

Bài 1. (2,0 điểm)

1. Giải phương trình $2x - 1 = 3 + x$

2. Với $x > 0$, rút gọn biểu thức: $A = \frac{2\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x}(\sqrt{x} + 1)} + \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x}}$

Bài 2. (2,0 điểm)

Cho Parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $(d): y = 4x + m$

1. Vẽ Parabol (P)

2. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để (P) và (d) có đúng một điểm chung

Bài 3. (1,5 điểm)

Một lâm trường có hai đội công nhân thực hiện trồng cây phủ xanh đồi trọc. Nếu mỗi công nhân của đội thứ nhất trồng được 30 cây và mỗi công nhân của đội thứ hai trồng được 40 cây thì tổng số cây của cả hai đội trồng là 2880. Tính số công nhân của mỗi đội biết tổng số công nhân của lâm trường là 82.

Bài 4. (3,5 điểm)

Cho ΔABC có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn tâm O. Gọi D và E lần lượt là chân đường cao của tam giác ABC hạ từ B và C.

1) Chứng minh tứ giác BEDC là tứ giác nội tiếp.

2) Các đường cao BD và CE cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai lần lượt là I và J. Chứng minh rằng DE song song với IJ.

3) Chứng minh rằng OA vuông góc với DE.

Bài 5. (1,0 điểm)

Cho ba số a, b, c thỏa mãn: $-1 \leq a \leq 1; -1 \leq b \leq 1; -1 \leq c \leq 1$ và $a + b + c = 0$. Chứng minh rằng $a^2 + b^2 + c^2 \leq 2$.

----- Hết -----

HƯỚNG DẪN GIẢI

Bài 1. (2,0 điểm)

1. Giải phương trình
- $2x - 1 = 3 + x$

$$2x - 1 = 3 + x$$

$$\Leftrightarrow 2x - x = 3 + 1$$

$$\Leftrightarrow x = 4$$

Vậy phương trình có tập nghiệm $S = \{4\}$

2. Với
- $x > 0$
- , rút gọn biểu thức:
- $A = \frac{2\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x}(\sqrt{x} + 1)} + \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x}}$

Với $x > 0$, ta có:

$$A = \frac{2\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x}(\sqrt{x} + 1)} + \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x}}$$

$$A = \frac{2\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x}(\sqrt{x} + 1)} + \frac{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 1)}{\sqrt{x}(\sqrt{x} + 1)}$$

$$A = \frac{2\sqrt{x} + 1 + x - 1}{\sqrt{x}(\sqrt{x} + 1)}$$

$$A = \frac{2\sqrt{x} + x}{\sqrt{x}(\sqrt{x} + 1)}$$

$$A = \frac{\sqrt{x}(2 + \sqrt{x})}{\sqrt{x}(\sqrt{x} + 1)}$$

$$A = \frac{\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x} + 1}$$

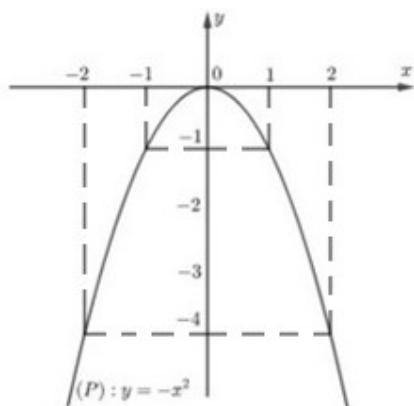
$$\text{Vậy } A = \frac{\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x} + 1} \text{ với } x > 0$$

Bài 2. (2,0 điểm)Cho Parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $(d): y = 4x + m$

1. Vẽ Parabol
- (P)

Bảng giá trị

x	-2	-1	0	1	2
$y = x^2$	-4	-1	0	-1	-4



Đồ thị là đường cong Parabol đi qua các điểm $(-2;-4)$; $(-1;-1)$; $(0;0)$; $(1;-1)$; $(2;-4)$.

2. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để (P) và (d) có đúng một điểm chung

Xét phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) , ta có:

$$x^2 = 4x + m \Leftrightarrow x^2 - 4x - m = 0 (*)$$

(P) và (d) có đúng một điểm chung $\Leftrightarrow$ Phương trình $(*)$ có nghiệm kép

$$\Leftrightarrow \Delta' = 0 \Leftrightarrow 2^2 - m = 0$$

$$\Leftrightarrow 4 - m = 0$$

$$\Leftrightarrow m = 4$$

Vậy $m = 4$

Bài 3. (1,5 điểm)

Một lâm trường có hai đội công nhân thực hiện trồng cây phủ xanh đồi trọc. Nếu mỗi công nhân của đội thứ nhất trồng được 30 cây và mỗi công nhân của đội thứ hai trồng được 40 cây thì tổng số cây của cả hai đội trồng là 2880. Tính số công nhân của mỗi đội biết tổng số công nhân của lâm trường là 82.

Gọi số công nhân của đội thứ nhất là x (công nhân; $x \in \mathbb{N}^*$; $x < 82$).

Gọi số công nhân của đội thứ hai là y (công nhân; $y \in \mathbb{N}^*$; $y < 82$).

Nếu mỗi công nhân của đội thứ nhất trồng được 30 cây và mỗi công nhân của đội thứ hai trồng được 40 cây thì tổng số cây của cả hai đội trồng là 2880, ta có phương trình:

$$30x + 40y = 2880 \quad (1)$$

Tổng số công nhân của lâm trường là 82, ta có phương trình:

$$x + y = 82 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{aligned} & \begin{cases} 30x + 40y = 2880 \\ x + y = 82 \end{cases} \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 4y = 288 \\ x + y = 82 \end{cases} \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 4y = 288 \\ 3x + 3y = 246 \end{cases} \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} y = 42 \\ x + y = 82 \end{cases} \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} x = 42(TM) \\ y = 40(TM) \end{cases} \end{aligned}$$

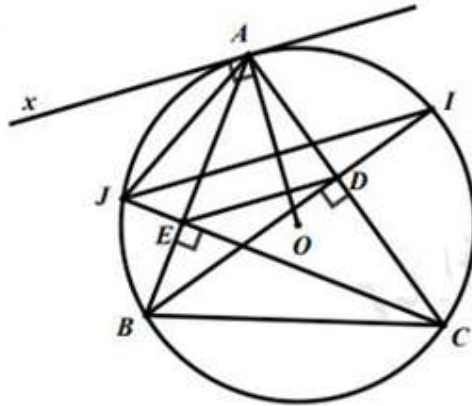
Vậy số công nhân của đội thứ nhất là 42.

Vậy số công nhân của đội thứ hai là 40.

Bài 4. (3,5 điểm)

Cho $\triangle ABC$ có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn tâm O. Gọi D và E lần lượt là chân đường cao của tam giác ABC hạ từ B và C.

1) Chứng minh tứ giác BEDC là tứ giác nội tiếp.



1) Chứng minh tứ giác BEDC nội tiếp đường tròn.

Ta có:

$$\begin{cases} BD \perp AC (gt) \\ CE \perp AB (gt) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \widehat{BDC} = 90^\circ \\ \widehat{BEC} = 90^\circ \end{cases}$$

$\Rightarrow D, E$ thuộc đường tròn đường kính BC

$\Rightarrow$ tứ giác BEDC nội tiếp đường tròn đường kính BC.

2) Các đường cao BD và CE cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai lần lượt là I và J.

Chứng minh rằng DE song song với IJ.

Vì tứ giác BEDC nội tiếp (cmt)

$$\Rightarrow \widehat{BCE} = \widehat{BDE} \text{ (góc nội tiếp cùng chắn cung BE)} \Rightarrow \widehat{BCJ} = \widehat{BDE}$$

Xét (O) có: $\widehat{BCJ} = \widehat{BIJ}$ (góc nội tiếp cùng chắn cung BJ)

$$\Rightarrow \widehat{BCE} = \widehat{BDE}$$

$$\Rightarrow \widehat{BIJ} = \widehat{BDE} \text{ mà hai góc ở vị trí đồng vị}$$

$$\Rightarrow DE \parallel IJ$$

3) Chứng minh rằng OA vuông góc với DE.

Qua A kẻ tiếp tuyến Ax với đường tròn (O)

$\Rightarrow AO \perp Ax$ (tính chất tiếp tuyến)

Xét (O) có:

$\widehat{ACJ} = \widehat{IAC}$ (góc nội tiếp, góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung chắn cung AJ)

$\widehat{AJI} = \widehat{ABI}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung AI)

Tứ giác BEDC nội tiếp (cmt)

$\Rightarrow \widehat{DCE} = \widehat{DBE}$ (góc nội tiếp cùng chắn cung DE) $\Rightarrow \widehat{ACJ} = \widehat{ABI}$

$\Rightarrow \widehat{AIX} = \widehat{AIJ}$ mà hai góc ở vị trí so le trong

$\Rightarrow Ax \parallel IJ$ mà $DE \parallel IJ \Rightarrow DE \parallel Ax$

Lại có $AO \perp Ax \Rightarrow AO \perp DE$ (quan hệ từ vuông góc đến song song)

Bài 5. (1,0 điểm)

Cho ba số a, b, c thỏa mãn: $-1 \leq a \leq 1; -1 \leq b \leq 1; -1 \leq c \leq 1$ và $a + b + c = 0$. Chứng minh rằng

$$a^2 + b^7 + c^{2022} \leq 2$$

Vì $-1 \leq a \leq 1; -1 \leq b \leq 1; -1 \leq c \leq 1$

$$\Rightarrow (a+1)(b+1)(c+1) + (1-a)(1-b)(1-c) \geq 0$$

$$\Rightarrow -(ab+bc+ca) \leq 1$$

$$\text{Mà } (a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab+bc+ca) = 0$$

$$\Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 = -2(ab+bc+ca) \leq 2$$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} a^2 \leq a^2 \forall -1 \leq a \leq 1 \\ b^7 \leq b^2 \forall -1 \leq b \leq 1 \\ c^{2022} \leq c^2 \forall -1 \leq c \leq 1 \end{cases}$$

Do đó $a^2 + b^7 + c^{2022} \leq a^2 + b^2 + c^2 \leq 2$ hay $a^2 + b^7 + c^{2022} \leq 2$

Dấu đẳng thức xảy ra khi $a = 1, b = -1, c = 0$.

_____ THCS.TOANMATH.com _____