

Câu 1. (2,0 điểm) Rút gọn các biểu thức sau:

a) $P = \sqrt{45} + \sqrt{20} - \sqrt{5}$.

b) $Q = \left(\frac{1}{2\sqrt{x}+1} + \frac{1}{2\sqrt{x}-1} \right) : \frac{1}{1-4x}$ với $x \geq 0, x \neq \frac{1}{4}$.

Câu 2. (1,0 điểm) Trong mặt phẳng Oxy, cho hai đường thẳng (d): $y = mx + 3m + 2$ và $(d_1): y = x + 1$. Tìm giá trị của m để hai đường thẳng (d) và (d_1) song song với nhau.

Câu 3. (2,0 điểm) Cho phương trình $x^2 - 2(m+1)x + m^2 = 0$ (m là tham số)

a) Giải phương trình với $m = 1$.

b) Tìm giá trị của m để phương trình đã cho có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn:

$$x_1^2 + x_2^2 + 6 = 4x_1x_2.$$

Câu 4. (1,0 điểm) Giả sử giá tiền điện hàng tháng được tính theo bậc thang như sau:

Bậc 1: Từ 1kWh đến 100kWh thì giá điện là: 1500đ/1kWh

Bậc 2: Từ 101kWh đến 150kWh thì giá điện là: 2000đ/1kWh

Bậc 3: Từ 151 kWh trở lên thì giá điện là: 4000đ/1kWh.

(Ví dụ: Nếu dùng 170kWh thì có 100kWh tính theo giá bậc 1, có 50kWh tính theo giá bậc 2 và có 20kWh tính theo giá bậc 3).

Tháng 4 năm 2021 tổng số tiền điện của nhà bạn A và nhà bạn B là 560000đ. So với tháng 4 thì tháng 5 tiền điện của nhà bạn A tăng 30%, nhà bạn B tăng 20%, do đó tổng số tiền điện của cả hai nhà trong tháng 5 là 701000đ. Hỏi tháng 4 nhà bạn A phải trả bao nhiêu tiền điện và dùng hết bao nhiêu kWh? (biết rằng số tiền điện ở trên không tính thuế giá trị gia tăng).

Câu 5. (1,0 điểm) Cho tam giác ABC vuông tại A, có độ dài cạnh $AB = 3\text{cm}$, cạnh $AC = 4\text{cm}$.

Gọi AH là đường cao của tam giác, tính diện tích tam giác AHC.

Câu 6. (2,0 điểm) Cho tam giác nhọn ABC ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn tâm O; E là điểm chính giữa cung nhỏ BC.

a) Chứng minh $\widehat{CAE} = \widehat{BCE}$.

b) Gọi M là điểm trên cạnh AC sao cho $EM = EC$ (M khác C); N là giao điểm của BM với đường tròn tâm O (N khác B). Gọi I là giao điểm của BM với AE; K là giao điểm của AC với EN. Chứng minh tứ giác EKMI nội tiếp.

Câu 7. (1,0 điểm) Cho các số thực không âm a, b, c thỏa mãn: $a + b + c = 2021$. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P = \sqrt{a+b} + \sqrt{b+c} + \sqrt{c+a}$.

—HẾT—

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO HÀ TĨNH KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT
ĐỀ THI CHÍNH THỨC

NĂM HỌC 2021 - 2022

MÔN THI: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút

MÃ ĐỀ 01

Câu 1. (2,0 điểm) Rút gọn các biểu thức sau:

a) $P = \sqrt{45} + \sqrt{20} - \sqrt{5}$.

b) $Q = \left(\frac{1}{2\sqrt{x}+1} + \frac{1}{2\sqrt{x}-1} \right) : \frac{1}{1-4x}$ với $x \geq 0, x \neq \frac{1}{4}$.

Câu 2. (1,0 điểm) Trong mặt phẳng Oxy , cho hai đường thẳng $(d): y = mx + 3m + 2$ và $(d_1): y = x + 1$. Tìm giá trị của m để hai đường thẳng (d) và (d_1) song song với nhau.

Câu 3. (2,0 điểm) Cho phương trình $x^2 - 2(m+1)x + m^2 = 0$ (m là tham số)

a) Giải phương trình với $m = 1$.

b) Tìm giá trị của m để phương trình đã cho có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn:

$$x_1^2 + x_2^2 + 6 = 4x_1x_2$$

Câu 4. (1,0 điểm) Giả sử giá tiền điện hàng tháng được tính theo bậc thang như sau:

Bậc 1: Từ $1kWh$ đến $100kWh$ thì giá điện là: $1500đ/kWh$

Bậc 2: Từ $101kWh$ đến $150kWh$ thì giá điện là: $2000đ/kWh$

Bậc 3: Từ $151kWh$ trở lên thì giá điện là: $4000đ/kWh$

(Ví dụ: Nếu dùng $170kWh$ thì có $100kWh$ tính theo giá bậc 1, có $50kWh$ tính theo giá bậc 2 và có $20kWh$ tính theo giá bậc 3).

Tháng 4 năm 2021 tổng số tiền điện của nhà bạn A và nhà bạn B là $560000đ$. So với tháng 4 thì tháng 5 tiền điện của nhà bạn A tăng 30% , nhà bạn B tăng 20% , do đó tổng số tiền điện của cả hai nhà trong tháng 5 là $701000đ$. Hỏi tháng 4 nhà bạn A phải trả bao nhiêu tiền điện và dùng hết bao nhiêu kWh ? (biết rằng số tiền điện ở trên không tính thuế giá trị gia tăng).

Câu 5. (1,0 điểm) Cho tam giác ABC vuông tại A , có độ dài cạnh $AB = 3\text{cm}$, cạnh $AC = 4\text{cm}$. Gọi AH là đường cao của tam giác, tính diện tích tam giác AHC .

Câu 6. (2,0 điểm) Cho tam giác nhọn ABC ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn tâm O ; E là điểm chính giữa cung nhỏ BC .

a) Chứng minh $\widehat{CAE} = \widehat{BCE}$.

b) Gọi M là điểm trên cạnh AC sao cho $EM = EC$ (M khác C); N là giao điểm của BM với đường tròn tâm O (N khác B). Gọi I là giao điểm của BM với AE ; K là giao điểm của AC với EN . Chứng minh tứ giác $EKMI$ nội tiếp.

Câu 7. (1,0 điểm) Cho các số thực không âm a, b, c thỏa mãn: $a + b + c = 2021$. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P = \sqrt{a+b} + \sqrt{b+c} + \sqrt{c+a}$.

-----HẾT-----

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. (2,0 điểm) Rút gọn các biểu thức sau:

$$a) P = \sqrt{45} + \sqrt{20} - \sqrt{5}.$$

$$P = \sqrt{45} + \sqrt{20} - \sqrt{5}$$

$$P = \sqrt{9 \cdot 5} + \sqrt{4 \cdot 5} - \sqrt{5}$$

$$P = 3\sqrt{5} + 2\sqrt{5} - \sqrt{5} = 4\sqrt{5}.$$

$$\text{Vậy } P = 4\sqrt{5}.$$

$$b) Q = \left(\frac{1}{2\sqrt{x}+1} + \frac{1}{2\sqrt{x}-1} \right) : \frac{1}{1-4x} \text{ với } x \geq 0, x \neq \frac{1}{4}.$$

$$Q = \left(\frac{1}{2\sqrt{x}+1} + \frac{1}{2\sqrt{x}-1} \right) : \frac{1}{1-4x}$$

$$Q = \frac{2\sqrt{x}-1+2\sqrt{x}+1}{(2\sqrt{x}+1)(2\sqrt{x}-1)} : \frac{1}{1-4x}$$

$$Q = \frac{4\sqrt{x}}{4x-1} : \frac{1}{1-4x}$$

$$Q = \frac{4\sqrt{x}}{4x-1} \cdot (1-4x) = \frac{4\sqrt{x}}{-(1-4x)} \cdot (1-4x) = -4\sqrt{x}$$

$$\text{Vậy } Q = -4\sqrt{x}, \text{ với } x \geq 0, x \neq \frac{1}{4}.$$

Câu 2. (1,0 điểm) Trong mặt phẳng Oxy , cho hai đường thẳng $(d): y = mx + 3m + 2$ và $(d_1): y = x + 1$. Tìm giá trị của m để hai đường thẳng (d) và (d_1) song song với nhau.

Hai đường thẳng (d) và (d_1) song song với nhau khi và chỉ khi

$$\begin{cases} m = 1 \\ 3m + 2 \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m \neq -\frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow m = 1.$$

Vậy với $m = 1$ thì (d) và (d_1) song song với nhau.

Câu 3. (2,0 điểm) Cho phương trình $x^2 - 2(m+1)x + m^2 = 0$ (m là tham số)

a) Giải phương trình với $m = 1$.

Với $m = 1$, phương trình đã cho trở thành $x^2 - 4x + 1 = 0$.

Ta có $\Delta' = 2^2 - 1 = 3 > 0$ nên phương trình có 2 nghiệm phân biệt

$$\begin{cases} x_1 = \frac{-b' + \sqrt{\Delta'}}{a} = 2 + \sqrt{3} \\ x_2 = \frac{-b' - \sqrt{\Delta'}}{a} = 2 - \sqrt{3} \end{cases}.$$

Vậy khi $m = 1$ tập nghiệm của phương trình là $S = \{2 \pm \sqrt{3}\}$.

b) Tìm giá trị của m để phương trình đã cho có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn:

$$x_1^2 + x_2^2 + 6 = 4x_1x_2$$

Ta có: $\Delta' = (m+1)^2 - m^2 = 2m + 1$.

Để phương trình đã cho có 2 nghiệm x_1, x_2 thì $\Delta' \geq 0 \Leftrightarrow 2m + 1 \geq 0 \Leftrightarrow m \geq -\frac{1}{2}$.

Khi đó áp dụng định lý Vi-ét ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m+1) \\ x_1x_2 = m^2 \end{cases}$.

Theo bài ra ta có:

$$x_1^2 + x_2^2 + 6 = 4x_1x_2$$

$$\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 + 6 = 4x_1x_2$$

$$\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 6x_1x_2 + 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow 4(m+1)^2 - 6m^2 + 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow -2m^2 + 8m + 10 = 0 \quad (1)$$

Ta có $a - b + c = -2 - 8 + 10 = 0$ nên phương trình có 2 nghiệm phân biệt

$$\begin{cases} m_1 = -1(ktm) \\ m_2 = -\frac{c}{a} = -\frac{10}{-2} = 5(tm) \end{cases}.$$

Vậy có 1 giá trị của m thỏa mãn là $m = 5$.

Câu 4. (1,0 điểm) Giả sử giá tiền điện hàng tháng được tính theo bậc thang như sau:

Bậc 1: Từ $1kWh$ đến $100kWh$ thì giá điện là: $1500đ/kWh$

Bậc 2: Từ 101kWh đến 150kWh thì giá điện là: 2000đ/kWh

Bậc 3: Từ 151kWh trở lên thì giá điện là: 4000đ/kWh

(Ví dụ: Nếu dùng 170kWh thì có 100kWh tính theo giá bậc 1, có 50kWh tính theo giá bậc 2 và có 20kWh tính theo giá bậc 3).

Tháng 4 năm 2021 tổng số tiền điện của nhà bạn A và nhà bạn B là 560000 đ. So với tháng 4 thì tháng 5 tiền điện của nhà bạn A tăng 30%, nhà bạn B tăng 20%, do đó tổng số tiền điện của cả hai nhà trong tháng 5 là 701000 đ. Hỏi tháng 4 nhà bạn A phải trả bao nhiêu tiền điện và dùng hết bao nhiêu kWh? (biết rằng số tiền điện ở trên không tính thuế giá trị gia tăng).

Gọi số tiền điện nhà bạn A phải trả trong tháng 4 là $x(x > 0)$ (đồng)

Số tiền điện nhà bạn B phải trả trong tháng 4 là $y(y > 0)$ (đồng)

Theo bài ta có tổng số tiền điện trong tháng 4 nhà bạn A và nhà bạn B phải trả là 560000 nên ta có phương trình $x + y = 560000$ (1)

Số tiền điện trong tháng 5 nhà bạn A phải trả là $x + 30\%x = 1,3x$ (đồng)

Số tiền điện trong tháng 5 nhà bạn B phải trả là: $y + 20\%y = 1,2y$ (đồng)

Theo bài ta có tổng số tiền điện trong tháng 5 nhà bạn A và nhà bạn B phải trả là 701000 nên ta có phương trình: $1,3x + 1,2y = 701000$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + y = 560000 \\ 1,3x + 1,2y = 701000 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 560000 - y \\ 1,3(560000 - y) + 1,2y = 701000 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 560000 - y \\ 728000 - 0,1y = 701000 \end{cases}$$

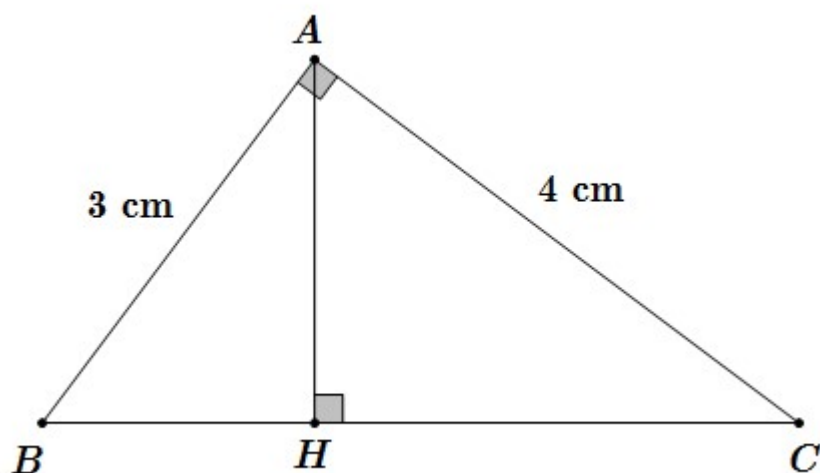
$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 560000 - y \\ 0,1y = 27000 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 290000 \\ y = 270000 \end{cases}$$

Vậy số tiền điện nhà bạn A phải trả trong tháng 4 là 290000 đồng.

Nhận thấy: $290000 = 100.1500 + 50.2000 + 10.4000$

Vậy số điện nhà bạn A dùng trong tháng 4 là $100 + 50 + 10 = 160(kWh)$.

Câu 5. (1,0 điểm) Cho tam giác ABC vuông tại A, có độ dài cạnh $AB = 3cm$, cạnh $AC = 4cm$. Gọi AH là đường cao của tam giác, tính diện tích tam giác AHC.



Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông ABC ta có:

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{9} + \frac{1}{16}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{AH^2} = \frac{25}{144}$$

$$\Rightarrow AH = \frac{144}{25}$$

$$\Rightarrow AH = \frac{12}{5}(\text{cm})$$

Áp dụng định lý Pytago trong tam giác vuông AHC ta có:

$$AC^2 = AH^2 + HC^2$$

$$\Rightarrow 4^2 = \left(\frac{12}{5}\right)^2 + HC^2$$

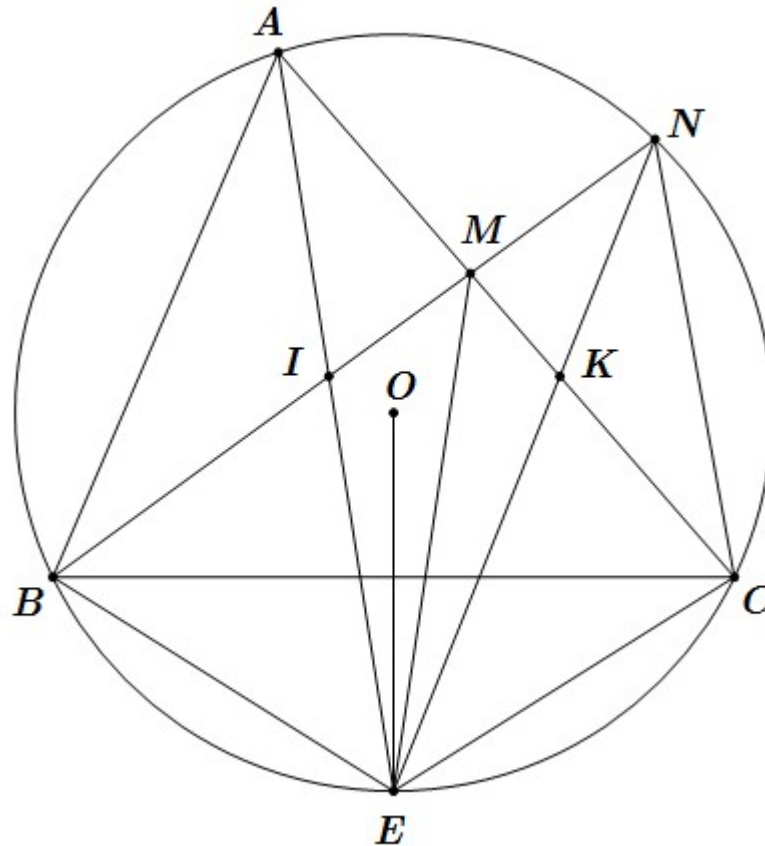
$$\Rightarrow HC^2 = 16 - \frac{144}{25}$$

$$\Rightarrow HC^2 = \frac{256}{25}$$

$$\Rightarrow HC = \frac{16}{5}(\text{cm})$$

$$\text{Vì tam giác } AHC \text{ vuông tại } H \text{ nên } S_{\Delta AHC} = \frac{1}{2} AH.HC = \frac{1}{2} \cdot \frac{12}{5} \cdot \frac{16}{5} = \frac{96}{25}(\text{cm}^2).$$

Câu 6. (2, 0 điểm) Cho tam giác nhọn ABC ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn tâm O ; E là điểm chính giữa cung nhỏ BC .



a) Chứng minh $\widehat{CAE} = \widehat{BCE}$.

Vì E là điểm chính giữa của cung nhỏ BC nên $\text{sđc} BE = \text{sđc} CE$.

$\Rightarrow \widehat{CAE} = \widehat{BCE}$ (trong một đường tròn, hai góc nội tiếp chắn hai cung bằng nhau thì bằng nhau).

b) Gọi M là điểm trên cạnh AC sao cho $EM = EC$ (M khác C); N là giao điểm của BM với đường tròn tâm O (N khác B). Gọi I là giao điểm của BM với AE ; K là giao điểm của AC với EN . Chứng minh tứ giác $EKMI$ nội tiếp.

Vì $EM = EC$ (gt), mà $EB = EC$ (do $\text{sđc} EB = \text{sđc} EC$) $\Rightarrow EB = EM$.

$\Rightarrow \triangle EBM$ cân tại $M \Rightarrow \widehat{EBM} = \widehat{EMB}$ (2 góc ở đáy).

Ta có: $\widehat{EBM} + \widehat{ECN} = 180^\circ$ (2 góc đối diện của tứ giác nội tiếp $BECN$)

$$\widehat{EMB} + \widehat{EMN} = 180^\circ \text{ (kề bù)}$$

$$\Rightarrow \widehat{ECN} = \widehat{EMN}.$$

Lại có $\widehat{ENC} = \widehat{ENM}$ (2 góc nội tiếp chắn hai cung bằng nhau)

$$\Rightarrow \widehat{ECN} + \widehat{ENC} = \widehat{EMN} + \widehat{ENM}$$

$$\Rightarrow 180^\circ - \widehat{CEN} = 180^\circ - \widehat{MEN}$$

$$\Rightarrow \widehat{CEN} = \widehat{MEN}$$

$\Rightarrow EK$ là phân giác của $\widehat{MEC}$.

Mà tam giác EMC cân tại E ($EM = EC$) nên EK đồng thời là đường cao $\Rightarrow EK \perp MC$.

$$\Rightarrow \widehat{EKM} = 90^\circ.$$

$$\Rightarrow \widehat{EAK} + \widehat{AEK} = 90^\circ.$$

Mà $\widehat{EAK} = \widehat{EAC} = \widehat{BNE}$ (2 góc nội tiếp chắn hai cung bằng nhau)

$$\Rightarrow \widehat{BNE} + \widehat{AEK} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{BNI} + \widehat{IEN} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{EIN} \text{ vuông tại } I.$$

$$\Rightarrow \widehat{EIN} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{EIM} = 90^\circ.$$

Xét tứ giác $EKMI$ có: $\widehat{EKM} + \widehat{EIM} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$.

Vậy $EKMI$ là tứ giác nội tiếp (tứ giác có tổng hai góc đối bằng 180°).

Câu 7. (1,0 điểm) Cho các số thực không âm a, b, c thỏa mãn: $a + b + c = 2021$. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P = \sqrt{a+b} + \sqrt{b+c} + \sqrt{c+a}$.

$$\text{Ta có: } P = \sqrt{a+b} + \sqrt{b+c} + \sqrt{c+a}$$

$$\Rightarrow P^2 = (\sqrt{a+b} + \sqrt{b+c} + \sqrt{c+a})^2 \leq 3(a+b+b+c+c+a) = 6.2021 = 12126 \text{ (BĐT Buniacopxki)}$$

$$\Rightarrow P^2 \leq 12126 \Leftrightarrow P \leq \sqrt{12126}$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra } \Leftrightarrow 2021 - c = 2021 - a = a + c \Leftrightarrow \begin{cases} a = c \\ 2021 - a = 2a \end{cases} \Leftrightarrow a = c = \frac{2021}{3} = b.$$

$$\text{Vậy } P_{\max} = \sqrt{12126} \Leftrightarrow a = b = c = \frac{2021}{3}.$$