

Câu 1. (2,0 điểm)

Cho biểu thức $A = \left(\frac{3\sqrt{x}-1}{x-1} - \frac{1}{\sqrt{x}-1} \right) : \frac{1}{x+\sqrt{x}}$

1. Tìm điều kiện xác định và rút gọn biểu thức A .
2. Tìm tất cả các giá trị của x thỏa $2A - x = 3$.

Câu 2. (2,0 điểm)

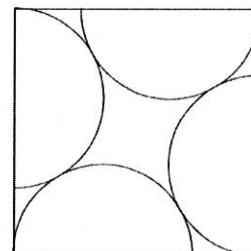
1. Giải phương trình $x^4 - 2x^2 - 3 = 0$.
2. Giải hệ phương trình $\begin{cases} x + \sqrt{x+1} = 2y + \sqrt{2y-1} \\ x^2 + y^2 = 34 \end{cases}$

Câu 3. (2,0 điểm)

1. Cho parabol $(P): y = ax^2$ ($a \neq 0$). Tính giá trị của a biết rằng (P) đi qua điểm $M(-2;12)$.
2. Tính số đo góc tạo bởi đường thẳng $(d): y = x + 8$ với trục hoành Ox .

Câu 4. (1,0 điểm)

Bốn nửa hình tròn có bán kính bằng $2cm$ tiếp xúc ngoài với nhau, được đặt trong một hình vuông như hình vẽ. Tính diện tích hình vuông.



Câu 5. (3,0 điểm)

Cho BC là một dây cung của đường tròn $(O;R)$ ($BC \neq 2R$). Điểm A di động trên cung lớn BC sao cho tâm O luôn nằm trong $\triangle ABC$. Các đường cao AD, BE, CF của $\triangle ABC$ đồng quy tại H .

1. Chứng minh $\triangle AEF$ đồng dạng với $\triangle ABC$.
2. Gọi A', A_1 lần lượt là trung điểm của BC, EF . Chứng minh rằng $AH = 2OA'$ và $RAA_1 = AA'.OA'$.
3. Chứng minh $R.(EF + FD + DE) = 2S_{\triangle ABC}$, từ đó suy ra vị trí của điểm A để tổng $EF + FD + DE$ đạt giá trị lớn nhất.

--- HẾT ---

Họ và tên thí sinh: _____

Số báo danh: _____

Chữ ký CBCT1: _____

Chữ ký CBCT2: _____

I. Hướng dẫn chung

1. Nếu học sinh làm bài không theo cách nêu trong đáp án nhưng đúng, chính xác, chặt chẽ thì cho đủ số điểm của câu đó.

2. Việc chi tiết hóa (nếu có) thang điểm trong hướng dẫn chấm phải bảo đảm không làm sai lệch hướng dẫn chấm và phải được thống nhất thực hiện trong tổ chấm.

II. Đáp án và thang điểm

Câu 1. (2,0 điểm).

NỘI DUNG	Điểm
Cho biểu thức $A = \left(\frac{3\sqrt{x}-1}{x-1} - \frac{1}{\sqrt{x}-1} \right) : \frac{1}{x+\sqrt{x}}$	1.0
1. Tìm điều kiện xác định và rút gọn biểu thức A .	
Điều kiện $0 < x \neq 1$	0,25
$A = \left[\frac{3\sqrt{x}-1}{x-1} - \frac{\sqrt{x}+1}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} \right] (x+\sqrt{x})$	0,25
$= \frac{(3\sqrt{x}-1) - (\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} \cdot \sqrt{x} \cdot (\sqrt{x}+1)$	0,25
$= \frac{2\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-1} \cdot \sqrt{x} = 2\sqrt{x}$	0,25
2. Tìm tất cả các giá trị của x thỏa $2A - x = 3$.	1.0
$2A - x = 3 \Leftrightarrow 4\sqrt{x} - x = 3$	0,25
$(\sqrt{x}-3)(1-\sqrt{x}) = 0$	0,25
$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 9 \\ x = 1 \text{ (l)} \end{cases}$	0,25
Vậy $x = 9$ là giá trị cần tìm.	0,25

Câu 2. (2,0 điểm)

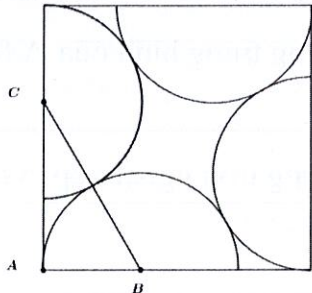
NỘI DUNG	ĐIỂM
1. Giải phương trình $x^4 - 2x^2 - 3 = 0$ (1)	1.0
Đặt $t = x^2$, điều kiện $t \geq 0$	0,25
(1) trở thành $t^2 - 2t - 3 = 0$	0,25
$\Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 \text{ (l)} \\ t = 3 \end{cases}$	0,25
Với $t = 3 \Leftrightarrow x^2 = 3 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{3}$	0,25

2. Giải hệ phương trình $\begin{cases} x + \sqrt{x+1} = 2y + \sqrt{2y-1} & (1) \\ x^2 + y^2 = 34 & (2) \end{cases}$	1.0
Điều kiện $x \geq -1; y \geq 0$. (1) $\Leftrightarrow \sqrt{x+1} - \sqrt{2y} = 2y - x - 1$ $\Leftrightarrow x+1-2y = (2y-x-1)(\sqrt{x+1} + \sqrt{2y})$	0,25
$\Leftrightarrow (x-2y+1)(1+\sqrt{x+1} + \sqrt{2y}) = 0 \Leftrightarrow x = 2y-1$	0,25
Thay vào (2) ta được $(2y-1)^2 + y^2 = 34 \Leftrightarrow 5y^2 - 4y - 33 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} y = 3 \\ y = -\frac{11}{5} \end{cases}$	0,25
So với điều kiện ta được $y = 3$, suy ra $x = 5$. Hệ có nghiệm $\begin{cases} x = 5 \\ y = 3 \end{cases}$.	0,25

Câu 3. (2,0 điểm)

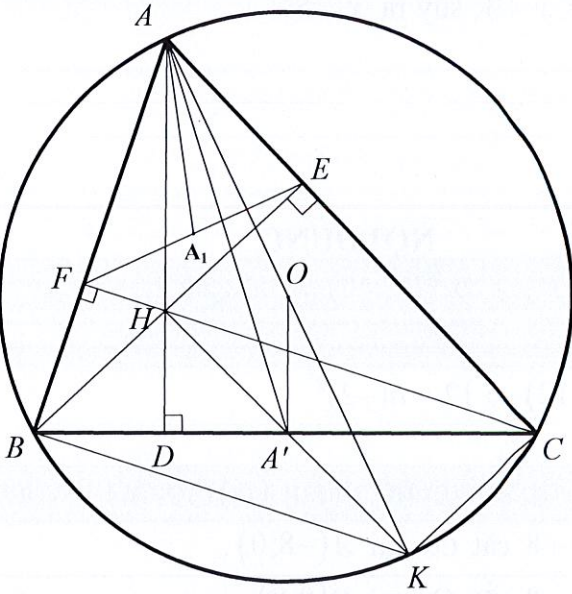
NỘI DUNG	ĐIỂM
1. Cho parabol $(P): y = ax^2$ ($a \neq 0$). Tính giá trị của a biết rằng (P) đi qua điểm $M(-2;12)$.	1.0
(P) đi qua điểm $M(-2;12) \Rightarrow 12 = a(-2)^2$	0,5
$\Rightarrow a = 3$	0,5
2. Tính số đo góc tạo bởi đường thẳng $(d): y = x + 8$ với trục hoành Ox .	1.0
Đường thẳng $(d): y = x + 8$ cắt Ox tại $A(-8;0)$.	0,25
Đường thẳng $(d): y = x + 8$ cắt Oy tại $B(0;8)$.	0,25
Góc tạo bởi đường thẳng (d) với Ox là góc OAB Ta có $\tan OAB = \frac{OB}{OA} = \frac{ 8 }{ -8 } = 1$	0,25
Góc tạo bởi đường thẳng (d) với Ox bằng 45° .	0,25

Câu 4. (1,0 điểm)

NỘI DUNG	ĐIỂM
Bốn nửa hình tròn có bán kính bằng $2cm$ tiếp xúc ngoài với nhau, được đặt trong một hình vuông như hình vẽ. Tính diện tích hình vuông.	1.0
	
Đặt $AC - 2 = x, x > 0$.	0,25
Áp dụng Pytago trong $\triangle ABC$:	0,25

$BC^2 = AB^2 + AC^2 \Leftrightarrow 4^2 = 2^2 + (2+x)^2 \Leftrightarrow x^2 + 4x - 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 + 2\sqrt{3} \\ x = -2 - 2\sqrt{3}(l) \end{cases}$	
Cạnh hình vuông là $4 - 2 + 2\sqrt{3} = 2 + 2\sqrt{3} \text{ (cm)}$	0,25
Diện tích hình vuông là $S = (2 + 2\sqrt{3})^2 = 16 + 8\sqrt{3} \text{ (cm}^2\text{)}$.	0,25

Câu 5. (3,0 điểm)

NỘI DUNG	Điểm
Cho BC là một dây cung của đường tròn $(O; R)$ ($BC \neq 2R$). Điểm A di động trên cung lớn BC sao cho tâm O luôn nằm trong $\triangle ABC$. Các đường cao AD, BE, CF của $\triangle ABC$ đồng quy tại H .	
	
1. Chứng minh $\triangle AEF$ đồng dạng với $\triangle ABC$.	1.0
Tứ giác $AEHF$ nội tiếp $\Rightarrow AFE = AHE$ (cùng chắn AE)	0,25
Lại có $AHE = BHD$ (đối đỉnh)	0,25
$BHD = ACB$ (cùng phụ HBD) $\Rightarrow AFE = ACB$	0,25
Suy ra $\triangle AEF$ đồng dạng $\triangle ABC(g - g)$	0,25
2. Gọi A', A_1 lần lượt là trung điểm của BC, EF . Chứng minh rằng $AH = 2OA'$ và $R.AA_1 = AA'.OA'$.	1.0
Ta có $KB \parallel CH; KC \parallel BH$ suy $BHCK$ là hình bình hành. Do đó A' là trung điểm của KH . Nên OA' là đường trung bình của $\triangle AHK$.	0,25
Suy ra $AH = 2OA'$	0,25
Gọi R, R' lần lượt là bán kính đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC, \triangle AEF$; AA' là trung tuyến $\triangle ABC$; AA_1 là trung tuyến $\triangle AEF$. Do $\triangle AEF$ đồng dạng $\triangle ABC \Rightarrow \frac{R}{R'} = \frac{AA'}{AA_1} \Rightarrow R.AA_1 = AA'.R' = AA' \cdot \frac{AH}{2} = AA' \cdot \frac{2A'O}{2}$	0,25

Vậy $R.AA_1 = AA'.A'O$. (1)	0,25
3. Chứng minh $R.(EF + FD + DE) = 2S_{\Delta ABC}$, từ đó suy ra vị trí của điểm A để tổng $EF + FD + DE$ đạt giá trị lớn nhất.	1.0
Gọi B' , C' lần lượt là trung điểm của AC , AB . Ta có $OB' \perp AC$; $OC' \perp AB$. Suy ra OA' , OB' , OC' lần lượt là đường cao của các ΔOBC , ΔOCA , ΔOAB . $S_{\Delta ABC} = S_{\Delta OBC} + S_{\Delta OCA} + S_{\Delta OAB} = \frac{1}{2}(OA'.BC + OB'.AC + OC'.AB)$ $\Leftrightarrow 2S_{\Delta ABC} = (OA'.BC + OB'.AC + OC'.AB)(2)$	0,25
Theo (1) suy ra $OA' = R \cdot \frac{AA_1}{AA'}$ mà $\frac{AA_1}{AA'}$ là tỷ số giữa hai tam giác đồng dạng ΔABC , ΔAEF nên $\frac{AA_1}{AA'} = \frac{EF}{BC}$. Tương tự $OB' = R \cdot \frac{FD}{AC}$; $OC' = R \cdot \frac{ED}{AB}$	0,25
Thay vào (2) ta được $2S_{\Delta ABC} = R \cdot \left(\frac{EF}{BC} \cdot BC + \frac{FD}{AC} \cdot AC + \frac{ED}{AB} \cdot AB \right) = R \cdot (EF + FD + DE)$	0,25
Do R không đổi nên $(EF + FD + DE)$ đạt giá trị lớn nhất khi $S_{\Delta ABC}$ lớn nhất. Ta có $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}AD.BC$ do BC không đổi nên $S_{\Delta ABC}$ lớn nhất khi AD lớn nhất, mà AD lớn nhất khi A là điểm chính giữa của cung lớn BC .	0,25

--- HẾT ---