

MỤC LỤC

CHƯƠNG 1 : CĂN BẬC HAI – CĂN BẬC BA	1
Bài 1 : Tìm ĐKXD – Tính giá trị biểu thức – So sánh căn bậc 2	1
Bài 2 : Rút gọn biểu thức – Giải phương trình	6
Bài 3 : Liên hệ phép khai phương – Phép nhân – Phép chia	10
Bài 4 : Giải phương trình	13
Bài 5 : Rút gọn biểu thức	17
Bài 6 : Tính giá trị biểu thức khi biết x - Tìm x khi biết $P = A$	21
Bài 6.1 : Tìm x thỏa mãn điều kiện $P = a$	22
Bài 7 : Tìm x biết $P >, \geq, \leq, <$	24
Bài 7.1 : So sánh với $A(x)$ với a (hằng số)	25
Bài 8 : So sánh P với P^2 , P với $ P $, P với $\sqrt{P}$	28
Bài 9 : Tìm $x \in \mathbb{Z}$ để P có giá trị nguyên	31
Bài 9.1 : Tìm x để P có giá trị nguyên	31
Bài 10 : Tìm giá trị lớn nhất – giá trị nhỏ nhất	36
Dạng 1 : Tìm giá trị lớn nhất – nhỏ nhất của biểu thức sau : “ Dùng điều kiện xác định ”	36
Dạng 2 : Tìm giá trị lớn nhất – nhỏ nhất của biểu thức sau : “ Dùng hằng đẳng thức ”	37
Dạng 3 : Tìm giá trị lớn nhất – nhỏ nhất của biểu thức sau : “ Áp dụng bất cô si ”	37
Dạng 4 : Tìm giá trị lớn nhất – nhỏ nhất của biểu thức sau : “ Dùng miền giá trị ”	39
Bài 11 : Tìm m để phương trình có nghiệm	41
Bài 12 : Dạng toán “ mẹo ”	44
Bài 13 : Căn Bậc Ba	47
CHƯƠNG 2 : HÀM SỐ BẬC NHẤT	49
Bài 1 : Khái niệm hàm số	49
Bài 1.1 : Hàm số bậc nhất	51
Bài 2 : Vẽ đồ thị - vị trí hai đường thẳng	54
Bài 2.1 : Tìm tham số m để đồ thị hàm số $y = ax + b$ cắt, vuông góc, song song, trùng với đường thẳng đã biết	55

Bài 2.2 : Tìm m khi biết đường thẳng (d) đi qua một điểm.....	56
Bài 3 : Xác định phương trình đường thẳng : $y = ax + b$	59
Dạng 1 : Biết hệ số góc và điểm đi qua	59
Dạng 2 : Đi qua hai điểm A và B	60
Bài 4 : Tìm m thỏa mãn 3 đường thẳng đồng quy.....	64
Dạng 1 : Tìm tọa độ giao điểm 2 đường thẳng	64
Dạng 2 : Tìm m để 3 đường thẳng đồng quy	65
Dạng 3 : Tìm điểm cố định thuộc đồ thị hàm số	66
Dạng 4 : Tìm m để 3 điểm thẳng hàng	66
Bài 5 : Tìm m để khoảng cách từ O đến đường thẳng (d) là lớn nhất	69
Bài 5.1 : Tính diện tích tam giác hoặc tứ giác	71
CHƯƠNG 1 : HỆ THỨC LƯỢNG TRONG TAM GIÁC VUÔNG.....	74
Bài 1 : Áp dụng hệ thức lượng vào tính độ dài.....	74
Bài 2 : Tính độ dài các cạnh dựa vào tỉ lệ - Phân giác – Chu vi – Diện tích	79
Bài 3 : Tỉ số lượng giác của góc nhọn : $\sin x - \cos x - \tan x - \cot x$	82
Bài 4 : Dựng góc – So sánh các giá trị lượng giác	87
Bài 5 : Chứng minh biểu thức lượng giác.....	91
Bài 6 : Giải tam giác vuông	94
Bài 7 : Bài tập tổng hợp	98
CHƯƠNG 2 : ĐƯỜNG TRÒN.....	103
Bài 1 : Sự xác định của đường tròn – tính chất của đường tròn.....	103
Bài 2 : Đường kính và Dây cung	108
Bài 3 : Liên hệ giữa dây và khoảng cách từ tâm đến dây	113
Bài 4 : Vị trí tương đối của đường thẳng và đường tròn - Dấu hiệu nhận biết tiếp tuyến của đường tròn - Tính chất của hai tiếp tuyến cắt nhau.....	118
Bài 5 : Bài tập tiếp tuyến của đường tròn (Nâng cao)	124
Bài 6 : Đường tròn nội tiếp tam giác.....	128
Bài 6.1 : Vị trí tương đối hai đường tròn	128
Bài 7 : Ôn tập chương	133



CHƯƠNG 1 : CĂN BẬC HAI – CĂN BẬC BA

Bài 1 : Tìm ĐKXĐ – Tính giá trị biểu thức – So sánh căn bậc 2

I. Lý Thuyết :

1. Căn bậc hai số học

- Với số dương a , số $\sqrt{a}$ được gọi là căn bậc hai số học của a
Ví dụ: Phân biệt giữa căn bậc hai số học với căn bậc hai của một số
 Với số dương 4,
 - Số $\sqrt{4} = 2$ được gọi là căn bậc hai số học của 4.
 - Số $\pm\sqrt{4} = \pm 2$ được gọi là căn bậc hai của 4.
- Số 0 cũng được gọi là căn bậc hai số học của 0
- Một cách tổng quát: $x = \sqrt{a} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x^2 = a \end{cases}$

2. Tìm điều kiện xác định

- $A(x)$ là một đa thức $\Rightarrow A(x)$ luôn có nghĩa.
- $\frac{A(x)}{B(x)}$ có nghĩa $\Leftrightarrow B(x) \neq 0$
- $\sqrt{A(x)}$ có nghĩa $\Leftrightarrow A(x) \geq 0$
- $\frac{1}{\sqrt{A(x)}}$ có nghĩa $\Leftrightarrow A(x) > 0$

3. So sánh các căn bậc hai số học

- Với hai số a và b không âm ($a, b \geq 0$) ta có: $a < b \Leftrightarrow \sqrt{a} < \sqrt{b}$

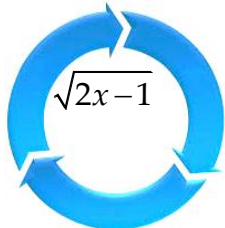
Ví dụ:

- Ta có $3 < 4 \Leftrightarrow \sqrt{3} < 2$
- Ta có $\sqrt{x} < \sqrt{y} \Leftrightarrow x < y$



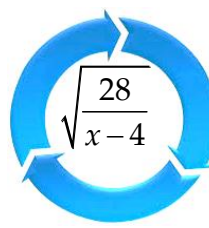
II. Bài Tập :

Bài 1 : Tìm điều kiện xác định :

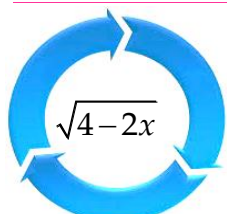


.....

Bài 2 : Tìm điều kiện xác định :

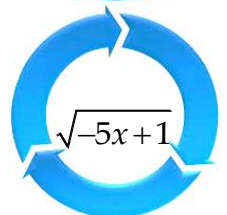


.....



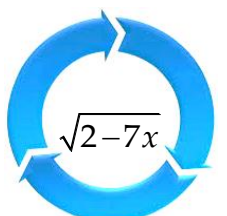
.....

.....



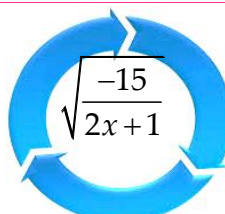
.....

.....



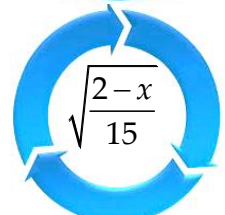
.....

.....



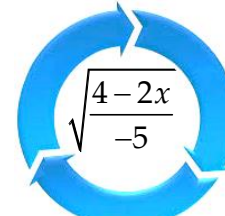
.....

.....



.....

.....



.....

.....

Bài 3 : Tìm điều kiện xác định :

1 $\frac{\sqrt{x+3}}{\sqrt{7-x}}$

.....

.....

.....

.....

.....

2 $\frac{\sqrt{3-x}}{\sqrt{7x+2}}$

.....

.....

.....

.....

.....



3 $\sqrt{\frac{x-1}{4-x}}$

Th1 :

.....

.....

.....

.....

.....

Th2 :

.....

.....

.....

.....

.....

4 $\sqrt{\frac{x-1}{x+2}}$

Th1 :

.....

.....

.....

.....

.....

Th2 :

.....

.....

.....

.....

.....

5 $\frac{1}{\sqrt{x-3}} + \frac{3x}{\sqrt{4-x}}$

.....

.....

.....

6 $\frac{1}{\sqrt{2x-x^2}}$

.....

.....

.....

Bài 4 : Tính giá trị biểu thức :



• $5\sqrt{(-2)^4} = \dots\dots\dots$

$\sqrt{11-6\sqrt{2}} + \sqrt{6-4\sqrt{2}} = \dots\dots\dots$



• $2\sqrt{(-2)^4} + 3\sqrt{(-2)^8} = \dots\dots\dots$

$\sqrt{6+2\sqrt{4-2\sqrt{3}}} = \dots\dots\dots$



• $\sqrt{(4-3\sqrt{2})^2} + \sqrt{17+12\sqrt{2}} = \dots\dots\dots$

$\sqrt{24+8\sqrt{5}} + \sqrt{9-4\sqrt{5}} = \dots\dots\dots$



• $\sqrt{12-6\sqrt{3}} = \dots\dots\dots$

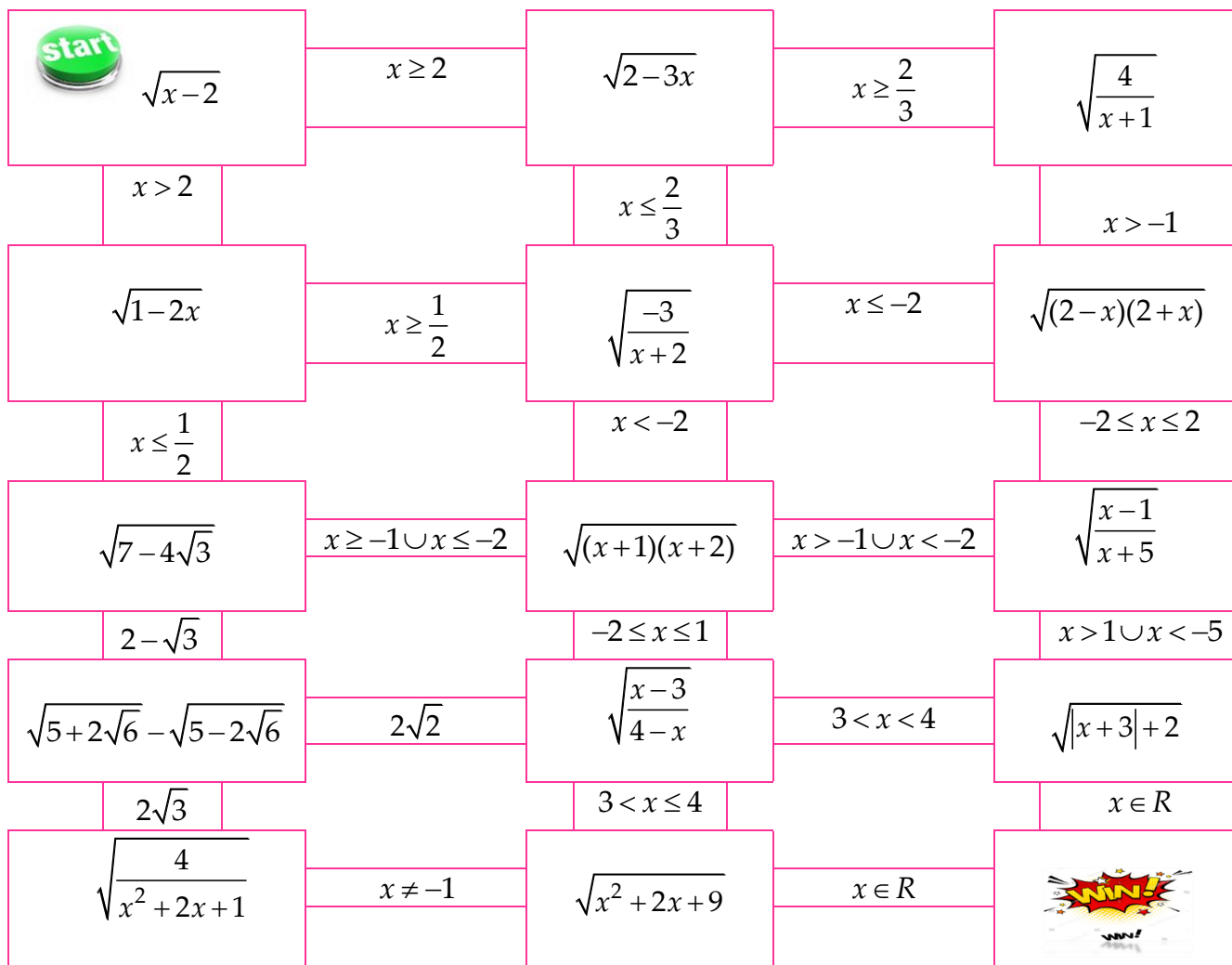
$\sqrt{6-4\sqrt{2}} + \sqrt{22-12\sqrt{2}} = \dots\dots\dots$



• $\sqrt{11-6\sqrt{2}} - \sqrt{6-4\sqrt{2}} = \dots\dots\dots$

$\sqrt{17-12\sqrt{2}} + \sqrt{9+4\sqrt{2}} = \dots\dots\dots$



Bài 5 : Về Đích bằng cách tìm điều kiện xác định và rút gọn:

(Chú ý : Các em phải chỉ tiết vào vở)

Bài 6 : So sánh các căn bậc 2 :

a. 9 và $5+2\sqrt{2}$

.....

.....

.....

.....

.....

b. $\sqrt{2}+\sqrt{3}$ và 3

.....

.....

.....

.....

.....

c. 16 và $9+4\sqrt{5}$

.....

.....

.....

.....

.....

d. $\sqrt{11}-\sqrt{3}$ và 2

.....

.....

.....

.....

.....

BÀI TẬP VỀ NHÀ

Bài 1 : Tìm điều kiện xác định

1 $\sqrt{-3x+7}$

5 $\sqrt{x^2-4}+2\sqrt{x-2}$

2 $\frac{1}{\sqrt{9-12x+4x^2}}$

6 $\frac{\sqrt{5-x}}{\sqrt{x+1}}+\sqrt{9-x^2}$

3 $\sqrt{\frac{x+2}{4-x}}$

7 $\sqrt{(3-x)(x+2)}$

4 $\sqrt{\frac{x+1}{5x+2}}$

8 $\sqrt{x^2-6x}$

Bài 2 : So sánh hai căn thức sau :

1 6 và $4+\sqrt{3}$ và $5+\sqrt{2}$

2 $\sqrt{8}-\sqrt{2}$ và $\sqrt{5}-\sqrt{3}$ và $\sqrt{10}-\sqrt{7}$



Bài 2 : Rút gọn biểu thức – Giải phương trình

I. Lý Thuyết :

① Áp dụng: $\sqrt{A^2} = |A| = \begin{cases} A & \text{khi } A \geq 0 \\ -A & \text{khi } A < 0 \end{cases}$

Chú ý: Xét các trường hợp $A \geq 0$, $A < 0$ để bỏ dấu giá trị tuyệt đối.

② Áp dụng: $\sqrt{A^2} = |A| \quad A^2 = B^2 \Leftrightarrow A = \pm B;$

 $\sqrt{A} = \sqrt{B} \Leftrightarrow \begin{cases} A \geq 0 \text{ (hay } B \geq 0) \\ A = B \end{cases}$

 $\sqrt{A} = B \Leftrightarrow \begin{cases} B \geq 0 \\ A = B^2 \end{cases}$

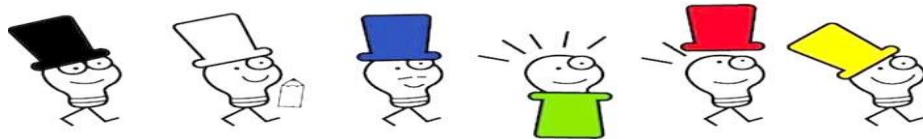
 $|A| = B \Leftrightarrow \begin{cases} B \geq 0 \\ A = B \text{ hay } A = -B \end{cases}$

 $\sqrt{A} + \sqrt{B} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} A = 0 \\ B = 0 \end{cases}$

 $|A| = |B| \Leftrightarrow A = B \text{ hay } A = -B$

 $|A| + |B| = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} A = 0 \\ B = 0 \end{cases}$

II. Bài tập :



Bài 1 : Rút gọn các biểu thức sau :



$\sqrt{9x^2} - 2x$ với $x < 0$:



$\sqrt{25x^2} + 3x$ với $x \geq 0$:



$\sqrt{x-4}\sqrt{x-4}$ với $x \geq 4$:



$\sqrt{x-2\sqrt{x+1}} + \sqrt{x+2\sqrt{x+1}}$ với $0 \leq x \leq 1$:

Bài 2 : Rút gọn các biểu thức sau :



a. $x+2+\sqrt{x^2-4x+4} \quad (x \leq 2)$

.....

.....

b. $\sqrt{x^2+4x+4}-\sqrt{x^2} \quad (-2 \leq x \leq 0)$

.....

.....

c. $\frac{\sqrt{x^2-6x+9}}{x-3} \quad (x > 3)$

.....

.....

d. $|x-2|+\frac{\sqrt{x^2-4x+4}}{x-2} \quad (x < 2)$

.....

.....

Bài 3 : Giải phương trình : $\sqrt{A} = B \Leftrightarrow \begin{cases} B \geq 0 \\ A = B^2 \end{cases}$

a. $\sqrt{1-12x+36x^2} = 5$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

b. $\sqrt{4-5x} = 12$

.....

.....

.....

.....

.....

c. $\sqrt{9x^2} = 2x+1$

.....

.....

.....

.....

.....

d. $\sqrt{4x^2-20x+25}+x = 3$

e. $\sqrt{x^2-4x+3} = x-1$

Bài 4 : Giải phương trình : $\sqrt{A} = \sqrt{B} \Leftrightarrow \begin{cases} A \geq 0 \text{ (hay } B \geq 0) \\ A = B \end{cases}$

$$\sqrt{2x+5} = \sqrt{2-x}$$

$$\sqrt{x^2-x} = \sqrt{3-x}$$

$$\sqrt{4-3x} = \sqrt{2x+1}$$



Bài 5 : Giải phương trình :

$$|A| = |B| \Leftrightarrow A = B \text{ hay } A = -B$$

$$\underline{\underline{i}} \quad |3x+1| = |x+1|$$

$$\underline{\underline{i}} \quad |x^2-2| = |x-\sqrt{2}|$$

Bài 6 : Giải phương trình :

$$\sqrt{A} + \sqrt{B} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} A = 0 \\ B = 0 \end{cases}$$

$$\underline{\underline{i}} \quad \sqrt{x^2-4} + \sqrt{x^2-4x+4} = 0$$

$$\underline{\underline{i}} \quad \sqrt{1-x^2} + \sqrt{x-1} = 0$$

.....

.....

.....

.....

Bài tập về nhà

Bài 1 : Giải các phương trình sau :

1. $\sqrt{x^2 + 3x} = 2$

2. $\sqrt{x^2 + x + \frac{1}{4}} = x$

3. $\sqrt{x - 2\sqrt{x - 1}} = 2$

4. $\sqrt{x + 2} = x + 2$

5. $\sqrt{x^2 - 6x + 9} = \sqrt{4x^2 - 12x + 9}$

6. $\sqrt{x^2 - 10x + 25} + |x + 3| = 0$

7. $\sqrt{1 - 4x^2} + \sqrt{2x + 1} = 0$

8. $\sqrt{4x^2 - 12x + 9} = \sqrt{9x^2 - 24x + 16}$

9. $\sqrt{9x^2 + 6x + 1} = \sqrt{11 - 6\sqrt{2}}$

10. $\sqrt{x^4 - 8x^2 + 16} = 2 - x$

Bài 2 : Cho 3 số dương x, y, z thoả điều kiện: $xy + yz + zx = 1$.

a. Tính: $A = x\sqrt{\frac{(1+y^2)(1+z^2)}{1+x^2}} + y\sqrt{\frac{(1+z^2)(1+x^2)}{1+y^2}} + z\sqrt{\frac{(1+x^2)(1+y^2)}{1+z^2}}$

b. Chứng minh rằng: $\frac{x}{1+x^2} + \frac{y}{1+y^2} - \frac{z}{1+z^2} = \frac{2xy}{\sqrt{(1+x^2)(1+y^2)(1+z^2)}}$

Theo em bài này các em chú ý những điều gì :

1.

.....

2.

.....

3.

.....

Bài 3 : Liên hệ phép hai phương – Phép nhân – Phép chia

I. Lý Thuyết :

 Với $A \geq 0, B \geq 0$: $\sqrt{AB} = \sqrt{A}\sqrt{B}$

 Với $A \geq 0, B > 0$: $\sqrt{\frac{A}{B}} = \frac{\sqrt{A}}{\sqrt{B}}$

 Với $A \geq 0$ và $B \geq 0$ thì $\sqrt{A^2B} = A\sqrt{B}$

 Với $A.B \geq 0$ và $B \neq 0$ thì $\sqrt{\frac{A}{B}} = \frac{\sqrt{AB}}{|B|}$



Bài 1 : Thực hiện phép tính :

$$5\sqrt{5} + \sqrt{20} - 3\sqrt{45}$$

$$6\sqrt{\frac{8}{9}} - 5\sqrt{\frac{32}{25}} + 14\sqrt{\frac{18}{49}}$$

$$\sqrt{12} + 5\sqrt{3} - \sqrt{48}$$

$$12\sqrt{\frac{8}{9}} - 5\sqrt{\frac{32}{25}} + 10\sqrt{\frac{18}{25}}$$

$$3\sqrt{2} + \sqrt{8} + \frac{1}{5}\sqrt{50} - \sqrt{32}$$

Bài 2 : Rút gọn biểu thức :

① $\frac{\sqrt{7} + 7}{2 + \sqrt{28}} = \dots\dots\dots$

$$2 \quad \left(1 + \frac{6 - \sqrt{6}}{1 - \sqrt{6}}\right) \left(\frac{6 + \sqrt{6}}{1 + \sqrt{6}} + 1\right) = \dots\dots\dots$$

$$3 \quad \frac{\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{6} + \sqrt{8} + \sqrt{16}}{\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{4}} = \dots\dots\dots$$

$$4 \quad \frac{\sqrt{8} - \sqrt{12}}{\sqrt{18} - \sqrt{48}} - \frac{\sqrt{5} + \sqrt{27}}{\sqrt{30} + \sqrt{162}} = \dots\dots\dots$$



Bài 3 : Tính giá trị biểu thức:

$$1 \quad A = \frac{x - 5}{\sqrt{x - 2} - 1} \text{ tại } x = 9 - 4\sqrt{3}$$

$$2 \quad B = \sqrt{4(1 + 6x + 9x^2)^2} \text{ tại } x = -\sqrt{2}$$

$$3 \quad C = 4x - 7 + \frac{\sqrt{x^3 + 3x^2}}{\sqrt{x + 2}} \text{ tại } x = -\sqrt{2}$$

$$4 \quad D = \frac{1}{\sqrt{x + 2\sqrt{x - 1}}} + \frac{1}{\sqrt{x - 2\sqrt{x - 1}}} \text{ tại } x = 10$$

Bài 4 : Tính giá trị biểu thức :

Với $A \geq 0$ và $A \neq B^2$ thì $\frac{C}{\sqrt{A \pm B}} = \frac{C(\sqrt{A \mp B})}{A - B^2}$

Với $A \geq 0, B \geq 0$ và $A \neq B$ thì $\frac{C}{\sqrt{A \pm \sqrt{B}}} = \frac{C(\sqrt{A \mp \sqrt{B}})}{A - B}$

$$\frac{4}{\sqrt{5}-1} - \frac{6}{\sqrt{7}-1} = \dots\dots\dots$$

$$\frac{3}{\sqrt{6}-\sqrt{3}} + \frac{4}{\sqrt{7}+\sqrt{3}} = \dots\dots\dots$$

$$\sqrt{\frac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}} + \sqrt{\frac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}} = \dots\dots\dots$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{2-\sqrt{3}}} + \frac{1}{\sqrt{2}-\sqrt{2-\sqrt{3}}} = \dots\dots\dots$$

Bài tập về nhà

Bài 1 : Rút gọn các biểu thức sau :

a. $5\sqrt{2} - 4\sqrt{18} + 2\sqrt{32} - \sqrt{50}$

b. $\sqrt{125} - 2\sqrt{20} - 7\sqrt{80} + 3\sqrt{45}$

c. $\frac{2\sqrt{3}-2}{\sqrt{3}-1} + \frac{2\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}-1} - \frac{\sqrt{8}+\sqrt{6}}{2+\sqrt{3}}$

d. $\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{2+\sqrt{3}}} + \frac{1}{\sqrt{2}-\sqrt{2-\sqrt{3}}}$

e. $\frac{x\sqrt{x}-y\sqrt{y}}{\sqrt{x}-\sqrt{y}} - (\sqrt{x}+\sqrt{y})^2 \quad (x, y > 0, x \neq y)$

f. $\sqrt{\frac{x-4\sqrt{x+4}}{x+4\sqrt{x+4}}} \quad (x \geq 0)$

Bài 2 : (Nâng cao) – Tính giá trị biểu thức :

1 $A = \frac{1}{\sqrt{1}+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{24}+\sqrt{25}}$

2 $B = \frac{1}{\sqrt{1}-\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}-\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}} - \dots - \frac{1}{\sqrt{24}-\sqrt{25}}$

3 $C = \sqrt{4+\sqrt{10+2\sqrt{5}}} + \sqrt{4-\sqrt{10+2\sqrt{5}}}$

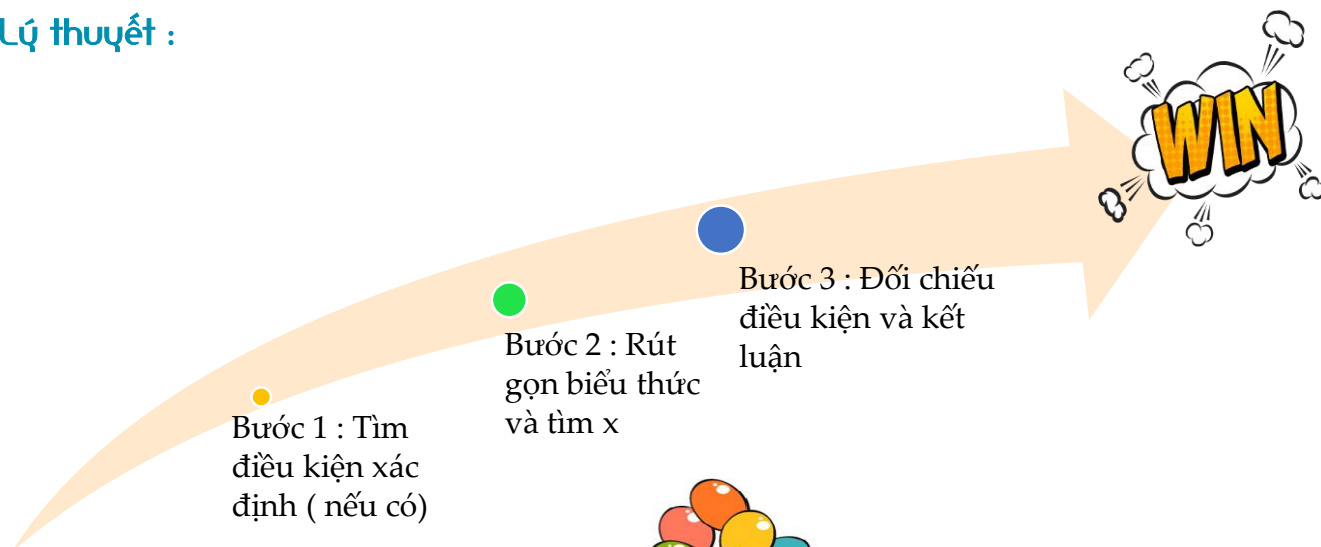
4 $D = \sqrt{6+2\sqrt{5-\sqrt{13}+\sqrt{48}}}$

5 $E = \sqrt{9-\sqrt{5\sqrt{3}+5\sqrt{8+10(2-\sqrt{3})}}}$



Bài 4 : Giải phương trình

I. Lý thuyết :



II. Bài tập :



Bài 1 : Giải phương trình sau :

① $\sqrt{x-1} + \sqrt{4x-4} - \frac{1}{4}\sqrt{16x-16} - 2 = 0$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

② $\sqrt{4x-20} - \frac{2}{3}\sqrt{9x-45} + 2\sqrt{x-5} = 4$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

③ $\frac{5}{2}\sqrt{x-1} - \frac{3}{2}\sqrt{9x-9} + 32\sqrt{\frac{x-1}{64}} = 10$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

④ $\sqrt{25x-25} - \frac{15}{4}\sqrt{\frac{x-1}{9}} = \frac{11}{4} + \sqrt{x-1}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

5 $\sqrt{16x^2 + 32} + 3\sqrt{x^2 + 2} - \sqrt{25x^2 + 50} - 4 = 0$

6 $\sqrt{49x - 98} - 14\sqrt{\frac{x-2}{49}} = \sqrt{9x-18} + 8$

Bài 2 : Giải phương trình sau :

$$\sqrt{x^2 - 4x + 3} = x - 1$$

$$\sqrt{A} = \sqrt{B} \Leftrightarrow \begin{cases} A \geq 0 \text{ (hay } B \geq 0) \\ A = B \end{cases}$$

$$\sqrt{x^2 - x} = \sqrt{3 - x}$$

$$\sqrt{x + 4\sqrt{x-4}} = 5$$

Bài 3 : Giải phương trình sau

Đặt ẩn phụ t và điều kiện

Đưa phương trình về ẩn t và giải tìm t - x

Đối chiếu điều kiện tìm x và kết luận



a. $\sqrt{x^2 - 3x + 5} + x^2 - 3x = 7$

b. $5\sqrt{x^2 + 5x + 28} = x^2 + 5x + 4$

.....

.....

.....

.....

c. $\sqrt{2x^2 + 3x + 9} + 2x^2 + 3x = 33$

d. $2\sqrt{2x^2 - 3x + 5} = 2x^2 - 3x + 2$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 4 : Giải phương trình :

Vế trái $\geq a$ và Vế phải $\leq a$
Dấu “=” xảy ra khi Vế trái = Vế phải = a

a. $\sqrt{x^2 - 4x + 20} + \sqrt{x^2 - 4x + 8} + \sqrt{x^2 - 4x + 9} = 6 + \sqrt{5}$

.....

.....

.....

b. $\sqrt{2 - x^2 + 2x} + \sqrt{-x^2 - 6x - 8} = 1 + \sqrt{3}$

.....

.....

.....

.....

c. $\sqrt{9x^2 - 6x + 2} + \sqrt{45x^2 - 30x + 9} = \sqrt{6x - 9x^2 + 8}$

.....

.....

.....

.....

Bài tập về nhà

Bài 1 : Giải các phương trình sau :

a. $\sqrt{4x-20} - \frac{1}{3}\sqrt{9x-45} + \sqrt{x-5} = 4$

b. $\sqrt{x-1} + \frac{3}{2}\sqrt{4x-4} - \frac{2}{5}\sqrt{25x-25} - 4 = 0$

c. $\sqrt{4x-20} + 3\sqrt{\frac{x-5}{9}} - \frac{1}{3}\sqrt{9x-45} = 6$

d. $2x - x^2 + \sqrt{6x^2 - 12x + 7} = 0$

e. $(x+1)(x+4) - 3\sqrt{x^2 + 5x + 2} = 6$

f. $\sqrt{x+2\sqrt{x-1}} + \sqrt{x-2\sqrt{x-1}} = 2$

g. $\sqrt{x^2 - 25} - 6\sqrt{x-5} = 0$

h. $\sqrt{x+3-4\sqrt{x-1}} + \sqrt{x+8-6\sqrt{x-1}} = 4$

**NHỚ HOÀN THÀNH BÀI TẬP CỦA
THẦY ĐỖ ĐẠT**



Bài 5 : Rút gọn biểu thức

I. Lý thuyết :

Cho $x \geq 0, y \geq 0$. Ta có các công thức biến đổi sau:

$$x = (\sqrt{x})^2; x\sqrt{x} = (\sqrt{x})^3$$

$$1. (A+B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$$

$$1. (\sqrt{x} + \sqrt{y})^2 = x + 2\sqrt{xy} + y$$

$$2. (A-B)^2 = A^2 - 2AB + B^2$$

$$2. (\sqrt{x} - \sqrt{y})^2 = x - 2\sqrt{xy} + y$$

$$3. A^2 - B^2 = (A-B)(A+B)$$

$$3. x - y = (\sqrt{x} + \sqrt{y})(\sqrt{x} - \sqrt{y})$$

$$4. (A+B)^3 = A^3 + 3A^2B + 3AB^2 + B^3$$

$$4. x \pm \sqrt{x} = \sqrt{x}(\sqrt{x} \pm 1)$$

$$5. (A-B)^3 = A^3 - 3A^2B + 3AB^2 - B^3$$

$$5. x\sqrt{y} \pm y\sqrt{x} = \sqrt{xy}(\sqrt{x} \pm \sqrt{y})$$

$$6. A^3 + B^3 = (A+B)(A^2 - AB + B^2)$$

$$6. x\sqrt{x} + y\sqrt{y} = (\sqrt{x})^3 + (\sqrt{y})^3 = (\sqrt{x} + \sqrt{y})(x - \sqrt{xy} + y)$$

$$7. A^3 - B^3 = (A-B)(A^2 + AB + B^2)$$

$$7. x\sqrt{x} - y\sqrt{y} = (\sqrt{x})^3 - (\sqrt{y})^3 = (\sqrt{x} - \sqrt{y})(x + \sqrt{xy} + y)$$



II. Bài tập:

Bài 1 : Rút gọn các biểu thức sau :

Phân tích mẫu
thành nhân tử -
Tìm điều kiện
xác định

Qui đồng phân
thức

Rút gọn - Kết
luận

$$+ \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} + \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} - \frac{3x+9}{x-9}$$

$$+ \left(\frac{2\sqrt{x}+x}{x\sqrt{x}-1} - \frac{1}{\sqrt{x}-1} \right) : \left(\frac{\sqrt{x}+2}{x+\sqrt{x}+1} \right)$$

$$+ \left(\frac{\sqrt{x}-4}{x-2\sqrt{x}} - \frac{3}{2-\sqrt{x}} \right) : \left(\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}} - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} \right)$$

$$+ \left(\frac{2\sqrt{x}+x+1}{\sqrt{x}+1} \right) \left(1 - \frac{x-\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} \right) : (1-\sqrt{x})$$

$$+ \left(\frac{x+2}{\sqrt{x}+1} - \sqrt{x} \right) : \left(\frac{\sqrt{x}-4}{1-x} - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} \right)$$

$$+ \left(\frac{1}{1-\sqrt{x}} + \frac{1}{1+\sqrt{x}} \right) : \left(\frac{1}{1-\sqrt{x}} - \frac{1}{1+\sqrt{x}} \right) + \frac{1}{2\sqrt{x}}$$



Bài 2 : Rút gọn biểu thức :

$$\left(\frac{x-3\sqrt{x}}{x-9} - 1 \right) : \left(\frac{9-x}{x+\sqrt{x}-6} - \frac{\sqrt{x}-3}{2-\sqrt{x}} - \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+3} \right)$$

$$\left(\frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} - \frac{3x+3}{x-9} \right) : \left(\frac{2\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-3} - 1 \right)$$

$$\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1} - \frac{3\sqrt{x}+1}{x-1}$$

$$\left(\frac{x-5\sqrt{x}}{x-25} - 1 \right) : \left(\frac{25-x}{x+2\sqrt{x}-15} - \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+5} + \frac{\sqrt{x}-5}{\sqrt{x}-3} \right)$$

Bài tập về nhà

Bài 1 : Giải các phương trình sau :

- 1 $\left(\frac{1}{x-\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x}-1} \right) : \frac{\sqrt{x}+1}{(\sqrt{x}-1)^2}$
- 2 $\left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+4} + \frac{4}{\sqrt{x}-4} \right) : \frac{x+16}{\sqrt{x}+2}$
- 3 $\frac{2\sqrt{x}-9}{x-5\sqrt{x}+6} + \frac{2\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3} + \frac{\sqrt{x}+3}{2-\sqrt{x}}$
- 4 $\left(\frac{4\sqrt{x}}{2+\sqrt{x}} + \frac{8x}{4-x} \right) : \left(\frac{\sqrt{x}-1}{x-2\sqrt{x}} - \frac{2}{\sqrt{x}} \right)$
- 5 $\frac{15\sqrt{x}-11}{x+2\sqrt{x}-3} + \frac{3\sqrt{x}-2}{1-\sqrt{x}} - \frac{2\sqrt{x}+3}{3+\sqrt{x}}$

**ĐÃ BÀI TẬP CỦA
THẦY ĐỖ ĐẠT CHƯA ???**



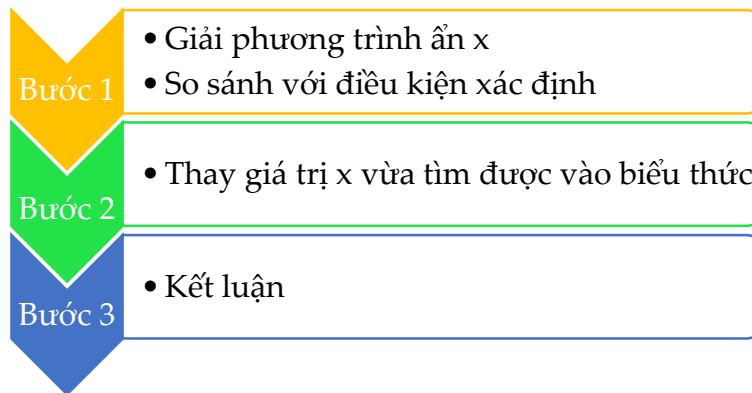
Theo em bài này các em chú ý những điều gì :

- 1
- 2
- 3

Bài 6 : Tính giá trị biểu thức khi biết x - Tìm x khi biết P = A

I. Lí thuyết :

1 Tính giá trị biểu thức P khi biết giá trị của x (cho điều kiện xác định trước)



2 Bài tập :

Bài 1 : Cho biểu thức :

$$A = \frac{x\sqrt{x+1}}{x-1} - \frac{x-1}{\sqrt{x+1}}$$

- a.** Rút gọn A

- b.** Tính giá trị của A khi $x = \frac{1}{4}$

Lời giải :

[illegible]

Bài 2 : Cho biểu thức :

$$B = \left(\frac{2\sqrt{x}}{x\sqrt{x} - x + \sqrt{x} - 1} - \frac{1}{\sqrt{x} - 1} \right) : \left(1 + \frac{\sqrt{x}}{x + 1} \right)$$

- Rút gọn P
- Tính P tại $x = 9$

Lời giải :

This image shows a full page of primary-ruled notebook paper. It features ten sets of horizontal lines across the page. Each set consists of a solid top blue line, a dashed midline, and a solid bottom blue line, providing a guide for letter height and placement. The paper is otherwise blank, with no margins or additional markings.

Bài 4 . Cho biểu thức :

a. Rút gọn P nếu $x \geq 0$ và $x \neq 4$.

b. Tìm x để $A = 2$.

Lời giải :

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

a. Rút gọn biểu thức B .

b. Tìm x để $B = \frac{1}{3}$.

Lời giải :

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài tập về nhà

Bài 1 : Cho biểu thức: $P = \left(\frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} \right) : \frac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}}$ với $x > 0$.

a. Rút gọn P

b. Tìm x để $P = -1$

c. Tính P tại $x = \frac{8}{\sqrt{5}-1} - \frac{8}{\sqrt{5}+1}$

Bài 2 : Cho biểu thức: $Q = \frac{1}{2\sqrt{x}-2} + \frac{1}{2\sqrt{x}+2} + \frac{x}{1-x}$

a. Tìm điều kiện xác định

b. Rút gọn Q

c. Tính giá trị của Q khi $x = \frac{4}{9}$

d. Tìm x để $Q = -\frac{1}{2}$

Bài 3 : Cho biểu thức: $A = \frac{15\sqrt{x}+5}{x+2\sqrt{x}-3} + \frac{3\sqrt{x}+2}{1-\sqrt{x}} - \frac{2\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+3}$

a. Rút gọn P

b. Tính giá trị của A khi $x = 4$

c. Tìm các giá trị của x để $P = \frac{1}{2}$

Bài 7 : Tìm hiểu về $P >, \geq, <, \leq$

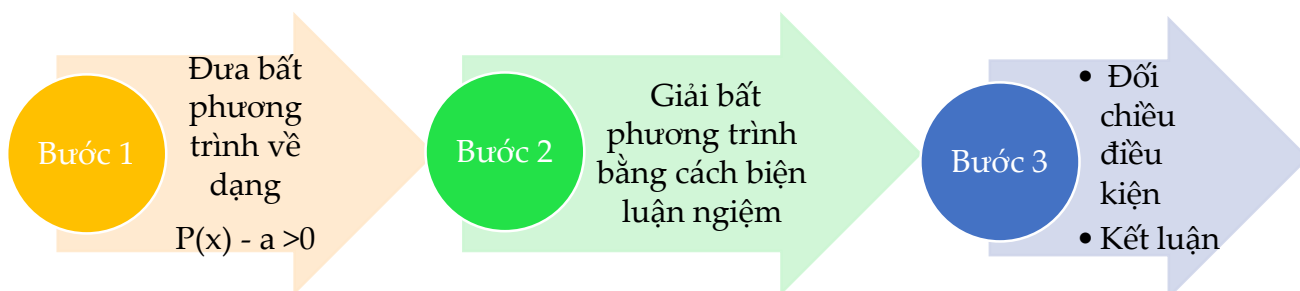


I. Lý Thuyết:

1. Bất phương trình tích – thương :

- $A(x).B(x) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} A(x) > 0 \\ B(x) > 0 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} A(x) < 0 \\ B(x) < 0 \end{cases}$
- $\frac{A(x)}{B(x)} > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} A(x) > 0 \\ B(x) > 0 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} A(x) < 0 \\ B(x) < 0 \end{cases}$
- $A(x).B(x) \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} A(x) \geq 0 \\ B(x) \geq 0 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} A(x) \leq 0 \\ B(x) \leq 0 \end{cases}$
- $\frac{A(x)}{B(x)} \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} A(x) \geq 0 \\ B(x) > 0 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} A(x) \leq 0 \\ B(x) < 0 \end{cases}$
- $A(x).B(x) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} A(x) > 0 \\ B(x) < 0 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} A(x) < 0 \\ B(x) > 0 \end{cases}$
- $\frac{A(x)}{B(x)} < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} A(x) > 0 \\ B(x) < 0 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} A(x) < 0 \\ B(x) > 0 \end{cases}$
- $A(x).B(x) \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} A(x) \geq 0 \\ B(x) \leq 0 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} A(x) \leq 0 \\ B(x) \geq 0 \end{cases}$
- $\frac{A(x)}{B(x)} \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} A(x) \geq 0 \\ B(x) < 0 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} A(x) \leq 0 \\ B(x) > 0 \end{cases}$

2. Phương pháp giải $P_{(x)} > a$



II. Bài tập :

Bài 1 : Giải bất phương trình sau :

a. $A = \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 3}$ ĐKXĐ : $x \geq 0; x \neq 9$

Tìm x để $A < 1$

Lời giải :

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

b. $B = \frac{2x + 2\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x}}$ ĐKXĐ : $x > 0$

Tìm x để $A > 6$.

Lời giải :

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Những sai lầm học sinh hay mắc phải :

- ❶ Quy đồng nhân chéo khử mẫu
- ❷ Quên kết hợp điều kiện xác định
- ❸ Thiếu kết luận



Bài 7.1 : So sánh với $A(x)$ với a (hằng số)

I. Lí Thuyết



II . Bài tập

Bài 1 : Tìm x thỏa mãn các điều kiện sau :

❶ $A = \frac{x + \sqrt{x+1}}{\sqrt{x}}$. ĐKXD $x > 0$. So sánh A với 2 .

-
-
-

❷ $B = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}}$. ĐKXD : $x > 0$. So sánh B với 1.

-
-

Bài tập áp dụng

Bài 1: Cho 2 biểu thức:

$$A = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-2} + \frac{2}{x-4} \text{ và } B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} \text{ với } x > 0$$

và $x \neq 4$.

- Tính giá trị biểu thức B khi $x = 9$.
- Tìm các giá trị thực của x để $\frac{A}{B} < 1$.

Lời giải:

Bài 2: Cho hai biểu thức:

$$A = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+3} \text{ và } B = \frac{1}{\sqrt{x}+3} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} - \frac{4\sqrt{x}}{x+2\sqrt{x}-3}$$

với $x \geq 0; x \neq 1$

- Tính giá trị biểu thức A khi $x = 4$.
- Tìm x để $\frac{A-1}{B} \leq -\frac{1}{2}$.

Lời giải:

Bài tập về nhà



Bài 1: Cho biểu thức: $A = \frac{x-1}{\sqrt{x}-1} - \frac{x\sqrt{x}+1}{x-1}$ và $B = \frac{x}{\sqrt{x}-1}$ với $x \geq 0, x \neq 1$

a. Tính giá trị biểu thức B với $x = 4$

b. Tìm các giá trị của x để $\frac{A}{B} < -1$

Bài 2 : Cho hai biểu thức : $A = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-2}$ và $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} - \frac{3\sqrt{x}+2}{x-4}$ (với $x \geq 0; x \neq 4$)

a. Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 9$

b. So sánh $\sqrt{AB}$ và 1 với điều kiện $\sqrt{AB}$ có nghĩa.

Bài 3 : Cho biểu thức : $A = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-1}$; $B = \frac{2x+2\sqrt{x}-1}{x\sqrt{x}-1} - \frac{\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}+1}$ ($x \geq 0; x \neq 1$)

a. Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 16$

b. Chứng minh $\frac{B}{A} < \frac{1}{3}$

Bài 4 : Cho biểu thức : $P = \frac{x+2}{x\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}+1} - \frac{1}{\sqrt{x}-1}$

a. Tìm x để biểu thức P có nghĩa . Rút gọn biểu thức P

b. Tính giá trị của P khi $x = \frac{2}{9+4\sqrt{2}}$

c. Chứng minh : $P < \frac{1}{3}$



Bài 8 : So sánh P với P^2 , P với $|P|$, P với $\sqrt{P}$ **I. Lí Thuyết :**So sánh P với P^2

- 1 Xét hiệu $P - P^2 = P(1 - P)$
- 2 Xét xem hiệu đó “+” hay “-“
- 3 Nếu “+” thì $P > P^2$

Nếu “-“ thì $P < P^2$ So sánh P và $\sqrt{P}$

- 1 Tìm điều kiện xác định của P
- 2 Xét hiệu $P^2 - P = P(P - 1)$
- 3 Xét xem hiệu đó “+” hay “-“
- 4 Nếu “+” thì $P^2 > P \Rightarrow P > \sqrt{P}$

Nếu “-“ thì $P^2 < P \Rightarrow P < \sqrt{P}$ So sánh P với $|P|$

- 1 Xét xem P đó “+” hay “-“
- 2 Nếu “+” thì $P = |P|$

Nếu “-“ thì $P < |P|$ **II. Bài tập :****Bài 1 :** Cho biểu thức :

$$A = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+2} \text{ , } \text{ĐK} \text{ . So sánh } A \text{ với } \sqrt{A}$$

Lời giải :

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 2 : Cho biểu thức :

$$P = \frac{2\sqrt{x}+5}{2\sqrt{x}+2} \text{ với } x \geq 0 \text{ . So sánh } P \text{ và } P^2$$

Lời giải :

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 3 : Cho biểu thức $B = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+3}$ với $x \geq 0$ So sánh B và $|B|$ **Lời giải :**

.....

.....

.....

.....

**Bài 4 :** Cho hai biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}}$; $B = \frac{x}{x-4} + \frac{1}{\sqrt{x}-2} + \frac{1}{\sqrt{x}+2}$ ($x > 0; x \neq 2$)**a.** Rút gọn B và tính $P = \frac{A}{B}$

Lời giải :

Lời giải :

Lời giải :

Bài tập về nhà

Bài 1 : Cho $P = \left(\frac{\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}+1} - \frac{7}{2\sqrt{x}-2} \right) : \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}-1}$ với $x \geq 0; x \neq 1; x \neq 9$. So sánh P và P^3

Bài 2 : Cho $A = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} (x \geq 0)$ và $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} - \frac{5}{\sqrt{x}+2} + \frac{\sqrt{x}-4}{x+\sqrt{x}-2} (x \geq 0; x \neq 1)$.

Cho $P = \frac{A}{B}$. Chứng tỏ $P > \sqrt{P}$ với $(\forall x > 1)$.

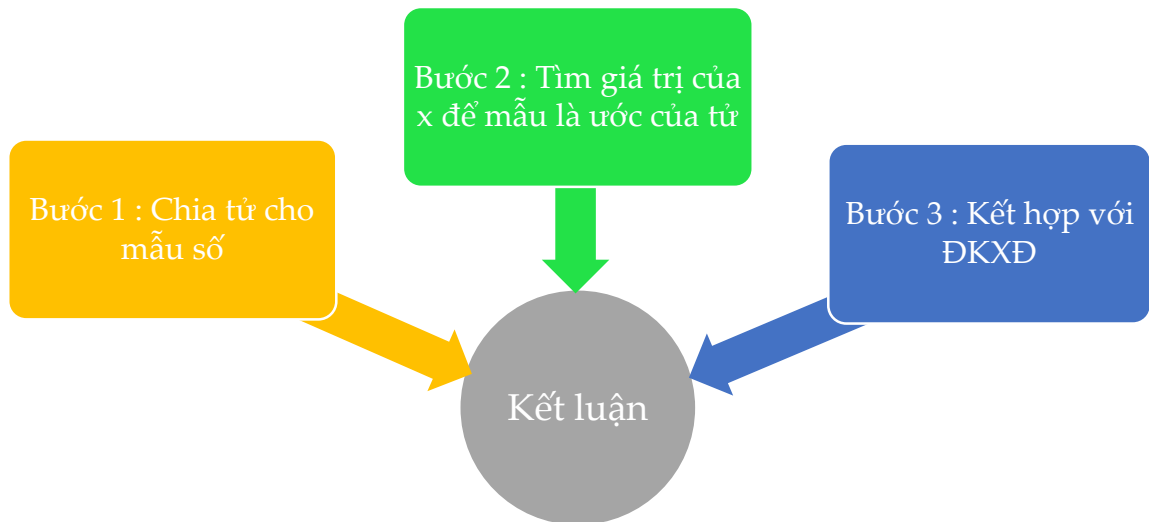
Bài 3 : Cho biểu thức: $A = \frac{2-5\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}; B = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} + \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} - \frac{3x+9}{x-9} \right) \cdot \left(\frac{\sqrt{x}-2}{3} + 1 \right)$ (với $x \geq 0, x \neq 9$)

$P = A.B$. So sánh P và $\sqrt{P}$



Bài 9 : Tìm $x \in \mathbb{Z}$ để P có giá trị nguyên

I. Lí Thuyết :



II. Bài tập :

Bài 1 : Tìm x nguyên để $A = \frac{4}{\sqrt{x}+1}$ nhận giá trị nguyên. (ĐKXĐ : $x \geq 0$)

Lời giải :

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 2 : Tìm x nguyên để $B = \frac{\sqrt{x}-4}{\sqrt{x}+3}$ nhận giá trị nguyên. (ĐKXĐ : $x \geq 0$)

Lời giải :

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 9.1 : Tìm x để P có giá trị nguyên

I. Lí Thuyết :

Cách 1 :

- 1 Dựa vào điều kiện xác định để biện luận biểu thức bị chặn trên – chặn dưới.
- 2 Với các giá trị nguyên trong khoảng đó ta tìm được giá trị x
- 3 Đối chiếu điều kiện và kết luận

Cách 2 :

- 1 Đặt biểu thức bằng P
- 2 Rút $\sqrt{x}$ theo P và dựa vào điều kiện $x \geq 0$ để tìm P, suy ra x
- 3 Đối chiếu điều kiện và kết luận

Bài 3 : Tìm x để $A = \frac{2\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+1}$ nhận giá trị nguyên (ĐKXĐ : $x \geq 0$)

Lời giải :

Cách 1 :

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Cách 2 :

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 4 : Cho biểu thức : $P = \frac{2\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+3}$ ĐKXĐ : $x \geq 0$

- Tìm x nguyên để P nguyên
- Tìm x để P nguyên

Lời giải :

- Tìm x nguyên để P nguyên

.....

- Tìm x để P nguyên

.....



Bài 5 : Cho biểu thức :

$$A = \frac{2x+2}{\sqrt{x}} + \frac{x\sqrt{x}-1}{x-\sqrt{x}} - \frac{x^2+\sqrt{x}}{x\sqrt{x}+x} \text{ với}$$

$x > 0, x \neq 1$

- Rút gọn biểu thức A .
- Tìm x để biểu thức $\frac{7}{A}$ chỉ nhận một giá trị nguyên.

Lời giải :

Bài 6 : Cho biểu thức $A = \frac{2\sqrt{x}}{3+\sqrt{x}}$ và

$$B = \left(\frac{15-\sqrt{x}}{x-25} + \frac{3}{\sqrt{x}+5} \right) : \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-5}, x \geq 0, x \neq 25.$$

- Rút gọn biểu thức B .
- Tìm x để $P = A + B$ nhận giá trị nguyên.

Lời giải :

Ôn bài

Ngày này bọn nó
đi chơi, mình ở nhà
học, mình phải học giỏi
hơn mấy đứa đi chơi,
cố lên chiaki !!!!



Ôn bài



Bài tập về nhà

Bài 1: Cho biểu thức: $A = \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2}$ và $B = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-2} - \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+2} - \frac{4x}{4-x}$

- Tìm điều kiện xác định và Rút gọn biểu thức B
- Tìm các giá trị của x để biểu thức $P = \frac{B}{A}$ nhận giá trị nguyên.

Bài 2 : Cho biểu thức: $A = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} + \frac{1}{\sqrt{x}-3} + \frac{2x-3\sqrt{x}+9}{9-x}$

- Tìm điều kiện xác định và rút gọn biểu thức A
- Tìm số nguyên x để biểu thức A có giá trị là số nguyên.

Bài 3: Cho biểu thức $P = \frac{3x + \sqrt{9x} - 3}{x + \sqrt{x} - 2} - \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} + 2} + \frac{\sqrt{x} - 2}{1 - \sqrt{x}}$ ($x \geq 0; x \neq 1$)

- Tìm điều kiện xác định và Rút gọn biểu thức P
- Tìm x để $\frac{1}{P}$ nguyên

Bài 4 : Cho hai biểu thức: $A = \frac{4\sqrt{x}+7}{x-1}$ và $B = \frac{x+2}{x+\sqrt{x}-2} - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}$ với $x \geq 0, x \neq 1$

- a. Rút gọn biểu thức $P = \frac{A}{B}$.
- b. Tìm giá trị $x \in \mathbb{R}$ để biểu thức P nhận giá trị nguyên dương.

Bài 5 : Cho hai biểu thức: $A = \frac{2\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+3}$ và $B = \left(\frac{2}{\sqrt{x}+3} - \frac{\sqrt{x}-5}{x-9} \right) : \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-3}$ Với $x \geq 0; x \neq 1; x \neq 9$

- a. Rút gọn biểu thức B
- b. Tìm các giá trị nguyên của x để hiệu $A - B$ có giá trị là số tự nhiên.

Bài 6 : Cho các biểu thức $A = \frac{3\sqrt{x}-6}{x-2\sqrt{x}} - \frac{1}{2-\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}}$ và $B = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+1}$ với $x > 0, x \neq 4$

- a. Rút gọn biểu thức A
- b. Tìm các số nguyên x để $\sqrt{AB} < \frac{2}{3}$

**SẮP KIỂM TRA 1 TIẾT - LÀM
BÀI TẬP CỦA THẦY ĐỖ ĐẠT ĐI**



Theo em bài này các em chú ý những điều gì:

1.

2.

3.

Bài 10 : Tìm giá trị lớn nhất – giá trị nhỏ nhất

I. Lí thuyết :

1	Dùng điều kiện xác định : Dựa vào ĐKXĐ biện luận để ra min – max Kết luận – GTLN – GTNN – dấu “=” xảy ra
2	Dùng hằng đẳng thức : Biến đổi biểu thức về hằng đẳng thức số 1 -2 Biện luận tìm min - max Kết luận – GTLN – GTNN – dấu “=” xảy ra
3	Áp dụng bất đẳng thức cô si cho 2 số không âm Dựa vào đó biện luận biến đổi để ra min – max Kết luận – GTLN – GTNN – dấu “=” khi xảy ra
4	Dùng miền giá trị Xét biểu thức 1/A Kết luận – GTLN – GTNN – dấu “=” khi xảy ra

II. Bài tập :

Dạng 1 : Tìm giá trị lớn nhất – nhỏ nhất của biểu thức sau : “ Dùng điều kiện xác định”

a. $A = \frac{5}{\sqrt{x}+1}$ ĐKXĐ : $x \geq 0$

.....

.....

.....

.....

c. $B = \frac{-5}{2\sqrt{x}+1}$ ĐKXĐ : $x \geq 0$

.....

.....

.....

.....

b. $C = \frac{2\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+1}$ ĐKXĐ : $x \geq 0$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

d. $D = \frac{4\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}$ ĐKXĐ : $x \geq 0$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Dạng 2 : Tìm giá trị lớn nhất – nhỏ nhất của biểu thức sau : “ Dùng hằng đẳng thức ”



$$A = 8 + \sqrt{x^2 + 3x + 4}$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



$$B = 1 - \sqrt{x^2 - 2x + 2}$$

.....

.....

.....

.....



$$C = \frac{3}{x - \sqrt{x} + 5}$$

.....

.....

.....

.....



$$D = \frac{-28}{x - 8\sqrt{x} + 100}$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Dạng 3 : Tìm giá trị lớn nhất – nhỏ nhất của biểu thức sau :

“ Áp dụng bất đẳng thức cô si ”

Cho 2 số không âm a, b : $a + b \geq 2\sqrt{ab} \Leftrightarrow a = b$

①

$$A = \frac{x+3}{\sqrt{x}+1}$$

ĐKXĐ $x \geq 0$

②

$$B = \frac{x + \sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 1}$$

ĐKXĐ $x > 1$

.....

.....

.....

.....



Dạng 4 : Tìm giá trị lớn nhất – nhỏ nhất của biểu thức sau : " Dùng miền giá trị "

a. $A = \frac{\sqrt{x}}{x+2\sqrt{x}+5}$ ĐKXĐ $x \geq 0$

b. $B = \frac{\sqrt{x}-1}{x+3\sqrt{x}+5}$ ĐKXĐ $x \geq 1$



① Nếu bậc của tử $\geq$ bậc của mẫu thì ta chia tử cho mẫu sau đó có thể biện luận bằng hằng đẳng thức hoặc áp dụng BĐT Cô si .

② Nếu bậc tử $<$ bậc của mẫu thì ta xét biểu thức $\frac{1}{A}$ hoặc chia cả tử và mẫu cho $\sqrt{x}$



Bài 3 : Cho các biểu thức $A = \frac{x+2\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-1}$ và $B = \frac{3x+3\sqrt{x}-3}{x+\sqrt{x}-2} - \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+2} - \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-1}$ với $x \geq 0; x \neq 1$

- Rút gọn biểu thức B
- Tìm giá trị lớn nhất của $P = \frac{B}{A}$.

Bài 4 : Cho hai biểu thức: $A = \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2} + \frac{\sqrt{x}+2}{3-\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}+2}{x-5\sqrt{x}+6}$ và $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}$ với $x \geq 0; x \neq 4; x \neq 9$

- Rút gọn biểu thức A.
- Tìm x để $M = 1 - \frac{B}{A}$ đạt giá trị lớn nhất.

Bài 5 : Cho biểu thức $P = \frac{\sqrt{x}+1}{x-1} - \frac{x+2}{x\sqrt{x}-1} - \frac{\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}+1}$ với $x \geq 0, x \neq 1$

- Rút gọn biểu thức P
- Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $Q = \frac{2}{P} + \sqrt{x}$



Bài 11 : Tìm m để phương trình có nghiệm

I. Lí thuyết :



II .Bài tập :

Bài 1 : Cho biểu thức $A = \frac{\sqrt{x} + 3}{\sqrt{x} - 4}$ và $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 4}$

$$\mathbb{D}KX\mathbb{D} : x > 0; x \neq 16$$

Tìm m để phương trình $\frac{A}{B} = m + 1$ có nghiệm

Lời giải :

Bài 2 : Cho biểu thức : $A = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}}$ và

$$B = \frac{\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x} + 3} \quad \text{ĐKXĐ} : x > 0$$

Tìm m để phương trình $\frac{A}{B} = m$ có nghiệm

Lời giải :

Bài 4 : Cho biểu thức

$$A = \frac{\sqrt{x}+2}{x-\sqrt{x}} \text{ và } B = \frac{2(\sqrt{x}+2)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}$$

với $x > 0; x \neq 1$

Tìm giá trị của k sao cho phương trình $C = \frac{1}{k}$ có nghiệm.

Lời giải :**Bài 3 :** Cho biểu thức:

$$A = \frac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}} \text{ và } B = \frac{1}{\sqrt{x}+1} \text{ (Với } x \geq 0 \text{)}$$

Hãy tìm m để phương trình $A - B = m$ có nghiệm.

Lời giải :

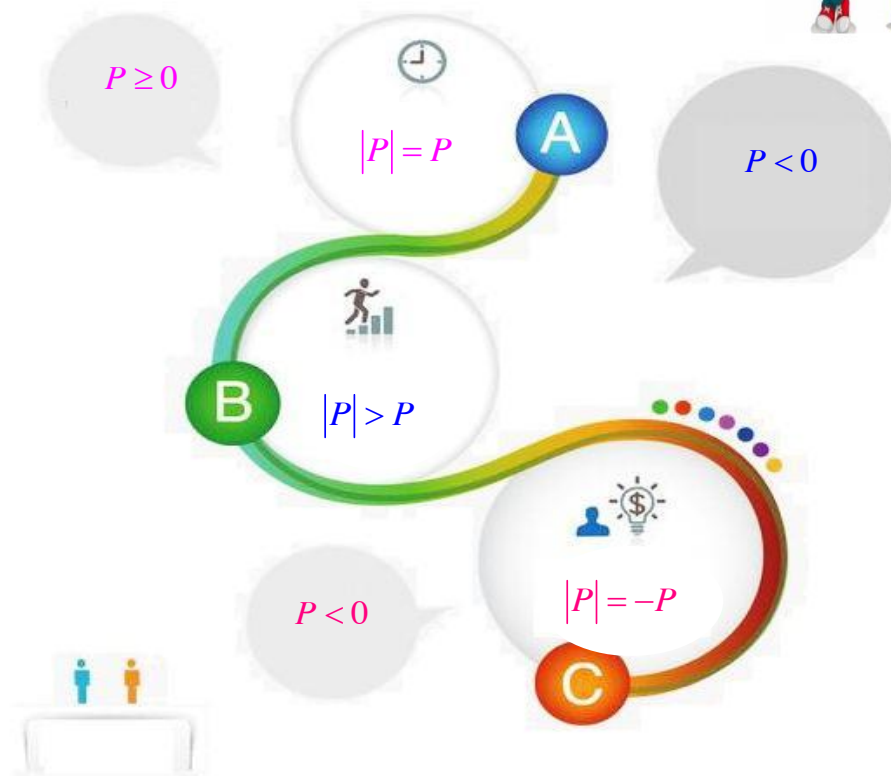
Bài 5 : Cho hai biểu thức $A = \frac{x+\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}$ và $B = \frac{x+2}{x\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}+1} - \frac{1}{\sqrt{x}-1}$ với $x \geq 0; x \neq 1$

- Rút gọn biểu thức B
- Tìm giá trị m để $A.B = m$ có nghiệm.

Lời giải :

Bài 12 : Dạng toán “mẹo”

I. Lí thuyết :



II. Bài tập :

Bài 1 : Tìm x để $|A+1| > A+1$ với $A = \frac{2}{x-1}$

(ĐKXĐ : $x \geq 0; x \neq 1$)

Lời giải :

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 2 : Tìm x để $|P| > P$ với $P = \frac{\sqrt{x}-2}{3\sqrt{x}}$

(ĐKXĐ : $x > 0$)

Lời giải :

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 3 : Cho biểu thức: $A = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}$

ĐKXĐ : $x \geq 0; x \neq 4$. Tìm x để $|B| = B$.

Bài 4 : Cho biểu thức : $P = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+2}$.

ĐKXĐ $x \geq 0$. Tìm x để $P + |P| = 0$.

Lời giải :

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 5 : Cho biểu thức : $A = \frac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}$

ĐKXĐ $x \geq 0, x \neq 9$.Tìm x để $A^2 = 5A$

Lời giải :

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 8 : Cho biểu thức : $P = \frac{(\sqrt{x}+1)^2}{\sqrt{x}}$ Tìm x thỏa

mãn: $P\sqrt{x} = 6\sqrt{x} - 3 - \sqrt{x-4}$ với $x > 0$

Lời giải :

Lời giải :

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 6 : Cho biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}}{x+3}$

ĐKXĐ $x \geq 0$. Tìm x để $(6x+18)P \geq x+9$

Lời giải :

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 7 : Cho biểu thức : $P = \frac{2-\sqrt{x}}{\sqrt{x}}$ Đkxđ :

$x > 0$

Tìm x sao cho $(1-\sqrt{x}).P = 10$

Lời giải :

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 10 : Cho biểu thức : $M = \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+2}$ Tìm x

thỏa mãn $|M| = -M$ ($x \geq 0$)

Lời giải :

Bài 9 : Cho $P = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+9}$. ĐKXD : $x \geq 0$ Tìm

các số nguyên x để $\sqrt{P} < \frac{1}{3}$

Lời giải :



Theo em bài này các em chú ý những điều gì :

1.
2.

Bài 13 : Căn Bậc Ba

1. Lí thuyết :

1 $A < B \Leftrightarrow \sqrt[3]{A} < \sqrt[3]{B}$

2 $\sqrt[3]{A \cdot B} = \sqrt[3]{A} \cdot \sqrt[3]{B}$

3 Với $B \neq 0$ ta có: $\sqrt[3]{\frac{A}{B}} = \frac{\sqrt[3]{A}}{\sqrt[3]{B}}$

$$\sqrt[3]{a^3} = a$$

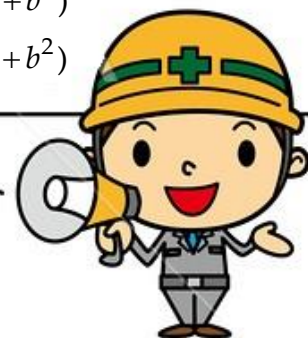
$$(\sqrt[3]{a})^3 = a$$

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

$$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$$



2. Bài tập :

Bài 1 : Thực hiện phép tính :

a. $\sqrt[3]{-729}$

b. $\sqrt[3]{1,331}$

c. $\sqrt[3]{0,216}$

d. $\sqrt[3]{-0,008}$

e. $\sqrt[3]{-343}$

.....
.....

.....
.....

.....
.....

.....
.....

.....
.....

f. $\sqrt[3]{0,027}$

g. $\sqrt[3]{-0,512}$

h. $\sqrt[3]{0,064}$

i. $\sqrt[3]{125}$

j. $\sqrt[3]{512}$

.....
.....

.....
.....

.....
.....

.....
.....

.....
.....

Bài 2 : Thực hiện phép tính :

$$\sqrt[3]{-64} - \sqrt[3]{64} + \sqrt[3]{216}$$

.....
.....
.....
.....

$$\sqrt[3]{27} - \sqrt[3]{125} + \sqrt[3]{343}$$

.....
.....
.....
.....

$$3 \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{27}} - 5 \cdot \sqrt[3]{\frac{8}{125}} + 3 \cdot \sqrt[3]{\frac{-64}{27}}$$

.....
.....
.....
.....

Bài 3: So sánh các căn bậc ba sau :

a. $A = 5\sqrt[3]{3}$ và $B = \sqrt[3]{45}$

.....
.....

b. $A = 21$ và $B = 3\sqrt[3]{213}$

.....
.....

c. $A = 7\sqrt[3]{6}$ và $B = 6\sqrt[3]{7}$

Bài 4 : Giải phương trình :

$$\sqrt[3]{A} = B \Leftrightarrow A = B^3$$

a. $\sqrt[3]{x} = 2,5$

d. $\sqrt[3]{x-2} = 1,2$

b. $\sqrt[3]{2x+1} = 2$

e. $\sqrt[3]{1-3x} = -4$

c. $\sqrt[3]{x-2} + 2 = x$

f. $\sqrt[3]{x^3 + 6x^2} = x + 6$

Bài tập về nhà

Bài 1 : Giải các phương trình sau: (Đặt ẩn phụ đưa về hệ phương trình)

a. $\sqrt[3]{x-2} + \sqrt{x+1} = 3$

b. $\sqrt[3]{13-x} + \sqrt[3]{22+x} = 5$

c. $\sqrt[3]{x+1} = \sqrt{x-3}$

CHƯƠNG 2 : HÀM SỐ BẬC NHẤT

Bài 1: Khái niệm hàm số

I. Lí Thuyết :

1 Khái niệm hàm số

- Nếu đại lượng y phụ thuộc vào đại lượng thay đổi x sao cho với mỗi giá trị của x , ta luôn xác định được một và chỉ một giá trị tương ứng của y thì y được gọi là **hàm số** của x , x được gọi là **biến số**. Ta viết: $y = f(x)$, $y = g(x)$,...
- Giá trị của $f(x)$ tại x_0 kí hiệu là $f(x_0)$.
- Tập xác định D của hàm số $y = f(x)$ là tập hợp các giá trị của x sao cho $f(x)$ có nghĩa.
- Khi x thay đổi mà y luôn nhận một giá trị không đổi thì hàm số y được gọi là **hàm hằng**.

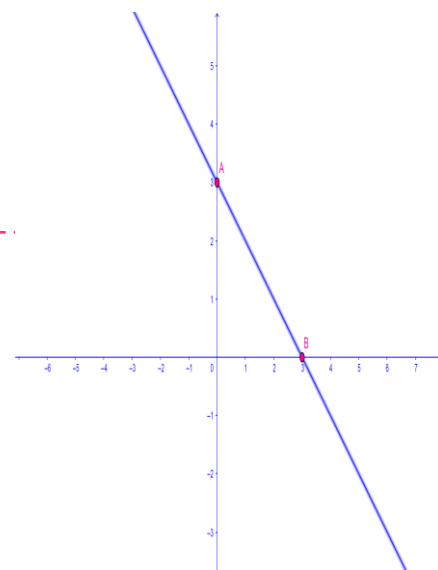
2 Đồ thị của hàm số

Đồ thị của hàm số $y = f(x)$ là tập hợp tất cả các điểm $M(x; y)$ trong mặt phẳng tọa độ Oxy sao cho x, y thỏa mãn hệ thức $y = f(x)$.

3 Hàm số đồng biến, nghịch biến

Xét hai giá trị bất kì $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$:

- $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$: hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.
- $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$: hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.



II. Bài tập :

Bài 1 : Cho hai hàm số $f(x) = -2x^2$ và $g(x) = 3x - 1$.

a. Tính $f(3)$, $f\left(-\frac{3}{2}\right)$, $f(1)$, $g(0)$, $g(-2)$, $g(5)$, $g(4)$.

b. Xác định a để $3f(a) + 4 = -g(a)$.

Lời giải :

a. $f(x) = -2x^2$

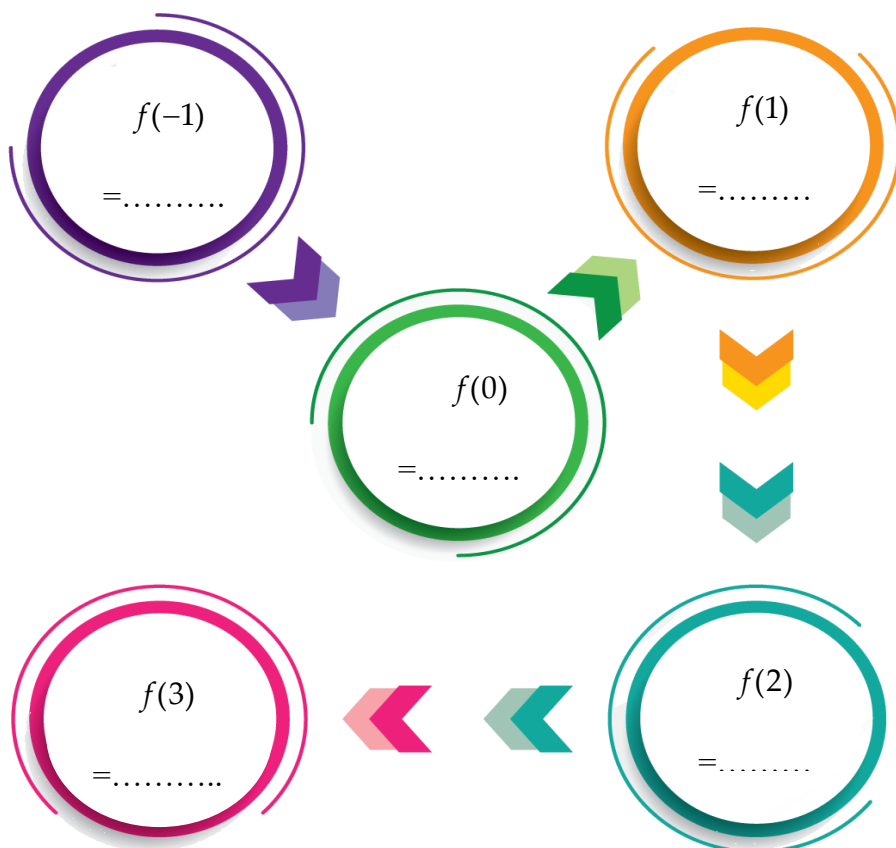
$g(x) = 3x - 1$

.....

b. $3f(a) + 4 = -g(a)$

.....

Bài 2 : Cho hàm số $y = f(x) = x + 3$. Tính giá trị tương ứng của y theo các giá trị của x rồi điền vào chỗ chấm :



Nhận xét :

Hàm số trên là hàm số đồng biến hay nghịch biến ? Vì sao ?

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 3 : Cho hàm số $y = f(x) = \frac{x - 4\sqrt{x} + 3}{\sqrt{x} - 2}$

- Tìm ĐKXĐ của hàm số.
- Tìm giá trị x để $f(x) = 0$
- Tìm giá trị x để $f(x) = x - 1$

Lời giải :

a.

b. $f(x) = 0$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

c. $f(x) = x - 1$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 4 : Hãy biểu diễn các điểm sau trên cùng một mặt phẳng tọa độ :

$A(1; 3)$

$B(2; -1)$

$C(-1; 2)$

$D(2; -4)$

$F(-3; 2)$

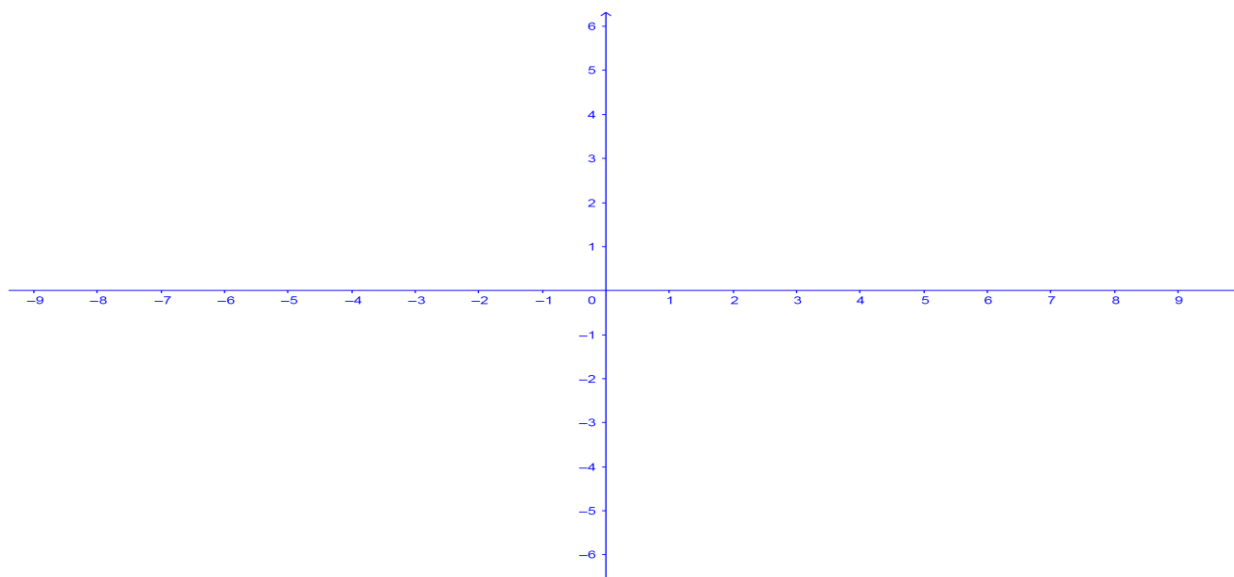
$G(-2; -5)$

$H(0; 1)$

$I(-3; 0)$

$J(-1; 5)$

$K(-4; -2).$



Bài 1.1 : Hàm số bậc nhất

I. Lí thuyết :

1 Khái niệm hàm số bậc nhất

Hàm số bậc nhất là hàm số được cho bởi công thức $y = ax + b$ với $a \neq 0$.

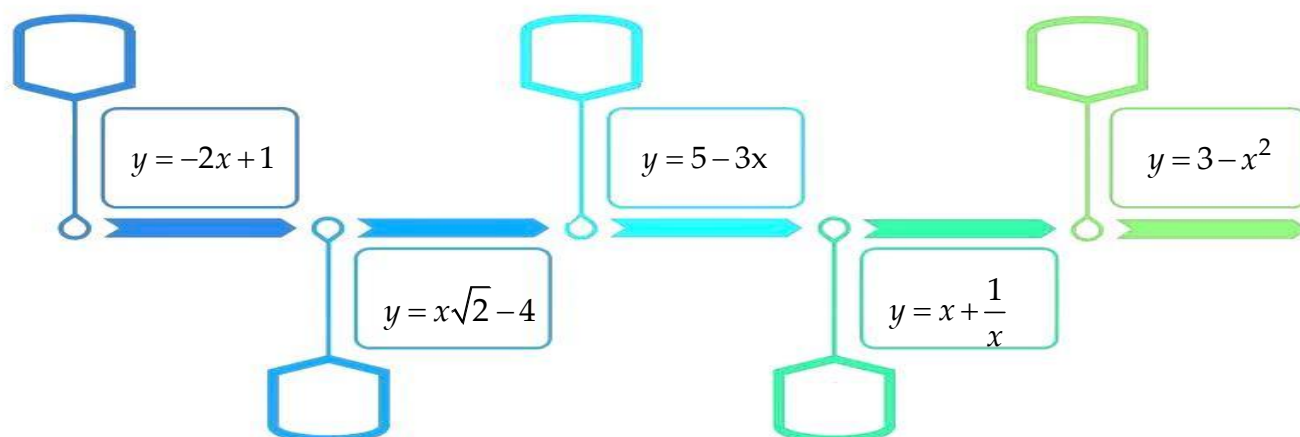
2 Tính chất

Hàm số bậc nhất $y = ax + b$ xác định với mọi x thuộc $\mathbb{R}$ và có tính chất sau:

- a. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ nếu $a > 0$
- b. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$ nếu $a < 0$.

II. Bài tập :

Bài 5 : Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số bậc nhất? (Tích dấu “X” vào ô đúng)



Bài 6 : Hàm số nào đồng biến , nghịch biến :

1 $y = 3x - 2$

.....

.....

2 $y = (\sqrt{3} + 1)x - 2$

.....

.....

3 $y = 4 - 2x$

.....

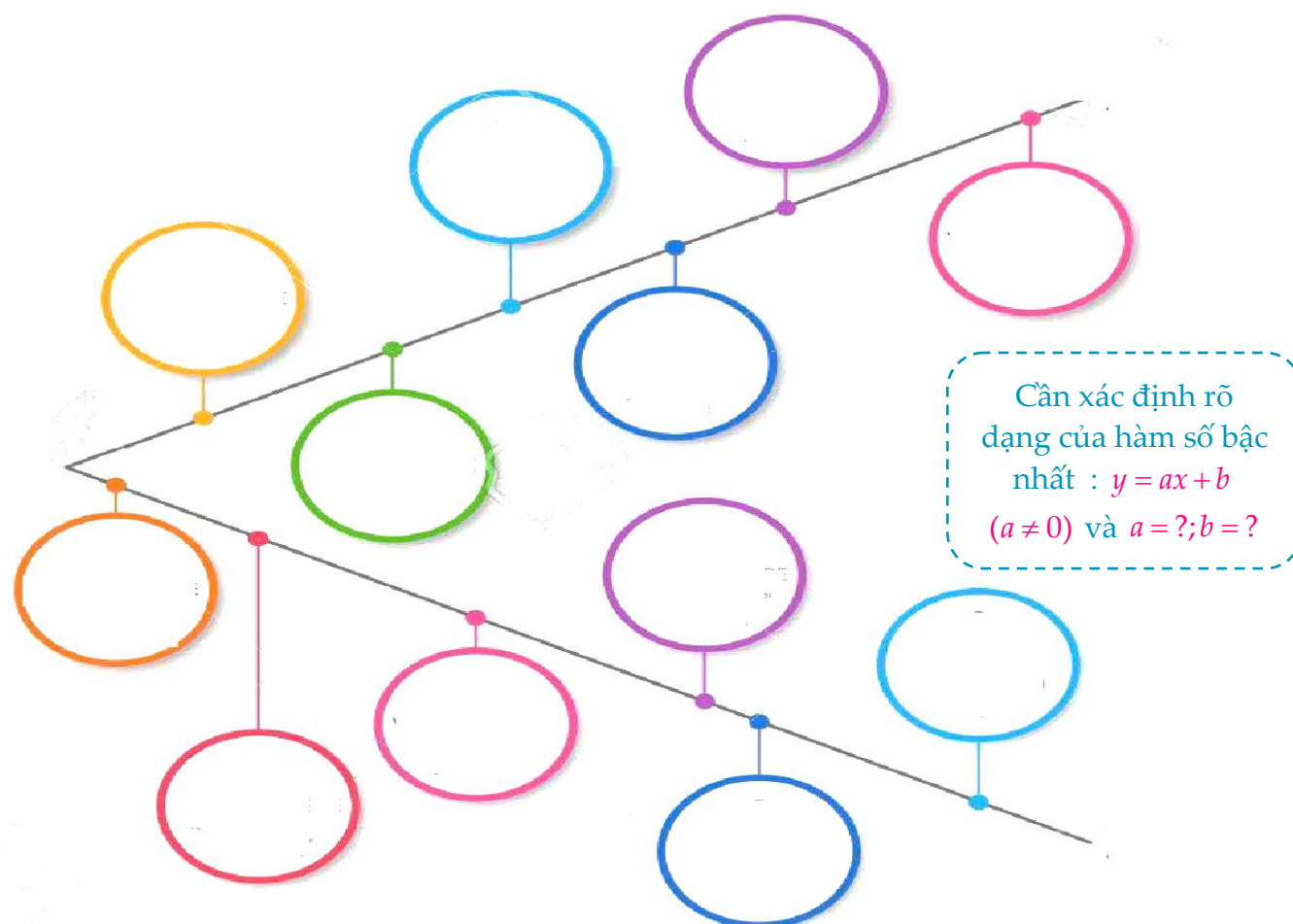
.....

4 $y = (\sqrt{2} - 2)x - \sqrt{2} + 1$

.....

.....

Bài 7 : Lấy 6 ví dụ hàm số bậc nhất đồng biến – 6 ví dụ hàm số nghịch biến :



Bài tập về nhà :

Bài 1 : Cho hàm số $y = x^2 - 2x + 3$

Trong các điểm $A(4; -2), B(-2; 1), C(4; 0), D(\sqrt{2}; 3\sqrt{2})$ điểm nào thuộc và điểm nào không thuộc đồ thị của hàm số trên ?

Bài 2 : Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số bậc nhất? Với các hàm số bậc nhất, hãy cho biết hàm số đó đồng biến hay nghịch biến?

a. $y = 5 - 3x$

b. $y = x\sqrt{5} - 4$

c. $y = 3(x - 1) - 3x$

d. $y = 2\left(x - \frac{1}{2}\right) - 2x$

e. $y = -\frac{\sqrt{2}}{3}x$

f. $y = x - \frac{1}{x}$

Bài 3 : Cho hàm số $y = -4x + 2$.

- a. Hàm số trên là đồng biến hay nghịch biến trên $\mathbb{R}$?
- b. Tính các giá trị tương ứng của y khi x nhận các giá trị sau: $0; 2; 2 - \sqrt{3}; 4 - 3\sqrt{2}$.
- c. Tính các giá trị tương ứng của x khi y nhận các giá trị sau: $-2; 4; 5 - \sqrt{6}; 4 + \sqrt{2}$.

Bài 2 : Vẽ đồ thị - vị trí hai đường thẳng

I. Lí Thuyết :

1 Cách vẽ đồ thị hàm số $y = ax + b$ ($a \neq 0$):

- Khi $b = 0$ thì $y = ax$. Đồ thị của hàm số $y = ax$ là đường thẳng đi qua gốc tọa độ $O(0;0)$ và điểm $A(1;a)$.
- Nếu $b \neq 0$ thì đồ thị $y = ax + b$ là đường thẳng đi qua các điểm $A(0;b)$, $B\left(-\frac{b}{a}; 0\right)$.

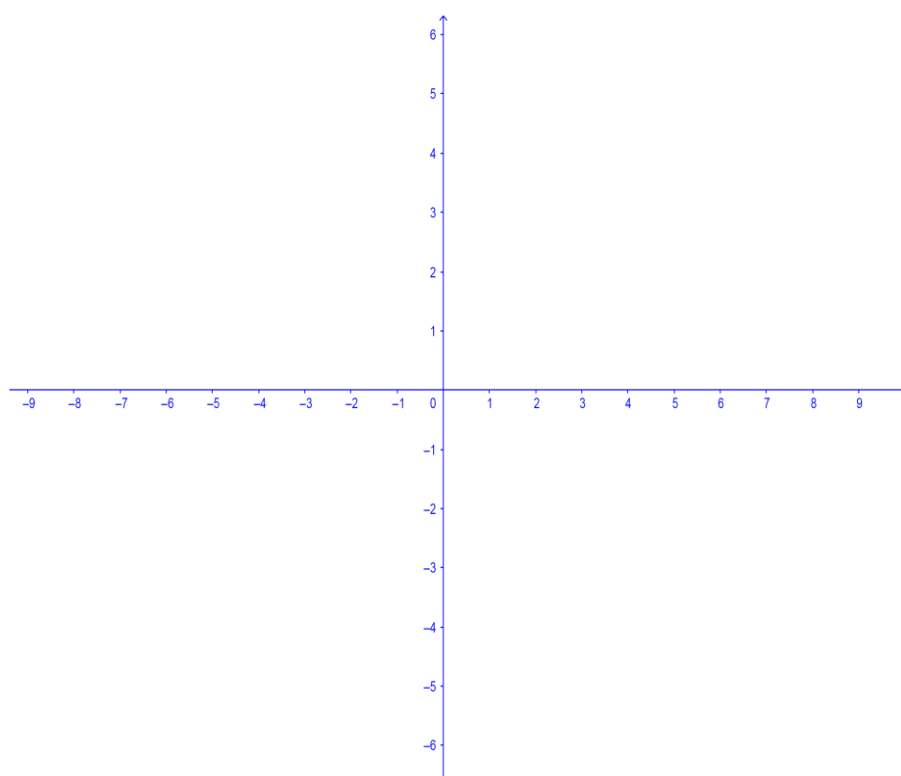
2 Cho 2 đường thẳng: $(d) : y = ax + b$ và $(d') : y = a'x + b'$ (với $a, a' \neq 0$):

PLAN 1	PLAN 2	PLAN 3	PLAN 4
$(d) \equiv (d')$ $\Leftrightarrow \begin{cases} a = a' \\ b = b' \end{cases}$	$(d) \parallel (d')$ $\Leftrightarrow \begin{cases} a = a' \\ b \neq b' \end{cases}$	(d) cắt (d') $\Leftrightarrow a \neq a'$	$(d) \perp (d')$ $\Leftrightarrow a \cdot a' = -1$

- (d) cắt (d') tại một điểm trên trục tung $\Leftrightarrow a \neq a'; b = b'$

II. Bài tập :

Bài 1 : Vẽ đồ thị hàm số $y = 2x + 1$ và $y = -3x + 2$ trên cùng hệ trục tọa độ



← $y = 2x + 1$

Lấy điểm :

x		
y		

← $y = -3x + 8$

Lấy điểm :

x		
y		

Bài 2 : Tìm các đường thẳng song song, vuông góc và cắt nhau



a. $y = 2x + 1$

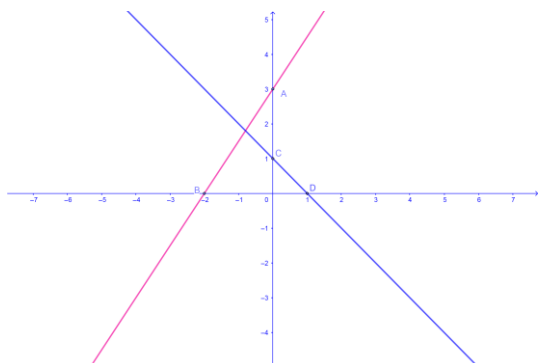
b. $y = -3x + 2 + \sqrt{2}$

c. $y = 2x - 2 + \sqrt{7}$

d. $y = 3 - \sqrt{2} + 2x$

e. $y = \frac{1}{3}x + 5$

f. $y = -\frac{1}{2}x + 100$



Bài 2.1 : Tìm tham số m để đồ thị hàm số $y = ax + b$ cắt , vuông góc , song song , trùng với đường thẳng đã biết

Bài 3 : Cho hàm số : $y = (m + 2)x - 2$ (d)

- Tìm m để (d) là hàm số bậc nhất
- Tìm m để (d) là hàm số đồng biến
- Tìm m để (d) song song với đường thẳng $(d_1) : y = 2x + 3$
- Tìm m để (d) vuông góc với đường thẳng $(d_1) : y = -3x - 2$
- Tìm m để (d) cắt nhau với đường thẳng $(d_1) : y = -x + 3$

Lời giải :

-
.....
.....
-
.....
.....
-
.....
.....
-
.....
.....

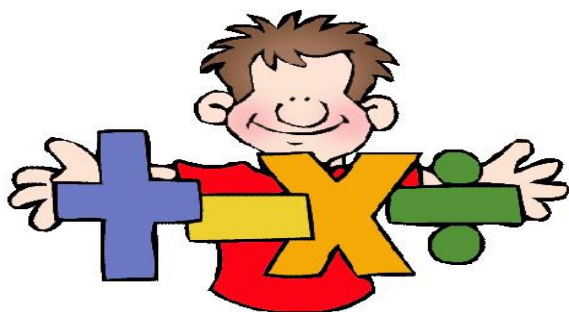
Bài 4 : Cho hàm số : $y = (2m - 1)x + m - 2$ (d)

- Tìm m để (d) là hàm số bậc nhất
- Tìm m để (d) là hàm số nghịch biến
- Tìm m để (d) song song với đường thẳng $(d_2) : y = 3x - 3$
- Tìm m để (d) vuông góc với đường thẳng $(d_2) : y = 2 - 3x$
- Tìm m để (d) cắt nhau với đường thẳng $(d_2) : y = -5x + 3$
- Tìm m để (d) cắt nhau với đường thẳng $(d_2) : y = 4x + 2$

Lời giải :

-
.....
.....
-
.....
.....
-
.....
.....

e.



d.

e.

f.

Bài 2.2 : Tìm m khi biết đường thẳng (d) đi qua một điểm

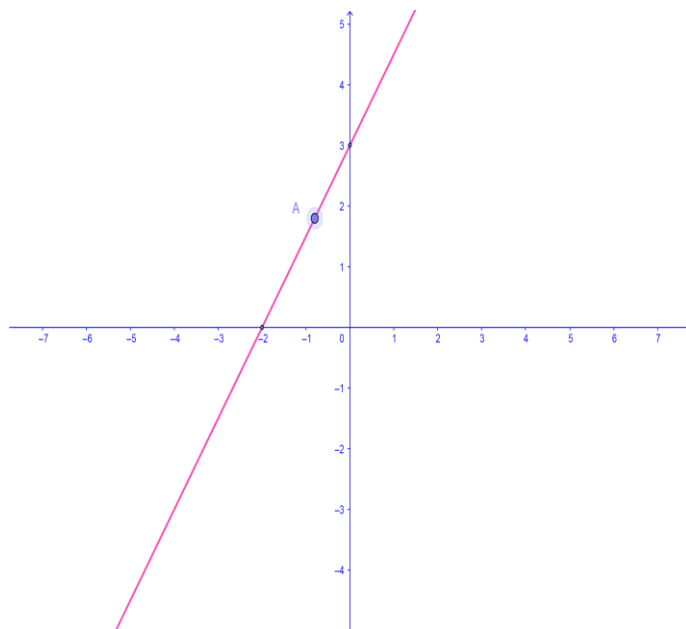
Bài 5 : Cho hàm số : $y = (2m + 1)x - 4 + 3m(d)$

- Tìm m để (d) đi qua $A(1; -5)$
- Tìm m để (d) đi qua $B(3; 1)$
- Tìm m để (d) đi qua $C(-3; -1)$

Lời giải :

a.

b.



c.

Bài 6 : Cho hàm số $y = (2m - 5)x - m$.

- Xác định m để đồ thị cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 2.

b. Xác định m để đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 3.

Lời giải :

a.

.....

.....

.....

b.

.....

.....

.....

Bài 7 : Trong mặt phẳng tọa độ Oxy,

cho đường thẳng (d): $y = 2x + 6$.

Xác định tọa độ các giao điểm A và B

của (d) với hai trục Ox, Oy. Vẽ (d)

trong mặt phẳng tọa độ Oxy

Lời giải :

.....

.....

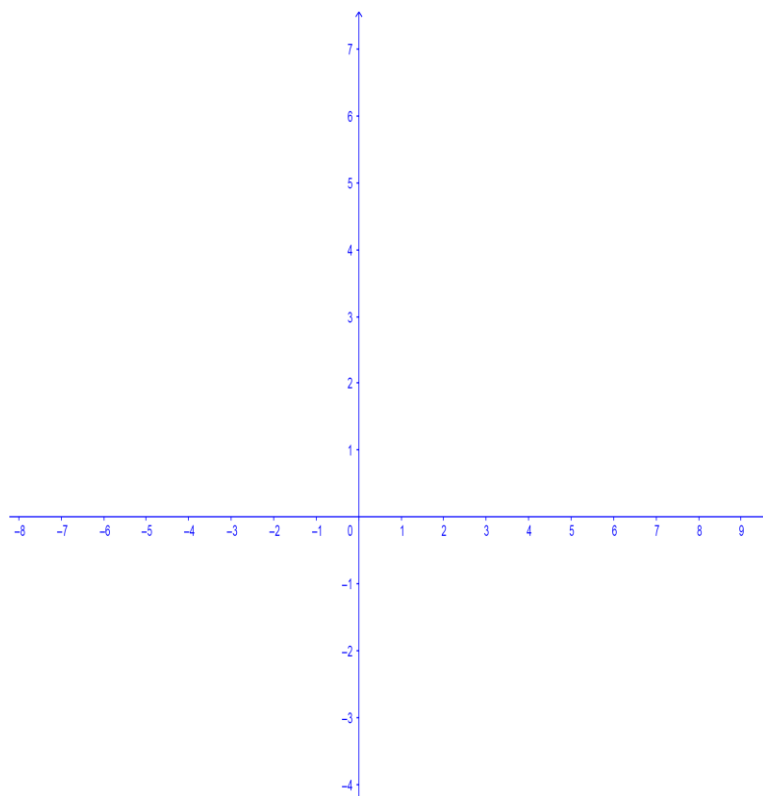
.....

.....

.....

.....

.....



Bài tập về nhà

Bài 1 : Cho hàm số : $y = (3 - 3m)x + 5m - 2$ (d)

a. Tìm m để (d) là hàm số bậc nhất

b. Tìm m để (d) là hàm số nghịch biến

c. Tìm m để (d) song song với đường thẳng $(d_1) : y = -2x - 4$

d. Tìm m để (d) vuông góc với đường thẳng $(d_1) : y = 1 - \frac{1}{2}x$

- e. Tìm m để (d) cắt nhau với đường thẳng $(d_1): y = -\frac{2}{3}x + 1$

Bài 2 : Cho hàm số: $y = mx + 1$. Tìm giá trị của m để đường thẳng (d) đi qua $A(-1; 2)$. Vẽ đồ thị hàm số với m vừa tìm được

Bài 3 : Cho hàm số $y = (m - 1)x + 2$ với $m \neq 1$ có đồ thị là đường thẳng (d)

- a. Vẽ đồ thị hàm số khi $m = 3$.
b. Tìm m để đường thẳng (d) song song với đường thẳng $y = -3x + 1$

Bài 4 : Cho hàm số $y = (m + 1)x + m - 3$.

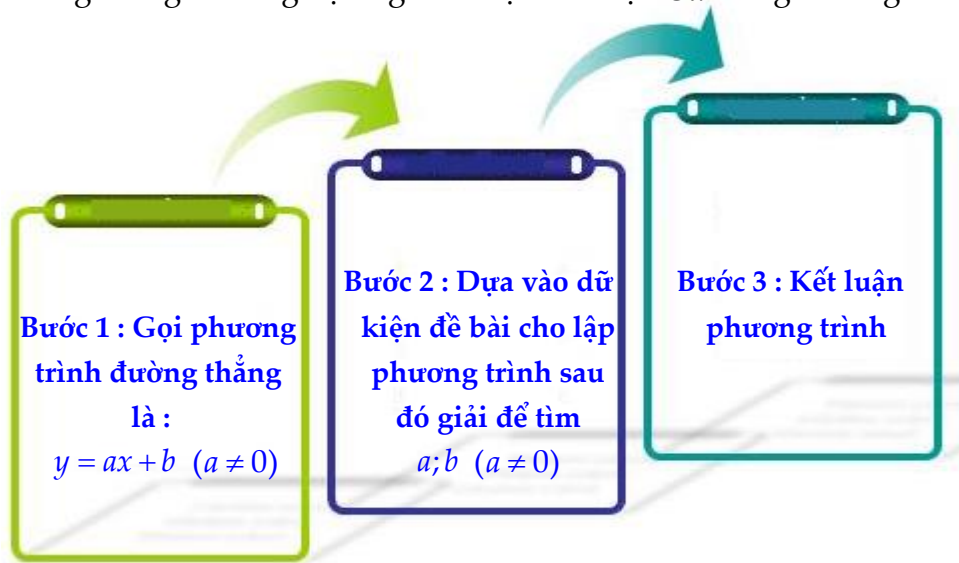
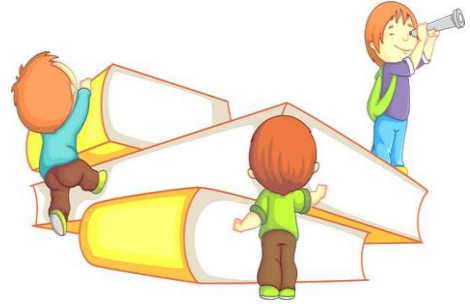
- a. Vẽ đồ thị hàm số khi $m = 1$.
b. Tìm giá trị của m để đồ thị hàm số trên song song với đồ thị hàm số $y = -2x - 1$.
c. Tìm giá trị của m để đồ thị hàm số trên đi qua điểm $(-2; 4)$.
d. Tìm m để (d) đi qua gốc tọa độ

Bài 3 : Xác định phương trình đường thẳng : $y = ax + b$

I. Lý Thuyết :

Hệ số góc của đường thẳng : $y = ax + b$ ($a \neq 0$)

- Đường thẳng $y = ax + b$ có hệ số góc là a .
- Gọi α là góc tạo bởi đường thẳng $y = ax + b$ ($a \neq 0$) với tia Ox :
 - $\alpha < 90^\circ$ thì $a > 0$
 - $\alpha > 90^\circ$ thì $a < 0$.
- Các đường thẳng có cùng hệ số góc thì tạo với trục Ox các góc bằng nhau.



II. Bài tập :

Dạng 1: Biết hệ số góc và điểm đi qua

Xác định hàm số : $y = ax + b$ (1)

- Đi qua gốc tọa độ và $A(-1; 3)$
- Có hệ số góc bằng -3 và đi qua gốc tọa độ
- Có hệ số góc bằng 2 và đi qua $A(-1; 2)$
- Có hệ số góc bằng 1 và đi qua $A(-3; 4)$

Lời giải :

- Đi qua gốc tọa độ và $A(-1; 3)$

-
-
-
-
-
-

- Có hệ số góc bằng -3 và đi qua gốc tọa độ

-
-
-
-
-

c. Có hệ số góc bằng 2 và đi qua $A(-1;2)$

-
-
-
-
-
-
-
-
-
-

d. Có hệ số góc bằng 1 và đi qua $A(-3;4)$

-
-
-
-
-
-
-
-
-
-

Dạng 2 : Đi qua hai điểm A và B

Bài 2 : Xác định hàm số : $y = ax + b$ (1)

- a. Đi qua $A(-1;2)$ và $B(3;-2)$
- b. Đi qua $A(3;2)$ và $B(0;2)$
- c. Đi qua $A(1;2)$ và $B(2;-5)$
- d. Đi qua $A(-3;-1)$ và $B(-6;-2)$
- e. Đi qua gốc tọa độ và $A(1;3)$



Lời giải :

a. Đi qua $A(-1;2)$ và $B(3;-2)$

-
-
-
-
-
-
-
-
-
-

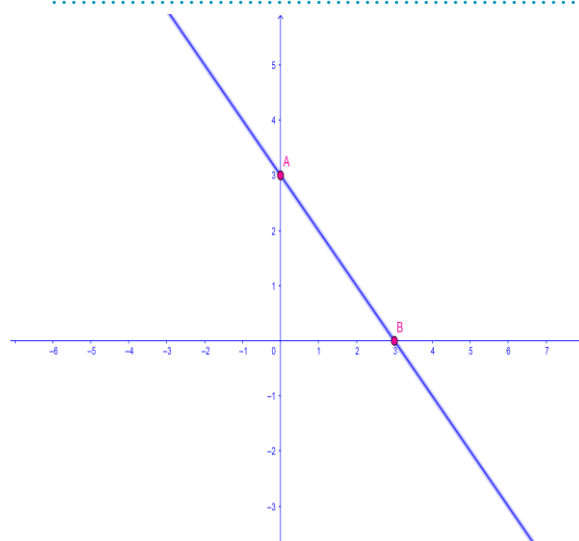
b. Đi qua $A(3;2)$ và $B(0;2)$

-
-
-
-
-
-
-
-
-
-

c. Đi qua $A(1;2)$ và $B(2;-5)$

d. Đi qua $A(-3;-1)$ và $B(-6;-2)$

e. Đi qua gốc tọa độ và $A(1;3)$



Bài 3 : Viết phương trình đường thẳng $y = ax + b$ thỏa mãn các điều kiện sau:

- Đi qua điểm $A\left(\frac{1}{2}; \frac{7}{4}\right)$ và song song với đường thẳng $y = 2x - 3$.
- Cắt trục tung Oy tại điểm có tung độ bằng 3 và đi qua điểm $B(2;1)$.
- Cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 2 và đi qua điểm $C(1;2)$.
- Cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 3 và cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng $\frac{2}{3}$.
- Đi qua 2 điểm $M(1;2)$ và $N(3;6)$.
- Có hệ số góc bằng 3 và cắt đường thẳng $y = x + 2$ tại điểm có hoành độ là 1.

Lời giải :

-

b.

c.

d.

e.

f.

Bài 4 : Cho các đường thẳng: $(d_1): y = 7x - 1$ và $(d_2): y = \frac{1}{2}x + 3$

- Viết phương trình đường thẳng (d_3) qua $M(4; 5)$ và song song với đường thẳng (d_1)
- Viết phương trình đường thẳng (d_4) qua $N(3; -2)$ và vuông góc với đường thẳng (d_2)
- Viết phương trình đường thẳng (d_5) qua hai điểm M và N.

Lời giải :

a.

b.



c.

Bài tập về nhà

Bài 1 : Xác định hàm số $y = ax + b$ biết:

- Đồ thị hàm số đi qua gốc tọa độ và đi qua điểm $A(1;2)$.
- Đồ thị hàm số đi qua $B(3;2)$ và song song với đường thẳng $y = -2x + 7$.
- Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ $y = -3$, cắt trục hoành tại điểm có hoành độ $x = 2$.
- Đồ thị hàm số đi qua điểm $C(-3;-1)$ và vuông góc với đường thẳng $2y - 4x = 1$.

Bài 2 : Xét đường thẳng $(d) : y = (3m + 1)x - 2m + 1$. Định m để đường thẳng (d) :

- Đi qua gốc tọa độ.
- Đi qua $A(2;3)$
- Cắt đường thẳng $y = 3x - 7$ tại một điểm trên trục tung
- Song song với đường thẳng $y = -5x + 2$
- Vuông góc với đường thẳng $y = -2x + 1$.

Bài 4 : Tìm m thỏa mãn 3 đường thẳng đồng quy

I. Lí thuyết :

Dạng 1 : Tìm tọa độ giao điểm 2 đường thẳng :



II. Bài tập

Bài 1 : Tìm tọa độ giao điểm của các đường thẳng sau :

a. $(d_1) y = 2x + 1$ và $(d_2) y = -3x + 2$

-
-
-
-
-
-

b. $(d_1) y = -3x + 5$ và $(d_2) y = 4 - 2x$

-
-
-
-
-
-

Bài 2 : Tìm m để giao điểm của $(d_1) y = mx + 2$ và $(d_2) y = 3x - m + 2$ tại điểm $A(1; -2)$

Lời giải :

-
-
-
-
-
-
-
-
-
-

Dạng 2 : Tìm m để 3 đường thẳng đồng quy :



Bài 3 : Tìm m để 3 đường thẳng sau đồng quy :

a. $y = 2x + 1$ (d_1) và $y = -3x + 2$ (d_2) ; $y = 4x + m - 2$ (d_3)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

b. $y = -4x + 2$ (d_1) và $y = 3 - 2x$ (d_2) ; $y = (m - 1)x + 2 - 3m$ (d_3)

.....

.....

.....

.....

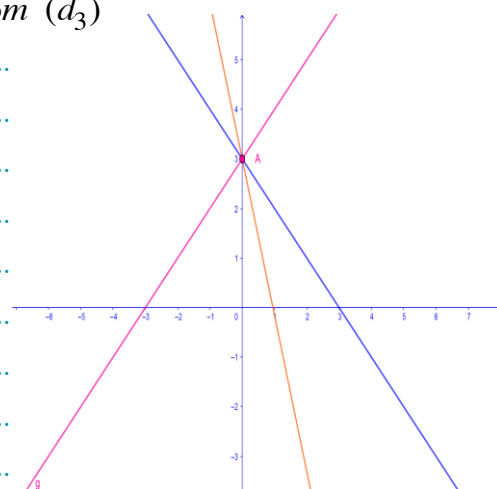
.....

.....

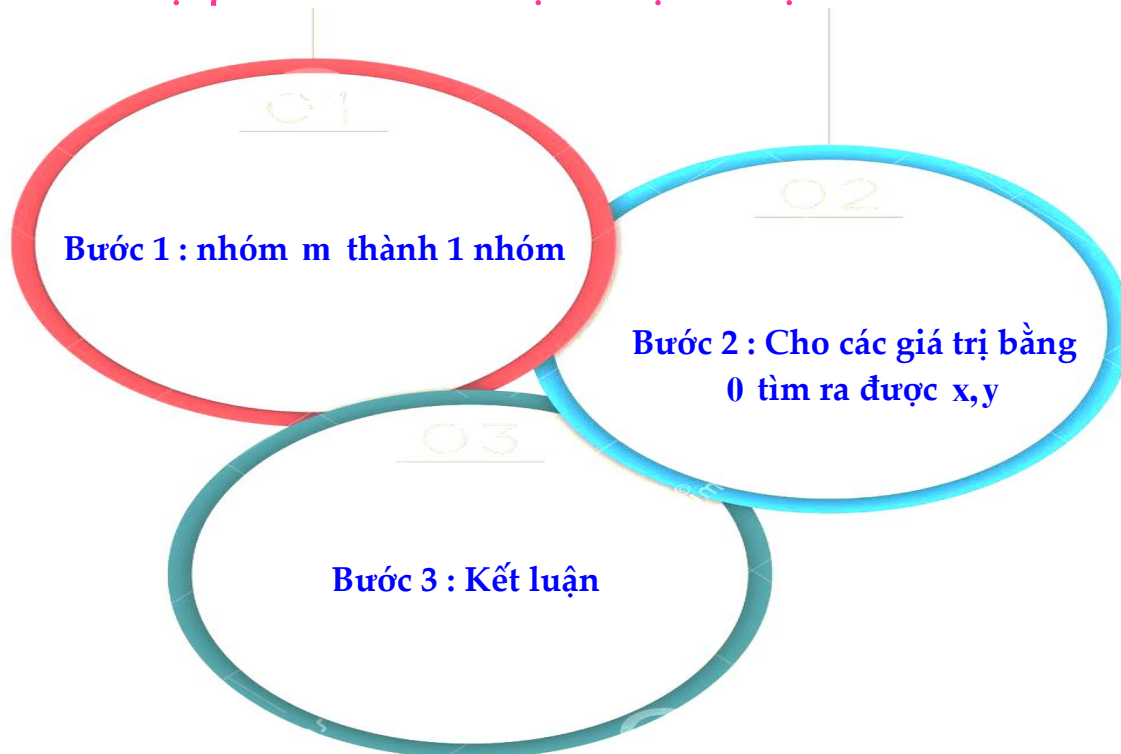
.....

.....

.....



Dạng 3 : Tìm điểm cố định thuộc đồ thị hàm số :



Bài 4 : Tìm điểm cố định mà đường thẳng (d) đi qua

a. $y = (m-2)x + m-3$ ĐK $m \neq 2$

b. $y = (3m-1)x + 2m+1$ ĐK : $m \neq \frac{1}{3}$

Dạng 4 : Tìm m để 3 điểm thẳng hàng :**Bước 1**

Viết phương trình đường thẳng AB

**Bước 2**

Thay tọa độ C vào đường thẳng

**Bước 3**

Tìm m và kết luận

Bài 5 : Tìm m để 3 điểm A, B, C thẳng hàng :



a. $A(5; -2)$, $B(3; -7)$, $C(-3m; 2 + m)$

b. $A(3; 2)$, $B(-1; 5)$, $C(2 + m; 3 - 5m)$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 6 : Cho hàm số $y = (m - 2)x + m - 3$ (d)

- Vẽ đồ thị hàm số khi $m = 3$.
- Tìm giá trị của m để đồ thị hàm số trên song song với đồ thị hàm số $y = -2x + 1$ (d_1)
- Tìm giá trị của m để đồ thị hàm số trên đi qua điểm $A(1; -4)$.
- Tìm điểm cố định mà đồ thị hàm số trên luôn đi qua với mọi m
- Tìm m để (d); (d_1); (d_2) $y = 3x - 2$ đồng quy.
- Tìm m để ba điểm A , điểm cố định của hàm số và $C(1; -2m - 1)$ thẳng hàng

Lời giải :

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

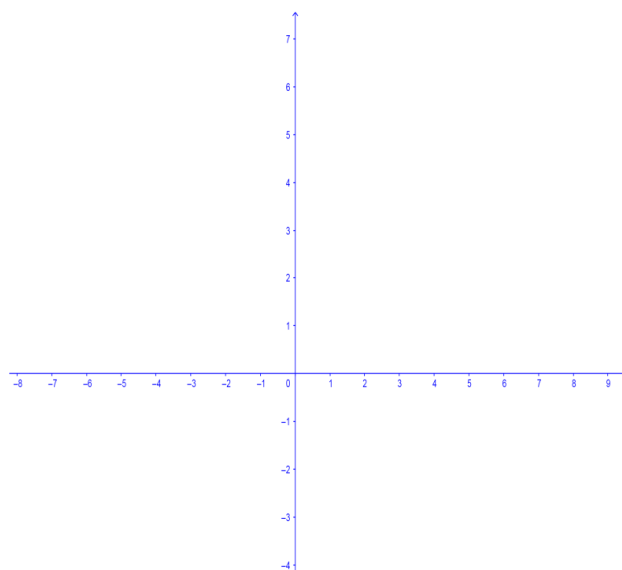
.....

.....

.....

.....

.....



Bài tập về nhà

Bài 1: Cho hàm số $y = (2m - 1)x + 5m - 4$ (d)

- Vẽ đồ thị hàm số khi $m = 4$.
- Tìm giá trị của m để đồ thị hàm số trên song song với đồ thị hàm số $y = -3x + 1$ (d_1).
- Tìm giá trị của m để đồ thị hàm số trên đi qua điểm $A(1; -3)$.
- Tìm điểm cố định mà đồ thị hàm số trên luôn đi qua với mọi m .
- Tìm m để (d); (d_1); (d_2) $y = -5x - 2$ đồng quy.
- Tìm m để ba điểm A , điểm cố định của hàm số và $C(4 + 2m; -2)$ thẳng hàng.

Bài 5 : Tìm m để khoảng cách từ O đến đường thẳng (d) là lớn nhất

I. Lí thuyết :

Cách 1 :

- 1 Đưa về tam giác vuông để áp dụng hệ thức lượng :

$$\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2}$$

- 2 Biện luận để tìm giá trị lớn nhất

Cách 2 :

- 1 Tìm điểm cố định mà (d) đi qua A.
- 2 Phương trình đường thẳng Δ đi qua hai điểm $A(1;-2); O(0;0)$
- 3 Do (d) vuông góc với Δ nên tìm được m



II. Bài tập :

Bài 1 : Trên mặt phẳng tọa độ cho đường thẳng (d) có phương trình $2kx + (k-1)y = 2$ (k là tham số)
 Tìm k để khoảng cách từ gốc tọa độ đến đường thẳng (d) là lớn nhất.

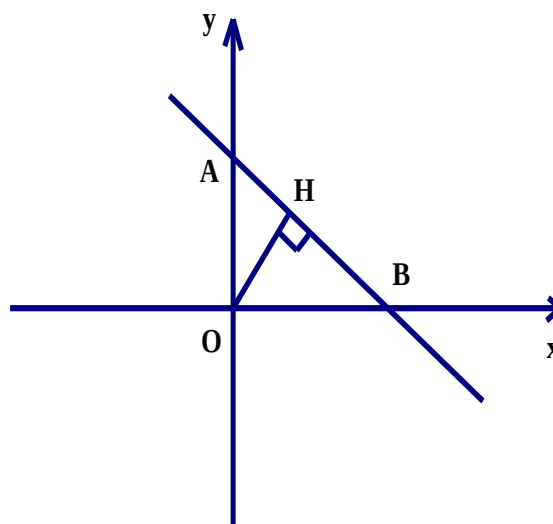
Lời giải :

- a.
- b.

Cách 1 :

x

$$y = \frac{-2k}{k-1}x + \frac{2}{k-1}$$



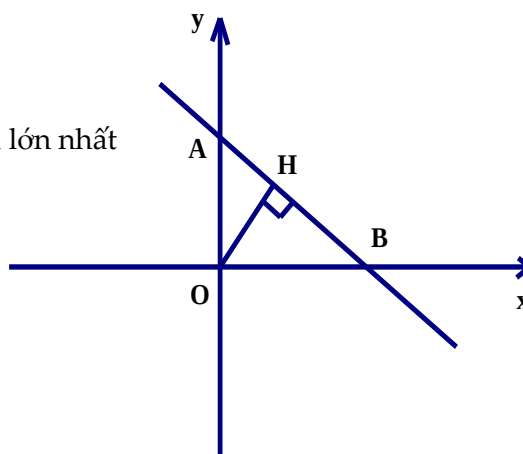
Cách 2:



Bài 2 : Cho đường thẳng : $y = (2m - 3)x + 2$ (d)

- Tìm m để khoảng cách từ gốc tọa độ đến (d) bằng 2
- Tìm m để khoảng cách từ gốc tọa độ đến (d) có giá trị lớn nhất

Lời giải :



Bài 5.1 : Tính diện tích tam giác hoặc tứ giác

I. Lí thuyết

Vẽ các đường thẳng lên
trục tọa độ

Dựa vào hình vẽ tính
diện tích cần tìm

$$S_{\Delta} = S.h$$

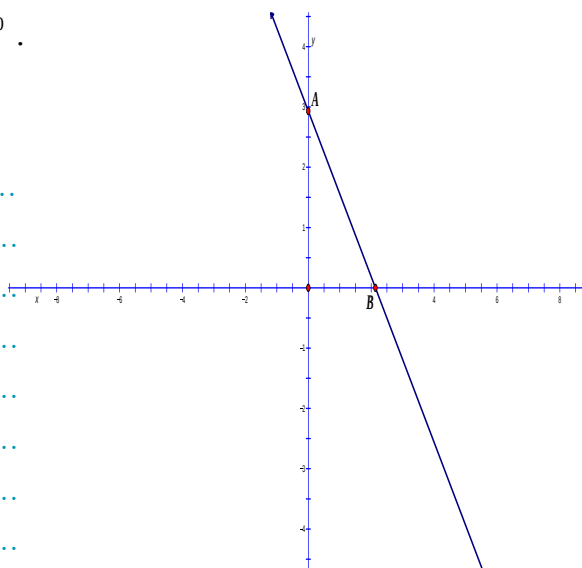
Kết luận

Bài 1 : Cho hàm số bậc nhất $y = (m-2)x + 2$ có đồ thị là đường thẳng (d) đường thẳng (d) cắt trục Ox tại A , cắt trục Oy tại B

- Tìm m để diện tích tam giác OAB bằng 3 .
- Tìm m để (d) tạo với trục Ox một góc bằng 45^0 .

Lời giải :

a.



Bài 2 : Cho đường thẳng (d) có phương trình $y = (3m - 2)x + m - 2$. Đường thẳng (d) cắt Ox tại B , Oy tại A . Tìm m để diện tích $\triangle OAB$ bằng $\frac{1}{2}$

Lời giải :



Bài tập về nhà

Bài 1 : Cho hàm số $y = (m + 1)x + 3$ với $m \neq -1$ có đồ thị là đường thẳng (d)

- Vẽ đồ thị hàm số khi $m = 2$.
- Tìm m để đường thẳng (d) song song với đường thẳng $y = -2x + 1$
- Tìm m để đường thẳng (d) cắt hai trục tọa độ Ox , Oy tạo thành một tam giác có diện tích bằng 9.

Bài 2 : Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng $(d) : y = 2x - 4$.



- a. Xác định tọa độ các giao điểm A và B của (d) với hai trục Ox , Oy . Vẽ (d) trong mặt phẳng tọa độ Oxy .
- b. Tính chu vi và diện tích $\triangle OAB$.
- c. Tìm m để đường thẳng $(d_1) : y = (m^2 - 2)x + 2m - 2m^2$ song song với (d)

CHƯƠNG 1 : HỆ THỨC LƯỢNG TRONG TAM GIÁC VUÔNG

Bài 1 : Áp dụng hệ thức lượng vào tính độ dài

I. Lí Thuyết :

1. Các công thức hệ thức lượng :

$$① AB^2 = BH.BC$$

$$\text{Pi-ta-go: } AB^2 = AH^2 + BH^2$$

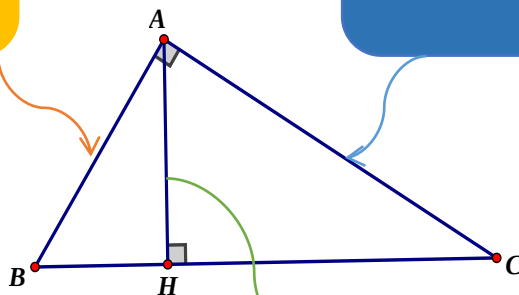
$$AB^2 = BC^2 - AC^2$$

$$② AC^2 = CH.BC$$

$$\text{Pi-ta-go: } AC^2 = AH^2 + CH^2$$

$$AC^2 = BC^2 - AB^2$$

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$



$$③ AH.BC = AB.AC$$

$$④ AH^2 = BH.CH$$

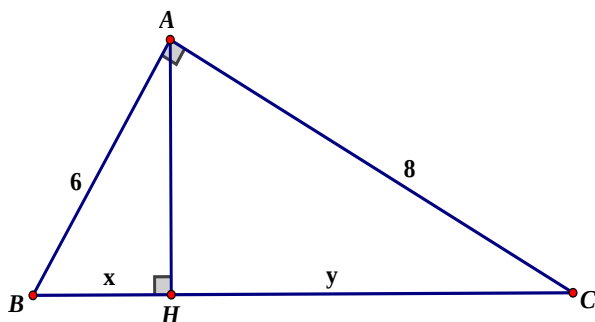
$$⑤ \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2}$$



II. Bài tập :

Bài 1 : Tìm $x; y$:

①

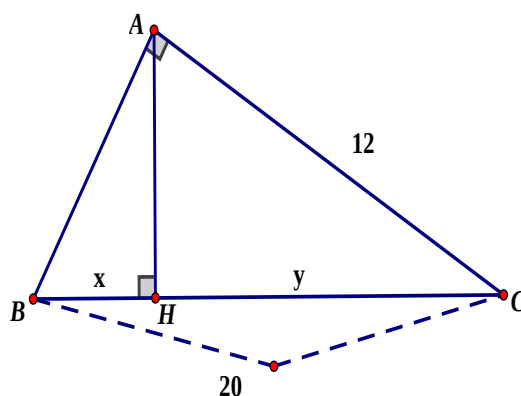


.....

.....

.....

②

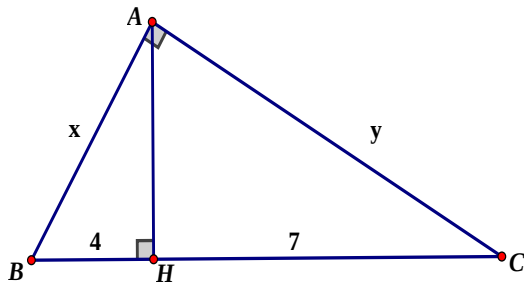


.....

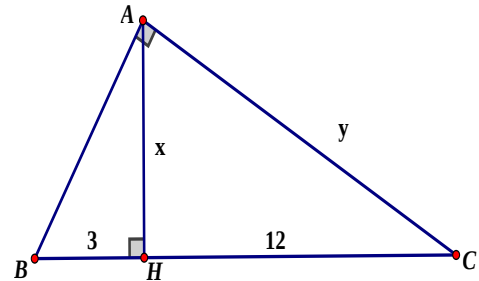
.....

.....

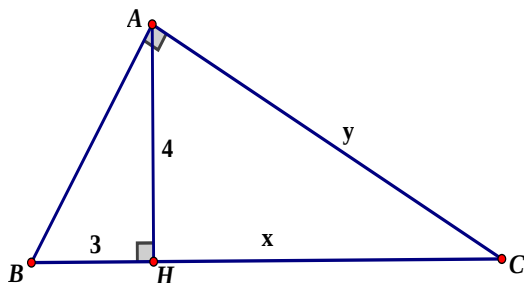
3



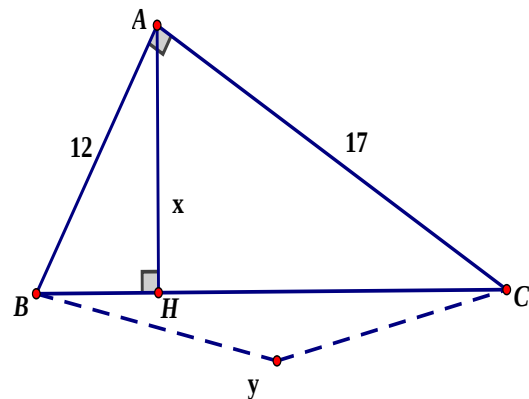
4



5



6



Hệ thức lượng

- Muốn làm tốt phần này cần :
- Vẽ hình to – rõ ràng – kí hiệu các góc vuông .
 - Thuộc công thức và xác định rõ các đại lượng cần tính

Bài 2 : Cho tam giác ABC vuông tại A có AB = 5 cm, BC = 13 cm. AH là đường cao. Tính :

- a. BH b. CH
c. AC d. AH

- a.
.....
.....
b.
c.
.....
.....
d.
.....
.....
.....

Bài 4 : Cho $\triangle ABC$ biết BC = 12,5cm, AC = 6,5cm, AB = 10,7cm.

- a. $\triangle ABC$ là tam giác gì? Tính đường cao của $\triangle ABC$.
b. Tính độ dài các cạnh BH, HC.

- a.
.....
.....

Bài 3 : Cho $\triangle ABC$ vuông tại A, kẻ đường cao AH. Biết AB = 4cm, AC = 8,5cm. Tính :

- a. BH b. CH
c. AH

- a.
.....
.....
b.
c.
.....
.....
.....

Bài 5 : Cho $\triangle ABC$ vuông tại A, kẻ đường cao AH. Biết AB = 8 cm, BH = 6 cm. Tính :

- a. AH b. AC
c. CH

- a.
.....
.....
.....



b.

b.

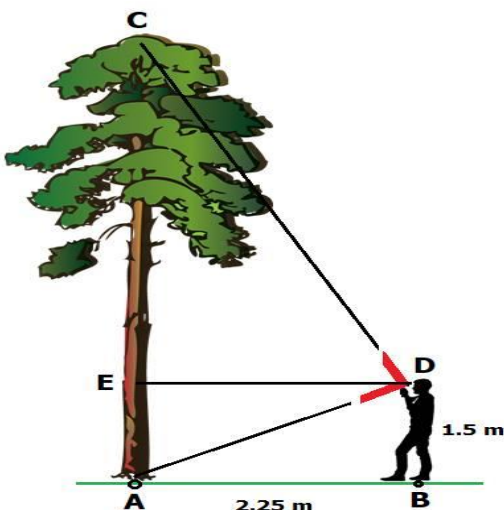
c.

Bài 6 : Cho ΔABC vuông tại A, kẻ đường cao AH. Tính diện tích ΔABC biết $AH = 15$ cm, $BH = 9$ cm.



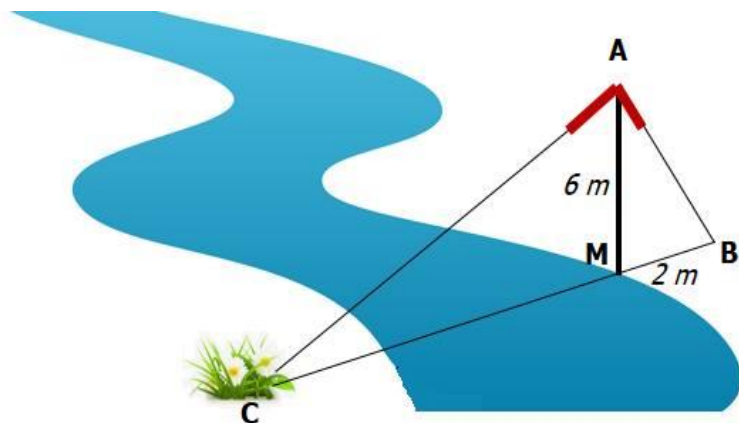
Bài tập Thực tiễn :

Bài 7 : Tính chiều cao cây :



Lời giải :

Bài 8 : Tính độ dài quãng đường từ bờ sông đến khóm hoa :



Lời giải :

.....

Bài tập về nhà :

Bài 1 : Cho tam giác ABC vuông tại A có $AC = 8 \text{ cm}$, $AB = 12 \text{ cm}$. AH là đường cao. Tính :

- | | |
|-------|-------|
| a. BC | b. BH |
| c. CH | d. AH |

Bài 2 : Cho ΔABC vuông tại A, kẻ đường cao AH. Biết $AB = 8,2 \text{ cm}$, $BH = 5,3 \text{ cm}$. Tính :

- | | |
|-------|-------|
| a. AH | b. AC |
| c. CH | d. |

Bài 3 : Cho tam giác ABC vuông tại A có đường cao AH. Biết $BH = 13 \text{ cm}$, $CH = 52 \text{ cm}$. Tính :

- | | |
|-------|-------|
| a. BC | b. AH |
| c. AB | d. AC |

Theo em bài này các em chú ý những điều gì :

- 1

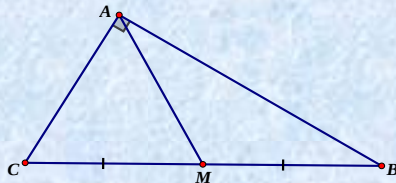
- 2

- 3

Bài 2 : Tính độ dài cạnh dựa vào tỉ lệ - phân giác - chu vi – diện tích

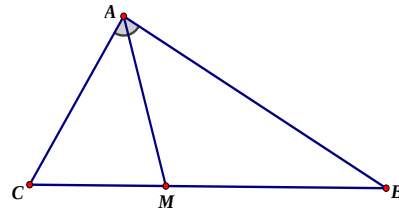
I. Lí Thuyết :

1. Đường trung tuyến ứng với cạnh huyền bằng nửa cạnh huyền:



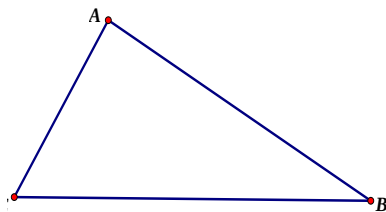
$$AM = \frac{1}{2}BC \text{ (AM là đường trung tuyến)}$$

2. Tính chất đường phân giác của tam giác:



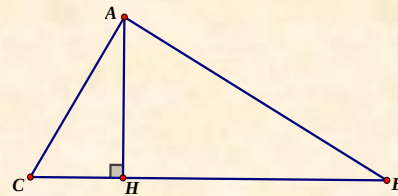
$$\frac{MC}{MB} = \frac{AC}{AB} \text{ (AM là đường phân giác)}$$

3. Chu vi tam giác :



$$\text{Chu vi} = AB + AC + BC$$

4. Diện tích tam giác :



$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}AH.BC$$

II . Bài tập :

Bài 1 : Cho tam giác ABC vuông tại A có $BC = 17\text{cm}$. Tính chiều dài hai cạnh góc vuông biết $AB = \frac{1}{3}AC$.

Bài 2 : Cho $\triangle ABC$ vuông tại A. biết đường cao $AH = 16\text{cm}$ và $\frac{AB}{AC} = \frac{4}{5}$.
Tính HB, HC.

Bài 3 : Cho $\triangle ABC$ vuông tại A, $AB = 5$ cm,
 $AC = 12$ cm, phân giác AD, đường cao
 AH. Tính HB, HC, HD

Bài 4 : Cho $\triangle ABC$ vuông tại A. Kẻ đường
 cao AH, tính chu vi $\triangle ABC$ biết $AH = 16$
 cm, $\frac{HB}{HC} = \frac{2}{5}$.

Bài 5 : Cho tứ giác ABCD có hai đường
 chéo vuông góc với nhau. Chứng minh:
 $AD^2 + BC^2 = AB^2 + CD^2$

Bài 6 : Cho tam giác ABC có diện tích S .



chứng minh ta luôn có diện tích tam giác luôn nhỏ hơn nửa tích hai cạnh .

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Bài tập về nhà

Bài 1 : Cho tam giác vuông, biết tỉ số giữa các cạnh góc vuông là $\frac{5}{12}$, cạnh huyền là 26. Tính

độ dài các cạnh góc vuông và hình chiếu các cạnh góc vuông trên cạnh huyền.

Bài 2 : Tính diện tích hình thang ABCD có đường cao bằng 12cm, hai đường chéo AC và BD vuông góc với nhau, BD = 15cm.

Bài 3 : Hình thang cân ABCD có đáy lớn CD = 10cm, đáy nhỏ bằng đường cao, đường chéo vuông góc với cạnh bên. Tính đường cao của hình thang.

Bài 4 : Cho hình vuông ABCD, M là điểm nằm giữa B và C. Đường thẳng AM cắt đường thẳng DB, DC lần lượt tại I và N. Chứng minh: $\frac{1}{AB^2} = \frac{1}{AM^2} + \frac{1}{AN^2}$

Bài 3: Tỷ số lượng giác của góc nhọn : $\sin x - \cos x - \tan x - \cot x$

I. Lý Thuyết :

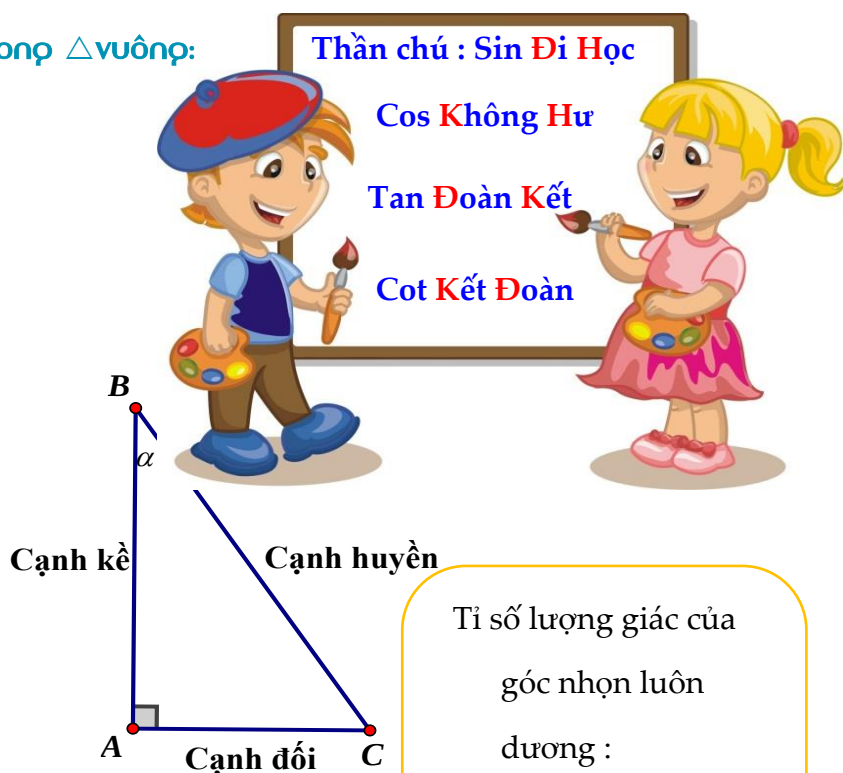
4 Tỷ số lượng giác của góc nhọn trong $\triangle$ vuông:

$$1 \quad \sin \alpha = \frac{\text{Đối}}{\text{Huyền}} = \frac{AC}{BC}$$

$$2 \quad \cos \alpha = \frac{\text{Kề}}{\text{Huyền}} = \frac{AB}{BC}$$

$$3 \quad \tan \alpha = \frac{\text{Đối}}{\text{Kề}} = \frac{AC}{AB}$$

$$4 \quad \cot \alpha = \frac{\text{Kề}}{\text{Đối}} = \frac{AB}{AC}$$



Tỷ số lượng giác của góc nhọn luôn dương :

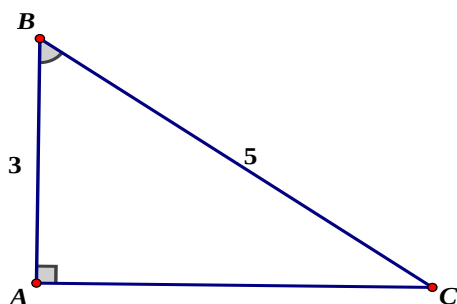
$$0 < \sin \alpha < 1$$

$$0 < \cos \alpha < 1.$$

II. Bài tập :

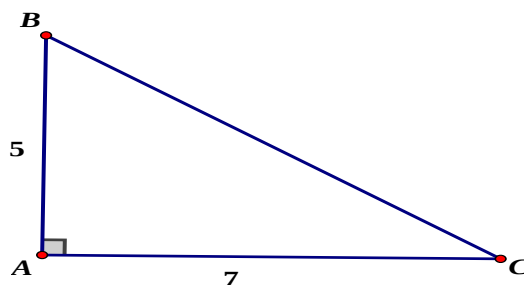
Bài 1 : Cho tam giác ABC vuông tại A. Tìm các tỷ số lượng giác của góc B khi:

a. $BC = 5 \text{ cm}$, $AB = 4 \text{ cm}$.



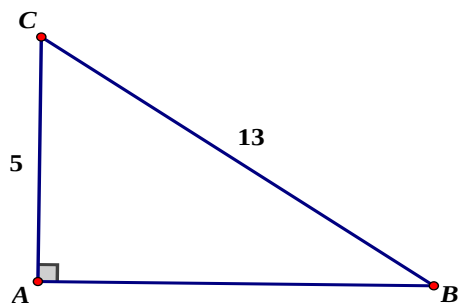
Bài 2 : Cho $\triangle ABC$ vuông tại A có đường cao AH. Tìm số đo của các góc B và C, biết:

a. $AB = 5 \text{ cm}$ và $AC = 7 \text{ cm}$



b. $HB = 8 \text{ cm}$ và $HC = 32 \text{ cm}$.

b. $BC = 13$ cm, $AC = 5$ cm.



.....

.....

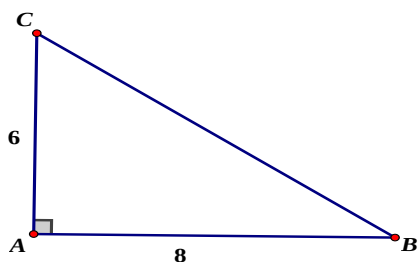
.....

.....

.....

.....

c. $AC = 6$ cm, $AB = 8$ cm.



.....

.....

.....

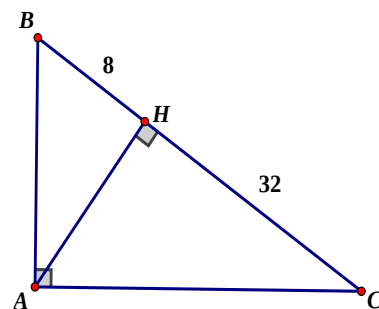
.....

.....

.....

Bài 4 : Cho $\triangle ABC$ vuông tại A, biết $AB = 12$ cm và $BC = 20$ cm.

- Tính góc B và C
- Tìm độ dài đường cao AH và phân giác AD.



.....

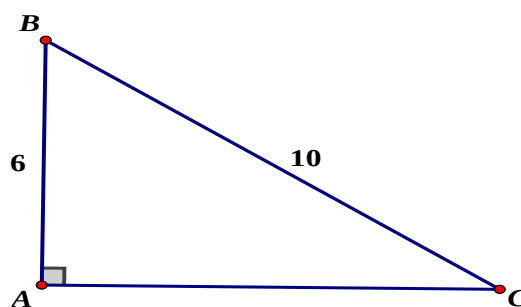
.....

.....

.....

.....

c. $AB = 6$ cm và $BC = 10$ cm.



.....

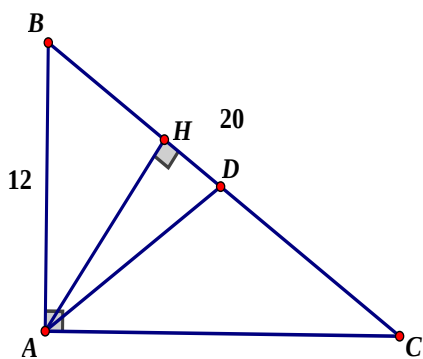
.....

.....

.....

Bài 3 : Cho $\triangle ABC$ có $AB = 9$ cm, $AC = 12$ cm và $BC = 15$ cm.

- Chứng minh $\triangle ABC$ vuông tại A.
- Tìm số đo các góc B và C.
- Tìm độ dài của đường cao AH.



a.

.....

.....

.....

b.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

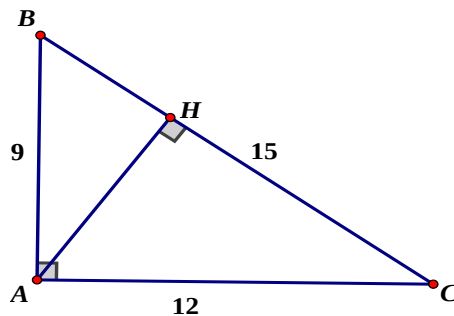
.....

.....

.....

.....

.....



a.

.....

.....

.....

b.

.....

.....

.....

.....

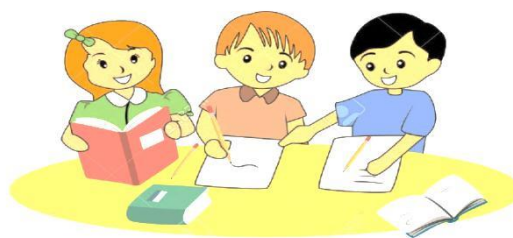
c.

.....

.....

.....

.....



Bài 5 : Cho tam giác nhọn ABC. Chứng minh: $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot BC \cdot \sin B$

Chú ý : hệ thức
lượng chỉ áp dụng
cho tam giác
vuông

.....

.....

Tương tự ta có

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin A$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot BC \cdot \sin C$$

Bài 6 : Cho tam giác ABC ta có : $AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2AC \cdot BC \cdot \cos C$

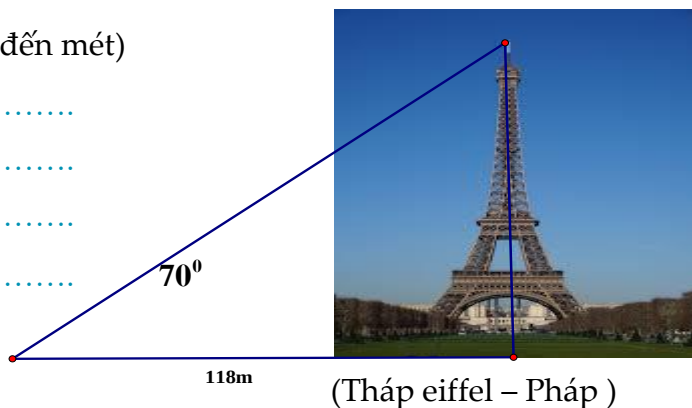
Tương tự có biểu thức :

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos A.$$

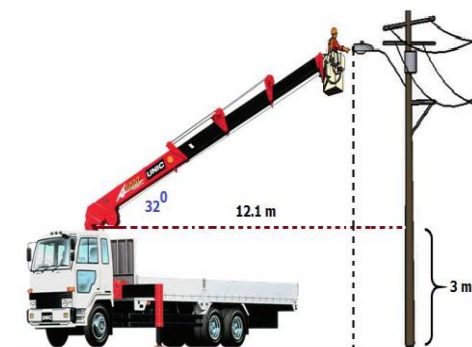
$$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2AB \cdot BC \cdot \cos B.$$

Bài tập thực tiễn

Bài 7 : Các tia nắng mặt trời tạo với mặt đất một góc bằng 70° Và bóng của tháp trên mặt đất dài 118 m. Tính chiều cao của tháp (làm tròn đến mét)



(Tháp eiffel – Pháp)

Bài 8 : Tính chiều cao bóng đèn so với mặt đất (xe cần cẩu)**Bài tập về nhà :**

Bài 1 : Cho $\triangle ABC$ vuông tại A. Tính các tỉ số lượng giác của góc C, biết rằng:

- $AB = 12,5$ cm và $AC = 6,4$ cm.
- Đường cao AH, $AC = 13$ cm và $CH = 5$ cm.
- Đường cao AH, $CH = 6$ cm và $BH = 4,5$ cm

Bài 2 : Cho tam giác ABC vuông tại A, có $AB = 9$ cm và $AC = 14$ cm.

- Tính góc B.
- Phân giác trong góc B cắt AC tại I. Tính AI.
- Vẽ $AH \perp BI$ tại H. Tính AH.

Bài 3 : Một con mèo ở trên cành cây cao 6,5m. Để bắt mèo xuống cần phải đặt thang sao cho đầu cầu thang đạt độ cao đó, khi đó góc của hình thang với mặt đất là bao nhiêu, biết chiếc thang dài 6,7m.

Theo em bài này các em chú ý những điều gì :

-
-
-

Bài 4 : Dụng góc – So sánh các giá trị lượng giác

I. Dụng góc nhọn khi biết tỉ số lượng giác :

Bước 1

Dựng góc vuông xOy và chọn 1 đoạn thẳng làm đơn vị.

Bước 2

Dựa vào góc cần dựng là $\sin x$, $\cos x$, $\tan x$, $\cot x$ để chọn điểm trên trục tọa độ cho phù hợp

Bước 3

Dựng các cung tròn cho hợp lý ta sẽ được góc OAB cần dựng



II. Bài tập :

Bài 1 : Dựng góc α biết $\cos \alpha = \frac{3}{5}$. Tính độ lớn của góc α .

Bài 2 : Dựng góc α biết $\tan \alpha = \frac{5}{4}$. Tính góc vừa dựng

1
.....
2
.....
3
.....
4
.....

1
.....
2
.....
3
.....
4
.....

II. So sánh các giá trị lượng giác và tính các giá trị lượng giác khi biết một đại

lượng

Các công thức lượng giác



$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$



$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$



$$\cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$$



$$\tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1$$



$$1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$$



$$1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$$

Tỉ số lượng giác của hai góc phụ nhau



$$x + y = 90^\circ$$



$$\sin x = \cos y$$



$$\cos x = \sin y$$



$$\tan x = \cot y$$



$$\cot x = \tan y$$



Bước 1

Đổi các giá trị lượng giác về cùng 1 loại $\sin x$ hoặc $\cos x$...



Bước 2

Số nào lớn hơn thì giá trị lượng giác đó lớn hơn



Bước 3

Sắp xếp và viết lại giá trị lượng giác ban đầu theo thứ tự

Bài 1 : Sắp xếp các tỉ số lượng giác sau theo thứ tự tăng dần (không sử dụng máy tính) :

Đề bài	Biến đổi
$\tan 35^\circ$	
$\cot 63^\circ$	
$\tan 80^\circ$	
$\cot 32^\circ$	
$\cot 50^\circ$	

Bài 2 : Sắp xếp các tỉ số lượng giác sau theo thứ tự giảm dần (không sử dụng máy tính) :

Đề bài	Biến đổi
$\sin 30^\circ$	
$\cos 20^\circ$	
$\sin 46^\circ$	
$\cos 67^\circ$	
$\cos 45^\circ$	

Điền đáp án vào đoàn tàu nhé !!!



Bài 3 : Tính giá trị các biểu thức sau:



a. $\sin 15^\circ + \sin 75^\circ - \cos 15^\circ - \cos 75^\circ + \sin 45^\circ$

.....

.....

.....

.....

.....

b. $\sin 25^\circ + \sin 64^\circ - \cos 26^\circ - \cos 65^\circ$

.....

.....

.....

c. $\cos^2 13^\circ + \cos^2 25^\circ + \cos^2 34^\circ + \cos^2 45^\circ + \cos^2 56^\circ + \cos^2 65^\circ + \cos^2 77^\circ$

.....

.....

.....

.....

.....

d. $\sin^2 10^\circ - \sin^2 20^\circ + \sin^2 30^\circ - \sin^2 40^\circ - \sin^2 50^\circ - \sin^2 70^\circ + \sin^2 80^\circ$

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 4 : Biết $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$ và α là góc nhọn .Tính $\cos \alpha; \tan \alpha; \cot \alpha$

Bài 5 : Cho $\tan \alpha = 2$ và α là góc nhọn .Tính $\sin \alpha; \cos \alpha; \cot \alpha$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

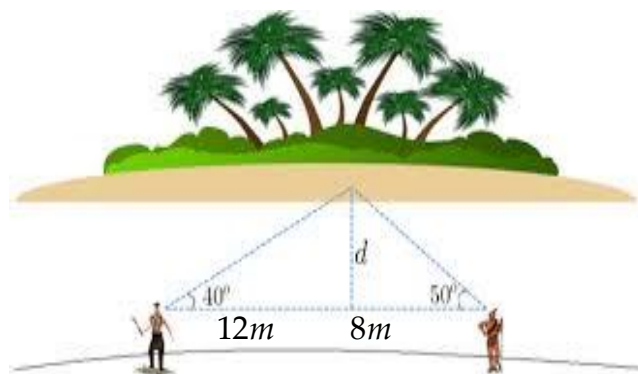
.....

.....

.....

Bài 6 : So sánh quãng đường mà 2 người phải đi tới đảo hoang bên kia .

.....



Bài tập về nhà

Bài 1 : Dựng góc α biết $\cos \alpha = \frac{2}{7}$

Bài 2 : Tính giá trị biểu thức sau :

- $\sin 20^\circ - \tan 25^\circ + \cot 65^\circ - \cos 70^\circ + \sin 30^\circ$
- $\cos^2 20^\circ + \cos^2 40^\circ + \cos^2 50^\circ + \cos^2 70^\circ + \tan^2 45^\circ$

Bài 3 :

- Cho $\tan \alpha = \frac{7}{12}$ và α là góc nhọn . Tính $\cot \alpha$; $\sin \alpha$; $\cos \alpha$.
- Cho $\sin \alpha = \frac{9}{11}$ và α là góc nhọn . Tính $\cot \alpha$; $\tan \alpha$; $\cos \alpha$.



Bài 5 : Chứng minh biểu thức lượng giác

I. Lí thuyết :



1. $(A+B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$
2. $(A-B)^2 = A^2 - 2AB + B^2$
3. $A^2 - B^2 = (A-B)(A+B)$
4. $(A+B)^3 = A^3 + 3A^2B + 3AB^2 + B^3$
5. $(A-B)^3 = A^3 - 3A^2B + 3AB^2 - B^3$
6. $A^3 + B^3 = (A+B)(A^2 - AB + B^2)$
7. $A^3 - B^3 = (A-B)(A^2 + AB + B^2)$



1. $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$
2. $\tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1$
3. $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$
4. $\cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$
5. $1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$
6. $1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$

II. Bài tập

Bài 1 : Chứng minh rằng với góc nhọn α tùy ý, mỗi biểu thức sau không phụ thuộc vào α :

a. $A = (\sin \alpha + \cos \alpha)^2 + (\sin \alpha - \cos \alpha)^2 + 4$

.....

.....

.....

.....

b. $B = \sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha + 3 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha + 1$

.....

.....

.....

.....

.....



Bài 2 : Rút gọn các biểu thức sau:

$$(1 - \cos \alpha)(1 + \cos \alpha)$$

.....



$$1 + \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha$$

.....

.....



$$\cos^2 \alpha + \tan^2 \alpha \cos^2 \alpha$$

.....

.....

.....

.....

$$\sin \alpha - \sin \alpha \cos^2 \alpha$$

.....



$$\tan^2 \alpha - \sin^2 \alpha \tan^2 \alpha$$

.....

.....



$$\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha + 2 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha$$

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 3 : Cho $\tan \alpha + \cot \alpha = 4$. Tính giá trị của biểu thức $A = 4 \sin \alpha \cos \alpha$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 4 : Biết $\cos \alpha = \frac{1}{3}$, tính $A = 3 \sin^2 \alpha + 2 \cos^2 \alpha$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 5 : Cho $\tan \alpha + \cot \alpha = 2$. Chứng minh rằng :

$$\tan^2 \alpha + \cot^2 \alpha = \tan^3 \alpha + \cot^3 \alpha$$

.....

Bài 6 : Biết $\tan \alpha = 2$. Tính :

a. $A = \frac{2 \sin \alpha + \cos \alpha}{7 \sin \alpha - 4 \cos \alpha}$

Th1 :

.....

Th2 :

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

b. $B = \frac{\sin^2 \alpha - \sin \alpha \cos \alpha - \cos^2 \alpha}{2 \sin \alpha \cos \alpha}$

Th1 :

.....

Th2 :

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Bài tập về nhà

Bài 1 : Cho góc nhọn x . Chứng minh :

a. $\frac{1-2\sin^2 x}{\cos x - \sin x} = \cos x + \sin x$

b. $\frac{(\sin \alpha + \cos \alpha)^2 - (\sin \alpha - \cos \alpha)^2}{\sin \alpha \cdot \cos \alpha} = 4$

Bài 2 : Cho $\tan \alpha = 2$. Tính $A = \frac{\sin^3 \alpha - \cos^3 \alpha}{\sin^3 \alpha + \cos^3 \alpha}$

Bài 3 : Biết $\sin \alpha = \frac{1}{2}$. Tính $M = \frac{2 \tan \alpha - 10 \cos \alpha}{5 \cos \alpha + 4 \cot \alpha}$



Theo em bài này các em chú ý những điều gì :

1.
2.

Bài 6 : Giải tam giác vuông

I. Lí thuyết:

Bước 1 :

Vẽ hình và xác định rõ các đại lượng cần tìm

Bước 2 :

Áp dụng tỉ số lượng giác để tìm cạnh và góc

Bước 3 :

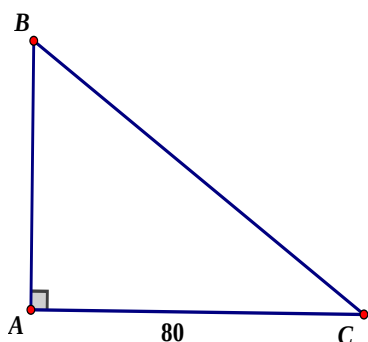
Kết luận



II. Bài tập

Bài 1 : Giải tam giác ABC vuông tại A , biết :

a. $AC = 80$ cm và góc $B = 30^\circ$



.....

.....

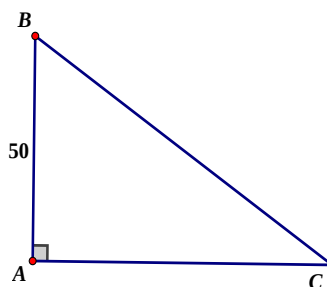
.....

.....

.....

.....

c. $AB = 50$ cm và góc $B = 60^\circ$



.....

.....

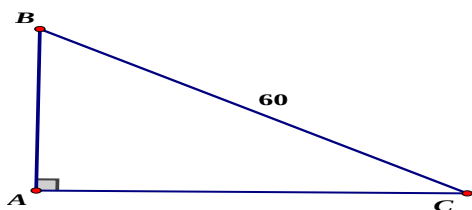
.....

.....

.....

.....

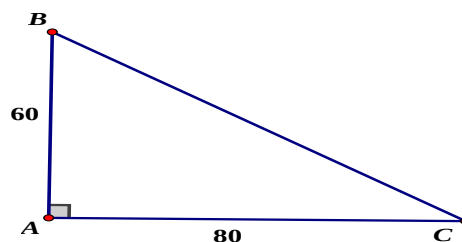
b. $BC = 60$ cm và góc $C = 30^\circ$



.....

.....

d. $AB = 60$ cm và $AC = 80$ cm



.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 2 : Cho tam giác ABC vuông tại A có $B = 30^\circ$, $AB = 8\text{cm}$

- Giải tam giác vuông ABC.
- Vẽ đường cao AH và trung tuyến AM của $\triangle ABC$. Tính diện tích $\triangle AHM$.



a.

.....

.....

.....

.....

b.

.....

.....

.....

.....

.....

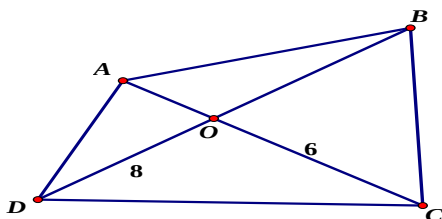
.....

Bài 3 : Cho $\triangle ABC$ vuông tại A, đường cao AH. Biết $HB = 4,6\text{cm}$; $HC = 5,4\text{cm}$

- Tính : AB, AC, AH.
- Kẻ $HE \perp AB$; $HF \perp AC$. Chứng minh rằng: $AB.AE = AC.AF$.
- Chứng minh: $\triangle AEF$ và $\triangle ABC$ đồng dạng.

Lời giải :

Bài 4 : Cho tứ giác ABCD có các đường chéo cắt nhau tại O. Cho biết $AC = 6\text{cm}$, $BD = 8\text{cm}$, $AOB = 60^\circ$. Tính diện tích tứ giác ABCD.



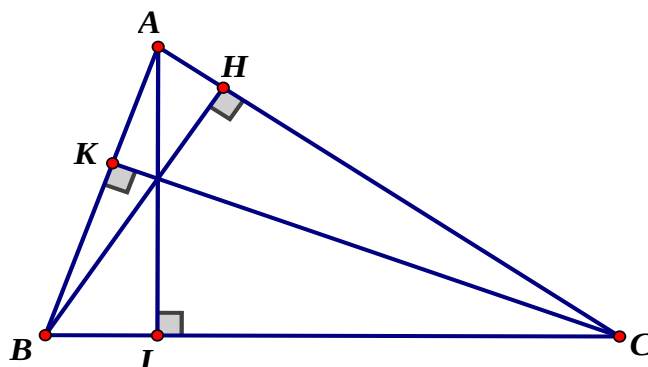
Cho tam giác nhọn ABC:

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot BC \cdot \sin B$$

(đã chứng minh ở bài 3)

Bài 5 : Cho tam giác nhọn ABC. Gọi a, b, c lần lượt là độ dài các cạnh đối diện với các đỉnh A,

B, C. Chứng minh: $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$



Bài tập về nhà

Bài 1 : Giải tam giác vuông ABC tại A :

- $AB = 8 \text{ cm}$ và $B' = 45^\circ$.
- $AB = 5 \text{ cm}$ và $BC = 13 \text{ cm}$.

Bài 2 : Cho hình chữ nhật ABCD. Từ D hạ đường vuông góc với AC, cắt AC ở H. Biết rằng $AB = 10\text{cm}$; $DH = 5\text{cm}$. Tính độ dài BD. $BD = 14,22\text{cm}$

Bài 3 : Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao $AH = 6\text{cm}$, $HC = 12\text{cm}$.

- Tính độ dài HB, BC, AB, AC
- Kẻ $HD \perp AC$ ($D \in AC$). Tính độ dài HD và diện tích tam giác AHD.

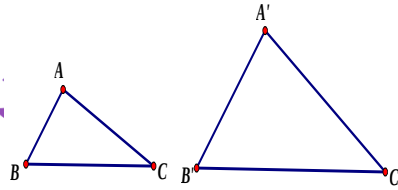
Bài 7 : Bài Tập Tổng Hợp

I. Lí thuyết :

1. Các trường hợp đồng dạng của tam giác

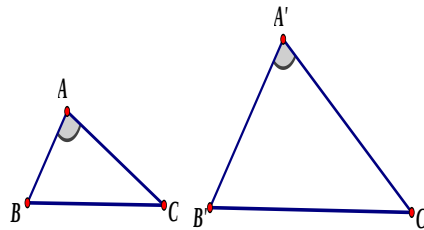
Th1 : c-c-c

$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'} = \frac{BC}{B'C'}$$



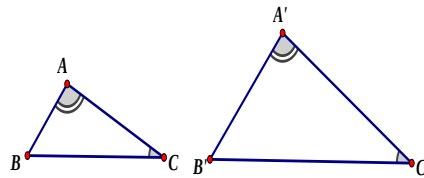
Th2 : c-g-c

$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'} \text{ và } A = A'$$

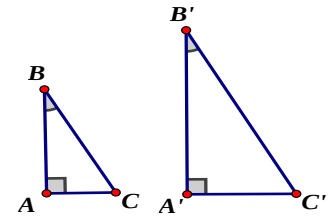


Th3 : g-g

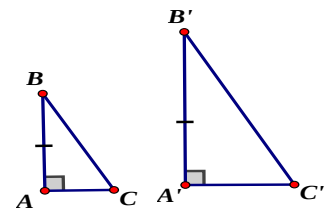
$$A = A' \text{ và } C = C'$$



Đặt biệt tam giác bằng nhau :



$B = B'$
Hoặc



$$AB = A'B'$$

2. Bài tập



Bài 1: Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH, AB = 4 cm, BC = 10 cm. Gọi E, F lần lượt là hình chiếu của H trên cạnh AB và AC.

- Giải tam giác vuông ABC.
- Tính độ dài AH và chứng minh: $EF = AH$.
- Tính: $EA.EB + AF.FC$.

Lời giải :

a.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

b.

c.

.....

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Bài 2 : Cho hình thang ABCD có $A = D = 90^0$ và hai đường chéo vuông góc với nhau tại O.

- a. $AD^2 = AB.DC$
- b. Cho $AB = 8, CD = 12$. Tính diện tích hình thang ABCD.
- c. Tính độ dài các đoạn thẳng OA, OB, OC, OD

Lời giải :

a.	• Vẽ hình :
b.	
c.	

Bài 3 : Cho ΔABC vuông tại A, đường cao AH.

- Biết $4AB = 5AC$. Tính $\sin ACB$, $\tan ACB$.
- Vẽ đường phân giác CK của ΔAHC . Biết $AH = 4,6$ cm; $BH = 3,2$ cm. Tính CH, AC, CK, $\cos HCK$.
- Lấy $M \in BC$. Kẻ $ME \perp AB$ tại E và $MF \perp AC$ tại F. Chứng minh $MB \cdot MC = EA \cdot EB + FE \cdot FC$

Lời giải :

• Vẽ hình :

a.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

b.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

c.

.....

.....

.....

.....

.....

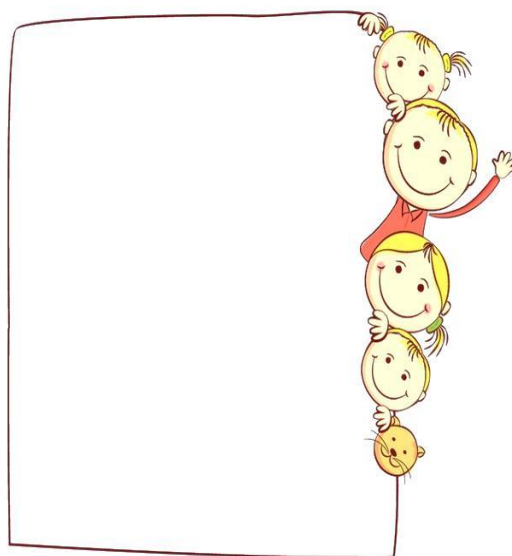
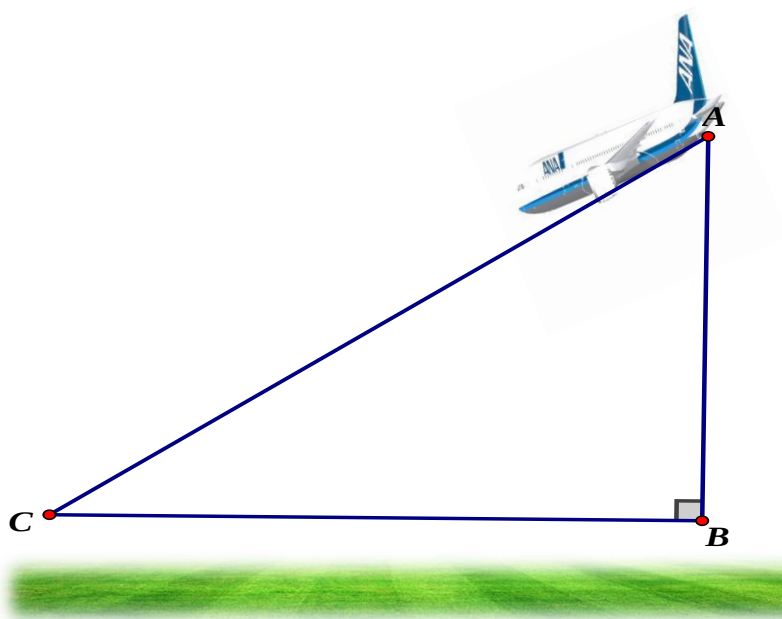
.....

.....



Bài 4 : Một máy bay đang bay ở độ cao 25km. Khi bay hạ cánh xuống mặt đất, đường đi của máy bay tạo một góc nghiêng so với mặt đất.

- a. Nếu phi công muốn tạo góc nghiêng 7° thì cách sân bay bao nhiêu kilômét phải bắt đầu cho máy bay hạ cánh?



- b. Nếu cách sân bay 200km máy bay bắt đầu hạ cánh thì góc nghiêng là bao nhiêu?

Bài 5 : Một khúc sông rộng khoảng 300m. Một chiếc đò chèo qua sông bị dòng nước đẩy phải chèo khoảng 380m mới tới bờ bên kia. Hỏi dòng nước đã đẩy chiếc đò đi một góc bằng bao nhiêu?

Bài tập về nhà

Bài 1: Cho $\triangle ABC$ có 3 góc nhọn. Các đường cao AD , BE , CF cắt nhau tại H . Chứng minh :

a. $AF.AB = AH.AD = AE.AC$

b. $DH.DA = DB.DC$

c. $BF.BA = BH.BE = BD.BC$

d. $HB.HE = HC.HF = HA.HD$

e. $BH.BE + CH.CF = BC^2$

f. $DB.DC = DH.DA$

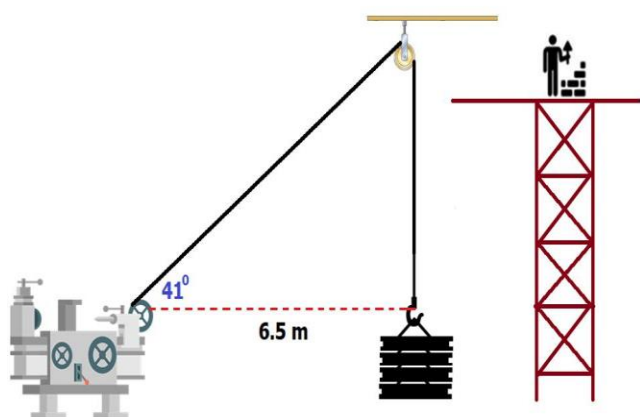
Bài 2 : Một đài quan sát hải đăng cao 150m so với mặt nước biển, nhìn một chiếc tàu ở xa với góc $\alpha = 10^\circ$. Hỏi khoảng cách từ tàu đến chân hải đăng là bao nhiêu mét ?

Bài 3 : Cho hình thang ABCD ($A = D = 90^\circ$). Gọi M là trung điểm của AD. Kẻ $MK \perp BC$ tại K.

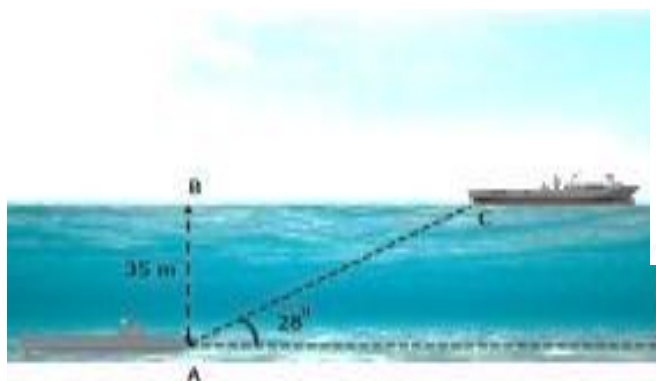
Biết $AB = 9 \text{ cm}$, $BC = 25 \text{ cm}$, $CD = 16 \text{ cm}$.

- Tính AD, MB, MC.
- Chứng minh : $\triangle MBC$ vuông tại M.
- Tính MK và diện tích $\triangle MKC$.

Bài 4 : Tính độ dài dây kéo vật



Bài 5 : Tính khoảng cách AC giữa tàu ngầm và tàu trên mặt nước



Theo em bài này các em chú ý những điều gì :

1.

.....

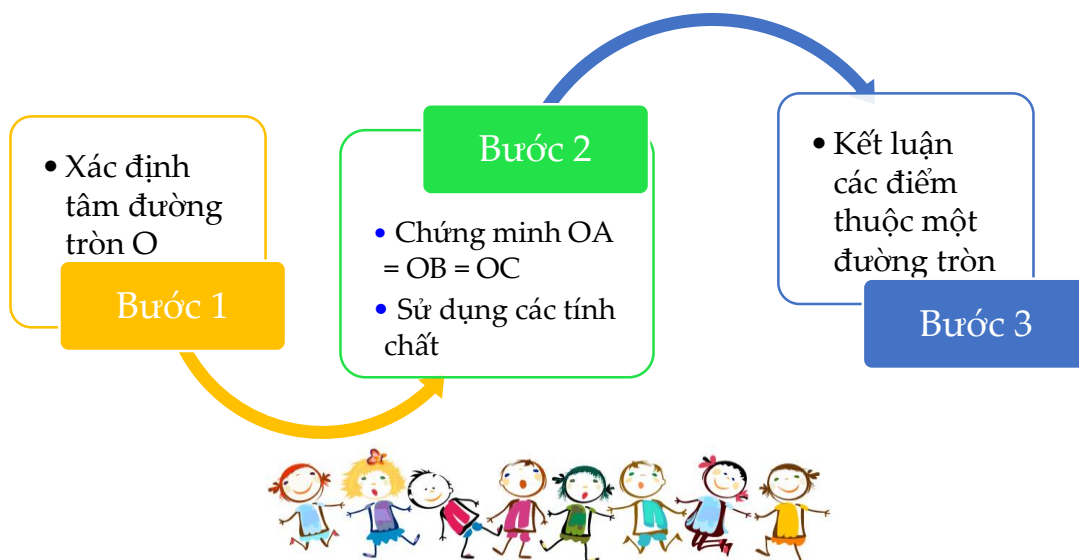
2.

CHƯƠNG 2 : ĐƯỜNG TRÒN

Bài 1 : Sự xác định của đường tròn – tính chất của đường tròn

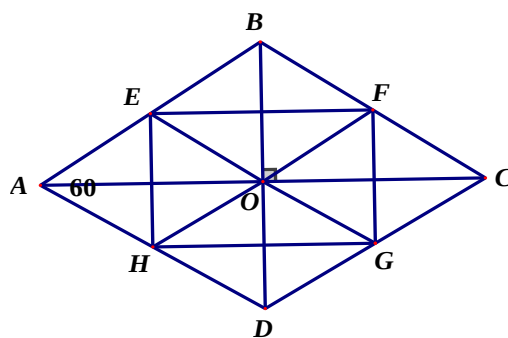
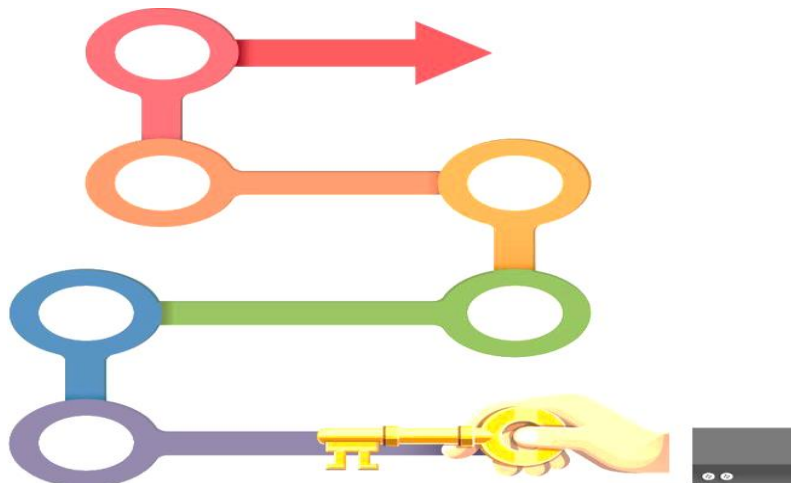
I. Lí Thuyết :

- 1 **Đường tròn** : Đường tròn tâm O bán kính R ($R > 0$) là hình gồm các điểm M cách điểm O một khoảng bằng R. $OM = R \Leftrightarrow M \in (O; R)$
- 2 **Vị trí tương đối của một điểm đối với một đường tròn**
Cho đường tròn $(O; R)$ và điểm M.
 - M nằm trên đường tròn $(O; R) \Leftrightarrow OM = R$.
 - M nằm trong đường tròn $(O; R) \Leftrightarrow OM < R$.
 - M nằm ngoài đường tròn $(O; R) \Leftrightarrow OM > R$.
- 3 **Cách xác định đường tròn** : Qua ba điểm không thẳng hàng, ta vẽ được một và chỉ một đường tròn.
- 4 **Tính chất đối xứng của đường tròn**
 - Đường tròn là hình có **tâm đối xứng**. Tâm của đường tròn là tâm đối xứng của đường tròn đó.
 - Đường tròn là hình có **trục đối xứng**. Bất kì đường kính nào cũng là trục đối xứng của đường tròn
- 5 Đường tròn qua 3 đỉnh của một tam giác gọi là đường tròn ngoại tiếp tam giác đó. Khi đó tam giác được gọi là nội tiếp đường tròn. Tâm của đường tròn này là giao điểm của hai hay ba đường trung trực của tam giác đó..
- 6 **Tâm của đường tròn ngoại tiếp Δ vuông là trung điểm cạnh huyền.**
Nếu một tam giác có một cạnh là đường kính của đường tròn ngoại tiếp thì tam giác đó là tam giác vuông



II. Bài tập :

Bài 1 : Dựa vào hình vẽ bên dưới các em hãy tìm các điểm cách đều điểm **O**



Bài 2 : Cho hình chữ nhật ABCD.

- Chứng minh rằng bốn điểm A, B, C và D cùng thuộc một đường tròn.
- Cho $AB = 3\text{cm}$ và $BC = 5\text{cm}$. Tính bán kính của đường tròn trên.

Lời giải :

a.

• **Vẽ hình :**

.....

.....

.....

.....

b.

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 3 : Cho tam giác ABC vuông tại A. Trên AB, AC lần lượt lấy các điểm D, E. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của DE, EB, BC, CD.

- Chứng minh rằng : 4 điểm M, N, P, Q cùng thuộc 1 đường tròn .
- Tính diện tích $MNPQ$ biết $BD = 8\text{cm}$ và $EC = 6\text{cm}$

Lời giải :

a.

.....

.....

.....

• Vẽ hình

b.

Bài 4 : Cho ΔABC cân tại A, đường cao AD và BE . Gọi F là trung điểm của AB

a. Chứng minh: 4 điểm A, B, D và E cùng nằm trên một đường tròn.

b. Chứng minh : C không thuộc đường tròn trên.

Lời giải :

• Vẽ hình

a.

b.

Bài 5 : Cho hình thang ABCD ($AB \parallel CD$, $AB < CD$) có $\hat{C} = \hat{D} = 60^\circ$, $CD = 2AD$.

- Chứng minh 4 điểm A, B, C, D cùng thuộc một đường tròn.
- Tính diện tích hình thang ABCD biết $AD = 4\text{cm}$, $AB = 1,5\text{cm}$

Lời giải :

a.

• Vẽ hình

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

b.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Bài 6 : Cho điểm M bên ngoài đường tròn $(O; R)$. Tia MO cắt (O) tại A và B (A nằm giữa O và M). Lấy C bất kì thuộc (O) và khác hai điểm A và B . Chứng minh: $MA < MC < MB$.

Lời giải :

• Vẽ hình

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài tập về nhà

Bài 1 : Cho ΔABC đều. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của AB, BC, CA . Chứng minh rằng bốn điểm B, C, P và M cùng nằm trên một đường tròn.

Bài 2 : Cho tam giác ABC có các đường cao BH và CK .

- a. Chứng minh: B, K, H và C cùng nằm trên một đường tròn.
- b. So sánh KH và BC .

Bài 3 : Cho tam giác ABC , góc A tù. Kẻ các đường cao AD, BE, CF của tam giác ABC . Chứng minh rằng :

- a. Các điểm A, D, B, E cùng nằm trên 1 đường tròn.
- b. Các điểm A, D, C, F cùng nằm trên 1 đường tròn.
- c. Các điểm B, C, E, F cùng nằm trên 1 đường tròn.

Bài 4 : Cho tam giác ABC nhọn có hai đường cao BD và CE . Gọi O và I lần lượt là trung điểm của BC và DE .

- a. Chứng minh bốn điểm B, C, D, E cùng thuộc một đường tròn.
- b. Chứng minh OI vuông góc với DE .

Bài 5 : Cho tứ giác $ABCD$ có $B = D = 90^\circ$. Gọi O là trung điểm của AC . Chứng minh bốn điểm A, B, C, D cùng thuộc đường tròn đường kính AC .

Bài 6 : Cho hình vuông $ABCD$. Gọi M là trung điểm BC , N là điểm thuộc đường chéo AC sao cho $AN = \frac{1}{4}AC$. Chứng minh 4 điểm M, N, C, D thuộc cùng một đường tròn.

Bài 2 : Đường kính và Dây cung

I. Lí thuyết :

1 So sánh độ dài của đường kính và dây :

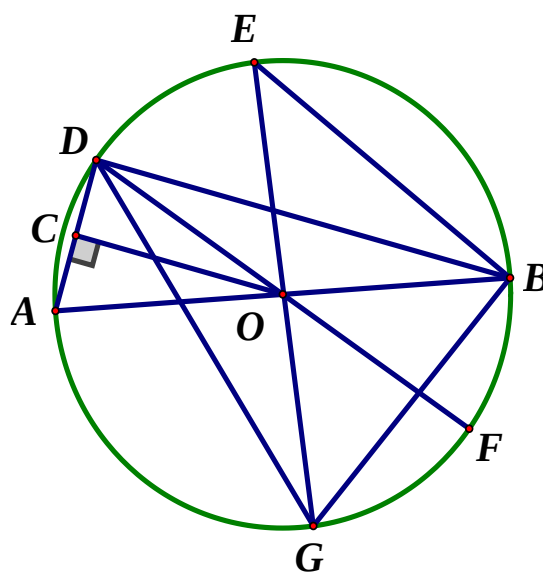
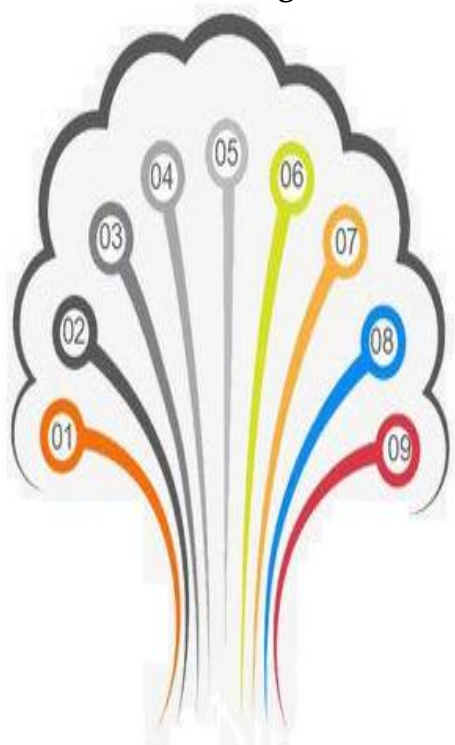
- Trong các dây của một đường tròn, dây lớn nhất là đường kính. Từ đó suy ra nếu AB là một dây cung bất kì của $(O; R)$ thì $AB \leq 2R$.

2 Quan hệ vuông góc giữa đường kính và dây

- Trong một đường tròn, đường kính vuông góc với một dây thì đi qua trung điểm của dây ấy.
- Trong một đường tròn, đường kính đi qua trung điểm của một dây không đi qua tâm thì vuông góc với dây ấy.

II. Bài tập :

Bài 1 : Tìm các đường kính và dây trong hình vẽ sau :



Bài 2 : Cho đường tròn (O) đường kính AB , dây CD không cắt đường kính AB tại I . Gọi H và K lần lượt là hình chiếu của A và B trên CD . Chứng minh: $CH = DK$.

Lời giải :

.....

.....

.....

.....

.....

- Vẽ hình

Bài 3 : Cho tam giác ABC nhọn có trực tâm H và nội tiếp đường tròn tâm O . Vẽ đường kính AK .

- Chứng minh tứ giác $BHCK$ là hình bình hành.
- Kẻ $OM \perp BC$ ở M . Chứng minh H, M, K thẳng hàng.
- Chứng minh : $AH = 2OM$.

Lời giải :

a.

• Vẽ hình

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

b.

c.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 4 : Cho đường tròn $(O; R)$ và ba dây AB, AC, AD . Gọi M, N lần lượt là hình chiếu của B trên các đường thẳng AC, AD . Chứng minh rằng $MN \leq 2R$.

Lời giải :

.....



- **Vẽ hình :**

Bài 5 : Cho đường tròn $(O; 6\text{cm})$ và hai dây $AB = CD = 4\text{cm}$. Hai đường thẳng AB và CD cắt nhau ở I . Gọi H và K là trung điểm của AB và CD tương ứng.

- a.** Chứng minh $OH = OK$ và $IH = IK$.

- b.** Biết $KOI = 30^\circ$. Tính OH và KI

Lời giải :

- a.

- **Vẽ hình :**

- b.**



Chứng minh rằng $OH^2 + \frac{AB^2}{4} = OK^2 + \frac{CD^2}{4}$.

Lời giải :

This image shows a full page of primary-ruled notebook paper. It features ten sets of horizontal lines across the page. Each set consists of a solid light blue top line, a dashed light blue middle line, and a solid light blue bottom line, providing a guide for letter height and placement. The background is white, and there are no margins or other markings present.

- 1 Nếu $AB = CD$ thì OH OK
- 2 Nếu $AB > CD$ thì OH OK
- 3 Nếu $AB < CD$ thì OH OK

Bài 1 : Cho đường tròn $(O; R)$. Vẽ hai dây AB và CD vuông góc với nhau. Chứng minh rằng :

$$S_{ABCD} \leq 2R^2.$$

Bài 3 : Cho đường tròn $(O ; R)$ có hai bán kính OA, OB vuông góc với nhau. Tia phân giác của $\widehat{AOB}$ cắt (O) ở C . Lấy điểm bất kì trên cung BC và hạ đường vuông góc DH xuống OA , đường này cắt OC ở E .

- a. Tính theo R khoảng cách từ C đến OA.
- b. Chứng minh : $HD^2 + HE^2$ không đổi khi D thay đổi.



Bài 3 : Liên hệ giữa dây và khoảng cách từ tâm đến dây

I. Lí thuyết :

1 Trong một đường tròn:

- Hai dây bằng nhau thì cách đều tâm.
- Hai dây cách đều tâm thì bằng nhau.

2 Trong hai dây của một đường tròn:

- Dây nào lớn hơn thì dây đó gần tâm hơn.
- Dây nào gần tâm hơn thì dây đó lớn hơn.

3 Đường tròn ngoại tiếp tam giác:

- Đường tròn ngoại tiếp tam giác là giao của 3 đường trung trực .
- Với tam giác vuông, tâm đường tròn ngoại tiếp là trung điểm cạnh huyền.



II. Bài tập

Bài 1 : Dựa vào hình vẽ minh họa hãy điền dấu $>, <, =$ vào chỗ chấm :

1 $OK = 3\text{cm} - OH = 4\text{cm}$
 $\Rightarrow CD \dots AB$

2 $OK = 5\text{cm} - OH = 4\text{cm}$
 $\Rightarrow CD \dots AB$

3 $CD = 4\text{cm} - AB = 4\text{cm}$
 $\Rightarrow OK \dots OH$

4 $CD = 3\text{cm} - AB = 5\text{cm}$
 $\Rightarrow OK \dots OH$

Bài 2 : Cho đường tròn $(O; 8\text{cm})$, hai dây cung AB và AC , biết $AB = 10\text{cm}$ $AC = 4\text{cm}$.

- Tính khoảng cách từ O đến mỗi dây .
- Tính $S_{AHOK} = ?$

Lời giải :

-
-
-

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

b.

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 3 : Cho đường tròn tâm O , hai dây AB và CD vuông góc với nhau tại I . Biết $AB = 12cm$
 $CD = 15cm, IA = 4cm, IC = 6cm$

- Tính khoảng cách từ O đến mỗi dây.
- Tính bán kính của đường tròn

Lời giải :

a.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

b.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Nếu : $AB = CD$ thì

- Tứ giác $MOKI$ là hình
- OK..... OM

Bài 4 : Cho đường tròn $(O; R)$, đường kính AB và dây cung AC .



- a. Biết khoảng cách từ O đến AC và BC lần lượt là 4cm và 6cm . Tính độ dài AC , BC và bán kính đường tròn.
- b. Trên tia đối của tia CA lấy D sao cho $CD = CA$. Tìm tập hợp trọng tâm G của tam giác ABD khi C di chuyển trên đường tròn (O)

Lời giải :

• **Hình vẽ :**

b.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

a.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Bài 5 : Cho đường tròn (O) và dây BC cố định. Điểm A di chuyển trên cung lớn BC . Gọi M là trung điểm của AC ; H là hình chiếu của M trên AB . Kẻ $CD \perp BC$ (D thuộc đường tròn (O)).

Chứng minh :

- a. B, O, D thẳng hàng.
- b. MH luôn đi qua một điểm cố định.

Lời giải :

a.

• Vẽ hình :

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

b.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài tập về nhà

Bài 1 : Cho đường tròn $(O; R)$ và hai dây AB, CD bằng nhau và vuông góc với nhau tại I. Cho $IA = 4cm, IB = 7cm$. Tính khoảng cách từ tâm O đến mỗi dây

Bài 2 : Cho nửa đường tròn (O) đường kính AB. Trên nửa đường tròn này lấy hai điểm C, D. Biết $AC = CD = 9cm, DB = 15cm$. Tính bán kính đường tròn (O)

Bài 3 : Cho đường tròn tâm $(O; 5cm)$, dây AB = 8 cm.

a. Tính khoảng cách từ tâm O đến dây AB.

b. Gọi I là điểm thuộc dây AB sao cho $AI = 2cm$. Kẻ dây CD đi qua I và vuông góc với AB.
So sánh CD và AB.

Bài 4 : Cho đường tròn (O) và một dây CD. Từ O kẻ tia vuông góc với CD tại M, cắt (O) tại H. Tính bán kính R của (O) biết: $CD = 14$ cm và $MH = 5$ cm.

Bài 5 : Cho đường tròn tâm O, đường kính $AB = 10\text{cm}$. Dây CD có độ dài 8 cm vuông góc với AB tại H.

- a. Tính độ dài HA, HB
- b. Gọi M, N theo thứ tự là hình chiếu của H lên trên AC, BC. Tính diện tích tứ giác CMHN

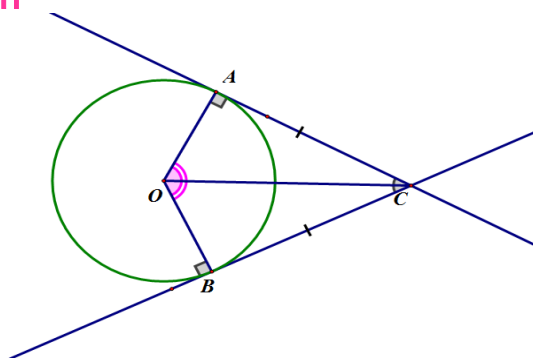
Bài 4 : Vị trí tương đối của đường thẳng và đường tròn**Dấu hiệu nhận biết tiếp tuyến của đường tròn****Tính chất của hai tiếp tuyến cắt nhau****I. Lí thuyết :****① Vị trí tương đối của đường thẳng và đường tròn**

Cho đường tròn $(O; R)$ và đường thẳng Δ . Đặt $d = d(O, \Delta)$.

VTTD của đường thẳng và đường tròn	Số điểm chung	Hệ thức giữa d và R
Đường thẳng và đường tròn cắt nhau	2	$d < R$
Đường thẳng và đường tròn tiếp xúc nhau	1	$d = R$
Đường thẳng và đường tròn không giao nhau	0	$d > R$

② Tiếp tuyến của đường tròn là đường thẳng có điểm chung duy nhất với đường tròn (điểm chung đó gọi là tiếp điểm)**③ Dấu hiệu nhận biết tiếp tuyến của đường tròn**

- Nếu một đường thẳng là tiếp tuyến của một đường tròn thì nó vuông góc với bán kính đi qua tiếp điểm.
- Nếu một đường thẳng đi qua một điểm của đường tròn và vuông góc với bán kính đi qua điểm đó thì đường thẳng ấy là một tiếp tuyến của đường tròn.

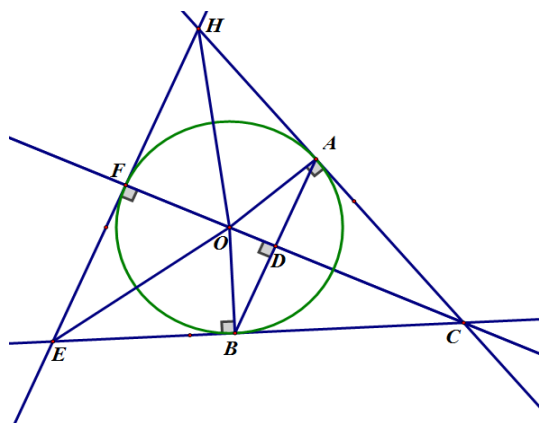
**④ Tính chất của hai tiếp tuyến cắt nhau**

Nếu hai tiếp tuyến của một đường tròn cắt nhau tại một điểm thì:

- Điểm đó cách đều hai tiếp điểm.
- Tia kẻ từ tâm đi qua điểm đó là tia phân giác của góc tạo bởi hai tiếp tuyến.
- Tia kẻ từ tâm đi qua điểm đó là tia phân giác của góc tạo bởi hai bán kính đi qua tiếp điểm.

II . Bài tập :

Bài 1 : Điền vào chỗ chấm :



01

Các tiếp tuyến :

02

Các tiếp tuyến bằng nhau :

03

Các đường phân giác :

04

Các tiếp điểm :

05

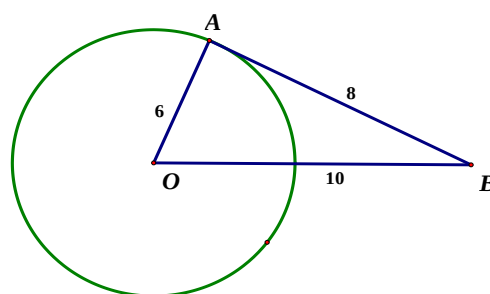
Các dây :

Bài 2: Cho đường tròn tâm O có bán kính bằng 6 cm và điểm B cách O một khoảng bằng 10 cm . Lấy điểm A thuộc (O) sao cho $AB = 8\text{ cm}$.

- Tam giác OAB là tam giác gì?
- Chứng minh đường thẳng BA tiếp xúc với (O) .

Lời giải :

-
.....
.....
.....
-
.....
.....



Bài 3 : Cho đường tròn tâm O bán kính R . Lấy điểm A cách O một khoảng bằng $2R$. Từ A vẽ hai tiếp tuyến với hai tiếp điểm là B và C . Đoạn thẳng OA cắt (O) tại I . Đường thẳng qua O và vuông góc với OB cắt AC tại K .

- Chứng minh $OK \parallel AB$ và tam giác OAK cân tại K .
- Chứng minh đường thẳng KI là tiếp tuyến của (O) .

Lời giải :

• Vẽ hình

a.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

b.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 4 : Cho tam giác ABC có hai đường cao BD và CE cắt nhau tại H.

- a. Chứng minh rằng bốn điểm A, D, H, E cùng nằm trên một đường tròn tâm I
- b. Gọi M là trung điểm của BC. Chứng minh rằng ME là tiếp tuyến của đường tròn (I).

Lời giải :

a.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

b.

.....

.....

.....

.....

.....

• Vẽ hình:

Muốn chứng minh tiếp tuyến
cần chứng minh đường thẳng
đó vuông góc với bán kính của
đường tròn

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Bài 5 : Cho đường tròn $(O;R)$ đường kính AB . Vẽ dây AD và dây BC cắt nhau tại E . Tia AC và tia BD cắt nhau ở F .

- Chứng minh: $\widehat{ADB} = \widehat{ACB} = 90^\circ$
- Chứng minh: $FE \perp AB$
- Gọi I là trung điểm của EF . Chứng minh: ID là tiếp tuyến của đường tròn (O) .

Lời giải :

• **Vẽ hình :**

b.

.....
.....
.....
.....
.....
.....

c.

.....
.....
.....
.....
.....

a.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Bài 4 : Cho đường tròn $(O; R)$ có đường kính AB và hai tiếp tuyến Ax, By . Một tiếp tuyến khác tại điểm M cắt Ax ở C và cắt By ở D .

- Chứng minh : $CD = AC + BD$.
- Chứng minh: $\triangle COD$ vuông.
- Chứng minh: $AB^2 = 4AC \cdot BD$.
- AM cắt OC tại I , BM cắt OD tại K . Chứng minh tứ giác $OIMK$ là hình chữ nhật
- Định vị trí của M để $OIMK$ là hình vuông.

Lời giải :

a.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

b.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

c.

.....

.....

.....

.....

.....

• Vẽ hình :

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

d.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

e.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Bài tập về nhà

Bài 1 : Cho đường tròn $(O; R)$ và đoạn thẳng $OA = 2R$. Từ A kẻ hai tiếp tuyến AB, AC đến đường tròn (O) .

- a. Chứng minh: OA là đường trung trực của đoạn thẳng BC.
- b. Chứng minh: $\triangle ABC$ đều và diện tích $\triangle ABC$.
- c. Đoạn OA cắt (O) tại D. Tứ giác OBDI là hình gì? Vì sao?
- d. BO cắt AC kéo dài tại I. Tính theo R chu vi $\triangle ABI$.
- e. Từ O kẻ đường vuông góc với OC cắt AB tại K. Tính khoảng cách từ K đến OA.

Bài 2 : Cho $\triangle ABC$ cân tại A, có O là trung điểm của BC và $BC = 2a$. Đường tròn (O) tiếp xúc với AB, AC lần lượt tại H và K. Qua D trên cung nhỏ HK, kẻ tiếp tuyến với (O) cắt AB và AC ở M và N.

- a. Chứng minh: A, H, O, K cùng thuộc một đường tròn.
- b. Chứng minh: $\angle MON = \angle BAC$.
- c. Tính tích $BM \cdot CN$ theo a.
- d. Định vị trí của MN sao cho $BM + CN$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Bài 5 : Bài tập tiếp tuyến của đường tròn (Nâng cao)

Bài 1 : Cho nửa đường tròn $(O;R)$ đường kính AB . Gọi Ax, By là các tia vuông góc với AB (Ax, By và nửa đường tròn thuộc cùng một nửa mặt phẳng bờ AB). Gọi D là điểm bất kì thuộc nửa đường tròn. Tiếp tuyến tại D cắt Ax và By theo thứ tự tại M và N .

- Tứ giác $AMNB$ là hình gì ? Vì sao ?
- Tính số đo góc MON .
- Chứng minh : $MN = AM + BN$.
- Chứng minh : Tích $AM \cdot BN$ không đổi khi D di chuyển trên đường tròn $(O;R)$
- Đường tròn đường kính MN tiếp xúc với AB tại O .
- AN và BM cắt nhau tại Q , DQ cắt AB tại H . Chứng minh: $DQ \perp AB$ và Tính tỉ số $\frac{QH}{QD}$.
- Gọi K là trung điểm của AD . Chứng minh M, K, O thẳng hàng .
- Tìm vị trí của D để tứ giác $AMNB$ có chu vi nhỏ nhất.

Lời giải :

• **Vẽ hình :**

a.	f.
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
b.	
.....	
.....	

c.

d.

e.

g.



h.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài tập về nhà

Bài 1 : Cho đường tròn tâm O có đường kính BC và có bán kính R . Tiếp tuyến của (O) tại A cắt đường thẳng BC tại I . Chứng minh:

- a. $IB \cdot IC = IA^2$.
- b. $IB \cdot IC = IO^2 - R^2$

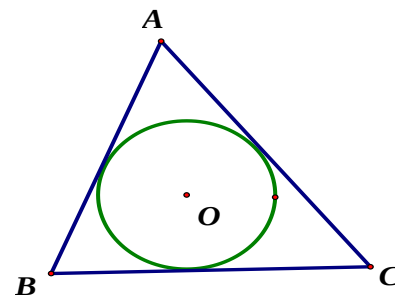
Bài 2 : Tiếp tuyến tại M của đường tròn $(O; R)$ cắt dây BC kéo dài tại A ngoài (O) . Vẽ OH vuông góc với BC tại H .

- a. Chứng minh : $AB + AC = 2AH$
- b. Chứng minh $AB + AC \geq 2AM$

Bài 6 : Đường tròn nội tiếp tam giác

I. Lí Thuyết :

- Đường tròn tiếp xúc với ba cạnh của một tam giác là **đường tròn nội tiếp** tam giác, còn tam giác là **ngoại tiếp** đường tròn.
- Tâm của đường tròn nội tiếp tam giác là giao điểm của các đường phân giác các góc trong tam giác.



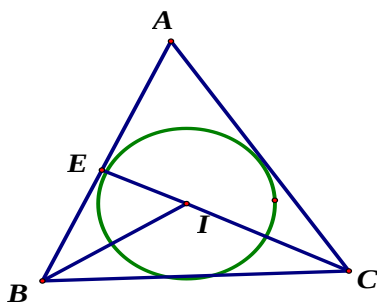
II. Bài tập :



Bài 1 : Cho $\triangle ABC$ đều có cạnh 6 cm. Tính bán kính đường tròn (I) nội tiếp $\triangle ABC$.

Lời giải :

• Hình vẽ :



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 2 : Cho đường tròn (O) nội tiếp tam giác đều ABC. Một tiếp tuyến của đường tròn cắt các cạnh AB và AC theo thứ tự ở M và N.

- Tính diện tích tam giác AMN biết $BC = 10cm$ và $MN = 4cm$
- Chứng minh rằng : $MN^2 = AM^2 + AN^2 - AM \cdot AN$

Lời giải :

a.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

• Vẽ hình :



b.

Bài 6.1 : Vị trí tương đối hai đường tròn

I. Lí Thuyết :

1 Tính chất đường nối tâm

- Đường nối tâm của hai đường tròn là trục đối xứng của hình gồm cả hai đường tròn đó.
- Nếu hai đường tròn cắt nhau thì hai giao điểm đối xứng với nhau qua đường nối tâm.
- Nếu hai đường tròn tiếp xúc nhau thì tiếp điểm nằm trên đường nối tâm.

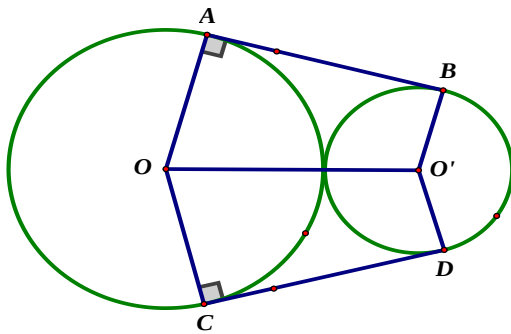
2 Vị trí tương đối của hai đường tròn

Cho hai đường tròn $(O; R)$ và $(O'; r)$. Đặt $OO' = d$.

VTĐ của hai đường tròn	Số điểm chung	Hệ thức giữa d với R và r
❖ Hai đường tròn cắt nhau	2	$R - r < d < R + r$
❖ Hai đường tròn tiếp xúc nhau: • Tiếp xúc ngoài • Tiếp xúc trong	1	$d = R + r$ $d = R - r$
❖ Hai đường tròn không giao nhau:	0	$d > R + r$

- Ở ngoài nhau
- (O) đựng (O')

$$d < R - r$$

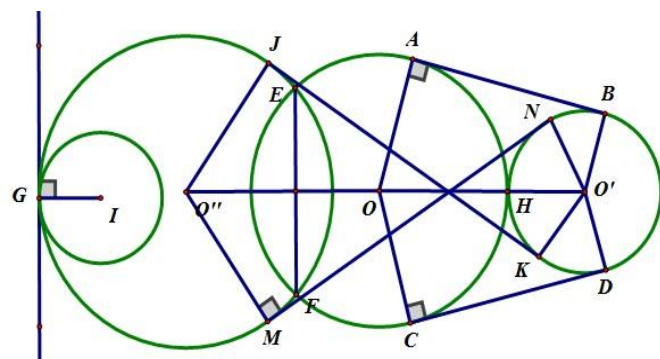


3 Tiếp tuyến chung của hai đường tròn

- **Tiếp tuyến chung** của hai đường tròn là đường thẳng tiếp xúc với cả hai đường tròn đó.
- **Tiếp tuyến chung ngoài** là tiếp tuyến chung không cắt đoạn nối tâm.
- **Tiếp tuyến chung trong** là tiếp tuyến chung cắt đoạn nối tâm.

II . Bài tập :

Bài 3 : Điền vào chỗ chấm :



Các tiếp tuyến :

.....
.....



Các tiếp tuyến chung ngoài :

.....
.....



Vị trí tương đối 2 đường tròn :

- Cắt nhau :
- Tiếp xúc ngoài :
- Tiếp xúc trong :
- Không cắt nhau :



Các tiếp tuyến chung trong :

.....
.....

Bài 4 : Cho hai đường tròn (O) và (O') tiếp xúc ngoài nhau tại A. Vẽ hai đường kính AOB và $AO'C$. Gọi DE là tiếp tuyến chung của hai đường tròn, $D \in (O)$, $E \in (O')$. Gọi M là giao điểm của BD và CE. Chứng minh

- $\text{DAE} = 90^\circ$.
- Tứ giác $ADME$ là hình chữ nhật.
- MA là tiếp tuyến chung của hai đường tròn.

Lời giải :

- **Vẽ hình :**

b.

[illegible]

C.

a.

[illegible]

- Chứng minh hai đường tròn (I) và (K) luôn cắt nhau.
- Tiếp tuyến tại M của đường tròn (I) và tiếp tuyến tại N của đường tròn (K) cắt nhau tại C. Chứng minh tứ giác $OMCN$ là hình vuông.
- Gọi giao điểm của hai đường tròn $(I), (K)$ là A và B. Chứng minh ba điểm A, B, C thẳng hàng.
- Giả sử I và K theo thứ tự di động trên các tia Ox và Oy sao cho $OI + OK = a$ (không đổi). Chứng minh rằng đường thẳng AB luôn đi qua một điểm cố định.

a. • Vẽ hình :

b.

- **Vẽ hình :**

[illegible]

d.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài tập về nhà

Bài 1 : Cho đường tròn tâm $(O; R)$ đường kính AB và điểm M trên đường tròn sao cho góc

$\angle MAB = 60^\circ$. Kẻ dây MN vuông góc với AB tại H .

- Chứng minh AM và AN là các tiếp tuyến của đường tròn $(B; BM)$.
- Chứng minh $MN^2 = 4AH \cdot HB$.
- Chứng minh $\triangle BMN$ là tam giác đều
- Tia MO cắt đường tròn (O) tại E , tia MB cắt (B) tại F . Chứng minh ba điểm N, E, F thẳng hàng.

Bài 7 : Ôn tập chương

Bài 1 : Cho $(O;R)$ và $(O';r)$ ở ngoài nhau. AB là một trong các tiếp tuyến chung ngoài, EF là một trong các tiếp tuyến chung trong (A và E thuộc đường tròn (O)). EF cắt AB tại C.

- a. Chứng minh : $OC \perp O'C$.
- b. Chứng minh : $AC.BC = R.r$

Lời giải :

- **Vẽ hình :**



Bài 2 : Từ điểm A ở ngoài đường tròn $(O;R)$ kẻ hai tiếp tuyến AB, AC (với B và C là các tiếp điểm). Kẻ $BE \perp AC$ và $CF \perp AB$ ($E \in AC; F \in AB$), BE và CF cắt nhau tại H.

- Chứng minh tứ giác BOCH là hình thoi.
- Chứng minh ba điểm A, H, O thẳng hàng
- Xác định vị trí điểm A để H nằm trên đường tròn (O).

Lời giải :

- **Vẽ hình :**

Bài 3 : Hai tiếp tuyến tại B và C của đường tròn tâm O , bán kính bằng R , cắt nhau tại A . Gọi E là trung điểm của AB , F là trung điểm của AC , M là điểm bất kỳ trên đường thẳng EF . Vẽ tiếp tuyến MQ (Q là tiếp điểm). Chứng minh $MQ = MA$.

Lời giải :

- **Vẽ hình :**

Bài 4 : Cho ΔABC vuông tại A. Vẽ các đường tròn (O) và (I) đi qua A và tiếp xúc với BC tại các điểm B và C. Gọi M là trung điểm của BC. Chứng minh:

- Các đường tròn (O) và (I) tiếp xúc với nhau.
- AM là tiếp tuyến chung của hai đường tròn (O) và (I) .
- ΔOMI vuông.
- BC là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp ΔOMI .

Lời giải :

• **Vẽ hình :**





Bài tập về nhà :

Bài 1 : Cho $(O;R)$ và $(O';r)$ tiếp xúc ngoài tại A. Gọi BC là tiếp tuyến chung ngoài của hai đường tròn ($B \in (O)$, $C \in (O')$). Tiếp tuyến chung trong của (O) và (O') cắt BC tại I.

- Chứng tỏ các góc BAC và OIO' là góc vuông.
- Kẻ đường kính BD của (O) . Chứng minh ba điểm A, C, D thẳng hàng.
- Tính theo R và r độ dài BC, BA, CA.

d. Kẻ đường kính CE của (O') . Chứng minh: $S_{\triangle ABC} = S_{\triangle ADE}$.

Bài 2 : Cho đường thẳng d cố định bên ngoài đường tròn cố định $(O; R)$. Điểm M di động trên d . Từ M vẽ hai tiếp tuyến với hai tiếp điểm là P và Q , QM cắt PQ tại K . Chứng minh đoạn thẳng PQ luôn đi qua một điểm cố định và k di động trên một đường cố định.