

ĐỀ BÀI

Câu 1: (4,0 điểm) Rút gọn biểu thức:

a) $A = \sqrt{45} - 2\sqrt{20}$

b) $B = \frac{3\sqrt{5} - \sqrt{27}}{\sqrt{3} - \sqrt{5}} - \sqrt{(3 - \sqrt{12})^2}$.

Câu 2: (4,0 điểm)

a) Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2x - y = 4 \\ x + y = 5 \end{cases}$

b) Cho hàm số $y = 3x^2$ có đồ thị (P) và đường thẳng $(d): y = 2x + 1$. Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d) bằng phép tính.

Câu 3: (6,0 điểm)

Cho phương trình: $x^2 - 2mx - 4m - 5 = 0$ (1) (m là tham số).

a) Giải phương trình (1) khi $m = -2$.

b) Chứng minh phương trình (1) luôn có nghiệm với mọi giá trị của m .

c) Gọi $x_1; x_2$ là hai nghiệm của phương trình (1). Tìm m để:

$$\frac{1}{2}x_1^2 - (m-1)x_1 + x_2 - 2m + \frac{33}{2} = 762019.$$

Câu 4: (6,0 điểm)

Trên nửa đường tròn đường kính AB , lấy hai điểm I, Q sao cho I thuộc cung AQ . Gọi C là giao điểm hai tia AI và BQ ; H là giao điểm hai dây AQ và BI .

a) Chứng minh tứ giác $CIHQ$ nội tiếp.

b) Chứng minh: $CI \cdot AI = HI \cdot BI$.

c) Biết $AB = 2R$. Tính giá trị biểu thức: $M = AI \cdot AC + BQ \cdot BC$ theo R .

-----**Hết**-----

HƯỚNG DẪN GIẢI.

Câu 1: (4,0 điểm) Rút gọn biểu thức:

a) $A = \sqrt{45} - 2\sqrt{20}$

b) $B = \frac{3\sqrt{5} - \sqrt{27}}{\sqrt{3} - \sqrt{5}} - \sqrt{(3 - \sqrt{12})^2}$

Giải:

a) $A = \sqrt{45} - 2\sqrt{20} = \sqrt{3^2 \cdot 5} - 2\sqrt{2^2 \cdot 5} = 3\sqrt{5} - 2 \cdot 2\sqrt{5} = -\sqrt{5}$

b) $B = \frac{3\sqrt{5} - \sqrt{27}}{\sqrt{3} - \sqrt{5}} - \sqrt{(3 - \sqrt{12})^2} = \frac{3\sqrt{5} - 3\sqrt{3}}{\sqrt{3} - \sqrt{5}} - |3 - \sqrt{12}|$
 $= \frac{3(\sqrt{5} - \sqrt{3})}{\sqrt{3} - \sqrt{5}} - (-3 + \sqrt{12})$ (do $3^2 < 12 \Rightarrow 3 < \sqrt{12}$)
 $= -3 + 3 - \sqrt{12} = -\sqrt{12} = -2\sqrt{3}.$

Câu 2: (4,0 điểm)

a) Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2x - y = 4 \\ x + y = 5 \end{cases}$

b) Cho hàm số $y = 3x^2$ có đồ thị (P) và đường thẳng $(d): y = 2x + 1$. Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d) bằng phép tính.

Giải:

a) $\begin{cases} 2x - y = 4 \\ x + y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x = 9 \\ y = 5 - x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases}$

Vậy hệ phương trình có nghiệm là: $(x; y) = (3; 2)$

b) Phương trình hoành độ giao điểm: $3x^2 = 2x + 1 \Leftrightarrow 3x^2 - 2x - 1 = 0$ (*)

Phương trình (*) có hệ số: $a = 3; b = -2; c = -1 \Rightarrow a + b + c = 0$

$\Rightarrow$ Phương trình (*) có hai nghiệm: $x_1 = 1; x_2 = \frac{c}{a} = \frac{-1}{3}$

- Với $x_1 = 1 \Rightarrow y = 3 \cdot 1^2 = 3 \Rightarrow A(1; 3)$

- Với $x_2 = \frac{-1}{3} \Rightarrow y = 3 \cdot \left(\frac{-1}{3}\right)^2 = \frac{1}{3} \Rightarrow B\left(\frac{-1}{3}; \frac{1}{3}\right)$

Vậy tọa độ giao điểm của (P) và (d) là $A(1; 3)$ và $B\left(\frac{-1}{3}; \frac{1}{3}\right)$.

Câu 3: (6,0 điểm)

Cho phương trình: $x^2 - 2mx - 4m - 5$ (1) (m là tham số).

a) Giải phương trình (1) khi $m = -2$.

b) Chứng minh phương trình (1) luôn có nghiệm với mọi giá trị của m .

c) Gọi $x_1; x_2$ là hai nghiệm của phương trình (1). Tìm m để:

$$\frac{1}{2}x_1^2 - (m-1)x_1 + x_2 - 2m + \frac{33}{2} = 762019$$

Giải:

a) Thay $m = -2$ vào phương trình (1) ta có:

$$x^2 + 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow x(x+3) + (x+3) = 0 \Leftrightarrow (x+3)(x+1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ x = -1 \end{cases}$$

Vậy với $m = -2$ thì phương trình có tập nghiệm $S = \{-3; -1\}$

b) Ta có: $\Delta' = m^2 - (-4m - 5) = (m+2)^2 + 1 > 0, \forall m$

Do đó phương trình (1) luôn có hai nghiệm với mọi giá trị của m .

c) Do phương trình (1) luôn có hai nghiệm với mọi giá trị của m , gọi $x_1; x_2$ là hai nghiệm của phương trình (1)

Áp dụng định lý Vi-ét ta có:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m \\ x_1 x_2 = -4m - 5 \end{cases}$$

Ta có:
$$\frac{1}{2}x_1^2 - (m-1)x_1 + x_2 - 2m + \frac{33}{2} = 762019$$

$$\Leftrightarrow x_1^2 - 2(m-1)x_1 + 2x_2 - 4m + 33 = 1524038$$

$$\Leftrightarrow x_1^2 - 2mx_1 - 4m - 5 + 2(x_1 + x_2) = 1524000$$

$$\Leftrightarrow 2(x_1 + x_2) = 1524000 \text{ (do } x_1 \text{ là nghiệm của (1) nên } x_1^2 - 2mx_1 - 4m - 5 = 0)$$

$$\Leftrightarrow 2.2m = 1524000 \Leftrightarrow m = 381000$$

Vậy $m = 381000$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 4: (6,0 điểm)

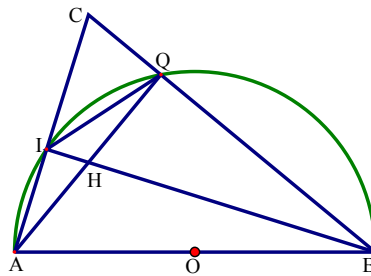
Trên nửa đường tròn đường kính AB , lấy hai điểm I, Q sao cho I thuộc cung AQ . Gọi C là giao điểm hai tia AI và BQ ; H là giao điểm hai dây AQ và BI .

a) Chứng minh tứ giác $CIHQ$ nội tiếp.

b) Chứng minh: $CI \cdot AI = HI \cdot BI$.

c) Biết $AB = 2R$. Tính giá trị biểu thức: $M = AI \cdot AC + BQ \cdot BC$ theo R .

Giải:



a) Ta có: $\widehat{AIB} = \widehat{AQB} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) $\Rightarrow \widehat{CIH} = \widehat{CQH} = 90^\circ$

Xét tứ giác $CIHQ$ có $\widehat{CIH} + \widehat{CQH} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$

$\Rightarrow$ tứ giác $CIHQ$ nội tiếp

b) Xét $\triangle AHI$ và $\triangle BCI$ có:

$$\left. \begin{aligned} \widehat{AIH} &= \widehat{BIC} = 90^\circ \\ \widehat{IAH} &= \widehat{IBC} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \triangle AHI \sim \triangle BCI \text{ (g.g)}$$

$$\Rightarrow \frac{AI}{BI} = \frac{HI}{CI} \Rightarrow CI \cdot AI = HI \cdot BI$$

c) Ta có: $M = AI \cdot AC + BQ \cdot BC = AC(AC - IC) + BQ(BQ + QC)$

$$\begin{aligned}
&= AC^2 - AC.IC + BQ^2 + BQ.QC \\
&= AQ^2 + QC^2 - AC.IC + BQ^2 + BQ.QC \\
&= (AQ^2 + BQ^2) + QC(QC + BQ) - AC.IC \\
&= AB^2 + QC.BC - AC.IC
\end{aligned}$$

Tứ giác AIBQ nội tiếp (O) $\Rightarrow \widehat{CIQ} = \widehat{CBA}$ (cùng phụ với $\widehat{AIQ}$)

Xét $\triangle CIQ$ và $\triangle CBA$ có:

$$\left. \begin{array}{l} \widehat{ACB} \text{ chung} \\ \widehat{CIQ} = \widehat{CBA} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle CIQ \sim \triangle CBA \text{ (g.g)}$$

$$\Rightarrow \frac{IC}{BC} = \frac{QC}{AC} \Rightarrow QC.BC = AC.IC$$

$$\Rightarrow QC.BC - AC.IC = 0$$

$$\text{Suy ra: } M = AB^2 = (2R)^2 = 4R^2$$

----- HẾT -----