

ĐỀ CHÍNH THỨC

(Đề thi có 02 trang)

Họ và tên học sinh : Số báo danh : **Mã đề 482**

Câu 1. Cho tam giác ABC vuông tại A , có $AB = 2$ cm, $\widehat{C} = 30^\circ$. Diện tích tam giác ABC bằng

- A. $\sqrt{3}$ cm². B. $\sqrt{2}$ cm². C. $2\sqrt{3}$ cm². D. 12 cm².

Câu 2. Biểu thức $\sqrt[3]{(2-\sqrt{3})^3} + \sqrt{(\sqrt{3}-2)^2}$ có giá trị bằng

- A. $2\sqrt{3}$. B. 4. C. 0. D. $4-2\sqrt{3}$.

Câu 3. Hệ phương trình $\begin{cases} 2x - y = 3 \\ x + y = 0 \end{cases}$ có nghiệm là

- A. $(x; y) = (2; 1)$. B. $(x; y) = (2; -2)$. C. $(x; y) = (0; -3)$. D. $(x; y) = (1; -1)$.

Câu 4. Khi $x = -1$, biểu thức $\sqrt{x^2 + 8}$ có giá trị bằng

- A. 9. B. $\sqrt{7}$. C. ± 3 . D. 3.

Câu 5. Phương trình $x^2 + x - a = 0$ (a là tham số) có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi

- A. $a > -\frac{1}{4}$. B. $a < \frac{1}{4}$. C. $a < -\frac{1}{4}$. D. $a > \frac{1}{4}$.

Câu 6. Đường thẳng nào sau đây đi qua điểm $E(0; 1)$ và song song với đường thẳng $y = 2x$?

- A. $y = x + 1$. B. $y = 2x + 1$. C. $y = 2x + 2$. D. $y = -2x + 1$.

Câu 7. Tìm giá trị của m để đồ thị hàm số $y = mx^2$ đi qua điểm $A(-2; 1)$.

- A. $m = \frac{1}{4}$. B. $m = -2$. C. $m = -\frac{1}{4}$. D. $m = \frac{1}{2}$.

Câu 8. Hai tiếp tuyến tại A và B của đường tròn (O) cắt nhau tại M . Biết $\widehat{AMB} = 70^\circ$. Số đo góc ở tâm đường tròn (O) tạo bởi OA , OB bằng

- A. 220° . B. 110° . C. 30° . D. 55° .

Câu 9. Trong các hàm số sau, hàm số nào nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = \sqrt{2}x^2$. B. $y = (1 - \sqrt{2})x$. C. $y = -\sqrt{2}x^2$. D. $y = (\sqrt{2} - 1)x$.

Câu 10. Tất cả các giá trị của x để biểu thức $\sqrt{3-x}$ có nghĩa là

- A. $x < 3$. B. $x > 3$. C. $x \geq 3$. D. $x \leq 3$.

Câu 11. Tam giác ABC nội tiếp đường tròn $(O; R)$ đường kính BC . Biết $AC = R\sqrt{3}$. Độ lớn của góc ACB bằng

- A. 45° . B. 30° . C. 50° . D. 60° .

Câu 12. Tích hai nghiệm của phương trình $x^2 - 3x - 2 = 0$ bằng

- A. -2 . B. 2 . C. -3 . D. 3 .

Câu 13. Đường thẳng $(d): y = 4x - 3$ và parabol $(P): y = x^2$ cắt nhau tại hai điểm là

- A. $M(-1;1)$ và $N(3;9)$. B. $E(1;1)$ và $Q(-3;9)$.
C. $M(-1;1)$ và $Q(-3;9)$. D. $E(1;1)$ và $N(3;9)$.

Câu 14. Cho hình vuông có diện tích 36cm^2 . Bán kính của đường tròn ngoại tiếp của hình vuông đó bằng

- A. 6 cm . B. $\sqrt{2}\text{ cm}$. C. 3 cm . D. $3\sqrt{2}\text{ cm}$.

Câu 15. Cho α là một góc nhọn, có $\tan \alpha = \sqrt{3}$. Giá trị $\cot \alpha$ bằng

- A. $\frac{1}{\sqrt{3}}$. B. $\sqrt{3}$. C. 1 . D. 2 .

Câu 16. Cho tam giác ABC vuông tại A , đường cao $AH = \sqrt{6}\text{ cm}$, $BH = 2\text{ cm}$. Độ dài cạnh BC bằng

- A. 5 cm . B. 6 cm . C. 10 cm . D. 4 cm .

Câu 17. Cho a, b, c là các số thực thỏa mãn $a + b + c - 21 = 2(\sqrt{a-7} + \sqrt{b-8} + \sqrt{c-9})$. Giá trị của biểu thức $S = a + 2b - c$ là

- A. $S = 36$. B. $S = 16$. C. $S = 7$. D. $S = 14$.

Câu 18. Cho hàm số $y = f(x) = (1 + m^4)x^2 + 1$ (m là tham số). Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $f(2) < f(3)$. B. $f(-1) > f(-5)$. C. $f(-4) < f(-2)$. D. $f(1) > f(2)$.

Câu 19. Có bao nhiêu giá trị nguyên không nhỏ hơn -10 của tham số m để hệ phương trình

$$\begin{cases} 2x - y = 1 \\ mx + y = 5 \end{cases} \text{ có nghiệm duy nhất } (x_0; y_0) \text{ thỏa mãn } x_0, y_0 > 0?$$

- A. 20 . B. 19 . C. 18 . D. 21 .

Câu 20. Số nghiệm của phương trình $x^4 - (\sqrt{3} + 1)x^2 + \sqrt{3} = 0$ là

- A. 2 . B. 1 . C. 4 . D. 3 .

— HẾT —

(Đề thi có 01 trang)

PHẦN TỰ LUẬN (6,0 điểm)

Câu 1. (2,0 điểm)

1. Giải phương trình $x^2 - x - 6 = 0$.
2. Rút gọn biểu thức $M = \left(\frac{1}{\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}}{x-1} \right) : \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} - 1 \right)$, với $x \geq 0, x \neq 1$.

Câu 2. (1,0 điểm)

Một người đi xe đạp từ A đến B cách nhau 15 km. Khi từ B trở về A người đó tăng vận tốc thêm 3 km/h. Vì vậy thời gian về ít hơn thời gian đi là 15 phút. Tính vận tốc của người đi xe đạp khi đi từ A đến B.

Câu 3. (2,0 điểm)

Cho đường tròn $(O; R)$ và dây MN cố định ($MN < 2R$). Kẻ đường kính AB vuông góc với dây MN tại E . Lấy điểm C thuộc dây MN (C khác M, N, E). Đường thẳng BC cắt đường tròn $(O; R)$ tại điểm K (K khác B).

1. Chứng minh $AKCE$ là tứ giác nội tiếp.
2. Chứng minh $BM^2 = BK \cdot BC$.
3. Gọi I là giao điểm của hai đường thẳng AK và MN ; D là giao điểm của hai đường thẳng AC và BI . Chứng minh điểm C cách đều ba cạnh của tam giác DEK .

Câu 4. (1,0 điểm)

1. Chứng minh rằng nếu tất cả các cạnh của một tam giác luôn nhỏ hơn 2 thì diện tích của tam giác đó nhỏ hơn $\sqrt{3}$.

2. Cho các số thực a, b, c sao cho phương trình $ax^2 + bx + c + 2022 = 0$ nhận $x = 1$ là nghiệm. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \sqrt{3a^2 - 2ab + 3b^2} + \sqrt{5b^2 - 6bc + 5c^2} + \sqrt{6c^2 - 8ca + 6a^2}.$$

===== Hết =====

Họ và tên thí sinh: Số báo danh:

ĐỀ CHÍNH THỨC

Môn thi: Toán chung

Thời gian làm bài $\begin{cases} \text{Trắc nghiệm:} & 30 \text{ phút} \\ \text{Tự luận:} & 60 \text{ phút} \end{cases}$

Mã đề thi 482

(không kể thời gian phát đề)

——— Hướng dẫn thực hiện bởi DUC PV ———

I - PHẦN TRẮC NGHIỆM (4 điểm)

📌 ĐÁP ÁN BẢNG

1. C	2. D	3. D	4. D	5. A	6. B	7. A	8. B	9. B	10. D
11. B	12. A	13. D	14. D	15. A	16. A	17. B	18. A	19. B	20. C

📌 GIẢI CHI TIẾT

🔥 **Câu 1.** Cho $\triangle ABC$ vuông tại A , có $AB = 2\text{cm}$, $\widehat{C} = 30^\circ$. Diện tích $\triangle ABC$ bằng
A. $\sqrt{3}\text{ cm}^2$. B. $\sqrt{2}\text{ cm}^2$. C. $2\sqrt{3}\text{ cm}^2$. D. 12 cm^2 .

Lời giải.

Xét $\triangle ABC$ vuông tại A có

$$\tan C = \frac{AB}{AC} \Rightarrow AC = \frac{AB}{\tan C} = \frac{2}{\tan 30^\circ} = 2\sqrt{3}\text{ cm}$$

Từ đó ta có $S_{ABC} = \frac{AB \cdot AC}{2} = 2\sqrt{3}\text{ cm}^2$.

Chọn đáp án **C**

□

🔥 **Câu 2.** Biểu thức $\sqrt{(2 - \sqrt{3})^2} + \sqrt{(\sqrt{3} - 2)^2}$ có giá trị bằng
A. $2\sqrt{3}$. B. 4. C. 0. D. $4 - 2\sqrt{3}$.

Lời giải.

$$\sqrt{(2 - \sqrt{3})^2} + \sqrt{(\sqrt{3} - 2)^2} = |2 - \sqrt{3}| + |\sqrt{3} - 2| = 2 - \sqrt{3} + 2 - \sqrt{3} = 4 - 2\sqrt{3}.$$

Chọn đáp án **D**

□

🔥 **Câu 3.** Hệ phương trình $\begin{cases} 2x - y = 3 \\ x + y = 0 \end{cases}$ có nghiệm là

A. $(x; y) = (2; 1)$. B. $(x; y) = (2; -2)$. C. $(x; y) = (0; -3)$. D. $(x; y) = (1; -1)$.

Lời giải.

$$\begin{cases} 2x - y = 3 \\ x + y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x = 3 \\ x + y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x + y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -1 \end{cases}$$

Chọn đáp án **D**

□

🔥 **Câu 4.** Khi $x = -1$, biểu thức $\sqrt{x^2 + 8}$ có giá trị bằng
A. 9. B. $\sqrt{7}$. C. ± 3 . D. 3.

Lời giải.

$$\text{Khi } x = -1 \text{ ta có } \sqrt{x^2 + 8} = \sqrt{(-1)^2 + 8} = \sqrt{9} = 3.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 5. Phương trình $x^2 + x - a = 0$ (a là tham số) có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi

- A. $a > -\frac{1}{4}$. B. $a < \frac{1}{4}$. C. $a < -\frac{1}{4}$. D. $a > \frac{1}{4}$.

Lời giải.

Phương trình $x^2 + x - a = 0$ có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi

$$\Delta = 1 + 4a > 0 \Leftrightarrow a > -\frac{1}{4}$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 6. Đường thẳng nào sau đây đi qua $E(0;1)$ và song song với đường thẳng $y = 2x$?

- A. $y = x + 1$. B. $y = 2x + 1$. C. $y = 2x + 2$. D. $y = -2x$.

Lời giải.

Gọi $(d) : y = ax + b$ là đường thẳng đi qua điểm $E(0;1)$ và song song với đường thẳng $y = 2x$.

- (d) song song với đường thẳng $y = 2x$ nên $a = 2$ và $b \neq 0$.
- (d) đi qua $E(0;1)$ nên $1 = a.0 + b \Leftrightarrow b = 1$ (thỏa mãn).

Vậy đường thẳng đó là $y = 2x + 1$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 7. Tìm giá trị của m để đồ thị hàm số $y = mx^2$ đi qua điểm $A(-2;1)$.

- A. $m = \frac{1}{4}$. B. $m = -2$. C. $m = -\frac{1}{4}$. D. $m = \frac{1}{2}$.

Lời giải.

Đồ thị hàm số $y = mx^2$ đi qua điểm $A(-2;1)$ khi và chỉ khi

$$1 = m.(-2)^2 \Leftrightarrow m = \frac{1}{4}$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 8. Hai tiếp tuyến tại A và B của đường tròn (O) cắt nhau tại M . Biết $\widehat{AMB} = 70^\circ$. Số đo góc ở tâm đường tròn (O) tạo bởi OA, OB bằng

- A. 220° . B. 110° . C. 30° . D. 55° .

Lời giải.

Theo tính chất của hai tiếp tuyến cắt nhau ta có $\widehat{MAO} = \widehat{MBO} = 90^\circ$. Từ đó, xét tứ giác $MAOB$ có

$$\widehat{AOB} = 360^\circ - (\widehat{AMB} + \widehat{MAO} + \widehat{MBO}) = 110^\circ$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 9. Trong các hàm số sau, hàm số nào nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = \sqrt{2}x^2$. B. $y = (1 - \sqrt{2})x$. C. $y = -\sqrt{2}x^2$. D. $y = (\sqrt{2} - 1)x$.

Lời giải.

Vì $1 - \sqrt{2} < 0$ nên hàm số $y = (1 - \sqrt{2})x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Chọn đáp án **(B)** □

- 🔥 **Câu 10.** Tất cả các giá trị của x để biểu thức $\sqrt{3-x}$ có nghĩa là
A. $x < 3$. B. $x > 3$. C. $x \geq 3$. D. $x \leq 3$.

Lời giải.

Biểu thức $\sqrt{3-x}$ có nghĩa $\Leftrightarrow 3-x \geq 0 \Leftrightarrow x \leq 3$.

Chọn đáp án **(D)** □

- 🔥 **Câu 11.** Cho $\triangle ABC$ nội tiếp đường tròn $(O; R)$ đường kính BC . Biết $AC = R\sqrt{3}$. Độ lớn của $\widehat{ACB}$ bằng

- A. 45° . B. 30° . C. 50° . D. 60° .

Lời giải.

Từ giả thiết suy ra $\triangle ABC$ vuông tại A và $BC = 2R$. Từ đó

$$\cos \widehat{ACB} = \frac{AC}{BC} = \frac{R\sqrt{3}}{2R} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \widehat{ACB} = 30^\circ$$

Chọn đáp án **(B)** □

- 🔥 **Câu 12.** Tích hai nghiệm của phương trình $x^2 - 3x - 2 = 0$ bằng

- A. -2 . B. 2 . C. -3 . D. 3 .

Lời giải.

Theo Vi-et ta có tích hai nghiệm của phương trình $x^2 - 3x - 2 = 0$ bằng -2 .

Chọn đáp án **(A)** □

- 🔥 **Câu 13.** Đường thẳng $(d) : y = 4x - 3$ và parabol $(P) : y = x^2$ cắt nhau tại hai điểm là

- A. $M(-1; 1)$ và $N(3; 9)$. B. $E(1; 1)$ và $Q(-3; 9)$.
C. $M(-1; 1)$ và $Q(-3; 9)$. D. $E(1; 1)$ và $N(3; 9)$.

Lời giải.

Hoành độ giao điểm của (d) và (P) là nghiệm của phương trình

$$x^2 = 4x - 3 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \end{cases}$$

Từ đó ta có tọa độ hai giao điểm là $E(1; 1)$ và $N(3; 9)$.

Chọn đáp án **(D)** □

- 🔥 **Câu 14.** Cho hình vuông có diện tích bằng 36cm^2 . Bán kính của đường tròn ngoại tiếp hình vuông đó bằng

- A. 6 cm . B. $\sqrt{2}\text{ cm}$. C. 3 cm . D. $3\sqrt{2}\text{ cm}$.

Lời giải.

Gọi a và R lần lượt là cạnh và bán kính đường tròn ngoại tiếp hình vuông đã cho. Khi đó

$$a^2 = 36 \Rightarrow a = 6\text{ cm}$$

Từ đó ta có $R = \frac{a\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2}\text{ cm}$.

Chọn đáp án **(D)** □

- 🔥 **Câu 15.** Cho α là một góc nhọn, có $\tan \alpha = \sqrt{3}$. Giá trị của $\cot \alpha$ bằng

- A. $\frac{1}{\sqrt{3}}$. B. $\sqrt{3}$. C. 1 . D. 2 .

Lời giải.

Ta có $\cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha} = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 16. Cho $\triangle ABC$ vuông tại A , đường cao $AH = \sqrt{6} \text{ cm}$, $BH = 2 \text{ cm}$. Độ dài cạnh BC bằng

A. 5 cm .

B. 6 cm .

C. 10 cm .

D. 4 cm .

Lời giải.

Theo hệ thức lượng trong tam giác vuông ta có

$$AH^2 = BH \cdot CH \Rightarrow CH = \frac{AH^2}{BH} = 3 \text{ cm}$$

Từ đó ta có $BC = BH + CH = 5 \text{ cm}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 17. Cho a, b, c là các số thực thỏa mãn $a + b + c - 21 = 2(\sqrt{a-7} + \sqrt{b-8} + \sqrt{c-9})$.

Giá trị của biểu thức $S = a + 2b - c$ là

A. $S = 36$.

B. $S = 16$.

C. $S = 7$.

D. $S = 14$.

Lời giải.

Với $a \geq 7, b \geq 8$ và $c \geq 9$, ta có

$$\begin{aligned} a + b + c - 21 &= 2(\sqrt{a-7} + \sqrt{b-8} + \sqrt{c-9}) \\ \Leftrightarrow (a - 6 - 2\sqrt{a-7}) + (b - 7 - 2\sqrt{b-8}) + (c - 8 - 2\sqrt{c-9}) &= 0 \\ \Leftrightarrow (\sqrt{a-7} - 1)^2 + (\sqrt{b-8} - 1)^2 + (\sqrt{c-9} - 1)^2 &= 0 \\ \Leftrightarrow \sqrt{a-7} - 1 = \sqrt{b-8} - 1 = \sqrt{c-9} - 1 &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} a = 8 \\ b = 9 \\ c = 10 \end{cases} \end{aligned}$$

Từ đó ta có $S = a + 2b - c = 16$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 18. Cho hàm số $y = f(x) = (1 + m^4)x^2 + 1$ (m là tham số). Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $f(2) < f(3)$.

B. $f(-1) > f(-5)$.

C. $f(-4) < f(-2)$.

D. $f(1) > f(2)$.

Lời giải.

Do $1 + m^4 > 0$ nên hàm số $y = f(x) = (1 + m^4)x^2 + 1$ đồng biến khi $x > 0$ và nghịch biến khi $x < 0$. Do đó $f(2) < f(3)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 19. Có bao nhiêu giá trị nguyên không nhỏ hơn -10 của tham số m để hệ phương

trình $\begin{cases} 2x - y = 1 \\ mx + y = 5 \end{cases}$ có nghiệm duy nhất $(x_0; y_0)$ thỏa mãn $x_0 y_0 > 0$?

A. 20.

B. 19.

C. 18.

D. 21.

Lời giải.

Trước hết, hệ đã cho có nghiệm duy nhất $(x_0; y_0)$ khi và chỉ khi $\frac{m}{2} \neq \frac{1}{-1}$ hay $m \neq -2$.

Trong điều kiện này, ta tìm được $x_0 = \frac{6}{m+2}$, $y_0 = \frac{10-m}{m+2}$ và

$$x_0 y_0 > 0 \Leftrightarrow \frac{6(10-m)}{(m+2)^2} > 0 \Leftrightarrow m < 10$$

Kết hợp với $m \neq -2$ và $m \geq -10$ suy ra có tất cả 19 giá trị của m thỏa mãn yêu cầu.

Chọn đáp án **B** □

 **Câu 20.** Số nghiệm của phương trình $x^4 - (\sqrt{3} + 1)x^2 + \sqrt{3} = 0$ là

A. 2.

B. 1.

C. 4.

D. 3.

Lời giải.

Ta có

$$x^4 - (\sqrt{3} + 1)x^2 + \sqrt{3} = 0 \Leftrightarrow (x^2 - 1)(x^2 - \sqrt{3}) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm 1 \\ x = \pm \sqrt[4]{3} \end{cases}$$

Vậy phương trình đã cho có 4 nghiệm.

Chọn đáp án **C** □

II - PHẦN TỰ LUẬN (6 điểm)

 **Câu 1.** (2,0 điểm)

1) Giải phương trình $x^2 - x - 6 = 0$.

2) Rút gọn biểu thức $M = \left(\frac{1}{\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}}{x-1} \right) : \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} - 1 \right)$ với $x \geq 0, x \neq 1$.

Lời giải.

1) Phương trình $x^2 - x - 6 = 0$ có biệt thức $\Delta = (-1)^2 - 4.1.(-6) = 25 > 0$ nên có hai nghiệm phân biệt là

$$x_1 = \frac{1 + \sqrt{25}}{2} = 3 \quad \text{và} \quad x_2 = \frac{1 - \sqrt{25}}{2} = -2$$

Vậy phương trình đã cho có tập nghiệm là $S = \{3; -2\}$.

2) Với $x \geq 0, x \neq 1$, ta có

$$\begin{aligned} M &= \left(\frac{1}{\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}}{x-1} \right) : \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} - 1 \right) \\ &= \frac{\sqrt{x} + 1 + \sqrt{x}}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} : \frac{\sqrt{x} - \sqrt{x} + 1}{\sqrt{x}-1} \\ &= \frac{2\sqrt{x} + 1}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} \cdot (\sqrt{x}-1) \\ &= \frac{2\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} + 1} \end{aligned}$$

Vậy $M = \frac{2\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} + 1}$ với $x \geq 0, x \neq 1$.

🔥 Câu 2. (1,0 điểm)

Một người đi xe đạp từ A đến B cách nhau 15km . Khi từ B về A người đó tăng vận tốc thêm 3km/h . Vì vậy, thời gian về ít hơn thời gian đi là 15 phút. Tính vận tốc của người đi xe đạp khi đi từ A đến B .

Lời giải.

Gọi vận tốc người đi xe đạp khi đi từ A đến B là $a(\text{km/h})$ ($a > 0$). Khi đó

- Vận tốc của người đó khi đi từ B về A là $a + 3(\text{km/h})$.

- Thời gian người đó khi đi từ A đến B là $\frac{15}{a}$ (giờ).

Thời gian người đó khi đi từ B về A là $\frac{15}{a+3}$ (giờ).

Vì thời gian người đó đi từ B về A ít hơn thời gian đi từ A đến B là 15 phút $= \frac{1}{4}$ giờ nên ta có phương trình

$$\begin{aligned}\frac{15}{a} &= \frac{15}{a+3} + \frac{1}{4} \\ \Leftrightarrow \frac{15}{a} &= \frac{a+63}{4(a+3)} \\ \Leftrightarrow a(a+63) &= 60(a+3) \quad (\text{do } a > 0) \\ \Leftrightarrow a^2 + 3a - 180 &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} a = 12 & (\text{thỏa mãn đk}) \\ a = -15 & (\text{không thỏa mãn đk}) \end{cases}\end{aligned}$$

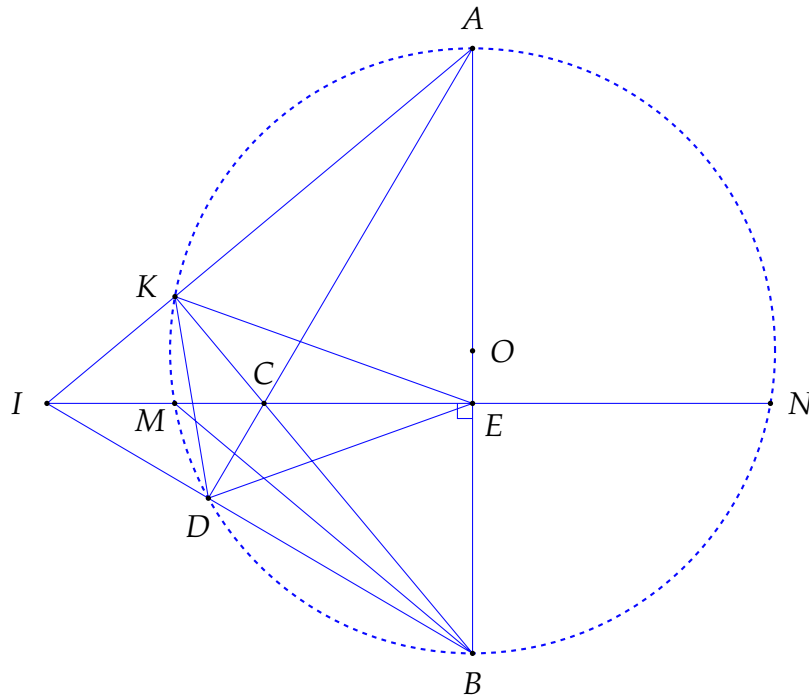
Vậy vận tốc người đi xe đạp đi từ A đến B là 12km/h .

🔥 Câu 3. (2,0 điểm)

Cho đường tròn $(O; R)$ và dây MN cố định ($MN < 2R$). Kẻ đường kính AB vuông góc với dây MN tại E . Lấy điểm C thuộc dây MN (C khác M, N, E). Đường thẳng BC cắt đường tròn $(O; R)$ tại điểm K (K khác B).

- Chứng minh $AKCE$ là tứ giác nội tiếp.
- Chứng minh $BM^2 = BK \cdot BC$.
- Gọi I là giao điểm của hai đường thẳng AK và MN ; D là giao điểm của hai đường thẳng AC và BI . Chứng minh C cách đều ba cạnh của $\triangle DEK$.

Lời giải.



a) Do $MN \perp AB$ tại E và $C \in MN$ nên $\widehat{AEC} = 90^\circ$. Lại có $\widehat{AKB}$ là góc nội tiếp chắn nửa đường tròn nên $\widehat{AKB} = 90^\circ$ hay $\widehat{AKC} = 90^\circ$. Từ đó, tứ giác $AKCE$ có $\widehat{AEC} = \widehat{AKC} = 90^\circ$ nên nội tiếp đường tròn đường kính AC .

b)
Xét $\triangle BEC$ và $\triangle BKA$ có

$$\begin{aligned} & \begin{cases} \widehat{BEC} = \widehat{BKA} (= 90^\circ) \\ \widehat{EBC} = \widehat{KBA} \end{cases} \\ & \Rightarrow \triangle BEC \sim \triangle BKA \text{ (g.g)} \\ & \Rightarrow \frac{BE}{BK} = \frac{BC}{BA} \\ & \Rightarrow BK \cdot BC = BE \cdot BA \quad (1) \end{aligned}$$

Xét $\triangle ABM$ vuông tại M có ME là đường cao nên

$$BM^2 = BE.BA \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra $BM^2 = BK.BC$.

c) Tam giác IAB có hai đường cao IE và BK cắt nhau tại C nên C là trực tâm $\triangle IAB$, do đó AD cũng là đường cao của $\triangle IAB$. Từ đó ta có $AD \perp DB$ nên $D \in (O)$. Từ đây, dễ thấy các tứ giác $BDCE$, $ABDK$ nội tiếp. Kết hợp với tứ giác $AKCE$ nội tiếp theo chứng minh ở trên, ta có

$$\widehat{CED} = \widehat{CBD} = \widehat{KBD} = \widehat{KAD} = \widehat{KAC} = \widehat{KEC}$$

$$\widehat{EDC} = \widehat{CBE} = \widehat{KBA} = \widehat{KDA} = \widehat{KDC}$$

Suy ra EC là tia phân giác của $\widehat{KED}$ và DC là tia phân giác của $\widehat{KDE}$. Do đó, C chính là tâm đường tròn nội tiếp $\triangle DEK$ và vì thế C cách đều ba cạnh của $\triangle DEK$. $\square$

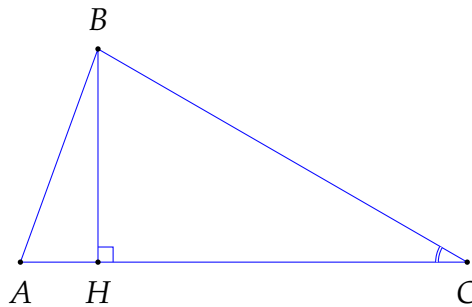
Câu 4. (1,0 điểm)

- 1) Chứng minh rằng nếu tất cả các cạnh của một tam giác nhỏ hơn 2 thì diện tích của tam giác đó nhỏ hơn $\sqrt{3}$.
- 2) Cho các số thực a, b, c sao cho phương trình $ax^2 + bx + c + 2022 = 0$ nhận $x = 1$ là nghiệm. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \sqrt{3a^2 - 2ab + 3b^2} + \sqrt{5b^2 - 6bc + 5c^2} + \sqrt{6c^2 - 8ca + 6a^2}$$

Lời giải.

1)



Xét tam giác ABC có $AB \leq BC \leq CA < 2$. Khi đó

$$\widehat{ACB} \leq \widehat{BAC} \leq \widehat{ABC} \Rightarrow \widehat{ACB} \leq 60^\circ$$

Từ đó, ta có

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot BH = \frac{1}{2} AC \cdot BC \cdot \sin \widehat{ACB} < \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2 \sin 60^\circ = \sqrt{3}$$

Như vậy, diện tích tam giác ABC nhỏ hơn $\sqrt{3}$ và bài toán được chứng minh.

2)

Vì phương trình $ax^2 + bx + c + 2022 = 0$ nhận $x = 1$ là nghiệm nên

$$a + b + c + 2022 = 0 \quad \text{hay} \quad a + b + c = -2022$$

Ta có

$$\sqrt{3a^2 - 2ab + 3b^2} = \sqrt{(a+b)^2 + 2(a-b)^2} \geq \sqrt{(a+b)^2} = |a+b|$$

$$\sqrt{5b^2 - 6bc + 5c^2} = \sqrt{(b+c)^2 + 4(b-c)^2} \geq \sqrt{(b+c)^2} = |b+c|$$

$$\sqrt{6c^2 - 8ca + 6a^2} = \sqrt{(c+a)^2 + 5(c-a)^2} \geq \sqrt{(c+a)^2} = |c+a|$$

Do đó

$$P \geq |a+b| + |b+c| + |c+a| \geq |a+b+b+c+c+a| = 2|a+b+c| = 4044$$

$$\text{Đẳng thức xảy ra} \Leftrightarrow \begin{cases} a-b=b-c=c-a=0 \\ a+b+c=-2022 \\ a+b, b+c, c+a \text{ cùng dấu} \end{cases} \Leftrightarrow a=b=c=-674.$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của biểu thức P là 4044, đạt được tại $a = b = c = -674$.

□