 giờ 40 phút thì hoàn thành công việc . Hỏi mỗi tổ làm riêng thì mỗi tổ phải làm trong bao lâu ?

Bài 6 : Làm chung – làm riêng

I. Lí Thuyết :

$$A = N.t$$

Trong đó :

- ① A : Khối lượng công việc (sản phẩm)
- ② N : Năng suất (sản phẩm/ngày)
- ③ t : thời gian (ngày)



II. Bài tập :

Bài 1 : (Tuyển sinh vào 10 – 2010)

Hai tổ cùng may một loại áo , Nếu tổ thứ 1 may trong 3 ngày , tổ thứ 2 may trong 5 ngày thì cả hai tổ may được 1310 chiếc áo . Biết trong một ngày tổ thứ 1 may được nhiều hơn tổ thứ 2 là 10 chiếc áo . Hỏi số áo may trong một ngày (năng suất) của mỗi tổ .

Lời giải :

-
.....
.....
.....
-
.....
.....
.....
-
.....
.....
.....
-
.....
.....
.....
-
.....
.....
.....

• **Hệ bảng :**

-
.....
.....
.....
-
.....
.....
.....
-
.....
.....
.....
-
.....
.....
.....

Bài 2 : (Tuyển sinh vào 10 – 2008)

-
.....
.....
.....
-
.....
.....
.....
-
.....
.....
.....
.....
.....
.....
-
.....
.....
.....

Bài 4 : Một đội xe cần chuyên chở 42 tấn hàng . Trước khi làm việc đội xe đó được bổ sung thêm 8 xe nữa nên mỗi xe chở ít hơn 3 tấn so với dự định . Hỏi đội xe lúc đầu có bao nhiêu xe ? Biết rằng số hàng chở trên tất cả các xe có khối lượng bằng nhau .

Lời giải :

-
.....
-
.....
.....
.....
-
.....
.....
.....
.....
-
.....
.....
.....
.....
-
.....
.....
.....
.....

• **Hệ bảng :**



[illegible]

Bài 5 : Năm ngoái tổng số dân của hai tỉnh A và B là 4 triệu người . Dân số tỉnh A năm nay tăng 1,2% , còn tỉnh B tăng 1,1 %. Tổng số dân của cả hai tỉnh năm nay là 4 045 000 người . Tính số dân của mỗi tỉnh năm ngoái và năm nay .

Lời giải :

[illegible]

- **Kẻ bảng :**

[illegible]

.....

.....

.....

•
.....

Bài tập về nhà

Bài 1 : Tháng thứ nhất hai tổ sản xuất được 850 sản phẩm . Sang tháng thứ hai tổ 1 vượt 20% , tổ 2 vượt 15% . Do đó cuối tháng cả hai tổ sản xuất được 970 sản phẩm . Tính xem trong tháng thứ nhất mỗi tổ sản xuất được bao nhiêu sản phẩm .

Bài 2 : Một cơ sở đánh cá dự định trung bình mỗi tuần đánh bắt được 40 tấn cá , nhưng đã vượt mức được 10 tấn mỗi tuần nên chẳng những đã hoàn thành kế hoạch sớm 1 tuần mà còn vượt mức kế hoạch 50 tấn . Tính mức kế hoạch đã định .

Bài 3 : Một xí nghiệp đóng giày dự định hoàn thành kế hoạch trong 50 ngày . Nhưng do cải tiến kỹ thuật nên mỗi ngày đã vượt mức 3 000 đôi giày do đó chẳng những hoàn thành kế hoạch đã định trong 45 ngày mà còn vượt mức 500 000 đôi giày . Tính số đôi giày phải làm theo kế hoạch.

Bài 4 : Hai đội bóng bàn của trường A và B thi đấu giao hữu. Biết rằng mỗi đấu thủ của đội A phải lần lượt gặp các đấu thủ của đội B 1 trận và tổng số trận đấu gấp đôi số đấu thủ của hai đội. Tìm số đấu thủ của mỗi đội, biết rằng đội A nhiều hơn đội B 3 người.

Bài 5 : Trong một buổi liên hoan , một lớp khách mời 15 khách đến dự . Vì lớp đã có 40 học sinh nên phải kê thêm 1 dãy ghế nữa và mỗi dãy ghế phải ngồi thêm 1 bạn nữa mới đủ chỗ ngồi . Biết rằng mỗi dãy ghế đều có số người ngồi như nhau và ngồi không quá năm người . Hỏi lớp học lúc đầu có bao nhiêu dãy ghế .

Bài 6 : Một đoàn gồm 50 học sinh qua sông cùng một lúc bằng 2 loại thuyền : Loại thứ nhất , mỗi thuyền chở được 5 em và loại thứ 2 chở được 7 em mỗi thuyền . Hỏi số thuyền mỗi loại ?

Bài 7 : Một khối lớp tổ chức đi tham quan bằng ô tô . Mỗi xe chở 22 học sinh thì còn thừa 1 học sinh . Nếu bớt đi 1 ô tô thì có thể xếp đều các học sinh trên các ô tô còn lại . Hỏi lúc đầu có bao nhiêu ô tô , bao nhiêu học sinh . Mỗi xe chở không quá 32 học sinh .

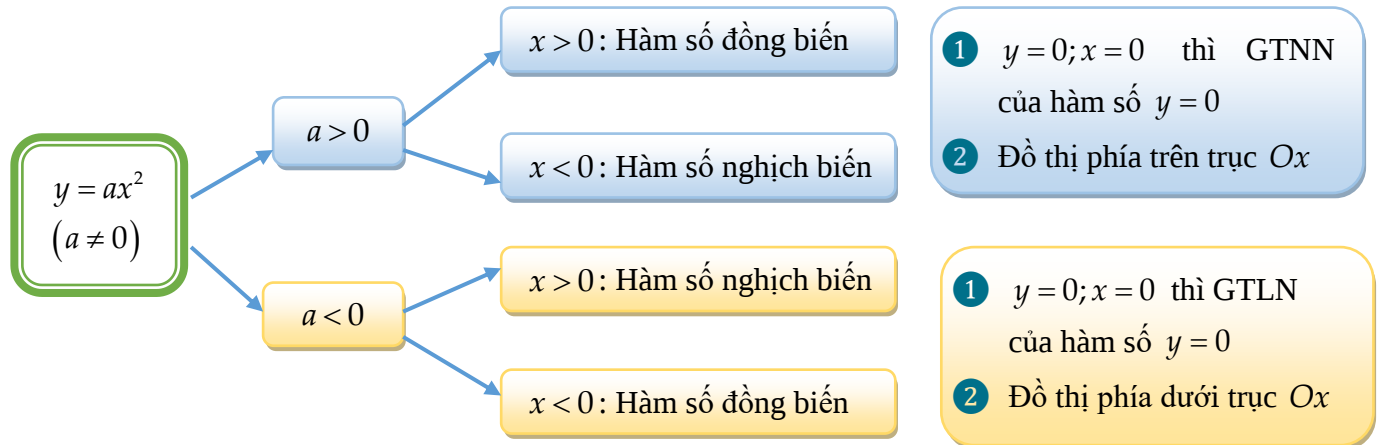


CHƯƠNG 5 : Phương trình bậc hai

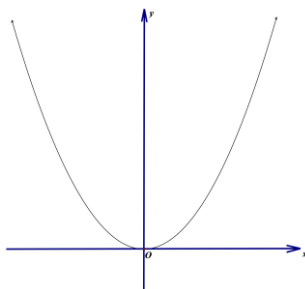
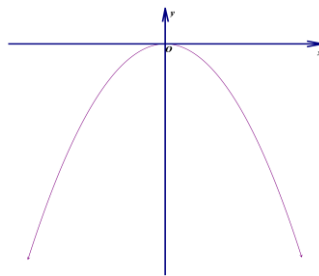
Bài 1 : Hàm số $y = ax^2$

I. Lí thuyết :

① Tính chất hàm số :



② Đồ thị :

 $y = ax^2$ với $a > 0$  $y = ax^2$ với $a < 0$ ③ Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số $y = ax^2$ ($a \neq 0$)

■ **Bước 1:** Hàm số $y = ax^2$ ($a \neq 0$) xác định $\forall x \in \mathbb{R}$.

■ **Bước 2:** Tính biến thiên: phụ thuộc vào $a > 0$ (hoặc $a < 0$)

■ **Bước 3:** Bảng giá trị: tính tọa độ ít nhất 5 điểm trong đó có điểm $O(0;0)$

■ **Bước 4:** Vẽ đồ thị và nhận xét: đồ thị của hàm số $y = ax^2$ ($a \neq 0$) là một đường cong parabol

II. Bài tập

Bài 1: Cho hàm số $y = 3x^2$. Hoàn thành bảng sau :

Bảng 1 :

x	1	3	-2	0	$-\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	-3
$y = 3x^2$							

Bảng 2 :

x							
$y = 3x^2$	1	27	$\frac{3}{4}$	$\frac{9}{2}$	$-\frac{3}{4}$	$\frac{5}{2}$	-36

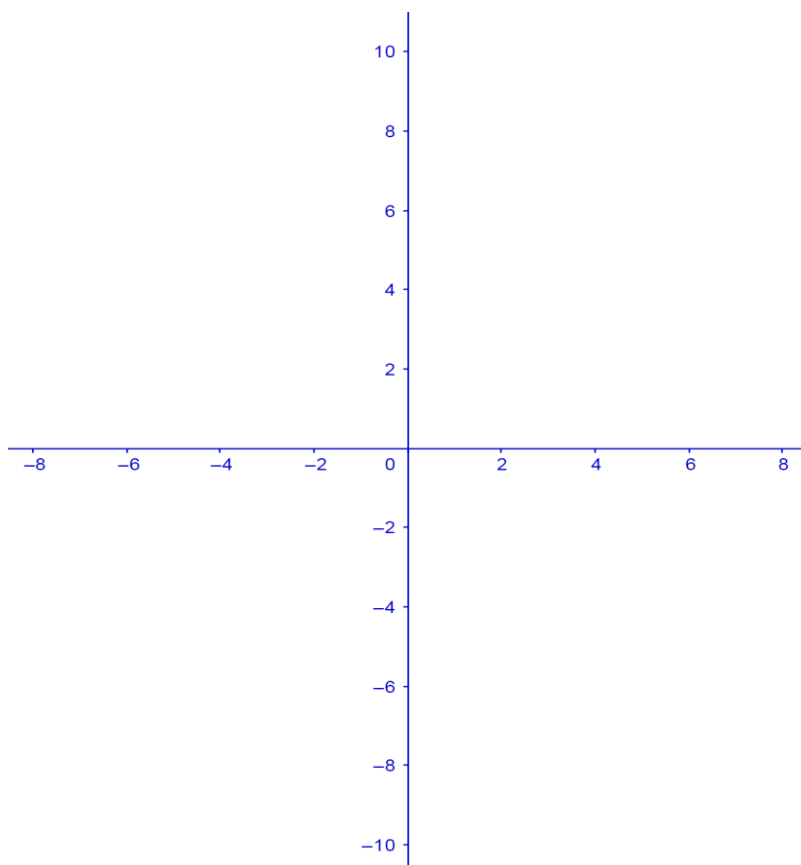
Bài 2 :

a. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số : $y = -2x^2$

-
-
-
-

x					
y					

-
-
-
-
-
-



b. Xét xem các điểm sau có thuộc đồ thị không : $A\left(\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}\right)$; $B(-3; 18)$; $C\left(-\frac{2}{3}; \frac{4}{9}\right)$; $D\left(-\frac{1}{3}; -\frac{2}{9}\right)$

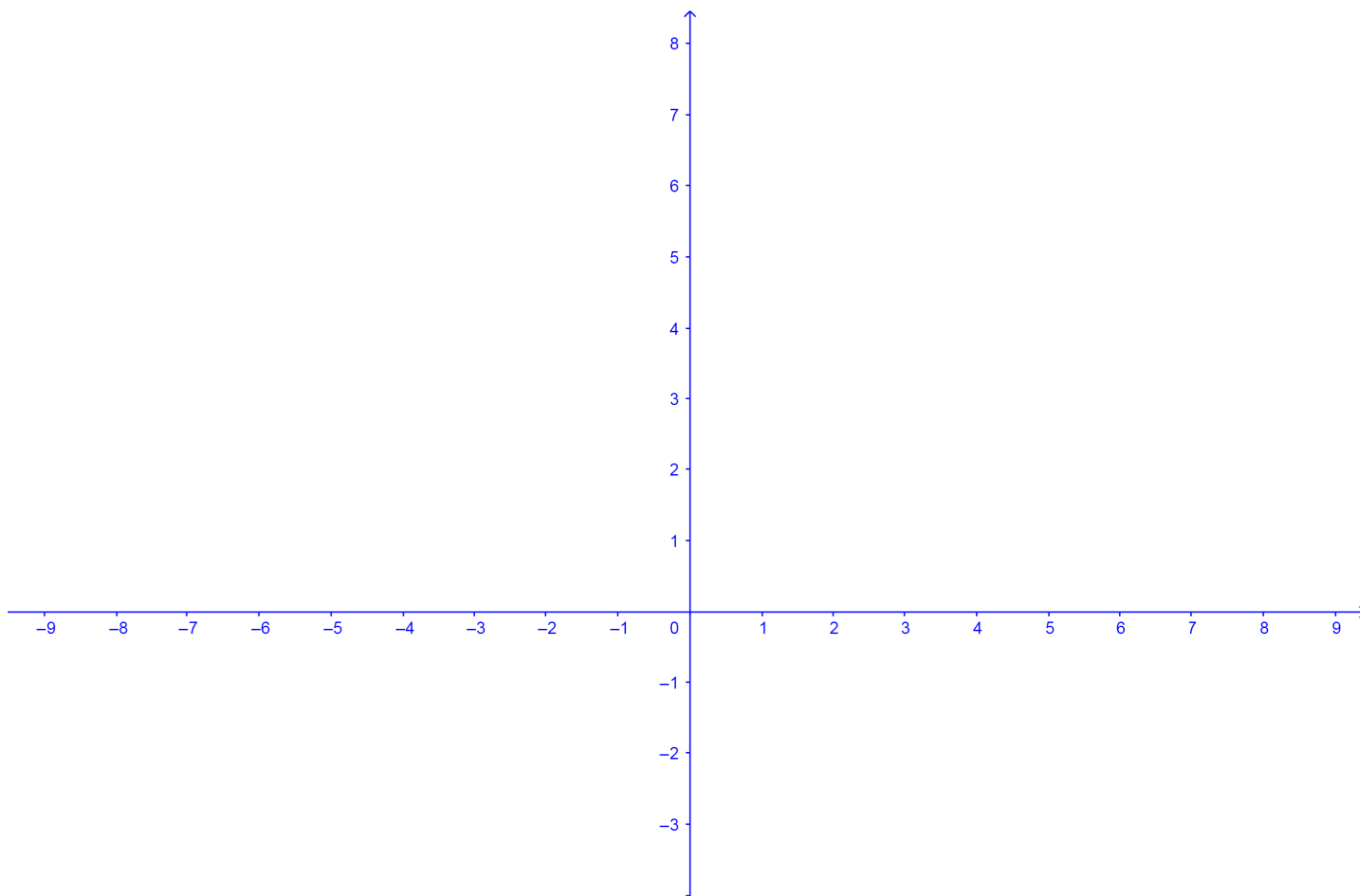
-
-
-
-



Bài 3 : Cho 2 hàm số $(P) : y = 2x^2$ và $(d) : y = 3x - 1$

- Vẽ đồ thị 2 hàm số trên cùng 1 mặt phẳng tọa độ
- Tìm tọa độ giao điểm của 2 đồ thị

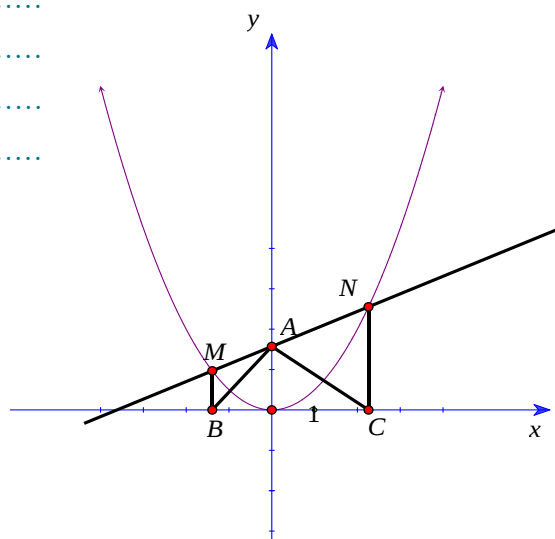
Lời giải :



- b.
-
-
-
-
-
-

Bài 4 : Cho hàm số $(P) y = (2a - 1)x^2$.

- Tìm a để hàm số đồng biến với mọi $x > 0$.
- Tìm a để hàm số nghịch biến với mọi $x > 0$.
- Xác định a để đồ thị hàm số đi qua điểm $A(1; 2)$.
- Vẽ đồ thị hàm số vừa tìm được.
- Tìm các điểm trên đồ thị có tung độ bằng 6.
- Tìm giao điểm của (P) và $(d) y = 5x - 3$
- Tìm các điểm trên đồ thị và cách đều hai trục tọa độ.



Lời giải :

a.

.....

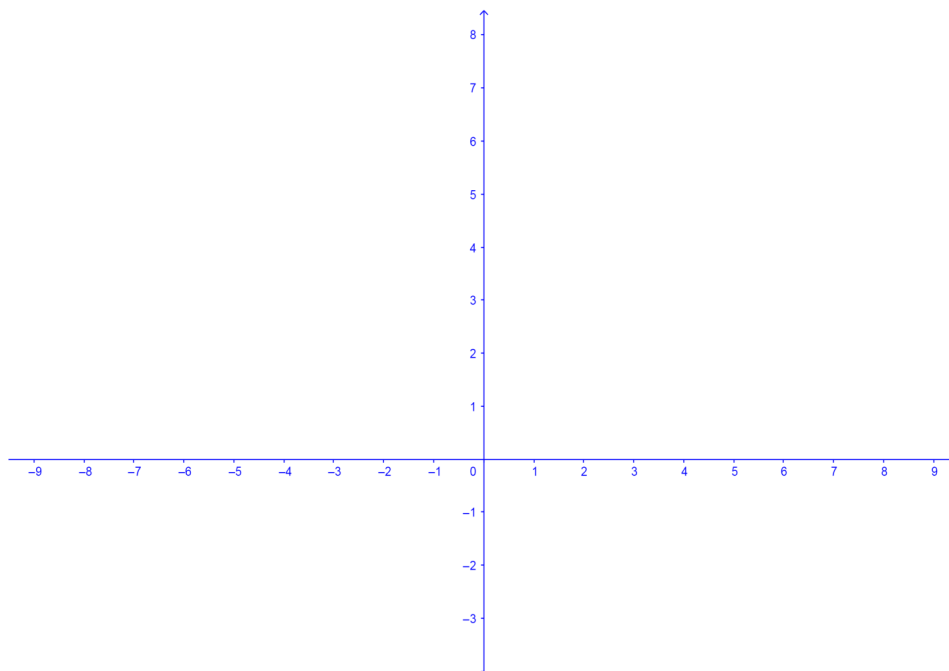
b.

.....

c.

.....

d.



e.

.....

.....

.....

f.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

g.

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Tri Thức Nâng

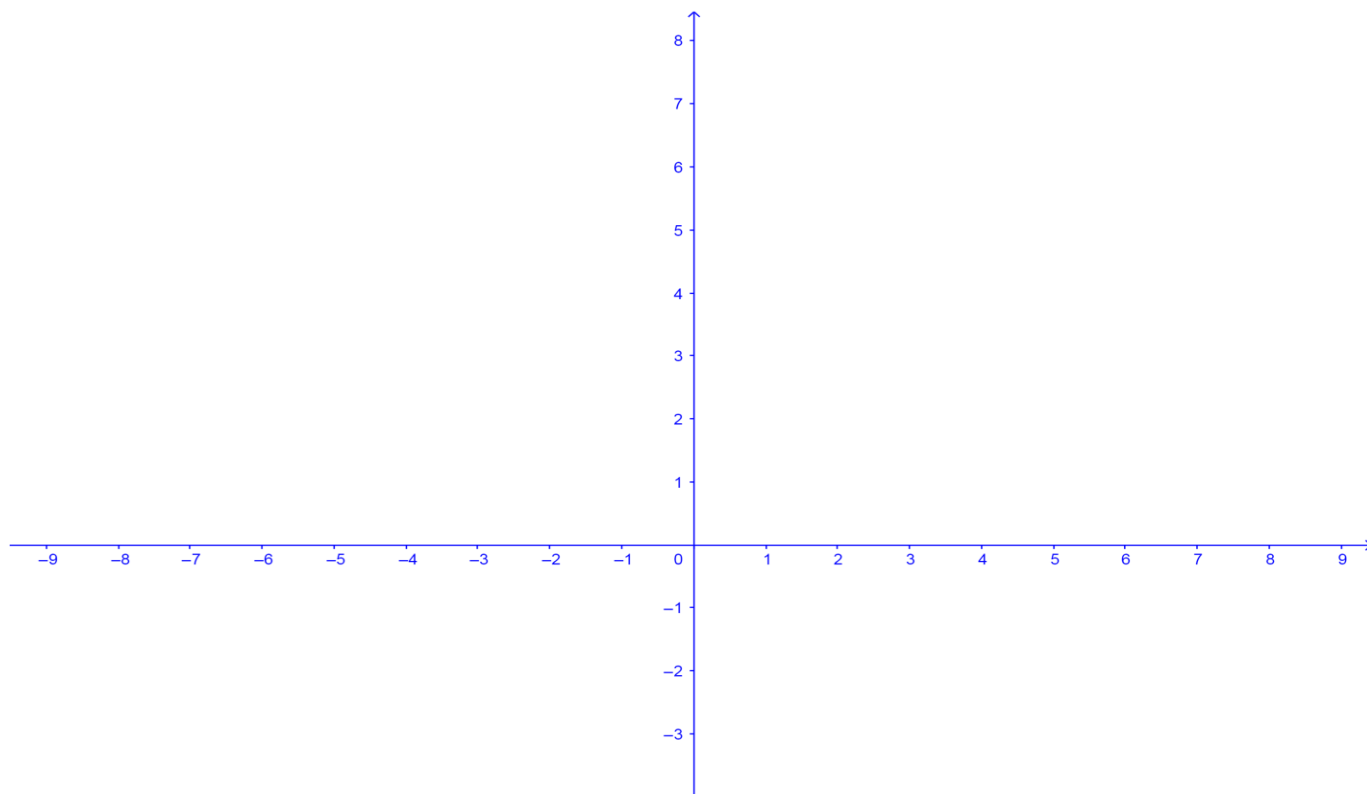
Bước Ước Mơ

Bài 5 : Cho hàm số $(P): y = (3a - 1)x^2$

- Xác định a biết rằng đồ thị hàm số cắt đường thẳng $(d): y = 3x + 1$ tại điểm A có hoành độ bằng 1.
- Hãy tìm trên (P) những điểm mà tung độ và hoành độ đối nhau.
- Với giá trị của a vừa tìm được, vẽ đồ thị 2 hàm số trên cùng mặt phẳng tọa độ
- Tìm tọa độ giao điểm của 2 đồ thị.
- Tìm hàm số $(d): y = ax + b$ biết rằng đồ thị của nó đi qua điểm $A(1; -2)$ và song song với (d) .

Lời giải :

-
.....
.....
.....
.....
.....
-
.....
.....
.....
.....
-



-

e.

Bài tập về nhà :

Bài 1 : Cho hàm số $y = (m^2 - 2m)x^2$. Tìm giá trị của m để:

- Hàm số đồng biến với mọi $x > 0$
- Hàm số nghịch biến với mọi $x > 0$
- Đồ thị đi qua điểm $A(2; -4)$
- Vẽ đồ thị với m vừa tìm được.
- Tìm giao điểm của đồ thị với đường thẳng $y = -3x + 2$

Bài 2 : Cho hàm số: $(P): y = ax^2$

- Tìm a để (P) là hàm số bậc 2.
- Tìm a để (P) cắt $(d): y = 3x - 5$ tại điểm có hoành độ bằng -2
- Vẽ đồ thị (P) và (d)

Bài 2 : Phương Trình Bậc Hai

I. Lí thuyết :

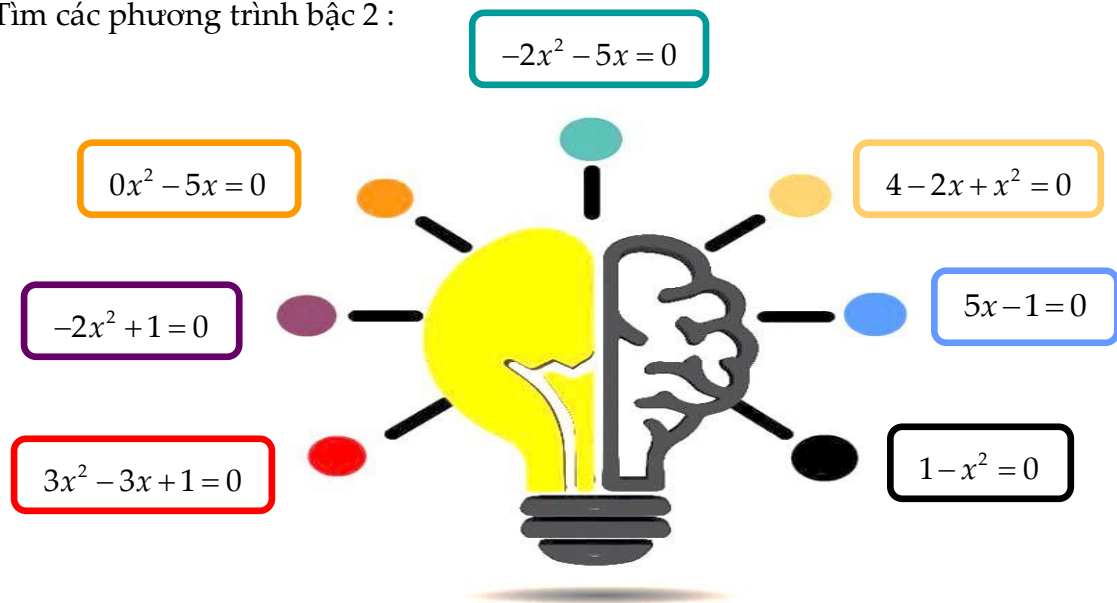
1. Định nghĩa: Phương trình bậc hai một ẩn là pt có dạng: $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$), trong đó x là ẩn; a, b, c là các số cho trước.

2. Cách giải :

Công thức nghiệm	Công thức nghiệm thu gọn
$\Delta = b^2 - 4ac$	$\Delta' = b'^2 - ac \quad (b = 2b')$
1 Nếu $\Delta > 0$ thì phương trình có 2 nghiệm phân biệt: $x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}; \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$	1 Nếu $\Delta' > 0$ thì phương trình có 2 nghiệm phân biệt: $x_1 = \frac{-b' + \sqrt{\Delta'}}{a}; \quad x_2 = \frac{-b' - \sqrt{\Delta'}}{a}$
2 Nếu $\Delta = 0$ thì phương trình có nghiệm kép: $x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a}$	2 Nếu $\Delta' = 0$ thì phương trình có nghiệm kép: $x_1 = x_2 = \frac{-b'}{a}$
3 Nếu $\Delta < 0$ thì phương trình vô nghiệm	3 Nếu $\Delta' < 0$ thì phương trình vô nghiệm

II. Bài tập :

Bài 1 : Tìm các phương trình bậc 2 :



Bài 2 : Giải các phương trình sau:

a. $5x^2 - 2x - 3 = 3(2x - 1) - 3$

.....

b. $2x^2 + 4x - 3 = x(x + 2)$

.....

$$c. 3x^2 - x + 3 = (2x + 1)(x + 1) - 3$$

$$d. 4x^2 + x - 2 = -2x(x + 1) - 10$$

$$e. 4x^2 + 2x - 3 = 2x(x - 1) - 3 + x^2$$

$$f. 5x^2 + x - 4(2x + 3) = x(x + 2) + 1$$

$$g. 5(2x - 3) = -2x(x + 2) + 3$$

$$h. -5x^2 + x(2x + 1) - 2 = -x(x - 2) - 3$$

Bài 3 : Tìm m để các phương trình sau :

$$1. 4x^2 - mx + m(2m + 1) = 0$$

$$2. -2x^2 - 4x - 3m(m + 2) = 0$$

a. Có nghiệm

a. Có nghiệm

b. Có 2 nghiệm phân biệt

b. Có 2 nghiệm phân biệt

c. Có nghiệm kép

c. Có nghiệm kép

d. Vô nghiệm

d. Vô nghiệm



Lời giải :

Lời giải :

Hệ số			
-------	--	--	--

Hệ số			
-------	--	--	--

$$\Delta' = b'^2 - ac = 4 - 6m(m + 2) = -6m^2 - 12m + 4$$

a.

b.

c.

d.

3. $4x^2 + 2mx + 1 = 0$

a. Có nghiệm

b. Có 2 nghiệm phân biệt

c. Có nghiệm kép

d. Vô nghiệm

Lời giải :

Hệ số			
-------	--	--	--

a.

a.

b.

c.

e.

4. $-x^2 + (3m + 1)x - 15 = 0$

a. Có nghiệm

b. Có 2 nghiệm phân biệt

c. Có nghiệm kép

d. Vô nghiệm

Lời giải :

Hệ số			
-------	--	--	--

a.

b.

.....

.....

.....

.....

C.

.....

.....

.....

.....

.....

[illegible]

b. _____

C.

d. _____

Bài 4 : Không giải phương trình hãy tìm nghiệm của các phương trình sau :

a. $x^2 - 3x + 2 = 0$

b. $3x^2 + x - 4 = 0$

c. $-3x^2 + 5x - 2 = 0$

d. $6x^2 + 5x - 1 = 0$

e. $x^2 + 2(m-5)x - 2m + 9 = 0$

f. $(m+2)x^2 + (m-1)x - 3 = 0$

Lời giải :

NHẨM NGHIỆM NHANH

1 Nếu phương trình $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ có :

$a+b+c=0$ thì pt có 2 nghiệm là: $x_1=1; x_2=\frac{c}{a}$

② Nếu phương trình $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ có :

$a-b+c=0$ thì pt có 2 nghiệm là: $x_1=-1; x_2=-\frac{c}{a}$

a.

.....

.....

.....

b.

.....

.....

.....

.....

C.

.....

.....

.....

.....

d.

.....

.....

.....

e.

f.

.....

.....

.....

Bài 5 : Cho phương trình : $x^2 - mx + m^2 - 4m + 4 = 0$ (1)

- Giải phương trình đã cho với $m = 2$
- Tìm m để phương trình (1) có nghiệm kép .
- Tìm giá trị của m để phương trình (1) có một nghiệm bằng 3 . Tìm nghiệm còn lại .

Lời giải :

-
-
-

Bài tập về nhà

Bài 1 : Giải các phương trình sau :

- | | |
|-------------------------|--------------------------|
| a. $x^2 + 10x - 11 = 0$ | b. $-3x^2 + 20x + 1 = 0$ |
| c. $-4x^2 + 6x + 7 = 0$ | d. $5x^2 - 7x + 3 = 0$ |
| e. $-7x^2 + 2x + 5 = 0$ | f. $7 - x + 2x^2 = 0$ |

Bài 2 : Cho phương trình : $3x^2 - 4mx + 2m - 2 = 0$ (1)

- Giải phương trình với $m = 1$
- Biện luận số nghiệm của phương trình
- Tìm m để phương trình (1) có nghiệm $x = 2$ và tìm nghiệm còn lại .

Bài 3 : Cho phương trình : $(m-1)x^2 - 3mx + m + 2 = 0$ (1)

- Biện luận số nghiệm của phương trình
- Tìm m để phương trình có nghiệm $x = 3$

Bài 3 : Tìm m và hệ thức vi ét

I. Lí thuyết :

① Cho phương trình : $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$. Tìm điều kiện để phương trình có 2 nghiệm :

Dấu nghiệm	x_1	x_2	$S = x_1 + x_2$	$P = x_1 \cdot x_2$	Δ	Điều kiện chung
Trái dấu	$\pm$	$\mp$		$P < 0$	$\Delta \geq 0$	$\Delta \geq 0 \quad P < 0$
Cùng dấu	$\pm$	$\pm$		$P > 0$	$\Delta \geq 0$	$\Delta \geq 0 \quad P > 0$
Cùng dương	+	+	$S > 0$	$P > 0$	$\Delta \geq 0$	$\Delta \geq 0 \quad S > 0 \quad P > 0$
Cùng âm	-	-	$S < 0$	$P > 0$	$\Delta \geq 0$	$\Delta \geq 0 \quad S < 0 \quad P > 0$

HỆ THỨC VIẾT

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \quad \text{và} \quad x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

Nếu $\Leftrightarrow ac < 0$ thì suy ra u, v là nghiệm của phương trình : $x^2 - Sx + P = 0$
(điều kiện để tồn tại u, v là $\Delta = S^2 - 4P \geq 0$)



II. Bài tập :

Bài 1 : Không giải phương trình hãy tính :

① Cho phương trình : $x^2 - 6x + 8 = 0$:

.....
.....
.....

a.

.....

b.

.....

c.

② Cho phương trình : $x^2 - 3x - 6 = 0$:

.....
.....
.....

a.

b.

.....

c.

.....

d.

d.

Bài 2 : Lập phương trình bậc 2 :

a. $x_1 = 2; x_2 = -1$

b. $x_1 = 1 + \sqrt{2}; x_2 = 1 - \sqrt{2}$

c. $x_1 = 5; x_2 = -2$

d. $x_1 = 3; x_2 = -\frac{1}{2}$

e. $x_1 = -\frac{1}{4}; x_2 = \frac{2}{3}$

Lời giải :

a.

b.

c.

d.

e.

Một số công thức nhanh :

① $x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2$

② $(x_1 - x_2)^2 = (x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2$

③ $x_1^3 + x_2^3 = (x_1 + x_2)^3 - 3x_1x_2(x_1 + x_2)$

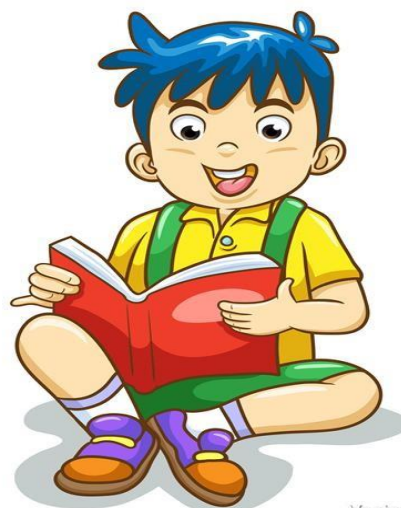
④ $x_1^4 + x_2^4 = (x_1^2 + x_2^2)^2 - 2x_1^2x_2^2$

⑤ $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_1 + x_2}{x_1x_2} \quad (x_1, x_2 \neq 0)$

⑥ $\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2} = \frac{(x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2}{x_1^2 \cdot x_2^2}$

⑦ $(\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2})^2 = x_1 + x_2 + 2\sqrt{x_1x_2} \quad (x_1, x_2 \geq 0)$

⑧ $\left(\frac{1}{\sqrt{x_1}} + \frac{1}{\sqrt{x_2}}\right)^2 = \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{\sqrt{x_1x_2}} \quad (x_1, x_2 > 0)$

vector8.com
design for everyone

.....

Bài 3 : Cho phương trình : $x^2 - (m+3)x + m^2 + 2m - 3 = 0$

- Giải phương trình với $m=2$
- Tìm m để phương trình có một nghiệm bằng 2 . Tìm nghiệm còn lại .
- Phương trình có 2 nghiệm $x_1; x_2$. Tìm m thỏa mãn : $x_1^2 + x_2^2 = -2$
- Định m để phương trình có nghiệm này bằng 3 nghiệm kia .

Lời giải :

a.

.....

.....

.....

[illegible][illegible]

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 4: Cho phương trình : $x^2 - 5x + m - 2 = 0$

- Giải phương trình với $m = 1$
- Tìm m để phương trình có 2 nghiệm phân biệt trái dấu .
- Tìm m để phương trình có 2 nghiệm thỏa mãn : $x_1^2 + x_2^2 + x_1^2 x_2 + x_1 x_2^2 = 12$

Phương trình có 2 nghiệm
trái dấu $\Leftrightarrow ac < 0$

Lời giải :

-
-
-

Bài tập về nhà

Bài 1 : Không giải phương trình : $x^2 - 7x + 3 = 0$. hãy tính giá trị của biểu thức nghiệm :

- a. $x_1^2 + x_2^2$
- b. $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$
- c. $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1}$
- d. $(x_1 + x_2)^2$
- e. $\frac{1-x_1}{x_1} + \frac{1-x_2}{x_2}$
- f. $\frac{x_1}{x_2+1} + \frac{x_2}{x_1+1}$

Bài 2 : Lập phương trình bậc 2 :

- a. $x_1 = 8; x_2 = -10$
- b. $x_1 = 2; x_2 = 5$
- c. $x_1 = -4; x_2 = -9$
- d. $x_1 = 3; x_2 = \frac{1}{4}$
- e. $x_1 = \frac{1}{4}; x_2 = -\frac{3}{2}$

Bài 3 : Cho phương trình $x^2 - 3x + m - 2 = 0$

- a. Giải phương trình với $m = 1$
- b. Tìm m để phương trình có 2 nghiệm cùng dương
- c. Tìm m để phương trình có 2 nghiệm phân biệt thỏa mãn : $x_1 - 2x_2 = 5$
- d. Tìm m để phương trình có 2 nghiệm phân biệt đều lớn hơn 1
- e. Tìm m để phương trình có 2 nghiệm phân biệt thỏa mãn : $\frac{1}{x_1-2} + \frac{1}{x_2-2} = \frac{2}{3}$

Bài 4 : Tìm m thỏa mãn điều kiện cho trước

Bài 1 : Cho phương trình : $x^2 - 3mx + 4 - 2m = 0$

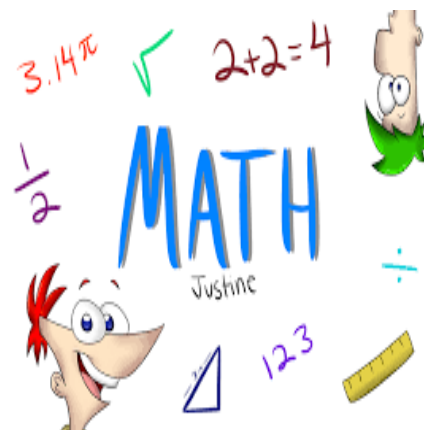
- Tìm m để phương trình có 2 nghiệm phân biệt trái dấu .
- Tìm m để phương trình có 2 nghiệm thỏa mãn : $\sqrt{x_1 + 1} + \sqrt{x_2 + 1} = 3$ với $x_1 \geq 0; x_2 \geq 0$
- Tìm m để phương trình có 2 nghiệm phân biệt thỏa mãn : $x_1^2 + 2x_2 = 6m + 3$
- Tìm m để phương trình có 2 nghiệm phân biệt thỏa mãn : $x_1 > 1; x_2 > 1$
- Tìm hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm độc lập với m

Lời giải :

a.

b.

c.



d.

e.

Bài 2 : Cho phương trình : $x^2 - (2m - 1)x + 2 - m = 0$



- Tìm m để phương trình có nghiệm .
- Tìm hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm độc lập với m
- Tìm m để phương trình có 2 nghiệm là độ dài 2 cạnh của tam giác vuông có độ dài cạnh huyền là 5
- Tìm m để phương trình có 2 nghiệm phân biệt thỏa mãn : $\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2} = 4$ với $x_1 \geq 0; x_2 \geq 0$

Lời giải :

a.

b.

c.

d.



Bài 3 : Cho phương trình : $2x^2 - (m+1)x + 2m = 0$

- Giải phương trình với $m = -3$
- Tìm m để phương trình có 2 nghiệm thỏa mãn : $A = x_1^2 + x_2^2$ đạt giá trị nhỏ nhất .
- Tìm m để phương trình có 2 nghiệm phân biệt thỏa mãn : $x_1 + x_2 \leq 4x_1x_2 - 3m + 1$
- Tìm m để phương trình có 2 nghiệm phân biệt thỏa mãn : $x_1 - 2x_2 = 3$

Lời giải :

a.

b.

C.

d.

Bài tập về nhà :

Bài 1 : Cho phương trình : $x^2 - (2m + 1)x + m = 0$

- a. Giải phương trình với $m = -2$
- b. Tìm m để phương trình có 2 nghiệm phân biệt thỏa mãn : $S = \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$ là một số nguyên .
- c. Tìm m để phương trình có 2 nghiệm phân biệt thỏa mãn : $x_1^2 + x_2^2 = -3x_1x_2$
- d. Tìm m để phương trình có 2 nghiệm phân biệt thỏa mãn : $2x_1 + 3x_2 = 0$

Bài 2 : Cho phương trình : $x^2 + (m-2)x - 2m = 0$

- Tìm m để phương trình có 2 nghiệm phân biệt nằm về 2 phía trục tung .
- Tìm m để phương trình có 2 nghiệm phân biệt thỏa mãn : $3x_1x_2 - (x_1^2 + x_2^2) + 2m = 0$
- Tìm m để phương trình có 2 nghiệm phân biệt thỏa mãn : $x_1^2 + 2x_2^2$ đạt giá trị nhỏ nhất
- Tìm m để phương trình có 2 nghiệm phân biệt thỏa mãn : $x_1 > 2; x_2 < 3$

Bài 5 : Bài tập giao điểm

I. Lí thuyết :

Cho phương trình đường thẳng $(d): y = ax + b$ và phương trình $(P): y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$)



II. Bài tập :

Bài 1 : Cho parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $(d): y = mx - 2$.

- a. Với $m = -3$. Tìm tọa độ giao điểm của (d) và (P) .
- b. Tìm giá trị của m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn $-x_1 + 2x_2 = 0$.

Lời giải :

Bài 2 : Cho phương trình $(d) : y = (m+1)x - m$ (m là tham số) và $(P) : y = \frac{1}{2}x^2$

- a.** Tìm m để đường thẳng (d) cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 3
- b.** Tìm m để đường thẳng d cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn $\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2} = \sqrt{2}$

Lời giải :

a.

.....

.....

b.

.....

.....

.....

.....

.....



Bài 3 : Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho Parabol $(P) : y = x^2$ và đường thẳng $(d) : y = 2mx - 2m + 1$

- a. Với $m = 2$. Hãy tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d) .
- b. Tìm m để (d) và (P) cắt nhau tại 2 điểm phân biệt : $A(x_1; y_1); B(x_2; y_2)$ sao cho tổng các tung độ của hai giao điểm bằng 2 .

Lời giải :

a.

.....

.....

.....

b.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 4 : Cho parabol $(P): y = \frac{-x^2}{4}$ và đường thẳng $(d) : y = mx - 2m - 1$

- Tìm giao điểm của (P) và (d) khi $m = -2$
- Tìm m để (P) và (d) tiếp xúc
- Chứng tỏ rằng (d) luôn đi qua một điểm cố định A thuộc (P)

Lời giải :



-
-
-

Bài 5 : Cho parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $(d): y = -2mx - 4m$ (m là tham số)

- Tìm m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt A, B .
- Gọi x_1, x_2 là hoành độ của A, B . Tìm m để $|x_1| + |x_2| = 3$.

Lời giải :

-

b.

Bài tập về nhà

Bài 1 : Cho parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $(d): y = (2m+1)x + 2m$ (x là ẩn, m là tham số)

- Khi $m = -2$. Xác định tọa độ giao điểm của (d) và (P) .
- Tìm m để (d) và (P) cắt nhau tại hai điểm phân biệt $A(x_1; y_1); B(x_2; y_2)$. Sao cho biểu thức $T = x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Bài 2 : Cho hai hàm số: $y = 2x + 3$ và $y = \frac{-1}{2}x - 2$

- Vẽ đồ thị hai hàm số trên cùng một mặt phẳng tọa độ.
- Tìm tọa độ giao điểm C của hai đồ thị trên.
- Tính diện tích tam giác ABC biết A, B lần lượt là giao điểm của hai đường thẳng trên với trục tung.

Bài 3 : Cho phương trình: $x^2 - 2(m-1)x + m - 3 = 0$ (1)

- Giải phương trình (1) với $m = 2$
- Tìm m để phương trình (1) có 2 nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 < 2 < x_2$.

Bài 4 : Cho đường thẳng $(d): y = mx + 2$ và Parabol $(P): y = \frac{x^2}{2}$

- Chứng minh rằng (P) và (d) luôn cắt nhau tại hai điểm phân biệt A, B ;
- Gọi giao điểm của đường thẳng d và trục tung là G . Gọi H và K là hình chiếu của A và B trên trục hoành. Tìm m để diện tích tam giác GKD bằng 4.

Bài 5 : Trên mặt phẳng tọa độ Oxy cho parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng (d)

$y = 2mx - m^2 + m$. Tìm giá trị m để đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn: $\sqrt{x_1} = \sqrt{3x_2}$

GV: Đỗ Văn Đạt

Bài 3 : Cho Parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $(d): y = mx + \frac{1}{2}$. Gọi C, D lần lượt là hình chiếu vuông góc của A và B trên trục hoành. Tìm m để độ dài CD bằng 2.

Lời giải :

Bài 4 : Cho parabol (P) $y = \frac{1}{2}x^2$ và đường thẳng (d) $y = mx + 2$

- a. Chứng minh đường thẳng (d) luôn cắt parabol (P) tại 2 điểm phân biệt $M(x_1, y_1)$ và $N(x_2, y_2)$ với mọi m
- b. Gọi giao điểm của (d) với Oy là A, gọi B và C lần lượt là hình chiếu của M, N trên trục hoành. Chứng minh $\triangle ABC$ vuông tại A

b. Gọi giao điểm của (d) với Oy là A, gọi B và C lần lượt là hình chiếu của M, N trên trục hoành. Chứng minh $\triangle ABC$ vuông tại A

Lời giải :

Muốn làm tốt dạng này :
HS PHẢI VẼ HÌNH

Bài 5 : Cho parabol $(P): y = \frac{1}{2}x^2$ và đường thẳng $(d): y = (m-2)x + 2$. Tìm m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt $A(x_1; y_1); B(x_2; y_2)$ thỏa mãn:

- $y_1 + y_2 = 4$
- Diện tích tam giác OAB bằng $2\sqrt{5}$ (đvdt)

Lời giải :



Bài tập về nhà

Bài 1 : Cho parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $(d): y = 2(m-1)x + m^2 + 2m$

- a. Chứng minh rằng đường thẳng (d) luôn cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt A, B?
- b. Gọi H và K lần lượt là hình chiếu của A và B trên trục hoành. Tìm m sao cho:

$$OH^2 + OK^2 = 6$$

Bài 2 : Trên mặt phẳng tọa độ Oxy cho Parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng

$(d): y = (m+1)x - m + 4$. Tìm m để đường thẳng (d) cắt (P) tại 2 điểm có hoành độ $x_1; x_2$ là các kích thước của một hình chữ nhật có độ dài đường chéo bằng 6.

Bài 3 : Cho parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $(d): y = 2x + m$ (với m là tham số) trong mặt phẳng tọa độ Oxy

- a. Tìm m để (d) tiếp xúc với (P) .
- b. Tìm m sao cho đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt $A(x_1; y_1)$ và $B(x_2; y_2)$ thỏa mãn $(1+y_1)(1+y_2) = 8$

Bài 4 : Cho phương trình $x^2 + 4x - m^2 + 4 = 0$ (x là ẩn số). Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_2 = x_1^3 + 4x_1^2$.

Bài 5 : Cho Parabol $(P): y = -2x^2$ ($a \neq 0$) và đường thẳng $(d): y = 2x + 4m - 4$. Tìm m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ $x_1; x_2$ thỏa mãn điều kiện $x_1^2 = x_2 + 3$.

Bài 6 : Cho phương trình $x^3 - mx - 2(m-4) = 0$. Tìm m để phương trình có 3 nghiệm phân biệt x_1, x_2, x_3 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_1x_2x_3 = 25$

Bài 7 : Tổng hợp đề thi vào 10

Bài 1 : Năm học 2008 – 2009

Trên trục tọa độ Oxy , cho Parabol (P) có phương trình là : $y = \frac{1}{4}x^2$ và đường thẳng (d) có phương trình : $y = mx + 1$

- Chứng minh rằng với mọi giá trị của m đường thẳng (d) luôn cắt Parabol (P) tại hai điểm phân biệt .
- Gọi A , B là hai giao điểm của (d) và (P) . Tính diện tích ΔAOB theo m (O là gốc tọa độ)

Lời giải :

- a. • **Vẽ hình**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

- b.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

...

.....

...

.....

...

.....

...

.....

...

.....

...

.....



Bài 2 : Năm học 2009 – 2010

Cho phương trình (ẩn x): $x^2 - 2(m+1)x + m^2 + 2 = 0$

- a. Giải phương trình đã cho khi $m = 1$
- b. Tìm giá trị của m để phương trình đã cho có hai nghiệm $x_1; x_2$ thoả mãn: $x_1^2 + x_2^2 = 10$



Lời giải :

Bài 3 : Năm học 2010 – 2011 : Cho parabol $(P) : y = -x^2$ và đường thẳng $(d) : y = mx - 1$

- a. Chứng minh rằng với mọi giá trị của m thì đường thẳng (d) luôn cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt.
- b. Gọi x_1, x_2 lần lượt là hoành độ các giao điểm của đường thẳng (d) và parabol (P) . Tìm giá trị của m để: $x_1^2 x_2 + x_2^2 x_1 - x_1 x_2 = 3$

Lời giải :

Bài 4 : Năm học 2011 – 2012 : Cho Parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $(d): y = 2x - m^2 + 9$

- a. Tìm tọa độ các giao điểm của Parabol (P) và đường thẳng (d) khi $m=1$.
- b. Tìm m để đường thẳng (d) cắt Parabol (P) tại hai điểm nằm về hai phía của trục tung.

Lời giải :

- a.
-
-
-
-
-
- b.
-
-
-
-
-

Bài 5 : Năm học 2012 – 2013 : Cho phương trình: $x^2 - (4m-1)x + 3m^2 - 2m = 0$ (ẩn x). Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1; x_2$ thỏa mãn điều kiện : $x_1^2 + x_2^2 = 7$

Lời giải :

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 6 : Năm học 2013 - 2014

Cho parabol (P) : $y = \frac{1}{2}x^2$ và đường thẳng (d) : $y = mx - \frac{1}{2}m^2 + m + 1$

- a. Với $m=1$, xác định tọa độ các giao điểm A, B của (d) và (P) .
- b. Tìm các giá trị của m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 sao cho :
- $$|x_1 - x_2| = 2$$

Lời giải :

- a.



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

b.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 7 : Năm học 2014 - 2015

Trên mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng $(d): y = -x + 6$ và parabol $(P): y = x^2$

- Tìm tọa độ các giao điểm của (d) và (P) .
- Gọi A, B là hai giao điểm của (d) và (P) . Tính diện tích tam giác OAB .

Lời giải :

a.

.....

.....

.....

b.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 8 : Năm học 2015 – 2016 : Cho phương trình $x^2 - (m+5)x + 3m+6 = 0$ (x là ẩn số)

- a. Chứng minh phương trình luôn có nghiệm với mọi số thực m
- b. Tìm m để phương trình có hai nghiệm $x_1; x_2$ là độ dài hai cạnh góc vuông của một tam giác vuông có độ dài cạnh huyền bằng 5.

Lời giải :

- a.
- b.



Bài 9 : Năm học 2016 - 2017

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng $(d) : y = 3x + m^2 - 1$ và parabol $(P) : y = x^2$

- a. Chứng minh (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt với mọi m .
- b. Gọi $x_1; x_2$ là hoành độ các giao điểm của (d) và (P) . Tìm m để $(x_1 + 1)(x_2 + 1) = 1$

Lời giải :

- a.
- b.



a.

.....

.....

.....

.....

.....

[illegible]

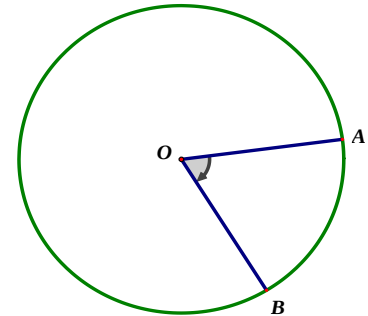
CHƯƠNG 3 : Góc và đường tròn

Bài 1 : Góc ở tâm - Số đo cung

I. Lí thuyết

1 Góc ở tâm

- Góc ở tâm** là góc có đỉnh trùng với tâm đường tròn
- Nếu $0^\circ < \alpha < 180^\circ$ thì cung nằm bên trong góc gọi là **cung nhỏ**, cung nằm bên ngoài góc gọi là **cung lớn**.
- Nếu $\alpha = 180^\circ$ thì mỗi cung là một nửa đường tròn.
- Kí hiệu cung AB là $\widehat{AB}$.



2 Số đo cung

- Số đo của cung AB được kí hiệu là $sđ \widehat{AB}$.
- Số đo của cung nhỏ bằng số đo của góc ở tâm chắn cung đó.
- Số đo của cung lớn bằng **hiệu** giữa 360° và số đo của cung nhỏ (có chung 2 mút với cung lớn).
- Số đo của nửa đường tròn bằng 180° . Cung cả đường tròn có số đo 360° .
- Đặc biệt** : Cung không có số đo 0° (cung có 2 mút trùng nhau).

3 So sánh hai cung

Trong một đường tròn hay hai đường tròn bằng nhau:

- Hai cung bằng nhau nếu chúng có số đo bằng nhau.
- Trong hai cung, cung nào có số đo lớn hơn thì cung lớn hơn.



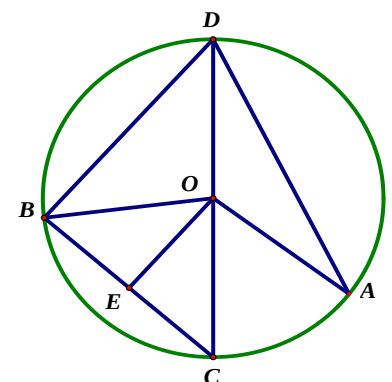
4 Định lí :

Nếu C là một điểm nằm trên cung AB thì $sđ \widehat{AB} = sđ \widehat{AC} + sđ \widehat{CB}$.

II . Bài tập :

Bài 1 : Kể tên một số góc ở tâm, cung và dây :

Cung						
Góc ở tâm						
Dây						



Bài 2 : Cho đường tròn $(O; R)$ và dây AB . Tính số đo của góc ở tâm tạo bởi cung AB nhỏ trong các trường hợp sau :

a. Dây $AB = \sqrt{3}R$

b. Khoảng cách từ O đến dây AB là $\frac{\sqrt{2}}{2}R$

Lời giải :

• Vẽ hình :

a.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

b.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 3 : Cho đường tròn $(O; R)$, vẽ hai tiếp tuyến tại A và B cắt nhau tại C . Biết $\angle ACB = 80^\circ$.

a. Tính số đo của góc ở tâm AOB .

b. Tính số đo mỗi cung AB (cung lớn và cung nhỏ).

Lời giải :

• Vẽ hình :

a.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 4 : Cho ΔABC đều. Gọi O là tâm đường tròn đi qua 3 điểm A, B, C .

- Tính số đo các góc ở tâm $AOB; BOC; COA$
- So sánh các cung nhỏ AB, AC, BC

Lời giải :

• Vẽ hình :

a.

.....

.....

.....

.....

.....

b.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 5 : Cho đường tròn (O) và dây AB . M là điểm chính giữa cung AB . Vẽ dây MC cắt AB tại D . Vẽ đường vuông góc với AB tại D cắt OC tại K .

- Chứng minh $KD \parallel OM$
- Chứng minh ΔKCD cân.

Lời giải :

• Vẽ hình :

a.

.....

.....

.....

.....

.....

b.

[illegible]

Bài 6 : Cho hai đường tròn bằng nhau $(O); (O')$ cắt nhau tại A , B . Kẻ các đường kính AOC và A'O'D . Gọi E là giao điểm thứ hai của đường thẳng AC với (O') . Chứng minh :

- C, B, D thẳng hàng
- Cung nhỏ $CB; BD$
- B là điểm chính giữa cung EBD



Lời giải :

- **Vẽ hình :**

a.

[illegible]

b.

.....

.....

.....

.....

.....

c.

.....

.....

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Bài tập về nhà :

Bài 1 : Cho đường tròn $(O; R)$, vẽ hai tiếp tuyến tại A và B cắt nhau tại C . Tính số đo góc ở tâm AOB , số đo cung nhỏ AB và cung lớn AB. Biết:

a. $OC = \sqrt{2}R$

b. $BC = \sqrt{3}R$

Bài 2 : Cho tam giác đều ABC . Gọi O là trung điểm của BC . vẽ nửa đường tròn $(O; OB)$ cắt AB tại D và AC tại E.

a. Tính góc BOD

b. So sánh các cung BD ; DE và EC.

Bài 3 : Cho tam giác ABC vuông tại A có $\angle ABC = 30^\circ$. Gọi I là trung điểm của BC . Vẽ đường tròn (I, IB) .

a. Tính số đo cung AB nhỏ .

b. So sánh cung AB nhỏ và AC nhỏ .

Bài 2 : Liên hệ giữa cung và dây

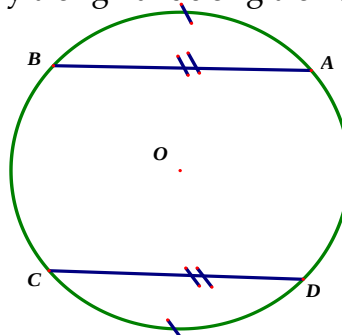
I. Lý thuyết

① **Định lý 1 :** Với hai cung nhỏ trong một đường tròn hay trong hai đường tròn bằng nhau:

- Hai cung bằng nhau căng hai dây bằng nhau.
- Hai dây bằng nhau căng hai cung bằng nhau.

Ví Dụ : $AB = CD \Rightarrow \widehat{AB} = \widehat{CD}$

$\widehat{AB} = \widehat{CD} \Rightarrow AB = CD$



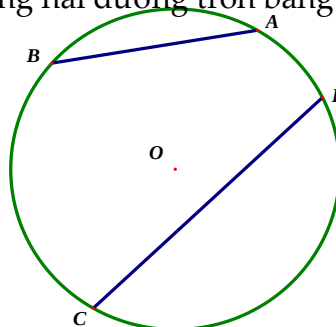
② **Định lý 2 :**

Với hai cung nhỏ trong một đường tròn hay trong hai đường tròn bằng nhau:

- Cung lớn hơn căng dây lớn hơn.
- Dây lớn hơn căng cung lớn hơn.

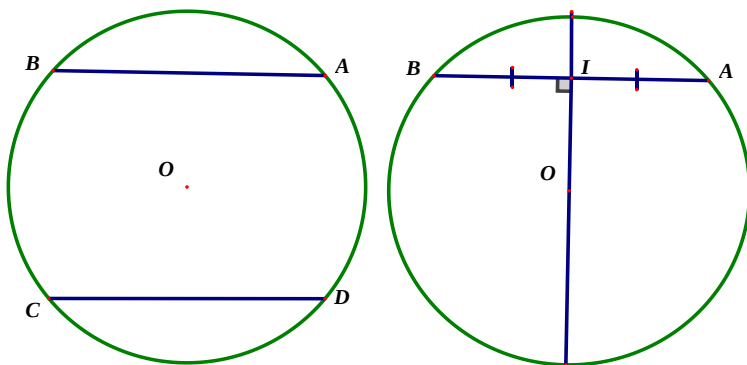
Ví Dụ : $\widehat{AB} < \widehat{CD} \Rightarrow AB < CD$

$AB < CD \Rightarrow \widehat{AB} < \widehat{CD}$



③ **Bổ sung :**

- Trong một đường tròn, hai cung bị chắn giữa hai dây song song thì bằng nhau.
- Trong một đường tròn, đường kính đi qua điểm chính giữa của một cung thì đi qua trung điểm của dây căng cung ấy.
- Trong một đường tròn, đường kính đi qua trung điểm của một dây (không đi qua tâm) thì đi qua điểm chính giữa của cung bị căng bởi dây ấy.
- Trong một đường tròn, đường kính đi qua điểm chính giữa của một cung thì vuông góc với dây căng cung ấy và ngược lại.



Ví Dụ : $AB \parallel CD \Rightarrow \widehat{AD} = \widehat{BC}$ $OI \perp AB \Leftrightarrow IB = IA$



II . Bài tập :

Bài 1 : Cho tam giác ABC nhọn nội tiếp trong đường tròn (O) . Biết $A = 70^\circ$; $B = 80^\circ$. Hãy so sánh các cung nhỏ AB, AC và BC.

Lời giải :

• **Vẽ hình :**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 2 : cho nửa đường tròn (O, R) . hai dây cung AB và CD song song với nhau có độ dài lần lượt là 40 cm , 30 cm và khoảng cách giữa hai dây là 35 cm.

a. Tính bán kính đường tròn

b. Tính độ dài cung nhỏ AC và cung nhỏ BD . Từ đó suy ra điều gì

Lời giải :

• **Vẽ hình**

a.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

b.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 3 : Cho $\triangle ABC$ có $(AB > AC)$. Trên cạnh AB lấy một điểm D sao cho $AD = AC$. Vẽ $(O; R)$ ngoại tiếp $\triangle DBC$. Từ O lần lượt hạ các đường vuông góc OH ,OK xuống BC và BD $(H \in BC, K \in BD)$.

- Chứng minh : $BC > BD$
- So sánh $OH; OK$. Từ đó suy ra cung nhỏ BD < cung nhỏ BC.
- Nếu dây $BC = \sqrt{2}R; \angle BOK = 30^\circ$. Hãy tính các khoảng cách từ tâm O đến dây BC và BD .

Lời giải :

- Hình vẽ :

[illegible]

Bài 3 : Góc nội tiếp

I. Lý thuyết :

1 Định nghĩa

Góc nội tiếp là góc có đỉnh nằm trên đường tròn và hai cạnh chứa hai dây cung của đường tròn đó. Cung nằm bên trong góc là **cung bị chắn**.

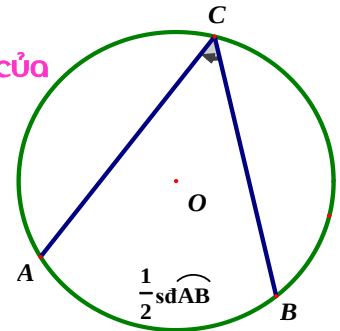
2 Định lý

Trong một đường tròn, số đo của góc nội tiếp bằng nửa số đo của cung bị chắn.

3 Hệ quả

Trong một đường tròn:

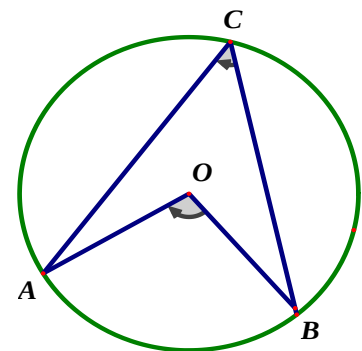
- Các góc nội tiếp bằng nhau chắn các cung bằng nhau.
- Các góc nội tiếp cùng chắn một cung hoặc chắn các cung bằng nhau thì bằng nhau.
- Góc nội tiếp (nhỏ hơn hoặc bằng 90°) có số đo bằng nửa số đo của góc ở tâm cùng chắn một cung.
- Góc nội tiếp chắn nửa đường tròn là góc vuông.



II. Bài tập

Bài 1 : Hoàn thành bảng sau :

AB	45°		60°			
AOB				28°		58°
ACB		40°			24°	



Bài 2 : Cho nửa đường tròn (O) đường kính AB và C là điểm thuộc đường tròn sao cho cung AC bằng 30° .

- Chứng minh : $\angle CAB = 3\angle CBA$
- Gọi M, N lần lượt là điểm chính giữa của các cung AC và BC. Hai dây AN và BM cắt nhau tại I. Chứng minh rằng tia CI là tia phân giác của $\angle ACB$.

Lời giải :

- **Vẽ hình :**

[illegible]

b.

[illegible]

Bài 3 : Cho đường tròn (O) và hai dây AB, AC bằng nhau. Dây AE cắt dây BC ở D và cắt (O) ở E. Đường cao AH cắt đường tròn (o) tại M, đường cao BK cắt đường tròn (o) ở N.

- a. $CM = CN$
- b. $AB^2 = AD.AE$
- c. AC phân giác của $\angle MAN$
- d. $AD.AE = AH.AM$



- **Vẽ hình :**

Lời giải :

a.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

b.

c.

d.

Bài 4 : Cho ΔABC đều nội tiếp đường tròn $(O; R)$, M là một điểm trên cung nhỏ BC , MA cắt BC tại D . Trên AM lấy N sao cho $MB = MN$. Chứng minh :

a. ΔMBN đều

b. $BN \parallel MC$

c. $AB^2 = AD \cdot AM$

d. $MA = MB + MC$

e. $MA + MB + MC \leq 4R.$

f. $\frac{1}{MD} = \frac{1}{MB} + \frac{1}{MC}$

Lời giải :

• Vẽ hình

a.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

b.

.....

.....

.....

.....

.....

c.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

d.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

e.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

f.

Bài tập về nhà

Bài 1 : Cho đường tròn tâm O , đường kính AB Trên đường tròn (O) lấy điểm C sao cho

$BC > AC$ Kẻ CH vuông góc với AB tại H

- Nếu $AH = 8cm, AC = 20cm$. Tính bán kính (O) và khoảng cách từ O đến CD
- Tiếp tuyến tại C của (O) cắt AB tại M , CH cắt (O) tại điểm thứ 2 là D . Chứng minh : MD là tiếp tuyến của (O) và $HA.HB = HO.HM$
- Chứng minh : $\frac{1}{AM} + \frac{1}{OB} = \frac{1}{AH}$

Bài 2 : Cho tam giác ABC cân tại A và có góc $B = 70^\circ$. Nửa đường tròn đường kính AC cắt AB tại D và BC tại E . So sánh số đo các cung AD, DE và EC .

Bài 3 : cho tam giác ABC vuông tại A có $\angle BCA = 30^\circ$. Đường tròn đường kính AB cắt cạnh BC tại M . Trên cung nhỏ AM lấy điểm E , kéo dài BE cắt AC tại F

- $\angle BEM = \angle ACB$
- Tính số đo cung BM .
- Gọi K là giao điểm của ME và AC . Chứng minh $\triangle KAM \sim \triangle KEA$.

Bài 4 : Góc tạo bởi tiếp tuyến và dây

I. Lí thuyết :

01

Định lí :

Số đo của góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung **bằng nửa số đo** của cung bị chắn.

02

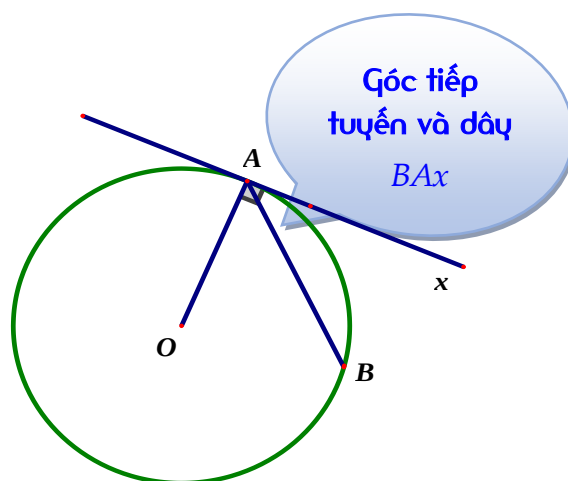
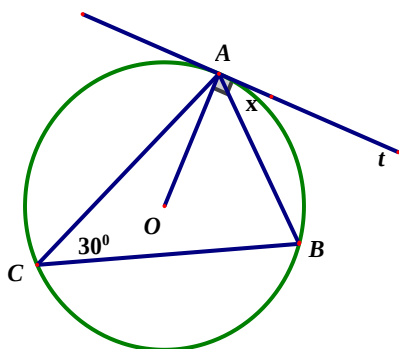
Hệ quả :

Trong một đường tròn, góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung và góc nội tiếp cùng chắn một cung thì bằng nhau.

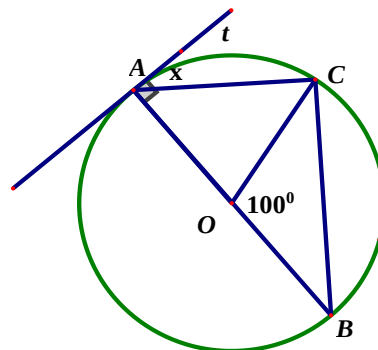
II. Bài tập :

Bài 1 : Tìm x trong các hình sau :

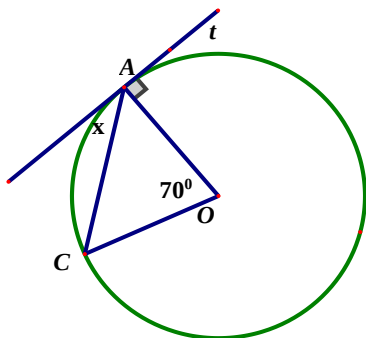
a.



c.



b.



Bài 2 : Cho ΔABC vuông tại A có $\angle ACB = 60^\circ$. Đường tròn đường kính AB cắt BC ở D. Tiếp tuyến tại D cắt AC ở P.

- Tính góc $\angle ADP$
- Chứng minh : P là trung điểm của AC

Lời giải :

• **Vẽ hình**

a.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

b.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

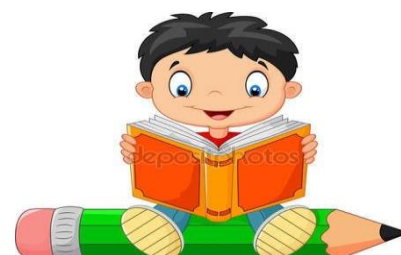
.....

Bài 3 : Cho đường tròn (O, R) có hai đường kính AB và CD vuông góc. Gọi I là điểm trên cung AC sao cho khi vẽ tiếp tuyến qua I và cắt DC kéo dài tại M thì $IC = CM$. và $\angle CMI = 30^\circ$

- Tính $\angle CIO$.
- Tính độ dài cung nhỏ ID

Lời giải :

a.



• **Vẽ hình**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

b.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 4 : Lấy điểm C nằm giữa đoạn thẳng AB sao cho $AC < CB$. Vẽ hai tia Ax và By vuông góc với AB tại A và B . Lấy I thuộc tia Ax và vẽ đường tròn đường kính IC . Vẽ đường thẳng vuông góc CI tại C cắt By tại K. IK cắt đường tròn tại P . Chứng minh :

- Chứng minh B,C,P,K thuộc 1 đường tròn .
- Tam giác ABP vuông .
- $AI \cdot BC = AC \cdot BK$

Lời giải :

• **Vẽ hình**

a.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

b.

.....

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
C.	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Bài 5 : Góc có đỉnh bên trong đường tròn

Góc có đỉnh bên ngoài đường tròn

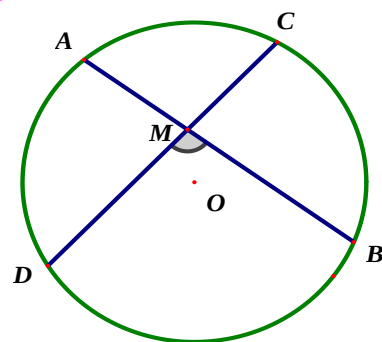
I. Lí thuyết :

Định lí 1 :

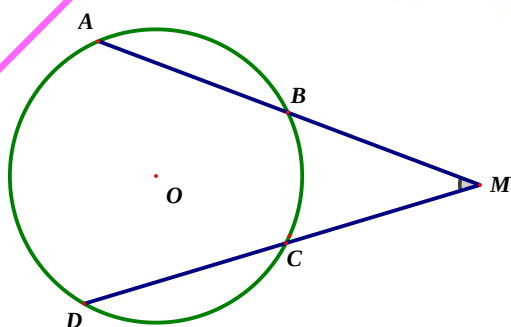
Số đo của góc có đỉnh ở bên trong đường tròn bằng nửa tổng số đo hai cung bị chắn.

Định lí 2

Số đo của góc có đỉnh ở bên ngoài đường tròn bằng nửa hiệu số đo hai cung bị chắn.



$$\angle DMB = \frac{1}{2}(\text{sd}BD + \text{sd}AC)$$

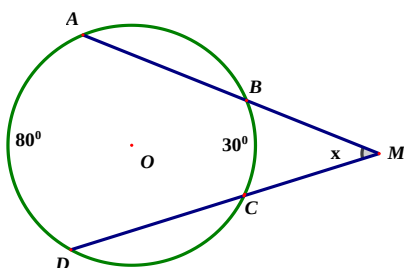


$$\angle BMC = \frac{1}{2}(\text{sd}BC - \text{sd}AD)$$

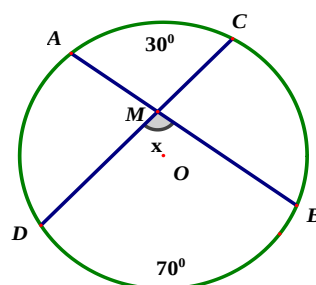
II. Bài tập :

Bài 1 : Tìm các góc $x; y$ trong các hình vẽ sau :

a.



b.



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

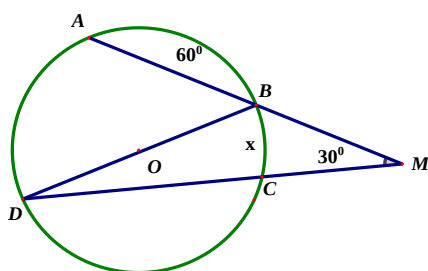
.....

.....

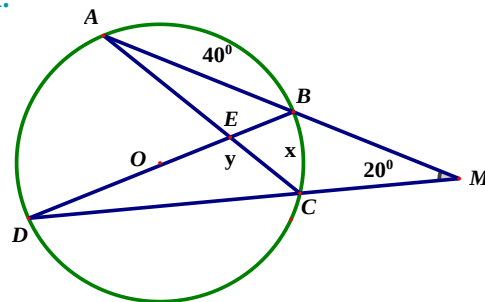
.....

.....

C.



d.



Bài 2 : Cho ΔABC nội tiếp trong một đường tròn. Gọi M, N, P theo thứ tự là các điểm chính giữa của cung BC, CA, AB.

- a.** Chứng minh: $AM \perp PN$.
- b.** AM cắt CP tại I. Chứng minh: $MC = MI$

Lời giải :

- **Vẽ hình**

a.

b.

Bài 3 : Cho đường tròn tâm O và điểm M nằm bên ngoài đường tròn. Từ M kẻ tiếp tuyến MA (A là tiếp điểm) và cát tuyến MBC sao cho góc $ACB = 40^\circ$, tia phân giác của góc BAC cắt BC ở D cắt đường tròn E.

- Tính góc BAM
- $MA = MD$
- $\triangle ACD \sim \triangle AEB$

Lời giải :

a.

.....

.....

.....

.....

.....

b.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

c.

.....

.....

.....

.....



- Vẽ hình

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 4 : Cho (O), từ điểm M nằm ngoài đường tròn (O) vẽ các tiếp tuyến MC, MD với (O) (C, D là các tiếp điểm. vẽ cát tuyến MAB không đi qua tâm O (A nằm giữa M và B .Tia phân giác của góc ACB cắt AB ở E Chứng minh

- $MC = ME$
- DE là phân giác của góc ADB
- Gọi I là trung điểm của AB . Chứng minh 5 điểm O, I, C, M, D cùng nằm trên một đường tròn
- IM là phân giác của CID

Lời giải :

• **Vẽ hình**

-
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
-
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

c.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

d.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài tập về nhà

Bài 1 : Cho 2 điểm A , B trên đường tròn O . Các tiếp tuyến của đường tròn O tại A và B

cắt nhau tại điểm M . Từ A kẻ đường thẳng song song với MB cắt đường tròn O tại C . MC cắt đường tròn O tại E . Các tia AE và MB cắt nhau tại K . Chứng minh rằng

a. $MK^2 = AK.EK$

b. $MK = KB$.

Bài 2 : Cho $\triangle ABC$ đều nội tiếp đường tròn $(O; R)$. Điểm D di động trên cung AC. Gọi E là giao điểm của AC và BD, F là giao điểm của AD và BC) Chứng minh:



- a. $AFB = ABD$
b. $AE.BF$ không đổi khi D di chuyển

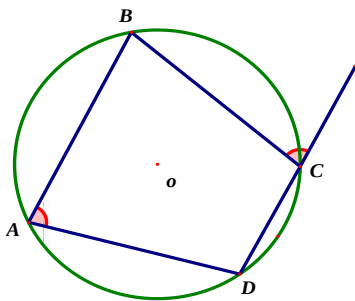
Bài 6 : Tứ giác nội tiếp

I. Lí thuyết :

01

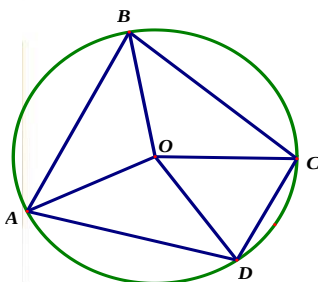
Định nghĩa :

Một tứ giác có bốn đỉnh nằm trên một đường tròn được gọi là tứ giác nội tiếp đường tròn (gọi tắt là tứ giác nội tiếp).



$$\angle A = \angle BAC$$

Tứ giác có góc ngoài tại một đỉnh bằng góc trong của đỉnh đối diện



$$OA = OB = OC = OD$$

Tứ giác có bốn đỉnh nằm trên một đường tròn là tứ giác nội tiếp đường tròn.

02

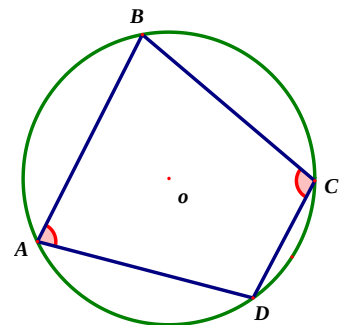
Định lí :

Trong một tứ giác nội tiếp, tổng số đo hai góc đối diện bằng 180° .

DẤU HIỆU NHẬN BIẾT

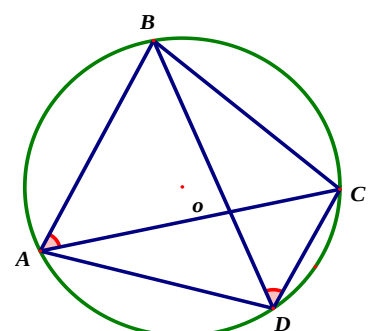


Tứ giác có tổng hai góc đối bằng 180° .



$$\angle A + \angle C = 180^\circ$$

Tứ giác có hai đỉnh kề nhau cùng nhìn một cạnh chứa hai đỉnh còn lại dưới hai góc bằng nhau.



$$\angle CAB = \angle BDC$$



II. Bài tập :

Bài 1 : Cho tứ giác ABCD nội tiếp đường tròn . Hoàn thành bảng sau :

Trường hợp Góc	TH1	TH2	TH3	TH4	TH5
A		153^0	38^0		112^0
B	40^0		120^0	130^0	
C	150^0			105^0	
D		45^0			137^0

Bài 2 : Cho ΔABC có 3 góc nhọn. Các đường cao AD, BE và CF cắt nhau tại H. Chứng minh:

- Các tứ giác BFEC, ABDE, AFDC nội tiếp được.
- Các tứ giác AFHE, BFHD, CDHE nội tiếp được .

Lời giải :

• **Vẽ hình**

a.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

b.

.....

.....



Bài 3 : Cho tam giác cân $ABC (AB = AC, A < 90^0)$ có đường cao BD . Gọi M, N, I theo thứ tự là trung điểm của các đoạn BC, BM, BD . Tia NI cắt cạnh AC tại K . Chứng minh

- Tứ giác $ABMD, ABNK$ nội tiếp
- $CA.CK = CN.CB$
- $3BC^2 = 4CA.CK$



- **Vẽ hình**

Lời giải :

a.

- b.
-
-
-
-
-
-
-
- c.
-
-
-
-

Bài 4 : Cho ΔABC có 3 góc nhọn nội tiếp đường tròn $(O; R)$, các đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H và AD, BE, CF gặp đường tròn $(O; R)$ tại G, M, N . chứng minh rằng

- Tứ giác $BFEC, DHEC$ nội tiếp .
- $EF \parallel MN$
- $OA \perp EF$
- H là tâm đường tròn nội tiếp ΔDEF .
- H đối xứng với G qua BC
- $AB.AC = 2R.AD$

Lời giải :

• **Vẽ hình**

- a.
-
-
-
-
-
-
- b.
-
-
-



.....	
.....	
.....	
.....	
c.	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
d.	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
e.	
.....	
.....	
.....	
.....	
f.	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Bài 5 : Cho tứ giác ABCD nội tiếp đường tròn (O) , M là giao điểm của AB và CD , N là giao điểm của AD và BC . Chứng minh rằng :

a. $MN^2 = MC.MD + NA.ND$

b. *MON* không vuông .

Lời giải :

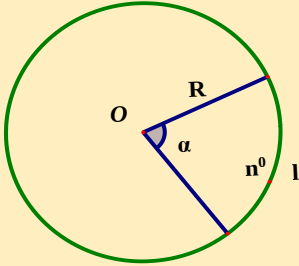
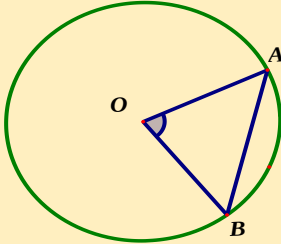
- **Vẽ hình**

a.

Bài 7 : Độ dài đường tròn – cung tròn

Diện tích hình tròn – Hình quạt tròn – Hình viên phân

I. Lí thuyết :

① Độ dài đường tròn – cung tròn:	② Diện tích hình tròn – Hình quạt tròn – Hình viên phân:
■ Chu vi (C) $C = 2\pi R = \pi d$ ■ độ dài của cung n° $\ell = \frac{\pi R n}{180^\circ}$ 	■ Diện tích (S) $S = \pi R^2$ ■ Diện tích hình quạt : cung n° $S_{\text{quạt}} = \frac{\pi R^2 n}{360^\circ} = \frac{\ell R}{2}$ ■ Diện tích hình viên phân: $S_{\text{viên phân}} = S_{\text{quạt AmB}} - S_{\Delta OAB}$ 

II. Bài tập :

Bài 1 : Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn $(O; R)$ lần lượt vẽ các dây cung

$$AB = \sqrt{2}R, BC = \sqrt{3}R, AC = R.$$

- a. Tính độ dài các cung nhỏ AB, BC và CA.
- b. Tính diện tích các hình quạt tròn AOB, BOC ứng các cung nhỏ AB và BC.
- c. Tính diện tích hình viên phân ứng với các cung nhỏ AB, BC và CA.

Lời giải :

• Vẽ hình

- a.
-
-
-
-

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

b.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

c.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



GV: Đỗ Văn Đạt

Bài 2 : Cho đường tròn (O) có dây $BC < 2R$ cố định. Kẻ đường kính BM , điểm A bất kì trên tia CB ($CA > CB$). Gọi E là giao điểm của AM với (O) , gọi H là giao điểm của OA với đường tròn (O') ngoại tiếp tam giác ABM . Gọi K là giao điểm của OA và CE .

Lời giải :



Bài 3 : Cho đường tròn $(O; R)$. Qua điểm A cố định nằm ngoài đường tròn kẻ đường thẳng d vuông góc với OA . Từ điểm B bất kỳ trên đường thẳng d (B không trùng với A) kẻ các tiếp tuyến BD, BC với đường tròn (O) (D, C là các tiếp điểm). Dây CD cắt OB tại N , cắt OA tại P

- Chứng minh tứ giác $OCBD$ và tứ giác $BNPA$ nội tiếp được trong đường tròn.
- Chứng minh $OA.OP = OB.ON = R^2$.
- Cho $\angle CBO = 30^\circ$ và $R = 6\text{cm}$. Tính diện tích tứ giác $BCOD$ và diện tích hình giới hạn bởi cung nhỏ DC và dây DC .

Lời giải :



Bài tập về nhà

Bài 1 : Cho (O, R) , đường kính AB . Gọi I là điểm cố định nằm giữa hai điểm O và B . Lấy điểm C thuộc đường tròn tâm O thỏa mãn $CA > CB$. Qua I vẽ đường thẳng vuông góc với AB , d cắt BC tại E , cắt AC tại F .

- Chứng minh rằng : Bốn điểm A, I, C, E cùng thuộc một đường tròn.
- Chứng minh rằng: $IE \cdot IF = IA \cdot IB$
- Đường tròn ngoại tiếp $\triangle CEF$ cắt AE tại N . CMR: điểm N nằm trên đường tròn (O, R) ,
- Gọi K là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác AEF . Chứng minh rằng : khi C chuyển động trên đường tròn tâm O thì K luôn thuộc một đường thẳng cố định.

Bài 2 : Từ một điểm A nằm ngoài đường tròn $(O; R)$ vẽ hai tiếp tuyến AB, AC với đường tròn (B, C là tiếp điểm) và một cát tuyến AMN (M nằm giữa A và N). Gọi I, P, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của M xuống các cạnh AB, AC và BC . Gọi E là điểm chính giữa cung nhỏ BC .

- Chứng minh rằng tứ giác $BIMP$ và $CPMK$ nội tiếp.
- Gọi H là trung điểm của BC . Chứng minh $AM \cdot AN = AH \cdot AO$.
- Chứng minh rằng E là tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC .

- d. Xác định vị trí của cát tuyến AMN để $MI^2 + MK^2 + 2MP^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Bài 8 : Luyện tập

Bài 1 : Cho đường tròn (O) có dây cung CD cố định. Gọi M là điểm nằm chính giữa cung nhỏ CD . Đường kính MN của đường tròn (O) cắt dây CD tại I . Lấy điểm E bất kỳ trên cung lớn CD (E khác C, D, N); ME cắt CD tại K . Các đường thẳng NE và CD cắt nhau tại P .

- Chứng minh rằng : Tứ giác $IKEN$ nội tiếp
- Chứng minh: $EL.MN = NK.ME$
- NK cắt MP tại Q . Chứng minh: IK là phân giác của EQ
- Từ C vẽ đường thẳng vuông góc với EN cắt đường thẳng DE tại H . Chứng minh khi E di động trên cung lớn CD (E khác C, D, N) thì H luôn chạy trên một đường cố định.



Lời giải :

Bài 2 : Cho đường tròn tâm O và hai đường kính AB và CD vuông góc với nhau. Điểm M bất kì thuộc cung nhỏ BC (với M khác B và C). Gọi I là giao điểm của AM và BC , J là hình chiếu I của I lên AB . Chứng minh rằng:

- Tứ giác $BMIJ$ là tứ giác nội tiếp.
- JI là phân giác của $\angle CJM$.
- M, J, D thẳng hàng.
- Tìm vị trí của điểm M trên cung nhỏ BC để tứ giác $BOCM$ có diện tích lớn nhất.

Lời giải :



Bài tập về nhà

Bài 1 : Cho đường tròn $(O; R)$, dây CD có trung điểm E . Trên tia đối của CD lấy điểm M . Kẻ tiếp tuyến MA, MB với đường tròn (A, B là các tiếp điểm). Đường thẳng MO cắt AB tại H , cắt đường tròn tại I (I nằm giữa M và O).

- Chứng minh: năm điểm M, A, O, E, B cùng thuộc một đường tròn.
- Chứng minh: $OH \cdot OM = OA^2$ từ đó suy ra $OH \cdot OM + MC \cdot MD = MO^2$
- Chứng minh: CI là phân giác của $\angle MCH$
- Đường thẳng AB cắt OE tại K . Khi M di chuyển trên tia đối của tia CD thì AB luôn đi qua một điểm cố định.

Bài 9 : Tuyển tập đề thi tuyển sinh vào 10

Bài 1 : (Tuyển sinh năm 2008 – 2009)

Cho đường tròn (O) , đường kính $AB = 2R$ và E là điểm bất kì nằm trên đường tròn đó (E khác A và B). Đường phân giác góc AEB cắt đoạn thẳng AB tại F và cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là K .

- Chứng minh $\triangle KAF$ đồng dạng $\triangle KEA$
- Gọi I là giao điểm của đường trung trực đoạn EF với OE . Chứng minh đường tròn (I) bán kính IE tiếp xúc với đường tròn (O) tại E và tiếp xúc với đường thẳng AB tại F .
- Chứng minh $MN \parallel AB$, trong đó M và N lần lượt là giao điểm thứ hai của AE và BE với đường tròn (I) .
- Tính giá trị nhỏ nhất chu vi của $\triangle KPQ$ theo R khi E di chuyển trên đường tròn (O) , với P là giao điểm của NE và AK , Q là giao điểm của MF và BK .

Bài 2 : (Tuyển sinh năm 2009 – 2010)

Cho $(O;R)$ và điểm A nằm bên ngoài đường tròn. Kẻ các tiếp tuyến AB, AC với đường tròn (B, C là các tiếp điểm).

- Chứng minh $ABOC$ là tứ giác nội tiếp.
- Gọi E là giao điểm của BC và OA . Chứng minh BE vuông góc với OA và $OE \cdot OA = R^2$
- Trên cung nhỏ BC của $(O;R)$ lấy điểm K bất kì (K khác B và C). Tiếp tuyến tại K của $(O;R)$ cắt AB, AC theo thứ tự tại P và Q . Chứng minh tam giác APQ có chu vi không đổi khi K chuyển động trên cung nhỏ BC .
- Đường thẳng qua O và vuông góc với OA cắt các đường thẳng AB, AC theo thứ tự tại M, N . Chứng minh $PM + QN \geq MN$

Bài 3 : (Tuyển sinh năm 2010 – 2011)

Cho đường tròn (O) có đường kính $AB = 2R$ và điểm C thuộc đường tròn đó (C khác A, B). Lấy điểm D thuộc dây BC (D khác B, C). Tia AD cắt cung nhỏ BC tại điểm E , tia AC cắt tia BE tại điểm F .

- Chứng minh $FCDE$ là tứ giác nội tiếp.
- Chứng minh $DA \cdot DE = DB \cdot DC$
- Chứng minh $\angle CFD = \angle OCB$. Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác $FCDE$, chứng minh IC là tiếp tuyến của đường tròn (O) .



- d. Cho biết $DF = R$, chứng minh $\text{tg } AFB = 2$.

Bài 4 : (Tuyển sinh năm 2011 – 2012)

Cho đường tròn tâm O , đường kính $AB = 2R$. Gọi d_1 và d_2 là hai tiếp tuyến của đường tròn (O) tại hai điểm A và B . Gọi I là trung điểm của OA và E là điểm thuộc đường tròn (O) (E không trùng với A và B). Đường thẳng d đi qua điểm E và vuông góc với EI cắt hai đường thẳng d_1 và d_2 lần lượt tại M, N .

- Chứng minh $AMEI$ là tứ giác nội tiếp.
- Chứng minh $\angle ENI = \angle EBI$ và $\angle MIN = 90^\circ$.
- Chứng minh $AM \cdot BN = AI \cdot BI$.
- Gọi F là điểm chính giữa của cung AB không chứa E của đường tròn (O) . Hãy tính diện tích của tam giác MIN theo R khi ba điểm E, I, F thẳng hàng

Bài 5 : (Tuyển sinh năm 2012 – 2013)

Cho đường tròn $(O; R)$ có đường kính AB . Bán kính CO vuông góc với AB , M là một điểm bất kỳ trên cung nhỏ AC (M khác A, C); BM cắt AC tại H . Gọi K là hình chiếu của H trên AB .

- Chứng minh $CBKH$ là tứ giác nội tiếp.
- Chứng minh $\angle ACM = \angle ACK$
- Trên đoạn thẳng BM lấy điểm E sao cho $BE = AM$. Chứng minh tam giác ECM là tam giác vuông cân tại C
- Gọi d là tiếp tuyến của (O) tại điểm A ; cho P là điểm nằm trên d sao cho hai điểm P, C nằm trong cùng một nửa mặt phẳng bờ AB và $\frac{AP \cdot MB}{MA} = R$. Chứng minh đường thẳng PB đi qua trung điểm của đoạn thẳng HK

Bài 6 : (Tuyển sinh năm 2013 – 2014)

Cho đường tròn (O) và điểm A nằm bên ngoài (O) . Kẻ hai tiếp tuyến AM, AN với đường tròn (O) (M, N là các tiếp điểm). Một đường thẳng d đi qua A cắt đường tròn (O) tại hai điểm B và C ($AB < AC$, d không đi qua tâm O).

- Chứng minh tứ giác $AMON$ nội tiếp.
- Chứng minh $AN^2 = AB \cdot AC$. Tính độ dài đoạn thẳng BC khi $AB = 4$ cm, $AN = 6$ cm.

- c. Gọi I là trung điểm của BC. Đường thẳng NI cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai T. Chứng minh $MT \parallel AC$.
- d. Hai tiếp tuyến của đường tròn (O) tại B và C cắt nhau ở K. Chứng minh K thuộc một đường thẳng cố định khi d thay đổi và thỏa mãn điều kiện đề bài.

Bài 7 : (Tuyển sinh năm 2014 – 2015)

Cho đường tròn (O; R) có đường kính AB cố định. Vẽ đường kính MN của đường tròn (O; R) (M khác A, M khác B). Tiếp tuyến của đường tròn (O; R) tại B cắt các đường thẳng AM, AN lần lượt tại các điểm Q, P.

- a. Chứng minh tứ giác AMBN là hình chữ nhật.
- b. Chứng minh bốn điểm M, N, P, Q cùng thuộc một đường tròn.
- c. Gọi E là trung điểm của BQ. Đường thẳng vuông góc với OE tại O cắt PQ tại điểm F. Chứng minh F là trung điểm của BP và $ME \parallel NF$.
- d. Khi đường kính MN quay quanh tâm O và thỏa mãn điều kiện đề bài, xác định vị trí của đường kính MN để tứ giác MNPQ có diện tích nhỏ nhất.

Bài 8 : (Tuyển sinh năm 2015 – 2016)

Cho nửa đường tròn tâm O có đường kính AB. Lấy điểm C trên đoạn thẳng AO (C khác A, C khác O). Đường thẳng đi qua C và vuông góc với AB cắt nửa đường tròn tại K. Gọi M là điểm bất kì trên cung KB (M khác K, M khác B). Đường thẳng CK cắt các đường thẳng AM, BM lần lượt tại H và D. Đường thẳng BH cắt nửa đường tròn tại điểm thứ hai N.

- a. Chứng minh tứ giác ACMD là tứ giác nội tiếp.
- b. Chứng minh $CA \cdot CB = CH \cdot CD$.
- c. Chứng minh ba điểm A, N, D thẳng hàng và tiếp tuyến tại N của nửa đường tròn đi qua trung điểm của DH.
- d. Khi M di động trên cung KB, chứng minh đường thẳng MN luôn đi qua một điểm cố định

Bài 9 : (Tuyển sinh năm 2016 – 2017)

Cho đường tròn (O) và một điểm A nằm ngoài đường tròn. Kẻ tiếp tuyến AB với đường tròn (O) (B là tiếp điểm) và đường kính BC. Trên đoạn thẳng CO lấy điểm I (I khác C, I khác O). Đường thẳng AI cắt (O) tại hai điểm D và E (D nằm giữa A và E). Gọi H là trung điểm của DE

- a. Chứng minh bốn điểm A, B, O, H cùng nằm trên một đường tròn.
- b. Chứng minh $\frac{AB}{AE} = \frac{BD}{BE}$
- c. Đường thẳng d đi qua điểm E song song với AO, d cắt BC tại điểm K. Chứng minh HK // DC.
- d. Tia CD cắt AO tại điểm P, tia EO cắt BP tại điểm F. Chứng minh tứ giác BECF là hình chữ nhật.

Bài 10 : (Tuyển sinh năm 2017 – 2018)

Cho đường tròn (O) ngoại tiếp tam giác nhọn ABC . Gọi M và N lần lượt là điểm chính giữa của cung nhỏ AB và cung nhỏ BC . Hai dây AN và CM cắt nhau tại điểm I .

Dây MN cắt các cạnh AB và BC lần lượt tại các điểm H và K .

- a. Chứng minh bốn điểm C, N, K, I cùng thuộc một đường tròn.
- b. Chứng minh $NB^2 = NK.NM$.
- c. Chứng minh tứ giác $BHIK$ là hình thoi.
- d. Gọi P, Q lần lượt là tâm của các đường tròn ngoại tiếp tam giác MBK , tam giác MCK và E là trung điểm của đoạn PQ . Vẽ đường kính ND của đường tròn (O) . Chứng minh ba điểm D, E, K thẳng hàng.

Bài 11 : (Tuyển sinh năm 2018 – 2019)

Cho đường tròn $(O; R)$ với dây cung AB không đi qua tâm. Lấy S là một điểm bất kì trên tia đối của tia AB (S khác A). Từ điểm S vẽ hai tiếp tuyến SC, SD với đường tròn $(O; R)$ sao cho điểm C nằm trên cung nhỏ AB (C, D là các tiếp điểm). Gọi H là trung điểm của đoạn thẳng AB .

- a. Chứng minh năm điểm C, D, H, O, S thuộc đường tròn đường kính SO .
- b. Khi $SO = 2R$, hãy tính độ dài đoạn thẳng SD theo R và tính số đo $\angle CSD$.
- c. Đường thẳng đi qua điểm A và song song với đường thẳng SC , cắt đoạn thẳng CD tại điểm K . Chứng minh tứ giác $ADHK$ là tứ giác nội tiếp và đường thẳng BK đi qua trung điểm của đoạn thẳng SC .
- d. Gọi E là trung điểm của đoạn thẳng BD và F là hình chiếu vuông góc của điểm E trên đường thẳng AD . Chứng minh rằng, khi điểm S thay đổi trên tia đối của tia AB thì điểm F luôn thuộc một đường tròn cố định.

Bài 12 : (Tuyển sinh năm 2019 – 2020)

Cho tam giác ABC có 3 góc nhọn ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn (O). Hai đường cao BE và CF của tam giác ABC cắt nhau tại điểm H.

- a. Chứng minh bốn điểm B, C, E, F cùng thuộc một đường tròn.
- b. Chứng minh đường thẳng OA vuông góc với đường thẳng EF.
- c. Gọi K là trung điểm của đoạn thẳng BC. Đường thẳng AO cắt đường thẳng BC tại điểm I, đường thẳng EF cắt đường thẳng AH tại điểm P. Chứng minh tam giác APE đồng dạng với tam giác AIB và đường thẳng KH song song với đường thẳng IP.