

Câu 1: (2,0 điểm)

1) Rút gọn các biểu thức sau:

a) $3\sqrt{4} + 2\sqrt{25} - 4\sqrt{9}$

b) $3\sqrt{3} + 5\sqrt{12} - 2\sqrt{27}$

2) Giải phương trình và hệ phương trình sau:

a) $x^2 - 6x + 5 = 0$

b) $\begin{cases} x + y = 2 \\ 2x - y = 1 \end{cases}$

Câu 2: (1,5 điểm) Cho biểu thức $M = \frac{1}{\sqrt{x}-2} + \frac{1}{\sqrt{x}+2} - \frac{x}{4-x}$

1) Tìm các giá trị thực của x để biểu thức có nghĩa?

2) Rút gọn biểu thức.

3) Tính giá trị của M biết $x = 16$

Câu 3: (2,5 điểm)

1) Quãng đường AB dài 60km, một người đi xe đạp từ A đến B với vận tốc và thời gian quy định. Sau khi đi được nửa quãng đường người đó giảm vận tốc 5km/h trên nửa quãng đường còn lại. Vì vậy, người đó đã đến B chậm hơn quy định 1 giờ. Tính vận tốc và thời gian quy định của người đó.

2) Cho phương trình: $2x^2 + (2m-1)x + m-1 = 0$ (1) trong đó m là tham số.

a) Giải phương trình (1) khi $m = 2$.

b) Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm thỏa mãn: $4x_1^2 + 4x_2^2 + 2x_1x_2 = 1$

Câu 4: (3,0 điểm)

Cho đường tròn (O; R), dây BC cố định. Điểm A di động trên cung lớn BC ($AB < AC$) sao cho tam giác ABC nhọn. Các đường cao BE, CF cắt nhau tại H. Gọi K là giao điểm của EF với BC.

1) Chứng minh: Tứ giác BCEF nội tiếp.

2) Chứng minh: $KB.KC = KE.KF$

3) Gọi M là giao điểm của AK với (O) ($M \neq A$). Chứng minh $MH \perp AK$.

Câu 5: (1,0 điểm) Cho các số thực dương a, b, c. Chứng minh rằng:

$$\frac{ab}{a+b+2c} + \frac{bc}{b+c+2a} + \frac{ca}{c+a+2b} \leq \frac{1}{4}(a+b+c)$$

LỜI GIẢI ĐỀ TUYỂN SINH VÀO 10 LAI CHÂU NĂM HỌC 2019-2020

Câu 1: (2,0 điểm)

1) Rút gọn các biểu thức sau:

a) $3\sqrt{4} + 2\sqrt{25} - 4\sqrt{9}$

b) $3\sqrt{3} + 5\sqrt{12} - 2\sqrt{27}$

2) Giải phương trình và hệ phương trình sau:

a) $x^2 - 6x + 5 = 0$

b) $\begin{cases} x + y = 2 \\ 2x - y = 1 \end{cases}$

Lời giải

1) a) $3\sqrt{4} + 2\sqrt{25} - 4\sqrt{9} = 3.2 + 2.5 - 4.3 = 4$

b) $3\sqrt{3} + 5\sqrt{12} - 2\sqrt{27} = 3\sqrt{3} + 5.2\sqrt{3} - 2.3\sqrt{3} = 3\sqrt{3} + 10\sqrt{3} - 6\sqrt{3} = 7\sqrt{3}$

2) a) $x^2 - 6x + 5 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 5x - x + 5 = 0 \Leftrightarrow x(x-5) - (x-5) = 0$

$$\Leftrightarrow (x-5)(x-1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x-5=0 \\ x-1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=5 \\ x=1 \end{cases}$$

b) $\begin{cases} x + y = 2 \\ 2x - y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x = 3 \\ y = 2 - x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}$

Vậy hệ đã cho có nghiệm $(x; y)$ là $(1; 1)$

Câu 2: (1,5 điểm) Cho biểu thức $M = \frac{1}{\sqrt{x}-2} + \frac{1}{\sqrt{x}+2} - \frac{x}{4-x}$

1) Tìm các giá trị thực của x để biểu thức có nghĩa?

2) Rút gọn biểu thức.

3) Tính giá trị của M biết $x = 16$

Lời giải

1) **Tìm các giá trị thực của x để biểu thức có nghĩa?**

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} x \geq 0 \\ \sqrt{x} - 2 \neq 0 \\ \sqrt{x} + 2 \neq 0 \\ 4 - x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x \neq 4 \end{cases} \quad (*)$$

Vậy $x \geq 0, x \neq 4$ thì biểu thức M có nghĩa.

2) **Rút gọn biểu thức.**

Điều kiện: $x \geq 0$ và $x \neq 4$

$$\begin{aligned} M &= \frac{1}{\sqrt{x}-2} + \frac{1}{\sqrt{x}+2} - \frac{x}{4-x} \\ &= \frac{\sqrt{x}+2}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} + \frac{\sqrt{x}-2}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} + \frac{x}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} \\ &= \frac{\sqrt{x}+2+\sqrt{x}-2+x}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} = \frac{2\sqrt{x}+x}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+2)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} \end{aligned}$$

Vậy $M = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}$

3) Tính giá trị của M biết $x = 16$

Điều kiện: $x \geq 0$ và $x \neq 4$

$$\text{Với } x = 16 \text{ thì } M = \frac{\sqrt{16}}{\sqrt{16} - 2} = \frac{4}{4 - 2} = 2$$

Vậy với $x = 16$ thì $M = 2$.

Câu 3: (2,5 điểm)

1) Quãng đường AB dài 60km, một người đi xe đạp từ A đến B với vận tốc và thời gian quy định. Sau khi đi được nửa quãng đường người đó giảm vận tốc 5km/h trên nửa quãng đường còn lại. Vì vậy, người đó đã đến B chậm hơn quy định 1 giờ. Tính vận tốc và thời gian quy định của người đó.

2) Cho phương trình: $2x^2 + (2m - 1)x + m - 1 = 0$ (1) trong đó m là tham số.

a) Giải phương trình (1) khi $m = 2$.

b) Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm thỏa mãn: $4x_1^2 + 4x_2^2 + 2x_1x_2 = 1$

Lời giải

1) Gọi vận tốc quy định của người đó là x (km/h), ($x > 5$)

$\Rightarrow$ Thời gian quy định để người đó đi hết quãng đường là $\frac{60}{x}$ (h).

Nửa quãng đường đầu là: $60 : 2 = 30$ (km) nên thời gian đi nửa quãng đường đầu là: $\frac{30}{x}$ (h).

Nửa quãng đường sau, vận tốc của người đó giảm 5km/h nên vận tốc lúc sau là: $x - 5$ (km/h).

$\Rightarrow$ Thời gian đi nửa quãng đường sau là $\frac{30}{x - 5}$ (h).

Vì người đó đến chậm so với thời gian dự định là 1 giờ nên ta có phương trình:

$$\frac{30}{x} + \frac{30}{x - 5} - 1 = \frac{60}{x} \Leftrightarrow \frac{30}{x - 5} - \frac{30}{x} - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{30x - 30(x - 5) - x(x - 5)}{x(x - 5)} = 0$$

$$\Rightarrow 30x - 30x + 150 - x^2 + 5x = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 5x - 150 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 15x + 10x - 150 = 0$$

$$\Leftrightarrow x(x - 15) + 10(x - 15) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - 15)(x + 10) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x - 15 = 0 \\ x + 10 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 15 \quad (\text{tm}) \\ x = -10 \quad (\text{ktm}) \end{cases}$$

Vậy vận tốc quy định của người đó là 15km/h và thời gian quy định của người đó là: $60 : 15 = 4$ giờ.

2) Cho phương trình $2x^2 + (2m - 1)x + m - 1 = 0$ (1) trong đó m là tham số.

a) Giải phương trình (1) khi $m = 2$.

Khi $m = 2$ thì (1) trở thành: $2x^2 + 3x + 1 = 0$ có hệ số $a = 2; b = 3; c = 1$

Để thấy $a - b + c = 2 - 3 + 1 = 0$ nên phương trình có hai nghiệm $x_1 = -1; x_2 = -\frac{c}{a} = -\frac{1}{2}$

Vậy với $m = 2$ thì phương trình có tập nghiệm $S = \left\{-1; -\frac{1}{2}\right\}$

b) Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm thỏa mãn: $4x_1^2 + 4x_2^2 + 2x_1x_2 = 1$

Phương trình (1) có nghiệm $\Leftrightarrow \Delta \geq 0$

Ta có: $\Delta = (2m-1)^2 - 4.2.(m-1) = 4m^2 - 4m + 1 - 8m + 8 = 4m^2 - 12m + 9 = (2m-3)^2$

Dễ thấy $\Delta = (2m-3)^2 \geq 0, \forall m$ nên phương trình đã cho luôn có hai nghiệm x_1, x_2

Theo định lý Vi-ét ta có:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{1-2m}{2} \\ x_1x_2 = \frac{m-1}{2} \end{cases}$$

Theo đề bài ta có:

$$4x_1^2 + 4x_2^2 + 2x_1x_2 = 1 \Leftrightarrow 4(x_1^2 + x_2^2) + 2x_1x_2 = 1 \Leftrightarrow 4[(x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2] + 2x_1x_2 = 1$$

$$\Leftrightarrow 4(x_1 + x_2)^2 - 8x_1x_2 + 2x_1x_2 = 1 \Leftrightarrow 4(x_1 + x_2)^2 - 6x_1x_2 = 1$$

$$\Rightarrow 4\left(\frac{1-2m}{2}\right)^2 - 6 \cdot \frac{m-1}{2} = 1 \Leftrightarrow (2m-1)^2 - 3(m-1) - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow 4m^2 - 4m + 1 - 3m + 3 - 1 = 0 \Leftrightarrow 4m^2 - 7m + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = \frac{3}{4} \end{cases}$$

Vậy $m \in \left\{1; \frac{3}{4}\right\}$ thỏa mãn bài toán.

Câu 4: (3,0 điểm)

Cho đường tròn $(O; R)$, dây BC cố định. Điểm A di động trên cung lớn BC ($AB < AC$) sao cho tam giác ABC nhọn. Các đường cao BE, CF cắt nhau tại H . Gọi K là giao điểm của EF với BC .

1) Chứng minh: Tứ giác $BCEF$ nội tiếp.

2) Chứng minh: $KB.KC = KE.KF$

3) Gọi M là giao điểm của AK với (O) ($M \neq A$). Chứng minh $MH \perp AK$.

Lời giải

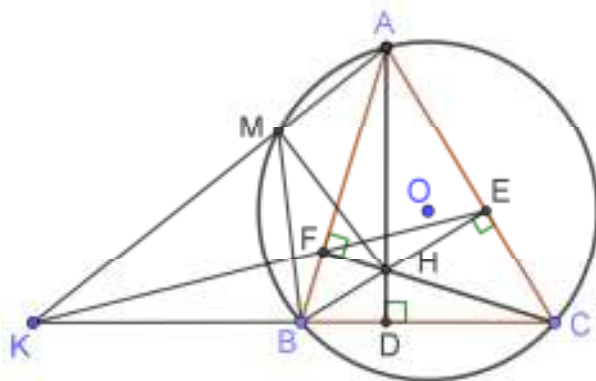
1) Chứng minh: Tứ giác $BCEF$ nội tiếp.

$$\text{Do } \begin{cases} BE \perp AC \Rightarrow \widehat{BEC} = 90^\circ \\ CF \perp AB \Rightarrow \widehat{CFB} = 90^\circ \end{cases}$$

Tứ giác $BCEF$ có $\widehat{BEC} = \widehat{CFB} = 90^\circ$ nên là tứ giác nội tiếp (hai đỉnh kề nhau cùng nhìn một cạnh dưới các góc bằng nhau).

2) Chứng minh: $KB.KC = KE.KF$

Tứ giác $BCEF$ nội tiếp (câu a) nên $\widehat{KFB} = \widehat{ECB}$ (góc ngoài tại một đỉnh bằng góc trong tại đỉnh đối diện)



Xét tam giác ΔKFB và ΔKCE có:

$$\begin{cases} \widehat{K} \text{ chung} \\ \widehat{KFB} = \widehat{KCE} \text{ (cmt)} \end{cases} \Rightarrow \Delta KFB \simeq \Delta KCE \text{ (g - g)}$$

$$\Rightarrow \frac{KF}{KC} = \frac{KB}{KE} \text{ (các cặp cạnh tương ứng tỉ lệ)} \Rightarrow KF \cdot KE = KB \cdot KC \text{ (đpcm)}$$

3) Gọi M là giao điểm của AK với (O) ($M \neq A$). Chứng minh $MH \perp AK$.

Kéo dài AH cắt BC tại D thì $AD \perp BC \Rightarrow \widehat{ADB} = 90^\circ$

Xét tam giác AFH và ADB có:

$$\begin{cases} \widehat{A} \text{ chung} \\ \widehat{AFH} = \widehat{ADB} = 90^\circ \end{cases} \Rightarrow \Delta AFH \simeq \Delta ADB \text{ (g - g)} \Rightarrow \frac{AF}{AD} = \frac{AH}{AB} \text{ (các cặp cạnh tương ứng tỉ lệ)}$$

$$\Rightarrow AF \cdot AB = AD \cdot AH \quad (1)$$

Dễ thấy tứ giác AMBC nội tiếp (O) nên $\widehat{AMB} + \widehat{ACB} = 180^\circ$ (tính chất) (2)

Tứ giác ABCF nội tiếp (cmt) nên $\widehat{BFE} + \widehat{BCE} = 180^\circ$

Mà $\widehat{BFE} = \widehat{AFK}$ (đối đỉnh)

$$\Rightarrow \widehat{AFK} + \widehat{ACB} = 180^\circ \quad (3)$$

Từ (2) và (3) suy ra $\widehat{AMB} = \widehat{AFK}$ (cùng bù với $\widehat{ACB}$)

Xét tam giác AMB và AFK có:

$$\begin{cases} \widehat{A} \text{ chung} \\ \widehat{AMB} = \widehat{AFK} \text{ (cmt)} \end{cases} \Rightarrow \Delta AMB \simeq \Delta AFK \text{ (g - g)} \Rightarrow \frac{AM}{AF} = \frac{AB}{AK} \text{ (các cặp cạnh tương ứng tỉ lệ)}$$

$$\Rightarrow AM \cdot AK = AB \cdot AF \quad (4)$$

$$\text{Từ (1) và (4) suy ra } AM \cdot AK = AD \cdot AH \Rightarrow \frac{AM}{AH} = \frac{AD}{AK}$$

Xét tam giác AMH và ADK có:

$$\begin{cases} \widehat{A} \text{ chung} \\ \frac{AM}{AD} = \frac{AH}{AK} \text{ (cmt)} \end{cases} \Rightarrow \Delta AMH \simeq \Delta ADK \text{ (c - g - c)} \Rightarrow \widehat{AMH} = \widehat{ADK} \text{ (hai góc tương ứng)}$$

$$\text{Mà } \widehat{ADK} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{AMH} = 90^\circ \text{ hay } HM \perp AK \text{ (đpcm)}$$

Câu 5: (3,0 điểm) Cho các số thực dương a, b, c. Chứng minh rằng:

$$\frac{ab}{a+b+2c} + \frac{bc}{b+c+2a} + \frac{ca}{c+a+2b} \leq \frac{1}{4}(a+b+c)$$

Lời giải

Ta chứng minh bất đẳng thức $\frac{1}{x+y} \leq \frac{1}{4} \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right)$ với $x, y > 0$.

Thật vậy, với $x, y > 0$ thì:

$$\frac{1}{x+y} \leq \frac{1}{4} \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right) \Leftrightarrow \frac{1}{x+y} \leq \frac{x+y}{4xy} \Leftrightarrow (x+y)^2 \geq 4xy \Leftrightarrow x^2 + 2xy + y^2 - 4xy \geq 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2xy + y^2 \geq 0 \Leftrightarrow (x-y)^2 \geq 0 \text{ (luôn đúng)}$$

Do đó: $\frac{1}{x+y} \leq \frac{1}{4} \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right)$ với $x, y > 0$.

Áp dụng bất đẳng thức trên ta có:

$$\frac{1}{a+b+2c} = \frac{1}{(a+c)+(b+c)} \leq \frac{1}{4} \left(\frac{1}{a+c} + \frac{1}{b+c} \right) \Rightarrow \frac{ab}{a+b+2c} \leq \frac{ab}{4} \left(\frac{1}{a+c} + \frac{1}{b+c} \right)$$

Tương tự ta có:
$$\begin{cases} \frac{bc}{b+c+2a} \leq \frac{bc}{4} \left(\frac{1}{b+a} + \frac{1}{c+a} \right) \\ \frac{ca}{c+a+2b} \leq \frac{ca}{4} \left(\frac{1}{c+b} + \frac{1}{a+b} \right) \end{cases}$$

Cộng vế với vế các bất đẳng thức với nhau ta được:

$$\begin{aligned} \frac{ab}{a+b+2c} + \frac{bc}{b+c+2a} + \frac{ca}{c+a+2b} &\leq \frac{ab}{4} \left(\frac{1}{a+c} + \frac{1}{b+c} \right) + \frac{bc}{4} \left(\frac{1}{b+a} + \frac{1}{c+a} \right) + \frac{ca}{4} \left(\frac{1}{c+b} + \frac{1}{a+b} \right) \\ &= \frac{1}{4} \left[\frac{ab}{a+c} + \frac{ab}{b+c} + \frac{bc}{b+a} + \frac{bc}{c+a} + \frac{ca}{c+b} + \frac{ca}{a+b} \right] \\ &= \frac{1}{4} \left[\frac{ab+bc}{a+c} + \frac{ab+ca}{c+b} + \frac{bc+ca}{b+a} \right] = \frac{1}{4} \left[\frac{b(a+c)}{a+c} + \frac{a(b+c)}{c+b} + \frac{c(b+a)}{b+a} \right] = \frac{1}{4} (a+b+c) \end{aligned}$$

Do đó $VT \leq \frac{1}{4} VP$ (đpcm).

Dấu “=” xảy ra khi $a = b = c$.