

GIẢI TOÁN BẰNG CÁCH LẬP PHƯƠNG TRÌNH - HỆ PHƯƠNG TRÌNH

Để giải bài toán bằng cách lập phương trình, hệ phương trình ta thường thực hiện theo các bước sau:

- + **Bước 1:** Chọn ẩn số (nêu đơn vị của ẩn và đặt điều kiện nếu cần).
- + **Bước 2:** Tính các đại lượng trong bài toán theo giả thiết và ẩn số, từ đó lập phương trình hoặc hệ phương trình.
- + **Bước 3:** Giải phương trình hoặc hệ phương trình vừa lập.
- + **Bước 4:** Đối chiếu với điều kiện và trả lời.

CÁC BÀI TOÁN CHUYỂN ĐỘNG

1. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

- + Quãng đường = Vận tốc . Thời gian.
- + Vận tốc tỷ lệ nghịch với thời gian và tỷ lệ thuận với quãng đường đi được.
- + Nếu hai xe đi ngược chiều nhau khi gặp nhau lần đầu: Thời gian hai xe đi được là như nhau, Tổng quãng đường 2 xe đi được bằng đúng quãng đường cần đi của 2 xe.
- + Nếu hai phương tiện chuyển động cùng chiều từ hai địa điểm khác nhau là A và B, xe từ A chuyển động nhanh hơn xe từ B thì khi xe từ A đuổi kịp xe từ B ta luôn có hiệu quãng đường đi được của xe từ A với quãng đường đi được của xe từ B bằng quãng đường AB.
- + Đối với Ca nô, tàu xuồng chuyển động trên dòng nước: Ta cần chú ý:

Khi đi xuôi dòng: Vận tốc ca nô = Vận tốc riêng + Vận tốc dòng nước.

Khi đi ngược dòng: Vận tốc ca nô = Vận tốc riêng - Vận tốc dòng nước.

Vận tốc của dòng nước là vận tốc của một vật trôi tự nhiên theo dòng nước (vận tốc riêng của vật đó bằng 0).

2. VÍ DỤ MINH HOA

Ví dụ 1: Một người đi xe đạp từ A đến B cách nhau 24km. Khi đi từ B trở về A người đó tăng vận tốc thêm 4km/h so với lúc đi, nên thời gian về ít hơn thời gian đi là 30 phút. Tính vận tốc của xe đạp khi đi từ A đến B.

Lời giải

$$\text{Đổi } 30 \text{ phút} = \frac{1}{2} \text{ giờ.}$$

Gọi vận tốc của xe đạp khi đi từ A đến B là x (km/h, $x > 0$). Thời gian xe đi từ A đến B là $\frac{24}{x}$ (giờ).

Đi từ B về A, người đó đi với vận tốc $x + 4$ (km/h). Thời gian xe đi từ B về A là $\frac{24}{x + 4}$ (giờ).

Do thời gian về ít hơn thời gian đi là 30 phút nên ta có phương trình:

$$\frac{24}{x} - \frac{24}{x + 4} = \frac{1}{2}. \text{ Giải phương trình:}$$

$$\frac{24}{x} - \frac{24}{x + 4} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x^2 + 4x - 192 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 12 \\ x = -16 \end{cases}.$$

Đối chiếu với điều kiện ta có vận tốc của xe đạp đi từ A đến B là 12km/h.

Ví dụ 2: Trên quãng đường AB dài 210 m, tại cùng một thời điểm một xe máy khởi hành từ A đến B và một ô tô khởi hành từ B đi về A . Sau khi gặp nhau xe máy đi tiếp 4 giờ nữa thì đến B và ô tô đi tiếp 2 giờ 15 phút nữa thì đến A . Biết rằng vận tốc ô tô và xe máy không thay đổi trong suốt chặng đường. Tính vận tốc của xe máy và ô tô.

(Trích đề thi vào lớp 10 trường THPT chuyên ĐHSP Hà Nội năm 2013)

Lời giải

Gọi vận tốc xe máy là x (km/h). Điều kiện $x > 0$.

Gọi vận tốc ô tô là y (km/h). Điều kiện $y > 0$.

Thời gian xe máy dự định đi từ A đến B là: $\frac{210}{x}$ giờ. Thời gian ô tô dự định đi từ B đến A là: $\frac{210}{y}$ giờ.

Quãng đường xe máy đi được kể từ khi gặp ô tô cho đến khi đến B là: $4x$ (km).

Quãng đường ô tô đi được kể từ khi gặp xe máy cho đến khi đến A là: $\frac{9}{4}y$

(km). Theo giả thiết ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{210}{x} - \frac{210}{y} = 4 - \frac{9}{4} \\ \frac{9}{4}x + 2y = 210 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{210}{x} - \frac{210}{y} = \frac{7}{4} \\ 4x + \frac{9}{4}y = 210 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{4x + \frac{9}{4}y}{x} - \frac{4x + \frac{9}{4}y}{y} = \frac{7}{4} \\ 4x + \frac{9}{4}y = 210 \end{cases} \quad \begin{matrix} (1) \\ (2) \end{matrix}$$

. Từ phương trình (1)

ta suy ra $\frac{4x + \frac{9}{4}y}{x} - \frac{4x + \frac{9}{4}y}{y} = \frac{7}{4} \Leftrightarrow \frac{9y}{4x} - \frac{4x}{y} = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3}{4}y$. Thay vào

phương trình (2) ta thu được: $\frac{12}{4}y + \frac{9}{4}y = 210 \Leftrightarrow y = 40, x = 30$.

Vậy vận tốc xe máy là 30 km/h. Vận tốc ô tô là 40 km/h.

Ví dụ 3: Quãng đường AB dài 120 km. lúc 7h sáng một xe máy đi từ A đến B. Đi được $\frac{3}{4}$ xe bị hỏng phải dừng lại 10 phút để sửa rồi đi tiếp với vận tốc kém vận tốc lúc đầu 10km/h. Biết xe máy đến B lúc 11h40 phút trưa cùng ngày. Giả sử vận tốc xe máy trên $\frac{3}{4}$ quãng đường đầu không đổi và vận tốc

xe máy trên $\frac{1}{4}$ quãng đường sau cũng không đổi. Hỏi xe máy bị hỏng lúc mấy giờ?

(Trích đề tuyển sinh vào lớp 10 Trường chuyên ĐHSPT Hà Nội năm 2015)

Lời giải

Gọi vận tốc trên $\frac{3}{4}$ quãng đường ban đầu là x (km/h), điều kiện: $x > 10$.

Thì vận tốc trên $\frac{1}{4}$ quãng đường sau là $x - 10$ (km/h).

Thời gian trên $\frac{3}{4}$ quãng đường ban đầu là $\frac{90}{x}$ (h).

Thời gian đi trên $\frac{1}{4}$ quãng đường sau là: $\frac{30}{x-10}$ (h).

Thời gian đi cả hai quãng đường là: $11 \text{ giờ } 40 \text{ phút} - 7 \text{ giờ} - 10 \text{ phút} = \frac{9}{2}$ giờ.

Nên ta có phương trình: $\frac{90}{x} + \frac{30}{x-10} = \frac{9}{2}$.

Giải phương trình ta được $x = 30$ thỏa mãn điều kiện.

Do đó thời gian đi trên $\frac{3}{4}$ quãng đường ban đầu $\frac{90}{30} = 3$ (giờ).

Vậy xe hỏng lúc 10 giờ.

Ví dụ 4: Một ca nô xuôi dòng 78km và ngược dòng 44 km mất 5 giờ với vận tốc dự định. nếu ca nô xuôi 13 km và ngược dòng 11 km với cùng vận tốc dự định đó thì mất 1 giờ. Tính vận tốc riêng của ca nô và vận tốc dòng nước.

Lời giải

Gọi vận tốc riêng của ca nô là x (km/h, $x > 0$).

Và vận tốc của dòng nước là y (km/h, $y > 0$).

Ca nô xuôi dòng đi với vận tốc $x + y$ (km/h). Đi đoạn đường 78 km nên thời gian đi là $\frac{78}{x + y}$ (giờ).

Ca nô đi ngược dòng với vận tốc $x - y$ (km/h). Đi đoạn đường 44 km nên thời gian đi là $\frac{44}{x - y}$ (giờ).

Tổng thời gian xuôi dòng là 78 km và ngược dòng là 44 km mất 5 giờ nên ta có phương trình: $\frac{78}{x + y} + \frac{44}{x - y} = 5$ (1).

Ca nô xuôi dòng 13 km và ngược dòng 11 km nên ta có phương trình:

$$\frac{13}{x + y} + \frac{11}{x - y} = 1 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} \frac{78}{x + y} + \frac{44}{x - y} = 5 \\ \frac{13}{x + y} + \frac{11}{x - y} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 26 \\ x - y = 22 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 24 \\ y = 2 \end{cases}.$$

Đối chiếu với điều kiện ta thấy thỏa mãn.

Vậy vận tốc riêng của ca nô là 24 km/h và vận tốc của dòng nước là 2 km/h.

Ví dụ 5: Một ô tô đi từ A đến B với vận tốc dự định trong một thời gian dự định. Nếu ô tô tăng vận tốc thêm 3 km/h thì thời gian rút ngắn được 2 giờ so với dự định. Nếu ô tô giảm vận tốc đi 3 km/h thì thời gian đi tăng hơn 3 giờ so với dự định. tính độ dài quãng đường AB.

Lời giải

Gọi vận tốc dự định của ô tô là x (km/h, $x > 3$) và thời gian dự định đi từ A đến B là y (giờ, $y > 2$). Khi đó quãng đường từ A đến B dài xy (km).

Nếu ô tô tăng vận tốc thêm 3 km/h thì vận tốc lúc đó là $x+3$ (km/h). khi đó thời gian đi sẽ là: $y-2$ (giờ).

Ta có phương trình: $(x+3)(y-2) = xy$ (1).

Tương tự nếu ô tô giảm vận tốc đi 3 km/h thì thời gian tăng 3 giờ nên ta có phương trình: $(x-3)(y+3) = xy$ (2).

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình
$$\begin{cases} (x+3)(y-2) = xy \\ (x-3)(y+3) = xy \end{cases}$$

Giải hệ ta được $\begin{cases} x = 15 \\ y = 12 \end{cases}$. Đối chiếu với điều kiện ta thấy thỏa mãn.

Vậy quãng đường AB dài là: $12 \cdot 15 = 180$ (km).

Chú ý rằng: Trong bài toán này, vì các dữ kiện liên quan trực tiếp đến sự thay đổi của vận tốc và thời gian nên ta chọn là ẩn và giải như trên. Nếu đặt độ dài quãng đường và vận tốc dự định là ẩn số ta cũng lập được hệ hai phương trình hai ẩn và vẫn giải được bài toán, tuy nhiên sẽ khó khăn hơn.

BÀI TOÁN LIÊN QUAN ĐẾN NĂNG SUẤT LAO ĐỘNG - CÔNG VIỆC

1. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

Ta cần chú ý: Khi giải các bài toán liên quan đến năng suất thì liên hệ giữa ba đại lượng là: **Khối lượng công việc = năng suất lao động $\times$ thời gian.**

2. VÍ DỤ MINH HỌA

Ví dụ 1: Một công ty dự định điều động một số xe để chuyển 180 tấn hàng từ cảng Dung Quất vào thành phố Hồ Chí Minh, mỗi xe chở khối lượng hàng như nhau. Nhưng do nhu cầu thực tế cần chuyển thêm 28 tấn hàng nên công ty đó phải điều động thêm một xe cùng loại và mỗi xe bây giờ phải chở thêm 1 tấn hàng mới đáp ứng được nhu cầu đặt ra. Hỏi theo dự định công ty đó cần điều động bao nhiêu xe? Biết rằng mỗi xe không chở quá 15 tấn.

(Trích đề tuyển sinh vào lớp 10 tỉnh Quảng Ngãi 2015)

Lời giải

Gọi x (tấn) là số tấn hàng trong thực tế mà mỗi xe phải chở (Điều kiện: $1 < x \leq 15, x \in \mathbb{N}$).

$\Rightarrow x-1$ là số tấn hàng mỗi xe phải chở theo dự định.

Số xe thực tế phải điều động là: $\frac{180+28}{x}$ (xe).

Số xe cần điều động theo dự định là: $\frac{180}{x-1}$ (xe).

Vì vậy số xe thực tế nhiều hơn dự định là 1 xe nên ta có phương trình:

$$\frac{208}{x} - \frac{180}{x-1} = 1 \Leftrightarrow 208x - 208 - 180x = x^2 - x \Leftrightarrow x^2 - 29x + 208 = 0.$$

$\Rightarrow x_1 = 13$ (thỏa mãn) hoặc $x_2 = 16$ (loại vì $x \leq 15$).

Vậy theo dự định cần điều động: $\frac{180}{x-1} = \frac{180}{13-1} = 15$ (xe).

Ví dụ 2: Hưởng ứng phong trào “Vì biển đảo Trường Sa” một đội tàu dự định chở 280 tấn hàng ra đảo. Nhưng khi chuẩn bị khởi hành thì số hàng hóa đã tăng thêm 6 tấn so với dự định. vì vậy đội tàu phải bổ sung thêm 1 tàu và mỗi tàu chở ít hơn dự định 2 tấn hàng. Hỏi khi dự định đội tàu có bao nhiêu chiếc tàu, biết các tàu chở số tấn hàng bằng nhau.

(Trích đề tuyển sinh vào lớp 10 Tỉnh Bà Rịa Vũng Tàu năm 2015)

Lời giải

Gọi x (chiếc) là số tàu dự định của đội ($x \in \mathbb{N}^*, x < 140$).

Số tàu tham gia vận chuyển là $x+1$ (chiếc).

Số tấn hàng trên mỗi chiếc theo dự định $\frac{280}{x}$ (tấn).

Số tấn hàng trên mỗi chiếc thực tế $\frac{286}{x+1}$ (tấn).

Theo bài ra ta có phương trình: $\frac{280}{x} - \frac{286}{x+1} = 2$.

$$\Leftrightarrow 280(x+1) - 286x = 2x(x+1) \Leftrightarrow x^2 + 4x - 140 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 10 \\ x = -14(l) \end{cases}. \quad \text{Vậy}$$

đội tàu lúc đầu có 10 chiếc tàu.

Ví dụ 3: Một công nhân theo kế hoạch phải làm 85 sản phẩm trong một khoảng thời gian dự định. Nhưng do yêu cầu đột xuất, người công nhân đó phải làm 96 sản phẩm. Do người công nhân mỗi giờ đã làm tăng thêm 3 sản phẩm nên người đó đã hoàn thành công việc sớm hơn so với thời gian dự định là 20 phút. Tính xem theo dự định mỗi giờ người đó phải làm bao nhiêu sản phẩm, biết rằng mỗi giờ chỉ làm được không quá 20 sản phẩm.

Lời giải

Gọi số sản phẩm công nhân dự định làm trong một giờ là x ($0 < x \leq 20$).

Thời gian dự kiến người đó làm xong 85 sản phẩm là $\frac{85}{x}$ (giờ).

Thực tế mỗi giờ làm tăng thêm 3 sản phẩm nên số sản phẩm làm được mỗi giờ là $x + 3$.

Do đó 96 sản phẩm được làm trong $\frac{96}{x+3}$ (giờ).

Thời gian hoàn thành công việc thực tế sớm hơn so với dự định là 20 phút $= \frac{1}{3}$ giờ nên ta có phương trình $\frac{85}{x} - \frac{96}{x+3} = \frac{1}{3}$.

Giải phương trình ta được $x = 15$ hoặc $x = -51$.

Đối chiếu điều kiện ta loại nghiệm $x = -51$.

Theo dự định mỗi giờ người đó phải làm 15 sản phẩm.

Ví dụ 4: Để hoàn thành một công việc, nếu hai tổ cùng làm chung thì hết 6 giờ. Sau 2 giờ làm chung thì tổ hai được điều đi làm việc khác, tổ một tiếp tục làm và đã hoàn thành công việc còn lại trong 10 giờ. Hỏi nếu làm riêng thì mỗi tổ sẽ hoàn thành công việc này trong thời gian bao nhiêu?

Lời giải

Gọi thời gian tổ một làm riêng và hoàn thành công việc là x (giờ, $x > 6$).

Gọi thời gian tổ hai làm riêng và hoàn thành công việc là y (giờ, $y > 6$).

Mỗi giờ tổ một làm được $\frac{1}{x}$ (phần công việc).

Mỗi giờ tổ hai làm được $\frac{1}{y}$ (phần công việc).

Biết hai tổ làm chung trong 6 giờ thì hoàn thành được công việc nên ta có phương trình:

$\frac{6}{x} + \frac{6}{y} = 1$ (1). Thực tế để hoàn thành công việc này thì tổ hai làm trong 2

giờ và tổ một làm trong $2 + 10 = 12$ (giờ), ta có phương trình: $\frac{12}{x} + \frac{2}{y} = 1$

(2). Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{6}{x} + \frac{6}{y} = 1 \\ \frac{12}{x} + \frac{2}{y} = 1 \end{cases}$$
. Giải hệ ta được:

$\begin{cases} x = 15 \\ y = 10 \end{cases}$ thỏa mãn điều kiện.

Nếu làm riêng thì tổ một hoàn thành công việc trong 15 giờ và tổ hai hoàn thành công việc trong 10 giờ.

Nhận xét: Bài toán hai người (hai đội) cùng làm chung – làm riêng để hoàn thành một công việc có hai đại lượng chính là năng suất của mỗi người (hoặc mỗi đội). Ta coi toàn bộ khối lượng công việc cần thực hiện là 1.

+ Năng suất công việc = 1 : thời gian.

+ Năng suất chung = Tổng năng suất riêng.

Chú ý:

Trong bài toán trên có thể thay điều kiện $x > 6$ bằng điều kiện $x > 10$ hoặc thậm chí là $x > 12$.

Có thể thay phương trình (2) bằng phương trình $\frac{10}{x} = \frac{2}{3}$ vì phần việc còn lại riêng tổ một làm là $\frac{2}{3}$. Ta có ngay $x = 15$.

Ví dụ 5: Cho một bể cạn (không có nước). Nếu hai vòi nước cùng được mở để chảy vào bể này thì sẽ đầy bể sau 4 giờ 48 phút. Nếu mở riêng từng vòi chảy vào bể thì thời gian vòi một chảy đầy bể sẽ ít hơn thời gian vòi hai chảy đầy bể là 4 giờ. Hỏi mỗi vòi chảy một mình thì sau bao lâu sẽ đầy bể?

Lời giải

Đổi 4 giờ 48 phút $= 4\frac{4}{5}$ giờ $= \frac{24}{5}$ giờ.

Cách 1: Lập hệ phương trình.

Gọi thời gian vòi một chảy một mình đầy bể trong x (giờ, $x > \frac{24}{5}$).

Gọi thời gian vòi hai chảy một mình đầy bể trong y (giờ, $y > \frac{24}{5}$).

Biết hai vòi cùng chảy thì sau $\frac{24}{5}$ giờ thì đầy bể nên ta có phương trình:

$$\frac{24}{5x} + \frac{24}{5y} = 1 \quad (1).$$

Nếu chảy riêng thì vòi một chảy đầy bể nhanh hơn vòi hai là 4 giờ nên ta có phương trình:

$$x = y - 4 \quad (2).$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{24}{5x} + \frac{24}{5y} = 1 \\ x = y - 4 \end{cases}.$$

Giải hệ trên ta được:
$$\begin{cases} x = 8 \\ y = 12 \end{cases} \text{ (thỏa mãn điều kiện).}$$

Vậy vòi một chảy một mình trong 8 giờ thì đầy bể và vòi hai chảy một mình trong 12 giờ thì đầy bể.

Cách 2: Lập phương trình.

Gọi thời gian vòi một chảy một mình đầy bể là x (giờ, $x > \frac{24}{5}$).

Khi đó trong một giờ vòi một chảy được $\frac{1}{x}$ (phần bể).

Vòi hai chảy một mình đầy bể trong $x + 4$ (giờ) nên trong một giờ chảy được: $\frac{1}{x + 4}$ (phần bể).

Tổng cộng trong một giờ hai vòi chảy được $\frac{1}{x} + \frac{1}{x + 4}$ (phần bể) (3).

Sau 4 giờ 48 phút $= \frac{24}{5}$ giờ hai vòi cùng chảy thì đầy bể nên trong một giờ chảy được $\frac{5}{24}$ (phần bể) (4).

Từ (3) và (4) ta có phương trình $\frac{1}{x} + \frac{1}{x + 4} = \frac{5}{24}$.

Giải phương trình ta được $x = -\frac{12}{5}$ (loại) hoặc $x = 8$ (thỏa mãn).

Vậy thời gian vòi một chảy một mình đầy bể là 8 giờ. Vòi hai chảy một mình đầy bể là $8 + 4 = 12$ (giờ).

Nhận xét: Ta có thể chuyển bài toán trên thành bài toán sau: “Hai đội công nhân cùng làm chung một công việc thì hoàn thành sau 4 giờ 48 phút. Nếu làm riêng để hoàn thành công việc này thì thời gian đội một ít hơn thời gian đội hai là 4 giờ. Hỏi khi làm riêng thì mỗi đội hoàn thành công việc trong bao lâu?”

Ví dụ 6: Một mảnh đất hình chữ nhật có độ dài đường chéo là 13m và chiều dài lớn hơn chiều rộng là 7m. Tính chiều dài và chiều rộng của mảnh đất đó.

Lời giải

Cách 1: Lập phương trình.

Gọi chiều rộng của mảnh đất hình chữ nhật là x ($m, x > 0$).

Chiều dài mảnh đất hình chữ nhật lớn hơn chiều rộng 7m nên chiều dài của mảnh đất hình chữ nhật là $x + 7$ (m).

Biết độ dài đường chéo là 13m nên theo định lý Pitago ta có phương trình:

$$x^2 + (x + 7)^2 = 13^2.$$

Giải phương trình ta được $x = 5$ hoặc $x = -12$. Đối chiếu với điều kiện ta có chiều rộng mảnh đất hình chữ nhật là 5m và chiều dài mảnh đất đó là 12m.

Cách 2: Lập hệ phương trình.

Gọi chiều dài của mảnh đất đó là x và chiều rộng của mảnh đất đó là y ($m, x > y > 0$).

Khi đó ta có hệ phương trình $\begin{cases} y + 7 = x \\ x^2 + y^2 = 13^2 \end{cases}$. Giải hệ ta được $\begin{cases} x = 12 \\ y = 5 \end{cases}$.

Đối chiếu với điều kiện ta thấy thỏa mãn. Vậy chiều rộng mảnh đất hình chữ nhật là 5m và chiều dài là 12m.

BÀI TẬP RÈN LUYỆN

1. Một ô tô tải đi từ A đến B với vận tốc 45km/h. sau 1 giờ 30 phút thì một xe con cũng xuất phát đi từ A đến B với vận tốc 60km/h và đến B cùng lúc với xe tải. Tính quãng đường AB.
2. Hai người đi xe đạp xuất phát cùng một lúc đi từ A đến B. vận tốc của họ hơn kém nhau 3km/h nên đến B sớm muộn hơn nhau 30 phút. Tính vận tốc của mỗi người, biết quãng đường AB dài 30km/h.
3. Hai tỉnh A,B cách nhau 180km/h. Cùng một lúc, ô tô đi từ A đến B và một xe máy đi từ B về A. Hai xe gặp nhau ở thị trấn C. Từ C đến B ô tô đi hết 2 giờ, còn từ C về A xe máy đi hết 4 giờ 30 phút. Tính vận tốc của ô tô và xe máy biết rằng trên đường AB hai xe đều chạy với vận tốc không đổi.
4. Trong một cuộc đua, ba tay đua mô tô đã khởi hành cùng một lúc. Mỗi giờ người thứ hai chạy chậm hơn người thứ nhất 15km và nhanh hơn người thứ ba 3 km. người thứ ba đến đích chậm hơn người thứ nhất 12 phút và sớm hơn người thứ ba 3 phút. Tính thời gian chạy hết quãng đường đua của các tay đua.
5. Một xe máy đi từ A đến B trong thời gian dự định. Nếu vận tốc tăng 20km/h thì đến sớm 1 giờ, nếu vận tốc giảm đi 10km/h thì đến muộn 1 giờ. Tính quãng đường AB.
6. Một ô tô đi từ A đến B. Cùng một lúc, một ô tô khác đi từ B đến A với vận tốc bằng $\frac{2}{3}$ vận tốc ô tô thứ nhất. Sau 5 giờ chúng gặp nhau. Hỏi mỗi ô tô đi cả quãng đường AB mất bao lâu?
7. Hai bến sông A và B cách nhau 40km. cùng một lúc với ca nô xuôi từ bến A có một chiếc bè trôi từ bến A với vận tốc 3km/h. Sau khi đến bến B, ca nô quay trở về bến A ngay và gặp bè, khi đó bè đã trôi được 8km. tính vận tốc riêng của ca nô.

8. Hai bạn A và B cùng làm chung một công việc thì hoàn thành sau 6 ngày. Hỏi nếu A làm một mình 3 ngày rồi nghỉ thì B hoàn thành nốt công việc trong thời gian bao lâu? Biết rằng nếu làm một mình xong công việc thì B làm lâu hơn A là 9 ngày.

9. Trong một kỳ thi, hai trường A,B có tổng cộng 350 học sinh dự thi. Kết quả là hai trường có tổng cộng 338 học sinh trúng tuyển. Tính ra thì trường A có 97% và trường B có 96% học sinh dự thi trúng tuyển. Hỏi mỗi trường có bao nhiêu thí sinh dự thi?

10. Có hai loại quặng sắt. quặng loại A chứa 60% sắt, quặng loại B chứa 50% sắt. người ta trộn một lượng quặng loại A với một lượng quặng loại B thì được hỗn hợp chứa $\frac{8}{15}$ sắt. Nếu lấy tăng hơn lúc đầu là 10 tấn quặng loại A và lấy giảm hơn lúc đầu là 10 tấn quặng loại B thì được hỗn hợp quặng chứa $\frac{17}{30}$ sắt. Tính khối lượng quặng mỗi loại đem trộn lúc đầu.

LỜI GIẢI BÀI TẬP RÈN LUYỆN

1. Gọi độ dài quãng đường AB là x (đơn vị km, $x > 0$).

Thời gian ô tô tải đi từ A đến B là $\frac{x}{45}$ (giờ).

Thời gian xe con đi từ A đến B là $\frac{x}{60}$ (giờ).

Vì xe con xuất phát sau xe tải 1 giờ 30 phút $= \frac{3}{2}$ giờ nên ta có phương trình:

$$\frac{x}{45} - \frac{x}{60} = \frac{3}{2} \Leftrightarrow \frac{x}{180} = \frac{3}{2} \Leftrightarrow x = 270 \text{ (thỏa mãn điều kiện).}$$

Vậy độ dài quãng đường AB là 270km.

2. Gọi vận tốc của người đi chậm là $x(km/h)$, $x > 0$. Vận tốc của người đi nhanh là $x + 3$ (giờ). Vì người đi chậm đến muộn hơn 30 phút $= \frac{1}{2}$ giờ nên

$$\text{ta có phương trình: } \frac{30}{x} - \frac{30}{x+3} = \frac{1}{2}.$$

$$\Leftrightarrow 60(x+3) - 60x = x^2 + 3x \Leftrightarrow x^2 + 3x - 180 = 0.$$

$$\Delta = 3^2 - 4 \cdot (-180) = 729 = 27^2 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 27.$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = \frac{-3-27}{2} = -15 \\ x = \frac{-3+27}{2} = 12 \end{cases}.$$

So sánh với điều kiện suy ra chỉ có nghiệm $x = 12$ thỏa mãn.

Vậy vận tốc của người đi chậm là 12km/h, vận tốc của người đi nhanh là 15km/h.

3. Gọi vận tốc của ô tô là x (km/h), của xe máy là y (km/h) với $x, y > 0$.

Sau một thời gian, hai xe gặp nhau tại C, xe ô tô phải chạy tiếp hai giờ nữa thì tới B nên quãng đường CB dài $2x$ km, còn xe máy phải đi tiếp 4 giờ 30 phút hay 4,5 giờ mới tới A nên quãng đường CA dài $4,5y$ km. Do đó ta có phương trình: $2x + 4,5y = 180$.

Ô tô chạy với vận tốc x km/h nên thời gian đi quãng đường AC là $\frac{4,5y}{x}$ giờ, xe máy đi với vận tốc y km/h thì thời gian đi quãng đường CB là $\frac{2x}{y}$.

Vì hai xe khởi hành cùng một lúc và gặp nhau tại C nên tại lúc gặp nhau hai xe đã đi được một khoảng thời gian như nhau và ta có phương trình:

$$\frac{4,5y}{x} = \frac{2x}{y}.$$

Vậy ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} 2x + 4,5y = 180 \\ \frac{4,5y}{x} = \frac{2x}{y} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 4,5y = 180 \\ 9y^2 = 4x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 4,5 = 180 \\ 3y = 2x \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3y + 4,5y = 180 \\ 3y = 2x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{15y}{2} = 180 \\ x = \frac{3y}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 24 \\ x = 36 \end{cases}.$$

So sánh với điều kiện ta thấy các giá trị $x = 36, y = 24$ đều thỏa mãn.

Vậy vận tốc của ô tô là 36km/h, vận tốc của xe máy là 24km/h.

4. Gọi vận tốc của người thứ hai là x (km/h), $x > 3$ thì vận tốc của người thứ nhất là $x + 15$ (km/h), vận tốc của người thứ ba là $x - 3$ (km/h).

Gọi chiều dài quãng đường là y (km, $y > 0$).

Thời gian người thứ hai đi hết đường đua là $\frac{y}{x}$ (giờ).

Thời gian người thứ nhất đi hết đường đua là $\frac{y}{x+15}$ (giờ).

Thời gian người thứ ba đi hết đường đua là $\frac{y}{x-3}$ (giờ).

Người thứ hai đi đến đích chậm hơn người thứ nhất là 12 phút $= \frac{1}{5}$ giờ nên

ta có phương trình:

$$\frac{y}{x} - \frac{y}{x+15} = \frac{1}{5}.$$

Vì $y > 0$ nên phương trình này tương đương với $\frac{1}{x} - \frac{1}{x+15} = \frac{1}{5y}$ (1).

Người thứ hai đến đích sớm hơn người thứ ba là 3 phút $= \frac{1}{20}$ giờ nên ta có

phương trình: $\frac{y}{x-3} - \frac{y}{x} = \frac{1}{20}$.

Vì $y > 0$ nên phương trình này tương đương với $\frac{1}{x-3} - \frac{1}{x} = \frac{1}{20y}$ (2).

Từ (1) và (2) ta có: $\frac{1}{x} - \frac{1}{x+15} = 4\left(\frac{1}{x-3} - \frac{1}{x}\right)$.

$$\Leftrightarrow \frac{15}{x(x+15)} = \frac{12}{x(x-3)} \Leftrightarrow 15(x-3) = 12(x+15) \Leftrightarrow 5(x-3) = 4(x+15) \Leftrightarrow x = 75$$

Nghiệm $x = 75$ thỏa mãn điều kiện, từ (1) ta có $y = 90$.

Vậy vận tốc của người thứ hai là 75km/h, vận tốc của người thứ nhất là 90km/h, vận tốc của người thứ ba là 72km/h.

5. Để tính quãng đường AB ta tính đại lượng là vận tốc dự định và thời gian dự định.

Gọi vận tốc dự định là x giờ, thời gian dự định là y km/h ($x > 10, y > 1$).

Quãng đường AB dài là $x.y$ (km).

Nếu vận tốc tăng thêm 20km/h thì đến sớm 1 giờ, quãng đường được tính bằng công thức:

$$(x+20).(y-1) \text{ (km)}.$$

Nếu giảm vận tốc đi 10km/h thì đến muộn 1 giờ, quãng đường đi được tính bằng công thức $(x-10).(y+1)$ (km).

Ta có hệ:
$$\begin{cases} (x+20)(y-1)=xy \\ (x-10)(y+1)=xy \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} xy-x+20y-20=xy \\ xy+x-10y-10=xy \end{cases}.$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -x+20y=20 \\ x-10y=10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 10y=30 \\ x=10y+10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=3 \\ x=40 \end{cases}.$$

So sánh với điều kiện ta thấy giá trị $x=40, y=3$ thỏa mãn.

Vậy vận tốc dự định là 40km/h, thời gian dự định là 3 giờ. Quãng đường AB dài là: $40.3=120$ km.

6. Gọi thời gian ô tô thứ nhất đi hết quãng đường AB là x giờ ($x > 5$).

Vận tốc xe ô tô thứ nhất là $\frac{AB}{x}$ (km/h).

Vận tốc xe ô tô thứ hai là $\frac{2}{3} \cdot \frac{AB}{x}$ (km/h).

Sau 5 giờ hai xe gặp nhau, nghĩa là tổng quãng đường hai xe đi được bằng quãng đường AB, ta có phương trình: $5 \cdot \frac{AB}{x} + 5 \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{AB}{x} = AB$.

$$\Leftrightarrow 5 \cdot \frac{1}{x} + \frac{10}{3} \cdot \frac{1}{x} = 1 \Leftrightarrow \frac{25}{3} \cdot \frac{1}{x} = 1 \Leftrightarrow x = \frac{25}{3} = 8\frac{1}{3} \text{ (thỏa mãn điều kiện } x > 5).$$

Thời gian ô tô thứ hai đi hết quãng đường AB là: $\frac{2AB}{3x} = \frac{3x}{2} = \frac{3 \cdot \frac{25}{3}}{2} = 12\frac{1}{2}$.

Vậy thời gian ô tô thứ nhất đi hết quãng đường AB là $8\frac{1}{3}$ giờ, thời gian xe thứ hai đi hết quãng đường AB là 12 giờ 30 phút.

7. Gọi vận tốc ca nô là x (km/h), $x > 3$. Vận tốc ca nô xuôi dòng là $x+3$ (km/h).

Thời gian ca nô xuôi dòng từ A đến B là $\frac{40}{x+3}$ (giờ).

Vận tốc ca nô ngược dòng là $x-3$ (km/h).

Quãng đường ca nô ngược dòng từ B đến địa điểm gặp bè là : $40-8=32$ km.

Thời gian ca nô ngược dòng từ B đến địa điểm gặp bè là: $\frac{32}{x-3}$ (giờ).

Ta có phương trình: $\frac{40}{x+3} + \frac{32}{x-3} = \frac{8}{3} \Leftrightarrow \frac{5}{x+3} + \frac{4}{x-3} = \frac{1}{3}$.

$$\Leftrightarrow 15(x-3) + 12(x+3) = x^2 - 9$$

$$\Leftrightarrow x^2 = 27x \Leftrightarrow \begin{cases} x = 27 \\ x = 0 \end{cases}.$$

So sánh với điều kiện thì chỉ có nghiệm $x = 27$ thỏa mãn, suy ra vận tốc của ca nô là 27km/h.

8. Gọi thời gian A,B làm riêng xong công việc lần lượt là x, y (ngày), $x, y > 0$.

Mỗi ngày đội A làm riêng được $\frac{1}{x}$ công việc.

Mỗi ngày đội B làm riêng được $\frac{1}{y}$ công việc.

Ta có hệ phương trình: $\begin{cases} y-x=6 \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{6} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=9 \\ y=18 \end{cases}$.

Vì A làm 9 ngày xong nên 3 ngày làm được $\frac{1}{3}$ công việc.

Vì B làm 18 ngày xong nên 3 ngày B làm được $\frac{1}{18}$ công việc, số ngày làm xong $\frac{2}{3}$ công việc còn lại là $\frac{2}{3} : \frac{1}{18} = 12$ ngày.

9. Gọi số thí sinh tham dự của trường A và trường B lần lượt là x, y ($x, y \in \mathbb{N}^*; x, y < 350$).

Ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + y = 350 \\ \frac{97}{100}x + \frac{96}{100}y = 338 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 200 \\ y = 150 \end{cases}.$$

10. Gọi khối lượng quặng đem trộn lúc đầu quặng loại A là x (tấn), quặng loại B là y (tấn), $x > 0, y > 10$.

Ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} \frac{60}{100}x + \frac{50}{100}y = \frac{8}{15}(x + y) \\ \frac{60}{100}(x + 10) + \frac{50}{100}(y - 10) = \frac{17}{30}(x + 10 + y - 10) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 10 \\ y = 20 \end{cases} \text{ (thỏa mãn).}$$

----- **HẾT** -----