

Bài 1.(3,0 điểm)

a) Giải phương trình $3(x + 2) = x + 36$

b) Giải hệ phương trình $\begin{cases} 4x - 3y = 1 \\ -x + 3y = 2 \end{cases}$

c) Rút gọn biểu thức $P = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 2} + \frac{2}{\sqrt{x} - 2} \right) \cdot (x - 4)$ (với $x \geq 0$ và $x \neq 4$)

Bài 2.(1,5 điểm)

Trong kỳ thi tuyển sinh vào lớp 10 năm học 2019 – 2020, số thí sinh vào trường THPT chuyên bằng $\frac{2}{3}$ số thí sinh thi vào trường PTDT Nội trú. Biết rằng tổng số phòng thi của cả hai trường là 80 phòng thi và mỗi phòng thi có đúng 24 thí sinh. Hỏi số thí sinh vào mỗi trường bằng bao nhiêu?

Bài 3. (1,5 điểm)

Cho parabol (P) $y = x^2$ và đường thẳng $y = 2(m - 1)x + m^2 + 2m$ (m là tham số, $m \in \mathbb{R}$).

a) Xác định tất cả các giá trị của m để đường thẳng (d) đi qua điểm I (1; 3).

b) Tìm m để parabol (P) cắt đường thẳng (d) tại hai điểm phân biệt A, B. Gọi x_1, x_2 là hoành độ hai điểm

A, B; tìm m sao cho $x_1^2 + x_2^2 + 6x_1x_2 = 2020$.

Bài 4. (3,0 điểm)

Cho đường tròn (O) đường kính AB = 2R và C là một điểm nằm trên đường tròn sao cho $CA > CB$. Gọi I là trung điểm của OA, vẽ đường thẳng d vuông góc với AB tại I, d cắt tia BC tại M và cắt đoạn AC tại P, AM cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai K.

a) Chứng minh tứ giác BCPI nội tiếp được trong một đường tròn.

b) Chứng minh ba điểm B, P, K thẳng hàng.

c) Các tiếp tuyến tại B và C của đường tròn (O) cắt nhau tại Q, biết $BC = R$. Tính độ dài BK và diện tích tứ giác QAIM theo R.

Bài 5. (1,0 điểm)

Giải phương trình $\sqrt{\sqrt{3} - x} = x\sqrt{\sqrt{3} + x}$

HƯỚNG DẪN CHẤM VÀ BIỂU ĐIỂM

Bài	Đáp án	Điểm
Bài 1	a)(1,0 điểm)	
	$3(x + 2) = x + 36$ $\Leftrightarrow 3x + 6 = x + 36$	0,25
	$\Leftrightarrow 2x = 30$ $\Leftrightarrow x = 15$	0,25 0,25
	Vậy phương trình đã cho có 1 nghiệm $x = 15$	0,25
	b) (1,0 điểm)	
	$\begin{cases} 4x - 3y = 1 \\ -x + 3y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x = 3 \\ -x + 3y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ -1 + 3y = 2 \end{cases}$	0,5

(3,0 điểm)	$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ 3y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}$ Vậy hệ đã cho có nghiệm duy nhất $\begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}$	0,5
	b) (1,0 điểm)	
	$P = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} + \frac{2}{\sqrt{x}-2} \right) \cdot (x-4) \text{ (với } x \geq 0 \text{ và } x \neq 4)$ $P = \left(\frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)} + \frac{2(\sqrt{x}+2)}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)} \right) \cdot (x-4)$ $= \frac{x-2\sqrt{x}+2\sqrt{x}+4}{x-4} \cdot (x-4)$ $= x+4$	0,5 0,5
Bài 2 (1,5 điểm)	Gọi số thí sinh vào trường THPT Chuyên và số thí sinh vào trường PTDT Nội trú lần lượt là x, y (thí sinh) (điều kiện x > 0, y > 0)	0,25
	Vì số thí sinh vào trường THPT Chuyên bằng $\frac{2}{3}$ số thí sinh vào trường PTDT Nội trú nên ta có: $x = \frac{2}{3}y$ (1)	0,25
	Vì tổng số phòng thi của cả hai trường là 80 phòng thi và mỗi phòng thi có đúng 24 thí sinh nên tổng số thí sinh của cả hai trường là: 24.80 = 1920 (thí sinh) Do đó ta có phương trình; x + y = 1920 (2)	0,25
	Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình $\begin{cases} x = \frac{2}{3}y \\ x + y = 1920 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{2}{3}y \\ \frac{2}{3}y + y = 1920 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{2}{3}y \\ \frac{5}{3}y = 1920 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1152 \\ x = 768 \end{cases}$	0,25
	Đối chiếu điều kiện ta thấy x = 768; y = 1152 đều thỏa mãn. Vậy số thí sinh vào trường THPT Chuyên và số thí sinh vào trường PTDT Nội trú lần lượt là 768 thí sinh, 1152 thí sinh.	0,25 0,25
Bài 3 (1,5 điểm)	3 a)(0,5 điểm)	
	Đề đường thẳng (d) $y = 2(m-1)x + m^2 + 2m$ đi qua điểm I (1;3) thì x = 1; y = 3 thỏa mãn phương trình đường thẳng (d) nên ta có: $3 = 2(m-1).1 + m^2 + 2m$ $\Leftrightarrow m^2 + 2m + 2m - 2 = 3$ $\Leftrightarrow m^2 + 4m - 5 = 0$ $\Leftrightarrow m^2 - 1 + 4m - 4 = 0$ $\Leftrightarrow (m-1)(m+1) + 4(m-1) = 0$ $\Leftrightarrow (m-1)(m+5) = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} m-1 = 0 \\ m+5 = 0 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -5 \end{cases}$	0,25 0,25
	Vậy với m = 1 hoặc m = - 5 thì đường thẳng (d) đi qua điểm I(1;3)	

	Lại có: $\widehat{AKB} = 90^\circ$ (Góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) $\Rightarrow BK \perp AK$ tại K hay $BK \perp AM$ tại K $\Rightarrow BK$ là đường cao của $\triangle MAB$ (2) Từ (1) và (2) suy ra BK đi qua P hay 3 điểm B, P, K thẳng hàng.	0,25 0,25 0,25
	4.1 c (1,0 điểm)	
	Có $OA = R$ mà I là trung điểm của AO nên $AI = IO = \frac{OA}{2} = \frac{R}{2}$ $BI = OB + IO = R + \frac{R}{2} = \frac{3R}{2}$ Xét $\triangle BOC$ có $OB = OC = BC = R$ nên $\triangle BOC$ là tam giác đều. Do đó $\widehat{OBC} = 60^\circ$ hay $\widehat{ABC} = 60^\circ$ Xét $\triangle ABC$ có: $\widehat{ACB} = 90^\circ$ (Góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) Nên $\widehat{ABC} + \widehat{CAB} = 90^\circ$ mà $\widehat{ABC} = 60^\circ$ nên $\widehat{CAB} = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$ hay $\widehat{PAI} = 30^\circ$ Xét $\triangle AIP$: $\widehat{AIP} = 90^\circ$ ($d \perp AB; P \in d$) nên: $PI = AI \cdot \tan \widehat{PAI} = \frac{R}{2} \cdot \tan 30^\circ = \frac{R}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{R\sqrt{3}}{6}$ Xét $\triangle ABK$ và $\triangle PBI$ có $\widehat{ABK}$ chung; $\widehat{AKB} = \widehat{PIB} = 90^\circ$	0,25
	Do đó $\triangle ABK \sim \triangle PBI$ (g.g) $\Rightarrow \frac{BK}{AK} = \frac{BI}{PI}$ (các cạnh tương ứng tỉ lệ) hay $\frac{BK}{BI} = \frac{AK}{PI}$ $\Rightarrow \frac{BK}{\frac{3R}{2}} = \frac{AK}{\frac{\sqrt{3}R}{6}} \Rightarrow \frac{BK}{\frac{3}{2}} = \frac{AK}{\frac{\sqrt{3}}{6}} \Rightarrow \frac{BK^2}{\frac{9}{4}} = \frac{AK^2}{\frac{1}{12}}$ Do đó: $\frac{BK^2}{\frac{9}{4}} = \frac{AK^2}{\frac{1}{12}} = \frac{BK^2 + AK^2}{\frac{9}{4} + \frac{1}{12}} = \frac{AB^2}{\frac{7}{3}} = \frac{4R^2}{3} = \frac{12R^2}{7}$ Suy ra: $BK = \frac{\sqrt{189}R}{7}$ (đơn vị độ dài)	0,25
	Có $\triangle AIM \sim \triangle AKB$ (g.g) $\Rightarrow \frac{MI}{AI} = \frac{BK}{AK}$ (các cạnh tương ứng tỉ lệ) Mà $\frac{BK}{AK} = \frac{BI}{PI}$ (cmt) nên $\frac{MI}{AI} = \frac{BI}{PI}$ $\Rightarrow MI = \frac{AI \cdot BI}{PI} = \frac{\frac{R}{2} \cdot \frac{3R}{2}}{\frac{\sqrt{3} \cdot R}{6}} = \frac{3R}{4} \cdot \frac{6}{\sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{3}R}{2}$	0,25
	Từ Q kẻ $QH \perp IM$ tại H. Dễ dàng chứng minh được tứ giác QHIB là hình vuông. Suy ra $QH = BI$ Ta có: $S_{AMQI} = S_{AMI} + S_{QMI} = \frac{AI \cdot MI}{2} + \frac{QH \cdot MI}{2} = \frac{MI}{2} \cdot (AI + QH)$	0,25

	$= \frac{MI}{2} \cdot (AI + BI) = MI \cdot \frac{AB}{2} = \frac{3\sqrt{3}R}{2} \cdot R = \frac{3\sqrt{3}R^2}{2} \text{ (đvdt)}$	
Bài 5 (1,0 điểm)	$\sqrt{\sqrt{3} - x} = x\sqrt{\sqrt{3} + x}$ Điều kiện $0 < x \leq 9$	0,25
	Bình phương hai vế phương trình đã cho, ta được: $\sqrt{3} - x = x^2 \cdot (\sqrt{3} + x)$ $\Leftrightarrow x^3 + \sqrt{3} \cdot x^2 + x = \sqrt{3}$	0,25
	$\Leftrightarrow x^3 + 3 \cdot x^2 \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} + 3 \cdot x \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^3 = \sqrt{3} + \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^3$ $\Leftrightarrow \left(x + \frac{1}{\sqrt{3}}\right)^3 = \frac{10}{3\sqrt{3}} = \frac{10\sqrt{3}}{9}$ $\Leftrightarrow x + \frac{1}{\sqrt{3}} = \sqrt[3]{\frac{10\sqrt{3}}{9}}$	0,25
	$\Leftrightarrow x = \sqrt[3]{\frac{10\sqrt{3}}{9}} - \frac{\sqrt{3}}{3} \text{ (thỏa mãn điều kiện)}$ Vậy phương trình đã cho có 1 nghiệm $x = \sqrt[3]{\frac{10\sqrt{3}}{9}} - \frac{\sqrt{3}}{3}$	0,25