

Câu 1. (3,0 điểm)

Giải các phương trình và hệ phương trình sau:

a. $\frac{2}{\sqrt{2}}x + \sqrt{2}x = 4.$

b. $x^4 - 18x^2 + 81 = 0.$

c. $\begin{cases} x + 3y = -2 \\ 2x - 4y = 16 \end{cases}.$

Câu 2. (2,5 điểm)

Cho hai hàm số $y = f(x) = x^2$ và $y = g(x) = 3ax - a^2$ với $a \neq 0$ là tham số.

a. Vẽ đồ thị hàm số $y = f(x)$ trên hệ trục tọa độ Oxy .

b. Chứng minh rằng đồ thị hai hàm số đã cho luôn có hai giao điểm.

c. Gọi $y_1; y_2$ là tung độ giao điểm của hai đồ thị. Tìm a để $y_1 + y_2 = 28$.

Câu 3. (1,0 điểm)

Cho phương trình bậc hai $x^2 - 2mx + 2m - 3 = 0$ (m là tham số).

a. Giải phương trình khi $m = 0,5$.

b. Tìm m để phương trình có hai nghiệm trái dấu.

Câu 4. (2,5 điểm)

Cho tam giác ABC ($AB < AC$) nội tiếp trong đường tròn (O) tâm O đường kính BC , đường thẳng qua O vuông góc với BC cắt AC tại D .

a. Chứng minh rằng tứ giác $ABOD$ nội tiếp.

b. Tiếp tuyến tại điểm A với đường tròn (O) cắt đường thẳng BC tại điểm P , cho $PB = BO = 2\text{cm}$. Tính độ dài đoạn PA và số đo góc $\widehat{APC}$.

c. Chứng minh rằng $\frac{PB}{PC} = \frac{BA^2}{AC^2}$.

Câu 5. (1,0 điểm)

Cây bạch đàn mỗi năm cao thêm 1m, cây phượng mỗi năm cao thêm 50cm. Lúc mới vào trường học, cây bạch đàn cao 1m và cây phượng cao 3m. Giả sử rằng tốc độ tăng trưởng chiều cao của hai loại cây không đổi qua các năm.

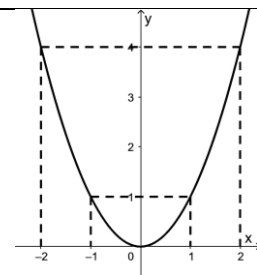
a. Viết hàm số biểu diễn chiều cao mỗi loại cây theo số năm tính từ lúc mới vào trường.

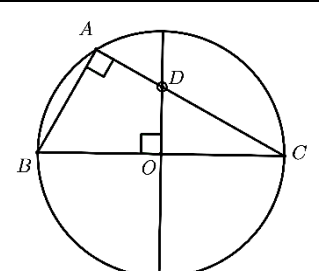
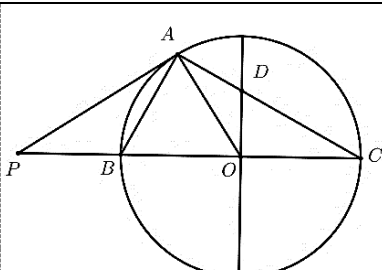
b. Sau bao nhiêu năm so với lúc mới vào trường thì cây bạch đàn sẽ cao hơn cây phượng?

-----Hết-----

Số báo danh:.....; Phòng thi số:.....



Câu	Lược giải		Điểm												
Câu1a (1,0đ)	$\frac{2}{\sqrt{2}}x + \sqrt{2}x = 4$ $\Leftrightarrow \frac{2\sqrt{2}}{2}x + \sqrt{2}x = 4$ $\Leftrightarrow \sqrt{2}x + \sqrt{2}x = 4$	$\frac{2}{\sqrt{2}}x + \sqrt{2}x = 4$ $\Leftrightarrow \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{2}}x + 2x = 4\sqrt{2}$ $\Leftrightarrow 2x + 2x = 4\sqrt{2}$	0,5												
	$\Leftrightarrow 2\sqrt{2}x = 4$ $\Leftrightarrow x = \frac{4}{2\sqrt{2}}$ $= \sqrt{2}$ Vậy nghiệm của phương trình là $x = \sqrt{2}$.	$\Leftrightarrow 4x = 4\sqrt{2} \Leftrightarrow x = \sqrt{2}$ Vậy nghiệm của phương trình là $x = \sqrt{2}$.	0,5												
Câu1b (1,0đ)	Giải phương trình $x^4 - 18x^2 + 81 = 0$ Đặt $t = x^2$ phương trình trở thành		0,5												
	$t^2 - 18t + 81 = 0$ $\Delta' = 9^2 - 81 = 0$														
	Phương trình có nghiệm kép $t = -\frac{b'}{a} = 9$		0,5												
Câu1c (1,0đ)	$\begin{cases} x + 3y = -2 \\ 2x - 4y = 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 6y = -4 \\ 2x - 4y = 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + 3y = -2 \\ 10y = -20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + 3y = -2 \\ y = -2 \end{cases}$		0,5												
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x + 3(-2) = -2 \\ y = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = -2 \end{cases}$ Vậy hệ có nghiệm $x = 4; y = -2$.		0,5												
Câu2a (1,0đ)	$y = x^2$ Bảng giá trị <table><tr><td>x</td><td>-2</td><td>-1</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td></tr><tr><td>$y = x^2$</td><td>4</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>4</td></tr></table> Đồ thị như hình vẽ bên	x	-2	-1	0	1	2	$y = x^2$	4	1	0	1	4		1,0
x	-2	-1	0	1	2										
$y = x^2$	4	1	0	1	4										
Câu2b (0,75đ)	Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị $x^2 = 3ax - a^2 \Leftrightarrow x^2 - 3ax + a^2 = 0 (*)$		0,75												
	Ta có $\Delta = (3a)^2 - 4a^2 = 5a^2$														
	Do $\Delta > 0$ với mọi $a \neq 0$, nên phương trình (*) luôn có hai nghiệm, hay đồ thị hai hàm số luôn có hai giao điểm.														
Câu2c (0,75đ)	Gọi $x_1; x_2$ là hai nghiệm của phương trình (*) ta được $x_1 + x_2 = 3a; x_1 x_2 = a^2$ và		0,75												
	$y_1 = 3ax_1 - a^2; y_2 = 3ax_2 - a^2$ $y_1 + y_2 = 3a(x_1 + x_2) - 2a^2 = 9a^2 - 2a^2 = 7a^2$ (Hoặc $y_1 + y_2 = x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = (3a)^2 - 2a^2 = 7a^2$)														

	$y_1 + y_2 = 28 \Leftrightarrow 7a^2 = 28 \Leftrightarrow a^2 = 4 \Leftrightarrow a = \pm 2$ Vậy $a = \pm 2$ thỏa đề bài	
Câu3a (0,5đ)	$x^2 - 2mx + 2m - 3 = 0$ Với $m = 0,5$ phương trình trở thành $x^2 - x - 2 = 0$. do $a - b + c = 0$ nên phương trình có hai nghiệm $x_1 = -1; x_2 = -\frac{c}{a} = 2$.	0,5
Câu3b (0,5đ)	Để phương trình $x^2 - 2mx + 2m - 3 = 0$ có hai nghiệm trái dấu thì $a.c < 0$ $\Leftrightarrow 1.(2m - 3) < 0 \Leftrightarrow m < \frac{3}{2}$	0,5
Câu4a (1,0đ)	Ta có $\widehat{BAC} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) $\widehat{BOD} = 90^\circ$ (giả thiết) $\Rightarrow \widehat{BAC} + \widehat{BOD} = 180^\circ$ Vậy tứ giác $ABOD$ nội tiếp  (hình vẽ cho câu a, 0,25đ)	1,0
Câu4b (1,0đ)	Tam giác APO vuông tại A, áp dụng định lý Pitago ta có $PO^2 = PA^2 + OA^2 \Rightarrow PA^2 = PO^2 - OA^2$ $PA^2 = 4^2 - 2^2 = 12$ $\Rightarrow PA = 2\sqrt{3}cm$ Mặt khác $\tan \widehat{APO} = \frac{OA}{AP} = \frac{2}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ $\Rightarrow \widehat{APO} = 30^\circ$ hay $\widehat{APC} = 30^\circ$.	0,5 0,5
Câu4c (0,5đ)	Xét hai tam giác PBA và PAC có Góc P chung $\widehat{PAB} = \widehat{PCA}$ (cùng chắn cung AB) Vậy hai tam giác PBA và PAC đồng dạng, khi đó $\frac{PB}{PA} = \frac{PA}{PC} = \frac{BA}{AC}$ $\Rightarrow \frac{PB}{PA} = \frac{BA}{AC}$ và $\frac{PA}{PC} = \frac{BA}{AC}$ Nhân hai biểu thức ta được $\frac{PB}{PA} \cdot \frac{PA}{PC} = \left(\frac{BA}{AC}\right)^2 \Leftrightarrow \frac{PB}{PC} = \frac{BA^2}{AC^2}$ 	0,5
Câu5a (0,5đ)	Gọi x là số năm kể từ khi vào trường ($x > 0$). Chiều cao của cây bạch đàn theo số năm là $y = x + 1$ (m) Chiều cao của cây phượng theo số năm là $y = 0,5x + 3$ (m)	0,5
Câu5b (0,5đ)	Cây Bạch đàn cao hơn cây phượng khi $x + 1 > 0,5x + 3$ $\Leftrightarrow 0,5x > 2 \Leftrightarrow x > 4$ Vậy sau 4 năm thì cây bạch đàn sẽ cao hơn cây phượng.	0,5

Lưu ý: - Thí sinh làm cách khác đúng vẫn cho điểm tối đa.
 - Điểm tổng toàn bài giữ nguyên không làm tròn.