

ĐỀ CHÍNH THỨC

Câu 1 (2,0 điểm). Giải các phương trình sau:

a. $|x - 3| = 2$;

b. $x^2 - 3x + 6 = 2x$.

Câu 2 (2,0 điểm).

a. Rút gọn biểu thức $P = \frac{3}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 1)} + \frac{2}{\sqrt{x} + 1} + \frac{1}{2 - \sqrt{x}}$ với $x \geq 0$ và $x \neq 4$.

b. Tìm giá trị của tham số m để ba đường thẳng sau cắt nhau tại một điểm:

$y = 6 - 4x$; $y = \frac{3x + 5}{4}$ và $y = (m - 1)x + 2m - 5$.

Câu 3 (2,0 điểm).

a. Bạn An đi xe đạp từ nhà đến trường trên quãng đường dài 4 km. Khi đi từ trường về nhà vẫn trên con đường đó, An đạp xe với vận tốc trung bình lớn hơn vận tốc trung bình lúc đi là 3 km/h. Tổng thời gian đạp xe cả đi và về của An là 36 phút. Tính vận tốc đạp xe trung bình của An lúc đi từ nhà đến trường.

b. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $(d): y = mx + 5$. Chứng minh rằng với mọi giá trị của tham số m , đường thẳng (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 . Tìm m để $x_1^2 = 9 - mx_2$.

Câu 4 (3,0 điểm).

1. Cho đường tròn (O) và dây cung BC không đi qua tâm O . Hai tiếp tuyến với đường tròn (O) tại B và C cắt nhau tại A . Lấy điểm M trên cung nhỏ BC (M khác B và C), gọi I, H, K theo thứ tự là chân các đường vuông góc kẻ từ M đến BC, AB, AC .

a. Chứng minh các tứ giác $MIBH, MICK$ nội tiếp;

b. Chứng minh $MI^2 = MH \cdot MK$.

2. Từ điểm P nằm ngoài đường tròn (O) kẻ hai tiếp tuyến PQ, PR tới đường tròn với Q và R là các tiếp điểm. Đường thẳng qua P cắt đường tròn (O) tại hai điểm E và F (E nằm giữa P và F ; dây cung EF không đi qua tâm O). Gọi I là trung điểm của EF , K là giao điểm của PF và QR . Chứng minh rằng: $\frac{2}{PK} = \frac{1}{PE} + \frac{1}{PF}$.

Câu 5 (1,0 điểm). Cho a, b, c là các số thực dương thay đổi thỏa mãn $\sqrt{\frac{ab}{c}} + \sqrt{\frac{bc}{a}} + \sqrt{\frac{ca}{b}} = 3$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T = \sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c} + \frac{2022}{\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c}}$.

----- HẾT -----

(Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm)

HẢI DƯƠNG

Môn thi: TOÁN

Thời gian làm bài: 120 phút, không tính thời gian phát đề
(Đề thi có 01 trang)

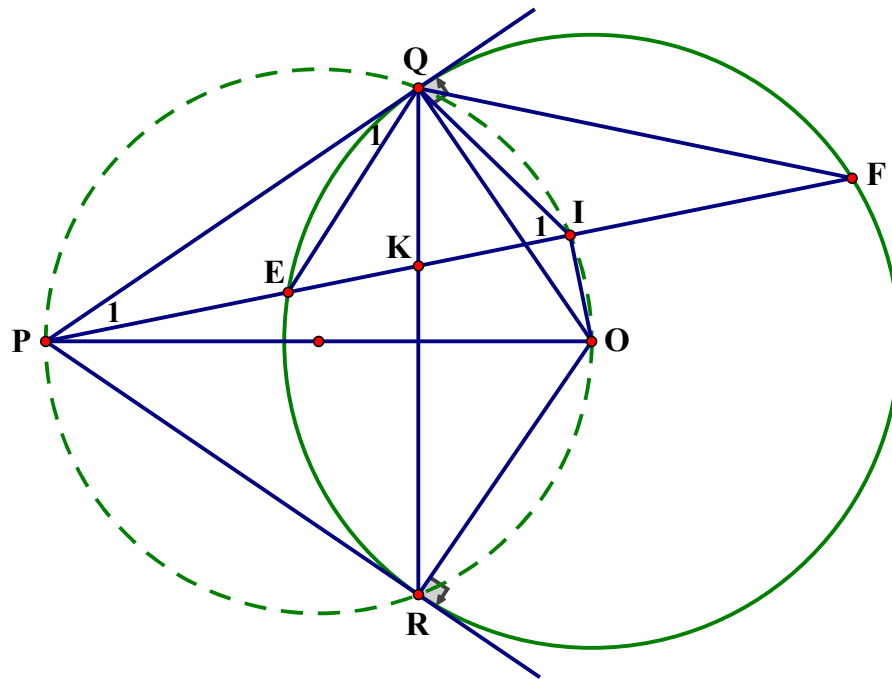
Cán bộ coi thi số 1: Cán bộ coi thi số 2:

HƯỚNG DẪN GIẢI VÀ BIỂU ĐIỂM DỰ KIẾN:

Câu	Phần	Nội dung	Điểm
Câu 1 (2,0đ)	a)	$ x-3 =2 \Leftrightarrow \begin{cases} x-3=2 \\ x-3=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=5 \\ x=1 \end{cases}$ Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \{5;1\}$	1.00
	b)	$x^2 - 3x + 6 = 2x \Leftrightarrow x^2 - 3x - 2x + 6 = 0 \Leftrightarrow x(x-3) - 2(x-3) = 0$ $\Leftrightarrow (x-3)(x-2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x-3=0 \\ x-2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ x=2 \end{cases}$ Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \{3;2\}$	1.00
Câu 2 (2,0đ)	a)	$P = \frac{3}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+1)} + \frac{2}{\sqrt{x}+1} + \frac{1}{2-\sqrt{x}}$ $= \frac{3}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+1)} + \frac{2}{\sqrt{x}+1} - \frac{1}{\sqrt{x}-2}$ $= \frac{3+2(\sqrt{x}-2)-1(\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+1)}$ $= \frac{3+2\sqrt{x}-4-\sqrt{x}-1}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+1)}$ $= \frac{\sqrt{x}-2}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+1)}$ $= \frac{1}{\sqrt{x}+1}$ Vậy $P = \frac{1}{\sqrt{x}+1}$ với $x \geq 0$ và $x \neq 4$.	1.00
	b)	Gọi $(d_1): y = 6 - 4x$; $(d_2): y = \frac{3x+5}{4}$; $(d_3): y = (m-1)x + 2m - 5$ Để ba đường thẳng cắt nhau thì $m \neq -3$; $m \neq \frac{7}{4}$ Hoành độ giao điểm của (d_1) và (d_2) là nghiệm của phương trình: $6 - 4x = \frac{3x+5}{4} \Leftrightarrow 24 - 16x = 3x + 5 \Leftrightarrow -19x = -19 \Leftrightarrow x = 1$ Tung độ giao điểm của (d_1) và (d_2) là $y = 6 - 4.1 = 2$ $\Rightarrow (d_1)$ cắt (d_2) tại điểm $A(1;2)$ Để ba đường thẳng cắt nhau tại một điểm thì $A \in (d_3)$ $\Rightarrow (m-1).1 + 2m - 5 = 2$ $\Leftrightarrow m - 1 + 2m - 5 = 2$ $\Leftrightarrow 3m = 8$	1.00

		$\Leftrightarrow m = \frac{8}{3} \text{ (TMĐK)}$ Vậy $m = \frac{8}{3}$ là giá trị cần tìm.	
Câu 3 (2,0đ)	a)	Gọi vận tốc đạp xe trung bình của An lúc đi từ nhà đến trường là x (km/h) (ĐK: $x > 0$) $\Rightarrow$ Vận tốc đạp xe trung bình của An lúc đi từ trường về nhà là $x + 3$ (km/h) Thời gian An đi từ nhà đến trường là $\frac{4}{x}$ (h) Thời gian An đi từ trường về nhà là $\frac{4}{x+3}$ (h) Vì tổng thời gian đạp xe cả đi và về của An là 36 phút ($= \frac{3}{5}$ giờ) nên ta có phương trình: $\frac{4}{x} + \frac{4}{x+3} = \frac{3}{5}$ $\Rightarrow 20(x+3) + 20x = 3x(x+3)$ $\Leftrightarrow 3x^2 - 31x - 60 = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x = 12 & \text{(TMĐK)} \\ x = -\frac{5}{3} & \text{(loại)} \end{cases}$ Vậy vận tốc đạp xe trung bình của An lúc đi từ nhà đến trường là 12 km/h.	1.00
	b)	Xét phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d): $x^2 = mx + 5 \Leftrightarrow x^2 - mx - 5 = 0 \quad (1)$ Vì $ac = 1 \cdot (-5) < 0$ nên phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 $\Rightarrow$ đường thẳng (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt Áp dụng hệ thức Vi-ét, ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = m \\ x_1 x_2 = -5 \end{cases} \quad (*)$ Theo đề bài: $x_1^2 = 9 - mx_2 \quad (2)$ <u>Cách 1:</u> Vì x_1 là nghiệm của phương trình (1) nên: $x_1^2 - mx_1 - 5 = 0 \Leftrightarrow x_1^2 = mx_1 + 5 \quad (3)$ Thay (3) vào (2) được: $mx_1 + 5 = 9 - mx_2 \Leftrightarrow mx_1 + mx_2 = 4 \Leftrightarrow m(x_1 + x_2) = 4$ Mà $x_1 + x_2 = m$ $\Rightarrow m \cdot m = 4 \Leftrightarrow m^2 = 4 \Leftrightarrow m = \pm 2$ Vậy $m = \pm 2$ là các trị cần tìm. <u>Cách 2:</u> Vì x_2 là nghiệm của phương trình (1) nên: $x_2^2 - mx_2 - 5 = 0 \Leftrightarrow mx_2 = x_2^2 - 5 \quad (4)$	1.00

$$\begin{aligned} \hat{I}_1 &= \hat{K}_1 ; \hat{I}_2 = \hat{H}_1 \\ \Rightarrow \Delta \text{MIH} \# \Delta \text{MKI} \text{ (g-g)} \\ \Rightarrow \frac{\text{MI}}{\text{MK}} &= \frac{\text{MH}}{\text{MI}} \Rightarrow \text{MI}^2 = \text{MH.MK} \end{aligned}$$



°PQE và °PFQ có :

$$2) \quad \hat{P}_1 \text{ chung ; } \hat{Q}_1 = \hat{F} \left(= \frac{1}{2} \widehat{\text{sdEQ}} \right)$$

$$\Rightarrow \Delta PQE \# \Delta PFQ \text{ (g-g)}$$

$$\Rightarrow \frac{PQ}{PF} = \frac{PE}{PQ} \Rightarrow PQ^2 = PE \cdot PF \quad (1)$$

(O) có I là trung điểm của dây EF $\Rightarrow$ $OI \perp EF \Rightarrow \widehat{PIO} = 90^\circ$

PQ, PR là các tiếp tuyến của (O) $\Rightarrow \widehat{PQO} = \widehat{PRO} = 90^\circ$

$\Rightarrow$ 5 điểm P, Q, I, O, R cùng thuộc đường tròn đường kính PO

Xét đường tròn đường kính PO có $\widehat{I_1} = \widehat{PRQ} \left(= \frac{1}{2} \text{sđ} \widehat{PQ} \right)$

$$\text{Xét (O) có } \widehat{\text{PQR}} = \widehat{\text{PRQ}} \left(= \frac{1}{2} \widehat{\text{sđQR}} \right)$$

$$\Rightarrow \widehat{PQR} = \hat{I}_1$$

°PQK và °PIQ có :

$$\hat{P}_1 \text{ chung ; } \widehat{PQR} = \hat{I}_1$$

$$\Rightarrow \Delta P Q K \# \Delta P I Q \text{ (g-g)}$$

$$\Rightarrow \frac{PQ}{PI} = \frac{PK}{PO} \Rightarrow PQ^2 = PK.PI \quad (2)$$

Từ (1) và (2) $\Rightarrow$ PE.PF = PK.PI

Mà I là trung điểm EF $\Rightarrow PE + PF = 2PI$

1.00

	Do đó: $\frac{1}{PE} + \frac{1}{PF} = \frac{PE + PF}{PE \cdot PF} = \frac{2PI}{PK \cdot PI} = \frac{2}{PK}$ Vậy $\frac{2}{PK} = \frac{1}{PE} + \frac{1}{PF}$ (đpcm)	
--	---	--

Câu 5 (1,0đ)	Áp dụng BĐT Cô-si cho hai số dương $\sqrt{\frac{ab}{c}}$ và $\sqrt{\frac{bc}{a}}$, ta có: $\sqrt{\frac{ab}{c}} + \sqrt{\frac{bc}{a}} \geq 2\sqrt{\sqrt{\frac{ab}{c}} \cdot \sqrt{\frac{bc}{a}}} = 2\sqrt{b}$ Tương tự: $\sqrt{\frac{bc}{a}} + \sqrt{\frac{ca}{b}} \geq 2\sqrt{c}$; $\sqrt{\frac{ca}{b}} + \sqrt{\frac{ab}{c}} \geq 2\sqrt{a}$ $\Rightarrow 2\left(\sqrt{\frac{ab}{c}} + \sqrt{\frac{bc}{a}} + \sqrt{\frac{ca}{b}}\right) \geq 2(\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c})$ $\Rightarrow 3 \geq \sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c} > 0$ $\Rightarrow \frac{2013}{\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c}} \geq \frac{2013}{3} = 671$ Áp dụng BĐT Cô-si cho hai số dương $\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c}$ và $\frac{9}{\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c}}$, ta có: $(\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c}) + \frac{9}{\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c}} \geq 2\sqrt{(\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c}) \cdot \frac{9}{\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c}}} = 6$ Do đó: $T = \sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c} + \frac{2022}{\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c}}$ $= \left[(\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c}) + \frac{9}{\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c}} \right] + \frac{2013}{\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c}} \geq 6 + 671 = 677$ Dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{\frac{ab}{c}} = \sqrt{\frac{bc}{a}} = \sqrt{\frac{ca}{b}} \\ \sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c} = 3 \\ \sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c} = \frac{9}{\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c}} \end{cases} \Leftrightarrow a = b = c = 1$ Vậy $\min T = 677 \Leftrightarrow a = b = c = 1$	1.00
---------------------	---	------

----- HẾT -----

Thầy Nguyễn Mạnh Tuấn
Trường THCS Nguyễn Huệ – Cẩm Giàng – Hải Dương