

—————  Hướng dẫn thực hiện bởi DUCPV  —————

Câu 01. Hàm số $y = (m + 5)x - 2$ (với m là tham số) đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi

- A. $m < -5$ B. $m > 7$ ☒ C. $m > -5$ D. $m < 7$

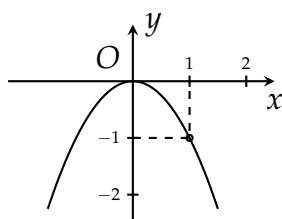
Câu 02. Cho $\triangle ABC$ vuông tại A , đường cao $AH = 6\text{cm}$, $BH = 4\text{cm}$. Độ dài cạnh BC bằng

- A. 9 cm B. 10 cm C. $\sqrt{52}\text{ cm}$ ☒ D. 13 cm

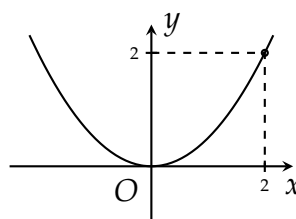
Câu 03. Hệ phương trình $\begin{cases} 2x + y = 3 \\ x - y = 3 \end{cases}$ có nghiệm là

- A. $(-2; -1)$ ☒ B. $(2; -1)$ C. $(-2; 1)$ D. $(2; 1)$

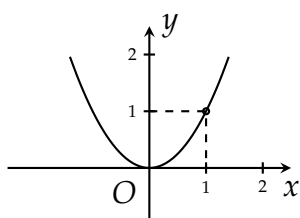
Câu 04. Hình nào dưới đây là đồ thị của hàm số $y = x^2$?



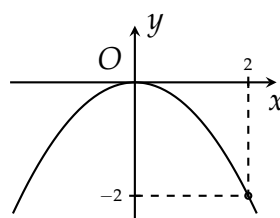
Hình 1.



Hình 2.



Hình 3.



Hình 4.

- A. Hình 1. B. Hình 2. ☒ C. Hình 3. D. Hình 4.

Câu 05. Đường thẳng $y = 2x - 3$ đi qua điểm nào sau đây?

- A. $Q(-1; 1)$ ☒ B. $P(1; -1)$ C. $M(1; 1)$ D. $N(-1; -3)$

Câu 06. Cặp số nào sau đây là nghiệm của phương trình $2x - y = 1$?

- A. $(-1; 3)$ B. $(-2; -2)$ C. $(2; 2)$ ☒ D. $(-1; -3)$

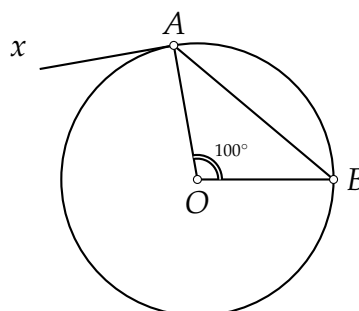
Câu 07. Giao điểm của đồ thị hai hàm số $y = -x + 1$ và $y = 2x + 4$ là

- ☒ A. $P(-1; 2)$ B. $M(1; 0)$ C. $N(-1; 1)$ D. $Q(-3; -4)$

Câu 08. Cho hàm số $y = ax^2$ (với $a \neq 0$ là tham số). Điểm $E(1; 2)$ thuộc đồ thị hàm số khi

- ☒ A. $a = 2$ B. $a = -\frac{1}{4}$ C. $a = -2$ D. $a = \frac{1}{4}$

- Câu 09.** Thể tích V của hình nón có diện tích đáy $S = 6\pi \text{ cm}^2$ và chiều cao $h = 3 \text{ cm}$ là
A. $V = 3\pi \text{ cm}^3$ **B.** $V = 9\pi \text{ cm}^3$ **C.** $V = 18\pi \text{ cm}^3$ **D.** $V = 6\pi \text{ cm}^3$
- Câu 10.** Căn bậc hai số học của 25 là
A. $\sqrt{5}$ **B.** -5 **C.** 5 **D.** $-5; 5$
- Câu 11.** Cho $\triangle ABC$ vuông tại A , đường cao AH . Cho biết $CH = 6 \text{ cm}$ và $\sin B = \frac{\sqrt{3}}{2}$. Độ dài đường cao AH bằng
A. 4 cm **B.** $4\sqrt{3} \text{ cm}$ **C.** $2\sqrt{3} \text{ cm}$ **D.** 2 cm
- Câu 12.** Trong các hệ phương trình sau, hệ phương trình nào là hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn?
A. $\begin{cases} xy + 3x = 1 \\ y - 2x = 1 \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x^2 + 3y = 1 \\ -x + 2y = 1 \end{cases}$
C. $\begin{cases} x + y = 3 \\ 2x + y = 1 \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x - 2y = 1 \\ x + 2y^2 = -1 \end{cases}$
- Câu 13.** Biết $(x_0; y_0)$ là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} 2x - y = 7 \\ x + y = 2 \end{cases}$. Giá trị của biểu thức $x_0^2 - y_0^2$ bằng
A. 5 **B.** 8 **C.** 10 **D.** 7
- Câu 14.** Cho $\triangle ABC$ vuông tại A có $AB = 3$, $BC = 6$. Số đo của $\widehat{ACB}$ bằng
A. 90° **B.** 45° **C.** 60° **D.** 30°
- Câu 15.** Hệ phương trình $\begin{cases} x + y = 3 \\ mx - y = 3 \end{cases}$ (với m là tham số) có nghiệm $(x_0; y_0)$ thỏa mãn $x_0 = 2y_0$ khi
A. $m = 2$ **B.** $m = 3$ **C.** $m = 5$ **D.** $m = 4$
- Câu 16.** Hệ số góc của đường thẳng $y = \frac{3}{2} - x$ là
A. $\frac{3}{2}$ **B.** -1 **C.** 2 **D.** -2
- Câu 17.** Kết quả của phép tính $\sqrt{3^2} + \sqrt{(-3)^2}$ bằng
A. 18 **B.** ± 6 **C.** 6 **D.** 0
- Câu 18.** Trong hình vẽ dưới đây, cho $\widehat{AOB} = 60^\circ$; Ax là tiếp tuyến của (O) tại A . Số đo $\widehat{xAB}$ bằng



A. 100° B. 50° ☒ C. 130° D. 120°

Câu 19. Biểu thức $\sqrt{(3-2x)^2}$ bằng

A. $2x-3$ và $3-2x$ ☒ B. $|2x-3|$ C. $3-2x$ D. $2x-3$

Câu 20. Khi $x = -2$, biểu thức $M = \frac{\sqrt{7-x}}{x+3}$ có giá trị bằng

☒ A. 3B. ± 3 C. $\frac{9}{2}$

D. 9

Câu 21. Đường thẳng nào sau đây song song với đường thẳng $y = -2x + 1$?

A. $y = 2x + 1$ B. $y = 1 - 2x$ ☒ C. $y = 6 - 2(x+1)$ D. $y = 2x - 1$

Câu 22. Hệ phương trình $\begin{cases} x+2y=3 \\ 2x+my=1 \end{cases}$ (với m là tham số) vô nghiệm khi

A. $m \neq 4$ B. $m = 1$ C. $m = 2$ ☒ D. $m = 4$

Câu 23. Biểu thức $\sqrt{3-x}$ có điều kiện xác định là

A. $x < 3$ B. $x \geq 3$ C. $x \neq 3$ ☒ D. $x \leq 3$

Câu 24. Cho hệ phương trình $\begin{cases} ax+3y=4 \\ x+by=-2 \end{cases}$ (với a, b là tham số). Với giá trị nào của a, b thì hệ phương trình đã cho có nghiệm là $(-1; 2)$?

☒ A. $\begin{cases} a=2 \\ b=-\frac{1}{2} \end{cases}$ B. $\begin{cases} a=2 \\ b=\frac{1}{2} \end{cases}$ C. $\begin{cases} a=-2 \\ b=-\frac{1}{2} \end{cases}$ D. $\begin{cases} a=2 \\ b=0 \end{cases}$

Câu 25. Cho $\triangle MNP$ vuông tại M , đường cao MK . Hệ thức nào sau đây **sai**?

A. $\frac{1}{MK^2} = \frac{1}{MN^2} + \frac{1}{MP^2}$ B. $MN^2 = NP \cdot NK$ ☒ C. $MP \cdot MK = MN \cdot MP$ D. $MK^2 = NK \cdot KP$

Câu 26. Hộp sữa có dạng hình trụ với đường kính đáy là 12 cm , chiều cao của hộp sữa là 18 cm . Thể tích của hộp sữa bằng

☒ A. $648\pi\text{ cm}^3$ B. $432\pi\text{ cm}^3$ C. $216\pi\text{ cm}^3$ D. $2592\pi\text{ cm}^3$

Câu 27. Biết parabol $y = x^2$ cắt đường thẳng $y = -3x + 4$ tại hai điểm phân biệt có hoành độ là x_1, x_2 ($x_1 < x_2$). Giá trị của biểu thức $T = 2x_1 + 3x_2$ bằng

A. 10

B. 5

C. -10

☒ D. -5

Câu 28. Cho $\triangle ABC$ vuông tại A có $AC = 6\text{ cm}$, $\tan B = \frac{3}{4}$. Độ dài cạnh BC bằng

A. 8 cm ☒ B. 10 cm C. 9 cm D. $6\sqrt{3}\text{ cm}$

Câu 29. Cho hệ phương trình $\begin{cases} mx-y=3 \\ 3x+my=4 \end{cases}$ (với m là tham số). Số các giá trị nguyên của m để hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất $(x; y)$ thỏa mãn $x > 0$, $y < 0$ là

A. 3

B. 5

☒ C. 4

D. 2

Câu 30. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , đồ thị hàm số $y = mx + 2$ (với $m \neq 0$ là tham số) cắt hai trục Ox, Oy lần lượt tại A, B . Có bao nhiêu giá trị của m để diện tích của $\triangle OAB$ bằng 3?

A. 1

B. 3

C. 2

D. 0

Câu 31. Cho ba đường thẳng đôi một phân biệt $(d_1) : y = x + 2$; $(d_2) : y = 2x + 1$; $(d_3) : y = (m^2 + 1)x + m$ (với m là tham số). Giá trị của m để ba đường thẳng trên cùng đi qua một điểm là

A. $m = -2$

B. $m \in \{-2; 1\}$

C. $m = 3$

D. $m = 1$

Câu 32. Hệ phương trình
$$\begin{cases} \frac{2}{x+2} + \sqrt{y-1} = 3 \\ \frac{1}{x+2} - 3\sqrt{y-1} = -2 \end{cases}$$
 có nghiệm $(x_0; y_0)$ thì $x_0 + y_0$ bằng

A. 2

B. -1

C. 1

D. 2

———— HẾT ————

— Hướng dẫn thực hiện bởi DUCPV —

Bài số

1

1,0 điểm

Rút gọn biểu thức $A = \left(\frac{1}{\sqrt{x}-2} + \frac{1}{\sqrt{x}+2} - \frac{x}{4-x} \right) : \frac{1}{\sqrt{x}-2}$ với $x \geq 0, x \neq 4$.

Với $x \geq 0, x \neq 4$, ta có

$$\begin{aligned} A &= \left(\frac{1}{\sqrt{x}-2} + \frac{1}{\sqrt{x}+2} - \frac{x}{4-x} \right) : \frac{1}{\sqrt{x}-2} \\ &= \left[\frac{\sqrt{x}+2}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)} + \frac{\sqrt{x}-2}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)} + \frac{x}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)} \right] \cdot (\sqrt{x}-2) \\ &= \frac{\sqrt{x}+2 + \sqrt{x}-2 + x}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)} \cdot (\sqrt{x}-2) \\ &= \frac{2\sqrt{x}+x}{\sqrt{x}+2} \\ &= \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+2)}{\sqrt{x}+2} \\ &= \sqrt{x} \end{aligned}$$

Vậy $A = \sqrt{x}$ với $x \geq 0, x \neq 4$.

Bài số

2

1,5 điểm

Cho phương trình $x^2 - 2(m-1)x + m - 3 = 0$ (1) với m là tham số.

- Giải phương trình (1) khi $m = 0$.
- Tìm giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm đối nhau.

1. Khi $m = 0$, phương trình (1) trở thành

$$x^2 + 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow (x-1)(x+3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1=0 \\ x+3=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=-3 \end{cases}$$

Vậy khi $m = 0$ thì phương trình (1) có hai nghiệm là 1 và -3.

2. Phương trình (1) có

$$\Delta' = (m-1)^2 - (m-3) = m^2 - 3m + 4 = \left(m - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{7}{4} > 0 \text{ (với mọi } m \in \mathbb{R})$$

Do đó, (1) luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 và theo Vi-et ta có $x_1 + x_2 = 2(m - 1)$.
Do đó

$$x_1, x_2 \text{ đổi nhau} \Leftrightarrow x_1 + x_2 = 0 \Leftrightarrow 2(m - 1) = 0 \Leftrightarrow m = 1$$

Vậy giá trị cần tìm của m là $m = 1$.

Bài số

3

1,0 điểm

Một phòng họp có 165 ghế ngồi được xếp thành các hàng, mỗi hàng có số ghế bằng nhau. Trong một buổi họp có 208 người tham dự họp, do đó ban tổ chức đã kê thêm 1 hàng ghế và mỗi hàng ghế phải xếp nhiều hơn quy định là 2 ghế mới đủ chỗ ngồi. Hỏi lúc đầu, phòng họp có bao nhiêu hàng ghế và mỗi hàng ghế có bao nhiêu ghế?

Gọi số hàng ghế lúc đầu là x (hàng ghế) ($x \in \mathbb{N}^*$). Khi đó

- Số ghế mỗi hàng lúc đầu là $\frac{165}{x}$ (ghế).
- Số hàng ghế lúc sau là $x + 1$ (hàng ghế).
- Số ghế trong mỗi hàng lúc sau là $\frac{208}{x + 1}$ (ghế).

Vì lúc sau, mỗi hàng ghế phải kê thêm 2 ghế nên ta có phương trình

$$\frac{208}{x + 1} - \frac{165}{x} = 2 \quad (*)$$

Với $x \in \mathbb{N}^*$, ta có

$$\begin{aligned} (*) &\Leftrightarrow \frac{208x - 165(x + 1)}{x(x + 1)} = 2 \\ &\Leftrightarrow 43x - 165 = 2x(x + 1) \\ &\Leftrightarrow 2x^2 - 41x + 165 = 0 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x = 15 & (\text{thỏa mãn}) \\ x = \frac{11}{2} & (\text{không thỏa mãn}) \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy lúc đầu có 15 hàng ghế và số ghế trong mỗi hàng khi đó là $165 : 15 = 11$ ghế.

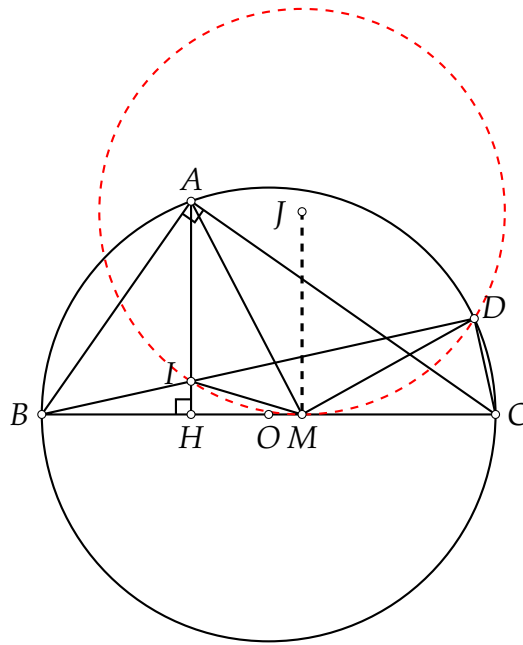
Bài số

4

2,0 điểm

Cho đường tròn tâm O , đường kính BC . Trên đường tròn đã cho lấy điểm A cố định (A khác B, C) và lấy điểm D thay đổi trên cung nhỏ AC (D khác A, C). Kẻ AH vuông góc với BC (H thuộc BC). Hai đường thẳng BD và AH cắt nhau tại I .

1. Chứng minh rằng tứ giác $IHC D$ là tứ giác nội tiếp.
2. Chứng minh rằng $AB^2 = BI \cdot BD$.
3. Lấy điểm M trên đoạn thẳng BC sao cho $BM = AB$. Chứng minh rằng tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle MID$ luôn nằm trên một đường thẳng cố định khi D thay đổi trên cung nhỏ AC .



- Do AH vuông góc với BC tại H nên $\widehat{AHC} = 90^\circ$ hay $\widehat{IHC} = 90^\circ$.
Lại có, $\widehat{BDC}$ là góc nội tiếp chắn nửa đường tròn (O) nên $\widehat{BDC} = 90^\circ$ hay $\widehat{IDC} = 90^\circ$.
Như vậy, tứ giác $IHCD$ có $\widehat{IHC} = \widehat{IDC} = 90^\circ$ nên nội tiếp đường tròn đường kính IC .
Vậy tứ giác $IHCD$ là tứ giác nội tiếp.
- Vì $\triangle ABC$ vuông tại A , đường cao AH nên theo hệ thức giữa cạnh và đường cao trong tam giác vuông, ta có

$$AB^2 = BH \cdot BC \quad (1)$$

Mặt khác, dễ thấy $\triangle IBH \sim \triangle CBD(g.g)$, nên

$$\frac{BH}{BD} = \frac{BI}{BC} \Rightarrow BH \cdot BC = BI \cdot BD \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra $AB^2 = BI \cdot BD$. Đây chính là điều phải chứng minh.

- Gọi J là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle MID$.
Do $AB^2 = BI \cdot BD$ và $AB = BM$ nên $BM^2 = BI \cdot BD$, suy ra

$$\frac{BM}{BI} = \frac{BD}{BM}$$

Từ đây, dễ thấy $\triangle BIM \sim \triangle BMD(c.g.c)$, dẫn tới

$$\widehat{IMB} = \widehat{BDM}$$

Điều này chứng tỏ, MB là tiếp tuyến tại M của đường tròn ngoại tiếp $\triangle MID$ và vì thế $JM \perp BC$. Do A, B, C cố định nên M cố định. Vì vậy, khi D di chuyển trên cung nhỏ AC thì tâm J của đường tròn ngoại tiếp $\triangle MID$ luôn di chuyển trên một đường thẳng cố định là đường thẳng vuông góc với BC tại M . Hoàn tất chứng minh.

Bài số 5

0,5 điểm

Cho các số thực không âm x, y, z thỏa mãn $x^2 + y^2 - 8x - 8y + 64z \leq 0$. Chứng minh rằng

$$\frac{x + y + z}{3} \geq \sqrt{xyz}$$

Từ giả thiết ta có

$$x^2 + y^2 + 72z \leq 8(x + y + z)$$

Theo AM-GM, ta lại có

$$x^2 + y^2 + 72z = x^2 + y^2 + 36z + 36z \geq 4\sqrt[4]{x^2 \cdot y^2 \cdot 36z \cdot 36z} = 24\sqrt{xyz}$$

Do đó

$$8(x + y + z) \geq 24\sqrt{xyz} \Leftrightarrow \frac{x + y + z}{3} \geq \sqrt{xyz}$$

Đó chính là điều phải chứng minh và đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + 72z = 8(x + y + z) \\ x^2 = y^2 = 36z \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y = \frac{72}{17} \\ z = \frac{144}{289} \end{cases}$$