

ĐỀ BÀI

Bài 1 (3.5 điểm).

a) giải phương trình: $x^2 - 3x + 2 = 0$

b) giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + 3y = 3 \\ 4x - 3y = -18 \end{cases}$$

c) Rút gọn biểu thức: $A = \frac{2}{3 + \sqrt{7}} + \frac{\sqrt{28}}{2} - 2$

d) giải phương trình: $(x^2 - 2x)^2 + (x - 1)^2 - 13 = 0$

Bài 2 (1.5 điểm).

Cho Parabol (P): $y = -2x^2$ và đường thẳng (d): $y = x - m$ (với m là tham số).

a) Vẽ parabol (P).

b) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn điều kiện $x_1 + x_2 = x_1 \cdot x_2$

Bài 3 (1.0 điểm).

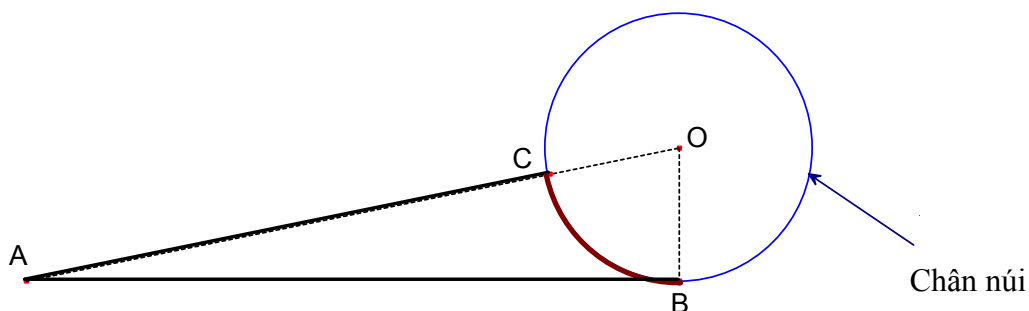
Có một vụ tai nạn ở vị trí B tại chân của một ngọn núi (chân núi có dạng đường tròn tâm O, bán kính 3 km) và một trạm cứu hộ ở vị trí A (tham khảo hình vẽ). Do chưa biết đường đi nào để đến vị trí tai nạn nhanh hơn nên đội cứu hộ quyết định điều hai xe cứu thương cùng xuất phát ở trạm đến vị trí tai nạn theo hai cách sau:

Xe thứ nhất : đi theo đường thẳng từ A đến B, do đường xấu nên vận tốc trung bình của xe là 40 km/h.

Xe thứ hai: đi theo đường thẳng từ A đến C với vận tốc trung bình 60 km/h, rồi đi từ C đến B theo đường cung nhỏ CB ở chân núi với vận tốc trung bình 30 km/h (3 điểm A, O, C thẳng hàng và C ở chân núi). Biết đoạn đường AC dài 27 km và $\widehat{ABO} = 90^\circ$.

a) Tính độ dài quãng đường xe thứ nhất đi từ A đến B.

b) Nếu hai xe cứu thương xuất phát cùng một lúc tại A thì xe nào thì xe nào đến vị trí tai nạn trước ?



Bài 4 (3.5 điểm).

Cho nửa đường tròn tâm O đường kính AB và E là điểm tùy ý trên nửa đường tròn đó (E khác A, B). Lấy điểm H thuộc đoạn EB (H khác E, B). Tia AH cắt nửa đường tròn tại điểm thứ hai là F. Kéo dài tia AE và tia BF cắt nhau tại I. Đường thẳng IH cắt nửa đường tròn tại P và cắt AB tại K.

a) Chứng minh tứ giác IEHF nội tiếp được đường tròn.

b) chứng minh $\widehat{AIH} = \widehat{ABE}$

c) Chứng minh: $\cos \widehat{ABP} = \frac{PK + BK}{PA + PB}$

d) Gọi S là giao điểm của tia BF và tiếp tuyến tại A của nửa đường tròn (O). Khi tứ giác AHIS nội tiếp được đường tròn, chứng minh EF vuông góc với EK.

Bài 5 (0.5 điểm).

Cho các số thực dương x, y thỏa mãn $x + y \leq 3$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \frac{1}{5xy} + \frac{5}{x + 2y + 5}$$

-----HẾT-----

HƯỚNG DẪN VÀ ĐÁP ÁN

Bài 1 (3.5 điểm).

a) giải phương trình: $x^2 - 3x + 2 = 0$

có $a + b + c = 1 - 3 + 2 = 0$ nên pt có 2 nghiệm phân biệt $x_1 = 1, x_2 = 2$

b) giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + 3y = 3 \\ 4x - 3y = -18 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + 3y = 3 \\ 4x - 3y = -18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x = -15 \\ x + 3y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ -3 + 3y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ y = 2 \end{cases}$$

Vậy hệ pt có 1 nghiệm duy nhất: $\begin{cases} x = -3 \\ y = 2 \end{cases}$

c) Rút gọn biểu thức: $A = \frac{2}{3 + \sqrt{7}} + \frac{\sqrt{28}}{2} - 2$

$$A = \frac{2}{3 + \sqrt{7}} + \frac{\sqrt{28}}{2} - 2 = \frac{2 \cdot (3 - \sqrt{7})}{(3 + \sqrt{7})(3 - \sqrt{7})} + \frac{2\sqrt{7}}{2} - 2$$

$$A = 3 - \sqrt{7} + \sqrt{7} - 2 = 1$$

d) giải phương trình: $(x^2 - 2x)^2 + (x - 1)^2 - 13 = 0$

$$(x^2 - 2x)^2 + (x - 1)^2 - 13 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x^2 - 2x)^2 + (x^2 - 2x + 1) - 13 = 0$$

Đặt $t = x^2 - 2x$, khi đó ta có $t^2 + t - 12 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 3 \\ t = -4 \end{cases}$

* Với $t = 3 \Rightarrow x^2 - 2x = 3 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3 \end{cases}$

* Với $t = -4 \Rightarrow x^2 - 2x = -4 \Leftrightarrow x^2 - 2x + 4 = 0$ (pt vô nghiệm)

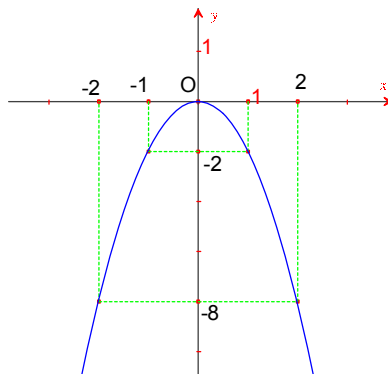
Vậy pt đã cho có hai nghiệm: $x = -1, x = 3$

Bài 2 (1.5 điểm).

a) vẽ Parabol (P): $y = -2x^2$

Bảng giá trị:

x	-2	-1	0	1	2
$y = -2x^2$	-8	-2	0	-2	-8



b) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn điều kiện $x_1 + x_2 = x_1 \cdot x_2$

Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) là:

$$-2x^2 = x - m$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 + x - m = 0$$

$$\Delta = 1 + 8m$$

$$\text{Đề (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt} \Leftrightarrow m > \frac{-1}{8}$$

- Vì x_1, x_2 là hai nghiệm của pt hoành độ giao điểm, nên ta có:

$$x_1 + x_2 = \frac{-1}{2}; \quad x_1 \cdot x_2 = \frac{-m}{2}$$

$$\text{Khi đó: } x_1 + x_2 = x_1 \cdot x_2 \Leftrightarrow \frac{-1}{2} = \frac{-m}{2} \Leftrightarrow m = 1 \text{ (Thỏa ĐK)}$$

Bài 3 (1.0 điểm).

a) $OA = AC + R = 27 + 3 = 30 \text{ km}$

Xét $\triangle ABO$ vuông tại B, có: $AB = \sqrt{OA^2 - OB^2} = \sqrt{30^2 - 3^2} = 9\sqrt{11} \text{ km}$

b) t/gian **xe thứ nhất** đi từ A đến B là: $\frac{9\sqrt{11}}{40} \approx 0.75 \text{ (giờ)}$

t/gian **xe thứ hai** đi từ A đến C là: $\frac{27}{60} = 0.45 \text{ (giờ)}$

Xét $\triangle ABO$ vuông tại B, có:

$$\tan \hat{O} = \frac{AB}{OB} = \frac{9\sqrt{11}}{3} \Rightarrow \hat{O} \approx 84.3^\circ$$

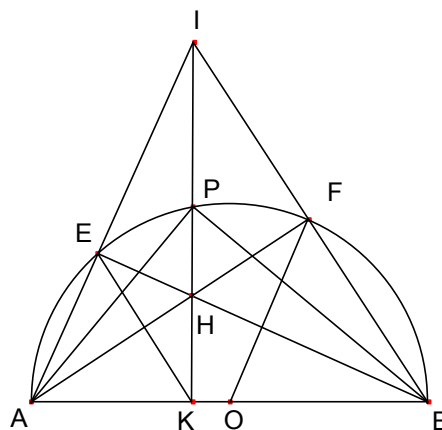
Độ dài đoạn đường từ C đến B là $l_{CB} = \frac{3 \cdot \pi \cdot 84.3}{180} \approx 4.41 \text{ km}$

T/gian đi từ C đến B là: $\frac{4.41}{30} \approx 0.15 \text{ giờ}$

Suy ra thời gian **xe thứ hai** đi từ A đến B là: $0.45 + 0.15 = 0.6 \text{ giờ}$

Vậy **xe thứ hai** đến điểm tai nạn **trước xe thứ nhất**.

Bài 4 (3.5 điểm).



a) Chứng minh tứ giác IEHF nội tiếp được đường tròn.

Ta có: $\widehat{AEB} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

$\Rightarrow \widehat{HEI} = 90^\circ$ (kề bù với $\widehat{AEB}$)

T. tự, ta có: $\widehat{HFI} = 90^\circ$

Suy ra: $\Rightarrow \widehat{HEI} + \widehat{HFI} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$

$\Rightarrow$ tứ giác IEHF nội tiếp được đường tròn (tổng hai góc đối nhau bằng 180°)

b) chứng minh $\widehat{AIH} = \widehat{ABE}$

Ta có: $\widehat{AIH} = \widehat{AFE}$ (cùng chắn cung EH)

Mà: $\widehat{ABE} = \widehat{AFE}$ (cùng chắn cung AE)

Suy ra: $\widehat{AIH} = \widehat{ABE}$

c) Chứng minh: $\cos \widehat{ABP} = \frac{PK + BK}{PA + PB}$

ta có: $AF \perp BI$, $BE \perp AI$ nên suy ra H là trực tâm của $\triangle IAB$

$\Rightarrow IH \perp AB \Rightarrow PK \perp AB$

Tam giác ABP vuông tại P có PK là đường cao nên ta có:

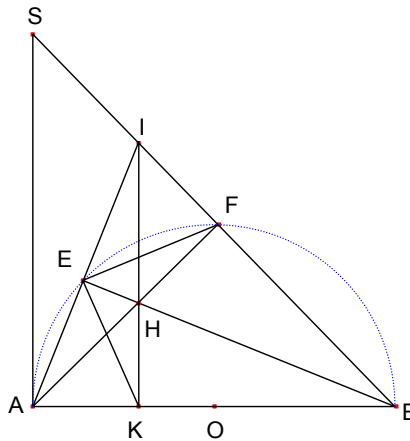
$BP \cdot PA = AB \cdot PK$ và $BP^2 = AB \cdot BK$

Suy ra: $BP \cdot PA + BP^2 = AB \cdot BK + AB \cdot PK$

$\Leftrightarrow BP \cdot (PA + BP) = AB \cdot (PK + BK)$

$\Leftrightarrow \frac{BP}{AB} = \frac{PK + BK}{PA + BP} \Leftrightarrow \cos \widehat{ABP} = \frac{PK + BK}{PA + BP}$

d) Gọi S là giao điểm của tia BF và tiếp tuyến tại A của nửa đường tròn (O). Khi tứ giác AHIS nội tiếp được đường tròn, chứng minh EF vuông góc với EK.



Ta có: $SA \parallel IH$ (cùng vuông góc với AB)

$\Rightarrow$ Tứ giác AHIS là hình thang.

Mà tứ giác AHIS nội tiếp được đường tròn (gt)

Suy ra: AHIS là hình thang cân.

$\Rightarrow \triangle ASF$ vuông cân tại F

$\Rightarrow \triangle AFB$ vuông cân tại F

Ta lại có: $\widehat{FEB} = \widehat{FAB} = \widehat{BEK} = 45^\circ$

$\Rightarrow \widehat{FEK} = 2 \cdot \widehat{FEB} = 90^\circ$

$\Rightarrow EF \perp EK$

Bài 5 (0.5 điểm).

Cho các số thực dương x, y thỏa mãn $x + y \leq 3$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \frac{1}{5xy} + \frac{5}{x+2y+5}$$

$$P = \frac{1}{5xy} + \frac{5}{x+2y+5} = \frac{1}{5xy} + \frac{5}{(x+y)+y+5} \geq \frac{1}{5xy} + \frac{5}{y+8}$$

$$\Leftrightarrow P \geq \frac{1}{5xy} + \frac{xy}{20} + \frac{5}{y+8} + \frac{y+8}{20} - \frac{xy+y+8}{20}$$

$$\text{Ta lại có: } \frac{xy+y+8}{20} = \frac{y(x+1)+8}{20} \leq \frac{\frac{(x+y+1)^2}{4}+8}{20} \leq \frac{3}{5}$$

Khi đó:

$$P \geq \left(\frac{1}{5xy} + \frac{xy}{20} \right) + \left(\frac{5}{y+8} + \frac{y+8}{20} \right) - \frac{xy+y+8}{20}$$

$$\Leftrightarrow P \geq \frac{1}{5} + 1 - \frac{3}{5} \Leftrightarrow P \geq \frac{3}{5}$$

$$\text{Vậy } P_{\min} = \frac{3}{5} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases}$$