

NHÓM GIẢI ĐỀ:

1. Thầy Hoàng Đức Vương – GV Luyện thi TP Huế
2. Thầy Huỳnh Quang Nhật Minh – Khoa Toán, ĐHSP Huế
3. Huỳnh Quang Nhật Sinh
4. Nguyễn Quốc Trung
5. Võ Thành Phúc
6. Phan Thành Sơn

ĐÁP ÁN THAM KHẢO

Câu 1 (1,5 điểm).

- a) Tìm x để biểu thức $A = \sqrt{2x-1}$ có nghĩa.
- b) Không sử dụng máy tính cầm tay, tính giá trị của biểu thức $B = \sqrt{3}(\sqrt{3^2 \cdot 3} - 2\sqrt{2^2 \cdot 3} + \sqrt{4^2 \cdot 3})$.
- c) Rút gọn biểu thức $C = \left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}-1} - \frac{\sqrt{a}}{a-\sqrt{a}} \right) : \frac{\sqrt{a}+1}{a-1}$ với $a > 0$ và $a \neq 1$.

Lời giải

- a) Biểu thức $A = \sqrt{2x-1}$ có nghĩa khi $2x-1 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq \frac{1}{2}$.
- b) Ta có $B = \sqrt{3}(\sqrt{3^2 \cdot 3} - 2\sqrt{2^2 \cdot 3} + \sqrt{4^2 \cdot 3}) = \sqrt{3}(3\sqrt{3} - 2 \cdot 2\sqrt{3} + 4\sqrt{3}) = \sqrt{3} \cdot 3\sqrt{3} = 9$.
- c) Với $a > 0$ và $a \neq 1$ ta có $C = \left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}-1} - \frac{\sqrt{a}}{a-\sqrt{a}} \right) : \frac{\sqrt{a}+1}{a-1} = \left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}-1} - \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}(\sqrt{a}-1)} \right) : \frac{\sqrt{a}+1}{(\sqrt{a}-1)(\sqrt{a}+1)}$
 $= \left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}-1} - \frac{1}{\sqrt{a}-1} \right) : \frac{1}{\sqrt{a}-1} = \frac{\sqrt{a}-1}{\sqrt{a}-1} \cdot (\sqrt{a}-1) = \sqrt{a}-1$.

Câu 2 (1,5 điểm).

- a) Giải phương trình $x^4 + 3x^2 - 4 = 0$.
- b) Cho đường thẳng $d: y = (m-1)x + n$. Tìm các giá trị của m và n để đường thẳng d đi qua điểm $A(1; -1)$ và có hệ số góc bằng -3 .

Lời giải

- a) Đặt $t = x^2$ ($t \geq 0$). Phương trình trở thành $t^2 + 3t - 4 = 0$ (1).
- Ta có $a+b+c = 1+3-4 = 0$. Phương trình (1) có hai nghiệm $t = 1$ và $t = -4$ (loại).
- Với $t = 1$ ta có $x^2 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$.
- Vậy phương trình có hai nghiệm $x = 1, x = -1$.
- b) Đường thẳng d có hệ số góc bằng -3 nên $m-1 = -3 \Leftrightarrow m = -2$.
- Đường thẳng d đi qua điểm $A(1; -1)$ nên $-1 = -3 \cdot 1 + n \Leftrightarrow n = 2$.
- Vậy $m = -2$ và $n = 2$.

Câu 3 (1,0 điểm). Để phục vụ cho Festival Huế 2018, một cơ sở sản xuất nón lá dự kiến làm ra 300 chiếc nón lá trong một thời gian đã định. Do được bổ sung thêm nhân công nên mỗi ngày cơ sở đó làm ra được nhiều hơn 5 chiếc nón lá so với dự kiến ban đầu, vì vậy cơ sở sản xuất đã hoàn thành 300 chiếc nón lá sớm hơn 3 ngày so với thời gian đã định. Hỏi theo dự kiến ban đầu, mỗi ngày cơ sở đó làm ra bao nhiêu chiếc nón lá? Biết rằng số chiếc nón lá làm ra mỗi ngày là bằng nhau và nguyên chiếc.

Lời giải

Gọi x là số chiếc nón lá làm ra trong mỗi ngày theo dự kiến ban đầu. Điều kiện: $x \in \mathbb{N}$.

Số ngày làm xong 300 chiếc nón lá theo dự định là: $\frac{300}{x}$ (ngày).

Số ngày thực tế làm xong 300 chiếc nón lá là: $\frac{300}{x+5}$ (ngày).

Vì thực tế cơ sở đã hoàn thành xong 300 chiếc nón lá sớm hơn so với dự định 3 ngày nên ta có phương trình sau: $\frac{300}{x} - 3 = \frac{300}{x+5}$ (vì $x \in \mathbb{N}$ nên $x \neq 0$ và $x+5 \neq 0$) $\Leftrightarrow x^2 + 5x - 500 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 20 \\ x = -25 \end{cases}$

Kiểm tra lại điều kiện $x \in \mathbb{N}^*$, ta thấy $x = 20$ là thỏa mãn.

Vậy, theo dự kiến ban đầu thì mỗi ngày cơ sở đó làm ra 20 chiếc nón lá.

Câu 4 (2,0 điểm). Cho phương trình $x^2 + 2mx + m^2 + m = 0$ (1) (với x là ẩn số).

a) Giải phương trình (1) khi $m = -1$.

b) Tìm giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt.

c) Tìm giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn điều kiện:

$$(x_1 - x_2)(x_1^2 - x_2^2) = 32.$$

Lời giải

a) Với $m = -1$, phương trình (1) trở thành:

$$x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow x(x - 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}.$$

Vậy, với $m = -1$ thì phương trình (1) có hai nghiệm $x = 0$; $x = 2$.

b) Ta có: $\Delta' = m^2 - (m^2 + m) = m^2 - m^2 - m = -m$.

Để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt thì $\Delta' > 0 \Leftrightarrow -m > 0 \Leftrightarrow m < 0$.

Vậy, với $m < 0$ thì phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt.

c) Với $m < 0$, phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 (câu b),

Khi đó áp dụng định lý Vi-ét ta được: $\begin{cases} x_1 + x_2 = -2m \\ x_1 x_2 = m^2 + m \end{cases} (*)$

Ta có: $(x_1 - x_2)(x_1^2 - x_2^2) = 32 \Leftrightarrow (x_1 - x_2)(x_1 - x_2)(x_1 + x_2) = 32 \Leftrightarrow (x_1 - x_2)^2 (x_1 + x_2) = 32$

$\Leftrightarrow (x_1^2 - 2x_1 x_2 + x_2^2)(x_1 + x_2) = 32 \Leftrightarrow [(x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2](x_1 + x_2) = 32 (**)$

Thay (*) vào (**) ta được:

$$[(-2m)^2 - 4(m^2 + m)](-2m) = 32 \Leftrightarrow (4m^2 - 4m^2 - 4m)(-2m) = 32 \Leftrightarrow (-4m)(-2m) = 32$$

$$\Leftrightarrow 8m^2 = 32 \Leftrightarrow m^2 = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m = -2 \end{cases}.$$

Kết hợp điều kiện $m < 0$, ta được $m = -2$ thỏa mãn bài toán.

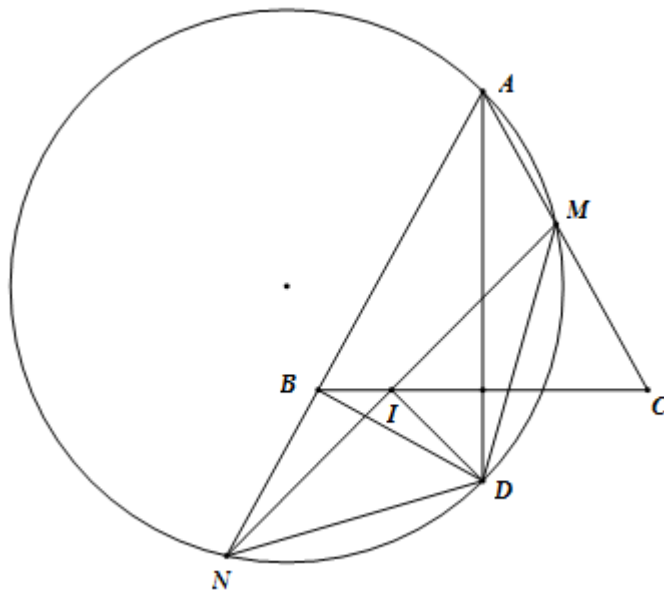
Câu 5 (3,0 điểm). Cho tam giác ABC cân tại A . Gọi M là điểm bất kì nằm trên cạnh AC (M không trùng A và C). Một đường thẳng đi qua M cắt cạnh BC tại I và cắt đường thẳng AB tại N sao cho I là trung điểm của đoạn thẳng MN . Đường phân giác trong của góc BAC cắt đường tròn ngoại tiếp tam giác AMN tại điểm D (D không trùng với A). Chứng minh rằng:

a) $DN = DM$ và $DI \perp MN$.

b) Tứ giác $BNDI$ nội tiếp.

c) Đường tròn ngoại tiếp tam giác AMN luôn đi qua một điểm cố định (khác điểm A) khi M di chuyển trên cạnh AC .

Lời giải



a) Ta có NAD là góc nội tiếp chắn cung DN , MAD là góc nội tiếp chắn cung DM .

Mà $NAD = MAD$ (do AD là phân giác góc BAC)

Suy ra $DN = DM \Rightarrow DN = DM$.

Lại có I là trung điểm MN ; $\triangle NDM$ cân tại D (do $DN = DM$)

Suy ra $DI \perp MN$.

b) Ta có $IDN = IDM$ (do $\triangle NDM$ cân tại D) $\Rightarrow IDN + DMI = IDM + DMI = 90^\circ$

Lại có $DMI = DAN$ (góc nội tiếp cùng chắn cung DN) $\Rightarrow IDN + DAN = 90^\circ$

Mặt khác $ABC + DAN = 90^\circ$ (do $AD \perp BC$) $\Rightarrow IDN = ABC$

$\Rightarrow IDN + NBD = ABC + NBD = 180^\circ$

Suy ra tứ giác $BNDI$ nội tiếp.

c) Ta có tứ giác $BNDI$ nội tiếp (chứng minh trên)

$\Rightarrow NBD = NID = 90^\circ \Rightarrow BD \perp AN$

Do đó D nằm trên đường vuông góc với AN tại B .

Mặt khác D thuộc đường phân giác góc BAC .

Hai đường này cố định nên D cố định,

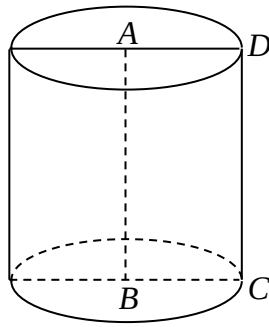
Theo giả thiết, D thuộc đường tròn ngoại tiếp tam giác AMN , do đó đường tròn ngoại tiếp tam giác AMN luôn đi qua điểm cố định là D .

Câu 6 (1,0 điểm). Cho hình chữ nhật $ABCD$ với $AB = 2a$, $BC = a$. Khi quay hình chữ nhật $ABCD$ quanh cạnh AB một vòng thì được hình trụ có thể tích V_1 và khi quay hình chữ nhật $ABCD$ quanh cạnh BC một vòng thì được hình trụ có thể tích V_2 . Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

Lời giải

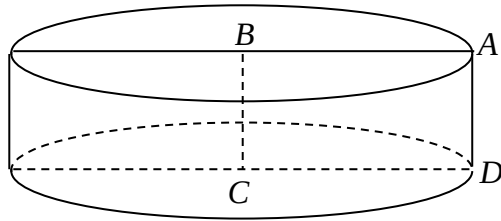
Khi quay hình chữ nhật $ABCD$ quanh cạnh AB ta được hình trụ với chiều cao $h_1 = AB = 2a$, bán kính $R_1 = BC = a$. Khi đó diện tích đáy hình trụ là $S_1 = \pi R_1^2 = \pi a^2$ (đvdt).

Suy ra $V_1 = h_1 \cdot S_1 = 2a \cdot \pi a^2 = 2\pi a^3$ (đvtt).



Khi quay hình chữ nhật $ABCD$ quanh cạnh BC ta được hình trụ với chiều cao $h_2 = BC = a$, bán kính $R_2 = AB = 2a$. Khi đó diện tích đáy hình trụ là $S_2 = \pi R_2^2 = \pi (2a)^2 = 4\pi a^2$ (đvdt).

Suy ra $V_2 = h_2 \cdot S_2 = a \cdot 4\pi a^2 = 4\pi a^3$ (đvtt).



$$\text{Vậy } \frac{V_1}{V_2} = \frac{2\pi a^3}{4\pi a^3} = \frac{1}{2}.$$

-----HẾT-----