

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

Câu 1 (2,0 điểm).

1. Rút gọn biểu thức $A = \sqrt{24} + 2\sqrt{54}$.
2. Tìm giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = x + m$ đi qua điểm $N(2; 5)$?
3. Giải hệ phương trình $\begin{cases} 3x - y = 1 \\ x + y = 3 \end{cases}$.

Câu 2 (2,5 điểm).

1. Rút gọn biểu thức $B = (5 + \frac{a + \sqrt{a}}{\sqrt{a} + 1})(5 - \frac{a - \sqrt{a}}{\sqrt{a} - 1})$, với $a \geq 0; a \neq 1$.
2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho parabol (P): $y = x^2$ và đường thẳng (d): $y = 3mx - 3m + 1$, trong đó m là tham số.
 - a) Với $m = 1$, tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d).
 - b) Tìm tất cả các giá trị của m để đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + 2x_2 = 11$.

Câu 3 (1,0 điểm). Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình.

Theo kế hoạch, một xưởng may phải may 280 bộ quần áo. Khi thực hiện, mỗi ngày xưởng may được nhiều hơn 5 bộ quần áo so với số bộ phải may trong một ngày theo kế hoạch. Vì thế xưởng đã hoàn thành công việc sớm một ngày so với kế hoạch. Hỏi theo kế hoạch ban đầu, mỗi ngày xưởng phải may bao nhiêu bộ quần áo?

Câu 4 (3,5 điểm).

1. Một hình nón có bán kính đáy $r = 3\text{cm}$ và đường cao $h = 4\text{cm}$. Tính thể tích của hình nón (lấy $\pi = 3,14$).
2. Cho đường tròn tâm O, đường kính AB. Điểm C nằm trên đường tròn sao cho $CA > CB$. Từ điểm O vẽ đường thẳng vuông góc với đường thẳng AC, đường thẳng này cắt tiếp tuyến tại A của đường tròn tâm O tại điểm M và cắt đường thẳng AC tại điểm I. Đường thẳng MB cắt đường tròn tâm O tại điểm thứ hai Q ($Q \neq B$).
 - a) Chứng minh tứ giác AIQM là tứ giác nội tiếp.
 - b) Chứng minh rằng $MQ \cdot MB = MO \cdot MI$

Câu 5 (1,0 điểm).

1. Tìm tất cả các số nguyên x sao cho $\frac{x-1}{x^2+1}$ là số nguyên.
2. Biết a, b, c là ba số thực dương thỏa mãn điều kiện $a + b + c = 1$.
Chứng minh rằng $\sqrt{a+bc} + \sqrt{b+ca} + \sqrt{c+ab} \geq 1 + \sqrt{ab} + \sqrt{bc} + \sqrt{ca}$.

-----Hết-----

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. (2,0 điểm)

1. Rút gọn biểu thức $A = \sqrt{24} + 2\sqrt{54}$.
2. Tìm giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = x + m$ đi qua điểm $N(2;5)$?
3. Giải hệ phương trình $\begin{cases} 3x - y = 1 \\ x + y = 3 \end{cases}$.

Lời giải

1) Rút gọn biểu thức $A = \sqrt{24} + 2\sqrt{54}$

$$\begin{aligned} A &= \sqrt{24} + 2\sqrt{54} \\ &= \sqrt{2^2 \cdot 6} + 2 \cdot \sqrt{3^2 \cdot 6} \\ &= 2\sqrt{6} + 2 \cdot 3\sqrt{6} \\ &= 2\sqrt{6} + 6\sqrt{6} \\ &= 8\sqrt{6} \end{aligned}$$

2) Tìm giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = 20 + m$ đi qua điểm $N(2;5)$?

+) Vì đồ thị hàm số $y = x + m$ đi qua điểm $N(2;5)$, thay $x = 2; y = 5$ vào công thức hàm số ta được: $5 = 2 + m$
 $\Rightarrow m = 5 - 2$
 $\Rightarrow m = 3$
Vậy $m = 3$ thỏa mãn đề ra.

3) Giải hệ phương trình $\begin{cases} 3x - y = 1 \\ x + y = 3 \end{cases}$

$$+) \begin{cases} 3x - y = 1 \\ x + y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x = 4 \\ x + y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ 1 + y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 3 - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = (1; 2)$.

Câu 2. (2,5 điểm)

1. Rút gọn biểu thức $B = \left(5 + \frac{a + \sqrt{a}}{\sqrt{a} + 1}\right) \cdot \left(5 - \frac{a - \sqrt{a}}{\sqrt{a} - 1}\right)$, với $a \geq 0; a \neq 1$.

2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho parabol (P) : $y = x^2$ và đường thẳng (d): $y = 3mx - 3m + 1$, trong đó m là tham số.

a) Với $m = 1$, tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d).

b) Tìm tất cả các giá trị của m để đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + 2x_2 = 11$.

Lời giải

1) Rút gọn biểu thức $B = \left(5 + \frac{a + \sqrt{a}}{\sqrt{a} + 1}\right) \cdot \left(5 - \frac{a - \sqrt{a}}{\sqrt{a} - 1}\right)$ với $a \geq 0; a \neq 4$.

$$B = \left(5 + \frac{a + \sqrt{a}}{\sqrt{a} + 1}\right) \cdot \left(5 - \frac{a - \sqrt{a}}{\sqrt{a} - 1}\right) \quad (\text{Với } a \geq 0; a \neq 4)$$

$$B = \left(5 + \frac{\sqrt{a}(\sqrt{a}+1)}{\sqrt{a}+1} \right) \cdot \left(5 - \frac{\sqrt{a}(\sqrt{a}-1)}{\sqrt{a}-1} \right)$$

$$B = (5 + \sqrt{a}) \cdot (5 - \sqrt{a})$$

$$B = 5^2 - (\sqrt{a})^2$$

$$B = 25 - a$$

Vậy với $a \geq 0$; $a \neq 4$ thì $B = 25 - a$.

2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho parabol (P): $y = x^2$ và đường thẳng

(d): $y = 3mx - 3m + 1$, trong đó m là tham số.

a) Với $m = 1$, tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d).

b) Tìm tất cả các giá trị của m để đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + 2x_2 = 11$.

a) Với $m = 1$, đường thẳng (d) có dạng $y = 3x - 3 + 1 \Leftrightarrow y = 3x - 2$.

Khi đó, phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng (d) và parabol (P) là:

$$x^2 = 3x - 2 \Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 = 0 \quad (1) \quad (a = 1; b = -3; c = 2)$$

Cách 1:

Do $a + b + c = 1 + (-3) + 2 = 0$ nên phương trình (1) có 2 nghiệm $x_1 = 1$; $x_2 = 2$.

Cách 2:

$$\Delta = (-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2 = 9 - 8 = 1 > 0$$

Vì $\Delta > 0$ nên phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt

$$x_1 = \frac{-(-3) - \sqrt{1}}{2 \cdot 1} = \frac{3 - 1}{2} = 1$$

$$x_2 = \frac{-(-3) + \sqrt{1}}{2 \cdot 1} = \frac{3 + 1}{2} = 2$$

Cách 3: $x^2 - 3x + 2 = 0$

$$\Leftrightarrow x^2 - x - 2x + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x(x-1) - 2(x-1) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-1)(x-2) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-1=0 \\ x-2=0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=2 \end{cases}$$

Với $x = x_1 = 1$ thì $y = 1^2 = 1$

Với $x = x_2 = 2$ thì $y = 2^2 = 4$

Vậy với $m = 1$ thì tọa độ giao điểm của (d) và (P) là (1; 1); (2; 4).

b) Phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng (d) và parabol (P) là:

$$x^2 = 3mx - 3m + 1$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 3mx + 3m - 1 = 0 \quad (*)$$

$$\Delta = (-3m)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (3m - 1) = 9m^2 - 12m + 4$$

$$= (3m)^2 - 2 \cdot 3m \cdot 2 + 2^2 = (3m - 2)^2$$

+) Để (d) cắt (P) tại 2 điểm phân biệt có hoành độ x_1 ; x_2 thì phương trình (*) phải có 2 nghiệm

$$\text{phân biệt } x_1; x_2 \Leftrightarrow \Delta > 0 \Leftrightarrow (3m - 2)^2 > 0 \Leftrightarrow 3m - 2 \neq 0 \Leftrightarrow 3m \neq 2 \Leftrightarrow m \neq \frac{2}{3} \quad (**)$$

$$\text{Khi đó, theo hệ thức Vi-ét } \begin{cases} x_1 + x_2 = 3m & (2) \\ x_1 \cdot x_2 = 3m - 1 & (3) \end{cases}$$

Ta có $x_1 + 2x_2 = 11$ (4)

Từ (2); (4) ta có hệ phương trình
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 3m \\ x_1 + 2x_2 = 11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_2 = 11 - 3m \\ x_1 + 11 - 3m = 3m \end{cases}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_2 = 11 - 3m \\ x_1 = 3m + 3m - 11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 6m - 11 \\ x_2 = M - 3m \end{cases}$$

Thế $x_1 = 6m - 11$; $x_2 = 11 - 3m$ vào (3) ta được:

$$(6m - 11)(11 - 3m) = 3m - 1$$

$$\Leftrightarrow 66m - 18m^2 - 121 + 33m - 3m + 1 = 0 \Leftrightarrow -18m^2 + 96m - 120 = 0$$

$$\Leftrightarrow 18m^2 - 96m + 120 = 0 \Leftrightarrow 3m^2 - 16m + 20 = 0 \quad (5)$$

Cách 1:

$$\Leftrightarrow 3m^2 - 10m - 6m + 20 = 0 \Leftrightarrow m(3m - 10) - 2 \cdot (3m - 10) = 0 \Leftrightarrow (3m - 10)(m - 2) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3m - 10 = 0 \\ m - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{10}{3} \quad (\text{t/m} \quad (*)) \\ m = 2 \quad (\text{t/m} \quad (**)) \end{cases}$$

Vậy $m \in \left\{2; \frac{10}{3}\right\}$ thoả mãn đề bài ra.

Cách 2:

$$\Delta' = (-8)^2 - 3 \cdot 20 = 64 - 60 = 4 > 0.$$

Vì $\Delta' > 0$ nên phương trình (5) có 2 nghiệm phân biệt

$$m_1 = \frac{-(-8) + \sqrt{4}}{3} = \frac{10}{3} \quad (\text{t/m} \quad (**))$$

$$m_2 = \frac{-(-8) - \sqrt{4}}{3} = 2 \quad (\text{t/m} \quad (**))$$

Vậy $m \in \left\{2; \frac{10}{3}\right\}$ thoả mãn đề ra.

Cách 3:

$$\Delta = (-16)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 20 = 16 > 0$$

Vì $\Delta > 0$ nên phương trình (5) có 2 nghiệm phân biệt

$$m_1 = \frac{-(-16) + \sqrt{16}}{2 \cdot 3} = \frac{10}{3} \quad (\text{t/m} \quad (**))$$

$$m_2 = \frac{-(-16) - \sqrt{16}}{2 \cdot 3} = 2 \quad (\text{t/m} \quad (**))$$

Vậy $m \in \left\{2; \frac{10}{3}\right\}$ thoả mãn đề ra.

Câu 3. (1,0 điểm) Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình.

Theo kế hoạch, một xưởng may phải may 280 bộ quần áo. Khi thực hiện, mỗi ngày xưởng may được nhiều hơn 5 bộ quần áo so với số bộ phải may trong một ngày theo kế hoạch. Vì thế xưởng đã hoàn thành công việc sớm một ngày so với kế hoạch. Hỏi theo kế hoạch ban đầu, mỗi ngày xưởng phải may bao nhiêu bộ quần áo?

Lời giải

Gọi số bộ quần áo mỗi ngày xưởng phải may theo kế hoạch x (bộ, $x \in \mathbb{N}^*, x < 280$).

Thực tế, số bộ quần áo mỗi ngày xưởng phải may là $x + 5$ (bộ).

Thời gian hoàn thành công việc của xưởng theo kế hoạch là : $\frac{280}{x}$ (ngày)

Thời gian hoàn thành công việc của xưởng thực tế là : $\frac{280}{x+5}$ (ngày)

Thực tế, xưởng hoàn thành công việc trước kế hoạch 1 ngày nên ta có phương trình:

$$\begin{aligned}\frac{280}{x} - \frac{280}{x+5} &= 1 \\ \Leftrightarrow \frac{280(x+5) - 280x}{x(x+5)} &= 1 \\ \Leftrightarrow \frac{280x + 1400 - 280x}{x^2 + 5x} &= 1 \\ \Leftrightarrow \frac{1400}{x^2 + 5x} &= 1 \\ \Rightarrow x^2 + 5x = 1400 &\Leftrightarrow x^2 + 5x - 1400 = 0 \quad (1)\end{aligned}$$

Cách 1:

$$\Delta = 5^2 - 4.1.(-1400) = 5625 > 0$$

Vì $\Delta > 0$ nên phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt

$$\begin{aligned}x_1 &= \frac{-5 + \sqrt{5625}}{2.1} = 35 \text{ (thoả mãn)} \\ x_2 &= \frac{-5 - \sqrt{5625}}{2.1} = -40 \text{ (loại)}\end{aligned}$$

Cách 2:

$$\begin{aligned}x^2 + 5x - 1400 &= 0 \Leftrightarrow x^2 - 35x + 40x - 1400 = 0 \Leftrightarrow x(x - 35) + 40(x - 35) = 0 \\ \Leftrightarrow (x - 35)(x + 40) &= 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x - 35 = 0 \\ x + 40 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 35 & \text{(t/m)} \\ x = -40 & \text{(loại)} \end{cases}\end{aligned}$$

Vậy theo kế hoạch, mỗi ngày xưởng phải may 35 bộ quần áo.

Câu 4. (3,5 điểm)

1. Một hình nón có bán kính đáy $r = 3\text{cm}$ và đường cao $h = 4\text{cm}$. Tính thể tích của hình nón (lấy $\pi = 3,14$).

2. Cho đường tròn tâm O , đường kính AB . Điểm C nằm trên đường tròn sao cho $CA > CB$. Từ điểm O vẽ đường thẳng vuông góc với đường thẳng AC , đường thẳng này cắt tiếp tuyến tại A của đường tròn tâm O tại điểm M và cắt đường thẳng AC tại điểm I . Đường thẳng MB cắt đường tròn tâm O tại điểm thứ hai Q ($Q \neq B$).

a) Chứng minh tứ giác $AIQM$ là tứ giác nội tiếp.

b) Chứng minh rằng $MQ \cdot MB = MO \cdot MI$.

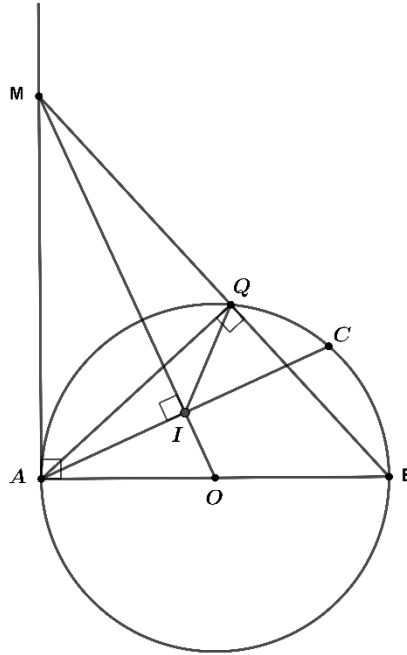
Lời giải

1. Hình nón có bán kính đáy $r = 3\text{cm}$ và đường cao $h = 4\text{cm}$ thì có thể tích là

$$V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 3,14 \cdot 3^2 \cdot 4 = 37,68 (\text{cm}^3).$$

Vậy thể tích hình nón là $37,68 (\text{cm}^3)$.

2.



a) Xét (O) đường kính AB có:

$\widehat{AQB} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

$\Rightarrow AQ \perp QB$ tại Q hay $AQ \perp MB$ tại $Q \Rightarrow \widehat{AQM} = 90^\circ$

Ta có $OM \perp AC$ tại I hay $AI \perp OM$ tại $I \Rightarrow \widehat{AIM} = 90^\circ$

Tứ giác $AIQM$ có $\widehat{AQM} = \widehat{AIM} = 90^\circ$ (cmt)

Mà hai góc này có đỉnh Q và I kề cùng nhìn cạnh AM dưới góc bằng nhau ($= 90^\circ$)

$\Rightarrow AIQM$ là tứ giác nội tiếp (dấu hiệu nhận biết)

b) Vì MA là tiếp tuyến của (O) , A là tiếp điểm

$\Rightarrow MA \perp AB$ tại $A \Rightarrow \begin{cases} \Delta MAB \text{ vuông tại } A \\ \Delta MAO \text{ vuông tại } A. \end{cases}$

Áp dụng hệ thức lượng vào ΔMAB vuông tại A , đường cao AQ (do $AQ \perp MB$) có:

$$MA^2 = MQ.MB \quad (*)$$

Áp dụng hệ thức lượng vào ΔMAO vuông tại A , đường cao AI (do $AI \perp OM$) có:

$$MA^2 = MI.MO \quad (**)$$

Từ $(*)$ và $(**)$ $\Rightarrow MQ.MB = MI.MO (= MA^2)$ (điều phải chứng minh).

Câu 5. (1,0 điểm)

1. Tìm tất cả các số nguyên x sao cho $\frac{x-1}{x^2+1}$ là số nguyên.

2. Biết a, b, c là ba số thực dương thỏa mãn điều kiện $a + b + c = 1$.

Chứng minh rằng $\sqrt{a+bc} + \sqrt{b+ca} + \sqrt{c+ab} \geq 1 + \sqrt{ab} + \sqrt{bc} + \sqrt{ca}$.

Lời giải

1. Đặt $A = \frac{x-1}{x^2+1}$.

$$\Rightarrow A.(x+1) = \frac{x^2-1}{x^2+1} = \frac{x^2+1-2}{x^2+1} = 1 - \frac{2}{x^2+1}.$$

Vì $x \in \mathbb{Z}$ nên $x+1 \in \mathbb{Z}$. Khi đó nếu $A \in \mathbb{Z}$ thì $A.(x+1) \in \mathbb{Z}$.

$$\text{Ta có } A.(x+1) \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow 1 - \frac{2}{x^2+1} \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow \frac{2}{x^2+1} \in \mathbb{Z}$$

$$\Leftrightarrow 2: (x^2 + 1) \Rightarrow x^2 + 1 \in U(2), U(2) = \{-1; 1; -2; 2\}$$

Mà $x^2 + 1 \geq 1 \quad \forall x$ nên $x^2 + 1 \in \{1; 2\}$

$$\Rightarrow x^2 \in \{0; 1\}.$$

+) Với $x^2 = 0 \Leftrightarrow x = 0$ (t/m $x \in \mathbb{Z}$)

$$+) \text{ Với } x^2 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases} \text{ (t/m } x \in \mathbb{Z})$$

Thử lại, $x = 0; x = 1; x = -1$ thì $A \in \mathbb{Z}$.

Vậy $x \in \{0; 1; -1\}$ thỏa mãn đề ra.

2. Cách 1:

$$a + b + c = 1, a, b, c > 0$$

$$\Rightarrow a = 1 - (b + c) = 1 - b - c$$

$$\Rightarrow a + bc = 1 - b - c + bc = (1 - b) - c(1 - b) = (1 - b)(1 - c)$$

$$= (a + b + c - b)(a + b + c - c) = (a + c)(a + b)$$

Chứng minh tương tự: $b + ac = (b + a)(b + c)$

$$c + ab = (c + a)(c + b)$$

Do đó

$$\sqrt{a + bc} + \sqrt{b + ca} + \sqrt{c + ab} = \sqrt{(a + b)(a + c)} + \sqrt{(b + c)(b + a)} + \sqrt{(c + a)(c + b)}$$

Mà theo bất đẳng thức Bunhiacopxky có

$$(a + b)(a + c) = \left[\left(\sqrt{a} \right)^2 + \left(\sqrt{b} \right)^2 \right] \cdot \left[\left(\sqrt{a} \right)^2 + \left(\sqrt{c} \right)^2 \right] \geq \left(\sqrt{a} \cdot \sqrt{a} + \sqrt{b} \cdot \sqrt{c} \right)^2 = \left(a + \sqrt{bc} \right)^2$$

$$\Rightarrow \sqrt{(a + b)(a + c)} \geq a + \sqrt{bc} \quad (1)$$

$$\text{Chứng minh tương tự: } \sqrt{(b + a)(b + c)} \geq b + \sqrt{ac} \quad (2)$$

$$\sqrt{(c + a)(c + b)} \geq c + \sqrt{ab} \quad (3)$$

Cộng vế với vế của (1), (2), (3) ta có:

$$\sqrt{(a + b)(a + c)} + \sqrt{(b + a)(b + c)} + \sqrt{(c + a)(c + b)} \geq a + b + c + \sqrt{ab} + \sqrt{bc} + \sqrt{ca}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{a + bc} + \sqrt{b + ac} + \sqrt{c + ab} \geq 1 + \sqrt{ab} + \sqrt{bc} + ca.$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra khi } \begin{cases} \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}} = \frac{\sqrt{c}}{\sqrt{a}} \\ \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{c}} \\ \frac{\sqrt{c}}{\sqrt{c}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \\ a + b + c = 1 \\ a, b, c > 0 \end{cases} \Leftrightarrow a = b = c = \frac{1}{3}.$$

Cách 2:

$$a, b, c > 0, a + b + c = 1$$

Áp dụng bất đẳng thức AM-GM ta có

$$b + c \geq 2\sqrt{bc} \Leftrightarrow a + b + c \geq a + 2\sqrt{bc} \Leftrightarrow 1 \geq a + 2\sqrt{bc}$$

$$\Leftrightarrow a \geq a^2 + 2a\sqrt{bc} \Leftrightarrow a + bc \geq a^2 + 2a\sqrt{bc} + bc = (a + \sqrt{bc})^2.$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{a+bc} \geq a + \sqrt{bc} \quad (*)$$

Chứng minh tương tự: $\sqrt{b+ac} \geq b + \sqrt{ac} \quad (**)$

$$\sqrt{c+ab} \geq c + \sqrt{ab} \quad (***)$$

Lấy vế cộng vế của $(*)$; $(**)$; $(***)$ ta có:

$$\sqrt{a+bc} + \sqrt{b+ac} + \sqrt{c+ab} \geq a + b + c + \sqrt{ab} + \sqrt{bc} + \sqrt{ca}.$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{a+bc} + \sqrt{b+ac} + \sqrt{c+ab} \geq 1 + \sqrt{ab} + \sqrt{bc} + \sqrt{ca} \quad (\text{điều phải chứng minh})$$

Dấu “=” xảy ra khi
$$\begin{cases} a = b = c \\ a + b + c = 1 \\ a, b, c > 0 \end{cases} \Leftrightarrow a = b = c = \frac{1}{3}.$$

Vậy $\sqrt{a+bc} + \sqrt{b+ca} + \sqrt{c+ab} \geq 1 + \sqrt{ab} + \sqrt{bc} + \sqrt{ca}$. Dấu “=” xảy ra khi $a = b = c = \frac{1}{3}$.

----- Hết -----