

ĐỀ CHÍNH THỨC

Môn thi: TOÁN

Thời gian làm bài: 120 phút, không kể thời gian giao đề.

Câu 1. (2,0 điểm) Rút gọn các biểu thức sau:

a) $A = (\sqrt{12} - 2\sqrt{5})\sqrt{3} + \sqrt{60}$

b) $B = \frac{\sqrt{4x}}{x-3} \cdot \sqrt{\frac{x^2-6x+9}{x}}$ với $0 < x < 3$

Câu 2. (2,5 điểm)

1. Xác định hàm số bậc nhất $y = ax + b$ biết rằng đồ thị của hàm số đi qua hai điểm $M(1; -1)$ và $N(2;1)$.

2. Cho phương trình $x^2 + 2mx + m^2 - m + 3 = 0$ (1), trong đó m là tham số.

a) Giải phương trình (1) với $m = 4$.

b) Tìm giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm $x_1; x_2$ và biểu thức $P = x_1 x_2 - x_1 - x_2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Câu 3. (1,5 điểm)

Tình cảm gia đình có sức mạnh thật phi thường. Bạn Vi Quyết Chiến- Cậu bé 13 tuổi quá thương nhớ em trai của mình đã vượt qua một quãng đường dài 180 km từ Sơn La đến bệnh viện nhi Trung ương Hà Nội để thăm em. Sau khi đi bằng xe đạp 7 giờ, bạn ấy được lên xe khách và đi tiếp 1 giờ 30 phút nữa thì đến nơi. Biết vận tốc của xe khách lớn hơn vận tốc của xe đạp là 35 km/giờ. Tính vận tốc xe đạp của bạn Chiến.

Câu 4. (3,0 điểm)

Cho đường tròn (O) có hai đường kính AB và MN vuông góc với nhau. Trên tia đối của tia MA lấy điểm C khác điểm M. Kẻ MH vuông góc với BC (H thuộc BC).

a) Chứng minh BOMH là tứ giác nội tiếp.

b) MB cắt OH tại E. Chứng minh $ME \cdot HM = BE \cdot HC$.

c) Gọi giao điểm của đường tròn (O) và đường tròn ngoại tiếp tam giác MHC là K. Chứng minh ba điểm C, K, E thẳng hàng

Câu 5. (1,0 điểm) Giải phương trình: $\sqrt{5x^2 + 27x + 25} - 5\sqrt{x+1} = \sqrt{x^2 - 4}$

..... **HẾT**

Họ và tên thí sinh.....Số báo danh.....

**ĐỀ CHÍNH THỨC****Câu 1:** (2 điểm) Rút gọn biểu thức sau:

a) $A = (\sqrt{12} - 2\sqrt{5})\sqrt{3} + \sqrt{60}.$

b) $B = \frac{\sqrt{4x}}{x-3} \sqrt{\frac{x^2-6x+9}{x}}$ với $0 < x < 3.$

Câu 2: (2,5 điểm)1) Xác định hàm số bậc nhất $y = ax + b$, biết rằng đồ thị hàm số đi qua điểm M(1; -1) và N(2; 1).2) Cho phương trình: $x^2 - 2mx + m^2 - m + 3 = 0$ (1), với m là tham số.a) Giải phương trình (1) với $m = 4.$ b) Tìm các giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 và biểu thức:

$$P = x_1x_2 - x_1 - x_2 \text{ đạt giá trị nhỏ nhất.}$$

Câu 3: (1,5 điểm)

Tình cảm gia đình có sức mạnh phi thường. Bạn Vì Quyết Chiến - Cậu bé 13 tuổi qua thương nhớ em trai của mình đã vượt qua một quãng đường dài 180km từ Sơn La đến bệnh viện Nhi Trung ương Hà Nội để thăm em. Sau khi đi bằng xe đạp 7 giờ, bạn ấy được lên xe khách và đi tiếp 1 giờ 30 phút nữa thì đến nơi. Biết vận tốc của xe khách lớn hơn vận tốc của xe đạp là 35km/h. Tính vận tốc xe đạp của bạn Chiến.

Câu 4: (3,0 điểm)

Cho đường tròn (O) có hai đường kính AB và MN vuông góc với nhau. Trên tia đối của tia MA lấy điểm C khác điểm M. Kẻ MH vuông góc với BC (H thuộc BC).

a) Chứng minh BOMH là tứ giác nội tiếp.

b) MB cắt OH tại E. Chứng minh $ME.MH = BE.HC.$ c) Gọi giao điểm của đường tròn (O) với đường tròn ngoại tiếp $\triangle MHC$ là K. Chứng minh 3 điểm C, K, E thẳng hàng.**Câu 5:** (1,0 điểm) Giải phương trình: $\sqrt{5x^2 + 27x + 25} - 5\sqrt{x+1} = \sqrt{x^2 - 4}.$ **HƯỚNG DẪN LÀM BÀI****Câu 1:**

a) $A = (\sqrt{12} - 2\sqrt{5})\sqrt{3} + \sqrt{60} = \sqrt{36} - 2\sqrt{15} + 2\sqrt{15} = \sqrt{36} = 6$

b) Với $0 < x < 3$ thì $|x-3| = 3-x$

$$B = \frac{\sqrt{4x}}{x-3} \sqrt{\frac{x^2-6x+9}{x}} = \frac{2\sqrt{x}}{x-3} \sqrt{\frac{(x-3)^2}{x}} = \frac{-2\sqrt{x}}{3-x} \cdot \frac{|x-3|}{\sqrt{x}} = \frac{-2\sqrt{x}(3-x)}{(3-x)\sqrt{x}} = -2$$

Câu 2:1) Vì đồ thị hàm số đi qua điểm M(1; -1) nên $a+b=-1$ đồ thị hàm số đi qua điểm N(2; 1) nên $2a+b=1$

$$\text{Yêu cầu bài toán} \Leftrightarrow \begin{cases} a+b=-1 \\ 2a+b=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=-3 \end{cases}$$

Vậy hàm số phải tìm là $y = 2x - 3.$ 2) a) Với $m = 4$, phương trình (1) trở thành: $x^2 - 8x + 15 = 0$. Có $\Delta = 1 > 0$

Phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1 = 3; x_2 = 5$;

b) Ta có: $\Delta' = (-m)^2 - 1 \cdot (m^2 - m + 3) = m^2 - m^2 + m - 3 = m - 3$.

Phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 khi $\Delta' \geq 0 \Leftrightarrow m - 3 \geq 0 \Leftrightarrow m \geq 3$

Với $m \geq 3$, theo định lí Vi-ét ta có:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m \\ x_1 \cdot x_2 = m^2 - m + 3 \end{cases}$$

Theo bài ra: $P = x_1 x_2 - x_1 - x_2 = x_1 x_2 - (x_1 + x_2)$

Áp dụng định lí Vi-ét ta được:

$$P = m^2 - m + 3 - 2m = m^2 - 3m + 3 = m(m - 3) + 3$$

Vì $m \geq 3$ nên $m(m - 3) \geq 0$, suy ra $P \geq 3$. Dấu "=" xảy ra khi $m = 3$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của P là 3 khi $m = 3$.

Bài 3:

Đổi 1 giờ 30 phút = 1,5 giờ.

Gọi vận tốc xe đạp của bạn Chiến là x (km/h, $x > 0$)

Vận tốc của ô tô là $x + 35$ (km/h)

Quãng đường bạn Chiến đi bằng xe đạp là: $7x$ (km)

Quãng đường bạn Chiến đi bằng ô tô là: $1,5(x + 35)$ (km)

Do tổng quãng đường bạn Chiến đi là 180km nên ta có phương trình:

$$7x + 1,5(x + 35) = 180 \Leftrightarrow 7x + 1,5x + 52,5 = 180 \Leftrightarrow 8,5x = 127,5 \Leftrightarrow x = 15 \text{ (thỏa mãn)}$$

Vậy bạn Chiến đi bằng xe đạp với vận tốc là 15 km/h.

Bài 4:

a) Ta có: $\widehat{MOB} = 90^\circ$ (do $AB \perp MN$) và $\widehat{MHB} = 90^\circ$ (do $MH \perp BC$)

Suy ra: $\widehat{MOB} + \widehat{MHB} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$

$\Rightarrow$ Tứ giác BOMH nội tiếp.

b) $\triangle OMB$ vuông cân tại O nên $\widehat{OBM} = \widehat{OMB}$ (1)

Tứ giác BOMH nội tiếp nên $\widehat{OBM} = \widehat{OHM}$ (cùng chắn cung OM)

và $\widehat{OMB} = \widehat{OHB}$ (cùng chắn cung OB) (2)

Từ (1) và (2) suy ra: $\widehat{OHM} = \widehat{OHB}$

$$\Rightarrow HO \text{ là tia phân giác của } \widehat{MHB} \Rightarrow \frac{ME}{BE} = \frac{MH}{HB} \quad (3)$$

Áp dụng hệ thức lượng trong $\triangle BMC$ vuông tại M có MH là

$$\text{đường cao ta có: } HM^2 = HC \cdot HB \Rightarrow \frac{HM}{HB} = \frac{HC}{HM} \quad (4)$$

$$\text{Từ (3) và (4) suy ra: } \frac{ME}{BE} = \frac{HC}{HM} \quad (5) \Rightarrow ME \cdot HM = BE \cdot HC \text{ (đpcm)}$$

c) Vì $\widehat{MHC} = 90^\circ$ (do $MH \perp BC$) nên đường tròn ngoại tiếp $\triangle MHC$ có đường kính là MC

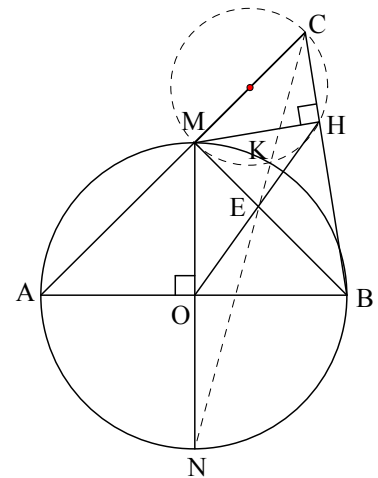
$\Rightarrow \widehat{MKC} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

MN là đường kính của đường tròn (O) nên $\widehat{MKN} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

$$\Rightarrow \widehat{MKC} + \widehat{MKN} = 180^\circ$$

$\Rightarrow 3$ điểm C, K, N thẳng hàng (*)

$$\triangle MHC \sim \triangle BMC \text{ (g.g)} \Rightarrow \frac{HC}{MH} = \frac{MC}{BM}. \text{ Mà } MB = BN \text{ (do } \triangle MBN \text{ cân tại B)}$$



$$\Rightarrow \frac{HC}{HM} = \frac{MC}{BN}, \text{ kết hợp với } \frac{ME}{BE} = \frac{HC}{HM} \text{ (theo (5))}$$

$$\text{Suy ra: } \frac{MC}{BN} = \frac{ME}{BE}. \text{ Mà } \widehat{EBN} = \widehat{EMC} = 90^\circ \Rightarrow \Delta MCE \sim \Delta BNE \text{ (c.g.c)}$$

$$\Rightarrow \widehat{MEC} = \widehat{BEN}, \text{ mà } \widehat{MEC} + \widehat{BEC} = 180^\circ \text{ (do 3 điểm M, E, B thẳng hàng)}$$

$$\Rightarrow \widehat{BEC} + \widehat{BEN} = 180^\circ$$

$$\Rightarrow 3 \text{ điểm C, E, N thẳng hàng} \quad (**)$$

Từ (*) và (**) suy ra 4 điểm C, K, E, N thẳng hàng

$\Rightarrow 3 \text{ điểm C, K, E thẳng hàng (đpcm)}$

Câu 5: ĐKXD: $x \geq 2$

Ta có:

$$\sqrt{5x^2 + 27x + 25} - 5\sqrt{x+1} = \sqrt{x^2 - 4}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{5x^2 + 27x + 25} = 5\sqrt{x+1} + \sqrt{x^2 - 4}$$

$$\Leftrightarrow 5x^2 + 27x + 25 = x^2 - 4 + 25x + 25 + 10\sqrt{(x+1)(x^2 - 4)}$$

$$4x^2 + 2x + 4 = 10\sqrt{(x+1)(x^2 - 4)}$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 + x + 2 = 5\sqrt{(x+1)(x^2 - 4)} \quad (1)$$

Cách 1:

$$(1) \Leftrightarrow (x^2 - 2x - 4)(4x^2 - 13x - 26) = 0$$

Giải ra được:

$$x = 1 - \sqrt{5} \text{ (loại); } x = 1 + \sqrt{5} \text{ (nhận); } x = \frac{13 + 3\sqrt{65}}{8} \text{ (nhận); } x = \frac{13 - 3\sqrt{65}}{8} \text{ (loại)}$$

Cách 2:

$$(1) \Leftrightarrow 5\sqrt{(x^2 - x - 2)(x+2)} = 2(x^2 - x - 2) + 3(x+2) \quad (2)$$

$$\text{Đặt } a = \sqrt{x^2 - x + 2}; b = \sqrt{x+2} \text{ (} a \geq 0; b \geq 0 \text{)}$$

Lúc đó, phương trình (2) trở thành:

$$5ab = 2a^2 + 3b^2 \Leftrightarrow 2a^2 - 5ab + 3b^2 = 0 \Leftrightarrow (a-b)(2a-3b) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = b \\ 2a = 3b \end{cases} \quad (*)$$

$$\text{- Với } a = b \text{ thì } \sqrt{x^2 - x - 2} = \sqrt{x+2} \Leftrightarrow x^2 - 2x - 4 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 - \sqrt{5} \text{ (ktm)} \\ x = 1 + \sqrt{5} \text{ (tm)} \end{cases}$$

$$\text{- Với } 2a = 3b \text{ thì } 2\sqrt{x^2 - x - 2} = 3\sqrt{x+2} \Leftrightarrow 4x^2 - 13x - 26 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{13 + 3\sqrt{65}}{8} \text{ (tm)} \\ x = \frac{13 - 3\sqrt{65}}{8} \text{ (ktm)} \end{cases}$$

$$\text{Vậy phương trình đã cho có hai nghiệm: } x = 1 + \sqrt{5} \text{ và } x = \frac{13 + 3\sqrt{65}}{8}.$$