

ĐỀ CHÍNH THỨC

ĐỀ THI MÔN: TOÁN

Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian phát đề)

(Đề thi gồm 02 trang, 06 bài)

Bài 1. (1,5 điểm)

Cho các biểu thức:

$$A = 3\sqrt{8} - \sqrt{50} - \sqrt{(\sqrt{2} - 1)^2};$$

$$B = \left(\frac{3\sqrt{x} + 6}{x - 4} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 2} \right) : \frac{x - 9}{\sqrt{x} - 3} \quad \text{với } x \geq 0; x \neq 4; x \neq 9.$$

a) Rút gọn biểu thức A và B .

b) Tìm x sao cho $A - 2B = 3$.

Bài 2. (1,5 điểm)

1. Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 2(x - 3) + 3(3x + y) = -11 \\ (x - 3) - 2(3x + y) = 5 \end{cases}.$$

2. Một quyển vở giá 14 000 đồng, một hộp bút giá 30 000 đồng. Minh muốn mua 01 hộp bút và một số quyển vở.

a) Gọi x ($x \in \mathbb{N}^*$) là số quyển vở Minh mua, y là số tiền cần trả khi mua x quyển vở và 01 hộp bút. Hãy biểu diễn y theo x .

b) Nếu Minh có 300 000 đồng để mua vở và 01 hộp bút thì Minh mua được tối đa bao nhiêu quyển vở?

Bài 3. (2,5 điểm)

1. Cho phương trình $x^2 - 2(m - 1)x + m^2 - 9 = 0$ (1) (x là ẩn, m là tham số).

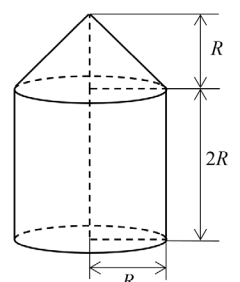
a) Giải phương trình (1) khi $m = -3$.

b) Tìm các giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn điều kiện $x_1 - x_2 = 2m - 10$.

2. Một trường học có mảnh vườn hình chữ nhật chu vi là 100m. Nhà trường tiến hành mở rộng mảnh vườn đó bằng cách tăng chiều dài thêm 5m và chiều rộng thêm 4m, khi đó diện tích tăng thêm 240m^2 . Tính chiều dài và chiều rộng của mảnh vườn trước khi mở rộng.

Bài 4. (0,75 điểm)

Một chi tiết máy gồm một phần có dạng hình trụ, phần còn lại có dạng hình nón với các kích thước như hình 1. Biết rằng phần hình trụ có chu vi đáy là 37,68cm. Tính thể tích của chi tiết máy đó (lấy $\pi \approx 3,14$; kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ 2).



Hình 1

Bài 5. (3,0 điểm)

Cho đường tròn $(O; R)$ và điểm A sao cho $OA > 2R$, vẽ hai tiếp tuyến AB, AC của đường tròn (B, C là các tiếp điểm), kẻ dây cung BD song song với AC . Đường thẳng AD cắt $(O; R)$ tại điểm E ($E \neq D$). Gọi I là trung điểm của DE .

a) Chứng minh năm điểm A, B, I, O, C cùng thuộc một đường tròn.

b) Đường thẳng BC cắt OA, AD lần lượt tại H và K . Gọi F là giao điểm của BE và AC . Chứng minh $AK.AI = AH.AO$ và tam giác AFE đồng dạng với tam giác BFA .

c) Chứng minh ba đường thẳng AB, CD, FK đồng quy.

Bài 6. (0,75 điểm)

Cho các số thực a, b thỏa mãn: $a > 0, b > 0$ và $(a + b)^3 = 2(1 - a^2 - b^2)$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $M = \frac{1}{ab} + \frac{1}{a^2 + b^2}$.

----- HẾT -----

- Thí sinh làm bài trên giấy thi, không sử dụng tài liệu.

- Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

HDC ĐỀ CHÍNH THỨC

HƯỚNG DẪN CHẤM VÀ BIỂU ĐIỂM MÔN TOÁN (gồm 04 trang)

Bài	Đáp án	Điểm
1 (1,5đ)	a. (1,0 điểm)	
	$A = 6\sqrt{2} - 5\sqrt{2} - \sqrt{2} - 1 $	0,25
	$= \sqrt{2} - \sqrt{2} + 1$ (vì $\sqrt{2} - 1 > 0$) $= 1$	0,25
	Với $x \geq 0, x \neq 4, x \neq 9$ ta có :	
	$B = \left[\frac{3(\sqrt{x}+2)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} \right] : \frac{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)}{\sqrt{x}-3}$	0,25
	$= \frac{3+\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} \cdot \frac{1}{\sqrt{x}+3} = \frac{1}{\sqrt{x}-2}$	0,25
	b. (0,5 điểm)	
2 (1,5đ)	Đề $A - 2B = 3 \Leftrightarrow 1 - \frac{2}{\sqrt{x}-2} = 3 \Rightarrow \sqrt{x} - 2 - 2 = 3\sqrt{x} - 6 \Leftrightarrow 2\sqrt{x} = 2 \Leftrightarrow \sqrt{x} = 1$	0,25
	$\Leftrightarrow x = 1$ (thoả mãn). Vậy $x = 1$ thì $A - 2B = 3$.	0,25
	1. (0,75 điểm)	
2 (1,5đ)	$\begin{cases} 2(x-3) + 3(3x+y) = -11 \\ (x-3) - 2(3x+y) = 5 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} 4(x-3) + 6(3x+y) = -22 \\ 3(x-3) - 6(3x+y) = 15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7(x-3) = -7 \\ (x-3) - 2(3x+y) = 5 \end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x-3 = -1 \\ (x-3) - 2(3x+y) = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ (2-3) - 2(3 \cdot 2 + y) = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ 6 + y = -3 \end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -9 \end{cases}$ Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất là $(x; y) = (2; -9)$.	0,25
	2. (0,75 điểm)	
	a) Công thức tính y theo x là $y = 14000x + 30000$.	0,25
3 (2,5đ)	b) Theo đề bài ta có: $14000x + 30000 \leq 300000$	0,25
	Giải được $x \leq \frac{135}{7} \approx 19,29$ Vậy bạn Minh mua tối đa được 19 quyển vở.	0,25
	1a. (0,5 điểm)	
3 (2,5đ)	Với $m = -3$ phương trình (1) có dạng $x^2 + 8x = 0$.	0,25
	$\Leftrightarrow x(x+8) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x+8 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -8 \end{cases}$	0,25
	Vậy khi $m = -3$, phương trình có nghiệm là $x = 0; x = -8$.	
	1b. (1,0 điểm)	
3 (2,5đ)	Có $\Delta' = [-(m-1)]^2 - m^2 + 9 = m^2 - 2m + 1 - m^2 + 9 = -2m + 10$.	
	Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt $x_1, x_2 \Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow -2m + 10 > 0 \Leftrightarrow m < 5$	0,25

	Theo hệ thức Vi-ét $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m-1) & (2) \\ x_1 x_2 = m^2 - 9 & (3) \end{cases}$	0,25
	Theo đề bài ta có: $x_1 - x_2 = 2m - 10$, kết hợp với (2) ta được $x_1 = 2m - 6; x_2 = 4$	
	Thay $x_1 = 2m - 6; x_2 = 4$ vào (3) ta được: $(2m - 6)4 = m^2 - 9 \Leftrightarrow m^2 - 8m + 15 = 0$.	0,25
	Giải được $m = 3$ (thỏa mãn), $m = 5$ (loại) Vậy với $m = 3$ phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 - x_2 = 2m - 10$.	0,25
	2. (1,0 điểm)	
	Gọi chiều dài của vườn ban đầu là $x(m)$, chiều rộng của vườn ban đầu là $y(m)$ (ĐK: $0 < y < x < 50$) Vì chu vi của vườn ban đầu là $100m$ nên ta có phương trình: $2(x + y) = 100 \Leftrightarrow x + y = 50$ (1)	0,25
	Chiều dài của vườn sau khi mở rộng là: $(x + 5) (m)$ Chiều rộng của vườn sau khi mở rộng là: $(y + 4) (m)$ Khi đó diện tích vườn trường đã tăng thêm $240m^2$ nên ta có phương trình: $(x + 5)(y + 4) - xy = 240$ (2)	0,25
	Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình: $\begin{cases} x + y = 50 \\ (x + 5)(y + 4) - xy = 240 \end{cases}$	0,25
	Giải hệ phương trình.	
	Giải hệ phương trình ta được: $x = 30; y = 20$ (thỏa mãn điều kiện). Vậy chiều dài của vườn ban đầu là $30m$, chiều rộng của vườn ban đầu là $20m$.	0,25
4 (0,75đ)	(0,75 điểm)	
	Độ dài bán kính đáy của phần hình trụ là: $R \approx \frac{37,68}{2.3,14} \approx 6(cm)$	0,25
	Thể tích của phần có dạng hình trụ là: $V_1 = \pi R^2 . 2R \approx 3,14.6^2 . (2.6) \approx 1356,48(cm^3)$ Thể tích của phần có dạng hình nón là: $V_2 = \frac{1}{3} \pi R^2 . R \approx \frac{1}{3} . 3,14.6^2 . 6 \approx 226,08(cm^3)$	0,25
	Thể tích của chi tiết máy đó là: $V = V_1 + V_2 \approx 1582,56(cm^3)$	0,25
	Vẽ hình đúng cho câu a)	0,25

	Ta có: $\triangle AFE \# \triangle BFA$ (cmt) $\Rightarrow \frac{FE}{FA} = \frac{FA}{FB} \Rightarrow FA^2 = FB.FE.$ Xét $\triangle FEC$ và $\triangle FCB$ có: $\widehat{EFC}$ chung $\widehat{FCE} = \widehat{FBC}$ (cùng chắn $\widehat{EC}$ của $(O; R)$) $\Rightarrow \triangle FEC \# \triangle FCB (g.g)$ $\Rightarrow \frac{FE}{FC} = \frac{FC}{FB} \Rightarrow FC^2 = FB.FE.$ Mà $FA^2 = FB.FE$ (cmt) nên $FA^2 = FC^2 \Rightarrow FA = FC$ $\Rightarrow F$ là trung điểm của đoạn thẳng AC.	0,25
	Gọi G là giao điểm của FK và BD Ta có: $BG \parallel FC$ (gt) $\Rightarrow \frac{BG}{FC} = \frac{KG}{KF}$ (hệ quả định lí Ta-lét) $DG \parallel AF$ (gt) $\Rightarrow \frac{GD}{FA} = \frac{KG}{KF}$ (hệ quả định lí Ta-lét) Suy ra $\frac{BG}{FC} = \frac{GD}{FA}$ mà $AF = CF$ nên $BG = DG$ $\Rightarrow G$ là trung điểm của đoạn thẳng BD.	0,25
	Kéo dài AB cắt DC tại J. Gọi G' là giao điểm của JF và BD. Xét $\triangle JAF$ có: $BG' \parallel AF$ (gt) $\Rightarrow \frac{BG'}{AF} = \frac{JG'}{JF}$ (hệ quả định lí Ta-lét) Xét $\triangle JFC$ có: $DG' \parallel CF$ (gt) $\Rightarrow \frac{DG'}{CF} = \frac{JG'}{JF}$ (hệ quả định lí Ta-lét) Suy ra $\frac{BG'}{AF} = \frac{DG'}{CF}$ mà $AF = CF$ nên $BG' = DG'$ hay G' là trung điểm $BD \Rightarrow G' \equiv G \Rightarrow F, K, J$ thẳng hàng Suy ra: ba đường thẳng AB, CD, FK đồng quy tại J.	0,25
6 (0,75đ)	(0,75 điểm)	
	Ta có: $(a+b)^3 = 2(1-a^2-b^2) \Leftrightarrow (a+b)^3 + 2(a^2+b^2) = 2$ Vì $a > 0, b > 0$ ta có $2(a^2+b^2) \geq (a+b)^2$ (theo AM – GM) $\Rightarrow (a+b)^3 + (a+b)^2 \leq 2$ $\Leftrightarrow (a+b)^3 + (a+b)^2 - 2 \leq 0 \Leftrightarrow (a+b-1) \left[(a+b)^2 + 2(a+b) + 2 \right] \leq 0$ $\Leftrightarrow a+b-1 \leq 0 \text{ (vì } (a+b)^2 + 2(a+b) + 2 > 0 \text{ với } a > 0, b > 0)$ $\Leftrightarrow a+b \leq 1.$	0,25
	Chứng minh bất đẳng thức phụ sau: $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \geq \frac{4}{x+y} (x > 0, y > 0)$ (*) Ta có: $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \geq \frac{4}{x+y} \Leftrightarrow (x+y)^2 \geq 4xy \Leftrightarrow (x-y)^2 \geq 0$ (luôn đúng) Áp dụng bất đẳng thức (*), ta được: $\frac{1}{2ab} + \frac{1}{a^2+b^2} \geq \frac{4}{a^2+b^2+2ab} \Leftrightarrow \frac{1}{2ab} + \frac{1}{a^2+b^2} \geq \frac{4}{(a+b)^2} \geq 4 \text{ (vì } a+b \leq 1)$	0,25
	Với $a > 0, b > 0$ ta có $1 \geq a+b \geq 2\sqrt{ab} \Rightarrow 1 \geq 4ab \Rightarrow \frac{1}{2ab} \geq 2$	0,25

	$\Rightarrow M = \frac{1}{ab} + \frac{1}{a^2 + b^2} = \left(\frac{1}{2ab} + \frac{1}{a^2 + b^2} \right) + \frac{1}{2ab} \geq 4 + 2 \Leftrightarrow M \geq 6$ Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $a = b = \frac{1}{2}$ Vậy giá trị nhỏ nhất của M là 6 khi $a = b = \frac{1}{2}$.	
--	---	--

*** Chú ý:**

- Trên đây chỉ trình bày một cách giải, nếu học sinh làm cách khác mà đúng thì cho điểm tối đa ứng với điểm của câu đó.

- Trong một câu:

+ Có nhiều ý mà các ý phụ thuộc nhau, học sinh làm phần trên sai phần dưới đúng thì không cho điểm.

+ Có nhiều ý mà các ý không phụ thuộc nhau, học sinh làm đúng ý nào thì cho điểm ý đó.

- Bài hình học, học sinh vẽ hình sai phần nào thì trừ 0,25 điểm phần đó. Riêng điều kiện $OA > 2R$, nếu học sinh vẽ không đúng tỉ lệ và không ảnh hưởng đến kết quả thì vẫn cho đủ điểm.

Họ và tên thí sinh:..... Số báo danh:.....

Cán bộ coi thi số 1: Cán bộ coi thi số 2: