

Bài 1. (1,0 điểm) Tính giá trị của các biểu thức sau:

a) $\sqrt{4} + 3$. b) $\sqrt{5} + \sqrt{(6 - \sqrt{5})^2}$

Bài 2: (1,5 điểm) Cho biểu thức $H = \frac{2x^2 + 2x}{x^2 - 1} + \frac{1}{\sqrt{x} + 1} - \frac{1}{\sqrt{x} - 1}$ với $x \geq 0; x \neq 1$

- a) Rút gọn biểu thức H
b) Tìm tất cả các giá trị của x để $\sqrt{x} - H < 0$

Bài 3. (2,5 điểm)

1) Cho đường thẳng (d): $y = x - 1$ và parabol (P): $y = 3x^2$

- a) Tìm tọa độ A thuộc parabol (P) biết điểm A có hoành độ $x = -1$
b) Tìm b để đường thẳng (d) và đường thẳng (d'): $y = \frac{1}{2}x + b$ cắt nhau tại một điểm trên trục hoành.

2) a) Giải hệ phương trình $\begin{cases} x + y = 5 \\ 2x - y = 1 \end{cases}$

b) Tìm tham số a để hệ phương trình $\begin{cases} x - y = a \\ 7x - 2y = 5a - 1 \end{cases}$ có nghiệm duy nhất $(x; y)$ thỏa mãn $y = 2x$

Bài 4. (2,0 điểm)

- a) Giải phương trình: $x^2 - 3x + 2 = 0$
b) Tìm các giá trị của tham số m để phương trình $x^2 - 2(m - 1)x + m^2 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn hệ thức $(x_1 - x_2)^2 + 6m = x_1 - 2x_2$.

Bài 5. (3,0 điểm)

Cho đường tròn (O), điểm M nằm ngoài đường tròn (O). kẻ hai tiếp tuyến MB, MC (B và C là các tiếp điểm) với đường tròn. Trên cung lớn BC lấy điểm A sao cho $AB < AC$. Từ điểm M kẻ đường thẳng song song với AB, đường thẳng này cắt đường tròn (O) tại D và E ($MD < ME$), cắt BC tại F, cắt AC tại I.

- a) Chứng minh tứ giác MBOC nội tiếp.
b) Chứng minh $FD.FE = FB.FC; FI > FE = FD.FE$
c) Đường thẳng OI cắt đường tròn (O) tại P và Q (P thuộc cung nhỏ AB). Đường thẳng QF cắt đường tròn (O) tại K (K khác Q). Chứng minh 3 điểm P, K, M thẳng hàng.

--- HẾT ---

HƯỚNG DẪN GIẢI

Bài 1:

- a) $\sqrt{4} + 3 = 2 + 3 = 5$
- b) $\sqrt{5} + \sqrt{(6 - \sqrt{5})^2} = \sqrt{5} + |6 - \sqrt{5}| = \sqrt{5} + 6 - \sqrt{5} = 6$

Bài 2:

a)
$$H = \frac{2x^2 + 2x}{x^2 - 1} + \frac{1}{\sqrt{x} + 1} - \frac{1}{\sqrt{x} - 1} = \frac{2x(x+1)}{(x+1)(x-1)} + \frac{1}{\sqrt{x} + 1} - \frac{1}{\sqrt{x} - 1}$$
$$= \frac{2x}{x-1} + \frac{1}{\sqrt{x} + 1} - \frac{1}{\sqrt{x} - 1} = \frac{2x}{(\sqrt{x} + 1)(\sqrt{x} - 1)} + \frac{1}{\sqrt{x} + 1} - \frac{1}{\sqrt{x} - 1}$$

- b) Theo đề bài ta có $\sqrt{x} - H < 0 \Leftrightarrow \sqrt{x} - 2 < 0 \Leftrightarrow \sqrt{x} < 2 \Leftrightarrow x < 4$

Kết hợp điều kiện $x \geq 0; x \neq 1$ ta có $0 \leq x < 4; x \neq 1$

Vậy với $0 \leq x < 4; x \neq 1$ thì $\sqrt{x} - H < 0$

Bài 3:

- 1) a) Điểm A có hoành độ $x = -1$ và thuộc P nên thay $x = -1$ vào P ta được : $y = 3 \cdot (-1)^2 = 3$
 $\Rightarrow A(-1; 3)$

b) Gọi $B(x_B; 0)$ là điểm thuộc trục hoành và là giao điểm của hai đường thẳng d, d'. ta có $B(x_B; 0)$ thuộc d $\Rightarrow x_B = -1 \Rightarrow B(-1; 0)$

Lại có: $B(-1; 0) \in d' \Rightarrow 0 = \frac{1}{2} \cdot (-1) + b \Leftrightarrow b = \frac{1}{2}$

- 2) a)
$$\begin{cases} x + y = 5 \\ 2x - y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x = 6 \\ y = 5 - x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases}$$

Vậy hệ pt có nghiệm duy nhất: $(x; y) = (2; 3)$

b) Hệ phương trình có $\frac{1}{7} \neq \frac{-1}{-2} \Rightarrow$ hệ pt $\begin{cases} x - y = a(1) \\ 7x - 2y = 5a - 1(2) \end{cases}$ có nghiệm duy nhất với mọi a.

Theo đề bài ta có hệ pt có nghiệm duy nhất thỏa mãn $y = 2x$

Thay $y = 2x$ vào (1) ta được: $x - 2x = a \Leftrightarrow x = -a \Rightarrow y = -2a$

Thay $x = -a; y = -2a$ vào (2) ta được:

$$7(-a) - 2(-2a) = 5a - 1 \Leftrightarrow -7a + 4a = 5a - 1 \Leftrightarrow -8a = -1 \Leftrightarrow a = \frac{1}{8}$$

Vậy $a = \frac{1}{8}$ thỏa mãn bài toán

Bài 4:

a) $x^2 - 3x + 2 = 0$

Phương trình có dạng $a + b + c = 0$. Khi đó pt có hai nghiệm phân biệt $x_1 = 1; x_2 = 2$.

Vậy tập nghiệm của phương trình là: $S = \{1; 2\}$

b) $x^2 - 2(m-1)x + m^2 = 0$

Ta có: $\Delta' = [-(m-1)]^2 - m^2 = m^2 - 2m + 1 - m^2 = 1 - 2m$

Phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1, x_2 \Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow 1 - 2m > 0 \Leftrightarrow m < \frac{1}{2}$

Theo vi-ét ta có:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m-1) \\ x_1 x_2 = m^2 \end{cases}$$

Theo đề bài ta có:

$$(x_1 - x_2)^2 + 6m = x_1 - 2x_2 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2 + 6m = x_1 - 2x_2$$

$$\Leftrightarrow 4(m-1)^2 - 4m^2 + 6m = x_1 - 2x_2 \Leftrightarrow -2m + 4 = x_1 - 2x_2$$

Khi đó kết hợp với $x_1 + x_2 = 2(m-1)$ ta có hệ pt:

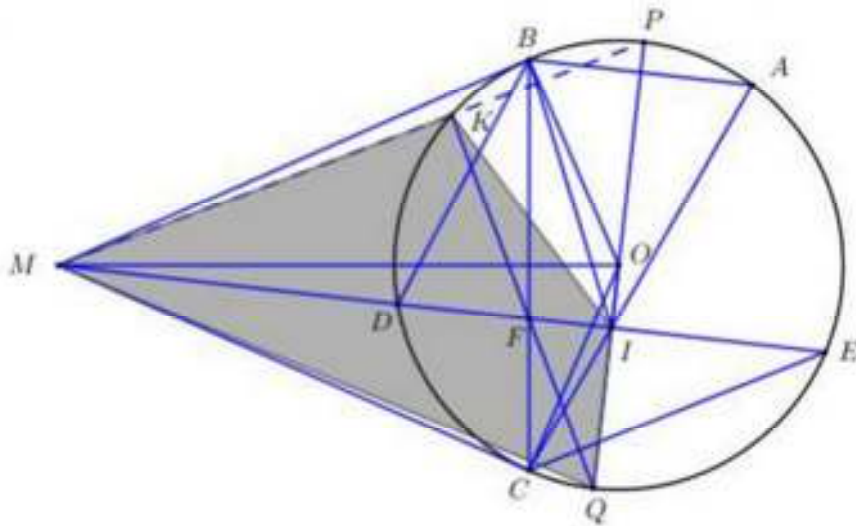
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m-1) \\ x_1 - 2x_2 = -2m + 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x_2 = 4m - 6 \\ x_1 + x_2 = 2m - 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_2 = \frac{4}{3}m - 2 \\ x_1 = 2m - 2 - \frac{4}{3}m + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_2 = \frac{4}{3}m - 2 \\ x_1 = \frac{2}{3}m \end{cases}$$

Thay $\begin{cases} x_2 = \frac{4}{3}m - 2 \\ x_1 = \frac{2}{3}m \end{cases}$ vào $x_1 x_2 = m^2$ ta được:

$$\left(\frac{4}{3}m - 2\right) \cdot \frac{2}{3}m = m^2 \Leftrightarrow \frac{-1}{9}m^2 - \frac{4}{3}m = 0 \Leftrightarrow -m\left(\frac{1}{9}m + \frac{4}{3}\right) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = -12 \end{cases} \text{ (tm)}$$

Vậy $m = 0; m = -12$ thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Bài 5:



a) Do Mb, Mc là hai tiếp tuyến của đường tròn (O) nên $\widehat{OBM} = \widehat{OCM} = 90^\circ$

Xét tứ giác MBOC có: $\widehat{OBM} + \widehat{OCM} = 180^\circ$ suy ra tứ giác MBOC là tứ giác nội tiếp.

b) Xét tam giác FBD và tam giác FEC có:

$$\widehat{BFD} = \widehat{EFC} \text{ (dd)}$$

$$\widehat{FDB} = \widehat{FCE} \text{ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung BE)}$$

$$\Rightarrow \triangle FBD \sim \triangle FEC (g - g) \Rightarrow \frac{FB}{FE} = \frac{FD}{FC} \Rightarrow FD.FE = FB.FC (1)$$

Ta có $AB \parallel ME$ suy ra $\widehat{BAC} = \widehat{DIC}$

Mà $\widehat{BAC} = \widehat{MBC}$ (góc nội tiếp và góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung cùng chắn cung BC)

$$\Rightarrow \widehat{DIC} = \widehat{MBC} \Rightarrow \widehat{MBF} = \widehat{CIF}$$

Xét tam giác FBM và tam giác FIC có:

$$\widehat{BFM} = \widehat{IFC} \text{ (đđ)}$$

$$\widehat{MBF} = \widehat{CIF} \text{ (cmt)}$$

$$\Rightarrow \triangle FBM \sim \triangle FIC (g - g) \Rightarrow \frac{FB}{FI} = \frac{FM}{FC} \Rightarrow FI.FM = FB.FC (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2)} \Rightarrow FI.FM = FD.FE (3)$$

c) Xét tam giác FDK và tam giác FQE có:

$$\widehat{KFD} = \widehat{EFQ} \text{ (đđ)}$$

$$\widehat{FKD} = \widehat{FEQ} \text{ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung DQ)}$$

$$\Rightarrow \triangle FDK \sim \triangle FEQ (g - g)$$

$$\Rightarrow \frac{FK}{FE} = \frac{FD}{FQ} \Rightarrow FD.FE = FK.FQ (4)$$

$$\text{Từ (3) và (4)} \Rightarrow FI.FM = FK.FQ \Leftrightarrow \frac{FM}{FQ} = \frac{FK}{FI}$$

Xét tam giác FMQ và tam giác FKI có:

$$\frac{FM}{FQ} = \frac{FK}{FI} \text{ (cmt)}$$

$$\widehat{MFQ} = \widehat{KFI}$$

$$\Rightarrow \triangle FMQ \sim \triangle FKI (c - g - c) \Rightarrow \widehat{FMQ} = \widehat{FKI}$$

Suy ra tứ giác KIQM là tứ giác nội tiếp

$$\Rightarrow \widehat{MQK} = \widehat{MIQ} \text{ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung MQ)}$$

Ta có $\widehat{MBF} = \widehat{CIF} \Rightarrow \widehat{MBC} = \widehat{MIF}$ suy ra tứ giác MBIC là tứ giác nội tiếp

Mà MOBC là tứ giác nội tiếp nên M, B, O, I, C cùng thuộc 1 đường tròn.

Ta có $\widehat{OBM} = 90^\circ$ suy ra OM là đường kính của đường tròn đi qua 5 điểm M, B, O, I, C.

Suy ra $\widehat{OIM} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

$$\Rightarrow IM \perp OI \Rightarrow \widehat{MIQ} = 90^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{MKQ} = \widehat{MIQ} = 90^\circ$$

Lại có $\widehat{QKP} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

$$\text{Từ đó ta có: } \widehat{MKP} = \widehat{MKQ} + \widehat{QKP} = 180^\circ$$

Vậy 3 điểm P, K, M thẳng hàng.