

BÀI 1. MỞ ĐẦU VỀ PHƯƠNG TRÌNH
BÀI 2. PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT MỘT ẨN VÀ CÁCH GIẢI

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. * Một phương trình ẩn x luôn có dạng $A(x) = B(x)$, trong đó vế trái $A(x)$ và vế phải là $B(x)$ là hai biểu thức của cùng một biến x .
- * Giá trị x_0 của ẩn x để $A(x_0) = B(x_0)$ được gọi là nghiệm.
2. * Tập hợp tất cả các nghiệm của phương trình gọi là tập nghiệm của phương trình đó.
- * Giải phương trình là tìm tập nghiệm của phương trình.
- * Hai phương trình có cùng một tập nghiệm là hai phương trình tương đương.
3. Từ một phương trình, dùng quy tắc chuyển vế hay quy tắc nhân, ta luôn được một phương trình mới tương đương với phương trình đó.

4. Nghiệm duy nhất của phương trình $ax + b = 0 (a \neq 0)$ là $x = \frac{-b}{a}$.

B. CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. XÉT XEM $x = a$ CÓ LÀ NGHIỆM CỦA PHƯƠNG TRÌNH KHÔNG

Phương pháp giải

- * Nghiệm của phương trình $A(x) = B(x)$ là giá trị của x mà khi thay vào phương trình, giá trị tương ứng của hai vế bằng nhau.
- * Muốn xem số a có phải là nghiệm của phương trình hay không, ta thay $x = a$ vào hai vế của phương trình, tức là tính $A(a)$ và $B(a)$.
- Nếu hai vế của phương trình bằng nhau, tức là $A(a) = B(a)$ thì $x = a$ là nghiệm của phương trình. Còn nếu $A(a) \neq B(a)$ thì $x = a$ không là nghiệm của phương trình.

Ví dụ 1. (Bài 1, SGK trang 6)

Với mỗi phương trình, hãy xét xem $x = -1$ có là nghiệm của nó không :

a) $4x - 1 = 3x - 2$;

b) $x + 1 = 2(x - 3)$;

c) $2(x + 1) + 3 = 2 - x$.

Giải

a) Với $x = -1$: Vế trái có giá trị : $4.(-1) - 1 = -5$

Vế phải có giá trị : $3.(-1) - 2 = 5$.

Vậy $x = -1$ là nghiệm của phương trình $4x - 1 = 3x - 2$.

b) Với $x = -1$: Vế trái có giá trị : $(-1) + 1 = 0$

Vế phải có giá trị : $2.(-1-3) = 2.(-4) = -8$.

Vậy $x = -1$ không là nghiệm của phương trình $x + 1 = 2(x - 3)$.

c) Với $x = -1$: Vế trái có giá trị : $2.(-1+1) + 3 = 3$

Vế phải có giá trị : $2 - (-1) = 3$.

Vậy $x = -1$ là nghiệm của phương trình $2(x+1) + 3 = 2 - x$.

Ví dụ 2. (Bài 2 trang 6 SGK)

Trong các giá trị $t = -1; t = 0; t = 1$ giá trị nào là nghiệm của phương trình $(t+2)^2 = 3t + 4$?

Giải

- Thay $t = -1$ vào phương trình được :

$$(-1+2)^2 = 3(-1) + 4 \Leftrightarrow 1^2 = 1 : \text{đúng.}$$

Vậy $t = -1$ là nghiệm của phương trình.

- Thay $t = 0$ vào phương trình được :

$$(0+2)^2 = 3.0 + 4 \Leftrightarrow 2^2 = 4 : \text{đúng.}$$

Vậy $t = 0$ là nghiệm của phương trình.

- Thay $t = 1$ vào phương trình được :

$$(1+2)^2 = 3.1 + 4 \Leftrightarrow 3^2 = 7 : \text{sai.}$$

Vậy $t = 1$ không là nghiệm của phương trình.

Ví dụ 3. (Bài 3 trang 6 SGK)

Xét phương trình $x + 1 = 1 + x$. Ta thấy mọi số thực đều là nghiệm của nó. Hãy cho biết tập nghiệm của phương trình ?

Giải

Phương trình $x + 1 = 1 + x$ nghiệm đúng với mọi x ($x \in \mathbb{R}$) nên tập nghiệm của phương trình là $S = \mathbb{R}$.

Ví dụ 4. (Bài 4, trang 7 SGK)

Nói mỗi phương trình sau với các nghiệm của nó (theo mẫu) :

$$3(x-1) = 2x-1 \quad (a)$$

$$\frac{1}{x+1} = 1 - \frac{x}{4} \quad (b)$$

$$x^2 - 2x - 3 = 0 \quad (c)$$

-1

2

3

Giải

$x = -1$ là nghiệm của phương trình (c).

$x = 2$ là nghiệm của phương trình (a).

$x = 4$ là nghiệm của phương trình (b).

Dạng 2. XÉT HAI PHƯƠNG TRÌNH CÓ TƯƠNG ĐƯƠNG NHAY KHÔNG

Phương pháp giải

* Hai phương trình được gọi là tương đương nếu mọi nghiệm của phương trình này đều là nghiệm của phương trình kia và ngược lại. Nói cách khác, hai phương trình tương đương là hai phương trình có các tập nghiệm bằng nhau.

Đặc biệt : Hai phương trình cùng vô nghiệm được xem là hai phương trình tương đương (vì các tập nghiệm của chúng bằng nhau và bằng $\emptyset$).

* Nếu chỉ ra được một nghiệm của phương trình này mà không là nghiệm của phương trình kia hoặc một phương trình có nghiệm, một phương trình vô nghiệm thì kết luận được hai phương trình không tương đương.

* Để chứng tỏ hai phương trình (1) và (2) tương đương, ngoài phương pháp chứng tỏ hai phương trình (1) và (2) có các tập nghiệm $S_1; S_2$ bằng nhau, ta có thể dùng phương pháp khác là dùng phép biến đổi tương đương để biến (1) thành (2) ; hoặc biến đổi (2) thành (1).

Ví dụ 5. (Bài 5, trang 7 SGK)

Hai phương trình $x = 0$ và $x(x-1) = 0$ có tương đương nhau không, vì sao ?

Giải

Phương trình $x = 0$ có tập nghiệm $S_1 = \{0\}$.

Phương trình $x(x-1) = 0$ có tập nghiệm $S_2 = \{0;1\}$.

Vì $S_1 \neq S_2$ nên hai phương trình đã cho không tương đương.

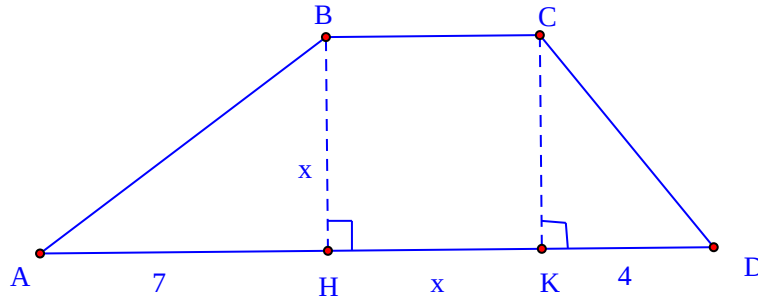
Ví dụ 6. (Bài 6, trang 9 SGK)

Tính diện tích S của hình thang $ABCD$ theo x bằng hai cách:

1) Theo công thức $S = BH.(BC + DA) : 2$;

$$2) S = S_{ABH} + S_{BCKH} + S_{CKD}.$$

Sau đó sử dụng giả thiết $S = 20$ để thu được hai phương trình tương đương với nhau. Trong hai phương trình ấy, có phương trình nào là phương trình bậc nhất không ?



Giải

1) Ta có : $BH = x$; $BC = HK = x$;

$$DA = AH + HK + KD = 7 + x + 4 = 11 + x.$$

$$\text{Vậy : } S = BH.(BC + DA) : 2 = x(11 + 2x) : 2$$

$$2) \text{ Ta có : } S_{ABH} = \frac{1}{2} BH.AH = \frac{1}{2}.7x$$

$$S_{BCKH} = BH.HK = x^2;$$

$$S_{CKD} = \frac{1}{2}.CK.KD = \frac{1}{2}.x.4.$$

Vậy

$$\begin{aligned} S &= S_{ABH} + S_{BCKH} + S_{CKD} \\ &= \frac{1}{2}.7x + x^2 + \frac{1}{2}.x.4 = \frac{1}{2}.x + x^2 + 2x = x^2 + \frac{11}{2}x. \end{aligned}$$

Theo giả thiết, $S = 20$ ta được hai phương trình tương đương với nhau là :

$$\frac{x(11 + 2x)}{2} = 20 \text{ và } x^2 + \frac{11}{2}x = 20$$

Theo hai phương trình ấy, không có phương trình nào là phương trình bậc nhất.

Dạng 3. NHẬN DẠNG PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT MỘT ẨN SỐ

Phương pháp giải :

Phương trình bậc nhất một ẩn là phương trình dạng $ax + b = 0$ với a, b tùy ý và $a \neq 0$.

Ví dụ 7. (Bài 7, trang 10 SGK)

Hãy chỉ ra các phương trình bậc nhất trong các phương trình sau

a) $1 + x = 0$

b) $x + x^2 = 0$

c) $1 - 2t = 0$;

d) $3y = 0$

e) $-3 = 0$.

Giải

a) $1 + x = 0$ là phương trình bậc nhất với $a = 1; b = 1$.

b) $x + x^2 = 0$ không phải là phương trình bậc nhất.

c) $1 - 2t = 0$ là phương trình bậc nhất với $a = -2; b = 1$.

d) $3y = 0$ là phương trình bậc nhất với $a = 3; b = 0$.

e) $-3 = 0$ không phải là phương trình bậc nhất.

Dạng 4. GIẢI PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT

Phương pháp giải :

Áp dụng quy tắc chuyển vế và quy tắc nhân để tìm nghiệm phương trình bậc nhất.

Ví dụ 8. (Bài 8, trang 10 SGK)

Giải các phương trình :

a) $4x - 20 = 0$

b) $2x + x + 12 = 0$

c) $x - 5 = 3 - x$;

d) $7 - 3x = 9 - x$

Giải

a) $4x - 20 = 0 \Leftrightarrow 4x = 20 \Leftrightarrow x = 5$.

Phương trình có một nghiệm $x = 5$.

b) $2x + x + 12 = 0 \Leftrightarrow 3x + 12 = 0 \Leftrightarrow 3x = -12 \Leftrightarrow x = -4$.

Phương trình có một nghiệm $x = -4$.

c) $x - 5 = 3 - x \Leftrightarrow x + x = 3 + 5 \Leftrightarrow 2x = 8 \Leftrightarrow x = 4$.

Phương trình có một nghiệm $x = 4$.

$$d) 7 - 3x = 9 - x \Leftrightarrow x - 3x = 9 - 7 \Leftrightarrow -2x = 2 \Leftrightarrow x = -1.$$

Phương trình có một nghiệm $x = -1$.

Ví dụ 9. (Bài 9 trang 10 SGK)

Giải các phương trình sau, viết số gần đúng của mỗi nghiệm ở dạng số thập phân bằng cách làm tròn đến hàng phần trăm.

a) $3x - 11 = 0$

b) $12 + 7x = 0$

c) $10 - 4x = 2x - 3$.

Giải

a) $3x - 11 = 0 \Leftrightarrow 3x = 11 \Leftrightarrow x = \frac{11}{3} = 3,67$.

b) $12 + 7x = 0 \Leftrightarrow 7x = -12 \Leftrightarrow x = \frac{-12}{7} = -1,71$.

c) $10 - 4x = 2x - 3 \Leftrightarrow -2x - 4x = -10 - 3 \Leftrightarrow -6x = -13 \Leftrightarrow x = \frac{13}{6} = 2,17$.

C. LUYỆN TẬP

1. (Dạng 1). Trong các số $-2; \frac{-3}{2}; -1; \frac{1}{2}; \frac{2}{3}; 2; 3$ hãy tìm nghiệm của mỗi phương trình sau:

a) $x^2 - 2x = 3$;

b) $y - 4 = -3 - y$;

c) $\frac{3z - 4}{2} = -1$.

2. (Dạng 1). Thử lại rằng phương trình có nghiệm là số viết trong dấu ngoặc:

$$2x^2 - 4x + 1 = x^2 - 3(3x + 1) \quad (x = -1; x = -4).$$

3. (Dạng 1). Thử lại rằng phương trình $2mx + 2 = 6m - x + 5$ luôn nhận $x = 3$ làm nghiệm, dù m lấy bất cứ giá trị nào.

4. (Dạng 2). Hai phương trình sau có tương đương không?

a) $\frac{1}{5}x = 0$ và $\frac{1}{5}x = x$;

b) $4x + 3 = 0$ và $4x^2 + 3 = 0$.

c) $x + 1 = x$ và $x^2 + 1 = 0$;

d) $x^2 + 3 = 0$ và $(x^2 + 3)(x - 5) = 0$.

5. (Dạng 4). Giải phương trình :

a) $7x - 8 = 4x + 7$

b) $2x + 5 = 20 - 3x$;

c) $5y + 12 = 8y + 27$;

d) $13 - 2y = y - 2$;

e) $3 + 2,25x + 2,6 = 2x + 5 + 0,4x$;

g)

$5x + 3,48 - 2,35x = 5,38 - 2,9x + 10,42.$

BÀI 3. PHƯƠNG TRÌNH ĐƯA ĐƯỢC VỀ DẠNG $AX + B = 0$ **A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT**

Cách giải phương trình thu gọn được về dạng $ax + b = 0$:

- Quy đồng mẫu thức hai vế.
- Nhân hai vế cho mẫu thức để khử mẫu thức.
- Chuyển các hạng tử chứa ẩn sang một vế, các hằng số sang vế kia.
- Thu gọn và giải phương trình.

B. CÁC DẠNG TOÁN**Dạng 1: TÌM CHỖ SAI VÀ SỬA LẠI CÁC BÀI GIẢNG PHƯƠNG TRÌNH****Phương pháp giải**

- Chú ý đến quy tắc chuyển vế: Trong một phương trình ta có thể chuyển vế một hạng tử từ vế này sang vế kia và đổi dấu hạng tử đó.
- Quy tắc nhân: Ta có thể nhân cả hai vế với cùng một số khác 0.

Ví dụ 1: Tìm chỗ sai và sửa lại các bài giải sau cho đúng:

a) $3x - 6 + x = 9 - x$

b) $2t - 3 + 5t = 4t + 12$

$\Leftrightarrow 3x + x - x = 9 - 6$

$\Leftrightarrow 2t + 5t - 4t = 12 - 3$

$\Leftrightarrow 3x = 3$

$\Leftrightarrow 3t = 9$

$\Leftrightarrow x = 1$

$\Leftrightarrow t = 3$

Giải

a) $3x - 6 + x = 9 - x \Leftrightarrow 3x + x - x = 9 - 6$: Sai do chuyển vế không đổi dấu.

Lời giải đúng: $3x - 6 + x = 9 - x \Leftrightarrow 3x + x + x = 9 + 6 \Leftrightarrow 5x = 15 \Leftrightarrow x = 3$

b) $2t - 3 + 5t = 4t + 12 \Leftrightarrow 2t + 5t - 4t = 12 - 3$: Sai do chuyển vế không đổi dấu.

Lời giải đúng: $2t - 3 + 5t = 4t + 12 \Leftrightarrow 2t + 5t - 4t = 12 + 3 \Leftrightarrow 3t = 15 \Leftrightarrow t = 5$

Ví dụ 2: Bạn Hòa giải phương trình $x(x + 2) = x(x + 3)$ như dưới đây. Theo em, bạn Hòa giải đúng hay sai? Em sẽ giải phương trình đó như thế nào?

$$x(x + 2) = x(x + 3) \Leftrightarrow x + 2 = x + 3 \Leftrightarrow x - x = 3 - 2 \Leftrightarrow 0.x = 1 \text{ (vô nghiệm)}$$

Giải

Bạn Hòa đã giải sai: Không được rút gọn x ở hai vế (vì x có thể bằng 0).

Lời giải đúng:

$$x(x+2) = x(x+3) \Leftrightarrow x^2 + 2x = x^2 + 3x \Leftrightarrow 2x - 3x = 0 \Leftrightarrow -x = 0 \Leftrightarrow x = 0$$

Vậy phương trình có một nghiệm $x = 0$

Dạng 2: GIẢI PHƯƠNG TRÌNH

Phương pháp giải:

- Quy đồng mẫu thức rồi khử mẫu thức.
- Thực hiện các quy tắc chuyển vế và quy tắc nhân để tìm nghiệm.

Ví dụ 3: Giải phương trình:

a) $3x - 2 = 2x - 3$

b) $3 - 4u + 24 + 6u = u + 27 + 3u$

c) $5 - (x - 6) = 4(3 - 2x)$

d) $-6(1,5 - 2x) = 3(-15 + 2x)$

e) $0,1 - 2(0,5t - 0,1) = 2(t - 2,5) - 0,7$ f) $\frac{3}{2}\left(x - \frac{5}{4}\right) - \frac{5}{8} = x$

Giải

a) $3x - 2 = 2x - 3 \Leftrightarrow 3x - 2x = -3 + 2 \Leftrightarrow x = -1$

b) $3 - 4u + 24 + 6u = u + 27 + 3u \Leftrightarrow -4u + 6u - u - 3u = 27 - 3 - 24 \Leftrightarrow -2u = 0 \Leftrightarrow u = 0$

c) $5 - (x - 6) = 4(3 - 2x) \Leftrightarrow 5 - x + 6 = 12 - 8x \Leftrightarrow -x + 8x = 12 - 5 - 6 \Leftrightarrow 7x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{1}{7}$

d) $-6(1,5 - 2x) = 3(-15 + 2x) \Leftrightarrow -9 + 12x = -45 + 6x$

$$\Leftrightarrow 12x - 6x = -45 + 9$$

$$\Leftrightarrow 6x = -36 \Leftrightarrow x = -6$$

e) $0,1 - 2(0,5t - 0,1) = 2(t - 2,5) - 0,7 \Leftrightarrow 0,1 - t + 0,2 = 2t - 5 - 0,7$

$$\Leftrightarrow -t - 2t = -5 - 0,7 - 0,1 - 0,2$$

$$\Leftrightarrow -3t = -6 \Leftrightarrow t = 2$$

f) $\frac{3}{2}\left(x - \frac{5}{4}\right) - \frac{5}{8} = x \Leftrightarrow \frac{3x}{2} - \frac{15}{8} - \frac{5}{8} = x \Leftrightarrow 12x - 20 = 8x$

$$\Leftrightarrow 4x = 20 \Leftrightarrow x = 5$$

Ví dụ 4: Giải phương trình:

$$\text{a) } \frac{5x-2}{3} = \frac{5-3x}{2}$$

$$\text{b) } \frac{10x+3}{12} = 1 + \frac{6+8x}{9}$$

$$\text{c) } \frac{7x-1}{6} + 2x = \frac{16-x}{5}$$

$$\text{d) } 4(0,5-1,5x) = -\frac{5x-6}{3}$$

Giải

$$\text{a) } \frac{5x-2}{3} = \frac{5-3x}{2} \Leftrightarrow 2(5x-2) = 3(5-3x) \Leftrightarrow 10x-4 = 15-9x$$

$$\Leftrightarrow 10x+9x = 15+4 \Leftrightarrow 19x = 19 \Leftrightarrow x = 1$$

$$\text{b) } \frac{10x+3}{12} = 1 + \frac{6+8x}{9} \Leftrightarrow 3(10x+3) = 36 + 4(6+8x)$$

$$\Leftrightarrow 30x+9 = 36+24+32x$$

$$\Leftrightarrow 30x-32x = 36+24-9$$

$$\Leftrightarrow -2x = 51 \Leftrightarrow x = -\frac{51}{2}$$

$$\text{c) } \frac{7x-1}{6} + 2x = \frac{16-x}{5} \Leftrightarrow 5(7x-1) + 60x = 6(16-x)$$

$$\Leftrightarrow 35x-5+60x = 96-6x$$

$$\Leftrightarrow 35x+60x+6x = 96+5$$

$$\Leftrightarrow 101x = 101 \Leftrightarrow x = 1$$

$$\text{d) } 4(0,5-1,5x) = -\frac{5x-6}{3} \Leftrightarrow 12(0,5-1,5x) = -(5x-6)$$

$$\Leftrightarrow 6-18x = -5x+6 \Leftrightarrow -18x+5x = 6-6$$

$$\Leftrightarrow -13x = 0 \Leftrightarrow x = 0$$

Ví dụ 5:

Số nào trong ba số $-1, 2, -3$ nghiệm đúng mỗi phương trình sau:

$$|x| = x \quad (1)$$

$$x^2 + 5x + 6 = 0 \quad (2)$$

$$\frac{6}{1-x} = x + 4 \quad (3)$$

Giải

$x = 2$ nghiệm đúng của phương trình (1).

$x = -3$ nghiệm đúng phương trình (2).

$x = -1$ nghiệm đúng phương trình (3).

Ví dụ 6: Giải phương trình

a) $7 + 2x = 22 - 3x$

b) $8x - 3 = 5x + 12$

c) $x - 12 + 4x = 25 + 2x - 1$

d) $x + 2x + 3x - 19 = 3x + 5$

e) $7 - (2x + 4) = -(x + 4)$

f) $(x - 1) - (2x - 1) = 9 - x$

Giải

a) $7 + 2x = 22 - 3x \Leftrightarrow 2x + 3x = 22 - 7 \Leftrightarrow 5x = 15 \Leftrightarrow x = 3$

b) $8x - 3 = 5x + 12 \Leftrightarrow 8x - 5x = 12 + 3 \Leftrightarrow 3x = 15 \Leftrightarrow x = 5$

c) $x - 12 + 4x = 25 + 2x - 1 \Leftrightarrow x + 4x - 2x = 25 - 1 + 12 \Leftrightarrow 3x = 36 \Leftrightarrow x = 12$

d) $x + 2x + 3x - 19 = 3x + 5 \Leftrightarrow 3x = 24 \Leftrightarrow x = 8$

e) $7 - (2x + 4) = -(x + 4) \Leftrightarrow 7 - 2x - 4 = -x - 4$

$\Leftrightarrow -2x + x = -4 - 7 + 4$

$\Leftrightarrow -x = -7 \Leftrightarrow x = 7$

f) $(x - 1) - (2x - 1) = 9 - x \Leftrightarrow x - 1 - 2x + 1 = 9 - x$

$\Leftrightarrow x - 2x + x = 9 + 1 - 1$

$\Leftrightarrow 0x = 9$ phương trình vô nghiệm.

Ví dụ 7. Giải phương trình:

a) $\frac{x}{3} - \frac{2x+1}{2} = \frac{x}{6} - x$

b) $\frac{2+x}{5} - 0,5x = \frac{1-2x}{4} + 0,25$

Giải

a) $\frac{x}{3} - \frac{2x+1}{2} = \frac{x}{6} - x \Leftrightarrow 2x - 3(2x+1) = x - 6x$

$\Leftrightarrow 2x - 6x - 3 = x - 6x$

$\Leftrightarrow 2x - 6x - x + 6x = 3 \Leftrightarrow x = 3$

b) $\frac{2+x}{5} - 0,5x = \frac{1-2x}{4} + 0,25 \Leftrightarrow 4(2+x) - 10x = 5(1-2x) + 5$

$\Leftrightarrow 8 + 4x - 10x = 5 - 10x + 5$

$\Leftrightarrow 4x = 2 \Leftrightarrow x = 0,5$

Dạng 3: GIẢI BÀI TOÁN BẰNG CÁCH LẬP PHƯƠNG TRÌNH

Phương pháp giải:

- Chọn ẩn và xác định điều kiện của ẩn.
- Biểu thị các số liệu chưa biết qua ẩn.
- Tìm mối liên hệ giữa các số liệu để lập phương trình.
- Giải phương trình.
- Chọn kết quả thích hợp để trả lời.

Ví dụ 8: Một chiếc xe máy khởi hành từ Hà Nội đi Hải Phòng với vận tốc trung bình 32km/h. Sau đó 1 giờ, một chiếc ô tô cũng khởi hành từ Hà Nội đi Hải Phòng, cùng đường với người đi xe máy và với vận tốc trung bình là 48 km/h. Hãy viết phương trình biểu thị việc ô tô gặp xe máy sau x giờ, kể từ khi ô tô khởi hành.

Giải

Sau x giờ, kể từ khi ô tô khởi hành xe máy đi được $(x+1)$ giờ. Khi đó ô tô đi được đoạn đường dài $48x$ (km) và xe máy đi được $32(x+1)$ (km)

Phương trình biểu thị ô tô gặp xe máy sau x giờ kể từ khi ô tô khởi hành là:
 $48x = 32(x+1)$

Ví dụ 9. (Bài 16, trang 13 SGK)

Viết phương trình biểu thị cân thăng bằng trong hình bên (đơn vị khối lượng là gam)

Giải

Cân bên trái có khối lượng :

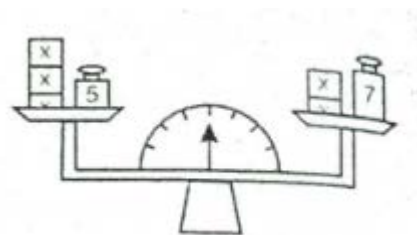
$$x + x + x + 5 = 3x + 5.$$

Cân bên phải có khối lượng :

$$x + x + 7 = 2x + 7.$$

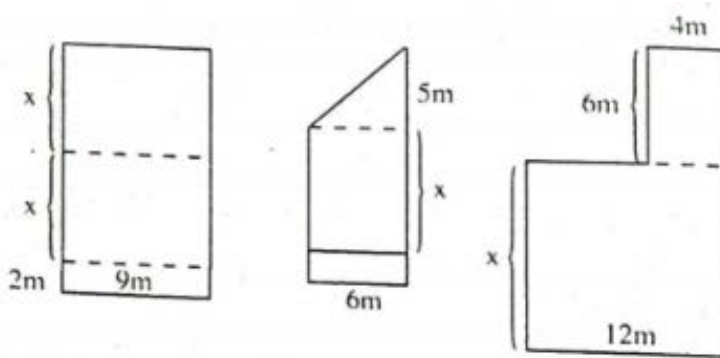
Ta có phương trình :

$$3x + 5 = 2x + 7.$$



Ví dụ 10. (Bài 19, trang 14 SGK)

Viết phương trình ẩn x rồi tính x (mét) trong mỗi hình dưới đây (S là diện tích của hình) :



a) $S = 144 \text{ m}^2$

b) $S = 75 \text{ m}^2$

c) $S = 168 \text{ m}^2$

Giải

a) Chiều dài của hình là :

$x + x + 2 = 2x + 2.$

Diện tích của hình a) là :

$S = 9(2x + 2).$

Ta có phương trình :

$9(2x + 2) = 144 \Leftrightarrow 2x + 2 = 16 \Leftrightarrow x = 7.$

b) Diện tích tam giác :

$S_1 = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 5 = 15.$

Diện tích hình chữ nhật :

$S_2 = x \cdot 6.$

Diện tích của hình b) là:

$S = S_1 + S_2 = 15 + 6x.$

Ta có phương trình :

$15 + 6x = 75 \Leftrightarrow x = 10.$

c) Diện tích hình lớn là :

$S_1 = 12 \cdot x.$

Diện tích hình nhỏ là :

$S_2 = 6 \cdot 4 = 24.$

Diện tích của hình c) là :

$S = S_1 + S_2 = 12x + 24.$

Ta có phương trình :

$12x + 24 = 168 \Leftrightarrow 12x = 144 \Leftrightarrow x = 12.$

Ví dụ 11. (Bài 20, trang 14 SGK)

Đố. Trung bảo Nghĩa hãy nghĩ ở trong đầu một số tự nhiên tùy ý, sau đó Nghĩa thêm 5 vào số ấy, nhân tổng nhận được với 2, được bao nhiêu đem trừ đi 10, tiếp tục nhân hiệu tìm được với 3 rồi cộng thêm 66, cuối cùng chia kết quả cho 6. Chẳng hạn, nếu Nghĩa nghĩ đến số 7 thì quá trình tính toán sẽ là :

$$7 \rightarrow (7 + 5 = 12) \rightarrow (12 \times 2 = 24) \rightarrow (24 - 10 = 14) \rightarrow (14 \times 3 = 42)$$

$$\rightarrow (42 + 66 = 108) \rightarrow (108 : 6 = 18).$$

Trung chỉ cần biết kết quả số cuối cùng (số 18) là đoán ngay được số Nghĩa x đã nghĩ là số nào.

Nghĩa đã thử mấy lần, Trung đều đoán đúng, Nghĩa phục tài Trung lắm. Đố em tìm ra bí quyết của Trung đấy!

Giải

Gọi x là số tự nhiên mà Nghĩa nghĩ ở trong đầu. Quá trình tính toán sẽ

$$x \rightarrow (x + 5) \rightarrow (x + 5) \cdot 2 \rightarrow (x + 5) \cdot 2 - 10 = 2x \rightarrow 2x \cdot 3 = 6x \rightarrow$$

$$\rightarrow 6x + 66 \rightarrow (6x + 66) : 6 = x + 11.$$

Vậy số cuối cùng lớn hơn số Nghĩa đã nghĩ 11 đơn vị. Trung chỉ cần lấy kết quả cuối cùng trừ cho 11 thì được số mà Nghĩa nghĩ lúc đầu, chẳng hạn $18 - 11 = 7$ là số Nghĩa đã nghĩ.

C. LUYỆN TẬP

1. (Dạng 2). Giải các phương trình :

a) $\frac{5x-4}{2} = \frac{16x+1}{7}$;

b) $\frac{12x+5}{3} = \frac{2x-7}{4}$;

c) $\frac{3t-8}{12} = \frac{5-t}{8}$;

d) $\frac{5u+6}{15} = \frac{u-4}{10}$;

e) $\frac{3(x-11)}{4} = \frac{3(x+1)}{5} - \frac{2(2x-5)}{10}$;

g) $14\frac{1}{2} - \frac{2(x+3)}{5} = \frac{3x}{2} - \frac{2(x-7)}{3}$;

h) $\frac{2x-5}{6} - x + 2 = \frac{5x-3}{3} - \frac{6x-7}{4} + x$;

i) $\frac{x-4}{5} + \frac{3x-2}{10} - x = \frac{2x-5}{3} - \frac{7x+2}{6}$.

2. (Dạng 2). Giải các phương trình :

a) $x - \frac{\frac{x}{2} - \frac{x+3}{4}}{2} = 3 - \frac{\left(1 - \frac{6-x}{2}\right) \cdot \frac{1}{2}}{2}$;

b) $1 - \frac{x - \frac{1+x}{3}}{3} = \frac{x}{2} - \frac{2x - \frac{10-7x}{3}}{2}$.

3. (Dạng 2). Cho $abc(ab+bc+ca) \neq 0$. Giải phương trình ẩn x :

$$\frac{x-b-c}{a} + \frac{x-c-a}{b} + \frac{x-a-b}{c} = 3.$$

4. (Dạng 2). Cho $abc(a+b+c) \neq 0$. Giải phương trình ẩn x :

$$\frac{x-a}{bc} + \frac{x-b}{ac} + \frac{x-c}{ab} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right).$$

5. (Dạng 2). Tìm giá trị của a để các phương trình sau có nghiệm tương ứng.

a) $ax-5=0$ có nghiệm $x=4$;

b) $ax+7=0$ có nghiệm $x=-3$;

c) $ax - \frac{1}{5} = 0$ có nghiệm $x = \frac{1}{3}$.

6. (Dạng 2). Tìm các giá trị của x sao cho hai biểu thức A và B sau đây có giá trị bằng nhau.

a) $A = (x-3)(x+4) - 2(3x-2)$; $B = (x-4)^2$.

b) $A = (x-2)(x+2) - (2x+1)^2$; $B = x(2-3x)$.

c) $A = (x+1)(x^2 - x + 1) - 2x$; $B = x(x-1)(x+1)$.

d) $A = (x-2)^3 + (3x-1)(3x+1)$; $B = (x+1)^3$.

BÀI 4. PHƯƠNG TRÌNH TÍCH

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

$$A(x).B(x) = 0 \Leftrightarrow A(x) = 0 \text{ hoặc } B(x) = 0.$$

Muốn giải phương trình $A(x).B(x) = 0$ ta giải hai phương trình $A(x) = 0$ và $B(x) = 0$ rồi lấy tất cả các nghiệm thu được.

B. CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. PHƯƠNG TRÌNH DẠNG $A(x).B(x) = 0$

Phương pháp giải

- Giải hai phương trình $A(x) = 0$ và $B(x) = 0$.
- Lấy tất cả các nghiệm thu được.
- Viết tập hợp nghiệm S .

Ví dụ 1. (Bài 21, trang 17 SGK)

Giải phương trình :

a) $(3x - 2)(4x + 5) = 0$;

b) $(2,3x - 6,9)(0,1x + 2) = 0$;

c) $(4x + 2)(x^2 + 1) = 0$;

d) $(2x + 7)(x - 5)(5x + 1) = 0$.

Giải

a) $(3x - 2)(4x + 5) = 0 \Leftrightarrow 3x - 2 = 0$ hoặc $4x + 5 = 0$.

$$(3x - 2) = 0 \Leftrightarrow 3x = 2 \Leftrightarrow x = \frac{2}{3}.$$

$$4x + 5 = 0 \Leftrightarrow 4x = -5 \Leftrightarrow x = -\frac{5}{4}.$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là : $S = \left\{ -\frac{5}{4}; \frac{2}{3} \right\}$.

b) $(2,3x - 6,9)(0,1x + 2) = 0 \Leftrightarrow 2,3x - 6,9 = 0$ hoặc $0,1x + 2 = 0$.

$$2,3x - 6,9 = 0 \Leftrightarrow 2,3x = 6,9 \Leftrightarrow x = 3.$$

$$0,1x + 2 = 0 \Leftrightarrow 0,1x = -2 \Leftrightarrow x = -20.$$

Vậy : $S = \{-20; 3\}$.

c) $(4x + 2)(x^2 + 1) = 0 \Leftrightarrow 4x + 2 = 0$ hoặc $x^2 + 1 = 0$.

$$4x + 2 = 0 \Leftrightarrow 4x = -2 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2}.$$

$$x^2 + 1 = 0 \Leftrightarrow x^2 = -1 : \text{ vô nghiệm (vì } x^2 \geq 0, \text{ với mọi } x).$$

Vậy : $S = \left\{ -\frac{1}{2} \right\}$.

$$d) (2x+7)(x-5)(5x+1)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+7=0 \\ x-5=0 \\ 5x+1=0. \end{cases}$$

$$2x+7=0 \Leftrightarrow 2x=-7 \Leftrightarrow x=-\frac{7}{2};$$

$$x-5=0 \Leftrightarrow x=5;$$

$$5x+1=0 \Leftrightarrow x=-\frac{1}{5}.$$

$$\text{Vậy: } S = \left\{-\frac{7}{2}; 5; -\frac{1}{5}\right\}.$$

Ví dụ 2. Giải phương trình

$$a) (5x-3)\left(\frac{4x-1}{5}-\frac{2x+1}{3}\right)=0;$$

$$b) \left(\frac{2x-1}{3}-\frac{1-x}{3}\right)\left[\frac{2(x+1)}{5}-(2x+1)\right]=0.$$

Giải

$$a) (5x-3)\left(\frac{4x-1}{5}-\frac{2x+1}{3}\right)=0 \Leftrightarrow 5x-3=0 \text{ hoặc } \frac{4x-1}{5}-\frac{2x+1}{3}=0;$$

$$5x-3=0 \Leftrightarrow x=\frac{3}{5}.$$

$$\frac{4x-1}{5}-\frac{2x+1}{3}=0 \Leftrightarrow 3(4x-1)-5(2x+1)=0$$

$$\Leftrightarrow 12x-3-10x-5=0 \Leftrightarrow 2x=8 \Leftrightarrow x=4.$$

$$\text{Vậy: } S = \left\{\frac{3}{5}; 4\right\}.$$

$$b) \left(\frac{2x-1}{3}-\frac{1-x}{3}\right)\left[\frac{2(x+1)}{5}-(2x+1)\right]=0 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2x-1}{3}-\frac{1-x}{3}=0 \\ \frac{2(x+1)}{5}-(2x+1)=0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2(2x-1)-3(1-x)=0 \\ 2x+2-5(2x+1)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x-2-3+3x=0 \\ 2x+2-10x-5=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7x=5 \\ -8x=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{5}{7} \\ x=-\frac{3}{8} \end{cases}.$$

$$\text{Vậy: } S = \left\{\frac{5}{7}; -\frac{3}{8}\right\}.$$

Dạng 2. PHƯƠNG TRÌNH ĐƯA VỀ DẠNG PHƯƠNG TRÌNH TÍCH

Phương pháp giải

- Chuyển tất cả các số hạng sang về trái, về phải bằng 0.
- Rút gọn rồi phân tích đa thức thu được ở về trái thành nhân tử.
- Giải phương trình tích rồi kết luận.

Ví dụ 3. (Bài 22, trang 17 SGK)

Bằng cách phân tích về trái thành nhân tử, giải các phương trình sau:

a) $2x(x-3)+5(x-3)=0$; b) $(x^2-4)+(x-2)(3-2x)=0$;

c) $x^3-3x^2+3x-1=0$; d) $x(2x-7)-4x+14=0$;

e) $(2x-5)^2-(x+2)^2=0$; f) $x^2-x-(3x-3)=0$.

Giải

$$\text{a) } 2x(x-3)+5(x-3)=0 \Leftrightarrow (x-3)(2x+5)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x-3=0 \\ 2x+5=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ x=-\frac{5}{2} \end{cases}.$$

$$\text{Vậy: } S = \left\{3; -\frac{5}{2}\right\}.$$

$$\text{b) } (x^2-4)+(x-2)(3-2x)=0 \Leftrightarrow (x-2)(x+2)+(x-2)(3-2x)=0$$

$$\Leftrightarrow (x-2)(x+2+3-2x)=0 \Leftrightarrow (x-2)(5-x)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x-2=0 \\ 5-x=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ x=5 \end{cases}.$$

$$\text{Vậy: } S = \{2; 5\}.$$

$$\text{c) } x^3-3x^2+3x-1=0 \Leftrightarrow (x-1)^3=0 \Leftrightarrow x-1=0 \Leftrightarrow x=1.$$

$$\text{Vậy: } S = \{1\}.$$

$$\text{d) } x(2x-7)-4x+14=0 \Leftrightarrow x(2x-7)-2(2x-7)=0 \Leftrightarrow (2x-7)(x-2)=0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x-7=0 \\ x-2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{7}{2} \\ x=2 \end{cases}.$$

$$\text{Vậy: } S = \left\{\frac{7}{2}; 2\right\}.$$

$$\text{e) } (2x-5)^2-(x+2)^2=0 \Leftrightarrow (2x-5-x-2)(2x-5+x+2)=0 \Leftrightarrow (x-7)(3x-3)=0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-7=0 \\ 3x-3=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=7 \\ x=1 \end{cases}.$$

$$\text{Vậy: } S = \{7; 1\}.$$

$$\text{f) } x^2-x-(3x-3)=0 \Leftrightarrow x(x-1)-3(x-1)=0$$

$$\Leftrightarrow (x-1)(x-3)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1=0 \\ x-3=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=3 \end{cases}.$$

Vậy : $S = \{1; 3\}$.

Ví dụ 4. (Bài 23, trang 17 SGK)

Giải phương trình :

a) $x(2x-9) = 3x(x-5)$; b) $0,5x(x-3) = (x-3)(1,5x-1)$;

c) $3x-15 = 2x(x-5)$; d) $\frac{3}{7}x-1 = \frac{1}{7}x(3x-7)$.

Giải

a) $x(2x-9) = 3x(x-5) \Leftrightarrow x(2x-9) - 3x(x-5) = 0$

$\Leftrightarrow x(2x-9-3x+15) = 0 \Leftrightarrow x(-x+6) = 0$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ -x+6=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=6. \end{cases}$

Vậy : $S = \{0; 6\}$.

b) $0,5x(x-3) = (x-3)(1,5x-1) \Leftrightarrow (x-3)0,5x - (x-3)(1,5x-1) = 0$

$\Leftrightarrow (x-3)(0,5x-1,5x+1) = 0 \Leftrightarrow (x-3)(-x+1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x-3=0 \\ -x+1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ x=1. \end{cases}$

Vậy : $S = \{1; 3\}$.

c) $3x-15 = 2x(x-5) \Leftrightarrow 3(x-5) - 2x(x-5) = 0$

$\Leftrightarrow (x-5)(3-2x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x-5=0 \\ 3-2x=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=5 \\ x=\frac{3}{2}. \end{cases}$

Vậy : $S = \left\{5; \frac{3}{2}\right\}$.

d) $\frac{3}{7}x-1 = \frac{1}{7}x(3x-7) \Leftrightarrow 3x-7 = x(3x-7) \Leftrightarrow (3x-7) - x(3x-7) = 0$

$\Leftrightarrow (3x-7)(1-x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3x-7=0 \\ 1-x=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{7}{3} \\ x=1. \end{cases}$

Vậy : $S = \left\{\frac{7}{3}; 1\right\}$.

Ví dụ 5. (Bài 24, trang 17 SGK)

Giải phương trình :

a) $(x^2 - 2x + 1) - 4 = 0$;

b) $x^2 - x = -2x + 2$;

c) $4x^2 + 4x + 1 = x^2$;

d) $x^2 - 5x + 6 = 0$.

Giải

a) $(x^2 - 2x + 1) - 4 = 0 \Leftrightarrow (x-1)^2 - 2^2 = 0 \Leftrightarrow (x-1-2)(x-1+2) = 0$

$$\Leftrightarrow (x-3)(x+1)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x-3=0 \\ x+1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ x=-1. \end{cases}$$

Vậy : $S = \{3; -1\}$.

$$\begin{aligned} \text{b) } x^2 - x &= -2x + 2 \Leftrightarrow x(x-1) = -2(x-1) \\ &\Leftrightarrow x(x-1) + 2(x-1) = 0 \Leftrightarrow (x-1)(x+2) = 0 \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-1=0 \\ x+2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=-2. \end{cases}$$

Vậy $S = \{1; -2\}$.

$$\text{c) } 4x^2 + 4x + 1 = x^2 \Leftrightarrow (2x+1)^2 - x^2 = 0 \Leftrightarrow (2x+1-x)(2x+1+x) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x+1)(3x+1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x+1=0 \\ 3x+1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ x=-\frac{1}{3}. \end{cases}$$

Vậy : $S = \left\{-1; -\frac{1}{3}\right\}$.

$$\text{d) } x^2 - 5x + 6 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3x + 6 = 0 \Leftrightarrow x(x-2) - 3(x-2) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-2)(x-3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x-2=0 \\ x-3=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ x=3. \end{cases}$$

Vậy : $S = \{2; 3\}$.

Ví dụ 6. (Bài 25, trang 17 SGK)

Giải phương trình :

$$\text{a) } 2x^3 + 6x^2 = x^2 + 3x ;$$

$$\text{b) } (3x-1)(x^2+2) = (3x-1)(7x-10).$$

Giải

$$\text{a) } 2x^3 + 6x^2 = x^2 + 3x \Leftrightarrow 2x^2(x+3) = x(x+3) \Leftrightarrow 2x^2(x+3) - x(x+3) = 0$$

$$\Leftrightarrow x(x+3)(2x-1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x+3=0 \\ 2x-1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=-3 \\ x=\frac{1}{2}. \end{cases}$$

Vậy : $S = \left\{0; -3; \frac{1}{2}\right\}$.

$$\text{b) } (3x-1)(x^2+2) = (3x-1)(7x-10) \Leftrightarrow (3x-1)(x^2+2) - (3x-1)(7x-10) = 0$$

$$\begin{aligned}
&\Leftrightarrow (3x-1)(x^2+2-7x+10)=0 \Leftrightarrow (3x-1)(x^2-7x+12)=0 \\
&\Leftrightarrow \begin{cases} 3x-1=0 \\ x^2-7x+12=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{1}{3} \\ x^2-3x-4x+12=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{1}{3} \\ x(x-3)-4(x-3)=0 \end{cases} \\
&\Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{1}{3} \\ (x-3)(x-4)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{1}{3} \\ x-3=0 \\ x-4=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{1}{3} \\ x=3 \\ x=4. \end{cases} \\
&\text{Vậy: } S = \left\{ \frac{1}{3}; 3; 4 \right\}.
\end{aligned}$$

C. LUYỆN TẬP

1. (Dạng 1, 2). Giải các phương trình :

- | | |
|-----------------------|-----------------------------|
| a) $(5x+2)(x-7)=0$; | b) $15(x+9)(x-3)(x+21)=0$; |
| c) $(x^2-1)(x+3)=0$; | d) $(x^2+1)(x^2+4x+4)=0$; |
| e) $x^2-x-6=0$; | g) $x^2+5x+6=0$; |
| h) $x^2+x-12=0$ | i) $x^4+2x^3-2x^2+2x-3=0$. |

2. (Dạng 2). Giải phương trình :

- | | |
|--------------------------------|---------------------------|
| a) $(x-1)(x^2+5x-2)-x^3+1=0$; | b) $x^2+(x+2)(11x-7)=4$; |
| c) $x^3-x(x+1)+1=0$; | d) $x^3+x^2+x+1=0$. |

3. (Dạng 2). Giải phương trình :

- | | |
|---------------------|--------------------|
| a) $x^2-7x+6=0$; | b) $2x^2-3x-5=0$; |
| c) $4x^2-12x+5=0$. | |

4. (Dạng 2) Cho biểu thức : $A=(5x-3y+1)(7x+2y-2)$.

- Tìm x sao cho với $y=2$ thì $A=0$.
- Tìm y sao cho với $x=-2$ thì $A=0$.

BÀI 5. PHƯƠNG TRÌNH CHỨA ẨN Ở MẪU

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Điều kiện xác định của phương trình.

Điều kiện xác định (ĐKXĐ) của phương trình là giá trị của ẩn để tất cả các mẫu thức trong phương trình đều khác 0.

2. Cách giải phương trình chứa ẩn ở mẫu thức.

- Tìm điều kiện xác định của phương trình.

- Quy đồng mẫu thức hai vế của phương trình rồi khử mẫu thức.
- Giải phương trình vừa nhận được.
- Kết luận : Với giá trị x tìm được, kiểm tra điều kiện xác định của phương trình rồi viết tập nghiệm.

B. CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. TÌM CHỖ SAI VÀ SỬA LẠI CÁC BÀI GIẢI PHƯƠNG TRÌNH

Phương pháp giải.

Chú ý đến điều kiện xác định (ĐKXD) của phương trình.

Ví dụ 1. (Bài 29, trang 22 SGK)

Bạn Sơn giải phương trình $\frac{x^2 - 5x}{x - 5} = 5$ (1) như sau :

$$(1) \Leftrightarrow x^2 - 5x = 5(x - 5)$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 5x = 5x - 25$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 10x + 25 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - 5)^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 5.$$

Bạn Hà cho rằng Sơn giải sai vì đã nhân hai vế với biểu thức $x - 5$ có chứa ẩn, Hà giải như sau:

$$(1) \Leftrightarrow \frac{x(x - 5)}{x - 5} = 5$$

$$\Leftrightarrow x = 5.$$

Hãy cho biết ý kiến của em về hai lời giải trên.

Giải

Cả hai cách giải trên đều sai vì Sơn và Hà không tìm điều kiện xác định của phương trình.

ĐKXD : $x \neq 5$.

$$\frac{x^2 - 5x}{x - 5} = 5 \Leftrightarrow \frac{x(x - 5)}{x - 5} = 5$$

$$\Leftrightarrow x = 5 \text{ (loại vì không thỏa ĐKXD).}$$

Vậy phương trình (1) vô nghiệm.

Dạng 2. GIẢI PHƯƠNG TRÌNH CÓ CHỨA ẨN Ở MẪU

Phương pháp giải

- Tìm ĐKXĐ.
- Quy đồng mẫu thức và bỏ mẫu thức.
- Giải phương trình không chứa ẩn ở mẫu.
- Kiểm tra ĐKXĐ.
- Viết tập nghiệm.

Ví dụ 2. (Bài 27, trang 22 SGK)

Giải các phương trình:

$$a) \frac{2x-5}{x+5} = 3;$$

$$b) \frac{x^2-6}{x} = x + \frac{3}{2};$$

$$c) \frac{(x^2+2x)-(3x+6)}{x-3} = 0;$$

$$d) \frac{5}{3x+2} = 2x-1.$$

Giải

a) ĐKXĐ: $x \neq -5$.

$$\begin{aligned} \frac{2x-5}{x+5} = 3 &\Leftrightarrow \frac{2x-5}{x+5} = \frac{3(x+5)}{x+5} \\ &\Leftrightarrow 2x-5 = 3(x+5) \text{ (khử mẫu: } x+5) \\ &\Leftrightarrow -x = 20 \Leftrightarrow x = -20 \text{ (thỏa ĐKXĐ).} \end{aligned}$$

Vậy $S = \{-20\}$.

b) ĐKXĐ: $x \neq 0$.

$$\begin{aligned} \frac{x^2-6}{x} = x + \frac{3}{2} &\Leftrightarrow \frac{2(x^2-6)}{2x} = \frac{2x^2+3x}{2x} \\ &\Leftrightarrow 2(x^2-6) = 2x^2+3x \text{ (khử mẫu } 2x) \\ &\Leftrightarrow 2x^2-12 = 2x^2+3x \Leftrightarrow -12 = 3x \\ &\Leftrightarrow x = -4 \text{ (thỏa ĐKXĐ).} \end{aligned}$$

Vậy $S = \{-4\}$.

c) ĐKXĐ: $x \neq 3$.

$$\begin{aligned} \frac{(x^2+2x)-(3x+6)}{x-3} = 0 &\Leftrightarrow x(x+2)-3(x+2) = 0 \\ &\Leftrightarrow (x+2)(x-3) = 0 \\ &\Leftrightarrow x = -2 \text{ (vì } x \neq 3, \text{ theo ĐKXĐ)} \end{aligned}$$

Vậy $S = \{-2\}$.

d) ĐKXĐ: $x \neq \frac{-2}{3}$.

$$\begin{aligned} \frac{5}{3x+2} = 2x-1 &\Leftrightarrow 5 = (3x+2)(2x-1) \Leftrightarrow 5 = 6x^2+x-2 \\ &\Leftrightarrow 6x^2+x-7 = 0 \Leftrightarrow (x-1)(6x+7) = 0 \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -\frac{7}{6} \end{cases} \text{ (thỏa ĐKXĐ).}$$

$$\text{Vậy } S = \left\{ 1; -\frac{7}{6} \right\}.$$

Ví dụ 3. (Bài 28, trang 22 SGK)

Giải các phương trình:

$$a) \frac{2x-1}{x-1} + 1 = \frac{1}{x-1};$$

$$b) \frac{5x}{2x+2} + 1 = -\frac{6}{x+1};$$

$$c) x + \frac{1}{x} = x^2 + \frac{1}{x^2};$$

$$d) \frac{x+3}{x+1} + \frac{x-3}{x} = 2.$$

Giải

a) ĐKXĐ: $x \neq 1$.

$$\frac{2x-1}{x-1} + 1 = \frac{1}{x-1} \Leftrightarrow 3x - 2 = 1 \Leftrightarrow x = 1 \text{ (không thỏa ĐKXĐ).}$$

Vậy: $S = \emptyset$.

b) ĐKXĐ: $x \neq -1$.

$$\begin{aligned} \frac{5x}{2x+2} + 1 &= -\frac{6}{x+1} \Leftrightarrow 5x + 2x + 2 = -12 \\ &\Leftrightarrow 7x = -14 \Leftrightarrow x = -2 \end{aligned}$$

Vậy $S = \{-2\}$.

c) ĐKXĐ: $x \neq 0$.

$$\begin{aligned} x + \frac{1}{x} &= x^2 + \frac{1}{x^2} \Leftrightarrow x^3 + x = x^4 + 1 \\ &\Leftrightarrow x^3 - x^4 + x - 1 = 0 \Leftrightarrow x^3(1-x) - (1-x) = 0 \\ &\Leftrightarrow (1-x)(x^3 - 1) = 0 \Leftrightarrow x = 1 \text{ (thỏa ĐKXĐ).} \end{aligned}$$

Vậy: $S = \{1\}$.

d) ĐKXĐ: $x \neq 0$ và $x \neq -1$.

$$\begin{aligned} \frac{x+3}{x+1} + \frac{x-3}{x} &= 2 \Leftrightarrow x(x+3) + (x-3)(x+1) = 2x(x+1) \\ &\Leftrightarrow x = -3 \text{ (thỏa ĐKXĐ).} \end{aligned}$$

Vậy: $S = \{-3\}$.

Ví dụ 4. (Bài 30, trang 23 SGK)

Giải các phương trình sau:

$$a) \frac{1}{x-2} + 3 = \frac{3-x}{x-2};$$

$$b) \frac{3x-2}{x+7} = \frac{6x+1}{2x-3};$$

$$c) \frac{x+1}{x-1} - \frac{x-1}{x+1} = \frac{4}{x^2-1};$$

$$d) 2x - \frac{2x^2}{x+3} = \frac{4x}{x+3} + \frac{2}{7}.$$

Giải

a) ĐKXĐ: $x \neq 2$.

$$\frac{1}{x-2} + 3 = \frac{3-x}{x-2} \Leftrightarrow \frac{1+3(x-2)}{x-2} = \frac{3-x}{x-2}$$

$$\Leftrightarrow 1+3x-6=3-x \Leftrightarrow 4x=8$$

$$\Leftrightarrow x=2 \text{ (không thỏa ĐKXD).}$$

Vậy: $S = \emptyset$.

b) ĐKXD: $x \neq -7$ và $x \neq \frac{3}{2}$.

$$\frac{3x-2}{x+7} = \frac{6x+1}{2x-3} \Leftrightarrow 6x^2 - 9x - 4x + 6 = 6x^2 + 42x + x + 7$$

$$\Leftrightarrow -9x - 4x - 42x - x = 7 - 6$$

$$\Leftrightarrow -56x = 1 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{56} \text{ (thỏa ĐKXD).}$$

Vậy: $S = \left\{ -\frac{1}{56} \right\}$.

c) ĐKXD: $x \neq \pm 1$

$$\frac{x+1}{x-1} - \frac{x-1}{x+1} = \frac{4}{x^2-1} \Leftrightarrow \frac{(x+1)^2 - (x-1)^2}{x^2-1} = \frac{4}{x^2-1}$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 2x + 1 - x^2 + 2x - 1 = 4$$

$$\Leftrightarrow 4x = 4 \Leftrightarrow x = 1 \text{ (không thỏa ĐKXD).}$$

Vậy: $S = \emptyset$.

d) ĐKXD: $x \neq -3$

$$2x - \frac{2x^2}{x+3} = \frac{4x}{x+3} + \frac{2}{7} \Leftrightarrow 2x \cdot 7(x+3) - 7 \cdot 2x^2 = 7 \cdot 4x + 2(x+3)$$

$$\Leftrightarrow 14x^2 + 42x - 14x^2 = 28x + 2x + 6$$

$$\Leftrightarrow 12x = 6 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2} \text{ (thỏa ĐKXD).}$$

Vậy: $S = \left\{ \frac{1}{2} \right\}$.

Ví dụ 5. (Bài 31, trang 23 SGK)

a) $\frac{1}{x-1} - \frac{3x^2}{x^3-1} = \frac{2x}{x^2+x+1}$; (1)

b) $\frac{3}{(x-1)(x-2)} + \frac{2}{(x-3)(x-1)} = \frac{1}{(x-2)(x-3)}$;

c) $1 + \frac{1}{x+2} = \frac{12}{8+x^3}$;

d) $\frac{13}{(x-3)(2x+7)} + \frac{1}{2x+7} = \frac{6}{(x-3)(x+3)}$.

Giải

a) ĐKXD: $x \neq 1$, MTC: $x^3 - 1 = (x-1)(x^2 + x + 1)$.

$$(1) \Leftrightarrow \frac{x^2 + x + 1}{(x-1)(x^2 + x + 1)} - \frac{3x^2}{x^3 - 1} = \frac{2x(x-1)}{(x-1)(x^2 + x + 1)}$$

$$\Leftrightarrow x^2 + x + 1 - 3x^2 = 2x^2 - 2x$$

$$\Leftrightarrow 4x^2 - 3x - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow (3x^2 - 3x) + (x^2 - 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow 3x(x-1) + (x-1)(x+1) = 0 \Leftrightarrow (x-1)(4x+1) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-1=0 \\ 4x+1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \text{ (không thỏa DKXD)} \\ x=-\frac{1}{4} \end{cases}$$

$$\text{Vậy: } S = \left\{ -\frac{1}{4} \right\}.$$

b) ĐKXD: $x \neq 1$, $x \neq 2$ và $x \neq 3$. MTC: $(x-1)(x-2)(x-3)$.

$$(2) \Leftrightarrow \frac{3(x-3)}{(x-1)(x-2)(x-3)} + \frac{2(x-2)}{(x-1)(x-2)(x-3)} = \frac{x-1}{(x-1)(x-2)(x-3)}$$

$$\Leftrightarrow 3(x-3) + 2(x-2) = x-1$$

$$\Leftrightarrow 3x-9+2x-4 = x-1 \Leftrightarrow 4x=12 \Leftrightarrow x=3 \text{ (không thỏa ĐKXD)}.$$

Vậy: $S = \emptyset$.

c) ĐKXD: $x \neq -2$, MTC: $x^3+8 = (x+2)(x^2-2x+4)$

$$(3) \Leftrightarrow \frac{x^3+8}{x^3+8} + \frac{x^2-2x+4}{(x+2)(x^2-2x+4)} = \frac{12}{x^3+8}$$

$$\Leftrightarrow x^3+8+x^2-2x+4=12$$

$$\Leftrightarrow x^3+x^2-2x=0 \Leftrightarrow x(x^2+x-2)=0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x^2+x-2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ (x^2-1)+(x-1)=0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ (x-1)(x+2)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=1 \\ x=-2 \text{ (không thỏa DKXD)} \end{cases}$$

Vậy: $S = \{0; 1\}$.

d) ĐKXD: $x \neq \pm 3$ và $x \neq -\frac{7}{2}$, MTC: $(x-3)(x+3)(2x+7)$

$$(4) \Leftrightarrow \frac{13(x+3)}{(x-3)(x+3)(2x+7)} + \frac{(x-3)(x+3)}{(x-3)(x+3)(2x+7)} = \frac{6(2x+7)}{(x-3)(x+3)(2x+7)}$$

$$\Leftrightarrow 13(x+3) + (x-3)(x+3) = 6(2x+7)$$

$$\Leftrightarrow 13x+39+x^2-9=12x+42 \Leftrightarrow x^2+x-12=0$$

$$\Leftrightarrow x^2-3x+4x-12=0 \Leftrightarrow x(x-3)+4(x-3)=0$$

$$\Leftrightarrow (x-3)(x+4)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x-3=0 \\ x+4=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \text{ (không thuộc DKXD)} \\ x=-4 \end{cases}$$

Vậy: $S = \{-4\}$.

Ví dụ 4. (Bài 32, trang 23 SGK)

Giải phương trình:

$$a) \left(\frac{1}{x} + 2 \right) = \left(\frac{1}{x} + 2 \right) (x^2 + 1); \quad b) \left(x + 1 + \frac{1}{x} \right)^2 = \left(x - 1 - \frac{1}{x} \right)^2;$$

Giải

a) ĐKXD: $x \neq 0$.

$$\frac{1}{x} + 2 = \left(\frac{1}{x} + 2 \right) (x^2 + 1) \Leftrightarrow \frac{1 + 2x}{x} = \frac{(1 + 2x)(x^2 + 1)}{x}$$

$$\Leftrightarrow 1 + 2x = (1 + 2x)(x^2 + 1)$$

$$\Leftrightarrow (1 + 2x)(x^2 + 1) - (1 + 2x) = 0$$

$$\Leftrightarrow (1 + 2x)(x^2 + 1 - 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow (1 + 2x)x^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ 1 + 2x = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 & (\text{không thuộc ĐKXD}) \\ x = -1/2 \end{cases}$$

$$\text{Vậy: } S = \left\{ -\frac{1}{2} \right\}.$$

Dạng 3. XÁC ĐỊNH GIÁ TRỊ CỦA a ĐỂ BIỂU THỨC CÓ GIÁ TRỊ BẰNG HẰNG SỐ k CHO TRƯỚC

Phương pháp giải

- Giả sử biểu thức chứa a là $A(a)$.
- Muốn tìm giá trị của a để biểu thức $A(a)$ bằng k ta xem a như ẩn và giải phương trình $A(a) = k$.

Ví dụ 7. (Bài 33, trang 23 SGK)

Tìm các giá trị của a sao cho các biểu thức sau có giá trị bằng 2:

$$a) \frac{3a-1}{3a+1} + \frac{a-3}{a+3}; \quad b) \frac{10}{3} - \frac{3a-1}{4a+12} - \frac{7a+2}{6a+18};$$

Giải

a) Giải phương trình $\frac{3a-1}{3a+1} + \frac{a-3}{a+3} = 2$ với ẩn a .

ĐKXD: $a \neq -\frac{1}{3}$ và $a \neq -3$; MTC $(3a+1)(a+3)$.

$$\frac{3a-1}{3a+1} + \frac{a-3}{a+3} = 2 \Leftrightarrow \frac{(3a-1)(a+3) + (a-3)(3a+1)}{(3a+1)(a+3)} = \frac{2(3a+1)(a+3)}{(3a+1)(a+3)}$$

$$\Leftrightarrow (3a-1)(a+3) + (a-3)(3a+1) = 2(3a+1)(a+3)$$

$$\Leftrightarrow 3a^2 + 9a - a - 3 + 3a^2 + a - 9a - 3 = 6a^2 + 18a + 2a + 6$$

$$\Rightarrow -20a = 12 \Leftrightarrow a = -\frac{12}{20} = -\frac{3}{5} \text{ (thuộc ĐKXD).}$$

Vậy với $a = -\frac{3}{5}$ thì $\frac{3a-1}{3a+1} + \frac{a-3}{a+3}$ có giá trị bằng 2.

b) Ta có $4a+12=4(a+3)$; $6a+18=6(a+3)$.

Ta giải phương trình: $\frac{10}{3} - \frac{3a-1}{4a+12} - \frac{7a+2}{6a+18} = 2$ (*)

ĐKXD: $a \neq -3$; MTC: $12(a+3)$

$$(*) \Leftrightarrow \frac{40(a+3)}{12(a+3)} - \frac{3(3a-1)}{12(a+3)} - \frac{2(7a+2)}{12(a+3)} = \frac{24(a+3)}{12(a+3)}$$

$$\Leftrightarrow 40(a+3) - 3(3a-1) - 2(7a+2) = 24(a+3)$$

$$\Leftrightarrow 40a+120-9a+3-14a-4=24a+72$$

$$\Leftrightarrow -7a = -47 \Leftrightarrow a = 47/7 \text{ (thuộc DKXD)}$$

Vậy với $a = \frac{47}{7}$ thì $\frac{10}{3} - \frac{3a-1}{4a+12} - \frac{7a+2}{6a+18}$ có giá trị bằng 2.

C. LUYỆN TẬP

1. (Dạng 2) Giải phương trình:

a) $\frac{4x-8}{2x^2+1} = 0$;

b) $\frac{x^2-x-6}{x-3} = 0$;

c) $\frac{x+5}{3x-6} - \frac{1}{2} = \frac{2x-3}{2x-4}$;

d) $\frac{12}{1-9x^2} = \frac{1-3x}{1+3x} - \frac{1+3x}{1-3x}$.

2. (Dạng 2) Giải các phương trình:

a) $5 + \frac{96}{x^2-16} = \frac{2x-1}{x+4} - \frac{3x-1}{4-x}$;

a) $\frac{x+1}{x-2} - \frac{5}{x+2} = \frac{12}{x^2-4} + 1$;

c) $\frac{x+1}{x^2+x+1} - \frac{x-1}{x^2-x+1} = \frac{3}{x(x^4+x^2+1)}$.

3. (Dạng 2). Giải các phương trình:

a) $\frac{x+5}{x-1} = \frac{x+1}{x-3} - \frac{8}{x^2-4x+3}$;

b) $\frac{x+1}{x-2} - \frac{5}{x+2} = \frac{12}{x^2-4} + 1$.

4. (Dạng 3). Với giá trị nào của a để các biểu thức sau có giá trị bằng 2:

a) $\frac{2a-9}{2a-5} + \frac{3a}{3a-2}$;

b) $\frac{3a+2}{3a+4} + \frac{a-2}{a+4}$.

5. (Dạng 2). Cho phương trình ẩn x :

$$\frac{x-a}{x+a} - \frac{x+a}{x-a} + \frac{3y^2+a}{x^2-a^2} = 0.$$

a) Giải phương trình với $a = -3$.

b) Giải phương trình với $a = 1$.

c) Xác định a để phương trình có nghiệm $x = 0,5$.

6. Định a và b để phương trình $(x-1)a + (2x+1)b = x+2$ có tập nghiệm là $\mathbb{R}$ (vô số nghiệm $x \in \mathbb{R}$).

7. Định m để phương trình sau có nghiệm duy nhất:

$$\frac{x+2}{x-m} = \frac{x+1}{x-1}.$$

8. Định m để phương trình sau vô nghiệm: $\frac{x+m}{x+1} + \frac{x-2}{x} = 2$

§ 6, § 7. GIẢI BÀI TOÁN BẰNG CÁCH LẬP PHƯƠNG TRÌNH

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

Tóm tắt các bước giải toán bằng cách lập phương trình

Bước 1. (Lập phương trình). Bao gồm :

- Chọn ẩn số và đặt điều kiện thích hợp cho ẩn số
- Biểu diễn các đại lượng chưa biết theo ẩn và các đại lượng đã biết;
- Từ đó lập phương trình biểu thị sự tương quan giữa các đại lượng.

Bước 2. (Giải phương trình). Giải phương trình thu được.

Bước 3. (Trả lời). Kiểm tra xem trong các nghiệm của phương trình, nghiệm nào thỏa mãn điều kiện của ẩn, nghiệm nào không, rồi trả lời.

B. CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. TOÁN VỀ TỈ SỐ VÀ QUAN HỆ GIỮA CÁC SỐ

Phương pháp giải

Tỉ số của hai số a và b là số $\frac{a}{b}$

$$a\% = \frac{a}{100}$$

Biểu diễn số có hai chữ số: $\overline{ab} = 10a + b$ ($a, b \in \mathbb{N}$)

a là chữ số hàng chục: $0 < a \leq 9$

b là chữ số hàng đơn vị : $0 \leq b \leq 9$

Biểu diễn số có ba chữ số: $\overline{abc} = 100a + 10b + c$ ($a, b, c \in \mathbb{N}$)

a là chữ số hàng trăm : $0 < a \leq 9$

b là chữ số hàng chục : $0 \leq b \leq 9$

c là chữ số hàng đơn vị: $0 \leq c \leq 9$

Thí dụ: $37 = 3.10 + 7$; $134 = 1.100 + 3.10 + 4$

Ví dụ 1: (Bài 34 trang 25 SGK)

Mẫu số của một phân số lớn hơn tử của nó là 3. Nếu tăng cả tử và mẫu của nó thêm hai đơn vị thì được phân số mới bằng phân số $\frac{1}{2}$. Tìm phân số ban đầu.

Giải

Gọi tử số của phân số là x thì mẫu số là $x+3$ ($x \neq -3$)

Sau khi tăng thêm đơn vị tử số là $x+2$ và mẫu sẽ là: $x+3+2 = x+5$

Vì phân số mới bằng $\frac{1}{2}$ nên ta có phương trình: $\frac{x+2}{x+5} = \frac{1}{2}$

Giải phương trình ta được: $x = 1$. Vậy phân số đã cho là: $\frac{1}{4}$

Ví dụ 2: (Bài 35 trang 25 SGK)

Học kì một, số học sinh giỏi của lớp 8A bằng $\frac{1}{8}$ số học sinh cả lớp. Sang học kì hai, có thêm 3 bạn phần đầu trở thành học sinh giỏi nữa, do đó số học sinh giỏi bằng 20% số học sinh cả lớp. Hỏi lớp 8A có bao nhiêu học sinh ?

Giải

Gọi x (x nguyên dương) là số học sinh lớp 8A.

Số học sinh giỏi của lớp 8A ở học kì một là: $\frac{1}{8}x$ (học sinh).

Số học sinh giỏi của lớp 8A ở học kì hai là: $20\% x = \frac{1}{5}x$ (học sinh).

Do học kì hai, có thêm 3 bạn phần đầu trở thành học sinh giỏi nữa nên ta có phương trình:

$$\frac{1}{5} \cdot x = \frac{1}{8}x + 3 \Leftrightarrow 8x = 5x + 120 \Leftrightarrow 3x = 120 \Leftrightarrow x = 40$$

Vậy lớp 8A có 40 học sinh.

Ví dụ 3: (Bài 36 trang 26 SGK) (Bài toán nói về cuộc đời nhà toán học Đi-ô-phăng, lấy trong hợp tuyển Hi Lạp - cuốn sách gồm 46 bài toán về số, viết dưới dạng thơ trào phúng).

Thời thơ ấu của Đi-ô-phăng chiếm $\frac{1}{6}$ cuộc đời, $\frac{1}{12}$ cuộc đời tiếp theo là thời thanh niên sôi

nổi. Thêm $\frac{1}{7}$ cuộc đời nữa ông sống độc thân. Sau khi lập gia đình được 5 năm thì sinh một

con trai. Nhưng số mệnh chỉ cho con sống bằng nửa đời cha. Ông đã từ trần năm 4 sau khi con mất. Đi - ô - phăng sống bao nhiêu tuổi, hãy tính cho ra?

Giải

Gọi x là tuổi của Đi - ô - phăng ($x > 0$). Theo đề bài ta có phương trình:

$$\frac{x}{6} + \frac{x}{12} + \frac{x}{7} + 5 + \frac{x}{2} + 4 = x \Leftrightarrow x \left(1 - \frac{1}{6} - \frac{1}{12} - \frac{1}{7} - \frac{1}{2} \right) = 9 \Leftrightarrow \frac{3}{28} \cdot x = 9 \Leftrightarrow x = 84$$

Vậy Đi-ô-phăng sống 84 tuổi.

Ví dụ 4: Năm nay tuổi mẹ gấp 3 lần tuổi Phương. Phương tính rằng 13 năm nữa thì tuổi mẹ

chỉ còn gấp 2 lần tuổi Phương thôi. Hỏi năm nay Phương bao nhiêu tuổi ?

Giải

Gọi x là tuổi của Phương năm nay. Điều kiện x nguyên dương

	Tuổi Phương	Tuổi mẹ
Năm nay	x	$3x$
13 năm nữa	$x+13$	$3x+13$

13 năm nữa tuổi mẹ gấp 2 lần tuổi Phương nên ta có phương trình : $3x+13=2(x+13)$

Giải phương trình trên ta được $x=13$ (thỏa điều kiện) nên Phương năm nay 13 tuổi.

Ví dụ 5. (Bài 41, trang 31 SGK)

Một số tự nhiên có hai chữ số; chữ số hàng đơn vị gấp hai lần chữ số hàng chục. Nếu thêm chữ số 1 xen vào giữa hai chữ số ấy thì được một số mới lớn hơn ban đầu là 370. Tìm số ban đầu.

Giải

Gọi chữ số hàng chục là x với x nguyên và $0 < x < 9$.

Chữ số hàng đơn vị là $2x$ và số đã cho là: $10x+2x=12x$

Khi xen chữ số 1 vào giữa hai chữ số x và $2x$ thì x thành chữ số hàng trăm, còn $2x$ vẫn là chữ số hàng đơn vị. Số mới sẽ là: $100.x+10.1+2x=102x+10$

Số mới lớn hơn số đã cho là 370 đơn vị nên ta có phương trình:

$$102x+10-12x=370 \Leftrightarrow 90x=360 \Leftrightarrow x=4 \text{ nên số cần tìm là } 48$$

Ví dụ 6. (Bài 42, trang 31 SGK)

Tìm số tự nhiên có hai chữ số, biết rằng nếu viết thêm một chữ số 2 vào bên trái và một chữ số 2 vào bên phải số đó thì ta được một số lớn gấp 153 số ban đầu.

Giải

Gọi x là số tự nhiên có hai chữ số.

Khi viết thêm một chữ số 2 vào bên trái và một chữ số 2 vào bên phải số đó thì ta được một số có bốn chữ số, số nhận được là: $2000+x.10+2=2002+10x$

Do số nhận được lớn gấp 153 số ban đầu nên ta có phương trình:

$$2002+10x=153x \Leftrightarrow 143x=2002 \Leftrightarrow x=14. \text{ Vậy số cần tìm là } 14$$

Ví dụ 7: (Bài 43 trang 31, SGK)

Tìm phân số có các tính chất sau :

- Tử số của phân số là số tự nhiên có một chữ số;
- Hiệu giữa tử số và mẫu số bằng 4;

c) Nếu giữ nguyên tử số và viết thêm vào bên phải của mẫu số một chữ số đúng bằng tử số, thì ta được một phân số bằng phân số $\frac{1}{6}$.

Giải

Gọi x là mẫu số (x có một chữ số, $x \in N$), tử số là $x + 4$

Viết thêm bên phải của mẫu số một chữ số đúng bằng tử số thì được: $10.x + (x + 4) = 11x + 4$

Ta có phương trình:

$$\frac{x+4}{11x+4} = \frac{1}{6} \Leftrightarrow 6(x+4) = 11x+4 \Leftrightarrow 6x+24 = 11x+4 \Leftrightarrow 5x = 20 \Leftrightarrow x = 4$$

Vậy phân số cần tìm là $\frac{8}{4}$

Dạng 2. TOÁN CHUYỂN ĐỘNG

Phương pháp giải

- Loại toán chuyển động có ba đại lượng tham gia vào bài toán là: vận tốc (v), thời gian (t) và quãng đường đi được (s) và ta có công thức $s = v.t$

Ví dụ 8: Lúc 6 giờ sáng, một xe máy khởi hành từ A để đến B. Sau đó 1 giờ, một ô tô cũng xuất phát từ A đuổi theo xe máy với vận tốc trung bình lớn hơn vận tốc trung bình của xe máy 20 km/h. Cả hai xe đến B đồng thời vào lúc 9 giờ 30 phút sáng cùng ngày. Tính độ dài quãng đường AB và vận tốc trung bình của xe máy.

Giải

Gọi x (km/h) là vận tốc trung bình của xe máy ($x > 0$).

Thời gian xe máy đi từ A đến B là: 9 giờ 30 ph. Thời gian xe ô tô đi từ A đến B là:

$$9h30ph - 6h = 3h30ph = 3,5h$$

Thời gian xe ô tô đi từ A đến B là: $3,5 - 1 = 2,5h$

Ta lập bảng sau

	Vận tốc (km/h)	Thời gian (h)	Quãng đường (km)
Xe máy	x	3,5	$3,5x$
Ô tô	$x + 20$	2,5	$2,5(x + 20)$

Ta có phương trình: $3,5 \cdot x = 2,5(x + 20) \Leftrightarrow 3,5 \cdot x = 2,5 \cdot x + 50 \Leftrightarrow x = 50$ (thỏa điều kiện)

Vậy vận tốc trung bình xe máy là: 50 km/h và quãng đường AB là : $3,5 \cdot 50 = 175$ km.

Ví dụ 9: (Bài 46, trang 31 SGK)

Một người lái ô tô dự định đi từ A đến B với vận tốc 48 km/h. Nhưng sau khi đi được một giờ với vận tốc ấy, ô tô bị tàu hỏa chắn đường trong 10 phút. Do đó, để kịp đến B đúng thời gian

đã định, người đó phải tăng vận tốc thêm 6 km/h. Tính quãng đường AB.

Giải

Ta có: $10ph = \frac{10}{60} = \frac{1}{6}h$. **Gọi x (km) là quãng đường AB ($x > 0$)**

Đoạn đường từ A đến C (điểm nghỉ 10 phút) là 48 km Ta lập bảng sau:

	Vận tốc (km/h)	Thời gian (h)
Dự định	48	$\frac{x}{48}$
Đoạn đường CB	54	$\frac{x-48}{54}$

Ta có $1 + \frac{1}{6} + \frac{x-48}{54} = \frac{x}{48} \Leftrightarrow 432 + 72 + 8(x-48) = 9x \Leftrightarrow x = 120$ (thỏa điều kiện)

Vậy quãng đường AB là 120 km

Dạng 3. TOÁN VỀ CÔNG VIỆC

Phương pháp giải: Chú ý: Tỷ lệ phần trăm $a\% = \frac{a}{100}$

Ví dụ 10. (Bài 39, trang 30 SGK)

Lan mua hai loại hàng và phải trả tổng cộng 120 nghìn đồng, trong đó đã tính cả 10 nghìn đồng thuế giá trị gia tăng (thuế VAT), biết rằng loại hàng thứ nhất, thuế VAT là 10%, loại hàng thứ hai thuế VAT là 8%. Hỏi nếu không kể thuế VAT thì Lan phải trả mỗi loại hàng bao nhiêu tiền?

Giải

Gọi x (nghìn) là số tiền loại hàng thứ nhất không kể thuế VAT mà Lan phải trả ($x > 0$)

Tổng số tiền Lan phải trả nếu không kể thuế VAT là : $120 - 10 = 110$ nghìn, ta lập bảng sau:

	Tiền không tính VAT	Tiền thuế VAT
Hàng loại I	x	$\frac{10}{100}x$
Hàng loại II	$110 - x$	$\frac{8}{100}(110 - x)$

Ta có phương trình:

$\frac{10}{100} \cdot x + \frac{8}{100}(110 - x) = 10 \Leftrightarrow 10x + 880 - 8x = 1000 \Leftrightarrow x = 60$ (thỏa điều kiện)

Vậy số tiền Lan phải trả (không kể thuế VAT) loại hàng I là 60 nghìn đồng và loại hàng II là 50 nghìn đồng.

Ví dụ 11:

Một xí nghiệp kí hợp đồng dệt một tấm thảm len trong 20 ngày. Do cải tiến kỹ thuật, năng suất dệt của xí nghiệp đã tăng 20 %. Bởi vậy, chỉ trong 19 ngày, không những xí nghiệp đã hoàn thành số thảm cần dệt mà còn dệt thêm 24 tấm nữa với chất lượng cao. Tính số thảm len mà xí nghiệp phải dệt theo hợp đồng.

Giải

Gọi x là số tấm thảm len mà xí nghiệp phải dệt theo hợp đồng ($x > 0$), ta có bảng sau:

	Số tấm thảm dệt	Số tấm thảm dệt trong 1 ngày
Hợp đồng	x	$\frac{x}{20}$
Thực tế	$x + 24$	$\frac{x + 24}{18}$

Vì năng suất dệt của xí nghiệp đã tăng 20 % nên trong một ngày xí nghiệp dệt 120 % so với hợp đồng. Ta có phương trình:

$$\frac{x + 24}{18} = \frac{120}{100} \cdot \frac{x}{20} \Leftrightarrow \frac{x + 24}{9} = \frac{6x}{50} \Leftrightarrow 50x + 1200 = 54x \Leftrightarrow 4x = 1200 \Leftrightarrow x = 300 \text{ (thỏa điều}$$

kiện)

Vậy xí nghiệp phải **dệt** theo hợp đồng là 300 tấm thảm len.

Ví dụ 12. (Bài 47. trang 32 SGK)

Bà An gửi vào quỹ tiết kiệm x nghìn đồng với lãi suất mỗi tháng là $a\%$ (a là một số cho trước) và lãi tháng này được tính gộp vào vốn cho tháng sau.

a) Hãy viết biểu thức biểu thị:

- + Số tiền lãi sau tháng thứ nhất;
- + Số tiền (cả gốc lẫn lãi) có được sau tháng thứ nhất;
- + Tổng số tiền lãi có được sau tháng thứ hai.

b) Nếu lãi suất là 1,2 % tức là $a = 1,2$ và sau 2 tháng tổng số tiền lãi là 48,288 nghìn đồng, thì lúc đầu bà An đã gửi bao nhiêu tiền tiết kiệm?

Giải

a) Số tiền lãi sau tháng thứ nhất là $x \cdot \frac{a}{100}$ nghìn

+ Số tiền (cả gốc lẫn lãi) có được sau tháng thứ nhất là:

$$x + x \cdot \frac{a}{100} = x + \left(1 + \frac{a}{100}\right) \text{ (nghìn)}$$

+ Tổng số tiền lãi có được sau tháng thứ hai là:

$$x \frac{a}{100} + x \left(1 + \frac{a}{100} \right) \cdot \frac{a}{100} (\text{nghìn}) = x \frac{a}{100} \left(2 + \frac{a}{100} \right) (\text{nghìn})$$

b) Với $a = 1,2$ ta có phương trình

$$x \left(2 + \frac{1,2}{100} \right) \cdot \frac{1,2}{100} = 48,288 \Leftrightarrow x \cdot \frac{201,2 \cdot 1,2}{10000} = 48,288$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{482880}{241,44} = 2000 (\text{nghìn})$$

Vậy bà An đã gửi 2 triệu đồng tiền tiết kiệm.

Ví dụ 13. (Bài 48, trang 32 SGK)

Năm ngoái, tổng số dân của hai tỉnh A và B là 4 triệu. Năm nay, số dân tỉnh A tăng thêm 1,1% còn tỉnh B tăng thêm 1,2%. Tuy vậy số dân tỉnh A năm nay vẫn nhiều hơn tỉnh B là 807200 người. Tính số dân năm ngoái của mỗi tỉnh

Giải

Gọi số dân ở tỉnh A năm ngoái là x (người) (x nguyên dương)

Ta lập bảng sau:

	Năm ngoái	Năm nay
Số dân tỉnh A	x	$\frac{101,1}{100} \cdot x$
Số dân tỉnh B	$4000000 - x$	$\frac{101,2}{100} (4000000 - x)$

Số dân tỉnh A năm nay nhiều hơn số dân tỉnh B là 807200 người nên ta có phương trình

$$1,011x - 1,012(4000000 - x) = 807200 \Leftrightarrow -4048000 + 2,023x = 807200$$

$$\Leftrightarrow 2,023x = 4855200$$

$$\Leftrightarrow x = 2400000$$

Vậy số dân tỉnh A năm ngoái là 2,4 triệu và số dân tỉnh B năm ngoái là 1,6 triệu.

Dạng 4. TOÁN LÀM CHUNG CÔNG VIỆC

Phương pháp giải

* Toán làm chung công việc có ba đại lượng tham gia: toàn bộ công việc, phần làm việc trong một đơn vị thời gian (1 ngày, 1 giờ,...) và thời gian làm công việc

* Nếu một đội nào đó làm xong công việc trong x ngày thì một này đội đó làm được $\frac{1}{x}$ công việc.

Ví dụ 14. Hai vòi nước cùng chảy vào một bể thì sau 4 giờ 48 phút bể đầy. Mỗi giờ lượng nước vòi I chảy được bằng 1,5 lượng nước chảy được của vòi II . Hỏi mỗi vòi chảy riêng thì sau bao lâu đầy bể?

Giải

Ta có: 4 giờ 48 phút = $4 + \frac{48}{60} = \frac{24}{5}$ giờ; $1,5 = \frac{3}{2}$

Gọi x (giờ) là thời gian vòi II một mình chảy đầy bể ($x > 0$). Ta lập được bảng sau:

	Thời gian chảy đầy bể (h)	1 giờ chảy được (bể)
Vòi I		$\frac{3}{2} \cdot \frac{1}{x}$
Vòi II	x	$\frac{1}{x}$
Cả hai vòi	$\frac{24}{5}$	$\frac{5}{24}$

Ta có phương trình:

$$\frac{1}{x} + \frac{3}{2x} = \frac{5}{24}$$

Giải phương trình ta được: $x = 12$ (thỏa mãn điều kiện)

Vòi II chảy một mình trong 12 giờ đầy bể

Trong 1 giờ, vòi I chảy được: $\frac{5}{24} - \frac{1}{12} = \frac{1}{8}$ (bể)

Vòi I chảy 1 mình trong 8 giờ đầy bể

Ví dụ 15 (Bài 38 trang 30 SGK)

Điểm kiểm tra Toán của một tổ học tập được cho trong bảng sau:

Điểm số (x)	4	5	7	8	9	
Tần số (n)	1	*	2	3	*	N = 10

Biết điểm trung bình của cả tổ là 6,6. Hãy điền các giá trị thích hợp vào hai ô còn trống (được đánh dấu *)

Giải

Gọi x là số điểm 5 của tổ (x nguyên dương)

Số điểm 9 của tổ là: $10 - (1 + x + 2 + 3) = 4 - x$

Điểm trung bình của tổ là 6,6 nên ta có phương trình:

$$\frac{1}{10} [4.1 + 5x + 7.2 + 8.3 + 9(4 - x)] = 6,6 \Leftrightarrow 78 - 4x = 66 \Leftrightarrow 4x = 12$$

$$\Leftrightarrow x = 3 \text{ (thỏa mãn điều kiện)}$$

Vậy số điểm 5 của tổ là 3 và số điểm 9 của tổ là 1.

Ví dụ 16. (bài 44, trang 31 SGK)

Điểm kiểm tra Toán của một lớp được cho dưới đây:

Điểm (x)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
Tần số (n)	0	0	2	*	10	12	7	6	4	1	N = *

Trong đó có hai ô còn để trống (thay bằng dấu *). Hãy điền số thích hợp vào ô trống nếu điểm trung bình của lớp đó là 6,06

Giải

Gọi x là số học sinh của lớp (x nguyên dương)

Số điểm 4 của lớp là: $x - (2 + 10 + 12 + 7 + 6 + 4 + 1) = x - 42$

Điểm trung bình của lớp là 6,06 nên ta có phương trình:

$$\frac{1}{x} [1.0 + 2.0 + 3.2 + 4(x - 42) + 5.10 + 6.12 + 7.7 + 8.6 + 9.4 + 10.1] = 6,06$$

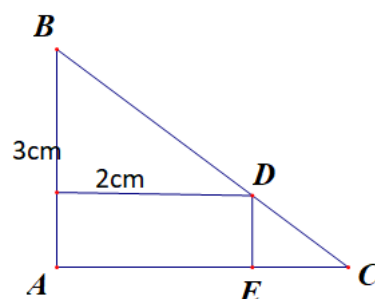
$$\Leftrightarrow 103 + 4x = 6,06x \Leftrightarrow 2,06x = 103$$

$$\Leftrightarrow x = 50 \text{ (thỏa mãn điều kiện)}$$

Vậy số học sinh của lớp là 50 và số điểm 4 của lớp là 8

Ví dụ 17. (Bài 49, trang 32 SGK)

Đố. Lan có một miếng bìa hình tam giác ABC vuông tại A , cạnh $AB = 3\text{cm}$. Lan tính rằng nếu cứ cắt miếng bìa đó ra một hình chữ nhật có chiều dài 2cm như hình bên thì hình chữ nhật ấy có diện tích bằng một nửa diện tích của miếng bìa ban đầu. Tính độ dài cạnh AC của tam giác ABC .



Giải

Gọi x (cm) là độ dài cạnh AC ($x > 0$)

Diện tích tam giác ABC là:

$$S = \frac{1}{2} AB.AC = \frac{1}{2} x.3 = \frac{3x}{2}$$

Theo định lý Ta – lét ta có:

$$\frac{DE}{AB} = \frac{EC}{AC} \Rightarrow \frac{DE}{3} = \frac{x-2}{x} \Rightarrow DE = \frac{3(x-2)}{x}$$

Diện tích hình chữ nhật là:

$$AE.ED = 2. \frac{3(x-2)}{x} = \frac{6x-12}{x}$$

Theo đề bài ta có phương trình:

$$\frac{6x-12}{x} = \frac{1}{2} \cdot \frac{3x}{2} \Leftrightarrow 4(6x-12) = 3x^2 \Leftrightarrow 3x^2 - 24x + 48 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 8x + 16 = 0 \Leftrightarrow (x-4)^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 4 \text{ (thỏa mãn điều kiện)}$$

Vậy $AC = 4cm$

C. LUYỆN TẬP

1. (Dạng 1) Hai số có tổng bằng 120 và tỉ số giữa chúng bằng $1/3$
2. (Dạng 1) Tổng của hai số bằng 90. Số này gấp đôi số kia. Tìm hai số đó.
3. (Dạng 1) Một phân số có tử số bé hơn mẫu số là 13. Nếu tăng tử số lên 3 đơn vị và giảm mẫu số 5 đơn vị thì ta được phân số bằng $3/4$. Tìm phân số đã cho
4. (Dạng 1) Tỉ số của hai số bằng $3/5$. Nếu chia số thứ nhất cho 9 và chia số thứ hai cho 6 thì thương thứ nhất nhỏ hơn thương thứ hai là 3. Tìm hai số đã cho.
5. (Dạng 2) Tổng của bốn số bằng 45. Nếu lấy số thứ nhất cộng thêm 2, số thứ hai trừ đi 2, số thứ ba nhân với 2, số thứ tư chia cho 2 thì bốn kết quả đó bằng nhau. Tìm bốn số ban đầu.
6. (Dạng 2) Một ô tô đi từ A đến B mất 2 giờ 30 phút. Nếu nó đi với vận tốc nhỏ hơn $10km/h$ thì nó sẽ mất nhiều thời gian hơn là 50 phút. Tính quãng đường từ A đến B .
7. (Dạng 2) Một người dự định đi xe máy trên một quãng đường dài $120km$ trong 2 giờ 30 phút. Đi được 1 giờ người ấy nghỉ 15 phút. Để đến đích đúng dự định người ấy phải tăng vận tốc gấp 1,2 lần vận tốc lúc đầu. Tính vận tốc lúc đầu của người ấy.

8. (Dạng 2) Một ô tô đi từ A đến B với vận tốc 50km/h . Sau khi đi được 24 phút nó giảm bớt vận tốc đi 10km/h . Vì vậy nó đến B muộn hơn dự định 18 phút. Tính thời gian dự định của ô tô?

9. (Dạng 2) Một ô tô đi từ A đến B với vận tốc 40km/h và đi về từ B đến A với vận tốc 30km/h . Thời gian đi và về mất thời gian là 8 giờ 45 phút. Tính đoạn đường AB

10. (Dạng 2) Một chiếc mô tô và một chiếc ô tô đi từ A đến B với vận tốc khác nhau. Vận tốc mô tô là 62km/h . Vận tốc ô tô là 55km/h . Để hai xe cùng đến B một lúc, người ta đã tính toán cho ô tô chạy trước một thời gian. Nhưng vì một lí do đặc biệt khi chạy được $2/3$ quãng đường AB , xe ô tô lại chạy với vận tốc $27,5\text{km/h}$. Do đó khi còn cách B 124km thì mô tô đuổi kịp ô tô. Tính khoảng cách AB

11. (Dạng 3) Một hồ nước có dung tích 5000 lít. Hai vòi nước chảy vào hồ, vòi thứ nhất mở trước vòi thứ hai 90 phút và kém vòi thứ hai là 100 lít/h. Khi hai vòi cùng khóa thì vòi thứ nhất đã chảy được 4 giờ và còn thiếu 120 lít mới đầy hồ. Tính xem mỗi vòi trong 1 giờ chảy được bao nhiêu lít nước?

12. (Dạng 4) Hai vòi nước chảy vào một bể thì đầy bể trong 3 giờ 20 phút. Người ta cho vòi thứ nhất chảy trong 3 giờ, vòi thứ hai chảy 2 giờ thì cả hai vòi chảy được $4/5$ bể. Tính thời gian mỗi vòi chảy một mình đầy bể.

13. An hỏi Bình “Năm nay cha mẹ của anh bao nhiêu tuổi?”. Bình trả lời “Cha tôi hơn mẹ tôi 4 tuổi”. Trước đây khi tổng số tuổi của cha và mẹ tôi là 104 tuổi thì tuổi của ba anh em tôi là 14; 10 và 6 tuổi. Hiện nay tổng số tuổi của cha và mẹ tôi gấp hai lần tổng số tuổi của ba anh em chúng tôi”. Tính xem tuổi của cha và mẹ Bình là bao nhiêu?

ÔN TẬP CHƯƠNG III

A. BÀI TẬP ÔN TRONG SGK

50. Giải phương trình:

$$\text{a) } 3 - 4x(25 - 2x) = 8x^2 + x - 300 \quad (1)$$

$$\text{b) } \frac{2(1-3x)}{5} - \frac{2+3x}{10} = 7 - \frac{3(2x+1)}{4} \quad (2)$$

$$\text{c) } \frac{5x+2}{6} - \frac{8x-1}{3} = \frac{4x+2}{5} - 5 \quad (3)$$

$$\text{d) } \frac{3x+2}{2} - \frac{3x+1}{6} = 2x + \frac{5}{3} \quad (4)$$

Giải

$$\text{a) } (1) \Leftrightarrow 3 - 100x + 8x^2 = 8x^2 + x - 300$$

$$\Leftrightarrow -100x - x = -300 - 3 \Leftrightarrow -101x = -303 \Leftrightarrow x = 3$$

Vậy $S = \{3\}$

b) $(2) \Leftrightarrow 8(1-3x) - 2(2+3x) = 140 - 15(2x+1)$

$$\Leftrightarrow 8 - 24x - 4 - 6x = 140 - 30x - 15 \Leftrightarrow 0x = 121 \text{ vô nghiệm}$$

Vậy $S = \emptyset$

c) $(3) \Leftrightarrow 5(5x+2) - 10(8x-1) = 6(4x+2) - 150$

$$\Leftrightarrow 25x + 10 - 80x + 10 = 24x + 12 - 150$$

$$\Leftrightarrow -79x = -158 \Leftrightarrow x = 2$$

Vậy $S = \{2\}$

d) $(4) \Leftrightarrow 3(3x+2) - (3x+1) = 12x + 10$

$$\Leftrightarrow 9x + 6 - 3x - 1 = 12x + 10 \Leftrightarrow 6x = -5 \Leftrightarrow x = -\frac{5}{6}$$

Vậy $S = \left\{-\frac{5}{6}\right\}$

51. Giải các phương trình sau bằng cách đưa về phương trình tích:

a) $(2x+1)(3x-2) = (5x-8)(2x+1)$ (1)

b) $4x^2 - 1 = (2x+1)(3x-5)$ (2)

c) $(x+1)^2 = 4(x^2 - 2x + 1)$ (3)

d) $2x^3 + 5x - 3x = 0$ (4)

Giải

a) $(1) \Leftrightarrow (2x+1)(3x-2) - (5x-8)(2x+1) = 0$

$$\Leftrightarrow (2x+1)(3x-2-5x+8) = 0 \Leftrightarrow (2x+1)(-2x+6) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x+1=0 \\ -2x+6=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1/2 \\ x=3 \end{cases}$$

Vậy $S = \{-1/2; 3\}$

$$b) (2) \Leftrightarrow (2x-1)(2x+1) - (2x+1)(3x-5) = 0$$

$$\Leftrightarrow (2x+1)(2x-1-3x+5) = 0 \Leftrightarrow (2x+1)(-x+4) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x+1=0 \\ -x+4=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1/2 \\ x=4 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } S = \{-1/2; 4\}$$

$$c) (3) \Leftrightarrow (x+1)^2 - 4(x-1)^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x+1-2x+2)(x+1+2x-2) = 0 \Leftrightarrow (-x+3)(3x-1) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -x+3=0 \\ 3x-1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ x=1/3 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } S = \{1/3; 3\}$$

$$d) (4) \Leftrightarrow x(2x^2 + 5x - 3) = 0$$

$$\Leftrightarrow x(2x^2 - x + 6x - 3) = 0 \Leftrightarrow x[x(2x-1) + 3(2x-1)] = 0$$

$$\Leftrightarrow x(2x-1)(x+3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ 2x-1=0 \\ x+3=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=1/2 \\ x=-3 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } S = \{0; 1/2; -3\}$$

52. Giải phương trình

$$a) \frac{1}{2x-3} - \frac{3}{x(2x-3)} = \frac{5}{x} \quad (1)$$

$$b) \frac{x+2}{x-2} - \frac{1}{x} = \frac{2}{x(x-2)} \quad (2)$$

$$c) \frac{x+1}{x-2} - \frac{x-1}{x+2} = \frac{2(x^2+2)}{x^2-4} \quad (3)$$

$$d) (2x+3)\left(\frac{3x+8}{2-7x}+1\right) = (x-5)\left(\frac{3x+8}{2-7x}+1\right) \quad (4)$$

Giải

$$a) \text{ĐKXD: } x \neq \frac{3}{2} \text{ và } x \neq 0. \text{ MTC: } x(2x-3)$$

$$(1) \Leftrightarrow \frac{x}{x(2x-3)} - \frac{3}{x(2x-3)} = \frac{5(2x-3)}{x(2x-3)} \Leftrightarrow x-3=5(2x-3)$$

$$\Leftrightarrow x-3=10x-15 \Leftrightarrow 9x=12 \Leftrightarrow x=4/3 \text{ (thỏa ĐKXD)}$$

$$\text{Vậy } S = \{4/3\}$$

$$\text{b) ĐKXD: } x \neq 2 \text{ và } x \neq 0. \text{ MTC: } x(x-2)$$

$$(2) \Leftrightarrow \frac{x(x+2)}{x(x-2)} - \frac{x-2}{x(x-2)} = \frac{2}{x(x-2)}$$

$$\Leftrightarrow x(x+2) - (x-2) = 2 \Leftrightarrow x^2 + 2x - x + 2 = 2$$

$$\Leftrightarrow x^2 + x = 0 \Leftrightarrow x(x+1) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x+1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \text{ (loại vì không thuộc DKXD)} \\ x=-1 \end{cases}$$

$$\text{Vậy: } S = \{-1\}$$

$$\text{c) ĐKXD: } x \neq \pm 2. \text{ MTC: } x^2 - 4$$

$$(3) \Leftrightarrow \frac{(x+1)(x+2)}{(x-2)(x+2)} + \frac{(x-1)(x-2)}{(x+2)(x-2)} = \frac{2(x^2+2)}{x^2-4}$$

$$\Leftrightarrow (x+1)(x+2) + (x-1)(x-2) = 2(x^2+2)$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 2x + x + 2 + x^2 - 2x - x + 2 = 2x^2 + 4 \Leftrightarrow 0x = 0$$

Phương trình có nghiệm với mọi $x \neq \pm 2$

$$\text{Vậy } S = \mathbb{R} \setminus \{\pm 2\}$$

$$\text{d) ĐKXD: } x \neq 2/7$$

$$(4) \Leftrightarrow \frac{(2x+3)(3x+8+2-7x)}{2-7x} = \frac{(x-5)(3x+8+2-7x)}{2-7x}$$

$$\Leftrightarrow (2x+3)(10-4x) = (x-5)(10-4x)$$

$$\Leftrightarrow (10-4x)(2x+3-x+5) = 0 \Leftrightarrow (10-4x)(x+8) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 10-4x=0 \\ x+8=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=5/2 \\ x=-8 \end{cases}$$

$$\text{Vậy: } S = \{5/2; -8\}$$

$$\text{53. Giải phương trình: } \frac{x+1}{9} + \frac{x+2}{8} = \frac{x+3}{7} + \frac{x+4}{6} \quad (*)$$

Giải

Cộng 2 vào hai vế của phương trình (*) ta được:

$$\begin{aligned} (*) &\Leftrightarrow \left(\frac{x+1}{9}+1\right)+\left(\frac{x+2}{8}+1\right)=\left(\frac{x+3}{7}+1\right)+\left(\frac{x+4}{6}+1\right) \\ &\Leftrightarrow \frac{x+10}{9}+\frac{x+10}{8}=\frac{x+10}{7}+\frac{x+10}{6} \\ &\Leftrightarrow (x+10)\left(\frac{1}{9}+\frac{1}{8}-\frac{1}{7}-\frac{1}{6}\right)=0 \Leftrightarrow \frac{37}{504}(x+10)=0 \Leftrightarrow x=-10 \end{aligned}$$

Vậy $S = \{-10\}$

54. Một ca nô xuôi dòng từ bến A đến bến B mất 4 giờ và ngược dòng từ bến B về bến A mất 5 giờ. Tính khoảng cách giữa hai bến A và B, biết rằng vận tốc của nước chảy là 2km/h.

Giải

Gọi (x km/h) là vận tốc thật của canô ($x > 0$). Ta lập bảng sau:

	Thời gian (h)	Vận tốc (km/h)	Quãng đường AB
Canô xuôi dòng	4	$x + 2$	$4(x + 2)$
Canô ngược dòng	5	$x - 2$	$5(x - 2)$

Ta có phương trình:

$$4(x + 2) = 5(x - 2) \Leftrightarrow 4x + 8 = 5x - 10 \Leftrightarrow x = 18 \text{ (thỏa mãn điều kiện)}$$

Quãng đường AB là: $4(18 + 2) = 80$ (km)

55. Biết rằng 200g một dung dịch chứa 50g muối. Hỏi phải pha thêm bao nhiêu gam nước vào dung dịch đó để được một dung dịch chứa 20% muối ?

Giải

Gọi $x(g)$ là lượng nước thêm vào để được dung dịch chứa 20% muối ($x > 0$) . Khi đó ta có $(200 + x)g$ dung dịch chứa 50g muối.

Để được dung dịch 20% muối ta có phương trình:

$$\frac{200+x}{100} = \frac{50}{20} \Leftrightarrow x = 50 \text{ (thỏa mãn điều kiện)}$$

Vậy phải pha thêm 50g nước để được dung dịch 20% muối.

56. Để khuyến khích tiết kiệm điện, giá điện sinh hoạt được tính theo kiểu lũy tiến, nghĩa là nếu người sử dụng càng nhiều điện thì giá mỗi số điện (1kWh) càng tăng lên theo các mức như sau:

Mức thứ nhất: Tính cho 100 số điện đầu tiên;

Mức thứ hai: Tính cho số điện thứ 101 đến 150 , mỗi số đắt hơn 150 đồng so với mức thứ nhất;

Mức thứ ba: Tính cho số điện thứ 151 đến 200 , mỗi số đắt hơn 200 đồng so với mức thứ hai;

v.v...

Ngoài ra, người sử dụng còn phải trả thêm 10% thuế giá trị gia tăng (thuế VAT)

Tháng vừa qua, nhà Cường dùng hết 165 số điện và phải trả 95.700 đồng. Hỏi mỗi số điện ở mức thứ nhất giá bao nhiêu ?

Giải

Gọi x (đồng) là giá tiền mà Cường phải trả cho mỗi số điện ở mức thứ nhất ($x > 0$) .

Giá tiền cho 100 số điện đầu tiên là: $100x$ (đồng).

Giá tiền cho 50 số điện thứ 101 đến 150 là: $50(x+150)$ đồng.

Giá tiền cho 15 số điện từ 151 đến 165 là: $15(x+150+200)=15(x+350)$ (đồng)

Số tiền nhà Cường phải trả không kể thuế VAT là:

$$100x + 50(x+150) + 15(x+350) = 165x + 12750 \text{ (đồng)}$$

Nếu phải trả thêm 10% thuế VAT thì nhà Cường phải trả số tiền là: $(165x + 12750) \left(1 + \frac{10}{100}\right)$ (đồng)

Ta có phương trình:

$$\frac{11}{10} \cdot (165x + 12750) = 95700 \Leftrightarrow 165x + 12750 = 87000$$

$$\Leftrightarrow 165x = 74250$$

$$\Leftrightarrow x = 450 \text{ (thỏa mãn điều kiện)}$$

Vậy Cường phải trả 450 cho mỗi số điện ở mức thứ nhất.

B. BÀI TẬP ÔN BỔ SUNG

1. Giải các phương trình sau:

a) $x^4 + x^3 + 3x^2 + 2x + 2 = 0$;

b) $\frac{x}{2x+1} + \frac{x+1}{2x+3} = \frac{x+1}{2x+1} + \frac{x-1}{2x+3}$.

2. Tìm m để phương trình sau có nghiệm âm:

$$\frac{1-x}{m-1} - \frac{x+1}{1+m} = \frac{2x}{1-m^2} \quad (m \neq \pm 1).$$

3. Giải phương trình: $\frac{1}{2} + \frac{1}{x-1} = \frac{(x+2)^2 + (x-2)^2}{(2x-1)^2 - 1}$.

4. Với giá trị nào của m thì $x = -1$ là một nghiệm của phương trình:

$$\frac{\frac{x}{x - \frac{1}{x - \frac{x}{1-x}}}}{1} = a(x+2).$$

5. Hai người đi bộ ở hai địa điểm cách nhau $7km$ đi để gặp nhau. Người thứ nhất mỗi giờ đi được $6.6km$ còn người thứ hai đi được $7.2km$ nhưng lại dừng 3 phút. Hỏi sau bao lâu họ gặp nhau?
6. Tìm một số có hai chữ số, biết rằng chữ số hàng đơn vị gấp 3 lần chữ số hàng chục và nếu ta đổi chỗ hai chữ số cho nhau thì được số mới lớn hơn số cũ 54 đơn vị.
7. Hai bể chứa nước, chứa 800 lít và 1300 lít. Người ta tháo ra cùng một lúc ở bể thứ nhất mỗi phút 15 lít và ở bể thứ hai mỗi phút 25 lít. Hỏi sau bao lâu số nước còn lại ở bể thứ nhất bằng $\frac{2}{3}$ số nước còn lại của bể thứ hai.
8. Tìm số tự nhiên có hai chữ số, tổng các chữ số bằng 7. Nếu thêm chữ số 0 vào giữa hai chữ số của nó thì được một số lớn hơn số đã cho 180 đơn vị.
9. Lúc 7h sáng, một chiến canô xuôi dòng từ bến A đến bến B, cách nhau $36km$, rồi ngay lập tức quay trở về và đến bến A lúc 11 giờ 30 phút. Tính vận tốc của canô khi xuôi dòng, biết rằng vận tốc nước chảy $6km / h$.