SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO HÀ TĨNH

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

MÃ ĐỀ 01

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 2022 – 2023

MÔN THI: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút

Câu 1. *(2,0 điểm)* Rút gọn các biểu thức sau

a) $A = 5\sqrt{2} - \sqrt{18}$.

b) $B = \left(\dfrac{1}{\sqrt{x}} + \dfrac{1}{3-\sqrt{x}}\right) : \dfrac{1}{3-\sqrt{x}}$ với $x > 0, x \neq 9$.

Câu 2. *(2,0 điểm)*

a) Tìm số thực a để đường thẳng có phương trình $y = ax + 2$ đi qua điểm $A(3;8)$.

b) Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2x - y = 1 \\ x + 2y = 3 \end{cases}$.

Câu 3. *(1,0 điểm)*

Cho phương trình $x^2 - 2(m-1)x + m^2 - 4 = 0$ (m là tham số). Tìm giá trị của m để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1(x_1 - 3) + x_2(x_2 - 3) = 6$.

Câu 4. *(1,0 điểm)*

Hưởng ứng "Ngày sách và Văn hóa đọc Việt Nam năm 2022", một nhà sách đã có chương trình giảm giá cho tất cả các loại sách. Bạn Nam đến mua một quyển sách tham khảo môn Toán và một quyển sách tham khảo môn Ngữ văn với tổng giá ghi trên hai quyển sách đó là 195000 đồng. Nhưng do quyển sách tham khảo môn Toán được giảm giá 20% và quyển sách tham khảo môn Ngữ văn được giảm giá 35% nên bạn Nam chỉ phải trả cho nhà sách 138000 đồng để mua hai quyển sách đó. Hỏi giá ghi trên mỗi quyển sách tham khảo đó là bao nhiêu?

Câu 5. *(1,0 điểm)* Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH $(H \in BC)$. Biết độ dài đoạn $BC = 10\,\text{cm}$ và $\sin\widehat{ABC} = \dfrac{4}{5}$. Tính độ dài các đoạn AC và BH.

Câu 6. *(2,0 điểm)* Cho tam giác ABC nhọn nội tiếp đường tròn (O), đường cao AH $(H \in BC)$. Kẻ $HM \perp AB$ và $HN \perp AC$ $(M \in AB,\ N \in AC)$.

a) Chứng minh $AMHN$ là tứ giác nội tiếp.

b) Đường thẳng MN cắt cung nhỏ AC của đường tròn (O) tại D. Chứng minh $OA \perp MN$ và $AD = AH$.

Câu 7. *(1,0 điểm)* Cho a, b là các số thực thỏa mãn $a \geq 1,\ b \geq 1$ và $a + b + 3 = ab$.

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $F = \dfrac{\sqrt{a^2-1}}{a} + \dfrac{\sqrt{b^2-1}}{b} + \dfrac{1}{a^2+b^2}$.

------HẾT------

- Thí sinh không được sử dụng tài liệu.

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HÀ TĨNH
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 2022 – 2023
Môn: **TOÁN**
Ngày thi: 06/06/2022
Thời gian: 90 phút

Lời giải: **Nguyễn Ngọc Hùng – THCS Hoàng Xuân Hãn – Đức Thọ Hà Tĩnh**

Bài 1: Rút gọn các biểu thức sau:

a) $A = 5\sqrt{2} - \sqrt{18}$ b) $B = \left(\frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{3-\sqrt{x}}\right) : \frac{1}{3-\sqrt{x}}$ với $x > 0; x \neq 9$

Giải: a) Ta có $A = 5\sqrt{2} - \sqrt{9.2} = 5\sqrt{2} - 3\sqrt{2} = 2\sqrt{2}$

b) $B = \left(\frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{3-\sqrt{x}}\right).\left(3-\sqrt{x}\right) = \frac{3-\sqrt{x}}{\sqrt{x}} + 1 = \frac{3-\sqrt{x}+\sqrt{x}}{\sqrt{x}} = \frac{3}{\sqrt{x}}$

Bài 2: a) Tìm số thực a để đường thẳng có phương trình $y = ax + 2$ đi qua điểm $A(3;8)$

b) Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2x - y = 1 \\ x + 2y = 3 \end{cases}$

Giải: a) Để đường thẳng có phương trình $y = ax + 2$ đi qua điểm $A(3;8)$ thì $3a + 2 = 8 \Leftrightarrow 3a = 6 \Leftrightarrow a = 2$. Vậy a = 2 thỏa mãn bài toán.

b) Ta có $\begin{cases} 2x - y = 1 \\ x + 2y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2x - 1 \\ x + 2(2x-1) = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2x - 1 \\ 5x = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 \\ x = 1 \end{cases}$

Hệ phương trình có nghiệm $(x; y) = (1;1)$

Bài 3: Cho phương trình $x^2 - 2(m-1)x + m^2 - 4 = 0$ (m là tham số). Tìm giá trị của m để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt $x_1; x_2$ thỏa mãn $x_1(x_1 - 3) + x_2(x_2 - 3) = 6$

Giải: Để phương trình có 2 nghiệm phân biệt thì

$\Delta' > 0 \Rightarrow (m-1)^2 - (m^2 - 4) > 0 \Leftrightarrow -2m + 5 > 0 \Leftrightarrow m < \frac{5}{2}$

Theo hệ thức Vi-et ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m-1) \\ x_1x_2 = m^2 - 4 \end{cases}$.

Do đó $x_1(x_1 - 3) + x_2(x_2 - 3) = 6 \Leftrightarrow x_1^2 + x_2^2 - 3(x_1 + x_2) = 6$

$\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 - 3(x_1 + x_2) = 6 \Rightarrow 4(m-1)^2 - 2(m^2 - 4) - 6(m-1) - 6 = 0$

$\Leftrightarrow m^2 - 7m + 6 = 0 \Leftrightarrow (m-1)(m-6) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 1 \\ m = 6 \end{array}\right.$

Đối chiếu ĐK $m < \frac{5}{2}$, ta có m = 1 thỏa mãn bài toán.

Bài 4: Hưởng ứng "Ngày sách và Văn hóa đọc năm 2022", một nhà sách đã có chương trình giảm giá cho tất cả các loại sách. Bạn Nam đến mua một quyển sách tham khảo môn Toán và một quyển sách tham khảo môn Ngữ văn với tổng giá ghi trên hai quyển sách đó là 195000 đồng. Nhưng do quyển sách tham khảo môn Toán được giảm giá 20% và quyển sách tham khảo môn Ngữ văn được giảm giá 35% nên bạn Nam chỉ phải trả cho nhà sách 138000 đồng để mua hai quyển sách đó. Hỏi giá trên mỗi quyển sách tham khảo đó là bao nhiêu?

Giải: Gọi giá trên quyển sách tham khảo môn Toán là x (đồng). ĐKXĐ: $0 < x < 195000$

Giá trên quyển sách tham khảo môn Ngữ văn là $195000 - x$ (đồng)

Do được giảm giá nên số tiền mua một quyển sách tham khảo môn Toán là:

$x - 20\%x = \frac{4x}{5}$ (đồng)

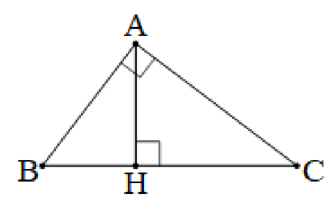
Số tiền mua một quyển sách Ngữ văn là:

$(195000 - x) - (195000 - x)35\% = 126750 - \frac{13x}{20}$ (đồng)

Ta có phương trình $\frac{4x}{5} + 126750 - \frac{13x}{20} = 138000 \Leftrightarrow \frac{3x}{20} = 11250 \Leftrightarrow x = 75000$ (TMĐK)

Vậy giá trên quyển sách tham khảo môn Toán là 75000 đồng, môn Ngữ văn là 120000 đồng.

Bài 5: Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH ($H \in BC$). Biết độ dài đoạn BC = 10cm và $\sin \widehat{ABC} = \frac{4}{5}$. Tính độ dài các đoạn AC và BH.



Giải: Áp dụng tỉ số lượng giác trong tam giác ABC vuông tại A, ta có $\sin \widehat{ABC} = \frac{AC}{BC}$

$\Rightarrow \frac{AC}{BC} = \frac{4}{5} \Leftrightarrow AC = \frac{4BC}{5} = \frac{4.10}{5} = 8$ (cm)

Áp dụng định lí Pythagos trong tam giác vuông ABC, ta có

$AB = \sqrt{BC^2 - AC^2} = \sqrt{10^2 - 8^2} = 6$ (cm)

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH ta có:

$AB^2 = BH.BC \Leftrightarrow BH = \frac{AB^2}{BC} = \frac{6^2}{10} = 3,6$ (cm)

Vậy độ dài đoạn AC = 8cm; BH = 3,6cm

Bài 6: Cho tam giác ABC nhọn nội tiếp đường tròn (O), đường cao AH ($H \in BC$). Kẻ $HM \perp AB$ và $HN \perp AC$ ($M \in AB$; $N \in AC$)

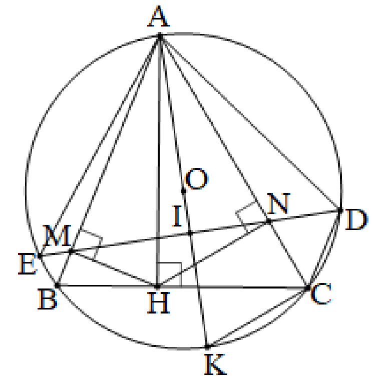
a) Chứng minh rằng tứ giác AMHN nội tiếp

b) Đường thẳng MN cắt cung nhỏ AC của đường tròn (O) tại D. Chứng minh rằng $OA \perp MN$ và AD = AH.

Giải: a) Ta có HM ⊥ AB (gt); HN ⊥ AC (gt)

Suy ra $\widehat{AMH} = \widehat{ANH} = 90^0 \Rightarrow \widehat{AMH} + \widehat{ANH} = 180^0$

Do đó tứ giác AMHN nội tiếp đường tròn



b) Đường thẳng MN cắt đường tròn (O) tại E (E khác D). Kẻ đường kính AK của đường tròn (O) Gọi I là giao điểm của AK với MN, ta có

$\widehat{ANM} = \widehat{AHM}$ (góc nội tiếp cùng chắn $\overset{\frown}{AM}$)

$\widehat{AHM} = \widehat{ABC}$ (cùng phụ với $\widehat{HAM}$)

$\widehat{ABC} = \widehat{AKC}$ (góc nội tiếp cùng chắn $\overset{\frown}{AC}$)

$\Rightarrow \widehat{ANM} = \widehat{AKC}$ mà $\widehat{ANM} + \widehat{INC} = 180^0 \Rightarrow \widehat{AKC} + \widehat{INC} = 180^0$

Do đó tứ giác INCK nội tiếp, có $\widehat{NCK} = 90^0$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) $\Rightarrow \widehat{NIK} = 90^0$ hay AO ⊥ MN, suy ra AK là trung trực của đoạn DE, suy ra $\widehat{ADN} = \widehat{AEN}$; $\widehat{AEN} = \widehat{ACD}$ (góc nội tiếp cùng chắn $\overset{\frown}{AD}$) $\Rightarrow \widehat{ADN} = \widehat{ACD}$. Xét ΔAND và ΔADC có $\widehat{ADN} = \widehat{ACD}$; $\widehat{CAD}$ chung

Do đó ΔAND ∽ ΔADC (g – g) $\Rightarrow \dfrac{AN}{AD} = \dfrac{AD}{AC} \Leftrightarrow AD^2 = AN.AC$ (1)

Áp dụng hệ thức lượng trong ΔAHC vuông tại H, đường cao HN có $AH^2 = AN.AC$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra AH = AD.

Bài 7: Cho a, b là các số thực thỏa mãn $a \ge 1$; $b \ge 1$ và $a + b + 3 = ab$

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \dfrac{\sqrt{a^2-1}}{a} + \dfrac{\sqrt{b^2-1}}{b} + \dfrac{1}{a^2+b^2}$

Giải: Áp dụng BĐT Cauchy, ta có $ab - 3 = a + b \ge 2\sqrt{ab} \Leftrightarrow ab - 2\sqrt{ab} - 3 \ge 0$

$\Leftrightarrow \left(\sqrt{ab}+1\right)\left(\sqrt{ab}-3\right) \ge 0 \Leftrightarrow \sqrt{ab} \ge 3 \Leftrightarrow ab \ge 9$ (vì $ab \ge 1$)

$$\frac{\sqrt{a^2-1}}{a} + \frac{\sqrt{b^2-1}}{b} = \frac{2\sqrt{4(a-1).2(a+1)}}{4\sqrt{2}a} + \frac{2\sqrt{4(b-1).2(b+1)}}{4\sqrt{2}b}$$

$$\le \frac{4(a-1)+2(a+1)}{4\sqrt{2}a} + \frac{4(b-1)+2(b+1)}{4\sqrt{2}b} = \frac{3}{\sqrt{2}} - \frac{1}{2\sqrt{2}}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right) = \frac{3}{\sqrt{2}} - \frac{1}{2\sqrt{2}}.\frac{a+b}{ab}$$

$$= \frac{3}{\sqrt{2}} - \frac{1}{2\sqrt{2}}.\frac{ab-3}{ab} = \frac{3}{\sqrt{2}} - \frac{1}{2\sqrt{2}} + \frac{3}{2\sqrt{2}}.\frac{1}{ab} \le \frac{3}{\sqrt{2}} - \frac{1}{2\sqrt{2}} + \frac{3}{2\sqrt{2}}.\frac{1}{9} = \frac{8}{3\sqrt{2}} \quad (1)$$

Mặt khác $\dfrac{1}{a^2+b^2} \le \dfrac{1}{2ab} \le \dfrac{1}{2.9} = \dfrac{1}{18}$ (1). Từ (1) và (2) suy ra $P \le \dfrac{8}{3\sqrt{2}} + \dfrac{1}{18} = \dfrac{24\sqrt{2}+1}{18}$

Vậy giá trị lớn nhất của P bằng $\dfrac{24\sqrt{2}+1}{18}$. Đạt được khi a = b = 3.