

§1. ĐỊNH LÝ TA – LÉT TRONG TAM GIÁC

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Đoạn thẳng tỉ lệ.

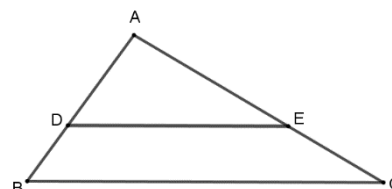
Hai đoạn thẳng AB và CD gọi là tỉ lệ với hai đoạn thẳng $A'B'$ và $C'D'$ nếu có tỉ lệ thức

$$\frac{AB}{CD} = \frac{A'B'}{C'D'} \text{ hay } \frac{AB}{A'B'} = \frac{CD}{C'D'}.$$

2. Định lý Ta-lét trong tam giác

Nếu một đường thẳng song song với một cạnh của tam giác và cắt hai cạnh còn lại thì nó định ra trên hai cạnh đó những đoạn thẳng tương ứng tỉ lệ.

$$\left\{ \begin{array}{l} \triangle ABC \\ DE // BC \end{array} \right. \Rightarrow \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}, \frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}.$$



B. CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. TÍNH TOÁN, CHỨNG MINH VỀ TỈ SỐ CỦA HAI ĐOẠN THẲNG VÀ ĐOẠN THẲNG TỈ LỆ

Phương pháp giải

Thường sử dụng các tính chất của tỉ lệ thức.

Ví dụ 1. (Bài 3 SGK)

Cho biết độ dài của AB gấp 5 lần độ dài của CD và độ dài của $A'B'$ gấp 12 lần độ dài của CD. Tính tỉ số của hai đoạn thẳng AB và $A'B'$.

Giải

$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{5CD}{12CD} = \frac{5}{12}.$$

Ví dụ 2. (Bài 19 SGK)

Cho hình thang ABCD ($AB // CD$). Đường thẳng a song song với DC, cắt các cạnh AD và BC theo thứ tự tại E và F. Chứng minh rằng:

$$\text{a) } \frac{AE}{ED} = \frac{BF}{FC}; \quad \text{b) } \frac{AE}{AD} = \frac{BF}{BC}; \quad \text{c) } \frac{DE}{DA} = \frac{CF}{CB}.$$

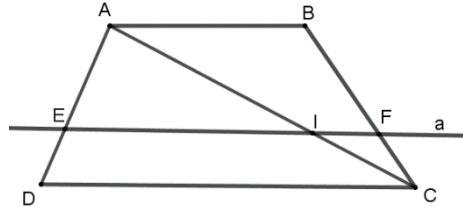
Giải

a) Gọi I là giao điểm của a và AC. Ta có:

$$a \parallel DC \text{ nên } \frac{AE}{ED} = \frac{AI}{IC};$$

$$a \parallel AB \text{ nên } \frac{AI}{IC} = \frac{BF}{FC}.$$

$$\text{Suy ra } \frac{AE}{ED} = \frac{BF}{FC}$$



b) Lần lượt chứng minh $\frac{AE}{AD} = \frac{AI}{AC} = \frac{BF}{BC}$.

c) Lần lượt chứng minh $\frac{DE}{DA} = \frac{CI}{CA} = \frac{CF}{CB}$.

Ví dụ 3. (Bài 4 SGK)

Cho biết $\frac{AB'}{AB} = \frac{AC'}{AC}$ (H.6 SGK). Chứng minh rằng:

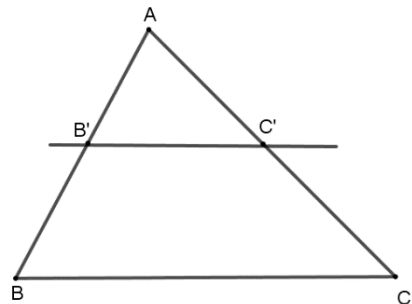
a) $\frac{AB'}{B'B} = \frac{AC'}{C'C};$

b) $\frac{BB'}{AB} = \frac{CC'}{AC}.$

Giải

Áp dụng tính chất của tỉ lệ thức:

$$\begin{aligned} \frac{AB'}{AB} = \frac{AC'}{AC} &\Rightarrow \frac{AB'}{AB - AB'} = \frac{AC'}{AC - AC'} \Rightarrow \frac{AB'}{B'B} = \frac{AC'}{C'C}. \\ \frac{AB'}{AB} = \frac{AC'}{AC} &\Rightarrow \frac{AB - AB'}{AB} = \frac{AC - AC'}{AC} \Rightarrow \frac{BB'}{AB} = \frac{CC'}{AC}. \end{aligned}$$



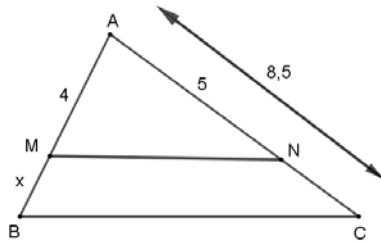
Dạng 2. SỬ DỤNG ĐỊNH LÝ TA-LÉT ĐỂ TÍNH ĐỘ DÀI ĐOẠN THẲNG

Phương pháp giải

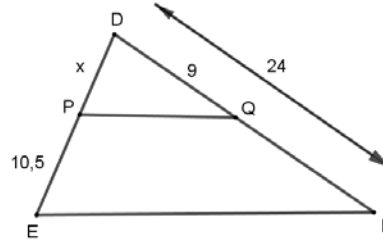
Xét đường thẳng song song với một cạnh của tam giác, lập các đoạn thẳng tỉ lệ, sử dụng các tính chất của tỉ lệ thức để tính toán.

Ví dụ 4. (Bài 5 SGK)

Tính x trong các trường hợp sau (H.7 SGK);



a) $MN \parallel BC$



b) $PQ \parallel EF$

Giải

a) Xét $\triangle ABC$ có $MN \parallel BC$, theo Định lí Ta-lét ta có:

$$\frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC} \Rightarrow \frac{4}{x} = \frac{5}{3,5} \Rightarrow x = \frac{4 \cdot 3,5}{5} = 2,8.$$

b) Đáp số: $x = 6,3$.

Dạng 3. SỬ DỤNG ĐỊNH LÍ TA-LÉT ĐỂ CHỨNG MINH CÁC HỆ THỨC

Phương pháp giải

Xét đường thẳng song song với một cạnh của tam giác, lập các đoạn thẳng tỉ lệ. Biến đổi tỉ lệ thức nhận được để đi đến điều phải chứng minh.

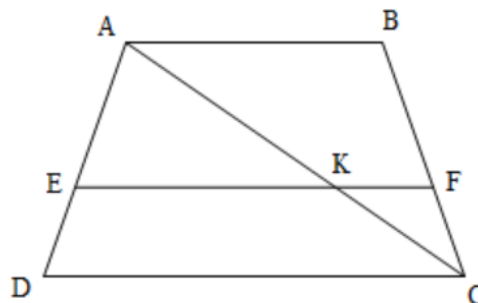
Ví dụ 5. Cho hình thang $ABCD$ ($AB \parallel CD$). Một đường thẳng song song với hai đáy, cắt các

cạnh bên AD và BC theo thứ tự tại E và F . Chứng minh rằng: $\frac{AE}{AD} + \frac{CF}{BC} = 1$.

Giải

Gọi K là giao điểm của AC và EF .

Xét $\triangle ADC$. $EK \parallel DC$ ta có:



$$\frac{AE}{AD} = \frac{AK}{AC}. \quad (1)$$

Xét $\triangle ABC$. $KF \parallel AB$ ta có:

$$\frac{CF}{BC} = \frac{CK}{AC}. \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra $\frac{AE}{AD} - \frac{CF}{BC} = \frac{AK}{AC} - \frac{CK}{AC} = \frac{AK + CK}{AC} = \frac{AC}{AC} = 1$.

C. LUYỆN TẬP

1. (Dạng 1). Gọi M là điểm nằm trên đoạn thẳng AB sao cho $\frac{MA}{MB} = \frac{1}{2}$.

Tính các tỉ số $\frac{AM}{AB}$ và $\frac{MB}{AB}$.

2. (Dạng 1). Cho điểm C thuộc đoạn thẳng AB .

a) Biết $AB = 20$ cm, $\frac{CA}{CB} = \frac{2}{3}$. Tính độ dài CA , CB .

b) Biết $\frac{AC}{AB} = \frac{m}{n}$. Tính tỉ số $\frac{AC}{CB}$.

3. (Dạng 1). Cho đoạn thẳng AB . Điểm C thuộc đoạn thẳng AB , điểm D thuộc tia đối của tia BA sao cho $\frac{CA}{CB} = \frac{DA}{DB} = 2$. Biết $CD = 4$ cm, tính độ dài AB .

4. (Dạng 2). Cho hình thang $ABCD$ ($AB \parallel CD$). Một đường thẳng song song với hai đáy, cắt các cạnh bên AD và BC theo thứ tự ở E và F . Tính FC , biết $AE = 4$ cm, $ED = 2$ cm, $BF = 6$ cm.

5. (Dạng 2). Cho tam giác ABC . Điểm D thuộc cạnh BC sao cho $\frac{BD}{BC} = \frac{1}{4}$. Điểm E thuộc đoạn thẳng AD sao cho $AE = 2ED$. Tính tỉ số $\frac{AK}{KC}$.

6. (Dạng 3). Cho hình thang $ABCD$ ($AB \parallel CD$), các đường chéo cắt nhau ở O . Chứng minh rằng $OA \cdot OD = OB \cdot OC$.

7. Dạng 3. Cho tam giác ABC , điểm D thuộc cạnh BC . Qua D kẻ các đường thẳng song song với AC , AB , chúng cắt AB , AC theo thứ tự ở E và F . Chứng minh hệ thức:

$$\frac{AE}{AB} + \frac{AF}{AC} = 1.$$

8. (Dạng 3). Cho tam giác ABC . Một đường thẳng song song với BC cắt các cạnh AB, AC theo thứ tự ở D, E . Qua C kẻ đường thẳng song song với EB , cắt AB ở F . Chứng minh hệ thức:

$$AB^2 = AD.AF.$$

9. (Dạng 3). Cho tam giác ABC ($AB < AC$), đường phân giác AD . Qua trung điểm M của BC , kẻ đường thẳng song song với AD , cắt AC và AB theo thứ tự ở E và K . Chứng minh rằng:

a) $AE = AK$;

b) $BK = CE$.

BÀI 2. ĐỊNH LÝ ĐẢO VÀ HỆ QUẢ CỦA ĐỊNH LÝ TA – LÉT

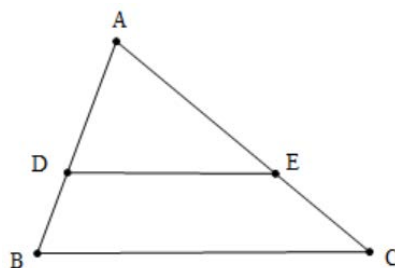
A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Hệ quả của định lý Ta – lét

Nếu một đường thẳng cắt hai cạnh của một tam giác và song song với cạnh còn lại thì nó tạo thành một tam giác mới có ba cạnh tương ứng tỉ lệ với ba cạnh của tam giác đã cho.

$$\begin{cases} \triangle ABC \\ DE \parallel BC \end{cases} \Rightarrow \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}.$$

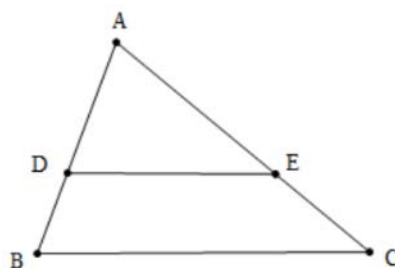
Chú ý: Hệ quả trên vẫn đúng trong trường hợp đường thẳng a song song với một cạnh của tam giác và cắt phần kéo dài của hai cạnh còn lại.



2. Định lý Ta – lét đảo

Nếu một đường thẳng cắt hai cạnh của một tam giác và định ra trên hai cạnh này những đoạn thẳng tương ứng tỉ lệ thì đường thẳng đó song song với cạnh còn lại của tam giác.

$$\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC} \Rightarrow DE \parallel BC.$$



B. CÁC DẠNG TOÁN

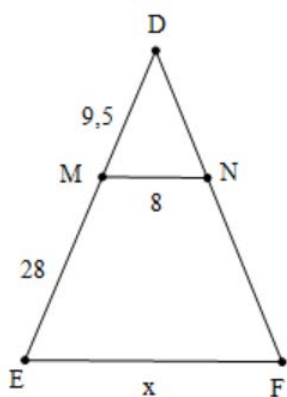
Dạng 1. SỬ DỤNG HỆ QUẢ CỦA ĐỊNH LÝ TA – LÉT ĐỂ TÍNH ĐỘ DÀI ĐOẠN THẲNG

Phương pháp giải

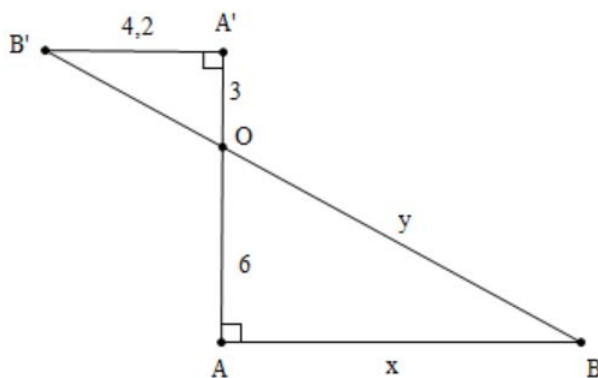
Xét đường thẳng song song với một cạnh của tam giác, lập các đoạn thẳng tỉ lệ. Chú ý sử dụng các tính chất của tỉ lệ thức, chú ý sử dụng giải phương trình để tìm số chưa biết.

Ví dụ 1: (Bài 7 SGK)

Tính các độ dài x, y trong hình 14 SGK.



a) $MN \parallel EF$



b)

Giải

$$a) MN \parallel EF \Rightarrow \frac{DM}{DE} = \frac{MN}{EF} \Rightarrow \frac{9,5}{37,5} = \frac{8}{x} \Rightarrow x = \frac{8 \cdot 37,5}{9,5} \approx 31,58.$$

$$b) A'B' \parallel AB \Rightarrow \frac{A'B'}{AB} = \frac{OB'}{OB} = \frac{OA'}{OA} = \frac{3}{6} = 0,5.$$

$$\text{Từ } \frac{4,2}{AB} = 0,5 \text{ ta tính được } AB = 8,4.$$

$$OB^2 = OA^2 + AB^2 = 6^2 + 8,4^2 = 106,56 \Rightarrow OB \approx 10,32.$$

Ví dụ 2: (Bài 8 SGK)

a) Để chia đoạn thẳng AB thành ba đoạn bằng nhau, người ta đã làm như hình 15 SGK.

Hãy mô tả cách làm trên và giải thích vì sao các đoạn thẳng AC , CD , DB bằng nhau?

b) Bằng cách làm tương tự, hãy chia đoạn thẳng AB cho trước thành 5 đoạn bằng nhau. Hỏi có cách nào khác với cách làm như trên mà vẫn có thể chia đoạn thẳng AB cho trước thành 5 đoạn thẳng bằng nhau?

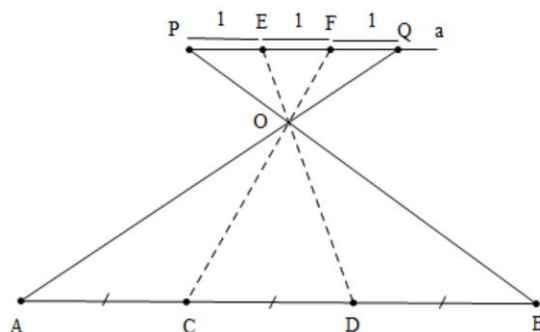
Giải

a) Kẻ đường thẳng $a \parallel AB$. Từ điểm P bất kì trên a , đặt liên tiếp các đoạn thẳng bằng nhau $PE = EF = FQ = 1$ (đơn vị dài).

Vẽ các đường thẳng PB , QA . Các đường thẳng này cắt nhau tại O . Vẽ các đường thẳng FO , EO cắt AB ở C và D tương ứng. Áp dụng hệ quả của Định lý Ta-lét, ta dễ dàng chứng minh được:

$$\frac{PE}{BD} = \frac{EF}{DC} = \frac{FQ}{CA} \quad (\text{vì đều bằng } \frac{OP}{OB} \text{ hay } \frac{OQ}{OA}).$$

Theo cách dựng, $PE = EF = FQ$; từ đó suy ra $AC = CD = DB$.



b) Chia đoạn thẳng AB thành 5 phần bằng nhau.

Cách 1. Tương tự như câu a).

Cách 2.

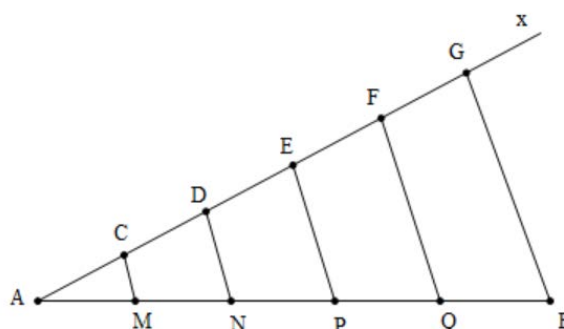
- Kẻ thêm đường thẳng Ax và trên đó đặt liên tiếp 5 đoạn bằng nhau:

$$AC = CD = DE = EF = FG.$$

- Kẻ đường thẳng GB .

Từ C, D, E, F kẻ các đường thẳng song song với GB , chúng cắt AB tại các điểm tương ứng M, N, P, Q , ta được:

$$AM = MN = NP = PQ = QB.$$



Dựa vào tính chất đường trung bình trong tam giác và đường trung bình trong hình thang, ta dễ dàng chứng minh được kết quả trên.

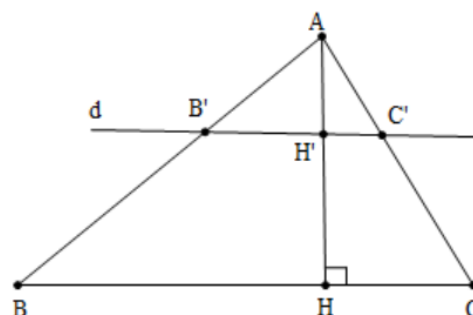
Ví dụ 3. (Bài 10 SGK)

Tam giác ABC có đường cao AH .

Đường thẳng d song song với BC , cắt các cạnh AB, AC và đường cao AH theo thứ tự tại các điểm B', C' , và H' (H. 16 SGK).

a) Chứng minh rằng:

$$\frac{AH'}{AH} = \frac{B'C'}{BC}.$$



Hình 16 SGK

b) Áp dụng: Cho biết $AH' = \frac{1}{3}AH$ và diện tích tam giác ABC là $67,5\text{cm}^2$.

Tính diện tích tam giác $AB'C'$.

Giải

$$\text{a) } \frac{AH'}{AH} = \frac{AB'}{AB} = \frac{B'C'}{BC}.$$

$$\text{b) Ta có: } \frac{AH'}{AH} = \frac{1}{3} \text{ nên } \frac{B'C'}{BC} = \frac{1}{3}.$$

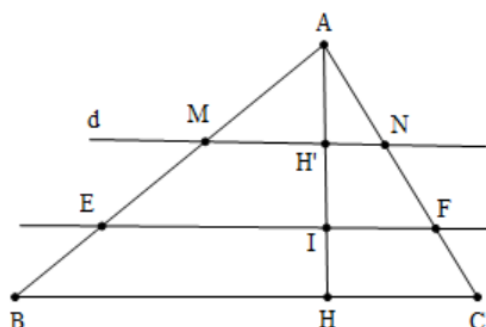
$$S_{AB'C'} = \frac{1}{2} \cdot AH' \cdot B'C' = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} AH \cdot \frac{1}{3} BC = \frac{1}{9} S_{ABC} = \frac{67,5}{9} = 7,5 (\text{cm}^2).$$

Ví dụ 4. (Bài 11 SGK)

Tam giác ABC có $BC = 15\text{cm}$.

Trên đường cao AH lấy các điểm I, K sao cho $AK = KI = IH$.

Qua I và K vẽ các đường $EF \parallel BC, MN \parallel BC$ (H. 17 SGK).



Hình 17 SGK

- a) Tính độ dài các đoạn thẳng MN và EF .
b) Tính diện tích tứ giác $MNFE$, biết rằng diện tích của tam giác ABC là 270 cm^2 .

Giải

$$\text{a) } \frac{MN}{BC} = \frac{AM}{AB} = \frac{AK}{AH} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{MN}{15} = \frac{1}{3} \Rightarrow MN = 5\text{ cm.}$$

$$\frac{EF}{BC} = \frac{AE}{AB} = \frac{AI}{AH} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{EF}{15} = \frac{2}{3} \Rightarrow EF = 10\text{ cm.}$$

$$\text{b) } AH = 2S_{ABC} : BC = 2.270 : 15 = 36(\text{cm}).$$

$$KI = \frac{AH}{3} = \frac{36}{3} = 12(\text{cm}).$$

$$S_{MNFE} = \frac{(MN + EF).KI}{2} = \frac{(5 + 10).12}{2} = 90(\text{cm}^2).$$

Dạng 2. SỬ DỤNG HỆ QUẢ CỦA ĐỊNH LÍ TA – LẾT ĐỂ CHỨNG MINH CÁC HỆ THỨC

Phương pháp giải

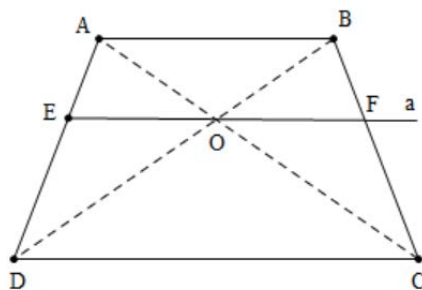
Xét đường thẳng song song với một cạnh của tam giác, lập các đoạn thẳng tỉ lệ. Chú ý so sánh các tỉ số với những tỉ số trung gian.

Ví dụ 5. (Bài 20 SGK)

Cho hình thang $ABCD$ ($AB \parallel CD$). Hai đường chéo AC và BD cắt nhau tại O . Đường thẳng a qua O và song song với đáy của hình thang cắt các cạnh bên AD , BC theo thứ tự tại E và F (H. 26 SGK). Chứng minh rằng $OE = OF$.

Giải

$$a \parallel CD \text{ nên } \frac{OE}{CD} = \frac{AO}{AC}; \quad (1)$$



Hình 26 SGK

$$a \parallel CD \text{ nên } \frac{OF}{CD} = \frac{BO}{BD}; \quad (2)$$

$$AB \parallel CD \text{ nên } \frac{AO}{AC} = \frac{BO}{BD}. \quad (3)$$

Từ (1), (2), (3) suy ra $\frac{OE}{CD} = \frac{OF}{CD}$, do đó $OE = OF$.

Ví dụ 6. Cho điểm M thuộc đoạn thẳng AB . Vẽ về một phía của AB các tam giác đều AMC , BMD . Gọi E là giao điểm của AD và MC , F là giao điểm của BC và MD .

a) Đặt $MA = a$, $MB = b$. Tính ME , MF theo a và b .

b) Tam giác MEF là tam giác gì?

Giải

a) $\widehat{BMD} = \widehat{MAC} = 60^\circ \Rightarrow MD \parallel AC$.

$$MD \parallel AC \Rightarrow \frac{ME}{EC} = \frac{MD}{AC} = \frac{b}{a}$$

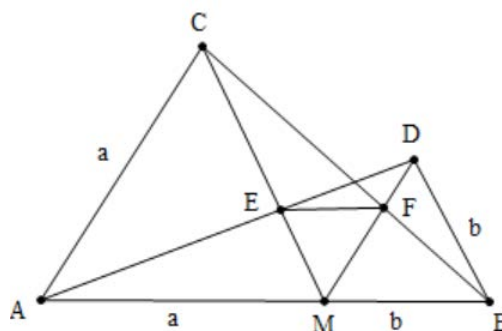
$$\Rightarrow \frac{ME}{ME + EC} = \frac{b}{b + a}$$

$$\Rightarrow \frac{ME}{a} = \frac{b}{b + a}$$

$$\Rightarrow ME = \frac{ab}{b + a}.$$

Tương tự: $MF = \frac{ba}{a + b}.$

b) Từ câu a) suy ra $ME = MF$. Ta lại có $\widehat{EMF} = 60^\circ$ nên $\triangle MEF$ là tam giác đều.



Ví dụ 7. Cho hình thang $ABCD$ ($AB \parallel CD$), E là trung điểm của AB , O là giao điểm của AC và BD , F là giao điểm của EO và CD . Chứng minh rằng F là trung điểm của CD .

Giải

$$AB \parallel CD \Rightarrow \frac{AE}{CF} = \frac{OE}{OF} = \frac{EB}{FD}.$$

Do $AE = EB$ nên $CF = FD$.

Chú ý. Từ bài toán trên ta thấy: Trong hình thang, giao điểm của hai đường chéo và trung điểm của hai đáy là ba điểm thẳng hàng.

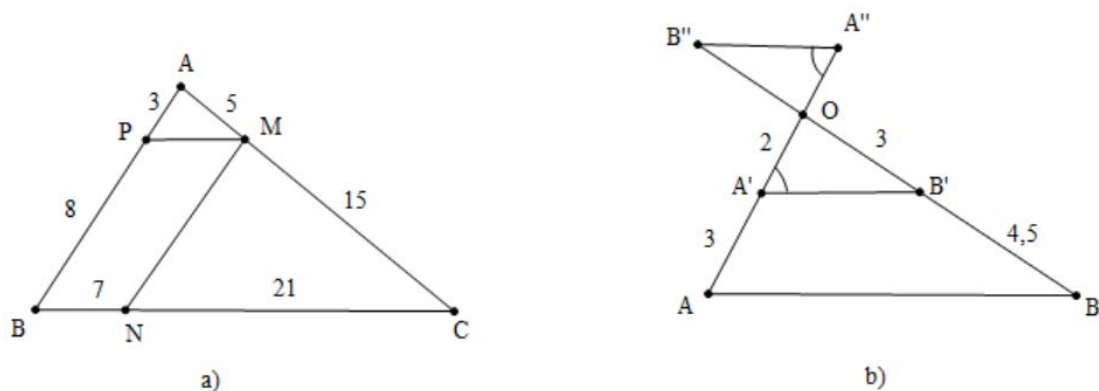
Dạng 3. SỬ DỤNG ĐỊNH LÍ TA – LÉT ĐẢO ĐỂ CHỨNG MINH HAI ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG

Phương pháp giải

Xét các cặp đoạn thẳng tỉ lệ để chứng minh hai đường thẳng song song

Ví dụ 8. (Bài 6 SGK)

Tìm các cặp đường thẳng song song trong hình 13 SGK và giải thích về sao chúng song song.



Hình 13 SGK

Giải

a) $\frac{CM}{MA} = \frac{CN}{NB}$ (vì $\frac{15}{5} = \frac{21}{7}$ do cùng bằng 3) $\Rightarrow MN \parallel AB$ (Định lí Ta – lét đảo).

Chú ý. PM không song song với BC vì $\frac{AP}{PB} \neq \frac{AM}{MC}$ (vì $\frac{3}{8} \neq \frac{5}{15}$).

b) $\frac{OA'}{A'A} = \frac{OB'}{B'B}$ (vì $\frac{2}{3} = \frac{3}{4,5}$) $\Rightarrow A'B' \parallel AB$ (Định lí Ta – lét đảo).

Ta còn có $A''B'' \parallel A'B'$ (vì hai góc so le trong bằng nhau), do đó $AB \parallel A'B'$.

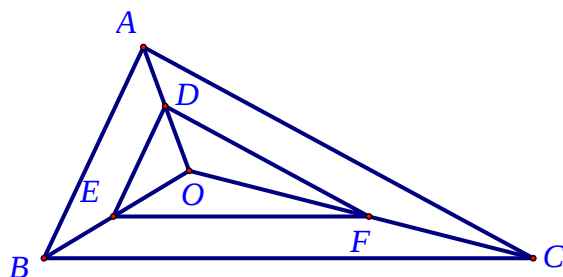
Dạng 4. PHỐI HỢP ĐỊNH LÍ TA-LÉT THUẬN VÀ ĐẢO

Phương pháp giải

Sử dụng định lí thuận để suy ra các cặp đoạn thẳng tỉ lệ, rồi từ các cặp đoạn thẳng tỉ lệ suy ra các đường thẳng song song; hoặc ngược lại.

Ví dụ 9. Tam giác ABC, điểm O nằm trong tam giác. Lấy điểm D trên OA, qua D kẻ đường thẳng song song với AB, cắt OB ở E. Qua E kẻ đường thẳng song song với BC, cắt OC ở F. Chứng minh rằng DF song song với AC.

Giải



$\triangle OAB$, $DE \parallel AB$ nên $\frac{OD}{OA} = \frac{OE}{OB}$ (Định lí Ta-lét).

$\triangle OBC$, $EF \parallel BC$ nên $\frac{OE}{OB} = \frac{OF}{OC}$ (Định lí Ta-lét).

Suy ra $\frac{OD}{OA} = \frac{OF}{OC}$, do đó $DF \parallel AC$ (Định lí Ta-lét đảo).

Dạng 5. ỨNG DỤNG VÀO TOÁN DỰNG HÌNH: TRONG BỐN ĐOẠN THẲNG TỈ LỆ, DỰNG ĐOẠN THẲNG THỨ TƯ KHI BIẾT ĐỘ DÀI BA ĐOẠN KIA

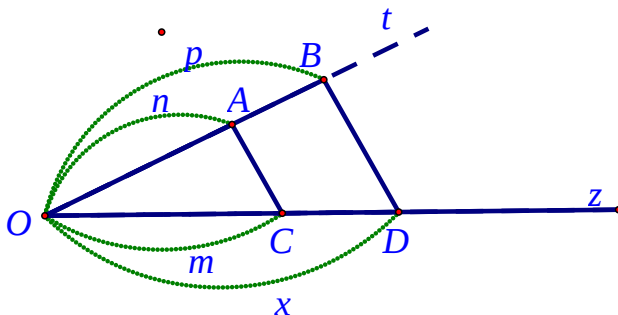
Phương pháp giải

Đặt ba đoạn thẳng trên hai cạnh của một góc, rồi dựng đường thẳng song song để xác định đoạn thẳng thứ tư.

Ví dụ 10. (Bài 14c SGK)

Cho ba đoạn thẳng có độ dài là m, n, p (cùng đơn vị đo). Dựng đoạn thẳng có độ dài là x sao cho $\frac{m}{x} = \frac{n}{p}$.

Giải



- Vẽ hai tia Oz, Ot .
- Trên tia Ot , đặt các đoạn $OA = n, OB = p$.
- Trên tia Oz , đặt $OC = m$.
- Kẻ $BD \parallel AC$, ta được $OD = x$

C. LUYỆN TẬP

1. (Dạng 1) Cho tam giác ABC vuông tại A , $BC = 3.5$ cm, điểm D thuộc cạnh AC , $AD = 20$ cm, $DC = 8$ cm. Đường vuông góc với AC tại C cắt đường thẳng BD ở E . Tính độ dài CE .

2. (Dạng 1) Tam giác ABC có $AB = AC = 50\text{cm}$, $BC = 60\text{cm}$, các đường cao BD và CE. Tính độ dài các cạnh của tam giác ADE.
3. (Dạng 1) Cho hình thang ABCD ($AB \parallel CD$), $AB = 4\text{cm}$, $CD = 10\text{cm}$, $AD = 3\text{cm}$. Gọi O là giao điểm của các đường thẳng AD, BC. Tính độ dài OA.
4. (Dạng 1) Cho hình thang ABCD ($AB \parallel CD$). Một đường thẳng song song với hai đáy, cắt các cạnh bên AD, BC ở M, N sao cho $\frac{MA}{MD} = \frac{1}{2}$.
 - a) Tính tỉ số $\frac{NB}{NC}$
 - b) Cho $AB = 8\text{cm}$, $CD = 17\text{cm}$. Tính MN
5. (Dạng 1) Cho tam giác ABC có $\hat{A} = 120^\circ$, $AB = 3\text{cm}$, $AC = 6\text{cm}$. Tính độ dài đường phân giác AD.
 Hướng dẫn: Kẻ $DE \parallel AC$.
6. (Dạng 1) Cho tam giác ABC cân tại A, cạnh bên dài 8cm. Một đường thẳng song song với BC, cắt AB và AC theo thứ tự ở D và E. Biết chu vi hình thang BDEC bằng 11cm. Tính chu vi tam giác ADE.
7. (Dạng 1) Cho tam giác ABC, M là trung điểm AB, N trên cạnh AC sao cho $\frac{AN}{NC} = \frac{2}{3}$.
 Gọi I là giao điểm của MN và BC. Tính tỉ số $\frac{IM}{IN}$
8. (Dạng 1) Cho hình thang ABCD có $AB \parallel CD$. Điểm E thuộc cạnh AD sao cho $\frac{AE}{ED} = \frac{2}{3}$. Qua E kẻ đường thẳng song song với CD, cắt BC ở F. Tính độ dài EF nếu:
 - a) $AB = 10\text{cm}$, $CD = 30\text{cm}$.
 - b) $AB = a$, $CD = b$.
9. (Dạng 2) Cho hình thang ABCD ($AB \parallel CD$). Một đường thẳng song song với CD, cắt các đoạn thẳng AD, BD, AC, BC theo thứ tự tại M, L, K, N. chứng minh rằng $MI = KN$.
10. (Dạng 2) Cho hình thang ABCD ($AB \parallel CD$) có O là giao điểm của AD và BC. Gọi F là trung điểm của CD, E là giao điểm của OF và AB. Chứng minh rằng E là trung điểm AB.
11. (Dạng 2) Cho hình bình hành ABCD, E là trung điểm của cạnh AB, F là trung điểm cạnh CD. Chứng minh rằng hai đoạn thẳng DE và BF chia đường chéo AC thành ba đoạn bằng nhau.
12. (Dạng 2) Cho hình bình hành ABCD, điểm E thuộc cạnh AB, điểm F thuộc cạnh AD. Đường thẳng qua D và song song với EF cắt AC tại I. Đường thẳng qua B và song song với EF cắt AC tại K. Chứng minh rằng:
 - a) $AI = CK$.
 - b) $\frac{AB}{AE} + \frac{AD}{AF} = \frac{AC}{AN}$ (N là giao điểm của EF và AC).

13. (Dạng 2) Cho hình bình hành ABCD. Một đường thẳng qua D cắt AC, AB, CD theo thứ tự ở M, N, K. Chứng minh rằng:

a) $DM^2 = MN.MK$

b) $\frac{DM}{DN} + \frac{DM}{DK} = 1$

14. (Dạng 2) Cho tam giác ABC. Qua trọng tâm G, kẻ đường thẳng d cắt các cạnh AB, AC theo thứ tự ở E và F. Chứng minh rằng:

$$\frac{BE}{AE} + \frac{CF}{AF} = 1$$

Hướng dẫn: Kẻ các đường thẳng qua B và song song với d, qua C và song song với d.

15. (Dạng 2) Chứng minh rằng nếu một đường thẳng không đi qua các đỉnh của tam giác ABC và cắt các đường thẳng BC, CA, AB thứ tự ở A', B', C' thì $\frac{AB'}{B'C} \cdot \frac{CA'}{A'B} \cdot \frac{BC'}{C'A} = 1$

(Định lí Mê-nê-lu-uyt).

16. (Dạng 2) Chứng minh rằng nếu trên các cạnh đối diện với các điểm A, B, C của tam giác ABC, ta lấy các điểm tương ứng A', B', C' sao cho AA', BB', CC' đồng quy thì $\frac{AB'}{B'C} \cdot \frac{CA'}{A'B} \cdot \frac{BC'}{C'A} = 1$ (Định lí Xê-va).

17. (Dạng 3) Cho tứ giác ABCD. Trên các cạnh AB, BC, CD, DA lấy theo thứ tự các điểm E, F, G, H sao cho $AE = 2EB, BF = \frac{1}{2}FC, CG = 2GD, DH = \frac{1}{2}HA$. Chứng minh rằng EFGH là hình bình hành.

18. (Dạng 3) Cho tam giác ABC cân tại A, các đường phân giác BD, CE.

a) Chứng minh rằng $DE \parallel BC$.

b) Tính độ dài AB biết $DE = 6\text{cm}, BC = 15\text{cm}$.

19. (Dạng 4) Cho tam giác ABC. Gọi I là trung điểm AB, E là trung điểm BI, D thuộc cạnh AC sao cho. Gọi F là giao điểm của BD và CE. Tính tỉ số.

20. (Dạng 4) Cho hình bình hành ABCD. Qua điểm E thuộc CD, vẽ đường thẳng song song với AC, cắt AD ở F. Qua F vẽ đường thẳng song song với BD, cắt AB ở G. Qua G vẽ đường thẳng song song với AC, cắt BC ở H. Chứng minh rằng EFGH là hình bình hành.

21. (Dạng 4) Cho hình thang ABCD ($AB \parallel CD$). M là trung điểm của CD. Gọi I là giao điểm của AM và BD, gọi K là giao điểm của BM và AC.

a) Chứng minh rằng $IK \parallel AB$.

b) Đường thẳng IK cắt AD, BC theo thứ tự ở E và F. Chứng minh rằng $EI = IK = KF$.

22. (Dạng 4) Cho tam giác ABC, điểm D thuộc cạnh BC, điểm M thuộc cạnh AD. Gọi I, K theo thứ tự là trung điểm của MB, MC. Gọi E là giao điểm của DI và AB, F là giao điểm của DK và AC. Chứng minh rằng $IK \parallel EF$.

Hướng dẫn: Gọi N là trung điểm của AM.

23. (Dạng 5) Cho hình chữ nhật ABCD và điểm E thuộc cạnh CD. Dựng một hình chữ nhật có một cạnh bằng DE và có diện tích bằng diện tích hình chữ nhật ABCD.

3. TÍNH CHẤT ĐƯỜNG PHÂN GIÁC CỦA TAM GIÁC

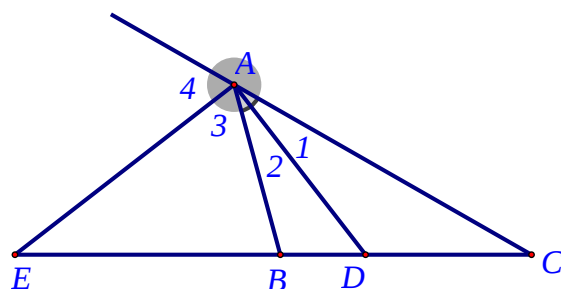
A.TÓM TẮT LÝ THUYẾT

Trong tam giác, đường phân giác của một góc chia cạnh đối diện thành hai đoạn thẳng tỉ lệ với hai cạnh kề hai đoạn ấy.

$$\begin{cases} \triangle ABC \\ \widehat{A_1} = \widehat{A_2} \end{cases} \Rightarrow \frac{DB}{DC} = \frac{AB}{AC}$$

Chú ý. Định lý vẫn đúng đối với tia phân giác của góc ngoài của tam giác

$$\begin{cases} \triangle ABC (AB \neq AC) \\ \widehat{A_3} = \widehat{A_4} \end{cases} \Rightarrow \frac{EB}{EC} = \frac{AB}{AC}$$



B. CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. VẬN DỤNG TÍNH CHẤT ĐƯỜNG PHÂN GIÁC CỦA TAM GIÁC ĐỂ TÍNH ĐỘ DÀI ĐOẠN THẲNG

Phương pháp giải

Lập các đoạn thẳng tỉ lệ từ tính chất đường phân giác của tam giác.

Ví dụ 1. (Bài 18 SGK).

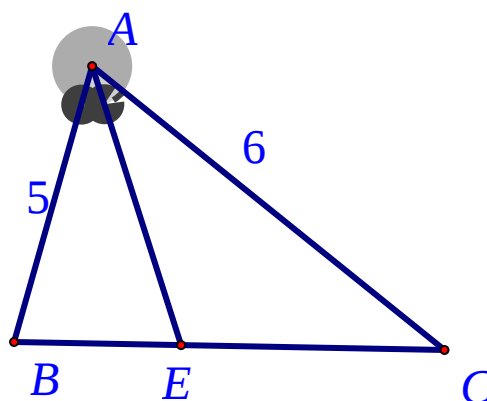
Tam giác ABC có AB = 5cm, AC = 6cm và BC = 7cm. Tia phân giác của góc BAC cắt cạnh BC tại E. Tính các đoạn thẳng EB, EC.

Giải

AE là đường phân giác của $\triangle ABC$ nên:

$$\frac{EB}{EC} = \frac{AB}{AC} = \frac{5}{6}$$

Do đó:



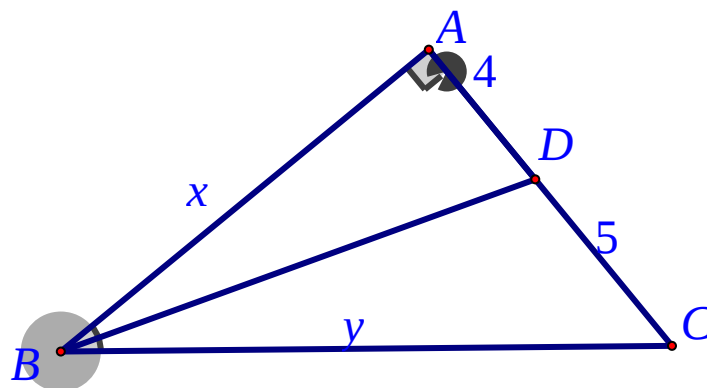
$$\frac{EB}{5} = \frac{EC}{6} = \frac{EB+EC}{5+6} = \frac{7}{11}$$

Suy ra:

$$EB = \frac{7}{11} \cdot 5 = 3\frac{2}{11}(\text{cm}); EC = \frac{7}{11} \cdot 6 = 3\frac{9}{11}(\text{cm}).$$

Ví dụ 2. Tam giác ABC vuông tại A, đường phân giác BD. Tính AB, BC biết rằng AD = 4cm, DC = 5cm.

Giải



$$\text{BD là đường phân giác của } \triangle ABC \Rightarrow \frac{BA}{BC} = \frac{DA}{DC} = \frac{4}{5}$$

Đặt $BA = x$, $BC = y$ ta có $\frac{x}{y} = \frac{4}{5}$ và $y^2 - x^2 = AC^2 = 9^2 = 81$. Do đó:

$$\frac{x}{4} = \frac{y}{5} \Rightarrow \frac{x^2}{16} = \frac{y^2}{25} = \frac{y^2 - x^2}{25 - 16} = \frac{81}{9} = 9$$

Suy ra $\frac{x}{4} = \frac{y}{5} = 3$. Từ đó $x = 12$, $y = 15$.

Đáp số: $AB = 12\text{cm}$, $BC = 15\text{cm}$.

Dạng 2. VẬN DỤNG TÍNH CHẤT ĐƯỜNG PHÂN GIÁC CỦA TAM GIÁC ĐỂ TÍNH TỈ SỐ ĐỘ DÀI HAI ĐOẠN THẲNG

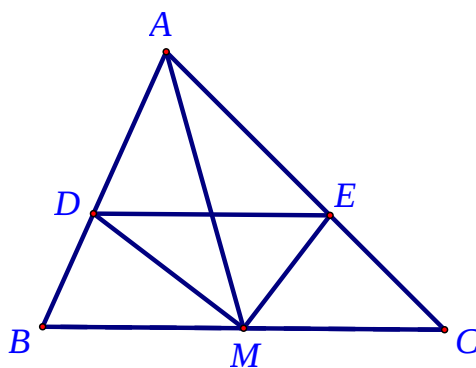
Phương pháp giải

Lập các đoạn thẳng tỉ lệ từ tính chất đường phân giác của tam giác

Ví dụ 3. (Bài 17 SGK)

Cho tam giác ABC với đường trung tuyến AM. Tia phân giác của góc AMB cắt cạnh AB tại D, tia phân giác của góc AMC cắt cạnh AC ở E. Chứng minh rằng $DE \parallel BC$ (H.25 SGK).

Giải



$$MD \text{ là đường phân giác của tam giác } AMB \Rightarrow \frac{DA}{DB} = \frac{MA}{MB} \quad (1)$$

$$ME \text{ là đường phân giác của tam giác } AMC \Rightarrow \frac{EA}{EC} = \frac{MA}{MC} \quad (2)$$

$$\text{Theo giả thiết: } MB = MC. \quad (3)$$

$$\text{Từ (1), (2), (3) suy ra } \frac{DA}{DB} = \frac{EA}{EC}$$

Theo định lí Ta-lét đảo: $DE \parallel BC$

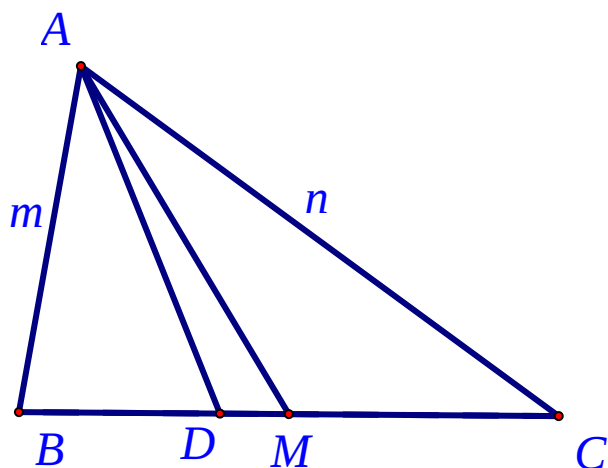
Ví dụ 4. (Bài 21 SGK)

a) Cho tam giác ABC với đường trung tuyến AM và đường phân giác AD. Tính diện tích tam giác ADM, biết $AB = m$, $AC = n$ ($n > m$) và diện tích tam giác ABC là S.

b) Cho $n = 7\text{cm}$, $m = 3\text{cm}$, hỏi diện tích tam giác ADM chiếm bao nhiêu phần trăm diện tích tam giác ABC?

Giải

$$\text{a) } AD \text{ là đường phân giác của tam giác } ABC \Rightarrow \frac{DB}{DC} = \frac{AB}{AC} = \frac{m}{n}. \text{ Do đó:}$$



$$\frac{DB}{DB + DC} = \frac{m}{m + n} \Rightarrow DB = \frac{m}{m + n} BC$$

$$DM = BM - BD = \frac{1}{2} BC - \frac{m}{m + n}$$

$$= \left(\frac{1}{2} - \frac{m}{m + n} \right) BC = \frac{n - m}{2(m + n)} BC.$$

Ta có $\frac{DM}{BC} = \frac{n - m}{2(m + n)}$ nên $\frac{S_{ADM}}{S_{ABC}} = \frac{n - m}{2(m + n)}.$

Vậy $S_{ADM} = \frac{n - m}{2(m + n)} \cdot S.$

b) Với $n = 7\text{cm}$, $m = 3\text{cm}$ thì $S_{ADM} : S_{ABC} = \frac{7 - 3}{2(7 + 3)} = \frac{4}{20} = 20\%.$

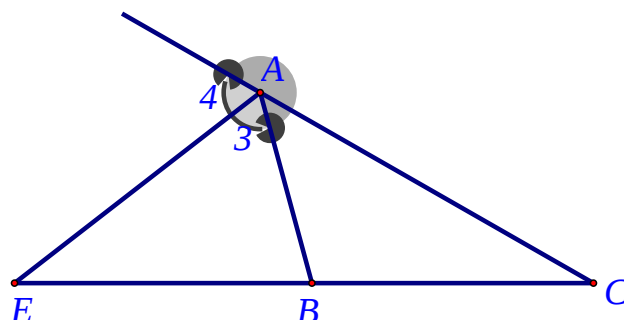
Dạng 3. ĐƯỜNG PHÂN GIÁC NGOÀI CỦA TAM GIÁC

Phương pháp giải

Lập các đoạn thẳng tỉ lệ từ tính chất đường phân giác góc ngoài của tam giác.

Ví dụ 5. Cho tam giác ABC có $BC = 24\text{cm}$, $AB = 2AC$. Tia phân giác của góc ngoài tại A cắt đường thẳng BC ở E. Tính độ dài EB

Giải



AE là đường phân giác góc ngoài của tam giác ABC $\Rightarrow \frac{EB}{EC} = \frac{AB}{AC} = \frac{1}{2}$. Do đó:

$$\frac{EB}{1} = \frac{EC}{2} = \frac{EC - EB}{2 - 1} = BC = 24.$$

Suy ra $EB = 24\text{cm}$

C. LUYỆN TẬP

- (Dạng 1) Tam giác ABC có $AB = 24\text{cm}$, $AC = 45\text{cm}$, $BC = 50\text{cm}$, đường phân giác BD.
a) Tính các độ dài BD, DC.
b) Qua D vẽ $DE \parallel AB$, $DF \parallel AC$ ($E \in AC, F \in AB$). Tính các cạnh của tứ giác AEDF.
- (Dạng 1) Tam giác ABC vuông tại A, đường phân giác AD. Tính độ dài AB, AC biết, $DB = 15\text{cm}$, $DC = 20\text{cm}$.
- (Dạng 1) Cho tam giác ABC vuông cân tại A, đường phân giác BD. Tính độ dài AD, DC biết $AB = 1\text{dm}$
- (Dạng 1) Cho tam giác ABC vuông tại A, $AB = 15\text{cm}$, $AC = 20\text{cm}$, đường cao AH. Tia phân giác góc HAB cắt HB tại D. Tia phân giác góc HAC cắt HC tại E.
a) Tính độ dài AH.
b) Tính độ dài HD, HE.
- (Dạng 1) Tam giác cân ABC có $AB = AC = 10\text{cm}$, $BC = 12\text{cm}$. Gọi I là giao điểm các đường phân giác của tam giác. Tính độ dài BI.
Hướng dẫn: Kẻ đường cao AH, Tính IH.
- (Dạng 2) Cho tam giác ABC, các đường phân giác BD và CE. Biết $\frac{AD}{DC} = \frac{2}{3}$, $\frac{AE}{EB} = \frac{5}{6}$.
Tính các cạnh của tam giác ABC biết chu vi tam giác bằng 45cm .
- (Dạng 3) Tam giác ABC có $AB = 12\text{cm}$, $AC = 18\text{cm}$, đường phân giác AD. Điểm I thuộc cạnh AD sao cho $AI = 2ID$. Gọi E là giao điểm của BI và AC.
a) Tính tỉ số $\frac{AE}{EC}$

- b) Tính độ dài AE, EC.
8. (Dạng 2) Tam giác ABC có các đường phân giác AD, BE, CF. Chứng minh rằng:
- $$\frac{AE}{EC} \cdot \frac{CD}{DB} \cdot \frac{BF}{FA} = 1$$
9. (Dạng 2) Tam giác ABC có AB = 6cm, AC = 12cm, BC = 9cm. Gọi I là giao điểm của các đường phân giác, G là trọng tâm tam giác.
- a) Chứng minh IG song song BC
- b) Tính độ dài IG.
10. (Dạng 3) Tam giác ABC có AB = AC = 3cm, BC = 2cm, đường phân giác BD. Đường vuông góc với BD tại B cắt AC tại E. Tính độ dài CE.

4. KHÁI NIỆM HAI TAM GIÁC ĐỒNG DẠNG

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Định nghĩa

Hai tam giác gọi là đồng dạng với nhau nếu chúng có ba cặp góc bằng nhau đôi một và ba cặp cạnh tương ứng tỉ lệ

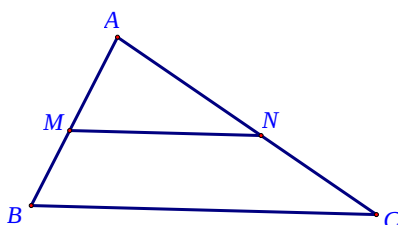
$$\Delta ABC \sim \Delta A'B'C' \Leftrightarrow \begin{cases} \widehat{A} = \widehat{A'}, \widehat{B} = \widehat{B'}, \widehat{C} = \widehat{C'} \\ \frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{CA}{C'A'} \end{cases}$$

2. Tính chất

- Mỗi tam giác đồng dạng với chính nó
- $\Delta ABC \sim \Delta A'B'C' \Rightarrow \Delta A'B'C' \sim \Delta ABC$.
- $\begin{cases} \Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1 \\ \Delta A_1B_1C_1 \sim \Delta A_2B_2C_2 \end{cases} \Rightarrow \Delta ABC \sim \Delta A_2B_2C_2$

3. Định lý nhận biết hai tam giác đồng dạng

Nếu một đường thẳng cắt hai cạnh của tam giác và song song với cạnh còn lại thì nó tạo thành một tam giác mới đồng dạng với tam giác đã cho

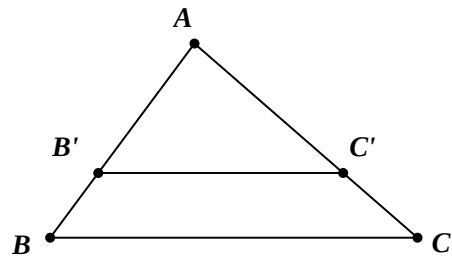


$$\begin{cases} \Delta ABC \\ MN \parallel BC \end{cases} \Rightarrow \Delta AMN \sim \Delta ABC$$

Chú ý. Định lý trên cũng đúng trong trường hợp đường thẳng cắt phần kéo dài hai cạnh của

tam giác và song song với cạnh còn lại

- Lấy B' trên AB sao cho $AB' = \frac{2}{3} AB$
- Kẻ đường thẳng $Bx' \parallel BC$, cắt AC ở C' .
- Ta có $\triangle AB'C' \sim \triangle ABC$, tỉ số đồng dạng:
$$k = \frac{AB'}{AB} = \frac{2}{3}.$$



B. CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. VẼ TAM GIÁC ĐỒNG DẠNG VỚI MỘT TAM GIÁC CHO TRƯỚC

Phương pháp giải

Kẻ đường thẳng song song với một cạnh của tam giác

Ví dụ 1. (Bài 26 SGK)

Cho tam giác ABC, vẽ tam giác $A'B'C'$ đồng dạng với tam giác ABC theo tỉ số đồng dạng $k = 2/3$.

Giải

Dạng 2. TÍNH CHẤT HAI TAM GIÁC ĐỒNG DẠNG

Phương pháp giải

Sử dụng định nghĩa và tính chất hai tam giác đồng dạng

Ví dụ 2: (Bài 23 SGK)

Trong hai mệnh đề sau đây, mệnh đề nào đúng? Mệnh đề nào sai?

- a) Hai tam giác bằng nhau thì đồng dạng với nhau.
- b) Hai tam giác đồng dạng với nhau thì bằng nhau.

Giải

Mệnh đề a) đúng, tỉ số đồng dạng bằng 1.

Mệnh đề b) sai. Chẳng hạn ở ví dụ 1 ta có $\triangle AB'C' \sim \triangle ABC$, nhưng các tam giác $AB'C'$ và ABC không bằng nhau.

Ví dụ 3: (Bài 28 SGK)

$\Delta A'B'C' \sim \Delta ABC$ theo tỉ số đồng dạng $k = \frac{3}{5}$.

a) Tính tỉ số chu vi của hai tam giác đã cho.

b) Cho biết hiệu chu vi của hai tam giác trên là 40dm, tính chu vi của mỗi tam giác.

Giải

$$a) \Delta A'B'C' \sim \Delta ABC \Rightarrow \frac{A'B'}{AB} = \frac{A'C'}{AC} = \frac{C'A'}{CA} = \frac{A'B' + B'C' + C'A'}{AB + BC + CA}.$$

Do $\frac{A'B'}{AB} = \frac{3}{5}$ nên tỉ số chu vi của $\Delta A'B'C'$ và ΔABC bằng $\frac{3}{5}$.

b) Gọi P' là chu vi của $\Delta A'B'C'$, P là chu vi của ΔABC , ta có:

$$\frac{P'}{3} = \frac{P}{5} = \frac{P - P'}{5 - 3} = \frac{40}{2} = 20.$$

Suy ra $P' = 60cm$, $P = 100cm$.

Dạng 3. CHỨNG MINH HAI TAM GIÁC ĐỒNG DẠNG

Phương pháp giải

Sử dụng định lý hoặc định nghĩa để nhận biết hai tam giác đồng dạng.

Ví dụ 4: (Bài 27 SGK)

Từ điểm M thuộc cạnh AB của tam giác ABC với $AM = \frac{1}{2}MB$, kẻ các tia song song với AC và BC , chúng cắt BC và AC lần lượt tại L và N .

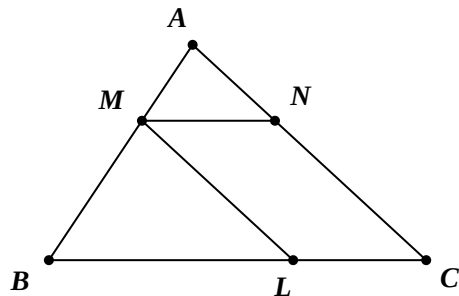
a) Nêu tất cả các cặp tam giác đồng dạng.

b) Đối với mỗi cặp tam giác đồng dạng, hãy viết các cặp góc bằng nhau và tỉ số đồng dạng tương ứng.

Giải

a) Có ba cặp tam giác đồng dạng AMN và ABC , MBL và ABC , AMN và MBL .

b) Bạn đọc tự giải.



C. LUYỆN TẬP

1. (Dạng 1). Cho tam giác ABC . Vẽ tam giác đồng dạng với tam giác ABC , tỉ số đồng dạng bằng 2.

2. (Dạng 2). Ta có $\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$ với tỉ số đồng dạng $2/3$, $\triangle A_1B_1C_1 \sim \triangle A_2B_2C_2$ với tỉ số đồng dạng $3/4$.

a) Vì sao $\triangle ABC \sim \triangle A_2B_2C_2$?

b) Tìm tỉ số đồng dạng của hai tam giác đó.

3. (Dạng 2). Cho một tam giác với cạnh có độ dài 12m, 16m và 18m. Tính độ dài các cạnh của tam giác đồng dạng với tam giác đã cho, nếu cạnh bé nhất của tam giác này bằng cạnh lớn nhất của tam giác đã cho.

4. (Dạng 2). Cho tam giác ABC trong đó $AB = 16,2$ cm; $BC = 24,3$ cm; $AC = 32,7$ cm. Tính độ dài các cạnh của tam giác $A'B'C'$ đồng dạng với tam giác đã cho biết cạnh $A'B'$ tương ứng với cạnh AB và

a) lớn hơn cạnh đó 10,8 cm;

b) bé hơn cạnh đó 5,4 cm.

5. (Dạng 2 và 3). Cho tam giác ABC , Trên tia đối của tia AB lấy điểm D sao cho $AD = 2AB$. Trên tia đối của tia AC lấy điểm E sao cho $AE = 2AC$. Chứng minh rằng $\triangle ADE \sim \triangle ABC$, tìm tỉ số đồng dạng.

6. (Dạng 2 và 3). Cho tam giác ABC . Điểm M thuộc cạnh BC sao cho $\frac{MB}{MC} = \frac{1}{2}$. Qua M kẻ đường thẳng song song với AC cắt AB ở D . Qua M kẻ đường thẳng song song với AB cắt AC ở E .

a) Tìm các cặp tam giác đồng dạng, tìm tỉ số đồng dạng.

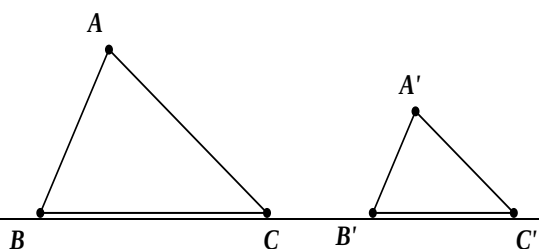
b) Tính chu vi các tam giác DBM, EMC biết chu vi tam giác ABC bằng 24 cm.

§5. TRƯỜNG HỢP ĐỒNG DẠNG THỨ NHẤT

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

- Nếu ba cạnh của tam giác này tỉ lệ với ba cạnh của tam giác kia thì hai tam giác đó đồng dạng

- Nếu $\triangle ABC$ và $\triangle A'B'C'$ có:



$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{CA}{C'A'} \Rightarrow \Delta ABC \sim \Delta A'B'C'.$$

B. CÁC DẠNG TOÁN

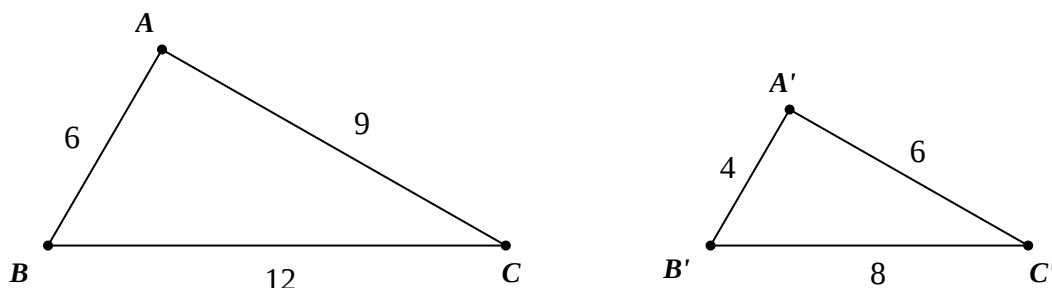
Dạng 1. NHẬN BIẾT HAI TAM GIÁC ĐỒNG DẠNG THEO TRƯỜNG HỢP THỨ NHẤT

Phương pháp giải

- Xếp các cạnh của hai tam giác theo cùng một thứ tự, chẳng hạn từ nhỏ đến lớn.
- Lập ba tỉ số, nếu chúng bằng nhau thì hai tam giác đồng dạng.

Ví dụ 1. (Bài 29 SGK)

Cho hai tam giác ABC và $A'B'C'$ có kích thước như trong hình 35.



Hình 35

a) ΔABC và $\Delta A'B'C'$ có đồng dạng với nhau không? Vì sao?

b) Tính tỉ số chu vi hai tam giác đó.

Giải

a) Ta có $\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{CA}{C'A'}$ (vì $\frac{6}{4} = \frac{12}{8} = \frac{9}{6}$ do cùng bằng 1,5) nên $\Delta ABC \sim \Delta A'B'C'$.

b) Tỉ số chu vi của ΔABC và $\Delta A'B'C'$ bằng 1,5.

Dạng 2. SỬ DỤNG TRƯỜNG HỢP ĐỒNG DẠNG THỨ NHẤT ĐỂ CHỨNG MINH CÁC GÓC BẰNG NHAU

Phương pháp giải

- Chứng minh hai tam giác đồng dạng theo trường hợp thứ nhất.
- Suy ra các góc tương ứng bằng nhau.

Ví dụ 2. Tứ giác $ABCD$ có $AB = 3cm$, $BC = 10cm$, $CD = 12cm$, $AD = 5cm$, đường chéo $BD = 6cm$. Chứng minh rằng:

a) $\triangle ABD \sim \triangle BDC$.

b) $ABCD$ là hình thang.

Giải

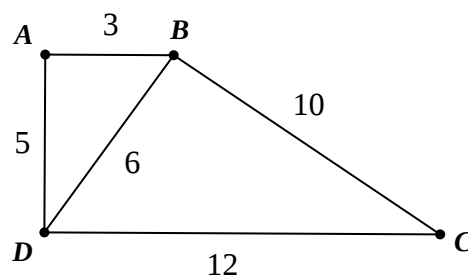
a) Xếp các cạnh của $\triangle ABD$ từ nhỏ đến lớn: 3, 5, 6.

Xếp các cạnh của $\triangle BDC$ từ nhỏ đến lớn: 6, 10, 12.

Ta thấy $\frac{3}{6} = \frac{5}{10} = \frac{6}{12}$ nên $\triangle ABD \sim \triangle BDC$.

b) Từ câu a) suy ra $\widehat{ABD} = \widehat{BDC}$, do đó

$AD \parallel CD$. Vậy $ABCD$ là hình thang



C. LUYỆN TẬP

1. (Dạng 1). Hai tam giác mà độ dài các cạnh như sau có đồng dạng không?

a) 15 cm, 18 cm, 21 cm và 28 cm, 24 cm, 20 cm.

b) 1 dm, 2 dm, 2 dm và 10 cm, 10 cm, 5 cm.

c) 4m, 5m, 6m và 8m, 9m, 12m.

2. (Dạng 1). Tam giác ABC có $AB = 6cm$, $AC = 9cm$, $BC = 12cm$. Tam giác ABC có đồng dạng với tam giác mà ba cạnh bằng ba đường cao của tam giác ABC không?

3. (Dạng 1). Tam giác ABC vuông tại A , $AB = 24cm$, $BC = 26cm$. Tam giác IMN vuông tại I , $IN = 25cm$, $MN = 65cm$. Chứng minh rằng $\triangle ABC \sim \triangle IMN$.

4. (Dạng 2). Gọi O là điểm bất kì nằm trong tam giác ABC . Gọi A_1, B_1, C_1 theo thứ tự là trung điểm của OA, OB, OC . Gọi A', B', C' theo thứ tự là trung điểm của B_1C_1, A_1C_1, A_1B_1 . Chứng minh rằng:

a) $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$;

b) $\widehat{ABC} = \widehat{A'B'C'}$.

5. (Dạng 2). Tứ giác $ABCD$ có $AB = 2cm$, $BC = 10cm$, $CD = 12,5cm$, $AD = 4cm$, $BD = 5cm$. Chứng minh rằng $ABCD$ là hình thang.

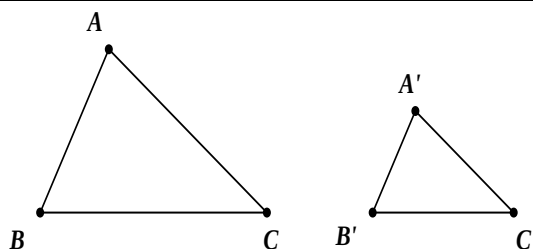
. §6. TRƯỜNG HỢP ĐỒNG DẠNG THỨ HAI

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

- Nếu hai cạnh của tam giác này tỉ lệ với hai cạnh của tam giác kia và hai góc tạo bởi các cặp cạnh đó bằng nhau, thì hai tam giác đó đồng dạng.

- Nếu $\triangle ABC$ và $\triangle A'B'C'$ có:

$$\widehat{A} = \widehat{A'} \text{ và } \frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'} \text{ thì } \triangle ABC \sim \triangle A'B'C'.$$



B. CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. NHẬN BIẾT HAI TAM GIÁC ĐỒNG DẠNG THEO TRƯỜNG HỢP THỨ HAI ĐỂ TÍNH ĐỘ DÀI ĐOẠN THẲNG, CHỨNG MINH HAI GÓC BẰNG NHAU

Phương pháp giải

- Xét hai tam giác, chọn ra hai góc bằng nhau, xét tỉ số hai cạnh tạo nên mỗi góc đó.
- Từ hai tam giác đồng dạng, suy ra các cặp đoạn thẳng tỉ lệ, các góc tương ứng bằng nhau.

Ví dụ 1. (Bài 32 SGK)

Trên một cạnh của góc xOy $\widehat{xOy} \neq 180^\circ$, đặt các đoạn thẳng $OA = 5cm$, $OB = 16cm$. Trên cạnh thứ hai của góc đó, đặt các đoạn thẳng $OC = 8cm$, $OD = 10cm$.

a) Chứng minh hai tam giác OCB và OAD đồng dạng.

b) Gọi giao điểm của các cạnh AD và BC là I , chứng minh rằng hai tam giác IAB và ICD có các góc bằng nhau từng đôi một.

Giải

a) Xét $\triangle AOD$ và $\triangle COB$:

$\widehat{O}$ là góc chung;

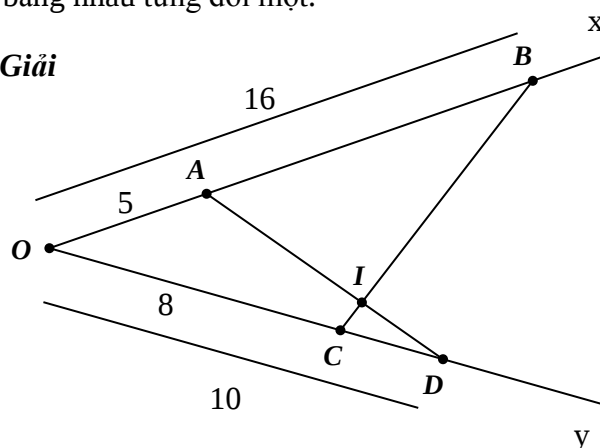
$$\frac{OA}{OC} = \frac{OD}{OB} \text{ (vì } \frac{5}{8} = \frac{10}{16} \text{)}.$$

Suy ra $\triangle AOD \sim \triangle COB$.

b) Ta có $\triangle AOD \sim \triangle COB$ suy ra

$$\widehat{ADO} = \widehat{COB}, \text{ tức là } \widehat{IDC} = \widehat{IBA}.$$

$$\widehat{CID} = \widehat{AIB} \text{ (đối đỉnh).}$$



Suy ra hai góc còn lại bằng nhau $\widehat{ICD} = \widehat{IAB}$.

Ví dụ 2: (Bài 33 SGK)

Chứng minh rằng nếu tam giác $A'B'C'$ đồng dạng với tam giác ABC theo tỉ số k , thì tỉ số của hai đường trung tuyến tương ứng của hai tam giác đó cũng bằng k .

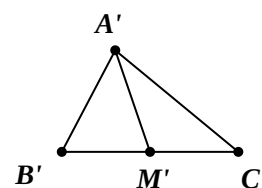
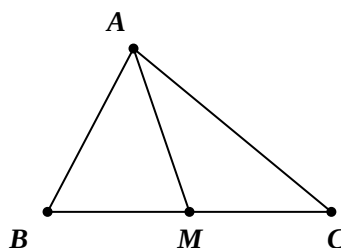
Giải

$\Delta A'B'C' \sim \Delta ABC$ (theo tỉ số k) nên:

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{B'C'}{BC} = k$$

$$\widehat{B'} = \widehat{B}$$

$$\text{Suy ra } \frac{B'M'}{BM} = k.$$



$\Delta A'B'M'$ và ΔABM có: $\widehat{B'} = \widehat{B}$ và $\frac{A'B'}{AB} = \frac{B'M'}{BM} = k$ nên $\Delta A'B'M' \sim \Delta ABM$. Suy ra

$$\frac{A'M'}{AM} = \frac{A'B'}{AB} = k.$$

Dạng 2. SỬ DỤNG CÁC TAM GIÁC ĐỒNG DẠNG ĐỂ DỰNG HÌNH

Phương pháp giải

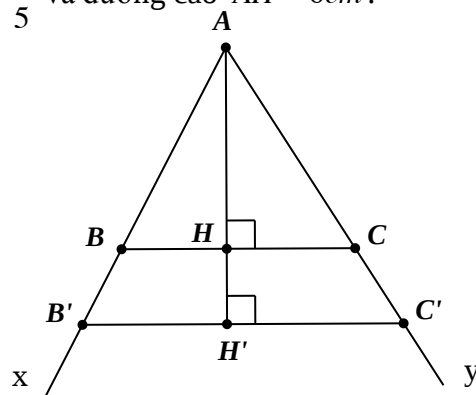
Thường dựng một tam giác bất kì đồng dạng với tam giác phải dựng, sau đó dùng điều kiện về độ dài chưa sử dụng đến để dựng tiếp.

Ví dụ 3. (Bài 34 SGK)

Dựng tam giác ABC , biết $\widehat{A} = 60^\circ$, tỉ số $\frac{AB}{AC} = \frac{4}{5}$ và đường cao $AH = 6\text{cm}$.

Giải

- Dựng góc xAy bằng 60° .
- Dựng B' thuộc tia Ax sao cho $AB' = 4$.
- Dựng C' thuộc tia Ay sao cho $AC' = 5$.
- Dựng $AH' \perp B'C'$.
- Trên tia AH' , dựng H sao cho $AH = 6\text{cm}$.
- Qua H , dựng đường thẳng vuông góc với



AH , cắt Ax và Ay ở B và C .

C. LUYỆN TẬP

1. (Dạng 1). Cho tam giác ABC có $AB = 18cm$, $AC = 27cm$, $BC = 30cm$. Gọi D là trung điểm của AB . Điểm E thuộc cạnh AC sao cho $AE = 6cm$.

a) Chứng minh rằng $\triangle AED \sim \triangle ABC$.

b) Tính độ dài DE .

2. (Dạng 1). Tam giác ABC có $AB = 4cm$. Điểm D thuộc cạnh AC có $AD = 2cm$, $DC = 6cm$.

Biết rằng $\widehat{ACB} = 20^\circ$, tính $\widehat{ABD}$.

3. (Dạng 1). Hình thang $ABCD$ ($AB \parallel CD$) có $AB = 2cm$, $BD = 4cm$, $CD = 8cm$. Chứng minh rằng $\widehat{A} = \widehat{DBC}$.

4. (Dạng 1). Hình thang vuông $ABCD$ có $\widehat{A} = \widehat{D} = 90^\circ$, có $AB = 4cm$, $BD = 6cm$, $CD = 9cm$. Tính độ dài BC .

5. (Dạng 1). Cho hình bình hành $ABCD$, $\widehat{A} > 90^\circ$, các đường cao AH và AK (H thuộc CD , K thuộc BC). Chứng minh rằng $\widehat{AKH} = \widehat{ACH}$.

Hướng dẫn: tìm cặp tam giác đồng dạng.

6. (Dạng 1). Tam giác ABC có $AB = 4cm$, $BC = 5cm$, $CA = 6cm$. Chứng minh rằng $\widehat{B} = 2\widehat{C}$.

Hướng dẫn: trên tia đối của tia BA lấy điểm E sao cho $BE = BC$. Tìm tam giác đồng dạng đối với tam giác ABC .

7. (Dạng 1). Cho hình thoi $ABCD$. Qua C kẻ đường thẳng d cắt các tia đối của các tia BA , CA theo thứ tự ở E , F . Chứng minh rằng:

a) $\frac{EB}{BA} = \frac{AD}{DF}$.

b) $\triangle EBD \sim \triangle BDF$.

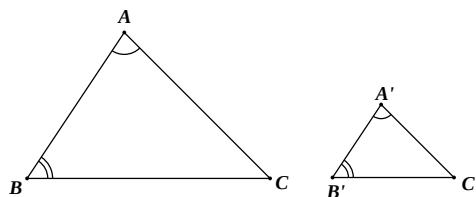
c) $\widehat{BID} = 120^\circ$ (I là giao điểm của DE và BF).

8. (Dạng 2). Dựng tam giác ABC cho biết góc $\widehat{A} = 60^\circ$, tỉ số $\frac{AB}{AC} = \frac{1}{2}$ và trung tuyến xuất phát từ đỉnh A có độ dài m cho trước.

§7. TRƯỜNG HỢP ĐỒNG DẠNG THỨ BA

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

- Nếu hai góc của tam giác này lần lượt bằng hai góc của tam giác kia thì hai tam giác đó đồng dạng với nhau.
- Nếu $\triangle ABC$ và $\triangle A'B'C'$ có:
 $\widehat{A} = \widehat{A'}$, $\widehat{B} = \widehat{B'}$ thì $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$.



B. CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. NHẬN BIẾT HAI TAM GIÁC ĐỒNG DẠNG THEO TRƯỜNG HỢP THỨ BA ĐỂ TÍNH ĐỘ DÀI HAI ĐOẠN THẲNG

Phương pháp giải

Chứng minh tam giác có hai cặp góc bằng nhau từ đó suy ra các cặp đoạn thẳng tỉ lệ.

Ví dụ 1. (Bài 35 SGK)

Chứng minh rằng nếu $\Delta A'B'C'$ đồng dạng với ΔABC theo tỉ số k thì tỉ số của hai đường phân giác tương ứng của chúng cũng bằng k .

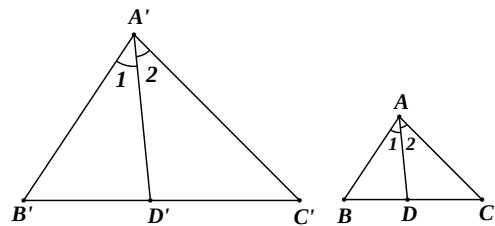
Giải

$\Delta A'B'C' \sim \Delta ABC$ (theo tỉ số k) $\Rightarrow \widehat{A} = \widehat{A'}, \widehat{B} = \widehat{B'}, \frac{A'B'}{AB} = k$. Gọi $A'D'$ và AD là đường phân

giác của $\widehat{A'}$ và $\widehat{A}$.

Do $\widehat{B} = \widehat{B'}$ và $\widehat{A_1} = \widehat{A'_1}$ nên $\Delta A'B'D' \sim \Delta ABD$. Do đó

$$\frac{A'D'}{AD} = k.$$



Ví dụ 2. (Bài 36 SGK)

Tính độ dài x của đoạn thẳng BD trong hình 43 SGK (làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất), biết rằng $ABCD$ là hình thang ($AB \parallel CD$); $AB = 15,5\text{cm}$; $CD = 28,5\text{cm}$;

$$\widehat{DAB} = \widehat{DBC}.$$

Giải

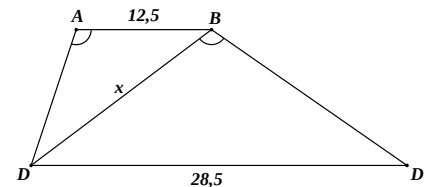
Xét ΔABD và ΔBDC :

$$\widehat{DAB} = \widehat{DBC} \text{ (giả thiết);}$$

$$\widehat{ABD} = \widehat{BDC} \text{ (so le trong } AB \parallel CD \text{)}$$

Do đó $\Delta ABD \sim \Delta BDC$, suy ra:

$$\frac{AB}{BD} = \frac{BD}{DC} \Rightarrow \frac{12,5}{x} = \frac{x}{28,5} \Rightarrow x^2 = 12,5 \cdot 28,5 = 356,25 \Rightarrow x \approx 18,9 (\text{cm})$$



Hình 43 SGK

Ví dụ 3. (Bài 43 SGK)

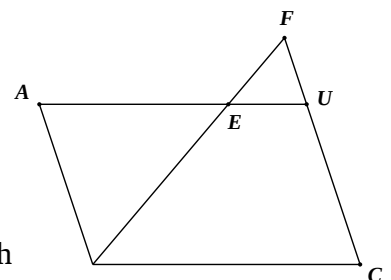
Cho hình bình hành $ABCD$ (H.46 SGK) có độ dài các cạnh $AB = 12\text{cm}$, $BC = 7\text{cm}$. Trên cạnh AB lấy điểm E sao cho $AE = 8\text{cm}$. Đường thẳng DE cắt cạnh CB kéo dài tại F .

a) Trong hình vẽ đã cho có bao nhiêu cặp tam giác đồng dạng với nhau? Hãy viết các cặp tam giác đồng dạng với nhau theo các đỉnh tương ứng.

b) Tính độ dài các đoạn thẳng EF và BF , biết rằng $DE = 10\text{cm}$.

Giải

a) Có ba cặp tam giác đồng dạng: $\Delta ADE \sim \Delta BEF$, $\Delta BFE \sim \Delta CFD$, $\Delta CFD \sim \Delta ADE$.



Hình 46 SGK

b) Ta có $EB = 12 - 8 - 4 (cm)$. Từ tỉ lệ thức $\frac{EF}{ED} = \frac{BF}{AD} = \frac{EB}{EA}$ suy ra $\frac{EF}{10} = \frac{BF}{7} = \frac{4}{8} = 2$.

Do đó $EF = 5cm$, $BF = 3,5cm$.

Ví dụ 4. (Bài 45 SGK)

Hai tam ABC và DEF có $\hat{A} = \hat{D}$, $\hat{B} = \hat{E}$, $AB = 8cm$, $BC = 10cm$, $DE = 6cm$. Tính độ dài các cạnh AC , DF và EF biết rằng cạnh AC dài hơn cạnh DF là $3cm$.

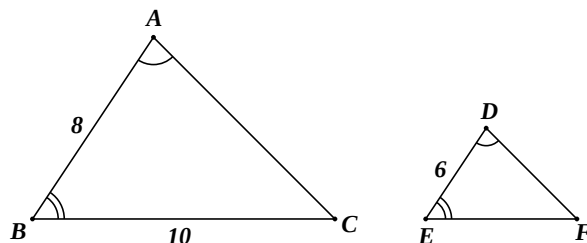
Giải

$$\Delta ABC \sim \Delta DEF \Rightarrow \frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF} \Rightarrow \frac{8}{6} = \frac{10}{EF} = \frac{AC}{DF}.$$

$$\text{Từ } \frac{8}{6} = \frac{10}{EF} \text{ suy ra } EF = 7,5cm.$$

$$\text{Từ } \frac{AC}{4} = \frac{DF}{3} = \frac{AC - DF}{4 - 3} = 3 \text{ suy ra}$$

$$AC = 12cm, DF = 9cm.$$



Dạng 2. NHẬN BIẾT HAI TAM GIÁC VUÔNG ĐỒNG DẠNG THEO TRƯỜNG HỢP THỨ BA

Phương pháp giải

Xét hai tam giác vuông tìm cặp góc nhọn bằng nhau.

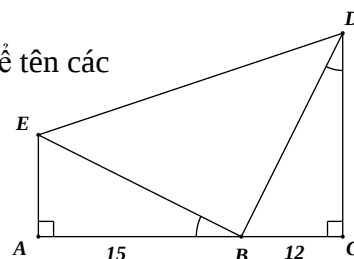
Ví dụ 5. (Bài 37 SGK)

Hình 44 SGK cho biết $\widehat{EBA} = \widehat{BDC}$.

a) Trong hình vẽ có bao nhiêu tam giác vuông? Hãy kể tên các tam giác đó.

b) Cho biết $AE = 10cm$, $AB = 15cm$, $BC = 12cm$.
Hãy tính độ dài các đoạn thẳng CD , BE , BD và ED (làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).

c) So sánh diện tích tam giác BDE với tổng diện tích của hai tam giác AEB và BCD.



Hình 44 SGK

Giải

a) Trong hình vẽ có ba tam giác vuông: ΔABE , ΔCDB , ΔEBD .

$$b) \Delta ABE \sim \Delta CDB \Rightarrow \frac{AB}{CD} = \frac{AE}{CB} \Rightarrow \frac{15}{CD} = \frac{10}{12} \Rightarrow CD = 18 (cm).$$

$$BE^2 = AB^2 + AE^2 = 15^2 + 10^2 = 325 \Rightarrow BE \approx 18cm.$$

$$BD^2 = BC^2 + CD^2 = 12^2 + 18^2 = 468 \Rightarrow BD \approx 21,6cm.$$

$$ED^2 = BE^2 + BD^2 = 325 + 468 = 793 \Rightarrow ED \approx 28,2cm.$$

$$c) S_{BED} = \frac{1}{2} BE \cdot BD = \frac{1}{2} \sqrt{325} \cdot \sqrt{468} = \frac{1}{2} \sqrt{152100} = 195 (cm^2).$$

$$S_{AEB} + S_{BCD} = \frac{1}{2} \cdot 15 \cdot 10 + \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 18 = 183 (cm^2).$$

$$\text{Vậy } S_{BED} > S_{AEB} + S_{BCD}.$$

Ví dụ 6. (Bài 44 SGK)

Cho tam giác ABC có các cạnh $AB = 24\text{cm}$, $AC = 28\text{cm}$. Tia phân giác của góc A cắt cạnh BC tại D . Gọi M, N theo thứ tự là hình chiếu của B, C lên đường thẳng AD .

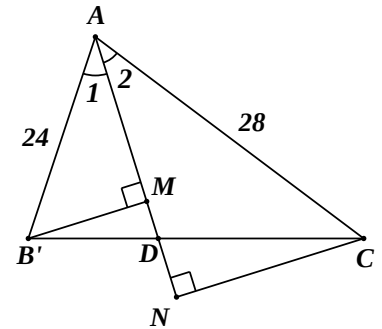
- a) Tính tỉ số $\frac{BM}{CN}$.
- b) Chứng minh rằng $\frac{AM}{AN} = \frac{DM}{DN}$.

Giải

- a) $BM \parallel CN \Rightarrow \frac{BM}{CN} = \frac{DB}{DC}$. AD là tia phân giác của góc A suy ra

$$\frac{DB}{DC} = \frac{AB}{AC}. \text{ Do đó } \frac{BM}{CN} = \frac{AB}{AC} = \frac{24}{28} = \frac{6}{7}.$$

- b) $\triangle AMB \sim \triangle ANC \Rightarrow \frac{AM}{AN} = \frac{BM}{CN} = \frac{6}{7}$.



Ví dụ 7. (Bài 41 SGK)

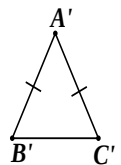
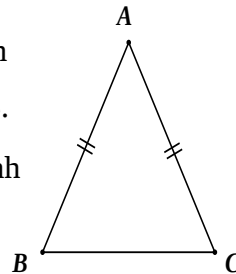
Tìm các dấu hiệu để nhận biết hai tam giác đồng dạng.

Giải

Xét $\triangle ABC$ cân tại A và $\triangle A'B'C'$ cân tại A' . Ta có $\widehat{B} = \widehat{C}, \widehat{B'} = \widehat{C'}$, $\frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'}$. Do đó

$\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$ nếu có:

- Góc ở đỉnh của tam giác này bằng góc ở đỉnh của tam giác kia ($\widehat{A} = \widehat{A'}$): theo trường hợp đồng dạng thứ 2.
- Góc ở đáy của tam giác này bằng góc ở đáy của tam giác kia ($\widehat{B} = \widehat{B'}$): theo trường hợp đồng dạng thứ 3.
- Cạnh bên và cạnh đáy của tam giác này tỉ lệ với cạnh bên và cạnh đáy của tam giác kia ($\frac{AB}{BC} = \frac{A'B'}{B'C'}$): theo trường hợp đồng dạng thứ nhất.



Ví dụ 8. (Bài 42 SGK)

So sánh các trường hợp đồng dạng của tam giác với các trường hợp bằng nhau của tam giác (nêu lên những điểm giống và khác nhau)

Giải

Trường hợp bằng nhau của tam giác là trường hợp đặc biệt của trường hợp đồng dạng của tam giác khi tỉ số đồng dạng bằng 1. Do đó ba trường hợp đồng dạng cũng tương ứng với ba trường hợp bằng nhau, điểm khác là không đòi hỏi cặp cạnh tương ứng bằng nhau mà chỉ đòi hỏi cặp cạnh tương ứng tỉ lệ.

So sánh	Hai tam giác bằng nhau	Hai tam giác đồng dạng
Giống nhau	Góc tương ứng bằng nhau	Góc tương ứng bằng nhau
Khác nhau	Cạnh tương ứng bằng nhau	Cạnh tương ứng tỉ lệ

Dạng 3. SỬ DỤNG TAM GIÁC ĐỒNG DẠNG ĐỂ DỰNG HÌNH

Phương pháp giải

Thường dựng một tam giác bất kì đồng dạng với tam giác phải dựng sau đó dùng điều kiện về độ dài chưa sử dụng đến để dựng tiếp.

Ví dụ 9. Dựng tam giác ABC biết $\widehat{B} = 60^\circ, \widehat{C} = 45^\circ$, đường cao xuất phát từ đỉnh A có độ dài h cho trước.

Giải

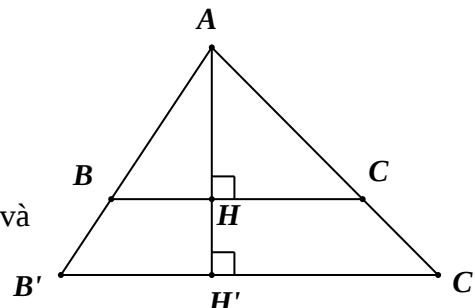
Cách dựng:

- Dựng $\Delta A'B'C'$ có $\widehat{B'} = 60^\circ, \widehat{C'} = 45^\circ$.
- Dựng $AH' \perp B'C'$.
- Trên tia AH' dựng $AH = h$.
- Qua H dựng đường thẳng song song với $B'C'$, cắt AB' và AC' ở B và C .

Chứng minh:

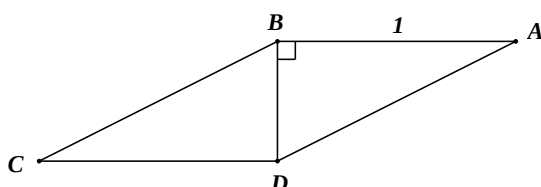
$BC \parallel B'C'$ nên $\widehat{B} = \widehat{B'} = 60^\circ, \widehat{C} = \widehat{C'} = 45^\circ$. ΔABC có $\widehat{B} = 60^\circ, \widehat{C} = 45^\circ$, đường cao $AH = h$ thỏa mãn bài toán.

Biện luận: Bài toán có một nghiệm hình.



C. LUYỆN TẬP

1. (Dạng 1) Tam giác ABC có $AB = 6cm, AC = 9cm$. Điểm D thuộc cạnh AC sao cho $\widehat{ABD} = \widehat{C}$. Tính độ dài AD .
2. (Dạng 2) Cho tam giác ABC có $AC \geq AB$, đường phân giác AD . Lấy điểm E trên cạnh AC sao cho $\widehat{CDE} = \widehat{BAC}$.
 - a) Tìm tam giác đồng dạng với tam giác ABC .
 - b) Chứng minh rằng $DE = DB$.
3. (Dạng 2) Cho tam giác ABC cân tại A , M là trung điểm của BC . Trên cạnh AB lấy điểm D , trên cạnh AC lấy điểm E sao cho DM là tia phân giác của góc BED . Chứng minh rằng:
 - a) EM là tia phân giác của góc CED .
 - b) Tam giác BDM đồng dạng với tam giác CME .
 - c) $BD \cdot CE = a^2$ (đặt $MB = MC = a$).
4. (Dạng 2) Hình thang vuông $ABCD$ có $\widehat{A} = \widehat{D} = 90^\circ, AB = 4cm, CD = 9cm$. Tính độ dài BD biết rằng $BD \perp BC$.
5. (Dạng 2) Hình thang $ABCD$ có $AB \parallel CD, BD$ là đường cao của hình thang, $\widehat{A} + \widehat{C} = 90^\circ, AB = 1cm, CD = 3cm$. Tính các độ dài AD, BC .



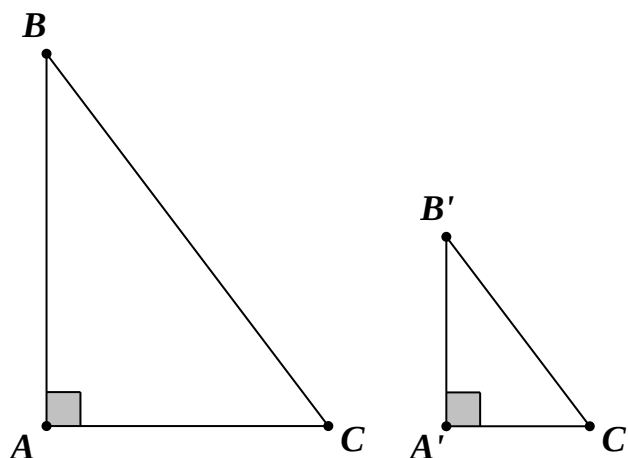
6. (Dạng 2) Hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 4cm, AD = 3cm$. Gọi E, F theo thứ tự là hình chiếu của A, C trên BD . Tính độ dài EF .

7. (Dạng 2) Cho tam giác ABC vuông tại C , $CB = 16cm$, $AB = 34cm$. Qua trung điểm D của AB , kẻ đường thẳng vuông góc với AB , cắt AC ở E . Tính độ dài DE .
8. (Dạng 2) Cho tam giác nhọn ABC , các đường cao BD và CE cắt nhau tại H , $HB = 6cm$, $HC = 9cm$. Tính độ dài BD , CE biết rằng $BD + CE = 20cm$.
9. Cho tam giác ABC và các đường cao BD , CE .
- Chứng minh rằng $\triangle ABD \sim \triangle ACE$.
 - Tính $\widehat{AED}$ biết $\widehat{ACB} = 48^\circ$.
10. (Dạng 3) Dựng tam giác ABC biết $\widehat{B} = 70^\circ$, $\widehat{C} = 30^\circ$, đường phân giác $AD = 1,5cm$.

§8. CÁC TRƯỜNG HỢP ĐỒNG DẠNG CỦA TAM GIÁC VUÔNG

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

- Các trường hợp đồng dạng của tam giác vuông suy từ các trường hợp đồng dạng của tam giác
 - Nếu tam giác vuông này có một góc bằng góc nhọn của góc nhọn của tam giác vuông kia thì hai tam giác đồng dạng.
 - Nếu tam giác vuông này có hai cạnh góc vuông tỉ lệ với hai cạnh góc vuông của tam giác vuông kia thì hai tam giác đồng dạng.
- Trường hợp đồng dạng đặc biệt**



Nếu cạnh huyền và một cạnh góc vuông của tam giác vuông này tỉ lệ với cạnh huyền và một cạnh góc vuông của tam giác vuông kia thì hai tam giác vuông đó đồng dạng.

Nếu $\triangle ABC$ và $\triangle A'B'C'$ có: $\widehat{A} = \widehat{A'} = 90^\circ$ và $\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'}$ thì

$\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$ (cạnh huyền – cạnh góc vuông).

3. Tỉ số hai đường cao, tỉ số diện tích của hai tam giác đồng dạng

- Tỉ số hai đường cao tương đương của hai tam giác đồng dạng bằng tỉ số đồng dạng.
- Tỉ số diện tích của hai tam giác đồng dạng bằng tỉ số đồng dạng.

B. CÁC DẠNG TOÁN

DẠNG 1. CÁC TRƯỜNG HỢP ĐỒNG DẠNG CỦA TAM GIÁC VUÔNG SUY TỪ CÁC TRƯỜNG HỢP ĐỒNG DẠNG CỦA TAM GIÁC.

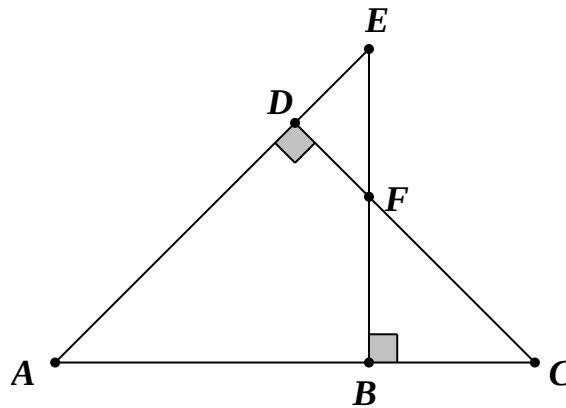
Phương pháp giải

Đưa về trường hợp đồng dạng thứ hai hoặc thứ ba, trong đó yếu tố góc là góc vuông.

Ví dụ 1. (Bài 46 SGK)

Trên hình 50 SGK, hãy chỉ ra các tam giác đồng dạng. viết các tam giác này theo thứ tự các đỉnh tương ứng và giải thích vì sao chúng đồng dạng?

Lời giải

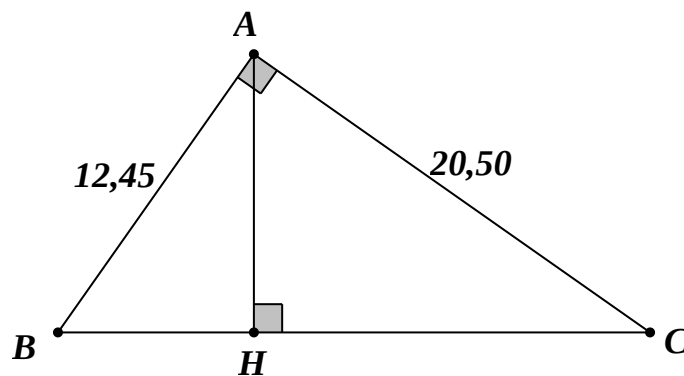


Hình 50 SGK

Có bốn tam giác đồng dạng đôi một (theo trường hợp góc – góc) là FDE , FBC , ABE , ADC nên viết được sáu cặp tam giác đồng dạng.

Ví dụ 2. (Bài 49 SGK)

ở hình 51 SGK tam giác ABC vuông tại A và có đường cao AH .



Hình 51 SGK

a) Trong hình vẽ có bao nhiêu cặp tam giác đồng dạng với nhau ? (hãy chỉ rõ từng cặp tam dạng và viết theo các đỉnh tương ứng).

b) Cho biết $AB = 12,45 \text{ cm}$, $AC = 20,50 \text{ cm}$. Tính độ dài các đoạn thẳng BC, AH, BH, CH .

Lời giải

a) Có 3 cặp tam giác đồng dạng: AHB và CHA ; CHA và CAB ; CAB và AHB .

b) Ta có: $BC^2 = AB^2 + AC^2 = 12,45^2 + 20,50^2 = 575,2525$. Suy ra:
 $BC \approx 23,98(\text{cm})$

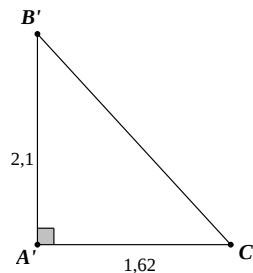
$$AH = \frac{AB \cdot AC}{BC} = \frac{12,45 \cdot 20,50}{23,98} \approx 10,64(\text{cm}).$$

$$\triangle AHB \sim \triangle CAB \Rightarrow \frac{AH}{CA} = \frac{BH}{BA} \Rightarrow BH = \frac{10,64 \cdot 12,45}{20,50} \approx 6,46(\text{cm}).$$

$$CH = 23,98 - 6,46 \approx 17,52(\text{cm}).$$

Ví dụ 3. (Bài 50 SGK). Bóng của một ống khói nhà máy trên mặt đất có độ dài là $36,9 \text{ m}$. Cùng thời điểm đó, một thanh sắt cao $2,1 \text{ m}$ cắm vuông góc với mặt đất có bóng dài $1,62 \text{ m}$. Tính chiều cao của ống khói (H.52 SGK).

Lời giải



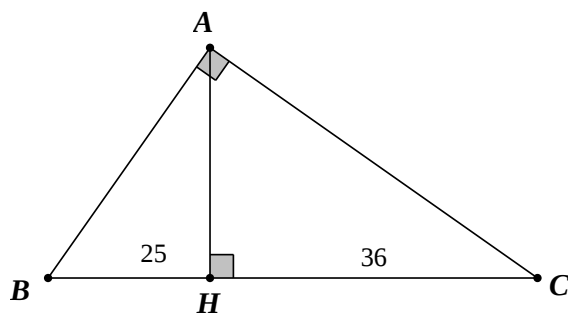
$$\triangle ABC \sim \triangle A'B'C' \Rightarrow \frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'}$$

$$\Rightarrow AB = \frac{2,1 \cdot 36,9}{1,62} \approx 47,8(\text{m}).$$

Ví dụ 4. (Bài 51 SGK)

Chân đường cao AH của tam giác vuông ABC chia thành cạnh huyền BC thành hai đoạn thẳng có độ dài 25cm và 36cm . Tính chu vi và diện tích của tam giác vuông đó (H.53 SGK).

Lời giải



Hình 53 SGK

$$\triangle AHB \sim \triangle CHA \Rightarrow \frac{AH}{CH} = \frac{BH}{AH}$$

$$\Rightarrow AH^2 = BH \cdot CH = 25 \cdot 36$$

$$\Rightarrow AH = \sqrt{25 \cdot 36} = 30(\text{cm}).$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \cdot BC \cdot AH = 915(\text{cm}^2)$$

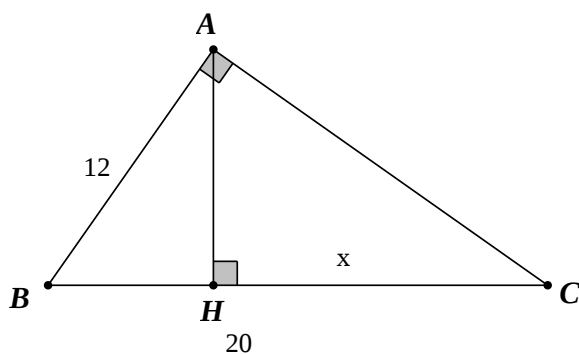
Bằng định lý Py-ta-go, ta tính được: $AB \approx 39\text{cm}$, $AC \approx 47\text{cm}$. Chu vi

$$C_{\triangle ABC} \approx 147\text{cm}.$$

Ví dụ 5. (Bài 52 SGK)

Cho một tam giác vuông, trong đó cạnh huyền dài 20cm và một cạnh góc vuông dài 12cm . Tính độ dài hình chiếu cạnh góc vuông kia trên cạnh huyền.

Lời giải



Hình 53 SGK

Xét $\triangle ABC$ vuông tại A , đường cao AH : $AB = 12\text{ cm}$, $BC = 20\text{ cm}$. Cần tính CH . Ta tính được $AC = 16\text{ cm}$.

$$\triangle ABC \sim \triangle HAC \Rightarrow \frac{AC}{HC} = \frac{BC}{AC}$$

$$\Rightarrow \frac{16}{HC} = \frac{20}{16}.$$

Từ đó $HC = 12,8\text{ cm}$.

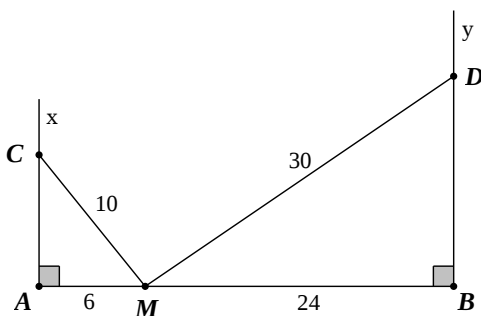
DẠNG 2: TRƯỜNG HỢP ĐỒNG DẠNG CẠNH HUYỀN – CẠNH GÓC VUÔNG

Phương pháp giải

Xét tỉ số cạnh huyền và tỉ số của một cặp cạnh góc vuông.

Ví dụ 6. Cho điểm M nằm trên đoạn thẳng AB , $MA = 6\text{ cm}$, $MB = 24\text{ cm}$; vẽ về một phía của AB các tia Ax , By vuông góc với AB . Lấy điểm C thuộc Ax , điểm D thuộc By sao cho $MC = 10\text{ cm}$, $MD = 30\text{ cm}$. Chứng minh rằng: $\widehat{CMD} = 90^\circ$.

Lời giải



Ta tính được $BD = 18\text{ cm}$.

Xét $\triangle AMC$ và $\triangle BDM$: $\widehat{A} = \widehat{B} = 90^\circ$;

$$\frac{CM}{MD} = \frac{AM}{BD} \left(\frac{10}{30} = \frac{6}{18} \right).$$

Do đó: $\triangle AMC \sim \triangle BDM$ (cạnh huyền – cạnh góc vuông).

$$\Rightarrow \widehat{AMC} = \widehat{BDM}$$

Ta lại có: $\widehat{BDM}$ phụ $\widehat{BMD}$

nên $\widehat{AMC}$ phụ $\widehat{BMD}$ vậy $\widehat{CMD} = 90^\circ$.

DẠNG 3. TỈ SỐ HAI ĐƯỜNG CAO CỦA HAI TAM GIÁC ĐỒNG DẠNG

Phương pháp giải

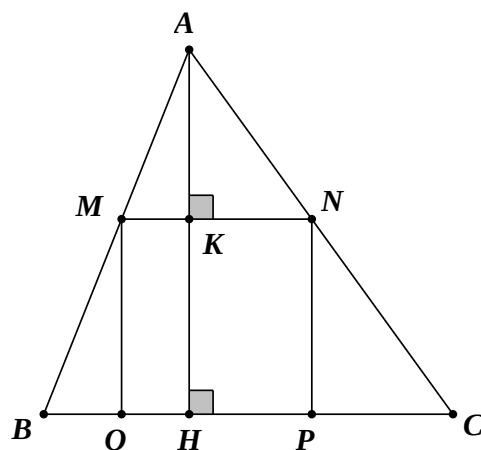
Tỉ số hai đường cao tương ứng của hai tam giác đồng dạng bằng tỉ số đồng dạng.

Ví dụ 7. Cho tam giác ABC , đường cao AH , $BC = 15m$, $AH = 10m$. Điểm K thuộc AH sao cho $AK = 4m$. Qua K kẻ đường thẳng song song với BC , cắt AB và AC theo thứ tự tại M, N .

a) Tính độ dài MN .

b) Kẻ MQ, NP vuông góc với BC . Chứng minh rằng: $MNPQ$ là hình vuông.

Lời giải



$$a) \quad \triangle AMN \sim \triangle ABC \Rightarrow \frac{AK}{AH} = \frac{MN}{BC}$$

$$\Rightarrow MN = \frac{4 \cdot 15}{10} = 6m.$$

$$b) \quad MQ = K = 10 - 4 = 6m.$$

Dễ dàng chứng minh $MNPQ$ là hình vuông.

Dạng 4. Tỉ số diện tích của hai tam giác đồng dạng

Phương pháp giải

Tỉ số diện tích của hai tam giác đồng dạng bằng bình phương của tỉ số đồng dạng

Ví dụ 8. (Bài 47 SGK).

Tam giác ABC có độ dài các cạnh là $3cm, 4cm, 5cm$. Tam giác $\Delta A'B'C' \sim \Delta ABC$ và $S_{\Delta ABC} = 54cm^2$. Tính độ dài các cạnh của tam giác $A'B'C'$.

Lời giải

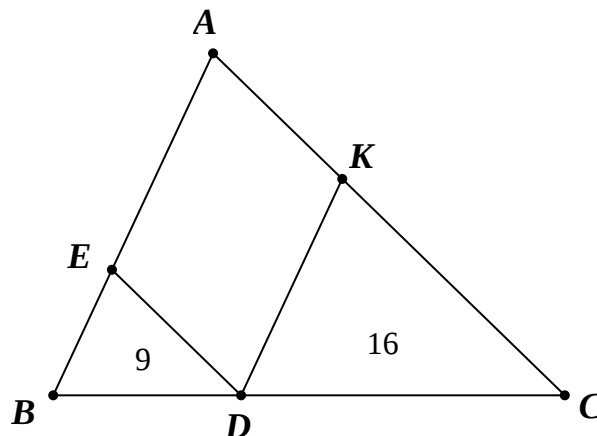
ΔABC là tam giác vuông ($3^2 + 4^2 = 5^2$), và $S_{\Delta ABC} = \frac{3 \cdot 4}{2} = 6(cm^2)$.

$\Delta A'B'C' \sim \Delta ABC$ nên $\frac{S_{A'B'C'}}{S_{ABC}} = \left(\frac{A'B'}{AB}\right)^2$ hay $\frac{S_{A'B'C'}}{S_{ABC}} = \frac{54}{6} = 9$. Từ đó $k = 3$.

Vậy độ dài các cạnh của $\Delta A'B'C'$ bằng $9cm, 12cm, 15cm$.

Ví dụ 9. Cho tam giác ABC . Qua điểm D thuộc BC , kẻ các đường thẳng song song với các cạnh còn lại, chúng cắt AB và AC theo thứ tự tại E và K . Biết diện tích các tam giác EBD , KDC theo thứ tự bằng $9cm^2, 16cm^2$. Tính diện tích tam giác ABC .

Lời giải



Đặt $S_{ABC} = S$

$$\triangle EBD \sim \triangle ABC \Rightarrow \frac{S_{EBD}}{S} = \left(\frac{BD}{BC}\right)^2 \Rightarrow \frac{9}{S} = \left(\frac{BD}{BC}\right)^2 \Rightarrow \frac{BD}{BC} = \frac{3}{\sqrt{S}} \quad (1)$$

$$\triangle KDC \sim \triangle ABC \Rightarrow \frac{S_{KDC}}{S} = \left(\frac{DC}{BC}\right)^2 \Rightarrow \frac{16}{S} = \left(\frac{DC}{BC}\right)^2 \Rightarrow \frac{DC}{BC} = \frac{4}{\sqrt{S}} \quad (2)$$

$$\text{Từ (1), (2), suy ra: } \frac{DB}{BC} + \frac{DC}{BC} = \frac{3}{\sqrt{S}} + \frac{4}{\sqrt{S}} \Rightarrow 1 = \frac{7}{\sqrt{S}} \Rightarrow \sqrt{S} = 7 \Rightarrow S = 49 (\text{cm}^2).$$

C. LUYỆN TẬP

1. (Dạng 1). Tam giác ABC cân tại A ($\hat{A} < 90^\circ$), các đường cao AD và CE cắt nhau tại H .
 - a) tính BC biết $HD = 4\text{cm}$, $HA = 32\text{cm}$.
 - b) tính AE biết $BC = 24\text{cm}$, $BE = 9\text{cm}$.
2. (Dạng 1) cho tam giác ABC vuông tại A , đường cao AH .
 - a) cho biết $HB = 9\text{cm}$, $HC = 16\text{cm}$. Tính các độ dài AH , AB , AC .
 - b) chứng minh các hệ thức: $AH^2 = HB.HC.AB^2 = BC.BH$.
3. (Dạng 1) Cho tam giác ABC vuông tại A , đường cao AH , $HB = 4\text{cm}$, $HC = 9\text{cm}$. Gọi M là trung điểm BC . Tính các cạnh của tam giác AHM .
4. (Dạng 1) Cho tam giác ABC vuông tại A . Hình vuông $MNPQ$ có M thuộc cạnh AB , N thuộc cạnh AC , P và Q thuộc cạnh BC . Biết $BQ = 4\text{cm}$, $CP = 9\text{cm}$. Tính cạnh của hình vuông.
5. (Dạng 1) tam giác ABC đường cao AH (H thuộc cạnh BC) có $AH = 6\text{cm}$, $BH = 4\text{cm}$, $HC = 9\text{cm}$. Chứng minh rằng:
 - a) $\triangle AHB \sim \triangle CHA$
 - b) $\widehat{BAC} = 90^\circ$.
6. (Dạng 1) cho hình thang vuông $ABCD$ ($\hat{A} = \hat{D} = 90^\circ$), $AB = 6\text{cm}$, $CD = 12\text{cm}$, $AD = 17\text{cm}$. Điểm E thuộc cạnh AD sao cho $AE = 8\text{cm}$. Chứng minh: $\widehat{BEC} = 90^\circ$.
7. (Dạng 1) cho tam giác ABC , các đường cao BD và CE . Chứng minh: $AE.AB = AD.AC$.

8. (Dạng 1) . cho tam giác nhọn ABC , các đường cao BD và CE cắt nhau tại H . Gọi K là hình chiếu của H lên BC . Chứng minh rằng:
- $BH.BD = BK.BC$.
 - $CH.CE = CK.CB$.
 - $BH.BD + CH.CE = BC^2$.
9. (Dạng 1) cho hình bình hành $ABCD$ ($\hat{A} < \hat{B}$) . Gọi E là hình chiếu của C trên AB , K là hình chiếu của C trên AD , H là hình chiếu của B trên AC . Chứng minh rằng:
- $AB.AE = AC.AH$.
 - $BC.AK = AC.HC$.
 - $AB.AE + AD.AK = AC^2$.
10. (Dạng 1) cho hình thang $ABCD$ ($AB \parallel CD$) , M là trung điểm của AD , H là hình chiếu của M lên BC . Chứng minh rằng: diện tích hình thang bằng tích $BC.MH$ bằng cách vẽ đường cao BK , gọi N là trung điểm của BC và tìm các tam giác đồng dạng.
11. (Dạng 2). Cho tam giác ABC vuông tại A , $AC = 4\text{ cm}$, $BC = 6\text{ cm}$. ở phía ngoài tam giác ABC , vẽ tam giác BCD vuông tại C có $BD = 9\text{ cm}$. Chứng minh: $BD \parallel AC$.
12. (Dạng 2). Hình thang $ABCD$ có $\hat{A} = \hat{D} = 90^\circ$, điểm E thuộc cạnh bên AD . Tính $\widehat{BEC}$ biết rằng $AB = 4\text{ cm}$, $BE = 5\text{ cm}$, $DE = 12\text{ cm}$, $CE = 15\text{ cm}$.
13. (Dạng 2) cho hai tam giác cân ABC và $A'B'C'$ ($AB = AC, A'B' = A'C'$) , các đường cao BH và $B'H'$. Cho biết $\frac{BH}{B'H'} = \frac{BC}{B'C'}$. Chứng minh rằng: $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$.
14. (Dạng 3). Cho hình thang $ABCD$ ($AB \parallel CD$) , $AB = 15\text{ m}$, $CD = 30\text{ m}$, đường cao 20 m , các đường chéo cắt nhau tại O . Tính diện tích các tam giác OAB , OCD .
15. (Dạng 4). Cho tam giác ABC , điểm O nằm trong tam giác . gọi D, E, F theo thứ tự là trung điểm của OA, OB, OC . Tỉ số diện tích của tam giác DEF và tam giác ABC bằng:
- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{1}{\sqrt{2}}$. C. $\frac{1}{4}$. D. $\frac{2}{3}$.

Hãy chọn câu trả lời đúng.

16. (Dạng 4). Gọi O là trọng tâm của tam giác đều ABC . Trên OA, OB, OC lấy theo thứ tự các điểm A', B', C' sao cho $OA' = OB' = OC'$ và khoảng cách giữa $B'C'$ và BC bằng $\frac{1}{6}$ chiều cao của tam giác ABC . Tỉ số diện tích của tam giác $A'B'C'$ và tam giác ABC bằng

A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{1}{3}$. C. $\frac{1}{6}$. D. $\frac{1}{4}$.

Hãy chọn câu trả lời đúng.

17. (Dạng 4). Cho tam giác ABC . Một đường thẳng song song với BC , cắt các cạnh AB và AC tại D và E . Biết diện tích tam giác ADE bằng nửa diện tích tam giác ABC . Tỉ số $\frac{DE}{BC}$ bằng:

A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{1}{\sqrt{2}}$. C. $\frac{2}{3}$. D. $\frac{3}{5}$.

Hãy chọn câu trả lời đúng.

18. (Dạng 4). Cho tam giác ABC . Một đường thẳng song song với BC và có khoảng cách đến BC bằng $\frac{1}{5}$ khoảng cách từ A đến BC cắt ra một hình thang có diện tích bằng 36cm^2 . Tính diện tích tam giác ABC .

19. (Dạng 4) Cho tam giác ABC . Một đường thẳng song song với BC cắt các cạnh AB, AC theo thứ tự ở D và E . Gọi G là một điểm trên cạnh BC . Tính diện tích tứ giác $ADGE$ biết diện tích tam giác ABC bằng 16cm^2 , diện tích tam giác ADE bằng 9cm^2 .

20. (Dạng 4) Cho tam giác ABC vuông tại A , đường cao AH . $BC = 20\text{cm}$, $AH = 8\text{cm}$. Gọi D là hình chiếu của H trên AC , E là hình chiếu của H trên AB .

a) Chứng minh rằng tam giác ADE đồng dạng với tam giác ABC .

b) Tính diện tích tam giác ADE .

§9. ỨNG DỤNG THỰC TẾ CỦA TAM GIÁC ĐỒNG DẠNG

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

Sử dụng tam giác đồng dạng, ta có thể xác định chiều cao, xác định khoảng cách đo đạc gián tiếp.

B. CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. ĐO GIÁN TIẾP CHIỀU CAO

Phương pháp giải:

Tìm hai tam giác đồng dạng rồi lập tỉ số giữa các cạnh tương ứng.

Ví dụ 1. (Bài 53 SGK)

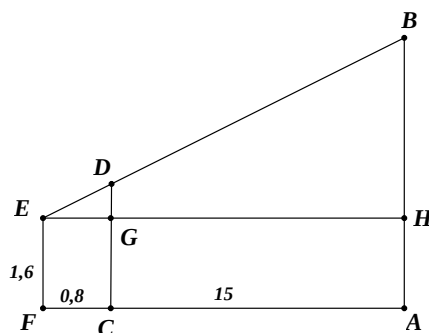
Một người đo chiều cao của một cây nhờ một cọc chôn xuống đất, cọc cao $2m$ và đặt xa cây $15m$. Sau khi người ấy lùi ra xa cách cọc $0,8m$ thì nhìn thấy đầu cọc và đỉnh cây cùng nằm trên một đường thẳng. Hỏi cây cao bao nhiêu, biết rằng khoảng cách từ chân đến mắt người ấy là $1,6m$?

Giải

Trước hết tính BH , ta có:

$$\frac{DC}{BH} = \frac{EG}{EH} \Rightarrow \frac{0,4}{BH} = \frac{0,8}{15,8} \Rightarrow BH = 7,9m$$

Do đó $AB = 7,9 + 1,6 = 9,5(m)$



Dạng 2. ĐO GIÁN TIẾP KHOẢNG CÁCH, BỀ DÀY

Phương pháp giải

Sử dụng tam giác đồng dạng hoặc Định lí Ta-lét để tính độ dài đoạn thẳng.

Ví dụ 2. (Bài 54 SGK)

Để đo khoảng cách giữa hai địa điểm A và B , trong đó B không tới được, người ta tiến hành đo và tính khoảng cách AB như hình 57 SGK : $AB \parallel DF$; $AD = m$; $DC = n$; $DF = a$.

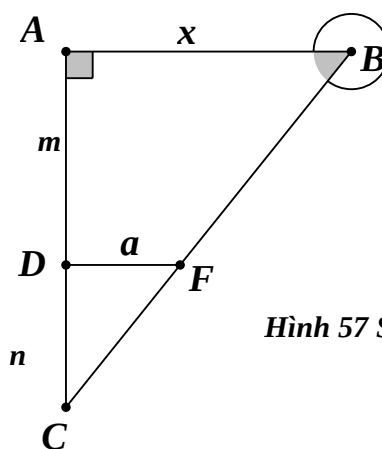
a) Em hãy nói rõ cách đo như thế nào.

b) Tính độ dài x của khoảng cách AB .

Giải

a) Cách đo:

- Dùng êke dựng tia Ax vuông góc với AB .
- Trên tia Ax dựng điểm D .
- Dựng đoạn thẳng DF vuông góc với AD (F và B cùng phía đối với Ax).
- Trên tia đối của tia DA , dựng điểm C sao cho C, F, B thẳng hàng.



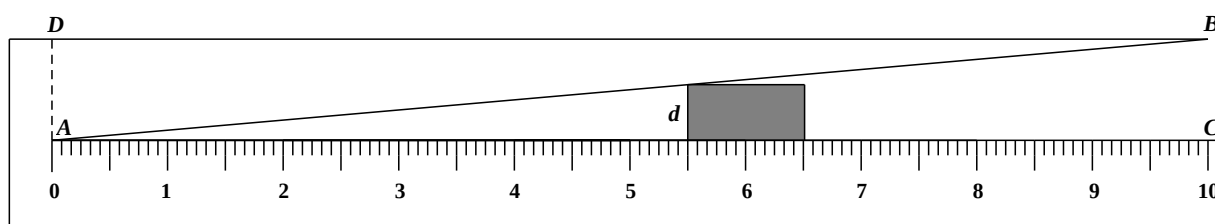
Hình 57 SGK

b) ta có $DF \parallel AB$ nên $\frac{DF}{AB} = \frac{CD}{CA}$, suy ra $\frac{a}{x} = \frac{n}{m+n}$.

$$\text{Vậy } x = \frac{a(m+n)}{n}$$

Ví dụ 3 (Bài 55 SGK)

Hình 58 SGK dưới đây mô tả dụng cụ đo bề dày của một số loại sản phẩm. Dụng cụ này gồm thước AC được chia tính đến $1mm$ và gắn với một bản kim loại hình tam giác ABD , khoảng cách $BC = 10mm$.



Hình 58 SGK

Muốn đo bề dày của vật, ta kẹp vật vào giữa bản kim loại và thước (đáy của vật áp vào bề mặt của thước AC ta đọc được “bề dày” d của vật (trên hình vẽ ta có $d = 5,5mm$).

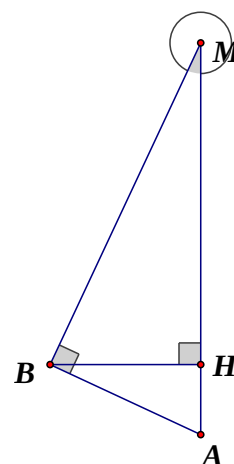
Hãy chỉ rõ định lý nào của hình học là cơ sở để ghi các vạch trên thước AC ($d \leq 10mm$).

Giải

Trên hình vẽ ta có $\frac{d}{BC} = \frac{5,5}{10}$. Do $BC = 10mm$ nên $d = 5,5mm$. Cơ sở của cách làm trên là Định lý Ta – lét.

C. LUYỆN TẬP

- (Dạng 1) Tính khoảng cách từ người quan sát đến chân tháp truyền hình cao $50m$ biết rằng khi người đó đặt một que dài $5cm$ thẳng phía trước cách mắt $40cm$ thì que vừa vặn che lấp tháp truyền hình.
- (Dạng 2). Để đo khoảng cách từ địa điểm A đến địa điểm M trên đảo, người ta gióng đường thẳng AM , lấy trên AM điểm H . Trên đường vuông góc với AM tại H , xác định địa điểm B sao cho $\widehat{ABM} = 90^\circ$. Biết $AH = 15m$, $AB = 60m$. Tính độ dài AM .



ÔN TẬP CHƯƠNG III

A. BÀI TẬP ÔN TRONG SGK

56. Xác định tỉ số của hai đoạn thẳng AB và CD trong các trường hợp sau:

a) $AB = 5cm, CD = 15cm;$

b) $AB = 45dm, CD = 150cm;$

c) $AB = 5CD.$

Hướng dẫn

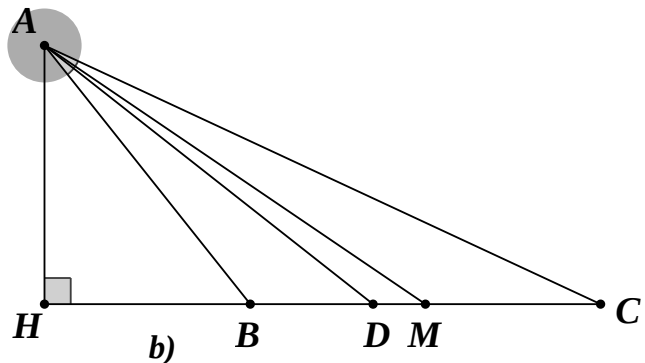
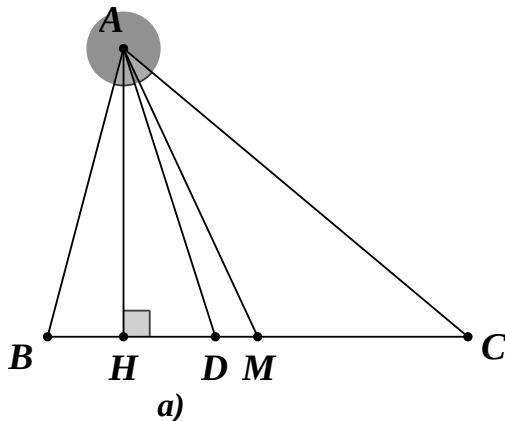
a) $\frac{AB}{CD} = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}.$

b) $\frac{AB}{CD} = \frac{45}{15} = 3.$

c) $\frac{AB}{CD} = 5.$

57. Cho tam giác ABC ($AB < AC$). Vẽ đường cao AH, đường phân giác AD, đường trung tuyến AM. Có nhận xét gì về vị trí của ba điểm H, D, M.

Hướng dẫn

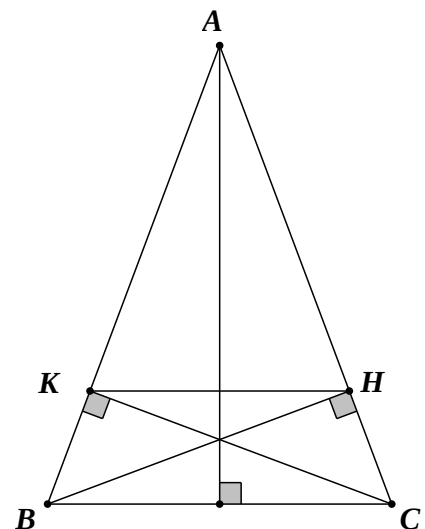


Điểm D nằm giữa hai điểm H và M (hình a), tương ứng với trường hợp $\hat{B} < 90^\circ$.

(hình b) ứng với trường hợp $\hat{B} > 90^\circ$)

58. Cho tam giác cân ABC ($AB = AC$) vẽ các đường cao BH, CK (H66SGK) .

a) Chứng minh $BK = CH$.



Hình 66 SGK

b) Chứng minh $KH \parallel BC$

c) Cho biết $BC = a$; $AB = AC = b$. Tính độ dài đoạn thẳng HK

Hướng dẫn

a) $\triangle BKC = \triangle CHB$ (cạnh huyền – góc nhọn)

nên $BK = CH$.

b) $\frac{AB}{BK} = \frac{AC}{CH} \Rightarrow KH \parallel BC$ (Định lí Ta-lét đảo)

c) $\triangle IAC \sim \triangle HBC \Rightarrow \frac{AC}{BC} = \frac{CI}{CH} \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{\frac{a}{2}}{CH} \Rightarrow CH = \frac{a^2}{2b}$.

Do đó $AH = AC - CH = b - \frac{a^2}{2b} = \frac{2b^2 - a^2}{2b}$.

$KH \parallel BC \Rightarrow \triangle AKH \sim \triangle ABC \Rightarrow \frac{KH}{BC} = \frac{AH}{AC} \Rightarrow \frac{KH}{a} = \frac{\frac{2b^2 - a^2}{2b}}{b}$

$$\Rightarrow KH = \frac{a(2b^2 - a^2)}{2b^2}.$$

59. Hình thang $ABCD$ ($AB \parallel CD$) có AC và BD cắt nhau tại O . AD và BC cắt nhau tại K . Chứng minh rằng OK đi qua trung điểm của các cạnh AB và CD .

Hướng dẫn

Gọi M và N theo thứ tự là giao điểm của OK với AB , CD .

$$AB \parallel CD \Rightarrow \frac{AM}{DN} = \frac{MB}{NC} \quad (\text{cùng bằng } \frac{KM}{KN}) \quad (1)$$

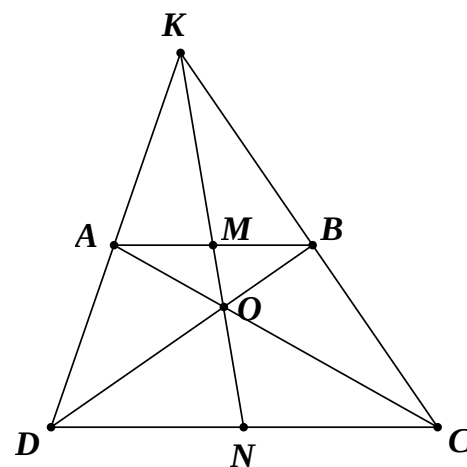
$$\frac{AM}{NC} = \frac{MB}{DN} \quad (\text{cùng bằng } \frac{OM}{ON}) \quad (2)$$

Nhân từng vế của (1) và (2) được :

$$\frac{AM^2}{DN \cdot NC} = \frac{MB^2}{NC \cdot DN} \Rightarrow AM^2 = MB^2 \Rightarrow AM = MB$$

Từ (1) và $AM = MB$ suy ra $DN = NC$

Vậy OK đi qua trung điểm của AB và CD .



60. Cho tam giác vuông ABC , $\hat{A} = 90^\circ$, $\hat{C} = 30^\circ$ và đường phân giác BD (D thuộc cạnh AC).

a) Tính tỉ số $\frac{AD}{CD}$?

b) Cho biết độ dài $AB = 12,5\text{cm}$, hãy tính chu vi và diện tích của tam giác ABC .

Hướng dẫn

a) $\frac{AD}{CD} = \frac{AB}{BC} = \frac{1}{2}$

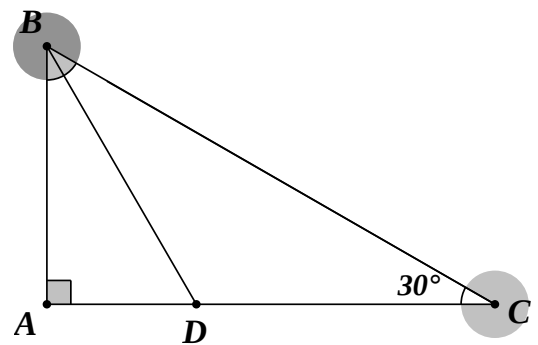
b) $AB = 12,5\text{cm} \Rightarrow BC = 25\text{cm}$

$$AC^2 = BC^2 - AB^2 = 25^2 - 12,5^2 = 468,75$$

$$\Rightarrow AC \approx 21,65\text{cm}$$

$$\text{Chu vi } \triangle ABC \approx 59,15\text{cm}$$

$$\text{Diện tích } \triangle ABC \approx 135,3\text{cm}^2$$



60. Tứ giác $ABCD$ có $AB = 4\text{cm}$, $BC = 20\text{cm}$, $CD = 25\text{cm}$, $DA = 8\text{cm}$, đường chéo $BD = 10\text{cm}$.

a) Nêu cách vẽ tứ giác $ABCD$ có kích thước đã cho ở trên.

b) Các tam giác ABD và BCD có đồng dạng với nhau không? Vì sao?

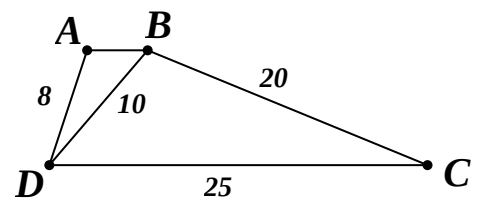
c) Chứng minh rằng $AB \parallel CD$.

Hướng dẫn

a) Vẽ $\triangle BCD$ biết ba cạnh, sau đó vẽ $\triangle ABD$ biết ba cạnh

b) $\triangle ABD \sim \triangle BCD$

c) Từ câu b) suy ra $\widehat{ABD} = \widehat{BDC}$. Do đó $AB \parallel CD$



B. BÀI TẬP BỔ SUNG

1. Tam giác ABC vuông tại A , đường phân giác BD chia cạnh AC thành các đoạn thẳng $DA = 3\text{cm}$, $DC = 5\text{cm}$. Tính các độ dài AC , BC ?

2. Tam giác ABC vuông tại A , $AB = 15\text{cm}$, $AC = 20\text{cm}$, đường phân giác BD .

a) Tính độ dài AD

b) Gọi H là hình chiếu của A trên BC . Tính độ dài AH, HB .

c) Chứng minh rằng tam giác AID là tam giác cân.

3. Tam giác ABC vuông tại A , $AB = 36cm$, $AC = 48cm$, đường phân giác AK . Tia phân giác của góc B cắt AK ở I . Qua I kẻ đường thẳng song song với BC , cắt AB và AC theo thứ tự ở D và E .

a) Tính độ dài BK .

b) Tính tỉ số $\frac{AI}{AK}$

c) Tính độ dài DE .

4. Tam giác ABC vuông tại C , đường cao CH , $AC = 7,5cm$, $BC = 100cm$. Gọi E là hình chiếu của H trên AC , F là hình chiếu của H trên BC . Tính các độ dài HE, HF .

5. Tam giác ABC cân tại A , $AB = AC = 100cm$, $BC = 120cm$, các đường cao AD và BE cắt nhau ở H .

a) Tìm các tam giác đồng dạng với tam giác BDH .

b) Tính các độ dài HD, BH .

c) Tính độ dài HE .

6. Tam giác ABC cân tại A , $BC = 5cm$, $AC = 20cm$. đường phân giác BD .

a) Tính các độ dài AD, DC .

b) Tính độ dài BD . (Hướng dẫn : Kẻ $DK \perp BC$. Tính CK, DK).

7. Tam giác ABC vuông tại A , $AB = a$, $AC = 3a$. Trên cạnh AC lấy các điểm D, E sao cho $AD = DE = EC$.

a) Tính các tỉ số $\frac{BD}{DE}, \frac{DC}{DB}$.

b) Chứng minh rằng tam giác BDE và CDB đồng dạng.

c) Tính tổng $\widehat{AEB} + \widehat{ACB}$

8. Cho tam giác nhọn ABC , các đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H .

Chứng minh hệ thức : $HA.HD = HB.HE = HC.HF$.

9. Cho tam giác ABC , các đường trung tuyến BD và CE cắt nhau tại G . Qua điểm O thuộc cạnh BC , vẽ tia OM song song với CE , ON song song với BD ($M \in AB$, $N \in AC$). MN cắt BD , CE theo thứ tự ở I , K .

a) Gọi H là giao điểm của OM và BD . Tính tỉ số $\frac{MH}{MO}$.

b) Chứng minh rằng $MI = \frac{1}{3}MN$.

c) Chứng minh rằng $MI = IK = KN$.

10. Cho tam giác ABC có trực tâm H . Gọi M , N theo thứ tự là trung điểm của BC , AC . Gọi O là giao điểm các đường trung trực của tam giác.

a) Chứng minh rằng $\triangle OMN \sim \triangle HAB$. Tìm tỉ số đồng dạng.

b) So sánh độ dài AH và OM .

c) Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC . Chứng minh rằng $\triangle HAG \sim \triangle OMG$

d) Chứng minh ba điểm H , G , O thẳng hàng và $GH = 2GO$.