

I/ Lý thuyết

Chủ đề	Nội dung
Căn bậc hai. Căn bậc ba.	- Căn bậc hai, căn thức bậc hai và hằng đẳng thức: $\sqrt{A^2} = A$. - Liên hệ giữa phép nhân, phép chia và phép khai phương. - Các phép biến đổi đơn giản biểu thức chứa căn bậc hai, rút gọn biểu thức chứa căn thức bậc hai.
Hàm số bậc nhất	- Hàm số bậc nhất và tính chất của hàm số bậc nhất. - Đồ thị của hàm số $y = ax + b$ ($a \neq 0$). - Vị trí tương đối của hai đường thẳng. - Hệ số góc của đường thẳng $y = ax + b$ ($a \neq 0$).
Hệ thức lượng trong tam giác vuông	- Hệ thức về cạnh và đường cao trong tam giác vuông. - Tỷ số lượng giác của góc nhọn. - Hệ thức về cạnh và góc trong tam giác vuông. - Ứng dụng thực tế của tỷ số lượng giác.
Đường tròn	- Sự xác định và tính chất đối xứng của đường tròn. - Quan hệ đường kính và dây cung, quan hệ giữa dây và khoảng cách từ tâm đến dây. - Vị trí tương đối của đường thẳng và đường tròn. - Tiếp tuyến của đường tròn. - Vị trí tương đối của hai đường tròn.

II/ Bài tập

Phần 1. Trắc nghiệm

Câu 1.

Câu 1. Biểu thức $\sqrt{\frac{3x+5}{x^2}}$ xác định khi

A) $x \neq \frac{5}{3}; x \neq 0$.

B) $x \leq \frac{5}{3}$.

C) $x \geq -\frac{5}{3}; x \neq 0$.

D) $x \geq 0$.

Câu 2. Biểu thức $\sqrt{-2\sqrt{6}+5}$ có giá trị là

A) $\sqrt{6}-1$.

B) $\sqrt{2}-\sqrt{3}$.

C) $\sqrt{3}-\sqrt{2}$.

D) $1-\sqrt{6}$.

Câu 3. Biểu thức $\frac{1}{2\sqrt{3}-5} - \frac{1}{2\sqrt{3}+5}$ có giá trị là

A) $\frac{-10}{13}$.

B) $\frac{\sqrt{10}}{13}$.

C) 10.

D) $\frac{10}{13}$.

Câu 4. Nghiệm của phương trình $\sqrt{2x-1}=5$ là

A) $x=13$.

B) $x=-13$.

C) $x=3$.

D) $x=25$.

Câu 5. Nghiệm của phương trình $\sqrt{25x^2-10x+1}=5$ là

A) $x \in \left\{\frac{6}{5}; \frac{4}{5}\right\}$.

B) $x \in \left\{\frac{6}{5}; \frac{-4}{5}\right\}$.

C) $x \in \left\{\frac{-6}{5}; \frac{-4}{5}\right\}$.

D) $x \in \left\{\frac{-6}{5}; \frac{4}{5}\right\}$.

Câu 6. Cho biểu thức $Q = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+1}$ với $x \geq 0$. Giá trị nguyên của x để Q nhận giá trị nguyên là

A) $x \in \{4\}$.

B) $x \in \{\sqrt{2}\}$.

C) $x \in \{4; -4\}$.

D) $x \in \{0; 4\}$.

Câu 7. Hàm số nào sau đây là hàm số bậc nhất:

A) $y=2x+3$.

B) $y=0x+3$.

C) $y=x^2+3$.

D) $y=\sqrt{x+1}$.

Câu 8. Hàm số $y=(m+3)x-1$ là hàm số đồng biến khi

A) $m=-3$.

B) $m \neq -3$.

C) $m > -3$.

D) $m < -3$.

Câu 9. Cho hai đường thẳng $(d_1): y=2x-2$ và $(d_2): y=3-4x$. Tung độ giao điểm của hai đường thẳng là

A) $y = \frac{-1}{3}$.

B) $y = \frac{2}{3}$.

C) $y=1$.

D) $y=-1$.

Câu 10. Cho hai đường thẳng $(d_1): y=2x-2$ và $(d_2): y=2mx+1$. Hai đường thẳng song song với nhau khi

A) $m=1$.

B) $m \neq 1$.

C) $m=-1$.

D) $m > 0$.

Câu 11. Cho hàm số bậc nhất $y=ax+1$. Đồ thị hàm số đi qua điểm $A(2;3)$ khi

A) $a=1$.

B) $a=2$.

C) $a=3$.

D) $a=0$.

Câu 12. Cho hàm số bậc nhất $y=ax+1$. Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm $A(2;0)$ khi

A) $a=-1$.

B) $a=\frac{1}{2}$.

C) $a=2$.

D) $a=\frac{-1}{2}$.

Câu 13. Đường thẳng (d) đi qua điểm $A(2;0)$ và song song với đường thẳng $(d'): y=2x-1$ có phương trình là

A) $y=2x-4$.

B) $y=2x+4$.

C) $y=-2x-4$.

D) $y=\frac{1}{2}x-4$.

Câu 14. Đường thẳng (d) đi qua điểm $A(2;0)$ và cắt trục tung tại điểm có tung độ $y=2$ có phương trình là

- A) $y = x + 2$. B) $y = 2x + 4$. C) $y = x - 4$. D) $y = -x + 2$.

Câu 15. Cho ba đường thẳng $(d_1): y = 2x - 2$, $(d_2): y = 4 - x$ và $(d_3): y = 2mx + 1$. Ba đường thẳng đồng quy khi

- A) $m \neq \frac{1}{4}$. B) $m = \frac{-1}{4}$. C) $m = \frac{1}{4}$. D) $m = 0$.

Câu 16. Cho $\triangle ABC$ vuông tại A, có $AB = 9\text{cm}$; $AC = 12\text{cm}$. Độ dài đường cao AH là:

- A) 7,2cm. B) 5cm. C) 6,4cm. D) 5,4cm.

Câu 17. $\triangle ABC$ vuông tại A có đường cao AH (H thuộc BC). Hình chiếu của H trên AB là D, hình chiếu của H trên AC là E. Hệ thức nào sau đây không đúng?

- A) $AH = DE$. B) $\frac{1}{DE^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2}$.
C) $AB \cdot AD = AC \cdot AE$. D) $AB \cdot AC = AH \cdot HC$.

Câu 18. Cho tam giác vuông ABC ($A = 90^\circ$), $AH \perp BC$ ($H \in BC$), $AH = 6$, $BH = 3$. Khi đó $\sin B$ bằng

- A) $\sin B = \frac{\sqrt{3}}{3}$; B) $\sin B = \frac{\sqrt{3}}{2}$. C) $\sin B = \frac{2\sqrt{5}}{5}$. D) $\sin B = \frac{\sqrt{3}}{6}$.

Câu 19. Cho $\cos \alpha = \frac{2}{3}$; ($0^\circ < \alpha < 90^\circ$), ta có $\sin \alpha$ bằng

- A) $\frac{\sqrt{5}}{3}$; B) $\pm \frac{\sqrt{5}}{3}$; C) $\frac{5}{9}$; D) $\frac{-\sqrt{5}}{3}$.

Câu 20. $\triangle ABC$ vuông tại A có $B = 30^\circ$, $BC = 18\text{cm}$. Kết quả nào sau đây là đúng?

- A) $AB = 12\sqrt{3}\text{cm}$. B) $AB = 9\sqrt{3}\text{cm}$. C) $AB = 6\sqrt{3}\text{cm}$. D) $AB = 12\text{cm}$.

Câu 21. Trên khúc sông rộng 300m, một chiếc đò cần di chuyển 420m mới sang được tới bờ bên kia. Hỏi dòng nước đã làm đò dạt đi một góc bao nhiêu?

- A) 50° . B) 60° . C) $44^\circ 25'$. D) 56° .

Câu 22. Một cầu trượt trong công viên có độ dốc so với phương nằm ngang là 28° và có độ cao là 2,1m. Độ dài của cầu trượt (làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai) là

- A) 3,95m. B) 3,8m. C) 4,5m. D) 4,47m.

Câu 23. Cho hình chữ nhật ABCD có $AB = 12\text{cm}$, $BC = 5\text{cm}$. Bán kính đường tròn đi qua bốn đỉnh A, B, C, D của hình chữ nhật là:

- A) 13cm. B) 12,5cm. C) 6,5cm. D) 7cm.

Câu 24. Cho a, b là hai đường thẳng song song và cách nhau một khoảng 3cm. Lấy điểm I trên a và vẽ đường tròn $(I; 3,5\text{cm})$. Khi đó vị trí tương đối của đường thẳng b với đường tròn (I) :

- A) cắt nhau. B) không cắt nhau. C) tiếp xúc. D) đáp án khác.

Câu 25. Đường tròn $(O; 4\text{cm})$ và $(O'; 6\text{cm})$ cắt nhau tại hai điểm A và B biết $\angle OAO' = 120^\circ$. Độ dài đoạn nối tâm là:

- A) $\sqrt{76}\text{cm}$. B) $\sqrt{74}\text{cm}$. C) $6\sqrt{2}\text{cm}$. D) $6\sqrt{3}\text{cm}$.

Câu 26. Cho AB là một dây của đường tròn $(O; 13\text{cm})$. Biết $AB = 12\text{cm}$, khoảng cách từ O đến AB bằng:

- A) $\sqrt{205}\text{cm}$. B) $\sqrt{133}\text{cm}$. C) 12cm . D) 5cm .

Câu 27. Cho $\triangle ABC$ nội tiếp đường tròn tâm O . Biết $A = 50^\circ$; $B = 65^\circ$. Kẻ $OH \perp AB$; $OI \perp AC$; $OK \perp BC$. So sánh OH, OI, OK ta có:

- A) $OH = OI = OK$. B) $OH = OI > OK$.
C) $OH = OI < OK$. D) $OH < OI < OK$.

Câu 28. Từ điểm M nằm ngoài đường tròn (O) kẻ hai tiếp tuyến MA, MC của đường tròn, A và C là các tiếp điểm. Kẻ đường kính BC . Biết $\angle ABC = 70^\circ$ thì góc $\angle AMC$ bằng:

- A) 30° . B) 40° . C) 50° . D) 70° .

Câu 29. Cho đường tròn $(O; 2\text{cm})$. Từ điểm A sao cho $OA = 4\text{cm}$, vẽ hai tiếp tuyến AB, AC đến đường tròn (O) (B, C là tiếp điểm). Chu vi $\triangle ABC$ bằng:

- A) $6\sqrt{3}\text{cm}$. B) $5\sqrt{3}\text{cm}$. C) $4\sqrt{3}\text{cm}$. D) $2\sqrt{3}\text{cm}$.

Câu 30. Cho nửa đường tròn tâm O , đường kính $AB = 10\text{cm}$. Điểm M thuộc nửa đường tròn. Qua M kẻ tiếp tuyến xy với nửa đường tròn. Gọi D và C lần lượt là hình chiếu của A, B trên xy . Diện tích lớn nhất của tứ giác $ABCD$ là:

- A) 50cm . B) 60cm . C) 50cm^2 . D) 60cm^2 .

Phần 2. Tự luận

Dạng 1. Tính toán, rút gọn biểu thức chứa căn

Bài 1. Thực hiện phép tính:

a) $5\sqrt{48} - 4\sqrt{27} - 2\sqrt{75} + \sqrt{108}$;

b) $\left(5\sqrt{\frac{1}{5}} + \frac{1}{2}\sqrt{20} - \frac{5}{4}\sqrt{\frac{4}{5}} + \sqrt{5} \right) : 2\sqrt{5}$;

$$c) \frac{3+2\sqrt{3}}{\sqrt{3}} + \frac{2+\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1} - (2+\sqrt{3});$$

$$d) \left(\frac{15}{\sqrt{6}+1} + \frac{4}{\sqrt{6}-2} - \frac{12}{3-\sqrt{6}} \right) \cdot (\sqrt{6}+11);$$

$$e) \sqrt{6-2\sqrt{5}} + \sqrt{8+2\sqrt{15}} - \sqrt{3}.$$

Bài 2. Cho hai biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}}{x+1}$ và $B = \frac{x-2}{x+2\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x}+2}$ với $x > 0$.

- Tính giá trị biểu thức A khi $x=9$;
- Rút gọn biểu thức B ;
- Tìm các giá trị của x để $B = \sqrt{x} - 2$;
- Tìm giá trị nguyên của x để B có giá trị nguyên;
- Tìm giá trị của x để $P = 2AB + \frac{4}{x+1}$ đạt giá trị lớn nhất.

Bài 3. Cho hai biểu thức: $A = \frac{7}{\sqrt{x}+8}$ và $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} + \frac{2\sqrt{x}-24}{x-9}$ với $x > 0; x \neq 9$.

- Tính giá trị biểu thức A khi $x=16$;
- Chứng minh $B = \frac{\sqrt{x}+8}{\sqrt{x}+3}$;
- Tìm các giá trị của x để $B < \frac{9}{4}$;
- Tìm giá trị của x để $P = A.B$ có giá trị là số nguyên.

Bài 4. Cho hai biểu thức $P = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}$ và $A = \left(\frac{x-2}{x+2\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x}+2} \right) \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}$ với $x > 0; x \neq 1$.

- Tính giá trị biểu thức P khi $x = \frac{1}{4}$;
- Chứng minh $A = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}$;
- So sánh A với 1;
- Tìm giá trị của x để $\frac{P}{A}(x-1) = 0$.

Dạng 2. Giải phương trình

Bài 5. Giải các phương trình sau:

a) $\sqrt{2x+1}=3$;

b) $\sqrt{9x^2-12x+4}=4$;

c) $\sqrt{x^2-6x+9}=x-2$;

d) $\frac{1}{5}\sqrt{25x+50}-5\sqrt{x+2}+\sqrt{9x+18}+9=0$.

Dạng 3. Hàm số bậc nhất

Bài 6. Cho các hàm số sau: $y = 2x + 2$ (d_1); $y = -\frac{1}{2}x - 2$ (d_2).

- a) Vẽ trên cùng hệ trục Oxy đồ thị của các hàm số trên;
- b) Gọi giao điểm của đường thẳng (d_1) và đường thẳng (d_2) với trục Oy theo thứ tự là A và B, giao điểm của hai đường thẳng đó là C. Tìm tọa độ các điểm A, B, C;
- c) Tìm góc tạo bởi (d_1) với trục Ox (làm tròn đến phút);
- d) Tính diện tích tam giác ABC;
- e) Tìm m để đường thẳng (d_1) và (d_2) đồng quy với (d_3): $y = mx - 1$.

Bài 7. Cho hai đường thẳng: $y = (k - 3)x - 3k + 3$ (d_1) và $y = (2k + 1)x + k + 5$ (d_2).

Tìm các giá trị của k để:

- a) (d_1) và (d_2) cắt nhau tại một điểm trên trục tung;
- b) (d_1) và (d_2) song song với nhau;
- c) Tìm điểm cố định mà (d_1) luôn đi qua với mọi k;
- d) Tìm k để đường thẳng (d_1) tạo với trục Ox; Oy một tam giác có diện tích bằng 1;
- e) Tìm k để khoảng cách từ O đường thẳng (d_1) đạt giá trị lớn nhất.

Bài 8. Xác định hàm số $y = ax + b$ ($a \neq 0$) biết:

- a) Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng -3 và cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng -2;
- b) Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 2 và đi qua điểm $A\left(\frac{-1}{2}; 1\right)$;
- c) Đồ thị hàm số song song với đường thẳng $y = -2x + 5$ và đi qua điểm $A(-1; 3)$;
- d) Đồ thị hàm số là đường thẳng có hệ số góc là $-\sqrt{3}$ và đi qua điểm $(-1; 4)$;
- e) Đồ thị hàm số đi qua 2 điểm $A(2; -3)$; $B(-1; 1)$.

Dạng 4. Hình học tổng hợp

Bài 9. Cho đường tròn (O) , đường kính AB , điểm M thuộc đường tròn. Vẽ điểm N đối xứng với A qua M . BN cắt đường tròn ở C . Gọi E là giao điểm của AC và BM .

- a) Chứng minh rằng 4 điểm M, N, C, E cùng thuộc một đường tròn;
- b) Chứng minh $NE \perp AB$;
- c) Gọi F là điểm đối xứng với E qua M . Chứng minh rằng FA là tiếp tuyến của đường tròn (O) ;
- d) Chứng minh rằng FN là tiếp tuyến của đường tròn $(B; BA)$.

Bài 10. Cho đường tròn $(O; R)$ và đường thẳng d không có điểm chung sao cho khoảng cách từ O đến d không quá $2R$. Qua điểm M trên d , vẽ các tiếp tuyến MA, MB tới (O) với A, B là các tiếp điểm. Gọi H là hình chiếu vuông góc của O trên d . Dây AB cắt OH ở K và cắt OM tại I . Tia OM cắt (O) tại E .

- a) Chứng minh các điểm O, A, M, B, H thuộc cùng một đường tròn;
- b) Chứng minh $OM \perp AB$ và $OI \cdot OM = R^2$;
- c) Chứng minh $OK \cdot OH = OI \cdot OM$;
- d) Tìm vị trí của điểm M trên d để tứ giác $OAEB$ là hình thoi;
- e) Khi M di chuyển trên d , chứng minh đường thẳng AB luôn đi qua một điểm cố định.

Bài 11. Cho nửa đường tròn tâm O bán kính R , đường kính AB . Kẻ các tiếp tuyến Ax, By cùng phía với nửa đường tròn đối với AB . Từ điểm M trên nửa đường tròn kẻ tiếp tuyến thứ ba với đường tròn, tiếp tuyến này cắt Ax và By lần lượt tại C và D .

- a) Chứng minh: $OC \perp AM$ và $AM \parallel OD$;
- b) Chứng minh: $AC \cdot BD = R^2$;
- c) Chứng minh: AB là tiếp tuyến đường tròn đường kính CD ;
- d) Gọi K là giao điểm của AD và BC . Chứng minh $MK \perp AB$;
- e) Tìm vị trí điểm M sao cho diện tích tứ giác $ACDB$ nhỏ nhất.

Bài 12. Cho hai đường tròn $(O; R)$ và $(O'; r)$ tiếp xúc ngoài tại A . Vẽ tiếp tuyến chung ngoài DE , với D thuộc (O) và E thuộc (O') . kẻ tiếp tuyến chung trong tại A cắt DE tại I . Gọi M là giao điểm của OI và AD , N là giao điểm của $O'I$ và AE .

- a) Chứng minh $\triangle ADE$ vuông;
- b) Tứ giác $AMIN$ là hình gì ? vì sao ?
- c) Chứng minh hệ thức: $IM \cdot OI = IN \cdot IO'$;
- d) Chứng minh OO' là tiếp tuyến của đường tròn có đường kính là DE ;

- e) Tính độ dài DE biết rằng $OA = 5$ cm, $O'A = 3,2$ cm;
 f) Chứng minh DE là tiếp tuyến của đường tròn đường kính OO' ;
 g) Chứng minh $DE^2 = 4Rr$.

Dạng 5. Toán nâng cao

Bài 13*. Tìm x , biết:

a) $\sqrt{x^2 - \frac{1}{4}} + \sqrt{x^2 + x + \frac{1}{4}} = \frac{1}{2}(2x^3 + x^2 + 2x + 1);$

b) $\sqrt{x-2} + \sqrt{4-x} = x^2 - 6x + 11;$

c) $\sqrt{2x^2 + x - 1} - x\sqrt{x+1} = 2x - 1 - x\sqrt{2x-1}.$

Bài 14*. Chứng minh các bất đẳng thức sau:

a) Cho x, y, z là các số thực dương thỏa mãn $x + y + z + xy + yz + zx = 6xyz$

Chứng minh rằng: $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} + \frac{1}{z^2} \geq 3;$

b) Cho a, b, c là các số dương thỏa mãn $a + b + c = 3;$

Chứng minh rằng: $\frac{1}{a^2+1} + \frac{1}{b^2+1} + \frac{1}{c^2+1} \geq \frac{3}{2}.$

Bài 15*. Cho a, b, c là các số dương thỏa mãn $a + b + c = 2$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:

$$Q = \sqrt{2a+bc} + \sqrt{2b+ca} + \sqrt{2c+ab}.$$

Bài 16*. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $P = \sqrt{x-1} + \sqrt{3-x}.$

- HẾT -