

Bài thi: Môn Toán

Thời gian làm bài: 120' (không kể thời gian giao đề)
Chú ý: Đề thi gồm 02 trang. Học sinh làm bài vào tờ giấy thi.

Bài 1 (1,5 điểm): Cho hai biểu thức:

$$A = 3\sqrt{8} - \sqrt{50} - \sqrt{3 - 2\sqrt{2}} \quad \text{và} \quad B = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} - \frac{1}{x-\sqrt{x}} \right) \cdot \frac{2}{\sqrt{x}+1} \quad (\text{ĐK: } x > 0; x \neq 1)$$

a) Rút gọn các biểu thức A và B.

b) Tìm các giá trị của x sao cho giá trị của biểu thức A không vượt quá giá trị của biểu thức B.

Bài 2 (1,5 điểm):

1) Tìm m để đồ thị hàm số $y = 2x - 1$ và đồ thị hàm số $y = -x + m$ cắt nhau tại một điểm có hoành độ bằng 2.

2) Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} 2\sqrt{x-2} - \frac{1}{y+2} = 1 \\ \sqrt{x-2} + \frac{y+4}{y+2} = 4 \end{cases}$$

Bài 3 (2,5 điểm):

1) Cho parabol (P): $y = x^2$ và đường thẳng (d): $y = 2(m+3)x - 2m + 2$ (m là tham số, $m \in \mathbb{R}$).

a) Với $m = -5$, hãy tìm tọa độ giao điểm của Parabol (P) và đường thẳng (d).

b) Tìm m để đường thẳng (d) cắt Parabol (P) tại hai điểm phân biệt nằm cùng phía bên phải trục tung.

2) Theo Điều 6 **Nghị định 171/2013/NĐ-CP** về xử phạt vi phạm hành chính trong lĩnh vực giao thông đường bộ và đường sắt. Cụ thể:

Đối với ô tô:

- Phạt tiền từ 600.000 đồng đến 800.000 đồng nếu điều khiển xe chạy quá tốc độ quy định từ 05 km/h đến dưới 10 km/h.

- Phạt tiền từ 2 triệu đồng đến 3 triệu đồng nếu điều khiển xe chạy quá tốc độ quy định từ 10 km/h đến 20 km/h.

- Phạt tiền từ 4 triệu đồng đến 6 triệu đồng nếu điều khiển xe chạy quá tốc độ quy định trên 20 km/h đến 35 km/h.

- Phạt tiền từ 7 triệu đồng đến 8 triệu đồng nếu điều khiển xe chạy quá tốc độ quy định trên 35 km/h; điều khiển xe đi ngược chiều trên đường cao tốc, trừ các xe ưu tiên đang đi làm nhiệm vụ khẩn cấp theo quy định."

Áp dụng các quy định trên để giải bài toán sau:

Một cơ quan tổ chức đi du lịch bằng 2 xe ô tô qua đường cao tốc Hải Phòng - Hà Nội dài 120km. Hai xe cùng khởi hành một lúc tại đầu đường cao tốc phía Hải Phòng, xe thứ nhất chạy chậm hơn xe thứ hai 44 km/h do đó xe thứ nhất đến hết đường cao tốc chậm hơn xe thứ hai là 22 phút. Biết rằng khi đến cuối đường có trạm kiểm soát tốc độ, hỏi khi đó có xe nào trong hai xe bị xử phạt vi phạm tốc độ hay không? Mức xử phạt là bao nhiêu tiền? (Giả sử vận tốc hai xe không đổi trên đường cao tốc, vận tốc tối đa cho phép là 120 km/h).

Bài 4 (3,5 điểm):

1) Cho đường tròn (O; R) và đường thẳng d không đi qua O cắt đường tròn tại hai điểm A và B. Lấy một điểm M trên tia đối của tia BA ($M \neq B$), vẽ hai tiếp tuyến MC và MD với đường tròn (O), (C, D là các tiếp điểm). Gọi E là trung điểm của AB và I là giao điểm của CD và OM.

a) Chứng minh 5 điểm O, E, C, D, M cùng thuộc một đường tròn.

b) Chứng minh rằng: $MI \cdot MO = MB \cdot MA$

c) Đường thẳng d' đi qua O và vuông góc với OM cắt các tia MC, MD theo thứ tự tại G và H. Tìm vị trí của điểm M trên đường thẳng d sao cho diện tích tam giác MGH nhỏ nhất.

2) Cho hình chữ nhật ABCD có $BC = 3\text{cm}$, $AB = 4\text{cm}$. Quay hình chữ nhật đó một vòng quanh AB được một hình trụ. Tính diện tích xung quanh của hình trụ đó.

Bài 5 (1,0 điểm):

1) Chứng minh rằng với mọi $x, y > 0$ ta có $x^3 + y^3 \geq xy(x + y)$. Dấu "=" xảy ra khi nào?

2) Cho a, b, c là các số dương thỏa mãn $a + b + c = 3$. Chứng minh rằng:

$$\frac{5a^3 - b^3}{ab + 3a^2} + \frac{5b^3 - c^3}{bc + 3b^2} + \frac{5c^3 - a^3}{ca + 3c^2} \leq 3$$

***** Hết *****

Họ và tên học sinh: Số báo danh:.....

Họ và tên giám thị 1: Họ và tên giám thị 2:.....