

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

Môn thi: TOÁN

Ngày thi: 03/6/2022

Thời gian: 120 phút (không kể thời gian phát đề)

Câu 1 (3,00 điểm) Không dùng máy tính cầm tay

a) Rút gọn biểu thức: $A = \sqrt{12} + 3\sqrt{27} - 2\sqrt{75}$.

b) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 2x - y = 7 \\ 3x + y = 3 \end{cases}$$

c) Giải phương trình: $x^2 - 8x + 7 = 0$.

Câu 2 (2,00 điểm)

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng $(d): y = 2x - m + 3$ (m là tham số) và parabol $(P): y = x^2$.

a) Vẽ đồ thị (P) .

b) Tìm các số nguyên m để (d) và (P) cắt nhau tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1 và x_2 thỏa mãn: $x_1^2(x_2 + 2) + x_2^2(x_1 + 2) \leq 10$.

Câu 3 (1,50 điểm)

Nhằm đáp ứng nhu cầu sử dụng khẩu trang chống dịch COVID-19, theo kế hoạch, hai tổ sản xuất của một nhà máy dự định làm 720000 khẩu trang. Do áp dụng kĩ thuật mới nên tổ I đã sản xuất vượt kế hoạch 15% và tổ II vượt kế hoạch 12%, vì vậy họ đã làm được 819000 khẩu trang. Hỏi theo kế hoạch số khẩu trang của mỗi tổ sản xuất là bao nhiêu?

Câu 4 (3,50 điểm)

Cho nửa đường tròn tâm O bán kính $3cm$, có đường kính AB . Gọi C là điểm thuộc nửa đường tròn sao cho $AC > BC$. Vẽ OD vuông góc với AC (D thuộc AC) và CE vuông góc với AB (E thuộc AB). Tiếp tuyến tại B của nửa đường tròn cắt tia AC tại F .

a) Chứng minh: $ODCE$ là tứ giác nội tiếp.

b) Chứng minh: $\widehat{OCD} = \widehat{CBF}$.

c) Cho $\widehat{BAC} = 30^\circ$. Tính diện tích phần tam giác ABF nằm bên ngoài đường tròn $(O; 3cm)$.

d) Khi C di động trên nửa đường tròn $(O; 3cm)$. Tìm vị trí điểm C sao cho chu vi tam giác OCE lớn nhất.

KÌ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT NĂM 2022 - 2023 TỈNH KHÁNH HÒA

Môn thi: TOÁN

Ngày thi: 3/6/2022

Thời gian làm bài: 120 phút, không kể thời gian phát đề

❖ Bài 1

Không dùng máy tính cầm tay. Rút gọn biểu thức $A = \sqrt{12} + 3\sqrt{27} - 2\sqrt{75}$.

💬 Lời giải.

Ta có $A = \sqrt{12} + 3\sqrt{27} - 2\sqrt{75} = 2\sqrt{3} + 3 \cdot 3\sqrt{3} - 2 \cdot 5\sqrt{3} = 2\sqrt{3} + 9\sqrt{3} - 10\sqrt{3} = \sqrt{3}$. □

❖ Bài 2

Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2x - y = 7 \\ 3x + y = 3. \end{cases}$

💬 Lời giải.

Ta có $\begin{cases} 2x - y = 7 \\ 3x + y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x = 10 \\ 3x + y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ 3 \cdot 2 + y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -3. \end{cases}$

Vậy hệ phương trình có nghiệm $(x; y) = (2; -3)$. □

❖ Bài 3

Giải phương trình $x^2 - 8x + 7 = 0$.

💬 Lời giải.

Ta có $a + b + c = 1 + (-8) + 7 = 0$.

Suy ra phương trình có hai nghiệm $x_1 = 1; x_2 = 7$.

Vậy phương trình có tập nghiệm $S = \{1; 7\}$ □

❖ Bài 4

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng $(d): y = 2x - m + 3$ (m là tham số) và parabol $(P): y = x^2$.

a) Vẽ đồ thị (P) .

b) Tìm các số nguyên m để (d) và (P) cắt nhau tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1 và x_2 thỏa mãn

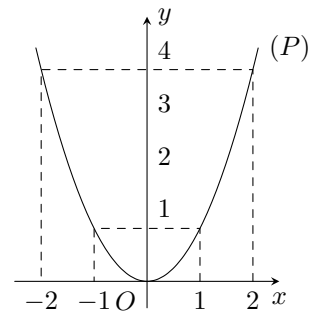
$$x_1^2(x_2 + 2) + x_2^2(x_1 + 2) \leq 10.$$

💬 Lời giải.

a)

Bảng giá trị của hàm số $y = x^2$.

x	-2	-1	0	1	2
$y = x^2$	4	1	0	1	4



b) Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) là

$$x^2 = 2x - m + 3 \Leftrightarrow x^2 - 2x + m - 3 = 0. \quad (1)$$

Ta có $\Delta' = (-1)^2 - m + 3 = 4 - m$.

(P) và (d) cắt nhau tại hai điểm phân biệt $\Leftrightarrow$ phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow 4 - m > 0 \Leftrightarrow m < 4$.

Theo định lí Vi-ét, ta có $x_1 + x_2 = 2$; $x_1 x_2 = m - 3$.

Theo đề bài ta có

$$\begin{aligned} x_1^2(x_2 + 2) + x_2^2(x_1 + 2) &\leq 10 \\ \Leftrightarrow x_1^2 x_2 + 2x_1^2 + x_1 x_2^2 + 2x_2^2 &\leq 10 \\ \Leftrightarrow x_1 x_2(x_1 + x_2) + 2((x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2) &\leq 10. \end{aligned}$$

Suy ra $(m - 3) \cdot 2 + 2(2^2 - 2(m - 3)) \leq 10 \Leftrightarrow -2m \leq -4 \Leftrightarrow m \geq 2$.

Kết hợp điều kiện $m < 4$, suy ra $2 \leq m < 4$.

Do $m \in \mathbb{Z}$ nên $m = 2$; $m = 3$.

□

Bài 5

Nhằm đáp ứng như cầu sử dụng khẩu trang chống dịch COVID-19, theo kế hoạch, hai tổ sản xuất của một nhà máy dự định làm 720000 khẩu trang. Do áp dụng kĩ thuật mới nên tổ I đã sản xuất vượt kế hoạch 15% và tổ II vượt kế hoạch 12%, vì vậy họ đã làm được 819000 khẩu trang. Hỏi theo kế hoạch số khẩu trang của mỗi tổ sản xuất là bao nhiêu?

Lời giải.

Gọi x (khẩu trang) là số khẩu trang của tổ I sản xuất theo kế hoạch ($x \in \mathbb{N}^*$).

Gọi y (khẩu trang) là số khẩu trang của tổ II sản xuất theo kế hoạch ($y \in \mathbb{N}^*$).

Theo đề bài, ta có phương trình $x + y = 720000$. 1 Thực tế, tổ I sản xuất được 115% x (khẩu trang); tổ II sản xuất được 112% y (khẩu trang).

Theo đề bài, ta có phương trình 115% $x + 112\%y = 819000$ 2 Từ (1) và (2), ta có hệ phương trình

$$\begin{aligned} \begin{cases} x + y = 720000 \\ 115\%x + 112\%y = 819000 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 720000 \\ 115x + 112y = 81900000 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} 115x + 115y = 82800000 \\ 115x + 112y = 81900000 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} 115x + 112y = 81900000 \\ 3y = 900000 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 420000 \\ y = 300000. \end{cases} \end{aligned}$$

Đối chiếu điều kiện trên, ta được $x = 420000$; $y = 300000$.

Vậy số khẩu trang tổ I sản xuất theo kế hoạch là 420000 khẩu trang; tổ II sản xuất theo kế hoạch là 300000 khẩu trang.

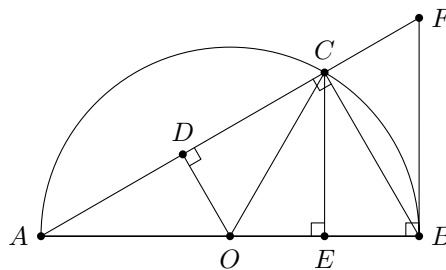
□

Bài 6

Cho nửa đường tròn tâm O bán kính 3 cm, có đường kính AB . Gọi C là điểm thuộc nửa đường tròn sao cho $AC > BC$. Vẽ OD vuông góc với AC (D thuộc AC) và CE vuông góc với AB (E thuộc AB). Tiếp tuyến tại B của nửa đường tròn cắt tia AC tại F .

- Chứng minh $ODCE$ là tứ giác nội tiếp.
- Chứng minh $\widehat{OCD} = \widehat{CBF}$.
- Cho $\widehat{BAC} = 30^\circ$. Tính diện tích phần tam giác ABF nằm bên ngoài đường tròn ($O; 3$ cm).
- Khi C di động trên nửa đường tròn ($O; 3$ cm). Tìm vị trí điểm C sao cho chu vi tam giác OCE lớn nhất.

Lời giải.



- a) Xét tứ giác $ODCE$, ta có

$$\begin{aligned}\widehat{ODC} &= 90^\circ (\text{vì } OD \perp AC); \\ \widehat{OEC} &= 90^\circ (\text{vì } CE \perp AB).\end{aligned}$$

Suy ra $\widehat{ODC} + \widehat{OEC} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$.

Suy ra tứ giác $ODCE$ nội tiếp (tứ giác có tổng hai góc đối bằng 180°).

- b) Ta có $\triangle OAC$ cân tại O (do $OA = OC = 3$ cm), suy ra $\widehat{OCA} = \widehat{OAC}$.
Mà $\widehat{OAC} = \widehat{CBF}$ (góc nội tiếp, góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung cùng chắn cung BC);
Suy ra $\widehat{OCA} = \widehat{CBF}$.

- c) Ta có $\widehat{BOC} = 2 \cdot \widehat{BAC} = 2 \cdot 30^\circ = 60^\circ$ (góc nội tiếp và góc ở tâm cùng chắn cung BC).

Diện tích hình quạt BOC là $S_1 = \frac{\pi \cdot 3^2 \cdot 60}{360} = \frac{3\pi}{2} \text{ cm}^2$.

Ta có $\widehat{ACB} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) $\Rightarrow \triangle ABC$ vuông tại C .

Suy ra $AC = AB \cdot \cos \widehat{BAC} = 6 \cdot \cos 30^\circ = 6 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3}$.

$\triangle BOC$ có $OB = OC$ và $\widehat{BOC} = 60^\circ$ nên $\triangle BOC$ đều.

Suy ra đường cao $CE = \frac{3\sqrt{3}}{2}$ và $BC = OB = OC = 3$ cm.

Diện tích $\triangle AOC$ là $S_2 = \frac{1}{2} \cdot OA \cdot CE = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot \frac{3\sqrt{3}}{2} = \frac{9\sqrt{3}}{4} \text{ cm}^2$.

Ta có $\widehat{ABF} = 90^\circ$ (vì BF là tiếp tuyến của (O)) $\Rightarrow \triangle ABF$ vuông tại B .

Trong $\triangle ABF$ vuông tại B có đường cao BC , ta có

$$AB^2 = AC \cdot AF \Rightarrow AF = \frac{AB^2}{AC} = \frac{6^2}{3\sqrt{3}} = 4\sqrt{3}.$$

Diện tích $\triangle ABF$ là $S_3 = \frac{1}{2} \cdot BC \cdot AF = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 4\sqrt{3} = 6\sqrt{3} \text{ cm}^2$.

Diện tích phần tam giác ABF nằm bên ngoài đường tròn $(O; 3 \text{ cm})$ là

$$S = S_3 - S_1 - S_2 = 6\sqrt{3} - \frac{3\pi}{2} - \frac{9\sqrt{3}}{4} = \frac{15\sqrt{3}}{4} - \frac{3\pi}{2} = \frac{15\sqrt{3} - 6\pi}{4} \approx 1,78 \text{ cm}^2.$$

d) Đặt $OE = a$; $CE = b$.

Ta có $(a - b)^2 \geq 0 \Leftrightarrow a^2 + b^2 \geq 2ab \Leftrightarrow a^2 + b^2 + a^2 + b^2 \geq 2ab + a^2 + b^2 \Leftrightarrow 2(a^2 + b^2) \geq (a + b)^2$.

Ta có bất đẳng thức

$$(a + b)^2 \leq 2(a^2 + b^2)$$

Trong $\triangle OEC$ ($\widehat{E} = 90^\circ$), ta có $OE^2 + CE^2 = OC^2$, suy ra $a^2 + b^2 = 3^2$.

Áp dụng bất đẳng thức $(a + b)^2 \leq 2(a^2 + b^2)$ và ta có $a^2 + b^2 = 3^2$.

Suy ra $a + b \leq 3\sqrt{2}$.

Do đó chu vi tam giác CEO là $OE + CE + OC = a + b + 3 \leq 3\sqrt{2} + 3$.

Dấu bằng xảy ra khi $a = b \Leftrightarrow \triangle OEC$ vuông cân tại $E \Leftrightarrow \widehat{EOC} = 45^\circ \Leftrightarrow \text{sđ } \widehat{BC} = 45^\circ$.

Vậy điểm C nằm trên nửa đường tròn sao cho $\widehat{BOC} = 45^\circ$ thì chu vi tam giác OCE lớn nhất là $3 + 3\sqrt{2}$ (cm).

