

ĐỀ CHÍNH THỨC

MÔN THI : TOÁN

Thời gian : 120 phút (không tính thời gian giao đề)

Bài 1. (1,5 điểm)

a) Tính $A = \sqrt{12} + \sqrt{18} - \sqrt{8} - 2\sqrt{3}$.

b) Rút gọn biểu thức $B = \sqrt{9x+9} + \sqrt{4x+4} + \sqrt{x+1}$ với $x \geq -1$. Tìm x sao cho B có giá trị là 18.

Bài 2. (2,0 điểm)

a) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x + 2y = 3 \\ 4x + 5y = 6 \end{cases}$$

b) Giải phương trình $4x^4 + 7x^2 - 2 = 0$.

Bài 3. (1,5 điểm)

Cho hai hàm số $y = 2x^2$ và $y = -2x + 4$.

a) Vẽ đồ thị các hàm số này trên cùng một mặt phẳng tọa độ.

b) Tìm tọa độ hai giao điểm A và B của hai đồ thị đó. Tính khoảng cách từ điểm $M(-2;0)$ đến đường thẳng AB.

Bài 4. (1,0 điểm)

Cho phương trình $4x^2 + (m^2 + 2m - 15)x + (m + 1)^2 - 20 = 0$, với m là tham số. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình đã cho có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn hệ thức $x_1^2 + x_2 + 2019 = 0$.

Bài 5. (1,0 điểm)

Một mảnh đất hình chữ nhật có diện tích $80m^2$. Nếu giảm chiều rộng 3m và tăng chiều dài 10m thì diện tích mảnh đất tăng thêm $20m^2$. Tính kích thước của mảnh đất.

Bài 6. (3,0 điểm)

Cho đường tròn (O) tâm O, đường kính AB và C là điểm nằm trên đoạn thẳng OB (với $C \neq B$). Kẻ dây DE của đường tròn (O) vuông góc với AC tại trung điểm H của AC. Gọi K là giao điểm thứ hai của BD với đường tròn đường kính BC.

a) Chứng minh tứ giác DHCK là tứ giác nội tiếp.

b) Chứng minh CE song song với AD và ba điểm E, C, K thẳng hàng.

c) Đường thẳng qua K vuông góc với DE cắt đường tròn (O) tại hai điểm M và N (với M thuộc cung nhỏ $\widehat{AD}$). Chứng minh rằng $EM^2 + DN^2 = AB^2$.

--- HẾT ---

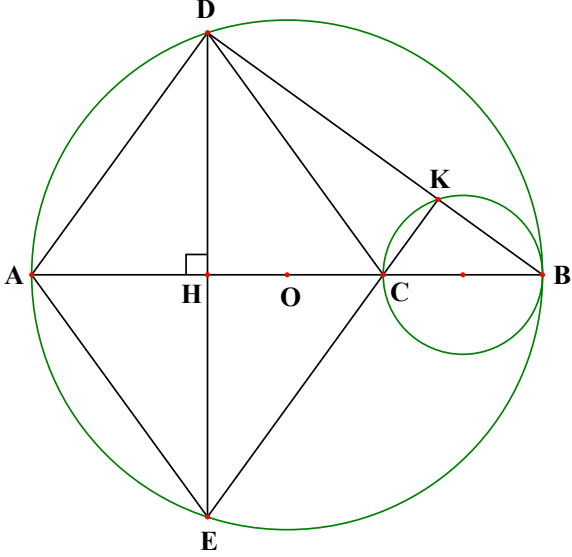
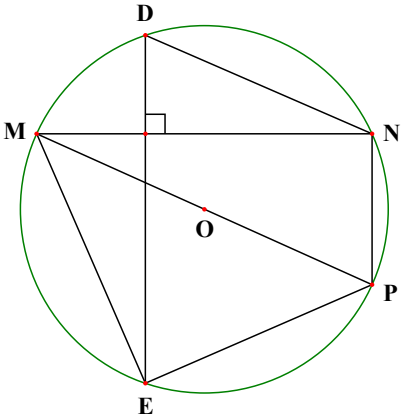
Họ và tên thí sinh:	SBD:	Phòng thi số:
---------------------	------	---------------

HƯỚNG DẪN GIẢI VÀ BIỂU ĐIỂM DỰ KIẾN:

Câu	Phần	Nội dung	Điểm												
Bài 1 (1,5đ)	a)	$A = \sqrt{12} + \sqrt{18} - \sqrt{8} - 2\sqrt{3} = 2\sqrt{3} + 3\sqrt{2} - 2\sqrt{2} - 2\sqrt{3} = \sqrt{2}$	0.5												
	b)	Với $x \geq -1$, ta có: $B = \sqrt{9x+9} + \sqrt{4x+4} + \sqrt{x+1}$ $= \sqrt{9(x+1)} + \sqrt{4(x+1)} + \sqrt{x+1}$ $= 3\sqrt{x+1} + 2\sqrt{x+1} + \sqrt{x+1}$ $= 6\sqrt{x+1}$	0.5												
		$B = 18 \Leftrightarrow 6\sqrt{x+1} = 18 \Leftrightarrow \sqrt{x+1} = 3 \Leftrightarrow x+1 = 9 \Leftrightarrow x = 8$ (TMĐK) Vậy $x = 8$ là giá trị cần tìm.	0.5												
Bài 2 (2,0đ)	1)	$\begin{cases} x+2y=3 \\ 4x+5y=6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x+8y=12 \\ 4x+5y=6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+2y=3 \\ 3y=6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+2.2=3 \\ y=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ y=2 \end{cases}$ Vậy nghiệm của hệ phương trình là $(x;y) = (-1;2)$	1.0												
	2)	$4x^4 + 7x^2 - 2 = 0$ $\Leftrightarrow 4x^4 + 8x^2 - x^2 - 2 = 0$ $\Leftrightarrow 4x^2(x^2 + 2) - (x^2 + 2) = 0$ $\Leftrightarrow (4x^2 - 1)(x^2 + 2) = 0$ $\Leftrightarrow 4x^2 - 1 = 0$ (vì $x^2 + 2 > 0 \forall x$) $\Leftrightarrow x^2 = \frac{1}{4}$ $\Leftrightarrow x = \pm \frac{1}{2}$ Vậy nghiệm của phương trình là $x = \pm \frac{1}{2}$	1.0												
Bài 3 (1,5đ)	a)	* Hàm số $y = 2x^2$ Lập bảng giá trị: <table><tr><td>x</td><td>-2</td><td>-1</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td></tr><tr><td>$y = 2x^2$</td><td>8</td><td>2</td><td>0</td><td>2</td><td>8</td></tr></table> Vẽ parabol đi qua các điểm $(-2; 8), (-1; 2), (0; 0), (1; 2), (2; 8)$, ta được đồ thị hàm số $y = 2x^2$. * Hàm số $y = -2x + 4$ Cho $x = 0$ thì $y = 4$, ta được điểm $(0; 4)$ Cho $y = 0$ thì $x = 2$, ta được điểm $(2; 0)$ Đồ thị hàm số $y = -2x + 4$ là đường thẳng đi qua 2 điểm trên.	x	-2	-1	0	1	2	$y = 2x^2$	8	2	0	2	8	0.75
x	-2	-1	0	1	2										
$y = 2x^2$	8	2	0	2	8										

	Xét phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị: $2x^2 = -2x + 4 \Leftrightarrow x^2 + x - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -2 \end{cases}$ Với $x = 1$ thì $y = 2$, ta được điểm $B(1; 2)$ Với $x = -2$ thì $y = 8$, ta được điểm $A(-2; 8)$ Gọi C là giao điểm của AB và $Ox \Rightarrow C(2; 0)$ b) Vẽ $MH \perp AB$ Dễ thấy $\triangle MAC$ vuông tại M, $MA = 8$, $MC = 4$ Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông, ta có: $\frac{1}{MH^2} = \frac{1}{MA^2} + \frac{1}{MC^2} = \frac{1}{8^2} + \frac{1}{4^2} = \frac{5}{64}$ $\Rightarrow MH = \frac{8\sqrt{5}}{5} \text{ (đơn vị dài)}$	0.75	
Bài 4 (1,0đ)	$4x^2 + (m^2 + 2m - 15)x + (m + 1)^2 - 20 = 0$ $\Leftrightarrow 4x^2 + (m^2 + 2m - 15)x + m^2 + 2m - 19 = 0$ Xét $a - b + c = 4 - (m^2 + 2m - 15) + m^2 + 2m - 19 = 0$ $\Rightarrow$ Phương trình có hai nghiệm: $x_1 = -1; x_2 = -\frac{c}{a} = \frac{19 - 2m - m^2}{4} \text{ hoặc } x_2 = -1; x_1 = \frac{19 - 2m - m^2}{4}$ Theo đề bài: $x_1^2 + x_2 + 2019 = 0$ (1) Xét 2 trường hợp: + TH 1: $x_1 = -1; x_2 = \frac{19 - 2m - m^2}{4}$ Thay vào (1) được:	1.0	

		$1 + \frac{19 - 2m - m^2}{4} + 2019 = 0$ $\Leftrightarrow 8080 + 19 - 2m - m^2 = 0$ $\Leftrightarrow m^2 + 2m - 8099 = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} m = 89 \\ m = -91 \end{cases}$ + TH 2: $x_1 = \frac{19 - 2m - m^2}{4}$; $x_2 = -1$ Thay vào (1) được: $\left(\frac{19 - 2m - m^2}{4} \right)^2 - 1 + 2019 = 0$ $\Leftrightarrow \left(\frac{19 - 2m - m^2}{4} \right)^2 = -2018 \text{ (vô lí)}$ Vậy $m \in \{89; -91\}$ là các giá trị cần tìm.	
Bài 5 (1,0đ)		Gọi chiều rộng của mảnh đất là x (m). ĐK: $x > 3$ Vì diện tích của mảnh đất là $80m^2$ nên chiều dài của mảnh đất là $\frac{80}{x}$ (m) Nếu giảm chiều rộng 3m thì chiều rộng mới là $x - 3$ (m) Nếu tăng chiều dài 10m thì chiều dài mới là $\frac{80}{x} + 10$ (m) Vì khi đó diện tích mảnh đất tăng thêm $20m^2$ nên ta có phương trình: $(x - 3) \left(\frac{80}{x} + 10 \right) = 80 + 20$ $\Rightarrow x^2 - 5x - 24 = 0$ Giải phương trình được: $x_1 = 8 \text{ (TMĐK)}, x_2 = -3 \text{ (loại)}$ Vậy chiều rộng của mảnh đất là 8m chiều dài của mảnh đất là $80 : 8 = 10$ (m).	1.0

			0.25
Bài 6 (3,0đ)	a)	Ta có: $\widehat{CKB} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) $\Rightarrow CK \perp DB \Rightarrow \widehat{DKC} = 90^\circ$ Lại có $\widehat{DHC} = 90^\circ$ (GT) Tứ giác DHCK có: $\widehat{DHC} + \widehat{DKC} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$ $\Rightarrow$ Tứ giác DHCK là tứ giác nội tiếp.	0.75
	b)	Vì đường kính AB vuông góc với dây DE tại H nên $HD = HE$ (quan hệ vuông góc giữa đường kính và dây) Tứ giác ADCE có $HA = HC$ và $HD = HE$ $\Rightarrow$ Tứ giác ADCE là hình bình hành $\Rightarrow CE \parallel AD$ (1)	0.5
		Ta có: $\widehat{ADB} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) $\Rightarrow AD \perp DB$ Lại có $CK \perp DB$ $\Rightarrow CK \parallel AD$ (2) Từ (1) và (2) $\Rightarrow$ ba điểm E, C, K thẳng hàng (theo tiên đề Ô-clit)	0.5
	c)	Để cho đơn giản, ta xét bài toán sau: Cho $(O; R)$ có hai dây DE và MN vuông góc với nhau. Chứng minh rằng $EM^2 + DN^2 = 4R^2$. 	1.0

	Vẽ đường kính MP của (O) Ta có: $\widehat{MNP} = \widehat{MEP} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) $\Rightarrow MN \perp NP \Rightarrow DE \parallel NP$ $\Rightarrow DEPN$ là hình thang Mà hình thang $DEPN$ nội tiếp đường tròn $\Rightarrow DEPN$ là hình thang cân $\Rightarrow DN = EP$ (có thể dùng liên hệ giữa cung và dây để chứng minh $DN = EP$) $\Rightarrow EM^2 + DN^2 = EM^2 + EP^2$ (3) ΔEMN vuông tại E $\Rightarrow EM^2 + EP^2 = MP^2 = 4R^2$ (theo định lí Py-ta-go) (4) Từ (3) và (4) $\Rightarrow EM^2 + DN^2 = 4R^2$ $\Rightarrow EM^2 + DN^2 = AB^2$ (đpcm).	
--	---	--