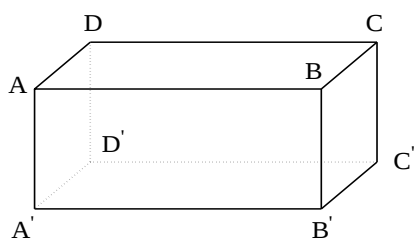


A. HÌNH LĂNG TRỤ ĐỨNG

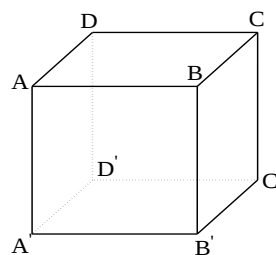
§ 1. HÌNH HỘP CHỮ NHẬT

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

- Hình hộp chữ nhật có 6 mặt là những hình chữ nhật (hình a).



a)



b)

- Hình lập phương là hình hộp chữ nhật có 6 mặt là những hình vuông.
- Nếu một đường thẳng d có hai điểm thuộc mặt phẳng (P) thì mọi điểm của nó đều thuộc mặt phẳng (P) . Ta nói đường thẳng d nằm trong mặt phẳng (P) .

B. CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. KỂ TÊN CÁC ĐỈNH, CÁC CẠNH, CÁC MẶT CỦA HÌNH HỘP CHỮ NHẬT

Phương pháp giải

Hình hộp chữ nhật có 6 mặt, 8 đỉnh, 12 cạnh.

Ví dụ 1. (Bài 1 SGK)

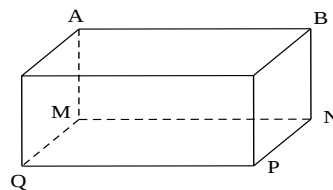
Hãy kể tên những cạnh bằng nhau của hình hộp chữ nhật $ABCD.MNPQ$ (H.72 SGK).

Giải

$$AB = CD = PQ = MN.$$

$$AD = MQ = NP = BC.$$

$$AM = BN = CP = DQ.$$



Hình 72 SGK

Dạng 2. NHẬN BIẾT MỘT ĐIỂM THUỘC MỘT ĐƯỜNG THẲNG, THUỘC MỘT MẶT PHẪNG

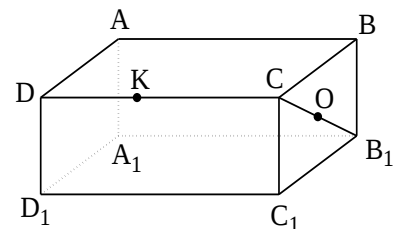
Phương pháp giải

Nếu một đường thẳng có hai điểm thuộc một mặt phẳng thì mọi điểm của đường thẳng đều thuộc mặt phẳng đó.

Ví dụ 2. (Bài 2 SGK)

$ABCD.A_1B_1C_1D_1$ là một hình hộp chữ nhật (H.73 SGK).

- a) Nếu O là trung điểm của đoạn CB_1 thì O có là điểm thuộc đoạn BC_1 hay không?
- b) K là điểm thuộc cạnh CD , liệu K có thể là điểm thuộc cạnh BB_1 hay không?



Hình 73 SGK

Giải

a) BCC_1B_1 là hình chữ nhật, O là trung điểm của đường chéo CB_1 nên cũng là trung điểm của đường chéo BC_1 . Vậy O thuộc đoạn BC_1 .

b) K không thuộc cạnh BB_1 .

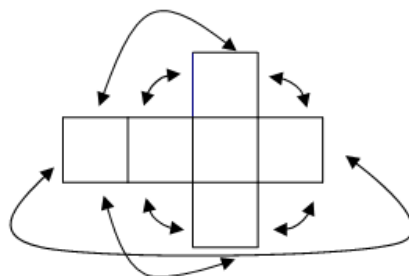
Dạng 3. VẼ HÌNH BIỂU DIỄN CỦA HÌNH HỘP CHỮ NHẬT. GẤP HÌNH ĐỂ ĐƯỢC HÌNH HỘP CHỮ NHẬT

Phương pháp giải

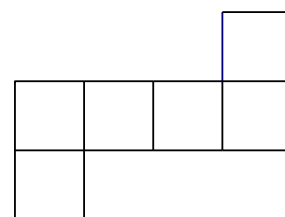
Quan sát hình biểu diễn của hình hộp chữ nhật để biết cách vẽ đúng. Với các bài gấp hình, có thể cắt giấy để tìm cách gấp.

Ví dụ 3. (Bài 4 SGK)

Xem hình 74a SGK, các mũi tên hướng dẫn cách ghép các cạnh với nhau để có được một hình lập phương.



a)



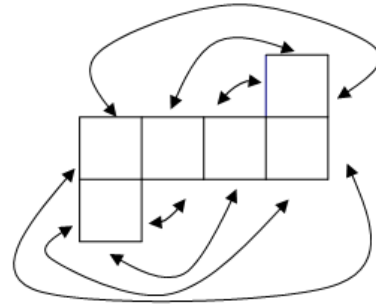
b)

Hình 74 SGK

Hãy điền thêm vào hình 74b SGK
các mũi tên như vậy.

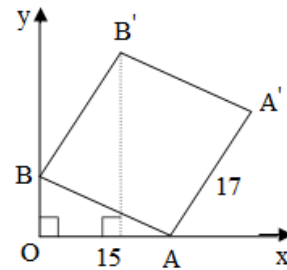
Giải

Xem hình bên



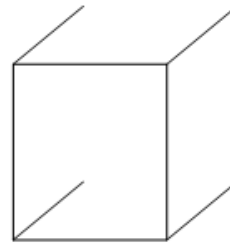
C. LUYỆN TẬP

- 1 (Dạng 1). Một hình lập phương có cạnh 17cm đặt dựa vào bức tường Oy và mặt ngang Ox như ở hình bên. Biết $OA = 15\text{cm}$. Tính khoảng cách từ B' đến mặt ngang.



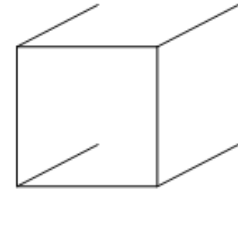
2. (Dạng 2). Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Điểm K thuộc đoạn thẳng BD. Điểm K có thuộc mặt phẳng (ABCD) hay không?

3. (Dạng 3). a) Hoàn thành hình biểu diễn một hình hộp chữ nhật bằng cách vẽ một hình chữ nhật rồi vẽ các đoạn thẳng song song và bằng nhau như trên hình a).



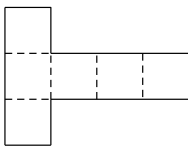
a)

- b) Hoàn thành hình biểu diễn một hình lập phương bằng cách vẽ một hình vuông rồi vẽ các đoạn thẳng song song và bằng nhau như hình b).

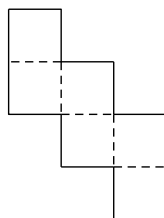


b)

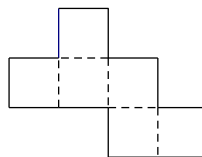
4. (Dạng 3). Trong các hình sau, hình nào gấp được theo nét chấm tạo thành một hình lập phương?



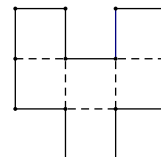
a)



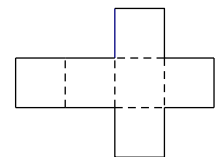
b)



c)

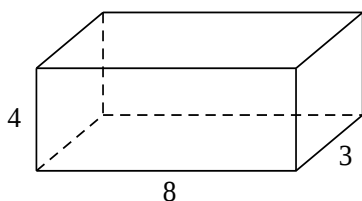


d)

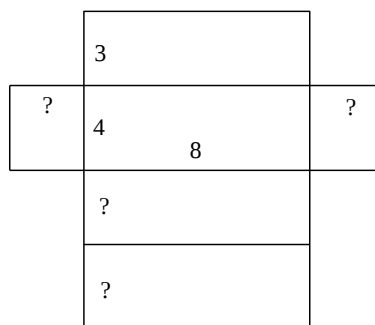


e)

5. (Dạng 3). Cho hình hộp chữ nhật có các kích thước bằng 8, 4, 3 như ở hình a). Hãy điền các kích thước vào hình khai triển ở các chỗ ghi dấu “?” ở hình b).



a)



b)

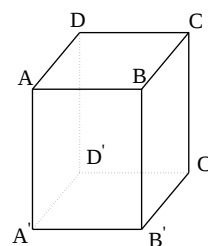
6. (Dạng 3). Chứng minh rằng từ một đoạn dây thép dài 15dm, có thể tạo được một khung hình lập phương có cạnh 1dm (đoạn dây thép để nguyên không cắt).

§ 2. HÌNH HỘP CHỮ NHẬT (tiếp)

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Hai đường thẳng phân biệt trong không gian có các vị trí:

- Cắt nhau, nếu có một điểm chung, chẳng hạn AB và BC ở hình vẽ.
- Song song, nếu cùng nằm trong một mặt phẳng và không có điểm chung, chẳng hạn AB và CD ở hình vẽ.
- Không cùng nằm trong một mặt phẳng, chẳng hạn AB và CC' ở hình vẽ (ta gọi chúng là hai đường thẳng chéo nhau).



2. Hai đường thẳng phân biệt cùng song song với một đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.

$$\begin{cases} a//b \\ b//c \end{cases} \Rightarrow a//c$$

3. Hai đường thẳng song song xác định một mặt phẳng.

Hai đường thẳng cắt nhau xác định một mặt phẳng.

Ba điểm không thẳng hàng xác định một mặt phẳng.

4. Nếu đường thẳng a không nằm trong mặt phẳng (P) mà song song với một đường thẳng của mặt phẳng (P) thì đường thẳng a song song với mặt phẳng (P) .

Chẳng hạn $AB//mp(A'B'C'D')$ ở hình vẽ.

5. Nếu mặt phẳng (Q) chứa hai đường thẳng cắt nhau và chúng cùng song song với mặt

phẳng (P) thì mặt phẳng (Q) song song với mặt phẳng (P).

Chẳng hạn $mp(ABCD) // mp(A'B'C'D')$ ở hình vẽ.

6. Hai mặt phẳng phân biệt có các vị trí:

- Song song, nếu chúng không có điểm chung nào.
- Cắt nhau, nếu tồn tại một điểm chung, khi đó chúng cắt nhau theo một đường thẳng đi qua điểm chung đó.

Chẳng hạn $mp(ABCD)$ cắt $mp(BCC'B')$ theo đường thẳng BC ở hình vẽ. Đường thẳng BC gọi là giao tuyến của $mp(ABCD)$ và $mp(BCC'B')$.

B. CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. VỊ TRÍ CỦA HAI ĐƯỜNG THẲNG TRONG KHÔNG GIAN

Phương pháp giải

- Để chứng tỏ hai đường thẳng cắt nhau, ta có thể chỉ ra điểm chung của chúng.
- Để chứng tỏ hai đường thẳng song song, ta thường chứng tỏ chúng là hai cạnh đối của một hình chữ nhật, hình bình hành, hoặc chứng tỏ chúng cùng song song với một đường thẳng thứ ba.

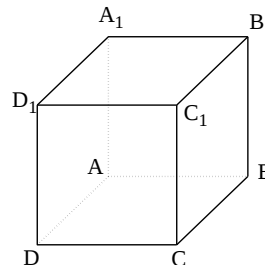
Ví dụ 1. (Bài 6 SGK)

$ABCD.A_1B_1C_1D_1$ là một hình lập phương

(H.81 SGK). Quan sát hình và cho biết:

a) Những cạnh nào song song với cạnh C_1C ?

b) Những cạnh nào song song với cạnh A_1D_1 ?



Hình 81 SGK

Giải

a) Các cạnh B_1B, D_1D, A_1A song song với C_1C .

Giải thích: CDD_1C_1 là hình vuông nên $D_1D // C_1C$.

BCC_1B_1 là hình vuông nên $B_1B // C_1C$.

$A_1A // C_1C$ vì chúng cùng song song với B_1B .

b) Các cạnh AD, B_1C_1, BC song song với A_1D_1 .

Dạng 2. NHẬN BIẾT ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG VỚI MẶT PHẪNG, MẶT PHẪNG SONG SONG VỚI MẶT PHẪNG.

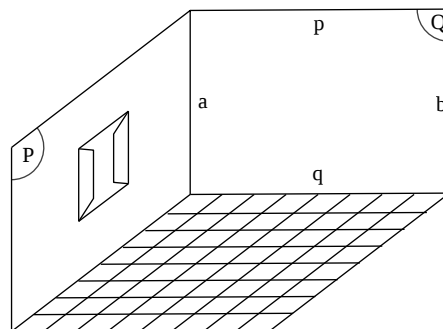
Phương pháp giải

- Nếu a không nằm trong mặt phẳng (P) mà $a//b$ và b nằm trong (P) thì $a//(P)$.
- Để chứng tỏ $(Q) //(P)$, ta cần tìm hai đường thẳng cắt nhau của (Q) cùng song song với (P) .

Ví dụ 2. (Bài 8 SGK)

Hình 82 SGK vẽ một phòng ở. Quan sát hình và giải thích vì sao.

- Đường thẳng b song song với mặt phẳng (P) ?
- Đường thẳng p song song với sàn nhà?



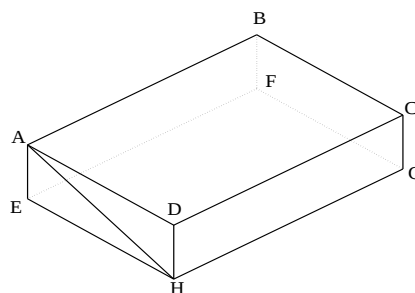
Hình 82 SGK

- b không nằm trong (P) , $b//a$ (hai cạnh đối của hình chữ nhật), a nằm trong (P) , do đó $b//(P)$.
- giải thích tương tự câu a).

Ví dụ 3. (Bài 9 SGK)

Hình hộp chữ nhật ABCD.EFGH (H.83 SGK) có cạnh AB song song với mặt phẳng (EFGH).

- Hãy kể tên các cạnh khác song song với mặt phẳng (EFGH).
- Cạnh CD song song với những mặt phẳng nào của hình hộp chữ nhật?
- Đường thẳng AH không song song với mặt phẳng (EFGH), hãy chỉ ra mặt phẳng song song với đường thẳng đó.



Hình 83 SGK

Giải

- BC, CD, DA song song với mp(EFGH).
- $CD//mp(ABFE), CD//mp(EFGH)$.
- $AH//mp(BCGF)$.

Ví dụ 4. Hãy giải thích vì sao trên hình 83 SGK (xem ví dụ 3), AH song song với mặt phẳng (BCGF).

Giải

$AB//CD, AB = CD$ vì ABCD là hình chữ nhật.

$GH \parallel CD, GH = CD$ vì $CDHG$ là hình chữ nhật.

Suy ra $AB \parallel GH, AB = GH$, do đó $ABGH$ là hình bình hành. Do đó $AH \parallel BG$.

Ta có AH không nằm trong $(BCGF)$, $AH \parallel BG$, BG nằm trong $(BCGF)$ nên $AH \parallel (BCGF)$.

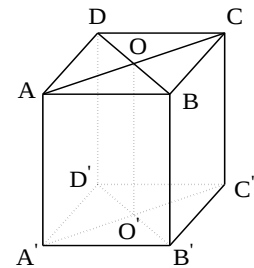
Dạng 3. TÌM GIAO TUYẾN CỦA HAI MẶT PHẶNG

Phương pháp giải

Chỉ ra hai điểm thuộc cả hai mặt phẳng.

Ví dụ 5. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$.

Hãy xác định giao tuyến của hai mặt phẳng $(ACC'A')$ và $(BDB'D')$.



Giải

Gọi O là giao điểm của AC và BD .

$O \in AC$ nên $O \in mp(ACC'A')$,

$O \in BD$ nên $O \in mp(BDD'B')$, do đó O thuộc cả hai mặt phẳng trên.

Tương tự, gọi O' là giao điểm của $A'C'$ và $B'D'$, O' cũng thuộc cả hai mặt phẳng trên.

Do đó OO' là giao tuyến của hai mặt phẳng đó.

Dạng 4. TÍNH DIỆN TÍCH XUNG QUANH, DIỆN TÍCH TOÀN PHẦN CỦA HÌNH HỘP CHỮ NHẬT

Phương pháp giải

- Diện tích xung quanh (S_{xq}) là tổng diện tích các mặt bên.
- Diện tích toàn phần (S_{tp}) là tổng của diện tích xung quanh và diện tích hai đáy.

Nếu gọi a, b là độ dài các cạnh đáy, c là chiều cao của hình hộp chữ nhật thì:

$$S_{xq} = 2(a+b).c$$

$$S_{tp} = 2(a+b).c + 2ab$$

Ví dụ 6. (Bài 7 SGK)

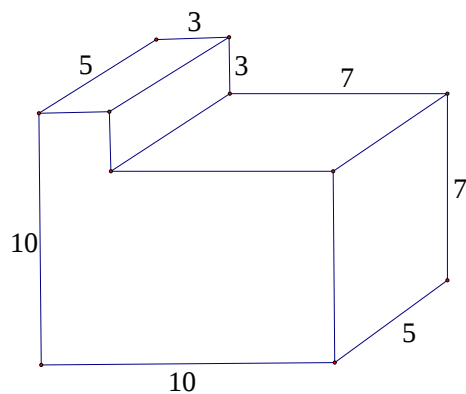
Một căn phòng dài $4,5m$, rộng $3,7m$ và cao $3,0m$. Người ta muốn quét vôi trần nhà và bốn bức tường. Biết rằng tổng diện tích các cửa là $5,8m^2$. Hãy tính diện tích cần quét vôi.

Giải

5. (Dạng 2). Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi N, I theo thứ tự là trung điểm của BB', CC' .
- Chứng minh rằng $AD \parallel B'C'$.
 - Chứng minh rằng $NI \parallel mp \ A'B'C'D'$.
 - Khẳng định sau đúng hay sai: Nếu mặt phẳng (Q) chứa hai đường thẳng cùng song song với mặt phẳng (P) thì (Q) song song với (P) .
6. (Dạng 2). Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Chứng minh rằng hai mặt phẳng BDA' và $CB'D'$ song song với nhau.
7. (Dạng 2). Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Các điểm M, I, K, N theo thứ tự thuộc các cạnh AA', BB', CC', DD' sao cho $A'M = D'N = BI = CK$. Chứng minh rằng hai mặt phẳng $(ADKI)$ và $MNC'B'$ song song với nhau.
8. (Dạng 2 và 3). Trong các mặt của hình hộp chữ nhật:
- Có bao nhiêu cặp mặt phẳng song song?
 - Có bao nhiêu cặp mặt phẳng cắt nhau?
9. (Dạng 3). Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Hãy xác định giao tuyến của các mặt phẳng ABC' và BCA' .
10. (Dạng 4). Nếu mỗi cạnh của hình lập phương tăng 60% thì diện tích xung quanh hình lập phương đó tăng:
- A) 60%; B) 156%; C) 256%; D) 624%.
11. (Dạng 4). Cần bao nhiêu tôn để làm một cái thùng có dạng hình hộp chữ nhật có chiều cao $90cm$ và đáy là một hình vuông có diện tích $2.500cm^2$ (không kể diện tích các chỗ ghép và nắp thùng)?
12. (Dạng 4). Tích cạnh của một hình lập phương có diện tích toàn phần $150cm^2$.

13. (Dạng 4). Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Tính diện tích mặt chéo $ACC'A'$.

14. (Dạng 4) . Hình bên biểu diễn một chiếc hộp, trong đó mỗi mặt phía trước và phía sau đều gồm hai hình chữ nhật sáu mặt còn lại là những hình chữ nhật, kích thước bằng đề-xi-mét được ghi trên hình vẽ. Tính diện tích toàn phần của chiếc hộp.



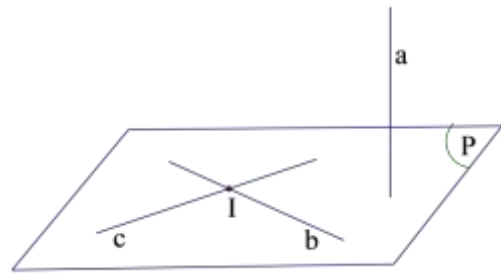
Bài 3. THỂ TÍCH CỦA HÌNH HỘP CHỮ NHẬT

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Đường thẳng vuông góc với mặt phẳng.

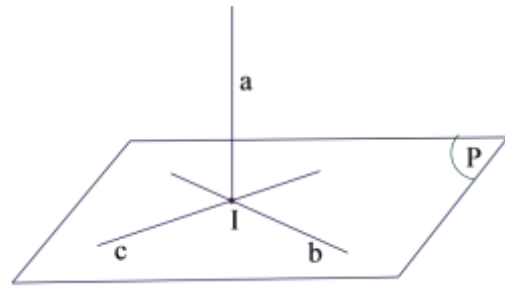
+ Nếu đường thẳng a vuông góc với hai đường thẳng b và c cắt nhau tại I của mặt phẳng (P) thì a vuông góc với mặt phẳng (P) .

+ Nếu đường thẳng a vuông góc với mặt phẳng (P) tại điểm I thì nó vuông góc với mọi đường thẳng đi qua I và nằm trong mặt phẳng (P) .



2. Mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng.

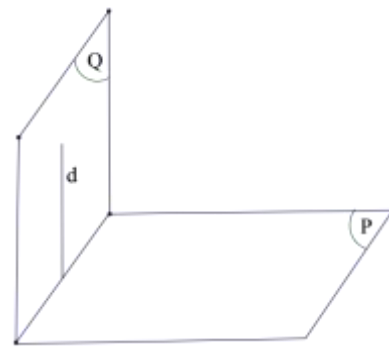
Nếu đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (P) mà d nằm trong mặt phẳng (Q) thì mặt phẳng (Q) vuông góc với mặt phẳng (P) .



3. Thể tích của hình hộp chữ nhật:

$$V = abc.$$

(a, b, c là các kích thước của hình hộp chữ nhật).



4. Thể tích của hình lập phương:

$$V = a^3.$$

(a là cạnh của hình lập phương).

B. CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. TÍNH THỂ TÍCH CỦA HÌNH HỘP CHỮ NHẬT, TÍNH MỘT YẾU TỐ CỦA HÌNH HỘP CHỮ NHẬT

Phương pháp giải

Áp dụng công thức tính thể tích của hình chữ nhật ($V = abc$), thể tích của hình lập phương ($V = a^3$).

Ví dụ 1. (Bài 11 SGK)

a) Tính các kích thước của một hình hộp chữ nhật, biết rằng chúng tỉ lệ với 3, 4, 5 và thể tích của hình hộp này là $480cm^3$.

b) Diện tích toàn phần của một hình lập phương là 486cm^2 . Tính thể tích của nó là bao nhiêu?

Giải

a) Gọi a, b, c là các kích thước của hình hộp chữ nhật, ta có:

$$\frac{a}{3} = \frac{b}{4} = \frac{c}{5} = k \Rightarrow \begin{cases} a = 3k \\ b = 4k \\ c = 5k \end{cases}$$

Theo đề bài: $3k \cdot 4k \cdot 5k = 480 \Rightarrow k^3 = 8 \Rightarrow k = 2$.

Các kích thước của hình hộp chữ nhật là: 6cm, 8cm, 10cm.

b) Diện tích một mặt của hình lập phương: $486 : 6 = 81(\text{cm}^2)$.

Cạnh của hình lập phương: $\sqrt{81} = 9(\text{cm})$.

Thể tích của hình lập phương: $V = 9^3 = 729(\text{cm}^3)$.

Ví dụ 2: (Bài 14 SGK)

Một bể nước hình hộp chữ nhật có chiều dài 2m . Lúc đầu bể không có nước. Sau khi đổ vào bể 120 thùng nước, mỗi thùng chứa 20 lít thì mực nước của bể cao $0,8\text{m}$.

Tính chiều rộng của bể nước.

Người ta đổ thêm vào bể 60 thùng nước nữa thì đầy bể. Hỏi bể cao bao nhiêu mét?

Giải

Thể tích nước đổ vào bể đợt 1:

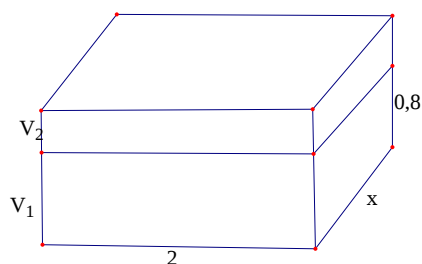
$$V_1 = 20 \cdot 120 = 2400(\text{l}) = 2400\text{dm}^3 = 2,4\text{m}^3.$$

Chiều rộng của bể nước: $\frac{2,4}{2 \cdot 0,8} = 1,5(\text{m})$

Tỉ số của mực nước tăng thêm so với mực nước đổ vào đợt 1:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{60}{120} = \frac{1}{2}.$$

Mực nước tăng thêm: $0,8 \cdot \frac{1}{2} = 0,4(\text{m})$



Độ cao của bể: $0,8 + 0,4 = 1,2(m)$

Ví dụ 3: (Bài 15 SGK)

Một cái thùng hình lập phương, cạnh $7dm$, có chứa nước với độ sâu của nước là $4dm$. Người ta thả 25 viên gạch có chiều dài $2dm$, chiều rộng $1dm$ và chiều cao $0,5dm$ vào thùng. Hỏi nước trong thùng dâng lên cách miệng thùng bao nhiêu đề-xi-mét?

(Giả thiết toàn bộ gạch ngập trong nước và chúng hút nước không đáng kể).

Giải

Thể tích nước trong thùng lúc đầu:

$$V_1 = 7.7.4 = 196(dm^3).$$

Thể tích một viên gạch: $2.1.0,5 = 1(dm^3)$.

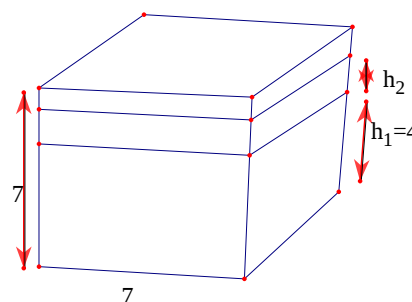
Thể tích của 25 viên gạch: $1.25(dm^3)$.

Sau khi thả gạch vào, mực nước dâng cao hơn nước:

$$h_2 = \frac{25}{7.7} = \frac{25}{49}(dm)..$$

Khi đó mực nước cách miệng thùng:

$$7 - (h_1 - h_2) = 7 - \left(4 + \frac{25}{49}\right) = 2\frac{24}{49}(dm) = 2,49(dm).$$



Dạng 2. ĐƯỜNG CHÉO CỦA HÌNH HỘP CHỮ NHẬT

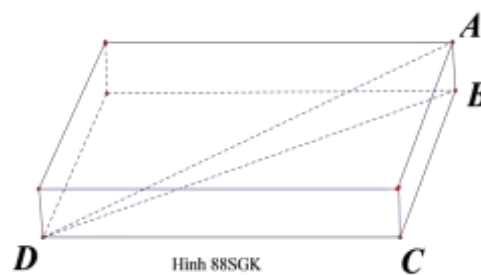
Phương pháp giải

Đường chéo của hình hộp chữ nhật được giới thiệu bởi bài 12 SGK với công thức $d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$ trong đó d là độ dài đường chéo hình hộp chữ nhật a, b, c là các kích thước hình hộp chữ nhật.

Ví dụ 4: (Bài 12 SGK)

A, B, C và D là đỉnh của hình hộp chữ nhật cho ở hình 88 SGK.

Hãy điền số thích hợp và ô trống ở các bảng sau:



AB	6	13	14	
BC	15	16		34
CD	42		70	62
DA		45	75	75

Kết quả 12 minh họa công thức quan trọng sau:

$$DA = \sqrt{AB^2 + BC^2 + CD^2}$$

Giải

Các ô trong bảng được điền đầy đủ như sau:

AB	6	13	14	25
BC	15	16	23	34
CD	42	40	70	62
DA	45	45	75	75

Dạng 3. NHẬN BIẾT ĐƯỜNG THẲNG VUÔNG GÓC VỚI MẶT PHẪNG, MẶT PHẪNG VUÔNG GÓC VỚI MẶT PHẪNG

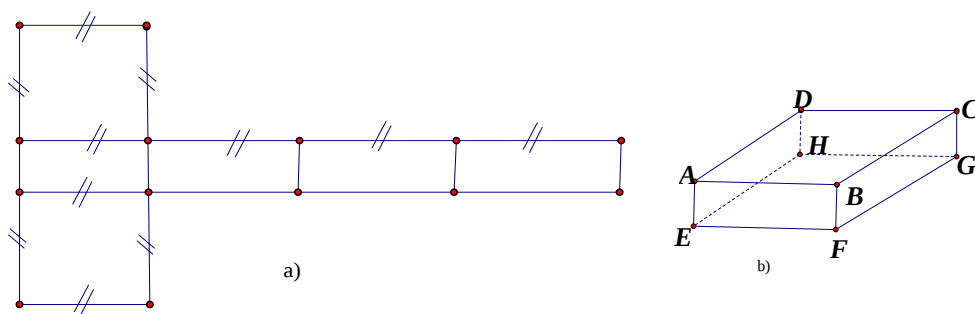
Phương pháp giải

$$\bullet \begin{cases} b \subset (P), c \subset (P) \\ b \cap c = \{I\} \\ a \perp b \\ a \perp c \end{cases} \Rightarrow a \perp (P) \qquad \bullet \begin{cases} d \subset (Q) \\ d \perp (P) \end{cases} \Rightarrow (Q) \perp (P)$$

Ví dụ 5: (Bài 10 SGK)

1) Gấp hình 87a SGK theo các nét đã chỉ ra thì có một hình hộp chữ nhật hay không?

2) Kí hiệu các đỉnh hình hộp gấp được như hình 87b.



Hình 87 SGK

- 1) Đường thẳng BF vuông góc với những mặt phẳng nào/
- 2) Hai mặt phẳng $(AEHD)$ và $(CGHD)$ vuông góc với nhau, và sao?

Giải

Gấp được thành một hình hộp chữ nhật.

- a) BF vuông góc với mặt phẳng $(ABCD), (EFGH)$.

Giải thích:

$$BF \perp BA, BF \perp BC \text{ nên } BF \perp (ABCD)$$

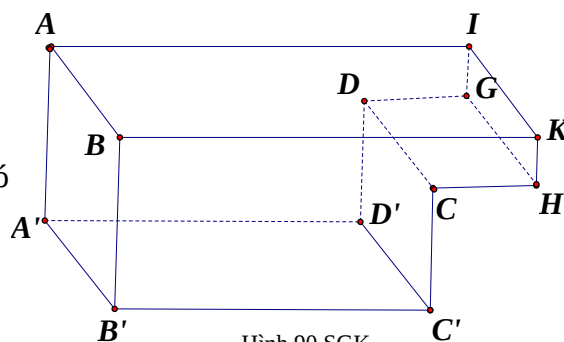
$$BF \perp FE, BF \perp FG \text{ nên } BF \perp (EFGH)$$

- b) $AD \perp DC$ và $AD \perp DH$ nên $AD \perp (CGDH)$. Ta lại có AD nằm trong $(AEHD)$ nên $(AEHD) \perp (CGDH)$.

Ví dụ 6: (Bài 16 SGK)

Thùng chứa của một xe chở hàng đông lạnh có dạng như hình 90 SGK. Một mặt là nhưng hình chữ nhật, chẳng hạn $(ABKI), (DCC'D')$ quan sát hình và trả lời câu hỏi sau:

- a) Những đường thẳng nào song song với mặt phẳng $(ABKI)$?
- b) Những đường thẳng nào vuông góc với mặt phẳng $(DCC'D')$?
- c) Mặt phẳng $(A'D'C'B')$ có vuông góc với mặt phẳng $(DCC'D')$ hay không?



Giải

Các đường thẳng song song với mặt phẳng $(ABKI)$ là: $DG, GH, CH, CD, A'B', B'C', C'D', A'D'$.

Các đường thẳng song song với mặt phẳng $(DCC'D')$ là: $DG, GH, B'C', A'D'$.

Vì $A'D' \perp mp(DCC'D')$ và $A'D'$ nằm trong $mp(A'D'C'B')$ nên $mp(A'D'C'B') \perp mp(DCC'D')$.

Dạng 4. TÍNH ĐỘ DÀI NGẮN NHẤT TRÊN CÁC MẶT PHẪNG CỦA HÌNH HỘP CHỮ NHẬT, ĐẾM SỐ HÌNH LẬP PHƯƠNG NHỎ ĐƯỢC SƠN Ở CÁC MẶT HÌNH LẬP PHƯƠNG LỚN.

Phương pháp giải

* Để tính độ dài ngắn nhất trên các mặt của hình hộp chữ nhật, cần trải phẳng các mặt của hình.

* Để đếm số hình lập phương nhỏ được sơn một mặt, hai mặt, ba mặt, cần tính số hình được sơn nằm ở mỗi mặt, hoặc mỗi cạnh, hoặc mỗi đỉnh của hình lập phương lớn.

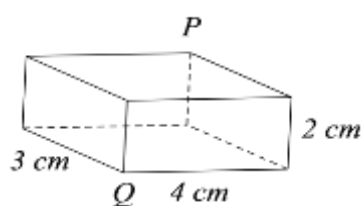
Ví dụ 7: (Bài 18 SGK)

Các kích thước của một hình hộp chữ nhật là $4cm$, $3cm$ và $2cm$.

Một con kiến bò theo mặt của hình hộp đó từ Q đến P (H.92 KSG)

a) Hỏi con kiến bò theo đường nào là ngắn nhất?

b) Độ dài ngắn nhất đó là bao nhiêu xen – ti – mét?



Hình 92 SGK

Giải:

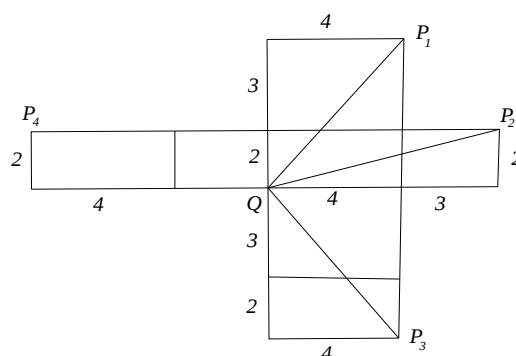
a) Trải phẳng hình hộp chữ nhật, được hình bên. Vị trí P ở hình 92 SGK là một trong bốn vị trí P_1, P_2, P_3, P_4 trong hình bên.

Con kiến phải bò thẳng từ Q đến P_1 , hoặc P_2 , hoặc P_3 , hoặc P_4 .

Dễ thấy

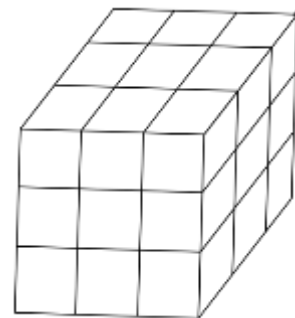
$$QP_1 = QP_3 = \sqrt{41};$$

$$QP_2 = QP_4 = \sqrt{53}.$$



Con đường ngắn nhất mà con kiến bò đến P là QP_1 (bò qua mặt bên phía trước rồi qua nắp) hoặc QP_3 (bò qua đáy rồi qua mặt bên phía sau), độ dài ngắn nhất đó là $\sqrt{41} \approx 6,4(cm)$.

Ví dụ 8: Một hình lập phương cạnh 3 dm được tạo thành bởi 9 hình lập phương nhỏ cạnh 1 dm. Người ta sơn tất cả các mặt của hình lập phương lớn. Tính xem có bao nhiêu hình lập phương nhỏ cạnh 1 dm mà:



- a) Có ba mặt được sơn?
- b) Có hai mặt được sơn?
- c) Chỉ có một mặt được sơn?

Giải

a) Ở mỗi đỉnh của hình lập phương lớn có một hình lập phương nhỏ được sơn ba mặt. Có tám hình lập phương nhỏ được sơn ba mặt.

b) Ở mỗi cạnh của hình lập phương lớn có một hình lập phương nhỏ được sơn hai mặt. Có mười hai hình lập phương nhỏ được sơn hai mặt.

c) Ở mỗi mặt của hình lập phương lớn có một hình lập phương nhỏ (ở chính giữa) được sơn một mặt. Có sáu hình lập phương nhỏ được sơn một mặt.

C. LUYỆN TẬP

1. Dạng 1: Nếu mỗi cạnh của hình lập phương tăng 50% thì thể tích hình lập phương đó tăng:

A. 50% B. 125% C. 237,5% D. 337,5%

Hãy chọn câu trả lời đúng.

2. (Dạng 1): Một bể bơi hình lập phương dài 12m, rộng 4,5 m, nước cao 1,5 m. Tính thể tích nước trong bể?

3. (Dạng 1): Một hồ nhảy hình chữ nhật có kích thước 8m x 4m. Người ta rải một lớp cát dày 20 cm. Tính thể tích lớp cát?

4. (Dạng 2): Ba kích thước của một hình hộp chữ nhật là 1, 2, 3. Đường chéo của hình hộp chữ nhật đó bằng:

A. $\sqrt{6}$ B. 6 C. $\sqrt{14}$ D. 14.

Hãy chọn câu trả lời đúng.

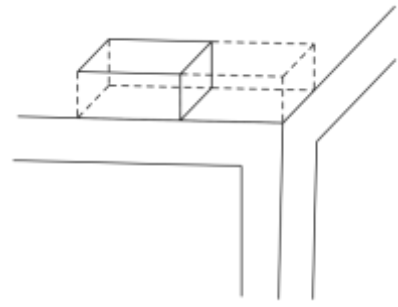
5. (Dạng 2): Một hình hộp chữ nhật có các kích thước bằng 3, 4, 12. Độ dài lớn nhất của một đoạn thẳng có thể đặt trong hình hộp đó bằng:

A. 19 B. 12 C. $\sqrt{160}$ D. 13.

Hãy chọn câu trả lời đúng.

6. (Dạng 2): Tính đường chéo của hình lập phương có cạnh bằng a?

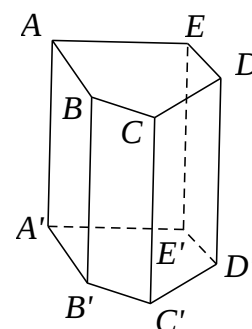
7. (Dạng 2): Đường chéo của một hình lập phương bằng $\sqrt{12}$. Tính cạnh của hình lập phương đó?
8. (Dạng 2): Chứng minh rằng các đường chéo của hình hộp chữ nhật bằng nhau và cắt nhau tại trung điểm mỗi đường.
9. (Dạng 2): Quan sát hình bên và đưa ra cách dùng thước chia khoảng để đo đường chéo của viên gạch hình hộp chữ nhật.
10. (Dạng 3): Trong các khẳng định sau khẳng định nào đúng?
- Hai đường thẳng cùng vuông góc với một đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.
 - Hai đường thẳng cùng song song với một đường thẳng thứ ba thì vuông góc với nhau.
 - Nếu đường thẳng a vuông góc với các đường thẳng b và c của mặt phẳng (P) thì đường thẳng a vuông góc với mặt phẳng (P) .
11. (Dạng 3). Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$.
- Cạnh AA' vuông góc với cạnh nào của hình hộp chữ nhật?
 - AA' vuông góc với đường thẳng nào trong các đường thẳng sau: AC , BD , $A'C'$, $B'D'$, AB' , AC' ?
12. (Dạng 3). Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $ABCD$ là hình vuông. Gọi O là giao điểm của AC và BD , O' là giao điểm của $A'C'$ và $B'D'$. Chứng minh rằng:
- $BDD'B'$ là hình chữ nhật.
 - OO' vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$.
 - Các mặt phẳng $(ACC'A')$, $(BDD'B')$ vuông góc với nhau.
13. (Dạng 4). Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M là trung điểm của $A'B'$, N là trung điểm của BC . Con đường ngắn nhất mà con kiến phải bò trên mặt hình lập phương để từ M đến N dài bao nhiêu, biết cạnh của hình lập phương bằng 4cm?
14. (Dạng 4). Một hình lập phương cạnh 10 dm được tạo bởi 1000 hình lập phương nhỏ cạnh 1 dm. Người ta sơn tất cả các mặt của hình lập phương lớn. Tính số lượng các hình lập phương nhỏ cạnh 1 dm mà:
- Có ba mặt được sơn;
 - Có hai mặt được sơn;
 - Chỉ có một mặt được sơn;
 - Không có mặt nào được sơn.



BÀI 4. HÌNH LĂNG TRỤ ĐỨNG

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

- Hình lăng trụ đứng có hai đáy là những đa giác, các mặt bên là những hình chữ nhật. (Hình bên là lăng trụ đứng ngũ giác $ABCDE.A'B'C'D'E'$).
- Các mặt phẳng chứa đáy của hình lăng trụ đứng là các mặt phẳng song song, các mặt bên vuông góc với hai mặt phẳng đáy, các cạnh bên vuông góc với hai mặt phẳng đáy. Độ dài một cạnh bên gọi là chiều cao.
- Hình lăng trụ đứng có đáy là hình bình hành gọi là hình hộp đứng. Hình hộp chữ nhật là hình lăng trụ đứng có đáy là hình chữ nhật.



B. CÁC DẠNG TOÁN

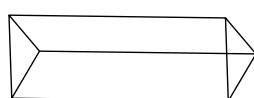
Dạng 1. TÌM SỐ CẠNH, SỐ MẶT, SỐ ĐỈNH CỦA HÌNH LĂNG TRỤ ĐỨNG

Phương pháp giải

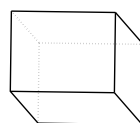
Vẽ hình, quan sát để xác định các mặt, các cạnh, các đỉnh.

Ví dụ 1. (Bài 19 SGK)

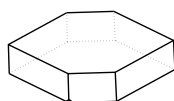
Quan sát các hình lăng trụ đứng trong hình 96 SGK rồi điền số thích hợp vào các ô trống ở bảng dưới đây:



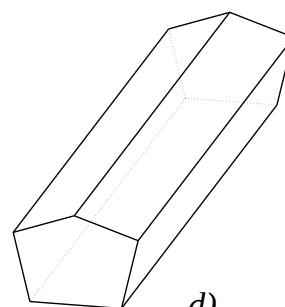
a)



b)



c)



d)

Hình 96 SGK

Hình	a	b	c	d
Số cạnh của một đáy	3			
Số mặt bên		4		
Số đỉnh			12	
Số cạnh bên				5

Hướng dẫn

Bảng được điền như sau:

Hình	a	b	c	d
Số cạnh của một đáy	3	4	6	5
Số mặt bên	3	4	6	5
Số đỉnh	6	8	12	10
Số cạnh bên	3	4	6	5

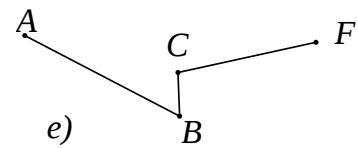
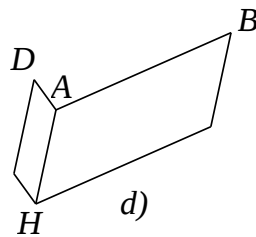
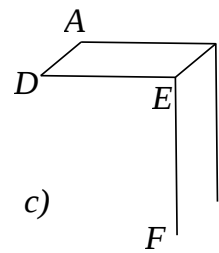
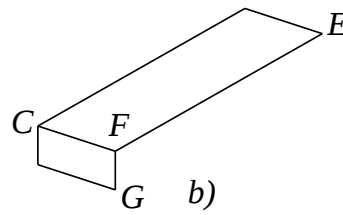
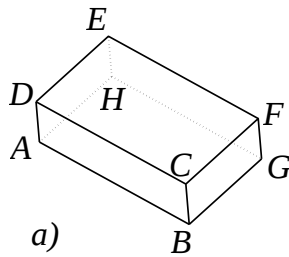
Dạng 2. VẼ HÌNH LĂNG TRỤ ĐỨNG. GẤP HÌNH ĐỂ TẠO THÀNH HÌNH LĂNG TRỤ ĐỨNG

Phương pháp giải

Để vẽ hình lăng trụ đứng, ta thường vẽ một đáy, sau đó vẽ các cạnh bên là các đoạn thẳng song song và bằng nhau.

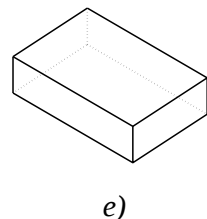
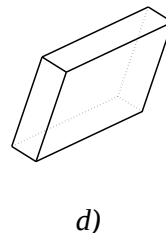
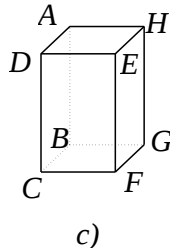
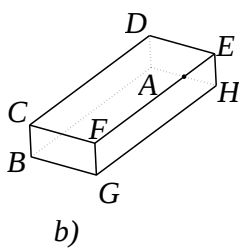
Ví dụ 2. (Bài 20 SGK)

Vẽ lại các hình sau vào vở rồi vẽ thêm các cạnh vào các hình 97b, c, d, e SGK để có một hình hộp hoàn chỉnh (như hình 97a SGK).



Hình 97 SGK

Hướng dẫn



Dạng 2. TÌM CÁC YẾU TỐ SONG SONG, VUÔNG GÓC TRONG HÌNH LĂNG TRỤ ĐỨNG

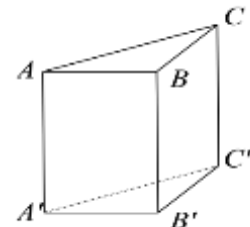
Phương pháp giải

- Chú ý đến các yếu tố song song trong hình lăng trụ đứng:
Hai đáy là hai mặt song song. Các cạnh bên song song với nhau.
- Chú ý đến các yếu tố vuông góc trong hình lăng trụ đứng:
Các cạnh bên vuông góc với đáy, các mặt bên vuông góc với đáy.

Ví dụ 3. (Bài 21 SGK)

$ABCD.A'B'C'D'$ là một lăng trụ đứng tam giác (H.98.SGK).

- Những cặp mặt nào song song với nhau.
- Những cặp mặt nào vuông góc với nhau.
- Sử dụng kí hiệu “//” và “ $\perp$ ” để điền vào ô trống ở bảng sau:



Cạnh	AA'	CC'	BB'	$A'C'$	$B'C'$	$A'B'$	AC	CB	AB
Mặt									
ACB									
$A'B'C'$		$\perp$				//			

$ABB'A'$									
----------	--	--	--	--	--	--	--	--	--

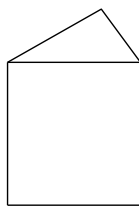
Hướng dẫn

Bảng được điền như sau:

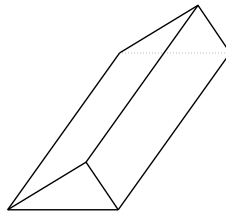
Cạnh Mặt	AA'	CC'	BB'	$A'C'$	$B'C'$	$A'B'$	AC	CB	AB
ACB	$\perp$	$\perp$	$\perp$	$//$	$//$	$//$			
$A'B'C'$	$\perp$	$\perp$	$\perp$			$//$	$//$	$//$	$//$
$ABB'A'$		$//$							

C. LUYỆN TẬP

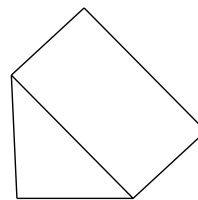
1. (Dạng 2) Vẽ thêm các nét khuất của hình biểu diễn các hình lăng trụ đứng sau:



a)

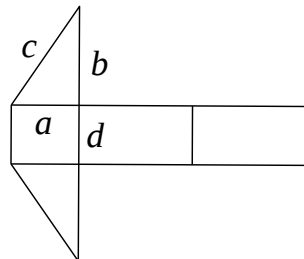


b)

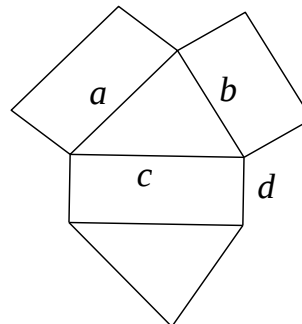


c)

2. (Dạng 1) Một hình lăng trụ đứng có 12 mặt. Tính số cạnh, số đỉnh.
 3. (Dạng 1) Một hình lăng trụ đứng có đáy là đa giác n cạnh. Tính số mặt, số đỉnh.
 4. (Dạng 2) Điền đầy đủ các kích thước vào hình khai triển của các hình lăng trụ dưới đây:

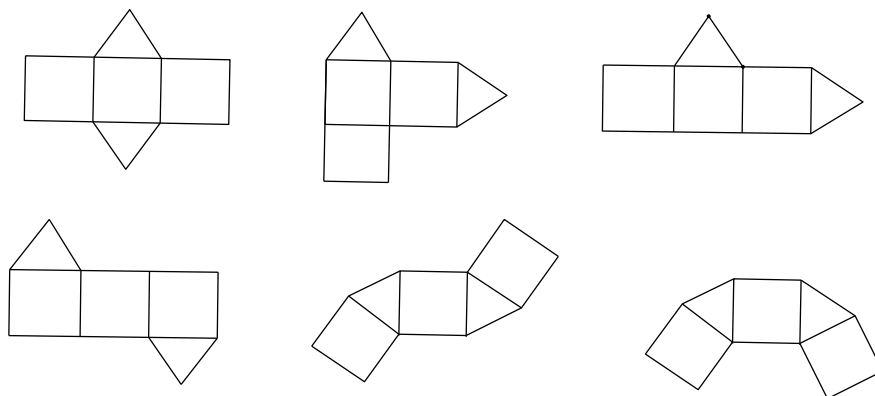


a)



b)

5. (Dạng 2) Trong các hình khai triển dưới đây, hình nào gấp lại được thành một hình lăng trụ đứng?



6. (Dạng 3) Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$
- Tìm các cạnh của hình hộp song song với AD .
 - Tìm các cạnh của hình hộp vuông góc với AD .
 - Tìm các mặt phẳng song song với $mp(ABB'A')$.
 - Tìm các mặt phẳng vuông góc với $mp(ABB'A')$.

§ 5. DIỆN TÍCH XUNG QUAN CỦA HÌNH LĂNG TRỤ ĐỨNG

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

- Diện tích xung quanh của hình lăng trụ đứng bằng chu vi đáy nhân với chiều cao.

$$S_{xq} = 2p.h$$

(p là nửa chu vi đáy, h là chiều cao).
- Diện tích toàn phần của lăng trụ đứng bằng tổng của diện tích xung quanh và diện tích hai đáy.

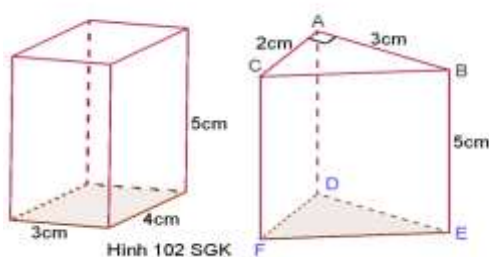
B. CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. TÍNH DIỆN TÍCH XUNG QUANH, DIỆN TÍCH TOÀN PHẦN, TÍNH MỘT YẾU TỐ CỦA LĂNG TRỤ ĐỨNG.

Phương pháp giải:

Áp dụng công thức tính diện tích xung quanh, diện tích toàn phần.

- Ví dụ 1.** (Bài 23 SGK)
 Tính diện tích xung quanh, diện tích toàn phần của các lăng trụ đứng sau đây (H. 102 SGK):



Giải

- Xét hình lăng trụ đứng tứ giác:

Diện tích xung quanh: $(3+4).2.5 = 70(cm^2)$.

Diện tích toàn phần: $70 + 3.4.2 = 94(cm^2)$.

- Xét hình lăng trụ đứng tam giác: $CB = \sqrt{13}cm$.

Diện tích xung quanh: $(5 + \sqrt{13}).5 = 25 + 5\sqrt{13}(cm^2)$.

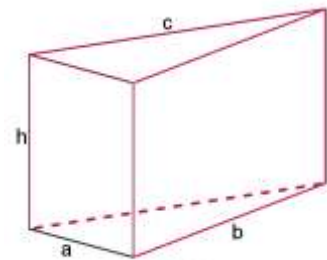
Diện tích toàn phần: $25 + 5\sqrt{13} + \frac{3.2}{2}.2 = 31 + 5\sqrt{13}(cm^2)$.

Ví dụ 2.

(Bài 24 SGK)

Quan sát lăng trụ tam giác (H.103 SGK) rồi điền số thích hợp vào ô trống ở bảng sau:

a (cm)	5	3	12	7
b (cm)	6	2	15	
c (cm)	7		13	6
h (cm)	10	5		
Chu vi đáy (cm)		9		21
$S_{xq}(cm^2)$			80	63



Hình 103 SGK

Hướng dẫn

Các số điền vào ô trống như sau:

- Ở cột 1: Chu vi đáy $18cm$, $S_{xq} = 180cm^2$.

- Ở cột 2: $c = 4cm$, $S_{xq} = 45cm^2$

- Ở cột 3: $h = 2cm$, chu vi đáy $40cm$.

- Ở cột 4: $b = 8cm$, $h = 3cm$

Dạng 2. TÌM CÁC YẾU TỐ SONG SONG, VUÔNG GÓC TRONG HÌNH LĂNG TRỤ ĐỨNG

Phương pháp giải

Chú ý rằng trong hình lăng trụ đứng, các cạnh bên song song với nhau và vuông góc với đáy, các mặt đáy song song với nhau, các mặt bên vuông góc với đáy.

Ví dụ 3.

(Bài 26 SGK)

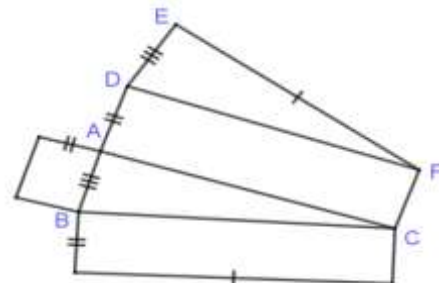
a) Từ hình khai triển (H.105 SGK), có thể gấp theo các cạnh để có được một lăng trụ đứng hay không? (Các tứ giác trên hình đều là những hình chữ nhật).

b) Trong hình vừa gấp được, xét xem các phát biểu dưới đây, phát biểu nào đúng:

- Cạnh AD vuông góc với cạnh AB .

- EF và CF là hai cạnh vuông góc với nhau.

- Cạnh DE và cạnh BC vuông góc với nhau.



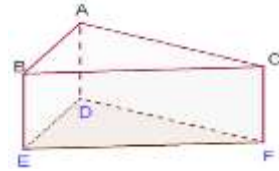
Hình 105 SGK

- Hai đáy ABC và DEF nằm trên hai mặt phẳng song song với nhau.

- Mặt phẳng (ABC) song song với mặt phẳng $(ACFD)$.

Giải

- a) Gấp được thành một lăng trụ đứng.
b) Sau khi gấp, ta được một lăng trụ đứng như hình bên.
Trong 5 câu phát biểu trên, 4 câu đầu là đúng, câu cuối cùng sai.



C. LUYỆN TẬP

- (Dạng 1). Tính diện tích toàn phần hình lăng trụ đứng có chiều cao 6cm , đáy là tam giác có các cạnh bằng $3\text{cm}, 4\text{cm}, 5\text{cm}$.
- (Dạng 1). Tính diện tích toàn phần một chiếc tủ tường hình lăng trụ đứng có chiều cao 2m , đáy là tam giác vuông cân có cạnh huyền $1,4\text{m}$.
- (Dạng 1). Một khối gỗ hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh a . Cắt khối gỗ đó theo mặt chéo của hình lập phương, tức là mặt $ACC'A'$, ta được hai hình lăng trụ đứng. Tính diện tích toàn phần của mỗi hình lăng trụ đứng.
- (Dạng 1). Tính diện tích toàn phần hình lăng trụ đứng tam giác có các cạnh đáy và cạnh bên đều bằng 2cm .
- (Dạng 1). Tính chiều cao của hình lăng trụ đứng, biết rằng đáy là hình thoi có các đường chéo bằng 10cm và 24cm , diện tích toàn phần hình lăng trụ đứng bằng 1280cm^2 .
- (Dạng 1). Tính diện tích toàn phần hình lăng trụ đứng có chiều cao 3cm , đáy là lục giác đều có cạnh 1cm .
- (Dạng 2). Lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình thang vuông ($A = B = 90^\circ$). Hãy kể tên:
 - Các cạnh song song với AD .
 - Các cạnh vuông góc với AD .
 - Các cạnh song song với mặt phẳng $(BCC'B')$.
 - Các cạnh vuông góc với mặt phẳng $(BCC'B')$.

§ 6. THỂ TÍCH CỦA HÌNH LĂNG TRỤ ĐỨNG

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

Thể tích hình lăng trụ đứng bằng diện tích đáy nhân với chiều cao $V = S.h$
(S là diện tích đáy, h là chiều cao).

B. CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. TÍNH THỂ TÍCH, TÍNH CÁC YẾU TỐ CỦA HÌNH LĂNG TRỤ ĐỨNG

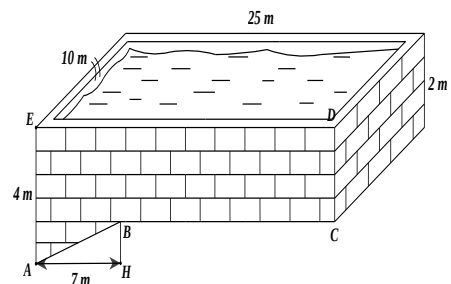
Phương pháp giải

Sử dụng công thức tính thể tích của hình lăng trụ đứng.

Ví dụ 1. (Bài 29 SGK).

Các kích thước của một bể bơi được cho trên hình 110 SGK (mặt nước có dạng hình chữ nhật). Hãy tính xem bể chứa được bao nhiêu mét khối nước khi nó đầy ắp nước.

Giải

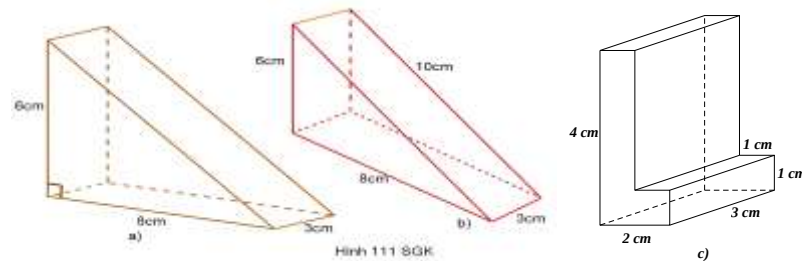


Hình 110 SGK

Diện tích đáy (tức là diện tích hình $ABCDE$): $25.2 + \frac{7.2}{2} = 57(m^2)$. Thể tích của bể:
 $57.10 = 570(m^3)$.

Ví dụ 2. (Bài 30 SGK)

Các hình a), b), c) (H. 111 SGK) gồm một hoặc nhiều lăng trụ đứng. Hãy tính thể tích và diện tích và diện tích toàn phần của chúng theo các kích thước đã cho trên hình.



Giải

a) Diện tích đáy: $\frac{6.8}{2} = 24(cm^2)$.

Thể tích: $24.3 = 72(cm^3)$.

b) Đáy của hình lăng trụ là tam giác vuông. Thể tích: $72(cm^3)$.

c) Diện tích đáy: $5cm^2$. Thể tích: $15cm^3$.

Ví dụ 3. (Bài 31 SGK)

Điền số thích hợp vào ô trống ở bảng sau:

	Lăng trụ 1	Lăng trụ 2	Lăng trụ 3
Chiều cao của lăng trụ đứng tam giác	5 cm	7 cm	
Chiều cao của tam giác đáy			5 cm
Cạnh tương ứng với đường cao của tam giác đáy	3 cm	5 cm	
Diện tích đáy	6 cm ²		15 cm ²
Thể tích lăng trụ đứng		49 cm ³	0,045 l

Giải

Ở lăng trụ 1: Chiều cao của tam giác đáy: $\frac{6.2}{3} = 4(cm)$.

Thể tích: $49:7 = 7(cm^2)$

Chiều cao của tam giác đáy: $\frac{7.2}{5} = 2,8(cm)$.

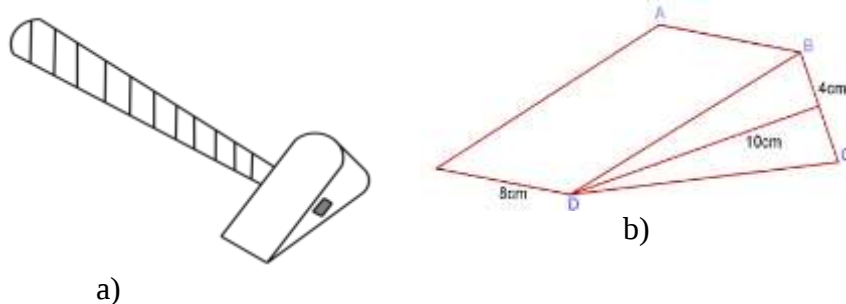
Ở lăng trụ 3: Chiều cao của lăng trụ: $45:15 = 3(cm)$

Cạnh tương ứng: $\frac{15.2}{5} = 6(cm)$.

Ví dụ 4. (Bài 32 SGK)

Hình 112b SGK biểu diễn một lưới rừ bằng sắt, nó có dạng một lăng trụ đứng, BDC là một tam giác cân.

- a) Hãy vẽ thêm nét khuất, điền thêm chữ vào các đỉnh rồi cho biết AB song song với những cạnh nào?
b) Tính thể tích lưỡi rìu.
c) Tính khối lượng của lưỡi rìu, biết khối lượng riêng của sắt là $7,874kg / dm^3$. (phần cán gỗ bên trong lưỡi rìu là không đáng kể).



Hình 112 SGK

Giải

- a) AB song song với KD, IC .
b) Diện tích đáy: $4.8 = 32(cm^2)$.
Thể tích lưỡi rìu: $32.10 = 320(cm^3) = 0,32(dm^3)$.
c) Khối lượng của lưỡi rìu: $7,872.0,32 \approx 2,52(kg)$.

Dạng 2. TÌM CÁC YẾU TỐ SONG SONG, VUÔNG GÓC TRONG HÌNH LĂNG TRỤ ĐỨNG

Phương pháp giải:

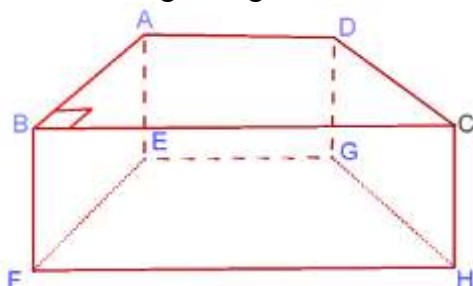
Chú ý đến hai mặt đáy song song, các cạnh bên song song, các cạnh bên vuông góc với đáy, các mặt bên vuông góc với đáy.

Ví dụ 5. (Bài 33 SGK).

Hình 113 SGK là một lăng trụ đứng, đáy là hình thang vuông.

Hãy kể tên:

- a) Các cạnh song song với cạnh AD ;
b) Cạnh song song với cạnh AB ;
c) Các đường thẳng song song với mặt phẳng $(EFGH)$;
d) Các đường thẳng song song với mặt phẳng $(DCGH)$.

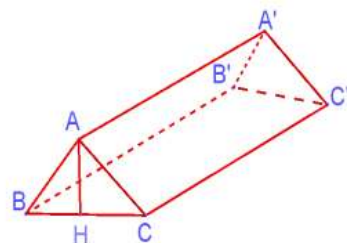


Giải

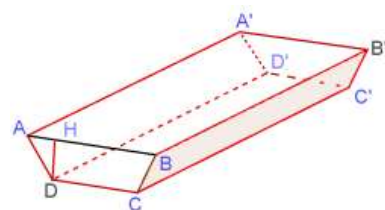
- a) Các cạnh song song với cạnh AD là BC, FG, EH .
b) Cạnh song song với cạnh AB là EF .
c) Các đường thẳng song song với mặt phẳng $(EFGH)$ là AB, BC, CD, DA .
d) Các đường thẳng song song với mặt phẳng $(DCGH)$ là AE, BF .

C. LUYỆN TẬP

1. (Dạng 1). Một lều trại có dạng hình lăng trụ đứng đáy tam giác, thể tích phần không gian bên trong là $2,16m^3$. Biết chiều dài CC' của lều là $2,4m$, chiều rộng BC của lều là $1,2m$. Tính chiều cao AH của lều.



2. (Dạng 1). Tính thể tích của bồn tắm có dạng hình lăng trụ đứng, đáy là hình thang cân, biết $AA' = 4m, AB = 2m, CD = 1m, DH = 1m$.



3. (Dạng 1). Một nhà kho có dạng hình lăng trụ đứng, đáy là hình thang vuông. Chiều cao của lăng

trụ đứng (là chiều rộng của nhà kho) bằng $5m$. Các cạnh đáy của hình thang vuông dài $3m$ và $4m$. Tính thể tích của nhà kho.

4. (Dạng 1). Hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có chiều cao $5m$, đáy là tam giác vuông tại A và $AB = 2m$. Tính AC , biết thể tích của hình lăng trụ bằng $15m^3$.
5. (Dạng 1). Một hình lăng trụ đứng có đáy là hình thang cân mà đáy lớn $6cm$, đáy nhỏ $4cm$, cạnh bên $2cm$, góc ở đáy 60° . Biết thể tích của hình lăng trụ bằng $25\sqrt{3}cm^3$, tính chiều cao của hình lăng trụ.
6. (Dạng 1). Một khối gỗ hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a bị cưa thành hai nhát theo các mặt phẳng $ANN'A'$ và $CMM'C'$, trong đó M, N, M', N' theo thứ tự là trung điểm của $AD, BC, A'D', B'C'$. Tính thể tích của mỗi hình lăng trụ được tạo thành sau khi cưa.

Mỗi hình lăng trụ được tạo thành sau khi cưa.

7. (Dạng 2) Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AB = 3cm, AC = 4cm, BC = 5cm$.

a) Tìm các cạnh vuông góc với cạnh AB .

b) Tìm các mặt vuông góc với mặt phẳng $(ABB'A')$

B. HÌNH CHÓP ĐỀU $ABC.A'B'C'$

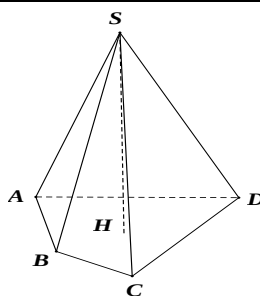
§ 7. HÌNH CHÓP ĐỀU VÀ HÌNH CHÓP CỤT ĐỀU

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Hình chóp.

Hình chóp có mặt đáy là một đa giác và các mặt bên là những tam giác có chung đỉnh.

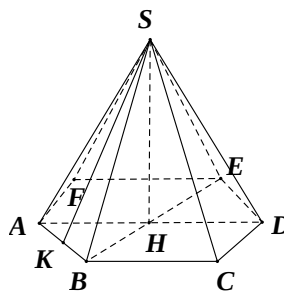
Trên hình bên ta có hình chóp $S.ABCD$, $SH \perp mp(ABCD)$, SH là đường cao hình chóp.



2. Hình chóp đều.

Hình chóp đều là hình chóp có mặt đáy là một đa giác đều, các mặt bên là những tam giác cân bằng nhau có chung đỉnh (là đỉnh của hình chóp).

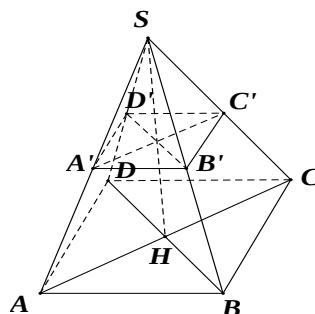
Trên hình bên ta có hình chóp lục giác đều, SH là đường cao, H là tâm của đường tròn đi qua các đỉnh của lục giác $ABCDEF$. Đường cao SK của mặt bên gọi là trung đoạn của hình chóp.



3. Hình chóp cắt đều.

Cắt hình chóp đều bằng một mặt phẳng song song với đáy, phần hình chóp nằm giữa mặt phẳng đi và mặt phẳng đáy của hình chóp gọi là hình chóp cắt đều.

Trong hình chóp cắt đều, mỗi mặt bên là một hình thang cân.



B. CÁC DẠNG TOÁN

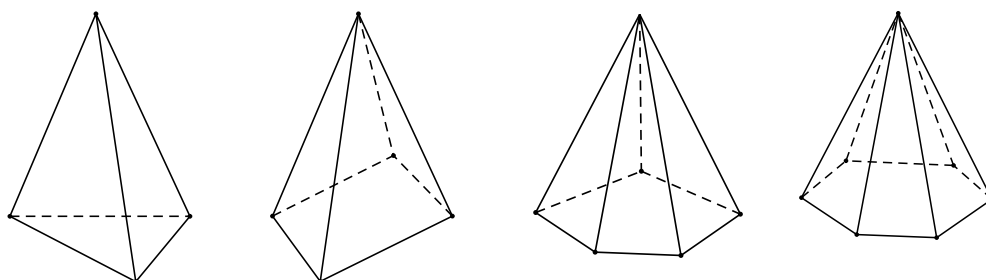
Dạng 1. TÍNH SỐ MẶT, SỐ ĐỈNH, SỐ CẠNH CỦA HÌNH CHÓP

Phương pháp giải

Vẽ hình, quan sát để xác định các mặt, các đỉnh, các cạnh.

Ví dụ 1. (Bài 36 SGK)

Quan sát hình 120 SGK, điền cụm từ và số thích hợp vào các ô trống ở bảng sau, biết rằng các hình đã cho là những hình chóp đều.



Hình 120 SGK

	Chóp tam giác đều	Chóp tứ giác đều	Chóp ngũ giác đều	Chóp lục giác đều
Đáy	Tam giác đều			
Mặt bên		Tam giác cân		
Số cạnh đáy			5	
Số cạnh			10	
Số mặt		5		

Giải

Bảng được điền đầy đủ như sau:

	Chóp tam giác đều	Chóp tứ giác đều	Chóp ngũ giác đều	Chóp lục giác đều
Đáy	Tam giác đều	Hình vuông	Ngũ giác đều	Lục giác đều
Mặt bên	Tam giác cân	Tam giác cân	Tam giác cân	Tam giác cân
Số cạnh bên	3	4	5	6
Số cạnh	6	8	10	12
Số mặt	4	5	6	7

Dạng 2. NHẬN DẠNG HÌNH CHÓP ĐỀU. TÍNH CHẤT HÌNH CHÓP ĐỀU

Phương pháp giải

Sử dụng định nghĩa của hình chóp đều.

Ví dụ 2. (Bài 37 SGK)

Hãy xét sự đúng, sai của các phát biểu sau:

- Hình chóp đều có đáy là hình thoi và chân đường cao trùng với giao điểm hai đường chéo của đáy.
- Hình chóp đều có đáy là hình chữ nhật và chân đường cao trùng với giao điểm hai đường chéo của đáy.

Giải

- Sai. Đáy của hình chóp đều nói trên phải là hình vuông.
- Sai. Đáy của hình chóp đều nói trên phải là hình vuông.

Dạng 3. VẼ HÌNH CHÓP ĐỀU. GẤP HÌNH ĐỂ TẠO THÀNH HÌNH CHÓP ĐỀU

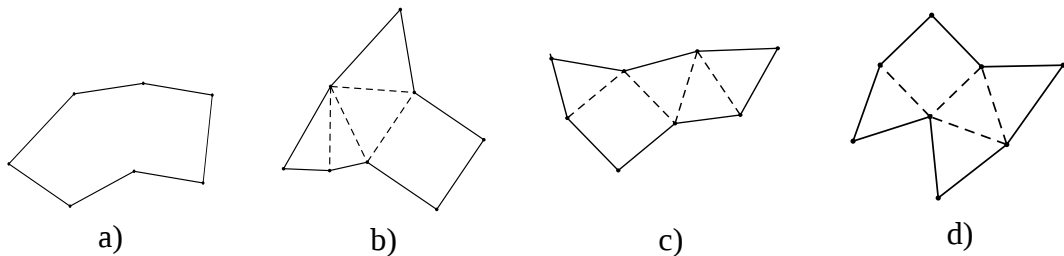
Phương pháp giải

Để vẽ hình chóp đều, ta thường vẽ theo thứ tự:

- Vẽ đáy của hình chóp đều.
- Vẽ tâm đường tròn đi qua các đỉnh của đáy (nếu đáy là tam giác đều thì tâm của đường tròn là giao điểm của hai đường chéo).
- Vẽ đường cao của hình chóp đều (chân của đường cao là tâm của đáy).
- Vẽ các cạnh bên.

Ví dụ 3. (Bài 38 SGK)

Trong các tấm bìa ở hình 121 SGK, em gấp lại tấm bìa nào thì có được một hình chóp đều?



Hình 121 SGK

Giải

Các tấm hình ở hình b, c gấp lại được một hình chóp đều.

Dạng 4. CHỨNG MINH CÁC QUAN HỆ BẰNG NHAU, SONG SONG, VUÔNG GÓC TRONG HÌNH CHÓP

Phương pháp giải

Sử dụng định nghĩa hình chóp và các dấu hiệu phân biệt các quan hệ bằng nhau, song song, vuông góc.

Ví dụ 4. Cho hình chóp $S.ABC$. Điểm E thuộc cạnh SA sao cho $SE = \frac{1}{3}SA$, điểm F thuộc cạnh BA sao cho $BF = \frac{1}{3}BA$. Điểm G thuộc cạnh BC sao cho $BG = \frac{2}{3}BC$, điểm H thuộc cạnh SC sao cho $SH = \frac{2}{3}SC$. Các khẳng định sau đúng hay sai?

a) EF song song với GH ?

b) EF song song với mặt phẳng (SBC) ?

c) GH song song với mặt phẳng (SAB) ?

d) AC song song với mặt phẳng $(EFGH)$?

Giải

a) Xét $\triangle SAB$:

$$\frac{SE}{SA} = \frac{BF}{BA} \left(= \frac{1}{3} \right) \Rightarrow EF // SB$$

(Định lí Ta- lét đảo).

Xét $\triangle SBC$:

$$\frac{BG}{BC} = \frac{SH}{SC} \left(= \frac{2}{3} \right) \Rightarrow GH // SB.$$

(Định lí Ta – lét đảo).

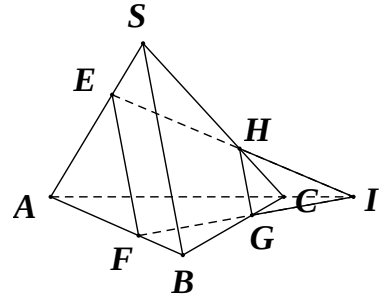
Suy ra $EF // GH$. Khẳng định a) là đúng.

b) EF không nằm trong $mp(SBC)$, $EF // SB$, nên $EF // mp(SBC)$. Khẳng định b) là đúng.

c) GH không nằm trong $mp(ABC)$, $GH // SB$ nên $GH // mp(SAB)$. Khẳng định c) là đúng.

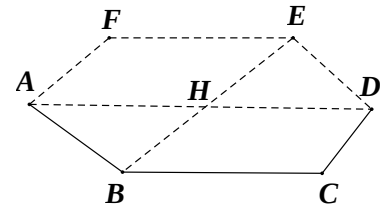
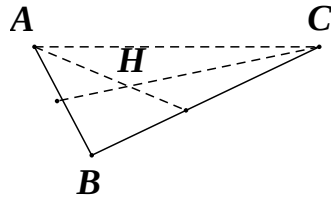
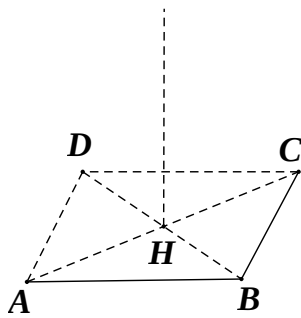
d) Trong $mp(SAC)$, gọi I là giao điểm của EH và AC . Điểm I thuộc đường thẳng AC và thuộc $mp(EFGH)$. Vậy AC không song song với $mp(EFGH)$. Khẳng định d) là sai.

Chú ý: Ba điểm F, G, I thẳng hàng vì mỗi điểm đều thuộc hai mặt phẳng $(EFGH)$ và (ABC) nên chúng thuộc giao điểm tuyến của hai mặt phẳng ấy.

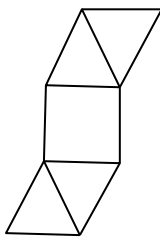


C. LUYỆN TẬP

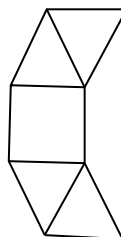
- (Dạng 1). Một hình chóp có đáy là đa giác n cạnh. Tính số đỉnh, số mặt, số cạnh của hình chóp.
- (Dạng 2). Điền vào chỗ trống:
 - Hình chóp tam giác đều có đáy là...., chân đường cao trùng với.... của đáy.
 - Hình chóp tứ giác đều có đáy là...., chân đường cao trùng với của đáy.
- (Dạng 3). Hoàn thành hình biểu diễn các hình chóp đều ở hình dưới đây.



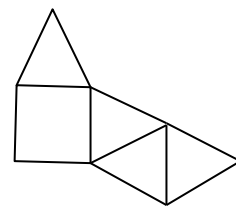
4. (Dạng 3). Trong các tấm bìa ở hình dưới, tấm bìa nào gấp lại được thành hình chóp đều?



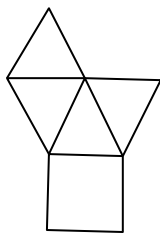
a)



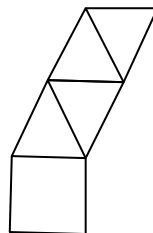
b)



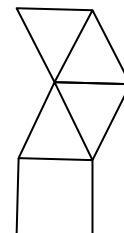
c)



d)



e)



g)

5. (Dạng 4). Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi D, E theo thứ tự là trọng tâm của các tam giác ABC, SBC . Chứng minh rằng
- DE song song với mặt phẳng (SAB) .
 - DE song song với mặt phẳng (SAC) .
6. (Dạng 4). Cho hình chóp $S.ABCD$, trong đó $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N theo thứ tự là trung điểm của SA, SD . Tứ giác $MNCB$ là hình gì?
7. (Dạng 4). Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = BC, SB = AC, SC = AB$. Gọi G là trung điểm của SC, H là trung điểm của AB . Chứng minh rằng:
- $SH = CH$;
 - $HG \perp SC$;

c) $HG \perp AB$.

8. (Dạng 4). Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA=SB=SC$, $ASB=90^\circ$, $BSC=60^\circ$, $ASC=120^\circ$. Gọi M là trung điểm của AC . Chứng minh rằng:

a) Tam giác ABC là tam giác vuông.

b) SM vuông góc với mặt phẳng (ABC) .

§8. DIỆN TÍCH XUNG QUANH CỦA HÌNH CHÓP ĐỀU

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

- Diện tích xung quanh của hình chóp đều bằng tích nửa chu vi đáy với trung đoạn :

$$S_{xp} = p.d$$

(p là nửa chu vi đáy : d là trung đoạn của hình chóp đều).

- Diện tích toàn phần của hình chóp bằng tổng của diện tích xung quanh và diện tích đáy.

B. CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. TÍNH DIỆN TÍCH XUNG QUANH, DIỆN TÍCH TOÀN PHẦN, TÍNH MỘT YẾU TỐ CỦA HÌNH CHÓP ĐỀU

Phương pháp giải

Áp dụng công thức tính diện tích xung quanh, diện tích toàn phần.

Ví dụ 1. (Bài 40 SGK)

Một hình chóp tứ giác có độ dài cạnh bên bằng $25cm$, đáy là hình vuông $ABCD$ cạnh $30cm$. Tính diện tích toàn phần của hình chóp.

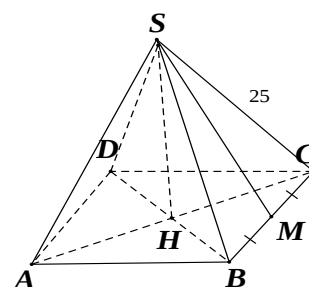
Giải

Tính trung đoạn SM ở tam giác vuông SMC được $SM = 20cm$.

Diện tích xung quanh : $60.20 = 1200(cm^2)$.

Diện tích đáy : $30.30 = 900(cm^2)$.

Diện tích toàn phần : $1200 + 900 = 2100(cm^2)$.



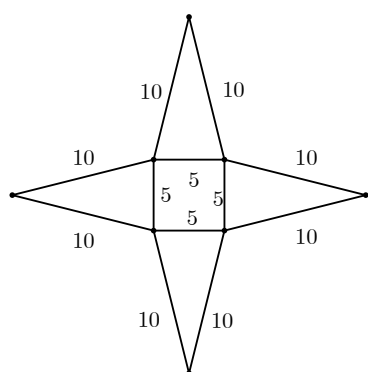
Ví dụ 2. (Bài 41 SGK)

Vẽ, cắt và gấp miếng bìa như chỉ ra ở hình 125SGK để được hình chóp tứ giác đều.

a) Trong hình 125a, có bao nhiêu tam giác cân bằng nhau ?

b) Sử dụng Định lý Py – ta – go để tính chiều cao ứng với đáy của mỗi tam giác.

c) Diện tích xung quanh và diện tích toàn phần của hình chóp đều này là bao nhiêu ?



a)

b)

c)

Hình 125 SGK

Giải

a) Có bốn tam giác cân bằng nhau .

b) Chiều cao ứng với đáy của mỗi tam giác(là trung đoạn của hình chóp) bằng:

$$\sqrt{10^2 - 2.5^2} = \sqrt{93,75} \approx 9,68(\text{cm}).$$

c) Diện tích xung quanh: $10.9,68 = 96,8(\text{cm}^2)$.

Diện tích đáy: $5.5 = 25(\text{cm})$.

Diện tích toàn phần: $96,8 + 25 = 121,8(\text{cm}^2)$.

Ví dụ 3. (Bài 42 SGK)

Tính độ dài đường cao của hình chóp tứ giác đều với các kích thước cho trên hình 125 SGK.

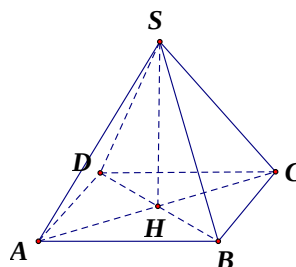
Giải

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 = 5^2 + 5^2 = 50$$

$$HC^2 = \frac{AC^2}{2} = \frac{50}{4} = 12,5$$

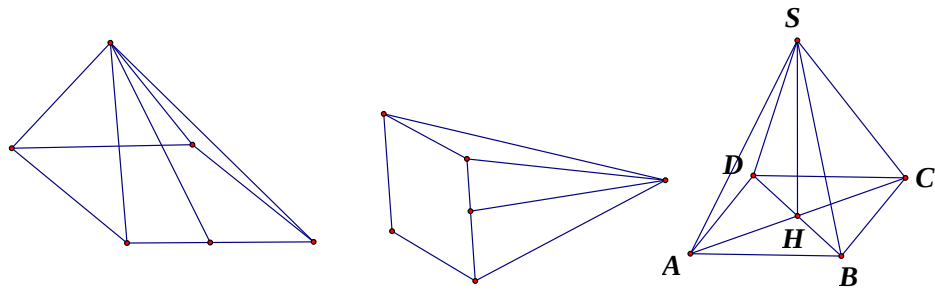
$$SH^2 = SC^2 - HC^2 = 10^2 - 12,5 = 87,5$$

$$SH \approx 9,35\text{cm}.$$



Ví dụ 4. (Bài 43 SGK)

Tính diện tích xung quanh, diện tích toàn phần của các hình chóp tứ giác đều sau đây (H.126 SGK)



Hình 126 SGK

Giải

a) Diện tích xung quanh: $20.20 = 400(cm^2)$.

Diện tích đáy: $20.20 = 400(cm^2)$.

Diện tích toàn phần: $400 + 400 = 800(cm^2)$.

b) Diện tích xung quanh: $14.12 = 168(cm^2)$.

Diện tích đáy: $7.7 = 49(cm^2)$.

Diện tích toàn phần: $168 + 49 = 217(cm^2)$.

c) Trung đoạn $SI = \sqrt{17^2 - 8^2} = 15(cm)$.

Diện tích xung quanh: $32.15 = 480(cm^2)$.

Diện tích đáy: $16.16 = 256(cm^2)$.

Diện tích toàn phần: $480 + 256 = 736(cm^2)$.

Dạng 2: TÍNH DIỆN TÍCH XUNG QUANH CỦA HÌNH CHÓP CỤT ĐỀU

Phương pháp giải

Trước hết tính diện tích của một mặt bên (mặt bên là hình thang cân), sau đó tính tổng diện tích các mặt xung quanh.

Ví dụ 5. (Bài 50b SGK)

Tính diện tích xung quanh của hình chóp cắt đều ở hình 137 SGK.

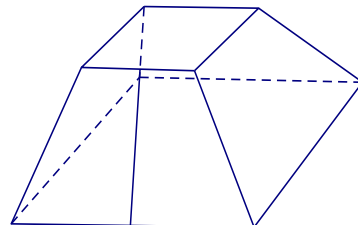
Giải

Diện tích một mặt bên:

$$\frac{(4+2).3,5}{2} = 10,5(cm^2)$$

Diện tích xung quanh:

$$10,5.4 = 42(cm^2)$$



C. LUYỆN TẬP

- (Dạng 1) Tính diện tích xung quanh của hình chóp tứ giác đều có chiều cao 3cm, độ dài cạnh đáy 8cm.

2. (Dạng 1) Tính diện tích toàn phần của hình chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng a và các cạnh bên bằng a .
3. (Dạng 1) Tính diện tích xung quanh của hình chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng a , các mặt bên là những tam giác vuông.
4. (Dạng 1) Tính diện tích toàn phần của hình chóp tam giác đều có chiều cao bằng $2a$, độ dài cạnh đáy bằng a .
5. (Dạng 2) Tính diện tích xung quanh, diện tích toàn phần của hình chóp cắt tứ giác đều có các cạnh đáy bằng 10cm và 20cm , đường cao của mặt bên bằng 13cm .
6. (Dạng 2) Một hình chóp cắt tứ giác đều có các cạnh đáy bằng a và $2a$, diện tích xung quanh bằng tổng diện tích hai đáy. Tính chiều cao của hình chóp cắt.

Bài 9. THỂ TÍCH CỦA HÌNH CHÓP ĐỀU

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

Phương pháp giải

Thể tích của hình chóp đều bằng $\frac{1}{3}$ diện tích đáy nhân với chiều cao.

$$V = \frac{1}{3} S.h$$

(S là diện tích đáy, h là chiều cao)

B. CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. TÍNH THỂ TÍCH, TÍNH MỘT YẾU TỐ CỦA HÌNH CHÓP TỨ GIÁC ĐỀU

Phương pháp giải

Chú ý rằng đáy của hình chóp tứ giác đều là một hình vuông. Nếu cạnh của hình vuông bằng a thì diện tích của hình vuông đó bằng a^2 .

Ví dụ 1. (Bài 44 SGK)

Hình 129 SGK là một cái lều ở trại hè của học sinh kèm theo các kích thước.

a) Thể tích không khí bên trong lều là bao nhiêu?

b) Xác định số vải bạt cần thiết để dựng lều (không tính đến đường viền, nếp gấp... biết $\sqrt{5} \approx 2,24$)

Giải

a) $V = \frac{1}{3} S.h = \frac{1}{3} . 2^2 . 2 = \frac{8}{3} (m^3)$

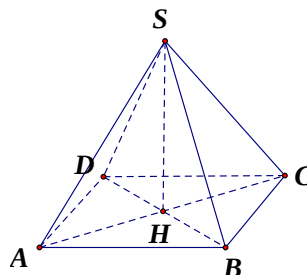
b) Số vải bạt cần thiết để dựng lều có diện tích là diện tích xung quanh của hình chóp đều và bằng $p.d$, trong đó $p = 4m, d = \sqrt{5}m$ (học sinh tự tính), tức là $4\sqrt{5}(m^2) \approx 8,96(m^2)$.

Ví dụ 2. (Bài 50a SGK)

Tính thể tích của hình chóp đều (H. 136SGK)

Giải

$$V = \frac{1}{3} S.h = \frac{1}{3} . 5^2 . 6 . 12 = 169(\text{cm}^3)$$



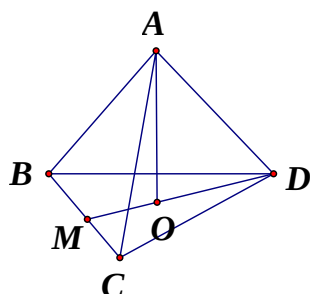
Dạng 2. TÍNH THỂ TÍCH, TÍNH MỘT YẾU TỐ CỦA HÌNH CHÓP TAM GIÁC ĐỀU, LỤC GIÁC ĐỀU

Phương pháp giải

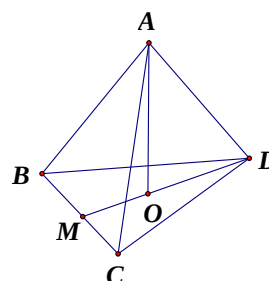
Để tính diện tích tam giác đều cạnh a, trước hết ta tính đường cao(được $\frac{a\sqrt{3}}{2}$), sau đó tính diện tích (được $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$). Diện tích của lục giác đều cạnh a bằng 6 lần diện tích tam giác đều cạnh a.

Ví dụ 3. (Bài 45 SGK)

Tính thể tích của mỗi hình chóp đều dưới đây(H.130, H.131 SGK)



Đường cao $AO = 12\text{cm}$
 $BC = 10\text{cm}(\sqrt{75} \approx 8,66)$
 Hình 130 SGK



Đường cao $AO = 16,2\text{cm}$
 $BC = 8\text{cm}(\sqrt{48} \approx 6,93)$
 Hình 131 SGK

Giải

a) Gọi M là trung điểm của BC. Ta có:

$$DM^2 = DC^2 - MC^2 = 10^2 - 5^2 = 75 \Rightarrow DM = \sqrt{75} \approx 8,66(\text{cm})$$

$$S_{BCD} = \frac{BC.DM}{2} = \frac{10.8,66}{2} \approx 43,3(\text{cm}^2)$$

$$V = \frac{1}{3} S.h = \frac{1}{3} 43.3.12 \approx 173,2(\text{cm}^3)$$

$$\text{b) } DM^2 = 8^2 - 4^2 = 48 \Rightarrow DM = \sqrt{48} \approx 6,93(\text{cm})$$

$$S_{BCD} \approx \frac{8.6,93}{2} \approx 27,72(cm^2)$$

$$V = \frac{1}{3} S.h \approx \frac{1}{3} 27,72.16,2 \approx 149,69(cm^3)$$

Ví dụ 4. (Bài 46 SGK)

$S.MNOPQR$ là một hình chóp lục giác đều (H. 132 SGK).

Bán kính đường tròn ngoại tiếp đáy(đường tròn tâm H, đi qua sáu đỉnh của đáy)

$HM = 12cm$ (H.133

SGK), chiều

cao

$SH = 35cm$. Hãy tính:

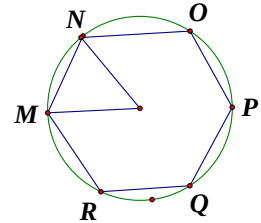
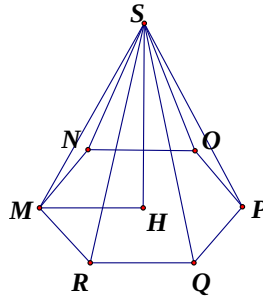
a) Diện tích đáy và thể

tích của hình chóp(biết

$\sqrt{108} \approx 10,39$)

b) Độ dài cạnh bên SM và diện tích toàn phần của hình chóp(biết

$\sqrt{1333} \approx 36,51$)



Giải

$$a) HK^2 = HM^2 - KM^2 = 12^2 - 6^2 = 108 \Rightarrow HK = \sqrt{108} \approx 10,39(cm)$$

$$S_{HMN} = \frac{1}{2} MN.HK = 6.10.39 \approx 62,34(cm^2)$$

$$\text{Diện tích lục giác ở đáy: } 62,34.6 \approx 374,04(cm^2)$$

$$\text{Thể tích hình chóp: } \frac{1}{3}.374,04.35 \approx 4363,8(cm^3)$$

$$b) SM^2 = SH^2 + MH^2 = 35^2 + 12^2 = 1369 \Rightarrow SM = 37(cm)$$

$$SK^2 = SM^2 - MK^2 = 1369 - 6^2 = 1333 \Rightarrow SK \approx 36,51(cm)$$

$$\text{Diện tích xung quanh: } \frac{12.6}{2}.36,51 \approx 876,24(cm^2)$$

$$\text{Diện tích toàn phần: } 876,24 + 374,04 \approx 1250,28(cm^2)$$

C. LUYỆN TẬP

1. (Dạng 1) Một hình chóp tứ giác đều có thể tích $98cm^3$, chiều cao 6cm. Tính độ dài cạnh đáy.
2. (Dạng 1) Tính thể tích của hình chóp tứ giác đều có chiều cao 6cm, cạnh bên 13cm.
3. (Dạng 1) Tính thể tích của hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy 12cm, trung đoạn 10cm.
4. (Dạng 1) Tính thể tích của hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng a, các cạnh bên bằng a.
5. (Dạng 2) Tính thể tích của hình chóp tam giác đều có tất cả các cạnh đều bằng 6cm.

6. (Dạng 2) Tính thể tích của hình chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng 6cm, cạnh bên bằng $\sqrt{15}\text{cm}$.

ÔN TẬP CHƯƠNG IV

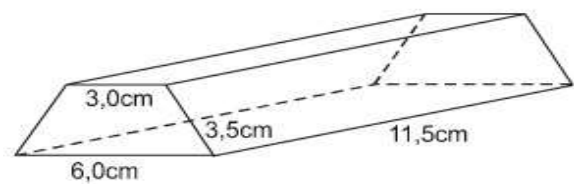
A. BÀI TẬP ÔN TRONG SGK

51. Tính diện tích xung quanh, diện tích toàn phần và thể tích của hình lăng trụ đứng có chiều cao h và đáy lần lượt là:
- a) Hình vuông cạnh a ;
 - b) Tam giác đều cạnh a ;
 - c) Lục giác đều cạnh a ;
 - d) Hình thang cân, đáy lớn là $2a$, các cạnh còn lại bằng a ;
 - e) Hình thoi có hai đường chéo là $6a$ và $8a$.

Hướng dẫn

Câu	Chu vi đáy	S_{xq}	Diện tích một đáy	S_{tp}	V
a)	$4a$	$4ah$	a^2	$4ah + 2a^2$	a^2h
b)	$3a$	$3ah$	$\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$	$3ah + \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$	$\frac{a^2h\sqrt{3}}{4}$
c)	$6a$	$6ah$	$\frac{3a^2\sqrt{3}}{2}$	$6ah + 3a^2\sqrt{3}$	$\frac{3a^2h\sqrt{3}}{2}$
d)	$5a$	$5ah$	$\frac{3a^2\sqrt{3}}{4}$	$5ah + \frac{3a^2\sqrt{3}}{2}$	$\frac{3a^2h\sqrt{3}}{4}$
e)	$20a$	$20ah$	$24a^2$	$20ah + 48a^2$	$24a^2h$

2. Tính diện tích toàn phần của thanh gỗ như ở hình 142 SGK (mặt trước, mặt sau của thanh gỗ là những hình thang cân, bốn mặt còn lại đều là những hình chữ nhật, cho biết $\sqrt{10} \approx 3,16$).



Hình 142

Hướng dẫn

Chu vi đáy: $6 + 3 + 3,5 \cdot 2 = 16(\text{cm})$

Diện tích xung quanh: $16 \cdot 11,5 = 184(\text{cm}^2)$

Nửa hiệu hai đáy: $(6 - 3) : 2 = 1,5(\text{cm})$

Chiều cao của đáy: $\sqrt{3,5^2 - 1,5^2} = \sqrt{10} \approx 3,16(\text{cm})$

Diện tích đáy: $\frac{(6+3).3,16}{2} \approx 14,22(cm^2)$

Diện tích toàn phần: $184 + 14,22.2 \approx 212,44(cm^2)$

53. Thùng chứa của xe ở hình 143 SGK có dạng lăng trụ đứng tam giác, các kích thước cho trên hình. Hỏi dung tích của thùng chứa là bao nhiêu?

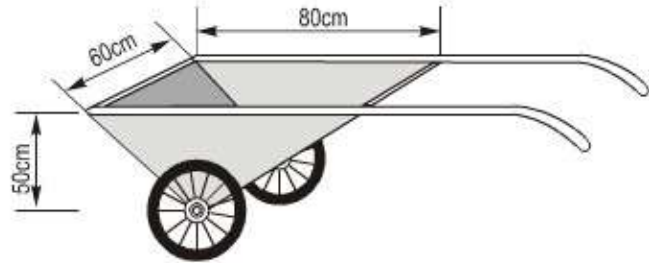
Hướng dẫn

Diện tích đáy:

$$\frac{80.50}{2} = 2000(cm^2)$$

Dung tích của thùng:

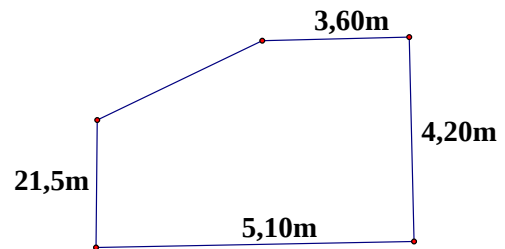
$$2000.60 = 120000(cm^3) = 120(dm^3)$$



Hình 143

54. Người ta muốn đổ một tấm bê tông dày 3cm, bề mặt của tấm bê tông có các kích thước như ở hình 144 SGK.

- a) Số bê tông cần phải có là bao nhiêu?
b) Cần phải có bao nhiêu chuyến xe để chở số bê tông cần thiết đến chỗ đổ bê tông, nếu mỗi xe chứa được $0,06m^3$? (Không tính số bê tông dư thừa hoặc rơi vãi).



Hướng dẫn

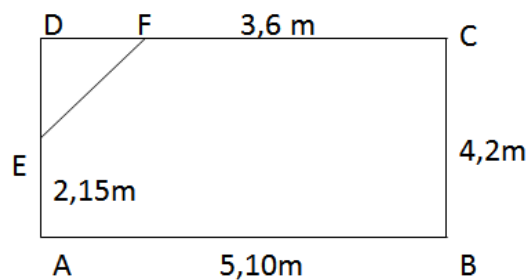
- a) Gọi đáy là đa giác $ABCDE$.

Ta có: $GD = 5,10 - 3,60 = 1,50(m)$,

$$GE = 4,20 - 2,15 = 2,05(m),$$

$$S_{GDE} = \frac{1}{2} \cdot 1,50 \cdot 2,05 = 1,5375(m^2),$$

$$S_{ABCG} = 5,01 \cdot 4,20 = 21,42(m^2).$$



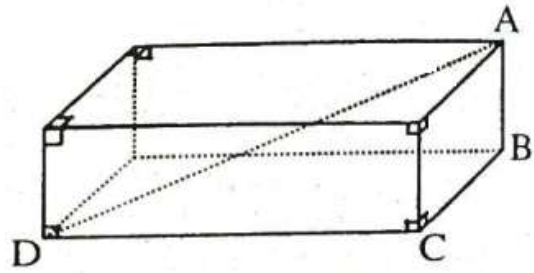
Diện tích đáy $\approx 21,42 - 1,54 \approx 19,88(m^2)$.

Thể tích tấm bê tông: $19,88 \cdot 0,03 \approx 0,5964 \approx 0,6(m^3)$.

- b) Số chuyến xe để chở: $0,6 : 0,06 = 10$ (chuyến).

55. A, B, C, D là các đỉnh của một hình hộp chữ nhật. Hãy quan sát hình 145 SGK rồi điền số thích hợp vào các ô trống ở bảng sau:

AB	CD	CD	AD
1	2	2	
2	3		7
2		9	11
	12	20	25



Giải

Áp dụng công thức $AB^2 + BC^2 + CD^2 = AD^2$.

Dòng 1: $AD^2 = 1^2 + 2^2 + 2^2 = 9 \Rightarrow AD = 3$.

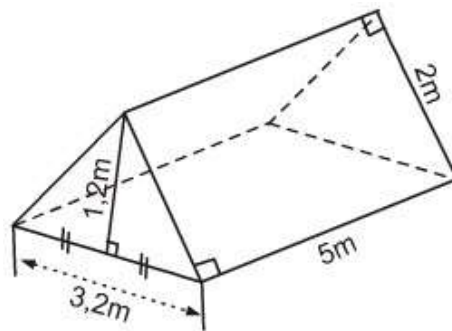
Dòng 2: $CD^2 = 7^2 - 2^2 - 3^2 = 36 \Rightarrow CD = 6$.

Dòng 3: $BC^2 = 11^2 - 2^2 - 9^2 = 36 \Rightarrow BC = 6$.

Dòng 4: $AB^2 = 25^2 - 12^2 - 20^2 = 81 \Rightarrow AB = 9$.

56. Một cái lều ở trại hè có dạng lăng trụ đứng tam giác (với các kích thước trên hình 146 SGK).

- a) Tính thể tích khoảng không ở bên trong lều.
b) Số vải bạt cần phải có để dựng lều đó là bao nhiêu? (Không tính các mép và nếp gấp của lều).



Hình 146

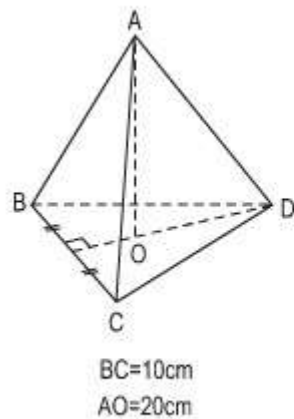
Hướng dẫn

a) Diện tích đáy: $\frac{3,2 \cdot 1,2}{2} = 1,92(m^2)$.

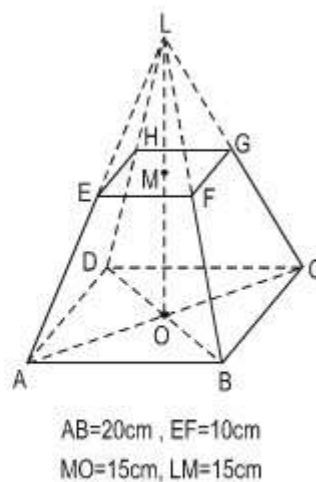
Thể tích của lều: $1,92 \cdot 5 = 9,6(m^3)$.

b) Số vải bạt cần có để dựng lều: $5 \cdot 2 \cdot 2 + 1,92 \cdot 2 = 23,84(m^2)$.

57. Tính thể tích của hình chóp đều, hình chóp cụt đều sau đây (H.147 và H.148 SGK, $\sqrt{3} \approx 1,73$).



Hình 147



Hình 148

Hướng dẫn

a) $DH^2 = DC^2 - HC^2 = 10^2 - 5^2 = 100 - 25 = 75 \Rightarrow DH \approx 8,65(\text{cm}).$

$$S_{BCD} = \frac{1}{2} BC.DH = \frac{1}{2} .10.8,65 \approx 43,25(\text{cm}^2).$$

Thể tích hình chóp (ở hình 147 SGK):

$$\frac{1}{3} .43,25.20 \approx 288,3(\text{cm}^3).$$

b) $S_{ABCD} = 20^2 = 400(\text{cm}^2).$

Thể tích hình chóp đều lớn: $\frac{1}{3} .400.30 = 4000(\text{cm}^3).$

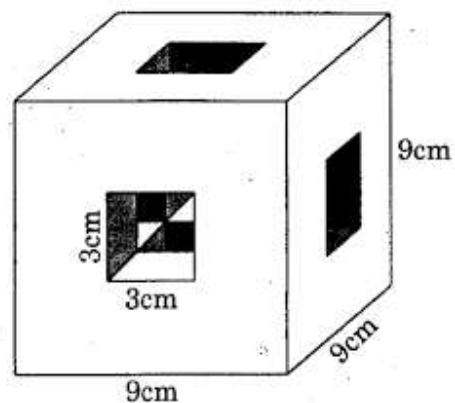
$$S_{EFGH} = 10^2 = 100(\text{cm}^2).$$

Thể tích hình chóp đều nhỏ: $\frac{1}{3} .100.15 = 500(\text{cm}^3).$

Thể tích hình chóp cụt đều (ở hình 148 SGK):

$$4000 - 500 = 3500(\text{cm}^3).$$

58. Có một khối gỗ hình lập phương cạnh 9cm . Người ta đục ba “lỗ vuông” xuyên thủng khối gỗ như hình 149 SGK.
a) Tìm thể tích của khối gỗ còn lại.



- b) Tìm tổng diện tích của tất cả các mặt (ngoài lẫn trong) của khối gỗ.

Hướng dẫn

- a) Thể tích của khối gỗ ban đầu:

$$9^3 = 729(\text{cm}^3).$$

Khối gỗ lập phương cạnh 9cm gồm 27 khối gỗ nhỏ hình lập phương cạnh bằng 3cm .

Tổng cộng có 7 khối gỗ nhỏ bị đục đi, thể tích của chúng là:

$$3^3 \cdot 7 = 189(\text{cm}^3).$$

Thể tích của khối gỗ còn lại: $729 - 189 = 540(\text{cm}^3)$.

- b) Tổng diện tích 6 mặt của khối gỗ ban đầu là: $9 \cdot 9 \cdot 6 = 486(\text{cm}^2)$.

Ta gọi mỗi mặt của khối gỗ nhỏ là mặt nhỏ. Sau khi đục, ở mỗi mặt khối gỗ ban đầu giảm đi một mặt nhỏ ở bên ngoài nhưng tăng thêm bốn mặt nhỏ ở bên trong, tức là tăng thêm ba mặt nhỏ.

Sau khi đục, diện tích các mặt của khối gỗ ban đầu tăng thêm: $3 \cdot 6 = 18$ (mặt nhỏ), có diện tích: $3 \cdot 3 \cdot 18 = 162(\text{cm}^2)$.

Vậy tổng diện tích các mặt của khối gỗ sau khi đục là:

$$486 + 162 = 648(\text{cm}^2).$$

59. Tính thể tích của hình cho trên hình 150 SGK với các kích thước kèm theo.

Hướng dẫn

Thể tích của hình phải tìm là tổng các thể tích hình hộp chữ nhật và hình chóp cắt.

Thể tích hình hộp chữ nhật là:

$$3.3.6 = 54(m^3).$$

Thể tích hình chóp lớn:

$$\frac{1}{3}.7,5^2.7,5 = 140,625(m^3).$$

Thể tích hình chóp nhỏ:

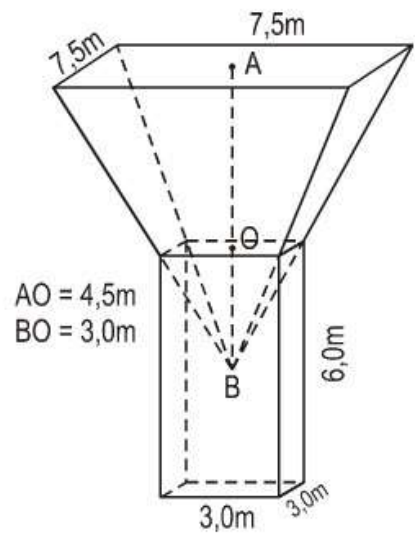
$$\frac{1}{3}.3^2.3 = 9(m^3).$$

Thể tích hình chóp cắt:

$$140,625 - 9 = 131,625(cm^3).$$

Thể tích phải tìm:

$$131,625 + 54 = 185,625(m^3).$$



B. BÀI TẬP ÔN BỔ SUNG

1. Cho hình lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình thoi.
 - a) Tìm các cạnh song song với AB .
 - b) AB song song với mặt phẳng nào?
 - c) Tìm các cạnh vuông góc với AC .
 - d) AC vuông góc với mặt phẳng nào?
2. Một hình chóp tứ giác đều có chiều cao $6cm$, cạnh đáy $5cm$.
 - a) Tính diện tích toàn phần.
 - b) Tính thể tích.
3. Một hình chóp cắt tứ giác đều có các cạnh đáy bằng $2cm$ và $4cm$, cạnh bên bằng $2cm$.
 - a) Tính diện tích xung quanh của hình chóp cắt.
 - b) Tính chiều cao của hình chóp cắt.
4. Cho hình chóp đều $S.ABC$. Trên các cạnh SA, SB, SC lấy theo thứ tự các điểm A', B', C' sao cho $\frac{SA'}{SA} = \frac{SB'}{SB} = \frac{SC'}{SC} = \frac{1}{3}$.
 - a) Chứng minh rằng mặt phẳng $(A'B'C')$ song song với mặt phẳng (ABC) .
 - b) Gọi M là trung điểm của BC , M' là giao điểm của SM và $B'C'$. Chứng minh rằng $A'M'$ song song với AM .

c) Cho biết bốn mặt của hình chóp đều $S.ABC$ là các tam giác đều có cạnh bằng 6cm . Tính diện tích xung quanh và thể tích của mỗi hình chóp $S.ABC$ và $S.A'B'C'$.